Aplicaciones de Estadística Avanzada para Finanzas

Antonio Fernández Morales

Departamento de Economía Aplicada (Estadística y Econometría)
Universidad de Málaga, 2016

Resumen

En este trabajo se presenta una colección de recursos didácticos elaborados en formato de actividades cuyo objetivo es el apoyo a la docencia presencial de asignaturas relacionadas con la Estadística Avanzada para Finanzas.

Palabras clave— Finanzas, modelos de probabilidad, valores extremos, procesos estocásticos.
Clasificación JEL— C12, C13, C46, G12, G14, G17.

1. Introducción

En este trabajo se presenta una colección de actividades elaboradas como apoyo para la docencia presencial de asignaturas relacionadas con la Estadística Avanzada para Finanzas. La temática seleccionada para la realización de estas actividades es variada e incluye tópicos relacionados con el uso de métodos estadísticos en finanzas. De forma sintética se pueden agrupar en tres bloques:

- modelos de probabilidad de uso frecuente en finanzas,
- problemas de estimación y verificación de hipótesis y
- procesos estocásticos

Respecto de los modelos de probabilidad, se insiste en los modelos lognormal y de Pareto. Además, se han incluido actividades relativas a modelos específicos para valores extremos, tales como los modelos generalizados de valores extremos y los modelos generalizados de Pareto.

En cuanto a los problemas de estimación y verificación, se trabajan conceptos fundamentales como la potencia de los contrastes, así como elementos más enfocados a problemas específicos de las finanzas, como los métodos de estimación de Hill, *block maxima* o *peak over threshold*.

Los procesos estocásticos se afrontan desde una perspectiva introductoria con una aproximación eminentemente práctica.

Por otra parte, se emplean diversas referencias que sirven de complemento para la realización de las actividades y la discusión de los resultados, con aplicaciones a tipos de interés ([1],[2]), tipos de cambio ([3]), índices bursátiles ([4]), riesgos ([5], [6], [7]), crédito hipotecario ([8]) o sector asegurador ([9], [10], [11], [12], [13]) y se ofrece bibliografía básica de consulta ([14], [15], [16], [17], [18]).

Por ultimo, el formato de las actividades está diseñado para la realización individual, aunque pueden ser utilizadas en proyectos que demanden trabajos en grupo, facilitando la colaboración entre estudiantes ([19], [20], [21]).

2. Actividades

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Denominamos S_t al precio de una acción en t. El cambio de precio de la acción entre t y t+1 puede consistir únicamente en un incremento de un 10% (con probabilidad 0,55) o en un decremento del 10% (con probabilidad 0,45). Definimos la variable aleatoria Y_{t+1} mediante la siguiente expresión

$$S_{t+1} = S_t \cdot Y_{t+1}$$

Después de 30 periodos sucesivos, independientes entre sí, llamamos X al número total de movimientos alcistas que ha tenido la acción. Conteste a las siguientes cuestiones:

a La variable aleatoria Y_{t+1} es una variable aleatoria
☐ Discreta ☐ Continua

b El modelo de probabilidad de la variable Y_{t+1} es

c La variable aleatoria X es una variable aleatoria
☐ Discreta ☐ Continua

d La variable aleatoria X sigue un modelo ______________ con parámetros _______, ______.

e El valor esperado del número de movimientos alcistas en los 30 periodos es ____________.

f La probabilidad de que en 30 periodos sucesivos e independientes no haya ningún movimiento a la baja del precio de la acción es ____________.

g Si el valor de la acción en t=0 es 10€, ¿qué valores puede tomar el valor de la acción en t+2, S_{t+2}, y con qué probabilidades?

h La variable aleatoria S_{t+2} es una variable aleatoria ☐ Discreta ☐ Continua

i ¿Es la variable aleatoria S_{t+2} una variable aleatoria binomial? ☐ Sí ☐ No

2 Para conocer el riesgo de crédito de una cartera de 100 bonos de diferentes corporaciones emisoras, se ha decidido emplear el modelo de Poisson. Según estudios previos se conoce que el número esperado bonos que incurre en incumplimientos en el pago cada trimestre es tres.

a La variable X: Número de bonos que incurren en incumplimiento en un año es una variable aleatoria

☐ Discreta ☐ Continua

b Calcule el número esperado de bonos que incurren en incumplimientos en un año en esta cartera.

c Calcule la probabilidad de que en un año menos de cuatro bonos incurran en incumplimiento.

3 El rendimiento diario de una determinada acción, definido como $R = P_{t+1}/P_t - 1$, sigue un modelo normal con media 0 y desviación típica 0,4.

a La variable R es una variable aleatoria

☐ Discreta ☐ Continua

b Calcule la probabilidad de que en un día cualquiera el precio de la acción supere el precio del día anterior al menos en un 1%.

c Suponiendo que los rendimientos diarios de los cinco días laborables de una semana son independientes, calcule la probabilidad de que en una semana la suma de los rendimientos diarios, Y, supere el valor 0,01.

d ¿Qué variable tiene mayor varianza?

☐ R

☐ Y

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Se ha elaborado un modelo simplificado que describe la evolución del precio diario de un activo, de forma que el ratio del precio en el día t, respecto al día anterior, t-1 es

$$P_t / P_{t-1} = e^X$$

Siendo $X \sim N(\mu=0, \sigma=0,1)$

a La variable aleatoria X sigue un modelo de probabilidad log-normal

☐ Sí ☐ No

b La variable aleatoria (P_t / P_{t-1}) sigue un modelo de probabilidad log-normal

☐ Sí ☐ No

c La variable aleatoria P_t sigue un modelo de probabilidad log-normal

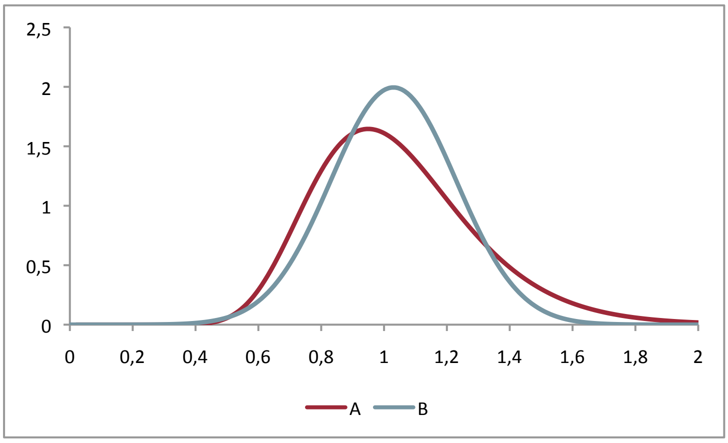
☐ Sí ☐ No

d Calcule la probabilidad de que el precio del activo, que vale 20 euros en t-1, supere los 25 euros en t.

e Calcule la esperanza matemática y la varianza de variable aleatoria (P_t / P_{t-1})

$E(P_t / P_{t-1})$: ______________, $Var(P_t / P_{t-1})$: _______________

f ¿Cuál es el gráfico correspondiente a la función de densidad de la variable aleatoria (P_t / P_{t-1})?



☐ A
☐ B

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Se ha estimado un modelo de probabilidad log-normal para los rendimientos mensuales del IBEX 35 en dos estados de la economía (i=1,2)

$$P_{t+1} / P_t = e^{R_i}$$

$$R_i = \mu_i + \sigma_i \; z \qquad (i=1,2)$$

$$z \sim N(0,1)$$

$\mu_1 = -0{,}00518$ $\qquad \sigma_1 = 0{,}07954$

$\mu_2 = 0{,}01922$ $\qquad \sigma_2 = 0{,}036951$

a La variable aleatoria R_i sigue un modelo de probabilidad log-normal

☐ Sí ☐ No

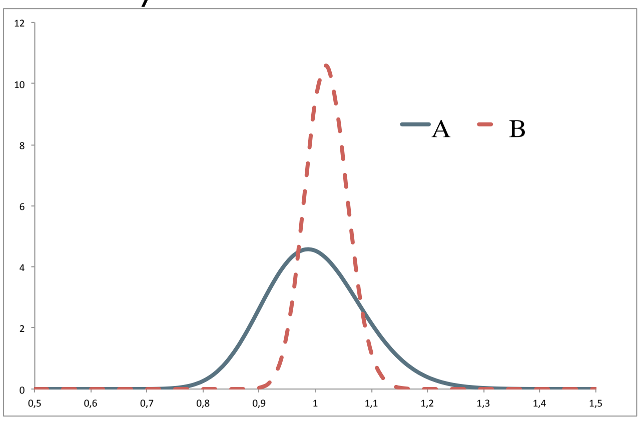
b La variable aleatoria e^{R_i} sigue un modelo de probabilidad log-normal

☐ Sí ☐ No

c La variable aleatoria e^{R_i} sigue un modelo de probabilidad normal

☐ Sí ☐ No

d Identifique en el gráfico la función de densidad log-normal correspondiente a la situación económica 1 y 2.



☐ A ☐ B

e Calcule la probabilidad de una rendimiento superior al 2% en las situaciones 1 y 2.

SOLUCIÓN: Situación 1: ______________, Situación 2: ______________

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

Conteste a las siguientes cuestiones

1 La aplicación del modelo log-normal de tipos de interés supone que :
- ☐ Los tipos de interés nominales no pueden ser negativos
- ☐ La volatilidad se hace muy pequeña cuando los tipos se acercan a 0
- ☐ La volatilidad es independiente del nivel de los tipos
- ☐ La volatilidad es proporcional al nivel de los tipos

2 Asocie los modelos siguientes al tipo de distribución de los tipos:

☐ Modelo BGM (Brace, Gatarek, Musiela)	☐ Modelo normal
☐ Modelo HJM (Heath, Jarrow Morton)	☐ Modelo log-normal

3 Japón suele mencionarse como ejemplo de un país en el que
- ☐ Se observaron tipos muy bajos en periodos de tiempo prolongados antes de la actual crisis
- ☐ Se observaron tipos muy elevados en periodos de tiempo prolongados antes de la actual crisis
- ☐ La volatilidad se comporta siguiendo el modelo log-normal
- ☐ La volatilidad no se comporta siguiendo el modelo log-normal

4 En Estados Unidos tras la crisis de las *subprime* se ha observado un claro ejemplo del comportamiento de la volatilidad de tipos según el modelo log-normal
- ☐ Sí
- ☐ No

5 El caso observado en Suiza con bajos tipos prolongados suele considerarse un caso típico de comportamiento de la volatilidad tal como predice el modelo log-normal en dichas circunstancias
- ☐ Sí
- ☐ No

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

Se ha estimado un modelo RSLN con los rendimientos mensuales correspondientes a treinta años del *Hang Seng Index,* definidos como

$$Y_t = Ln(P_t) - Ln(P_{t-1})$$

Algunos de los parámetros estimados son:

$\mu_1 = 0{,}0217$ $\sigma_1 = 0{,}065898$

$\mu_2 = -0{,}0233$ $\sigma_2 = 0{,}155792$

Conteste a las siguientes cuestiones

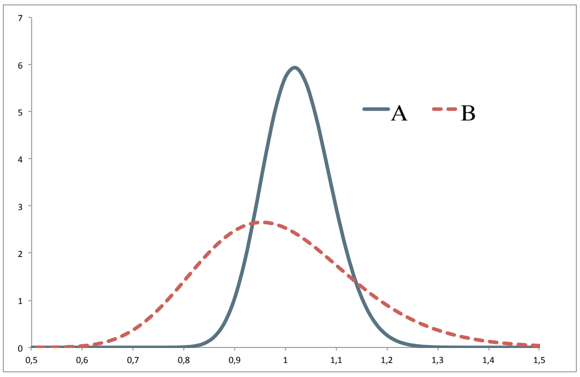
1 Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es cierta

- ☐ La variable Y_t sigue un modelo lognormal
- ☐ La variable Y_t sigue un modelo normal
- ☐ La variable Y_t sigue un modelo lognormal en la situación 1
- ☐ La variable Y_t sigue un modelo normal en la situación 2
- ☐ La variable (P_t/P_{t-1}) sigue un modelo lognormal
- ☐ La variable (P_t/P_{t-1}) sigue un modelo normal
- ☐ La variable (P_t/P_{t-1}) sigue un modelo lognormal en la situación 1
- ☐ La variable (P_t/P_{t-1}) sigue un modelo normal en la situación 2

2 El valor esperado en la situación 2 de (P_t/P_{t-1}) es: ________________

3 La densidad A corresponde a la variable ___________ en la situación __________

La densidad B corresponde a la variable ___________ en la situación __________



4 La probabilidad de que (P_t/P_{t-1}) supere el valor 1,15 es igual a _________ en la situación 1 es igual a _________ en la situación 2. Comente este resultado.

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Con datos del Kuala Lumpur Stock Exchange Index (KLSE) se ha estimado un modelo de Pareto para el extremo derecho de la distribución (compuesto por el 1% de las observaciones de mayor valor) de los rendimientos diarios, definidos estos como:

$$r_t = 100\ (\ \mathrm{Ln}(P_t) - \mathrm{Ln}(P_{t-1})\ )$$

Los parámetros estimados son:

$$\alpha = 2{,}6886 \qquad \beta = 2{,}2543$$

Responda a las siguientes cuestiones

a El modelo estimado presenta

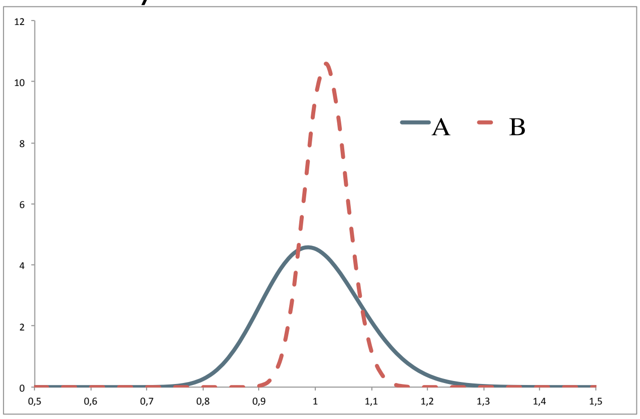
- ☐ Varianza finita
- ☐ Esperanza matemática finita
- ☐ Momentos de orden superior a 2 finitos

b El valor esperado obtenido en el modelo es ______________

c La variable aleatoria e^{R_i} sigue un modelo de probabilidad normal

☐ Sí ☐ No

d Identifique en el gráfico la función de densidad log-normal correspondiente a la situación económica 1 y 2.



☐ A ☐ B

e Calcule la probabilidad de una rendimiento superior al 2% en las situaciones 1 2.

SOLUCIÓN: Situación 1: ____________, Situación 2: ___________

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

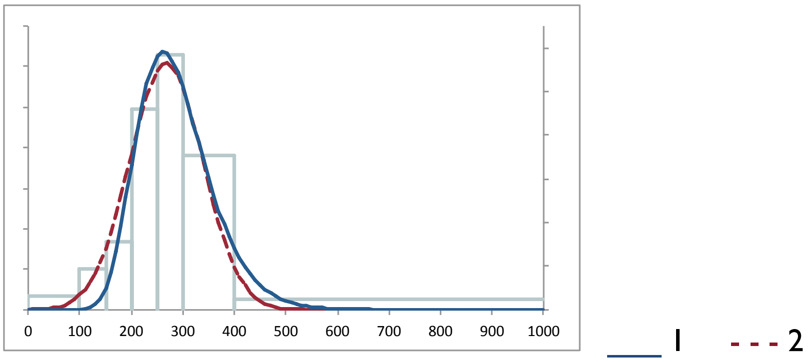
1 Disponemos de la siguiente información de la distribución de las 84.000 hipotecas concedidas por bancos irlandeses en 2007 según la cuantía en miles de euros

Hasta 100	Hasta 150	Hasta 200	Hasta 250	Hasta 300	Hasta 400
8%	20%	40%	59%	75%	91%

a Con una estimación de la media y de la desviación estándar de 267,9 y 70,9, respectivamente, ¿qué número de hipotecas de cuantía superior a 400.000 euros predice un modelo normal? _______________ y ¿qué número de hipotecas de cuantía superior a 500.000 euros predice un modelo normal? _______________

b ¿Qué número de hipotecas de cuantía superior a 400.000 euros se estima mediante el modelo log-normal con parámetros $\mu = 5,63$ y $\sigma=0,25$? _______________

c ¿ Identifique el modelo normal y el modelo log-normal de las cuestiones a y b en la figura siguiente ☐ A ☐ B

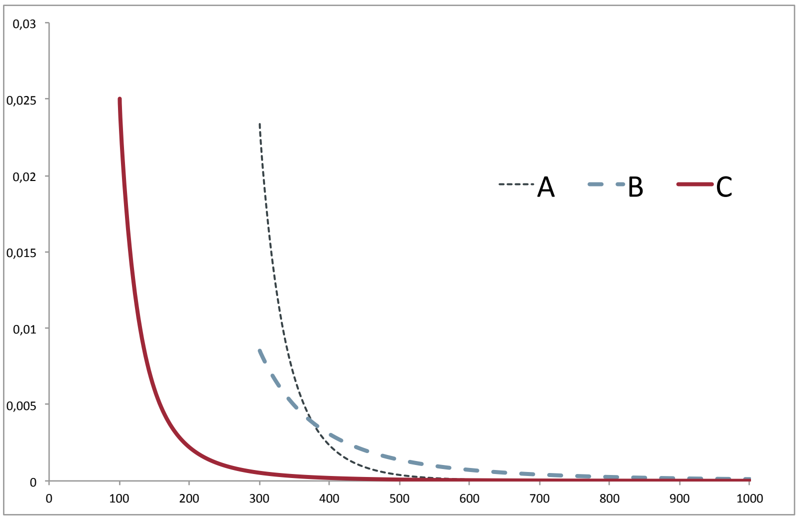


2 Se ha estimado un modelo de Pareto para la distribución del número de hipotecas de más de 300.000 euros, con parámetro α= 2,57.

a ¿Qué número de hipotecas de cuantía superior a 500.000 euros se estima mediante el modelo de Pareto? _______________

b Identifique en el gráfico la función de densidad del modelo de Pareto estimado.

☐ A ☐ B ☐ C



c Calcule el valor medio de las hipotecas de cuantía superior a 400.00 euros estimado mediante el modelo de Pareto: __________________

d Calcule el valor medio de las hipotecas de cuantía superior a 500.00 euros estimado mediante el modelo de Pareto: __________________ y el volumen total en miles de euros de dichas hipotecas

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Con información diaria del periodo 1995-2003 de las series de tipos de cambio USD/PLN, EUR/PLN y EUR/USD se ha estimado los parámetros del modelo GEV, mediante *block maxima* anual, para la pérdida logarítmica diaria máxima de dichas series, $Y_{U/P}$, $Y_{E/P}$ e $Y_{E/U}$. Los parámetros estimados son:

Serie	ξ	μ	σ
$Y_{U/P}$	0,046	0,014	0,005
$Y_{E/P}$	0,384	0,015	0,005
$Y_{E/U}$	-0,213	0,014	0,004

a La variable $Y_{U/P}$ sigue un modelo de ☐ Fréchet ☐ Weibull ☐ Gumbel (aprox.)
La variable $Y_{E/P}$ sigue un modelo de ☐ Fréchet ☐ Weibull ☐ Gumbel (aprox.)
La variable $Y_{E/U}$ sigue un modelo de ☐ Fréchet ☐ Weibull ☐ Gumbel (aprox.)

b La variable $Y_{U/P}$ presenta una cola derecha exponencial
☐ Sí ☐ No

c La variable $Y_{E/P}$ presenta una cola derecha potencial
☐ Sí ☐ No

d La variable $Y_{E/U}$ presenta una cola derecha exponencial
☐ Sí ☐ No

e El modelo estimado prevé una probabilidad de una pérdida logarítmica diaria máxima del tipo USD/PLN superior al 3% de _______________

f El modelo estimado prevé una probabilidad de una pérdida logarítmica diaria máxima del tipo EUR/USD superior al 3% de _______________

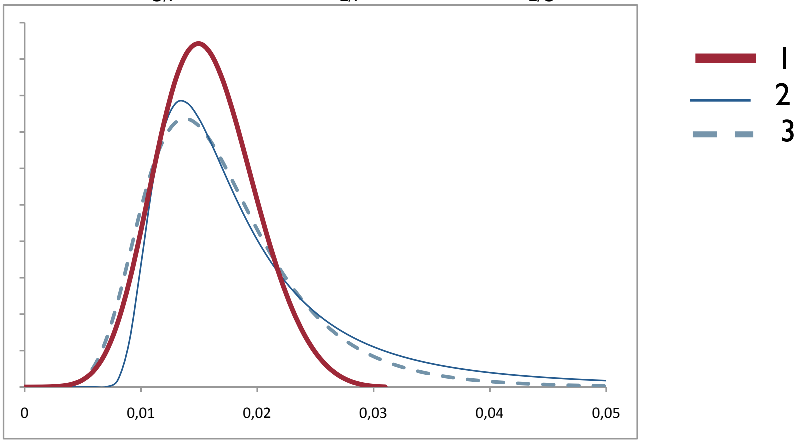
g El modelo estimado prevé una probabilidad de una pérdida logarítmica diaria máxima del tipo EUR/PLN superior al 3% de _______________ h Se desea estimar el valor más elevado que se espera podrá ser excedido por $Y_{E/P}$ uno de cada veinte años , ¿qué percentil de la distribución debemos obtener?

- ☐ P_{20}
- ☐ P_{80}
- ☐ P_{90}
- ☐ P_{95}

i Estime el percentil especificado en h: ____________

j ¿ Identifique la densidad de probabilidad del modelo ajustado a cada variable

- ☐ $Y_{U/P}$
- ☐ $Y_{E/P}$
- ☐ $Y_{E/U}$



k ¿Comente las diferencias principales entre el modelo ajustado para la variable $Y_{E/P}$ y el modelo ajustado para la variable $Y_{E/U}$

ESTADÍSTICA AVANZADA PARA FINANZAS

ACTIVIDAD 09

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Se ha estimado para los extremos izquierdo y derecho de la distribución de probabilidad sendos modelos GEV con datos de los rendimientos diarios (diferencias logarítmicas) de los índices S&P500 y FTSE100. Se ha empleado el método *block máxima* con periodos anuales. Los parámetros estimados figuran en la tabla siguiente:

	S&P500 (*right tail*)	S&P500 (*left tail*)	FTSE100 (*right tail*)	FTSE100 (*left tail*)
ξ	0,100	0,530	0,309	0,679
μ	2.396	2.235	2.513	2.576
σ	1,024	0,964	0,919	0,705

a El modelo estimado para los máximos de la distribución de ambos índices pertenece a la clase de modelos de

☐ Gumbel ☐ Frechet ☐ Weibull

b El modelo estimado para los mínimos de la distribución de ambos índices pertenece a la clase de modelos de

☐ Gumbel ☐ Frechet ☐ Weibull

c La distribución estimada para los máximos del índice FTSE100 presenta una

☐ mayor ☐ menor

densidad de probabilidad en la cola derecha que la correspondiente al índice S&P500.

d Calcule la probabilidad de una ganancia máxima superior a 8 para ambos índices.

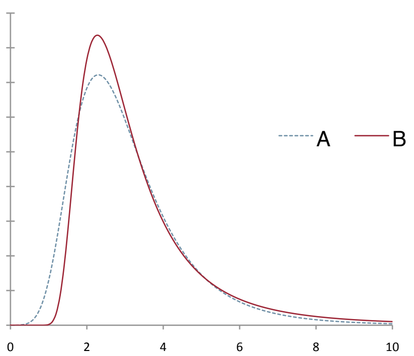
S&P500: ____________ FTSE100: ___________

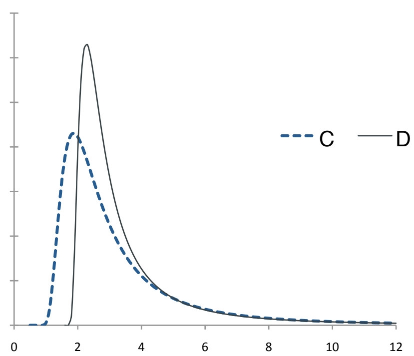
e Calcule el percentil 90 de los mínimos de ambos índices y explique su significado.

S&P500: ____________ FTSE100: ___________

f Identifique las funciones de densidad

Máximos: ☐ S&P500 ☐ FTSE100 Mínimos: ☐ S&P500 ☐ FTSE100





ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Se ha estimado un modelo generalizado de Pareto, mediante el método POT para los excesos sobre el umbral u, Y_u=X-u, correspondientes a los extremos izquierdo y derecho de la distribución de los rendimientos diarios (diferencias logarítmicas en porcentaje) del índice Dow-Jones en el periodo 2008-2009. Los parámetros estimados figuran en la tabla adjunta.

Extremo	ξ	σ	u
Izquierdo $Y_u^- = X^- - u^-$	0,170	1,171	2
Derecho $Y_u^+ = X^+ - u^+$	0,497	0,942	3

a Diga cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas

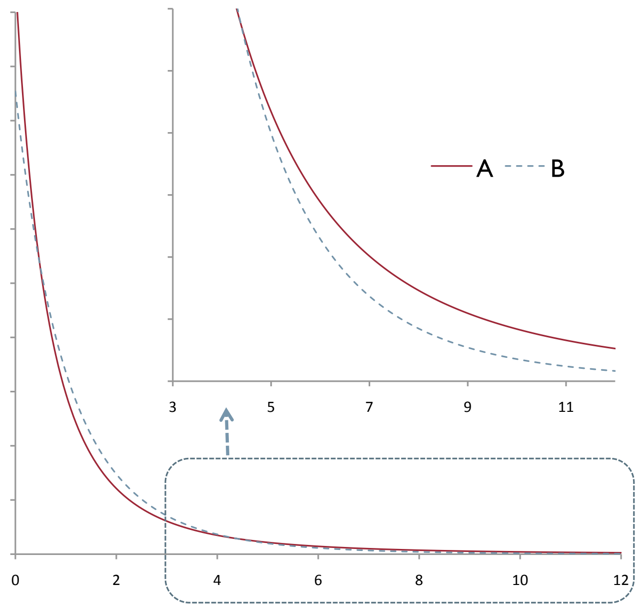
- ☐ La variable Y_u^- sigue un modelo de Pareto generalizado
- ☐ La variable X^- sigue un modelo de Pareto generalizado
- ☐ La variable Y_u^+ sólo toma valores mayores o iguales que 0
- ☐ La variable Y_u^+ sólo toma valores mayores o iguales que u^+
- ☐ La variable X^+ sólo toma valores mayores o iguales que u^+

b La variable Y_u^+ presenta varianza finita según el modelo estimado

☐ Sí ☐ No

c Identifique los modelos cuyas densidades están representadas en el gráfico

☐ Y_u^+ ☐ Y_u^-



d Calcule la probabilidad de un exceso sobre el umbral u^{-} superior a 4 puntos: ___________

e Sabiendo que se ha estimado que el 25,58% de los rendimientos negativos superan el umbral, calcule la probabilidad de un rendimiento negativo superior al 6% usando el modelo GPD. _______________

f Deseamos calcular el rendimiento negativo límite a partir del cual se genera el 1% de los rendimientos negativos de mayor magnitud. ¿Qué percentil debemos calcular de la distribución de Y_u^{-} ?

☐ P_1	☐ $P_{25,58}$	☐ $P_{3,91}$	☐ $P_{0,2558}$
☐ P_{99}	☐ $P_{74,42}$	☐ $P_{96,09}$	☐ $P_{99,7442}$

g Calcule el rendimiento negativo límite a partir del cual se genera el 1% de los rendimientos negativos de mayor magnitud _______________

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Disponemos de una muestra aleatoria de tamaño n de una población que sigue un modelo de Pareto. Obtenga el estimador máximo verosímil del parámetro α, tomando como conocido el parámetro β.

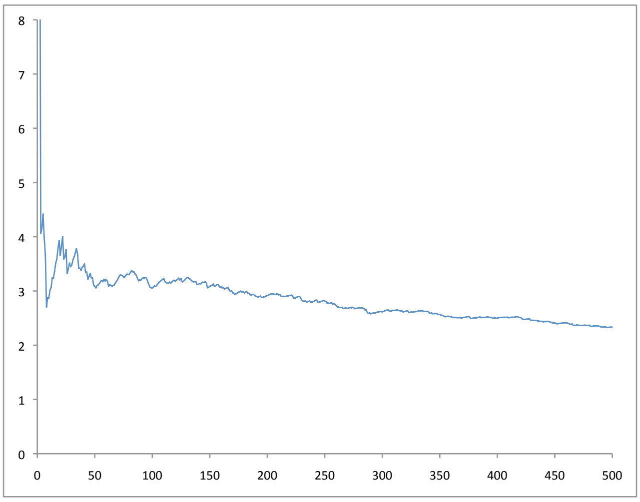
a ¿Cuál es la expresión de la función de verosimilitud?

b El estimador máximo verosímil de α es:

c Con datos del extremo inferior de la distribución de los rendimientos logarítmicos diarios del índice IBEX-35, se desea realizar una estimación del parámetro α para analizar el valor del *tail-index* de esta variable. Realice la estimación mediante el estimador de Hill, conociendo que los valores superiores a 0,02099 son los 300 datos de mayor magnitud y sus logaritmos suman en total -1044.40521.

d ¿Considera adecuada la elección del valor de corte para la estimación del parámetro α a la vista del Hill-Plot?

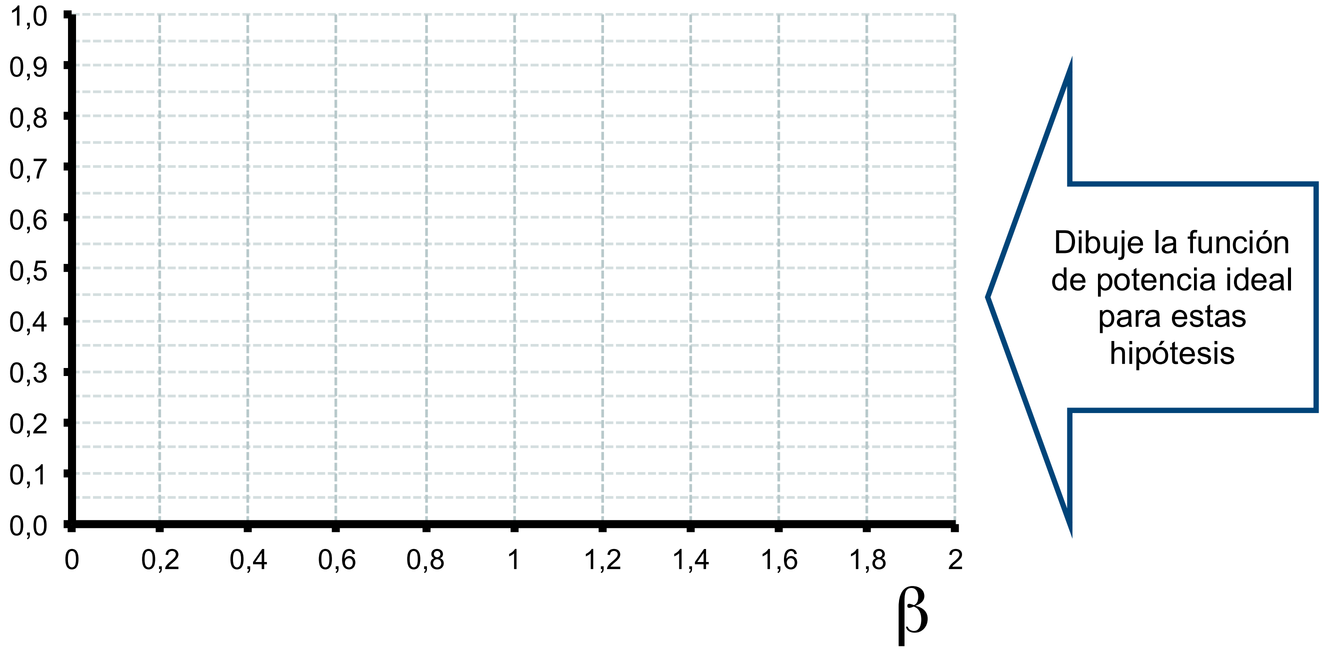
☐ Sï ☐ No



ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

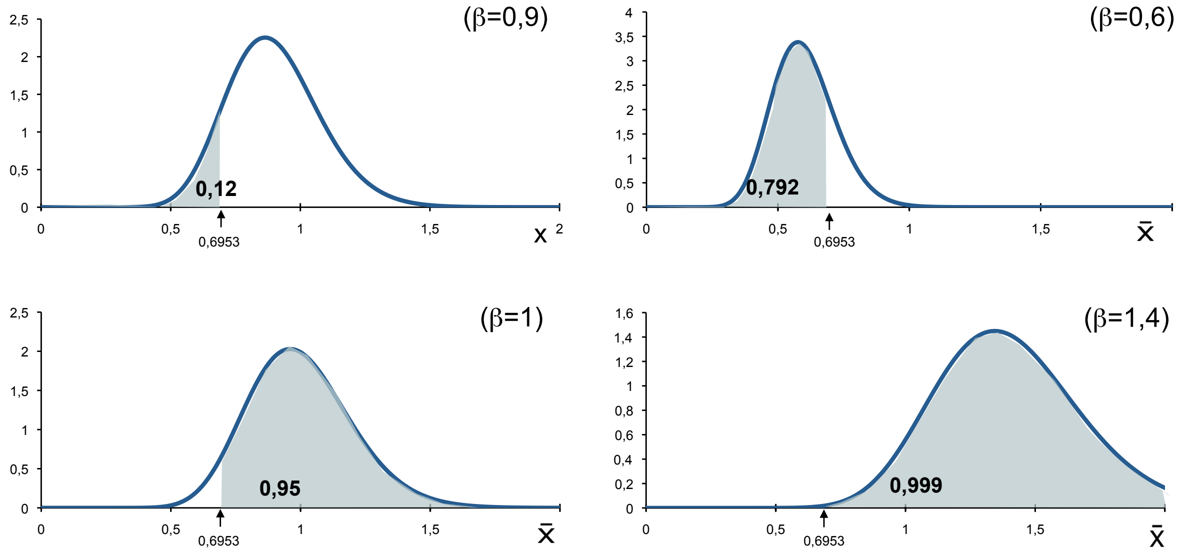
1 Para analizar una cartera de activos de riesgo, especificamos el tiempo (en años) hasta que ocurre un impago de un activo mediante un modelo exponencial. Los gestores de la cartera aseguran que la media de este modelo es de un año como mínimo. No obstante, las nuevas condiciones del mercado nos hacen plantear la posibilidad de una media inferior al año. Deseamos verificar la hipótesis de los gestores de la cartera, frente a la alternativa que se nos plantea por la nueva situación económica general.
Complete el cuadro siguiente

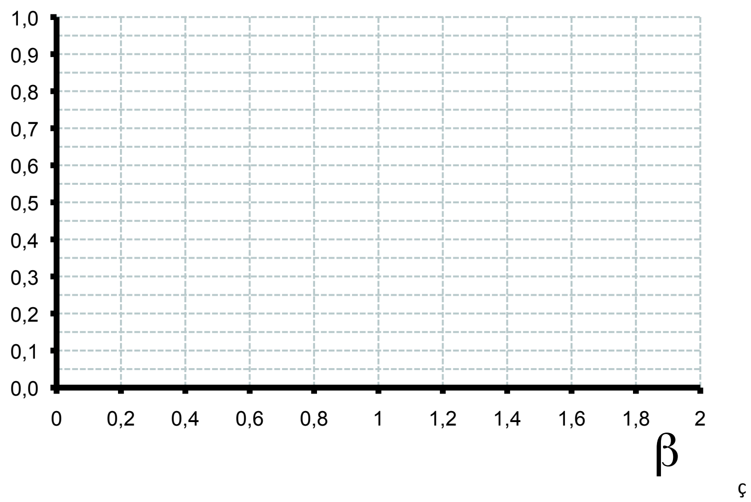
			Tipo de hipótesis:	
$X \sim E(\beta)$, $\beta>0$	H_0:	__________	☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica	☐ Simple ☐ Compuesta
	H_1:	__________	☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica	☐ Simple ☐ Compuesta



2 Hemos diseñado el test A, basado en la media muestral, para n=25. La región crítica del test A se ha definido como el conjunto de muestras que arrojan una media inferior a 0,6953 años, $C=\{(x_1, x_2, \ldots, x_{25}) \mid \bar{x} < 0{,}6953\}$

Se ha representado la distribución de la media muestral para diferentes valores de β del espacio paramétrico, indicando en los gráficos algunas probabilidades. Con esta información, construya (de forma aproximada) la función de potencia del test A.





a ¿Cuál es la probabilidad de cometer error de tipo I si β=1,4?

b ¿Cuál es el nivel de significación de este contraste? Señálelo en el gráfico

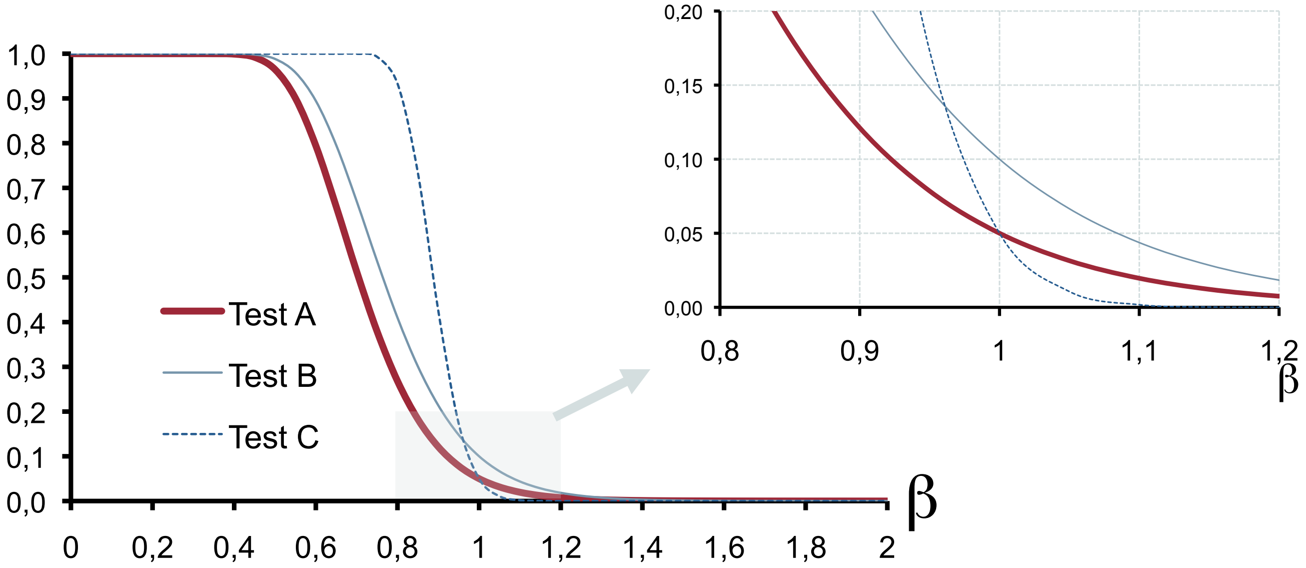
c ¿Cuál es la probabilidad de cometer error de tipo II si β=0,6?

d ¿Cuál es la potencia del test A para detectar que β=0,6?

e ¿Cuál es el modelo de probabilidad exacto de la media muestral, para β= 1?

f Calcule la probabilidad de rechazar H_0 si β= 0,7

3 Hemos diseñado otros dos tests (B y C), cuyas funciones de potencia se han representado a continuación.



Basándose en los gráficos indique (aproximadamente) las siguientes características de los tests A, B y C:

	Test A	Test B	Test C
Potencia del contraste frente a la alternativa β=0,8			
Probabilidad de cometer error de tipo II si β =0,6			
Probabilidad de cometer error de tipo I si β =1,2			
Nivel de significación del test			

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Un analista asegura que la media de la tasa de rendimiento anual generada por los activos escogidos por un servicio técnico de selección de valores es del 10% y recomienda a su empresa este servicio. No obstante, el supervisor del analista se muestra escéptico sobre esta afirmación y decide verificar su exactitud tomando una muestra aleatoria de 15 valores incluidos en la selección de este servicio. (Otros datos ofrecidos sobre este servicio sobre los que el supervisor no se plantea dudas son que el rendimiento medio anual de los activos seleccionados sigue una distribución normal y que la desviación típica es de 8%).
Complete el cuadro siguiente

			Tipo de hipótesis:	
$X \sim N(\mu,\sigma)$	H_0:	__________	☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica	☐ Simple ☐ Compuesta
	H_1:	__________	☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica	☐ Simple ☐ Compuesta

a El supervisor ha diseñado el test A, que rechaza H_0 cuando la media muestral está fuera del intervalo (5,95; 14,05). ¿Cuál es el nivel de significación de este contraste? Cuál es la probabilidad de cometer error de tipo II si μ=8?

b ¿ Cuál es la probabilidad de cometer error de tipo II con el test A si μ=8?

c Se ha diseñado un test alternativo para la misma muestra, test B, que rechaza H_0 cuando la media muestral está fuera del intervalo (6,488; 15,329). ¿Cuál es el nivel de significación del test B?

d ¿Cuál es la es la probabilidad de cometer error de tipo II con el test B si μ=8?

e ¿Qué test tiene mayor potencia para detectar un valor μ=8 dentro de la hipótesis alternativa?

☐ Test A ☐ Test B

f ¿Qué test tiene mayor potencia para detectar un valor μ=12 dentro de la hipótesis alternativa?

☐ Test A ☐ Test B

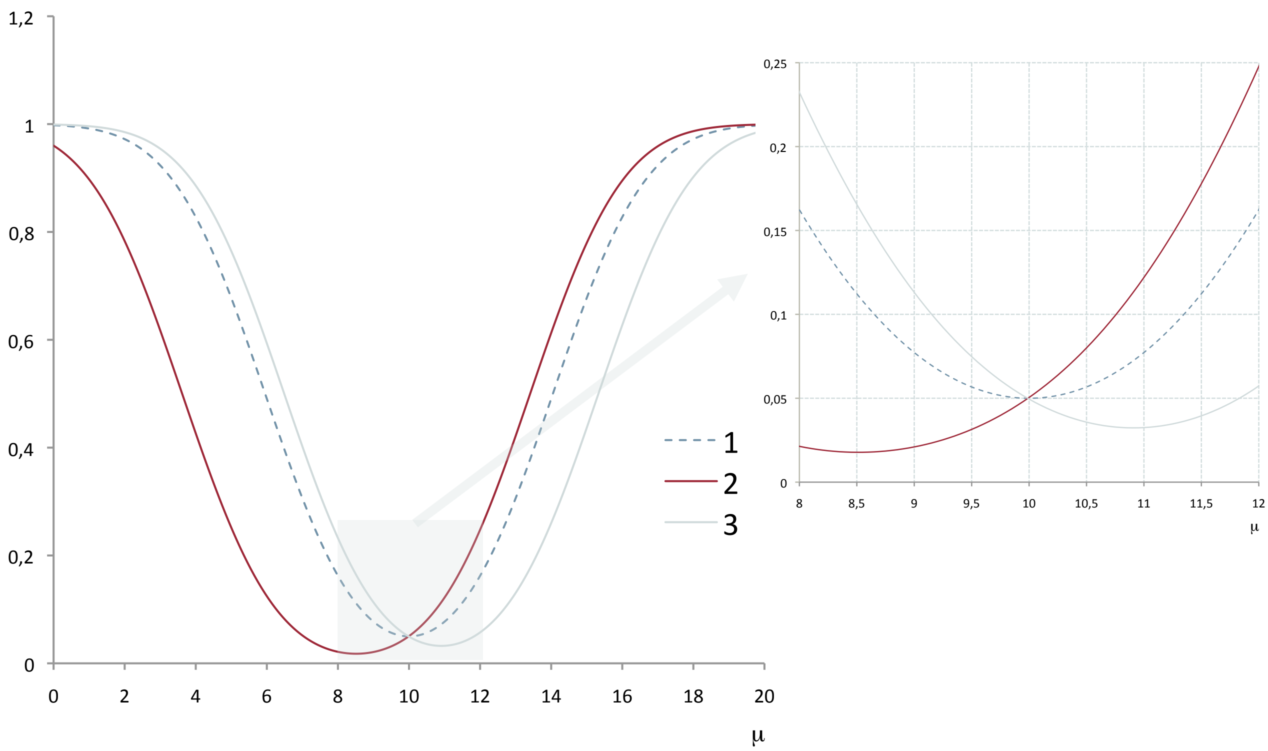
2 Un tercer test, alternativo a los anteriores, el test C, rechaza H_0 cuando la media muestral está fuera del intervalo (3,617; 13,408).

a ¿Cuál es el nivel de significación del test C?

b ¿Cuál es la es la probabilidad de cometer error de tipo II con el test C si $\mu=12$?

c Se ha representado gráficamente la función de potencia de los tres tests. Identifíquelos.

☐ Test A ☐ Test B ☐ Test C



d Para la pareja de hipótesis formulada el test uniformemente más potente es:

☐ Test A ☐ Test B ☐ Test C ☐ Ninguno de los tres

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 La variable aleatoria X se distribuye según un modelo N(μ,σ=1). Tomamos una muestra aleatoria simple (X_1,…,X_n) para verificar (con nivel de significación α) las hipótesis H_0: $\mu = \mu_0$
H_1: $\mu \neq \mu_0$

Complete el cuadro siguiente

Tipo de hipótesis:

X~N(μ,σ=1) H_0: ________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta

H_1: ________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda
☐ Unilateral derecha
☐ Bilateral

Espacio paramétrico: ………………………………

a ¿Existe una región crítica óptima para esta verificación? ☐ Sí ☐ No

b ¿Existe una región crítica uniformemente más potente para esta verificación? ☐ Sí ☐ No

c Construimos el test de la razón de verosimilitudes para realizar la verificación.

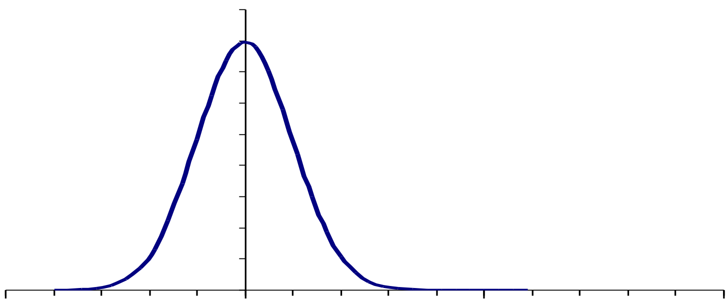
$$\lambda = \frac{L(\hat{\Omega}_0, x_1, x_2, \ldots, x_n)}{L(\hat{\Omega}, x_1, x_2, \ldots, x_n)} = \ldots = e^{-\frac{n}{2}\left(\bar{x}-\mu_0\right)^2} \leq k, k > 0$$

Operando se llega a la siguiente región crítica: $C = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \mid \left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{1/\sqrt{n}}\right| \geq c\}$

d ¿Cuál es el estadístico de prueba y cómo se distribuye si H_0 es cierta?

e ¿Qué condición debe cumplir la constante c? ______________________

f Dibuje en el gráfico los valores del estadístico de prueba asociados a la región crítica del test y la probabilidad de cometer error de tipo I.



2 La variable aleatoria X se distribuye según un modelo $N(\mu,\sigma)$. Tomamos una muestra aleatoria simple $(X_1,\ldots,X_n)$ para verificar (con nivel de significación α) las hipótesis $H_0: \mu = \mu_0$
$H_1: \mu \neq \mu_0$

Complete el cuadro siguiente

Tipo de hipótesis:

$X\sim N(\mu,\sigma)$ H_0: __________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta

H_1: __________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda
☐ Unilateral derecha
☐ Bilateral

Espacio paramétrico: ....

a ¿Existe una región crítica óptima para esta verificación? ☐ Sí ☐ No

b ¿Existe una región crítica uniformemente más potente para esta verificación? ☐ Sí ☐ No

c Construimos el test de la razón de verosimilitudes para realizar la verificación.

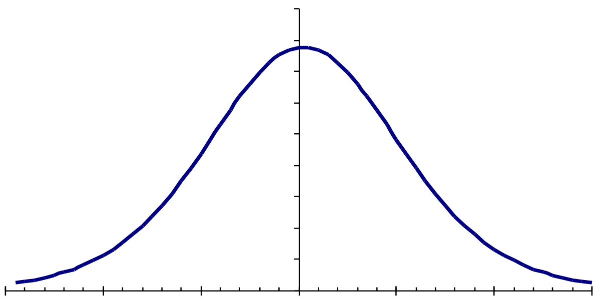
$$\lambda = \frac{L(\hat{\Omega}_0, x_1, x_2, \ldots, x_n)}{L(\hat{\Omega}, x_1, x_2, \ldots, x_n)} = \ldots = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \mu_0\right)^2} \right)^{\frac{n}{2}} \leq k, k > 0$$

Operando se llega a la siguiente región crítica: $C = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \mid \left| \frac{(\bar{x} - \mu_0)}{\frac{s}{\sqrt{(n-1)}}} \right| \geq c\}$

d ¿Cuál es el estadístico de prueba y cómo se distribuye si H_0 es cierta?

e ¿Qué condición debe cumplir la constante c? ______________________________

f Dibuje en el gráfico los valores del estadístico de prueba asociados a la región crítica del test y la probabilidad de cometer error de tipo I.



ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Para conocer los movimientos diarios del índice IBEX Small Cap (IBEXS), se ha tomado una muestra aleatoria simple de 20 días del año 2012. Se desea verificar si la media del rendimiento diario al cierre (X^C_t = Ln(IBEXS(último)$_t$ / IBEXS(último)$_{t-1}$) es la misma que la correspondiente al rendimiento diario cuantificado en la apertura (X^A_t = Ln(IBEXS(apert.)$_t$ / IBEXS(apert.)$_{t-1}$). Supondremos que ambas variables son normales, $X^C_t \sim N(\mu_C, \sigma_C)$, $X^A_t \sim N(\mu_A, \sigma_A)$

a Complete el cuadro siguiente

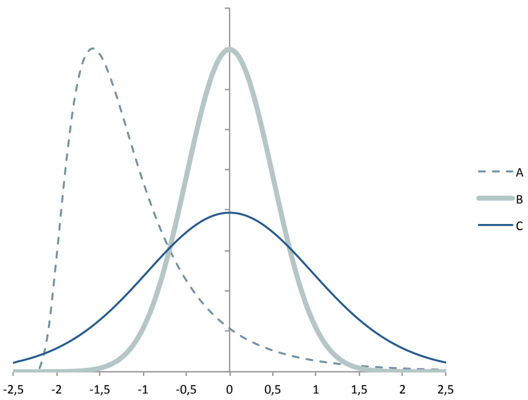
Tipo de hipótesis:

H_0: __________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta

H_1: __________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda
☐ Unilateral derecha
☐ Bilateral

b ¿Cuál es el estadístico de prueba y cómo se distribuye si H_0 es cierta?

c Identifique la función de densidad del estadístico de prueba bajo la hipótesis nula
☐ A ☐ B ☐ C



d Calcule el(los) valor(es) crítico(s) del estadístico de prueba adecuado(s) para obtener un nivel de significación de 0,05: ______________

e Calcule el estadístico muestral del contraste, sabiendo que

	X^C	X^A	X^C-X^A
Media	-0,0037110	-0,0020817	-0,0016292
Varianza muestral	0,0000710	0,0000964	0,0001136
Desv.típica muestral	0,0084276	0,0098208	0,0106585

2 En un estudio sobre la volatilidad del índice IBEX Small Cap (IBEXS) , se ha tomado una muestra aleatoria simple de 50 días del periodo 2009-2013. Se desea verificar si se ha producido una disminución de la volatilidad de los rendimientos diarios (Y_t = Ln($IBEXS_t$/$IBEXS_{t-1}$) respecto al periodo 2005-2008, en el que se registró una varianza de los mismos igual a 0,000151. Supondremos que la variable $Y_t \sim N(\mu,\sigma)$

a Complete el cuadro siguiente

Tipo de hipótesis:

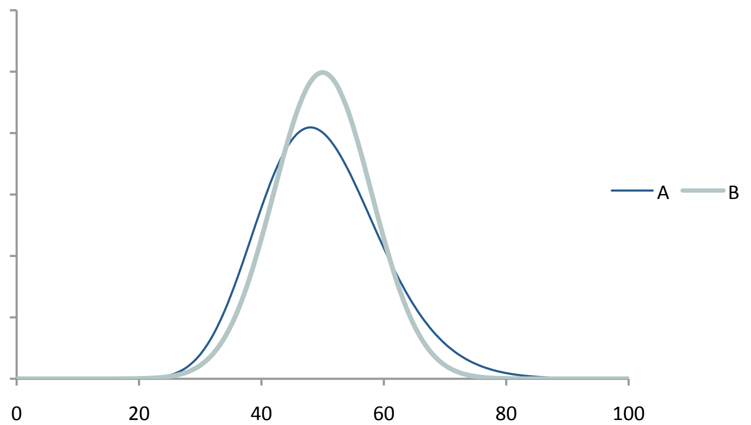
$Y_t \sim N(\mu,\sigma)$ H_0: __________ ☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica ☐ Simple ☐ Compuesta

H_1: __________ ☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica ☐ Simple ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda ☐ Unilateral derecha ☐ Bilateral

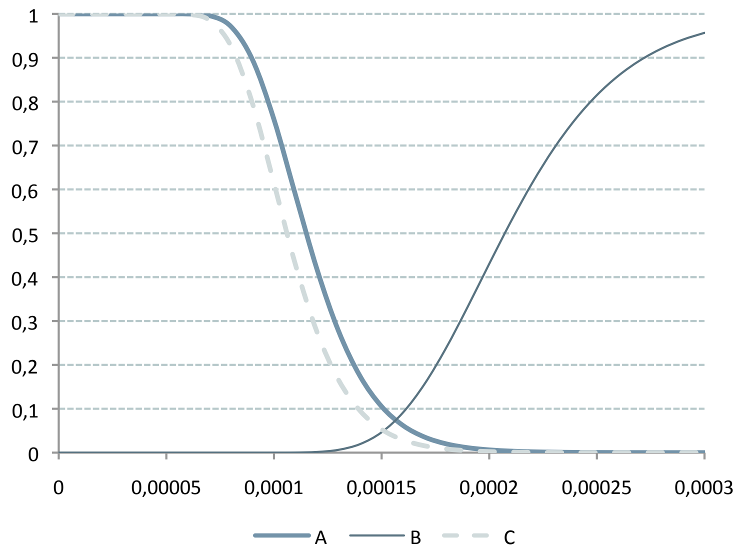
Espacio paramétrico: ....

b ¿Cuál es el estadístico de prueba y cómo se distribuye si H_0 es cierta?

c Identifique la función de densidad del estadístico de prueba bajo la hipótesis nula ☐ A ☐ B



d Calcule el(los) valor(es) crítico(s) del estadístico de prueba adecuado(s) para obtener un nivel de significación de 0,05: ______________ y dibuje la región crítica en la figura correspondiente de la pregunta (c) e Identifique la función de potencia del contraste ☐ A ☐ B ☐ C



f La varianza muestral obtenida es $\sum_{i=1}^{50} \frac{(y_i - \overline{y})^2}{49} = 0{,}000127908$. Calcule el estadístico muestral del contraste: ____________________

g ¿Cuál es la conclusión del contraste?

- ☐ Rechazamos la hipótesis nula porque hay suficiente evidencia empírica en su contra
- ☐ Queda demostrado que la varianza de la población es igual a 0,000151
- ☐ Rechazamos la hipótesis nula porque no hay suficiente evidencia empírica en su contra
- ☐ Aceptamos la hipótesis de que la varianza muestral es igual a 0,000151
- ☐ No podemos rechazar la hipótesis de que la varianza muestral es igual a 0,000151
- ☐ Ninguna de las anteriores

3 Con el objeto de conocer y diferenciar los comportamientos observados de los índices IBEX Medum Cap (IBEXM) e IBEX Small Cap (IBEXS), se ha tomado sendas muestras aleatorias simples e independientes de 50 días del periodo 2009-2013. Para conocer mejor la volatilidad de ambos índices, se desea verificar si los rendimientos diarios de los dos índices (Y^M_t = Ln(IBEXM$_t$/IBEM$_{t-1}$, Y^S_t = Ln(IBEXS$_t$/IBEXS$_{t-1}$))tienen la misma varianza poblacional. Supondremos que ambas variables siguen modelos normales independientes, $Y^M_t \sim N(\mu_M, \sigma_M)$, $Y^S_t \sim N(\mu_S, \sigma_S)$.

a Complete el cuadro siguiente

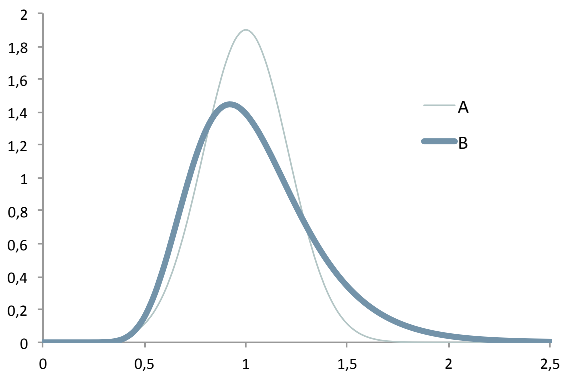
Tipo de hipótesis:

H_0: ______ ☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica ☐ Simple ☐ Compuesta

H_1: ______ ☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica ☐ Simple ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda ☐ Unilateral derecha ☐ Bilateral

b ¿Cuál es el estadístico de prueba y cómo se distribuye si H_0 es cierta?

c Identifique la función de densidad del estadístico de prueba bajo la hipótesis nula ☐ A ☐ B



d Calcule el(los) valor(es) crítico(s) del estadístico de prueba adecuado(s) para obtener un nivel de significación de 0,05: ______________ y dibuje la región crítica en la figura correspondiente de la pregunta (c)

e Calcule el estadístico muestral del contraste, sabiendo que las varianzas muestrales obtenidas son $\sum_{i=1}^{50} \frac{\left(y_i^M - \bar{y}^M\right)^2}{49} = 0{,}000166617$ y $\sum_{i=1}^{50} \frac{\left(y_i^S - \bar{y}^S\right)^2}{49} = 0{,}000127908$ ____________________

f ¿Cuál es la conclusión del contraste?

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 El camino o paseo aleatorio (*random walk*) es una de los modelos más importantes en el análisis empírico de las finanzas y se ha desarrollado diversos tests para detectar [**desviaciones respecto a | aplicaciones | deficiencias de**] este modelo. Uno de los [**parámetros | tests**] más populares en esta área está basado en el estadístico ratio de varianzas (VR), que consiste en la varianza muestral de las diferencias de k periodos ($X_t – X_{t-k}$) de la serie X_t [**menos | dividida por | más**] k veces la varianza muestral de la primera diferencia $X_t – X_{t-1}$. para [**cualquier | un**] entero k. Bajo la hipótesis nula consistente en que la serie sigue un camino aleatorio (RWH), el correspondiente ratio [**muestral | poblacional**] es igual a [**0 | 1**] para cualquier valor de k. Así, el estadístico VR se ha convertido en la herramienta primaria para verificar la hipótesis RWH para las series de baja frecuencia. El uso del estadístico VR puede ser ventajoso para verificar la hipótesis RWH frente a una serie de alternativas determinadas, habiéndose determinado que es un test óptimo frente a ellas.

2 Con datos de los tipos de cambio euro/dólar diarios del periodo 1999 2008, se desea verificar la hipótesis RWH mediante el test de ratio de varianzas de Lo y MacKinlay. La variable $Y_t = X_t – X_{t-1}$, siendo X_t= Ln(X_t) se utiliza para cuantificar el rendimiento diario asociado al tipo de cambio diario estudiado.

a Complete el cuadro siguiente

		Tipo de hipótesis:		
H_0:	__________	☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica	☐ Simple ☐ Compuesta	
H_1:	__________	☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica	☐ Simple ☐ Compuesta	☐ Unilateral izquierda ☐ Unilateral derecha ☐ Bilateral

b Diga cuál o cuales de las siguientes afirmaciones son ciertas

☐ El estadístico del test de ratio de varianzas de Lo y MacKinlay sigue una distribución normal en muestras pequeñas

☐ El test de ratio de varianzas de Lo y MacKinlay sólo se puede aplicar asumiendo como cierta la hipótesis de heteroscedasticidad

☐ La hipótesis RWH implica que los tipos de cambio sucesivos no son serialmente independientes

☐ El test de ratio de varianzas de Lo y MacKinlay se basa en que bajo la hipótesis RWH la varianza de los incrementos de X_t es lineal en el intervalo temporal

☐ Ninguna de las anteriores

C El estadístico VR observado para k= 2 (asumiendo homoscedasticidad) es igual a 0,9945 (z=-0,2747) ¿Cuál es la conclusión de este contraste?

ESTADÍSTICA AVANZADA PARA FINANZAS

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Para analizar con detalle la volatilidad "inter-días" e "intra-días" del índice del *Shanghai Composite Index* del *Shanghai Stock Exchange* (SHSE), se ha tomado información de alta frecuencia con intervalos de cinco minutos del periodo 2000-2002 (716 días, 34638 observaciones). Con los datos obtenidos verifique si la volatilidad (en términos de varianza de las diferencias logarítmicas del índice) es mayor en el momento de apertura de las sesiones, *open-to-open* (media observada: -0,0002, varianza observada: 2,535) que en los cierres, *close-to-close* (media observada: -0,0049, varianza observada: 2,056).

a Complete el cuadro siguiente

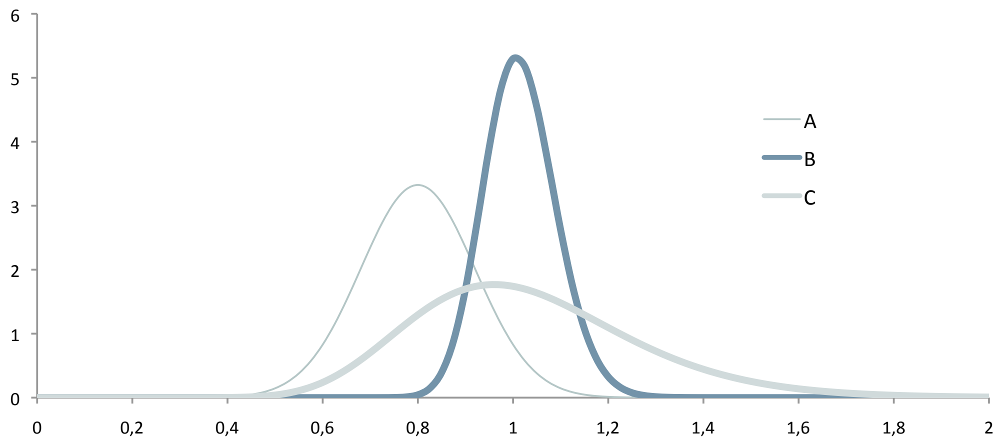
Tipo de hipótesis:

H_0: ________ ☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica ☐ Simple ☐ Compuesta

H_1: ________ ☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica ☐ Simple ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda ☐ Unilateral derecha ☐ Bilateral

b Identifique la función de densidad del estadístico de prueba bajo la hipótesis nula

☐ A ☐ B ☐ C



c Calcule el(los) valor(es) crítico(s) del estadístico de prueba adecuado(s) para obtener un nivel de significación de 0,05: ______________ y dibuje la región crítica en la figura correspondiente de la pregunta (b)

d Calcule el estadístico muestral del contraste: ____________________

e ¿Cuál es la conclusión del contraste?

2 Realice un contraste adecuado para verificar si la volatilidad en los cinco últimos minutos de la sesión de mañana (media observada: -0,0015, varianza observada: 1,868) es significativamente distinta a la correspondiente a los cinco primeros minutos de la sesión de la tarde (media observada: -0,0025, varianza observada: 2,189).

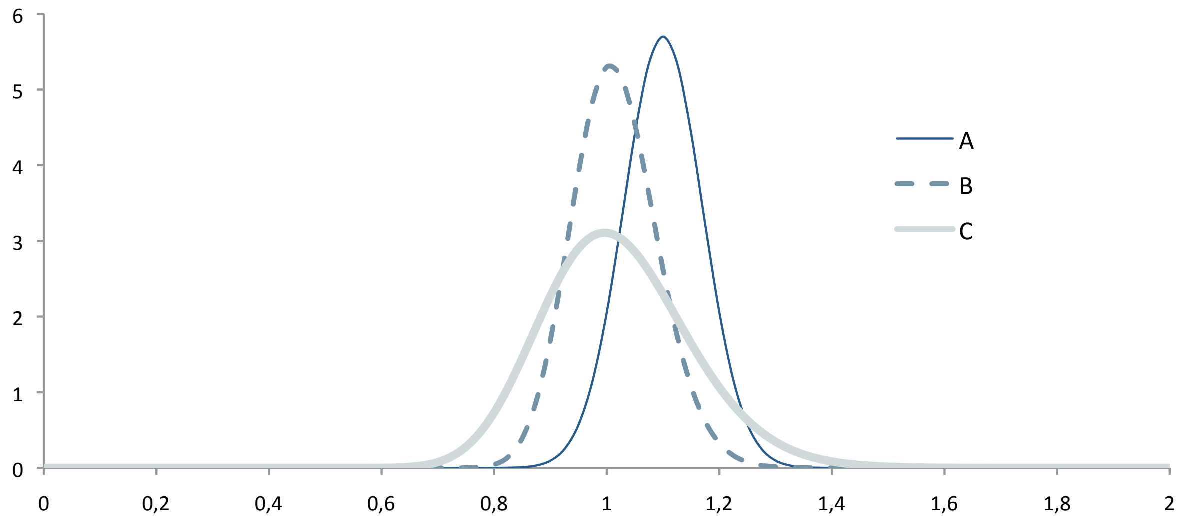
a Complete el cuadro siguiente

Tipo de hipótesis:

H_0: __________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta

H_1: __________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda
☐ Unilateral derecha
☐ Bilateral

b Identifique la función de densidad del estadístico de prueba bajo la hipótesis nula
☐ A ☐ B ☐ C



c Calcule el(los) valor(es) crítico(s) del estadístico de prueba adecuado(s) para obtener un nivel de significación de 0,05: ______________ y dibuje la región crítica en la figura correspondiente de la pregunta (b)

d Calcule el estadístico muestral del contraste: ____________________

e ¿Cuál es la conclusión del contraste?

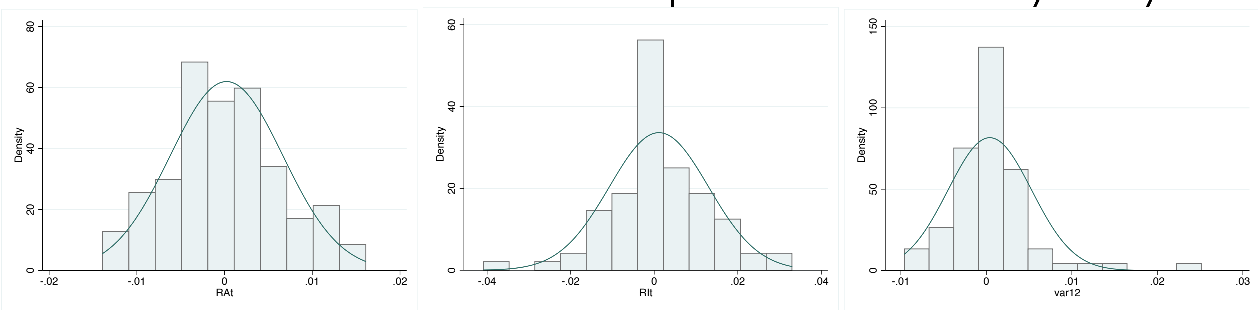
ESTADÍSTICA AVANZADA PARA FINANZAS

ACTIVIDAD 18

Alumno: Apellidos y Nombre:

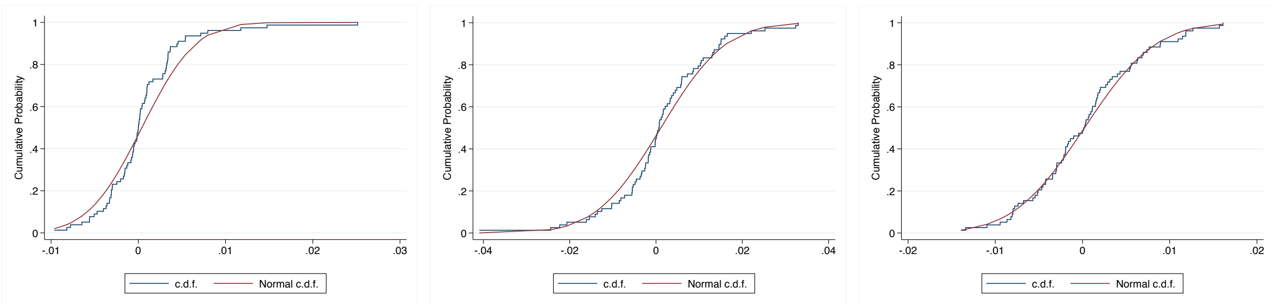
1 Con datos del tercer trimestre de 2013 se ha calculado el rendimiento logarítmico diario de los tipos de cambio Euro/Dólar australiano, Euro/Rupia india y Euro/Kyat de Myanmar. Los histogramas, con densidad normal superpuesta, se presentan en la figura siguiente

Euro/Dólar australiano | Euro/Rupia india | Euro/Kyat de Myanmar



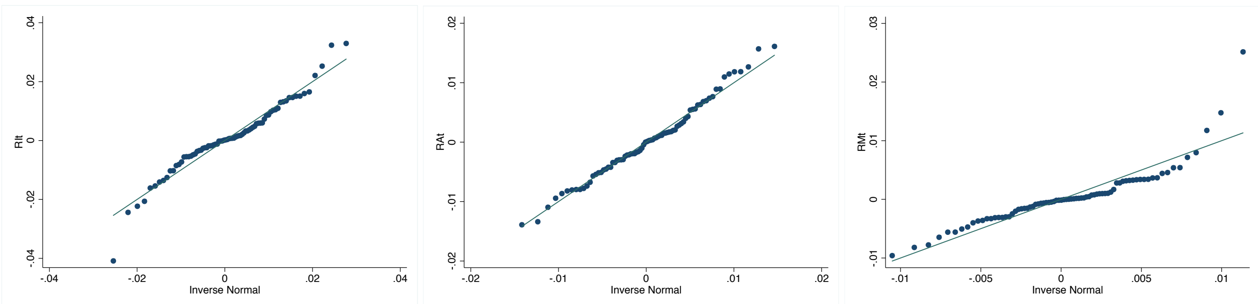
a Identifique las funciones de distribución

A: ______________ B:______________ C:______________



b Identifique los Q-Q plots

A: ______________ B:______________ C:______________

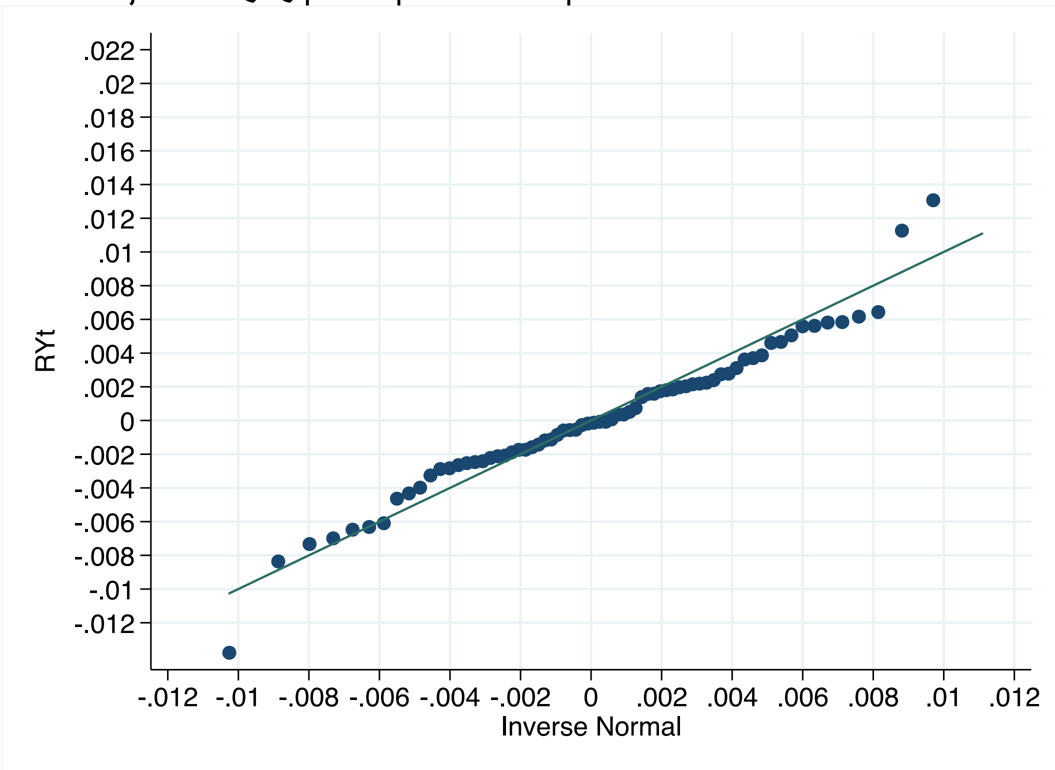


2 Con datos del tercer trimestre de 2013 se ha calculado el rendimiento logarítmico diario de los tipos de cambio Euro/Yuan. Conocemos los siguientes datos de la muestra:

Media: 0,0004166 Desviación típica: 0,0048497 n= 71

Mínimo: -0,0137821 Máximo: 0,0186455

a Dibuje en el Q-Q plot el punto correspondiente al máximo muestral



b Señale qué afirmaciones son ciertas según el gráfico

☐ El gráfico muestra claramente que los datos no proceden de una distribución aleatoria

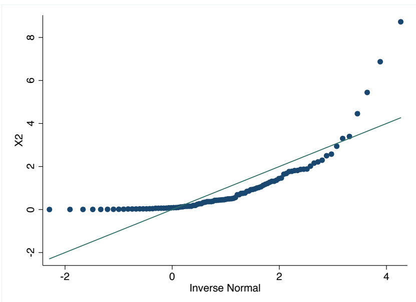
☐ Se puede constatar en el gráfico que los datos proceden de una distribución log-normal

☐ Se observan severas desviaciones del modelo normal

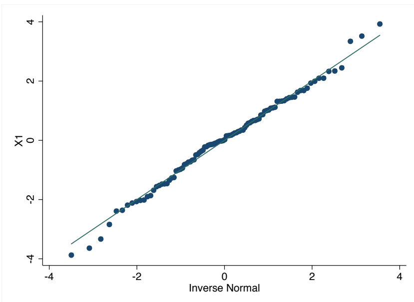
☐ La principal desviación del modelo normal observada es la presencia de una cola derecha algo más densa que la normal

c Identifique qué gráfico corresponde a las distribuciones siguientes: ☐ Uniforme ☐ t_5 ☐ χ^2_2

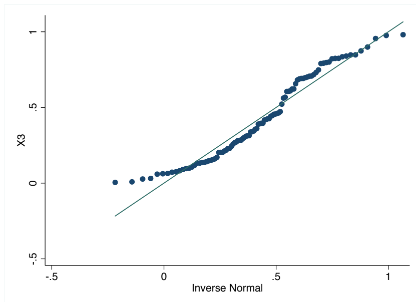
A



B



C



ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Se ha tomado una muestra aleatoria de 150 rendimientos diarios de Iberdrola (X) para estudiar la distribución de probabilidad de esta variable. Verifique, con un nivel de significación α=0,05, si X sigue una distribución normal. Los datos muestrales son:

Media muestral: 0,00062237

Desviación típica: 0,011415386

X		n_i
Menos de	-0,030	3
-0,030 a	-0,015	10
-0,015 a	0	57
0 a	0,015	68
0,015 a	0,030	12
		150

a Complete el cuadro siguiente

Tipo de hipótesis:

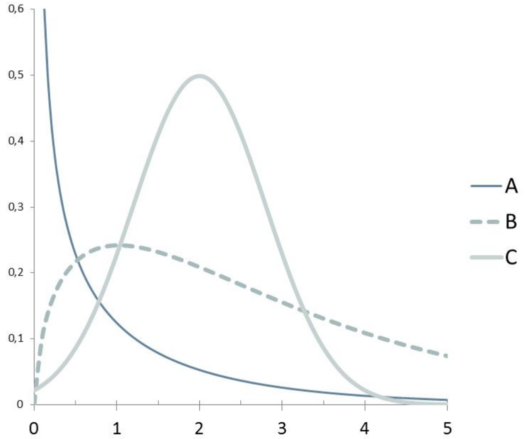
H_0: __________ ☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica ☐ Simple ☐ Compuesta

H_1: __________ ☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica ☐ Simple ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda ☐ Unilateral derecha ☐ Bilateral

b ¿Cuál es el estadístico de prueba y cómo se distribuye si H_0 es cierta?

c Identifique la función de densidad del estadístico de prueba bajo la hipótesis nula

☐ A ☐ B ☐ C



d Calcule el(los) valor(es) crítico(s) del estadístico de prueba adecuado(s) para obtener un nivel de significación de 0,05: _______________

e Calcule el estadístico muestral del contraste

e ¿Cuál es la conclusión del contraste?

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Con la muestra aleatoria de tamaño diez del rendimiento mensual (%) de un Hedge Fund Index verifique, mediante el test de normalidad de Lilliefors y un nivel de significación α= 0,05 si esta variable sigue un modelo normal.

Media muestral: 1,42

Desv. Típica muestral: 3,33

$X_{(i)}$					
-4,29					
-3,30					
-1,07					
0,44					
2,65					
2,87					
3,45					
3,76					
4,15					
5,57					

a Complete el cuadro siguiente

Tipo de hipótesis:

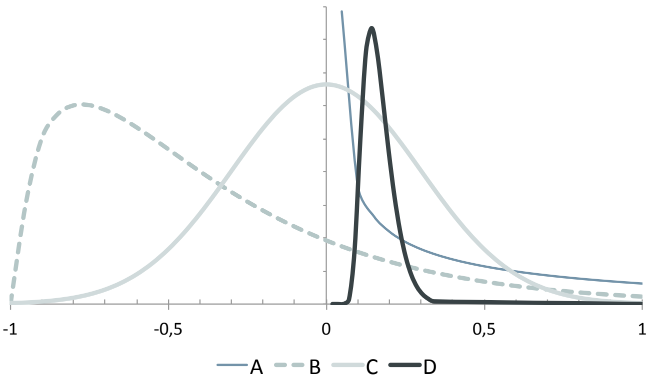
H_0: __________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta

H_1: __________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda
☐ Unilateral derecha
☐ Bilateral

b Calcule el(los) valor(es) crítico(s) del estadístico de prueba adecuado(s) para obtener un nivel de significación de 0,05: _______________

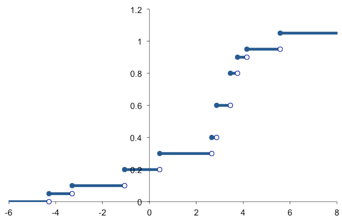
c Identifique la función de densidad del estadístico de prueba bajo la hipótesis nula y señale la región crítica

☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

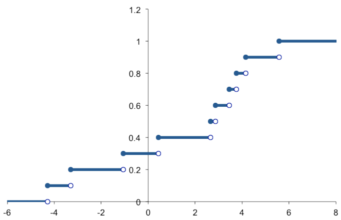


d Identifique el gráfico correspondiente a la función de distribución muestral ☐ A ☐ B ☐ C

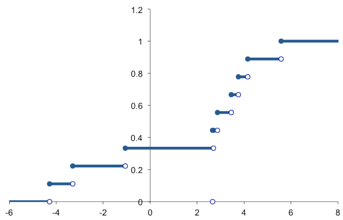
A



B



C

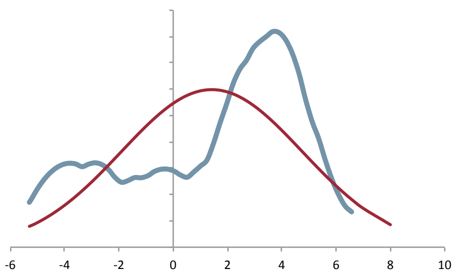


e Calcule el estadístico muestral del contraste : ____________

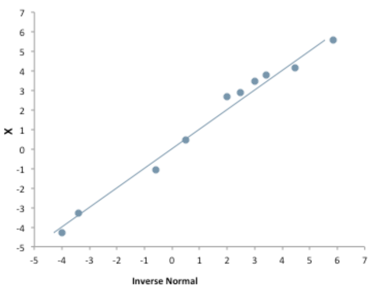
f ¿Cuál es la conclusión del contraste?

g Teniendo en cuenta la estimación kernel de la densidad de la variable, identifique el Q-Q plot de la muestra.

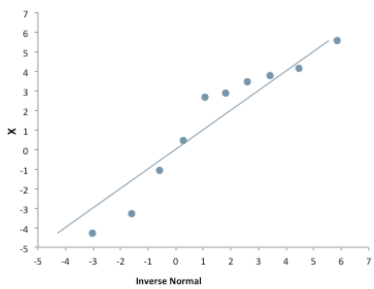
☐ A ☐ B ☐ C



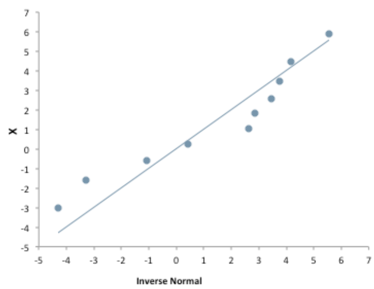
A



B



C



ESTADÍSTICA AVANZADA PARA FINANZAS

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Con los valores observados de los rendimientos mensuales del Barclay Hedge Fund Index verifique, mediante el test de normalidad de Jarque y Bera un nivel de significación α= 0,05 si esta variable sigue un modelo normal.

Media muestral: 0,007805
Desv. Típica muestral: 0,021878

Coeficiente de asimetría: -0,661281
Coeficiente de curtosis: 5,937583

a Complete el cuadro siguiente

Tipo de hipótesis:

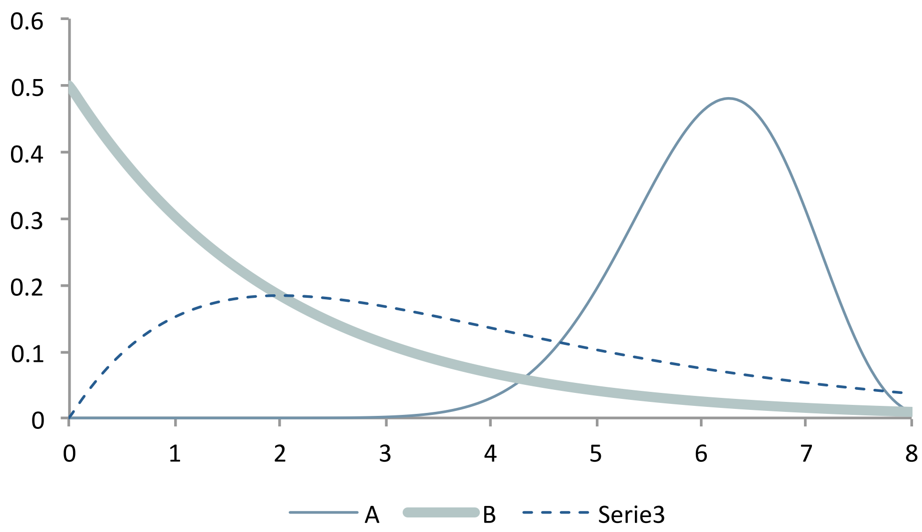
H_0: ___________ ☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica ☐ Simple ☐ Compuesta

H_1: ___________ ☐ Paramétrica ☐ No Paramétrica ☐ Simple ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda ☐ Unilateral derecha ☐ Bilateral

b Calcule el(los) valor(es) crítico(s) del estadístico de prueba adecuado(s) para obtener un nivel de significación de 0,05: _______________

c Identifique la función de densidad del estadístico de prueba bajo la hipótesis nula y señale la región crítica

☐ A ☐ B ☐ C

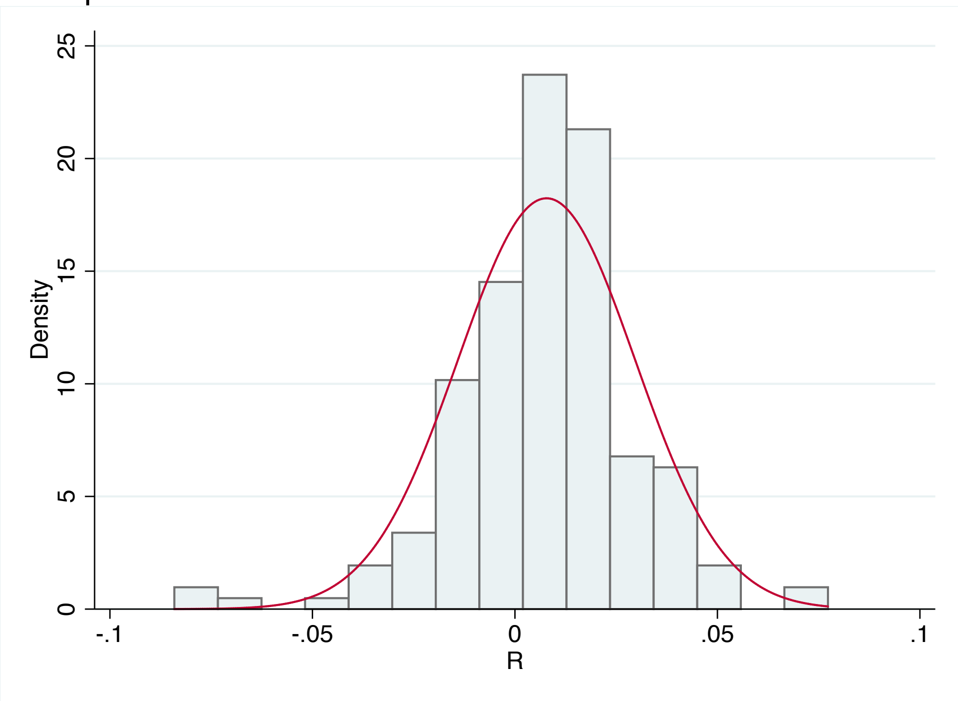


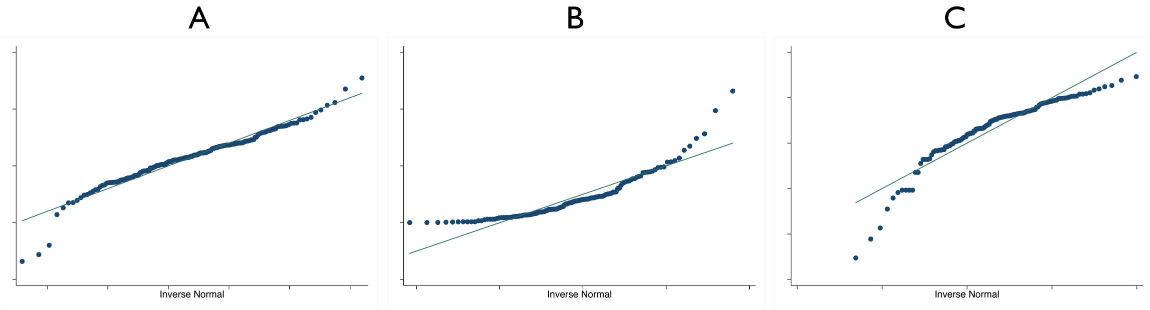
d Calcule el estadístico muestral del contraste : ____________

e ¿Cuál es la conclusión del contraste?

f Calcule el p-value del estadístico observado: ______________

g En el gráfico se presenta el histograma de la muestra. Identifique el Q-Q plot que le corresponde: ▢ A ▢ B ▢ C





g El estadístico muestral de Shapiro y Wilk obtenido en la muestra es igual a 0.95465, cuyo p-value correspondiente es 0,00001. ¿Confirma este test las conclusiones obtenidas con el test de asimetría y curtosis?

ESTADÍSTICA AVANZADA PARA FINANZAS

ACTIVIDAD 22

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Para analizar si la evolución de los rendimientos mensuales de un activo sigue un comportamiento aleatorio se ha registrado los últimos 30 rendimientos observados. Realice una verificación de la aleatoriedad de la muestra con el test de rachas de Wald-Wolfowitz.

1,4; 1; 0,8; 1; 1,4; 1,3; 0,9; 0,9; 1,2; 1,1; 0,8; 1,2; 1,1; 1,3; 1,3;
1; 0,8; 0,9; 1; 1,3; 1,2; 1,2; 1,3; 1,1; 1,3; 1,3; 1,4; 1,2; 1,1; 0,8

a Complete el cuadro siguiente

Tipo de hipótesis:

H_0: ____________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta

H_1: ____________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda
☐ Unilateral derecha
☐ Bilateral

b ¿Cuál es el estadístico de prueba y cómo se distribuye según la hipótesis nula?

c Calcule el valor observado del estadístico de prueba y su *p-value*: __________; __________

d ¿Cuál es la conclusión del contraste?

2 En un estudio sobre la hipótesis de eficiencia débil del mercado en mercados emergentes asiáticos, se desea verificar la ausencia de correlación serial con un test no paramétrico, usando los rendimientos diarios (1993-2003) de índices ponderados compuestos de Indonesia, Corea y Malaysia. Se ha calculado el número de rachas (R), correspondientes al test de rachas de Wald-Wolfowitz:

	n	n_	R
IND	4019	2064	1745
COR	4019	2171	1837
MAL	4019	2040	1763

a ¿Cuál es la hipótesis nula y qué relación tiene con la hipótesis de eficiencia débil del mercado?

b Calcule el valor observado del estadístico de prueba en cada mercado y sus correspondientes *p-values*:

IND: __________; __________
COR: __________; __________
MAL: __________; __________

c ¿Cuál es la conclusión de los contrastes?

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 En un estudio sobre el impacto de noticias adversas relativas al medio ambiente sobre los mercados de capital en Argentina, se ha estimado los valores de rendimientos anormales, AR_t, mediante un modelo de retorno medio constante, para una ventana de 0-5 días desde el anuncio de cada noticia respecto a cada uno de los 16 eventos identificados en el periodo 1995-2001. Se desea verificar si existe un efecto significativo en cada uno de los días de la ventana estudiada, mediante tests no paramétricos.

a Complete el cuadro siguiente

Tipo de hipótesis:

H_0: ____________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta

H_1: ____________ ☐ Paramétrica ☐ Simple
☐ No Paramétrica ☐ Compuesta ☐ Unilateral izquierda
☐ Unilateral derecha
☐ Bilateral

b ¿Cuáles son los estadísticos de prueba y cómo se distribuyen según la hipótesis nula?

MEDIA	0,06	-1.06	-0,14	-1,26	0,50	-0,55
S+	8	12	7	11	6	7
W	77	118	66	116	52	75

c Calcule el valor observado del estadístico de prueba y su *p-value*: __________; __________

d ¿Cuál es la conclusión del contraste?

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Para describir la evolución de la cotización diaria de un activo del IBEX Small Cap se ha estimado un proceso estocástico con tres estados: S_1: Valor de cierre inferior al del día anterior, S_2: Valor del cierre igual al del día anterior y S_3: Valor del cierre superior al del día anterior. Conocemos los elementos siguientes de la matriz de transición estimada:

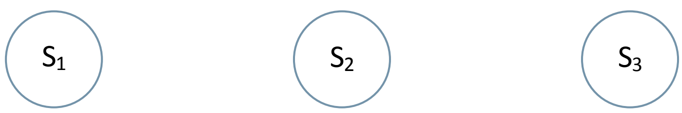
$$P = \begin{pmatrix} & 0,0785 & 0,5490 \\ 0,4762 & & 0,3810 \\ 0,4077 & 0,0769 & \end{pmatrix}$$

a Complete el cuadro siguiente

	Clasificación del proceso:	Tipo de proceso:
S:	☐ Discreto	☐ Cadena de Markov
	☐ Continuo	☐ Proceso de Poisson
		☐ Proceso Browniano
T:	☐ Discreto	☐ Proceso GARCH
	☐ Continuo	

b Complete la matriz de transición

c Complete el diagrama de estados



c ¿Tiene esta matriz de transición algún estado absorbente?

☐ Sí ☐ No

d ¿Tiene esta matiz de transición algún estado sin retorno?

☐ Sí ☐ No

e ¿Es una cadena homogénea?

☐ Sí ☐ No

f ¿Qué probabilidad se ha estimado de que tras un día con cierre al alza, el día siguiente vuelva a producirse un aumento de la cotización? ________________

g ¿Qué probabilidad se ha estimado de que tras un día con cierre al alza, los dos días siguientes registren cierres al alza? ________________

h ¿Qué probabilidad se ha estimado de que tras un día con cierre al alza, los dos días siguientes no se registren caídas de la cotización? ________________

i Se ha obtenido que $P^2 = \begin{pmatrix} 0,3999 & 0,0827 & 0,5174 \\ 0,4007 & 0,0871 & 0,5122 \\ 0,3986 & 0,0826 & 0,5188 \end{pmatrix}$. ¿Qué significa el valor p_{33}=0,5188?

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 La evolución temporal del precio de un activo $\{S(t): t\geq 0\}$ sigue un proceso estocástico con las siguientes características:

- $S(t) = S_0 e^{\mu t+\sigma B(t)}$, donde $S(0)=S_0>0$ y $\{B(t): t\geq 0\}$ es un proceso Browniano estándar.
- B(t) es normal de media 0 y varianza t.
- $\{B(t): t\geq 0\}$ tiene incrementos independientes y estacionarios.
- S(t) es log-normal, $Ln\left(S(t)\right) \sim N\left(\mu t + Ln\left(S_0\right), \sigma\sqrt{t}\right)$.
- S(t)/S(u), donde $0\leq u<t$, es log-normal, $Ln\left(\frac{S(t)}{S(u)}\right) \sim N\left(\mu(t-u), \sigma\sqrt{t-u}\right)$.
- Para una secuencia $0=t_0<t_1<t_2< \ldots <t_n=t$, los cambios proporcionales $S(t_i)/S(t_{i-1})$, $1\leq i\leq n$, son log-normales independientes.
- Denominamos r_{t_i} al rendimiento logarítmico entre t_i y t_{i-1}: $r_{t_i} = Ln(S_{t_i} / S_{t_{i-1}})$.
- La unidad temporal de t es un año.
- Los parámetros del proceso son $\mu= 0{,}10$, $\sigma= 0{,}20$.

a Complete el cuadro siguiente

	Clasificación del proceso:	Tipo de proceso:
S:	☐ Discreto	☐ Cadena de Markov
	☐ Continuo	☐ Proceso de Poisson
		☐ Proceso Browniano Aritmético
T:	☐ Discreto	☐ Proceso Browniano Geométrico
	☐ Continuo	☐ Proceso GARCH

b ¿Cuál es el espacio de estados del proceso?

c ¿Cuál es el dominio del índice temporal?

d Para un precio inicial S_0=50€ a principio de año ¿cuál es el modelo de probabilidad del precio S(t) en la semana 10 y en la semana 20?

e ¿Cuál es la probabilidad de que el activo tenga un precio superior a 55 euros en la semana 10? ¿y en la semana 20?

f ¿Cuál es la probabilidad de que el activo tenga un precio inferior a 45 euros en la semana 10? ¿y en la semana 20?

g ¿Cuál es el modelo de probabilidad del rendimiento logarítmico semanal en la semana 10? ¿y en la semana 20?

h ¿Cuál es el rendimiento logarítmico esperado semanal y cuál es su desviación típica?

i Calcule la probabilidad de obtener en una semana un rendimiento logarítmico superior a 0,0563.

j ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos representa una posible trayectoria del proceso estocástico que describe S(t) tal y como se ha especificado en los epígrafes anteriores?

☐ Gráfico A ☐ Gráfico B ☐ Gráfico C ☐ Gráfico D

Gráfico A

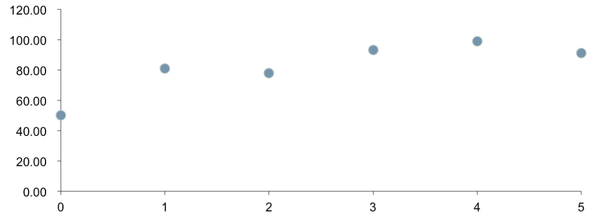


Gráfico B

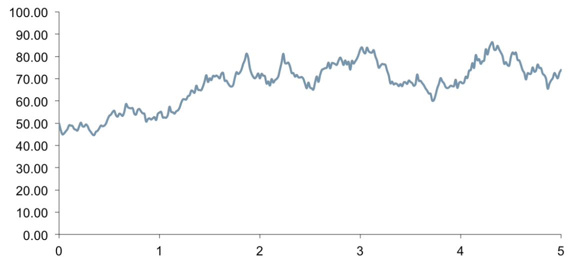


Gráfico C

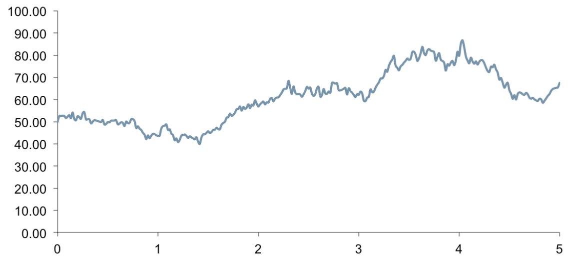
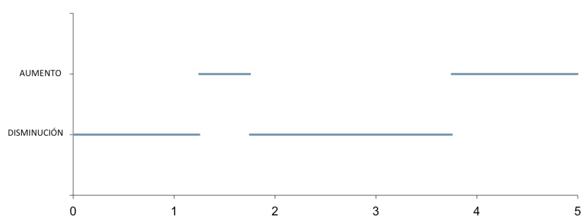


Gráfico D



ESTADÍSTICA AVANZADA PARA FINANZAS

ACTIVIDAD 26

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Se ha estimado un proceso estocástico que describe la evolución del valor diario de cierre del índice DJIA (*Dow Jones Industrial Average*) con datos diarios del año 2010. Los estados del proceso son S_1: Valor de cierre inferior al del día anterior y S_2: Valor del cierre igual o superior al del día anterior.

La matriz de transición estimada es

$$T = \begin{pmatrix} 0,4074 & 0,5926 \\ 0,4857 & 0,5143 \end{pmatrix}$$

a Complete el cuadro siguiente

	Clasificación del proceso:	Tipo de proceso:
S:	☐ Discreto	☐ Cadena de Markov
	☐ Continuo	☐ Proceso de Poisson
		☐ Proceso Browniano
T:	☐ Discreto	☐ Proceso GARCH
	☐ Continuo	

b ¿Tiene esta matriz de transición algún estado absorbente?

☐ Sí ☐ No

c ¿Tiene esta matiz de transición algún estado sin retorno?

☐ Sí ☐ No

c ¿Qué probabilidad se ha estimado para pasar de un día con cierre a la baja a un día con cierre al alza? ________________

d Se ha obtenido que $T^5 = \begin{pmatrix} 0,4504 & 0,5496 \\ 0,4504 & 0,5496 \end{pmatrix}$.

¿Cuál es el vector estacionario? (__________; ____________) y ¿qué significa?

2 Se ha elaborado un modelo para describir el comportamiento de la cartera de créditos de una institución financiera, mediante una cadena de Markov homogénea. Se han definido cuatro estados para los créditos de la cartera: C (al corriente), M (en mora), D (*default*) y A (cancelado por pago de la deuda). La matriz de transición mensual del modelo es

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}95 & 0{,}04 & 0 & 0{,}01 \\ 0{,}15 & 0{,}75 & 0{,}07 & 0{,}03 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a Complete el diagrama de estados

b ¿Tiene esta matriz de transición algún estado absorbente?

☐ Sí:____________ ☐ No

c ¿Tiene esta matiz de transición algún estado sin retorno?

☐ Sí:____________ ☐ No

d La cartera actual tiene una composición de 8500 (C), 1000 (M), 300 (D), 200 (A). Calcule la composición que tendrá dentro de dos meses, sabiendo que

$$P^2 = \begin{pmatrix} 0{,}9085 & 0{,}0680 & 0{,}0028 & 0{,}0207 \\ 0{,}255 & 0{,}5685 & 0{,}1225 & 0{,}0540 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ALUMNO: APELLIDOS Y NOMBRE:

1 Una compañía aseguradora ha realizado un estudio retrospectivo de sus tres principales causas de siniestro en varios países de Asia. Basándose en estos resultados ha especificado un modelo en el que la ocurrencia de siniestros debidos a (i) huracán, (ii) terremoto y (iii) lluvia torrencial son independientes entre sí. Además, siguen procesos de Poisson homogéneos con tiempo medio entre siniestros de 10, 25 y 5 años, respectivamente .

a Complete el cuadro siguiente

	Clasificación del proceso:	Tipo de proceso:
S:	☐ Discreto	☐ Cadena de Markov
	☐ Continuo	☐ Proceso de Nacimiento y muerte
		☐ Proceso Browniano
T:	☐ Discreto	☐ Proceso GARCH
	☐ Continuo	

b Calcular el tiempo medio esperado entre dos siniestros.

c ¿Cual es la probabilidad de que pasen más de cuatro años entre el séptimo siniestro y el octavo siniestro?

d ¿Cuál es la probabilidad de haber registrado al menos un siniestro de cada tipo tras el octavo año?

3. Reconocimientos

Este trabajo se ha beneficiado del proyecto PIE015-159: 'Estrategias para la adquisición y desarrollo contextualizados de competencias profesionales', Universidad de Málaga: Proyectos de Innovación Educativa, Convocatoria 2015-2017.

Referencias

[1] Douady, R. (2013). The volatility of low rates. *Riskdata*.

[2] Mayorga Toledano, M.C. (2015). Transmisión del riesgo de tipo de interés de préstamos hipotecarios a través de derivados financieros. El deber de asesoramiento en su contratación. *Revista de Derecho Civil*, 2 (4), 173-176.

[3] Chen, J.H. (2008). Variance Ratio Tests of Random Walk Hypothesis of the Euro Exchange Rate. *International Business and Economics Research Journal* 7(12), 97-106

[4] Tian, G., Guo, M. (2007). Interday and intraday volatility: additional evidence from the Shanghai Stock Exchange. *Review of Quantitative Finance and Accounting* 28(3), 287-306.

[5] Lee, H.S. (2012). Risk and return in Hedge Funds and Funds of Hedge Funds: A cross sectional approach. *Australasian Accounting Business and Finance Journal* 6(3), 43-64.

[6] Otero González, L., Durán Santomil, P., Fernández López, S., Rodríguez Gil, L. I. (2011). El modelo de cambio de régimen lognormal como alternativa para la modelización del riesgo de renta variable en el marco de Solvencia II. *Revista de Análisis Financiero*, 115, 48-57.

[7] Fernández Morales, A. (2016). Modelos para la determinación del riesgo de crédito. En Flores Doña, M.S. y Raga Gil, J. T. (Dirs.) *El préstamo hipotecario y el mercado del crédito en la Unión Europea*. Dykinson, Madrid, 289-310.

[8] Mayorga Toledano, M.C. (2016). Obligaciones de la entidad de crédito en la concesión de crédito adecuado a la solvencia y capacidad de endeudamiento del cliente. En Flores Doña, M.S. y Raga Gil, J. T. (Dirs.) *El préstamo hipotecario y el mercado del crédito en la Unión Europea*. Dykinson, Madrid, 353-378.

[9] García Pérez, A. (2004). La teoría del valor extremo: una aplicación al sector asegurador. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles* 10, 27-53.

[10] Fernández Morales, A. (2008). Métodos de graduación paramétrica de la mortalidad en el ámbito actuarial para la población andaluza. *Cuadernos de Ciencias Económicas y Empresariales. Papeles de trabajo*, 36, 83-100.

[11] Fernández Morales, A. (2009). Graduación de la mortalidad en Andalucía con modelos de mortalidad con heterogeneidad inobservable. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, 15, 23-50.

[12] Fernández-Morales, A. (2011). Learning Survival Models with On-Line Simulation Activities in the Actuarial Science Degree. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 6 (1), 15-19.

[13] Fernández-Morales, A. (2015). Application of a Discrete-time Markov Chain Simulation in Insurance. *International Journal of Recent Contributions from Engineering, Science & IT*, 3(3), 27-32.

[14] Rachev, S. T., Höchstötter, M., Focardi, S. M. (2010). *Probability and Statistics for Finance*. Wiley, New York.

[15] Peña Sánchez de Rivera, D. (2008). *Fundamentos de Estadística*. Alianza Editorial, Madrid.

[16] Núñez Velázquez, J.J. (2012). *Análisis dinámico mediante procesos estocásticos para actuarios y finanzas*. Universidad de Alcalá, Servicio de Publicaciones, Alcalá de Henares.

[17] Casas Sánchez, J.M., Gutiérrez López, P. (2011). *Estadística II. Inferencia Estadística*. Ed. Ramón Areces, Madrid.

[18] Charles, A., Darné, O. (2009). Variance-ratio tests of random walk: An overview. *Journal of Economic Surveys* 23 (3), 503-527.

[19] Fernández Morales, A., Trigo Martínez, E., Moreno Ruiz, R. (2015). Improving interdisciplinary competences development with collaborative projects. A study case in Finance and Actuarial Science. *7th International Conference on Education and New Learning Technologies (EDULEARN15) Proceedings*, Barcelona, 3633-3639.

[20] Mayorga Toledano, M.C., Mora Lima, P., Arjona Luna, J.A. (2015). Transversality and cooperative learning in Actuarial Education. *7th International Conference on Education and New Learning Technologies (EDULEARN15) Proceedings*, Barcelona, 3610-3616.

[21] Fernández Morales, A., Trigo Martínez, E. (2015). Developing professional competences with insurance multidisciplinary projects. *8th International Conference of Education, Research and Innovation (ICERI2015) Proceedings*, Sevilla, 2104-2109.