

Superando los Límites Pasivos en Sistemas de Comunicaciones con Modulaciones Temporales

Antonio Alex-Amor⁽¹⁾, Mario Pérez-Escribano⁽²⁾, Alfonso T. Muriel-Barrado⁽¹⁾,

Salvador Moreno-Rodríguez⁽³⁾, Pablo Padilla⁽³⁾, Carlos Molero⁽⁴⁾

antonio.alex@uam.es, mpe@ic.uma.es, alfonsot.muriel@uam.es, salvamr96@ugr.es, pablopadilla@ugr.es, cmoleroj@ugr.es

⁽¹⁾ Department of Electronic and Communication Technology, RFCAS Research Group, Universidad Autónoma de Madrid, 28049 Madrid, Spain.

⁽²⁾ Telecommunication Research Institute (TELMA), Universidad de Málaga, E.T.S. Ingeniería de Telecomunicación, 29010 Málaga, Spain.

⁽³⁾ Department of Signal Theory, Telematics and Communications, Research Centre for Information and Communication Technologies (CITIC-UGR), Universidad de Granada, Granada, Spain.

⁽⁴⁾ Department of Electronic and Electromagnetism, Faculty of Physics, University of Seville, 41012, Seville, Spain.

Resumen—This paper details how to exploit the introduction of time as a design variable to enhance the properties of conventional static (time-invariant) spatially-periodic metastructures such as Frequency Selective Surfaces (FSS). Here, we focus on communications scenarios, although most of the discussed concepts are also applicable in radar systems. We show that, by tuning the temporal period in time-modulated 1D metallic gratings, two different diffracted harmonic configurations mn and $m'n'$ can propagate in the same direction (i) with different output frequencies (same incident angles and frequencies), (ii) with identical output frequencies (different incident angles, same incident frequencies), (iii) with identical output frequencies (different incident angles and frequencies). These results reveal the potential of space-time metastructures to act as beamformers and frequency mixers.

I. INTRODUCCIÓN

Las estructuras moduladas en el espacio y el tiempo, también denominadas como estructuras espaciotemporales, han emergido en los últimos años como una revolución en los campos de radiofrecuencia, fotónica y óptica [1]–[4]. La introducción y manejo del tiempo ha abierto nuevas posibilidades de diseño en estructuras pasivas clásicas que ya están siendo aprovechadas desde un punto de vista de ingeniería, tales como la creación de filtros aisladores no recíprocos [5], conversores y mezcladores de frecuencia [6], metasuperficies codificadas digitalmente con conformado de haz [7], o circuladores sin pesados imanes [8].

Las estructuras espaciotemporales, al tratarse de dispositivos activos, tienen la capacidad inherente de superar las características de sus contrapartidas espaciales pasivas [9], tales como el límite de Rozanov de absorción [10], el límite de Bode-Fano de ancho de banda en adaptación [11], o el límite de Chu-Harrington sobre el factor de calidad en antenas [12]. Este hecho dota de gran interés práctico a las estructuras y metamateriales espaciotemporales desde el punto de vista de comunicaciones y sistemas radar.

Este artículo se centra en el estudio de alguno de los nuevos escenarios de comunicaciones que son posibles gracias a la integración del tiempo en estructuras pasivas convencionales. Dentro de todo el rango de posibilidades de dispositivos espaciotemporales, nos concentramos en aquellos elementos

que varían sus propiedades de forma periódica en el espacio y tiempo. En la Sección II, ofrecemos algunas nociones básicas sobre el marco analítico utilizado. También discutimos las ventajas que ofrecen las estructuras espaciotemporales frente sus homólogos pasivos en términos de riqueza espectral en la formación de armónicos y control dinámico de los mismos. Posteriormente, en la Sección III, particularizamos el marco analítico general al caso de trabajar con rejillas (en inglés, *gratings*) espaciotemporales metálicas basadas en las estructuras propuestas en [6]. Como ejemplos ilustrativos, mediante el marco analítico y simulaciones FDTD, mostramos cómo la dirección y la frecuencia del haz de salida pueden preservarse independientemente del ángulo de incidencia y la frecuencia inicial elegidas.

II. MARCO ANALÍTICO GENERAL

Tal y como se ha discutido anteriormente, el hecho de añadir modulaciones temporales a sistemas periódicos en el espacio introduce grados de libertad adicionales que, convenientemente utilizados, nos permiten modificar a medida las direcciones de salida de los distintos armónicos del sistema. La Fig. 1 muestra un ejemplo de esto. En la figura, aparece representado un escenario general de una estructura unidimensional espacial modulada en el tiempo $[(1+1)D]$. La estructura espaciotemporal, rodeada de aire, es excitada por una onda incidente, creándose así órdenes de difracción espaciotemporales (m y n representan los índices espaciales y temporales, respectivamente). De este modo, las modulaciones temporales pueden cambiar drásticamente el comportamiento electromagnético de la estructura original estática.

A. Metaestructura Periódica Estática (Puramente Espacial)

En el caso de una metaestructura periódica estática (puramente espacial), los campos electromagnéticos pueden ser representados como una serie de armónicos espaciales [13]

$$\mathbf{E}^{(1D)}(y, z) = \sum E_m^{(1D)} e^{-j(k_m y + \beta_m z)} \quad (1)$$

$$\mathbf{H}^{(1D)}(y, z) = \sum H_m^{(1D)} e^{-j(k_m y + \beta_m z)}, \quad (2)$$

donde se asume (y omite) una dependencia temporal armónica de frecuencia ω_0 . Los coeficientes $E_m^{(1D)}$, $H_m^{(1D)}$ son las

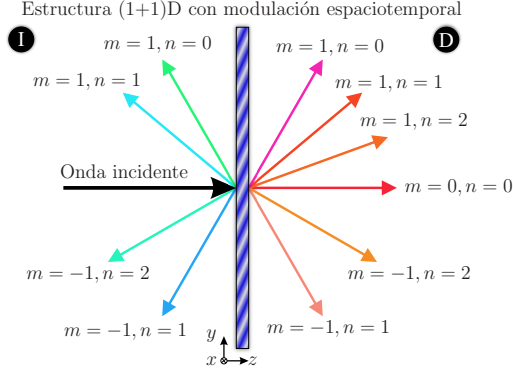


Fig. 1. Esquemático general de una metaestructura modulada en el espacio y en tiempo. Los índices m y n se refieren a órdenes de difracción espaciales y temporales, respectivamente.

amplitudes complejas asociadas con los armónicos en la zona ubicada a la izquierda (I) y derecha (D) de la metaestructura. Los números de onda k_m y β_m asociados al armónico espacial m -ésimo se definen como

$$k_m = \frac{\omega_0}{c} \sin(\theta_0) + m \frac{2\pi}{p} \quad (3)$$

$$\beta_m = \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2 - k_m^2}, \quad (4)$$

siendo θ_0 el ángulo que lleva la onda plana incidente con respecto a la metasuperficie espaciotemporal.

El ángulo de salida del armónico espacial m -ésimo se puede calcular según la siguiente expresión [14]:

$$\theta_m = \text{asin} \left(\frac{\frac{\omega_0}{c} \sin(\theta_0) + m \frac{2\pi}{p}}{\frac{\omega_0}{c}} \right). \quad (5)$$

Puesto que el periodo espacial p es fijo, la Ec. (5) muestra que los ángulos de salida θ_m solo dependen del ángulo de incidencia θ_0 para una frecuencia ω_0 concreta. Este hecho limita las posibilidades de este tipo de estructuras pasivas.

B. Metaestructura Periódica Dinámica (Espaciotemporal)

Los campos a ambos lados de la metaestructura dinámica se describen ahora en términos de armónicos espaciotemporales donde ya no se omite la dependencia temporal:

$$\mathbf{E}^{(I/D)}(y, z, t) = \sum E_{mn}^{(I/D)} e^{j(\omega_n t - k_m y - \beta_{mn} z)} \quad (6)$$

$$\mathbf{H}^{(I/D)}(y, z, t) = \sum H_{mn}^{(I/D)} e^{j(\omega_n t - k_m y - \beta_{mn} z)}, \quad (7)$$

En el escenario dinámico, la constante de propagación del armónico mn -ésimo, β_{mn} , se expresa como

$$\beta_{mn} = \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{c} + n \frac{2\pi}{cT_s}\right)^2 - k_m^2}. \quad (8)$$

Una de las grandes diferencias con respecto a la metaestructura estática es la excitación en la metaestructura dinámica espaciotemporal de armónicos a frecuencias $\omega_n = \omega_0 + n2\pi/T_s$ distintas de la original ω_0 . Además, la introducción de modulaciones temporales amplía las posibilidades de diseño. La modulación temporal T_s es un parámetro adicional que proporciona dependencia temporal a cada armónico espacial.

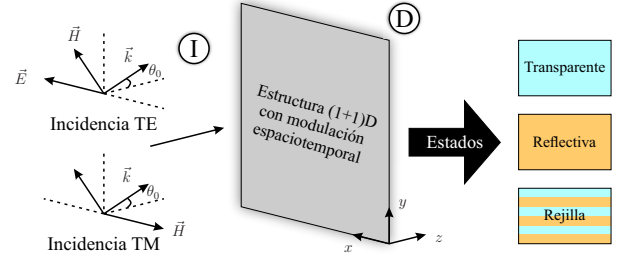


Fig. 2. Metaestructura espaciotemporal. Varía sus propiedades internas entre tres estados: completamente transparente, completamente reflectiva, o rejilla. Los tres estados se alternan sucesivamente formando un periodo temporal T_s .

El ángulo de salida θ_{mn} del armónico espaciotemporal mn -ésimo se puede calcular como [6]

$$\theta_{mn} = \text{asin} \left(\frac{\frac{\omega_0}{c} \sin(\theta_{00}) + m \frac{2\pi}{p}}{\frac{\omega_0}{c} + n \frac{2\pi}{cT_s}} \right). \quad (9)$$

A diferencia del caso puramente espacial, la Ec. (9) muestra que los ángulos de salida θ_{mn} pueden ser dinámicamente controlados mediante la modulación temporal externa T_s .

III. SUPERANDO LOS LÍMITES DE REJILLAS PASIVAS

A. Rejilla (1+1)D

Dentro del marco general anteriormente presentado, aplicable a cualquier metaestructura periódica en el espacio-tiempo, focalizaremos ahora nuestro estudio al tipo de estructuras definidas en [6]. En dicho artículo, se presentan una serie de metaestructuras metálicas moduladas en el tiempo. Estos dispositivos pueden alternar temporalmente su estructura según tres diferentes estados, que denominamos como “transparente”, “reflectivo”, y “rejilla” (*grating*). Los estados “transparente” y “reflectivo” transmiten y reflejan completamente, de manera respectiva, la radiación electromagnética. Por otro lado, el estado “rejilla” tiene la capacidad de difractar las ondas incidentes.

La Fig. 2 esquematiza la mencionada metaestructura espaciotemporal. Los tres estados se alternan en el tiempo formando un patrón periódico temporal de periodo T_s . Por ejemplo, la metaestructura se encuentra un 25 % del periodo temporal en estado transparente, un 50 % en estado reflectivo, y el restante 25 % en estado rejilla. Adicionalmente, aunque no sea el tema de discusión principal del presente artículo, los tres estados anteriormente mencionados podrían tentativamente conseguirse mediante el uso de diodos aplicados en la rejilla o mediante el uso de materiales electrónicamente reconfigurables como el grafeno [4].

La derivación analítica de los coeficientes de Floquet $E_{mn}^{(I/D)}$ y $H_{mn}^{(I/D)}$ en las Eqs. (6) y (7) aparece detallada en [6], [15]–[17], dando como resultado

$$E_{mn}^{(I/D)} = E_{00}^{(I/D)} \frac{\int_p \int_{T_s} E_{BF}(y, t) e^{-j(\omega_n t - k_m y)} dy dt}{\int_p \int_{T_s} E_{BF}(y, t) e^{-j(\omega_0 t - k_0 y)} dy dt}, \quad (10)$$

donde $E_{00}^{(I/D)} = 1 + R$ es la amplitud del armónico fundamental, relacionada con el coeficiente de reflexión espectral R de la metaestructura. El término $E_{BF}(y, t)$ es una macro función

base periódica, emplazada en la región $p/2 \leq z \leq p/2$ y $T_s/2 \leq t \leq T_s/2$, que representa el perfil de campo eléctrico en la discontinuidad espaciotemporal [6]. Una vez conocidos los números de onda k_m y β_{mn} [Ecs. (3), (8)] de la metaestructura espaciotemporal, las frecuencias asociadas ω_n , los ángulos de salida de los armónicos difractados θ_{mn} [Ec. (9)], y la amplitud de dichos armónicos [Ecs. (10)], tenemos toda la información para describir el comportamiento de la metaestructura espaciotemporal de forma analítica.

B. Reconfiguración Dinámica de Haz y Mezclado de Frecuencias

La expresión para θ_{mn} en la Ec. (9) puede ser manipulada para invocar algunas situaciones que involucran formación de haces y mezcla de frecuencias. En una rejilla real, p está siempre fijo, mientras que el período de tiempo T_s puede ser modificado. Teniendo en cuenta este hecho, definimos los siguientes escenarios:

- **Situación 1:** Supongamos una onda incidente que incide de manera normal ($\theta_{00} = \theta_{0'0'} = 0^\circ$) y con frecuencia $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$. Modificando el periodo temporal, podemos forzar a que dos configuraciones de armónicos, mn y $m'n'$, se propaguen en la misma dirección pero con distinta frecuencia. Esto implica matemáticamente que

$$\theta_{mn} = \theta_{m'n'}, \omega_n \neq \omega_{n'}, \theta_{00} = \theta_{0'0'} = 0, \omega_0 = \omega_{0'}. \quad (11)$$

Las condiciones en (11) se cumplen cuando

$$\frac{m}{m'} = \frac{1 + n \frac{T_0}{T_s}}{1 + n' \frac{T_0}{T_s'}}. \quad (12)$$

- **Situación 2:** Dos ondas inciden sobre la metaestructura con diferentes ángulos de incidencia ($\theta_{00} \neq \theta_{0'0'}$) pero con la misma frecuencia (ω_0). Podemos forzar a que dos configuraciones de armónicos, mn y $m'n'$, se propaguen en la misma dirección y con la misma frecuencia:

$$\theta_{mn} = \theta_{m'n'}, \omega_n = \omega_{n'}, \theta_{00} \neq \theta_{0'0'}, \omega_0 = \omega_{0'}. \quad (13)$$

Estas condiciones se cumplen cuando

$$n'T_s = nT_s', \quad \frac{p}{T_0 c} = \frac{m' - m}{\sin(\theta_{00}) - \sin(\theta_{0'0'})}. \quad (14)$$

- **Situación 3:** Dos ondas incidentes, provenientes de diferentes ángulos y con diferentes frecuencias, crean un patrón de difracción donde las configuraciones de armónicos mn y $m'n'$ viajan en la misma dirección y con la misma frecuencia:

$$\theta_{mn} = \theta_{m'n'}, \omega_n = \omega_{n'}, \theta_{00} \neq \theta_{0'0'}, \omega_0 \neq \omega_{0'}. \quad (15)$$

Esto se cumple cuando

$$\frac{\sin(\theta_{00})}{T_0} - \frac{\sin(\theta_{0'0'})}{T_0'} = \frac{c}{p}(m' - m) \quad (16)$$

$$\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_0'} = \frac{n'}{T_s'} - \frac{n}{T_s}. \quad (17)$$

Téngase en cuenta que (16)-(17) se reducen a (13) cuando $T_0 = T_0'$.

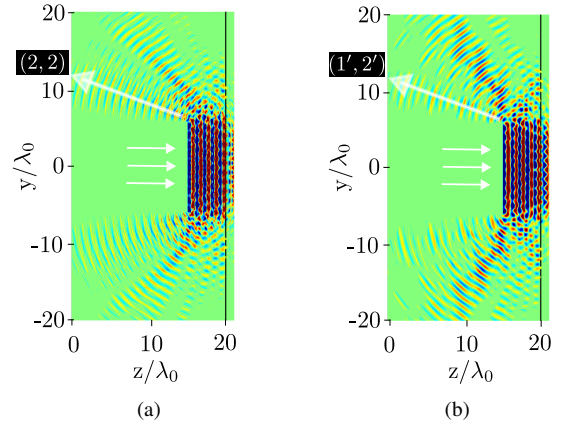


Fig. 3. Simulación FDTD (campo eléctrico) de un *grating* espaciotemporal recibiendo una onda plana polarizada TE que incide de forma normal y que tiene frecuencia $\omega_0 = 2\pi \cdot 30 \cdot 10^9$ rad/s. Consideramos dos modulaciones distintas: (a) $T_s = T_0$, con $\omega_2 = 3\omega_0$, $\theta_{22} = 33,38^\circ$; (b) $T_s' = 4T_0$, con $\omega_{2'} = 1,5\omega_0$, $\theta_{1'2'} = 33,38^\circ$. Parámetros: $p = 1,2\lambda_0$, $w = 0,5p$.

IV. EJEMPLOS NUMÉRICOS

En esta sección, implementamos numéricamente algunas de las situaciones descritas anteriormente. En concreto, nos centraremos en las Situaciones 1 y 2. Para validar la predicción teórica, se utilizará un código numérico FDTD de implementación propia.

En la Situación 1, una metaestructura (*grating*) espaciotemporal, que alterna temporalmente entre los estados reflectivo y rejilla espacial, recibe una onda plana polarizada TE que incide de forma normal sobre la estructura y de frecuencia $\omega_0 = 2\pi \cdot 30 \cdot 10^9$ rad/s. La rejilla tiene un periodo espacial $p = 1,2\lambda_0$ y una separación entre tiras metálicas de $w = p/2$. Del total del periodo temporal T_s , la metaestructura se ubica un 25% del tiempo en estado reflectivo y el restante 75% es estado rejilla. Cuando $T_s = T_0$, el ángulo de salida del armónico 22 ($m = 2, n = 2$) es $\theta_{22} = 33,78^\circ$, de acuerdo a la Ec. (9). Su frecuencia asociada es $\omega_2 = 2\pi \cdot 90 \cdot 10^9$ rad/s, que implica que $\omega_2 = 3\omega_0$.

La Fig. 3(a) ilustra una simulación numérica FDTD del escenario presentado en la Situación 1, con una flecha blanca indicando la dirección de salida del armónico 22. Las tres flechas blancas más pequeñas indican la dirección de la onda plana incidente. El ángulo de salida ($33,78^\circ$) se puede mantener si aumentamos el periodo temporal, por ejemplo, a $T_s' = 4T_0$. Tras aplicar (11), podemos forzar a que el armónico 1'2' ($m' = 1, n' = 2$) de la nueva modulación tenga el mismo ángulo de salida pero con una frecuencia diferente $\omega_{2'} = 1,5\omega_0$. La Fig. 3(b) muestra esto, confirmando la existencia del armónico en la dirección deseada. Esta propiedad espaciotemporal, útil en escenarios de comunicaciones y no alcanzable por estructuras clásicas pasivas, puede simular un escenario en el que la información se envía en una dirección fija hacia un determinado usuario. La información se codifica en función de la frecuencia de salida, que se controla externamente mediante el valor del periodo temporal.

A continuación, consideramos un ejemplo numérico relacionado con la Situación 2. El ejemplo aparece representado en la Fig. 4. En este caso, consideramos una metaestructura espaciotemporal mayormente transmisiva (25% en estado

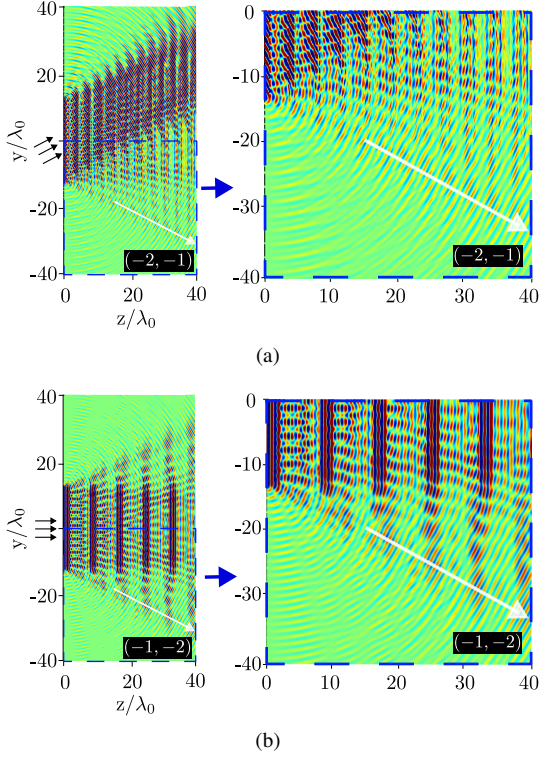


Fig. 4. Simulación FDTD (campo eléctrico) de un *grating* espaciotemporal recibiendo una onda plana polarizada TM de frecuencia $\omega_0 = 2\pi \cdot 30 \cdot 10^9$ rad/s. Consideramos dos modulaciones distintas: (a) $\theta_{00} = 30^\circ$, $T_s = 4T_0$, con $\omega_{-1} = 0,75\omega_0$, $\theta_{-2-2} = -41,77^\circ$; (b) $\theta_{0'0'} = 0^\circ$, $T_s' = 8T_0$, con $\omega_{-2'} = 0,75\omega_0$, $\theta_{-1'-2'} = -41,77^\circ$. Parámetros: $p = 2\lambda_0$, $w = 0,3p$.

transmisivo, 75 % en estado rejilla). Los ángulos de incidencia de dos ondas planas (ahora polarizadas TM) son distintas en las Figs. 4(a) y (b). La incidencia aparece esquematizada con tres flechas negras de pequeño tamaño. Uno de los armónicos del sistema se puede configurar, dentro de todo el patrón de difracción, para propagarse en esta dirección. El ángulo de incidencia en la Fig. 4(a) es $\theta_{00} = 30^\circ$. Al imponer una modulación de periodo $T_s = 4T_0$, el armónico $-2 - 1$ ($m = -2, n = -1$) muestra un ángulo de salida $\theta_{-2-1} = -41,77^\circ$ y una frecuencia de salida $\omega_{-1} = 0,75\omega_0$. Si el ángulo de incidencia se reduce de 30° a 0° [Fig. 4(b)], tras la aplicación de (14), encontramos que un periodo temporal $T_s' = 8T_0$ fuerza a que el armónico $-1' - 2'$ ($m' = -1, n' = -2$) tenga el mismo ángulo y frecuencia de salida, $\theta_{-2-1} = \theta_{-1'-2'}$ y $\omega_{-1} = \omega_{-2'}$. Esta representación emularía los requerimientos de un escenario en el cual un usuario se ubica en una posición fija y recibe la información a la misma frecuencia (flecha blanca) independientemente de la onda que incida en la metaestructura.

Las propiedades descritas en la Sección III son de carácter general y, por tanto, aplicables a cualquier estructura periódica 1D modulada en tiempo. No obstante, enfocamos la Sección IV al análisis de rejillas espaciotemporales, ya que disponemos de un modelo analítico para ellas. La contraprestación de estas estructuras es que no podemos dirigir toda la potencia hacia el armónico deseado, teniendo siempre un patrón de difracción con muchos armónicos. En el futuro, exploraremos otro tipo de estructuras espaciotemporales que mejoren las prestaciones de mezclado de frecuencias y *beamforming*.

V. CONCLUSIÓN

Los sistemas y estructuras moduladas en el espacio y el tiempo poseen un mayor número de grados de libertad y prestaciones en comparación a sus homólogos pasivos invariantes al tiempo. En este trabajo, hemos explotado las características de metaestructuras espaciotemporales enfocadas a escenarios de comunicaciones. Demostramos que, sintonizando el periodo temporal, dos configuraciones diferentes de armónicos mn y $m'n'$ pueden propagarse en la misma dirección (i) con frecuencias de salida diferentes (mismos ángulos y frecuencias incidentes), (ii) con frecuencias de salida idénticas (diferentes ángulos incidentes, mismas frecuencias incidentes), (iii) con frecuencias de salida idénticas (diferentes ángulos y frecuencias incidentes). Los resultados analíticos son apoyados por simulaciones numéricas FDTD.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido apoyado por las ayudas PID2023-146246OB-C33 y PID2022-141193OB-I00, financiadas por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y Unión Europea Next-GenerationEU/PRTR, y por la consejería de Universidad, investigación e innovación de la Junta de Andalucía, a través de la ayuda Emergia23-00235.

REFERENCIAS

- [1] C. Caloz and Z.-L. Deck-Léger, "Spacetime Metamaterials—Part II: Theory and Applications," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 68, no. 3, pp. 1569-1582, 2020.
- [2] N. Engheta, "Metamaterials with High Degrees of Freedom: Space, Time, and More," *Nanophotonics*, vol. 10, no. 1, pp. 639-642, 2021.
- [3] E. Galiffi et al., "Photonics of Time-Varying Media," *Adv. Photon.* vol. 4, 014002, 2022.
- [4] S. Taravati and G. V. Eleftheriades, "Microwave space-time-modulated Metasurfaces," *ACS Photonics*, vol. 9, 305-318, 2022.
- [5] X. Wu, X. Liu, M. D. Hickle, D. Peroulis, J. S. Gómez-Díaz and A. Álvarez Melcón, "Isolating Bandpass Filters Using Time-Modulated Resonators," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 67, no. 6, pp. 2331-2345, 2019.
- [6] S. Moreno-Rodríguez, A. Alex-Amor, P. Padilla, J. F. Valenzuela-Valdés and C. Molero, "Space-time Metallic Metasurfaces for Frequency Conversion and Beamforming," *Phys. Rev. Applied*, vol. 21, 064018, 2024.
- [7] L. Zhang et al., "Space-time-coding Digital Metasurfaces," *Nat. Comm.*, vol. 9, p. 4334, 2018.
- [8] A. Mock, D. Sounas, A. Alù, "Magnet-Free Circulator Based on Spatiotemporal Modulation of Photonic Crystal Defect Cavities," *ACS Photonics*, vol. 6, no. 8, 2019.
- [9] Z. Hayran and F. Monticone, "Using Time-Varying Systems to Challenge Fundamental Limitations in Electromagnetics: Overview and summary of applications," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 65, no. 4, p. 29, 2023.
- [10] K. N. Rozanov, "Ultimate thickness to bandwidth ratio of radar absorbers," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 48, no. 8, pp. 1230-1234, 2000.
- [11] R. M. Fano, "Theoretical limitations on the broadband matching of arbitrary impedances," *J. Franklin Inst.*, vol. 249, no. 1, pp. 57-83, 1950.
- [12] B. S. Yarman, "Design of Ultra Wideband Antenna Matching Networks: Via Simplified Real Frequency Technique," New York, NY, USA: Springer Science & Business Media, 2008.
- [13] F. Mesa, R. Rodríguez-Berral and F. Medina, "Unlocking Complexity Using the ECA: The Equivalent Circuit Model as An Efficient and Physically Insightful Tool for Microwave Engineering," *IEEE Microw. Mag.*, vol. 19, pp. 44-65, 2018.
- [14] R. Rodríguez-Berral, C. Molero, F. Medina and F. Mesa, "Analytical Wideband Model for Strip/Slit Gratings Loaded With Dielectric Slabs," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 60, p. 3908, 2012.
- [15] A. Alex-Amor, S. Moreno-Rodríguez, P. Padilla, J. Valenzuela-Valdés, and C. Molero, "Diffraction phenomena in time-varying metal-based metasurfaces," *Phys. Rev. Appl.*, vol. 19, pp. 044014, April 2023.
- [16] S. Moreno-Rodríguez, A. Alex-Amor, P. Padilla, J. F. Valenzuela-Valdés and C. Molero, "Time-Periodic Metallic Metamaterials Defined by Floquet Circuits," *IEEE Access*, vol. 11, pp. 116665-116673, 2023.

- [17] S. Moreno-Rodríguez, A. Alex-Amor, P. Padilla, J. F. Valenzuela-Valdés and C. Molero, "Analytical Circuit Models: From Purely Spatial to Space-Time Structures," 18th EuCAP, Glasgow, United Kingdom, 2024, pp. 1-5.