



TRABAJO FIN DE GRADO

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Autor

Bernardo Vázquez Requena

Tutora

Montserrat Simarro Vega

Cotutor

Pedro Reyes Zúñiga

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

Departamento de Ingeniería Mecánica, Térmica y de Fluidos

Resumen

Este Trabajo de Fin de Grado presenta el diseño y desarrollo de un nuevo dispositivo mecánico destinado a la medición del desgaste producido en los frotadores de grafito de los pantógrafos ferroviarios, más concretamente para este caso, en los pantógrafos de los trenes de Metro Málaga. El objetivo principal es realizar una mejora del prototipo existente del que se parte y proporcionar un diseño final y funcional de este, el cual permita realizar una medida del desgaste de manera sencilla a la vez que precisa, evitando para esto la intrusión del error humano al manipular el aparato. Para la realización de la medida se utilizan dos encoders incrementales, cuya combinación de medidas permite registrar el perfil de desgaste del patín. En este proyecto se ha rediseñado por completo la estructura del sistema de medición, permitiendo su fijación estable al patín del pantógrafo y facilitando su desplazamiento de forma controlada. El nuevo diseño ha sido optimizado para su fabricación mediante impresión 3D, garantizando un montaje sencillo y un uso más fiable en condiciones reales de trabajo. Se mantiene la compatibilidad total con el sistema electrónico y de adquisición de datos que incorpora el prototipo inicial, centrándose así el trabajo en la mejora del soporte mecánico. Los resultados obtenidos evidencian una mejora significativa en la estabilidad del dispositivo durante el uso, minimizando el margen de error asociado a la intervención del operario.

Abstract

This Final Degree Project presents the design and development of a new mechanical device intended for measuring the wear produced on the graphite contact strips of railway pantographs, specifically for this case, on the pantographs used by Metro Málaga trains. The main objective is to improve the existing prototype and deliver a final, functional design that enables simple yet accurate measurement of wear, minimizing human error during device handling. The measurement process is based on two incremental encoders, whose combined readings allow the wear profile of the contact strip to be recorded. In this project, the mechanical structure of the measurement system has been completely redesigned to allow stable attachment to the pantograph strip and enable controlled displacement along it. The new design has been optimized for 3D printing, ensuring easy assembly and more reliable use under real working conditions. Full compatibility with the electronic and data acquisition system of the initial prototype has been maintained, allowing the work to focus exclusively on improving the mechanical support. The results obtained demonstrate a significant improvement in the device's stability during use, effectively reducing the margin of error associated with manual operation.

Índice

1. Introducción.....	1
2. Estado del arte	2
2.1. Métodos manuales.....	2
2.2. Métodos digitalizados basados en el uso de dispositivos de medición	3
2.2.1. Sistemas mecánicos implementando encoders incrementales.....	3
2.2.2. Equipos portátiles ópticos y láser	5
2.3. Impresión 3D, tecnologías y procedimientos	7
2.3.1. FDM/FFF (Fused Deposition Modeling / Fused Filament Fabrication)	7
2.3.2. SLA (Stereolithography).....	7
2.3.3. DMLS/SLM (Direct Metal Laser Sintering / Selective Laser Melting).....	8
2.3.4. MJF (Multi Jet Fusion de HP).....	8
2.3.5. Tabla comparativa de cada tecnología	8
2.4. Pantógrafos y catenarias en el entorno ferroviario urbano.....	10
2.4.1. Pantógrafos.....	10
2.4.2. Catenarias	12
3. Objetivo del proyecto.....	13
4. Proceso y criterios de diseño	14
4.1. Análisis del prototipo existente	14
4.2. Diseño mecánico orientado a la impresión 3D utilizando filamento termoplástico.....	16
4.2.1. Propiedades del material empleado	16
4.2.2. Anisotropía mecánica y orientación óptima de las capas.....	17
4.2.3. Uso de aristas redondeadas y achaflanadas.....	19
4.2.4. Dilatación y contracción del material, efecto “warping”	25
4.2.5. Grosor mínimo de paredes, tamaño de detalles y tolerancias	28
4.2.6. Voladizos y uso de soporte.....	32
4.3. Criterios y procedimiento de diseño del dispositivo empleando el software SolidWorks, primeros prototipos	33
4.3.1. Conceptos básicos en diseño con software CAD	33
4.3.2. Desarrollo del primer prototipo.....	35
4.3.3. Desarrollo del mecanismo y prototipos de anclaje al patín.....	39
4.4. Diseño final, componentes y finalidad	45
4.4.1. Mecanismo de anclaje al patín	45
4.4.2. Cobertor para la pantalla táctil, pila e interruptor.....	52
4.4.3. Soporte para el medidor superior	54
4.4.4. Ensamble para conformar el modelo final	56
5. Proceso de fabricación	57

6. Conclusiones y líneas futuras de trabajo.....	59
7. Referencias bibliográficas.....	60

ANEXO 2 - Guía y tablas para el diseño de engranajes rectos

Índice de Figuras

Figura 1. Láser portátil serie PRP. [8].....	5
Figura 2. Dispositivo SinceVision 3D Laser Profile. [9]	5
Figura 3. Sistema PantoInspect. [10]	6
Figura 4 . Dispositivo de medición en vehículo CatPro. [11]	6
Figura 5. El pantógrafo y sus componentes. [15].....	10
Figura 6. La catenaria y sus partes. [16].....	12
Figura 7. Prototipo de partida desarrollado por el equipo de Taller 31.....	14
Figura 8. Especificaciones técnicas del prototipo base.	15
Figura 9. Geometrías complejas llevadas a cabo en PLA. [17].....	16
Figura 10. Esquema simplificado de las principales fuerzas que actúan sobre el dispositivo. [Material propio]	19
Figura 11. Visualización de las líneas de fuerza en piezas sin hueco (izquierda) y con hueco (derecha). [18].....	20
Figura 12. Dimensiones de las probetas de prueba para medir el efecto de las concentraciones de tensión.	21
Figura 13. Árbol de operaciones para la realización de una simulación estática en SolidWorks.	22
Figura 14. Propiedades de la malla en el modelo de "arista muerta".	23
Figura 15. Propiedades de la malla en el modelo de "arista redondeada".	23
Figura 16. Resultados del estudio de tensiones para el modelo de "arista redondeada".	24
Figura 17. Resultados del estudio de tensiones para el modelo de "arista muerta".	24
Figura 18. El warping y sus efectos. [19].....	26
Figura 19. Redondeos en piezas como medida para prevenir fenómenos de dilatación/contracción del material. [Material propio]	27
Figura 20. Grososres tipo utilizados para las paredes de los componentes del dispositivo. [Material propio].....	28
Figura 21. Efecto del fenómeno "pie de elefante". [20].....	29
Figura 22. Comparativa de la pérdida de detalle al pasar del modelo CAD a la pieza impresa. [Material propio]	29
Figura 23. Ejemplo de la tolerancia tipo empleada durante el diseño del dispositivo para un ajuste apretado. [Material propio]	30
Figura 24. Errores comunes en impresión 3D por FDM al usar tolerancias erróneas. [Material propio].....	30
Figura 25. Defectos en el acabado de la pieza por el uso de soportes. [Material propio]	32

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Figura 26. Árbol de operaciones base del software SolidWorks.....	34
Figura 27. Ejemplo de croquizado empleando acotación en elementos ajenos. [Material propio]	34
Figura 28. Prototipo de un "módulo de adquisición de datos" finalmente descartado. [Material propio].....	36
Figura 29. Base del prototipo "módulo adquisición de datos". [Material propio].....	36
Figura 30. Esquema del cableado en el "módulo de adquisición de datos". [Material propio]...	37
Figura 31. Huecos y taladros para la fijación de carcasa y ESP32. [Material propio]	37
Figura 32. Carcasa para la pantalla del "módulo de adquisición de datos". [Material propio] ...	38
Figura 33. Disposición de las placas ESP32 en el prototipo la cual se mantendría en el modelo final. [Material propio].....	39
Figura 34. Modelo del pantógrafo de Metro Málaga. [Modelo del cotutor Pedro Reyes]	40
Figura 35. Dimensiones del molde del patín empleado en la fase de diseño. [Material propio].	41
Figura 36. Superficie útil de apoyo disponible para las ruedas del dispositivo. [Material propio]	41
Figura 37. Diagrama de sólido libre para las fuerzas que actúan sobre el dispositivo y las restricciones que ofrecen las ruedas según la disposición dada. [Material propio].....	42
Figura 38. Sistema de muelles y guías + casquillo dispuesto en el prototipo de la mordaza. [Material propio]	43
Figura 39. Modelo del primer prototipo de mordaza que sería impreso. [Material propio].....	44
Figura 40. Primer prototipo de la mordaza ya impreso y montado. [Material propio]	44
Figura 41. Vistas del modelo final de la "mordaza principal" del dispositivo. [Material propio]	46
Figura 42. Soportes aligerados para aportar rigidez a la estructura. [Material propio]	46
Figura 43. Sistema de doble rodamiento para evitar flectores. [Material propio].....	47
Figura 44. Hueco y ranurado para el paso del cableado. [Material propio]	47
Figura 45. Disposición de la ESP32 sin pantalla sobre el sensor AMT102V. [Material propio] 48	
Figura 46. Disposición de una de las guías en el modelo final. [Material propio].....	48
Figura 47. Mecanismo de apertura de la mordaza actuando en modelo final. [Material propio] 49	
Figura 48. Ambas posiciones para el sistema de engrane del mecanismo de apertura de la mordaza. [Material propio]	50
Figura 49. Carcasa protectora del mecanismo de apertura de la mordaza. [Material propio].....	50
Figura 50. Sistema de ejes y pasadores para la sujeción de muelles y engranajes. [Material propio]	52
Figura 51. Vistas del "cobertor de pantalla" en el modelo final. [Material propio]	53
Figura 52. Clip de fijación para la ESP32 con pantalla y la pila. [Material propio]	53
Figura 53. Vistas del "soporte del encoder superior" en modelo final. [Material propio]	54
Figura 54. Sistema de doble rodamiento en encoder superior. [Material propio]	55
Figura 55. Canalización a través del soporte para el cableado del encoder superior. [Material propio].....	55
Figura 56. Vistas del modelo final. [Material propio].....	56

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Figura 57. Mordaza principal vista en el software UltiMaker Cura junto a los parámetros modificables. [Material propio].....	57
Figura 58. Pieza procesada en el software de laminación UltiMaker Cura. [Material propio] ...	58
Figura 59. Ajuste sin holgura del juego guía + casquillo. [Material propio]	58

Índice de Tablas

Tabla 1. Tipologías de encoders y características principales. [14].....	4
Tabla 2. Tecnologías de fabricación aditiva y características. [13]	9
Tabla 3. Especificaciones técnicas del PLA 850 de la marca Sakata 3D Filaments. [5]	17
Tabla 4. Parámetros para la configuración del PLA 850 de Sakata en SolidWorks. [5].....	21
Tabla 5. Dimensiones de insertos metálicos y su respectivo taladro utilizadas en el modelo. [21]	31

1. Introducción

El pantógrafo es un elemento fundamental en los sistemas ferroviarios eléctricos, tan usados como transporte urbano y de mercancías en la actualidad, ya que constituye el punto de contacto entre la infraestructura que suministra la electricidad (catenaria) y el propio vehículo. Su correcto funcionamiento garantiza una transmisión continua y relativamente sencilla/económica del suministro eléctrico para el medio de transporte.

Dentro de sus componentes, los frotadores de grafito (comúnmente conocidos como patines) son piezas sometidas a un desgaste constante y elevado debido a la fricción que se da al estar estos en contacto con la catenaria mientras la locomotora está en movimiento. Este desgaste es inevitable, pero debe ser controlado, puesto que una degradación excesiva del patín (o simplemente una parte de este) puede derivar en fallos de captación de corriente, daños en la catenaria que, siendo esto agravado, daría lugar al mal funcionamiento de la máquina o, en su defecto, a la completa inmovilización de esta.

El seguimiento periódico del estado de los frotadores es, por tanto, una tarea esencial en el mantenimiento de los pantógrafos. Tradicionalmente, esta labor se realiza mediante inspecciones visuales o con el uso de calibres manuales. Sin embargo, estos métodos presentan varias limitaciones: dependen de la experiencia del operario, ofrecen una precisión limitada, no siempre permiten obtener un registro detallado del perfil de desgaste para localizar las áreas más afectada y, en última instancia, todo ello acaba conformando una tarea tediosa para el operario. Como resultado, la detección temprana de irregularidades puede verse comprometida y la planificación de los trabajos de mantenimiento preventivo se dificulta y resulta ineficiente.

Para abordar esta problemática, en los últimos años se han explorado soluciones basadas en dispositivos de medición portátiles que, mediante sensores y sistemas electrónicos, permiten registrar de forma más sencilla, rápida y precisa el perfil de desgaste que presentan los frotadores. Dentro de los métodos y mecanismos ideados, se encuentra el uso de encoders incrementales, aparatos electromecánicos sencillos y asequibles capaces de medir desplazamientos usando como base elementos rotativos y sensores. El dispositivo sobre el que se trabaja en este proyecto hace uso de estos encoders para proporcionar los datos que permiten realizar posteriormente un perfil de desgaste del patín detallado, fiel a la realidad y fácil de interpretar para el operario.

Sin embargo, queda una última cuestión por resolver y esta es, la forma y disposición que tendrá el aparato en sí, la cual debe garantizar, no solo la comodidad y facilidad de uso para el operario encargado de la medición del desgaste en el patín, sino también que se garantice que esta medición se esté realizando de manera correcta, evitando toma de datos erróneos o reiterativos. Estos errores surgen, en su mayoría, mientras se está efectuando la medición y el motivo principal es el propio error humano (mala colocación del dispositivo, mala trazada del recorrido de medición, problemas en la puesta a punto de los sensores que van a medir, etc...).

En este contexto, surge la necesidad de diseñar un dispositivo mecánico que no solo sea compatible con los sistemas de adquisición de datos ya existentes, sino que además proporcione estabilidad, facilidad de uso y repetibilidad en las medidas. Con ello, se busca dar respuesta a uno de los principales retos en el mantenimiento de pantógrafos: obtener información precisa y consistente del desgaste de los frotadores para optimizar la seguridad, la disponibilidad y la eficiencia del sistema ferroviario, todo ello sin sacrificar la facilidad de uso para el operario. Es en este último objetivo principalmente en el que se centra este trabajo.

2. Estado del arte

En este apartado se abordará principalmente el punto en el que nos encontramos actualmente en el campo de la medición del desgaste en pantógrafos, qué métodos y dispositivos se han desarrollado hasta el momento y las principales virtudes y desventajas que estos presentan. Esto nos permite situarnos y establecer de manera clara el reto a afrontar.

Seguidamente, se pasará por el campo de la impresión 3D de una manera superficial, para justificar el método empleado en la creación del cuerpo principal del dispositivo modelado en este trabajo.

Finalmente, también se hablará, de manera resumida, sobre los distintos componentes que participan, ya sea de manera directa o indirecta, en el proyecto y que, considero son necesarios conocer, aunque sea de manera general, para estar de esta forma familiarizados con el lenguaje “propio del sector ferroviario” que se emplea durante el desarrollo de toda la memoria.

Se empezará pues, hablando sobre los métodos desarrollados y aplicados actualmente para determinar de una manera, más o menos precisa, el desgaste que sufre el patín en contacto con la catenaria. Se dividirán estos métodos en tres grandes subapartados según el principal mecanismo utilizado para la determinación y registro de las medidas.

2.1. Métodos manuales

En este primer grupo, se encuentran los procedimientos menos técnicos y a su vez más imprecisos y menos rigurosos. Utilizando de base mayoritariamente la mera observación para buscar imperfecciones y zonas del patín afectadas en gran medida por el desgaste, son métodos de rápida y fácil aplicación, pero insuficientes si se quiere tener un registro y una mínima precisión a la hora de determinar el estado del patín en observación.

La primera línea de actuación en la mayoría de operadores es la inspección visual periódica del frotador, durante esta, se buscan grietas, astillamientos, delaminaciones, desprendimientos del material de grafito y cualquier otro desgaste anómalo (cupping, escalones, arcos por chispas). Cuando se detectan fisuras o cuando el espesor del frotador está por debajo del mínimo establecido por el fabricante o por la propia empresa operadora, la banda debe sustituirse. Estas pautas aparecen reflejadas generalmente en estándares de mantenimiento periódico de equipos de captación de corriente, ya que, como se comentaba anteriormente, es una forma fácil, rápida y asequible de localizar las principales zonas dañadas del patín. Para facilitar más la tarea al operador, hay empresas que incorporan ilustraciones en sus manuales de mantenimiento donde se ve claramente cuál es el espesor mínimo recomendado.

Tras la inspección visual, la comprobación más extendida es medir el espesor residual del grafito con instrumentación sencilla y portable (como puede ser, por ejemplo, un calibre/pie de rey). La práctica habitual, consiste en medir desde el lateral del frotador en varios puntos a lo largo del patín, para formar, uniendo estos puntos, un perfil general de desgaste del patín y detectar si hay algún punto que rebase el límite mínimo establecido. Si la cota cae por debajo de un valor límite establecido, se debe proceder con la sustitución del frotador.

Los límites mínimos para que el frotador continúe en servicio, pueden fijarse por procedimiento interno de cada operador o por el propio fabricante, y difieren según sección y aplicación. Como referencia de especificación de producto, el documento EuroSpec para tiras de contacto define, para distintas secciones, la cota h6 como el “espesor mínimo garantizado de desgaste” (por ejemplo 17–22 mm según geometría), que sirve de base para establecer umbrales de reemplazo en servicio para casos más específicos.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Las lecturas (visuales y con calibre) se consignan en hojas de inspección o en el GMAO (Gestión de Mantenimiento Asistida por Ordenador) de la flota de trenes, junto con fecha, vehículo, recorrido y decisión (seguir en servicio/sustituir). Aunque es un proceso simple y de bajo coste, depende fuertemente del operario (técnica de apoyo, punto exacto de medida, perpendicularidad del útil, presión ejercida, etc.) lo que introduce variabilidad y dificulta caracterizar con detalle el perfil longitudinal del desgaste.

Resumidamente, los métodos manuales engloban procedimientos económicos y rápidos, pero poco precisos y fiables, suplen la necesidad de agilizar las labores de mantenimiento, pero son extremadamente dependientes de la pericia del operario que realiza las medidas y comprobaciones. El dispositivo ideado en este trabajo pretende paliar estos errores humanos introducidos por el operario a la vez que mantiene la agilidad y facilidad al realizar la tarea de toma de datos.

2.2. Métodos digitalizados basados en el uso de dispositivos de medición

A continuación, se da un paso más allá, respecto a los métodos manuales vistos en el anterior apartado. Se profundizará en métodos más elaborados para realizar la medición del desgaste del patín, donde se emplean dispositivos que nos proporcionan un grado más alto de precisión, derivando en resultados más fidedignos a la realidad, pudiendo así elaborar estudios y planes de acción óptimos a la hora de tratar con este desgaste del frotador. Existen a día de hoy varias maneras de realizar estas mediciones, dependiendo del dispositivo utilizado, la manera en la que este es operado y el método para recopilar y transmitir la información.

2.2.1. Sistemas mecánicos implementando encoders incrementales

Los encoders, dispositivos electromecánicos con la capacidad de transformar movimientos mecánicos (ya sean lineales o rotacionales) en pulsos eléctricos que son recogidos por los sensores que incorporan y transmitidos a otro dispositivo capaz de interpretarlos, son el principal mecanismo, implementado de distintas formas en aparatos más complejos, para determinar el desgaste de los frotadores.

Se dividen en dos tipos principalmente según el origen de sus mediciones y como se registran las medidas a partir de ese origen, estos son los encoders absolutos y los incrementales. Los absolutos generan un código propio para cada posición que toman, de manera que, aunque se apague el sistema, al encenderse nuevamente este es capaz de reconocer su posición exacta. Los incrementales, toman en un inicio un punto de referencia como origen y, a partir de este, generan pulsos en un intervalo de tiempo al desplazarse el mecanismo, estos pulsos son utilizados para determinar posiciones y velocidades principalmente.

Esta diferenciación entre los encoders, se ha realizado según el tipo de señal que emplean y el método que tienen para determinar posiciones. También se pueden clasificar según el tipo de movimientos que desarrollan para medir (encoders lineales y rotatorios) o por el principio de detección que utilicen (ópticos, magnéticos, capacitivos e inductivos entre otros). A continuación, se presenta una tabla con los tipos de encoders mencionados, donde se mencionan el principio de funcionamiento en el que se fundamentan, sus ventajas, limitaciones y algunos ejemplos de aplicaciones típicas que tienen.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Tipo de encoder	Principio de funcionamiento	Ventajas	Limitaciones	Aplicaciones típicas
Rotativo incremental	Disco ranurado + sensor (óptico o magnético) que genera pulsos	Alta resolución, bajo coste, sencillo, muy usado en prototipos portátiles	Requiere referencia inicial, sensible a errores de sujeción	Control de motores, medición de desplazamientos
Rotativo absoluto	Disco codificado con valores únicos por posición	Conoce la posición en todo momento, incluso tras apagado	Más caro y complejo, menor velocidad de respuesta	Robótica, sistemas críticos de posicionamiento
Lineal incremental	Regla graduada óptica o magnética que genera pulsos lineales	Ideal para desplazamientos rectos, alta precisión	Requiere alineación perfecta, sensible a suciedad	CNC, metrología, máquinas-herramienta
Óptico	Detección de luz a través de un disco ranurado	Muy alta resolución y precisión	Sensibles al polvo, vibraciones y ambientes agresivos	Encoders industriales, laboratorios
Magnético	Sensor Hall + disco con imanes	Robustos, resistentes al polvo, humedad y vibración	Menor resolución que los ópticos	Ferrocarril, automoción, maquinaria pesada
Capacitivo	Variación de capacidad eléctrica entre patrones codificados	Bajo coste, buena resistencia ambiental	Resolución más baja, menos comunes	Automatización básica, electrónica de consumo
Inductivo	Variación de inductancia en un campo magnético	Muy robustos, resistentes a ambientes extremos	Coste elevado, menor resolución que los ópticos	Industria pesada, maquinaria de alta exigencia

Tabla 1. Tipologías de encoders y características principales. [14]

En general, los encoders son aparatos relativamente económicos (sobre todo dependiendo del tipo que sea) y fáciles de utilizar e incorporar en otros dispositivos, esto los convierte en una opción bastante atractiva para la tarea que se quiere abordar, la medición precisa y sencilla del desgaste que se produce en los frotadores de los pantógrafos. Sin embargo, presentan, también en general, ciertos inconvenientes en su uso que podría afectar de manera grave a la toma óptima de los datos que se necesitan, destacando algunos de ellos como la gran dependencia que tienen a la colocación sobre la superficie a medir junto a la precisión y buen hacer que se requiere por parte del operario que lo manipula, una leve inclinación o una mínima separación del palpador del encoder y la superficie que se está midiendo, puede alterar o directamente anular la validez de los datos recogidos. Además, al ser un dispositivo de contacto relativamente sensible, es necesario realizar un buen mantenimiento de estos, evitando que la suciedad del patín o alguna parte deteriorada de este pueda dañar el sensor.

Este trabajo se apoya principalmente en estos aparatos por las razones económicas y de fácil implementación ya mencionadas con anterioridad, concretamente se hará uso de encoders rotativos incrementales para medir desplazamientos verticales y horizontales, combinándolos posteriormente en un gráfico, creando así un perfil de desgaste sumamente preciso y óptimo sobre el que realizar estudios de este deterioro de los frotadores y desarrollar métodos de mantenimiento y prevención más efectivos y localizados. Al ser encoders incrementales, se suma la relativa

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

dificultad de que el operario tenga que realizar una puesta a cero para generar el origen sobre el que se tomarán el resto de medidas.

2.2.2. Equipos portátiles ópticos y láser

A continuación, se mencionan algunos ejemplos de equipos y métodos profesionales de medición, estos son capaces de ofrecer medidas extraordinariamente precisas, pero a cambio, suponen un coste muy elevado y la necesidad de tener operadores altamente cualificados para poder manipularlos, además no todos están pensados para medir específicamente el desgaste de frotadores ferroviarios. Algunos ejemplos son:

- **FRRP Portable Laser Rail Profilometer (Althen Sensors):** Aunque está diseñado para medir perfiles de raíles, este dispositivo demuestra el empleo de tecnología láser portátil y sin contacto, con una precisión de $\pm 0,1$ mm. Escanea de forma rápida el perfil de la superficie metálica, entregando datos digitalizados con gran detalle a una PDA o software asociado.

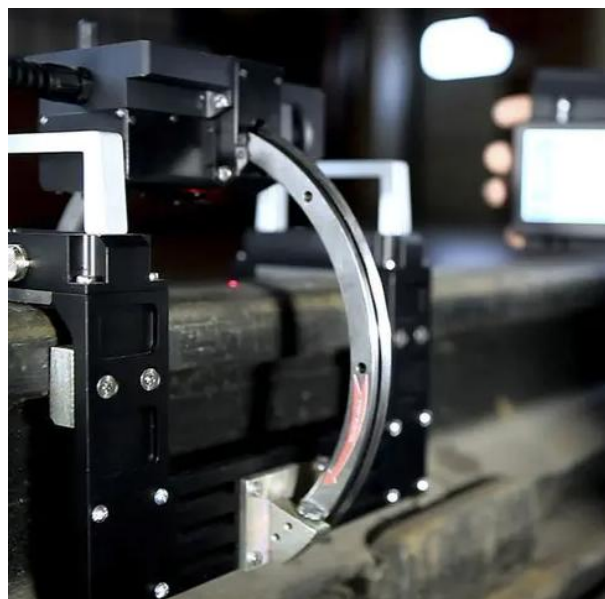


Figura 1. Láser portátil serie PRP. [8]

- **SinceVision SR5320 3D Laser Profiler:** Implementado para detectar el desgaste del frotador de carbono, este sistema escanea perfiles tridimensionales con alta resolución, capturando hasta 3200 puntos en el eje X y con una precisión de $\pm 0,02$ % sobre toda la escala en eje Z. Está diseñado para entornos exigentes, mostrando robustez y gran detalle en la detección.



Figura 2. Dispositivo SinceVision 3D Laser Profile. [9]

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

- **Sistemas como PantoScanner (PantoInspect):** Utilizan triangulación láser 3D junto con imágenes 2D para escanear automáticamente los pantógrafos en paso de trenes a altas velocidades (hasta 350 km/h). Detectan una gran variedad de defectos: falta de grafito, desgaste asimétrico, ángulos erróneos, y también el espesor del carbono, todo de forma automatizada con robustez IP66.

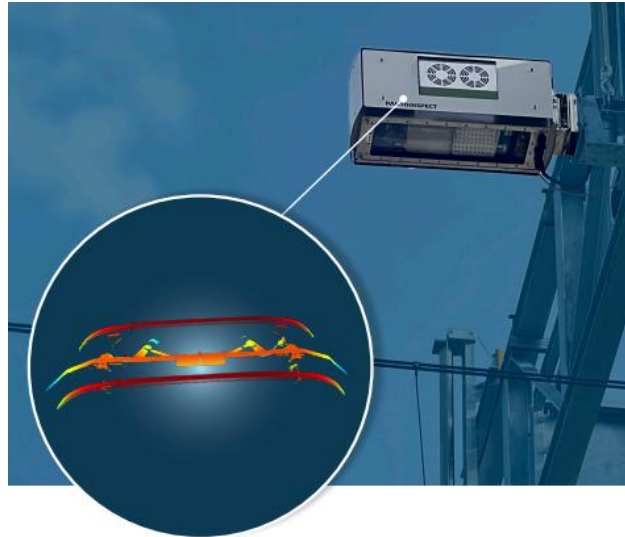


Figura 3. Sistema PantoInspect. [10]

- **CatPro (AdorTech):** Aunque está pensado para medir el desgaste de la catenaria, se monta en el pantógrafo y utiliza líneas láser y cámaras de alta resolución para escanear continuamente el cable mientras el tren está en movimiento. Permite medir desgaste y geometría en tiempo real, sin detener la operación del vehículo.



Figura 4. Dispositivo de medición en vehículo CatPro. [11]

Como se ha mencionado, estos equipos entran en la categoría de lo profesional, conllevando un gran coste asociado y la necesidad de un operador (o varios) cualificados para el manejo del dispositivo y el software de lectura de datos. Como en este trabajo se busca principalmente el diseñar un dispositivo económico, portátil y de fácil manejo, no se profundizará más en ninguno de estos métodos profesionalizados.

2.3. Impresión 3D, tecnologías y procedimientos

La fabricación aditiva, comúnmente conocida como impresión 3D, ha revolucionado el desarrollo de prototipos y dispositivos de toda clase gracias a su versatilidad, rapidez y reducción de costes en fases iniciales de diseño, proporcionando la facilidad de realizar prototipos de manera rápida y sin necesidad de imprimir el dispositivo en su totalidad.

En este trabajo, se hará uso de la impresión 3D para realizar el cuerpo principal del dispositivo, la estructura base que deberá aportar la rigidez y manejabilidad necesarias, además de alojar y proteger tanto a los encoders, como al resto de componentes (pantalla, electrónica, cableado...) que componen el aparato de medición de desgaste.

En la actualidad hay una amplia gama de tecnologías de impresión 3D, que varían según el material, la impresora, el postprocesado de la pieza, etc... que se empleen. Algunas de estas tecnologías, ya afianzadas a día de hoy, son las siguientes:

2.3.1. FDM/FFF (Fused Deposition Modeling / Fused Filament Fabrication)

Es la técnica más difundida en el ámbito académico, doméstico e industrial de bajo coste. Consiste en fundir un filamento termoplástico y depositarlo capa a capa sobre una cama de impresión. La pieza se construye progresivamente desde abajo hasta alcanzar la geometría final.

Los materiales más habituales empleados en este método son el PLA (ácido poliláctico), de fácil impresión y acabado aceptable, ABS (acrilonitrilo butadieno estireno), más resistente y complicado de utilizar, pero con un acabado óptimo al emplear postprocesado con acetona, y PETG (tereftalato de polietileno modificado con glicol), que ofrece un buen compromiso entre resistencia y facilidad de impresión. También existen filamentos técnicos como Nylon, TPU (flexible) o composites reforzados con fibra de carbono o vidrio que nos ofrecen propiedades finales en el material muy variadas y de una gran resistencia mecánica tanto a esfuerzos como al desgaste del propio material.

El FDM se trata de un método económico, versátil y accesible, aunque sus limitaciones están en la resolución de detalle (comparado con otras tecnologías), la anisotropía mecánica de las piezas (esto es la necesidad de orientar de manera correcta la dirección de las capas de material según la dirección de los esfuerzos, para conseguir así la máxima resistencia de la pieza) y los acabados rugosos debidos a las capas visibles si se emplea una altura de capa elevada.

2.3.2. SLA (Stereolithography)

La estereolitografía fue la primera tecnología de impresión 3D comercializada (1986, Charles Hull). Se basa en la solidificación de una resina líquida fotosensible mediante un láser ultravioleta que traza cada capa de la pieza. Posteriormente, la pieza requiere un postprocesado que incluye limpieza en alcohol isopropílico y curado adicional bajo luz UV para garantizar la resistencia final de esta.

Las piezas obtenidas con SLA son de altísima resolución, con capas que pueden ser de solo 25–50 micras, lo que proporciona unos acabados muy suaves. Esto la hace ideal para prototipos estéticos, modelos médicos y odontológicos, piezas de joyería o moldes de precisión.

No obstante, sus desventajas son el alto coste de las resinas, la fragilidad de los materiales frente a esfuerzos mecánicos y la necesidad de manipulación cuidadosa por la toxicidad de las resinas sin curar.

2.3.3. DMLS/SLM (Direct Metal Laser Sintering / Selective Laser Melting)

Estas tecnologías están orientadas a la impresión de piezas metálicas, utilizando polvos de acero, titanio, aluminio, cobalto-cromo o Inconel, entre otros. Mediante un láser de alta potencia, las partículas metálicas se funden (SLM) o sinterizan (DMLS), capa por capa, hasta conformar la pieza.

El resultado son piezas de gran resistencia mecánica y térmica, equivalentes a las obtenidas por fundición o mecanizado, lo que permite fabricar componentes finales y no solo prototipos. Esto abre aplicaciones en campos más exigentes como el aeroespacial, la automoción de alto rendimiento, ingeniería biomédica (prótesis e implantes personalizados) y moldes de inyección de alta precisión.

El principal inconveniente es el altísimo coste de los equipos y materiales, además de la necesidad de un entorno controlado con gases inertes para evitar oxidación de los polvos. También requieren procesos de mecanizado y tratamiento térmico posterior para alcanzar las propiedades finales.

2.3.4. MJF (Multi Jet Fusion de HP)

Desarrollada por Hewlett-Packard, es una tecnología aditiva relativamente reciente. Similar al SLS, pero en lugar de un láser, utiliza cabezas de inyección que depositan agentes de fusión y de detalle sobre una cama de polvo polimérico (generalmente Nylon PA12). Posteriormente, una fuente de calor infrarroja funde selectivamente las zonas marcadas por los agentes de fusión.

MJF se caracteriza por una alta velocidad de impresión, lo que la hace adecuada para producción en serie. Las piezas obtenidas tienen propiedades mecánicas uniformes en todas las direcciones, mejor que las de SLS, y un acabado más homogéneo.

Su limitación principal es el alto coste de la tecnología y la dependencia de HP como fabricante único, con disponibilidad limitada de materiales en comparación con el resto de técnicas.

2.3.5. Tabla comparativa de cada tecnología

Se presenta a continuación una tabla donde aparece reflejada cada tecnología, sus ventajas, limitaciones y áreas en las que se utilizan normalmente.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Tecnología	Materiales habituales	Ventajas	Limitaciones	Aplicaciones típicas
FDM/FFF (Filamento fundido)	Termoplásticos (PLA, ABS, PETG, Nylon, compuestos con fibra)	<ul style="list-style-type: none"> - Bajo coste de equipos y materiales - Gran disponibilidad de filamentos - Fácil de usar e iterar diseños - Buenas propiedades mecánicas para prototipos funcionales 	<ul style="list-style-type: none"> - Acabado superficial rugoso (marcas de capas) - Menor precisión que otras tecnologías - Resistencia anisotrópica (dependiente de la orientación de capas) 	Prototipado rápido, dispositivos funcionales, piezas a medida...
SLA (Estereolitografía)	Resinas fotopoliméricas líquidas	<ul style="list-style-type: none"> - Alta precisión y detalle - Excelente acabado superficial - Ideal para piezas pequeñas y complejas 	<ul style="list-style-type: none"> - Materiales frágiles (menos resistencia mecánica) - Coste de resinas elevado - Requiere postprocesado (limpieza y curado) 	Prototipos estéticos, odontología, joyería, biomedicina...
SLS (Sinterizado selectivo por láser)	Polvos de nylon, poliamidas, mezclas con fibra de vidrio	<ul style="list-style-type: none"> - Piezas resistentes y funcionales - No requiere soportes - Permite geometrías complejas y robustas 	<ul style="list-style-type: none"> - Equipos caros y voluminosos- Superficie granular (acabado rugoso) - Postprocesado para mejorar estética 	Ingeniería mecánica, automoción, aeronáutica...
DMLS/SLM (Fusión selectiva de metales)	Polvos metálicos (acero, titanio, aluminio, Inconel)	<ul style="list-style-type: none"> - Piezas metálicas finales - Muy alta resistencia y durabilidad- Sustituye mecanizado tradicional en algunos casos 	<ul style="list-style-type: none"> - Coste muy alto de equipos y polvos - Necesita atmósfera controlada (inertes) - Postprocesado obligatorio 	Aeroespacial, automoción de alto rendimiento, implantes médicos...
MJF (Multi Jet Fusion, HP)	Polvos plásticos (nylon principalmente)	<ul style="list-style-type: none"> - Alta productividad - Piezas con propiedades mecánicas uniformes - Mejor acabado que SLS 	<ul style="list-style-type: none"> - Equipos costosos - Limitación en materiales disponibles 	Producción en serie de piezas funcionales, ingeniería industrial...

Tabla 2. Tecnologías de fabricación aditiva y características. [13]

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

En este trabajo, se hará uso de la tecnología FDM, principalmente por su bajo coste, por ser el principal tipo de impresoras de las que se disponen en el taller y porque, para la finalidad y propiedades requeridas, el filamento plástico utilizado cumple, más adelante se profundizará más en esta tecnología según los requisitos y prestaciones que se le solicitan para el dispositivo a diseñar.

2.4. Pantógrafos y catenarias en el entorno ferroviario urbano

2.4.1. Pantógrafos

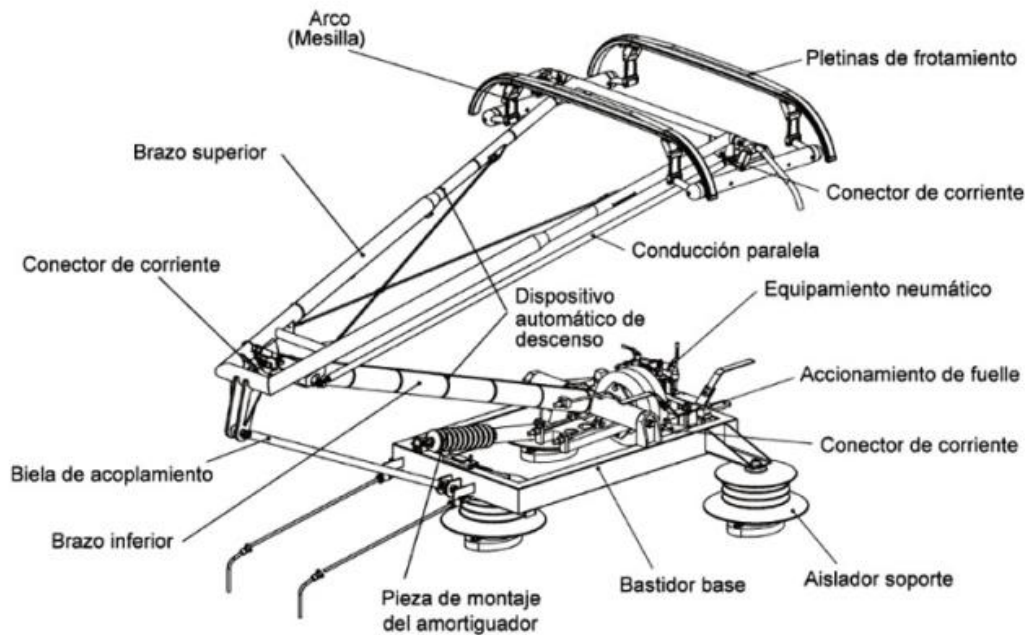


Figura 5. El pantógrafo y sus componentes. [15]

El pantógrafo (figura 5) es el dispositivo electromecánico encargado de establecer y mantener el suministro eléctrico ejerciendo un contacto entre el tren y la línea aérea de alimentación. Este debe garantizar una transmisión continua de energía, evitando que las vibraciones, variaciones de altura y oscilaciones que se producen durante la marcha corten este suministro eléctrico paralizando la máquina. A lo largo de la evolución del ferrocarril alimentado eléctricamente, se han utilizado diferentes tipos de pantógrafos, siendo los más representativos los de doble rombo (más pesados y robustos, habituales en locomotoras antiguas y trenes de gran potencia) y los de un solo brazo o unibrazo, más ligeros, aerodinámicos y extendidos hoy en día en trenes de alta velocidad, cercanías y metros.

En cuanto a su estructura, el pantógrafo se compone de varias partes principales:

- **Base o bastidor inferior:** fija el pantógrafo al techo del vehículo y contiene el sistema de aislamiento eléctrico.
- **Estructura articulada (en forma de rombo o brazo único):** asegura el movimiento de elevación y la transmisión de fuerzas.
- **Sistema de accionamiento (resortes o cilindros neumáticos):** es el encargado de aplicar la presión ascendente necesaria para mantener el contacto con la catenaria.
- **Cabeza del pantógrafo:** incorpora el patín y los frotadores de grafito. Estos últimos son los elementos en contacto directo con el hilo de la catenaria, y están diseñados para asegurar una buena conductividad eléctrica al mismo tiempo que minimizan el desgaste y protegen la infraestructura.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

En el caso de Metro Málaga (que es al que nos atenemos principalmente en este proyecto), se emplean pantógrafos de tipo monobrazo. Los pantógrafos monobrazo son la evolución del pantógrafo de doble rombo tradicional. Como su propio nombre indica, se caracteriza por contar con una estructura asimétrica de un único brazo articulado, que se eleva desde la base del tren hasta la cabeza portadora del patín. Este brazo suele estar formado por un conjunto de perfiles tubulares de acero o aluminio, ligeros pero resistentes, que garantizan rigidez y reducen la inercia del sistema.

El principio de funcionamiento es sencillo: el pantógrafo se acciona mediante un mecanismo neumático (también hay algunos menos frecuentes como eléctricos o por resortes) que eleva el brazo hasta entrar en contacto con el hilo de la catenaria. Una vez establecido el contacto, un sistema de resortes compensadores asegura la presión constante del patín sobre el hilo, independientemente de las irregularidades de la vía, el balanceo del tren o las variaciones de altura de la catenaria.

Ventajas principales:

- Menor peso y masa oscilante en comparación con el pantógrafo de doble rombo, lo que reduce vibraciones y permite un contacto más estable con la catenaria.
- Aerodinámica optimizada, esencial para trenes de alta velocidad, pero también ventajosa en redes urbanas al disminuir el consumo energético y el ruido.
- Mantenimiento más sencillo, gracias a su estructura más reducida y a la menor cantidad de elementos móviles.
- Mayor estabilidad de contacto, lo que contribuye a reducir el desgaste tanto del hilo de contacto como de los frotadores de grafito.
- Adaptabilidad a distintas tensiones y tipos de catenaria, siendo una solución estándar en gran parte de los ferrocarriles modernos.

Desventajas/limitaciones principales:

- Al tener un único brazo, puede resultar más sensible a cargas laterales extremas (p. ej., fuertes ráfagas de viento o defectos graves en la catenaria).
- La anchura efectiva de trabajo del patín es menor que en algunos pantógrafos de doble rombo, aunque esto se compensa con la disposición en zig-zag del hilo.
- En condiciones muy exigentes de corriente (locomotoras de gran potencia o trenes de carga), algunos operadores siguen prefiriendo pantógrafos de doble rombo por su mayor robustez estructural.

En el caso de Metro de Málaga, el uso del pantógrafo monobrazo resulta plenamente adecuado, ya que combina ligereza, fiabilidad y facilidad de mantenimiento, factores clave en un sistema urbano donde se priorizan la eficiencia y la reducción de costes operativos.

2.4.2. Catenarias



Figura 6. La catenaria y sus partes. [16]

La catenaria (figura 6) es un sistema de suministro eléctrico aéreo encargado de suministrar energía eléctrica a los trenes, transmitida a estos mediante el contacto con el pantógrafo. Su diseño no solo debe garantizar el suministro eléctrico continuo, sino también la estabilidad mecánica y la uniformidad del contacto a lo largo de la vía.

En términos generales, una catenaria está formada por:

- **Cable sustentador:** ubicado en la parte superior, mantiene la tensión mecánica y asegura que el hilo de contacto permanezca en su posición.
- **Pendolado o péndolas:** finos cables verticales que unen el sustentador con el hilo de contacto, distribuyendo las tensiones y asegurando la geometría correcta.
- **Hilo de contacto:** situado en la parte inferior, es el elemento que roza directamente con el patín del pantógrafo. Está fabricado habitualmente en cobre endurecido o en aleaciones de cobre-magnesio, materiales que combinan una alta conductividad eléctrica con resistencia al desgaste y a la fatiga por contacto.

En redes metropolitanas, como la efectuada por Metro Málaga, la tensión de alimentación es de 1.500 V en corriente continua (CC), un valor estándar ampliamente extendido en sistemas de metro y cercanías en Europa, esta tensión de trabajo proporciona un buen equilibrio entre la eficiencia energética, seguridad y simplicidad en la infraestructura.

Pasando a los aspectos de diseño, uno fundamental es la disposición del hilo de contacto en zig-zag respecto al eje de la vía. Este desplazamiento transversal, que suele oscilar unos pocos centímetros a cada lado del eje, evita que el frotador del pantógrafo roce siempre en la misma línea, favoreciendo así un desgaste uniforme y alargando la vida útil tanto de los frotadores de grafito como del propio hilo.

Atendiendo a factores como la velocidad de operación, la intensidad de corriente y el entorno en el que se instala, podemos encontrar varios tipos de catenarias:

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

- **Catenaria simple:** es la más básica y económica, compuesta por un hilo de contacto sostenido directamente desde un cable sustentador mediante péndolas. Su ligereza y bajo coste de instalación la hacen adecuada para sistemas de tranvía, metro y trenes regionales que circulan a velocidades moderadas, aunque presenta limitaciones en cuanto a estabilidad mecánica en altas velocidades.
- **Catenaria compuesta:** a diferencia de la simple, esta incorpora un sistema de sustentación más complejo, basado en dos niveles, lo que le otorga una mayor estabilidad frente a las oscilaciones del hilo de contacto. En la parte superior se encuentra el cable sustentador principal, que soporta la mayor parte del peso de la instalación. De este parten péndolas hacia un segundo cable sustentador intermedio, situado a menor altura, que actúa como elemento de transición y distribuye de manera más uniforme las tensiones. Finalmente, desde este segundo cable se suspenden nuevas péndolas que sostienen el hilo de contacto, encargado de transmitir la energía eléctrica al pantógrafo. Esta disposición en dos niveles reduce las variaciones en la altura del hilo de contacto y mejora su alineación, lo que resulta esencial para garantizar un contacto estable y continuo con el pantógrafo, especialmente en líneas de alta velocidad (300 km/h o más) o en tramos donde se requiere una elevada fiabilidad en la transmisión de corriente.
- **Catenaria rígida:** este tipo sustituye el cable sustentador por un perfil de aluminio en el que se integra el hilo de contacto, lo que proporciona gran estabilidad y reduce el mantenimiento, siendo especialmente útil en túneles y estaciones subterráneas donde el gálibo es limitado.

En el caso concreto de Metro Málaga, se emplea una catenaria simple, ya que resulta suficiente para las velocidades moderadas a las que circula el vehículo (por debajo de 80 km/h) y para el nivel de demanda energética de una red urbana mayoritariamente subterránea.

3. Objetivo del proyecto

En los anteriores apartados, se ha determinado justificadamente la gran problemática que supone el desgaste de los frotadores de grafito que montan los pantógrafos de los trenes y la necesidad de contar con un dispositivo que realice medidas precisas las cuales, posteriormente, conformarán un perfil de desgaste que podrá ser estudiado para desarrollar procedimientos de prevención y mantenimiento óptimas para el material, a la vez que el dispositivo resulta de fácil uso para un operario con una escueta o nula formación, evitando, en la medida de lo posible, que introduzca errores humanos durante el proceso, alterando o anulando las mediciones tomadas. Este es, por tanto, el principal objetivo de este trabajo.

Cabe mencionar que se parte desde un buen punto de partida, un prototipo inicial de dispositivo portátil, que permite registrar el perfil de desgaste mediante el uso de dos encoders incrementales y representarlo gráficamente. Sin embargo, dicho prototipo presenta varias limitaciones relevantes: el dispositivo carece de un sistema de sujeción estable al patín del pantógrafo, lo que obliga al operario a mantenerlo manualmente en posición durante el desplazamiento, lo que permite que el operario pueda realizar giros involuntarios o desplazamientos irregulares que alteran gravemente los datos recogidos por los sensores. Además, la disposición y forma del prototipo es un mero soporte en el que implementar los encoders, sacrificando por completo la ergonomía del dispositivo, lo que lo hace muy incómodo de utilizar. Por otra parte, el prototipo no cuenta con ningún sistema que le proporcione al operario una información sobre las medidas que está registrando o el estado del dispositivo. Y como última limitación, el prototipo deja componentes sensibles, como los propios encoders o el cableado, totalmente expuestos, haciendo que queden vulnerables ante golpes o el desgaste del paso del tiempo.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Por tanto, en este trabajo, se pretende paliar o eliminar de manera definitiva estas limitaciones, diseñando por medio de software CAD y posteriormente fabricando, aplicando la impresión 3D mayoritariamente y otros procedimientos de mecanizado, un dispositivo final, de fácil y cómodo uso, que sea capaz de proporcionar medidas precisas, siendo a su vez económico y de sencilla replicación en caso de avería o rotura de alguna de las partes. En definitiva, un dispositivo que pueda llegar a ser un artículo comercial con un mínimo de garantías, funcionalidad y aspecto estético atractivo.

4. Proceso y criterios de diseño

En este apartado se abordarán los procedimientos y consideraciones principales que han de ser tenidos en cuenta para lograr un buen diseño base del dispositivo, utilizando un software CAD en 3D (en este trabajo, Solidworks). Para esta finalidad, en primer lugar, se analiza el prototipo de partida, se realiza un plan de diseño en consideración de los métodos y materiales para la fabricación que han sido empleados, en este caso la impresión 3D utilizando filamento PLA junto a técnicas convencionales de mecanizado (torneado y fresado) para las partes en acero y se lleva a cabo la fabricación del dispositivo según las pautas establecidas en este proceso de diseño.

4.1. Análisis del prototipo existente

Como punto de partida para este proyecto, se realiza una observación y estudio en detalle del prototipo del que se parte (véase la figura 7), para de esta manera, ver cuál es su funcionamiento y mecanismos base, cuáles son las principales limitaciones que presenta para en un futuro plantear posibilidades de mejora y, por último, plantear cuales son también sus fortalezas, que partes, componentes, disposiciones, principios de funcionamiento... podemos “reciclar” en nuestro dispositivo final.

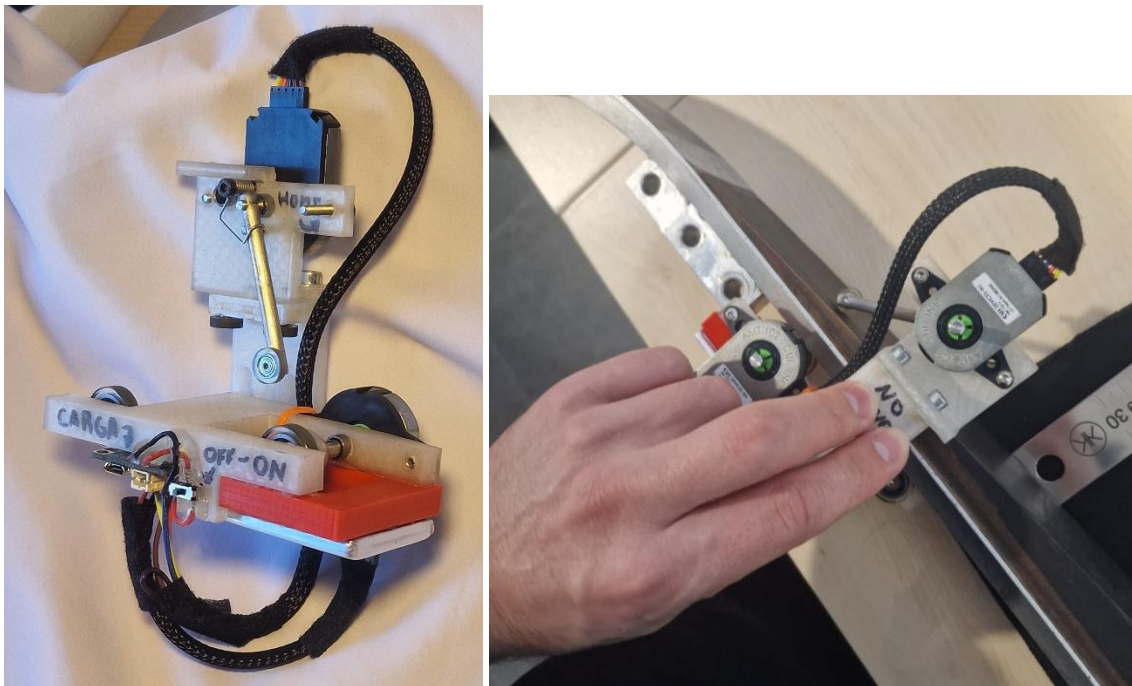


Figura 7. Prototipo de partida desarrollado por el equipo de Taller 31.

El prototipo base, fue desarrollado por el equipo del Taller 31 como una solución rápida y eficaz en la que montar y probar el método de medición de desgaste del frotador que idearon. Este consta de dos encoders rotacionales incrementales, uno para medir los desplazamientos a lo largo del patín y el otro para medir las oscilaciones verticales que, un eje metálico con una rueda al final de este, hacía al ir recorriendo la parte superior (y por tanto la parte desgastada) del frotador. Las características del prototipo base vienen detalladas en la figura 8 a continuación.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

- **Dimensiones:** 115 x 110 x 190 mm
- **Peso:** 212 g
- **Rango de medición:** Hasta 1130 mm
- **Resolución:**
 - **Desplazamiento:** 0,5 mm
 - **Altura:** 0,14 mm
- **Precisión:**
 - **Desplazamiento:** $\pm 0,5$ mm
 - **Altura:** $\pm 1,5$ mm
- **Alimentación:** 5 V (carga mediante conexión USB o fuente compatible).
- **Compatibilidad:** Exclusivo para los patines utilizados en Metro Málaga.
- **Patines de un solo cuerpo con chasis de aluminio.**
- **Dimensiones del chasis + material de desgaste:** ≤ 45 mm.
- **Longitud entre puntos de referencia simétricos:** ≤ 1120 mm.

Figura 8. Especificaciones técnicas del prototipo base.

Las medidas captadas por ambos encoders, pasan en primer lugar a un pequeño procesador (ESP32) y desde este, se transmiten vía bluetooth a otro dispositivo capaz de interpretarlas (en este caso, una aplicación ejecutada en un smartphone, desarrollada específicamente para este propósito) donde se acaban volcando en una gráfica, la cual representa el desplazamiento a lo largo del patín (eje x) y la profundidad del desgaste producido en este (eje y) ambos en las unidades de longitud correspondientes.

En cuanto a la parte de software y el método para tomar las medidas empleado y ejecutado en este prototipo, son las principales partes que prevalecen en el nuevo dispositivo desarrollado, respetando a grandes rasgos la disposición de cada sensor y el procedimiento efectuado para obtener los datos necesarios. Las principales razones son, el material económico, relativamente sencillo y suficientemente preciso utilizado (esto hace referencia principalmente a los encoders rotacionales incrementales) y por otra parte, darle un uso al desarrollo de software existente, esto es la aplicación móvil para recibir los datos mediante bluetooth y representarlos gráficamente, la cual ha sido considerada suficientemente sencilla para ser utilizada por el operario del dispositivo y nos permite tener acceso a unos datos suficientemente precisos y representativos para desarrollar un estudio más avanzado del desgaste en frotadores a partir de ellos.

Concluyendo el análisis del prototipo, queda por estudiar la estructura del dispositivo. Como se explicaba al inicio del apartado, este dispositivo fue diseñado y fabricado por el equipo del Taller 31 como una solución rápida y sencilla para probar principalmente el software y procedimiento para medir el desgaste del frotador ideados, por tanto, la estructura/carcasa/sopORTE del dispositivo realizaba la mera tarea de hacer de base y sujeción para montar sobre él los distintos sensores, cableado, batería... Esto conllevó que no se tuviesen en cuenta aspectos importantes como la ergonomía del dispositivo, la colocación y fijación adecuadas para asegurar la fiabilidad del método de medida utilizado, la protección de componentes sensibles (como son los sensores) ante posibles golpes accidentales o ante la suciedad del entorno en la que debe ser utilizado el aparato y la resistencia de toda esta estructura ya que presentaba una robustez que se podía ver fácilmente comprometida por la geometría del dispositivo considerando el método de fabricación empleado (impresión 3D empleando filamento plástico termofusible PLA), estas podrían ser las deficiencias principales a considerar y eliminar entre otros detalles.

El trabajo desarrollado en esta memoria se centra principalmente en esta segunda parte, buscando eliminar, en la medida de lo posible, todas estas limitaciones mencionadas, a la vez que se implementan pequeñas mejoras, como por ejemplo la incorporación de una pantalla en el sistema de medición, que permita al operario ver ciertos datos relevantes mientras se está realizando la medición. Además, se estudia una forma de asegurar un ajuste apropiado del dispositivo al patín del pantógrafo compensando los esfuerzos que el operario pueda introducir inconscientemente, los cuales afectan en gran medida de manera negativa a los datos adquiridos.

4.2. Diseño mecánico orientado a la impresión 3D utilizando filamento termoplástico

A la hora de querer realizar la estructura base o carcasa del dispositivo empleando la fabricación aditiva, más concretamente la impresión 3D que utiliza como material un filamento termoplástico (PLA para los casos generales y para el nuestro), lo primero que hay que hacer es orientar la mente de diseñador a este ámbito, ya que no tiene nada que ver con casos como puede ser la fabricación de una pieza en un material metálico empleando métodos como el torneado, fresado, corte láser... o la fabricación de una pieza en madera con sus correspondientes procesos para trabajarla como son el tallado, raspado o la quemadura del material.

La impresión 3D en la actualidad conforma un ámbito completamente nuevo donde, el éxito o fracaso funcional y estético de una pieza, queda estrechamente sujeto a ciertas consideraciones que deberían tenerse en cuenta siempre. Estas consideraciones garantizan, en la medida de lo posible, en primer lugar que no se dé ningún error a la hora de imprimir la pieza (como obstrucción de la boquilla, geometrías imposibles que derivan en el movimiento o desprendimiento no deseado del resto de capas impresas...) y en segundo lugar, que el acabado tanto el estético como el mecánicamente funcional sean óptimos (evitando roturas de la pieza ante esfuerzos menores, imperfecciones superficiales, tolerancias mayores/menores a las previstas...).

4.2.1. Propiedades del material empleado

En este subapartado, se definen las características mecánicas del único material empleado, en este caso, para fabricar la mayor parte del dispositivo, es decir, la carcasa de este.

Dicha carcasa deberá garantizar, como mínimo, la suficiente resistencia mecánica ante los esfuerzos a los que esta se vea sometida, la posibilidad de incorporar (sin mayores dificultades) los componentes que deben ir integrados en ella, la protección ante posibles caídas o golpes de estos componentes y presentar una ergonomía aceptable para que resulte cómoda a la hora de ser utilizado el dispositivo por el operario que deba realizar las medidas.

El material empleado en este trabajo para llevar a cabo la fabricación del dispositivo empleando el uso de la impresión 3D, será el conocido comúnmente como PLA (ácido poliláctico). El PLA es un termoplástico biodegradable que se produce a partir de recursos renovables como almidón de maíz o azúcar de caña, este presenta una temperatura de transición vítrea (esta es aquella en la que un polímero pasa de un estado vítreo: duro, rígido y frágil; a un estado más maleable y flexible) relativamente baja, en torno a los 60°C y un punto de fusión que ronda los 150°C, esto facilita la tarea de extruirlo y darle geometrías bastante complejas (véase la figura 9), además requiere una menor temperatura de cama (en algunos casos ni siquiera requiere temperatura de cama aunque esto no se suele recomendar) que materiales como el ABS, lo que también reduce los efectos de la contracción térmica al enfriarse el material.

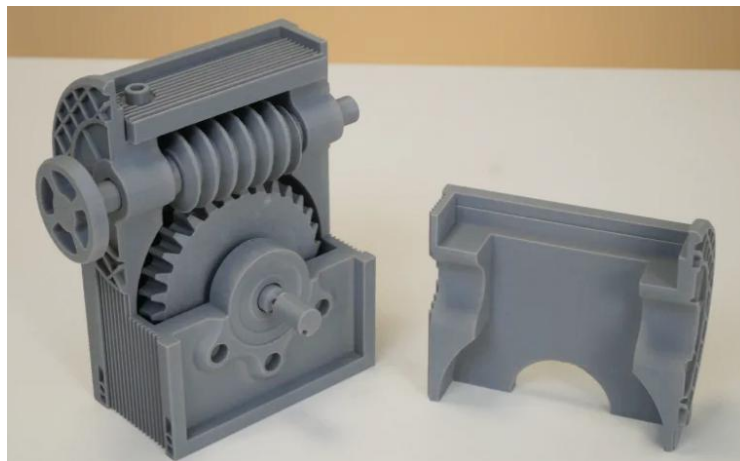


Figura 9. Geometrías complejas llevadas a cabo en PLA. [17]

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

El filamento de PLA que se emplea en el proyecto pertenece a la marca española SAKATA 3D FILAMENTS y presenta las características que se pueden observar en la tabla 3 a continuación (para el tipo PLA 850 con filamento de 1,75mm).

Especificaciones	Valores	Normativa
Diámetro de filamento [mm]	1,75 ± 0,05	-
Desviación máxima de redondez [mm]	0,05	-
Peso específico [g/cm ³]	1,24	ASTM D792
Resistencia a la tracción [Mpa]	50	ISO 527-1
Módulo de tracción [Mpa]	2315	ISO 527-1
Elongación a la rotura [%]	3,31	ISO 527-1
Impacto Charpy con entalla, 23 °C [J/m]	118	ISO 179-1eA
Temperatura de flexión bajo carga [°C]	80-90	ISO 527-1
Parámetros de impresión	Valores	Normativa
Temperatura para la boquilla [°C]	205-220	-
Temperatura de la cama [°C]	50-70 (opcional)	-
Velocidad del ventilador [%]	100	-
Altura de capa [mm]	0,1-0,3	-
Espesor de pared [mm]	1,2	-
Velocidad de impresión [mm/s]	Máximo 120	-

Tabla 3. Especificaciones técnicas del PLA 850 de la marca Sakata 3D Filaments. [5]

Estos parámetros son iguales para todos los filamentos PLA de la marca, independientemente del color utilizado.

Observando los límites del material facilitados por el fabricante y representados en la tabla 3, si tenemos en cuenta que los mayores esfuerzos a los que se ve sometido el material son la acción del operario y el que producen los muelles utilizados para cerrar las mordazas de sujeción al patín con el que cuenta el dispositivo, la resistencia mecánica ante cortante, flexión y torsión mínima que presenta el PLA utilizado está muy por encima, por lo que se garantiza que no se produzca el agotamiento de la resistencia del material ante ninguno de estos esfuerzos.

4.2.2. Anisotropía mecánica y orientación óptima de las capas

En los procesos de fabricación aditiva mediante deposición de filamento fundido (FDM/FFF), las piezas presentan un comportamiento anisotrópico, lo que significa que sus propiedades mecánicas varían en función de la dirección en la que se les aplique los esfuerzos. Este fenómeno se debe a la propia naturaleza del proceso: el material se deposita capa a capa, generando una fuerte continuidad dentro del plano XY, donde los filamentos son extruidos de manera continua y una unión más débil en la dirección perpendicular al eje Z, donde las capas dependen de la adherencia entre las capas superpuestas una vez ha solidificado el material. Como resultado, la resistencia mecánica es considerablemente mayor si el esfuerzo se aplica de manera perpendicular al plano que conforma una capa que si se hace paralelamente a esta. Esto se da de una manera general independientemente del tipo de esfuerzo aplicando, a continuación, se detalla un poco más en profundidad como afectan los distintos tipos de fuerzas conocidas a las capas y las uniones entre estas:

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

- **Tracción/compresión:** la resistencia a tracción es máxima cuando la carga actúa paralela a las capas (es decir, dentro del plano XY) y mínima cuando la carga tira o empuja de manera perpendicular a las capas (a través de interfaces entre capas). Varios estudios y ensayos prueban las grandes diferencias en la resistencia de la pieza según la orientación en la que ha sido impresa y en la que se le ejerce el esfuerzo: en FDM la resistencia en Z puede ser varias veces menor que en XY (valores reportados típicos indican reducciones del orden entre 4 y 5 en tensión según material/proceso). Por eso, si una pieza trabaja en tracción, conviene orientar la pieza para que la carga principal actúe en el plano de las capas.
- **Flexión:** la flexión se caracteriza por presentar esfuerzos combinados de tracción y compresión. Si la cara bajo tracción tiene interfaces entre capas enfrentadas (es decir, la cara exterior es la que se forma por las uniones entre todas las capas y no por 1 sola capa), la pieza tenderá a delaminarse o fracturarse por la separación de estas intercapas. Por tanto, para piezas sometidas a flexión conviene orientar la longitud de la pieza de modo que las capas corran a lo largo de la fibra neutral y las fibras exteriores sometidas a tracción queden dentro del plano XY. Estudios prácticos y guías (como la que ofrecen las marcas Prusa/Protolabs) recomiendan imprimir elementos alargados “tumbados” para maximizar resistencia a la flexión.
- **Cortante:** Para esfuerzos de cortante, aquellos en los que las cargas tienden a desplazar unas secciones del material respecto a otras, las piezas fabricadas por FDM sobretodo, presentan un comportamiento muy sensible a la orientación de las capas y al patrón de relleno utilizado. El motivo principal es que, el cortante, suele producirse a lo largo de los planos de debilidad, es decir, las caras de unión adhesiva que forman los hilos de filamento entre distintas capas. Cuando el plano principal de acción del esfuerzo cortante coincide paralelamente con este plano entre capas donde se forma la unión entre estas, las fuerzas actúan intentando deslizar una capa respecto a la adyacente, al ser la resistencia adhesiva menor a la que presenta el propio PLA, la resistencia suele ser significativamente menor que cuando el esfuerzo se reparte en el plano perpendicular, donde la continuidad del filamento confiere mayor cohesión. Por esta razón, piezas que deben resistir esfuerzos de cortante importantes deben evitar, en la medida de lo posible, que dichos esfuerzos se concentren en la dirección interlaminar. Además de la orientación de la pieza, el ángulo de deposición de las hebras influye directamente en la capacidad de resistir cortante. Si el relleno interno o las trayectorias de material se colocan únicamente en $0^{\circ}/90^{\circ}$, la resistencia es mayor en esas direcciones, pero débil en diagonales; en cambio, al emplear patrones de $\pm 45^{\circ}$ se consigue repartir las trayectorias de filamento de manera que el material pueda absorber esfuerzos multiaxiales, mejorando la resistencia frente a cargas oblicuas o torsionales. Este principio se aplica de manera similar a como se orientan las fibras en los materiales compuestos, donde las capas de fibra se disponen en diferentes direcciones para resistir esfuerzos en varios ejes.
- **Torsión:** La torsión en estos casos genera esfuerzos cortantes en la pieza, por lo que nos encontramos con el mismo caso que el expuesto anteriormente, las capas situadas entre dos filamentos superpuestos, constituyendo la unión adhesiva entre estos, son las más débiles ante la cizalladura generada por la torsión mientras que, si los esfuerzos torsionales se aplican a las capas formadas por la continuidad del filamento, se generará una mayor resistencia ante estos.

Una vez expuestos y estudiados los casos de mayor debilidad resistente de una pieza fabricada con impresión 3D empleando filamento PLA, se pasa al caso concerniente. Los principales esfuerzos que actúan sobre la estructura del dispositivo son el cortante, la tracción y la compresión. Como el dispositivo únicamente debe mantener una trazada lineal, no se requieren esfuerzos que generen sobre este una flexión del material, por lo que podemos descartar los efectos de esta (teniendo en cuenta también que el operario no debe introducir esfuerzos en

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

direcciones distintas a la de la trazada que recorre el patín). En la figura 10, podemos ver las principales fuerzas a las que se ve sometido el dispositivo.

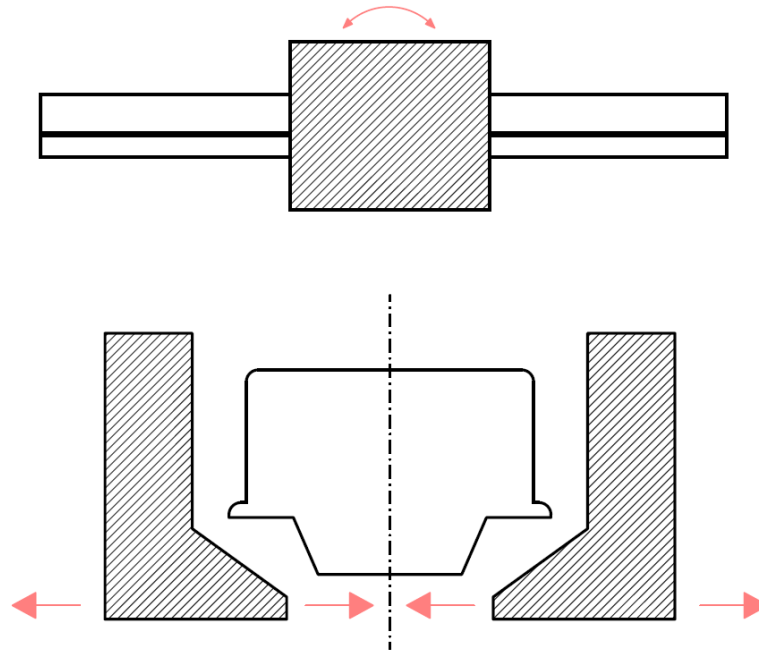


Figura 10. Esquema simplificado de las principales fuerzas que actúan sobre el dispositivo. [Material propio]

Por tanto, como en el primer caso, el mecanismo de movimiento se desliza con suavidad sobre el patín, no consideramos la fuerza que ejerce el operario para desplazar el aparato, lo que nos deja solo con los esfuerzos que se generan al cerrar la mordaza sobre el patín, por medio de la compresión de los muelles, esto genera en el material una tracción por acción reacción para contrarrestar la acción de los muelles. Para garantizar que estas fuerzas no desgarran o rompan el material, según los criterios anteriormente descritos, se debe evitar imprimir la pieza de forma que las capas se conformen perpendicularmente a la fuerza. La situación óptima sería imprimir paralelamente a la fuerza que genera la compresión de los muelles, logrando que esta no afecte a la adhesión entre capas, así pues, esta es la decisión que se ha tomado al diseñar e imprimir las mordazas del dispositivo, tal y como puede observarse en la figura 57 donde se muestra la pieza en el laminador en la posición en que se imprimirá.

4.2.3. Uso de aristas redondeadas y achaflanadas

Otro de los problemas a los que nos enfrentamos diseñando, ya sea o no para un proceso de fabricación aditiva, son las concentraciones de tensiones.

Este fenómeno es aquel que se produce cuando aparece un valor de tensión localizado en una zona de la pieza y superior al promedio al que se ven sometidas el resto de fibras del material. Aparece cuando la geometría de la pieza en cuestión cuenta con discontinuidades abruptas, estas pueden ser, por ejemplo, agujeros, desniveles repentinos, cortes, esquinas muy pronunciadas, entre otras.

La forma más sencilla de entender la forma de actuar de estas concentraciones de tensiones es por medio del concepto “líneas de fuerza”. Estas líneas de fuerza describen la trayectoria que recorren las fuerzas a través de las fibras de un material, un posible símil, salvando las distancias, serían los cables (líneas de fuerza) y la electricidad (fuerzas). En una pieza sin discontinuidades, estas líneas se distribuyen relativamente uniformes, pero, cuando hay una discontinuidad geométrica, las líneas de fuerza se concentran alrededor de ella acercándose entre sí, lo que implica que la densidad del flujo interno de fuerzas es mayor en ese punto. Esa densidad mayor traduce un estrés local elevado en esa zona específica de la pieza. En la figura 11 se puede apreciar el funcionamiento de las líneas de fuerza.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

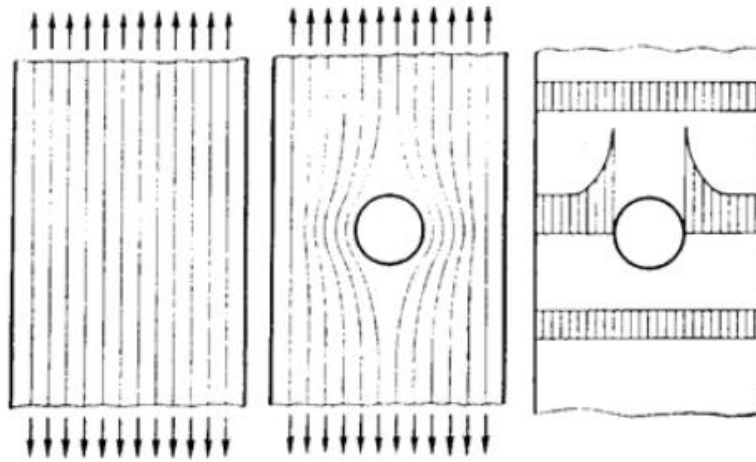


Figura 11. Visualización de las líneas de fuerza en piezas sin hueco (izquierda) y con hueco (derecha). [18]

El principal efecto fatal de la concentración de tensiones es la rotura (normalmente por rasgadura) del material, esa zona tan localizada y sometida a un pico de tensión marca el inicio de una grieta que evoluciona rápidamente fracturando el material. Hay que tener en cuenta que esto puede ocurrir incluso cuando se somete la pieza a una tensión segura, dentro de su límite elástico.

Una manera sencilla a la par que efectiva de lidiar con las concentraciones de tensiones es la implementación de aristas redondeadas en la pieza diseñada. Los redondeos evitan el cambio brusco en la geometría y por tanto la “obligación” de que la línea de fuerza tenga que realizar un cambio brusco de dirección al recorrer la fibra de material.

Para determinar los efectos de las concentraciones de tensiones y estudiar el efecto positivo de los redondeos sobre una pieza realizada con el material que se emplea en el trabajo (PLA 850 de Sakata 3D Filaments), se ha diseñado un modelo sencillo de una probeta de prueba utilizando el software SolidWorks, para realizar sobre esta una simulación de la que obtener un diagrama de tensiones de von Mises. La probeta es una pieza genérica, no se ha seguido una normativa específica vinculada a los tipos de pruebas para determinar la resistencia de materiales existentes, esto se ha decidido de esta forma porque el objetivo no es determinar el esfuerzo límite que puede aguantar el dispositivo, sino que se quiere estudiar y comprobar el grado de importancia de la concentración de tensiones sobre una pieza para determinar la importancia que este tiene sobre las decisiones de diseño que se toman posteriormente.

Una vez justificada la realización de este estudio, se procede, en primer lugar, creando el material que se quiere estudiar en SolidWorks, el PLA 850 de Sakata. Para registrar el material, ya contamos con algunos parámetros clave obtenidos de la ficha técnica del fabricante, sin embargo, nos faltan otros tantos que el fabricante se reserva. Como no se trata de un estudio del todo riguroso, podemos tener en cuenta que los distintos PLA tienen propiedades muy similares, además, las principales características que diferencian el PLA que utilizamos de otros del mercado, son las que ya nos aporta el fabricante (como el límite elástico o el peso específico), por tanto, no es erróneo sustituir el resto de parámetros reservados por el fabricante por los aportados en otras fuentes y aplicarlos en nuestro material, para este caso no merece la pena realizar un estudio profundo del material para obtener más información de este. Así pues, para crear el material en SolidWorks, se utilizan los parámetros reflejados en la tabla 4 mostrada a continuación.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Propiedad	Valor
Módulo elástico [MPa]	2315
Coefficiente de Poisson	0,33
Módulo cortante [MPa]	869
Densidad de masa [kg/m ³]	1240
Límite de tracción [MPa]	50
Límite de compresión [MPa]	80
Límite elástico [MPa]	42,5
Conductividad térmica [W/(m·K)]	0,2256
Calor específico [J/(kg·K)]	1386

Tabla 4. Parámetros para la configuración del PLA 850 de Sakata en SolidWorks. [5]

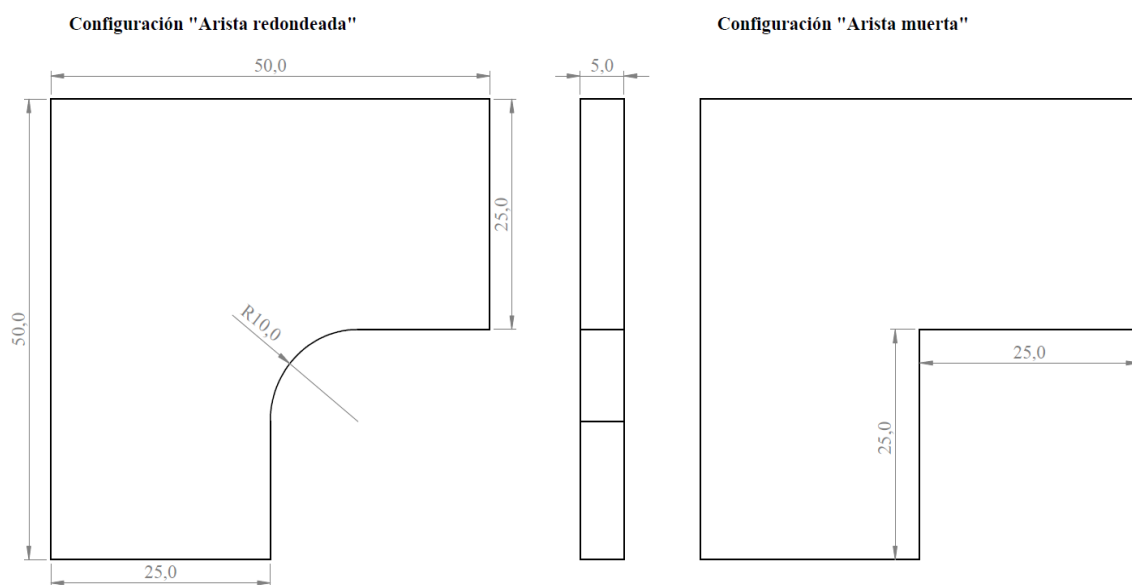


Figura 12. Dimensiones de las probetas de prueba para medir el efecto de las concentraciones de tensión.

Una vez aplicado el nuevo material a la probeta representada en la figura 12, donde se establecen a su vez las dos configuraciones (arista redondeada y arista muerta) sobre las que realizar la simulación, se procede con la realización del estudio estático de fuerzas.

Aunque no se trate de un estudio del que esperemos sacar resultados numéricos específicos para obtener conclusiones sobre la resistencia de nuestro dispositivo, para que en este caso estos resultados sí reflejen fielmente los efectos de las concentraciones de tensiones sobre una pieza de prueba, hecha con el material que se emplea en el proceso de impresión 3D de este trabajo, hay que establecer y seguir correctamente unos pasos a seguir que aseguren que, tanto el modelo a estudiar como los resultados obtenidos de este, sean válidos y representen adecuadamente este fenómeno físico real. Estos pasos quedan bien definidos directamente al introducir en orden los parámetros según se presentan en la interfaz del módulo "Simulation" de Solidworks visto en la figura 13.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

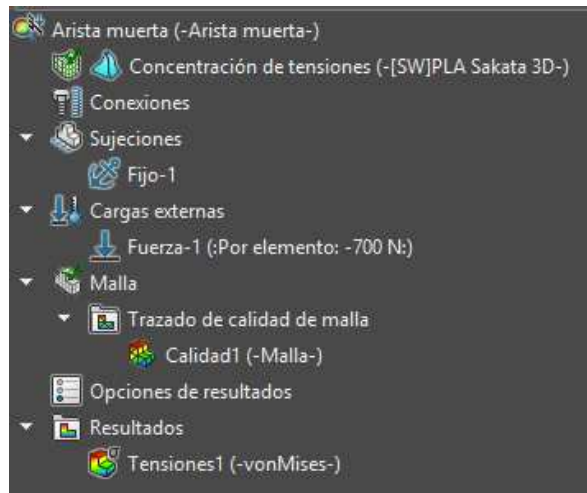


Figura 13. Árbol de operaciones para la realización de una simulación estática en SolidWorks.

A continuación se detallará brevemente las posibles opciones a configurar en cada uno de estos apartados, hay que recalcar que el módulo “Simulation” que incorpora SolidWorks es realmente complejo, por sí solo bastaría como tema principal para un trabajo aparte, por tanto, solo se hablará de manera resumida de las principales consideraciones a tener en cuenta para la realización de este estudio relativamente sencillo obviando detalles que, aun resultando importantes para la obtención de resultados más precisos y correctos, resultan innecesarios para el grado de detalle requerido en este caso.

- **Asignación del material:** Antes de iniciar con la simulación, lo primordial es tener un material correctamente configurado con sus principales parámetros mecánicos y asignar este a la pieza que se va a estudiar. Este paso y los parámetros del material utilizado en el estudio (PLA 850), ha sido definido anteriormente.
- **Sujeciones:** En este apartado se establecen las condiciones de contorno para la pieza, para esta simulación, la pieza tendrá un empotramiento en uno de los extremos (flechas verdes del esquema 3D) y el resto estará libre.
- **Cargas externas:** Aquí se determinan las fuerzas (dirección, sentido, área de acción, intensidad...) que inciden sobre la pieza. Para este caso, se ha seleccionado una fuerza de tracción, aplicada en el extremo contrario al empotramiento, y con una intensidad de 700 Newtons (aproximadamente lo equivalente a una fuerza de 70 kilos tirando de ese extremo), suficiente para exceder el límite elástico de la pieza y producir una posible rotura de esta.
- **Malla:** Este apartado engloba a los distintos parámetros con los que contará el mallado de la pieza y el método que se utiliza para realizar este mallado. El mallado es el método por el que se resuelve el equilibrio de fuerzas en la pieza. Esta se divide en una gran cantidad de elementos geométricos de menor tamaño unidos entre sí (normalmente se trata de geometrías triangulares, ya que es la geometría mínima que mejor se adapta a los huecos, abarcando así la superficie completa del objeto), sobre cada una de estas geometrías de menor tamaño, se realiza el equilibrio de fuerzas y se combinan para obtener el resultado final del objeto completo. Cuanto menor es el tamaño de malla, mayor precisión se consigue ya que esta se adapta mejor a la geometría del objeto, sin embargo, esto conlleva un gasto mayor a su vez en potencia computacional ya que se incrementan en gran medida el número de cálculos. Para realizar una buena simulación, hay que lograr un equilibrio entre estos dos factores en lo referente a la malla, un tamaño de malla que nos proporcione una precisión aceptable según el propósito de la simulación sin comprometer la potencia computacional de la máquina que se utiliza ya que esto ocasionaría un aumento significativo en el tiempo que tarda el ordenador en realizar los cálculos. Para la simulación efectuada, se ha utilizado el mismo método de mallado y tamaños de elemento para ambos casos, los parámetros de cada mallado se muestran en las figuras XXX y XXX.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

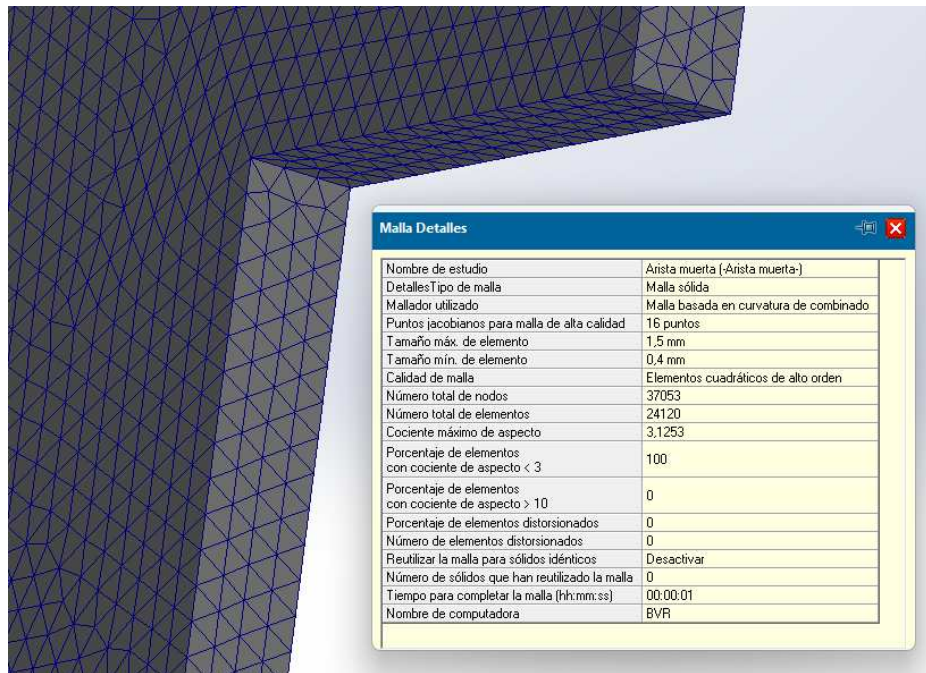


Figura 14. Propiedades de la malla en el modelo de "arista muerta".

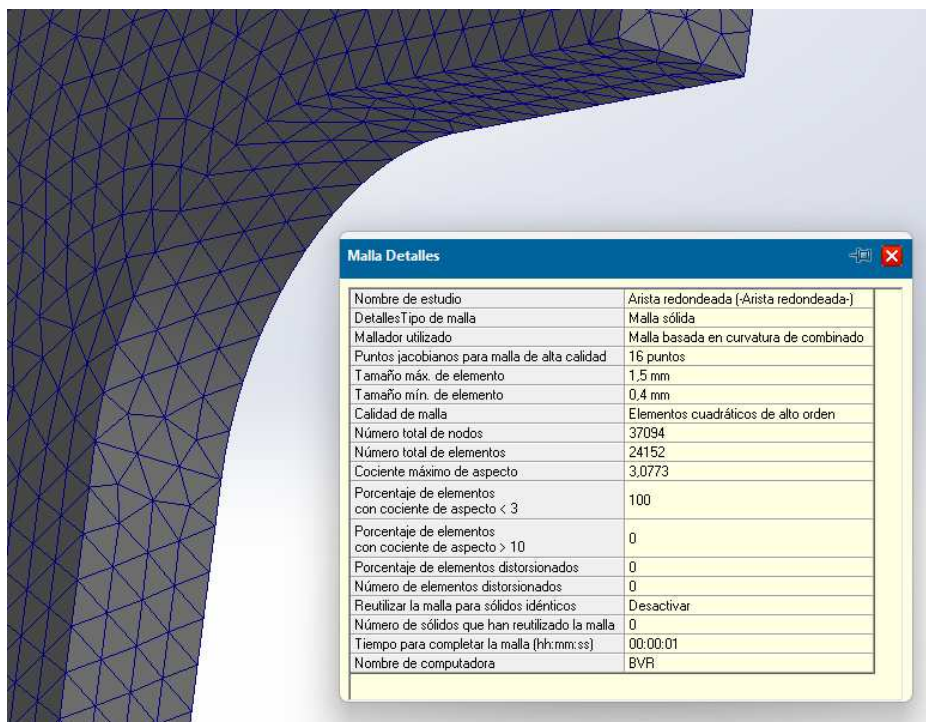


Figura 15. Propiedades de la malla en el modelo de "arista redondeada".

Una vez que estos campos han sido configurados, ya estamos en condiciones de ejecutar la simulación, teniendo una cierta certeza de que los resultados que se obtienen de esta son fiables.

Tras ejecutar la simulación en cada modelo, se nos presenta el mapa de colores que ayuda a distinguir a simple vista las zonas más comprometidas de la pieza, queda pues, ajustar la forma en la que se muestran los datos para poder dar una interpretación correcta de estos. Este ajuste lo logramos manipulando la leyenda de colores, se acota el rango de fuerzas que se quiere mostrar y el formato/unidades en las que se muestran los valores, además es posible hacer que el software indique cual es el punto más solicitado y del valor de dicha sollicitación. Finalmente, los resultados de la simulación se aprecian en las figuras 16 y 17.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

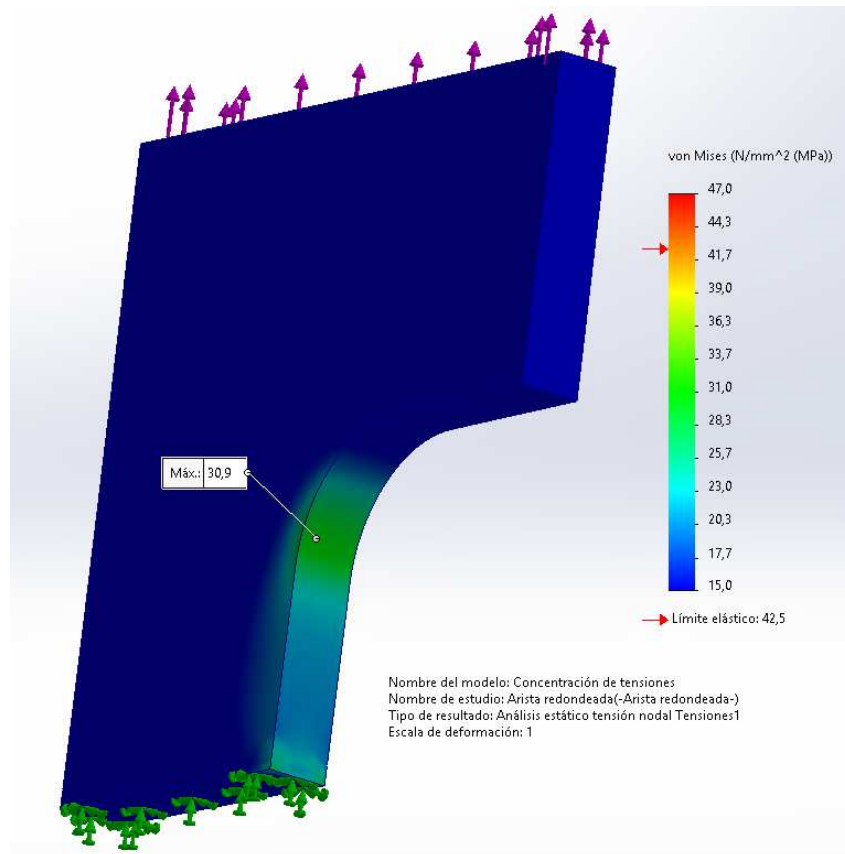


Figura 16. Resultados del estudio de tensiones para el modelo de "arista redondeada".

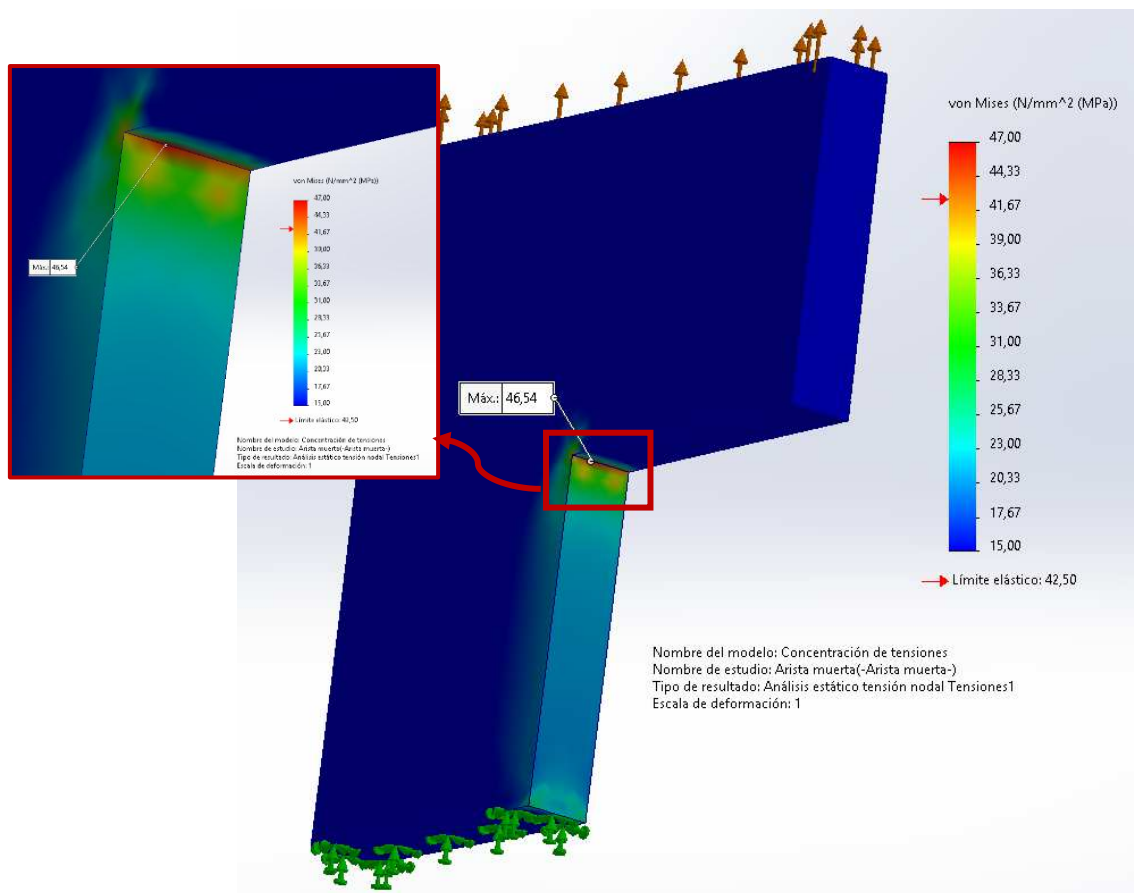


Figura 17. Resultados del estudio de tensiones para el modelo de "arista muerta".

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Pasando al análisis de los resultados, se ve la gran diferencia entre los valores obtenidos en ambos casos. En el modelo con arista redondeada, las fuerzas presentan una distribución más homogénea a través de la pieza, la fibra que sufre la mayor sollicitación (de 30,9 MPa) queda, aun así, por debajo del límite elástico del material, evitando el desgarramiento de la pieza. Por otro lado, la situación observable en el modelo de arista muerta resulta ser la contraria, podemos observar a simple vista un pico de tensión (de 46,54 MPa) que se focaliza principalmente sobre la arista, esta tensión supera con facilidad el límite elástico del material, generando una zona crítica que puede derivar en la rotura de la pieza.

Cabe mencionar, en cuanto a los valores obtenidos, que estos están bastante por encima a los que se obtendrían en la pieza real impresa por el método FDM, esto debido a que SolidWorks está considerando la geometría completamente maciza, cuando esto realmente no es posible del todo y en la práctica tampoco es viable por la cantidad de material y tiempo invertidos en el proceso de impresión. De igual manera, el programa tampoco tiene en cuenta la deposición del material en capas y la importancia de la orientación que estas tengan a la hora de presentar resistencia ante un esfuerzo o viceversa, la importancia de la dirección y área de aplicación de este esfuerzo frente a las capas de material, estos casos vienen detallados en el apartado 4.2.2. anterior.

Con esta sencilla simulación se puede demostrar que las concentraciones de tensión son un gran efecto negativo que se debe tener en cuenta, esta puede generar picos de tensión concentrados en áreas muy concretas y con valores cerca de un 30-35% mayores en relación a las tensiones medias restantes que presenta la pieza. También queda demostrado como la inclusión de redondeos y en general curvaturas de cierto grado, aplicados sobre aristas donde se producen cambios bruscos de dirección o forma en la geometría, resulta beneficioso en lo que a la distribución homogénea de las tensiones se refiere. En general, este concepto permanece permanentemente presente durante la concepción de la geometría del dispositivo, precisamente para evitar o al menos paliar lo máximo posible este fenómeno tan negativo para la resistencia de las piezas.

Es importante destacar que, en lo que refiere a nuestro dispositivo, este no es uno de los principales problemas que se enfrentan en el proceso de diseño, de hecho, se puede considerar uno de los últimos. Esto se debe a que la parte principalmente fabricada mediante impresión (la carcasa), se encuentra sobredimensionada dada la naturaleza y propiedades resistentes del material empleado y las dimensiones del dispositivo, el PLA puede hacer frente sin problemas a los esfuerzos que un operario introduzca en este tipo de aparato, el cual no se diseña con la intención de soportar fuerzas mayores como las que pueden actuar en un chasis, elementos sometidos a velocidades lineales o de rotación muy elevadas y demás casos. El estudio de los concentradores de tensión se realiza principalmente para aclarar que es un factor a tener en cuenta a la hora de diseñar cualquier elemento resistente, que, para este caso, cuenta con un papel menor ya que las fuerzas que actúan están muy lejos de un valor crítico para el material, pero es conveniente siempre tenerlo en cuenta para evitar que haya zonas más frágiles de las piezas diseñadas que puedan verse comprometidas por este fenómeno.

4.2.4. Dilatación y contracción del material, efecto “warping”

Otro de los fenómenos más importantes que deben tenerse en cuenta a la hora de diseñar una pieza que va a ser fabricada por impresión 3D, concretamente utilizando el método de impresión con filamento, son los efectos que la relativamente fuerte dilatación y contracción de este material durante el proceso de impresión y enfriamiento pueden producir sobre el acabado final de la pieza, refiriéndose con este acabado tanto al superficial como al aspecto resistente de la pieza.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

La dilatación y contracción del material afecta y se debe tener en cuenta por varios motivos, uno de los más importantes es para evitar el “warping”. Se denomina warping (deformación por curvatura/levantamiento de cantos) al efecto que produce que, principalmente, las esquinas y cantos de la pieza en contacto con la cama de impresión se deformen produciendo, en ocasiones, el desprendimiento entre la pieza y la cama. La raíz física que produce el warping tiene origen en los fenómenos térmicos experimentados por el material. El filamento extruido llega a la boquilla a alta temperatura y, al depositarse sobre capas ya solidificadas, sufre un enfriamiento desigual. Ese enfriamiento genera una contracción térmica localizada en algunas de las fibras del material, las restantes fibras, formadas por material fresco recién depositado o no tan expuesto al exterior, tiran del material ya solidificado produciendo acumulaciones de tensiones residuales internas. Estas tensiones internas tienden a deformar la pieza para liberar energía (véase la figura 18) y, como se ha detallado en el apartado anterior, estas tensiones internas se acumulan principalmente en cantos pronunciados de la pieza.

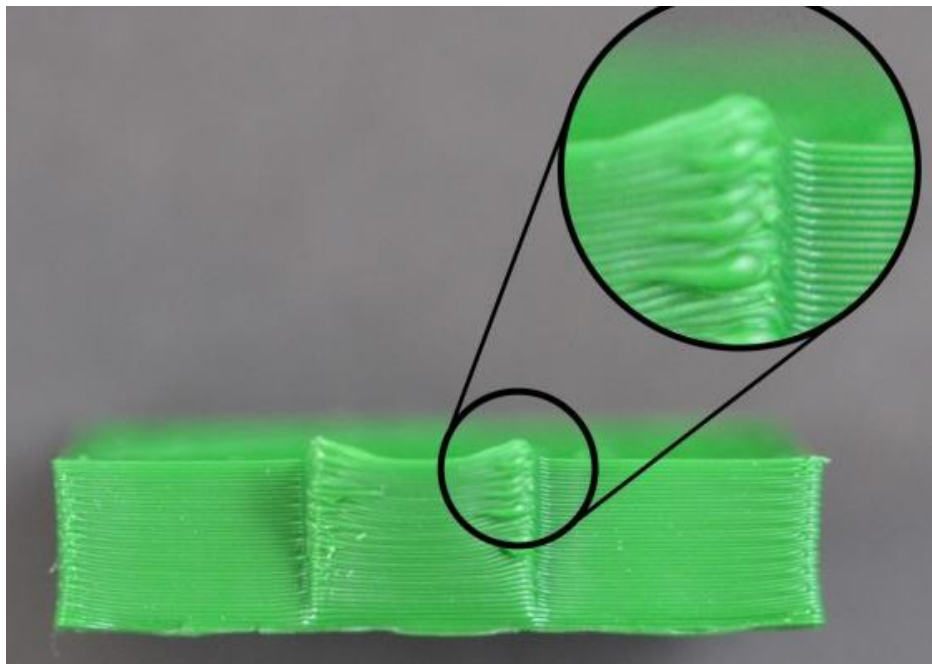


Figura 18. El warping y sus efectos. [19]

Estas tensiones residuales que derivan del efecto warping, desde el punto de vista mecánico y funcional a la hora de tenerse en cuenta para el diseño, puede generar zonas deformadas con puntos mayormente tensionados que favorecen la aparición de grietas o delaminación entre capas, reduciendo la resistencia efectiva y la vida a fatiga de la pieza.

Las medidas para mitigar el warping, se focalizan en dos puntos principales, el control térmico del proceso y ajustes de diseño para asegurar la fijación a la cama. Entre las prácticas más efectivas están: mantener una temperatura de cama adecuada (reducción del gradiente térmico con respecto a la pieza paliando las contracciones y dilataciones del material), usar una recámara o recinto que mantenga el ambiente caliente y reduzca corrientes de aire (en nuestro caso no será posible ya que la cama de la impresora se encuentra expuesta), minimizar el enfriamiento forzado (ventilador) durante las primeras capas, emplear adhesivos/pegamentos para aumentar el área de contacto y la adhesión inicial, optimizar la orientación de la pieza (intentando tener una gran superficie de la pieza en contacto con la cama) y añadir redondeos/chaflanes que reduzcan discontinuidades geométricas en la base de las piezas en contacto con la cama. En caso de filamentos más problemáticos (ABS, Nylon) es casi obligatorio usar cama que permita mantener una temperatura alta (en torno a los 100°C) y contar con un recinto cerrado que permita un mejor control de las corrientes de aire producidas por los ventiladores.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Para este trabajo, donde se utiliza un PLA estándar, basta con que la cama esté levemente caliente (en torno a los 40°C normalmente), además de aplicar métodos que garanticen una buena adhesión de la pieza a la cama. Es importante, por último, cumplir con los parámetros de impresión que el fabricante recomienda para su material, ya que este ha sido sometido a varias pruebas que garantizan, con un cierto margen de confianza, que con esos parámetros se obtienen buenos resultados. Al final debemos tener siempre en cuenta que la impresión 3D no es una ciencia exacta, aun cumpliendo con todas las recomendaciones siempre pueden surgir pequeñas deformaciones en la pieza o problemas mientras se está realizando la impresión ya que son muchos los parámetros que deben estar en constante evaluación y ajuste imposibilitando que, con los medios con los que se cuentan para este proyecto, se pueda cumplir con todos.

Las medidas que se ha tomado durante el diseño para mitigar el efecto del warping, han sido principalmente añadir los redondeos a las caras de las piezas que se encuentran en contacto con la cama (véase la figura 19), evitando de esta forma en gran medida la posibilidad de que se despeguen de esta. También el evitar las aristas muertas, como se menciona en el subapartado 4.2.3, esto evita las concentraciones de tensiones en las aristas y las posibles deformaciones que estas pueden producir generando grietas o roturas en la pieza. Respecto a un método de adhesión de la pieza a la cama de impresión, en este caso no se ha considerado necesario, tras las múltiples impresiones realizadas en las impresoras del taller, se ha visto que responden adecuadamente sin necesidad de utilizar adhesivos (a lo sumo algo de laca convencional), la propia rugosidad de la cama junto a la correcta configuración de parámetros de impresión y la calidad tanto de la impresora como del material, resultan ser suficientes para evitar los efectos del warping.

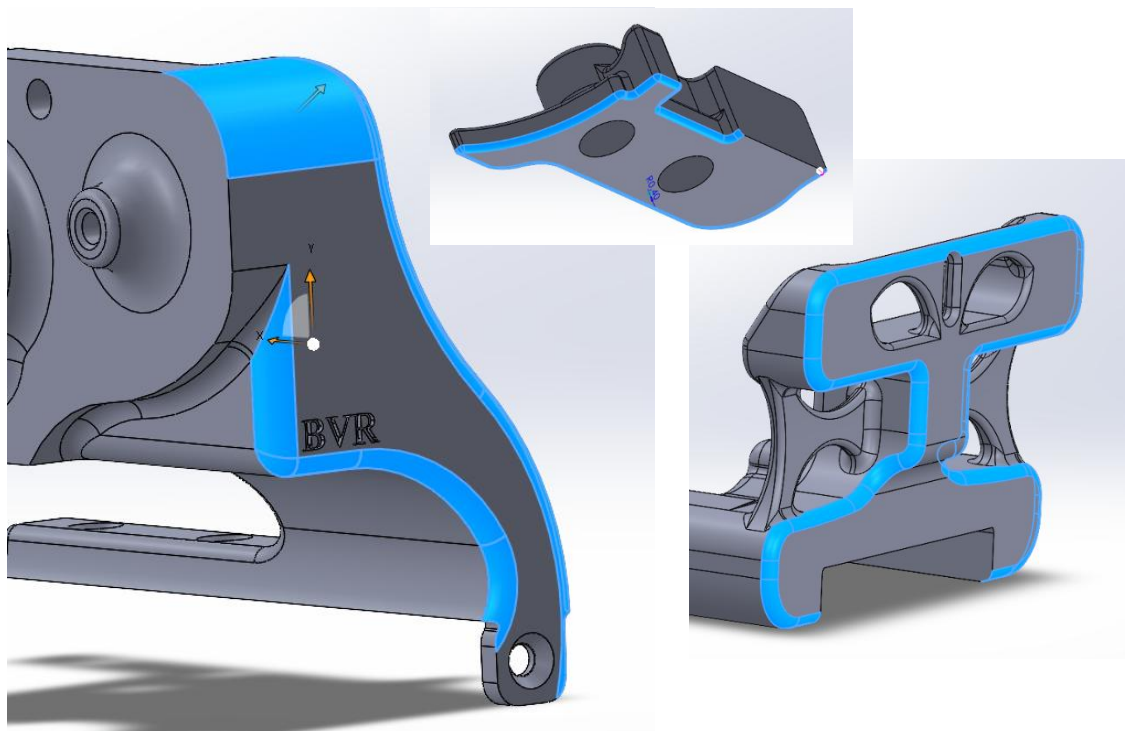


Figura 19. Redondeos en piezas como medida para prevenir fenómenos de dilatación/contracción del material.
[Material propio]

En la figura 19 también puede observarse que no siempre es posible cumplir completamente con cada decisión de diseño, en este caso, hay ocasiones en las que no toda la cara puede presentar redondeos, esto ocurre principalmente porque son piezas destinadas a encajar unas con otras, lo que hace que, en esas caras de encuentro no pueda haber redondeos, ya sea por motivo estético o por necesidad de diseño (asegurar la resistencia mecánica para un elemento de fijación, necesidad de un espacio que no puede ser ocupado por el redondeo de la arista, continuidad del material, etc...).

4.2.5. Grosor mínimo de paredes, tamaño de detalles y tolerancias

El grosor apropiado de las paredes de una pieza, entiéndase por pared como una lámina de material de cierto espesor que no se encuentra franqueada por ningún otro elemento, viene determinado en gran parte por la resistencia propia del material y el tamaño de boquilla del extrusor de la impresora que se esté utilizando. En nuestro caso, se utiliza un tamaño de boquilla para el extrusor de 0,4 mm que resulta ser el más habitual para impresión FDM. Con una boquilla de 0,4 mm es habitual usar un ancho de línea efectivo entre 0,35 - 0,45 mm, este parámetro se indica en el laminador que procesa el archivo 3D de la pieza para convertirlo en un archivo “.GCode” que contiene las líneas de comando a seguir por la impresora para obtener la pieza, el laminador indica las líneas solapadas que conforman las paredes. Por tanto, las paredes mínimas impresas con fiabilidad suelen corresponder a un múltiplo entero de esa anchura de línea, aunque no tiene por qué ser así exactamente, el laminador puede ajustar la superposición del trazo de línea para obtener otros grosores distintos.

En el apartado resistente, se pueden diferenciar dos tipos de paredes en la pieza: las paredes no estructurales, las cuales pueden ser más delgadas ya que no se destinan a soportar esfuerzos ni cargas (normalmente suelen estar en torno a 1 mm de grosor como mínimo, menos de eso podría dar problemas a la hora de imprimir por el gran detalle requerido) y por otra parte, las paredes estructurales, que sí están condicionadas por la acción de una carga/fuerza, en general es recomendable que estas tengan un grosor de 2 mm aproximadamente para garantizar la resistencia de la pared.

En el proyecto, el grosor de pared más utilizado es el de 2 mm en general, este grosor de pared no compromete la resistencia de la pieza y, además, al requerir un menor grado de detalle, minimiza el riesgo de error en el proceso de impresión. Solo en situaciones en las que se requieren geometrías con un mayor detalle se ha utilizado un grosor menor, siempre procurando que esa parte de la pieza no se encuentre bajo el efecto de algún esfuerzo, esto puede verse en los ejemplos presentados en la figura 20.

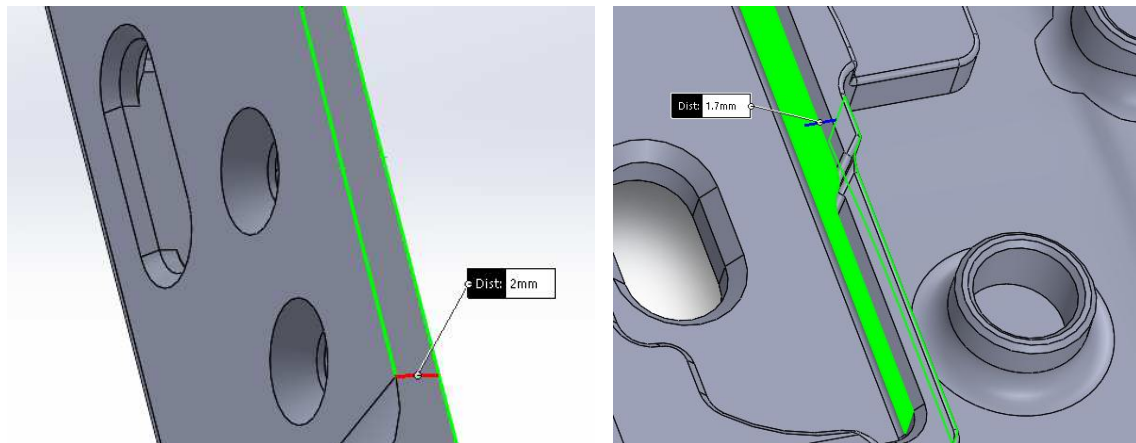


Figura 20. Grosores tipo utilizados para las paredes de los componentes del dispositivo. [Material propio]

Otro efecto a tener en cuenta al diseñar y establecer un grosor en las paredes es el de “pie de elefante”, este se da por el aplastamiento y el consecuente ensanchamiento del material de las primeras capas impresas por el peso de las capas superpuestas a esta y/o por haber configurado una altura de capa muy pequeña, ya que el propio extrusor al depositar el material lo va aplastando a su paso (véase figura 21). Este pie de elefante, puede causar algunas deformaciones en la pieza aumentando mínimamente sus dimensiones, por lo general, no resulta un defecto muy negativo, pero a la hora de tener que ensamblar piezas entre sí, donde ese ensamble se vea condicionado por el tener que estar las piezas encajadas entre ellas, sí resulta un factor condicionante a tener en cuenta, por este motivo, es recomendable imprimir la pieza utilizando una cara que no sea parte de un ensamble con otro componente. Además, el redondeo introducido en las aristas de la cara en contacto con la base de impresión, utilizado para mitigar el efecto del “warping” visto en el

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

anterior apartado, ayuda en gran medida a compensar también este aumento de tamaño de las dimensiones en las primeras capas de impresión de dicha cara.

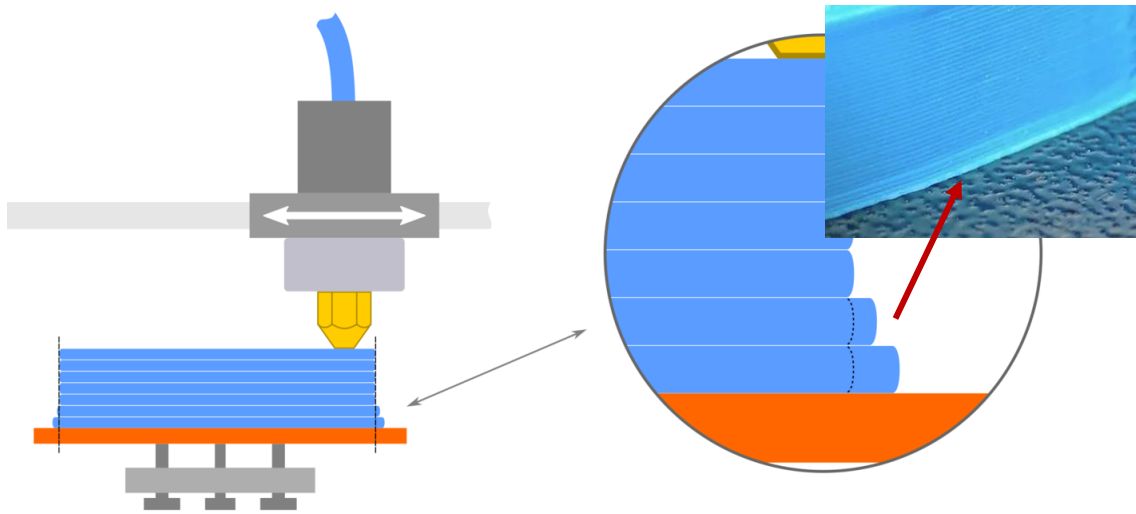


Figura 21. Efecto del fenómeno "pie de elefante". [20]

Pasando al tema de los detalles, los requisitos para que su ejecución sea correcta vienen un poco de la mano también de los que tienen las paredes de la pieza, dependen del tamaño de la boquilla del extrusor en gran medida, con la boquilla de 0,4 mm utilizada, no es recomendable hacer detalles por debajo de este tamaño, ya que físicamente el hilo de filamento no puede encogerse. Los tamaños recomendables para este caso están entre los 0,6 mm y 1 mm, con una altura de capa entre 0,2 mm y 0,3 mm. Estos parámetros se han obtenido en base a la experiencia imprimiendo piezas con ese material y tamaño de boquilla, ya que, como la mayoría de parámetros en impresión 3D, no se pueden basar en una ciencia exacta que garantice el éxito del detalle impreso en el 100% de los casos, habrá ocasiones donde en una impresión se logre obtener la geometría con mucho detalle sin problemas y otras donde, sin haber modificado ninguno de los parámetros, surja algún error como desprendimiento de las capas, mala fijación u obtención de una geometría que no corresponde con la deseada, esto puede observarse en la comparativa mostrada en la figura 22.

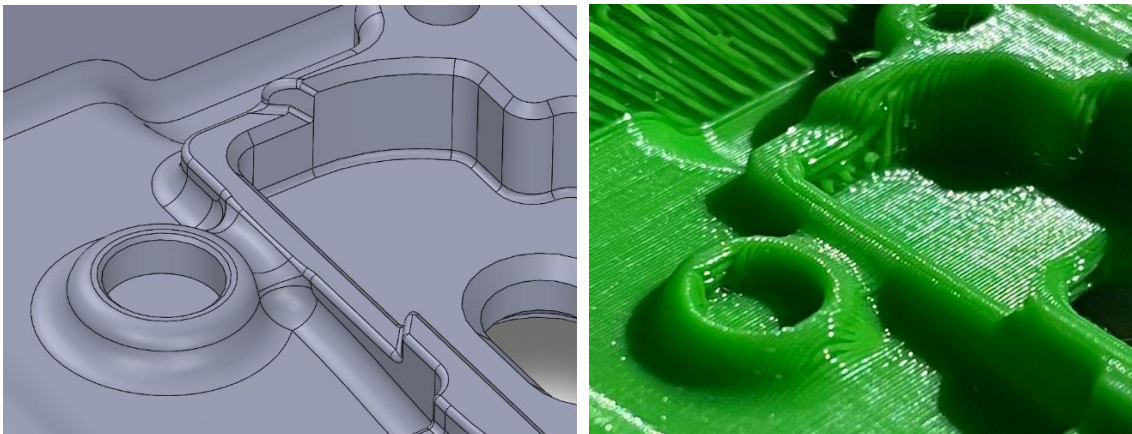


Figura 22. Comparativa de la pérdida de detalle al pasar del modelo CAD a la pieza impresa. [Material propio]

Finalmente, queda por atender el tema de las tolerancias, el cual resulta muy relevante por los cambios que experimentan las dimensiones de la pieza desde que se diseña empleando el software correspondiente hasta que se ha impreso, normalmente aumentando las dimensiones del material impreso, lo que conlleva a que los huecos queden más estrechos respecto a la medida nominal que se les dé en la fase de diseño.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

En este caso especificaremos sobre las tolerancias de ajuste entre componentes y las empleadas en los taladros destinados a alojar tornillos o insertos metálicos. Las tolerancias para piezas destinadas a ensamblarse entre sí varían según el tipo de ajuste que se desea (en este caso se especifica también para PLA y una boquilla de 0,4 mm), se emplea un ajuste entre 0,4 y 0,6 mm para piezas que queremos que queden holgadas entre sí sin que se produzca fricción entre ellas ni una deba deformarse para permitir la entrada de otra, este ajuste se muestra en la figura 23.

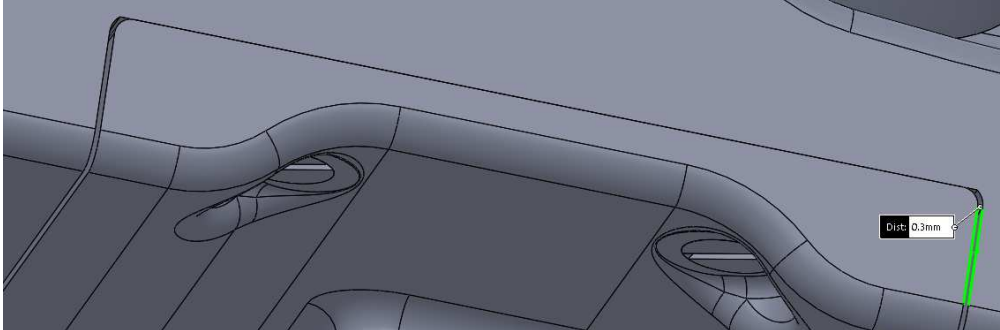


Figura 23. Ejemplo de la tolerancia tipo empleada durante el diseño del dispositivo para un ajuste apretado. [Material propio]

Para un ajuste más apretado, normalmente (y para este trabajo) utilizado cuando se quieren alojar componentes que deben estar sujetos por la fricción del material o que no deban moverse, como es el caso de rodamientos o ejes y pasadores, se utiliza una tolerancia en la medida entre 0,1 y 0,2 mm. En cualquier caso, estas tolerancias deben ser puestas a prueba en distintos prototipos ya que, para unas dimensiones tan reducidas (del orden de décimas de milímetros), cualquier perturbación en el proceso de impresión (cambios de temperatura, presión por parte del extrusor, mínima desviación del filamento impreso...) puede hacer que estas medidas varíen bastante y no permitan alojar el componente en un hueco o el encaje holgado entre dos piezas. En la figura 24, se ven estos fallos en las tolerancias, por una parte, el hueco para el rodamiento queda holgado, lo que deriva en que este se salga de dicho hueco y, por otra parte, no se consigue el ensamblaje holgado entre la carcasa inferior y la mordaza, la tolerancia asignada para este ensamblaje ha resultado no ser suficiente.

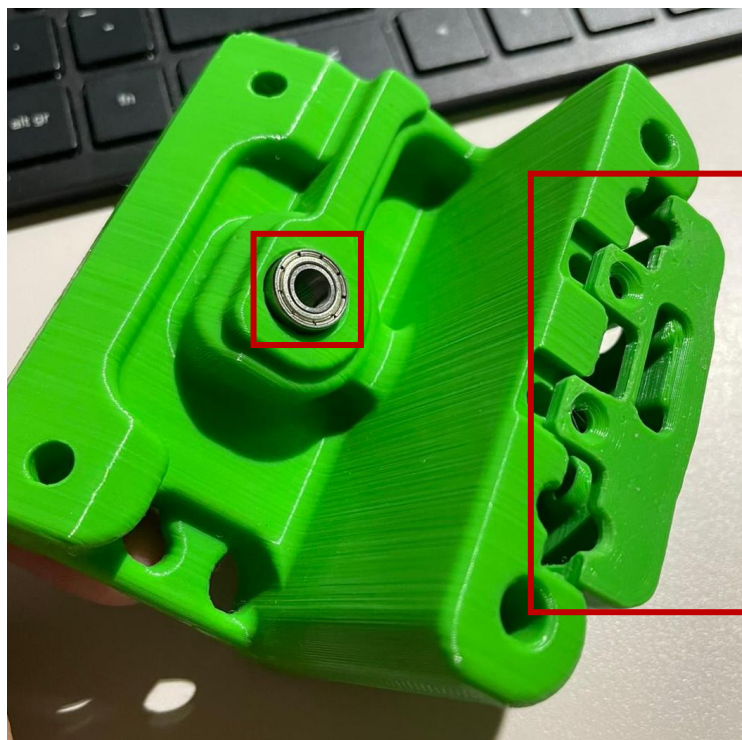
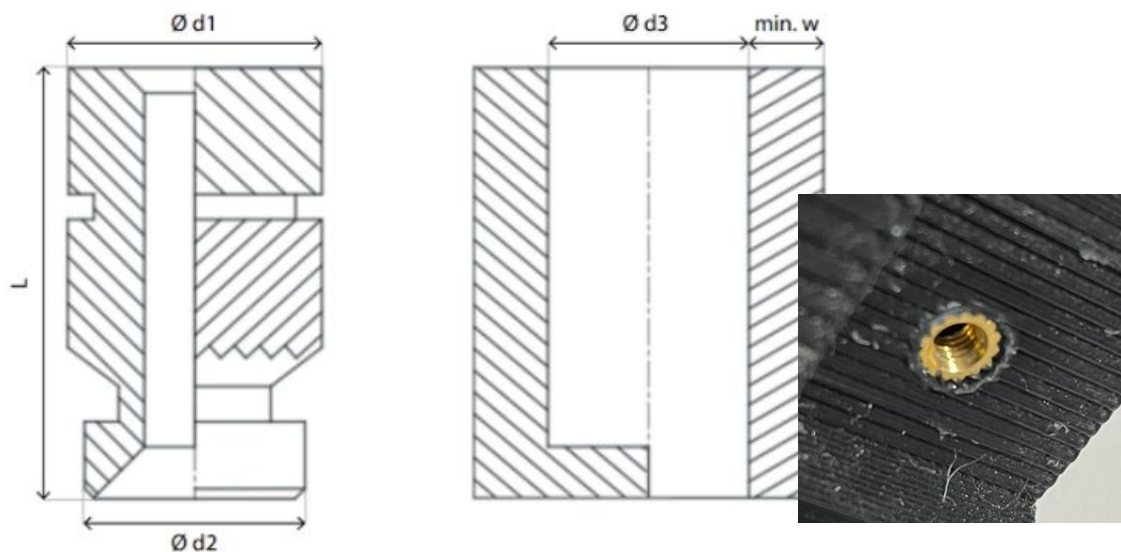


Figura 24. Errores comunes en impresión 3D por FDM al usar tolerancias erróneas. [Material propio]

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Cerrando el tema de las tolerancias, queda por especificar las tolerancias para taladros destinados a alojar un tornillo directamente o un inserto metálico. En este trabajo se ha hecho uso de ambos métodos de unión.

Se ha priorizado el uso de insertos metálicos, piezas que, como su propio nombre indica, están hechas normalmente de algún metal o aleación que permite una buena conducción de calor, tienen la forma de una rosca interiormente destinada a alojar el tornillo, mientras que, externamente, presenta varias protuberancias destinadas a lograr el agarre adecuado al PLA de la pieza donde se aloja. Los insertos proporcionan una buena solución para las uniones roscadas en piezas fabricadas por impresión 3D empleando filamento ya que, si se coloca un tornillo directamente insertado en el material, se genera un riesgo muy alto de rotura por delaminación, además, si el tornillo está destinado a ponerse y quitarse por el motivo que sea, con cada procedimiento de roscado y desenroscado el taladro se irá deteriorando imposibilitando finalmente el agarre del tornillo, para eliminar estas limitaciones, entran en escena los insertos roscados. Se colocan aplicando calor en un taladro previamente diseñado en la pieza, este calor aplicado hace que el plástico que rodea al inserto se funda y adhiera a este, quedando así fijo una vez el plástico ha vuelto a enfriarse. De este modo se proporciona una rosca metálica para el tornillo que resulta ser mucho más resistente y duradera al no estar sujeta a este desgaste que sufre el plástico al roscar y desenroscar el tornillo en múltiples ocasiones. Sin embargo, hay que tener en cuenta los parámetros (normalmente facilitados por los fabricantes) para diseñar correctamente el hueco donde irá alojado el inserto metálico. Como es material normalizado al igual que los tornillos, es sencillo encontrar una tabla de parámetros para los distintos tamaños de insertos. En este trabajo, se han empleado insertos destinados a alojar tornillos M3, los parámetros de diseño a tener en cuenta quedan reflejados en la tabla 5.



Inserto	Ø d1 [mm]	Ø d2 [mm]	Ø d3 [mm]	L [mm]	W [mm]
M3 corto	4,6	3,9	4	4	1,6
M3 largo	4,6	3,9	4	5,7	1,6
M4 largo	6,3	5,5	5,6	8,1	2,1
M5 corto	7,1	6,3	6,4	5,8	2,6

Tabla 5. Dimensiones de insertos metálicos y su respectivo taladro utilizadas en el modelo. [21]

4.2.6. Voladizos y uso de soporte

En los procesos de impresión 3D por FDM, las estructuras de soporte cumplen la función de sustentar voladizos, “puentes” o cavidades que, de otro modo, quedarían en el aire y colapsarían durante la deposición de filamento fundido. Estos soportes se generan de manera automática en el software de laminado (las únicas tomas de decisión que se tienen respecto al soporte es elegir que este sea omitido en una zona en concreto o no) y suelen estar formados por mallas o torres de material con una densidad mucho menor que la de la pieza principal, generalmente entre un 10 % y un 30 %, de modo que sean lo suficientemente resistentes para sostener la geometría, pero fáciles de retirar posteriormente. Existen distintos patrones de soporte como el lineal, de cuadrícula, de zigzag o el denominado “tree support” (en forma de ramas), que se escogen según la geometría de la pieza y la facilidad de extracción deseada. La idea es que estas estructuras tengan mínimos puntos de contacto con la pieza para reducir la adhesión y, al mismo tiempo, garantizar estabilidad durante el proceso de impresión. Aun así, el uso de soportes presenta varios inconvenientes: aumentan el tiempo de impresión y el consumo de material, generan un acabado superficial rugoso en las zonas de contacto y requieren en ocasiones un postprocesado adicional para retirarlos, con riesgo de dañar el acabado de las superficies funcionales. Por este motivo, se recomienda siempre reducir al máximo la necesidad de soportes. Normalmente, para voladizos de menos de 45° de pendiente no es necesario poner soporte, por lo que deben evitarse o tomar decisiones de diseño como incluir una parte estructural que lo sustente o realizar una división en la pieza de tal modo que, al imprimir cada parte por separado, estas no requieran de soporte. En la figura 25, se pueden observar los defectos en el acabado superficial que produce el uso de soportes, si no se puede evitar su uso, hay que asegurar al menos que su utilización sea sobre zonas no críticas (entiéndase caras destinadas a ser ensambladas, partes resistentes de la pieza, zonas con gran necesidad de detalle...).

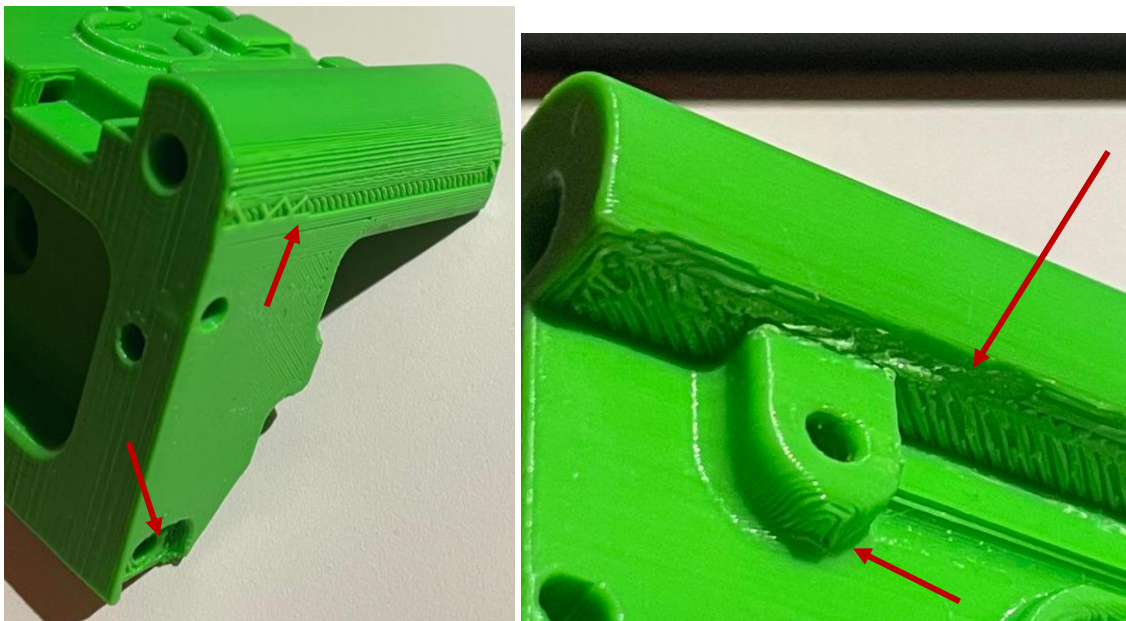


Figura 25. Defectos en el acabado de la pieza por el uso de soportes. [Material propio]

En este proyecto, la intención en el diseño de la carcasa ha sido en todo momento la de evitar el uso de soportes, pero, como resulta natural, al ser piezas con geometrías complejas las cuales no resultaba conveniente seccionar más por falta de espacio para añadir mecanismos de unión, se ha requerido el uso de soporte en ciertas zonas, aunque se ha realizado el diseño de esta parte del dispositivo de forma que no se tenga que aplicar el soporte en las zonas críticas descritas anteriormente. Esta colocación de soportes en el laminador Cura, se muestra en la figura 58.

4.3. Criterios y procedimiento de diseño del dispositivo empleando el software SolidWorks, primeros prototipos

Una vez expuestos los principales criterios, ventajas y limitaciones que deben tenerse en cuenta a la hora de diseñar un componente destinado a ser fabricado por medio de la impresión 3D (concretamente la impresión mediante FDM), estamos en condiciones de dar inicio a la fase de diseño en el software 3D elegido, para el caso de este trabajo, dicho software será SolidWorks. La elección del programa SolidWorks viene fundamentada principalmente en el manejo y horas dedicadas sobre este destinadas al diseño de varios componentes de distinta índole, además, se trata de un programa mundialmente reconocido, tanto en el ámbito del diseño mecánico como en otras áreas (simulaciones, programación CNC, diseño orientado a chapa metálica, etc...), es un software intuitivo y cuenta con todas las herramientas que se requieren para el diseño del dispositivo.

4.3.1. Conceptos básicos en diseño con software CAD

Pasando a continuación a la metodología de diseño que debe seguirse normalmente en todos los casos para trabajar con SolidWorks (o cualquier otro software de la misma índole ya que, en la mayoría lo único que cambia es el orden en el que se realizan los comandos o procedimientos), se darán las pautas seguidas en este proyecto las cuales facilitan el propio procedimiento de diseño al permitir modificar dimensiones, materiales, orientaciones... de manera sencilla, manteniendo un orden dentro de la gran cantidad de “pasos de diseño” que se deben llevar a cabo cuando se está elaborando una pieza con cierto grado de complejidad.

SolidWorks trabaja principalmente por medio de lo que se conoce dentro de este programa como “croquis 2D”. En estos croquis, realizados siempre sobre un plano previamente definido, se realiza el primer paso donde se da forma y acota una geometría. A partir de esta geometría, entran en juego las “operaciones”, estas son herramientas que nos permiten generar material, eliminarlo o cambiar su geometría, dentro de estas las más destacadas son la extrusión generando material o su inversa, la extrusión cortando/eliminando material, los mismos procedimientos pero aplicando la revolución u otro croquis que haga de guía a seguir para ser recorrida por una generación de material o eliminación de este, esto entre muchísimas otras operaciones que permiten la libre modificación de la geometría de múltiples formas. Estos croquis y operaciones se encuentran recogidos en el “árbol de operaciones” de manera ordenada, este árbol de operaciones (el cual puede observarse en la figura 26) resulta ser la columna vertebral sobre la que se sustenta todo el proceso de diseño, en él las operaciones se encuentran vinculadas al croquis sobre el que han sido realizadas y siguen un orden estricto, no se puede poner por delante una operación que deriva de otra operación “madre”, por tanto, debe tenerse en cuenta en todo momento que es necesario mantener un orden dentro del proceso de diseño para no generar futuros problemas a la hora de modificar o eliminar operaciones/croquis, ya que esto puede hacer que el diseño quede roto por completo y sea muy complicado o sencillo de arreglar dependiendo de la claridad y orden seguidos.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

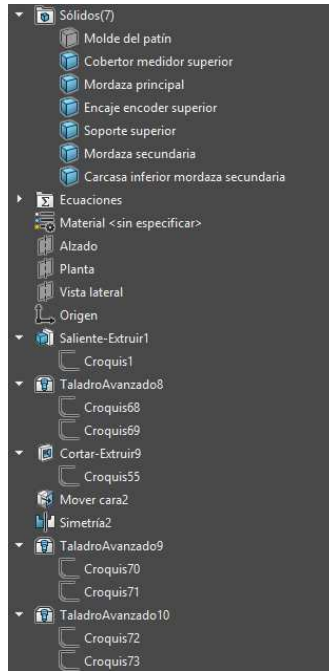


Figura 26. Árbol de operaciones base del software SolidWorks.

Es importante que tanto croquis como operaciones queden completamente definidas, esto significa que deben tener su geometría restringida ya sea por medio de cotas o relaciones de posición (paralelo/perpendicular a, punto medio, colinealidad...). A partir de estos conceptos pueden crearse varios procedimientos a la hora de trabajar que quedan en mano del diseñador en cuestión. Una de estas formas de proceder al diseñar es asegurando que todas las cotas y parametrizaciones generadas hagan referencia a otro elemento, de esta forma, a la hora de realizar una modificación, no se tendrá que tener en cuenta el realizarla en cada elemento al que afecte, lo que facilita enormemente la corrección de errores y la creación de prototipos fácilmente modificables en caso de que se quiera probar nuevos diseños.

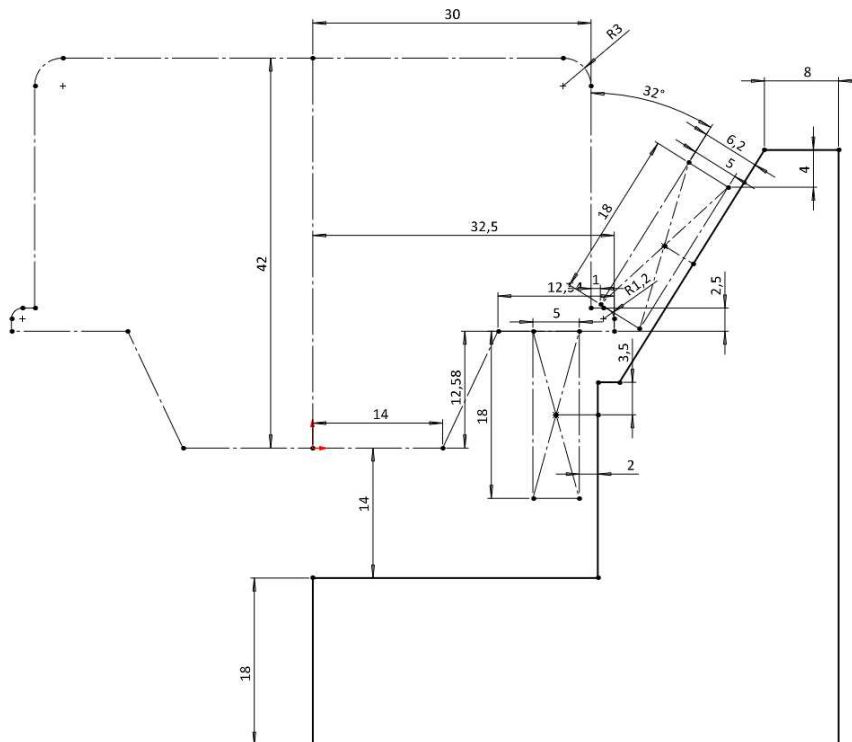


Figura 27. Ejemplo de croquizado empleando acotación en elementos ajenos. [Material propio]

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

En este caso, la figura 27 resulta ser un ejemplo perfecto de esta manera de trabajar, a pesar de la confusión inicial que pueden causar la gran cantidad de cotas, sabiendo que este croquis está destinado a generar, por extrusión de material, la geometría bruta de la mordaza principal del dispositivo, se ha modelado y acotado los elementos relevantes que están en contacto con esta o tienen alguna interacción con ella (en este caso el patín y las ruedas que se integran en la mordaza), de esta manera, tenemos una forma simple de visualizar estos elementos interactuando con la geometría que queremos elaborar y, como se ha indicado antes, podemos acotar esta nueva geometría en base a estos elementos, de esta forma nos aseguramos de cumplir exactamente con las tolerancias, grosores de elementos, distancias y demás parámetros que, de no realizar de esta forma, nos obligaría a estar continuamente modificando el croquis, confirmando la operación, midiendo para ver que tal ha quedado y así repetitivamente, convirtiendo el diseño en un proceso completamente engorroso y con mucho margen para el error.

Estas cotas, vinculadas a elementos ajenos al que se está modelando, pueden alcanzar una gran complejidad una vez se pasa al campo del ensamblaje entre distintas piezas, por lo que es necesario asignar estas dimensiones (y sus valores) de forma lógica, conociendo siempre como puede afectar la cota si se modifica el elemento ya sea geoméricamente o siendo desplazado a otro punto, un pequeño fallo en la asignación de una cota que, en un principio a nuestro parecer puede no resultar relevante, en piezas tan complejas pueden suponer el colapso del diseño. En estos casos cuenta con un papel importante la pericia y práctica del diseñador a la hora de analizar el error, localizar su ubicación y repararlo (junto a los otros errores que probablemente derivarán de este).

Una vez estos conceptos quedan interiorizados en la mente y el hacer del diseñador, haciendo uso de ellos ya sea en menor o mayor detalle, se puede lograr un diseño final simple, claro y a la vez robusto, fácil de modificar si se desea hacerlo de manera rápida gracias al orden logrado con el uso de estas herramientas. Esta es la “filosofía del diseñador” que se ha mantenido durante el proceso de concepción y diseño del dispositivo, siempre que se ha podido, lo cual ha ahorrado gran cantidad de tiempo, dadas las veces que ha sido necesario cambiar cualquier detalle de este.

4.3.2. Desarrollo del primer prototipo

Dando inicio con la fase de diseño del dispositivo, una vez analizado el prototipo base ya creado por el equipo del taller 31 y habiendo concluido que el principio de funcionamiento para medir el desgaste del frotador se mantendría, uno de los mayores retos que se debían afrontar era el sistema de anclaje del aparato al patín, por tanto, se tomó la decisión en un primer lugar de realizar una división del dispositivo en dos partes. La primera de estas partes sería un sistema de anclaje al patín puramente mecánico, mientras que, la segunda, sería la parte encargada de albergar la electrónica con la que cuenta el aparato, formando parte de esta el cableado, la pila, interruptor y las placas ESP32 y Firebeetle ESP32-WROOM-32D (integrando la primera de ellas una pantalla táctil) encargadas de la lectura de los resultados que el encoder mide para luego transmitirla a otro dispositivo receptor por medio de Bluetooth o de mostrarlos en la pantalla, los dos encoders serían la única parte electrónica que se ubicaría en la mitad del sistema de fijado al frotador.

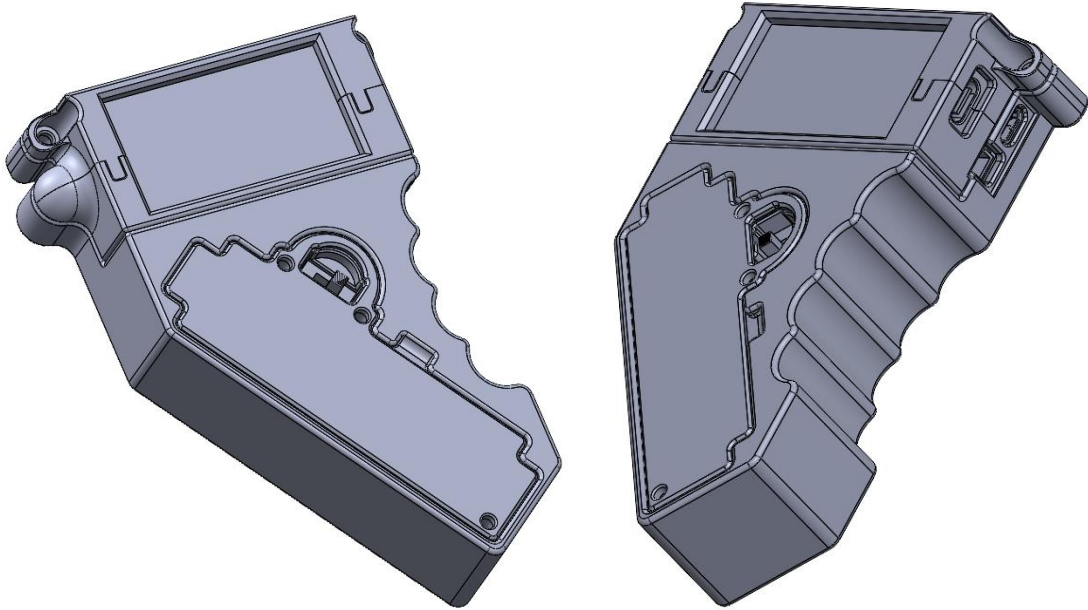


Figura 28. Prototipo de un "módulo de adquisición de datos" finalmente descartado. [Material propio]

Como en un principio no se tenía del todo claro cómo abordar el problema del anclaje al patín, se procedió con el diseño de la mitad del dispositivo que integraría la electrónica (mitad representada en la figura 28). Debía ser una estructura compacta, que albergase los componentes permitiendo una conexión cableada entre estos y un fácil acceso en caso de reparación o sustitución de alguno. Además, al ser la parte del instrumento que alberga la pantalla, esta sería la designada para ser sujeta por el operario, por tanto, la geometría debía ser cómoda y práctica para permitir una manipulación sencilla.

Con estos requisitos en mente, se dio comienzo con el diseño de esta mitad del dispositivo, dividiéndola una vez más en distintas partes, esto con la idea de facilitar la impresión 3D de cada subdivisión para luego ensamblarlas entre sí por medio de uniones atornilladas (compuestas por tornillo + inserto metálico).

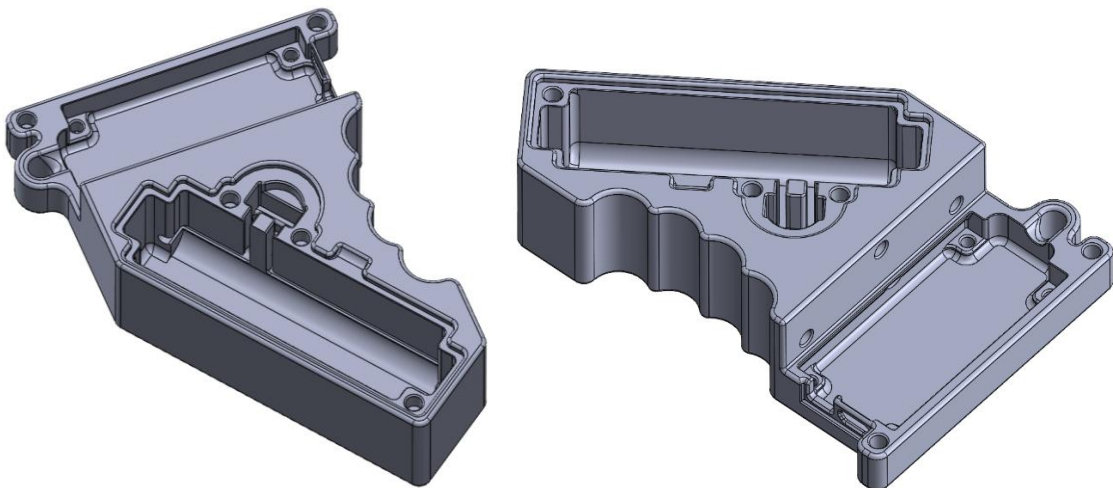


Figura 29. Base del prototipo "módulo adquisición de datos". [Material propio]

La primera subdivisión, vista en la figura 29, constituye el punto de apoyo principal que sustenta esta parte del módulo de adquisición de datos del dispositivo, se modela de forma que adquiriera la geometría de una agarradera, aprovechando el amplio uso de superficie que se debe destinar a albergar la pila.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Se realizan los conductos para el cableado que une la pila con el interruptor y las placas electrónicas (véase la figura 30), al ser de unas dimensiones muy reducidas (Aproximadamente 4 mm de diámetro) no resultan preocupantes los voladizos y, además, al no ser partes vistas, en el postprocesado pueden abrirse y lijarse en caso de que se produjesen deformaciones que dificulten el paso del cable.

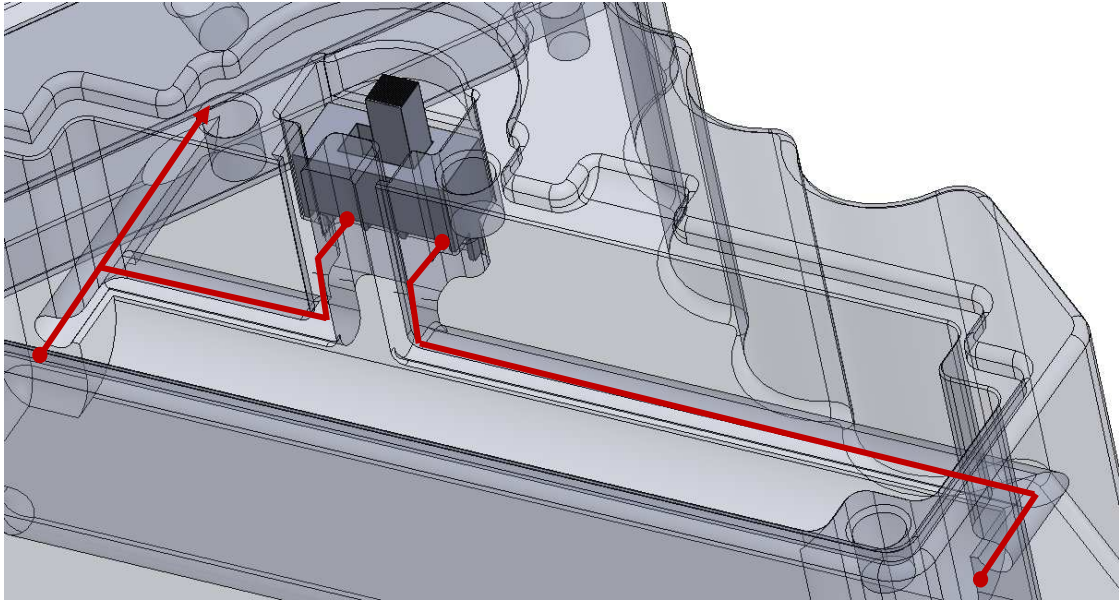


Figura 30. Esquema del cableado en el "módulo de adquisición de datos". [Material propio]

Por otra parte, se modela el hueco que debe albergar la ESP32 sin pantalla (véase la figura 31), los taladros para fijar la otra parte de esta carcasa (1), los huecos para los puertos de conexión con los que cuenta la ESP32 (3) y se implementa un conducto para el cableado procedente de los encoders (2).

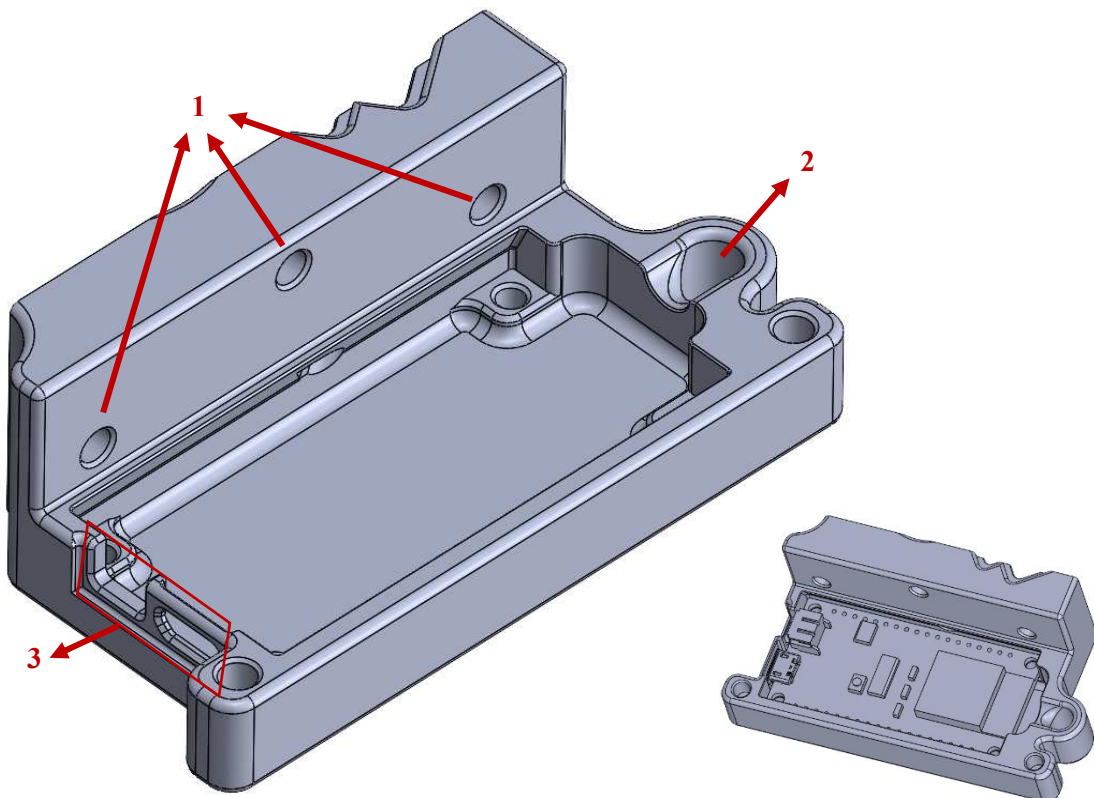


Figura 31. Huecos y taladros para la fijación de carcasa y ESP32. [Material propio]

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Cambiando de subdivisión, la restante se trata de un cobertor para resguardar la pantalla en él (figura 32), la principal función de este es proteger la pantalla y hacer de elemento “embellecedor”. Para facilitar el proceso de impresión y evitar voladizos o deformaciones, se divide el cobertor en dos mitades que encajan a modo de puzzle. Se incluyen en esta también los huecos para los puertos necesarios que incorpora la ESP32 con pantalla y el conducto para el cableado de los encoders.

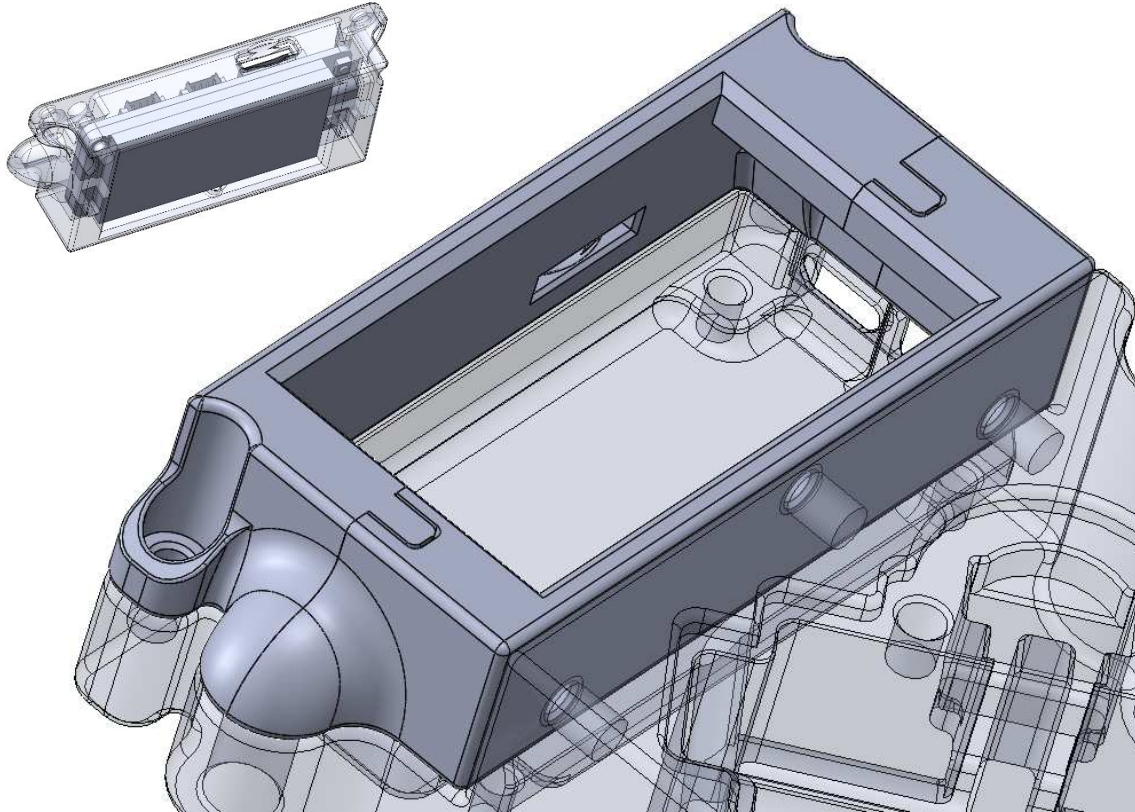


Figura 32. Carcasa para la pantalla del "módulo de adquisición de datos". [Material propio]

Lamentablemente, tras finalizar el proceso de diseño de este módulo para la adquisición de los datos medidos por los encoders, mientras se ideaba un mecanismo para la fijación del dispositivo al patín, se acabó descartando la idea de dividir el dispositivo en estas 2 partes a favor de la realización de una única estructura para incorporar tanto la electrónica, como al mecanismo de anclaje y los encoders.

Este descarte se llevó a cabo por varios motivos, entre los que destacaba la idea de lograr una simplificación del dispositivo, al no tener que implementar un sistema de unión entre el módulo con la electrónica y el mecanismo de anclaje que podría resultar, en última instancia, un punto frágil que diese pie a que se fracturase el dispositivo o una complejidad añadida para el operario a la hora de montar y manejar el dispositivo junto a un aumento en el mantenimiento de este, es decir, en resumen se apostó por la simplicidad del diseño. Además, como se determinó que el mecanismo más adecuado para fijar el dispositivo al patín sería por medio de un sistema de mordaza estilo pinza (como se detallará en los siguientes apartados), se logró concebir una geometría, gracias a la libertad en cuanto a la fabricación que otorga la impresión 3D, que incorporase este módulo de adquisición de datos que contenía la electrónica en este primer prototipo dentro de la propia mordaza de una forma similar a la que se planteaba en un primer momento.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Por tanto, aunque finalmente esta parte del trabajo se desechara, ayudó en gran medida a aclarar el concepto base sobre el que se fundamentaría el futuro diseño final, permitió además que se tuviesen en cuenta pequeños detalles importantes para incorporar los distintos elementos electrónicos (como los apoyos de las placas, como realizar las uniones atornilladas, un establecimiento de dimensiones clave como el diámetro de la pila, las conexiones del circuito electrónico...) además de la propia disposición de las dos placas ESP32 (la cual se mantiene en el diseño final, véase la figura 33), estando la que incorpora la pantalla dispuesta sobre la que cuenta con el procesador solo, de tal forma que, los principales puertos que ofrecen, indispensables para conectarse al dispositivo, quedasen en una colocación idónea para el fácil acceso a estos. Resumidamente, este primer prototipo, que puede considerarse incompleto al no incorporar un sistema de anclaje, ayudó en gran medida a asentar las bases que sustentan el diseño final del dispositivo, encaminando la parte de originalidad con la que cuenta el proyecto.

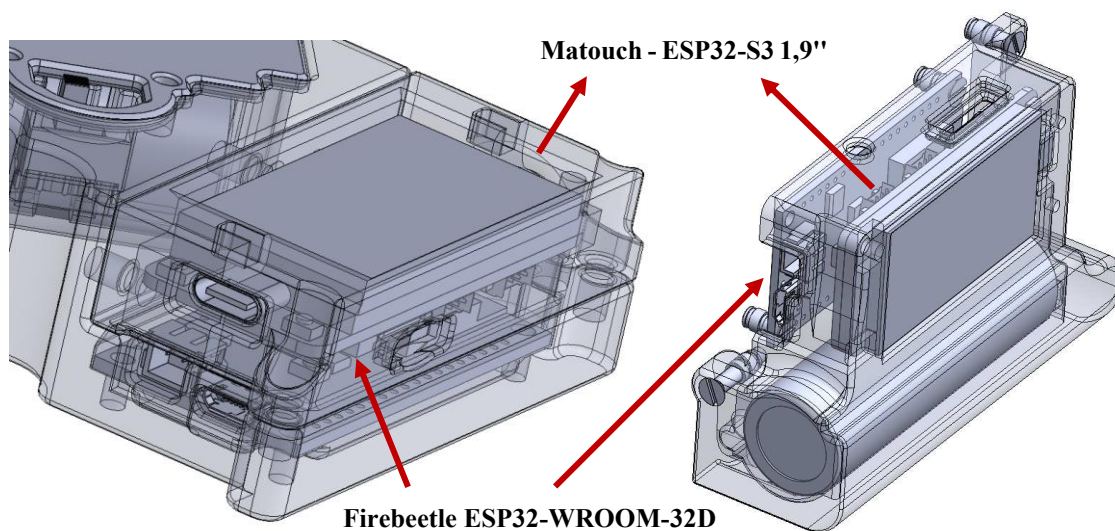


Figura 33. Disposición de las placas ESP32 en el prototipo la cual se mantendría en el modelo final. [Material propio]

4.3.3. Desarrollo del mecanismo y prototipos de anclaje al patín

Como se ha mencionado al inicio del anterior apartado, uno de los principales retos con los que cuenta este trabajo es el lograr diseñar un sistema de anclaje del dispositivo al patín, dicho sistema debía cumplir X propiedades: un anclaje firme, que evitase la introducción de ninguna clase de fuerza sobre los encoders encargados de realizar la toma de datos de medida (sobre todo momentos producidos de manera inconsciente por el operario al manejar el aparato), una cierta ergonomía ya que era un artilugio destinado al uso repetitivo por parte de un operario, el cual debía encontrarse con un dispositivo sencillo y manejable ayudando así a evitarle complicaciones al operario durante la realización de la tarea repetitiva de montaje y desmontaje.

Desde un primer momento, la única idea que se tenía clara era que la geometría de este anclaje debía asemejarse al mecanismo de una pinza, esto debido a la necesidad de que, tras anclarse el dispositivo al patín, pudiese desplazarse libremente a lo largo de este pero con la condición de hacerlo de manera lineal y suave, sin permitir que el dispositivo rote de ninguna manera (evitando que el operario produzca esas rotaciones involuntariamente) y sin presentar un agarre excesivamente fuerte, lo que provocaría que una vez más el operario tuviese que realizar esfuerzos, introduciendo cargas innecesarias vinculadas a ellos, para desplazar el medidor. Que la geometría reproduzca el mecanismo de una pinza (véase la figura 10), junto a la incorporación de pequeñas ruedas, permite cumplir con estos requisitos básicos y necesarios mientras que se garantiza la sencillez del mecanismo.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

De esta forma dio inicio la fase de diseño de este mecanismo, que adquiriría la forma de dos mordazas, cada una colocada a un lado del patín de manera que, al cerrarse sobre este, quedase aprisionado, pero solo en puntos de contacto surgidos en las ruedas montadas sobre las mordazas, de esta manera, se cumple con la condición de permitir un deslizamiento a lo largo del patín sin requerir de una fuerza excesiva. El primer desafío radica en la disposición de estas ruedas en las mordazas y en la geometría de esta última para encajar de forma correcta el patín entre ellas, por tanto, el primer paso consistió en estudiar la forma del patín, para determinar que superficies o puntos de apoyo podíamos utilizar, las medidas del patín que utiliza Metro Málaga se obtienen de la previa medición y modelado realizado por el cotutor de este trabajo Pedro Reyes (véase la figura 34), junto a una comprobación (principalmente) de las medidas críticas, ya que, otras dimensiones como pueden ser la altura o grosor del frotador, por ejemplo, no requieren de una precisión muy ajustada, al no ser conveniente el frotador como punto de apoyo por el desgaste que sufre y la suciedad que acumula.

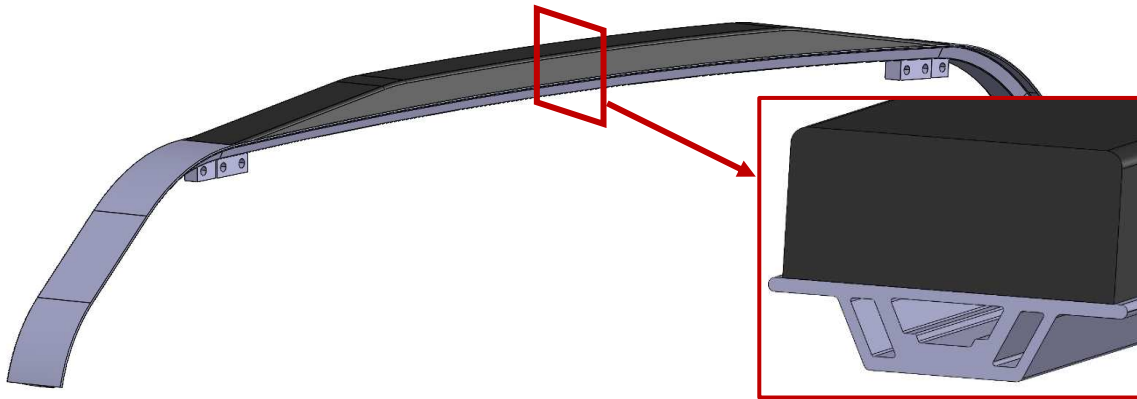


Figura 34. Modelo del pantógrafo de Metro Málaga. [Modelo del cotutor Pedro Reyes]

Teniendo en cuenta que, la mordaza y el dispositivo en sí ocupan una fracción relativamente pequeña de la longitud del patín, podemos despreocupar la leve curvatura que este presenta, y a partir de estas premisas, modelar un “molde del patín” (véase la figura 35) simplificado sobre el que se tomarán las medidas globales para diseñar el mecanismo de fijación.

Una vez realizado el molde del patín sobre el que se trabaja, queda por determinar la geometría de las mordazas junto a la distribución de las ruedas, esto resulta ser clave ya que depende de estos dos parámetros el anclaje satisfactorio del dispositivo, permitiendo que los momentos y fuerzas (aunque sean de intensidad baja) introducidos en el instrumento de medida puedan ser contrarrestados.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

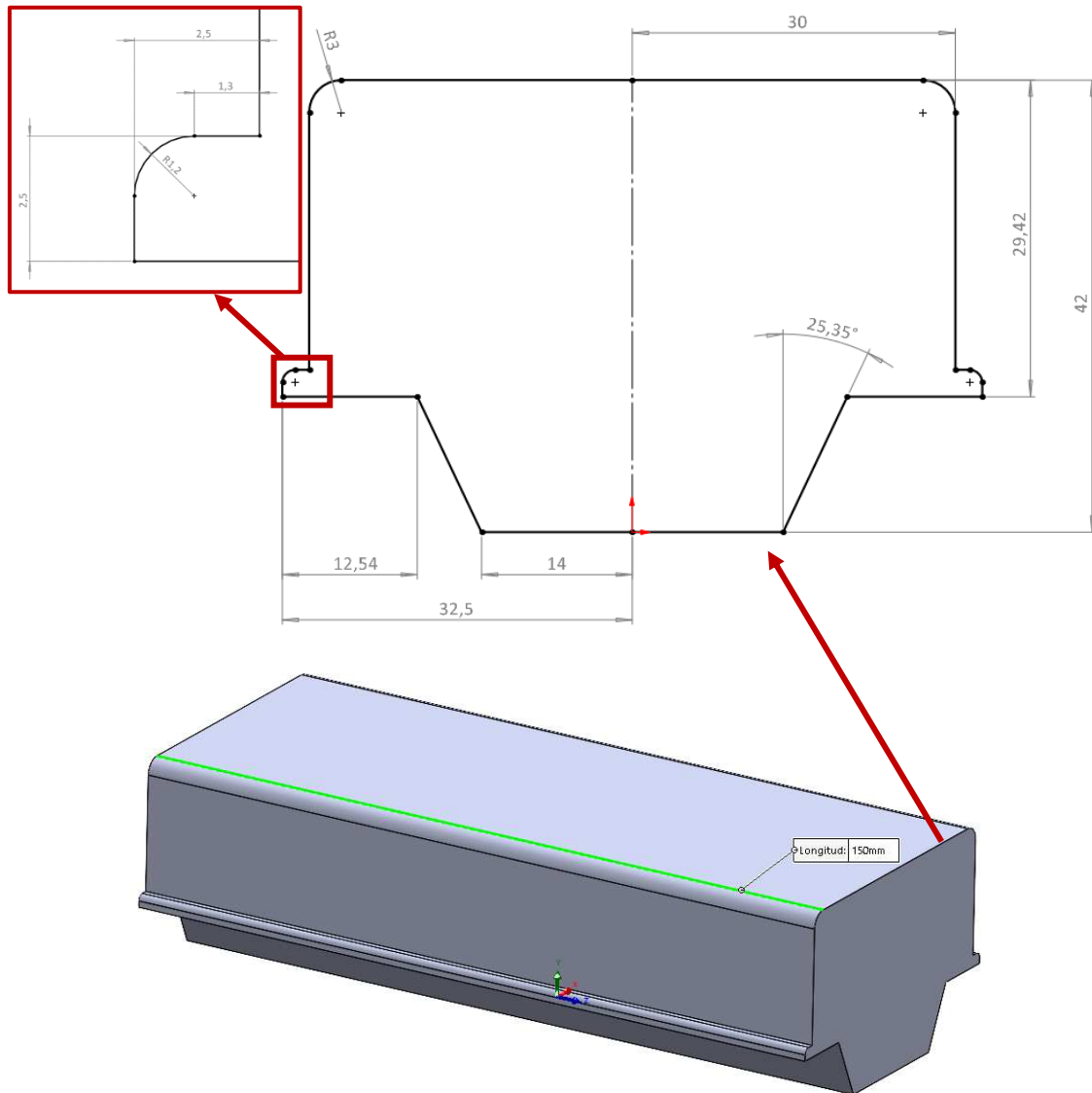


Figura 35. Dimensiones del molde del patín empleado en la fase de diseño. [Material propio]

En cuanto a la distribución de las ruedas, esta depende también bastante de la superficie útil de apoyo disponible en el patín, esta superficie se indica en la figura 36.

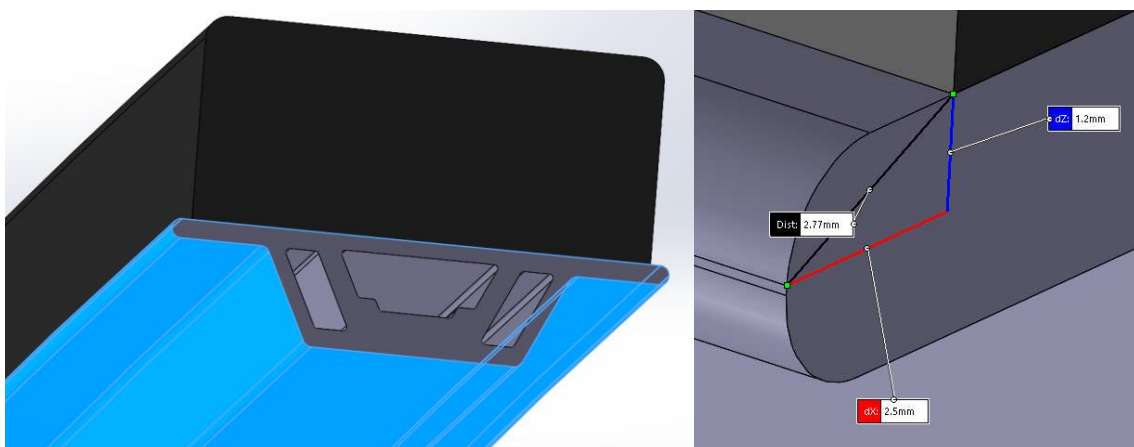


Figura 36. Superficie útil de apoyo disponible para las ruedas del dispositivo. [Material propio]

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

A partir de estas restricciones, se estudiaron varias disposiciones con las que cumplir el equilibrio de fuerzas una vez situado el dispositivo, la mayor problemática en este punto era definir la restricción para las fuerzas que actuasen en el eje “Y” (según figura 37) de manera positiva sobre el patín, ya que la superficie de apoyo con la que se cuenta para la colocación de una rueda que absorba estas fuerzas era mínima (esto puede apreciarse en la imagen derecha de la figura 36), tras estudiar otras posibilidades, se llegó a la conclusión de que la única forma de lidiar con estas fuerzas sería la colocación de una rueda oblicua en ese punto donde se unen la parte metálica del patín y el frotador de grafito, más adelante, para determinar si esta solución funciona o genera algún problema al desplazar el dispositivo, se realizaría un prototipo de este mecanismo de sujeción. Finalmente, la distribución de las ruedas queda según se muestra en el diagrama de sólido libre de la figura 37. En este diagrama, las posibilidades de movimiento causadas por el efecto de una fuerza se representan en verde, mientras que las reacciones producidas en el punto de contacto de la rueda con el patín, encargadas de absorber dichas fuerzas para mantener el equilibrio y evitar el movimiento del dispositivo, se indican en un tono salmón, se ve que, con esta disposición, el patín queda sujeto de una manera óptima ante la imposición de cualquier fuerza externa, además el uso de tres ruedas (dos superiores al ala del patín y una inferior) por cada mitad de la mordaza, garantiza que siempre se produzca el contacto entre las ruedas y el patín, no quedando ningún punto al aire, lo cual perjudicaría enormemente la medición.

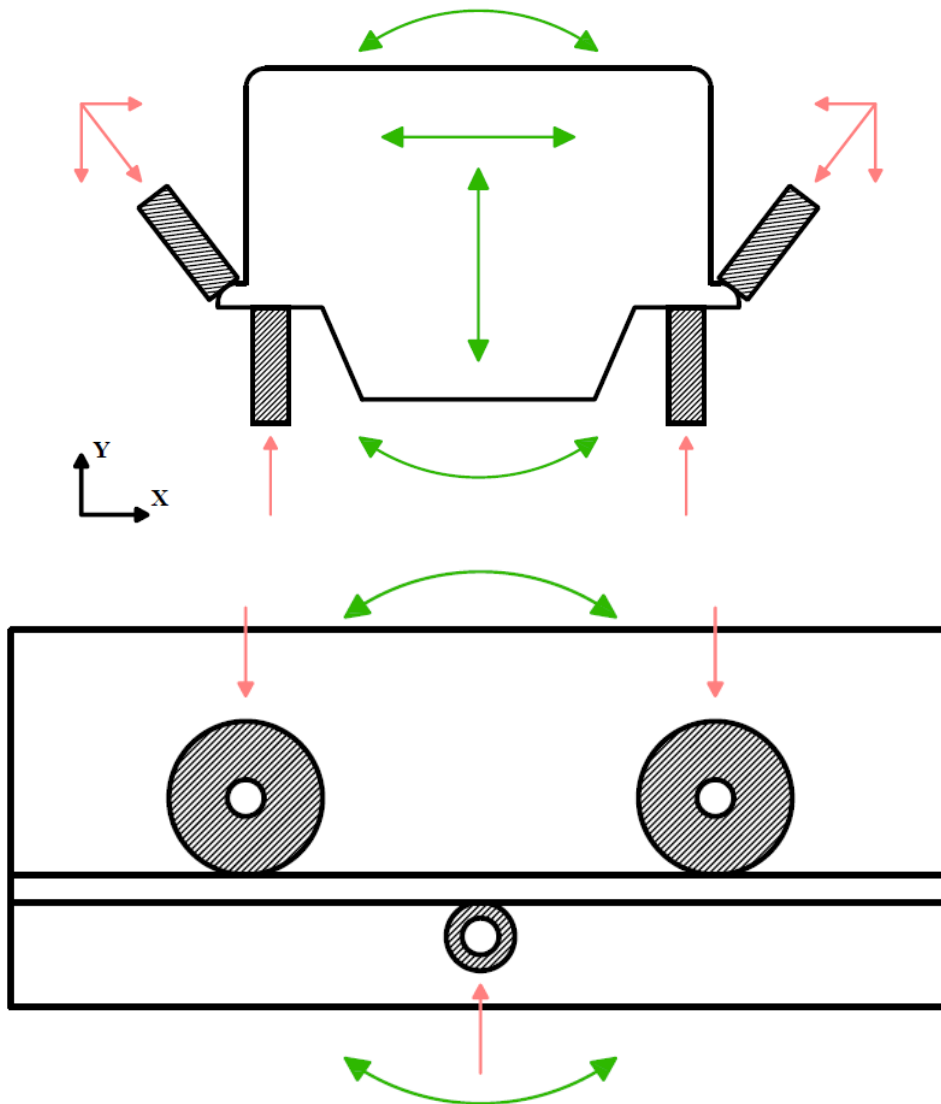


Figura 37. Diagrama de sólido libre para las fuerzas que actúan sobre el dispositivo y las restricciones que ofrecen las ruedas según la disposición dada. [Material propio]

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Una vez dispuesta la posición de las ruedas, solo resta la geometría de la mordaza. Al basarse en un mecanismo tipo pinza, esta consiste en dos piezas simétricas (fabricadas mediante impresión 3D por FDM), situadas a ambas partes del patín, las cuales se verían forzadas a juntarse, aprisionando de esta forma el patín, debido a la acción de dos muelles de compresión. Para evitar un recorrido distinto del rectilíneo durante este movimiento de aproximamiento entre las mordazas, se dispone un sistema de dos guías con sus respectivos casquillos, de esta forma se evita el desalineamiento de las dos mordazas al unirse o separarse. Este sistema de muelle y guías puede observarse en la figura 38 a continuación.

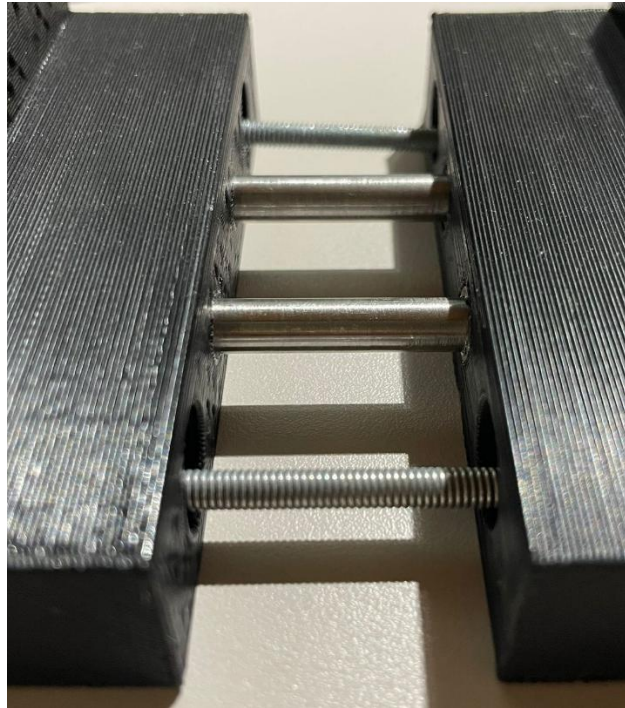


Figura 38. Sistema de muelles y guías + casquillo dispuesto en el prototipo de la mordaza. [Material propio]

Téngase en cuenta que, a la hora de imprimir este prototipo, no se disponía de los muelles en el momento y no se consideraban necesarios para la prueba con finalidad de determinar si el encaje y deslizamiento del mecanismo ideado era aceptable, por este motivo, la figura 38 muestra únicamente la disposición aproximada de los muelles.

Un último detalle importante a tener en cuenta es la “vía de entrada” del patín a la mordaza. Por cómo debía ser la disposición de los encoders, la de las ruedas y la mejor localización en el mecanismo para que el sistema de muelle y guía + casquillo efectuase un trabajo óptimo, se determinó que el patín entrase al mecanismo de anclaje por la parte superior de este, por tanto, esta no puede ser cubierta en su totalidad, teniendo en cuenta que debe dejarse un hueco mínimo del tamaño del patín junto a una tolerancia para asegurar que pasa sin rozar ni dañar el dispositivo. El dispositivo, por tanto, sería colocado desde abajo del patín, entraría rozando dos salientes colocados entre las ruedas situadas sobre el ala metálica, colocados ahí para proteger dichas ruedas del rozamiento, y quedaría cerrado y sujeto por la acción de los muelles y guías.

Con todas estas premisas en mente y tras varios diseños, se concluyó con el modelado de un primer prototipo de estas mordazas (véase la figura 39), el cual resulta apto para aclarar la duda surgida sobre la disposición de las ruedas que se sitúan encima del ala metálica del patín principalmente y demás cuestiones, en definitiva, para comprobar si este sistema era apto para la tarea para la que se ideó, realizar el desplazamiento sobre la longitud del patín sin requerir una excesiva fuerza de empuje mientras que se evita el movimiento/vibración del dispositivo en cualquier otra dirección ajena a esta.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

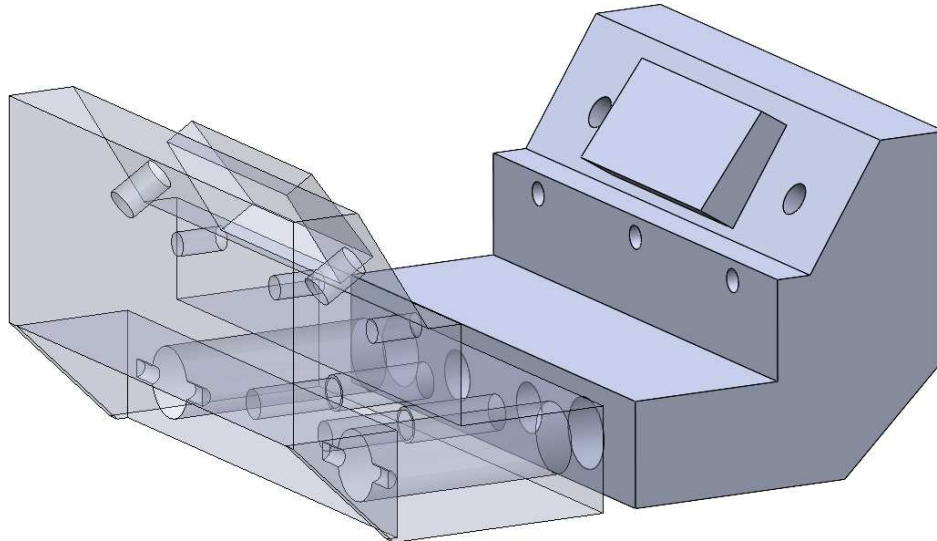


Figura 39. Modelo del primer prototipo de mordaza que sería impreso. [Material propio]

Se realiza una impresión a una velocidad alta ya que se trata de un modelo tosco de prueba el cual no requiere un grado de detalle alto, se realiza la fabricación de las guías y los casquillos y se procede con el montaje y la prueba del mecanismo. El prototipo ya impreso y con los elementos necesarios dispuestos se muestra a continuación en la figura 40.

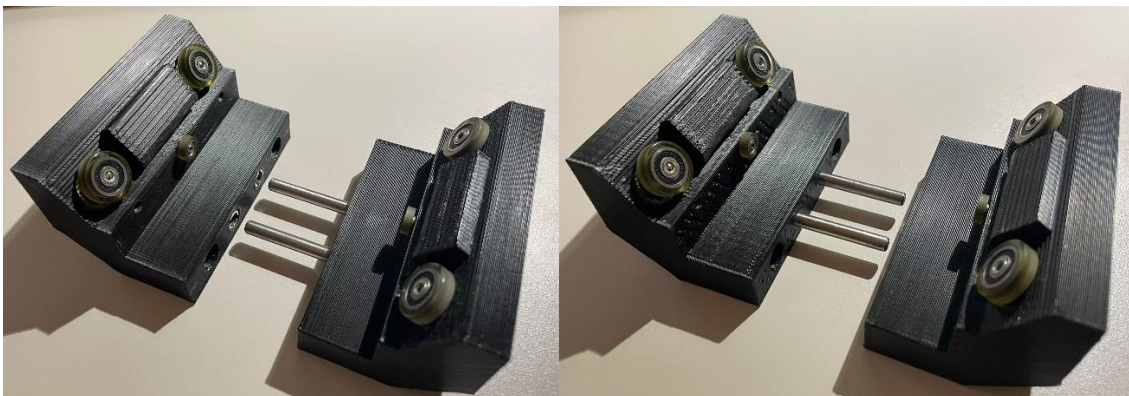


Figura 40. Primer prototipo de la mordaza ya impreso y montado. [Material propio]

El prototipo de puso a prueba siendo montado sobre el patín a mano, imitando con el mayor grado de semejanza posible el comportamiento de los muelles de compresión. Este prototipo finalmente fue exitoso en cuanto al apartado de la fijación al patín y el deslizamiento sobre este, no se detectaron desplazamientos ajenos al movimiento que debía realizar y se movía sin dificultad por cualquier punto del patín. La otra cara de la moneda fue el fracaso de los salientes dispuestos para evitar el rozamiento con las ruedas, este procedimiento de encaje por presión resultó ser engorroso, quedándose el aparato encasquillado en algunas ocasiones o rozando las ruedas en otras, por tanto, se desechó completamente esta idea.

Con los resultados del comportamiento del prototipo vistos en la prueba de este, se dio por solucionado el problema de equilibrio de fuerzas y se determinó que el encaje del dispositivo debía realizarse sin que este rozase con el patín, era necesario idear otro sistema para que ambas mordazas se separasen mínimamente (con una distancia de separación entre ellas de 3-4 mm sería suficiente) y permitiesen que el patín quedase entre ellas para posteriormente cerrarse y quedarse fijas. Se determinó a su vez que para el mecanismo de anclaje no sería necesario el uso de tanta cantidad de material, esta podía optimizarse siempre y cuando las partes que quedan alrededor de las ruedas, muelles y guías presenten una rigidez aceptable y que la estructura final de las mordazas no comprometiese la estabilidad y funcionalidad del mecanismo de fijación.

4.4. Diseño final, componentes y finalidad

Tras la verificación del funcionamiento del mecanismo de anclaje al patín, quedar establecida la disposición de varios componentes tales como las ruedas y las placas electrónicas entre otros y tener ya una base consistente en cuanto a la geometría del dispositivo, se inicia el proceso de diseño final.

En este punto, surgen nuevos requisitos que, o no se han abordado y solucionado por el momento o han aparecido conforme se realizaban los modelos y prototipos descritos en los anteriores apartados.

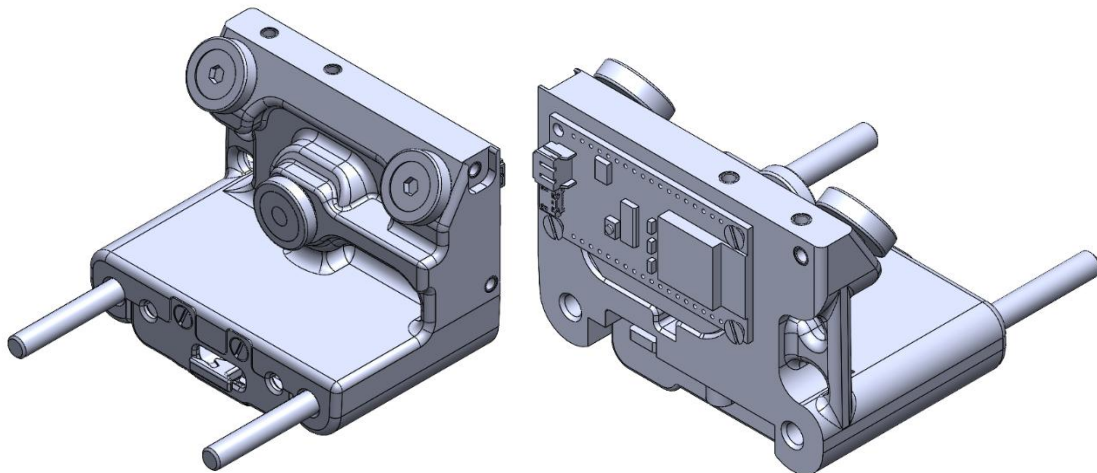
En este apartado, se irá detallando la funcionalidad de cada parte perteneciente a este último modelo, mientras se justifica la solución que esta ofrece a cada requisito o problemática, quedando así finalmente conformado en su totalidad el dispositivo destinado a la medición del desgaste en los pantógrafos ferroviarios.

Como generalidad para todo el diseño, todas las uniones atornilladas se realizan mediante el método de inserto metálico + tornillo a excepción del anclaje de los encoders, los cuales, por limitación de espacio y no necesitar una fijación fuerte ya que estos no reciben cargas, se atornillan directamente al PLA a pesar de los inconvenientes mencionados anteriormente.

Para orientar la explicación y funcionalidad de este modelo final de forma ordenada y clara, se debe tener en cuenta que se parte de la base, por una parte, del mecanismo de fijación al patín visto en el subapartado 4.3.3. y, por otra parte, de la decisión de unir el módulo que contiene la electrónica al mecanismo de fijación para formar una única pieza por sencillez a la hora de manejar/montar el dispositivo.

4.4.1. Mecanismo de anclaje al patín

Una vez establecidas las condiciones de partida, en primer lugar, se detallará el diseño final de las mordazas que fijan el aparato al patín, se puede apreciar una vista general de ambas (la principal donde se instalará la parte electrónica y la secundaria) y el montaje del conjunto en la figura 41.



Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

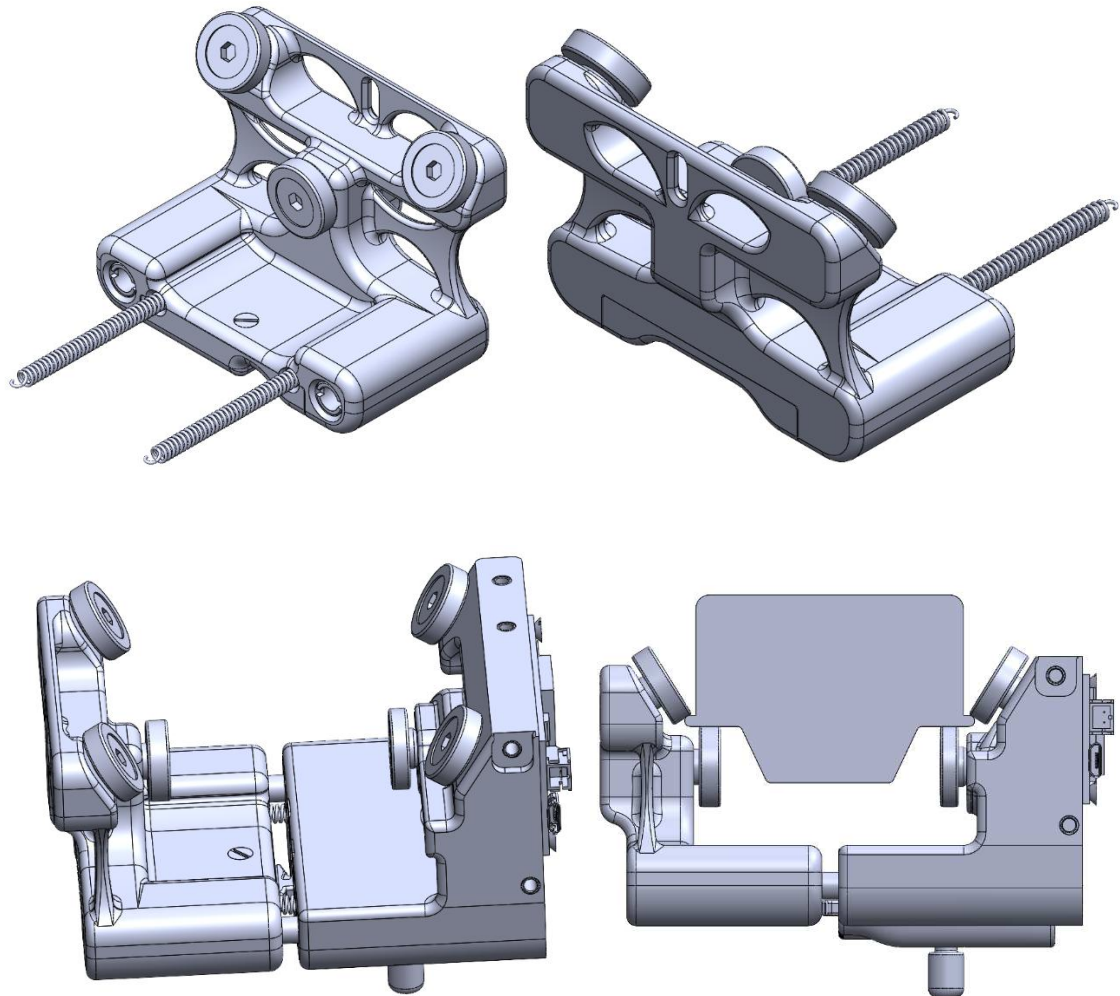


Figura 41. Vistas del modelo final de la "mordaza principal" del dispositivo. [Material propio]

Se puede observar en las distintas ilustraciones como se ha mantenido la estructura principal del mecanismo, siendo la misma que presentaba el prototipo de prueba de la mordaza impreso. En general, se ha reducido el uso de material en gran cantidad, reduciendo el tamaño de las piezas en comparación a las del prototipo y quitando material de zonas no críticas, para evitar voladizos excesivos que provocasen una gran pérdida de rigidez o zonas predispuestas a una rotura, en ciertas zonas se incluyen estructuras de soporte que permiten aportar rigidez con un uso mínimo de material (véase la figura 42).

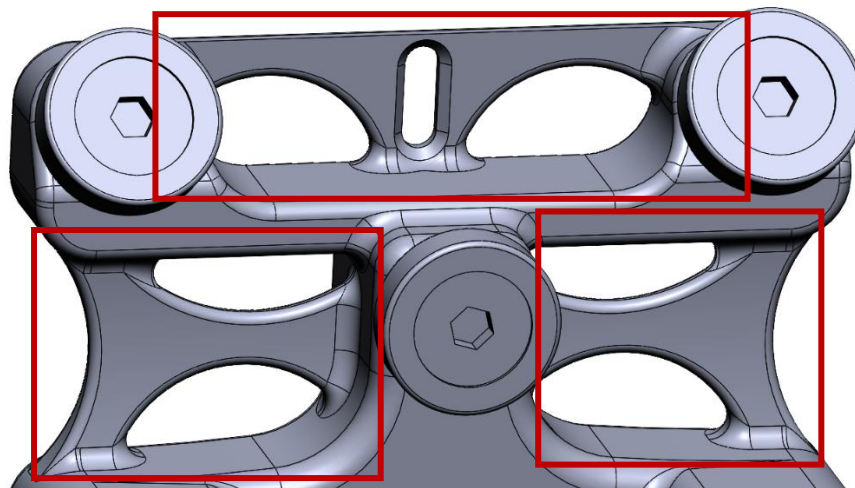


Figura 42. Soportes aligerados para aportar rigidez a la estructura. [Material propio]

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Centrando la explicación en la mordaza principal, en este diseño final, esta pieza ha sido preparada para montar sobre ella tanto las placas electrónicas ESP32, como los encoders (incorporando para uno de ellos un soporte superior el cual se tratará más adelante). Para el montaje del encoder situado directamente en la parte trasera de la mordaza, se disponen dos rodamientos paralelos con una cierta distancia de separación, esto evita que se introduzca ningún flector al encoder (este componente es el más delicado del dispositivo y no puede recibir ningún tipo de carga, sobra decir que, el recibirlas, afectaría de gran manera a las medidas tomadas), estos rodamientos sustentan un eje el cual lleva soldada una rueda, esto debido a que esta rueda no puede moverse libremente sobre un rodamiento como el resto de ruedas del dispositivo, ya que el eje debe transmitir el movimiento solidariamente para hacer rotar a su vez el encoder (montaje mostrado en la figura 43).

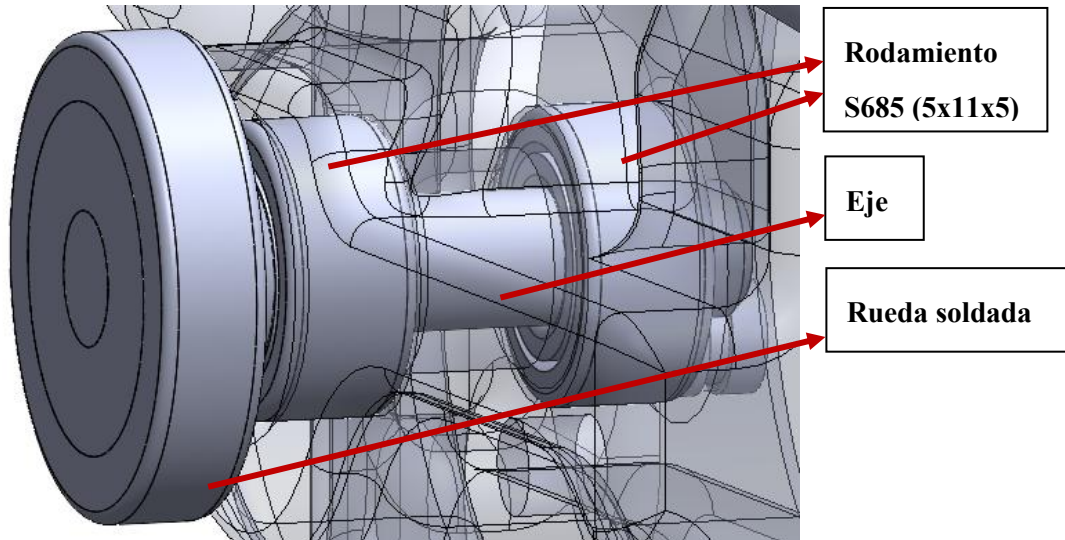


Figura 43. Sistema de doble rodamiento para evitar flectores. [Material propio]

Para alojar el encoder, se dispone el hueco con su geometría y respectiva tolerancia, junto a los taladros donde posteriormente se atornillará directamente a la pieza la parte de cobertor que trae el componente y finalmente se realiza un pequeño surco con la finalidad de pasar los cables a través de él para conducirlos hacia las placas ESP32 (montaje mostrado en la figura 44).

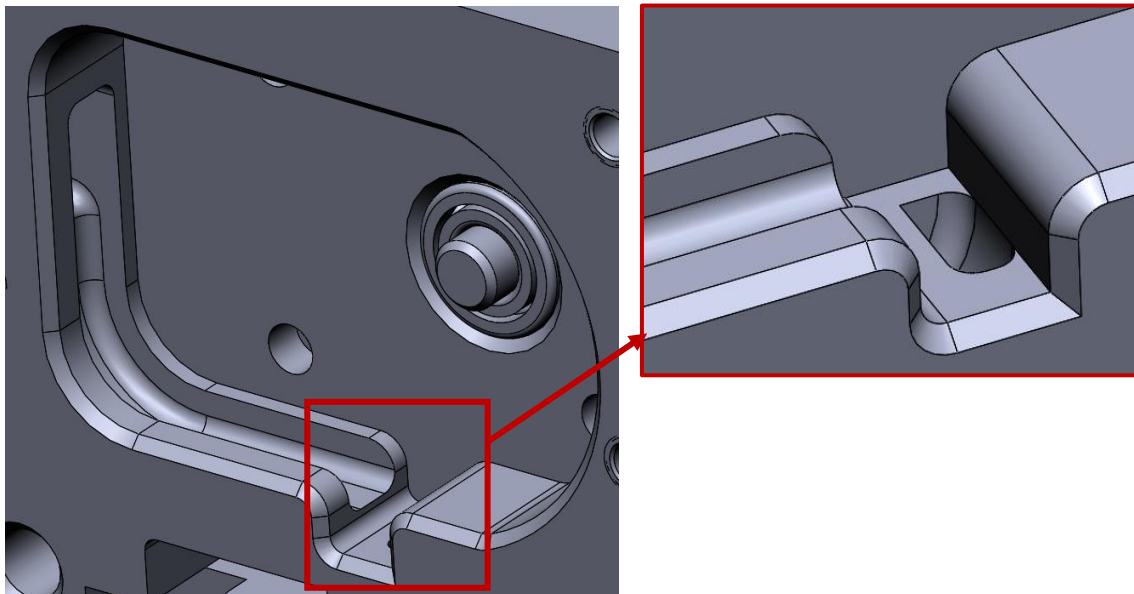


Figura 44. Hueco y ranurado para el paso del cableado. [Material propio]

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Una vez colocado el encoder en posición, sobre él se atornilla la ESP 32 que no incorpora la pantalla (véase la figura 45).

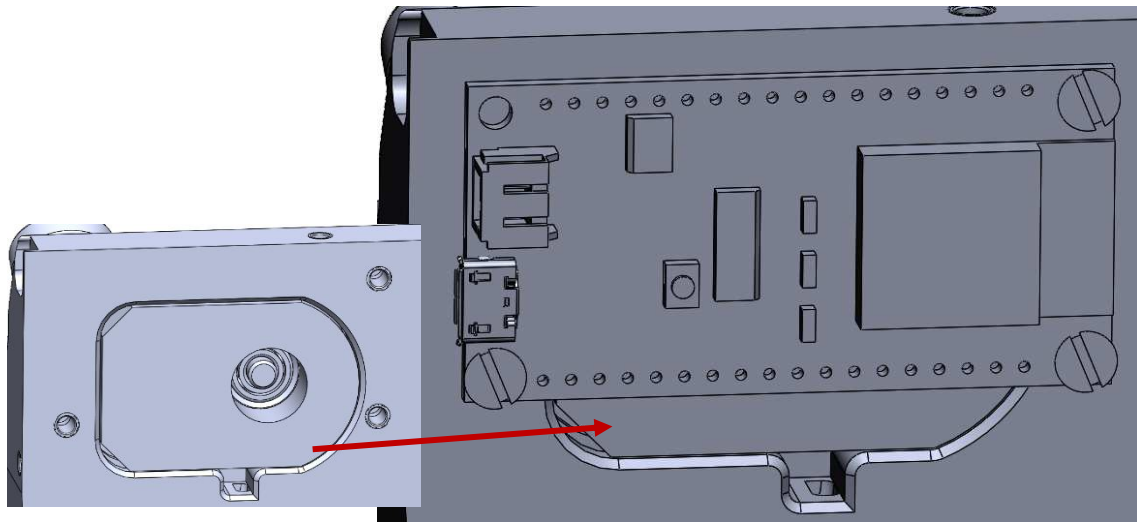


Figura 45. Disposición de la ESP32 sin pantalla sobre el sensor AMT102V. [Material propio]

Pasando al montaje de las guías (los casquillos se montan sobre la mordaza secundaria) este no presenta complicación alguna, las guías se atornillan directamente a la pieza, solo es necesario tener en cuenta las tolerancias para el taladro (debe ser algo menor que la espiga de la guía) y las tolerancias para entrada de la propia guía en la pieza (véase la figura 46).

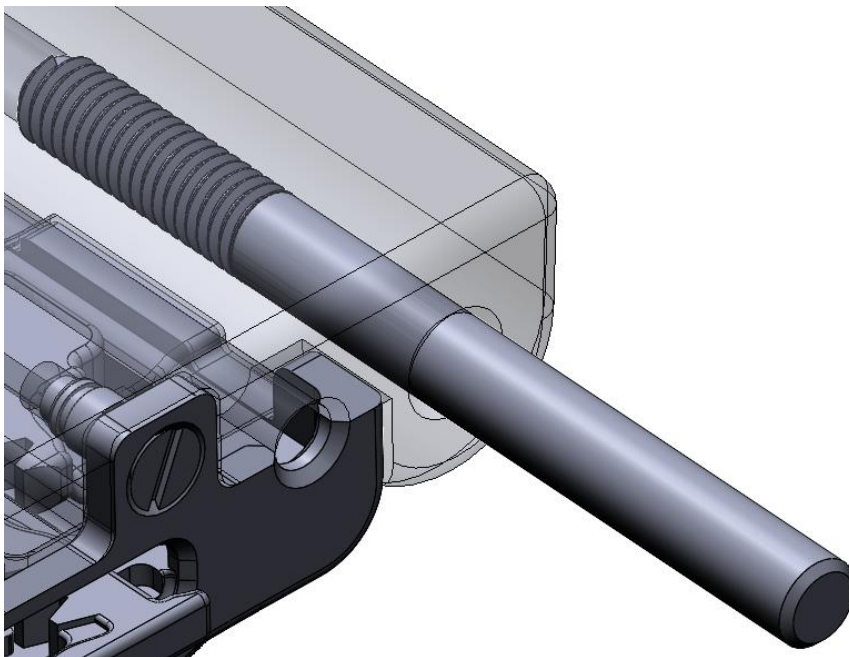


Figura 46. Disposición de una de las guías en el modelo final. [Material propio]

Finalmente, sobre la carcasa principal solo resta una última gran modificación. Como se comentó en el apartado sobre el prototipo de la mordaza, al realizar la prueba, se descartó la idea de que la colocación del dispositivo en el patín se realizase introduciendo las mordazas a presión para que, mediante el rozamiento sobre los dos salientes situados entre las ruedas superiores, se abriese la mordaza y una vez situado el patín, la compresión de los muelles volviese a cerrarla atrapándolo en ella, esto debido a que era un método ineficaz que podía acabar dañando las ruedas u otros componentes.

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

Tras esto, se determinó que la mejor solución era idear un método para abrir mínimamente las mordazas previo a la colocación del patín, de esta forma ambas piezas se podrían colocar sin rozamiento alguno para finalmente volver a cerrar la mordaza sobre el patín (y a la inversa para la retirada del dispositivo). Se barajaron varias maneras de realizar estos movimientos, ya que debía ser un método sencillo, rápido y eficaz para evitarle complicaciones al operario. Una de las soluciones más plausibles fue la incorporación de un mecanismo de palanca y leva, el cual, al ser accionada la palanca, hiciese que la leva empujase una de las mitades de la carcasa produciendo la apertura, luego, la propia contracción de los muelles cerraría las mordazas y bastaría solo con accionar nuevamente la palanca para liberar el dispositivo. Este método era sencillo en su uso para el operario, pero presentaba complicaciones en su incorporación debido al reducido espacio del que se disponía y dudas sobre la resistencia de una palanca impresa en 3D, finalmente esta idea fue descartada a favor de otro método.

Este método alternativo, resulta ser más complejo que el sistema de palanca y leva, pero de ser funcional, soluciona el problema de la integración en el espacio disponible y resulta igual o más sencillo si cabe que la palanca y leva. Este método consiste en el uso de un tren de engranajes, los cuales son accionados por un pequeño pulsador situado debajo de la mordaza principal el cual, al tirar levemente de él, produce la salida de una cremallera con un tope situada al final del tren, este tope será el encargado, al chocar contra la mordaza secundaria, de separar ambas mordazas creando la apertura (de unos 4 mm aproximadamente) para introducir el patín. En la figura 47 se muestra el mecanismo en acción mientras que, en la figura 48 pueden apreciarse las dos posiciones del mecanismo y la disposición de este más en detalle.

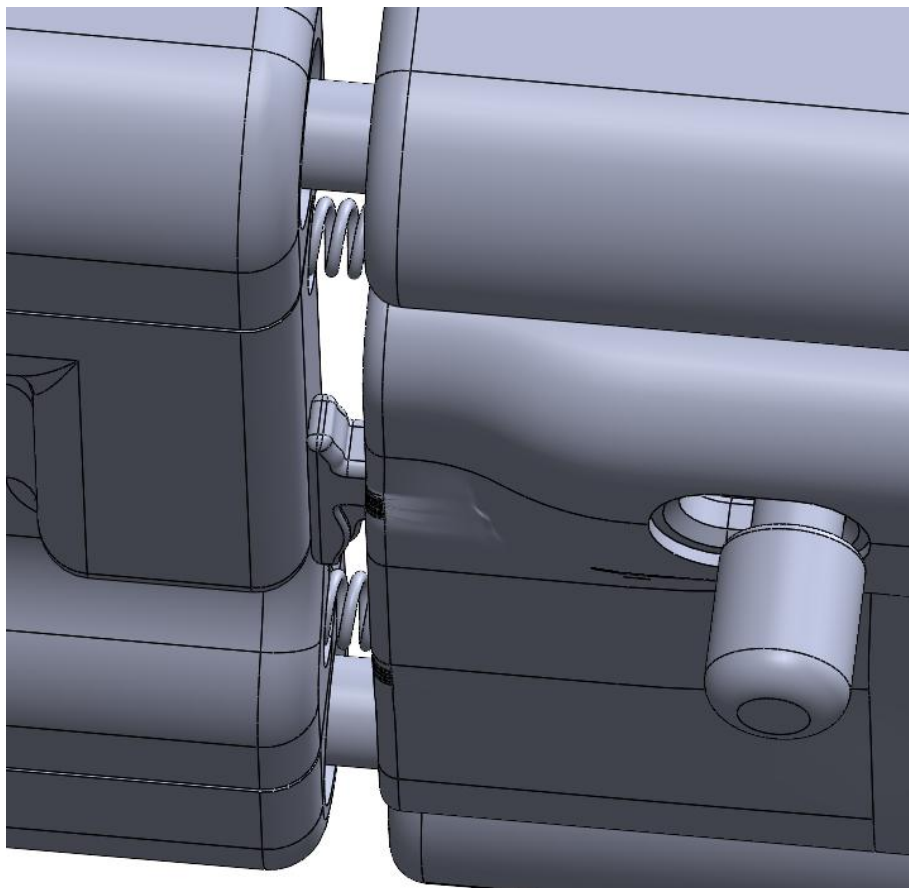


Figura 47. Mecanismo de apertura de la mordaza actuando en modelo final. [Material propio]

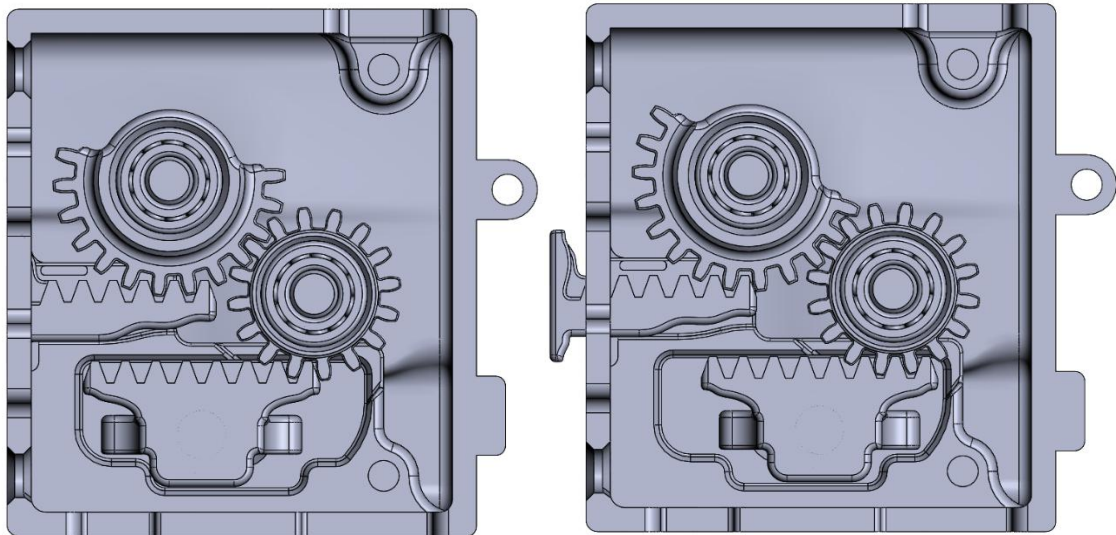


Figura 48. Ambas posiciones para el sistema de engrane del mecanismo de apertura de la mordaza. [Material propio]

Este mecanismo se ensambla debajo de la mordaza principal, quedando cubierto por una carcasa realizada mediante modelado de superficies, lo cual complica la tarea de diseño, pero da un acabado más vistoso y permite realizar geometrías complejas más óptimas para adaptarse a la forma del mecanismo, esta carcasa puede apreciarse en la figura 49.

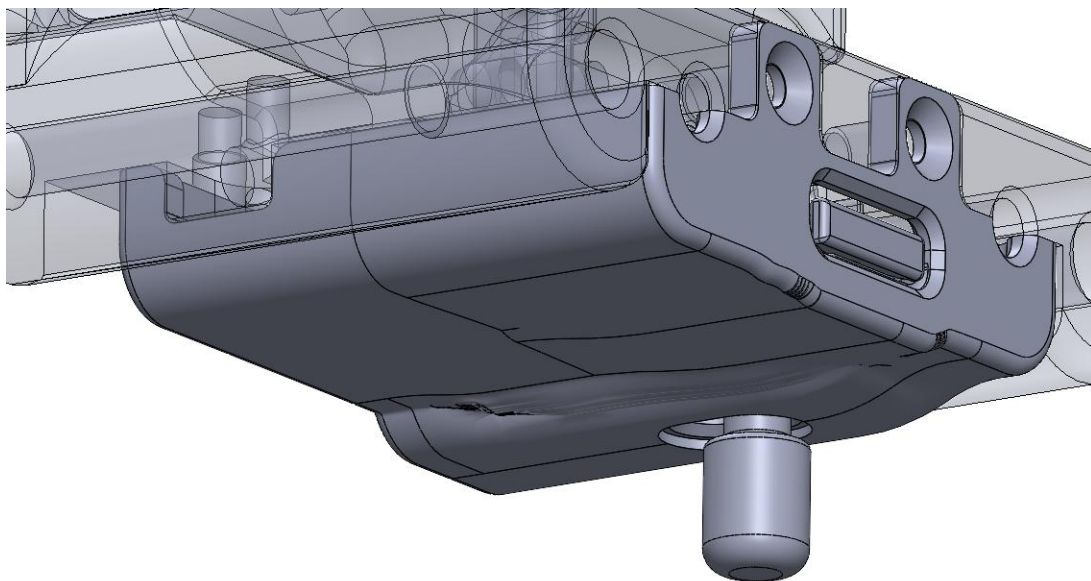


Figura 49. Carcasa protectora del mecanismo de apertura de la mordaza. [Material propio]

Los componentes del tren de engranajes se realizan también con un diseño orientado a la impresión 3D, ya que esta nos proporciona una gran versatilidad a la hora de asignar una geometría a los engranajes y cremalleras, versatilidad necesaria al estar limitados por tamaños tan pequeños y con tanta necesidad de precisión y detalle para un correcto funcionamiento. Además, el material resulta suficientemente rígido para aguantar las fuerzas que se aplican en este caso.

Para este mecanismo, se hace uso de dos cremalleras, un piñón de 16 dientes – módulo 1 y una rueda de 22 dientes – módulo 1 (ambas ruedas dentadas deben tener el mismo módulo para que se produzca el engrane entre ellas). Al estar utilizando una entrada a través de una cremallera y una salida a través de otra, la relación de transmisión queda como:

Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

- **Etap 1** (*Cremallera con pulsador* → *Piñón*): La velocidad lineal de la cremallera (v_1) se transforma en velocidad angular en el piñón (ω_1) según:

$$v_1 = \omega_1 \cdot r_1 \rightarrow \omega_1 = \frac{v_1}{r_1}$$

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \omega_1 \cdot r_1 \rightarrow \omega_1 = \frac{v_1}{r_1} \\ r_1 &= \frac{d_p}{2} = \frac{M \cdot Z_1}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \omega_1 = \frac{2 \cdot v_1}{M \cdot Z_1}$$

- **Etap 2** (*Piñón* → *Rueda dentada*): En el engrane de dos ruedas dentadas se cumple que:

$$\omega_1 \cdot Z_1 = \omega_2 \cdot Z_2 \rightarrow \omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{Z_1}{Z_2}$$

- **Etap 3** (*Rueda dentada* → *Cremallera tope*): Nos encontramos con el inverso de la etapa 1, donde se cumple que:

$$v_2 = \omega_2 \cdot r_2 = \omega_2 \cdot \frac{M \cdot Z_2}{2}$$

Sustituyendo las anteriores expresiones en esta última de la etapa 3, obtenemos:

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= \omega_2 \cdot \frac{M \cdot Z_2}{2} \\ \omega_2 &= \omega_1 \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \\ \omega_1 &= \frac{2 \cdot v_1}{M \cdot Z_1} \end{aligned} \right\} \rightarrow v_2 = \left(\frac{2 \cdot v_1}{M \cdot Z_1} \right) \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{M \cdot Z_2}{2} \rightarrow \text{Simplificando} \rightarrow v_2 = v_1$$

Obtenemos una relación de transmisión igual a 1 ($i = \frac{v_2}{v_1} = 1$), la relación de transmisión afecta de igual manera al desplazamiento, es decir, para desplazar el tope y con él la segunda mitad de la mordaza una distancia de 4 mm, la ranura diseñada para que deslice la cremallera motora con el pulsador debe permitir esa misma distancia de movimiento y a la fuerza empleada, siendo igual la fuerza de entrada que la de salida. Se ha empleado esta relación de transmisión debido a que la fuerza necesaria para realizar una apertura mínima de los muelles la puede ejercer perfectamente un operario, solo se requería una manera sencilla de realizar y transmitir este movimiento, conseguida a través del simple accionamiento de un pequeño tirador.

El diseño de los engranajes se lleva a cabo según los pasos y parámetros proporcionados en el **Anexo 1** “Guía y tablas para el diseño de engranajes rectos”.

Ciertamente, la aplicación de este mecanismo resulta ser uno de los puntos más críticos de este proyecto, debido a la complejidad que presenta. Este debe ser sometido a varias pruebas que comprueben y verifiquen su funcionalidad tras varios ciclos de uso, por tanto, la aplicación, mejora (probar con otro tipo de relaciones de transmisión, disposiciones distintas...) o sustitución de este mecanismo para la apertura de las mordazas queda en parte abierto para ser tratado en futuros trabajos, alcanzando en estos una conclusión sobre cuál sería el método más óptimo y eficaz.

Para concluir con la mordaza principal, faltaría indicar que, tanto los muelles como los engranajes, se mantienen fijos gracias a varios ejes/pasadores incorporados en el diseño que serán mecanizados en metal durante el proceso de fabricación (véase la figura 50). Tras esto finaliza la explicación detallada de la funcionalidad de la mordaza principal.

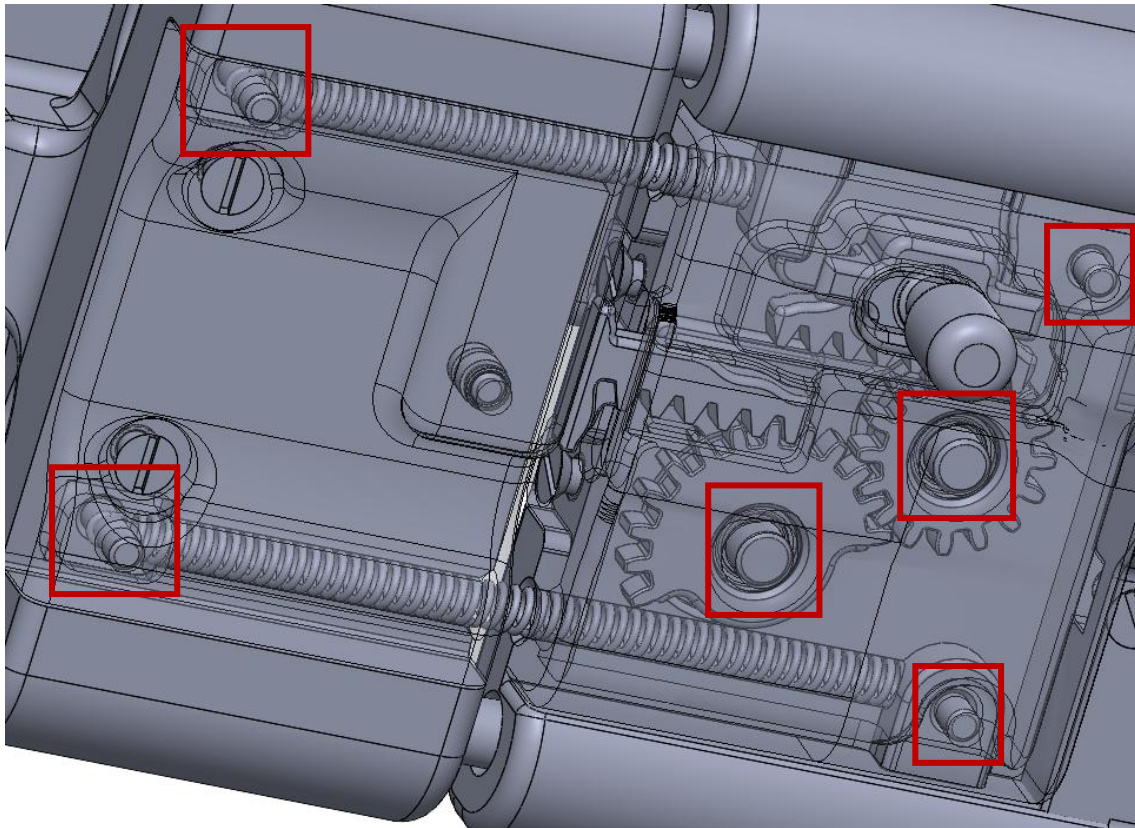
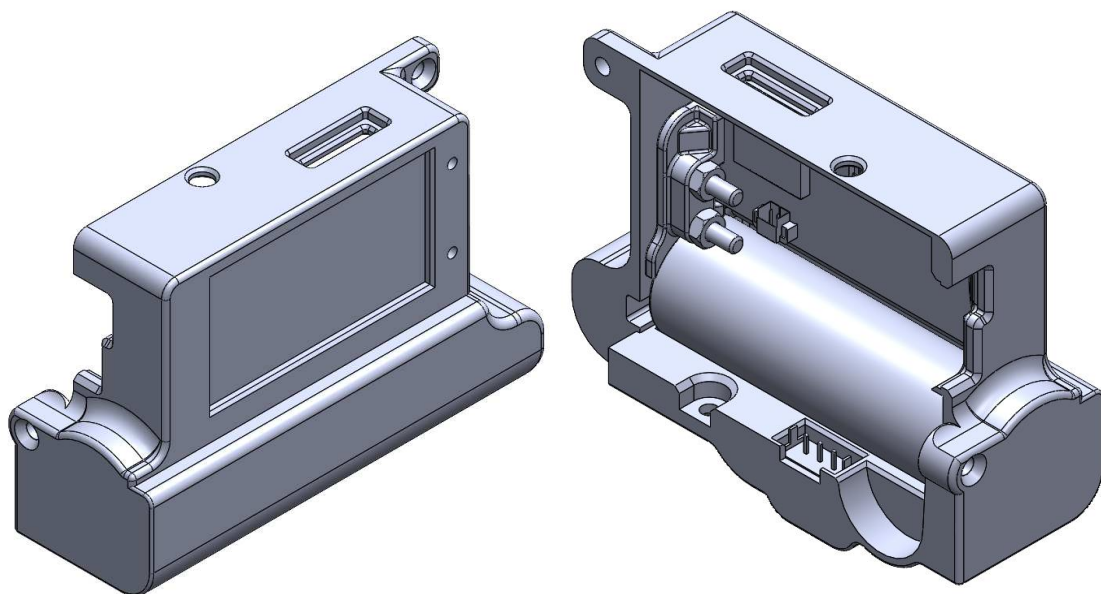


Figura 50. Sistema de ejes y pasadores para la sujeción de muelles y engranajes. [Material propio]

Respecto a la mordaza secundaria, esta no presenta más innovaciones que no hayan sido ya vistas en la mordaza principal, esta mitad resulta ser una especie de “versión simplificada” de su homónima cuya función se basa simplemente en completar el cierre y aprisionamiento del patín.

4.4.2. Cobertor para la pantalla táctil, pila e interruptor

La siguiente parte principal del dispositivo es el cobertor de la pantalla, pieza encargada de proteger y hacer de soporte para el núcleo electrónico a la vez que tiene un papel embellecedor al ser una de las partes que quedan más expuestas (véase la figura 51).



Diseño y desarrollo de dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafo

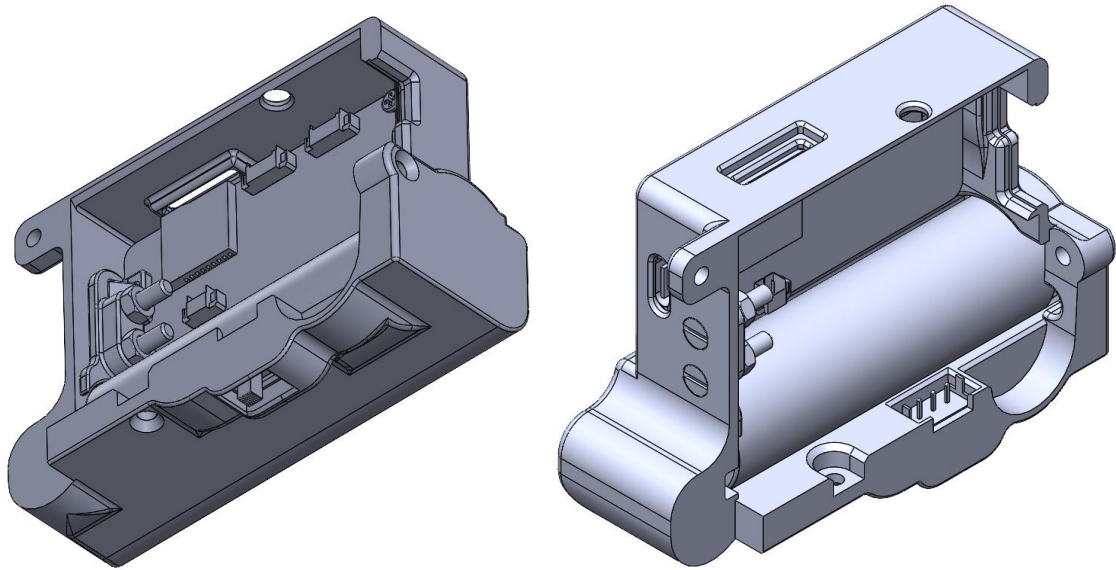


Figura 51. Vistas del "cobertor de pantalla" en el modelo final. [Material propio]

Esta parte no tiene función estructural aparte de proveer la sujeción de los componentes que van montados en ella. Se han realizado los agujeros para tener acceso a los puertos y ranuras de las ESP32 necesarios, un hueco para la pila y las correspondientes ranuras para pasar los cables hacia el interruptor y del interruptor a las placas electrónicas, y también los apoyos para la placa que monta la pantalla táctil.

Como la pantalla tiene la finalidad de ser manipulada pulsando o deslizando sobre ella, se ha diseñado también un pequeño fijador para sujetar el extremo que no está atornillado y de paso hacer de tope para que la pila no salga de su hueco, este fijador puede verse con detalle en la figura 52.

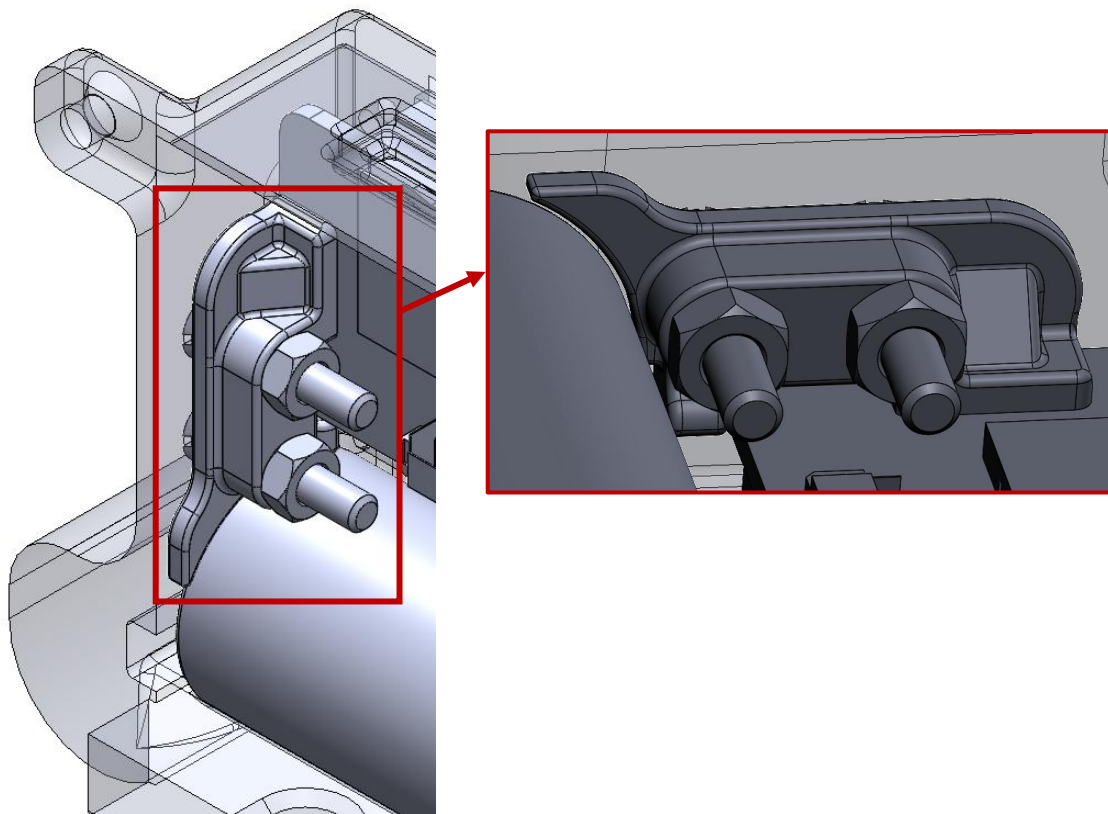


Figura 52. Clip de fijación para la ESP32 con pantalla y la pila. [Material propio]

4.4.3. Soporte para el medidor superior

Para concluir las partes que componen el dispositivo de medición de desgaste, queda por explicar la última incorporación a este, destinada a sustentar el segundo encoder a la vez que se encarga de su protección, junto al papel de parte embellecedora como el que juega el cobertor de la pantalla al ser otra de las partes más expuestas del dispositivo. Esta parte se trata de un soporte incorporado en la parte superior de la mordaza principal, el cual tampoco juega un papel como parte estructural, ya que no está destinado a aguantar ningún tipo de carga, pero sí debe proporcionar una base mínimamente rígida para incorporar el encoder, una vía para pasar los cables hasta la parte trasera de la mordaza principal donde se encuentran las ESP32, sin que estos queden desprotegidos y una protección ante el mecanismo encargado de medir el desgaste del patín. Una vista general de este soporte puede observarse en la figura 53.

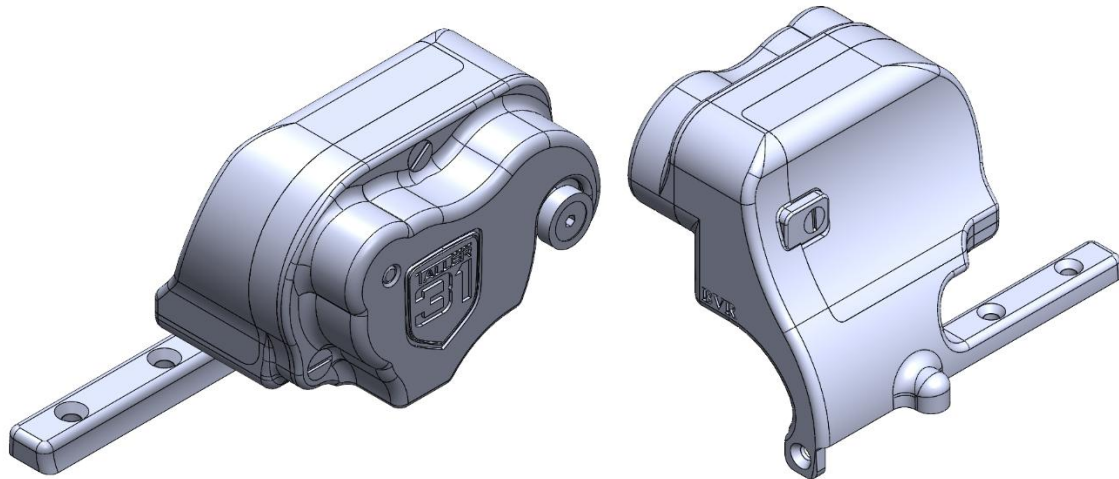


Figura 53. Vistas del "soporte del encoder superior" en modelo final. [Material propio]

Como se ha dicho, la principal función de esta parte es la de hacer de soporte del segundo encoder, por tanto, a la hora de diseñarla, se ha hecho énfasis en realizar correctamente la incorporación de este junto al cableado. Se debe tener en cuenta también que el patín entra por la parte superior, es decir, la parte del dispositivo donde se ubica este soporte, por lo que se debe garantizar que quede el espacio suficiente para la entrada y salida del patín sin producir roces o golpes durante la operación. A su vez debe tenerse en cuenta que, para realizar una medición correcta del desgaste, la rueda que bascula debe encontrarse aproximadamente a la mitad del grosor del frotador. Por estos motivos junto al requisito de ahorrar material, se le otorgó esa forma curva, la cual permite que la rueda basculante quede en la mitad del frotador mientras se deja espacio suficiente para la colocación y extracción del patín.

Por otra parte, el sistema para medir el desgaste se basa en la rotación del encoder y la posición medida en varios puntos durante esa rotación. Tras realizar el calibrado de referencia (puesta a 0) del palpador manteniéndose este contra el tope superior, se libera y por la acción de un muelle de torsión, se ve obligado a realizar el contacto contra la parte superior del frotador y mantener dicho contacto mientras el dispositivo se está deslizando por este, de esta forma se obtiene la altura de la mella que ha dejado la catenaria en el frotador. Para no introducir fuerzas en el encoder, se aplica el mismo mecanismo de los dos rodamientos utilizado con el encoder situado en la mordaza principal (véase la figura 54).

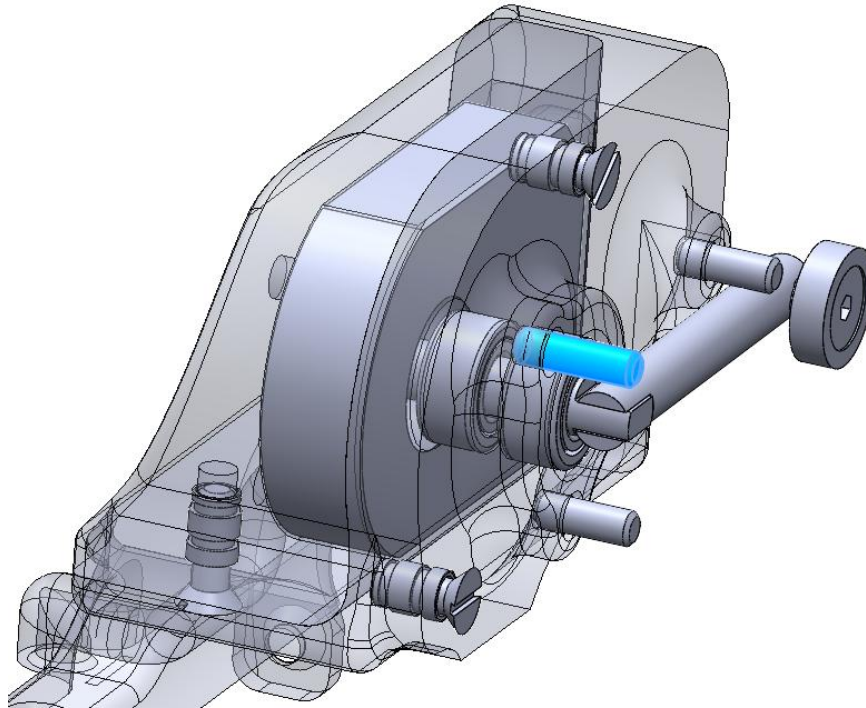


Figura 54. Sistema de doble rodamiento en encoder superior. [Material propio]

El muelle de torsión se coloca en el eje señalado en azul de la figura 54, sin embargo, este no ha sido modelado, solo se han tenido en cuenta las dimensiones para acotar el eje, esto por la complejidad y ser material ya existente y normalizado.

Por último, solo queda destacar el diseño del conducto que atraviesa la pieza desembocando sobre el cobertor de la pantalla, permitiendo de esta forma el acceso del cableado que va desde el encoder hasta las placas ESP32 (véase la figura 55).

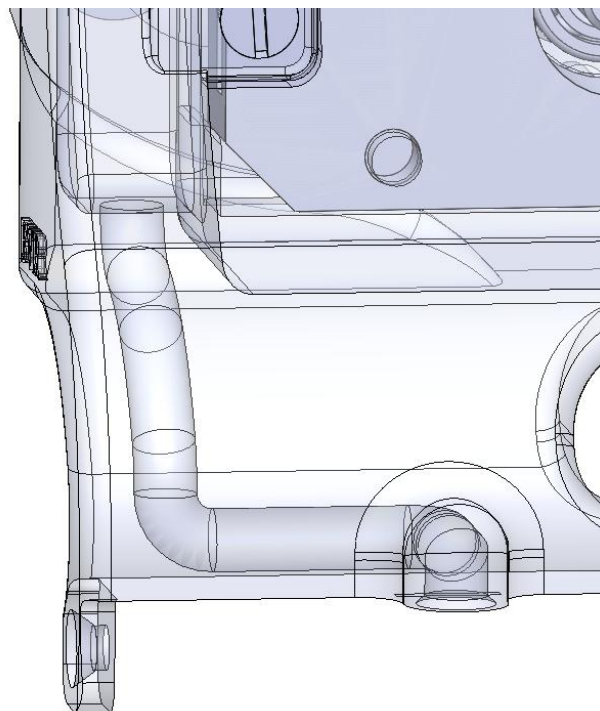


Figura 55. Canalización a través del soporte para el cableado del encoder superior. [Material propio]

4.4.4. Ensamble para conformar el modelo final

Una vez todas las partes han sido diseñadas, revisadas y se han dispuesto las uniones atornilladas teniendo en cuenta la tolerancia y longitud de los taladros según correspondiera a cada zona, estas partes se ensamblan en el software SolidWorks para formar, finalmente, el dispositivo para la medición del desgaste en frotadores de pantógrafos de ferrocarril, quedando tal y como se muestra en la figura 56. De esta forma se puede revisar que el diseño de uniones, detalles y distintos mecanismos es correcto, nada queda suspendido en el aire o alguna parte no resulta coherente a la hora de pensar en cómo llevar a cabo su fabricación.

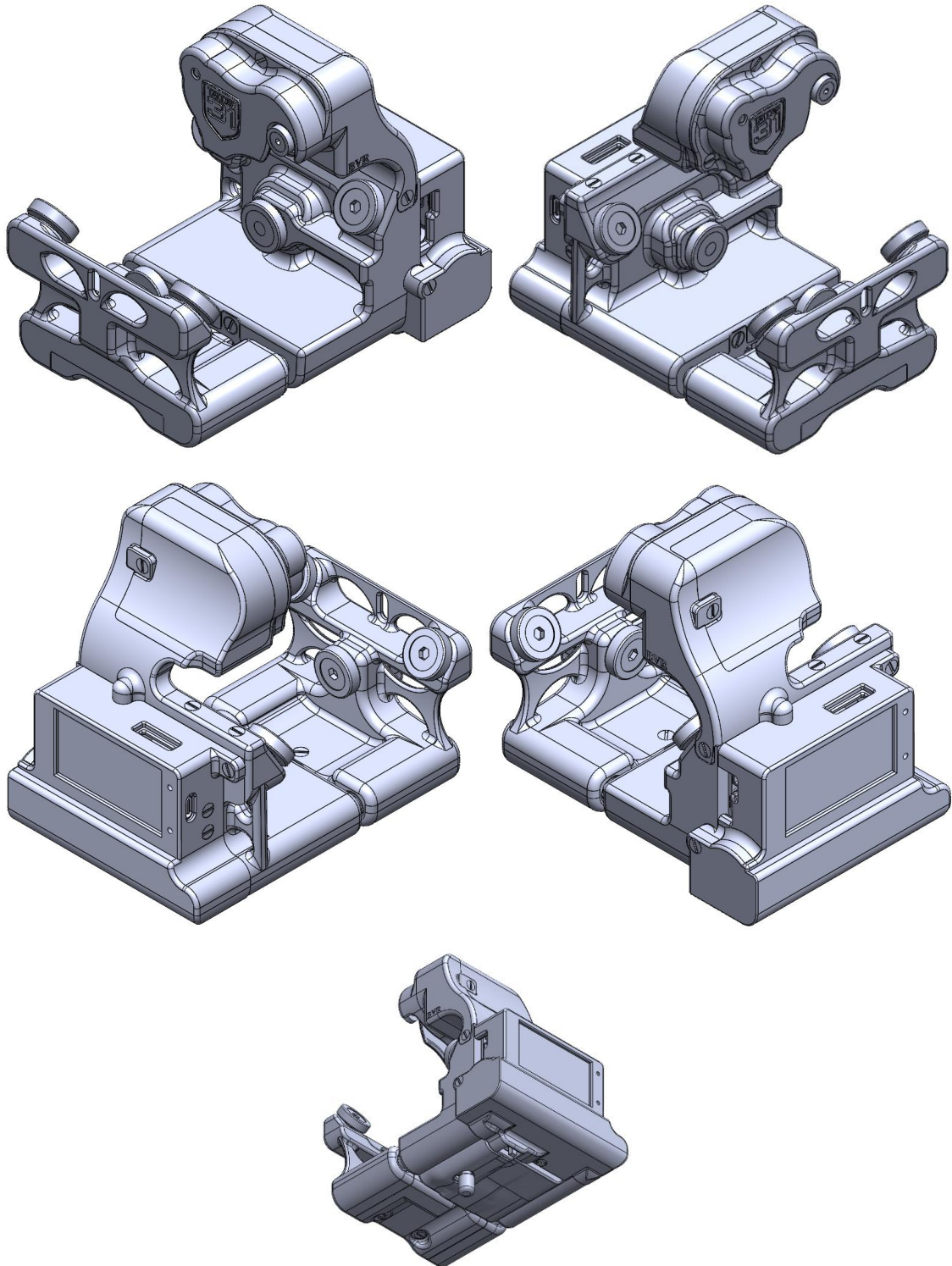


Figura 56. Vistas del modelo final. [Material propio]

5. Proceso de fabricación

Una vez finalizado el proceso de diseño y habiendo sido este verificado, se puede proceder con la fabricación del dispositivo.

La mayor parte de este está pensado para ser hecho mediante fabricación aditiva, según los métodos y procedimientos vistos en el apartado 4.2. De forma resumida, las partes destinadas a ser impresas son procesadas en un laminador (en este caso se hace uso del programa UltiMaker Cura), software encargado de generar el archivo en código máquina, el cual contiene las instrucciones ordenadas que la impresora debe ejecutar para obtener la geometría deseada. En él se indican los parámetros referidos al proceso de impresión como son la altura de capa, velocidad de impresión, uso o no de soportes... De ellos depende el acabado de la pieza y en última instancia el éxito de la impresión (véase la figura 57).

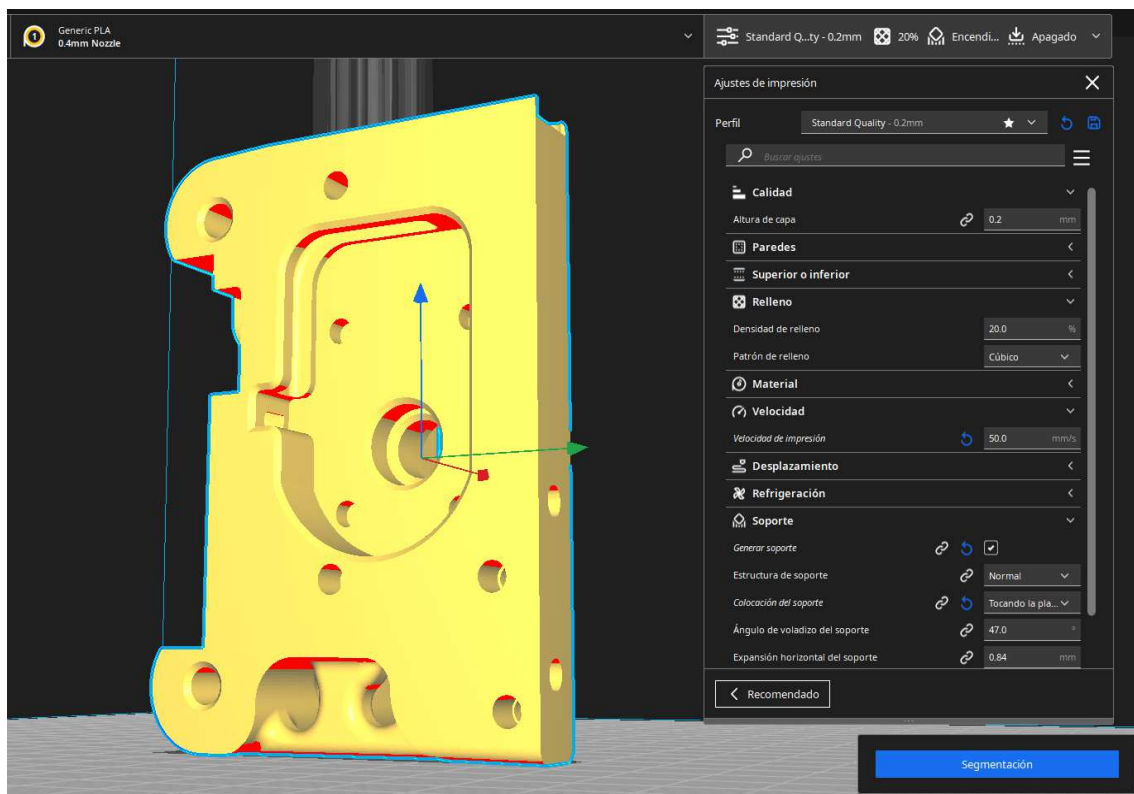


Figura 57. Mordaza principal vista en el software UltiMaker Cura junto a los parámetros modificables. [Material propio]

En la figura 57 podemos observar la interfaz del software Cura, muy similar o casi idéntica a la que presenta cualquier otro laminador. Las partes rojas visibles en la pieza de ejemplo, indican que es un voladizo al cual se le va a poner soporte (esta elección que el programa hace automáticamente puede modificarse para indicar que no se quiere soporte en una parte seleccionada). Por último, a la derecha se puede ver detalladamente la sección de modificación de parámetros con algunos de los principales como la altura de capa, la densidad de relleno o la configuración del soporte. Una vez procesada la pieza, el programa nos permite ver una vista previa de cómo quedará la pieza (en caso de que la impresión sea exitosa) según los parámetros introducidos y también el tiempo de impresión estimado (véase la figura 58).

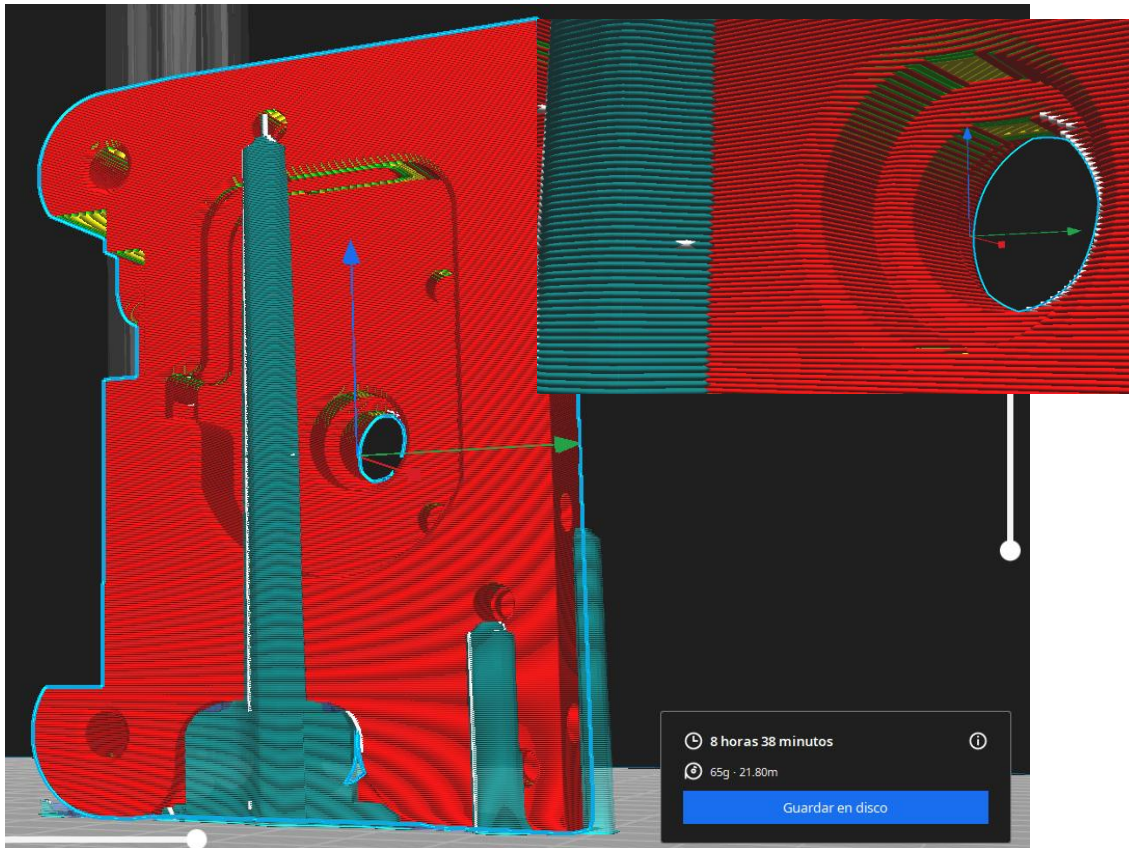


Figura 58. Pieza procesada en el software de laminación UltiMaker Cura. [Material propio]

Por último, las partes que no se imprimen, que son mayoritariamente ejes y pasadores, son realizadas mediante torneado, un proceso de mecanizado sencillo que nos permite realizar estas piezas a partir de una pieza de material más grande, conocida como “tocho”, con las dimensiones personalizadas que se requieren. La fabricación de estos componentes no requiere de un acabado pulido ni una precisión alta, sin embargo, las guías y casquillos que se utilizan en el sistema de fijación del dispositivo, para evitar la desviación de las mordazas, sí deben presentar un ajuste sin holgura alguna, para evitar las vibraciones y movimientos no deseados entre las dos mitades de la mordaza. Por tanto, estas últimas partes se fabrican haciendo uso del torno y la fresadora de manera convencional, pero son sometidas a un postprocesado más concienzudo para obtener el ajuste sin holgura buscado (véase la figura 59), tras ponerse a prueba en el prototipo de la mordaza, se dio por válida la calidad del ajuste obtenido, pudiendo utilizarse el juego de guías y casquillos en el dispositivo final.



Figura 59. Ajuste sin holgura del juego guía + casquillo. [Material propio]

6. Conclusiones y líneas futuras de trabajo

El presente Trabajo de Fin de Grado, el cual aborda el diseño y desarrollo de un dispositivo mecánico destinado a la medición del desgaste en los frotadores de grafito de pantógrafos ferroviarios, con aplicación directa en los trenes del Metro de Málaga, ha permitido, tras un análisis exhaustivo del aparato de partida y varios desarrollos de modelos y prototipos, perfeccionar y optimizar el dispositivo del cual partía destinado a la medición del desgaste en los frotadores que montan los pantógrafos ferroviarios.

En este modelo para el nuevo dispositivo, se ha conseguido definir una geometría que presenta varias mejoras en comparación al prototipo inicial, entre ellas, un sistema sencillo para montar y desmontar el dispositivo en el patín, por el cual se logra un gran ahorro de tiempo y esfuerzo al operario que realiza la tarea repetitiva de llevar a cabo las medidas, además, la forma del dispositivo ha evolucionado para ser más ergonómica y visualmente atractiva que la de su predecesor, esta logra incorporar cada componente de forma fácil y accesible, proporcionando así una vía rápida para el desmontaje del aparato en caso de tener que realizarse un mantenimiento o reparación, y proporciona una protección ante golpes accidentales o la suciedad, factores críticos a la hora de trabajar con componentes delicados como son los sensores que monta el dispositivo.

Uno de los logros a destacar del diseño del dispositivo es la solución al problema de la introducción de fuerzas externas en el dispositivo que el operario podría ejercer a la hora de manejarlo, gracias al estudio y desarrollo del sistema de anclaje, este error humano que podía afectar negativamente el resultado de la medida se ha conseguido eliminar sin sacrificar en el intento el manejo sencillo e intuitivo del dispositivo.

Por tanto, el nuevo diseño, realizado íntegramente en SolidWorks y fabricado mediante impresión 3D FDM con filamento PLA, ha demostrado ser una solución eficaz, económica y fácilmente reproducible, cumpliendo con los objetivos impuestos de funcionalidad, ergonomía y compatibilidad con el sistema electrónico de adquisición de datos ya existente. Además, el proceso de diseño ha permitido aplicar criterios y conocimientos avanzados de ingeniería mecánica adquiridos en el transcurso de la carrera orientados a la fabricación aditiva, integrando nociones de resistencia de materiales y estructural, orientación de capas, diseño CAD, uso de tolerancias y trabajo con procesos de fabricación convencionales.

Las líneas futuras de trabajo son la fabricación y consolidación final del dispositivo basada en las pruebas realizadas con una versión final de este, con especial énfasis en la prueba y mejora del mecanismo de apertura de las mordazas. Una vez alcanzada una versión completamente perfeccionada y comercial del dispositivo, sería pertinente realizar una última validación experimental probándolo durante un periodo de tiempo en condiciones reales de trabajo, estudiando el comportamiento, realizando comparaciones de resultados, probando nuevos materiales de fabricación para estudiar su comportamiento... Otra línea de mejora del dispositivo vendría de la mano de la automatización completa de este, realizando el procedimiento de medida sin intervención humana que no sea la de la colocación del instrumento.

En definitiva, este Trabajo Fin de Grado, me ha permitido personalmente poner a prueba las áreas de trabajo que más han captado mi atención en el desarrollo de esta carrera, las cuales son el diseño CAD en 3D y 2D, los procesos de fabricación y el cálculo y diseño de máquinas. Ha sido una grata experiencia la cual me ha ayudado a adquirir y consolidar nuevos conocimientos en los campos mencionados, muy útiles para en un futuro realizar trabajos o estudios con una orientación práctica, pensados para ofrecer soluciones reales a problemas de un grado técnico elevado, estudiando varias opciones y analizando dispositivos/mecanismos/procedimientos ya existentes para realizar una ingeniería inversa sobre ellos para llevar a cabo, a través del conocimiento y las aptitudes adquiridas la elaboración de una solución final y su puesta a prueba como se ha realizado en este proyecto.

7. Referencias bibliográficas

- [1] Forge Labs. (n.d.). *FDM Design Guidelines*. Forge Labs. Recuperado de <https://forgelabs.com/design-guides/fdm>
- [2] Forerunner 3D Printing. (n.d.). *FDM Part Design Guide*. Forerunner 3D Printing. Recuperado de <https://forerunner3d.com/fdm-part-design-guide>
- [3] Hubs. (n.d.). *How to design parts for FDM 3D printing*. Hubs. Recuperado de <https://www.hubs.com/knowledge-base/how-design-parts-fdm-3d-printing>
- [4] MakerVerse. (n.d.). *Fused Deposition Modeling (FDM) Design Guide*. MakerVerse. Recuperado de <https://www.makerverse.com/resources/3d-printing/the-fused-deposition-modeling-fdm-design-guide>
- [5] Sakata 3D Filaments. (n.d.). *PLA 850 Filament – Technical Overview*. Sakata 3D Filaments. Recuperado de <https://sakata3d.com/en/content/14-pla-850>
- [6] Wevolver. (2023). *3D Print Supports: A Guide for Engineers*. Wevolver. Recuperado de <https://www.wevolver.com/article/3d-print-supports-a-guide-for-engineers>
- [7] All3DP (n.d.). *Estructuras de soporte en impresión 3D: cómo evitarlas y cuándo usarlas*. Recuperado de <https://all3dp.com/es/1/estructuras-de-soporte-3d/>
- [8] Laser profilometer PRP Series. (n.d.). *Portable laser rail profilometer (PRP)*. Recuperado de <https://www.directindustry.com/prod/riftek-europe/product-56620-1689482.html>
- [9] SinceVision. (n.d.). *Fastener Detection of Railway Tracks with SinceVision 3D Laser Profiler*. Recuperado de <https://www.sincevision.com/applicationinfo73.html>
- [10] Pantinspect. (n.d.). *Accurate and Reliable Technology for Pantograph Monitoring*. Recuperado de <https://www.pantinspect.com/PantoInspectBrochure.pdf>
- [11] ADORTech. (n.d.). *CatPro: Catenary Wire Wear Measuring*. Recuperado de <https://adortech.com/railway/measurement/laser/catpro>
- [12] All3DP. (s.f.). *Tipos de impresoras 3D: 7 tecnologías de impresión 3D*. All3DP. Recuperado de <https://all3dp.com/es/1/tipos-de-impresoras-3d-tecnologia-de-impresion-3d/>
- [13] Formlabs. (s.f.). *Comparación de tecnologías de impresión 3D: FDM, SLA o SLS*. Formlabs. Recuperado de <https://formlabs.com/es/blog/fdm-sla-sls-como-elegir-tecnologia-impresion-3d-adecuada/>
- [14] Suministros para la Industria. (s.f.). *Encoders: Qué son, tipos, funcionamiento y usos en industria*. Recuperado de <https://suministrosparalaindustria.com/que-son-los-encoders/>
- [15] Ícaro Álvarez. (s.f.). *VLT06_02 [Artículo técnico]*. Técnica Vialibre. Recuperado de https://tecnicavialibre.es/documentos/articulos/VLT06_02-%C3%8Dcaro_%C3%81lvarez.pdf
- [16] Brucknerite. (2024, marzo). *El fracaso de las catenarias sobre carreteras*. Recuperado de <https://brucknerite.net/2024/03/el-fracaso-de-las-catenarias-sobre-carreteras.html>
- [17] 3Dnatives. (2025, 23 de junio). *Guía para ensamblar piezas 3D*. Recuperado de <https://www.3dnatives.com/es/guia-ensamblar-piezas-3d-230620252/#>
- [18] Pontificia Universidad Católica del Perú. (2016, septiembre). *Capítulo 2: Concentración de esfuerzos*. Recuperado de <https://123idm123.wordpress.com/wp-content/uploads/2016/09/cap-2-concentracion-de-esfuerzos.pdf>
- [19] Principiante de Linux. (2018, 23 de septiembre). *Cómo resolver esquinas que se encrespan o ásperas (“curling” y warping) en impresión 3D*. Recuperado de <https://principiantedelinux.wordpress.com/2018/09/23/como-resolver-esquinas-que-se-encrespan-o-asperas-curling-and-warping-en-impresion-3d/>
- [20] Creality Cloud. (s.f.). *Elephant Foot: 3D Printing Troubleshooting*. Recuperado de <https://www.crealitycloud.com/es/blog/3d-printing-troubleshooting/elephant-foot-3d-printing>
- [21] Weerg. (s.f.). *Guía para insertos roscados: impresión MJF y FDM*. Recuperado de <https://www.weerg.com/es/faq/guia-para-insertos-roscados-impresion-mjf-fdm>

Anexo 2 - Guía y tablas para el diseño de engranajes rectos

Índice

1. Terminología	1
2. Cuestiones previas.....	1
3. Formulario para la parametrización del engranaje	2
4. Diseño de engranaje en SolidWorks.....	3
5. Diseño de la cremallera	5
6. Referencias.....	6

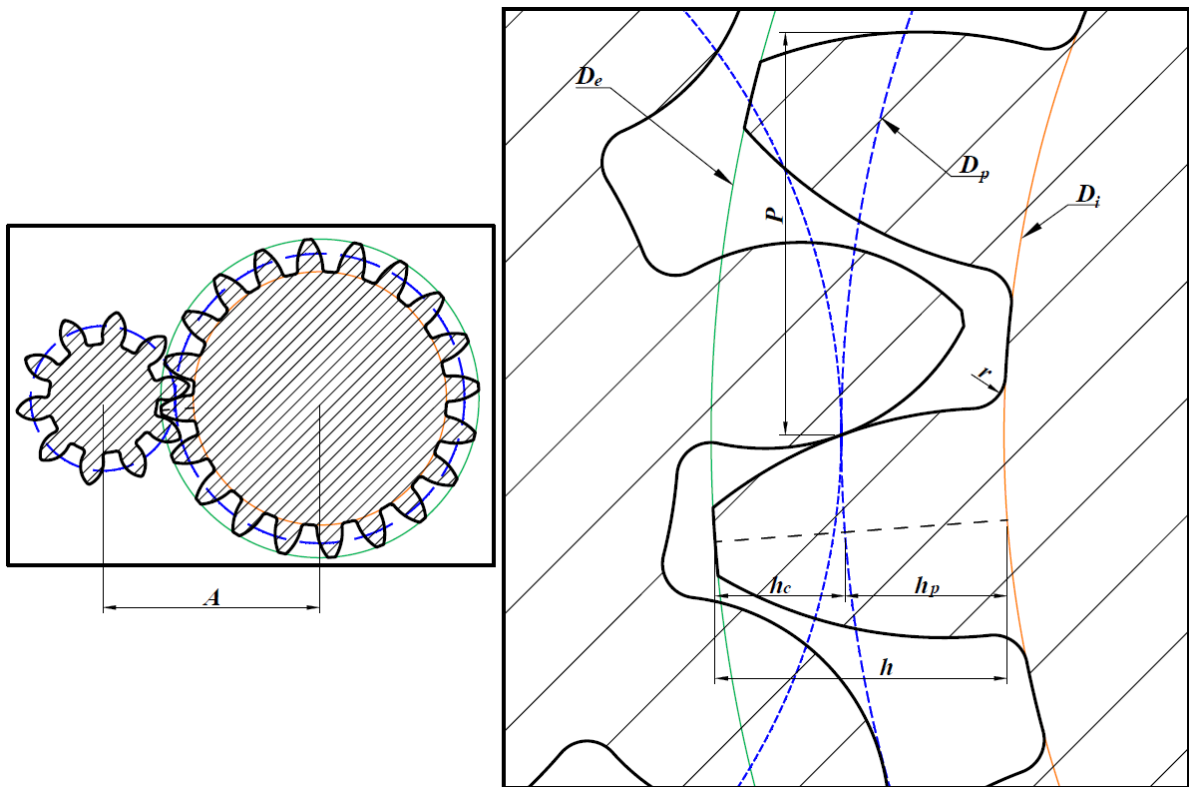
Índice de Figuras

Figura 1. Definición de los diámetros característicos de la rueda dentada. [Material propio]	3
Figura 2. Primer procedimiento para la obtención del flanco de uno de los dientes. [Material propio].....	3
Figura 3. Segundo procedimiento para la obtención del flanco de uno de los dientes. [Material propio]	4
Figura 4. Simetría y matriz para obtener los dientes restantes de la rueda. [Material propio]	4
Figura 5. Acotación del grosor de la cremallera. [Material propio]	5
Figura 6. Modelado del flanco de uno de los dientes de la cremallera. [Material propio]	5
Figura 7. Obtención del diente completo de la cremallera. [Material propio]	6
Figura 8. Modelo final de la cremallera tras realizar la extrusión de material. [Material propio]	6

Índice de Tablas

Tabla 1. Parametrización del engrane entre dos ruedas dentadas. [Material propio]	1
Tabla 2. Módulos de engrane normalizados. [Material propio]	2
Tabla 3. Fórmulas para la parametrización del engranaje. [Material propio].....	2

1. Terminología



Término	Descripción	Término	Descripción
i	Relación de transmisión	M	Módulo [mm]
Z	Número de dientes	d_p	Diámetro primitivo [mm]
ω	Velocidad angular $\left[\frac{rad}{s}\right]$	D_i	Diámetro interior [mm]
n	Velocidad angular [rpm]	D_e	Diámetro exterior [mm]
M_t	Momento torsor [Nm]	h	Altura del diente [mm]
Pot	Potencia [W]	h_c	Altura cabeza de diente [mm]
r	Radio de entalle [mm]	h_p	Altura pie de diente [mm]
P	Paso circunferencial [mm]	α	Ángulo de presión [mm]
S	Espesor del diente [mm]	β	Ángulo entre dientes
W	Hueco del diente [mm]	A	Distancia entre ejes/centros [mm]

Tabla 1. Parametrización del engrane entre dos ruedas dentadas. [Material propio]

2. Cuestiones previas

- Para que se dé el engrane, ambas ruedas deben tener el mismo paso circunferencial (P). Como el paso viene determinado por el diámetro primitivo (d_p) y el número de dientes (Z), y este último no puede tener decimales (el número de dientes debe ser un número entero físicamente hablando) para asegurar que esto ocurra se crea el concepto de módulo de engrane (M) que relaciona ambas magnitudes (ver fórmulas en el punto 3). Por tanto, la relación de engrane queda en que ambos engranajes deben tener el mismo módulo.

Anexo 2 - Guía y Tablas para el Diseño de Engranajes Rectos

- El módulo de engrane viene normalizado de la siguiente manera:

Módulo	Incrementos
De 1 a 4	De 0,25 mm
De 4 a 7	De 0,5 mm
De 7 a 14	De 1 mm
De 14 a 20	De 2 mm

Tabla 2. Módulos de engrane normalizados. [Material propio]

- La relación de transmisión (i) es el aumento o disminución de cualquier parámetro del engranaje conducido respecto al conductor. Se define como:

$$i = \frac{\omega_{cond}}{\omega_{motor}} = \frac{n_{cond}}{n_{motor}} = \frac{Z_{cond}}{Z_{motor}} = \frac{Mt_{cond}}{Mt_{motor}} = \frac{d_{p_{motor}}}{d_{p_{cond}}}$$

- Para que la relación de transmisión corresponda a la de una reductora (disminución de velocidad y aumento de par), debe cumplirse que $i > 1$.
- En la industria, para garantizar un engrane correcto, la relación de transmisión no debe ser mayor que 8.
- El punto de mayor aplicación de torque es aquel en el que se tocan las circunferencias formadas por el diámetro primitivo (d_p) ya que, este diámetro primitivo, es aquel que forman los dos engranajes si se trataran de ruedas de fricción (Ruedas lisas sin dientes. A la hora de diseñar, para tomar adecuadamente la distancia entre ejes, debemos tener en cuenta que las circunferencias primitivas de ambos engranajes deben ser tangenciales entre sí.
- La potencia (Pot) que se transmite es constante en todos los elementos ya que se produce una transmisión de potencia directa y rígida que no da lugar a pérdidas (considerando aquellas por fricción y temperatura despreciables).
- El paso circunferencial, el espesor del diente y el hueco del diente se toman siempre desde la circunferencia primitiva.
- El ángulo de presión en engranajes de dientes rectos siempre será de 20° .

3. Formulario para la parametrización del engranaje

Término	Fórmula	Término	Fórmula
M	$M = \frac{P}{\pi} = \frac{d_p}{Z} = \frac{D_e}{Z + 2}$	Pot	$Pot = M_t \cdot \omega$
d_p	$d_p = M \cdot Z$	M_t	$M_t = F \cdot dist$
D_i	$D_i = d_p - (2 \cdot M \cdot 1,167)$	P	$P = \pi \cdot M = S + W$
D_e	$D_e = M \cdot (Z + 2)$	S	$S = P \cdot \frac{19}{40}$
h	$h = M \cdot 2,167$	W	$W = P \cdot \frac{21}{40}$
h_c	$h_c = M$	r	$r = \frac{P}{12}$
h_p	$h_p = 1,25 \cdot M$	A	$A = \frac{d_{p1} + d_{p2}}{2}$
CT	$CT = d_p \cdot \cos(\alpha)$	A_s	$A_s = \frac{360 \cdot P \cdot 19}{\pi \cdot d_p \cdot 40}$

Tabla 3. Fórmulas para la parametrización del engranaje. [Material propio]

4. Diseño de engranaje en SolidWorks

El ejemplo práctico se realizará sobre el modelado de una rueda de 16 dientes.

En primer lugar, se extruye el cilindro con el diámetro interior (D_i), definiendo así, de paso, el grosor para el engranaje. Se pueden dejar, como líneas constructivas, marcados el diámetro primitivo y el exterior.

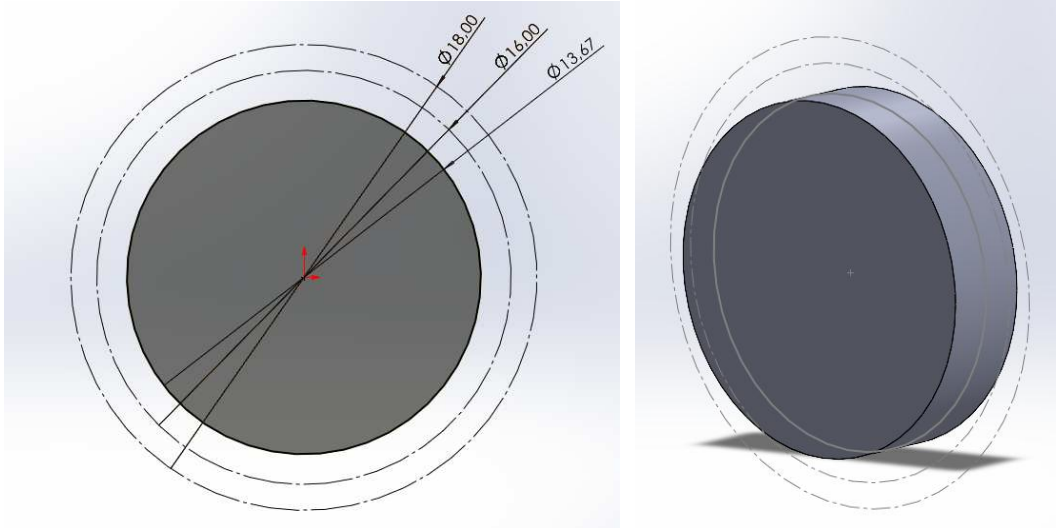


Figura 1. Definición de los diámetros característicos de la rueda dentada. [Material propio]

Trazamos dos líneas constructivas que corten el diámetro primitivo y entre ellas definimos el ángulo de presión que, para engranajes de dientes rectos, será siempre de 20° . Una vez tengamos ambas líneas, trazamos un círculo con centro en la línea inferior y extremo en el final de la línea horizontal. Tras esto, trazamos una tercera línea y establecemos un ángulo entre esta y la horizontal con el valor A_s correspondiente ($10,688^\circ$ en este caso).

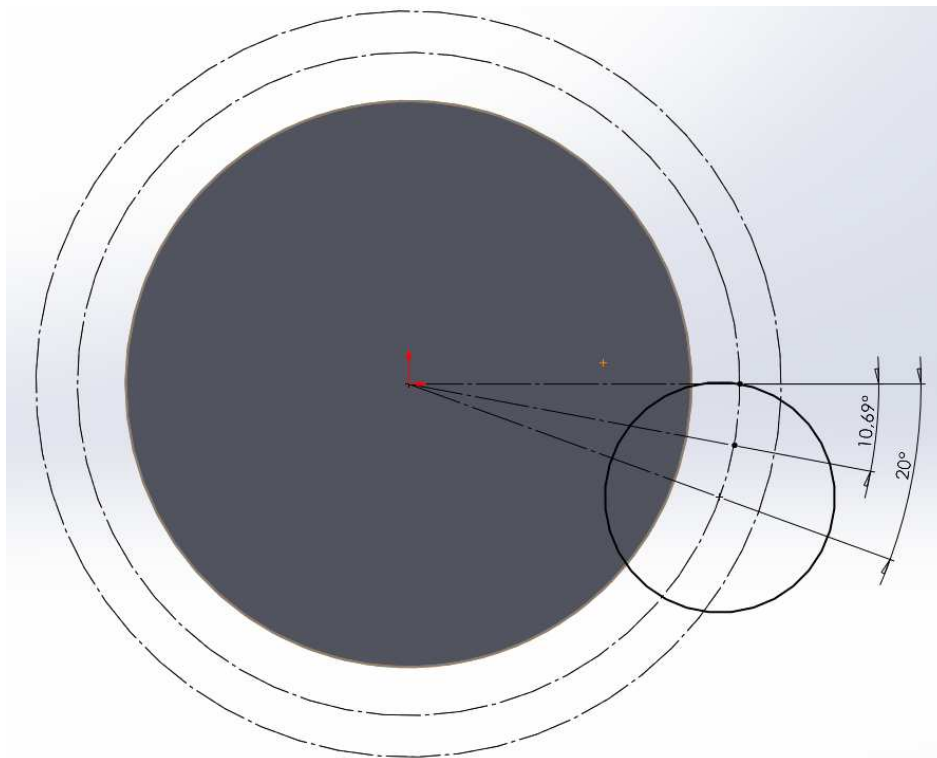


Figura 2. Primer procedimiento para la obtención del flanco de uno de los dientes. [Material propio]

Anexo 2 - Guía y Tablas para el Diseño de Engranajes Rectos

Recortamos el sobrante de la circunferencia realizada en el paso anterior para obtener así el primer flanco del diente. Además, recortamos la circunferencia primitiva dejando únicamente un arco entre el flanco del diente y el extremo de la recta hecha con A_5 . Trazamos finalmente una línea más entre el centro del engranaje y el centro del arco que acabamos de realizar.

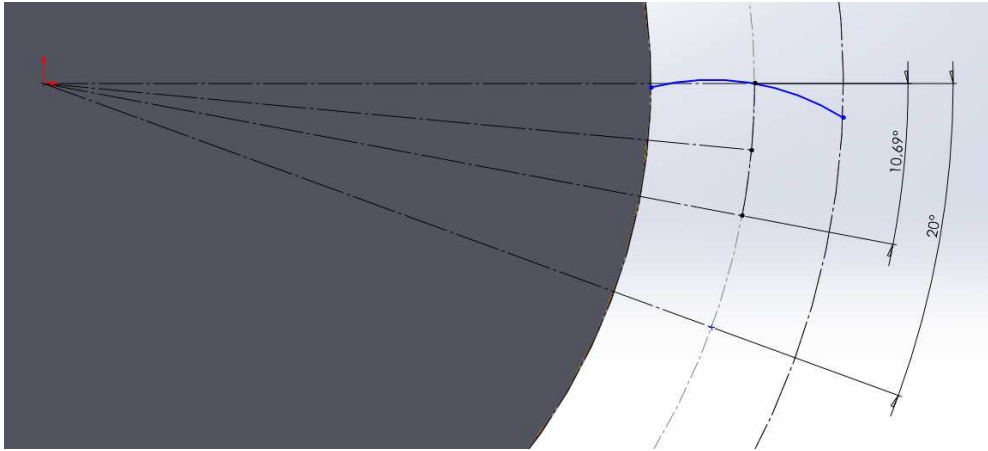


Figura 3. Segundo procedimiento para la obtención del flanco de uno de los dientes. [Material propio]

Esta última línea será nuestro eje de simetría para obtener el segundo flanco del diente. Una vez hecha la simetría, solo resta recortar el resto de líneas. Una vez obtengamos el diente, el resto puede obtenerse por medio de la operación “matriz circular” ya sea dentro del croquis o como operación aparte tras extruir el primer diente. Es recomendable realizar la matriz fuera del croquis, habiendo incluido también el redondeo (r).

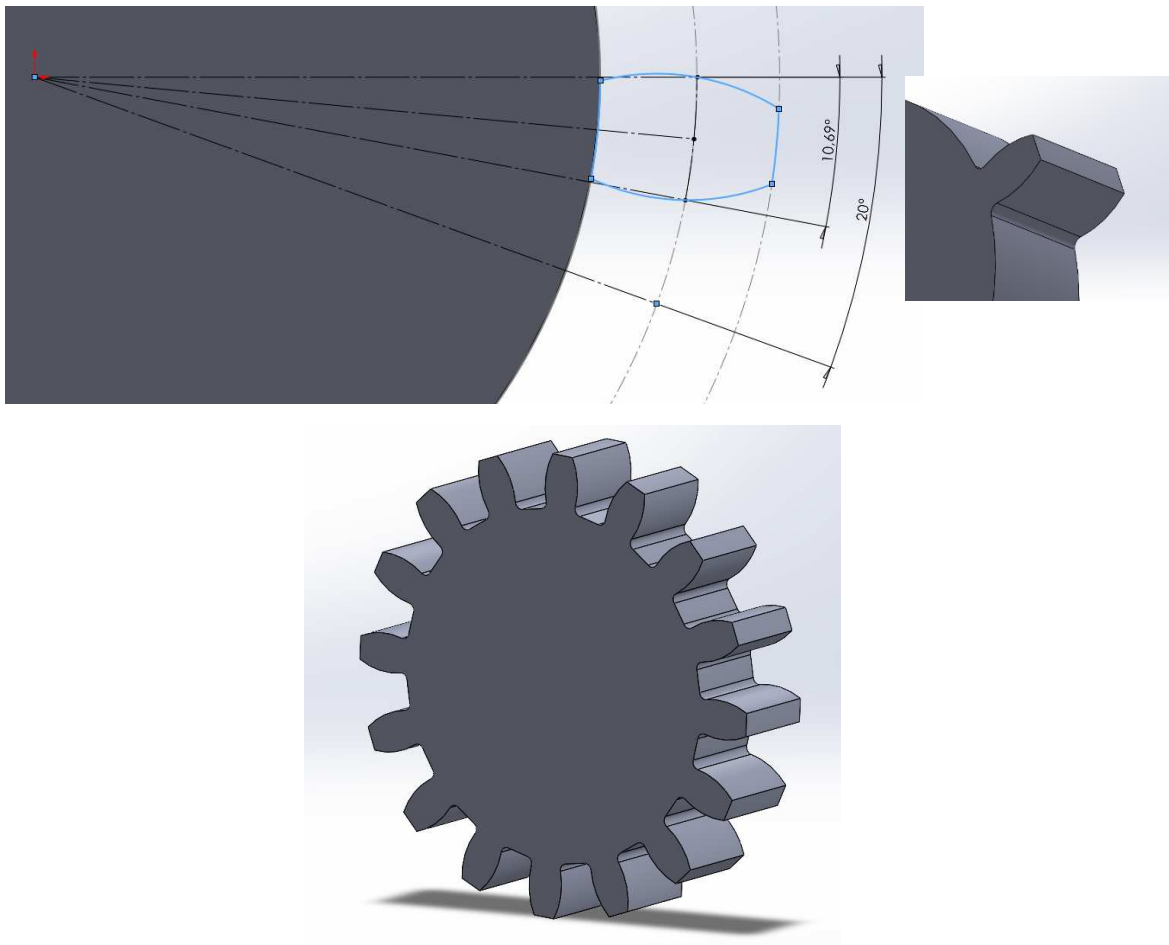


Figura 4. Simetría y matriz para obtener los dientes restantes de la rueda. [Material propio]

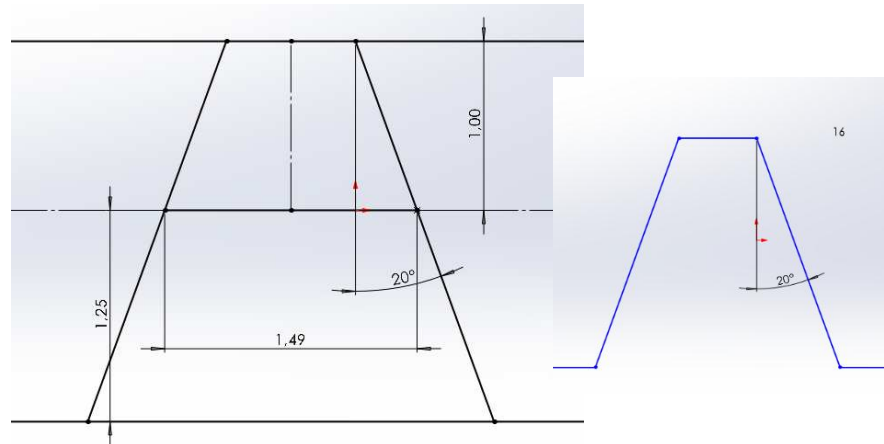


Figura 7. Obtención del diente completo de la cremallera. [Material propio]

Una vez que tenemos el diente solo queda realizar una matriz lineal para conseguir los restantes. El número de dientes es indiferente, si se le da el mismo número que el del piñón, por cada vuelta que haga este, recorrerá por completo la cremallera. La distancia de separación entre entidades de la matriz lineal será el paso del engranaje (en este caso 3,142 mm).

Tras realizar la matriz, solo queda cerrar el croquis con la forma deseada y extruirlo.

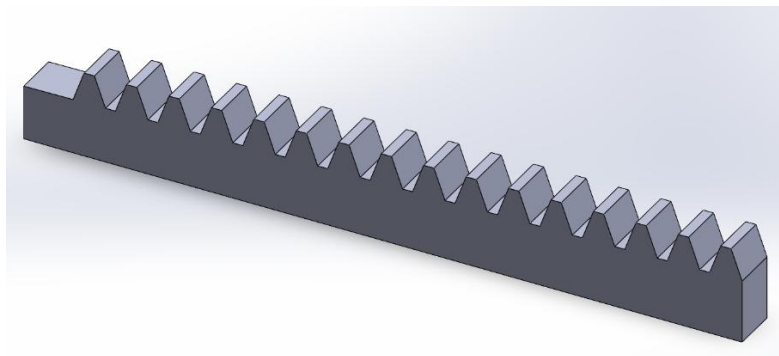


Figura 8. Modelo final de la cremallera tras realizar la extrusión de material. [Material propio]

La condición de engrane en SolidWorks viene dada por la longitud por cada revolución recorrida por la cremallera respecto al piñón. Esta longitud viene dada por:

$$L = Z_p \cdot n_p \cdot P$$

Siendo Z_p y n_p los dientes y velocidad en rpm del piñón respectivamente y P el paso que es el mismo para ambos. Como la condición es distancia recorrida por revolución, podemos tomar la velocidad rotativa del piñón como 1. Así pues, para el ejemplo descrito, si quisiéramos montar el mecanismo piñón-cremallera con los diseñados, la condición de engrane en SolidWorks sería:

$$L = Z_p \cdot n_p \cdot P = 16 \cdot 1 \cdot 3,142 \rightarrow L = 50,272 \frac{mm}{rev}$$

6. Referencias

- Autodesk Inventor with Astrid Diaz (s.f.) Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=n102Eeq3G3o>
- EM Ingeniería (s.f.). Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=RP0HUbqWw4Y>

Tablas para Engranajes de Dientes Rectos (según M y Z)

M					
1					
h					
2,167					
h _c					
1					
h _p					
1,250					
P					
3,142					
r					
0,262					
S					
1,492					
Z	D _e	d _p	D _i	CT	A _s
10	12	10	7,67	9,40	17,10
11	13	11	8,67	10,34	15,55
12	14	12	9,67	11,28	14,25
13	15	13	10,67	12,22	13,15
14	16	14	11,67	13,16	12,21
15	17	15	12,67	14,10	11,40
16	18	16	13,67	15,04	10,69
17	19	17	14,67	15,97	10,06
18	20	18	15,67	16,91	9,50
19	21	19	16,67	17,85	9,00
20	22	20	17,67	18,79	8,55
21	23	21	18,67	19,73	8,14
22	24	22	19,67	20,67	7,77
23	25	23	20,67	21,61	7,43
24	26	24	21,67	22,55	7,13
25	27	25	22,67	23,49	6,84
26	28	26	23,67	24,43	6,58
27	29	27	24,67	25,37	6,33
28	30	28	25,67	26,31	6,11
29	31	29	26,67	27,25	5,90
30	32	30	27,67	28,19	5,70
31	33	31	28,67	29,13	5,52
32	34	32	29,67	30,07	5,34
33	35	33	30,67	31,01	5,18
34	36	34	31,67	31,95	5,03
35	37	35	32,67	32,89	4,89
36	38	36	33,67	33,83	4,75
37	39	37	34,67	34,77	4,62
38	40	38	35,67	35,71	4,50
39	41	39	36,67	36,65	4,38
40	42	40	37,67	37,59	4,28
41	43	41	38,67	38,53	4,17
42	44	42	39,67	39,47	4,07
43	45	43	40,67	40,41	3,98
44	46	44	41,67	41,35	3,89
45	47	45	42,67	42,29	3,80
46	48	46	43,67	43,23	3,72
47	49	47	44,67	44,17	3,64
48	50	48	45,67	45,11	3,56
49	51	49	46,67	46,04	3,49
50	52	50	47,67	46,98	3,42
52	54	52	49,67	48,86	3,29
54	56	54	51,67	50,74	3,17
55	57	55	52,67	51,68	3,11
58	60	58	55,67	54,50	2,95
60	62	60	57,67	56,38	2,85
62	64	62	59,67	58,26	2,76
64	66	64	61,67	60,14	2,67
66	68	66	63,67	62,02	2,59
68	70	68	65,67	63,90	2,51
70	72	70	67,67	65,78	2,44
72	74	72	69,67	67,66	2,38
74	76	74	71,67	69,54	2,31
76	78	76	73,67	71,42	2,25
78	80	78	75,67	73,30	2,19
80	82	80	77,67	75,18	2,14
82	84	82	79,67	77,05	2,09
84	86	84	81,67	78,93	2,04
86	88	86	83,67	80,81	1,99
88	90	88	85,67	82,69	1,94
90	92	90	87,67	84,57	1,90
92	94	92	89,67	86,45	1,86
94	96	94	91,67	88,33	1,82
96	98	96	93,67	90,21	1,78
98	100	98	95,67	92,09	1,74
100	102	100	97,67	93,97	1,71

M					
1,5					
h					
3,2505					
h _c					
1,5					
h _p					
1,875					
P					
4,712					
r					
0,393					
S					
2,238					
Z	D _e	d _p	D _i	CT	A _s
10	18	15	11,50	14,10	17,10
11	19,5	16,5	13,00	15,50	15,55
12	21	18	14,50	16,91	14,25
13	22,5	19,5	16,00	18,32	13,15
14	24	21	17,50	19,73	12,21
15	25,5	22,5	19,00	21,14	11,40
16	27	24	20,50	22,55	10,69
17	28,5	25,5	22,00	23,96	10,06
18	30	27	23,50	25,37	9,50
19	31,5	28,5	25,00	26,78	9,00
20	33	30	26,50	28,19	8,55
21	34,5	31,5	28,00	29,60	8,14
22	36	33	29,50	31,01	7,77
23	37,5	34,5	31,00	32,42	7,43
24	39	36	32,50	33,83	7,13
25	40,5	37,5	34,00	35,24	6,84
26	42	39	35,50	36,65	6,58
27	43,5	40,5	37,00	38,06	6,33
28	45	42	38,50	39,47	6,11
29	46,5	43,5	40,00	40,88	5,90
30	48	45	41,50	42,29	5,70
31	49,5	46,5	43,00	43,70	5,52
32	51	48	44,50	45,11	5,34
33	52,5	49,5	46,00	46,51	5,18
34	54	51	47,50	47,92	5,03
35	55,5	52,5	49,00	49,33	4,89
36	57	54	50,50	50,74	4,75
37	58,5	55,5	52,00	52,15	4,62
38	60	57	53,50	53,56	4,50
39	61,5	58,5	55,00	54,97	4,38
40	63	60	56,50	56,38	4,28
41	64,5	61,5	58,00	57,79	4,17
42	66	63	59,50	59,20	4,07
43	67,5	64,5	61,00	60,61	3,98
44	69	66	62,50	62,02	3,89
45	70,5	67,5	64,00	63,43	3,80
46	72	69	65,50	64,84	3,72
47	73,5	70,5	67,00	66,25	3,64
48	75	72	68,50	67,66	3,56
49	76,5	73,5	70,00	69,07	3,49
50	78	75	71,50	70,48	3,42
52	81	78	74,50	73,30	3,29
54	84	81	77,50	76,12	3,17
55	85,5	82,5	79,00	77,52	3,11
58	90	87	83,50	81,75	2,95
60	93	90	86,50	84,57	2,85
62	96	93	89,50	87,39	2,76
64	99	96	92,50	90,21	2,67
66	102	99	95,50	93,03	2,59
68	105	102	98,50	95,85	2,51
70	108	105	101,50	98,67	2,44
72	111	108	104,50	101,49	2,38
74	114	111	107,50	104,31	2,31
76	117	114	110,50	107,12	2,25
78	120	117	113,50	109,94	2,19
80	123	120	116,50	112,76	2,14
82	126	123	119,50	115,58	2,09
84	129	126	122,50	118,40	2,04
86	132	129	125,50	121,22	1,99
88	135	132	128,50	124,04	1,94
90	138	135	131,50	126,86	1,90
92	141	138	134,50	129,68	1,86
94	144	141	137,50	132,50	1,82
96	147	144	140,50	135,32	1,78
98	150	147	143,50	138,13	1,74
100	153	150	146,50	140,95	1,71

M					
2					
h					
4,334					
h _c					
2					
h _p					
2,500					
P					
6,283					
r					
0,524					
S					
2,985					
Z	D _e	d _p	D _i	CT	A _s
10	24	20	15,33	18,79	17,10
11	26	22	17,33	20,67	15,55
12	28	24	19,33	22,55	14,25
13	30	26	21,33	24,43	13,15
14	32	28	23,33	26,31	12,21
15	34	30	25,33	28,19	11,40
16	36	32	27,33	30,07	10,69
17	38	34	29,33	31,95	10,06
18	40	36	31,33	33,83	9,50
19	42	38	33,33	35,71	9,00
20	44	40	35,33	37,59	8,55
21	46	42	37,33	39,47	8,14
22	48	44	39,33	41,35	7,77
23	50	46	41,33	43,23	7,43
24	52	48	43,33	45,11	7,13
25	54	50	45,33	46,98	6,84
26	56	52	47,33	48,86	6,58
27	58	54	49,33	50,74	6,33
28	60	56	51,33	52,62	6,11
29	62	58	53,33	54,50	5,90
30	64	60	55,33	56,38	5,70
31	66	62	57,33	58,26	5,52
32	68	64	59,33	60,14	5,34
33	70	66	61,33	62,02	5,18
34	72	68	63,33	63,90	5,03
35	74	70	65,33	65,78	4,89
36	76	72	67,33	67,66	4,75
37	78	74	69,33	69,54	4,62
38	80	76	71,33	71,42	4,50
39	82	78	73,33	73,30	4,38
40	84	80	75,33	75,18	4,28
41	86	82	77,33	77,05	4,17
42	88	84	79,33	78,93	4,07
43	90	86	81,33	80,81	3,98
44	92	88	83,33	82,69	3,89
45	94	90	85,33	84,57	3,80
46	96	92	87,33	86,45	3,72
47	98	94	89,33	88,33	3,64
48	100	96	91,33	90,21	3,56
49	102	98	93,33	92,09	3,49
50	104	100	95,33	93,97	3,42
52	108	104	99,33	97,73	3,29
54	112	108	103,33	101,49	3,17
55	114	110	105,33	103,37	3,11
58	120	116	111,33	109,00	2,95
60	124	120	115,33	112,76	2,85
62	128	124	119,33	116,52	2,76
64	132	128	123,33	120,28	2,67
66	136	132	127,33	124,04	2,59
68	140	136	131,33	127,80	2,51
70	144	140	135,33	131,56	2,44
72	148	144	139,33	135,32	2,38
74	152	148	143,33	139,07	2,31
76	156	152	147,33	142,83	2,25
78	160	156	151,33	146,59	2,19
80	164	160	155,33	150,35	2,14
82	168	164	159,33	154,11	2,09
84	172	168	163,33	157,87	2,04
86	176	172	167,33	161,63	1,99
88	180	176	171,33	165,39	1,94
90	184	180	175,33	169,14	1,90
92	188	184	179,33	172,90	1,86
94	192	188	183,33	176,66	1,82
96	196	192	187,33	180,42	1,78
98	200	196	191,33	184,18	1,74
100	204	200	195,33	187,94	1,71

M					
2,5					
h					
5,4175					
h _c					
2,5					
h _p					

Tablas para Engranajes de Dientes Rectos (según M y Z)

M					
3					
h					
6,501					
h _c					
3					
h _p					
3,750					
P					
9,425					
r					
0,785					
S					
4,477					
Z	D _c	d _p	D _i	CT	A _s
10	36	30	23,00	28,19	17,10
11	39	33	26,00	31,01	15,55
12	42	36	29,00	33,83	14,25
13	45	39	32,00	36,65	13,15
14	48	42	35,00	39,47	12,21
15	51	45	38,00	42,29	11,40
16	54	48	41,00	45,11	10,69
17	57	51	44,00	47,92	10,06
18	60	54	47,00	50,74	9,50
19	63	57	50,00	53,56	9,00
20	66	60	53,00	56,38	8,55
21	69	63	56,00	59,20	8,14
22	72	66	59,00	62,02	7,77
23	75	69	62,00	64,84	7,43
24	78	72	65,00	67,66	7,13
25	81	75	68,00	70,48	6,84
26	84	78	71,00	73,30	6,58
27	87	81	74,00	76,12	6,33
28	90	84	77,00	78,93	6,11
29	93	87	80,00	81,75	5,90
30	96	90	83,00	84,57	5,70
31	99	93	86,00	87,39	5,52
32	102	96	89,00	90,21	5,34
33	105	99	92,00	93,03	5,18
34	108	102	95,00	95,85	5,03
35	111	105	98,00	98,67	4,89
36	114	108	101,00	101,49	4,75
37	117	111	104,00	104,31	4,62
38	120	114	107,00	107,12	4,50
39	123	117	110,00	109,94	4,38
40	126	120	113,00	112,76	4,28
41	129	123	116,00	115,58	4,17
42	132	126	119,00	118,40	4,07
43	135	129	122,00	121,22	3,98
44	138	132	125,00	124,04	3,89
45	141	135	128,00	126,86	3,80
46	144	138	131,00	129,68	3,72
47	147	141	134,00	132,50	3,64
48	150	144	137,00	135,32	3,56
49	153	147	140,00	138,13	3,49
50	156	150	143,00	140,95	3,42
52	162	156	149,00	146,59	3,29
54	168	162	155,00	152,23	3,17
55	171	165	158,00	155,05	3,11
58	180	174	167,00	163,51	2,95
60	186	180	173,00	169,14	2,85
62	192	186	179,00	174,78	2,76
64	198	192	185,00	180,42	2,67
66	204	198	191,00	186,06	2,59
68	210	204	197,00	191,70	2,51
70	216	210	203,00	197,34	2,44
72	222	216	209,00	202,97	2,38
74	228	222	215,00	208,61	2,31
76	234	228	221,00	214,25	2,25
78	240	234	227,00	219,89	2,19
80	246	240	233,00	225,53	2,14
82	252	246	239,00	231,16	2,09
84	258	252	245,00	236,80	2,04
86	264	258	251,00	242,44	1,99
88	270	264	257,00	248,08	1,94
90	276	270	263,00	253,72	1,90
92	282	276	269,00	259,36	1,86
94	288	282	275,00	264,99	1,82
96	294	288	281,00	270,63	1,78
98	300	294	287,00	276,27	1,74
100	306	300	293,00	281,91	1,71

M					
3,5					
h					
7,5845					
h _c					
3,5					
h _p					
4,375					
P					
10,996					
r					
0,916					
S					
5,223					
Z	D _c	d _p	D _i	CT	A _s
10	42	35	26,83	32,89	17,10
11	45,5	38,5	30,33	36,18	15,55
12	49	42	33,83	39,47	14,25
13	52,5	45,5	37,33	42,76	13,15
14	56	49	40,83	46,04	12,21
15	59,5	52,5	44,33	49,33	11,40
16	63	56	47,83	52,62	10,69
17	66,5	59,5	51,33	55,91	10,06
18	70	63	54,83	59,20	9,50
19	73,5	66,5	58,33	62,49	9,00
20	77	70	61,83	65,78	8,55
21	80,5	73,5	65,33	69,07	8,14
22	84	77	68,83	72,36	7,77
23	87,5	80,5	72,33	75,65	7,43
24	91	84	75,83	78,93	7,13
25	94,5	87,5	79,33	82,22	6,84
26	98	91	82,83	85,51	6,58
27	101,5	94,5	86,33	88,80	6,33
28	105	98	89,83	92,09	6,11
29	108,5	101,5	93,33	95,38	5,90
30	112	105	96,83	98,67	5,70
31	115,5	108,5	100,33	101,96	5,52
32	119	112	103,83	105,25	5,34
33	122,5	115,5	107,33	108,53	5,18
34	126	119	110,83	111,82	5,03
35	129,5	122,5	114,33	115,11	4,89
36	133	126	117,83	118,40	4,75
37	136,5	129,5	121,33	121,69	4,62
38	140	133	124,83	124,98	4,50
39	143,5	136,5	128,33	128,27	4,38
40	147	140	131,83	131,56	4,28
41	150,5	143,5	135,33	134,85	4,17
42	154	147	138,83	138,13	4,07
43	157,5	150,5	142,33	141,42	3,98
44	161	154	145,83	144,71	3,89
45	164,5	157,5	149,33	148,00	3,80
46	168	161	152,83	151,29	3,72
47	171,5	164,5	156,33	154,58	3,64
48	175	168	159,83	157,87	3,56
49	178,5	171,5	163,33	161,16	3,49
50	182	175	166,83	164,45	3,42
52	189	182	173,83	171,02	3,29
54	196	189	180,83	177,60	3,17
55	199,5	192,5	184,33	180,89	3,11
58	210	203	194,83	190,76	2,95
60	217	210	201,83	197,34	2,85
62	224	217	208,83	203,91	2,76
64	231	224	215,83	210,49	2,67
66	238	231	222,83	217,07	2,59
68	245	238	229,83	223,65	2,51
70	252	245	236,83	230,22	2,44
72	259	252	243,83	236,80	2,38
74	266	259	250,83	243,38	2,31
76	273	266	257,83	249,96	2,25
78	280	273	264,83	256,54	2,19
80	287	280	271,83	263,11	2,14
82	294	287	278,83	269,69	2,09
84	301	294	285,83	276,27	2,04
86	308	301	292,83	282,85	1,99
88	315	308	299,83	289,43	1,94
90	322	315	306,83	296,00	1,90
92	329	322	313,83	302,58	1,86
94	336	329	320,83	309,16	1,82
96	343	336	327,83	315,74	1,78
98	350	343	334,83	322,31	1,74
100	357	350	341,83	328,89	1,71

M					
4					
h					
8,668					
h _c					
4					
h _p					
5,000					
P					
12,566					
r					
1,047					
S					
5,969					
Z	D _c	d _p	D _i	CT	A _s
10	48	40	30,66	37,59	17,10
11	52	44	34,66	41,35	15,55
12	56	48	38,66	45,11	14,25
13	60	52	42,66	48,86	13,15
14	64	56	46,66	52,62	12,21
15	68	60	50,66	56,38	11,40
16	72	64	54,66	60,14	10,69
17	76	68	58,66	63,90	10,06
18	80	72	62,66	67,66	9,50
19	84	76	66,66	71,42	9,00
20	88	80	70,66	75,18	8,55
21	92	84	74,66	78,93	8,14
22	96	88	78,66	82,69	7,77
23	100	92	82,66	86,45	7,43
24	104	96	86,66	90,21	7,13
25	108	100	90,66	93,97	6,84
26	112	104	94,66	97,73	6,58
27	116	108	98,66	101,49	6,33
28	120	112	102,66	105,25	6,11
29	124	116	106,66	109,00	5,90
30	128	120	110,66	112,76	5,70
31	132	124	114,66	116,52	5,52
32	136	128	118,66	120,28	5,34
33	140	132	122,66	124,04	5,18
34	144	136	126,66	127,80	5,03
35	148	140	130,66	131,56	4,89
36	152	144	134,66	135,32	4,75
37	156	148	138,66	139,07	4,62
38	160	152	142,66	142,83	4,50
39	164	156	146,66	146,59	4,38
40	168	160	150,66	150,35	4,28
41	172	164	154,66	154,11	4,17
42	176	168	158,66	157,87	4,07
43	180	172	162,66	161,63	3,98
44	184	176	166,66	165,39	3,89
45	188	180	170,66	169,14	3,80
46	192	184	174,66	172,90	3,72
47	196	188	178,66	176,66	3,64
48	200	192	182,66	180,42	3,56
49	204	196	186,66	184,18	3,49
50	208	200	190,66	187,94	3,42
52	216	208	198,66	195,46	3,29
54	224	216	206,66	202,97	3,17
55	228	220	210,66	206,73	3,11
58	240	232	222,66	218,01	2,95
60	248	240	230,66	225,53	2,85
62	256	248	238,66	233,04	2,76
64	264	256	246,66	240,56	2,67
66	272	264	254,66	248,08	2,59
68	280	272	262,66	255,60	2,51
70	288	280	270,66	263,11	2,44
72	296	288	278,66	270,63	2,38
74	304	296	286,66	278,15	2,31
76	312	304	294,66	285,67	2,25
78	320	312	302,66	293,18	2,19
80	328	320	310,66	300,70	2,14
82	336	328	318,66	308,22	2,09
84	344	336	326,66	315,74	2,04
86	352	344	334,66	323,25	1,99
88	360	352	342,66	330,77	1,94
90	368	360	350,66	338,29	1,90
92	376	368	358,66	345,81	1,86
94</					

Tablas para Engranajes de Dientes Rectos (según M y Z)

M					
5					
h					
10,835					
h _c					
5					
h _p					
6,250					
P					
15,708					
r					
1,309					
S					
7,461					
Z	D _a	d _p	D _i	CT	A _s
10	60	50	38,33	46,98	17,10
11	65	55	43,33	51,68	15,55
12	70	60	48,33	56,38	14,25
13	75	65	53,33	61,08	13,15
14	80	70	58,33	65,78	12,21
15	85	75	63,33	70,48	11,40
16	90	80	68,33	75,18	10,69
17	95	85	73,33	79,87	10,06
18	100	90	78,33	84,57	9,50
19	105	95	83,33	89,27	9,00
20	110	100	88,33	93,97	8,55
21	115	105	93,33	98,67	8,14
22	120	110	98,33	103,37	7,77
23	125	115	103,33	108,06	7,43
24	130	120	108,33	112,76	7,13
25	135	125	113,33	117,46	6,84
26	140	130	118,33	122,16	6,58
27	145	135	123,33	126,86	6,33
28	150	140	128,33	131,56	6,11
29	155	145	133,33	136,26	5,90
30	160	150	138,33	140,95	5,70
31	165	155	143,33	145,65	5,52
32	170	160	148,33	150,35	5,34
33	175	165	153,33	155,05	5,18
34	180	170	158,33	159,75	5,03
35	185	175	163,33	164,45	4,89
36	190	180	168,33	169,14	4,75
37	195	185	173,33	173,84	4,62
38	200	190	178,33	178,54	4,50
39	205	195	183,33	183,24	4,38
40	210	200	188,33	187,94	4,28
41	215	205	193,33	192,64	4,17
42	220	210	198,33	197,34	4,07
43	225	215	203,33	202,03	3,98
44	230	220	208,33	206,73	3,89
45	235	225	213,33	211,43	3,80
46	240	230	218,33	216,13	3,72
47	245	235	223,33	220,83	3,64
48	250	240	228,33	225,53	3,56
49	255	245	233,33	230,22	3,49
50	260	250	238,33	234,92	3,42
52	270	260	248,33	244,32	3,29
54	280	270	258,33	253,72	3,17
55	285	275	263,33	258,42	3,11
58	300	290	278,33	272,51	2,95
60	310	300	288,33	281,91	2,85
62	320	310	298,33	291,30	2,76
64	330	320	308,33	300,70	2,67
66	340	330	318,33	310,10	2,59
68	350	340	328,33	319,50	2,51
70	360	350	338,33	328,89	2,44
72	370	360	348,33	338,29	2,38
74	380	370	358,33	347,69	2,31
76	390	380	368,33	357,08	2,25
78	400	390	378,33	366,48	2,19
80	410	400	388,33	375,88	2,14
82	420	410	398,33	385,27	2,09
84	430	420	408,33	394,67	2,04
86	440	430	418,33	404,07	1,99
88	450	440	428,33	413,46	1,94
90	460	450	438,33	422,86	1,90
92	470	460	448,33	432,26	1,86
94	480	470	458,33	441,66	1,82
96	490	480	468,33	451,05	1,78
98	500	490	478,33	460,45	1,74
100	510	500	488,33	469,85	1,71

M					
5,5					
h					
11,9185					
h _c					
5,5					
h _p					
6,875					
P					
17,279					
r					
1,440					
S					
8,207					
Z	D _a	d _p	D _i	CT	A _s
10	66	55	42,16	51,68	17,10
11	71,5	60,5	47,66	56,85	15,55
12	77	66	53,16	62,02	14,25
13	82,5	71,5	58,66	67,19	13,15
14	88	77	64,16	72,36	12,21
15	93,5	82,5	69,66	77,52	11,40
16	99	88	75,16	82,69	10,69
17	104,5	93,5	80,66	87,86	10,06
18	110	99	86,16	93,03	9,50
19	115,5	104,5	91,66	98,20	9,00
20	121	110	97,16	103,37	8,55
21	126,5	115,5	102,66	108,53	8,14
22	132	121	108,16	113,70	7,77
23	137,5	126,5	113,66	118,87	7,43
24	143	132	119,16	124,04	7,13
25	148,5	137,5	124,66	129,21	6,84
26	154	143	130,16	134,38	6,58
27	159,5	148,5	135,66	139,54	6,33
28	165	154	141,16	144,71	6,11
29	170,5	159,5	146,66	149,88	5,90
30	176	165	152,16	155,05	5,70
31	181,5	170,5	157,66	160,22	5,52
32	187	176	163,16	165,39	5,34
33	192,5	181,5	168,66	170,55	5,18
34	198	187	174,16	175,72	5,03
35	203,5	192,5	179,66	180,89	4,89
36	209	198	185,16	186,06	4,75
37	214,5	203,5	190,66	191,23	4,62
38	220	209	196,16	196,40	4,50
39	225,5	214,5	201,66	201,56	4,38
40	231	220	207,16	206,73	4,28
41	236,5	225,5	212,66	211,90	4,17
42	242	231	218,16	217,07	4,07
43	247,5	236,5	223,66	222,24	3,98
44	253	242	229,16	227,41	3,89
45	258,5	247,5	234,66	232,57	3,80
46	264	253	240,16	237,74	3,72
47	269,5	258,5	245,66	242,91	3,64
48	275	264	251,16	248,08	3,56
49	280,5	269,5	256,66	253,25	3,49
50	286	275	262,16	258,42	3,42
52	297	286	273,16	268,75	3,29
54	308	297	284,16	279,09	3,17
55	313,5	302,5	289,66	284,26	3,11
58	330	319	306,16	299,76	2,95
60	341	330	317,16	310,10	2,85
62	352	341	328,16	320,44	2,76
64	363	352	339,16	330,77	2,67
66	374	363	350,16	341,11	2,59
68	385	374	361,16	351,45	2,51
70	396	385	372,16	361,78	2,44
72	407	396	383,16	372,12	2,38
74	418	407	394,16	382,45	2,31
76	429	418	405,16	392,79	2,25
78	440	429	416,16	403,13	2,19
80	451	440	427,16	413,46	2,14
82	462	451	438,16	423,80	2,09
84	473	462	449,16	434,14	2,04
86	484	473	460,16	444,47	1,99
88	495	484	471,16	454,81	1,94
90	506	495	482,16	465,15	1,90
92	517	506	493,16	475,48	1,86
94	528	517	504,16	485,82	1,82
96	539	528	515,16	496,16	1,78
98	550	539	526,16	506,49	1,74
100	561	550	537,16	516,83	1,71

M					
6					
h					
13,002					
h _c					
6					
h _p					
7,500					
P					
18,850					
r					
1,571					
S					
8,954					
Z	D _a	d _p	D _i	CT	A _s
10	72	60	46,00	56,38	17,10
11	78	66	52,00	62,02	15,55
12	84	72	58,00	67,66	14,25
13	90	78	64,00	73,30	13,15
14	96	84	70,00	78,93	12,21
15	102	90	76,00	84,57	11,40
16	108	96	82,00	90,21	10,69
17	114	102	88,00	95,85	10,06
18	120	108	94,00	101,49	9,50
19	126	114	100,00	107,12	9,00
20	132	120	106,00	112,76	8,55
21	138	126	112,00	118,40	8,14
22	144	132	118,00	124,04	7,77
23	150	138	124,00	129,68	7,43
24	156	144	130,00	135,32	7,13
25	162	150	136,00	140,95	6,84
26	168	156	142,00	146,59	6,58
27	174	162	148,00	152,23	6,33
28	180	168	154,00	157,87	6,11
29	186	174	160,00	163,51	5,90
30	192	180	166,00	169,14	5,70
31	198	186	172,00	174,78	5,52
32	204	192	178,00	180,42	5,34
33	210	198	184,00	186,06	5,18
34	216	204	190,00	191,70	5,03
35	222	210	196,00	197,34	4,89
36	228	216	202,00	202,97	4,75
37	234	222	208,00	208,61	4,62
38	240	228	214,00	214,25	4,50
39	246	234	220,00	219,89	4,38
40	252	240	226,00	225,53	4,28
41	258	246	232,00	231,16	4,17
42	264	252	238,00	236,80	4,07
43	270	258	244,00	242,44	3,98
44	276	264	250,00	248,08	3,89
45	282	270	256,00	253,72	3,80
46	288	276	262,00	259,36	3,72
47	294	282	268,00	264,99	3,64
48	300	288	274,00	270,63	3,56
49	306	294	280,00	276,27	3,49
50	312	300	286,00	281,91	3,42
52	324	312	298,00	293,18	3,29
54	336	324	310,00	304,46	3,17
55	342	330	316,00	310,10	3,11
58	360	348	334,00	327,01	2,95
60	372	360	346,00	338,29	2,85
62	384	372	358,00	349,57	2,76
64	396	384	370,00	360,84	2,67
66	408	396	382,00	372,12	2,59
68	420	408	394,00	383,39	2,51
70	432	420	406,00	394,67	2,44
72	444	432	418,00	405,95	2,38
74	456	444	430,00	417,22	2,31
76	468	456	442,00	428,50	2,25
78	480	468	454,00	439,78	2,19
80	492	480	466,00	451,05	2,14
82	504	492	478,00	462,33	2,09
84	516	504	490,00	473,61	2,04
86	528	516	502,00	484,88	1,99
88	540	528	514,00	496,16	1

Tablas para Engranajes de Dientes Rectos (según M y Z)

M					
7					
h					
15,169					
h _c					
7					
h _p					
8,750					
P					
21,991					
r					
1,833					
S					
10,446					
Z	D _e	d _p	D _i	CT	A _s
10	84	70	53,66	65,78	17,10
11	91	77	60,66	72,36	15,55
12	98	84	67,66	78,93	14,25
13	105	91	74,66	85,51	13,15
14	112	98	81,66	92,09	12,21
15	119	105	88,66	98,67	11,40
16	126	112	95,66	105,25	10,69
17	133	119	102,66	111,82	10,06
18	140	126	109,66	118,40	9,50
19	147	133	116,66	124,98	9,00
20	154	140	123,66	131,56	8,55
21	161	147	130,66	138,13	8,14
22	168	154	137,66	144,71	7,77
23	175	161	144,66	151,29	7,43
24	182	168	151,66	157,87	7,13
25	189	175	158,66	164,45	6,84
26	196	182	165,66	171,02	6,58
27	203	189	172,66	177,60	6,33
28	210	196	179,66	184,18	6,11
29	217	203	186,66	190,76	5,90
30	224	210	193,66	197,34	5,70
31	231	217	200,66	203,91	5,52
32	238	224	207,66	210,49	5,34
33	245	231	214,66	217,07	5,18
34	252	238	221,66	223,65	5,03
35	259	245	228,66	230,22	4,89
36	266	252	235,66	236,80	4,75
37	273	259	242,66	243,38	4,62
38	280	266	249,66	249,96	4,50
39	287	273	256,66	256,54	4,38
40	294	280	263,66	263,11	4,28
41	301	287	270,66	269,69	4,17
42	308	294	277,66	276,27	4,07
43	315	301	284,66	282,85	3,98
44	322	308	291,66	289,43	3,89
45	329	315	298,66	296,00	3,80
46	336	322	305,66	302,58	3,72
47	343	329	312,66	309,16	3,64
48	350	336	319,66	315,74	3,56
49	357	343	326,66	322,31	3,49
50	364	350	333,66	328,89	3,42
52	378	364	347,66	342,05	3,29
54	392	378	361,66	355,20	3,17
55	399	385	368,66	361,78	3,11
58	420	406	389,66	381,52	2,95
60	434	420	403,66	394,67	2,85
62	448	434	417,66	407,83	2,76
64	462	448	431,66	420,98	2,67
66	476	462	445,66	434,14	2,59
68	490	476	459,66	447,29	2,51
70	504	490	473,66	460,45	2,44
72	518	504	487,66	473,61	2,38
74	532	518	501,66	486,76	2,31
76	546	532	515,66	499,92	2,25
78	560	546	529,66	513,07	2,19
80	574	560	543,66	526,23	2,14
82	588	574	557,66	539,38	2,09
84	602	588	571,66	552,54	2,04
86	616	602	585,66	565,69	1,99
88	630	616	599,66	578,85	1,94
90	644	630	613,66	592,01	1,90
92	658	644	627,66	605,16	1,86
94	672	658	641,66	618,32	1,82
96	686	672	655,66	631,47	1,78
98	700	686	669,66	644,63	1,74
100	714	700	683,66	657,78	1,71

M					
8					
h					
17,336					
h _c					
8					
h _p					
10,000					
P					
25,133					
r					
2,094					
S					
11,938					
Z	D _e	d _p	D _i	CT	A _s
10	96	80	61,33	75,18	17,10
11	104	88	69,33	82,69	15,55
12	112	96	77,33	90,21	14,25
13	120	104	85,33	97,73	13,15
14	128	112	93,33	105,25	12,21
15	136	120	101,33	112,76	11,40
16	144	128	109,33	120,28	10,69
17	152	136	117,33	127,80	10,06
18	160	144	125,33	135,32	9,50
19	168	152	133,33	142,83	9,00
20	176	160	141,33	150,35	8,55
21	184	168	149,33	157,87	8,14
22	192	176	157,33	165,39	7,77
23	200	184	165,33	172,90	7,43
24	208	192	173,33	180,42	7,13
25	216	200	181,33	187,94	6,84
26	224	208	189,33	195,46	6,58
27	232	216	197,33	202,97	6,33
28	240	224	205,33	210,49	6,11
29	248	232	213,33	218,01	5,90
30	256	240	221,33	225,53	5,70
31	264	248	229,33	233,04	5,52
32	272	256	237,33	240,56	5,34
33	280	264	245,33	248,08	5,18
34	288	272	253,33	255,60	5,03
35	296	280	261,33	263,11	4,89
36	304	288	269,33	270,63	4,75
37	312	296	277,33	278,15	4,62
38	320	304	285,33	285,67	4,50
39	328	312	293,33	293,18	4,38
40	336	320	301,33	300,70	4,28
41	344	328	309,33	308,22	4,17
42	352	336	317,33	315,74	4,07
43	360	344	325,33	323,25	3,98
44	368	352	333,33	330,77	3,89
45	376	360	341,33	338,29	3,80
46	384	368	349,33	345,81	3,72
47	392	376	357,33	353,32	3,64
48	400	384	365,33	360,84	3,56
49	408	392	373,33	368,36	3,49
50	416	400	381,33	375,88	3,42
52	432	416	397,33	390,91	3,29
54	448	432	413,33	405,95	3,17
55	456	440	421,33	413,46	3,11
58	480	464	445,33	436,02	2,95
60	496	480	461,33	451,05	2,85
62	512	496	477,33	466,09	2,76
64	528	512	493,33	481,12	2,67
66	544	528	509,33	496,16	2,59
68	560	544	525,33	511,19	2,51
70	576	560	541,33	526,23	2,44
72	592	576	557,33	541,26	2,38
74	608	592	573,33	556,30	2,31
76	624	608	589,33	571,33	2,25
78	640	624	605,33	586,37	2,19
80	656	640	621,33	601,40	2,14
82	672	656	637,33	616,44	2,09
84	688	672	653,33	631,47	2,04
86	704	688	669,33	646,51	1,99
88	720	704	685,33	661,54	1,94
90	736	720	701,33	676,58	1,90
92	752	736	717,33	691,61	1,86
94	768	752	733,33	706,65	1,82
96	784	768	749,33	721,68	1,78
98	800	784	765,33	736,72	1,74
100	816	800	781,33	751,75	1,71

M					
9					
h					
19,503					
h _c					
9					
h _p					
11,250					
P					
28,274					
r					
2,356					
S					
13,430					
Z	D _e	d _p	D _i	CT	A _s
10	108	90	68,99	84,57	17,10
11	117	99	77,99	93,03	15,55
12	126	108	86,99	101,49	14,25
13	135	117	95,99	109,94	13,15
14	144	126	104,99	118,40	12,21
15	153	135	113,99	126,86	11,40
16	162	144	122,99	135,32	10,69
17	171	153	131,99	143,77	10,06
18	180	162	140,99	152,23	9,50
19	189	171	149,99	160,69	9,00
20	198	180	158,99	169,14	8,55
21	207	189	167,99	177,60	8,14
22	216	198	176,99	186,06	7,77
23	225	207	185,99	194,52	7,43
24	234	216	194,99	202,97	7,13
25	243	225	203,99	211,43	6,84
26	252	234	212,99	219,89	6,58
27	261	243	221,99	228,35	6,33
28	270	252	230,99	236,80	6,11
29	279	261	239,99	245,26	5,90
30	288	270	248,99	253,72	5,70
31	297	279	257,99	262,17	5,52
32	306	288	266,99	270,63	5,34
33	315	297	275,99	279,09	5,18
34	324	306	284,99	287,55	5,03
35	333	315	293,99	296,00	4,89
36	342	324	302,99	304,46	4,75
37	351	333	311,99	312,92	4,62
38	360	342	320,99	321,37	4,50
39	369	351	329,99	329,83	4,38
40	378	360	338,99	338,29	4,28
41	387	369	347,99	346,75	4,17
42	396	378	356,99	355,20	4,07
43	405	387	365,99	363,66	3,98
44	414	396	374,99	372,12	3,89
45	423	405	383,99	380,58	3,80
46	432	414	392,99	389,03	3,72
47	441	423	401,99	397,49	3,64
48	450	432	410,99	405,95	3,56
49	459	441	419,99	414,40	3,49
50	468	450	428,99	422,86	3,42
52	486	468	446,99	439,78	3,29
54	504	486	464,99	456,69	3,17
55	513	495	473,99	465,15	3,11
58	540	522	500,99	490,52	2,95
60	558	540	518,99	507,43	2,85
62	576	558	536,99	524,35	2,76
64	594	576	554,99	541,26	2,67
66	612	594	572,99	558,18	2,59
68	630	612	590,99	575,09	2,51
70	648	630	608,99	592,01	2,44
72	666	648	626,99	608,92	2,38
74	684	666	644,99	625,84	2,31
76	702	684	662,99	642,75	2,25
78	720	702	680,99	659,66	2,19
80	738	720	698,99	676,58	2,14
82	756	738	716,99	693,49	2,09
84	774	756	734,99	710,41	2,04
86	792	774	752,99	727,32	1,99
88	810	792	770,99	744,24	1,94
90					

Tablas para Engranajes de Dientes Rectos (según M y Z)

M						
11						
h						
23,837						
h _c						
11						
h _p						
13,750						
P						
34,558						
r						
2,880						
S						
16,415						
Z	D _e	d _p	D _i	CT	A _s	
10	132	110	84,33	103,37	17,10	
11	143	121	95,33	113,70	15,55	
12	154	132	106,33	124,04	14,25	
13	165	143	117,33	134,38	13,15	
14	176	154	128,33	144,71	12,21	
15	187	165	139,33	155,05	11,40	
16	198	176	150,33	165,39	10,69	
17	209	187	161,33	175,72	10,06	
18	220	198	172,33	186,06	9,50	
19	231	209	183,33	196,40	9,00	
20	242	220	194,33	206,73	8,55	
21	253	231	205,33	217,07	8,14	
22	264	242	216,33	227,41	7,77	
23	275	253	227,33	237,74	7,43	
24	286	264	238,33	248,08	7,13	
25	297	275	249,33	258,42	6,84	
26	308	286	260,33	268,75	6,58	
27	319	297	271,33	279,09	6,33	
28	330	308	282,33	289,43	6,11	
29	341	319	293,33	299,76	5,90	
30	352	330	304,33	310,10	5,70	
31	363	341	315,33	320,44	5,52	
32	374	352	326,33	330,77	5,34	
33	385	363	337,33	341,11	5,18	
34	396	374	348,33	351,45	5,03	
35	407	385	359,33	361,78	4,89	
36	418	396	370,33	372,12	4,75	
37	429	407	381,33	382,45	4,62	
38	440	418	392,33	392,79	4,50	
39	451	429	403,33	403,13	4,38	
40	462	440	414,33	413,46	4,28	
41	473	451	425,33	423,80	4,17	
42	484	462	436,33	434,14	4,07	
43	495	473	447,33	444,47	3,98	
44	506	484	458,33	454,81	3,89	
45	517	495	469,33	465,15	3,80	
46	528	506	480,33	475,48	3,72	
47	539	517	491,33	485,82	3,64	
48	550	528	502,33	496,16	3,56	
49	561	539	513,33	506,49	3,49	
50	572	550	524,33	516,83	3,42	
52	594	572	546,33	537,50	3,29	
54	616	594	568,33	558,18	3,17	
55	627	605	579,33	568,51	3,11	
58	660	638	612,33	599,52	2,95	
60	682	660	634,33	620,20	2,85	
62	704	682	656,33	640,87	2,76	
64	726	704	678,33	661,54	2,67	
66	748	726	700,33	682,22	2,59	
68	770	748	722,33	702,89	2,51	
70	792	770	744,33	723,56	2,44	
72	814	792	766,33	744,24	2,38	
74	836	814	788,33	764,91	2,31	
76	858	836	810,33	785,58	2,25	
78	880	858	832,33	806,26	2,19	
80	902	880	854,33	826,93	2,14	
82	924	902	876,33	847,60	2,09	
84	946	924	898,33	868,28	2,04	
86	968	946	920,33	888,95	1,99	
88	990	968	942,33	909,62	1,94	
90	1012	990	964,33	930,30	1,90	
92	1034	1012	986,33	950,97	1,86	
94	1056	1034	1008,33	971,64	1,82	
96	1078	1056	1030,33	992,32	1,78	
98	1100	1078	1052,33	1012,99	1,74	
100	1122	1100	1074,33	1033,66	1,71	

M						
12						
h						
26,004						
h _c						
12						
h _p						
15,000						
P						
37,699						
r						
3,142						
S						
17,907						
Z	D _e	d _p	D _i	CT	A _s	
10	144	120	91,99	112,76	17,10	
11	156	132	103,99	124,04	15,55	
12	168	144	115,99	135,32	14,25	
13	180	156	127,99	146,59	13,15	
14	192	168	139,99	157,87	12,21	
15	204	180	151,99	169,14	11,40	
16	216	192	163,99	180,42	10,69	
17	228	204	175,99	191,70	10,06	
18	240	216	187,99	202,97	9,50	
19	252	228	199,99	214,25	9,00	
20	264	240	211,99	225,53	8,55	
21	276	252	223,99	236,80	8,14	
22	288	264	235,99	248,08	7,77	
23	300	276	247,99	259,36	7,43	
24	312	288	259,99	270,63	7,13	
25	324	300	271,99	281,91	6,84	
26	336	312	283,99	293,18	6,58	
27	348	324	295,99	304,46	6,33	
28	360	336	307,99	315,74	6,11	
29	372	348	319,99	327,01	5,90	
30	384	360	331,99	338,29	5,70	
31	396	372	343,99	349,57	5,52	
32	408	384	355,99	360,84	5,34	
33	420	396	367,99	372,12	5,18	
34	432	408	379,99	383,39	5,03	
35	444	420	391,99	394,67	4,89	
36	456	432	403,99	405,95	4,75	
37	468	444	415,99	417,22	4,62	
38	480	456	427,99	428,50	4,50	
39	492	468	439,99	439,78	4,38	
40	504	480	451,99	451,05	4,28	
41	516	492	463,99	462,33	4,17	
42	528	504	475,99	473,61	4,07	
43	540	516	487,99	484,88	3,98	
44	552	528	499,99	496,16	3,89	
45	564	540	511,99	507,43	3,80	
46	576	552	523,99	518,71	3,72	
47	588	564	535,99	529,99	3,64	
48	600	576	547,99	541,26	3,56	
49	612	588	559,99	552,54	3,49	
50	624	600	571,99	563,82	3,42	
52	648	624	595,99	586,37	3,29	
54	672	648	619,99	608,92	3,17	
55	684	660	631,99	620,20	3,11	
58	720	696	667,99	654,03	2,95	
60	744	720	691,99	676,58	2,85	
62	768	744	715,99	699,13	2,76	
64	792	768	739,99	721,68	2,67	
66	816	792	763,99	744,24	2,59	
68	840	816	787,99	766,79	2,51	
70	864	840	811,99	789,34	2,44	
72	888	864	835,99	811,89	2,38	
74	912	888	859,99	834,45	2,31	
76	936	912	883,99	857,00	2,25	
78	960	936	907,99	879,55	2,19	
80	984	960	931,99	902,10	2,14	
82	1008	984	955,99	924,66	2,09	
84	1032	1008	979,99	947,21	2,04	
86	1056	1032	1003,99	969,76	1,99	
88	1080	1056	1027,99	992,32	1,94	
90	1104	1080	1051,99	1014,87	1,90	
92	1128	1104	1075,99	1037,42	1,86	
94	1152	1128	1099,99	1059,97	1,82	
96	1176	1152	1123,99	1082,53	1,78	
98	1200	1176	1147,99	1105,08	1,74	
100	1224	1200	1171,99	1127,63	1,71	

M						
13						
h						
28,171						
h _c						
13						
h _p						
16,250						
P						
40,841						
r						
3,403						
S						
19,399						
Z	D _e	d _p	D _i	CT	A _s	
10	156	130	99,66	122,16	17,10	
11	169	143	112,66	134,38	15,55	
12	182	156	125,66	146,59	14,25	
13	195	169	138,66	158,81	13,15	
14	208	182	151,66	171,02	12,21	
15	221	195	164,66	183,24	11,40	
16	234	208	177,66	195,46	10,69	
17	247	221	190,66	207,67	10,06	
18	260	234	203,66	219,89	9,50	
19	273	247	216,66	232,10	9,00	
20	286	260	229,66	244,32	8,55	
21	299	273	242,66	256,54	8,14	
22	312	286	255,66	268,75	7,77	
23	325	299	268,66	280,97	7,43	
24	338	312	281,66	293,18	7,13	
25	351	325	294,66	305,40	6,84	
26	364	338	307,66	317,62	6,58	
27	377	351	320,66	329,83	6,33	
28	390	364	333,66	342,05	6,11	
29	403	377	346,66	354,26	5,90	
30	416	390	359,66	366,48	5,70	
31	429	403	372,66	378,70	5,52	
32	442	416	385,66	390,91	5,34	
33	455	429	398,66	403,13	5,18	
34	468	442	411,66	415,34	5,03	
35	481	455	424,66	427,56	4,89	
36	494	468	437,66	439,78	4,75	
37	507	481	450,66	451,99	4,62	
38	520	494	463,66	464,21	4,50	
39	533	507	476,66	476,42	4,38	
40	546	520	489,66	488,64	4,28	
41	559	533	502,66	500,86	4,17	
42	572	546	515,66	513,07	4,07	
43	585	559	528,66	525,29	3,98	
44	598	572	541,66	537,50	3,89	
45	611	585	554,66	549,72	3,80	
46	624	598	567,66	561,94	3,72	
47	637	611	580,66	574,15	3,64	
48	650	624	593,66	586,37	3,56	
49	663	637	606,66	598,58	3,49	
50	676	650	619,66	610,80	3,42	
52	702	676	645,66	635,23	3,29	
54	728	702	671,66	659,66	3,17	
55	741	715	684,66	671,88	3,11	
58	780	754	723,66	708,53	2,95	
60	806	780	749,66	732,96	2,85	
62	832</					