

PARTE 1: INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS. **LAS LEYES FINANCIERAS DE** **CAPITALIZACIÓN**

TEMA 1: Introducción a la Matemática Financiera.
Conceptos Básicos

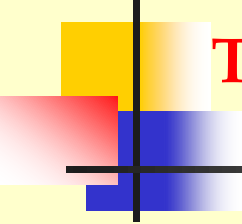
TEMA 2: Capitalización Simple

TEMA 3: Equivalencia Financiera de Capitales

TEMA 4: Aplicaciones de la Capitalización Simple:
Letra de Cambio y Cuenta Corriente

TEMA 5: Capitalización Compuesta

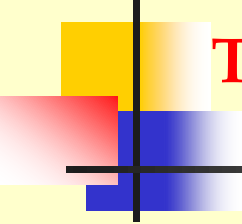




TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA. CONCEPTOS BÁSICOS.

ÍNDICE

- 1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS**
- 2. EL BINOMIO CAPITAL-TIEMPO**
- 3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS**
 - 3.1. Operación Financiera**
 - 3.1.1. Concepto**
 - 3.1.2. Elementos**
 - 3.1.3. Clases**
 - 3.2. Rédito y Tanto de Interés**



TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA. CONCEPTOS BÁSICOS.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

2. EL BINOMIO CAPITAL-TIEMPO

3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. Operación Financiera

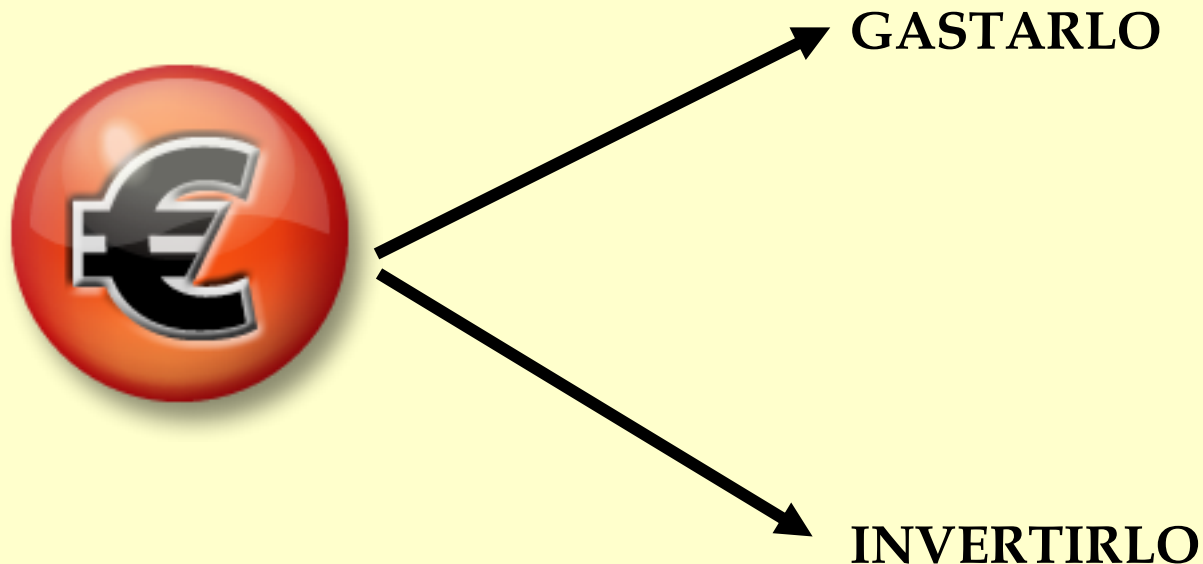
3.1.1. Concepto

3.1.2. Elementos

3.1.3. Clases

3.2. Rédito y Tanto de Interés

1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS



PRINCIPIO DE PREFERENCIA DE LIQUIDEZ: A igualdad de cantidad, los bienes más cercanos en el tiempo son preferidos a los disponibles en momentos más lejanos.



1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

Para que compense el sacrificio del consumo...

INTERÉS: Retribución por el aplazamiento en tiempo del consumo

=

INTERÉS: Precio por el alquiler o uso del dinero durante un periodo de tiempo



1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

¿Por qué se exige un interés?

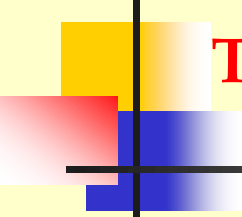
- ☐ Por el riesgo que se asume
- ☐ Por la falta de disponibilidad del capital
- ☐ Por la depreciación del valor del dinero en el tiempo



1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

¿De qué depende la cuantía de los intereses?

- ❑ De la cuantía del capital invertido
- ❑ Del tiempo que dura la operación
- ❑ Del tanto de interés al que se acuerda la operación



TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA. CONCEPTOS BÁSICOS.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

2. EL BINOMIO CAPITAL-TIEMPO

3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. Operación Financiera

3.1.1. Concepto

3.1.2. Elementos

3.1.3. Clases

3.2. Rédito y Tanto de Interés



2. EL BINOMIO CAPITAL-TIEMPO

CAPITAL FINANCIERO: (C; t)

C: Cuantía de Unidades Monetarias

t: Momento del tiempo en el que se dispone del capital

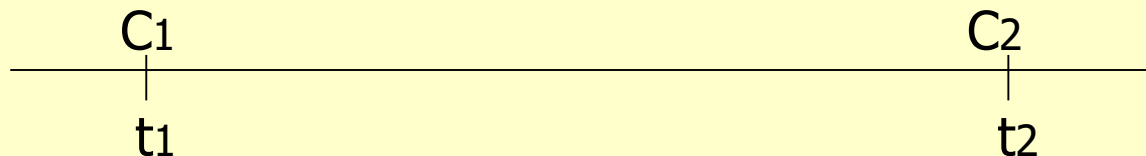


2. EL BINOMIO CAPITAL-TIEMPO

- ❖ No se habla de Capitales Iguales
- ❖ Se habla de Capitales Equivalentes



Dos capitales cualesquiera, C_1 con vencimiento en t_1 y
 C_2 con vencimiento t_2 son
EQUIVALENTES
cuando se está de acuerdo en intercambiar uno por otro



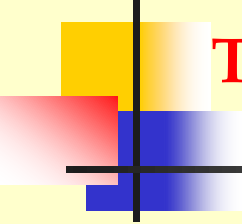


2. EL BINOMIO CAPITAL-TIEMPO

Para que una operación financiera se realice es necesario que los capitales que se dan y que se reciben sean EQUIVALENTES

La equivalencia entre capitales la determina una **LEY FINANCIERA**

LEY FINANCIERA: Modelo matemático para cuantificar los intereses por el aplazamiento y/o anticipación de un capital en el tiempo.



TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA. CONCEPTOS BÁSICOS.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

2. EL BINOMIO CAPITAL-TIEMPO

3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. Operación Financiera

3.1.1. Concepto

3.1.2. Elementos

3.1.3. Clases

3.2. Rédito y Tanto de Interés



3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. OPERACIÓN FINANCIERA

3.1.1. CONCEPTO

OPERACIÓN FINANCIERA: Sustitución de uno o más capitales por otro u otros equivalentes en distintos momentos de tiempo, mediante la aplicación de una **ley financiera**.

Ejemplo: Concesión de un préstamo por parte de un banco:

- Para el cliente: **Cobra** el importe del préstamo y **paga** unas cuotas periódicas.
- Para el banco: **Paga** el importe del préstamo y **cobra** unas cuotas periódicas.



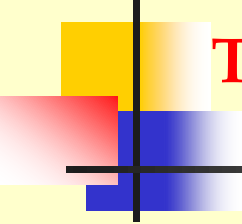
3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. OPERACIÓN FINANCIERA

3.1.1. CONCEPTO

La operación financiera implica...

- ☐ Sustitución de capitales
- ☐ Equivalencia
- ☐ Aplicación de una ley financiera



TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA. CONCEPTOS BÁSICOS.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

2. EL BINOMIO CAPITAL-TIEMPO

3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. Operación Financiera

3.1.1. Concepto

3.1.2. Elementos

3.1.3. Clases

3.2. Rédito y Tanto de Interés



3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. OPERACIÓN FINANCIERA

3.1.2. ELEMENTOS

En toda operación financiera intervienen:

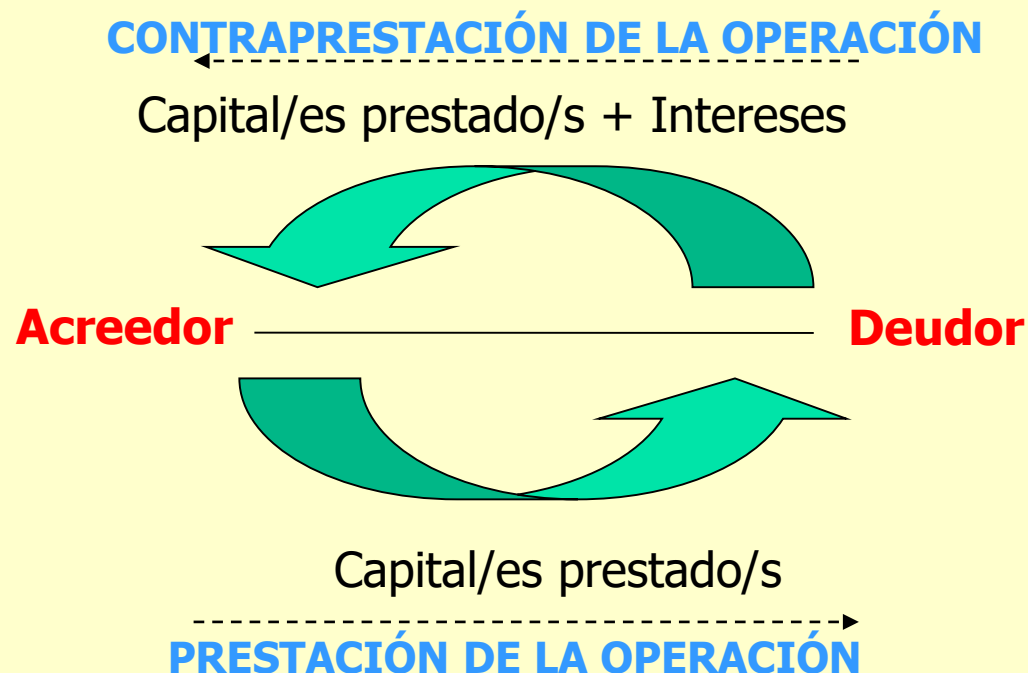
- A. Elementos Personales
- B. Elementos Temporales
- C. Objetivos

3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. OPERACIÓN FINANCIERA

3.1.2. ELEMENTOS

A. Elementos Personales

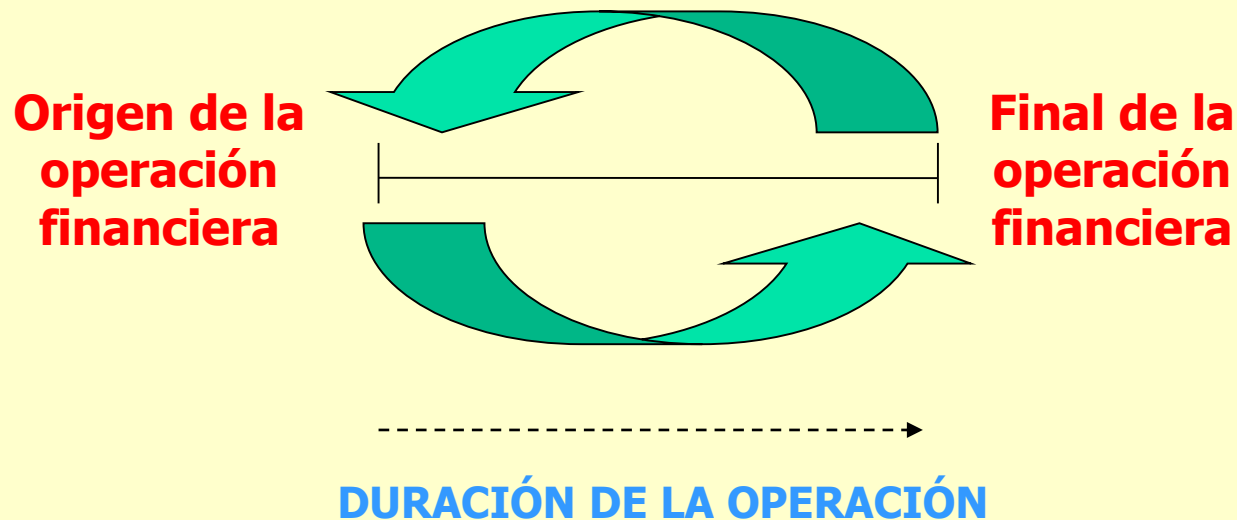


3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. OPERACIÓN FINANCIERA

3.1.2. ELEMENTOS

B. Elementos Temporales





3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. OPERACIÓN FINANCIERA

3.1.2. ELEMENTOS

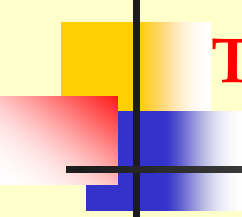
C. Objetivos

Tiene que haber acuerdo en:

**Cuantía del
capital de
partida**

Ley financiera

**Tanto de
interés**



TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA. CONCEPTOS BÁSICOS.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

2. EL BINOMIO CAPITAL-TIEMPO

3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. Operación Financiera

3.1.1. Concepto

3.1.2. Elementos

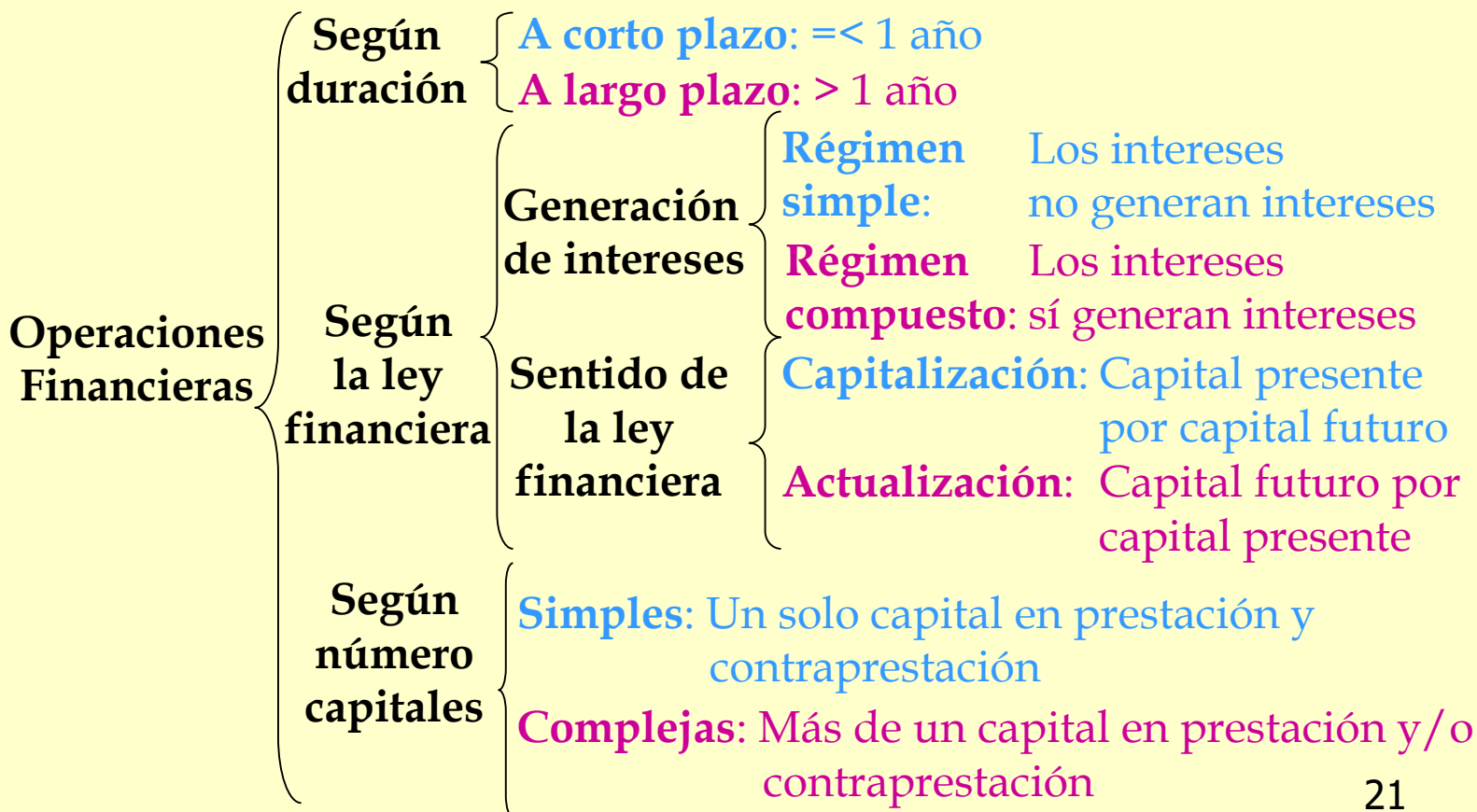
3.1.3. Clases

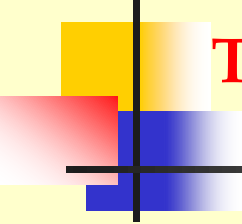
3.2. Rédito y Tanto de Interés

3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. OPERACIÓN FINANCIERA

3.1.3. CLASES





TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA. CONCEPTOS BÁSICOS.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

2. EL BINOMIO CAPITAL-TIEMPO

3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.1. Operación Financiera

3.1.1. Concepto

3.1.2. Elementos

3.1.3. Clases

3.2. Rédito y Tanto de Interés



3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.2. RÉDITO Y TANTO DE INTERÉS

RÉDITO (r): Rendimiento generado por un capital

Se expresa en tanto por cien (%) o en tanto por uno

$$r = \frac{C_2 - C_1}{C_1}$$

No tiene en cuenta el aspecto temporal



3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.2. RÉDITO Y TANTO DE INTERÉS

TANTO O TIPO DE INTERÉS (i):

Rédito por unidad de tiempo

Se expresa en tanto por cien (%) o en tanto por uno

$$i = \frac{r}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{C_2 - C_1}{C_1}}{t_2 - t_1}$$

Sí tiene en cuenta el aspecto temporal



3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.2. RÉDITO Y TANTO DE INTERÉS

Ejemplo 1 (Primera Parte):

$$C_1 = 1.000\text{€}$$

$$C_2 = 1.100\text{€}$$

$$t_1 = 0$$

$$t_2 = 1 \text{ año}$$

r? i?

3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.2. RÉDITO Y TANTO DE INTERÉS

Ejemplo 1 (Primera Parte):

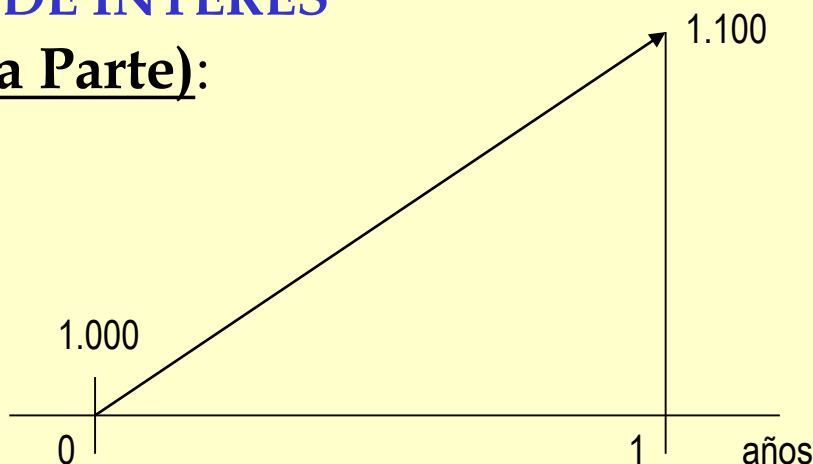
$$C_1 = 1.000\text{€}$$

$$C_2 = 1.100\text{€}$$

$$t_1 = 0$$

$$t_2 = 1 \text{ año}$$

r? i?



$$r = \frac{1.100 - 1.000}{1.000} = 0,1 = 10\%$$

$$i = \frac{\frac{1.100 - 1.000}{1.000}}{1 - 0} = 0,1 = 10\%$$



3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.2. RÉDITO Y TANTO DE INTERÉS

Ejemplo 1 (Segunda Parte):

$$C_1 = 1.000\text{€}$$

$$C_2 = 1.100\text{€}$$

$$t_1 = 0$$

$$t_2 = 2 \text{ años}$$

r? i?

3. CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

3.2. RÉDITO Y TANTO DE INTERÉS

Ejemplo 1 (Segunda Parte):

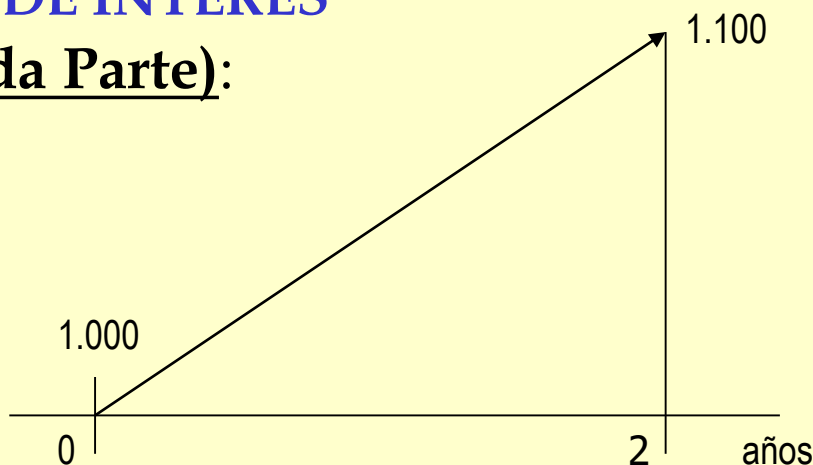
$$C_1 = 1.000\text{€}$$

$$C_2 = 1.100\text{€}$$

$$t_1 = 0$$

$$t_2 = 2 \text{ años}$$

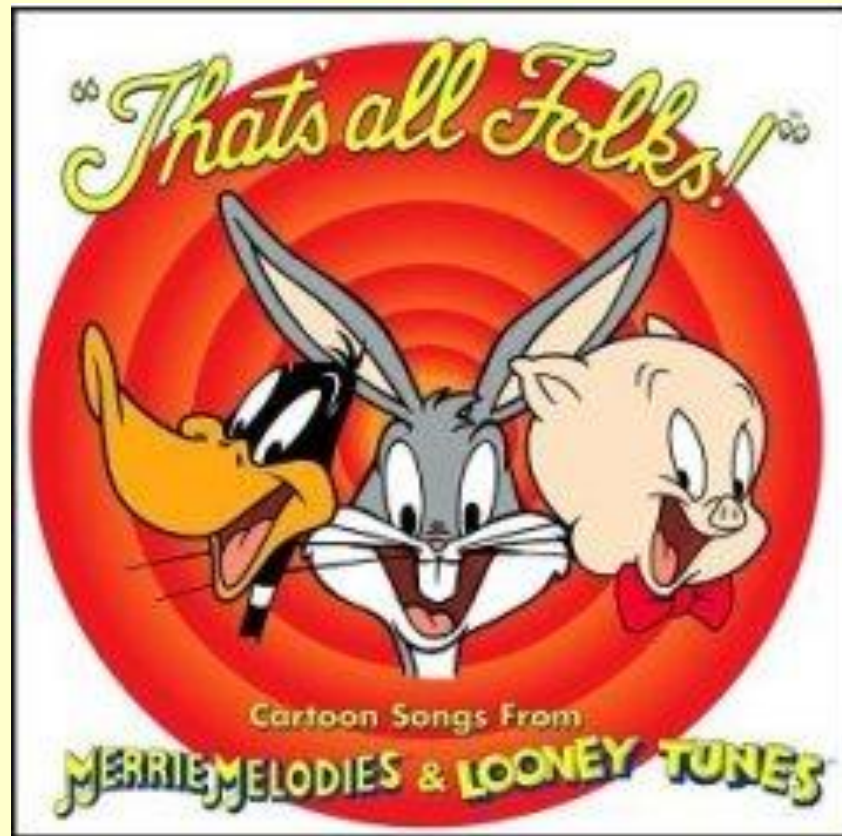
r? i?



$$r = \frac{1.100 - 1.000}{1.000} = 0,1 = 10\%$$

$$i = \frac{\frac{1.100 - 1.000}{1.000}}{2 - 0} = 0,05 = 5\%$$

TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA. CONCEPTOS BÁSICOS.



PARTE 1: INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS. LAS LEYES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN

TEMA 1: Introducción a la Matemática Financiera.
Conceptos Básicos

TEMA 2: Capitalización Simple

TEMA 3: Equivalencia Financiera de Capitales

TEMA 4: Aplicaciones de la Capitalización Simple:
Letra de Cambio y Cuenta Corriente

TEMA 5: Capitalización Compuesta





TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés
- 1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

- 2.1. Concepto
- 2.2. Relación de Tantos Equivalentes



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

3. DESCUENTO SIMPLE

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO EQUIVALENTES



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. Concepto

2.2. Relación de Tantos Equivalentes



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.1. CONCEPTO

Las operaciones en régimen de simple se caracterizan porque **los intereses**:

- ☐ a medida que se van generando no se acumulan,
- ☐ y , no generan intereses en los períodos subsiguientes (no son productivos).

Para la sustitución entre Capitales se le aplica una
LEY DE CAPITALIZACIÓN SIMPLE.



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

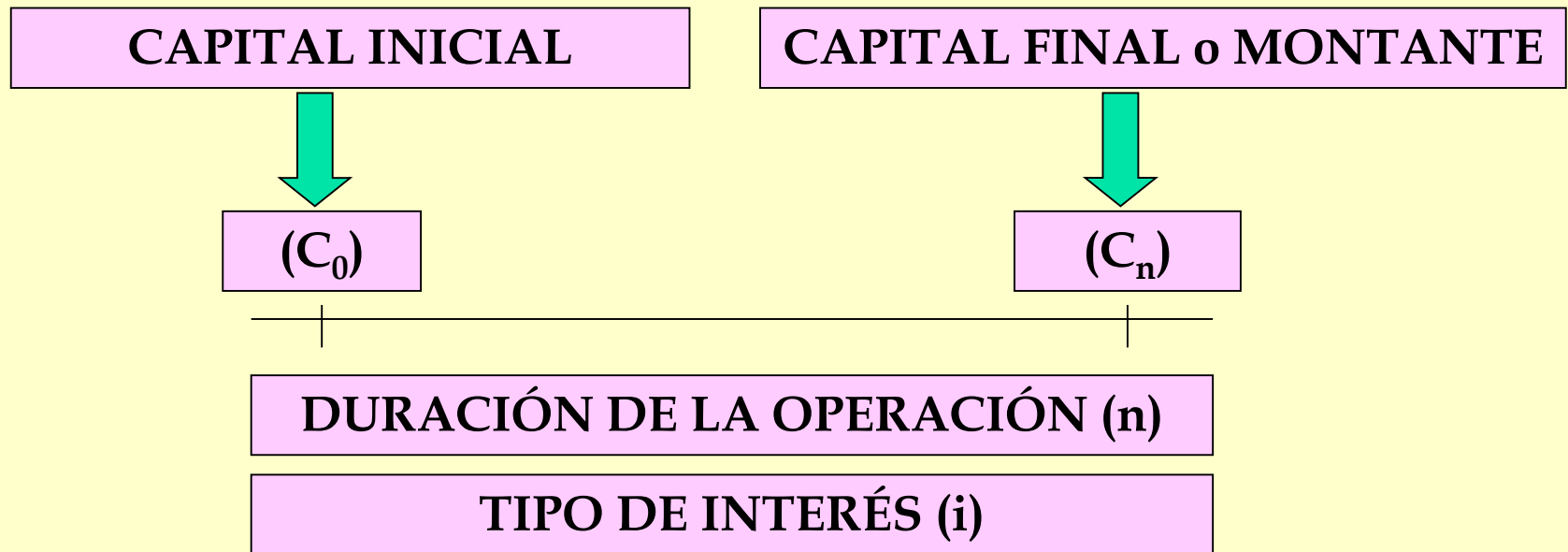
2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. Concepto

2.2. Relación de Tantos Equivalentes

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.2. DESCRIPCIÓN DE LA OPERACIÓN



Al final de la operación:

$$C_n = C_0 + \text{Intereses totales generados}$$



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

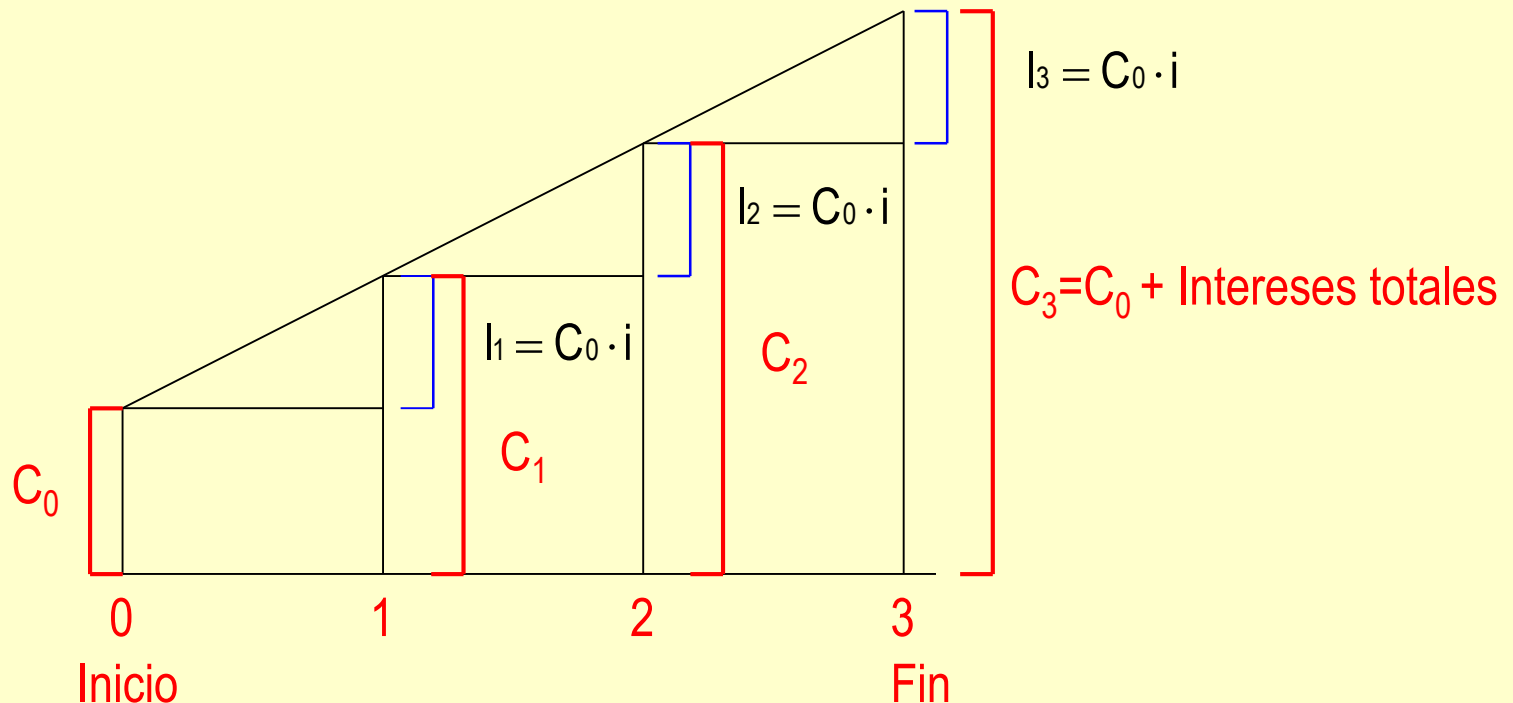
2.1. Concepto

2.2. Relación de Tantos Equivalentes

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.3. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

Suponiendo una operación de tres periodos:





TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. Concepto

2.2. Relación de Tantos Equivalentes



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

Momento 0:

$$C_0$$

Momento 1:

$$C_1 = C_0 + I_1 = C_0 + (C_0 \cdot i) = C_0 + C_0 \cdot i = C_0 \cdot (1 + i)$$

Momento 2:

$$\begin{aligned} C_2 &= C_0 + I_1 + I_2 = C_0 + (C_0 \cdot i) + (C_0 \cdot i) = C_0 + C_0 \cdot i + C_0 \cdot i = C_0 \cdot (1 + i + i) = \\ &= C_0 \cdot (1 + 2i) \end{aligned}$$

Momento 3:

$$\begin{aligned} C_3 &= C_0 + I_1 + I_2 + I_3 = C_0 + (C_0 \cdot i) + (C_0 \cdot i) + (C_0 \cdot i) = \\ &= C_0 + C_0 \cdot i + C_0 \cdot i + C_0 \cdot i = C_0 \cdot (1 + i + i + i) = C_0 \cdot (1 + 3i) \end{aligned}$$

...



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

Momento 0:

$$C_0$$

Momento 1:

$$C_1 = C_0 \cdot (1 + i)$$

Momento 2:

$$C_2 = C_0 \cdot (1 + 2i)$$

Momento 3:

$$C_3 = C_0 \cdot (1 + 3i)$$

...

Momento n:

$$\begin{aligned} C_n &= C_0 + I_1 + I_2 + \dots + I_n = C_0 + (C_0 \cdot i) + (C_0 \cdot i) + \dots + (C_0 \cdot i) = \\ &= C_0 + C_0 \cdot i + C_0 \cdot i + \dots + C_0 \cdot i = C_0 \cdot (1 + i + i + \dots + i) = C_0 \cdot (1 + n \cdot i) \end{aligned}$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

FÓRMULA FUNDAMENTAL DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

IMPORTANTE: Para poder aplicar esta fórmula el tipo de interés hay que expresarlo en tanto por uno

IMPORTANTE: Esta expresión es aplicable cuando el tipo de interés de la operación no varía. En caso contrario habrá que trabajar con el tipo vigente en cada período.



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

FÓRMULA FUNDAMENTAL DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

IMPORTANTE: n lo que indica es el número de veces que se han generado (y acumulado) intereses al capital inicial, por tanto, esa variable siempre ha de estar en la misma unidad de tiempo que el tipo de interés (no importando cuál sea)



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

Ejemplo 1:

$$C_0 = 2.000\text{€}$$

$$i = 8\% \text{ anual}$$

$$n = 4 \text{ años}$$

Capitalización simple

$$C_4?$$

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

Ejemplo 1:

$C_0 = 2.000\text{€}$

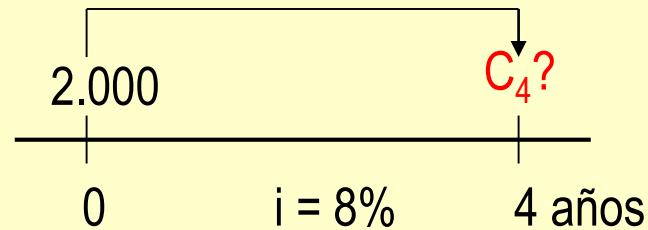
$i = 8\%$ anual

$n = 4$ años

Capitalización simple

$C_4?$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$



$$C_4 = 2.000 \cdot (1 + 4 \cdot 0,08) = 2.640\text{€}$$

$$C_4 = 2.640\text{€}$$



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

Ejemplo 2:

$$C_0 = 1.000\text{€}$$

$$i_1 = 5\% \text{ anual}$$

$$i_2 = 6\% \text{ anual}$$

$$i_3 = 7\% \text{ anual}$$

$$n = 3 \text{ años}$$

Capitalización simple

$$C_3?$$

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

Ejemplo 2:

$$C_0 = 1.000\text{€}$$

$$i_1 = 5\% \text{ anual}$$

$$i_2 = 6\% \text{ anual}$$

$$i_3 = 7\% \text{ anual}$$

$$n = 3 \text{ años}$$

Capitalización simple

C_3 ?

~~$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$~~

Hay que calcular los
intereses año a año

$$\begin{aligned} C_3 &= C_0 + I_1 + I_2 + I_3 = 1.000 + 1.000 \cdot 0,05 + 1.000 \cdot 0,06 + 1.000 \cdot 0,07 = \\ &= 1.000 + 50 + 60 + 70 = 1.180\text{€} \end{aligned}$$

$$C_3 = 1.180\text{€}$$



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. Concepto

2.2. Relación de Tantos Equivalentes



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.5. CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL

Partiendo de la fórmula fundamental de la capitalización simple:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

Despejamos C_0 :

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \cdot i}$$



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.5. CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL

Ejemplo 3:

$$C_2 = 1.500\text{€}$$

$i = 6\%$ anual

$n = 2$ años

Capitalización simple

$C_0?$

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.5. CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL

Ejemplo 3:

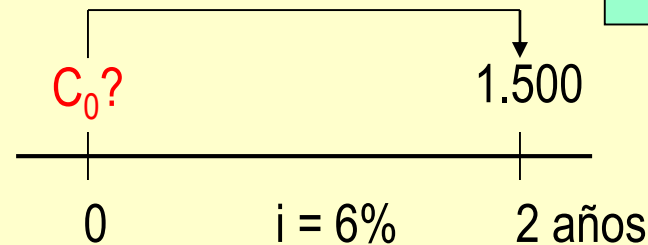
$$C_2 = 1.500\text{€}$$

$i = 6\%$ anual

$n = 2$ años

Capitalización simple

$C_0?$



$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \cdot i}$$

$$C_0 = \frac{1.500}{1 + 2 \cdot 0,06} = \frac{1.500}{1,12} = 1.339,29\text{€}$$

$$C_0 = 1.339,29\text{€}$$



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. Concepto

2.2. Relación de Tantos Equivalentes



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

Bastará con calcular los intereses de cada período, que siempre los genera el capital inicial, y sumarlos:

$$\text{Intereses Totales} = I_1 + I_2 + \dots + I_n = (C_0 \cdot i_1) + (C_0 \cdot i_2) + \dots + (C_0 \cdot i_n) = C_0 \cdot (i_1 + i_2 + \dots + i_n)$$

$$\text{Intereses Totales} = C_0 \cdot (i_1 + i_2 + \dots + i_n)$$

Si $i_1 = i_2 = \dots + i_n = i$  $\text{Intereses Totales} = C_0 \cdot n \cdot i$

$$I_n = C_0 \cdot n \cdot i$$



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

**Conocidos los capitales inicial y final,
también se obtendrá por diferencias
entre ambos:**

$$I_n = C_n - C_0$$



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

Ejemplo 4:

$$C_0 = 300\text{€}$$

$i = 7\%$ simple anual

$n = 4$ años

I?

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

Ejemplo 4:

$C_0 = 300\text{€}$

$i = 7\%$ simple anual

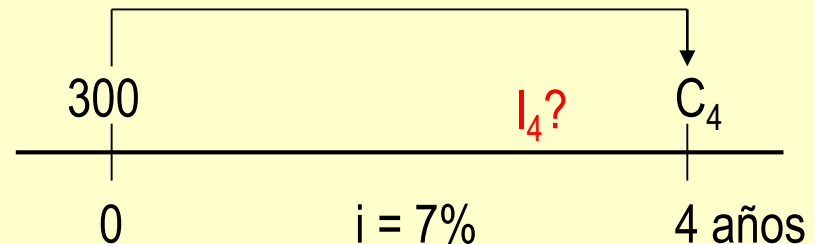
$n = 4$ años

I?

Dos formas:

Forma 1:

$$I_n = C_0 \cdot n \cdot i$$



$$I_4 = 300 \cdot 0,07 \cdot 4 = 84\text{€}$$

$$I_4 = 84\text{€}$$

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

Ejemplo 4:

$$C_0 = 300\text{€}$$

$i = 7\%$ simple anual

$n = 4$ años

I?

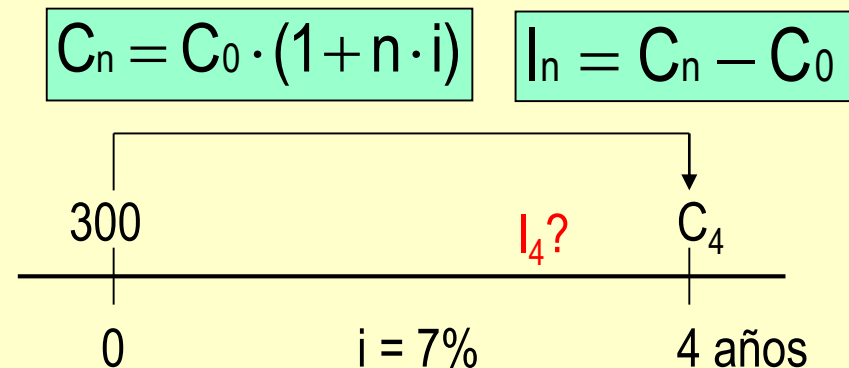
Dos formas:

Forma 2:

$$C_4 = 300 \cdot (1 + 0,07 \cdot 4) = 300 \cdot 1,28 = 384\text{€}$$

$$I_4 = 384 - 300 = 84\text{€}$$

$$I_4 = 84\text{€}$$





1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

Ejemplo 5:

$$C_0 = 6.000\text{€}$$

$n = 8$ meses

$i = 1\%$ simple mensual

I?

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

Ejemplo 5:

$C_0 = 6.000\text{€}$

$n = 8$ meses

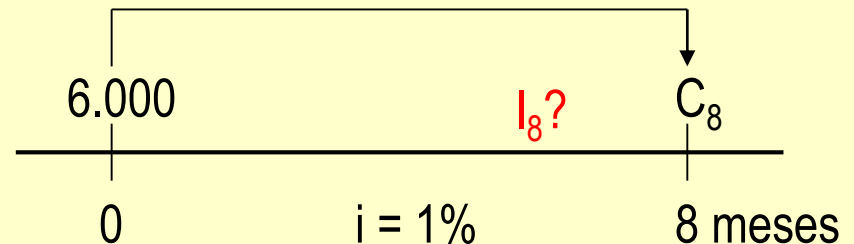
$i = 1\%$ simple mensual

I?

Dos formas:

Forma 1:

$$I_n = C_0 \cdot n \cdot i$$



$$I_8 = 6.000 \cdot 0,01 \cdot 8 = 480\text{€}$$

$$I_8 = 480\text{€}$$

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

Ejemplo 5:

$C_0 = 6.000\text{€}$

$n = 8$ meses

$i = 1\%$ simple mensual

I?

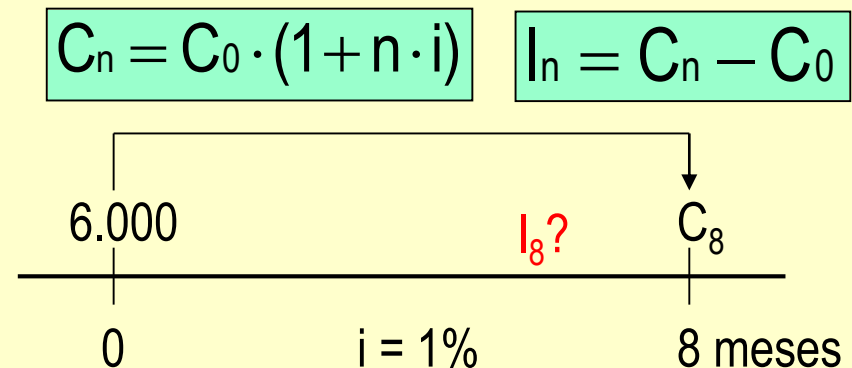
Dos formas:

Forma 2:

$$C_8 = 6.000 \cdot (1 + 0,01 \cdot 8) = 6.000 \cdot 1,08 = 6.480\text{€}$$

$$I_8 = 6.480 - 6.000 = 480\text{€}$$

$$I_8 = 480\text{€}$$





TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés**
- 1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

- 2.1. Concepto
- 2.2. Relación de Tantos Equivalentes

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.7. CÁLCULO DEL TIPO DE INTERÉS

Partiendo de la fórmula fundamental de la capitalización simple:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

1º Pasamos C_0 al primer miembro:

$$\frac{C_n}{C_0} = 1 + n \cdot i$$

2º Dejamos la i sola en el segundo miembro:

$$\frac{C_n}{C_0} = 1 + n \cdot i \quad \rightarrow \quad \frac{C_n}{C_0} - 1 = n \cdot i$$

3º Despejamos el tipo de interés:

$$\frac{C_n}{C_0} - 1 = n \cdot i \quad \rightarrow \quad i = \frac{\frac{C_n}{C_0} - 1}{n}$$



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.7. CÁLCULO DEL TIPO DE INTERÉS

Ejemplo 6:

$$C_0 = 1.000\text{€}$$

$$C_5 = 1.500\text{€}$$

$$n = 5 \text{ años}$$

Capitalización simple

i?

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.7. CÁLCULO DEL TIPO DE INTERÉS

Ejemplo 6:

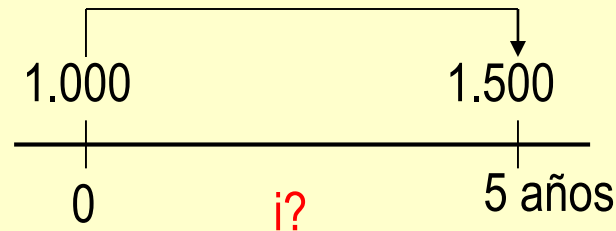
$$C_0 = 1.000\text{€}$$

$$C_5 = 1.500\text{€}$$

$$n = 5 \text{ años}$$

Capitalización simple

i?



$$i = \frac{\frac{C_n}{C_0} - 1}{n}$$

$$i = \frac{\frac{1.500}{1.000} - 1}{5} = 0,1 = 10\%$$

$$i = 10\%$$



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

- 2.1. Concepto
- 2.2. Relación de Tantos Equivalentes

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.8. CÁLCULO DE LA DURACIÓN

Partiendo de la fórmula fundamental de la capitalización simple:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

1º Pasamos C_0 al primer miembro:

$$\frac{C_n}{C_0} = (1 + n \cdot i)$$

2º Dejamos la n sola en el segundo miembro:

$$\frac{C_n}{C_0} = 1 + n \cdot i \quad \rightarrow \quad \frac{C_n}{C_0} - 1 = n \cdot i$$

3º Despejamos la duración:

$$\frac{C_n}{C_0} - 1 = n \cdot i \quad \rightarrow \quad n = \frac{\frac{C_n}{C_0} - 1}{i}$$



1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.8. CÁLCULO DE LA DURACIÓN

Ejemplo 7:

$$C_0 = 2.000\text{€}$$

$$C_n = 2.640\text{€}$$

$$i = 4\% \text{ anual}$$

Capitalización simple

n?

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1.8. CÁLCULO DE LA DURACIÓN

Ejemplo 7:

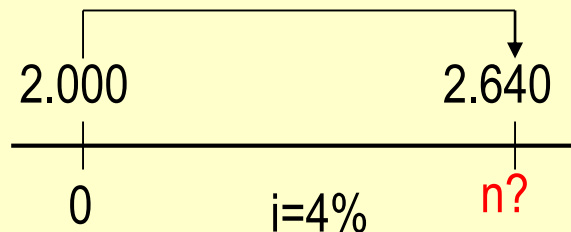
$$C_0 = 2.000\text{€}$$

$$C_n = 2.640\text{€}$$

$$i = 4\% \text{ anual}$$

Capitalización simple

n?



$$n = \frac{\frac{C_n}{C_0} - 1}{i}$$

$$n = \frac{\frac{2.640}{2.000} - 1}{0,04} = \frac{1,32 - 1}{0,04} = \frac{0,32}{0,04} = 8 \text{ años}$$

$$n = 8 \text{ años}$$



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés
- 1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

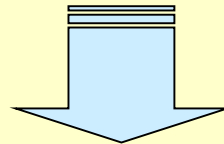
- 2.1. Concepto
- 2.2. Relación de Tantos Equivalentes



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. CONCEPTO

¿Qué ocurre si el tanto de interés no viene expresado en años, sino que lo hace en **períodos más pequeños**?



Es lógico pensar que **si cambia la frecuencia de cálculo de los intereses** habrá que **cambiar el importe del tanto de interés** aplicado



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. CONCEPTO

TANTOS EQUIVALENTES

Dos tantos cualesquiera, *expresados en distintas unidades de tiempo*, son tantos equivalentes cuando aplicados a un **mismo capital inicial** y durante un **mismo período de tiempo** producen el **mismo interés** o **generan el mismo capital final** o montante.



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN SIMPLE

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés
- 1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

- 2.1. Concepto
- 2.2. Relación de Tantos Equivalentes

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES

Los Tantos Equivalentes
en Simple son
PROPORCIONALES:



$$i = i_k \cdot k$$

k = Frecuencia de capitalización



número de **partes iguales** en las que se divide el período de referencia (considerando como tal el año)

Ejs.: Si la frecuencia es **anual** **k=1**; si es **semestral** **k=2**; si es **trimestral** **k=4**; si es **mensual** **k=12,...**



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES

Ejemplo 8:

$$C_0 = 700\text{€}$$

$$n = 3 \text{ años}$$

a. $i \text{ anual} = 12\%$

b. $i \text{ semestral} = 6\%$

c. $i \text{ mensual} = 1\%$

$$C_3?$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES

Ejemplo 8:

$$C_0 = 700\text{€}$$

n = 3 años

a. i anual = 12%

C_3 ?

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$i = 12\%$$

$$k = 1$$

$$C_3 = 700 \cdot (1 + 3 \cdot 0,12) = 700 \cdot 1,36 = 952\text{€}$$

$$C_3 = 952\text{€}$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES

Ejemplo 8:

$$C_0 = 700\text{€}$$

n = 3 años

b. i semestral = 6%

C_3 ?

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$i_2 = 6\%$$

$$k = 2$$

$$i = i_k \cdot k$$

$$i = 0,06 \cdot 2 = 0,12$$

$$C_3 = 700 \cdot (1 + 3 \cdot 0,12) = 700 \cdot 1,36 = 952\text{€}$$

$$C_3 = 952\text{€}$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES

Ejemplo 8:

$$C_0 = 700\text{€}$$

n = 3 años

c. i mensual = 1%

C_3 ?

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$i_{12} = 1\%$$

$$k = 12$$

$$i = i_k \cdot k$$

$$i = 0,01 \cdot 12 = 0,12$$

$$C_3 = 700 \cdot (1 + 3 \cdot 0,12) = 700 \cdot 1,36 = 952\text{€}$$

$$C_3 = 952\text{€}$$



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

3. DESCUENTO SIMPLE

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

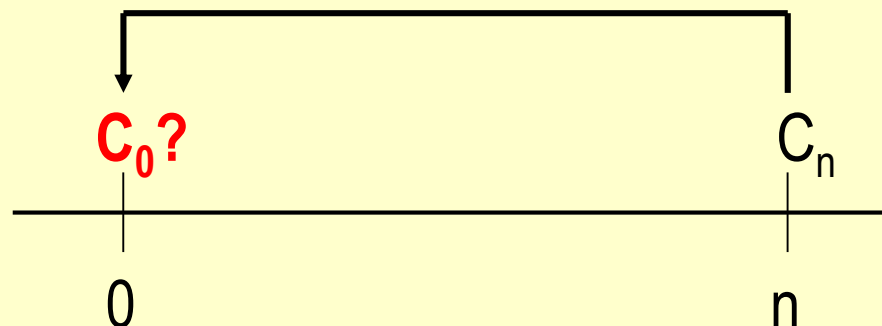
4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO EQUIVALENTES

3. DESCUENTO SIMPLE

3.1. CONCEPTO

El descuento simple es la operación financiera que tiene por objeto la sustitución de un **capital futuro** por otro equivalente con **vencimiento presente**, mediante la aplicación de la ley financiera de descuento simple.

Es una operación inversa a la de capitalización.





TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

3. DESCUENTO SIMPLE

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO
EQUIVALENTES



3. DESCUENTO SIMPLE

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

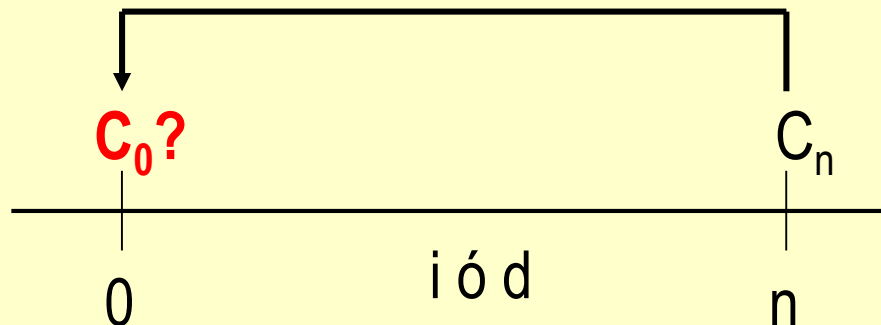
Los **intereses no son productivos**, lo que significa que:

- ☐ a medida que se generan no se restan del capital de partida para producir (y restar) nuevos intereses en el futuro y, por tanto,
- ☐ los intereses de cualquier período siempre los genera el mismo capital, al tanto de interés vigente en dicho período.

3. DESCUENTO SIMPLE

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

- ❑ Punto de partida: C_n
- ❑ Para calcular C_0 debemos conocer:
 - Duración de la operación: n
 - Tanto aplicado: i o d





3. DESCUENTO SIMPLE

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

necesariamente, $C_0 < C_n$

Recordemos que: $I_n = C_n - C_0$

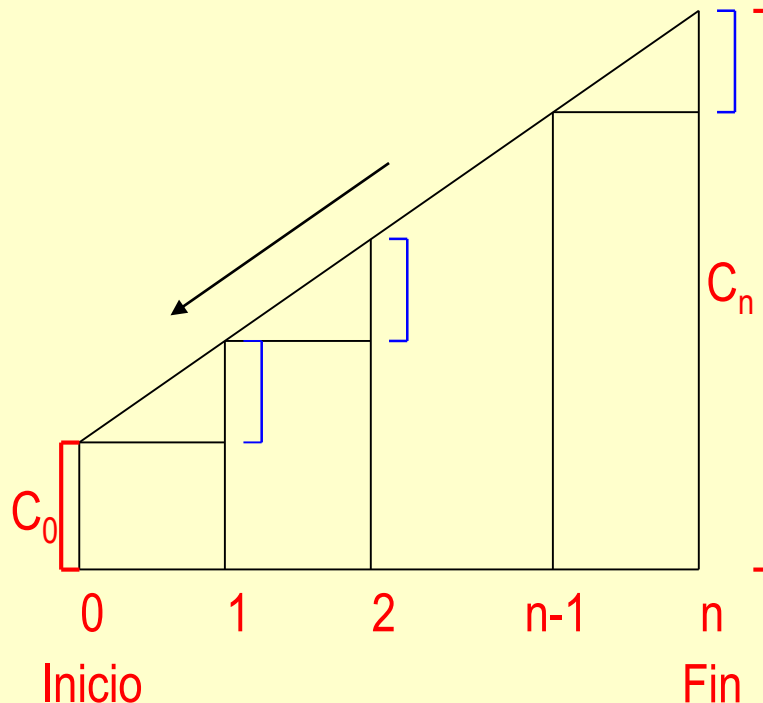
En definitiva, si trasladar un capital desde el presente al futuro implica añadirle intereses, hacer la operación inversa, **anticipar su vencimiento**, supondrá la **minoración de esa misma carga financiera**.

$$C_0 = C_n - I_n$$

3. DESCUENTO SIMPLE

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

Gráficamente:



Elementos:

$D \equiv$ Descuento o Rebaja

$C_n \equiv$ Valor Final o Nominal

$C_0 \equiv$ Valor Actual, Inicial o Efectivo

i ó $d \equiv$ Tanto de la Operación



3. DESCUENTO SIMPLE

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

Por tanto, el capital presente (C_0) es inferior al capital futuro (C_n), y la diferencia entre ambos es lo que se denomina descuento (D). Se cumple la siguiente expresión:

$$D = C_n - C_0$$

Descuento

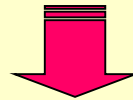


Disminución de intereses que experimenta un capital futuro como consecuencia de adelantar su vencimiento

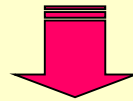
3. DESCUENTO SIMPLE

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

DESCUENTO

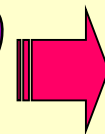


Se calcula como el **interés total**
de un intervalo de tiempo
(el que se anticipe el capital futuro)



$$D = \text{Capital} \cdot \text{Tiempo} \cdot \text{Tipo}$$

¿Recordáis?



$$I_n = C_0 \cdot n \cdot i$$



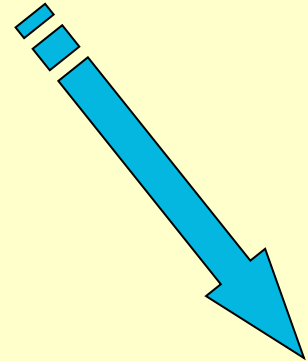
3. DESCUENTO SIMPLE

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

Según cuál sea el capital que se considere para el cómputo de los intereses, SE DISTINGUEN DOS CLASES DE DESCUENTO:



DESCUENTO RACIONAL



DESCUENTO COMERCIAL



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

3. DESCUENTO SIMPLE

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO
EQUIVALENTES



3. DESCUENTO SIMPLE

3.3. DESCUENTO RACIONAL

DESCUENTO RACIONAL

=

DESCUENTO MATEMÁTICO

=

DESCUENTO LÓGICO

=

DESCUENTO PROPIAMENTE DICHO

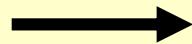


3. DESCUENTO SIMPLE

3.3. DESCUENTO RACIONAL

El ahorro de intereses se calcula sobre el valor **EFFECTIVO** (C_0), utilizando el tipo de interés (i) vigente en el período.

Intereses

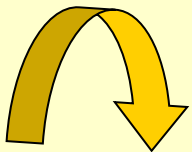


Se calculan sobre el **capital** inicial del período

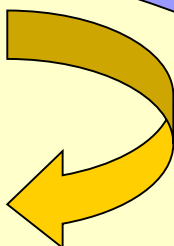


3. DESCUENTO SIMPLE

3.3. DESCUENTO RACIONAL


$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

A partir de la **fórmula de la capitalización simple** se despeja el capital inicial


$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \cdot i}$$



3. DESCUENTO SIMPLE

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Una vez calculado el capital inicial, por diferencia entre el capital de partida y el inicial obtenido, se obtendrá el interés total de la operación (**D_r**), o **descuento racional** o **descuento propiamente dicho**:

$$D_r = C_n - C_0$$



3. DESCUENTO SIMPLE

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Podemos extraer otra expresión del D_r sustituyendo C_0 en la expresión anterior:

$$D_r = C_n - C_0$$

$$C_0 = \frac{C_n}{1+n \cdot i}$$

Sustituyendo C_0 :

$$D_r = C_n - C_0 = C_n - \frac{C_n}{1+n \cdot i} = \frac{C_n \cdot (1+n \cdot i) - C_n}{1+n \cdot i} = \frac{\cancel{C_n} + C_n \cdot n \cdot i - \cancel{C_n}}{1+n \cdot i}$$

$$D_r = \frac{C_n \cdot n \cdot i}{1+n \cdot i}$$



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

3. DESCUENTO SIMPLE

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO
EQUIVALENTES



3. DESCUENTO SIMPLE

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

DESCUENTO COMERCIAL

=

DESCUENTO BANCARIO

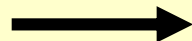


3. DESCUENTO SIMPLE

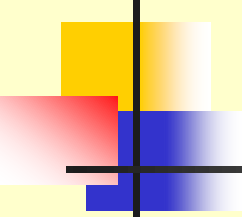
3.4. DESCUENTO COMERCIAL

El ahorro de intereses se calcula sobre el valor **NOMINAL** (C_n), utilizando el tipo de interés (d) vigente en el período.

Intereses



Se calculan sobre el **capital**
final del período



3. DESCUENTO SIMPLE

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

En este caso resulta más interesante calcular primero el **descuento comercial** (D_c) y, posteriormente el **capital inicial** (C_0):

Como el descuento es la suma de los intereses generados en cada uno de los períodos descontados (n), y en cada período tanto el capital considerado para calcular los intereses como el propio tanto se mantiene constante:

$$D_c = C_n \cdot d + C_n \cdot d + \dots + C_n \cdot d = C_n \cdot n \cdot d$$



n veces

$$D_c = C_n \cdot n \cdot d$$



3. DESCUENTO SIMPLE

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Podemos extraer la expresión del C_0 por diferencia entre el capital final (C_n) y el descuento (D_c):

$$D_c = C_n - C_0 \Rightarrow C_0 = C_n - D_c \quad \text{y} \quad D_c = C_n \cdot n \cdot d$$

Sustituyendo D_c :

$$C_0 = C_n - D_c = C_n - (C_n \cdot n \cdot d) = C_n - C_n \cdot n \cdot d$$

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$



3. DESCUENTO SIMPLE

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Ejemplo 9:

$N=100\text{€}$

$t=3$ años

Tanto anual=10% simple

E?

$D_r?$

$D_c?$

3. DESCUENTO SIMPLE

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Ejemplo 9 (Caso 1):

N=100€

t=3 años

Tanto anual=10% simple

E?

D_r?

E=C₀?

D_r?

N=C_n=100

0

i=10%

3 años

$$C_0 = \frac{100}{1 + 3 \cdot 0,1} = 76,92€$$

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \cdot i}$$

$$D_r = C_n - C_0$$

Para calcular D_r tres formas:

Forma 1:

$$D_r = 100 - 76,92 = 23,08€$$

$$C_0 = 76,92€$$

$$D_r = 23,08€$$



3. DESCUENTO SIMPLE

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Ejemplo 9 (Caso 1):

$N=100\text{€}$

$t=3$ años

Tanto anual=10% simple

E?

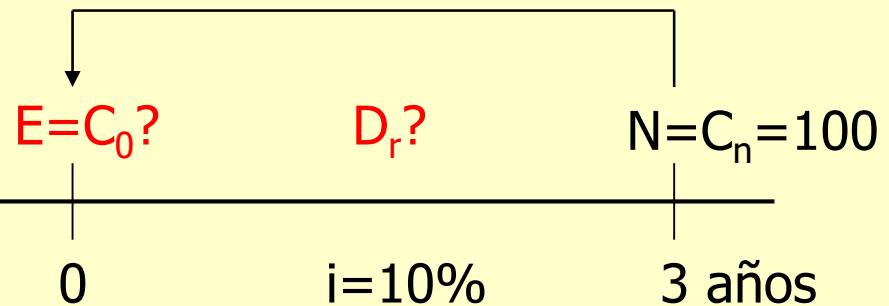
D_r ?

Para calcular D_r tres formas:

Forma 2:

$$D_r = \frac{100 \cdot 3 \cdot 0,1}{1 + 3 \cdot 0,1} = 23,08\text{€}$$

$$D_r = 23,08\text{€}$$



$$D_r = \frac{C_n \cdot n \cdot i}{1 + n \cdot i}$$

3. DESCUENTO SIMPLE

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Ejemplo 9 (Caso 1):

$N=100\text{€}$

$t=3$ años

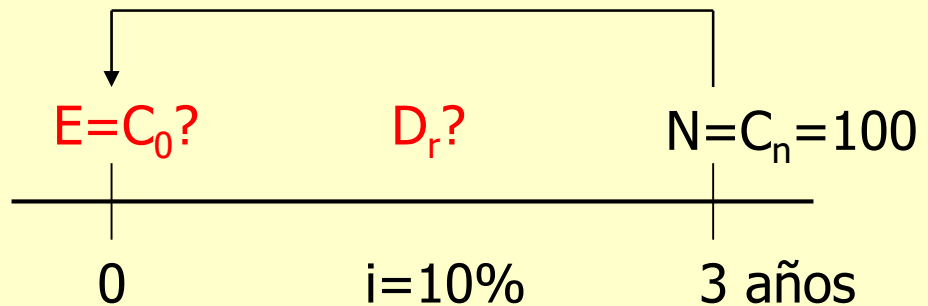
Tanto anual=10% simple

E?

$D_r?$

Para calcular D_r tres formas:

Forma 3:



$$D = \text{Capital} \cdot \text{Tiempo} \cdot \text{Tipo}$$

$$C_0 = 76,92\text{€}$$

$$D_r = 76,92 \cdot 3 \cdot 0,1 = 23,08\text{€}$$

$$D_r = 23,08\text{€}$$

3. DESCUENTO SIMPLE

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Ejemplo 9 (Caso 2):

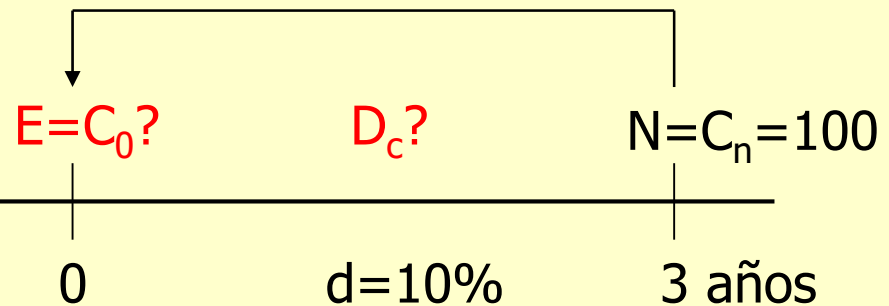
N=100€

t=3 años

Tanto anual=10% simple

E?

D_c?



$$D_c = 100 \cdot 3 \cdot 0,1 = 30\text{€}$$

$$D_c = C_n \cdot n \cdot d$$

$$C_0 = C_n - D_c$$

Para calcular $E=C_0$ dos formas:

Forma 1:

$$C_0 = 100 - 30 = 70\text{€}$$

$$C_0 = 70\text{€} \quad D_c = 30\text{€}$$

3. DESCUENTO SIMPLE

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Ejemplo 9 (Caso 2):

N=100€

t=3 años

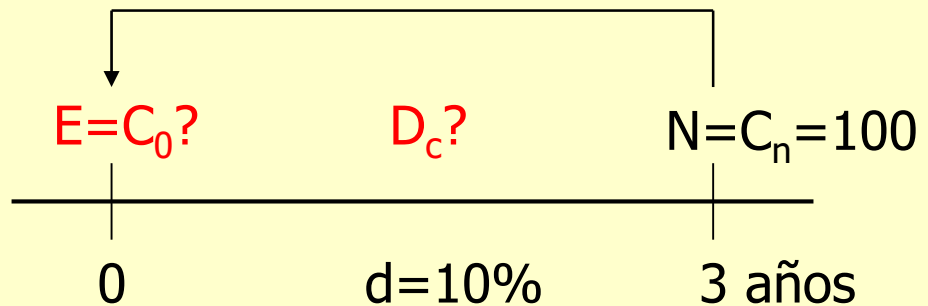
Tanto anual=10% simple

E?

D_c?

Para calcular E=C₀ dos formas:

Forma 2:



$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_0 = 100 \cdot (1 - 3 \cdot 0,1) = 70\text{€}$$

$$C_0 = 70\text{€}$$



TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

ÍNDICE

3. DESCUENTO SIMPLE

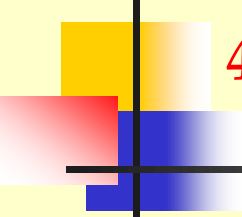
3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

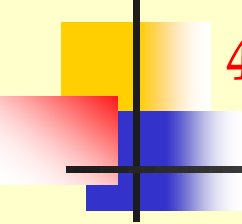
4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO EQUIVALENTES



4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

Si el **tipo de interés (i)** aplicado en el **descuento racional** coincide en número con el **tipo de descuento (d)** empleado para el **descuento comercial**, aunque el tiempo fuese el mismo, el resultado no sería igual ya que estamos trabajando sobre capitales diferentes para el cómputo del cálculo de intereses

necesariamente $D_c > D_r$



4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

No obstante...

VAMOS A BUSCAR UNA RELACIÓN ENTRE EL TIPO DE INTERÉS (i) Y EL TIPO DE DESCUENTO (d) para los que el resultado de la anticipación sea el mismo, es decir, **que los descuentos (D_r y D_c) sean iguales** tanto si aplicamos el descuento racional a un interés i como si aplicamos un descuento comercial a un descuento d ...

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

Para que esto ocurra:

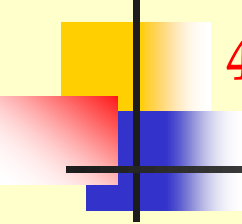
$$D_r = D_c$$

$$\left\{ \begin{array}{l} D_r = \frac{C_n \cdot n \cdot i}{1 + n \cdot i} \\ D_c = C_n \cdot n \cdot d \end{array} \right.$$

$$\frac{C_n \cdot n \cdot i}{1 + n \cdot i} = C_n \cdot n \cdot d$$

Dividiendo ambos miembros por $(C_n \cdot n)$

$$\frac{i}{1 + n \cdot i} = d$$

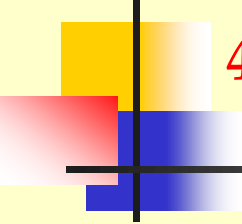


4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

$$\frac{i}{1+n \cdot i} = d$$

**El tanto de descuento comercial «d»
equivalente al tanto «i» será:**

$$d = \frac{i}{1+n \cdot i}$$



4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

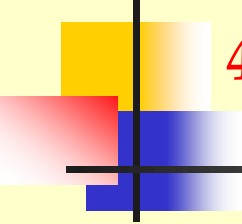
A partir de esa expresión calculemos «i» en función de «d»:

$$d = \frac{i}{1+n \cdot i}$$

$$d = \frac{i}{1+n \cdot i} \Rightarrow d \cdot (1+n \cdot i) = i \Rightarrow d + d \cdot n \cdot i = i \Rightarrow$$

$$d = i - d \cdot n \cdot i \Rightarrow d = i \cdot (1 - n \cdot d) \Rightarrow \frac{d}{1 - n \cdot d} = i$$

$$i = \frac{d}{1 - n \cdot d}$$

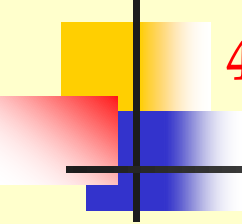


4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

$$d = \frac{i}{1 + n \cdot i}$$

$$i = \frac{d}{1 - n \cdot d}$$

IMPORTANTE: La relación de equivalencia entre tipos de interés y descuento, en régimen de simple, es una función temporal, es decir, que **un tanto de descuento es equivalente a tantos tipos de interés como valores tome la duración (n)** de la operación y al revés (no hay una relación de equivalencia única entre un «i» y un «d»)



4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

Ejemplo 10:

$N=100\text{€}$

$t=3$ años

$i=10\%$ simple

d equivalente?

Comprobación?

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

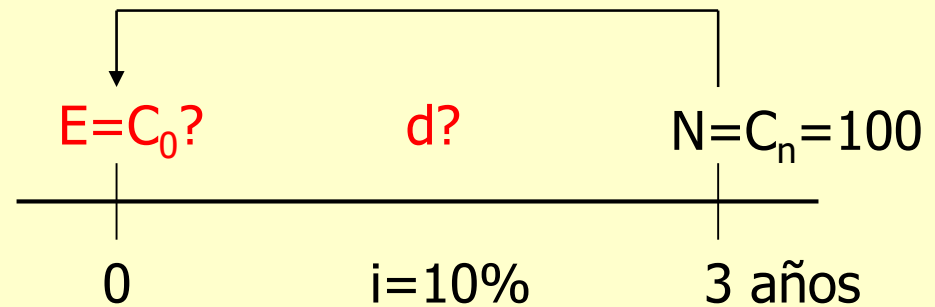
Ejemplo 10:

$N=100\text{€}$

$t=3$ años

$i=10\%$ simple

d equivalente?



$$d = \frac{i}{1 + n \cdot i}$$

$$d = \frac{0,1}{1 + 3 \cdot 0,1} = \frac{0,1}{0,13} = 0,076923 = 7,6923\%$$

$$d = 7,6923\%$$

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

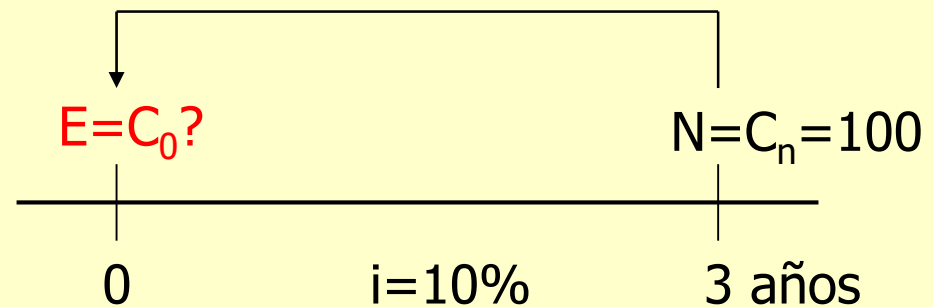
Ejemplo 10:

$N=100\text{€}$

$t=3$ años

$i=10\%$ simple

Comprobación?



Descuento Racional:

$$C_0 = \frac{100}{1 + 3 \cdot 0,1} = 76,92\text{€}$$

$$D_r = 100 - 76,92 = 23,08\text{€}$$

$$C_0 = 76,92\text{€}$$

$$D_r = 23,08\text{€}$$

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \cdot i}$$

$$D_r = C_n - C_0$$

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

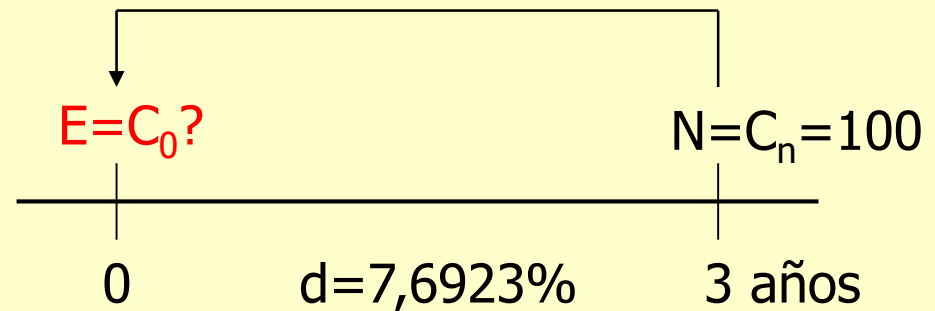
Ejemplo 10:

$N=100\text{€}$

$t=3$ años

$i=10\%$ simple

Comprobación?



Descuento Comercial (Forma 1):

$$D_c = C_n \cdot n \cdot d$$

$$D_c = 100 \cdot 3 \cdot 0,076923 = 23,08\text{€}$$

$$C_0 = C_n - D_c$$

$$C_0 = 100 - 23,08 = 76,92\text{€}$$

$$C_0 = 76,92\text{€}$$

$$D_r = 23,08\text{€}$$

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

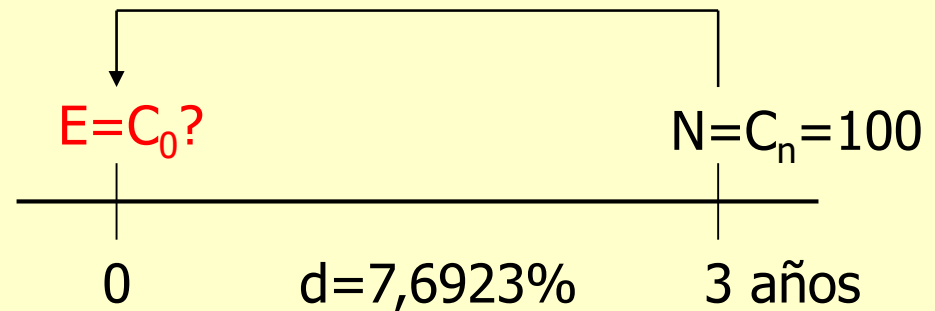
Ejemplo 10:

$N=100\text{€}$

$t=3$ años

$i=10\%$ simple

Comprobación?



Descuento Comercial (Forma 2):

$$D_c = C_n \cdot n \cdot d$$

$$D_c = 100 \cdot 3 \cdot 0,076923 = 23,08\text{€}$$

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_0 = 100 \cdot (1 - 3 \cdot 0,076923) = 76,92\text{€}$$

$$C_0 = 76,92\text{€}$$

$$D_r = 23,08\text{€}$$

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

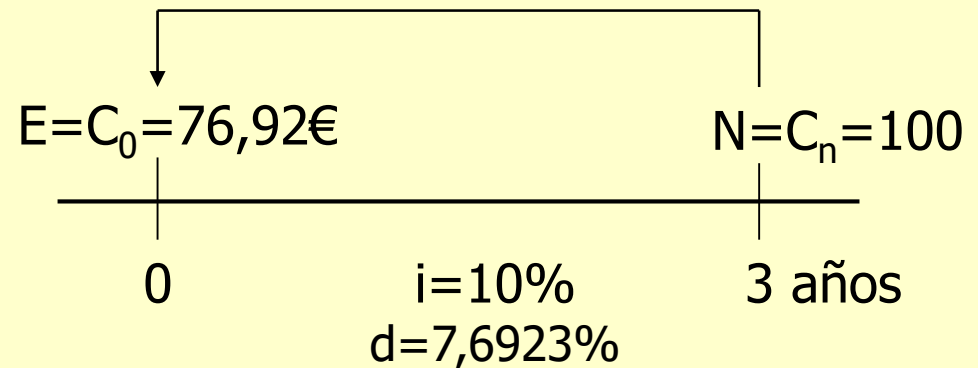
Ejemplo 10:

$N=100\text{€}$

$t=3$ años

$i=10\%$ simple

Comprobación?



Descuento Racional ($i=10\%$):

$$C_0 = 76,92\text{€}$$

$$D_r = 23,08\text{€}$$

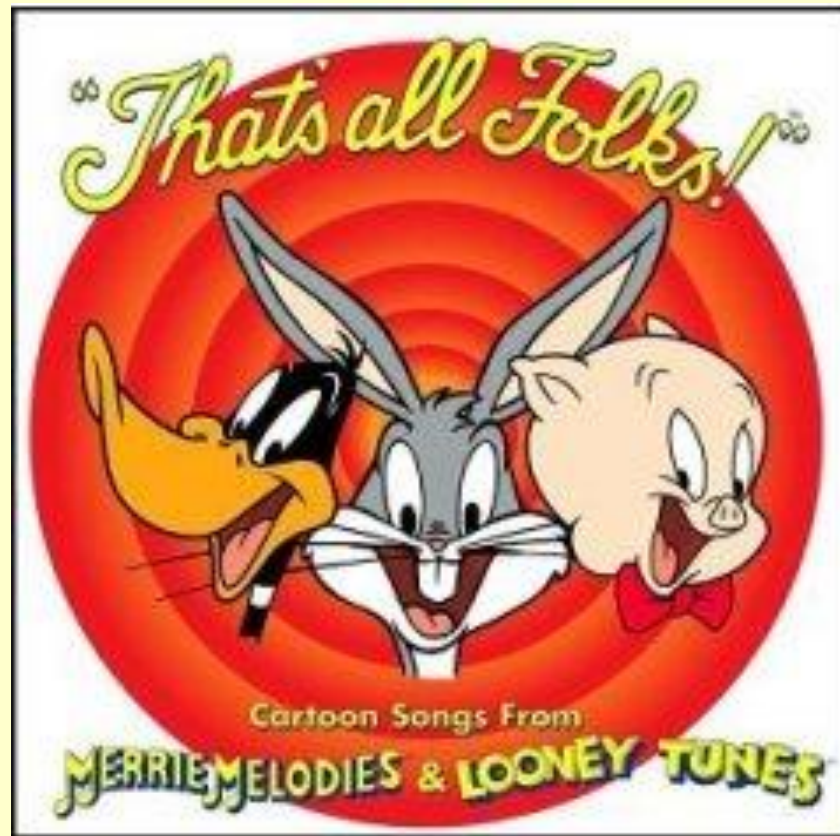
Descuento Comercial ($d=7,6923\%$):

$$C_0 = 76,92\text{€}$$

$$D_r = 23,08\text{€}$$

*Como
queríamos
demostrar*

TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE



PARTE 1: INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS. LAS LEYES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN

TEMA 1: Introducción a la Matemática Financiera.
Conceptos Básicos

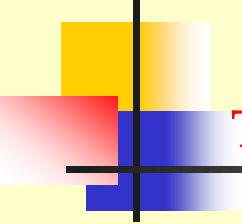
TEMA 2: Capitalización Simple

TEMA 3: Equivalencia Financiera de Capitales

TEMA 4: Aplicaciones de la Capitalización Simple:
Letra de Cambio y Cuenta Corriente

TEMA 5: Capitalización Compuesta





TEMA 3: EQUIVALENCIA FINANCIERA DE CAPITALS

ÍNDICE

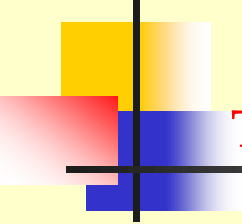
**1. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA DE CAPITALS:
CONCEPTO**

**2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE
EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS**

2.1. Determinación del Capital Común

2.2. Determinación del Vencimiento Común

2.2. Determinación del Vencimiento Medio



TEMA 3: EQUIVALENCIA FINANCIERA DE CAPITALS

ÍNDICE

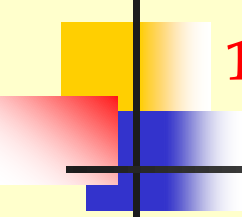
1. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA DE CAPITALS: CONCEPTO

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.1. Determinación del Capital Común

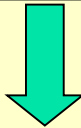
2.2. Determinación del Vencimiento Común

2.2. Determinación del Vencimiento Medio



1. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA DE CAPITALS: CONCEPTO

CAPITAL 1; MOMENTO 1

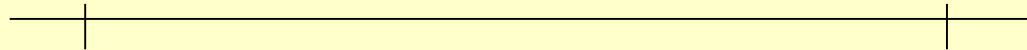


$(C_1; t_1)$

CAPITAL 2; MOMENTO 2



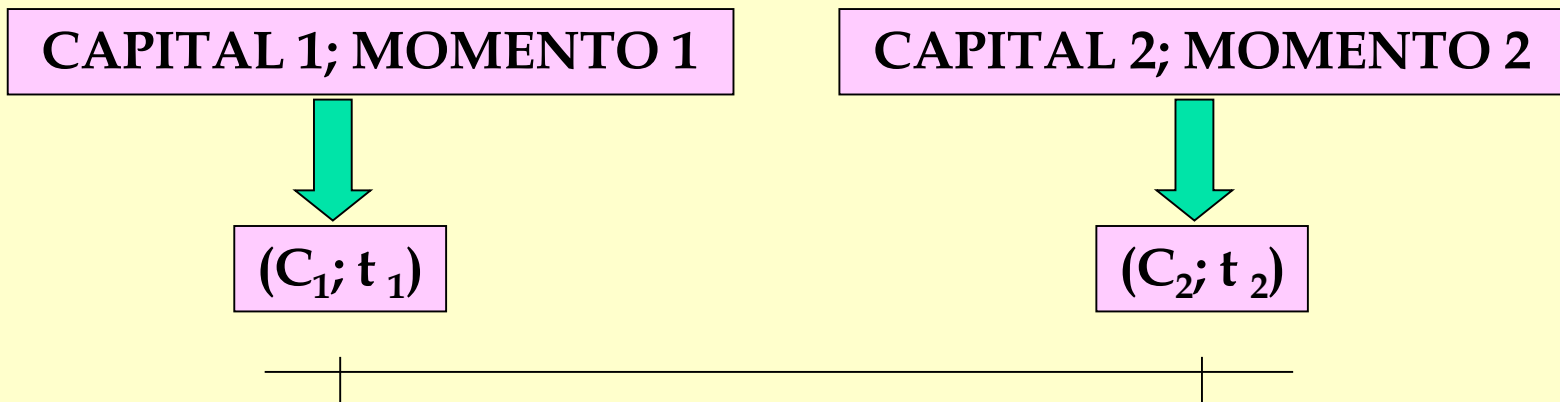
$(C_2; t_2)$



PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: Dos capitales, C_1 y C_2 , que vencen en los momentos t_1 y t_2 respectivamente, son equivalentes cuando, valorados en un mismo momento de tiempo «t», tienen la misma cuantía...

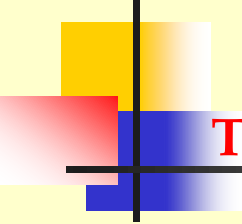
Esta definición se cumple cualquiera que sea el número de capitales que intervengan en la operación

1. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA DE CAPITALS: CONCEPTO



... en consecuencia, si dos o más capitales se dice que son equivalentes **resultará indiferente cualquiera de ellos**, no habiendo preferencia por ninguno en particular .

IMPORTANTE: Dependiendo de en qué momento del tiempo se haga la comparación el resultado será uno u otro.



TEMA 3: EQUIVALENCIA FINANCIERA DE CAPITALS

ÍNDICE

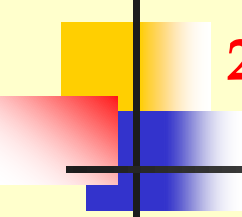
1. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA DE CAPITALS:
CONCEPTO

**2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE
EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS**

2.1. Determinación del Capital Común

2.2. Determinación del Vencimiento Común

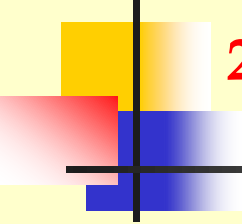
2.2. Determinación del Vencimiento Medio



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

La sustitución de un(os) capital(es) por otro u otros de vencimientos y/o cuantías diferentes a las anteriores, sólo se podrá llevar a cabo si financieramente resultan ambas alternativas EQUIVALENTES

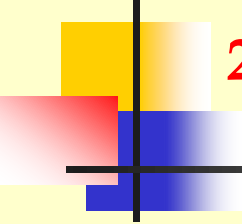
- 1º) Se tendrá que elegir una **fecha de estudio** (época o fecha focal)
- 2º) Se tendrá que **obligar** a los capitales tengan la misma cuantía



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

Acreedor y Deudor deben acordar:

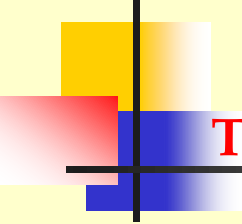
- ☐ Momento del tiempo a partir del cual se computan los vencimientos
- ☐ Momento en el cual se realiza la equivalencia
- ☐ Tanto de valoración de la operación
- ☐ Capitalización o descuento



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

Casos posibles para sustituir capitales:

- ☐ Determinar un CAPITAL COMÚN
- ☐ Determinar un VENCIMIENTO COMÚN
- ☐ Determinar un VENCIMIENTO MEDIO



TEMA 3: EQUIVALENCIA FINANCIERA DE CAPITALS

ÍNDICE

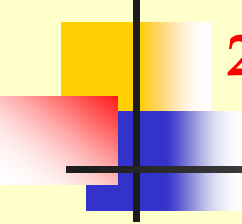
1. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA DE CAPITALS:
CONCEPTO

**2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE
EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS**

2.1. Determinación del Capital Común

2.2. Determinación del Vencimiento Común

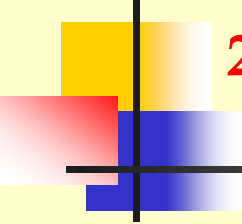
2.2. Determinación del Vencimiento Medio



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

El capital común es la cuantía C de un **capital único** que vence en el momento t , conocido, y que sustituye a varios capitales $C_1, C_2, \dots, C_n$, con vencimientos en $t_1, t_2, \dots, t_n$, respectivamente, todos ellos conocidos en cuantías y tiempos.



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

**CAPITAL
COMÚN
(C)**

Estudio en el
Momento 0

- ❖ DESCUENTO RACIONAL
(Valorado a tipo de interés «i»)
- ❖ DESCUENTO COMERCIAL
(Valorado a tipo de interés «d»)

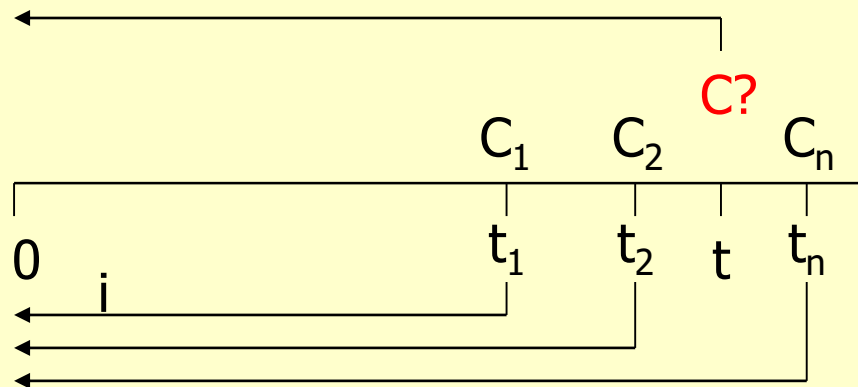
Estudio en el
Momento «t»

- ❖ DESCUENTO RACIONAL
(Valorado a tipo de interés «i»)
- ❖ DESCUENTO COMERCIAL
(Valorado a tipo de interés «d»)

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

MOMENTO «0» TIPO DE INTERÉS «i»



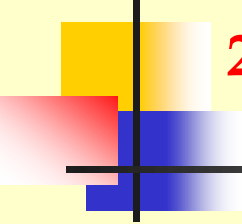
$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

Para actualizar:

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \cdot i}$$

$$\frac{C_1}{1 + t_1 \cdot i} + \frac{C_2}{1 + t_2 \cdot i} + \dots + \frac{C_n}{1 + t_n \cdot i} = \frac{C}{1 + t \cdot i}$$

Nota: El tiempo tiene que ir expresado en las mismas unidades que el tipo de interés



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

MOMENTO «0», TIPO DE INTERÉS «i»

$$\frac{C_1}{1+t_1 \cdot i} + \frac{C_2}{1+t_2 \cdot i} + \dots + \frac{C_n}{1+t_n \cdot i} = \frac{C}{1+t \cdot i}$$

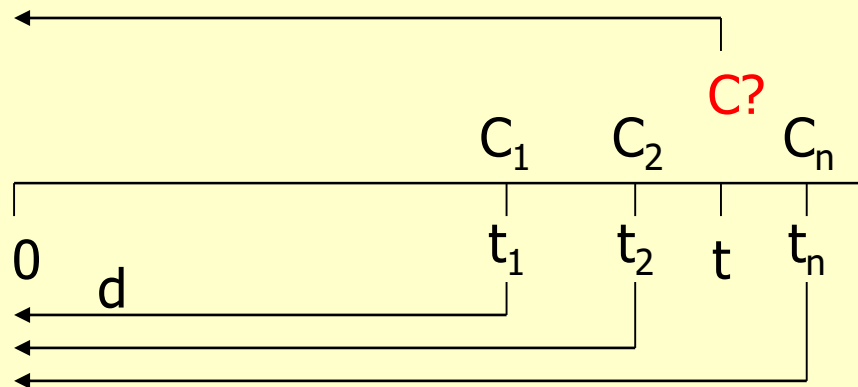
Despejando C:

$$\begin{aligned} C &= \left[\frac{C_1}{1+t_1 \cdot i} + \frac{C_2}{1+t_2 \cdot i} + \dots + \frac{C_n}{1+t_n \cdot i} \right] \cdot (1+t \cdot i) \\ &= \left[\sum_{s=1}^n \frac{C_s}{1+t_s \cdot i} \right] \cdot (1+t \cdot i) \end{aligned}$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

MOMENTO «0», TIPO DE DESCUENTO «d»

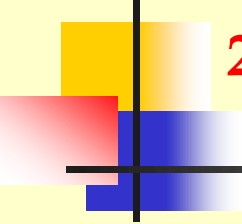


Para actualizar:

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_1 \cdot (1 - t_1 \cdot d) + C_2 \cdot (1 - t_2 \cdot d) + \dots + C_n \cdot (1 - t_n \cdot d) = C \cdot (1 - t \cdot d)$$

Nota: El tiempo tiene que ir expresado en las mismas unidades que el tipo de interés



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

MOMENTO «0», TIPO DE DESCUENTO «d»

$$C_1 \cdot (1 - t_1 \cdot d) + C_2 \cdot (1 - t_2 \cdot d) + \dots + C_n \cdot (1 - t_n \cdot d) = C \cdot (1 - t \cdot d)$$

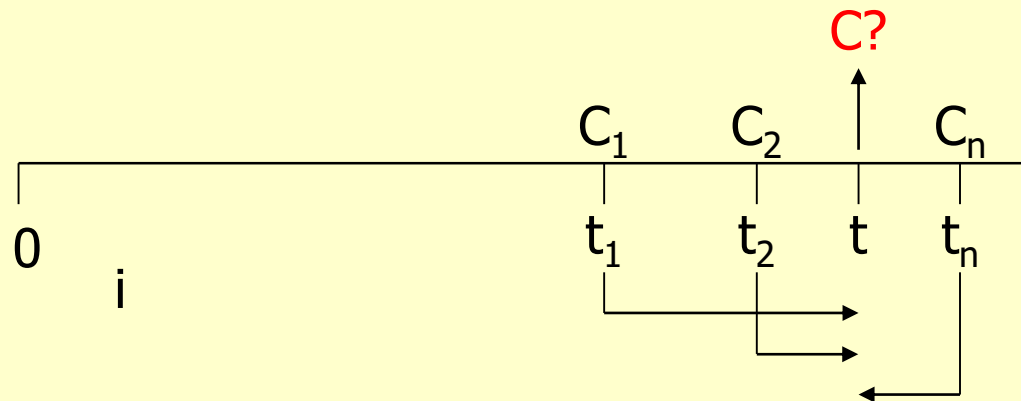
Despejando C:

$$C = \frac{C_1 \cdot (1 - t_1 \cdot d) + C_2 \cdot (1 - t_2 \cdot d) + \dots + C_n \cdot (1 - t_n \cdot d)}{1 - t \cdot d} =$$
$$= \frac{\sum_{s=1}^n C_s \cdot (1 - t_s \cdot d)}{1 - t \cdot d}$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

MOMENTO «t», TIPO DE INTERÉS «i»



Para capitalizar:

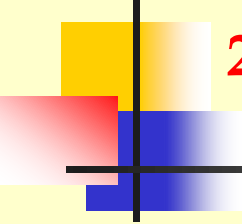
$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

Para actualizar:

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \cdot i}$$

$$C_1 \cdot [1 + (t - t_1) \cdot i] + C_2 \cdot [1 + (t - t_2) \cdot i] + \dots + \frac{C_n}{1 + (t_n - t) \cdot i} = C$$

Nota: El tiempo tiene que ir expresado en las mismas unidades que el tipo de interés



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

MOMENTO «t», TIPO DE INTERÉS «i»

$$C_1 \cdot [1 + (t - t_1) \cdot i] + C_2 \cdot [1 + (t - t_2) \cdot i] + \dots + \frac{C_n}{1 + (t_n - t) \cdot i} = C$$

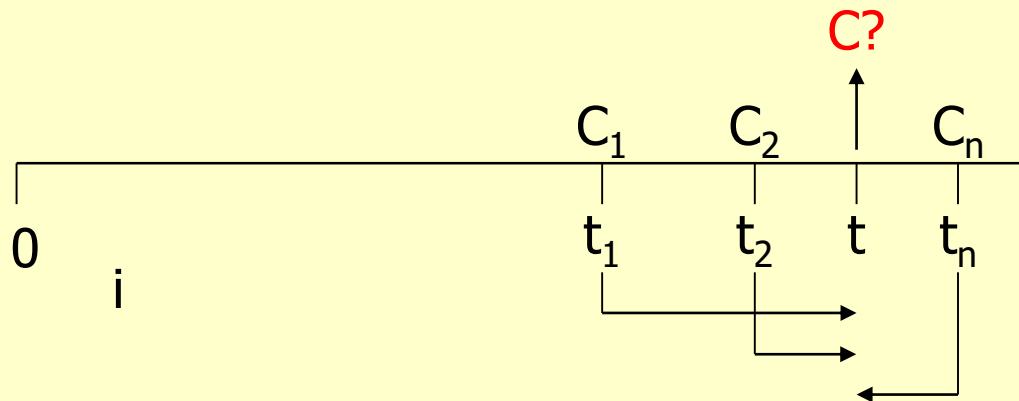
Despejando C:

$$C = C_1 \cdot [1 + (t - t_1) \cdot i] + C_2 \cdot [1 + (t - t_2) \cdot i] + \dots + \frac{C_n}{1 + (t_n - t) \cdot i}$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

MOMENTO «t», TIPO DE DESCUENTO «d»



Para capitalizar:

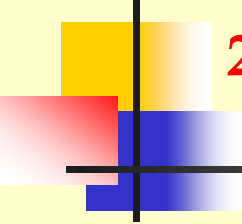
$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

Para actualizar:

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_1 \cdot [1 + (t - t_1) \cdot i] + C_2 \cdot [1 + (t - t_2) \cdot i] + \dots + C_n \cdot [1 - (t - t_n) \cdot d] = C$$

Nota: El tiempo tiene que ir expresado en las mismas unidades que el tipo de interés



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

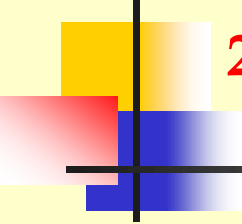
2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

MOMENTO «t», TIPO DE DESCUENTO «d»

$$C_1 \cdot [1 + (t - t_1) \cdot i] + C_2 \cdot [1 + (t - t_2) \cdot i] + \dots + C_n \cdot [1 - (t - t_n) \cdot d] = C$$

Despejando C:

$$C = C_1 \cdot [1 + (t - t_1) \cdot i] + C_2 \cdot [1 + (t - t_2) \cdot i] + \dots + C_n \cdot [1 - (t - t_n) \cdot d]$$



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

Ejemplo 1:

$C_1 = 2.000€$

$t_1 = 6$ meses

$C_2 = 4.000€$

$t_2 = 8$ meses

$C_3 = 5.000€$

$t_3 = 10$ meses

$t = 9$ meses

C?

$i = 8\%$ simple anual

2 CASOS:

- Fecha de estudio 0
- Fecha de estudio $t = 9$ meses

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

Ejemplo 1:

$C_1 = 2.000\text{€}$

$t_1 = 6$ meses

$C_2 = 4.000\text{€}$

$t_2 = 8$ meses

$C_3 = 5.000\text{€}$

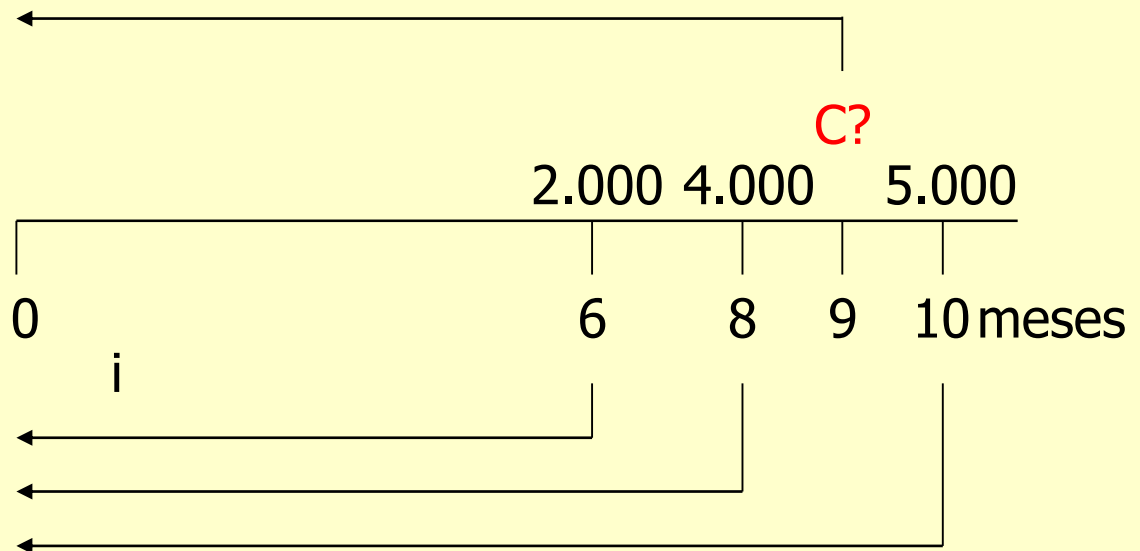
$t_3 = 10$ meses

$t = 9$ meses

C?

$i = 8\%$ simple anual

MOMENTO $t=0$, TIPO DE INTERÉS « i »



$$\frac{C_1}{1 + t_1 \cdot i} + \frac{C_2}{1 + t_2 \cdot i} + \dots + \frac{C_n}{1 + t_n \cdot i} = \frac{C}{1 + t \cdot i}$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

Ejemplo 1: MOMENTO $t=0$, TIPO DE INTERÉS « i »

Despejando C y sustituyendo los datos:

$$\begin{aligned} C &= \left[\frac{C_1}{1+t_1 \cdot i} + \frac{C_1}{1+t_2 \cdot i} + \dots + \frac{C_1}{1+t_n \cdot i} \right] \cdot (1+t \cdot i) = \left[\sum_{s=1}^n \frac{C_s}{1+t_s \cdot i} \right] \cdot (1+t \cdot i) = \\ &= \left[\frac{2.000}{1+\frac{6}{12} \cdot 0,08} + \frac{4.000}{1+\frac{8}{12} \cdot 0,08} + \frac{5.000}{1+\frac{10}{12} \cdot 0,08} \right] \cdot \left(1 + \frac{9}{12} \cdot 0,08 \right) = 10.408,04528 \cdot 1,06 = \\ &= 11.032,53\text{€} \end{aligned}$$

$$C = 11.032,53\text{€}$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

Ejemplo 1:

MOMENTO $t=9$, TIPO DE INTERÉS « i »

$C_1=2.000\text{€}$

$t_1=6$ meses

$C_2=4.000\text{€}$

$t_2=8$ meses

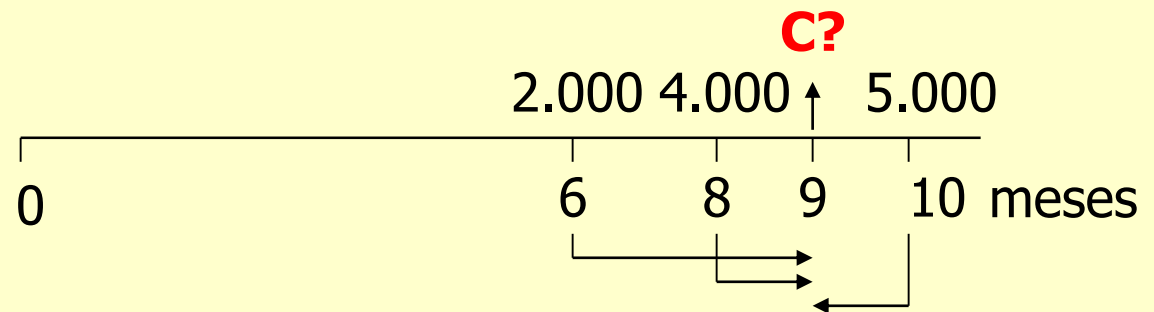
$C_3=5.000\text{€}$

$t_3=10$ meses

$t=9$ meses

$C?$

$i=8\%$ simple anual



$$C_1 \cdot [1 + (t - t_1) \cdot i] + C_2 \cdot [1 + (t - t_2) \cdot i] + \dots + \frac{C_n}{1 + (t_n - t) \cdot i} = C$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

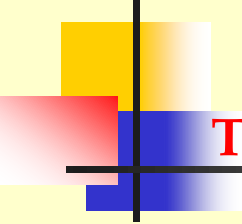
2.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

Ejemplo 1: MOMENTO $t=9$, TIPO DE INTERÉS « i »

Despejando C y sustituyendo los datos:

$$\begin{aligned} C &= C_1 \cdot [1 + (t - t_1) \cdot i] + C_2 \cdot [1 + (t - t_2) \cdot i] + \dots + \frac{C_n}{1 + (t_n - t) \cdot i} = \\ &= 2.000 \cdot \left[1 + \frac{(9 - 6)}{12} \cdot 0,08 \right] + 4.000 \cdot \left[1 + \frac{(9 - 8)}{12} \cdot 0,08 \right] + \frac{5.000}{1 + \frac{(10 - 9)}{12} \cdot 0,08} = \\ &= 11.033,55\text{€} \end{aligned}$$

$$C = 11.033,55\text{€}$$



TEMA 3: EQUIVALENCIA FINANCIERA DE CAPITALS

ÍNDICE

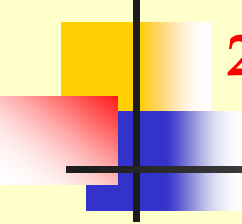
1. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA DE CAPITALS:
CONCEPTO

**2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE
EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS**

2.1. Determinación del Capital Común

2.2. Determinación del Vencimiento Común

2.2. Determinación del Vencimiento Medio



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

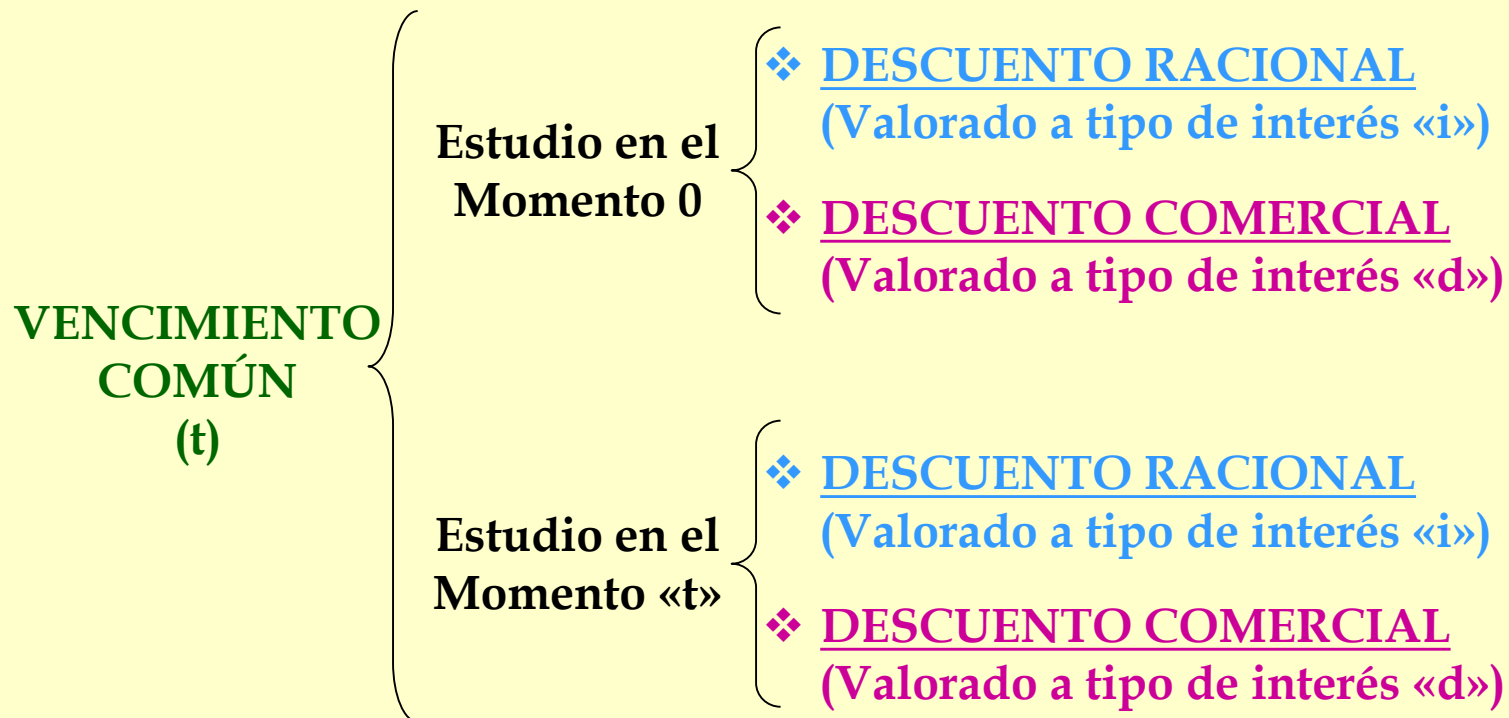
2.2. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO COMÚN

El vencimiento común es el **momento de tiempo t en que vence un capital único C** , conocido, que sustituye a varios capitales $C_1, C_2, \dots, C_n$, con vencimientos en $t_1, t_2, \dots, t_n$, respectivamente, todos ellos conocidos. Se tiene que cumplir:

$$C \neq C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.2. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO COMÚN

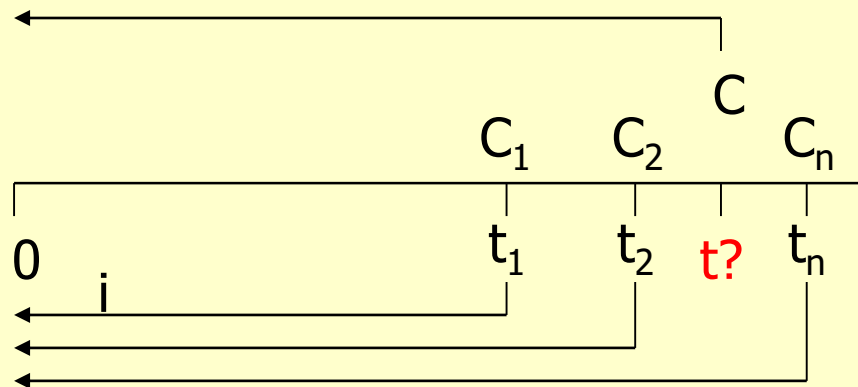


Nota: No desarrollaremos todos y cada uno de los casos, ya que se procede de igual forma que en el capital común, salvo que ahora la incógnita a despejar es el vencimiento común «t»

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.2. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO COMÚN

MOMENTO «0», TIPO DE INTERÉS «i»



$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

Para actualizar:

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \cdot i}$$

$$\frac{C_1}{1 + t_1 \cdot i} + \frac{C_2}{1 + t_2 \cdot i} + \dots + \frac{C_n}{1 + t_n \cdot i} = \frac{C}{1 + t \cdot i}$$

Nota: El tiempo tiene que ir expresado en las mismas unidades que el tipo de interés

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.2. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO COMÚN

MOMENTO «0», TIPO DE INTERÉS «i»

$$\frac{C_1}{1+t_1 \cdot i} + \frac{C_2}{1+t_2 \cdot i} + \dots + \frac{C_n}{1+t_n \cdot i} = \frac{C}{1+t \cdot i}$$

Despejando t:

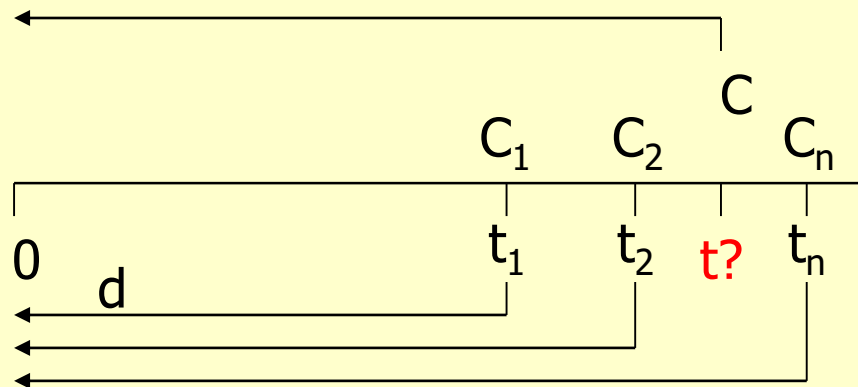
$$C = \left[\sum_{s=1}^n \frac{C_s}{1+t_s \cdot i} \right] \cdot (1+t \cdot i) \Rightarrow 1+t \cdot i = \frac{C}{\sum_{s=1}^n \frac{C_s}{1+t_s \cdot i}} \Rightarrow t \cdot i = \frac{C}{\sum_{s=1}^n \frac{C_s}{1+t_s \cdot i}} - 1$$

$$t = \frac{\frac{C}{\sum_{s=1}^n \frac{C_s}{1+t_s \cdot i}} - 1}{i}$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.2. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO COMÚN

MOMENTO «0», TIPO DE DESCUENTO «d»

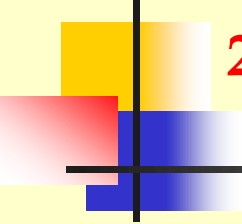


Para actualizar:

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_1 \cdot (1 - t_1 \cdot d) + C_2 \cdot (1 - t_2 \cdot d) + \dots + C_n \cdot (1 - t_n \cdot d) = C \cdot (1 - t \cdot d)$$

Nota: El tiempo tiene que ir expresado en las mismas unidades que el tipo de interés



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.2. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO COMÚN

MOMENTO «0», TIPO DE DESCUENTO «d»

$$C_1 \cdot (1 - t_1 \cdot d) + C_2 \cdot (1 - t_2 \cdot d) + \dots + C_n \cdot (1 - t_n \cdot d) = C \cdot (1 - t \cdot d)$$

Despejando t:

$$\begin{aligned} \sum_{S=1}^n C_S - d \cdot \sum_{S=1}^n C_S \cdot t_S &= C - C \cdot t \cdot d \Rightarrow \sum_{S=1}^n C_S - d \cdot \sum_{S=1}^n C_S \cdot t_S - C = -C \cdot t \cdot d \Rightarrow \\ \Rightarrow -\sum_{S=1}^n C_S + d \cdot \sum_{S=1}^n C_S \cdot t_S + C &= C \cdot t \cdot d \Rightarrow C - \sum_{S=1}^n C_S + d \cdot \sum_{S=1}^n C_S \cdot t_S = C \cdot t \cdot d \end{aligned}$$

$$t = \frac{C - \sum_{S=1}^n C_S + d \cdot \sum_{S=1}^n C_S \cdot t_S}{C \cdot d}$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.2. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO COMÚN

Ejemplo 2:

$C_1 = 2.000€$

$t_1 = 6$ meses

$C_2 = 4.000€$

$t_2 = 8$ meses

$C_3 = 5.000€$

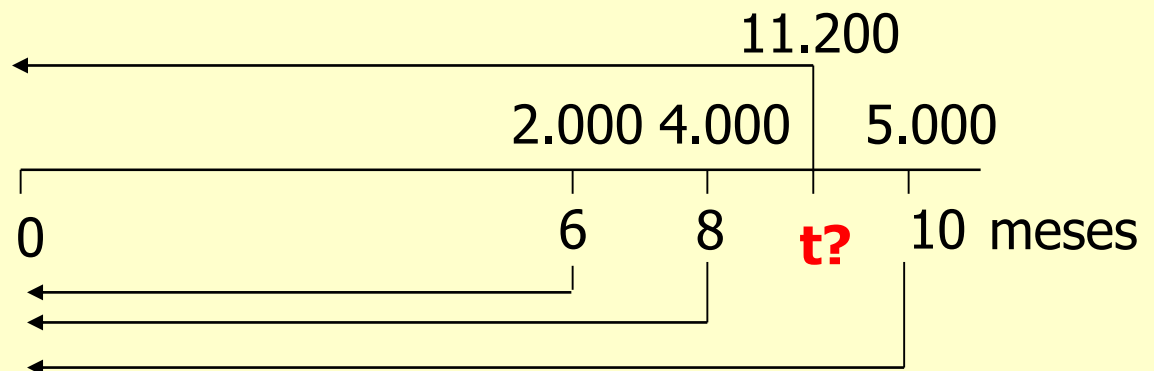
$t_3 = 10$ meses

$C = 11.200€$

$t?$

$i = 8\%$ simple anual

MOMENTO $t=0$, TIPO DE INTERÉS « i »



$$\frac{C_1}{1 + t_1 \cdot i} + \frac{C_2}{1 + t_2 \cdot i} + \dots + \frac{C_n}{1 + t_n \cdot i} = \frac{C}{1 + t \cdot i}$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.2. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO COMÚN

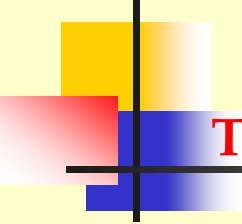
Ejemplo 2: MOMENTO $t=0$, TIPO DE INTERÉS « i »
Despejando t y sustituyendo los datos:

$$t = \frac{\frac{C}{\sum_{s=1}^n \frac{C_s}{1 + t_s \cdot i}} - 1}{i} = \frac{\frac{11.200}{1 + \frac{6}{12} \cdot 0,08} + \frac{4.000}{1 + \frac{8}{12} \cdot 0,08} + \frac{5.000}{1 + \frac{10}{12} \cdot 0,08}}{0,08} - 1$$

$$= \frac{0,07609063}{0,00667} = 0,951133 \text{ años}$$

Pasamos los años a meses multiplicando el tiempo anterior por 12 meses que tiene un año:

$$t = 0,951133 \cdot 12 = 11,41 \text{ meses}$$



TEMA 3: EQUIVALENCIA FINANCIERA DE CAPITALS

ÍNDICE

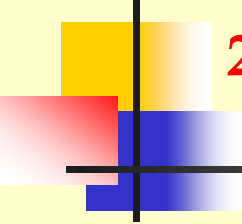
1. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA DE CAPITALS:
CONCEPTO

**2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE
EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS**

2.1. Determinación del Capital Común

2.2. Determinación del Vencimiento Común

2.2. Determinación del Vencimiento Medio



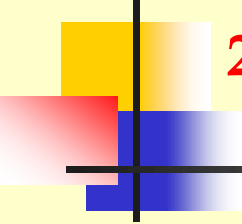
2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.3. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO MEDIO

El vencimiento medio es el **momento de tiempo t en que vence un capital único C , conocido**, que sustituye a varios capitales $C_1, C_2, \dots, C_n$, con vencimientos en $t_1, t_2, \dots, t_n$, respectivamente, todos ellos conocidos.

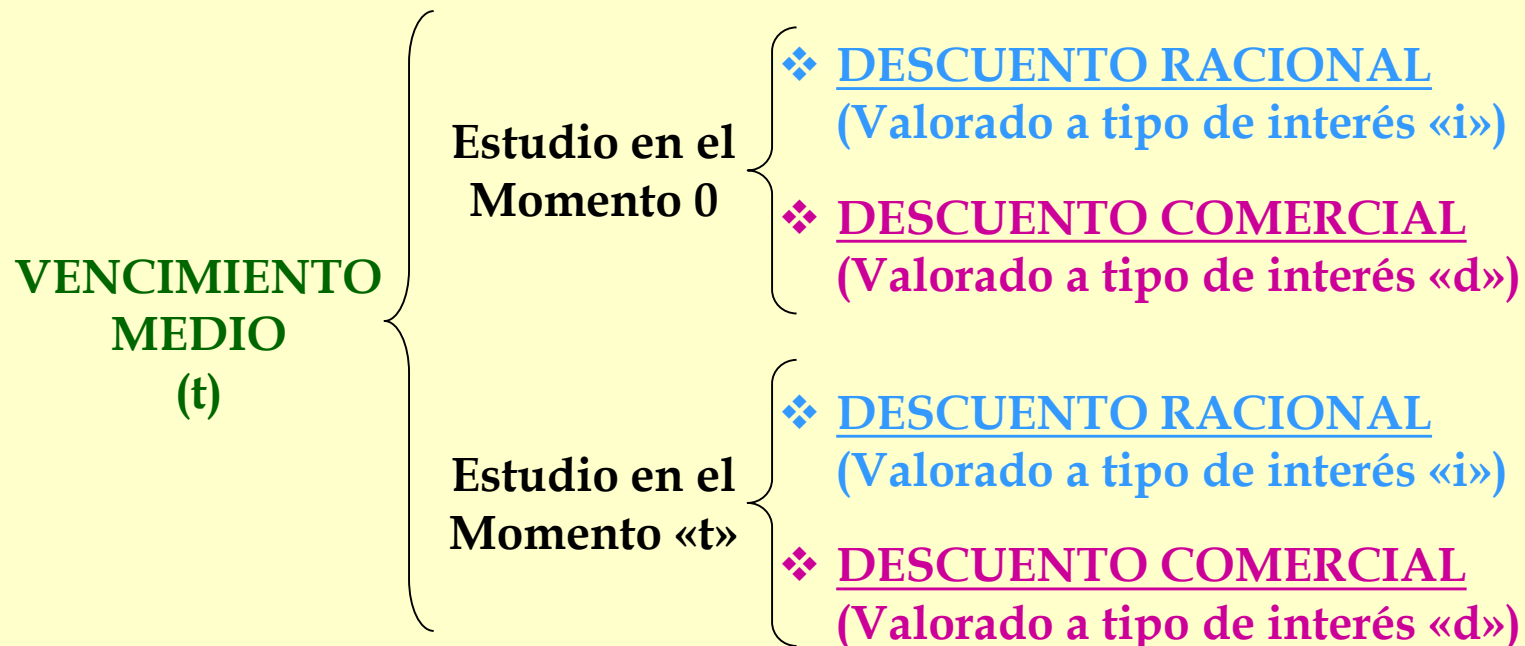
Se tiene que cumplir:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

2.3. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO MEDIO

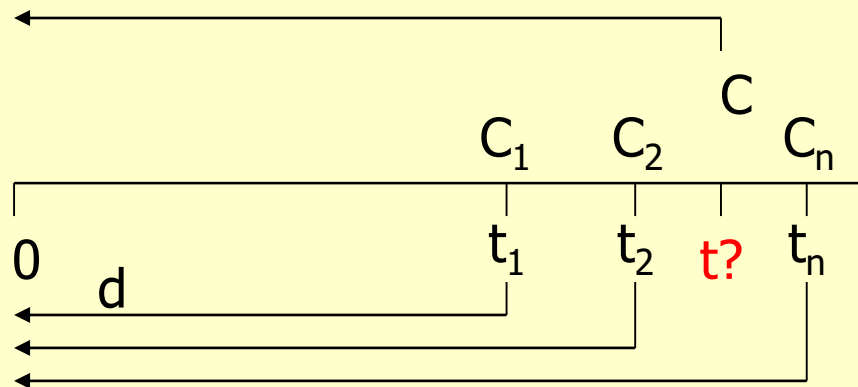


Nota: El cálculo es idéntico al vencimiento común, lo único que varía es la cuantía del capital único que sustituye al conjunto de capitales de los que se parte, que ahora debe ser igual a la suma aritmética de las cuantías a las que sustituye

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALER

2.3. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO MEDIO

MOMENTO «0», TIPO DE DESCUENTO «d»

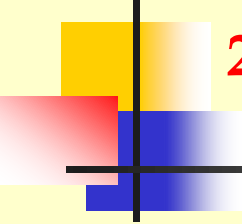


Para actualizar:

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_1 \cdot (1 - t_1 \cdot d) + C_2 \cdot (1 - t_2 \cdot d) + \dots + C_n \cdot (1 - t_n \cdot d) = C \cdot (1 - t \cdot d)$$

Nota: El tiempo tiene que ir expresado en las mismas unidades que el tipo de interés



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.3. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO MEDIO

MOMENTO «0», TIPO DE DESCUENTO «d»

$$C_1 \cdot (1 - t_1 \cdot d) + C_2 \cdot (1 - t_2 \cdot d) + \dots + C_n \cdot (1 - t_n \cdot d) = C \cdot (1 - t \cdot d)$$

Despejando t:

$$C_1 + C_2 + \dots + C_n - d \cdot (C_1 \cdot t_1 + C_2 \cdot t_2 + \dots + C_n \cdot t_n) = C - C \cdot t \cdot d$$

$$C - d \cdot (C_1 \cdot t_1 + C_2 \cdot t_2 + \dots + C_n \cdot t_n) = C - C \cdot t \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -d \cdot (C_1 \cdot t_1 + C_2 \cdot t_2 + \dots + C_n \cdot t_n) = -C \cdot t \cdot d \Rightarrow -d \cdot \sum_{s=1}^n C_s \cdot t_s = -C \cdot t \cdot d$$

$$t = \frac{\sum_{s=1}^n C_s \cdot t_s}{C}$$

2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.3. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO MEDIO

Ejemplo 3:

$C_1 = 2.000\text{€}$

$t_1 = 6$ meses

$C_2 = 4.000\text{€}$

$t_2 = 8$ meses

$C_3 = 5.000\text{€}$

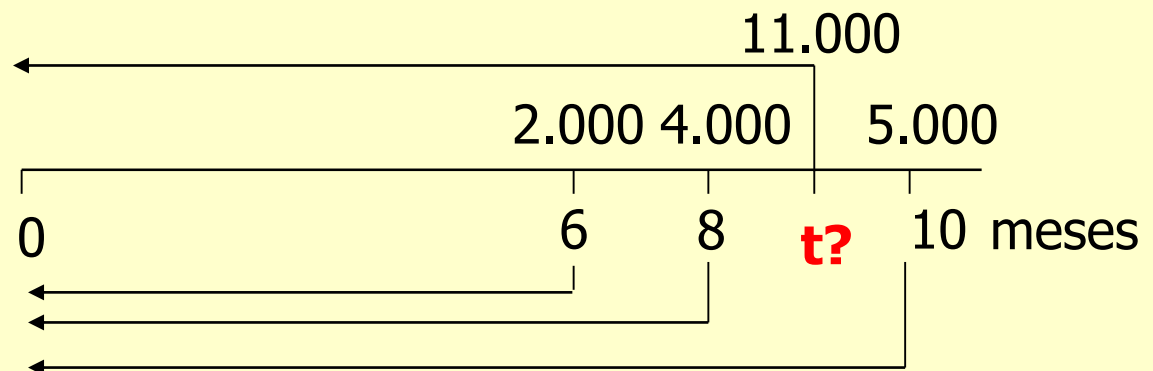
$t_3 = 10$ meses

$C = 11.000\text{€}$

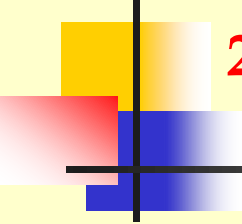
$t?$

$d = 8\%$ simple anual

MOMENTO $t=0$, TIPO DE DESCUENTO «d»



$$C_1 \cdot (1 - t_1 \cdot d) + C_2 \cdot (1 - t_2 \cdot d) + \dots + C_n \cdot (1 - t_n \cdot d) = C \cdot (1 - t \cdot d)$$



2. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

2.3. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO MEDIO

Ejemplo 3:

MOMENTO $t=0$, TIPO DE DESCUENTO «d»

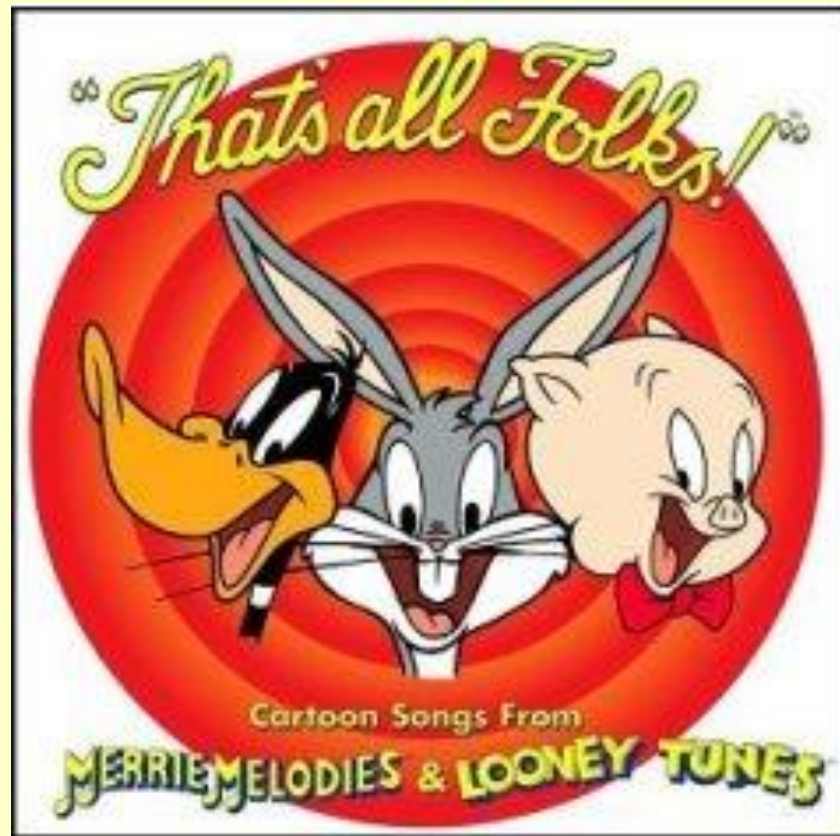
Despejando t y sustituyendo los datos:

$$t = \frac{\sum_{s=1}^n C_s \cdot t_s}{C} = \frac{2.000 \cdot \frac{6}{12} + 4.000 \cdot \frac{8}{12} + 5.000 \cdot \frac{10}{12}}{11.000} = 0,712121 \text{ años}$$

Pasamos los años a meses multiplicando el tiempo anterior por 12 meses que tiene un año:

$$t = 0,712121 \cdot 12 = 8,55 \text{ meses}$$

TEMA 3: EQUIVALENCIA FINANCIERA DE CAPITALS



PARTE 1: INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS. LAS LEYES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN

TEMA 1: Introducción a la Matemática Financiera.
Conceptos Básicos

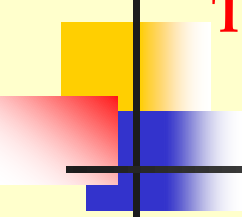
TEMA 2: Capitalización Simple

TEMA 3: Equivalencia Financiera de Capitales

TEMA 4: Aplicaciones de la Capitalización Simple:
Letra de Cambio y Cuenta Corriente

TEMA 5: Capitalización Compuesta





TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

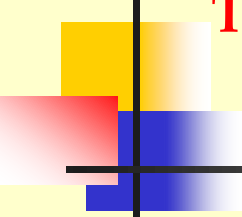
ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

- 1.1. Concepto de Descuento de Efectos
- 1.2. Clasificación de los Descuentos
- 1.3. Cálculo Financiero del Descuento
- 1.4. Letra de Vuelta
- 1.5. Letra de Resaca o Renovación
- 1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

- 2.1. Definición de Cuenta Corriente
- 2.2. Clases de Cuentas Corrientes
- 2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes
 - 2.3.1. Método Directo
 - 2.3.2. Método Indirecto
 - 2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos



TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.1. Concepto de Descuento de Efectos

1.2. Clasificación de los Descuentos

1.3. Cálculo Financiero del Descuento

1.4. Letra de Vuelta

1.5. Letra de Resaca o Renovación

1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

2.1. Definición de Cuenta Corriente

2.2. Clases de Cuentas Corrientes

2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes

2.3.1. Método Directo

2.3.2. Método Indirecto

2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos



1. DESCUENTO DE EFECTOS

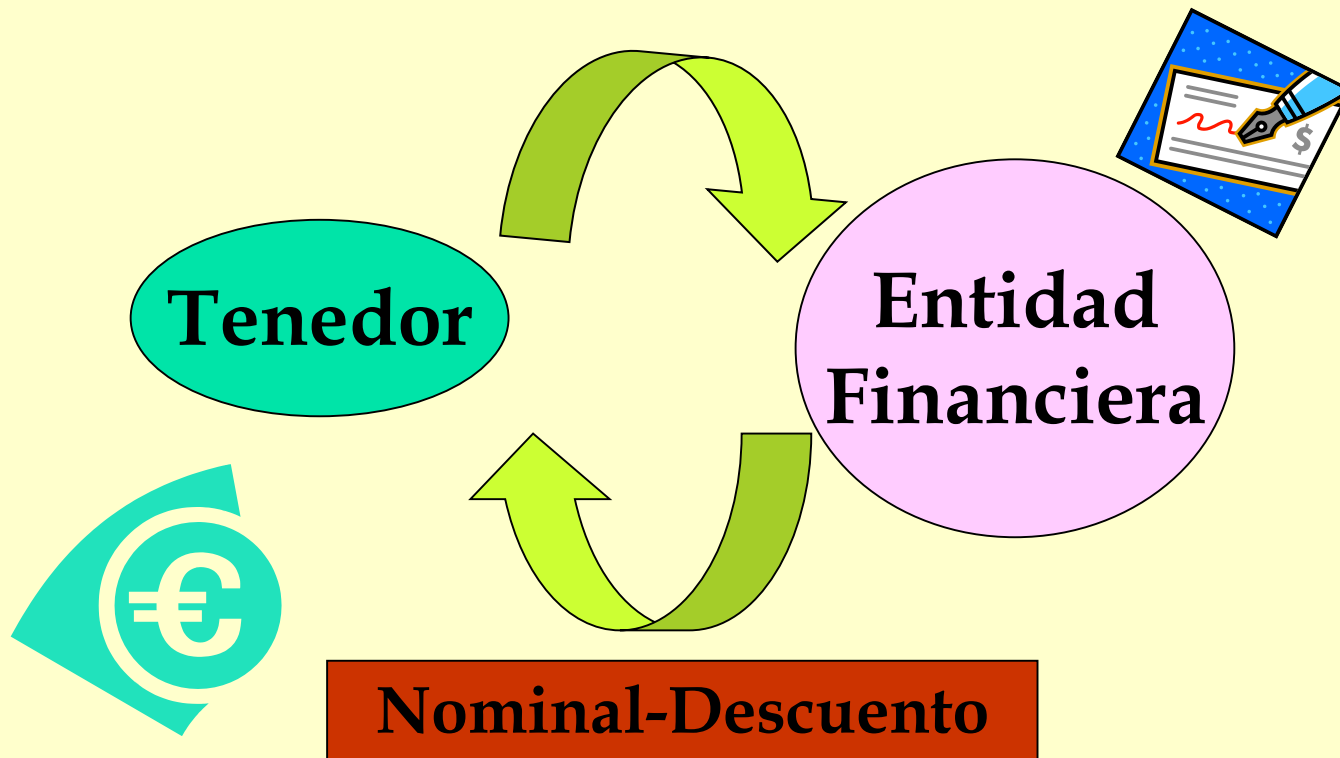
1.1. CONCEPTO DE DESCUENTO DE EFECTOS

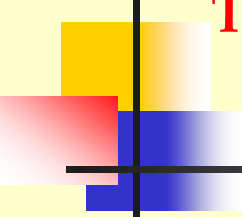
El descuento bancario es una operación financiera que consiste en la presentación de un título de crédito en una entidad financiera para que ésta **anticipe** su importe y gestione su cobro.

TÍTULO DE CRÉDITO: Documento que expresa en su contenido, un derecho literal y autónomo, y que con solo poseer ese soporte material (el documento) puede ejecutarse, sin probar los hechos que determinaron su emisión. Son ejemplos de títulos de crédito, las **acciones de sociedades anónimas**, los **pagarés** y los **cheques**.

1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.1. CONCEPTO DE DESCUENTO DE EFECTOS





TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.1. Concepto de Descuento de Efectos

1.2. Clasificación de los Descuentos

1.3. Cálculo Financiero del Descuento

1.4. Letra de Vuelta

1.5. Letra de Resaca o Renovación

1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

2.1. Definición de Cuenta Corriente

2.2. Clases de Cuentas Corrientes

2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes

2.3.1. Método Directo

2.3.2. Método Indirecto

2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos



1. DESCUENTO DE EFECTOS

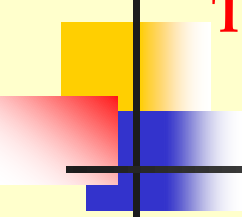
1.2. CLASIFICACIÓN DE LOS DESCUENTOS

TIPOS DE DESCUENTOS

**DESCUENTO
BANCARIO**
(Título=Letra de
Cambio)

- ❖ **DESCUENTO COMERCIAL**
(La letra procede de la actividad
comercial habitual del cedente)
- ❖ **DESCUENTO FINANCIERO**
(Las letras proceden de un
préstamo concedido al cliente)

**DESCUENTO
NO CAMBIARIO**
(Título≠Letra de
Cambio)



TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.1. Concepto de Descuento de Efectos

1.2. Clasificación de los Descuentos

1.3. Cálculo Financiero del Descuento

1.4. Letra de Vuelta

1.5. Letra de Resaca o Renovación

1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

2.1. Definición de Cuenta Corriente

2.2. Clases de Cuentas Corrientes

2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes

2.3.1. Método Directo

2.3.2. Método Indirecto

2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos



1. DESCUENTO DE EFECTOS

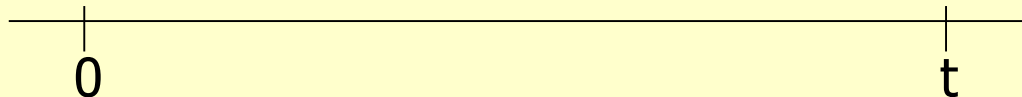
1.3. CÁLCULO FINANCIERO DEL DESCUENTO

NOMINAL: Importe de la Letra de Cambio

EFFECTIVO
O LÍQUIDO: Importe anticipado por la Entidad al Cliente

Efectivo (E)

Nominal (N)



$$E = N - \text{Descuento (D)}$$

$$D = \text{Intereses} + \text{Comisiones} + \text{Otros Gastos}$$



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.3. CÁLCULO FINANCIERO DEL DESCUENTO

1. Intereses:

$$\text{Intereses} = N \cdot \frac{t}{360} \cdot d$$

siendo:

$N \equiv$ Nominal del efecto

$t \equiv$ Número de días que el banco anticipa el efecto

$d \equiv$ Tipo de descuento anual, en tanto por uno



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.3. CÁLCULO FINANCIERO DEL DESCUENTO

2. Comisiones, quebranto o daño:

Se escoge la **mayor** entre:

- Un porcentaje sobre el nominal
- Una cantidad fija que se pone como mínimo

3. Otros gastos o suplidos:

Se trata de gastos muy variados que pueden ser:

- Gastos de correo
- Timbre
- IAJD



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.3. CÁLCULO FINANCIERO DEL DESCUENTO

Ejemplo 1:

$N=3.250\text{€}$

$t=60$ días

$d=14\%$ anual

Comisión= 3‰ (mínimo 5€)

Otros Gastos=2€

E?



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.3. CÁLCULO FINANCIERO DEL DESCUENTO

Ejemplo 1:

N=3.250€

t=60 días

d=14% anual

Comisión=3‰ (mínimo 5€)

Otros Gastos=2€

E?

$$E = N - \text{Descuento (D)}$$

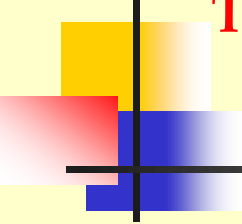
$$D = \text{Intereses} + \text{Comisiones} + \text{Otros Gastos}$$

$$\text{Intereses} = N \cdot \frac{t}{360} \cdot d = 3.250 \cdot \frac{60}{360} \cdot 0,14 = 75,83€$$

$$\text{Comisión} = 3.250 \cdot 0,003 = 9,75€ > 5€ \Rightarrow \text{Comisión} = 9,75€$$

$$\text{Otros gastos} = 2€$$

$$E = N - \text{Intereses} - \text{Comisión} - \text{Otros Gastos} = 3.250 - 75,83 - 9,75 - 2 = 3.162,42€$$



TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.1. Concepto de Descuento de Efectos

1.2. Clasificación de los Descuentos

1.3. Cálculo Financiero del Descuento

1.4. Letra de Vuelta

1.5. Letra de Resaca o Renovación

1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

2.1. Definición de Cuenta Corriente

2.2. Clases de Cuentas Corrientes

2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes

2.3.1. Método Directo

2.3.2. Método Indirecto

2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.4. LETRA DE VUELTA

La letra de vuelta es aquella que **se devuelve al cedente** al no ser atendido su pago a su vencimiento por parte del **librado**

LIBRADO: Es el **deudor**, quien debe pagar la letra de cambio cuando llegue la fecha indicada o de vencimiento.



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.4. LETRA DE VUELTA

El banco le cargará al cliente:

1. El Nominal de la letra devuelta

2. Gastos de devolución:

- ❖ Comisión de devolución
- ❖ Correo

3. Gastos de protesto:

- ❖ Comisión de protesto
- ❖ Coste del protesto



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.4. LETRA DE VUELTA

El banco le cargará al cliente:

4. Intereses:

- ❖ Si se carga en la **cuenta del cedente** el mismo día de su vencimiento **NO SE GENERAN INTERESES** adicionales a los que se cobraron la primera vez
- ❖ Si el **cedente se retrasa** en el pago al banco de la letra de vuelta, los **INTERESES** son:

$$\text{Intereses} = (N + \text{Gastos del impago}) \cdot \frac{t'}{360} \cdot i$$

siendo: $t' \equiv$ tiempo transcurrido desde el vencimiento de la letra hasta que el cedente pague.

$i \equiv$ tipo de interés anual que el banco le aplique.



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.4. LETRA DE VUELTA

Ejemplo 2:

Letra del Ejemplo 1 impagada: $N=3.250\text{€}$

Comisión de devolución= 1‰

Comisión de protesto= 2‰

Correo= $2,50\text{€}$

Efectivo adeudado al banco (E')?



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.4. LETRA DE VUELTA

Ejemplo 2:

Letra del Ejemplo 1 impagada: $N=3.250\text{€}$

Comisión de devolución= 1‰

Comisión de protesto= 2‰

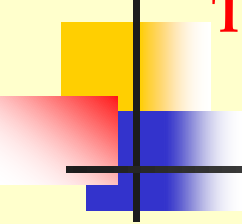
Correo= $2,50\text{€}$

Efectivo adeudado al banco (E')?

$$E' = N + \text{Gastos Devolución} + \text{Gastos Protesto}$$

$$E' = 3.250 + 3.250 \cdot 0,001 + 3.250 \cdot 0,002 + 2,50 = 3.262,25\text{€}$$

IMPORTANTE: No se le cargan intereses porque se le adeuda directamente a la cuenta del cedente el mismo día en que se produce el impago.



TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.1. Concepto de Descuento de Efectos

1.2. Clasificación de los Descuentos

1.3. Cálculo Financiero del Descuento

1.4. Letra de Vuelta

1.5. Letra de Resaca o Renovación

1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

2.1. Definición de Cuenta Corriente

2.2. Clases de Cuentas Corrientes

2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes

2.3.1. Método Directo

2.3.2. Método Indirecto

2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.5. LETRA DE RESACA O RENOVACIÓN

La letra de resaca o renovación es aquella que se emite para recuperar otra anterior que ha sido devuelta, junto con los gastos que originó su devolución.

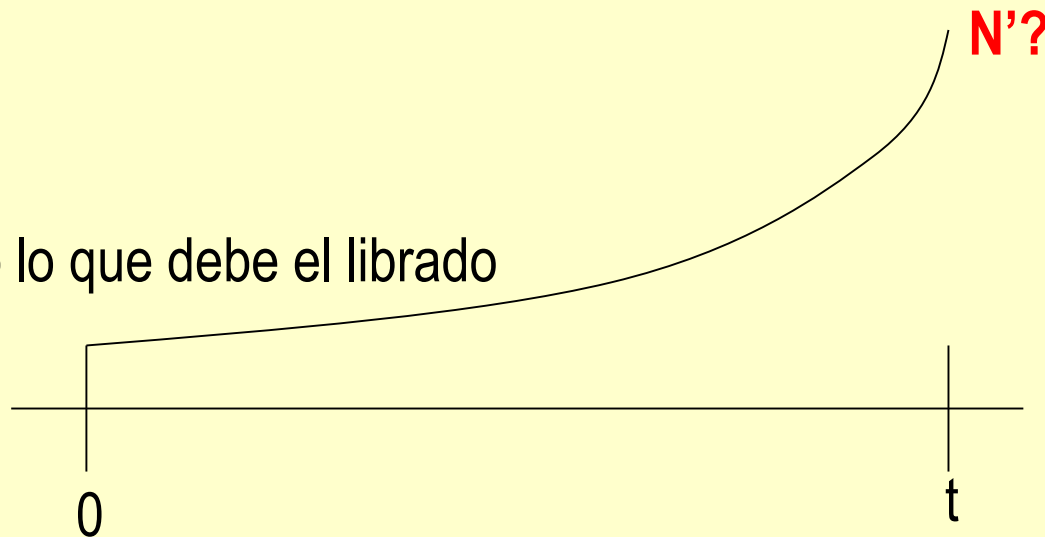
LOS GASTOS A LOS QUE SE REFIERE ESTA DEFINICIÓN: Son los que acabamos de ver, es decir, los gastos de devolución, los de protesto y los intereses, en caso de que se hayan generado.

1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.5. LETRA DE RESACA O RENOVACIÓN

PROBLEMA: Calcular el **nuevo nominal** de la una nueva letra para cobrarle al LIBRADO todo lo que debe

E' = Todo lo que debe el librado



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.5. LETRA DE RESACA O RENOVACIÓN

Ejemplo 3:

Letra del Ejemplo 2 impagada: $E' = 3.262,25\text{€}$

$t = 30$ días

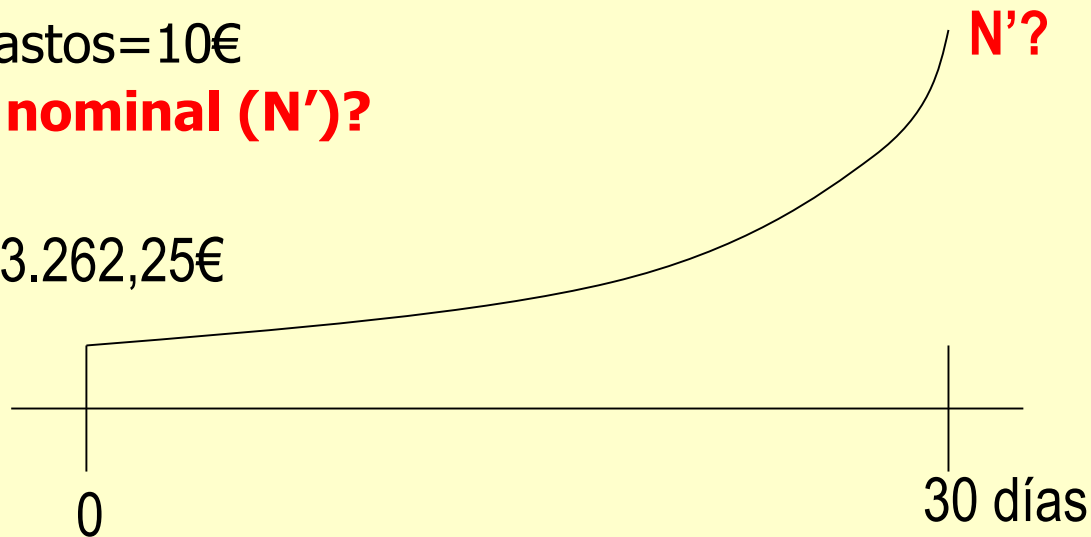
$d = 15\%$

Comisión $= 3\text{‰}$

Otros gastos $= 10\text{€}$

Nuevo nominal (N')?

$E' = 3.262,25\text{€}$





1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.5. LETRA DE RESACA O RENOVACIÓN

Ejemplo 3:

Letra del Ejemplo 2 impagada: $E' = 3.262,25\text{€}$

$t = 30$ días

$d = 15\%$

Comisión $= 3\text{‰}$

Otros gastos $= 10\text{€}$

$$E' = N' - \text{Descuento}' (D')$$

$$E' = N' - (I' + C' + OG')$$

Nuevo nominal (N')?

$$\begin{aligned} 3.262,25 &= N' - \left(N' \cdot 0,15 \cdot \frac{30}{360} + N' \cdot 0,003 + 10 \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow 3.262,25 &= N' - N' \cdot 0,15 \cdot \frac{30}{360} - N' \cdot 0,003 - 10 \end{aligned}$$



1. DESCUENTO DE EFECTOS

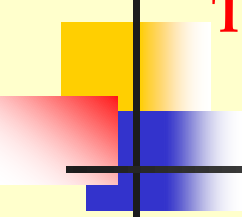
1.5. LETRA DE RESACA O RENOVACIÓN

Ejemplo 3:

$$3.262,25 = N' - \left(N' \cdot 0,15 \cdot \frac{30}{360} + N' \cdot 0,003 + 10 \right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3.262,25 = N' - N' \cdot 0,15 \cdot \frac{30}{360} - N' \cdot 0,003 - 10$$

$$3.262,25 + 10 = N' \cdot \left(1 - 0,15 \cdot \frac{30}{360} - 0,003 \right)$$

$$3.272,25 = 0,9845 \cdot N' \Rightarrow N' = \frac{3.272,25}{0,9845} \Rightarrow N' = 3.323,77\text{€}$$



TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.1. Concepto de Descuento de Efectos

1.2. Clasificación de los Descuentos

1.3. Cálculo Financiero del Descuento

1.4. Letra de Vuelta

1.5. Letra de Resaca o Renovación

1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

2.1. Definición de Cuenta Corriente

2.2. Clases de Cuentas Corrientes

2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes

2.3.1. Método Directo

2.3.2. Método Indirecto

2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.6. DESCUENTO DE UNA REMESA DE EFECTOS

Si queremos descontar más de un efecto, tenemos que calcular una **FACTURA DE NEGOCIACIÓN**:

1. Factura con todos los efectos y sus características.
2. Sumar:
 - ❖ Nominales
 - ❖ Intereses
 - ❖ Comisiones
3. Los otros gastos se consignan aparte.
4. Se resta al NOMINAL TOTAL, TODOS LOS GASTOS habidos.



1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.6. DESCUENTO DE UNA REMESA DE EFECTOS

Ejemplo 4:

Remesa:

Efecto	Nominal	Días de descuento
A	30.000	20
B	20.000	25
C	15.000	30

Tipo de descuento=12%

Comisión=5‰ (mínimo 90€)

Correo=6€/efecto

Efectivo remesa (E)?



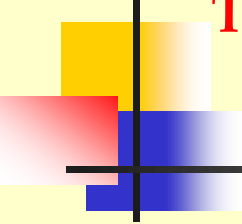
1. DESCUENTO DE EFECTOS

1.6. DESCUENTO DE UNA REMESA DE EFECTOS

Ejemplo 4:

Efecto	Nominal	Días	Tipo	Intereses	Porcentaje	Comisión	Correo
A	30.000	20	12%	200,00	5‰	150	6
B	20.000	25	12%	166,67	5‰	100	6
C	15.000	30	12%	150,00	mínimo	90	6
	65.000			516,67		340	18

$$E = N - I - C - OG = 65.000 - 516,67 - 340 - 18 = 64.125,33€$$



TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

- 1.1. Concepto de Descuento de Efectos
- 1.2. Clasificación de los Descuentos
- 1.3. Cálculo Financiero del Descuento
- 1.4. Letra de Vuelta
- 1.5. Letra de Resaca o Renovación
- 1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

2.1. Definición de Cuenta Corriente

- 2.2. Clases de Cuentas Corrientes
- 2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes
 - 2.3.1. Método Directo
 - 2.3.2. Método Indirecto
 - 2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos



2.CUENTAS CORRIENTES

2.1. DEFINICIÓN DE CUENTA CORRIENTE

Un contrato de cuenta corriente es un **acuerdo entre dos partes con relaciones comerciales frecuentes**, por el que ambas se comprometen a ir anotando el importe de las operaciones que hagan entre ellas para **liquidarlas todas juntas** en la fecha que señalen.

LAS CUENTAS CORRIENTES: Se pueden llevar entre empresas, entre particulares, y, las más frecuentes, son las que se usan **entre los bancos y sus clientes**.

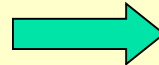


2.CUENTAS CORRIENTES

2.1. DEFINICIÓN DE CUENTA CORRIENTE

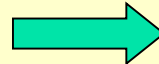
TIPOS DE
CUENTAS
CORRIENTES

CUENTA
CORRIENTE DE
DEPÓSITO

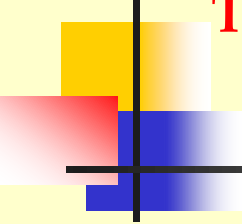


Contrato bancario por el que el titular puede ingresar fondos en una cuenta de un banco, o retirarlos total o parcialmente **sin previo aviso**.

CUENTA
CORRIENTE DE
CRÉDITO



Contrato en el que es el banco quien concede al cliente (acreditado) la **posibilidad de obtener financiación** hasta una cuantía establecida de antemano (límite del crédito).



TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

- 1.1. Concepto de Descuento de Efectos
- 1.2. Clasificación de los Descuentos
- 1.3. Cálculo Financiero del Descuento
- 1.4. Letra de Vuelta
- 1.5. Letra de Resaca o Renovación
- 1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

- 2.1. Definición de Cuenta Corriente
- 2.2. Clases de Cuentas Corrientes**
- 2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes
 - 2.3.1. Método Directo
 - 2.3.2. Método Indirecto
 - 2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos



2.CUENTAS CORRIENTES

2.2. CLASES DE CUENTAS CORRIENTES

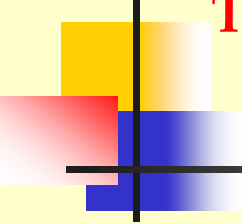
CLASES DE
CUENTAS
CORRIENTES
(de depósito)

SEGÚN SUS
TITULARES

- ❖ INDIVIDUAL
- ❖ CONJUNTA
- ❖ INDISTINTA

SEGÚN EL
DEVENGO DE LOS
INTERESES

- ❖ SIN INTERÉS
- ❖ CON INTERÉS
 - ❖ RECÍPROCO
 - ❖ NO RECÍPROCO



TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

- 1.1. Concepto de Descuento de Efectos
- 1.2. Clasificación de los Descuentos
- 1.3. Cálculo Financiero del Descuento
- 1.4. Letra de Vuelta
- 1.5. Letra de Resaca o Renovación
- 1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

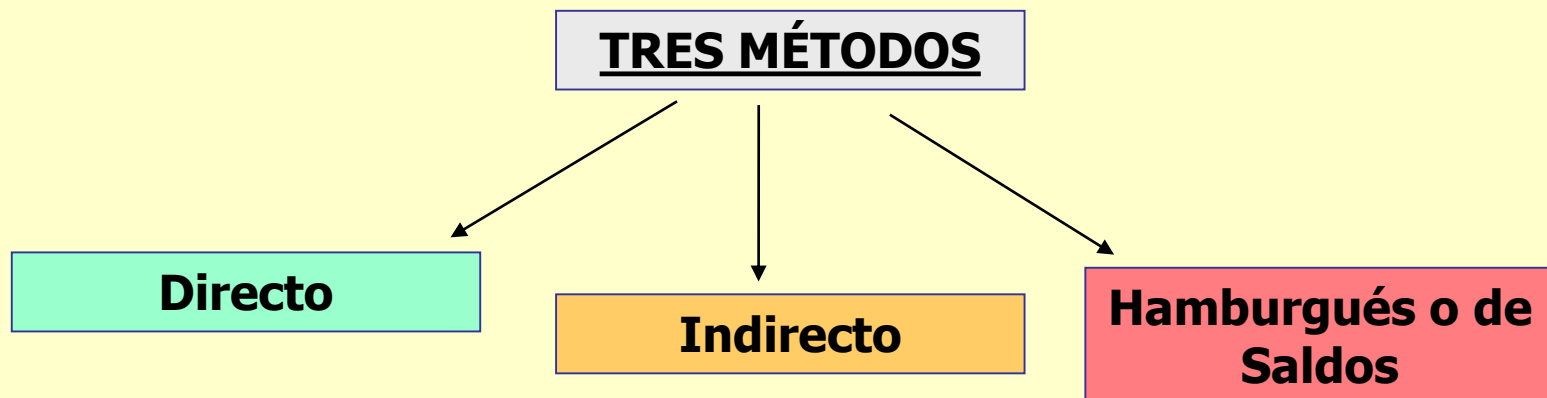
- 2.1. Definición de Cuenta Corriente
- 2.2. Clases de Cuentas Corrientes
- 2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes**
 - 2.3.1. Método Directo
 - 2.3.2. Método Indirecto
 - 2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos

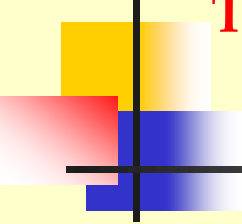


2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

PROBLEMA: Conocemos los **capitales** y el **tanto de interés**, pero no conocemos el **tiempo** para poder liquidar las cuentas corrientes





TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

- 1.1. Concepto de Descuento de Efectos
- 1.2. Clasificación de los Descuentos
- 1.3. Cálculo Financiero del Descuento
- 1.4. Letra de Vuelta
- 1.5. Letra de Resaca o Renovación
- 1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

- 2.1. Definición de Cuenta Corriente
- 2.2. Clases de Cuentas Corrientes
- 2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes**
 - 2.3.1. Método Directo**
 - 2.3.2. Método Indirecto
 - 2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos

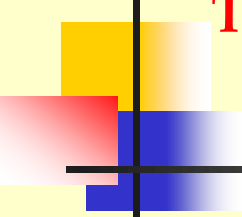


2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.1. MÉTODO DIRECTO

Considera que cada capital, **deudor o acreedor**, devenga intereses durante los días que median desde la fecha de su vencimiento hasta el momento de liquidación.



TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

- 1.1. Concepto de Descuento de Efectos
- 1.2. Clasificación de los Descuentos
- 1.3. Cálculo Financiero del Descuento
- 1.4. Letra de Vuelta
- 1.5. Letra de Resaca o Renovación
- 1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

- 2.1. Definición de Cuenta Corriente
- 2.2. Clases de Cuentas Corrientes
- 2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes**
 - 2.3.1. Método Directo
 - 2.3.2. Método Indirecto**
 - 2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos

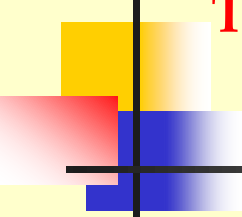


2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.2. MÉTODO INDIRECTO

Los capitales generan intereses desde la fecha en la que se originan hasta una fecha fija denominada época.
Ello supone un cálculo de intereses que no se corresponden con la realidad, por lo que cuando se conozca la fecha de liquidación deben rectificarse



TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

ÍNDICE

1. DESCUENTO DE EFECTOS

- 1.1. Concepto de Descuento de Efectos
- 1.2. Clasificación de los Descuentos
- 1.3. Cálculo Financiero del Descuento
- 1.4. Letra de Vuelta
- 1.5. Letra de Resaca o Renovación
- 1.6. Descuento de una Remesa de Efectos

2. CUENTAS CORRIENTES

- 2.1. Definición de Cuenta Corriente
- 2.2. Clases de Cuentas Corrientes
- 2.3. Liquidación de Cuentas Corrientes**
 - 2.3.1. Método Directo
 - 2.3.2. Método Indirecto
 - 2.3.3. Método Hamburgués o de Saldos**



2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.3. MÉTODO HAMBURGUÉS O DE SALDOS

Los intereses se calculan en base a los saldos que van apareciendo en la cuenta (y no en función de los capitales)



2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.3. MÉTODO HAMBURGUÉS O DE SALDOS

Pasos a Seguir:

1. Se **ordenan** las operaciones según fecha-valor .
2. Se halla la columna de **saldos** como diferencia entre el Debe y el Haber de capitales.
3. Hallar los **días**, que se cuentan de vencimiento a vencimiento, y del último vencimiento a la fecha de cierre.
4. Se calculan los **números comerciales** **multiplicando los saldos por los días** y se colocan en el Debe si el saldo es deudor, o en el Haber si el saldo es acreedor.



2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.3. MÉTODO HAMBURGUÉS O DE SALDOS

Pasos a Seguir:

5. A partir de aquí terminaremos la liquidación:

a. Cálculo del interés.

Intereses deudores = Suma de números deudores · Multiplicador fijo del banco

Intereses acreedores = Suma de números acreedores · Multiplicador fijo del cliente

El multiplicador fijo es el cociente resultante de dividir el tipo de interés de liquidación (anual) entre el total de días del año (360 ó 365).

b. Cálculo del IRC (Impuesto de Rentas de Capital) sobre los intereses acreedores.

c. Cálculo del saldo a cuenta nueva.



2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.3. MÉTODO HAMBURGUÉS O DE SALDOS

Ejemplo 5:

Liquidar por el método hamburgués:

Fecha	Concepto	Cuantía	Signo
06-05	Ingreso apertura	35.000	Haber
14-05	Cheque a compensar a su favor	20.000	Haber
23-05	Cheque c/c	5.000	Debe
11-06	Ingreso en efectivo	10.000	Haber

Fecha de liquidación: 30-junio

Comisión por apunte=3€

IRC=15%

i=6%



2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.3. MÉTODO HAMBURGUÉS O DE SALDOS

Ejemplo 5:

Fecha	Movimiento	Cuantía	Signo	SalDOS	Signo
06-05	Ingreso apertura	35.000	H	35.000	H
14-05	Cheque a compensar a su favor	20.000	H	55.000	H
23-05	Cheque c/c	5.000	D	50.000	H
11-06	Ingreso en efectivo	10.000	H	60.000	H
30-06					

2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.3. MÉTODO HAMBURGUÉS O DE SALDOS

Ejemplo 5:

Fecha	Movimiento	Cuantía	Signo	Saldos	Signo	Días
06-05	Ingreso apertura	35.000	H	35.000	H	8
14-05	Cheque a compensar a su favor	20.000	H	55.000	H	9
23-05	Cheque c/c	5.000	D	50.000	H	19
11-06	Ingreso en efectivo	10.000	H	60.000	H	19
30-06						

Número de días

Del 6 al 14 de mayo	8 días
Del 14 al 23 de mayo	9 días
Del 23 de mayo al 11 de junio	19 días
Del 11 al 30 de junio	19 días

2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.3. MÉTODO HAMBURGUÉS O DE SALDOS

Ejemplo 5:

Números acreedores

35.000 · 8	280.000
55.000 · 9	495.000
50.000 · 19	950.000
60.000 · 19	1.140.000
Total	2.865.000

Fecha	Movimiento	Cuantía	Signo	Saldos	Signo	Días	Números acreedores
06-05	Ingreso apertura	35.000	H	35.000	H	8	280.000
14-05	Cheque a compensar a su favor	20.000	H	55.000	H	9	495.000
23-05	Cheque c/c	5.000	D	50.000	H	19	950.000
11-06	Ingreso en efectivo	10.000	H	60.000	H	19	1.140.000
30-06						55	2.865.000



2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.3. MÉTODO HAMBURGUÉS O DE SALDOS

Fecha	Movimiento	Cuantía	Signo	Saldos	Signo	Días	Números acreedores
06-05	Ingreso apertura	35.000	H	35.000	H	8	280.000
14-05	Cheque a compensar a su favor	20.000	H	55.000	H	9	495.000
23-05	Cheque c/c	5.000	D	50.000	H	19	950.000
11-06	Ingreso en efectivo	10.000	H	60.000	H	19	1.140.000
30-06						55	2.865.000

Cálculo de los números comerciales acreedores:

Intereses acreedores = Suma de números acreedores · Multiplicador fijo del cliente

$$\text{Intereses acreedores} = 2.865.000 \cdot \frac{0,06}{365} = 470,96\text{€}$$



2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.3. MÉTODO HAMBURGUÉS O DE SALDOS

Fecha	Movimiento	Cuantía	Signo	Saldos	Signo	Días	Números acreedores
06-05	Ingreso apertura	35.000	H	35.000	H	8	280.000
14-05	Cheque a compensar a su favor	20.000	H	55.000	H	9	495.000
23-05	Cheque c/c	5.000	D	50.000	H	19	950.000
11-06	Ingreso en efectivo	10.000	H	60.000	H	19	1.140.000
30-06						55	2.865.000

Retención de impuestos:

Retención impuestos = 15% de 470,96 = 70,64€

Comisión de administración:

Comisión de administración = 3 · 4 = 12€



2.CUENTAS CORRIENTES

2.3. LIQUIDACIÓN DE CUENTAS CORRIENTES

2.3.3. MÉTODO HAMBURGUÉS O DE SALDOS

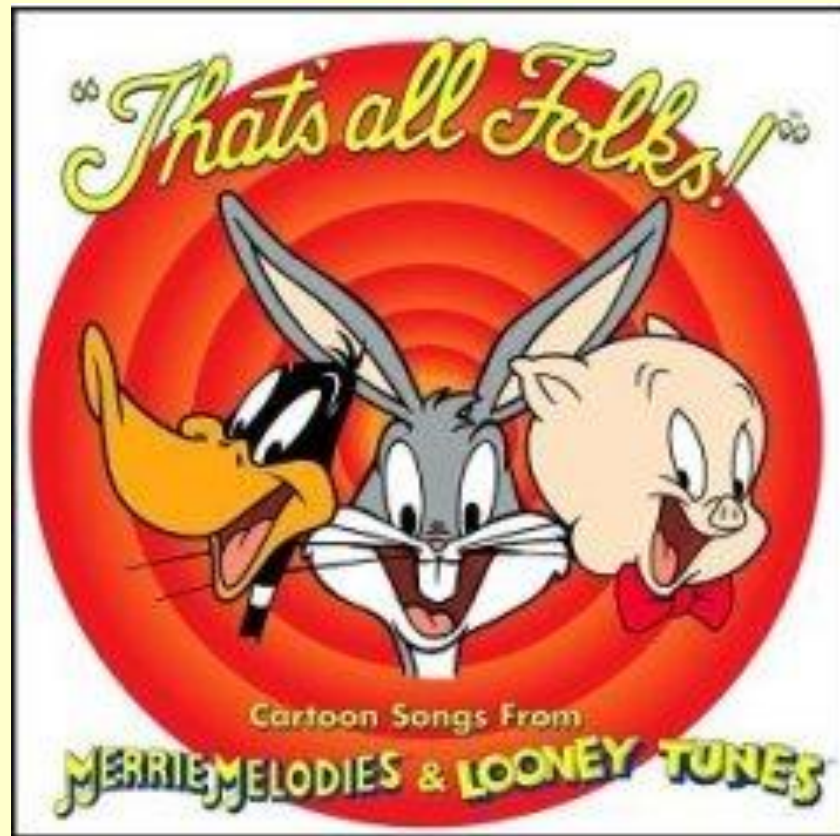
Fecha	Movimiento	Cuantía	Signo	Saldos	Signo	Días	Números acreedores
06-05	Ingreso apertura	35.000	H	35.000	H	8	280.000
14-05	Cheque a compensar a su favor	20.000	H	55.000	H	9	495.000
23-05	Cheque c/c	5.000	D	50.000	H	19	950.000
11-06	Ingreso en efectivo	10.000	H	60.000	H	19	1.140.000
30-06						55	2.865.000

Saldo después de la liquidación:

Saldo después de la liquidación = Saldo final + Int. acreed. – Int. deud. – RIC – Comisiones

Saldo después de la liquidación = 60.000 + 470,96 – 70,64 – 12 = 60.388,32€

TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE



PARTE 1: INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS. LAS LEYES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN

TEMA 1: Introducción a la Matemática Financiera.
Conceptos Básicos

TEMA 2: Capitalización Simple

TEMA 3: Equivalencia Financiera de Capitales

TEMA 4: Aplicaciones de la Capitalización Simple:
Letra de Cambio y Cuenta Corriente

TEMA 5: Capitalización Compuesta





TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés
- 1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

- 2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta
- 2.2. Tanto Nominal



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO EQUIVALENTES

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

5.1. Determinación del Capital Común

5.2. Determinación del Vencimiento Común

5.3. Determinación del Vencimiento Medio



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta

2.2. Tanto Nominal



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.1. CONCEPTO

Las operaciones en régimen de compuesta se caracterizan porque **los intereses**, a diferencia de lo que ocurre en régimen de simple:

- ❑ a medida que se van generando pasan a formar parte del capital de partida, se van acumulando,
- ❑ y , producen a su vez intereses en períodos subsiguiente (son productivos).

Para la sustitución entre Capitales se le aplica una
LEY DE CAPITALIZACIÓN COMPUESTA.



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

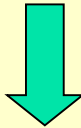
2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta

2.2. Tanto Nominal

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.2. DESCRIPCIÓN DE LA OPERACIÓN

CAPITAL INICIAL



(C_0)

CAPITAL FINAL o MONTANTE



(C_n)

DURACIÓN DE LA OPERACIÓN (n)

TIPO DE INTERÉS (i)

En cada período:

$$C_n = C_{n-1} + \text{Intereses generados en ese período}$$



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

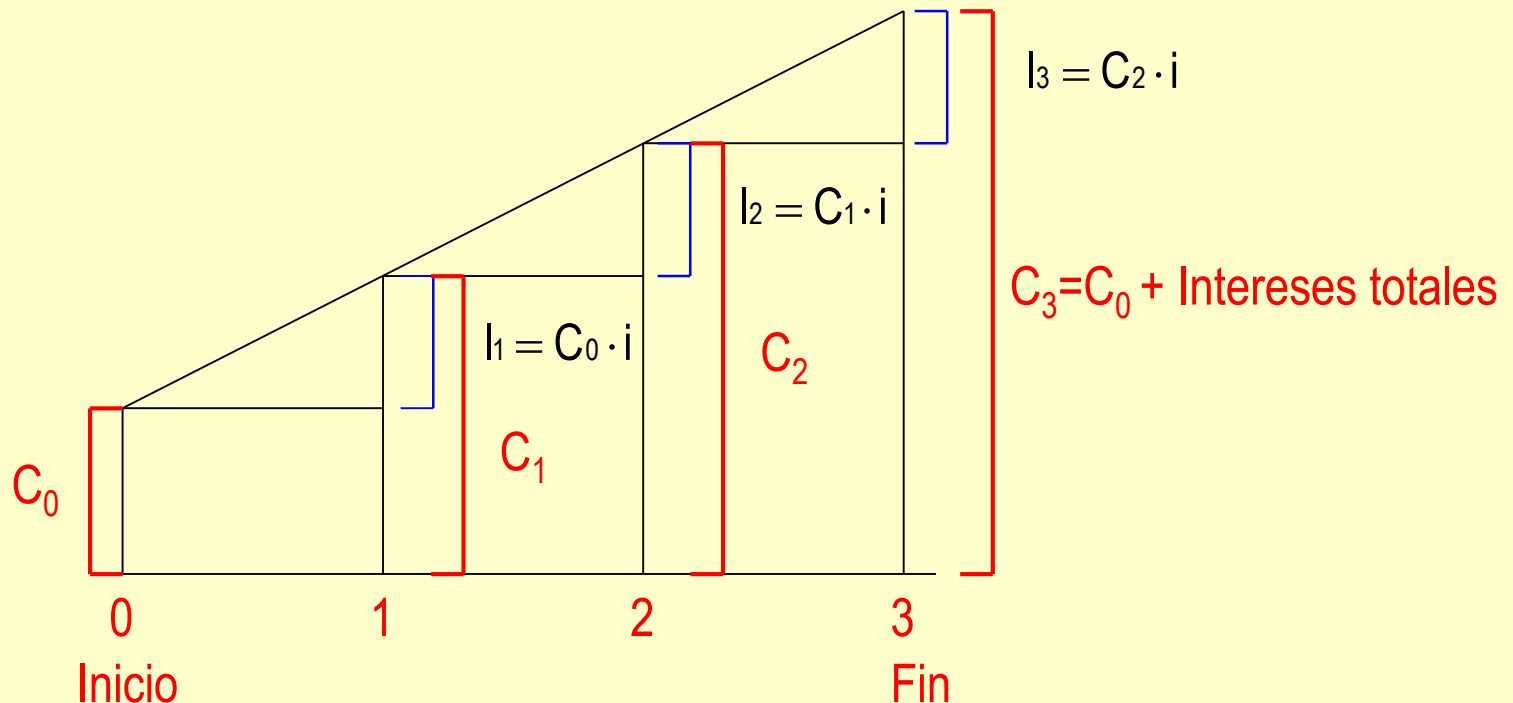
2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta

2.2. Tanto Nominal

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.3. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

Suponiendo una operación de tres periodos:





TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta

2.2. Tanto Nominal



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

Momento 0:

$$C_0$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

Momento 1:

$$C_1 = C_0 + I_1 = C_0 + (C_0 \cdot i) = C_0 + C_0 \cdot i = C_0 \cdot (1 + i)$$

Momento 2:

$$C_2 = C_1 + I_2 = C_1 + C_1 \cdot i = C_1 \cdot (1 + i) = C_0 \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) = C_0 \cdot (1 + i)^2$$

Momento 3:

$$C_3 = C_2 + I_3 = C_2 + C_2 \cdot i = C_2 \cdot (1 + i) = C_0 \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i) = C_0 \cdot (1 + i)^3$$

...

Momento n:

$$\begin{aligned} C_n &= C_{n-1} + I_n = C_{n-1} + C_{n-1} \cdot i = C_{n-1} \cdot (1 + i) = \\ &= C_0 \cdot (1 + i)^{n-1} \cdot (1 + i) = C_0 \cdot (1 + i)^n \end{aligned}$$



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

FÓRMULA FUNDAMENTAL DE LA CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

IMPORTANTE: Esta expresión es aplicable cuando el tipo de interés de la operación no varía. En caso contrario habrá que trabajar con el tipo vigente en cada período.

IMPORTANTE: n lo que indica es el número de veces que se han generado (y acumulado) intereses al capital inicial, por tanto, esa variable siempre ha de estar en la misma unidad de tiempo que el tipo de interés (no importando cuál sea)



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

Ejemplo 1:

$$C_0 = 200\text{€}$$

$i = 5\%$ anual

$n = 10$ años

Capitalización compuesta

$C_{10}?$

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.4. DESARROLLO DE LA OPERACIÓN

Ejemplo 1:

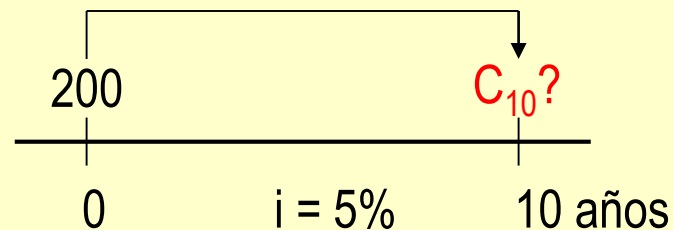
$C_0 = 200\text{€}$

$i = 5\%$ anual

$n = 10$ años

Capitalización compuesta

$C_{10}?$



$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

$$C_{10} = 200 \cdot (1 + 0,05)^{10} = 325,78\text{€}$$

Si se hubiese calculado en simple:

$$C_{10} = 200 \cdot (1 + 0,05 \cdot 10) = 300\text{€}$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

La diferencia entre los dos montantes (25,78 euros) son los intereses producidos por los intereses generados y acumulados hasta el final



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta

2.2. Tanto Nominal



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.5. CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL

Partiendo de la fórmula fundamental de la capitalización compuesta:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

Despejamos C_0 :

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i)^n}$$



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.5. CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL

Ejemplo 2:

$$C_2 = 1.500\text{€}$$

$i = 6\%$ anual

$n = 2$ años

Capitalización compuesta

$C_0?$

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.5. CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL

Ejemplo 2:

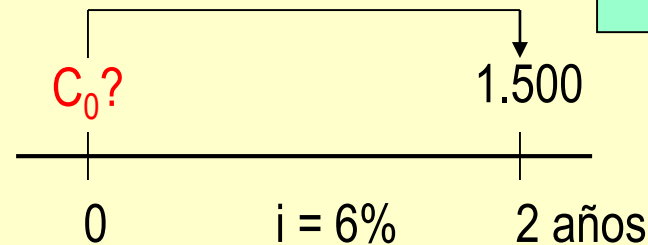
$$C_2 = 1.500\text{€}$$

$i = 6\%$ anual

$n = 2$ años

Capitalización compuesta

$C_0?$



$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$C_0 = \frac{1.500}{(1+0,06)^2} = \frac{1.500}{1,1236} = 1.334,99\text{€}$$

$$C_0 = 1.334,99\text{€}$$



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.1. Concepto

1.2. Descripción de la Operación

1.3. Características de la Operación

1.4. Desarrollo de la Operación

1.5. Cálculo del Capital Inicial

1.6. Cálculo de los Intereses Totales

1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta

2.2. Tanto Nominal



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

**Conocidos los capitales inicial y final,
se obtendrá por diferencias entre
ambos:**

$$I_n = C_n - C_0$$



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

Ejemplo 3:

$$C_0 = 300\text{€}$$

$$i = 7\% \text{ anual}$$

$$n = 4 \text{ años}$$

Capitalización compuesta

I?

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.6. CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

Ejemplo 3:

$$C_0 = 300\text{€}$$

$i = 7\%$ anual

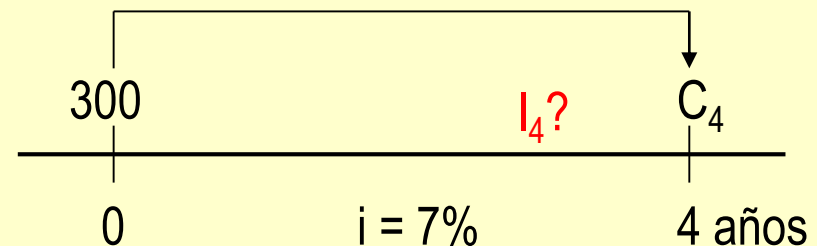
$n = 4$ años

Capitalización compuesta

$I_4?$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

$$I_n = C_n - C_0$$



$$C_4 = 300 \cdot (1 + 0,07)^4 = 393,24\text{€}$$

$$I_4 = 393,24 - 300 = 93,24\text{€}$$

$$I_4 = 93,24\text{€}$$



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés**
- 1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

- 2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta
- 2.2. Tanto Nominal

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.7. CÁLCULO DEL TIPO DE INTERÉS

Partiendo de la fórmula fundamental de la capitalización compuesta:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

1º Pasamos C_0 al primer miembro:

$$\frac{C_n}{C_0} = (1 + i)^n$$

2º Quitar la potencia (extrayendo raíz n a los dos miembros):

$$\sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} = \sqrt[n]{(1 + i)^n} \quad \Rightarrow \quad \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} = 1 + i$$

3º Despejar el tipo de interés:

$$\sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1 = i \quad \Rightarrow \quad i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.7. CÁLCULO DEL TIPO DE INTERÉS

Ejemplo 4:

$$C_0 = 1.000\text{€}$$

$$C_{12} = 1.601,03\text{€}$$

$$n = 12 \text{ años}$$

Capitalización compuesta

i?

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.7. CÁLCULO DEL TIPO DE INTERÉS

Ejemplo 4:

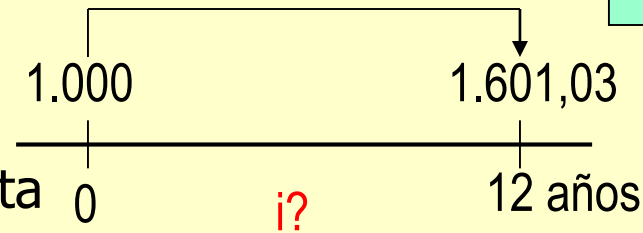
$$C_0 = 1.000\text{€}$$

$$C_{12} = 1.601,03\text{€}$$

$$n = 12 \text{ años}$$

Capitalización compuesta

i?



$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$

$$1.601,03 = 1.000 \cdot (1 + i)^{12}$$

$$i = \sqrt[12]{\frac{1.601,03}{1.000}} - 1 = 1,04 - 1 = 0,04 = 4\%$$

$$i = 4\%$$



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés

1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

- 2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta
- 2.2. Tanto Nominal



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.8. CÁLCULO DE LA DURACIÓN

Partiendo de la fórmula fundamental de la capitalización compuesta:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

1º Pasamos C_0 al primer miembro:

$$\frac{C_n}{C_0} = (1 + i)^n$$

2º Extraemos logaritmos a ambos miembros:

$$\log \frac{C_n}{C_0} = \log (1 + i)^n$$

3º Aplicamos propiedades a los logaritmos:

$$\log C_n - \log C_0 = n \cdot \log (1 + i)$$



$$n = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log (1 + i)}$$



1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.8. CÁLCULO DE LA DURACIÓN

Ejemplo 5:

$$C_0 = 2.000\text{€}$$

$$C_n = 3.202\text{€}$$

$$i = 4\% \text{ anual}$$

Capitalización compuesta

n?

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1.8. CÁLCULO DE LA DURACIÓN

Ejemplo 5:

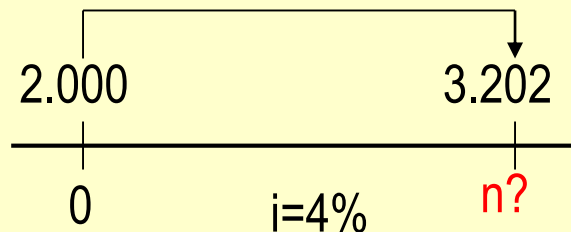
$$C_0 = 2.000\text{€}$$

$$C_n = 3.202\text{€}$$

$i = 4\%$ anual

Capitalización compuesta

$n?$



$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

$$n = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log (1 + i)}$$

$$3.202 = 2.000 \cdot (1 + 0,04)^n$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{\log C_n - \log C_0}{\log (1 + i)} = \frac{\log 3.202 - \log 2.000}{\log (1 + 0,04)} = \\ &= \frac{\log 3.202 - \log 2.000}{\log (1 + 0,04)} = \frac{0,20439}{0,01703} = 12 \text{ años} \end{aligned}$$

$$n = 12 \text{ años}$$



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés
- 1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

- 2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta
- 2.2. Tanto Nominal



2. TANTOS EQUIVALENTES

La definición de **tantos equivalentes** es la misma que la vista en régimen de simple, esto es, dos tantos cualesquiera, *expresados en distintas unidades de tiempo*, son tantos equivalentes cuando aplicados a un **mismo capital inicial** y durante un **mismo período de tiempo** producen el **mismo interés** o **generan el mismo capital final** o montante.

2. TANTOS EQUIVALENTES

En régimen simple:



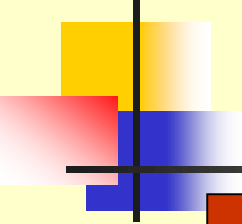
$$i = i_k \cdot k$$

k = Frecuencia de capitalización



número de **partes iguales** en las que se divide el período de referencia (considerando como tal el año)

Ejs.: Si la frecuencia es **anual** **k=1**; si es **semestral** **k=2**; si es **trimestral** **k=4**; si es **mensual** **k=12**,...



2. TANTOS EQUIVALENTES

En régimen compuesto esta relación de proporcionalidad no es válida

Veámoslo con el caso consistente en determinar el montante resultante de invertir 1.000 euros durante 1 año en las siguientes condiciones:

Interés anual del 12%: $C_n = 1.000 \cdot (1 + 0,12)^1 = 1.120,00\text{€}$

Interés semestral del 6%: $C_n = 1.000 \cdot (1 + 0,06)^2 = 1.123,60\text{€}$

Interés trimestral del 3%: $C_n = 1.000 \cdot (1 + 0,03)^4 = 1.125,51\text{€}$

¿CUÁL ES ENTOCES LA RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES?



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés
- 1.8. Cálculo de la Duración

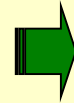
2. TANTOS EQUIVALENTES

- 2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta
- 2.2. Tanto Nominal

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES EN COMPUESTA

En régimen compuesto:



$$1+i = (1+i_k)^k$$

k = Frecuencia de capitalización



número de **partes iguales** en las que se divide el período de referencia (habitualmente el año)

indica cada cuánto tiempo se hacen productivos los intereses, esto es, **cada cuánto tiempo se acumulan los intereses, dentro del período, al capital para producir nuevos intereses.**



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES EN COMPUESTA

¿DE DÓNDE SE OBTIENE ESTA RELACIÓN?

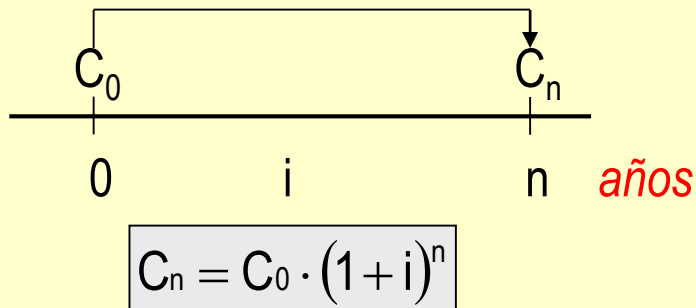
$$1+i = (1+i_k)^k$$

Se obtiene a partir de la definición de equivalencia vista anteriormente, obligando a que un capital (C_0) colocado un determinado período de tiempo (n años) genere el mismo montante (C_n) con independencia de la frecuencia de acumulación de intereses (i o i_k)

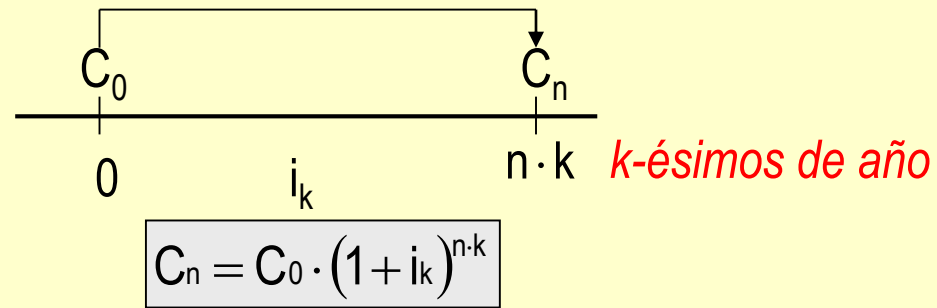
2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES EN COMPUESTA

Utilizando el **tanto anual** i
el montante obtenido será:

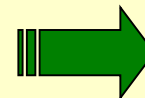


Utilizando el **tanto k-esimal** i_k
el montante obtenido será:



**Si queremos que el montante sea el mismo en los dos casos,
se tiene que producir la igualdad entre los resultados de
ambas operaciones**

$$C_0 \cdot (1 + i)^n = C_0 \cdot (1 + i_k)^{n \cdot k}$$



$$1 + i = (1 + i_k)^k$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES EN COMPUESTA

Partiendo de la relación de tantos equivalentes en compuesta:

$$1+i = (1+i_k)^k$$

- ❖ El valor de i en función de i_k : $i = (1+i_k)^k - 1$
- ❖ El valor de i_k en función de i :

$$\begin{aligned}(1+i) &= (1+i_k)^k \Rightarrow \sqrt[k]{(1+i)} = \sqrt[k]{(1+i_k)^k} \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1+i)^{1/k} = 1+i_k \Rightarrow 1+i_k = (1+i)^{1/k}\end{aligned}$$

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES EN COMPUESTA

Ejemplo 6:

$$C_0 = 1.000\text{€}$$

$n = 1$ año

$i = 12\%$ anual efectivo

Capitalización compuesta

$C_1?$

Casos:

- a. Devengo anual de intereses
- b. Devengo semestral de intereses
- c. Devengo trimestral de intereses

IMPORTANTE: Cuando habla de tanto por ciento efectivo anual nos está indicando el problema que quiere que se utilicen *tantos equivalentes* para que el montante final (C_1) sea igual al que resultaría de aplicar el 12% anual sea cual sea el devengo de los intereses .

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES EN COMPUESTA

Ejemplo 6:

$C_0 = 1.000\text{€}$

$n = 1$ año

$i = 12\%$ anual efectivo

Capitalización compuesta

$C_1?$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

$$i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$$

a. Devengo anual de intereses

$$k = 1 \rightarrow i_1 = (1 + 0,12)^{1/1} - 1 = 1,12 - 1 = 0,12 \rightarrow i = i_1 = 0,12$$

$$C_1 = 1.000 \cdot (1 + 0,12)^1 = 1.120,00\text{€}$$

$$C_1 = 1.120,00\text{€}$$

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES EN COMPUESTA

Ejemplo 6:

$C_0 = 1.000\text{€}$

$n = 1$ año

$i = 12\%$ anual efectivo

Capitalización compuesta

$C_1?$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

$$i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$$

b. Devengo semestral de intereses

$$k = 2 \rightarrow i_2 = (1 + 0,12)^{1/2} - 1 = 1,05830 - 1 = 0,05830 \rightarrow i_2 = 0,05830$$

$$C_1 = 1.000 \cdot (1 + 0,05830)^2 = 1.120,00\text{€}$$

$$C_1 = 1.120,00\text{€}$$

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.1. RELACIÓN DE TANTOS EQUIVALENTES EN COMPUESTA

Ejemplo 6:

$C_0 = 1.000\text{€}$

$n = 1$ año

$i = 12\%$ anual efectivo

Capitalización compuesta

$C_1?$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

$$i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$$

c. Devengo trimestral de intereses

$$k = 4 \rightarrow i_4 = (1 + 0,12)^{1/4} - 1 = 1,02874 - 1 = 0,02874 \rightarrow i_4 = 0,02874$$

$$C_1 = 1.000 \cdot (1 + 0,02874)^4 = 1.120,01\text{€}$$

$$C_1 = 1.120,01\text{€}$$



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

1. CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

- 1.1. Concepto
- 1.2. Descripción de la Operación
- 1.3. Características de la Operación
- 1.4. Desarrollo de la Operación
- 1.5. Cálculo del Capital Inicial
- 1.6. Cálculo de los Intereses Totales
- 1.7. Cálculo del Tipo de Interés
- 1.8. Cálculo de la Duración

2. TANTOS EQUIVALENTES

- 2.1. Relación de Tantos Equivalentes en Compuesta

2.2. Tanto Nominal



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Por una parte, nos encontramos con la necesidad de **aplicar la relación anterior de equivalencia** de tantos si queremos que, aun trabajando en diferentes unidades de tiempo, **los resultados finales sigan siendo idénticos.**

DEMASIADO COMPLICADA

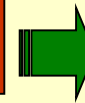
Necesidad de emplear **un tanto que permita pasar fácilmente de su unidad habitual (en años) a cualquier otra diferente** y que financieramente resulte correcta: el **TANTO NOMINAL (J_k)**



2. TANTOS EQUIVALENTES

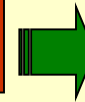
2.2. TANTO NOMINAL

En régimen simple:



$$i = i_k \cdot k$$

En régimen compuesto:



$$J_k = i_k \cdot k$$

TANTO NOMINAL (J_k): Un tanto teórico que se obtiene multiplicando la frecuencia de capitalización **k** por el tanto k -esimal **i_k** .

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

$$J_k = i_k \cdot k \quad \Rightarrow \quad i_k = \frac{J_k}{k}$$

Esta es una expresión pensada para pasar fácilmente de un tanto referido al año (J_k) a un tanto efectivo k -esimal (i_k)

En compuesta, los TANTOS DE INTERÉS pueden ser:

Tantos Efectivos
(i ó i_k)

Tantos Nominales
(J_k)



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Si los tantos efectivos son ANUALES (i) se conocen como TAE (Tasa Anual Equivalente)

Veamos la relación para pasar de uno a otro:

**Tantos Efectivos
ANUALES (i)**

**Tantos Nominales
(J_k)**



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

❖ EL VALOR DE **i** ó **TAE** EN FUNCIÓN DE **J_k**:

Partiendo de:

$$i_k = \frac{J_k}{k}$$

y

$$i = (1 + i_k)^k - 1$$

(Recordemos que $J_k = i_k \cdot k$) (Valor de i en función de i_k)

$$i = \left(1 + \frac{J_k}{k}\right)^k - 1$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

❖ EL VALOR DE J_k EN FUNCIÓN DE i ó TAE :

Partiendo de:

$$J_k = i_k \cdot k$$

y

$$i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$$

(Valor de i_k en función de i)

$$J_k = \left((1 + i)^{1/k} - 1 \right) \cdot k$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Ejemplo 7 (1^a parte):

$J_k = 8\%$

Capitalización compuesta

TAE?

Casos:

- a. Devengo anual de intereses
- b. Devengo semestral de intereses
- c. Devengo trimestral de intereses
- d. Devengo mensual de intereses

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Ejemplo 7 (1^a parte):

$J_k = 8\%$

Capitalización compuesta

TAE?

a. Devengo anual de intereses

$$i = \left(1 + \frac{J_k}{k} \right)^k - 1$$

$$k = 1$$

$$i = \left(1 + \frac{J_k}{k} \right)^k - 1 = \left(1 + \frac{0,08}{1} \right)^1 - 1 = 1,08 - 1 = 0,08 = 8\%$$

$$i = 8\%$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Ejemplo 7 (1^a parte):

$$J_k = 8\%$$

Capitalización compuesta

TAE?

b. Devengo semestral de intereses

$$i = \left(1 + \frac{J_k}{k} \right)^k - 1$$

$$k = 2$$

$$i = \left(1 + \frac{J_k}{k} \right)^k - 1 = \left(1 + \frac{0,08}{2} \right)^2 - 1 = 1,0816 - 1 = 0,0816 = 8,16\%$$

$$i = 8,16\%$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Ejemplo 7 (1^a parte):

$$J_k = 8\%$$

Capitalización compuesta

TAE?

c. Devengo trimestral de intereses

$$i = \left(1 + \frac{J_k}{k} \right)^k - 1$$

$$k = 4$$

$$i = \left(1 + \frac{J_k}{k} \right)^k - 1 = \left(1 + \frac{0,08}{4} \right)^4 - 1 = 1,08243 - 1 = 0,08243 = 8,243\%$$

$$i = 8,243\%$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Ejemplo 7 (1^a parte):

$J_k = 8\%$

Capitalización compuesta

TAE?

d. Devengo mensual de intereses

$$i = \left(1 + \frac{J_k}{k} \right)^k - 1$$

$$k = 12$$

$$i = \left(1 + \frac{J_k}{k} \right)^k - 1 = \left(1 + \frac{0,08}{12} \right)^{12} - 1 = 1,08300 = 0,08300 = 8,300\%$$

$$i = 8,300\%$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Ejemplo 7 (2^a parte):

TAE=8%

Capitalización compuesta

J_k ?

Casos:

- a. Devengo anual de intereses
- b. Devengo semestral de intereses
- c. Devengo trimestral de intereses
- d. Devengo mensual de intereses



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Ejemplo 7 (2^a parte):

TAE=8%

Capitalización compuesta

J_k?

$$J_k = \left((1+i)^{1/k} - 1 \right) \cdot k$$

a. Devengo anual de intereses

$$k = 1$$

$$\begin{aligned} J_k &= \left((1+i)^{1/k} - 1 \right) \cdot k = \left((1+0,08)^{1/1} - 1 \right) \cdot 1 = \\ &= (1,08 - 1) \cdot 1 = 0,08 = 8\% \end{aligned}$$

$$i = 8\%$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Ejemplo 7 (2^a parte):

TAE=8%

Capitalización compuesta

J_k?

$$J_k = \left((1+i)^{1/k} - 1 \right) \cdot k$$

b. Devengo semestral de intereses

$$k = 2$$

$$\begin{aligned} J_k &= \left((1+i)^{1/k} - 1 \right) \cdot k = \left((1+0,08)^{1/2} - 1 \right) \cdot 2 = \\ &= (1,03923 - 1) \cdot 2 = 0,07846 = 7,846\% \end{aligned}$$

$$i = 7,846\%$$



2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Ejemplo 7 (2^a parte):

TAE=8%

Capitalización compuesta

J_k?

$$J_k = \left((1+i)^{1/k} - 1 \right) \cdot k$$

c. Devengo trimestral de intereses

$$k = 4$$

$$J_k = \left((1+i)^{1/k} - 1 \right) \cdot k = \left((1+0,08)^{1/4} - 1 \right) \cdot 4 = \\ = (1,01943 - 1) \cdot 4 = 0,07771 = 7,771\%$$

$$i = 7,771\%$$

2. TANTOS EQUIVALENTES

2.2. TANTO NOMINAL

Ejemplo 7 (2^a parte):

TAE=8%

Capitalización compuesta

J_k?

d. Devengo mensual de intereses

$$J_k = \left((1+i)^{1/k} - 1 \right) \cdot k$$

$$k = 12$$

$$\begin{aligned} J_k &= \left((1+i)^{1/k} - 1 \right) \cdot k = \left((1+0,08)^{1/12} - 1 \right) \cdot 12 = \\ &= (1,00643 - 1) \cdot 12 = 0,07721 = 7,721\% \end{aligned}$$

$$i = 7,721\%$$



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO EQUIVALENTES

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

5.1. Determinación del Capital Común

5.2. Determinación del Vencimiento Común

5.3. Determinación del Vencimiento Medio

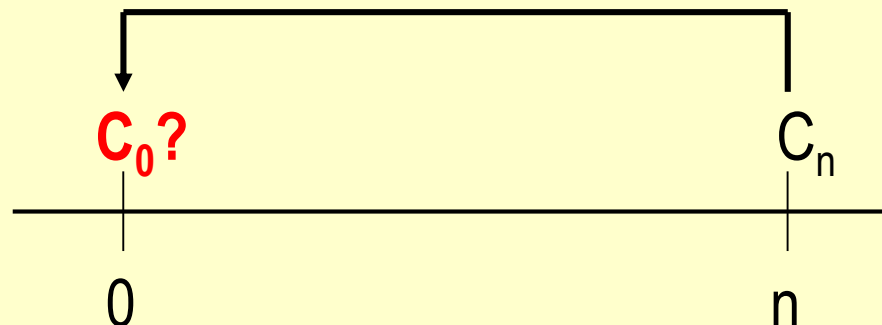


3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. CONCEPTO

El descuento compuesto es la operación financiera que tiene por objeto la sustitución de un **capital futuro** por otro equivalente con **vencimiento presente**, mediante la aplicación de la ley financiera de descuento compuesto.

Es una operación inversa a la de capitalización.





TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO
EQUIVALENTES

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE
EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

5.1. Determinación del Capital Común

5.2. Determinación del Vencimiento Común

5.3. Determinación del Vencimiento Medio



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

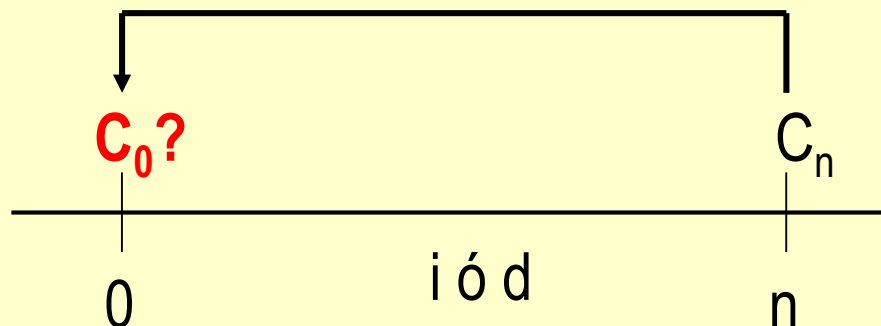
Los **intereses son productivos**, lo que significa que:

- ☐ a medida que se generan se restan del capital de partida para producir (y restar) nuevos intereses en el futuro y, por tanto,
- ☐ los intereses de cualquier periodo siempre los genera el capital del período anterior, al tanto de interés vigente en dicho periodo.

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

- ❑ Punto de partida: C_n
- ❑ Para calcular C_0 debemos conocer:
 - Duración de la operación: n
 - Tanto aplicado: i o d





3. DESCUENTO COMPUESTO

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

necesariamente, $C_0 < C_n$

Recordemos que:

$$I_n = C_n - C_0$$

En definitiva, si trasladar un capital desde el presente al futuro implica añadirle intereses, hacer la operación inversa, **anticipar su vencimiento**, supondrá la **minoración de esa misma carga financiera**.

$$C_0 = C_n - I_n$$



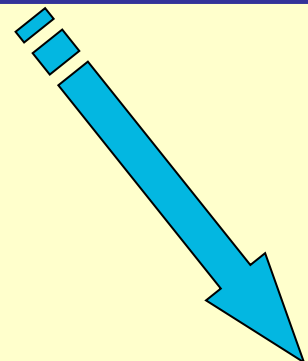
3. DESCUENTO COMPUESTO

3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

Al igual que ocurría en Simple, SE
**DISTINGUEN DOS CLASES DE
DESCUENTO:**



DESCUENTO RACIONAL



DESCUENTO COMERCIAL



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO
EQUIVALENTES

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE
EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

5.1. Determinación del Capital Común

5.2. Determinación del Vencimiento Común

5.3. Determinación del Vencimiento Medio

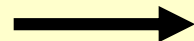


3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Para anticipar el vencimiento del capital futuro se considera generador de los intereses de un período **el capital al inicio de dicho período, utilizando el tipo de interés (i)** vigente en dicho período.

Intereses

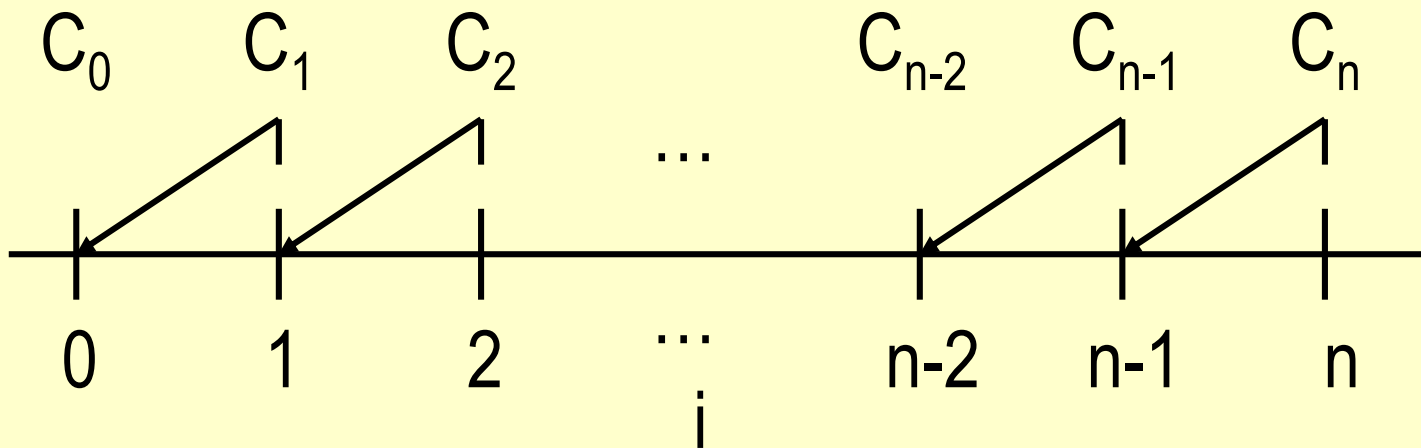


Se calculan sobre el **capital inicial del periodo** (no sobre el capital inicial como ocurría en simple)

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Gráficamente:





3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Periodo n: C_n

Periodo n-1:

$$C_{n-1} = C_n - I_n = C_n - C_{n-1} \cdot i \Rightarrow C_{n-1} \cdot (1+i) = C_n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{n-1} = \frac{C_n}{(1+i)}$$

Periodo n-2:

$$C_{n-2} = C_{n-1} - I_{n-1} = C_{n-1} - C_{n-2} \cdot i \Rightarrow C_{n-2} \cdot (1+i) = C_{n-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{n-2} = \frac{C_{n-1}}{(1+i)} = \frac{C_n}{(1+i)^2}$$



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Periodo n-3:

$$C_{n-3} = C_{n-2} - I_{n-2} = C_{n-2} - C_{n-3} \cdot i \Rightarrow C_{n-3} \cdot (1+i) = C_{n-2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{n-3} = \frac{C_{n-2}}{(1+i)} = \frac{C_n}{(1+i)^3}$$

...

Periodo 0:

$$C_0 = C_1 - I_1 = C_1 - C_0 \cdot i \Rightarrow C_0 \cdot (1+i) = C_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{C_1}{(1+i)} = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Es decir:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

Se trata de la operación de capitalización compuesta, con la particularidad de que el punto de partida ahora es el capital final y se pretende determinar el capital actual

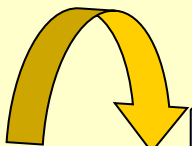
... en consecuencia, Los intereses se calculan finalmente sobre el capital inicial, es decir, sobre el que resulta de la anticipación del capital futuro.



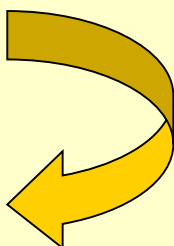
3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$



A esta misma expresión se
podía haber llegado partiendo
de la **fórmula de la
capitalización compuesta**

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$




3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Una vez calculado el capital inicial, por diferencia entre el capital de partida y el inicial obtenido, se obtendrá el interés total de la operación (**D_r**), o **descuento racional** o **descuento propiamente dicho**:

$$D_r = C_n - C_0$$



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Podemos extraer otra expresión del D_r sustituyendo C_0 en la expresión anterior:

$$D_r = C_n - C_0$$

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

Sustituyendo C_0 :

$$D_r = C_n - C_0 = C_n - \frac{C_n}{(1+i)^n} = C_n \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

$$D_r = C_n \cdot \left(1 - (1+i)^{-n} \right)$$

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Ejemplo 8:

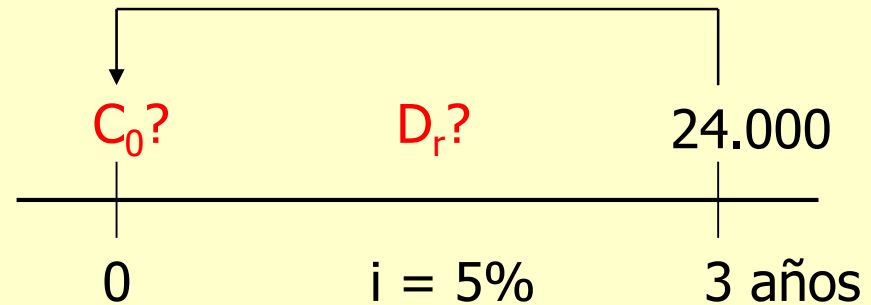
$$C_3 = 24.000\text{€}$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$$i = 5\% \text{ anual compuesto}$$

$$C_0?$$

$$D_r?$$



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Ejemplo 8:

$$C_3 = 24.000\text{€}$$

t = 3 años

i = 5% anual compuesto

$C_0?$

$D_r?$

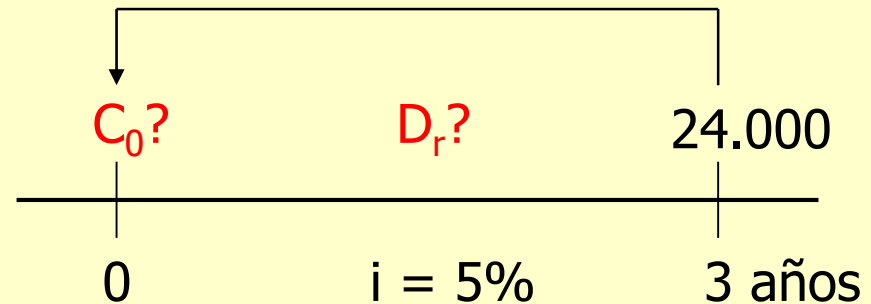
Dos formas:

Forma 1:

$$C_0 = \frac{24.000}{1,05^3} = 20.732,10\text{€}$$

$$D_r = 24.000 - 20.732,10 = 3.267,90\text{€}$$

$$D_r = 3.267,90\text{€}$$



$$D_r = C_n - C_0$$

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.3. DESCUENTO RACIONAL

Ejemplo 8:

$$C_3 = 24.000\text{€}$$

t = 3 años

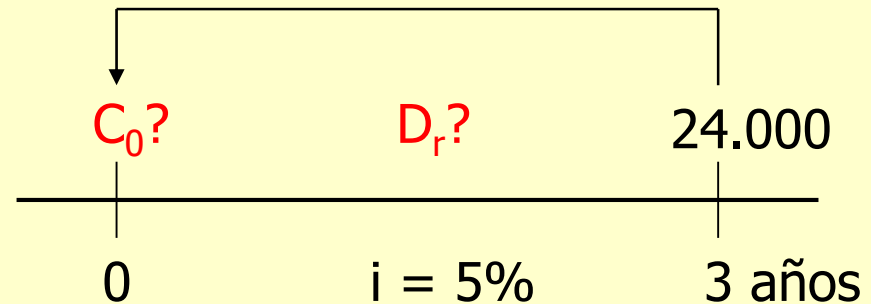
i = 5% anual compuesto

$C_0?$

$D_r?$

Dos formas:

Forma 2:



$$D_r = C_n \cdot \left(1 - (1 + i)^{-n}\right)$$

$$D_r = 24.000 \cdot \left(1 - (1 + 0,05)^{-3}\right) = 24.000 \cdot 0,1361624 = 3.267,90\text{€}$$

$$D_r = 3.267,90\text{€}$$



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO
EQUIVALENTES

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE
EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

5.1. Determinación del Capital Común

5.2. Determinación del Vencimiento Común

5.3. Determinación del Vencimiento Medio



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

En este caso se considera generador de los intereses de un período **el capital al final de dicho período, utilizando el tipo de descuento (d)** vigente en dicho período.

Intereses

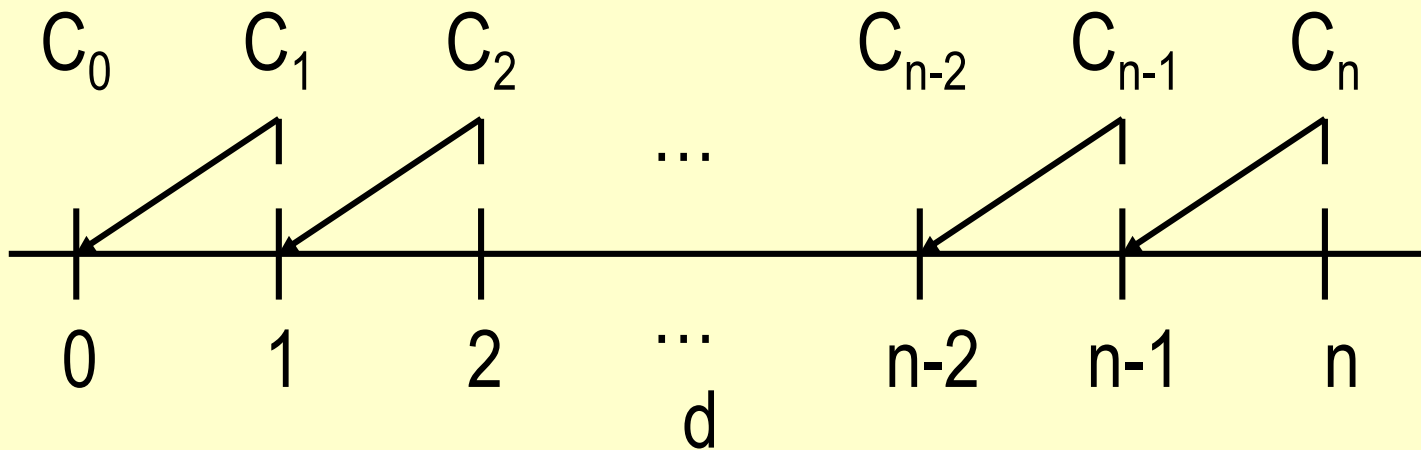


Se calculan sobre el **capital final del período** (no sobre el capital inicial del período como ocurría en el descuento racional)

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Gráficamente:





3. DESCUENTO COMPUESTO

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Periodo n:

$$C_n$$

Periodo n-1:

$$C_{n-1} = C_n - I_n = C_n - C_n \cdot d \Rightarrow C_n \cdot (1-d) \Rightarrow C_{n-1} = C_n \cdot (1-d)$$

Periodo n-2:

$$\begin{aligned} C_{n-2} &= C_{n-1} - I_{n-1} = C_{n-1} - C_{n-1} \cdot d = C_{n-1} \cdot (1-d) \Rightarrow \\ &\Rightarrow C_{n-2} = C_n \cdot (1-d) \cdot (1-d) \Rightarrow C_{n-2} = C_n \cdot (1-d)^2 \end{aligned}$$



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Periodo n-3:

$$C_{n-3} = C_{n-2} - I_{n-2} = C_{n-2} - C_{n-2} \cdot d = C_{n-2} \cdot (1-d) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{n-3} = C_n \cdot (1-d)^2 \cdot (1-d) \Rightarrow C_{n-3} = C_n \cdot (1-d)^3$$

...

Periodo 0:

$$C_0 = C_n \cdot (1-d)^n$$



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Es decir:

$$C_0 = C_n \cdot (1 - d)^n$$

... en consecuencia, Los intereses se calculan finalmente sobre el capital final de cada período, no como ocurría en el descuento racional.



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Al igual que ocurría con el descuento racional, una vez calculado el capital inicial, por diferencia entre el capital de partida y el inicial obtenido, se obtendrá el interés total de la operación (**D_c**), o **descuento comercial**:

$$D_c = C_n - C_0$$



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Podemos extraer otra expresión del D_c sustituyendo C_0 en la expresión anterior:

$$D_c = C_n - C_0$$

$$C_0 = C_n \cdot (1-d)^n$$

Sustituyendo C_0 :

$$D_c = C_n - C_0 = C_n \cdot \left(1 - (1-d)^n\right)$$

$$D_c = C_n \cdot \left(1 - (1-d)^n\right)$$

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Ejemplo 9:

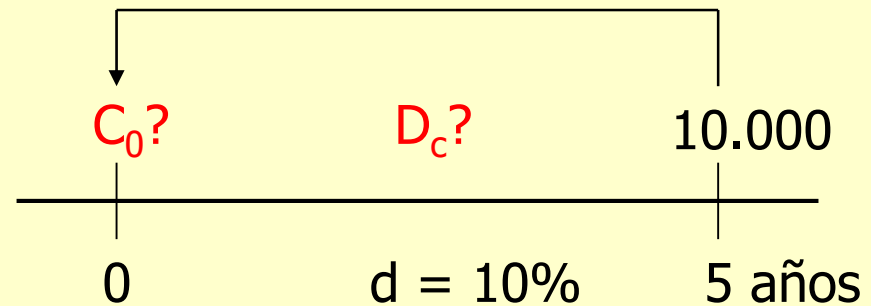
$$C_5 = 10.000\text{€}$$

$$t = 5 \text{ años}$$

$d = 10\%$ anual compuesto

$C_0?$

$D_c?$



3. DESCUENTO COMPUESTO

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Ejemplo 9:

$$C_5 = 10.000\text{€}$$

$$t = 5 \text{ años}$$

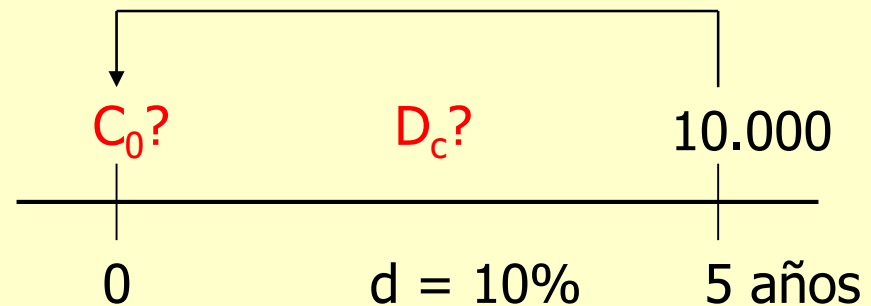
$$d = 10\% \text{ anual compuesto}$$

$$C_0?$$

$$D_c?$$

Dos formas:

Forma 1:



$$D_c = C_n - C_0$$

$$C_0 = C_n \cdot (1 - d)^n$$

$$C_0 = 10.000 \cdot (1 - 0,10)^5 = 5.904,90\text{€}$$

$$D_c = 10.000 - 5.904,90 = 4.095,10\text{€}$$

$$D_c = 4.095,10\text{€}$$

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.4. DESCUENTO COMERCIAL

Ejemplo 9:

$$C_5 = 10.000\text{€}$$

t = 5 años

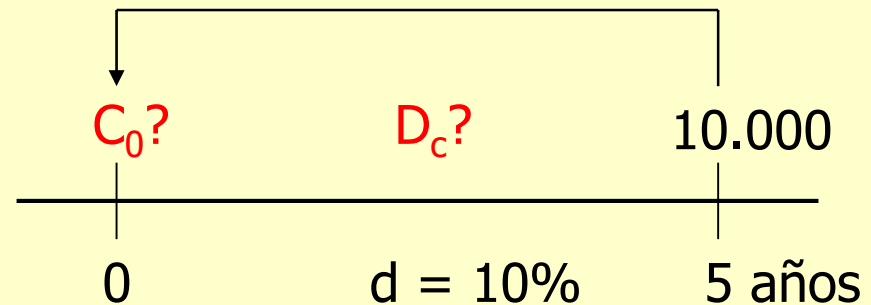
d = 10% anual compuesto

$C_0?$

$D_c?$

Dos formas:

Forma 2:



$$D_c = C_n \cdot \left(1 - (1 - d)^n\right)$$

$$D_c = 10.000 \cdot \left(1 - (1 - 0,10)^5\right) = 10.000 \cdot 0,40951 = 4.095,10\text{€}$$

$$D_c = 4.095,10\text{€}$$



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

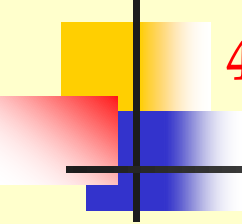
4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO EQUIVALENTES

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

5.1. Determinación del Capital Común

5.2. Determinación del Vencimiento Común

5.3. Determinación del Vencimiento Medio



4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

Una vez estudiados los dos procedimientos de descuento, se intuye que descontando un capital cualquiera, el **mismo tiempo** y con el **mismo tanto**, los resultados serán diferentes según se realice por un procedimiento u otro.

VAMOS A BUSCAR UNA RELACIÓN ENTRE EL TIPO DE INTERÉS (i) Y EL TIPO DE DESCUENTO (d) para los que el resultado de la anticipación sea el mismo, es decir, **que los descuentos (D_r y D_c) sean iguales** tanto si aplicamos el descuento racional a un interés i como si aplicamos un descuento comercial a un descuento d ...

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

Para que esto ocurra:

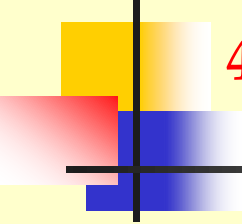
$$D_r = D_c$$

$$\left\{ \begin{array}{l} D_r = C_n \cdot \left(1 - (1+i)^{-n} \right) \\ D_c = C_n \cdot \left(1 - (1-d)^n \right) \end{array} \right.$$

$$C_n \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right) = C_n \cdot \left(1 - (1-d)^n \right)$$

Dividiendo ambos miembros por C_n :

$$1 - \frac{1}{(1+i)^n} = 1 - (1-d)^n$$



4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

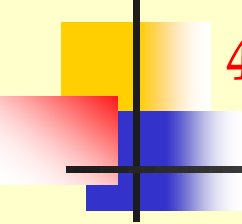
$$1 - \frac{1}{(1+i)^n} = 1 - (1-d)^n$$

Restando la unidad y multiplicando por -1:

$$\frac{1}{(1+i)^n} = (1-d)^n$$

Extrayendo la raíz n a los dos miembros:

$$\sqrt[n]{\frac{1}{(1+i)^n}} = \sqrt[n]{(1-d)^n} \Rightarrow \frac{1}{1+i} = 1-d$$



4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

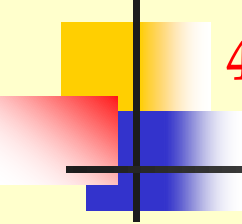
$$\frac{1}{1+i} = 1-d$$

Despejando d:

$$d = 1 - \frac{1}{1+i} = \frac{1+i-1}{1+i} = \frac{i}{1+i}$$

**El tanto de descuento comercial «d»
equivalente al tanto «i» será:**

$$d = \frac{i}{1+i}$$



4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

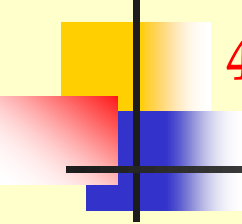
A partir de esa expresión calculemos «i» en función de «d»:

$$d = \frac{i}{1+i}$$

$$d = \frac{i}{1+i} \Rightarrow d \cdot (1+i) = i \Rightarrow d + d \cdot i = i \Rightarrow$$

$$d = i - d \cdot i \Rightarrow d = i \cdot (1-d) \Rightarrow i = \frac{d}{1-d}$$

$$i = \frac{d}{1-d}$$



4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

$$i = \frac{d}{1-d}$$

$$d = \frac{i}{1+i}$$

IMPORTANTE: Hay que tener en cuenta que **la relación de equivalencia es independiente de la duración de la operación**. Por tanto, se cumple que para un tanto de interés solamente habrá un tipo de descuento que produzca el mismo efecto (sea equivalente) y viceversa, sin tener en cuenta el tiempo en la operación.

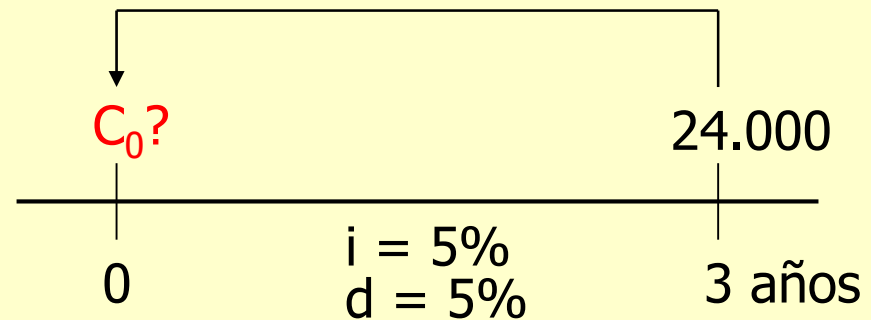
4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

Ejemplo 10 (1ª parte):

$$C_3 = 24.000\text{€}$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$C_0?$



2 CASOS:

- $i = 5\%$ anual compuesto
- $d = 5\%$ anual compuesto

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

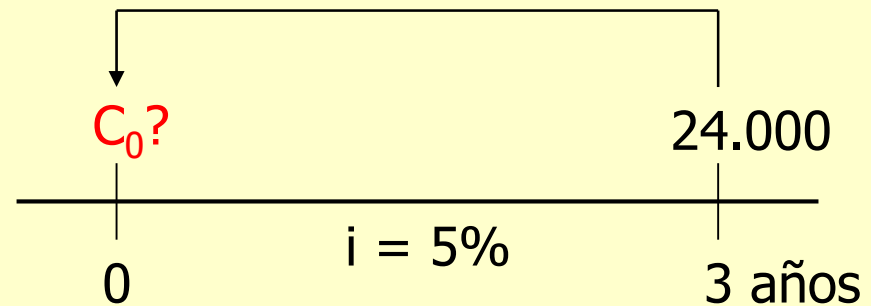
Ejemplo 10 (1ª parte):

$$C_3 = 24.000\text{€}$$

t = 3 años

i = 5% anual compuesto

$C_0?$



$$C_0 = \frac{24.000}{(1 + 0,05)^3} = 20.732,10\text{€}$$

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i)^n}$$

$$C_0 = 20.732,10\text{€}$$

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

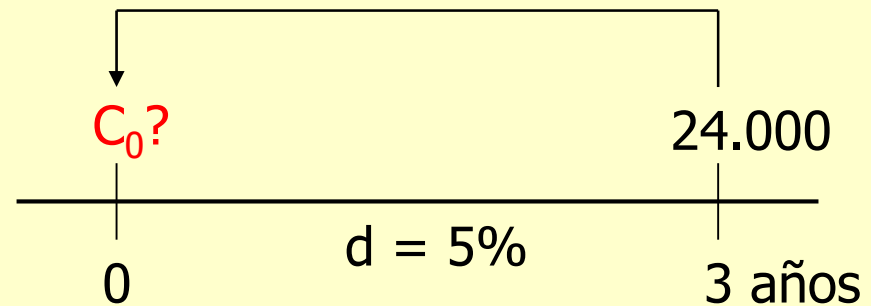
Ejemplo 10 (1ª parte):

$$C_3 = 24.000\text{€}$$

t = 3 años

d = 5% anual compuesto

$C_0?$



$$C_0 = C_n \cdot (1 - d)^n$$

$$C_0 = 24.000 \cdot (1 - 0,05)^3 = 20.577\text{€}$$

$$C_0 = 20.577\text{€}$$

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

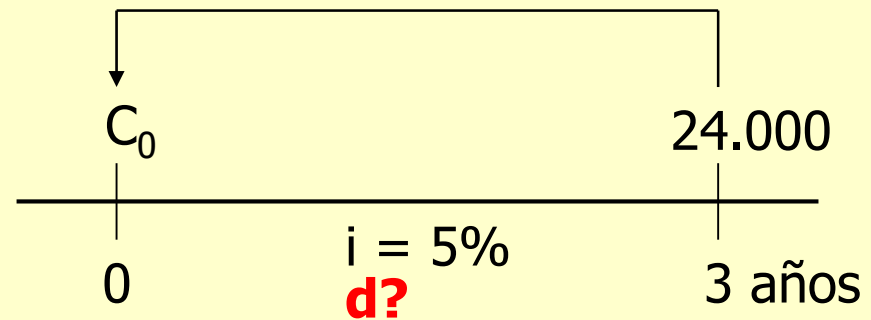
Ejemplo 10 (2^a parte):

$$C_3 = 24.000\text{€}$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$$i = 5\% \text{ anual compuesto}$$

d equivalente?



4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

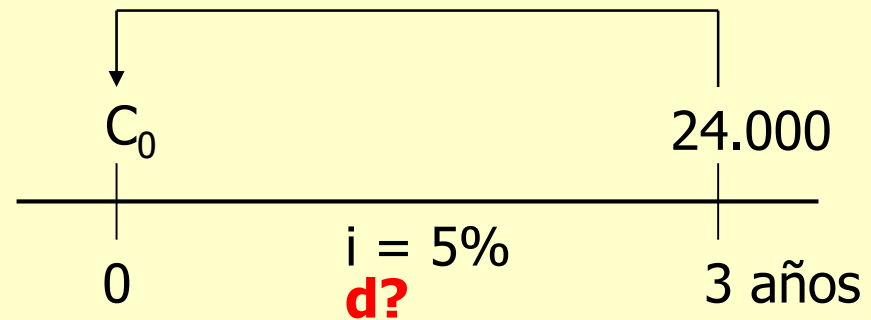
Ejemplo 10 (2ª parte):

$$C_3 = 24.000\text{€}$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$$i = 5\% \text{ anual compuesto}$$

d equivalente?



$$d = \frac{i}{1+i}$$

$$d = \frac{0,05}{1+0,05} = 0,047619$$

$$d = 4,762\%$$

4. TANTO DE INTERÉS Y DE DESCUENTO EQUIVALENTES

Ejemplo 10 (2ª parte):

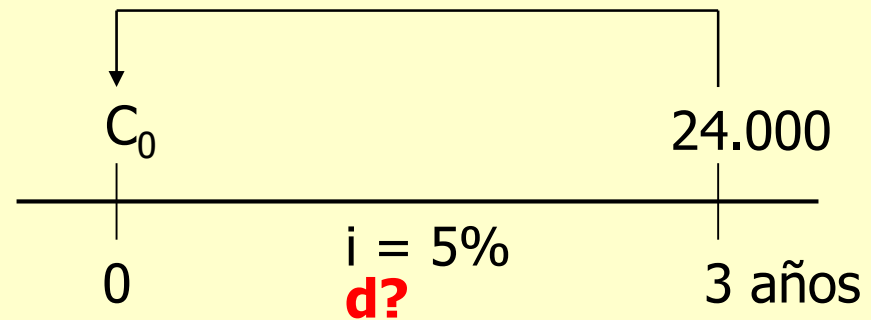
$$C_3 = 24.000\text{€}$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$$i = 5\% \text{ anual compuesto}$$

d equivalente?

Comprobación



$$C_0 = C_n \cdot (1 - d)^n$$

$$d = 4,762\%$$

$$C_0 = 20.732,10\text{€}$$

$$C_0 = 24.000 \cdot (1 - 0,047619)^3 = 24.000 \cdot 0,8638377 = 20.732,10\text{€}$$

$$C_0 = 20.732,10\text{€}$$



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

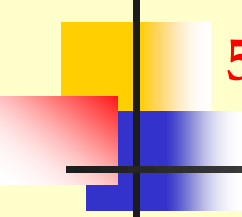
4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO EQUIVALENTES

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

5.1. Determinación del Capital Común

5.2. Determinación del Vencimiento Común

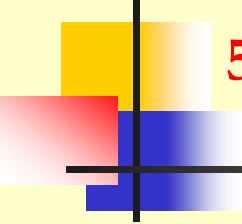
5.3. Determinación del Vencimiento Medio



5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

La sustitución de un(os) capital(es) por otro u otros de vencimientos y/o cuantías diferentes a las anteriores, sólo se podrá llevar a cabo si financieramente resultan ambas alternativas EQUIVALENTES

La diferencia fundamental viene dada porque **en régimen de compuesta la fecha donde se realice la equivalencia no afecta al resultado final de la operación**, por tanto, si la equivalencia se cumple en un momento dado, se cumple en cualquier punto y, si no se cumple en un momento determinado, no se cumple nunca.



5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

Casos posibles para sustituir capitales:

- ☐ Determinar un CAPITAL COMÚN
- ☐ Determinar un VENCIMIENTO COMÚN
- ☐ Determinar un VENCIMIENTO MEDIO



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

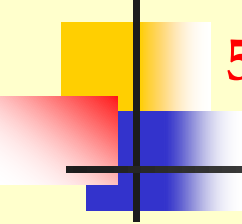
4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO EQUIVALENTES

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

5.1. Determinación del Capital Común

5.2. Determinación del Vencimiento Común

5.3. Determinación del Vencimiento Medio



5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

5.1. DETERMINACIÓN DEL CAPITAL COMÚN

El capital común es la cuantía C de un **capital único** que vence en t , conocido, y que sustituye a varios capitales $C_1, C_2, \dots, C_n$, con vencimientos en $t_1, t_2, \dots, t_n$, respectivamente, todos ellos conocidos.

IMPORTANTE: Para recordar cómo se determina el capital común en la capitalización compuesta habrá que remitirse al tema de la sustitución de capitales en capitalización simple.



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

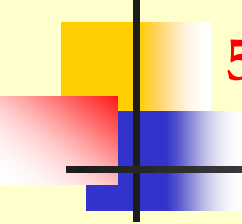
4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO EQUIVALENTES

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

5.1. Determinación del Capital Común

5.2. Determinación del Vencimiento Común

5.3. Determinación del Vencimiento Medio

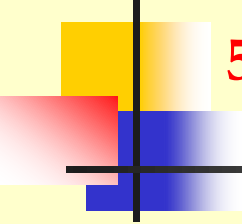


5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

5.2. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO COMÚN

El vencimiento común es el **momento de tiempo t en que vence un capital único C** , conocido, que sustituye a varios capitales $C_1, C_2, \dots, C_n$, con vencimientos en $t_1, t_2, \dots, t_n$, respectivamente, todos ellos conocidos. Se tiene que cumplir:

$$C \neq C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

5.2. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO COMÚN

No desarrollaremos fórmulas:

Tanto en el caso de vencimiento común como el del vencimiento medio se han de aplicar los conceptos para resolver los problemas.

Veremos varios ejemplos resolviendo problemas



TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

ÍNDICE

3. DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Concepto

3.2. Características de la Operación

3.3. Descuento Racional

3.4. Descuento Comercial

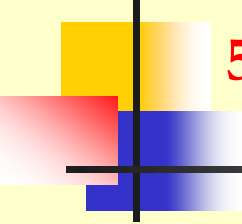
4. TANTO DE INTERÉS Y DESCUENTO EQUIVALENTES

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

5.1. Determinación del Capital Común

5.2. Determinación del Vencimiento Común

5.3. Determinación del Vencimiento Medio



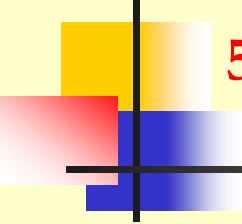
5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

5.3. DETERMINACIÓN DEL VENCIMIENTO MEDIO

El vencimiento medio es el **momento de tiempo t en que vence un capital único C , conocido**, que sustituye a varios capitales $C_1, C_2, \dots, C_n$, con vencimientos en $t_1, t_2, \dots, t_n$, respectivamente, todos ellos conocidos.

Se tiene que cumplir:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

Ejemplo 11:

$C_1 = 2.000€$

$t_1 = 6$ años

$C_2 = 4.000€$

$t_2 = 8$ años

$C_3 = 5.000€$

$t_3 = 10$ años

$t = 9$ años

C?

$i = 8\%$ compuesto anual

2 CASOS:

- Fecha de estudio 0
- Fecha de estudio $t = 9$ años

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

Ejemplo 11:

$C_1 = 2.000€$

$t_1 = 6$ años

$C_2 = 4.000€$

$t_2 = 8$ años

$C_3 = 5.000€$

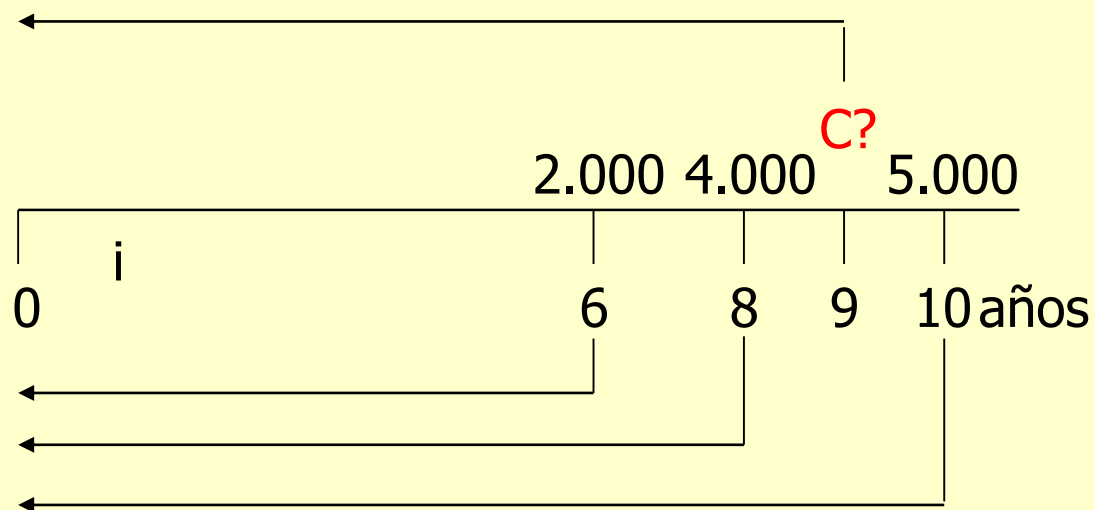
$t_3 = 10$ años

$t = 9$ años

C?

$i = 8\%$ compuesto anual

MOMENTO $t=0$, TIPO DE INTERÉS « i »



$$\frac{C}{(1+i)^t} = \left[\frac{C_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{C_2}{(1+i)^{t_2}} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^{t_n}} \right]$$

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

Ejemplo 11:

MOMENTO $t=0$, TIPO DE INTERÉS « i »

$$\frac{C}{(1+i)^t} = \left[\frac{C_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{C_2}{(1+i)^{t_2}} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^{t_n}} \right]$$

Despejando C y sustituyendo los datos:

$$\begin{aligned} \frac{C}{1,08^9} &= \left[\frac{2.000}{1,08^6} + \frac{4.000}{1,08^8} + \frac{5.000}{1,08^{10}} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{C}{1,08^9} &= \left[\frac{2.000}{1,08^6} + \frac{4.000}{1,08^8} + \frac{5.000}{1,08^{10}} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{C}{1,999005} &= 5.737,38 \Rightarrow C = 11.469,05\text{€} \end{aligned}$$

$$C = 11.469,05\text{€}$$

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

Ejemplo 11:

$C_1 = 2.000€$

$t_1 = 6$ años

$C_2 = 4.000€$

$t_2 = 8$ años

$C_3 = 5.000€$

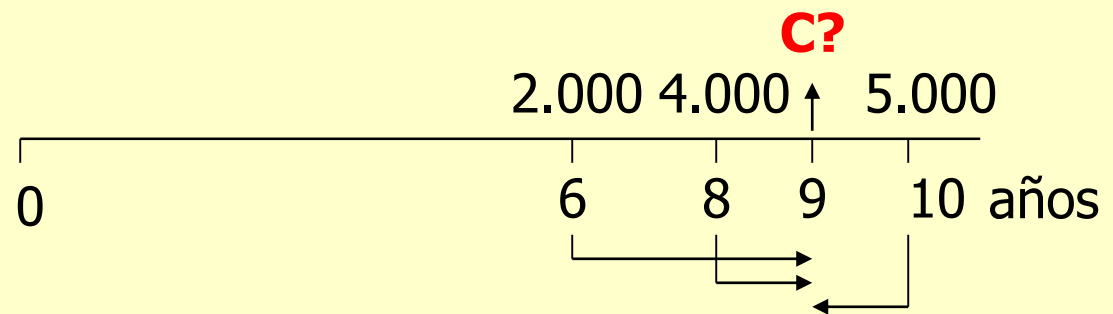
$t_3 = 10$ años

$t = 9$ años

C?

$i = 8\%$ compuesto anual

MOMENTO $t=9$, TIPO DE INTERÉS « i »



$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$C = C_1 \cdot (1+i)^{t-t_1} + C_2 \cdot (1+i)^{t-t_2} + \frac{C_3}{(1+i)^{t_3-t}}$$

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALES

Ejemplo 11:

MOMENTO $t=9$, TIPO DE INTERÉS « i »

$$C = C_1 \cdot (1+i)^{t-t_1} + C_2 \cdot (1+i)^{t-t_2} + \frac{C_3}{(1+i)^{t_3-t}}$$

Sustituyendo los datos:

$$C = 2.000 \cdot (1+0,08)^{9-6} + 4.000 \cdot (1+0,08)^{9-8} + \frac{5.000}{(1+0,08)^{10-9}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow C = 2.000 \cdot 1,08^3 + 4.000 \cdot 1,08^1 + \frac{5.000}{1,08^1} \Rightarrow C = 11.469,05\text{€}$$

$$C = 11.469,05\text{€}$$

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

Ejemplo 11:

MOMENTO $t=0$, TIPO DE INTERÉS « i » $\rightarrow$ $C = 11.469,05\text{€}$

MOMENTO $t=9$, TIPO DE INTERÉS « i » $\rightarrow$ $C = 11.469,05\text{€}$

Recordemos...

La diferencia fundamental viene dada porque **en régimen de compuesta la fecha donde se realice la equivalencia no afecta al resultado final de la operación**, por tanto, si la equivalencia se cumple en un momento dado, se cumple en cualquier punto y, si no se cumple en un momento determinado, no se cumple nunca.

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

Ejemplo 12:

$C_1 = 5.000€$

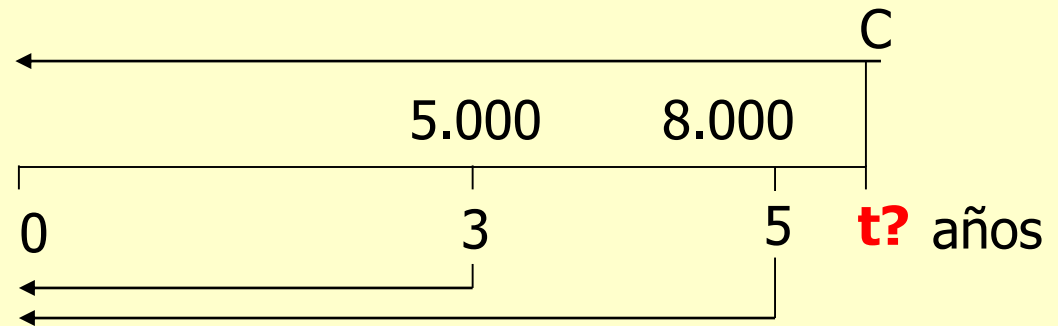
$t_1 = 3$ años

$C_2 = 8.000€$

$t_2 = 5$ años

$i = 6\%$ compuesto anual

$t?$



2 CASOS:

- $C = 12.000€$ (Vencimiento Común)
- $C = 13.000€$ (Vencimiento Medio)

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

Ejemplo 12 (1^{er} Caso):

$C_1 = 5.000€$

$t_1 = 3$ años

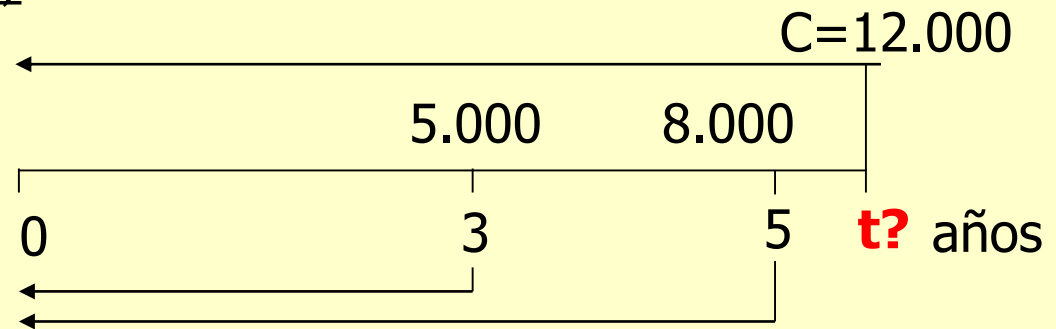
$C_2 = 8.000€$

$t_2 = 5$ años

$i = 6\%$ compuesto anual

$C = 12.000€$

t?



$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$\frac{C}{(1+i)^t} = \left[\frac{C_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{C_2}{(1+i)^{t_2}} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^{t_n}} \right]$$

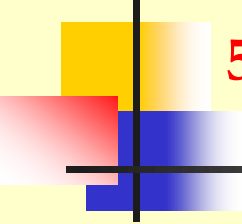
5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

Ejemplo 12 (1^{er} Caso):

$$\frac{C}{(1+i)^t} = \left[\frac{C_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{C_2}{(1+i)^{t_2}} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^{t_n}} \right]$$

Operamos para poder despejar t

$$\begin{aligned} \frac{12.000}{1,06^t} &= \left[\frac{5.000}{1,06^3} + \frac{8.000}{1,06^5} \right] \Rightarrow \frac{12.000}{1,06^t} = 10.176,16 \\ \Rightarrow 10.176,16 \cdot 1,06^t &= 12.000 \Rightarrow \frac{12.000}{10.176,16} = 1,06^t \Rightarrow \\ \Rightarrow 1,179227 &= 1,06^t \end{aligned}$$



5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

Ejemplo 12 (1^{er} Caso):

$$1,179227 = 1,06^t$$

Aplicamos logaritmos para poder despejar t

$$\begin{aligned} \log 1,179227 &= \log 1,06^t \Rightarrow \log 1,179227 = t \cdot \log 1,06 \Rightarrow \\ \Rightarrow t &= \frac{\log 1,179227}{\log 1,06} \Rightarrow t = \frac{0,071597}{0,025306} \Rightarrow t = 2,83 \text{ años} \end{aligned}$$

$$t = 2,83 \text{ años}$$



5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALALES

Ejemplo 12 (1^{er} Caso):

$$t = 2,83 \text{ años}$$

Para pasar los 0,83 años a meses se multiplica por 12 meses que tiene un año

$$0,83 \cdot 12 = 9,96 \text{ meses.}$$

Para pasar los 0,96 meses a días se multiplica por 30 días que tiene un mes

$$0,96 \cdot 30 = 28,8 \text{ días} \approx 29 \text{ días}$$

$$t = 2 \text{ años, } 9 \text{ meses y } 29 \text{ días}$$

5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

Ejemplo 12 (2º Caso):

$C_1 = 5.000\text{€}$

$t_1 = 3$ años

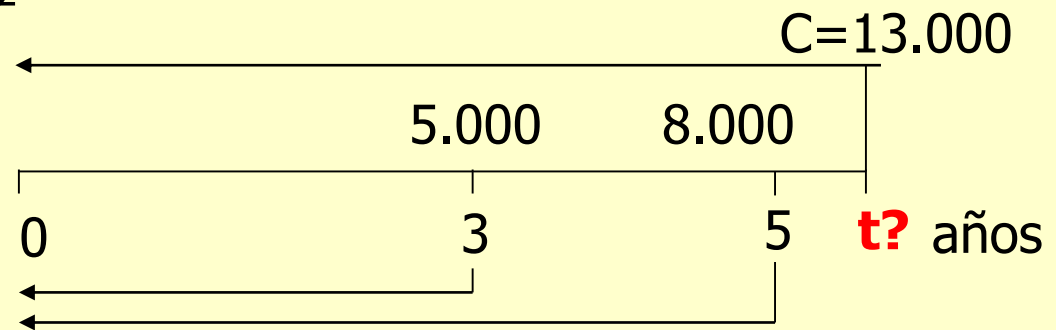
$C_2 = 8.000\text{€}$

$t_2 = 5$ años

$i = 6\%$ compuesto anual

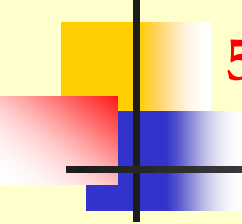
$C = 13.000\text{€}$

$t?$



$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$\frac{C}{(1+i)^t} = \left[\frac{C_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{C_2}{(1+i)^{t_2}} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^{t_n}} \right]$$



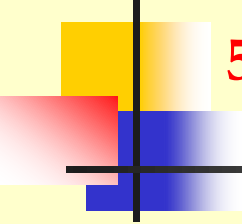
5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

Ejemplo 12 (2º Caso):

$$\frac{C}{(1+i)^t} = \left[\frac{C_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{C_2}{(1+i)^{t_2}} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^{t_n}} \right]$$

Operamos para poder despejar t

$$\begin{aligned} \frac{13.000}{1,06^t} &= \left[\frac{5.000}{1,06^3} + \frac{8.000}{1,06^5} \right] \Rightarrow \frac{13.000}{1,06^t} = 10.176,16 \Rightarrow \\ \Rightarrow 10.176,16 \cdot 1,06^t &= 12.000 \Rightarrow \frac{13.000}{10.176,16} = 1,06^t \Rightarrow \\ \Rightarrow 1,277496 &= 1,06^t \end{aligned}$$



5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITAL

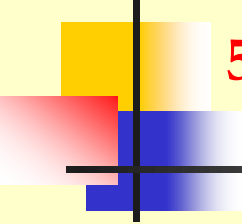
Ejemplo 12 (2º Caso):

$$1,277496 = 1,06^t$$

Aplicamos logaritmos para poder despejar t

$$\begin{aligned} \log 1,277496 &= \log 1,06^t \Rightarrow \log 1,277496 = t \cdot \log 1,06 \Rightarrow \\ \Rightarrow t &= \frac{\log 1,277496}{\log 1,06} \Rightarrow t = \frac{0,106360}{0,025306} \Rightarrow t = 4,20 \text{ años} \end{aligned}$$

$$t = 4,20 \text{ años}$$



5. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

Ejemplo 12 (2º Caso):

$$t = 4,20 \text{ años}$$

Para pasar los 0,20 años a meses se multiplica por 12 meses que tiene un año

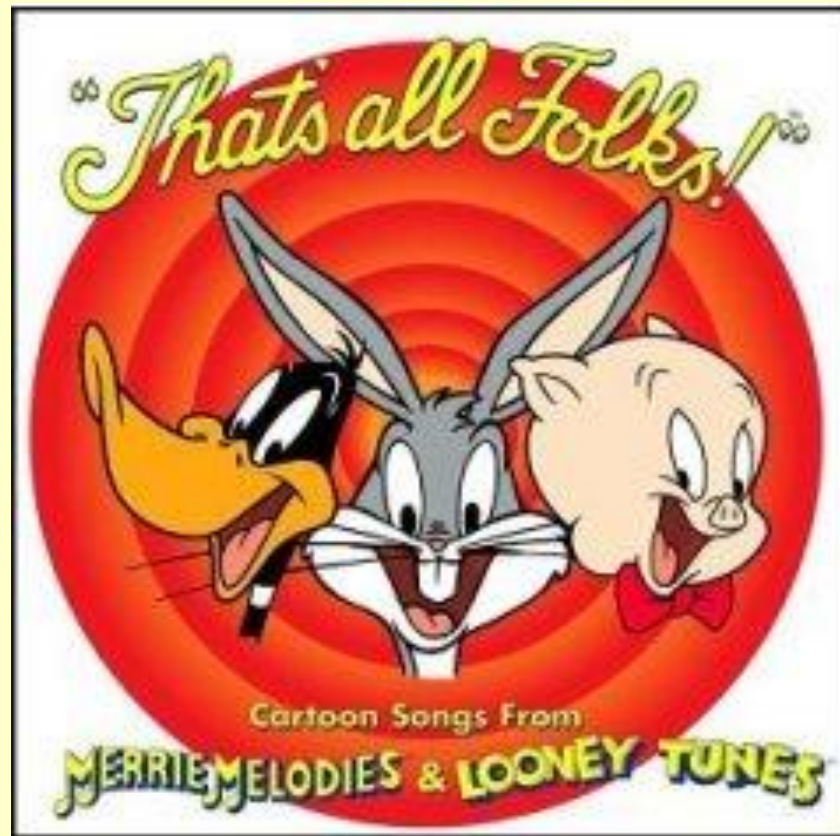
$$0,20 \cdot 12 = 2,40 \text{ meses.}$$

Para pasar los 0,40 meses a días se multiplica por 30 días que tiene un mes

$$0,40 \cdot 30 = 12 \text{ días}$$

$$t = 4 \text{ años, } 2 \text{ meses y } 12 \text{ días}$$

TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA



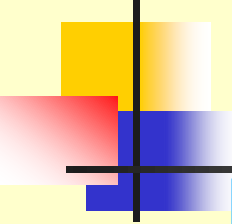


PARTE 2: RENTAS FINANCIERAS

TEMA 6: Teoría de Rentas. Rentas Constantes

TEMA 7: Rentas Variables

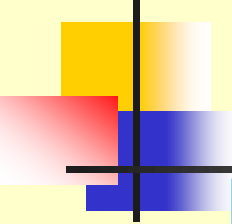




TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA
2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA
3. CLASES DE RENTAS
 - 3.1. Según la Cuantía de los Términos
 - 3.2. Según el Número de Términos
 - 3.3. Según el Vencimiento del Término
 - 3.4. Según el Momento de Valoración
 - 3.5. Según la Periodicidad del Vencimiento
 - 3.6. Según la Ley Financiera
4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

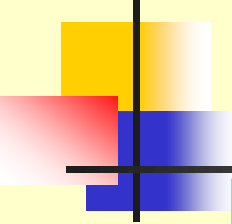
5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

1. **CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA**
2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA
3. CLASES DE RENTAS
 - 3.1. Según la Cuantía de los Términos
 - 3.2. Según el Número de Términos
 - 3.3. Según el Vencimiento del Término
 - 3.4. Según el Momento de Valoración
 - 3.5. Según la Periodicidad del Vencimiento
 - 3.6. Según la Ley Financiera
4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA



1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA

Hasta ahora...

Operaciones financieras de un solo capital o pocos capitales

Ahora...

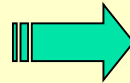
Operaciones financieras con muchos capitales (ej. constitución de un capital, planes de jubilación, préstamos,...)

¿Cómo movemos todos los capitales a un mismo momento del tiempo?



1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA

SOLUCIÓN



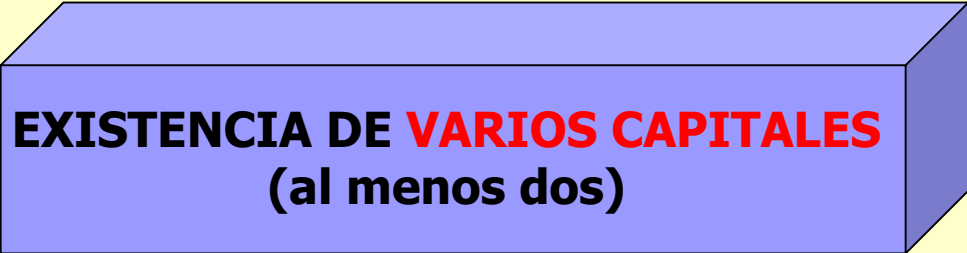
TEORÍA DE RENTAS

La renta se define como un conjunto de capitales con vencimientos equidistantes de tiempo.



1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA

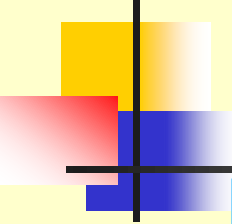
Para que exista una renta se tienen
que dar **DOS REQUISITOS:**



EXISTENCIA DE VARIOS CAPITALES
(al menos dos)



PERIODICIDAD CONSTANTE ENTRE
LOS CAPITALES (sea cual sea)



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA
- 2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA**
3. CLASES DE RENTAS
 - 3.1. Según la Cuantía de los Términos
 - 3.2. Según el Número de Términos
 - 3.3. Según el Vencimiento del Término
 - 3.4. Según el Momento de Valoración
 - 3.5. Según la Periodicidad del Vencimiento
 - 3.6. Según la Ley Financiera
4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA



2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA

¿Cuáles son los elementos de una renta?

- ❑ **Fuente de la renta**: fenómeno económico que da origen al nacimiento de la renta
- ❑ **Origen**: momento en el que comienza a devengarse el primer capital
- ❑ **Final**: momento en el que termina de devengarse el último capital

.../...



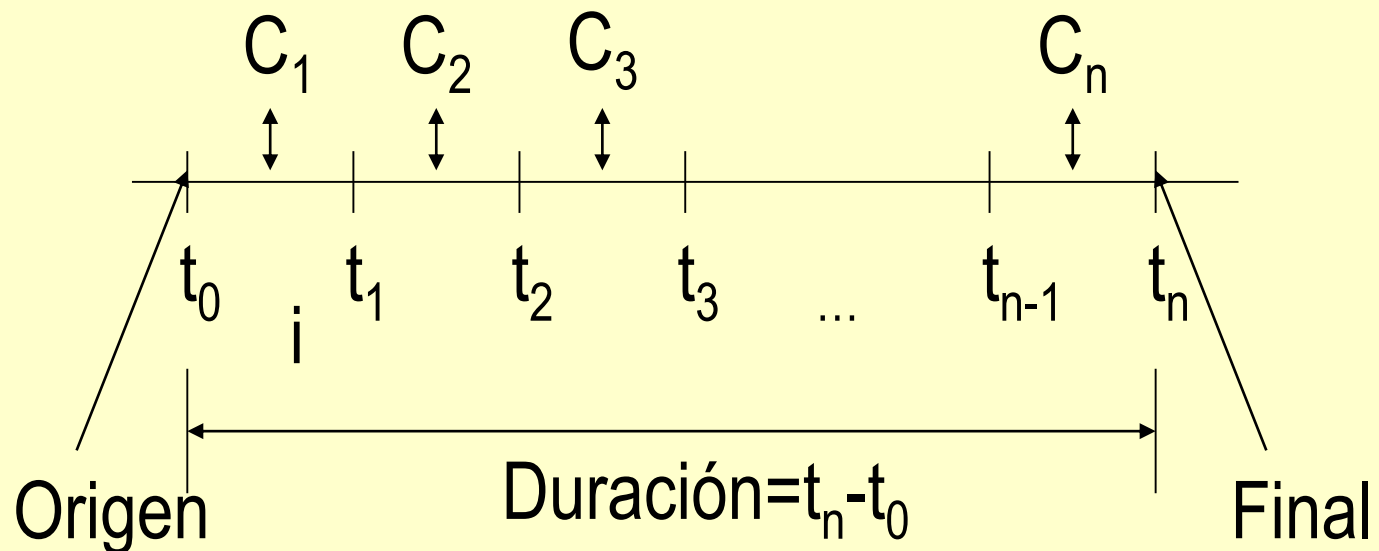
2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA

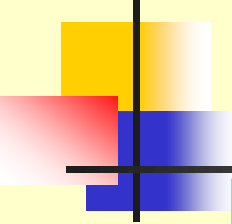
.../ ...

- ☐ **Duración**: tiempo que transcurre desde el origen hasta el final de la renta.
- ☐ **Término**: cada uno de los capitales que componen la renta
- ☐ **Período**: intervalo de tiempo entre dos capitales consecutivos
- ☐ **Tanto de interés**: tasa empleada para mover los capitales de la renta

2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA

Gráficamente:





TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA
2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA
- 3. CLASES DE RENTAS**
 - 3.1. Según la Cuantía de los Términos**
 - 3.2. Según el Número de Términos
 - 3.3. Según el Vencimiento del Término
 - 3.4. Según el Momento de Valoración
 - 3.5. Según la Periodicidad del Vencimiento
 - 3.6. Según la Ley Financiera
4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA



3. CLASES DE RENTAS

3.1. SEGÚN LA CUANTÍA DE LOS TÉRMINOS

Constante: Todos los capitales son iguales

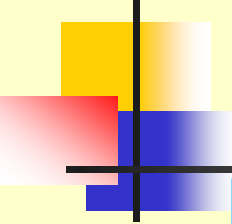
Variable: Al menos uno de los capitales es diferente al resto

Sin seguir una ley matemática: Varían aleatoriamente

Siguiendo una ley matemática: Varían en orden

En progresión aritmética

En progresión geométrica



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA
2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA
- 3. CLASES DE RENTAS**
 - 3.1. Según la Cuantía de los Términos
 - 3.2. Según el Número de Términos**
 - 3.3. Según el Vencimiento del Término
 - 3.4. Según el Momento de Valoración
 - 3.5. Según la Periodicidad del Vencimiento
 - 3.6. Según la Ley Financiera
4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

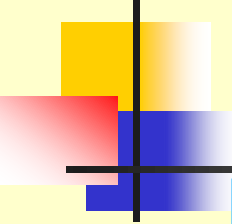


3. CLASES DE RENTAS

3.2. SEGÚN EL NÚMERO DE TÉRMINOS

Temporal: Tienen un número finito y conocido de capitales

Perpetua: Tienen un número infinito o demasiado grande de capitales



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA
2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA
- 3. CLASES DE RENTAS**
 - 3.1. Según la Cuantía de los Términos
 - 3.2. Según el Número de Términos
 - 3.3. Según el Vencimiento del Término**
 - 3.4. Según el Momento de Valoración
 - 3.5. Según la Periodicidad del Vencimiento
 - 3.6. Según la Ley Financiera
4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

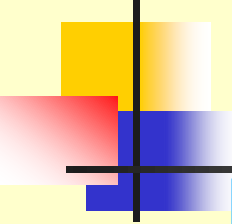


3. CLASES DE RENTAS

3.3. SEGÚN EL VENCIMIENTO DEL TÉRMINO

Pospagable: Los capitales se encuentran al final de cada periodo de tiempo

Prepagable: Los capitales se encuentran al principio de cada periodo de tiempo



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA
2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA
- 3. CLASES DE RENTAS**
 - 3.1. Según la Cuantía de los Términos
 - 3.2. Según el Número de Términos
 - 3.3. Según el Vencimiento del Término
 - 3.4. Según el Momento de Valoración**
 - 3.5. Según la Periodicidad del Vencimiento
 - 3.6. Según la Ley Financiera
4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA



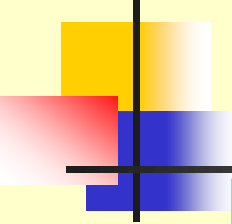
3. CLASES DE RENTAS

3.4. SEGÚN EL MOMENTO DE VALORACIÓN

Inmediata: Se valora la renta en su origen o en su final

Diferida: El primer término se encuentra en algún momento posterior al que le correspondería a la inmediata

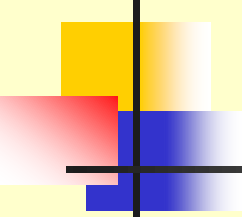
Anticipada: El primer término se encuentra en algún momento anterior al que le correspondería a la inmediata.



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA
2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA
- 3. CLASES DE RENTAS**
 - 3.1. Según la Cuantía de los Términos
 - 3.2. Según el Número de Términos
 - 3.3. Según el Vencimiento del Término
 - 3.4. Según el Momento de Valoración
 - 3.5. Según la Periodicidad del Vencimiento**
 - 3.6. Según la Ley Financiera
4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA



3. CLASES DE RENTAS

3.5. SEGÚN LA PERIODICIDAD DEL VENCIMIENTO

Entera:

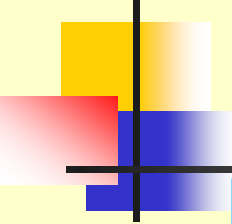
El término de la renta y tanto de valoración se expresan en la misma unidad de tiempo

Periódica:

El término de la renta se expresa en una unidad mayor a la del tanto de valoración

Fraccionada:

El término de la renta se expresa en una unidad menor a la del tanto de valoración



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA
2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA
- 3. CLASES DE RENTAS**
 - 3.1. Según la Cuantía de los Términos
 - 3.2. Según el Número de Términos
 - 3.3. Según el Vencimiento del Término
 - 3.4. Según el Momento de Valoración
 - 3.5. Según la Periodicidad del Vencimiento
 - 3.6. Según la Ley Financiera**
4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA



3. CLASES DE RENTAS

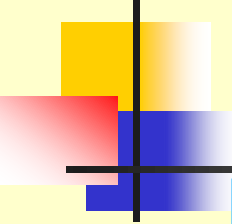
3.6. SEGÚN LA LEY FINANCIERA

Simple:

Emplea una ley financiera a interés simple para desplazar los capitales

Compuesta:

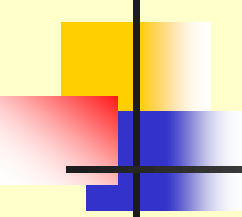
Emplea una ley financiera a interés compuesto para desplazar los capitales



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE RENTA FINANCIERA
2. ELEMENTOS DE UNA RENTA FINANCIERA
3. CLASES DE RENTAS
 - 3.1. Según la Cuantía de los Términos
 - 3.2. Según el Número de Términos
 - 3.3. Según el Vencimiento del Término
 - 3.4. Según el Momento de Valoración
 - 3.5. Según la Periodicidad del Vencimiento
 - 3.6. Según la Ley Financiera
- 4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA**



4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

El valor financiero o capital de una renta en un momento t es el resultado de llevar financieramente (**capitalizando o descontando**) todos los términos de la renta a dicho momento de tiempo t

Existen **dos casos especialmente relevantes**:

Si $t=0$ (siendo 0 el origen de la renta) nos encontramos con el **VALOR ACTUAL**, esto es, resultado de valorar todos los términos de la renta en el momento cero.

Si $t=n$ (siendo n el final de la renta) se define como el **VALOR FINAL**, resultado de desplazar todos los términos de la renta al momento n

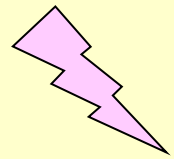


4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

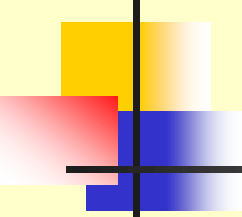
Para empezar a operar con las rentas
tenemos que tener en cuenta DOS
CUESTIONES



Para aplicar las
fórmulas hay que
clasificar las rentas
según los criterios
anteriores



Vamos a trabajar
sobre los valores
iniciales y finales de
las rentas



4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

Algunas fórmulas que nos van hacer falta:

Fórmula de la suma de n términos de una progresión aritmética:

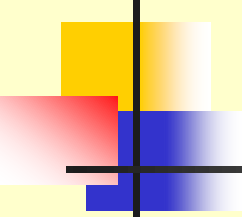
$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

donde:

$a_1 \equiv$ Primer término de la progresión

$a_n \equiv$ Último término de la progresión

$n \equiv$ Número de términos de la progresión



4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

Algunas fórmulas que nos van hacer falta:

Fórmula de la suma de n términos de una progresión geométrica decreciente:

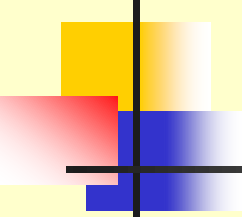
$$S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$$

donde:

$a_1 \equiv$ Primer término de la progresión

$a_n \equiv$ Último término de la progresión

$r \equiv$ Razón de la progresión



4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

Algunas fórmulas que nos van hacer falta:

Fórmula de la suma de n términos de una progresión geométrica creciente:

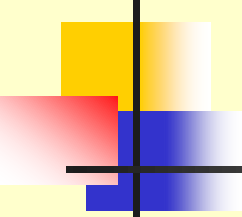
$$S = \frac{a_1 - r \cdot a_n}{r - 1}$$

donde:

$a_1 \equiv$ Primer término de la progresión

$a_n \equiv$ Último término de la progresión

$r \equiv$ Razón de la progresión



4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

Algunas fórmulas que nos van hacer falta:

Fórmula del cálculo del término n-ésimo de una progresión aritmética:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

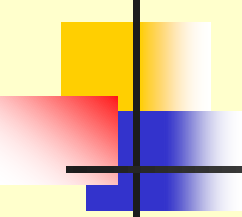
donde:

$a_1 \equiv$ Primer término de la progresión

$a_n \equiv$ Último término de la progresión

$n \equiv$ Número de términos de la progresión

$d \equiv$ Diferencia de la progresión



4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

Algunas fórmulas que nos van hacer falta:

Fórmula del cálculo del término n-ésimo de una progresión geométrica:

$$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$$

donde:

$a_1 \equiv$ Primer término de la progresión

$a_n \equiv$ Último término de la progresión

$n \equiv$ Número de términos de la progresión

$r \equiv$ Razón de la progresión



4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

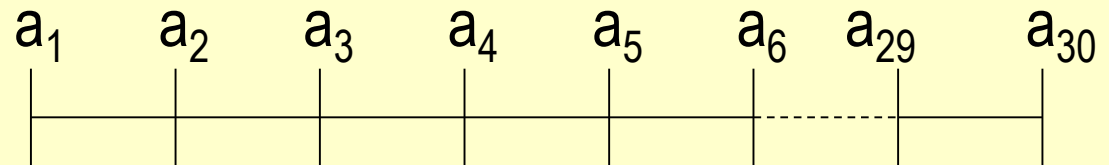
Ejemplo 1 (Primer caso):

$$n=30$$

$$a_1=5$$

$$d=2$$

S?



4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

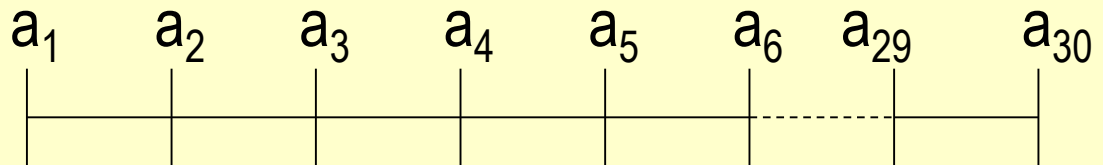
Ejemplo 1 (Primer caso):

$$n=30$$

$$a_1=5$$

$$d=2$$

S?



$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_{30} = 5 + (30-1) \cdot 2 = 63$$

$$S = \frac{5 + 63}{2} \cdot 30 = 1.020$$

$$S = 1.020$$



4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

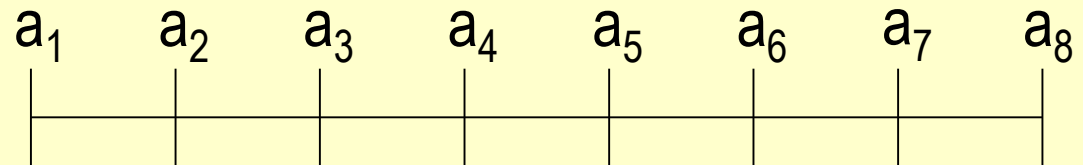
Ejemplo 1 (Segundo caso):

$$n=8$$

$$a_1=1.000$$

$$r=0,5$$

S?



4. VALOR FINANCIERO O CAPITAL DE UNA RENTA

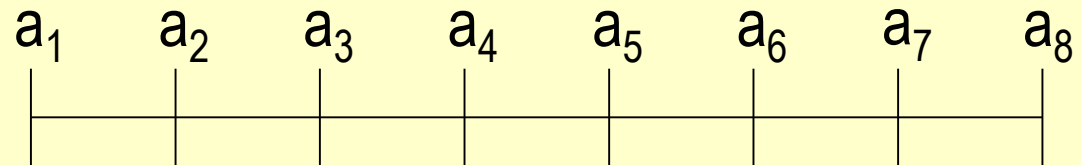
Ejemplo 1 (Segundo caso):

$$n=8$$

$$a_1=1.000$$

$$r=0,5$$

S?



Como $r < 1$, la progresión geométrica es DECRECIENTE:

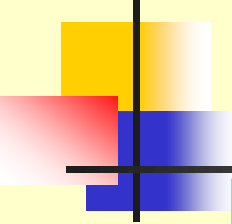
$$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$$

$$S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$$

$$a_8 = 1.000 \cdot 0,5^{(8-1)} = 7,8125$$

$$S = \frac{1.000 - 7,8125 \cdot 0,5}{1 - 0,5} = 1.992,19$$

$$S = 1.992,19$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

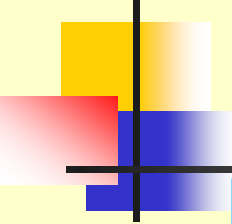


5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Vamos a estudiar una **RENTA**:

<u>CONSTANTE</u>	➤	Términos de igual cuantía
<u>TEMPORAL</u>	➤	Número finito de términos
<u>POSPAGABLE</u>	➤	Términos que vencen al final del periodo
<u>INMEDIATA</u>	➤	Valoración en origen o final
<u>ENTERA</u>	➤	Términos y tanto en la misma unidad de tiempo
<u>COMPUESTA</u>	➤	Ley Financiera Compuesta



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

Fórmula para calcular el **valor inicial** V_0

en capitalización compuesta:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

IMPORTANTE: n lo que indica es el número de veces que se han generado (y acumulado) intereses al capital inicial, por tanto, esa variable siempre ha de estar en la misma unidad de tiempo que el tipo de interés (no importando cuál sea)

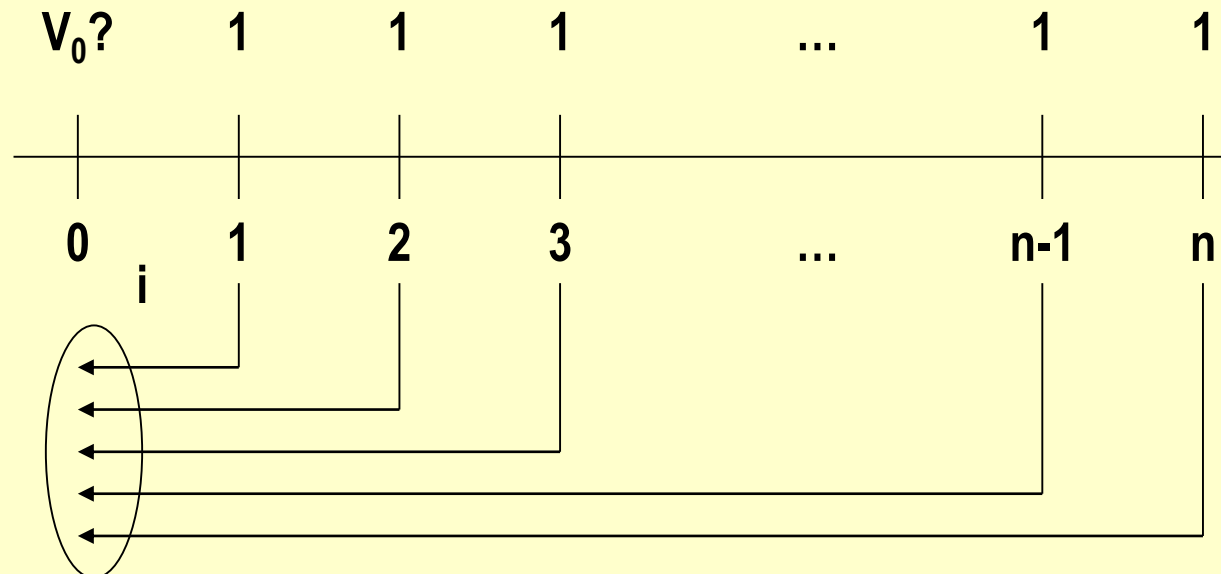
5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

RENTA UNITARIA: Todos los términos iguales a la unidad

Gráficamente:



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

Aplicando la definición de valor actual y llevando los términos uno a uno, descontando en régimen de descuento compuesto al tanto de la renta i , desde donde están cada uno de los capitales hasta el origen se obtiene el valor actual, que se denota con la siguiente terminología

n : Número de Términos

$a_n | i$

i : Tanto de Valoración

La letra **a**: Significa **Valor Actual**

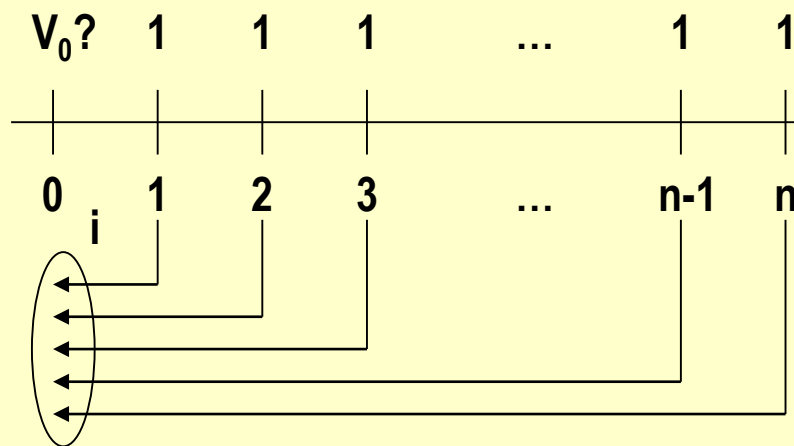
La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

Llegamos a la siguiente fórmula:



$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$V_0 = a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

$$V_0 = a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}$$

Para simplificar la expresión anterior, hemos de hacer notar que se trata de una **progresión geométrica** de razón:

$$r = \frac{1}{1+i}$$

Como la razón es menor que la unidad, la **progresión es decreciente**, por lo que la suma de los n términos de una progresión geométrica decreciente es la siguiente:

$$S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

Sumando los n términos de la progresión geométrica:

$$V_0 = a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$$

$$\begin{aligned} a_{\overline{n}|i} &= \frac{\frac{1}{1+i} - \frac{1}{(1+i)^n} \cdot \frac{1}{1+i}}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{\frac{1}{1+i} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right)}{\frac{1+i-1}{1+i}} = \frac{\frac{1}{1+i} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right)}{\frac{i}{1+i}} = \\ &= \frac{\frac{1}{1+i} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right)}{i \cdot \frac{1}{1+i}} = \frac{\frac{1}{1+i} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right)}{i \cdot \frac{1}{1+i}} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \end{aligned}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Esta es la expresión que permite calcular el valor ACTUAL de una **RENDA CONSTANTE, TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA, ENTERA Y UNITARIA**

5. RENTAS CONSTANTES

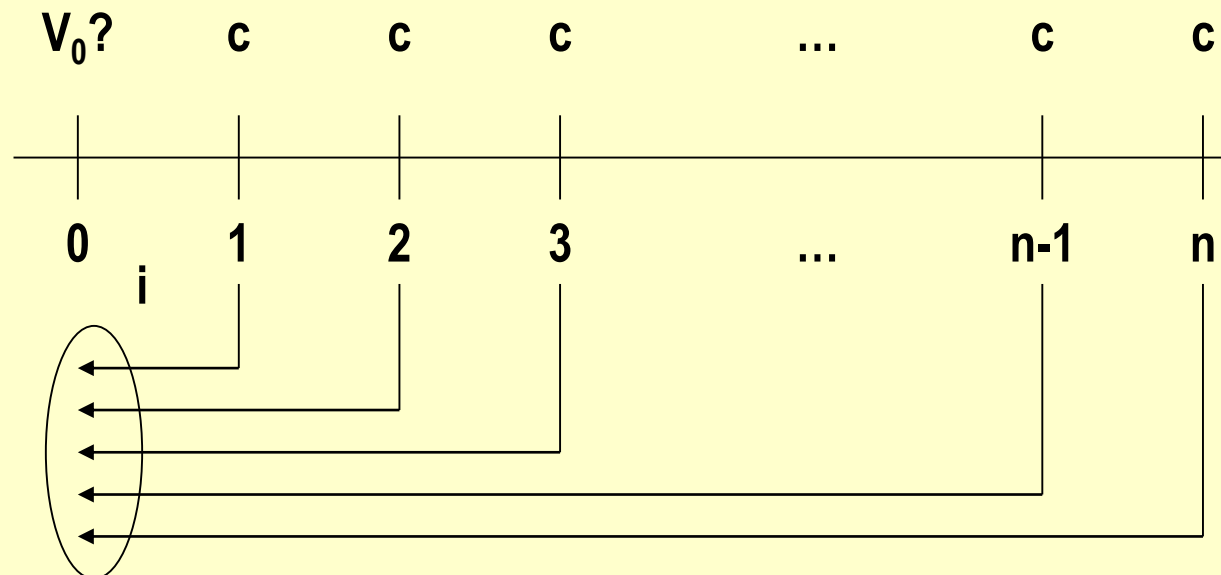
5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

RENTA NO UNITARIA o DE CUANTÍA c :

Todos los términos iguales a c

Gráficamente:

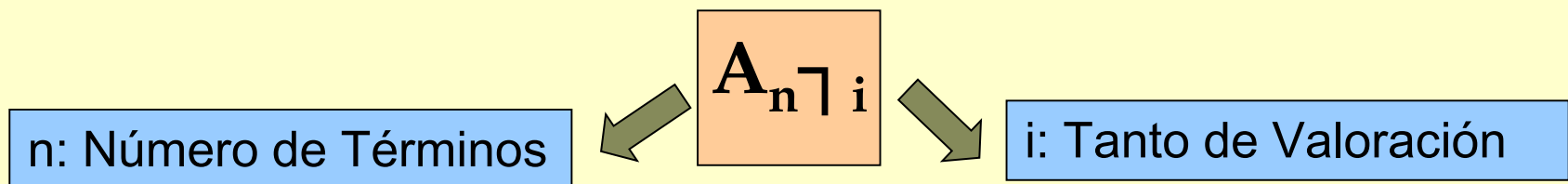


5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

Aplicando la definición de valor actual y llevando los términos uno a uno, descontando en régimen de descuento compuesto al tanto de la renta i , desde donde están cada uno de los capitales hasta el origen se obtiene el valor actual, que se denota con la siguiente terminología



La letra **a**: Significa **Valor Actual**

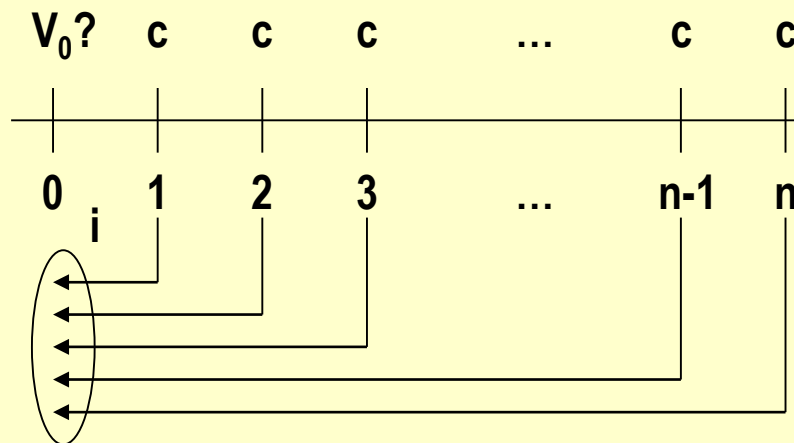
La letra **mayúscula**: Significa **Renta No Unitaria**

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

Llegamos a la siguiente fórmula:



$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$V_0 = A_{\overline{n}|i} = \frac{c}{1+i} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c}{(1+i)^{n-1}} + \frac{c}{(1+i)^n}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

$$V_0 = A_{\overline{n}|i} = \frac{c}{1+i} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c}{(1+i)^{n-1}} + \frac{c}{(1+i)^n}$$

Sacamos factor común c:

$$V_0 = A_{\overline{n}|i} = c \cdot \left[\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

El corchete es el valor actual de una **renta unitaria**,
temporal, **pospagable**, **inmediata** y **entera**

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

$$V_0 = A_{\overline{n}|i} = c \cdot \left[\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$A_{\overline{n}|i} = c \cdot a_{\overline{n}|i} = c \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

$$A_{\overline{n}|i} = c \cdot a_{\overline{n}|i}$$

Esta es la expresión que permite calcular el valor INICIAL de una **RENTA CONSTANTE, TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA, ENTERA Y DE CUANTÍA c**

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

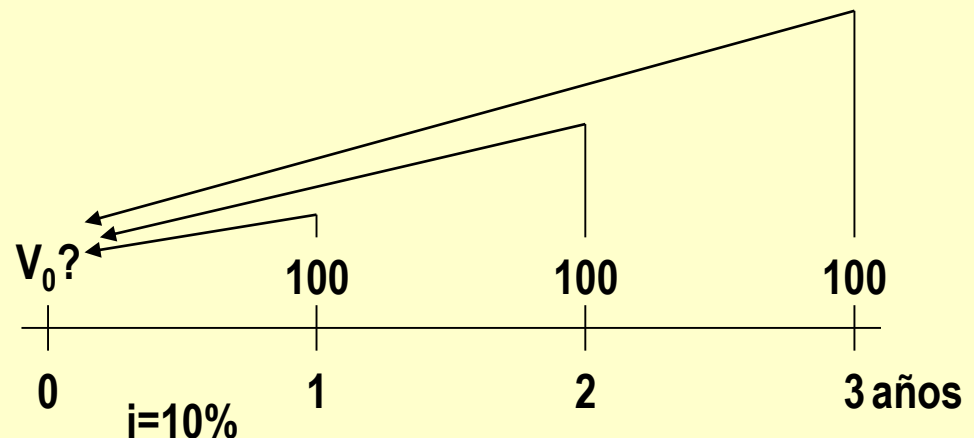
Ejemplo 2:

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_0?$





5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

Ejemplo 2:

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$$V_0 = A_{\overline{n}|i} = \frac{c}{1+i} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c}{(1+i)^{n-1}} + \frac{c}{(1+i)^n}$$

$V_0?$

Forma 1: Moviendo los capitales uno a uno

$$V_0 = A_{\overline{3}|0,1} = \frac{100}{1+0,1} + \frac{100}{(1+0,1)^2} + \frac{100}{(1+0,1)^3} = 248,69\text{€}$$

$$V_0 = 248,69\text{€}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

Ejemplo 2:

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_0?$

$$A_{\overline{n}|i} = c \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Forma 2: Utilizando la fórmula de la renta constante, temporal, pospagable, inmediata y entera

$$V_0 = A_{\overline{3}|0,1} = 100 \cdot a_{\overline{3}|0,1} = 100 \cdot \frac{1 - (1+0,1)^{-3}}{0,1} = 248,69\text{€}$$

$$V_0 = 248,69\text{€}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

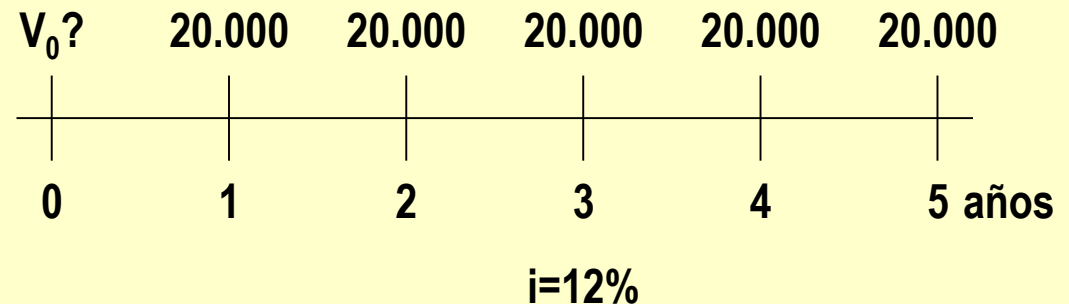
Ejemplo 3:

$n=5$ años

$c=20.000\text{€}$

$i=12\%$ efectivo anual

Valor a imponer?



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

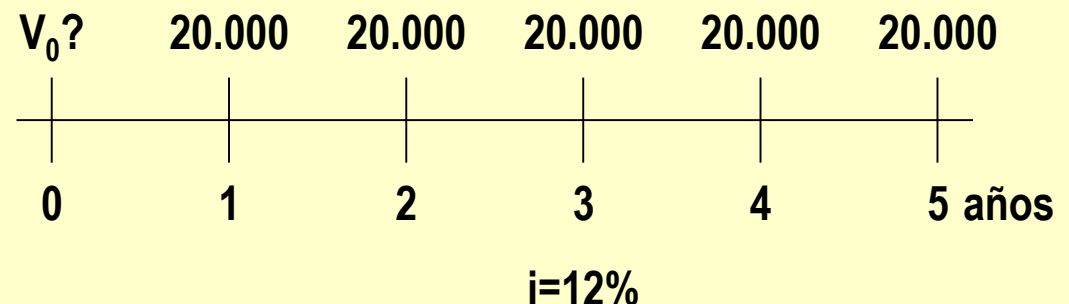
Ejemplo 3:

$n=5$ años

$c=20.000\text{€}$

$i=12\%$ efectivo anual

Valor a imponer?



Las cantidades a recibir en el futuro constituyen una **renta constante, temporal, pospagable, inmediata y entera**

El **valor que hay que imponer** tiene que ser, por tanto, igual a la suma de los capitales actualizados, es decir, al **valor actual**

$V_0?$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.1. Cálculo del Valor Inicial

Ejemplo 3:

n=5 años

c=20.000€

i=12% efectivo anual

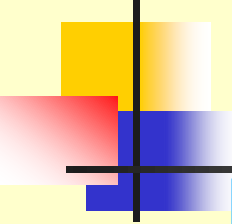
Valor a imponer?

$$A_{\overline{n}|i} = c \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$V_0 = A_{\overline{5}|0,12} = 20.000 \cdot a_{\overline{5}|0,12} = 20.000 \cdot \frac{1 - (1 + 0,12)^{-5}}{0,12} = 72.095,52€$$

$$V_0 = 72.095,52€$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Fórmula para calcular el **valor final** V_n

en capitalización compuesta:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

IMPORTANTE: n lo que indica es el número de veces que se han generado (y acumulado) intereses al capital inicial, por tanto, esa variable siempre ha de estar en la misma unidad de tiempo que el tipo de interés (no importando cuál sea)

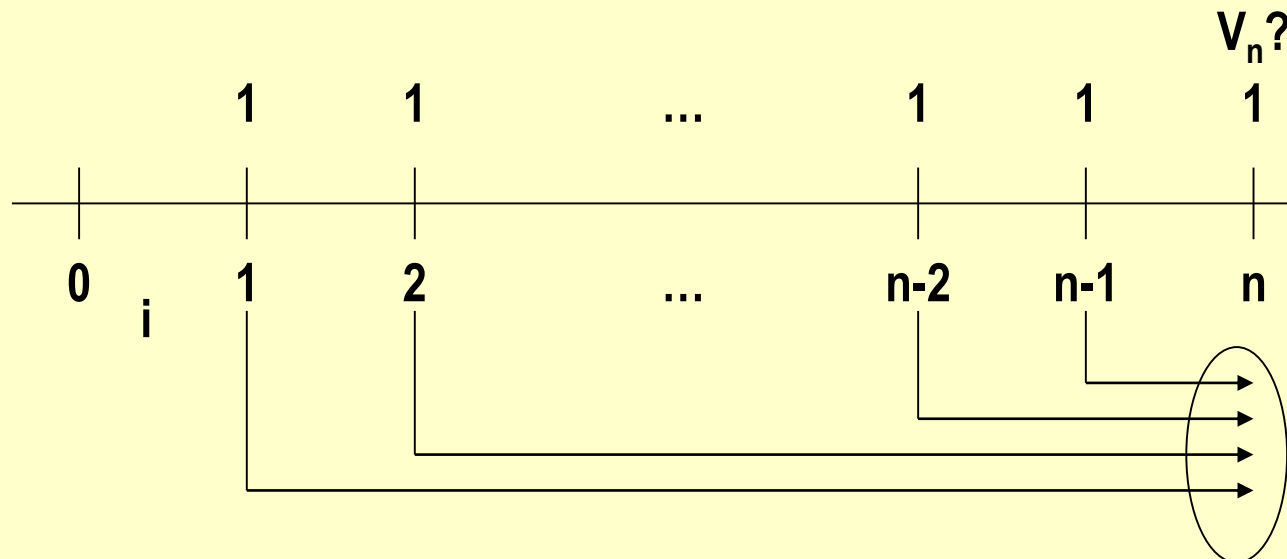
5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

RENTA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**

Gráficamente:

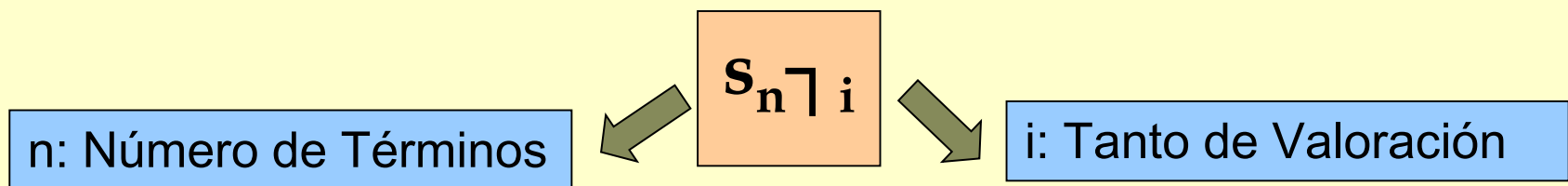


5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Aplicando la definición de valor final y llevando los términos uno a uno, capitalizando en régimen de capitalización compuesta al tanto de la renta i , desde donde se encuentra cada uno hasta el final, que se denota con la siguiente terminología



La letra **s**: Significa **Valor Final**

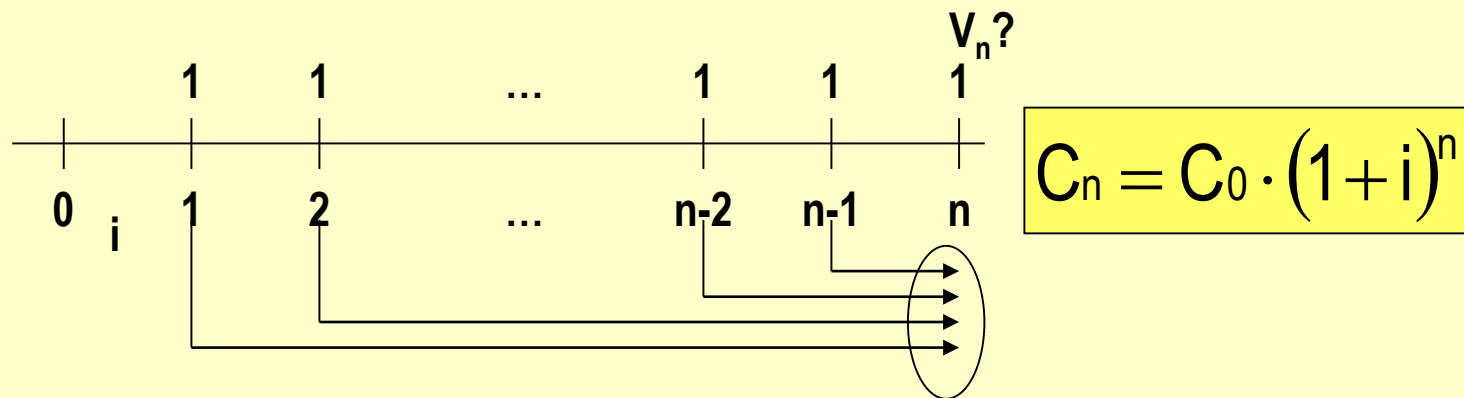
La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Llegamos a la siguiente fórmula:



$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

$$V_n = s_{\overline{n}|i} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

$$V_n = S_{\overline{n}|i} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}$$

Para simplificar la expresión anterior, hemos de hacer notar que se trata de una **progresión geométrica** de razón:

$$r = 1+i$$

Como la razón es mayor que la unidad, la **progresión es decreciente**, por lo que la suma de los n términos de una progresión geométrica decreciente es la siguiente:

$$S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Sumando los n términos de la progresión geométrica:

$$V_n = s_{\overline{n}|i} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}$$

$$S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^{n-1} \cdot (1+i) - 1}{(1+i) - 1} = \frac{(1+i)^{n-1+1} - 1}{1+i - 1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

$$S_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Esta es la expresión que permite calcular el valor FINAL de una **RENDA CONSTANTE, TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA, ENTERA Y UNITARIA**

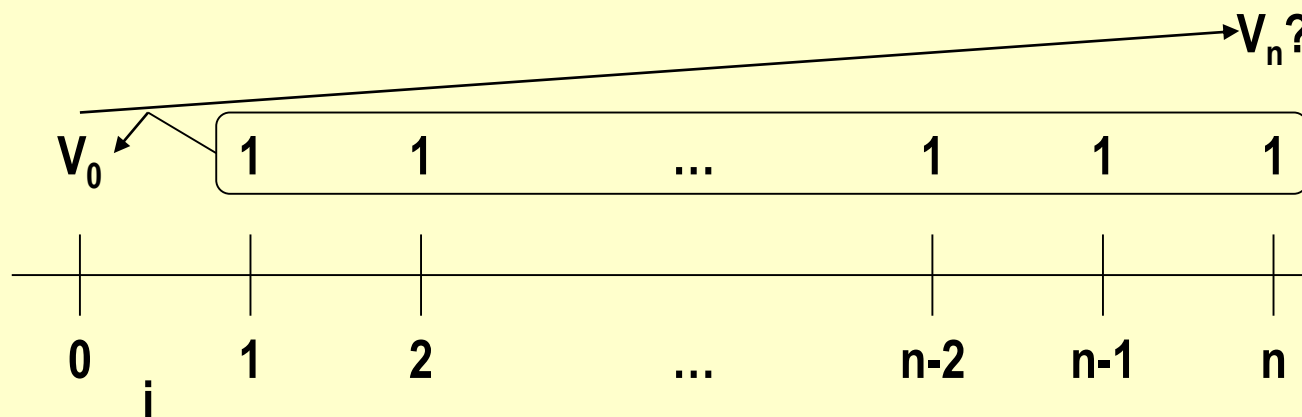
5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Al mismo resultado hubiésemos llegado si se **capitaliza el valor actual** de la renta hasta su final empleando el mismo tanto de valoración:

Gráficamente:

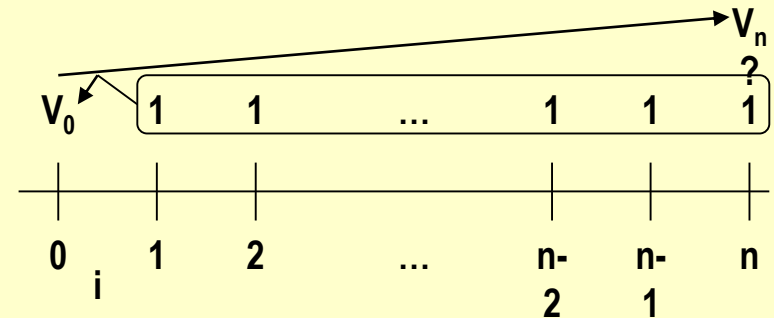


5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Por tanto, el valor final de la renta será la capitalización de su valor actual



$$s_{\overline{n}|i} = (1+i)^n \cdot a_{\overline{n}|i} = (1+i)^n \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{(1+i)^n \cdot (1-(1+i)^{-n})}{i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

5. RENTAS CONSTANTES

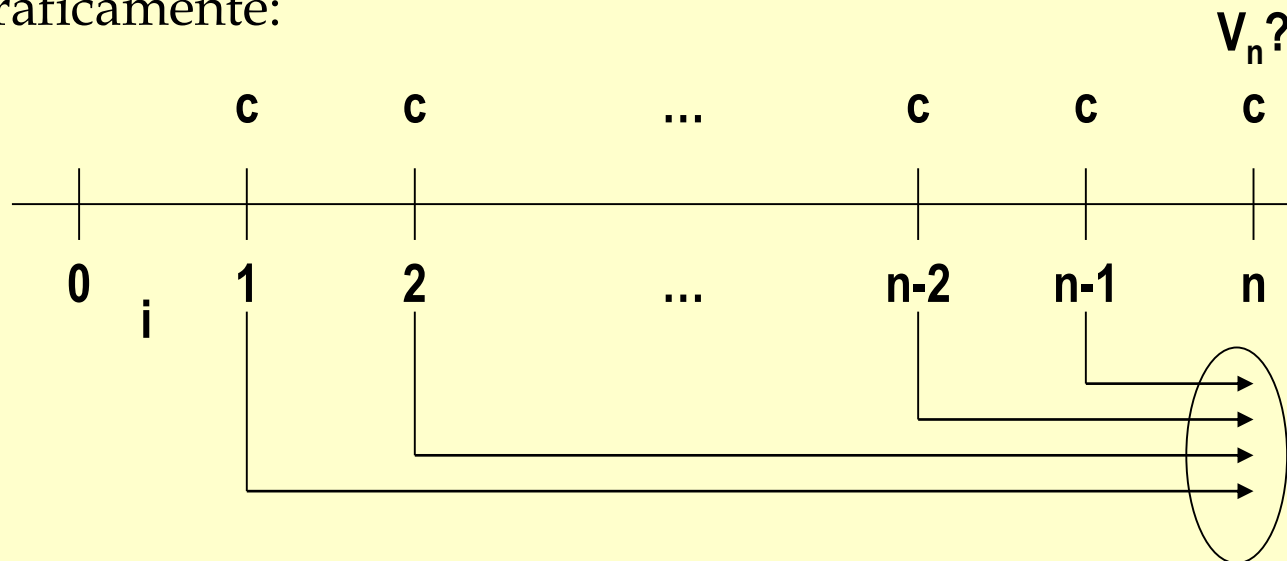
5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

RENTA NO UNITARIA o DE CUANTÍA c :

Todos los términos iguales a c

Gráficamente:

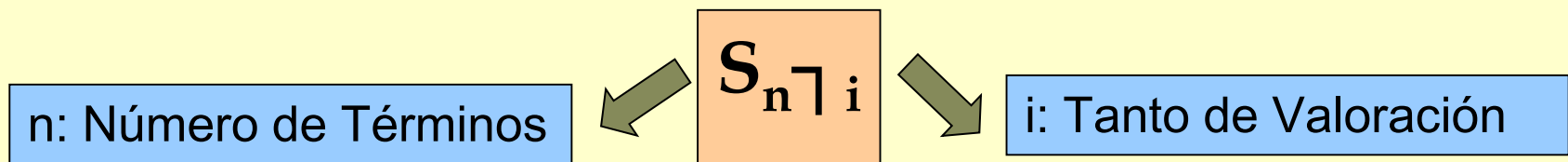


5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Aplicando la definición de valor final y llevando los términos uno a uno, capitalizando en régimen de capitalización compuesta al tanto de la renta i , desde donde se encuentra cada uno hasta el final, que se denota con la siguiente terminología



La letra **s**: Significa **Valor Final**

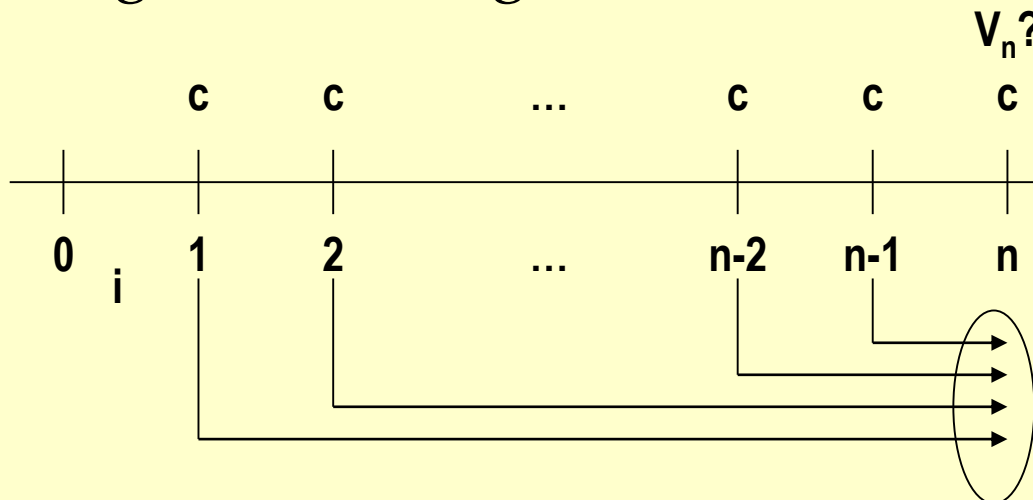
La letra **mayúscula**: Significa **Renta No Unitaria**

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Llegamos a la siguiente fórmula:



$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

$$V_n = S_{\overline{n}|i} = c + c \cdot (1+i) + c \cdot (1+i)^2 + \dots + c \cdot (1+i)^{n-1}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

$$V_n = S_{n|i}^- = c + c \cdot (1+i) + c \cdot (1+i)^2 + \dots + c \cdot (1+i)^{n-1}$$

Sacamos factor común c:

$$V_n = S_{n|i}^- = c \cdot \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} \right]$$

El corchete es el valor final de una renta unitaria,
temporal, pospagable, inmediata y entera

$$S_{n|i}^- = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

$$V_n = S_{n|i}^- = c + c \cdot (1+i) + c \cdot (1+i)^2 + \dots + c \cdot (1+i)^{n-1}$$

$$S_{n|i}^- = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}$$

$$S_{n|i}^- = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$S_{n|i} = c \cdot S_{n|i}^- = c \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

$$S_{\overline{n}|i} = C \cdot S_{\overline{n}|i}$$

Esta es la expresión que permite calcular el valor FINAL de una **RENDA CONSTANTE, TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA, ENTERA Y DE CUANTÍA c**

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

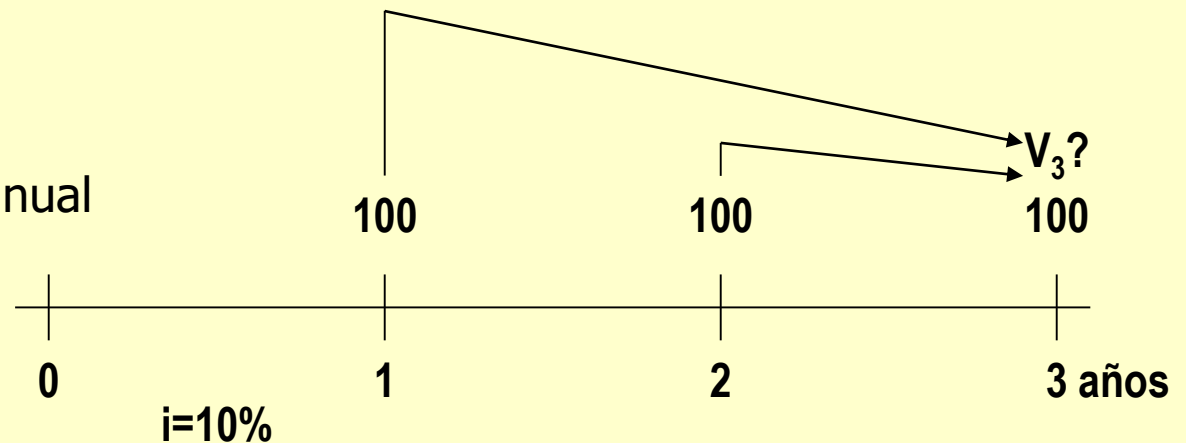
Ejemplo 4:

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_3?$





5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Ejemplo 4:

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$$V_n = S_{\overline{n}|i} = c + c \cdot (1+i) + c \cdot (1+i)^2 + \dots + c \cdot (1+i)^{n-1}$$

$V_3?$

Forma 1: Moviendo los capitales uno a uno

$$V_3 = S_{\overline{3}|0,1} = 100 + 100 \cdot (1+0,1) + 100 \cdot (1+0,1)^2 = 331\text{€}$$

$$V_3 = 331\text{€}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Ejemplo 4:

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_3?$

$$S_{\overline{n}|i} = c \cdot s_{\overline{n}|i}$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Forma 2: Utilizando la fórmula de la renta constante, temporal, pospagable, inmediata y entera

$$V_3 = S_{\overline{3}|0,1} = 100 \cdot s_{\overline{3}|0,1} = 100 \cdot \frac{(1+0,1)^3 - 1}{0,1} = 331\text{€}$$

$$V_3 = 331\text{€}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Ejemplo 4:

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_3?$

$$A_{\overline{3}|0,1} = 248,69$$

$$V_n = (1+i)^n \cdot A_{\overline{n}|i}$$

Forma 3: Capitalizando el valor actual, calculado en el ejemplo 1

$$V_3 = (1+0,1)^3 \cdot A_{\overline{3}|0,1} = 1,1^3 \cdot 248,69 = 331\text{€}$$

$$V_3 = 331\text{€}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

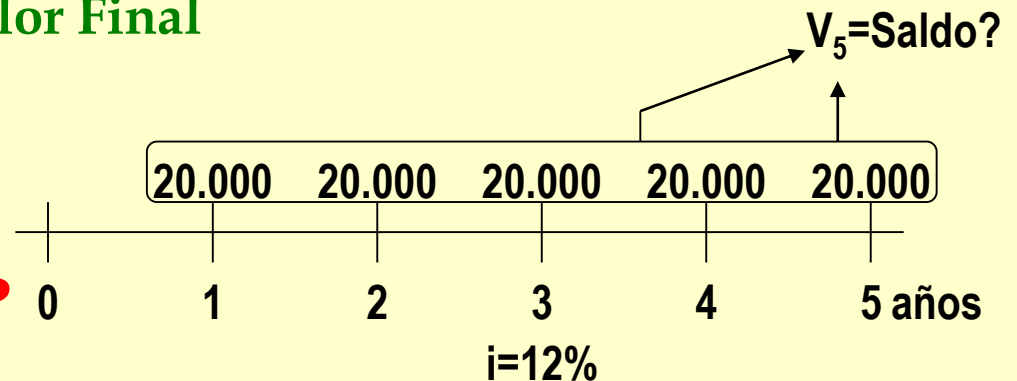
Ejemplo 5:

$n=5$ años

$c=20.000\text{€}$

$i=12\%$ efectivo anual

Importe acumulado?



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

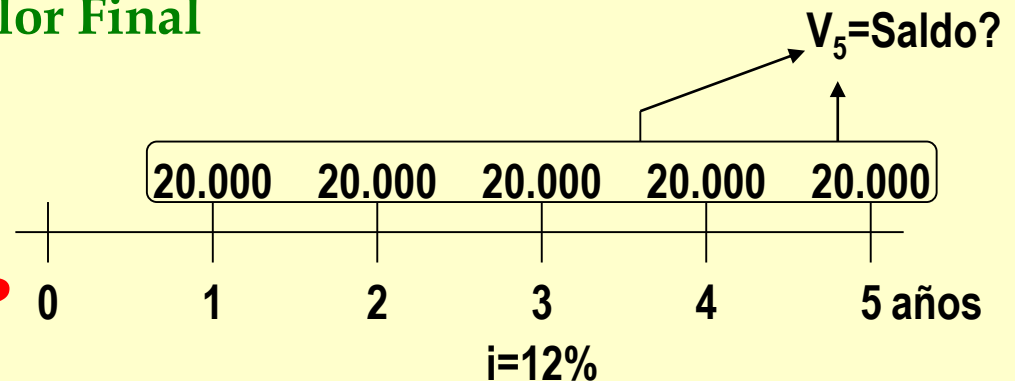
Ejemplo 5:

$n=5$ años

$c=20.000\text{€}$

$i=12\%$ efectivo anual

Importe acumulado?



Las imposiciones que se van realizando constituyen una **renta constante, temporal, pospagable, inmediata y entera**

El **importe acumulado** después de 5 años será, por tanto el **valor final** de la renta formada por las imposiciones que se han realizado

$V_5?$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Ejemplo 5:

n=5 años

c=20.000€

i=12% efectivo anual

Importe acumulado?

$$S_{n|i} = c \cdot s_{n|i}$$

$$s_{n|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$V_5 = S_{5|0,12} = 20.000 \cdot s_{5|0,12} = 20.000 \cdot \frac{(1+0,12)^5 - 1}{0,12} = 127.056,95€$$

$$V_5 = 127.056,95€$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

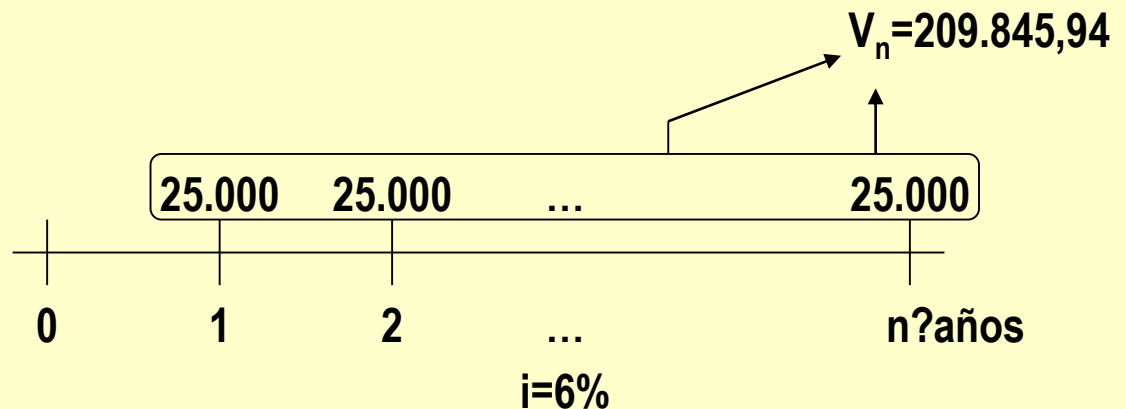
Ejemplo 6:

$$V_n = 209.845,94\text{€}$$

$$c = 25.000\text{€}$$

$$i = 6\% \text{ efectivo anual}$$

n?



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Ejemplo 6:

$$V_n = 209.845,94\text{€}$$

$$c = 25.000\text{€}$$

$$i = 6\% \text{ efectivo anual}$$

n?

$$S_{\overline{n}|i} = c \cdot s_{\overline{n}|i}$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$V_n = S_{\overline{n}|0,06} = 25.000 \cdot s_{\overline{n}|0,06} = 25.000 \cdot \frac{(1+0,06)^n - 1}{0,06} = 209.845,94$$

$$\frac{(1+0,06)^n - 1}{0,06} = \frac{209.845,94}{25.000} \Rightarrow \frac{1,06^n - 1}{0,06} = 8,3938376 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,06^n - 1 = 8,3938376 \cdot 0,06 \Rightarrow 1,06^n - 1 = 0,503630256 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,06^n = 0,503630256 + 1 \Rightarrow 1,06^n = 1,503630256$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.1.2. Cálculo del Valor Final

Ejemplo 6:

$$V_n = 209.845,94\text{€}$$

$$c = 25.000\text{€}$$

$i = 6\%$ efectivo anual

$n?$

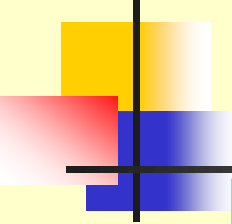
$$1,06^n = 1,503630256$$

Aplicamos logaritmos para poder despejar n

$$\log 1,06^n = \log 1,503630256 \Rightarrow n \cdot \log 1,06 = \log 1,503630256 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log 1,503630256}{\log 1,06} = 7 \text{ años}$$

$$n = 7 \text{ años}$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

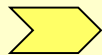


5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

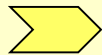
Vamos a estudiar una **RENTA**:

CONSTANTE



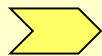
Términos de igual cuantía

TEMPORAL



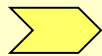
Número finito de términos

PREPAGABLE



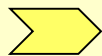
Términos que vencen al principio del periodo

INMEDIATA



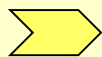
Valoración en origen o final

ENTERA

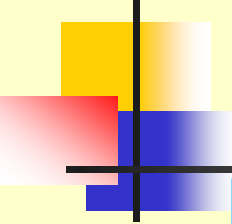


Términos y tanto en la misma unidad de tiempo

COMPUESTA



Ley Financiera Compuesta



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

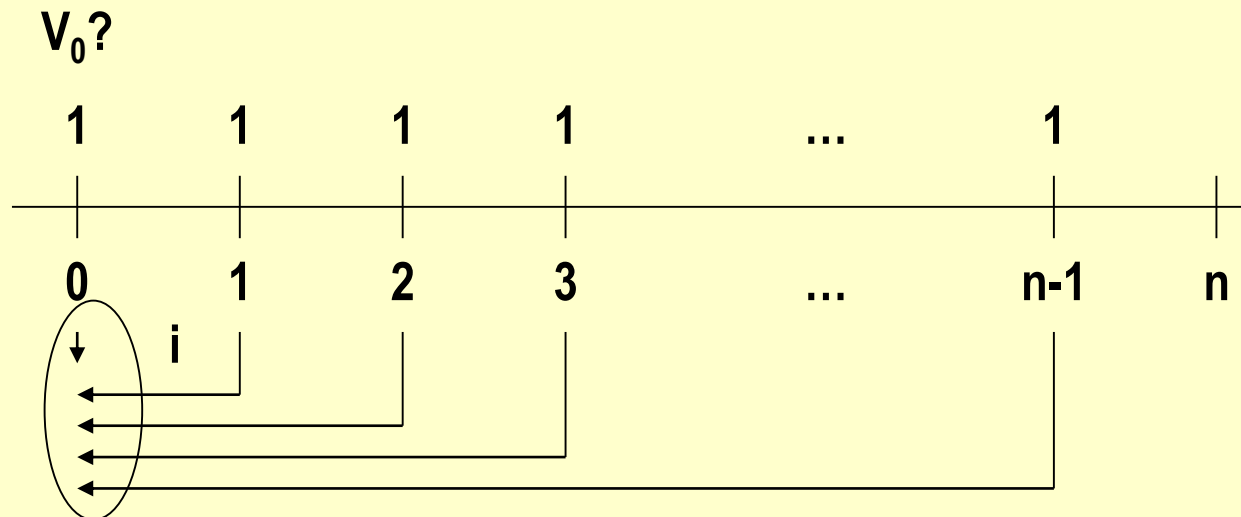
5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

RENTA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**

Gráficamente:



5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

Aplicando la definición de valor actual y llevando los términos uno a uno, descontando en régimen de descuento compuesto al tanto de la renta i , desde donde están cada uno de los capitales hasta el origen se obtiene el valor actual, que se denota con la siguiente terminología

n : Número de Términos

$\ddot{a}_{\overline{n}|i}$

i : Tanto de Valoración

La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **ä** (con los dos puntitos): Significa **Renta Prepagable**

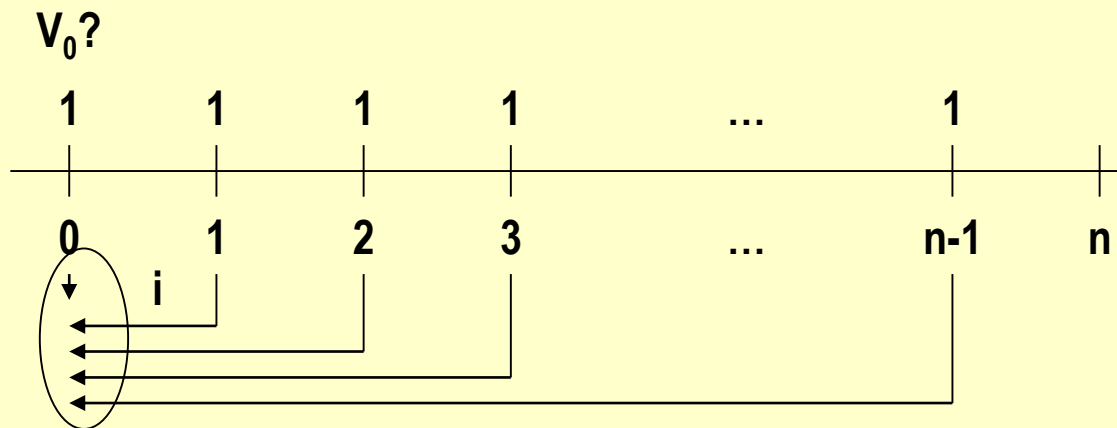
La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**

5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

Llegamos a la siguiente fórmula:



$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$V_0 = \ddot{a}_{n|i} = 1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

$$V_0 = \ddot{a}_{\overline{n}|i} = 1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$

Para simplificar la expresión anterior, hemos de hacer notar que se trata de una **progresión geométrica** de razón:

$$r = \frac{1}{1+i}$$

Como la razón es menor que la unidad, la **progresión es decreciente**, por lo que la suma de los n términos de una progresión geométrica decreciente es la siguiente:

$$S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

Sumando los n términos de la progresión geométrica:

$$V_0 = \ddot{a}_{n|i} = 1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$

$$S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$$

$$\ddot{a}_{n|i} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \cdot \frac{1}{1+i}}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-1+1}}}{\frac{1+i-1}{1+i}} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{i}{1+i}} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{i}{1+i}}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

$$\ddot{a}_{n|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{i}{1+i}}$$

Esta es la expresión que permite calcular el valor ACTUAL de una **RENDA CONSTANTE, TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA, ENTERA Y UNITARIA**

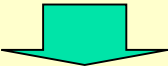


5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

Si recordamos, la fórmula de una renta constante, temporal, pospagable, inmediata y entera


$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$


La fórmula anterior se puede expresar en función de ella

5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{i}{1+i}}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{i}{1+i}} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{1}{1+i}} = \frac{[1 - (1+i)^{-n}] \cdot (1+i)}{1} = \underbrace{\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}}_{a_{\overline{n}|i}} \cdot (1+i)$$

$$a_{\overline{n}|i}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

$$\ddot{a}_{n|i} = a_{n|i} \cdot (1 + i)$$

Esta es la otra expresión que permite calcular el valor ACTUAL de una **RENDA CONSTANTE, TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA, ENTERA Y UNITARIA**

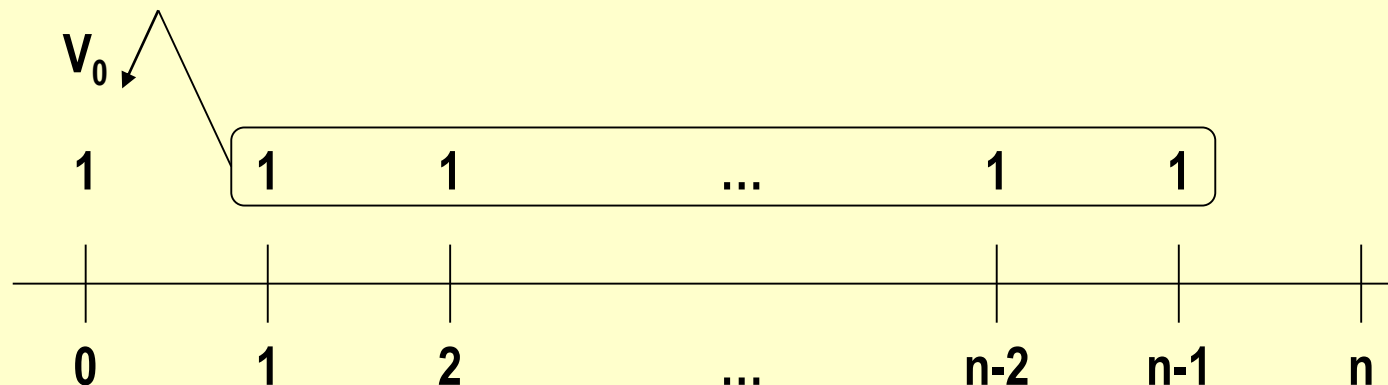
5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

Al mismo resultado hubiésemos llegado valorando por separado el primer capital, que ya está en el origen, y el resto de capitales ($n - 1$) como renta pospagable inmediata:

Gráficamente:

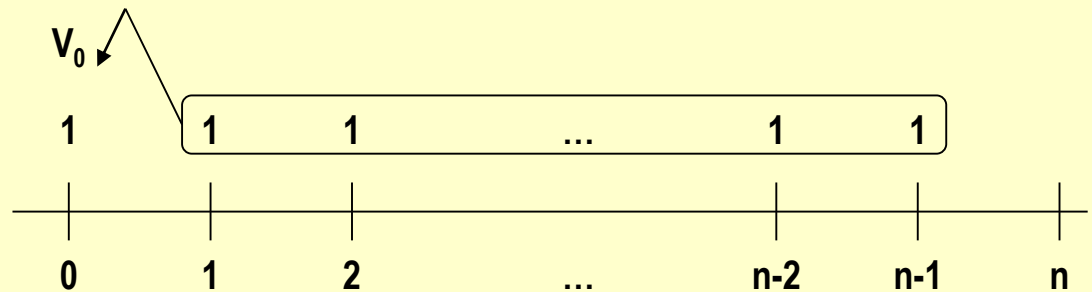


5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

Por tanto, llegamos
a la siguiente
expresión



$$V_0 = \ddot{a}_{n|i} = 1 + a_{n-1|i}$$

$$\ddot{a}_{n|i} = 1 + a_{n-1|i}$$

5. RENTAS CONSTANTES

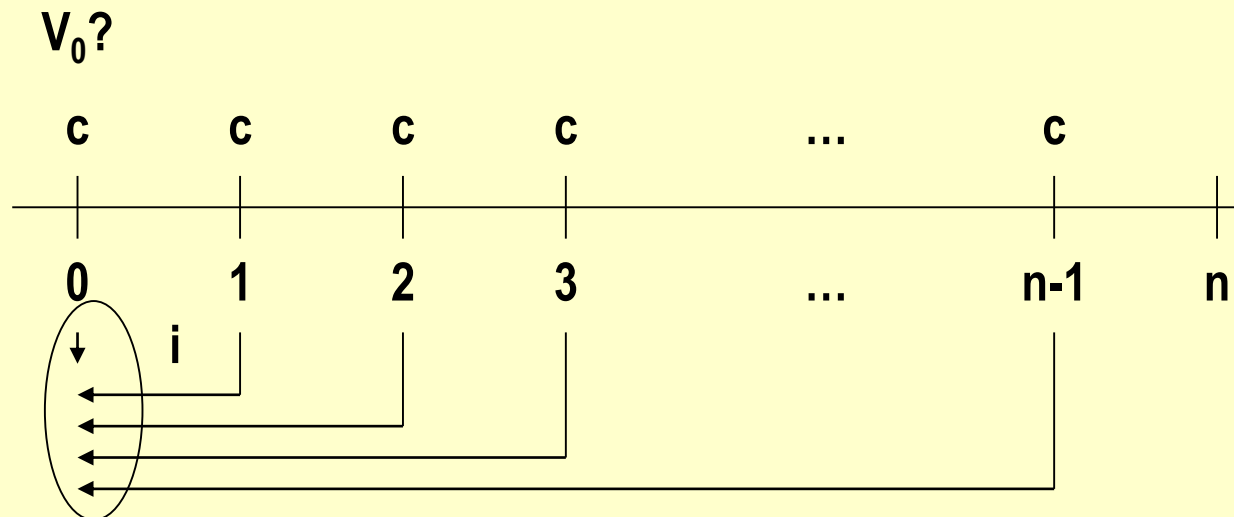
5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

RENTA NO UNITARIA o DE CUANTÍA c :

Todos los términos iguales a c

Gráficamente:



5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

Aplicando la definición de valor actual y llevando los términos uno a uno, descontando en régimen de descuento compuesto al tanto de la renta i , desde donde están cada uno de los capitales hasta el origen se obtiene el valor actual, que se denota con la siguiente terminología

n : Número de Términos

$\ddot{A}_{\overline{n}|i}$

i : Tanto de Valoración

La letra a : Significa **Valor Actual**

La letra $\ddot{a}$ (con los dos puntitos) : Significa **Renta Prepagable**

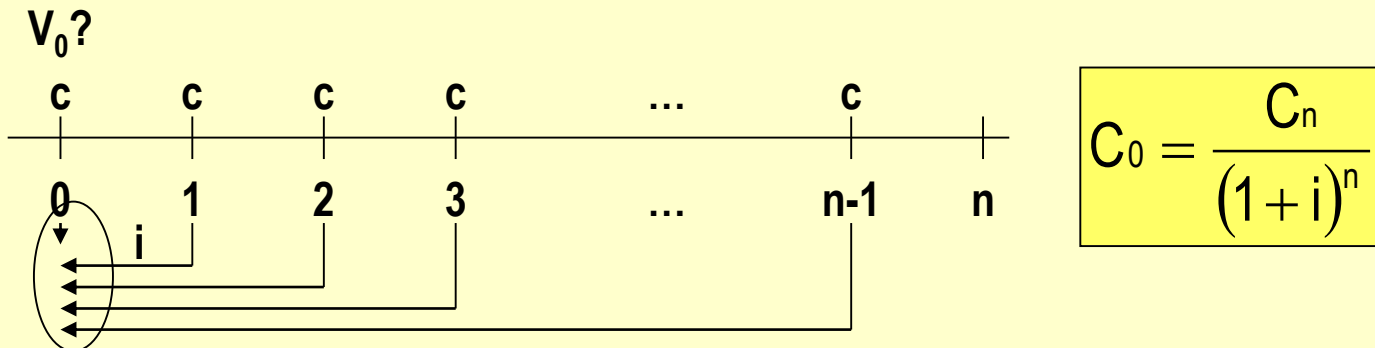
La letra **mayúscula**: Significa **Renta No Unitaria**

5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

Llegamos a la siguiente fórmula:



$$V_0 = \ddot{A}_{\overline{n}|i} = c + \frac{c}{1+i} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c}{(1+i)^{n-1}}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

$$V_0 = \ddot{A}_{\overline{n}|i} = c + \frac{c}{1+i} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c}{(1+i)^{n-1}}$$

Sacamos factor común c:

$$V_0 = \ddot{A}_{\overline{n}|i} = c \cdot \left[1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right]$$

El corchete es el valor actual de una **renta unitaria**,
temporal, **prepagable**, **inmediata** y **entera**

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = 1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

$$V_0 = \ddot{A}_{\overline{n}|i} = c \cdot \left[1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right]$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = 1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)$$

$$\ddot{A}_{\overline{n}|i} = c \cdot (1+i) \cdot a_{\overline{n}|i}$$

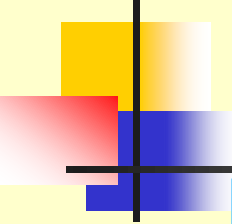


5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.1. Cálculo del Valor Inicial

NOTA: los valores actuales y finales de las rentas prepagables se obtienen a partir de las rentas pospagables multiplicando por $(1 + i)$, es decir, las rentas prepagables son el resultado de capitalizar un período las rentas pospagables



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.2. Cálculo del Valor Final

Dado que los valores finales de las rentas prepagables se obtienen a partir de las rentas pospagables multiplicando por $(1+i)$, podemos establecer la siguiente fórmula:

Valor final de una renta constante,
temporal, prepagable,
inmediata, entera y unitaria

$$\ddot{S}_{\overline{n}|i} = S_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

5.2.2. Cálculo del Valor Final

Dado que los valores finales de las rentas de cuantía c se obtienen a partir de las rentas respectivas rentas unitarias multiplicándolas por c , podemos establecer la siguiente fórmula:

Valor final de una renta constante,
temporal, prepagable,
inmediata, entera y de cuantía c

$$\ddot{S}_{n|i} = c \cdot \ddot{S}_{n|i}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

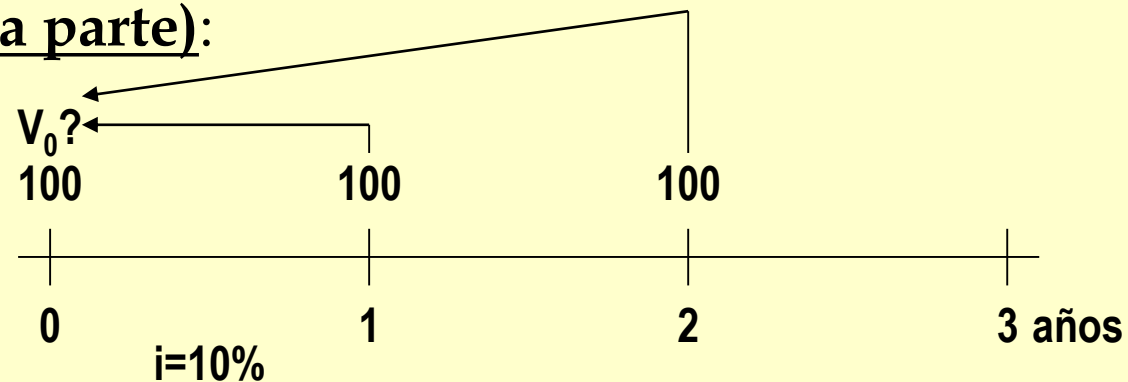
Ejemplo 7 (Primera parte):

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_0?$



5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Ejemplo 7 (Primera parte):

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_0?$

$$V_0 = \ddot{A}_{\overline{n}|i} = c + \frac{c}{1+i} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c}{(1+i)^{n-1}}$$

V_0 **Forma 1:** Moviendo los capitales uno a uno

$$V_0 = \ddot{A}_{\overline{3}|0,1} = 100 + \frac{100}{1+0,1} + \frac{100}{(1+0,1)^2} = 273,55\text{€}$$

$$V_0 = 273,55\text{€}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Ejemplo 7 (Primera parte):

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_0?$

$$\ddot{A}_{n|i} = c \cdot (1+i) \cdot a_{n|i}$$

$$a_{n|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

V_0 Forma 2: Utilizando la fórmula de la renta constante,
temporal, prepagable, inmediata y entera

$$V_0 = \ddot{A}_{3|0,1} = 100 \cdot (1+0,1) \cdot \frac{1 - (1+0,1)^{-3}}{0,1} = 273,55\text{€}$$

$$V_0 = 273,55\text{€}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

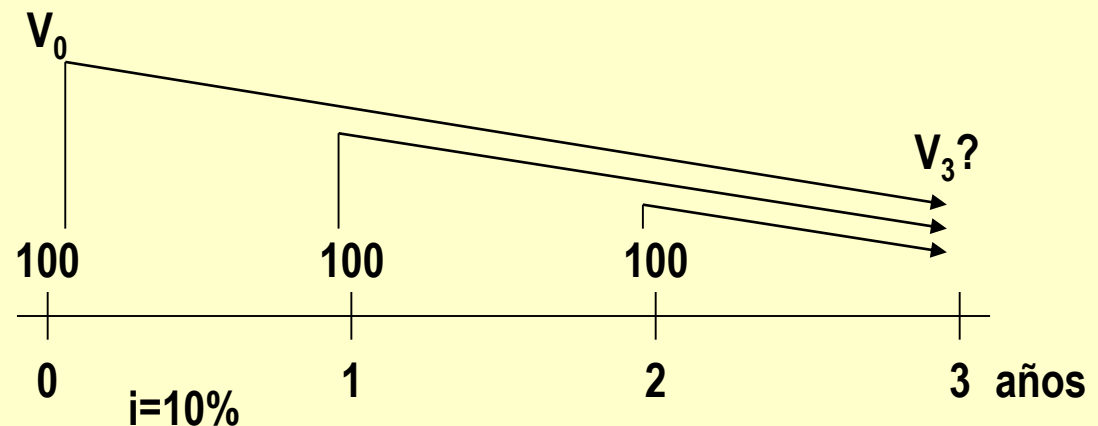
Ejemplo 7 (Segunda parte):

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_3?$





5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Ejemplo 7 (Segunda parte):

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$$V_n = \ddot{S}_{\overline{n}|i} = \left[c + c \cdot (1+i) + c \cdot (1+i)^2 + \dots + c \cdot (1+i)^{n-1} \right] \cdot (1+i)$$

$V_3?$

V_3 Forma 1: Moviendo los capitales uno a uno

$$V_3 = \ddot{S}_{\overline{3}|0,1} = \left[100 + 100 \cdot (1+0,1) + 100 \cdot (1+0,1)^2 \right] \cdot (1+0,1) = 331 \cdot 1,1 = 364,10\text{€}$$

$$V_3 = 364,10\text{€}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Ejemplo 7 (Segunda parte):

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_3?$

$$\ddot{S}_{n|i} = c \cdot \ddot{S}_{n|i}$$

$$\ddot{S}_{n|i} = S_{n|i} \cdot (1+i)$$

$$S_{n|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

V_3 Forma 2: Utilizando la fórmula de la renta constante,
temporal, prepagable, inmediata y entera

$$V_0 = \ddot{S}_{3|0,1} = 100 \cdot (1+0,1) \cdot \frac{(1+0,1)^3 - 1}{0,1} = 364,10\text{€}$$

$$V_3 = 364,10\text{€}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Ejemplo 7 (Segunda parte):

$n=3$

$c=100\text{€}$

$i=10\%$ efectivo anual

$V_3?$

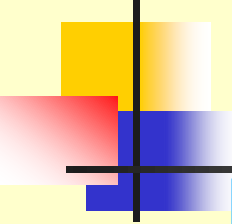
$$V_0 = 273,55\text{€}$$

$$V_n = V_0 \cdot (1+i)^n$$

V_3 Forma 3: Capitalizando el valor actual

$$V_3 = 273,55 \cdot (1 + 0,1)^3 = 364,10\text{€}$$

$$V_3 = 364,10\text{€}$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

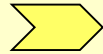


5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

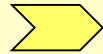
Vamos a estudiar una **RENTA**:

CONSTANTE



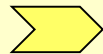
Términos de igual cuantía

PERPETUA



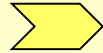
Número infinito o muy grande de términos

INMEDIATA



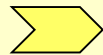
Valoración en origen o final

ENTERA



Términos y tanto en la misma unidad de tiempo

COMPUESTA



Ley Financiera Compuesta

Dentro de ellas distinguiremos entre **PREPAGABLES** y **POSPAGABLES**



5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

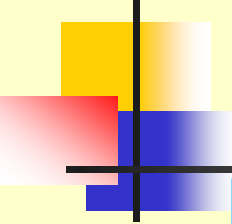
IMPORTANTE: En las **rentas perpetuas** sólo se le podrá calcular **valor actual** pero **nunca el valor final**, y todo ello con independencia de que sea pospagable o prepagable, constante o variable, etc.



5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

El valor actual de estas rentas se obtendrá viendo qué ocurre si aplicamos las fórmulas empleadas para rentas temporales y en lugar de utilizar un número finito de capitales (n) trabajamos con infinitos términos (∞). En definitiva, **se trata de trabajar con el concepto matemático de los límites**, cuando la duración de la renta (y por tanto, el número de capitales) tiende a infinito



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

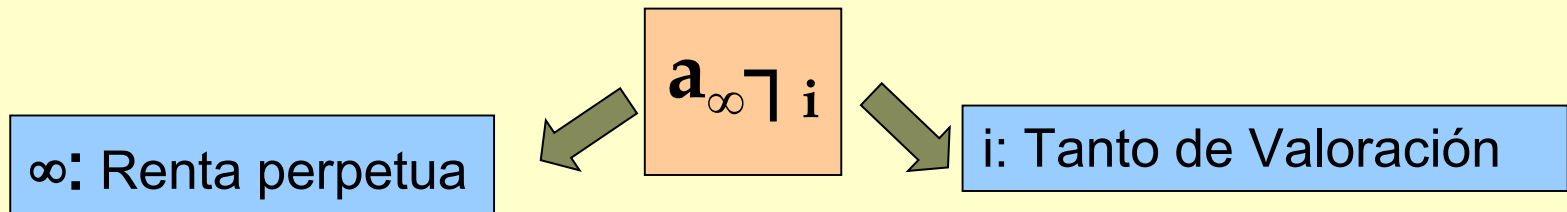
5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

5.3.1. Rentas Pospagables

RENTA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**



La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**



5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

5.3.1. Rentas Pospagables

Partiendo de:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Aplicando límites cuando n tiende a ∞ :

$$a_{\overline{\infty}|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^\infty}}{i} = \frac{1 - \frac{1}{\infty}}{i} = \frac{1 - 0}{i} = \frac{1}{i}$$

$$a_{\overline{\infty}|i} = \frac{1}{i}$$

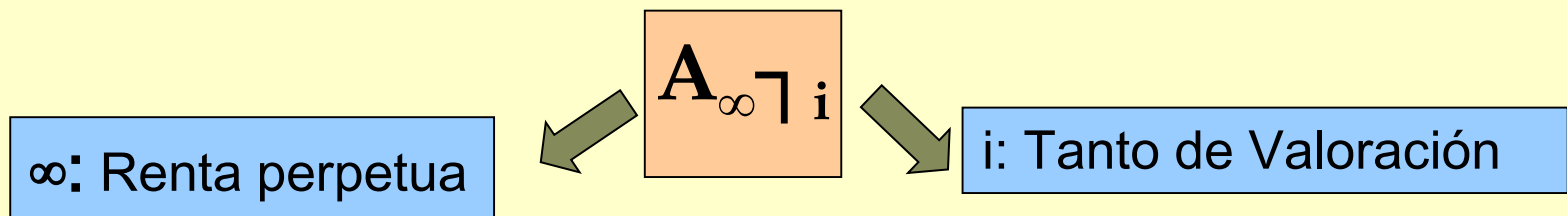
5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

5.3.1. Rentas Pospagables

RENDA NO UNITARIA o DE CUANTÍA c :

Todos los términos iguales **a c**



La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **mayúscula**: Significa **Renta No Unitaria**

5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

5.3.1. Rentas Pospagables

Partiendo de:

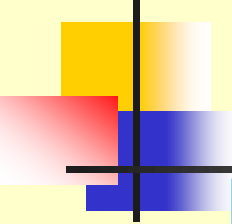
$$A_{\overline{n}|i} = c \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Aplicando límites cuando n tiende a ∞ :

$$\begin{aligned} A_{\infty|i} &= \lim_{n \rightarrow \infty} c \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = c \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} = c \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^\infty}}{i} = \\ &= c \cdot \frac{1 - \frac{1}{\infty}}{i} = c \cdot \frac{1 - 0}{i} = \frac{c}{i} \end{aligned}$$

$$A_{\infty|i} = \frac{c}{i}$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

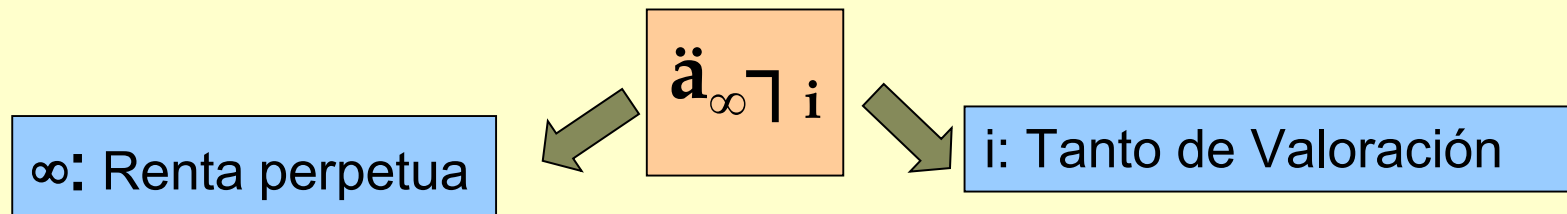
5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

5.3.2. Rentas Prepagables

RENDA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**



La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **ä** (con los dos puntitos): Significa **Renta Prepagable**

La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**



5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

5.3.2. Rentas Prepagables

Partiendo de:

$$a_{\infty|i} = \frac{1}{i}$$

Multiplicando por $(1+i)$:

$$\ddot{a}_{\infty|i} = a_{\infty|i} \cdot (1+i) = \frac{1}{i} \cdot (1+i) = \frac{1+i}{i}$$

$$\ddot{a}_{\infty|i} = \frac{1+i}{i}$$

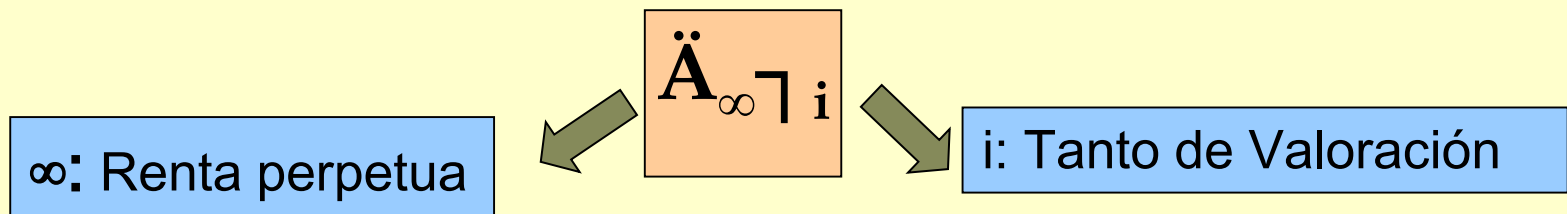
5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

5.3.2. Rentas Prepagables

RENTA NO UNITARIA o DE CUANTÍA c :

Todos los términos iguales a c



La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **ä** (con los dos puntitos): Significa **Renta Prepagable**

La letra **mayúscula**: Significa **Renta no Unitaria**



5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

5.3.2. Rentas Prepagables

Partiendo de:

$$A_{\infty|i} = \frac{c}{i}$$

Multiplicando por $(1+i)$:

$$\ddot{A}_{\infty|i} = A_{\infty|i} \cdot (1+i) = \frac{c}{i} \cdot (1+i) = c \cdot \frac{1+i}{i}$$

$$\ddot{A}_{\infty|i} = c \cdot \frac{1+i}{i}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

Ejemplo 8:

Renta perpetua semestral

$c=25.000\text{€}$

$J_2=12\%$ nominal capitalizable por semestres

$V_0?$

2 CASOS:

- Capitales pospagables
- Capitales prepagables



5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

Ejemplo 8:

Renta perpetua semestral

$c=25.000\text{€}$

$J_2=12\%$ nominal capitalizable por semestres

$V_0?$

Hay que calcular el tanto efectivo semestral
equivalente al tanto nominal

$$i_k = \frac{J_k}{k}$$

$$i_2 = \frac{12}{2} = 0,06 = 6\%$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

Ejemplo 8 (Caso 1: Capitales pospagables):

Renta perpetua semestral

$c=25.000\text{€}$

$J_2=12\%$ nominal capitalizable por semestres

$V_0?$

$$A_{\infty|i} = \frac{c}{i}$$

$$V_0 = A_{\infty|0,06} = \frac{25.000}{0,06} = 416.666,67\text{€}$$

$$V_0 = 416.666,67\text{€}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.3. RENTAS PERPETUAS, INMEDIATAS Y ENTERAS

Ejemplo 8 (Caso 2: Capitales prepagables):

Renta perpetua semestral

$c=25.000\text{€}$

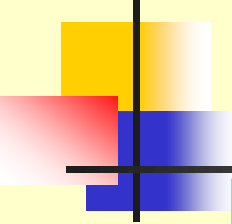
$J_2=12\%$ nominal capitalizable por semestres

$V_0?$

$$\ddot{A}_{\infty|i} = c \cdot \frac{1+i}{i}$$

$$V_0 = \ddot{A}_{\infty|0,06} = 25.000 \cdot \frac{1+0,06}{0,06} = 441.666,67\text{€}$$

$$V_0 = 441.666,67\text{€}$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

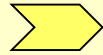


5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

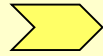
Vamos a estudiar una **RENTA**:

CONSTANTE



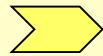
Términos de igual cuantía

DIFERIDA



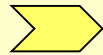
Valoración con anterioridad al origen

ENTERA



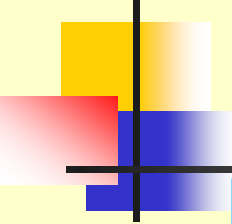
Términos y tanto en la misma unidad de tiempo

COMPUESTA



Ley Financiera Compuesta

Dentro de ellas distinguiremos entre **PREPAGABLES** y **POSPAGABLES**
TEMPORALES y **PERPETUAS**



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

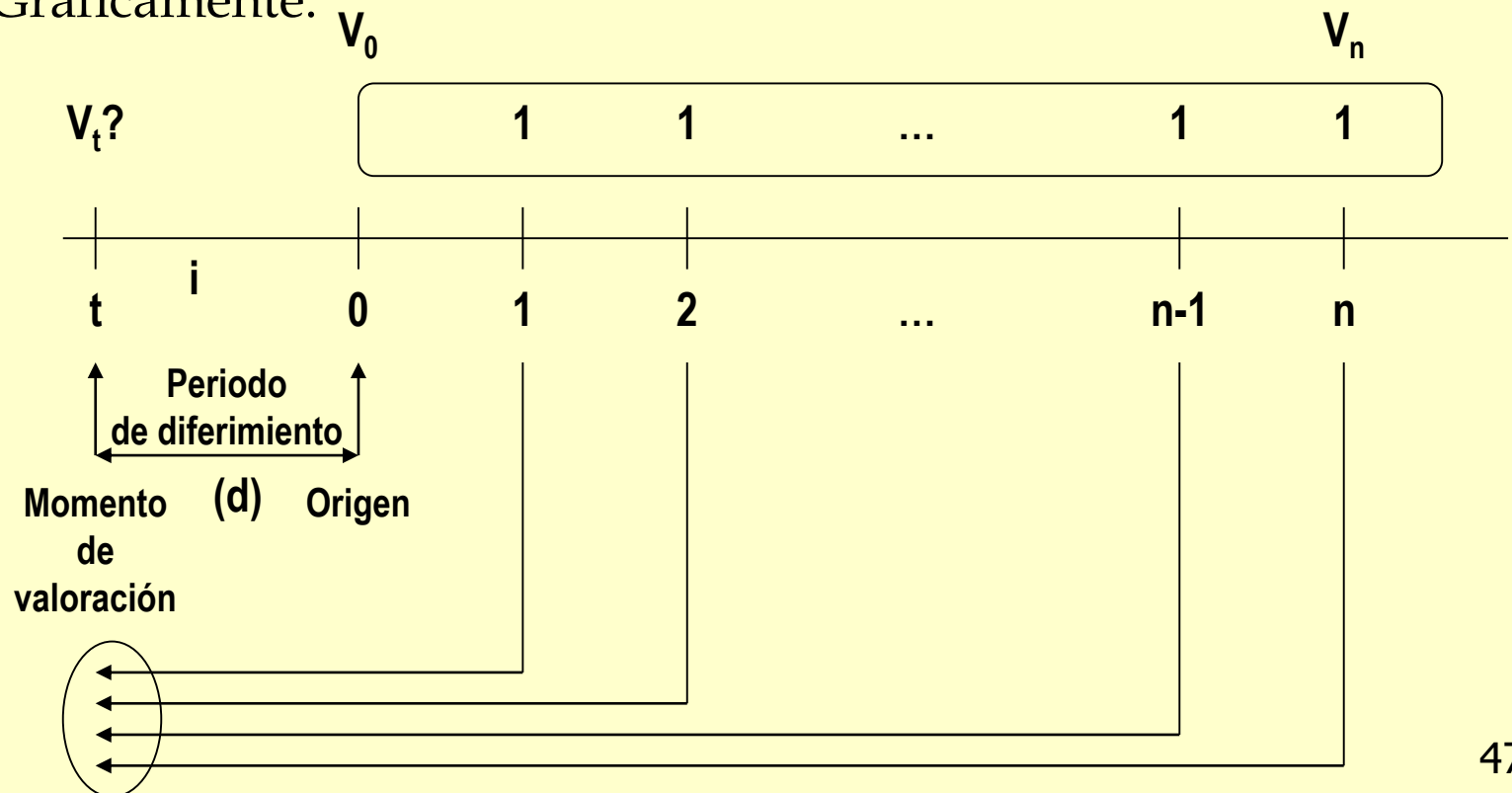
5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

RENDA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**

Gráficamente:



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Aplicando la definición de valor actual y llevando los términos uno a uno, descontando en régimen de descuento compuesto al tanto de la renta i , desde donde están cada uno de los capitales hasta el origen se obtiene el valor actual, que se denota con la siguiente terminología

n : Número de Términos

d : Periodo de diferimiento

$$\frac{d}{a_{\overline{n}|i}}$$

i : Tanto de Valoración

La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**

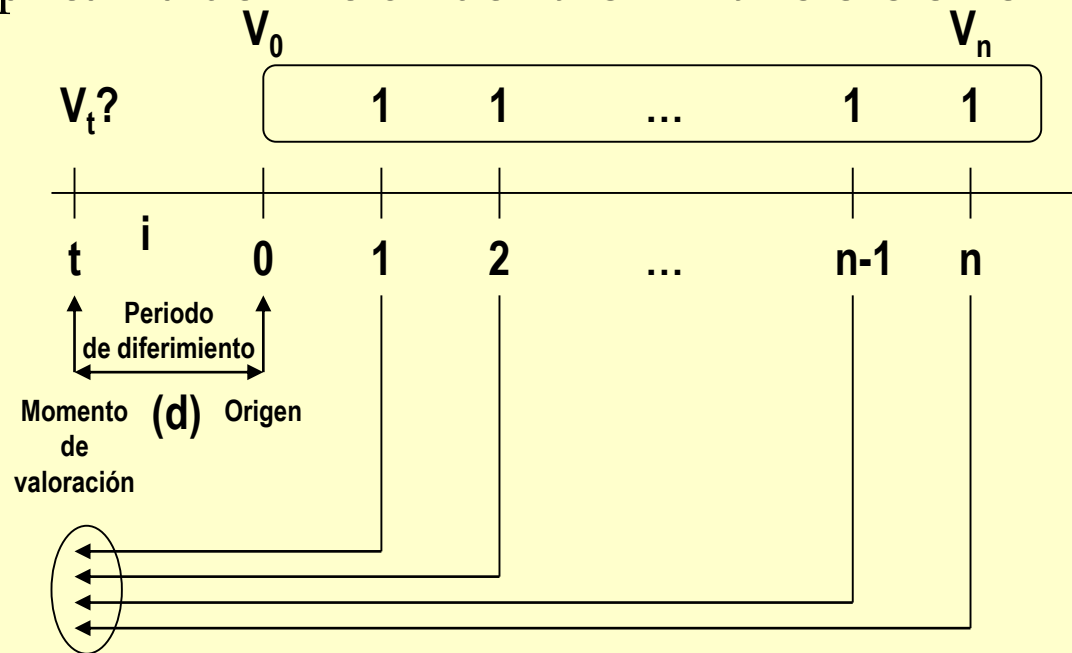
La letra **d**: Significa **Renta Diferida d periodos**

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Al aplicar la definición de valor financiero en el momento t :



$$V_t = \frac{d}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{(1+i)^{d+1}} + \frac{1}{(1+i)^{d+2}} + \frac{1}{(1+i)^{d+3}} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{d+n}}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

$$V_t = d / a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{(1+i)^{d+1}} + \frac{1}{(1+i)^{d+2}} + \frac{1}{(1+i)^{d+3}} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{d+n}}$$

Sacamos factor común:

$$\frac{1}{(1+i)^d}$$

$$V_t = d / a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{(1+i)^d} \cdot \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

$$V_t = d/a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{(1+i)^d} \cdot \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

El corchete es el valor actual de una **renta unitaria**,
temporal, **pospagable**, **inmediata** y **entera**

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

$$V_t = d / a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{(1+i)^d} \cdot \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$d / a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{(1+i)^d} \cdot a_{\overline{n}|i}$$

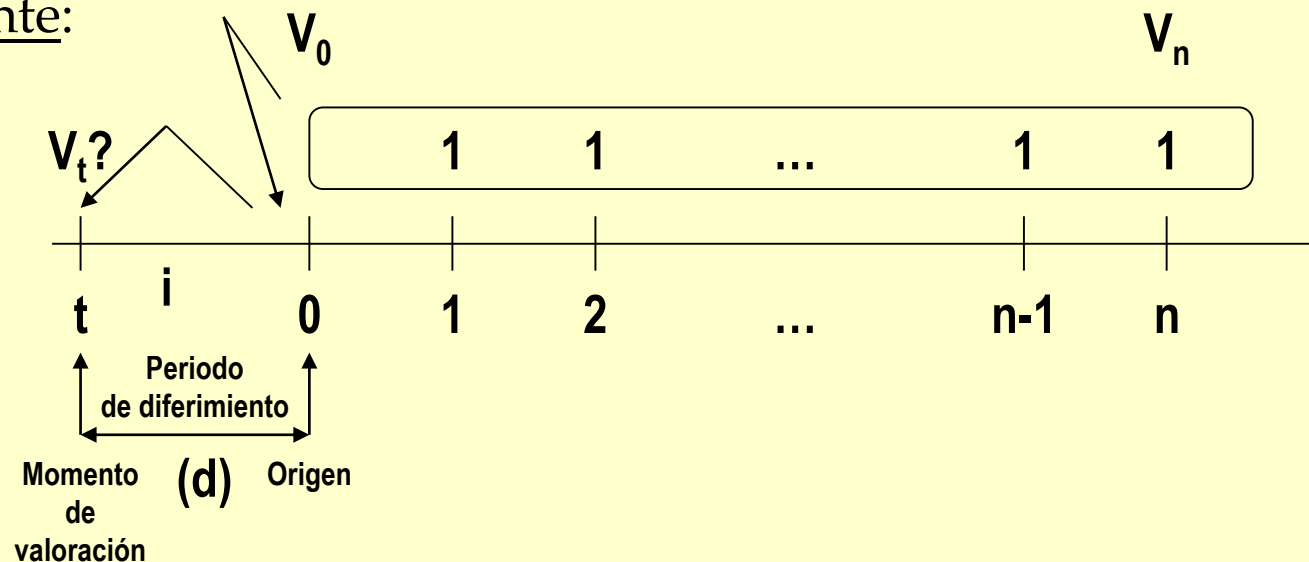
5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Al mismo resultado hubiésemos llegado valorando la renta en su **origen**, (como una renta inmediata) y **descontarlo** como un único **capital hasta el momento t**:

Gráficamente:





5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Analíticamente quedaría así:

$$V_t = d / a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{(1+i)^d} \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$d / a_{\overline{n}|i} = \frac{a_{\overline{n}|i}}{(1+i)^d} = \frac{1}{(1+i)^d} \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

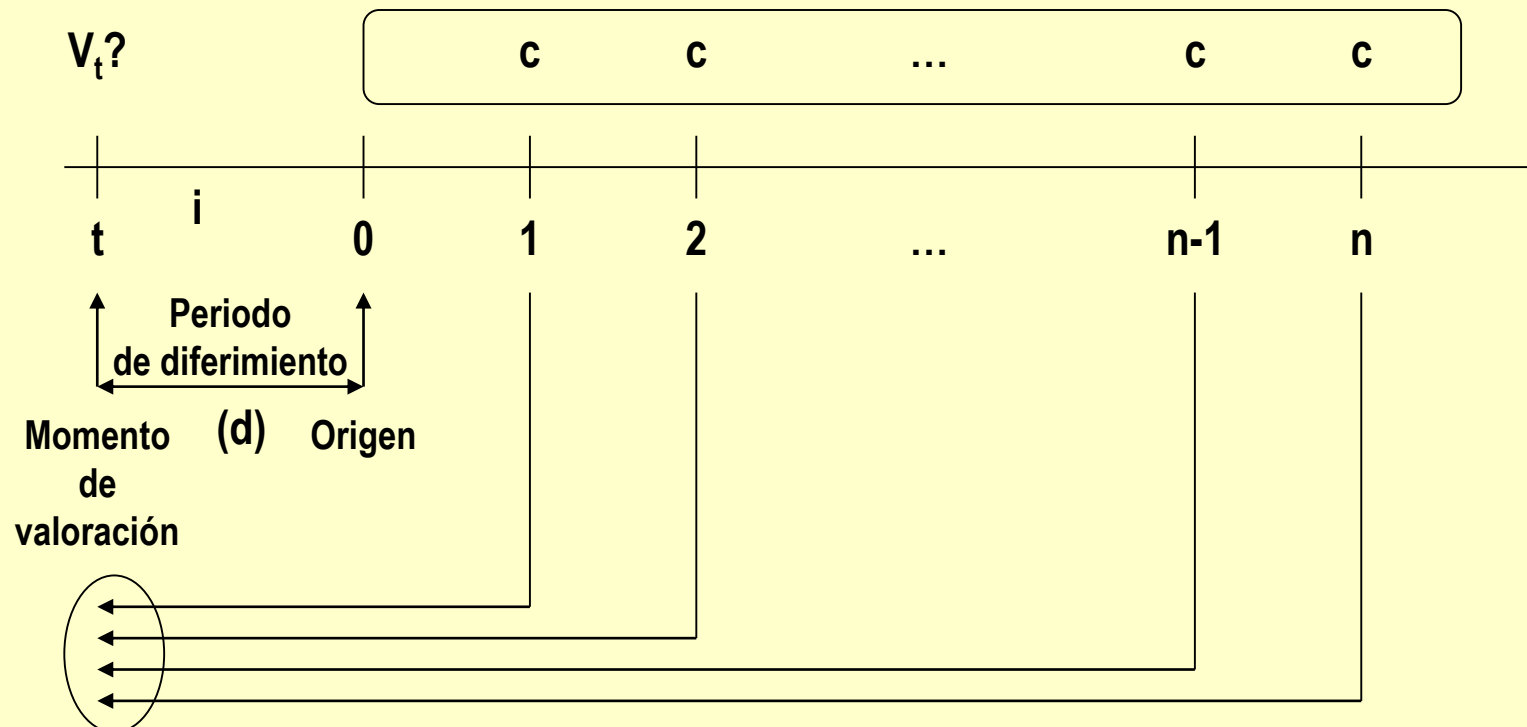
5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

RENDA NO UNITARIA o DE CUANTÍA c :

Gráficamente: v_0 Todos los términos iguales a c v_n



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Aplicando la definición de valor actual y llevando los términos uno a uno, descontando en régimen de descuento compuesto al tanto de la renta i , desde donde están cada uno de los capitales hasta el origen se obtiene el valor actual, que se denota con la siguiente terminología

n : Número de Términos

d : Periodo de diferimiento

$$\frac{d}{A_{\overline{n}|i}}$$

i : Tanto de Valoración

La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **mayúscula**: Significa **Renta no Unitaria**

La letra **d**: Significa **Renta Diferida d periodos**

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

En este caso, todo lo dicho seguiría siendo válido y bastaría con **multiplicar el valor de la renta unitaria por la cuantía del término**

Analíticamente:

$$\frac{d}{A_{\overline{n}|i}} = c \cdot \frac{d}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{A_{\overline{n}|i}}{(1+i)^d} = \frac{c \cdot a_{\overline{n}|i}}{(1+i)^d} = \frac{c}{(1+i)^d} \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

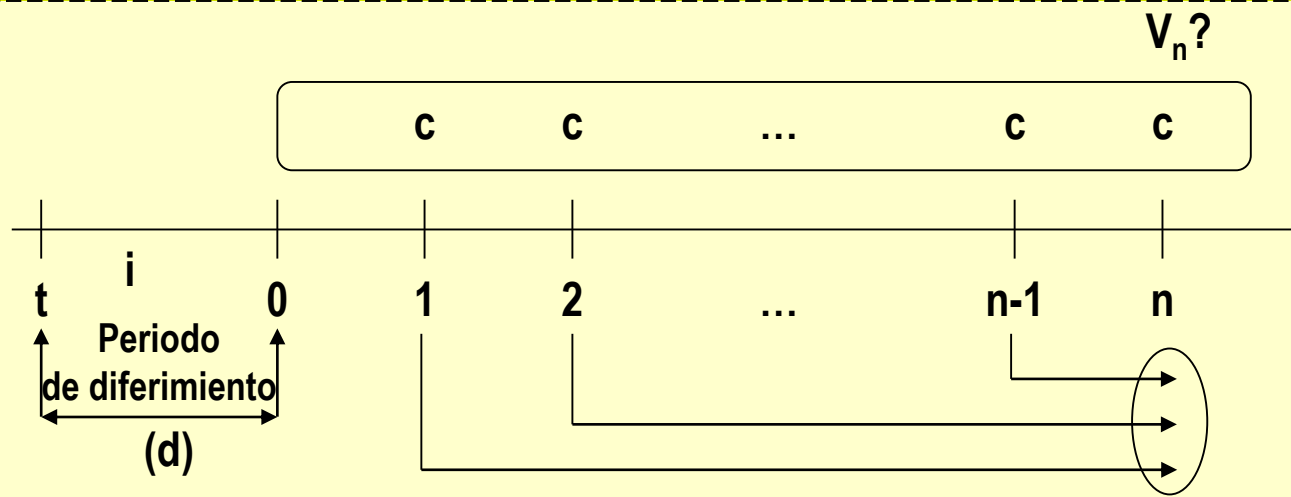
$$\frac{d}{A_{\overline{n}|i}} = c \cdot \frac{d}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{c}{(1+i)^d} \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

El diferimiento solamente afecta al valor actual, por tanto, si lo que se quiere calcular es el valor final de la renta, aplicando la definición de **valor final se tratará como una renta inmediata**



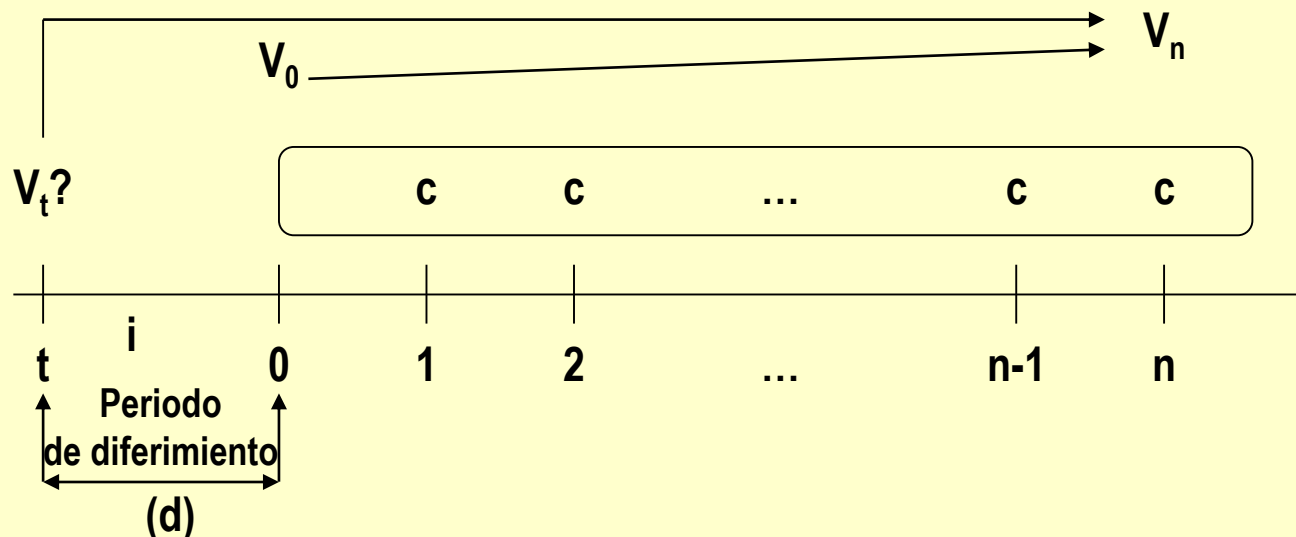
5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Al mismo resultado hubiésemos llegado **capitalizando el valor actual diferido (V_t) $n+d$ periodos** o **capitalizando el valor actual (V_0) n periodos:**

Gráficamente:

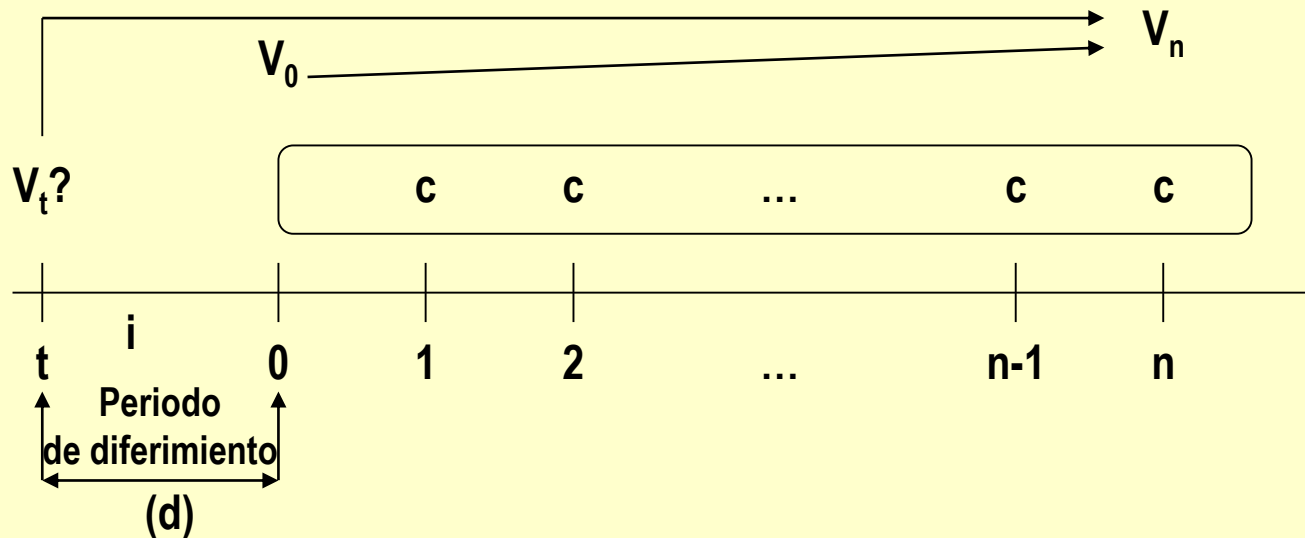


5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Es decir:



$$V_n = V_0 \cdot (1+i)^n = V_t \cdot (1+i)^{d+n}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Entonces, para rentas unitarias :

$$V_n = d / s_{n|i} = V_t \cdot (1+i)^{d+n}$$

$$V_t = d / a_{n|i} = \frac{1}{(1+i)^d} \cdot a_{n|i}$$

$$d / s_{n|i} = d / a_{n|i} \cdot (1+i)^{d+n}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

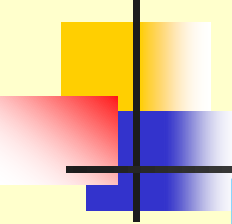
Entonces, para rentas de cuantía c :

$$V_n = \frac{d}{S_{n|i}} = V_t \cdot (1+i)^{d+n}$$

$$V_t = \frac{d}{A_{n|i}} = \frac{1}{(1+i)^d} \cdot A_{n|i}$$

$$\frac{d}{A_{n|i}} = c \cdot \frac{d}{a_{n|i}}$$

$$\frac{d}{S_{n|i}} = \frac{d}{A_{n|i}} \cdot (1+i)^{d+n} = c \cdot \frac{d}{a_{n|i}} \cdot (1+i)^{d+n}$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

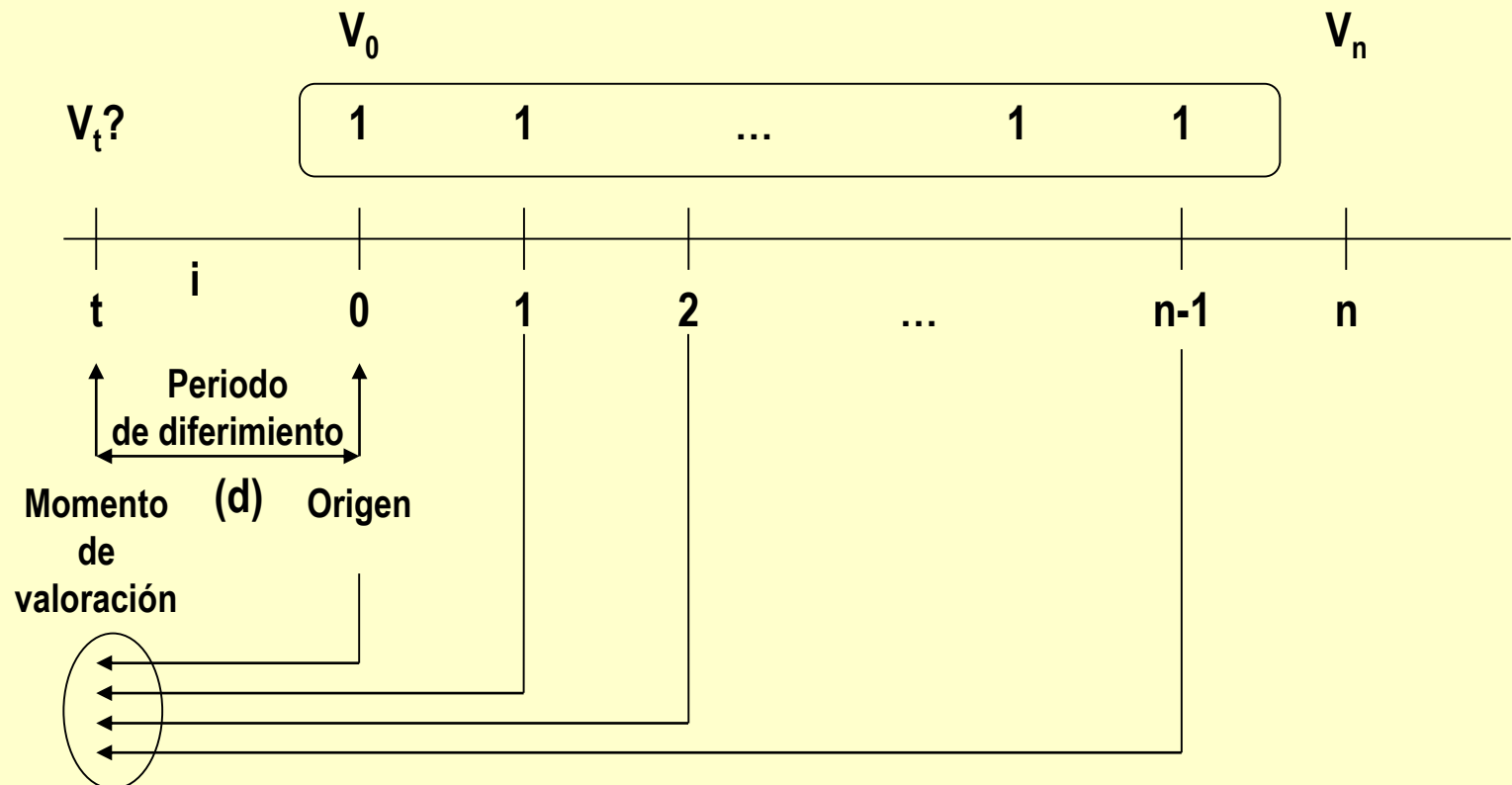
5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

RENDA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**

Gráficamente:



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Aplicando la definición de valor actual y llevando los términos uno a uno, descontando en régimen de descuento compuesto al tanto de la renta i , desde donde están cada uno de los capitales hasta el origen se obtiene el valor actual, que se denota con la siguiente terminología

n : Número de Términos

d : Periodo de diferimiento

$$\frac{d}{\ddot{a}_{n|i}}$$

i : Tanto de Valoración

La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **ä** (con los dos puntitos): Significa **Renta Prepagable**

La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**

La letra **d**: Significa **Renta Diferida d periodos**



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Dado que los valores finales de las rentas prepagables se obtienen a partir de las rentas pospagables multiplicando por $(1+i)$, podemos establecer la siguiente fórmula:

$$V_t = \frac{d}{\ddot{a}_{n|i}} = (1+i) \cdot \frac{d}{a_{n|i}}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras
Entonces, para rentas unitarias :

$$V_t = d/\ddot{a}_{n|i} = (1+i) \cdot d/a_{n|i}$$

$$d/a_{n|i} = \frac{1}{(1+i)^d} \cdot a_{n|i}$$

$$d/\ddot{a}_{n|i} = (1+i) \cdot \frac{1}{(1+i)^d} \cdot a_{n|i} = \frac{1}{(1+i)^{d-1}} \cdot a_{n|i}$$

$$d/\ddot{a}_{n|i} = \frac{1}{(1+i)^{d-1}} \cdot a_{n|i}$$

5. RENTAS CONSTANTES

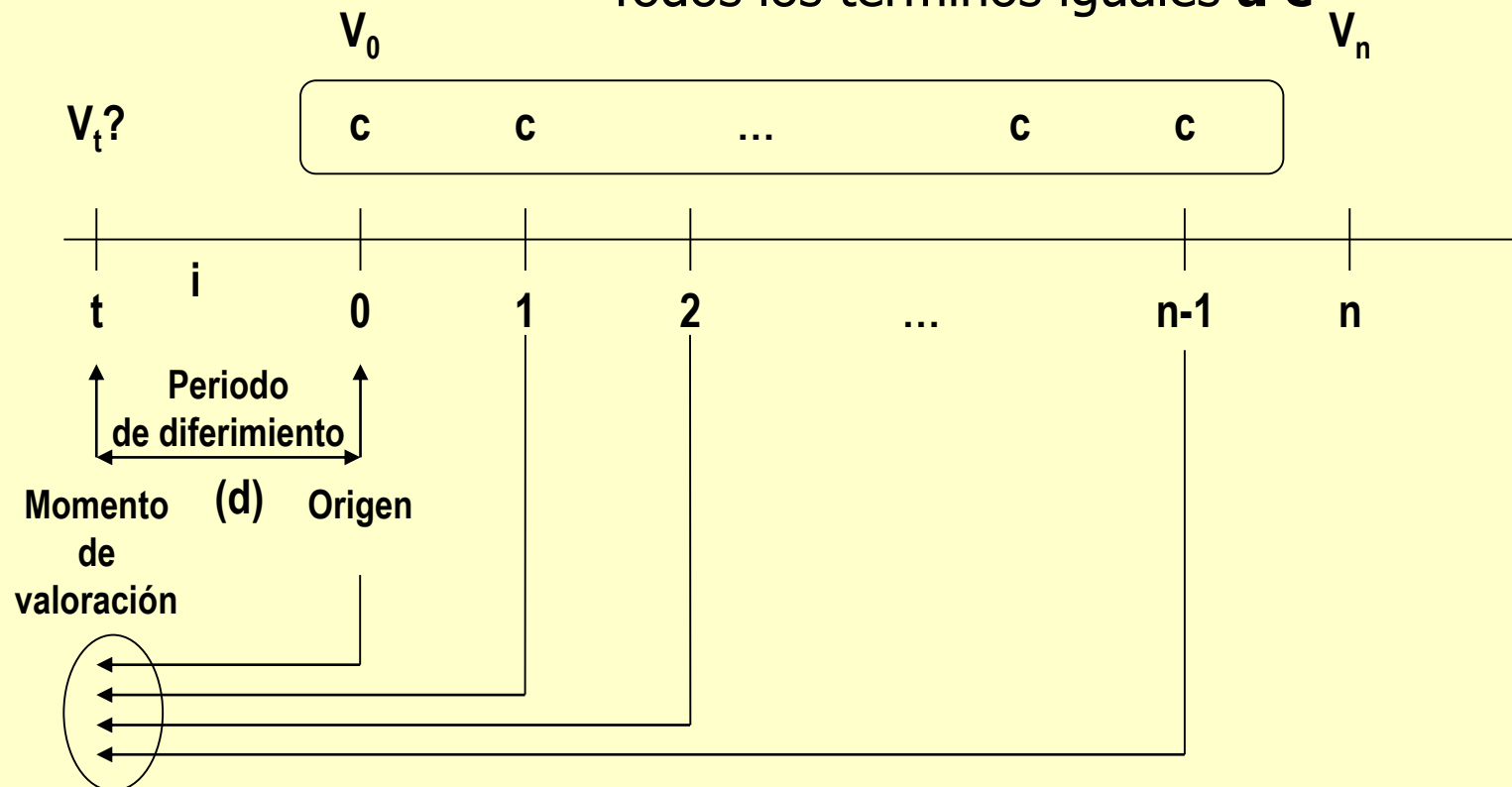
5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

RENDA NO UNITARIA o DE CUANTÍA c :

Gráficamente:

Todos los términos iguales a c



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Aplicando la definición de valor actual y llevando los términos uno a uno, descontando en régimen de descuento compuesto al tanto de la renta i , desde donde están cada uno de los capitales hasta el origen se obtiene el valor actual, que se denota con la siguiente terminología

n : Número de Términos

d : Periodo de diferimiento

$$\frac{d}{\ddot{a}_{n|i}}$$

i : Tanto de Valoración

La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **ä** (con los dos puntitos): Significa **Renta Prepagable**

La letra **mayúscula**: Significa **Renta no Unitaria**

La letra **d**: Significa **Renta Diferida d periodos**



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Dado que los valores finales de las rentas prepagables se obtienen a partir de las rentas pospagables multiplicando por $(1+i)$, podemos establecer la siguiente fórmula:

$$V_t = \frac{d}{\ddot{A}_{n|i}} = (1+i) \cdot \frac{d}{A_{n|i}}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Entonces, para rentas no unitarias o de cuantía c :

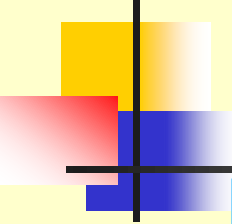
$$V_t = \frac{d}{\ddot{A}_{n|i}} = (1+i) \cdot \frac{d}{A_{n|i}}$$

$$\frac{d}{A_{n|i}} = c \cdot \frac{d}{a_{n|i}}$$

$$\frac{d}{a_{n|i}} = \frac{1}{(1+i)^d} \cdot a_{n|i}$$

$$\frac{d}{\ddot{A}_{n|i}} = (1+i) \cdot c \cdot \frac{1}{(1+i)^d} \cdot a_{n|i} = c \cdot \frac{1}{(1+i)^{d-1}} \cdot a_{n|i}$$

$$\frac{d}{\ddot{A}_{n|i}} = c \cdot \frac{1}{(1+i)^{d-1}} \cdot a_{n|i}$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

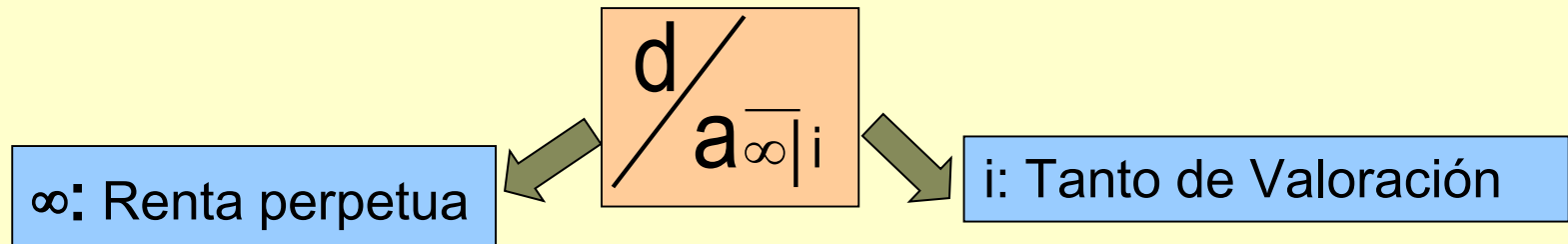
5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

RENTA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**



La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

Recordando que:

$$a_{\infty|i} = \frac{1}{i} \quad \quad d/a_{n|i} = \frac{a_{n|i}}{(1+i)^d}$$

Entonces:

$$V_t = d/a_{\infty|i} = \frac{a_{\infty|i}}{(1+i)^d} = \frac{1}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^d}$$

$$d/a_{\infty|i} = \frac{1}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^d}$$

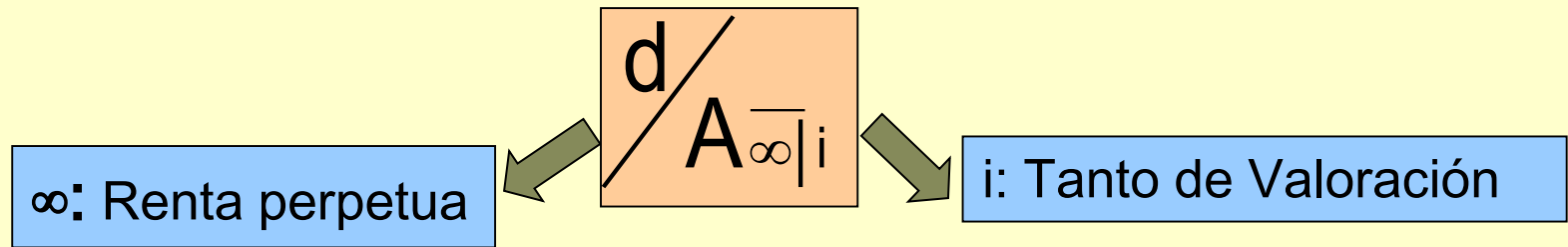
5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

RENTA NO UNITARIA o DE CUANTÍA c :

Todos los términos iguales **a** c



La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **mayúscula**: Significa **Renta no Unitaria**



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

Recordando que:

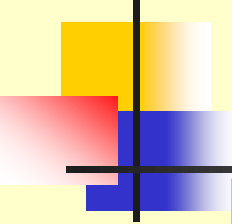
$$A_{\infty|i} = \frac{c}{i}$$

$$d/A_{n|i} = \frac{A_{n|i}}{(1+i)^d}$$

Entonces:

$$V_t = d/A_{\infty|i} = \frac{A_{\infty|i}}{(1+i)^d} = \frac{c}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^d}$$

$$d/A_{\infty|i} = \frac{c}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^d}$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

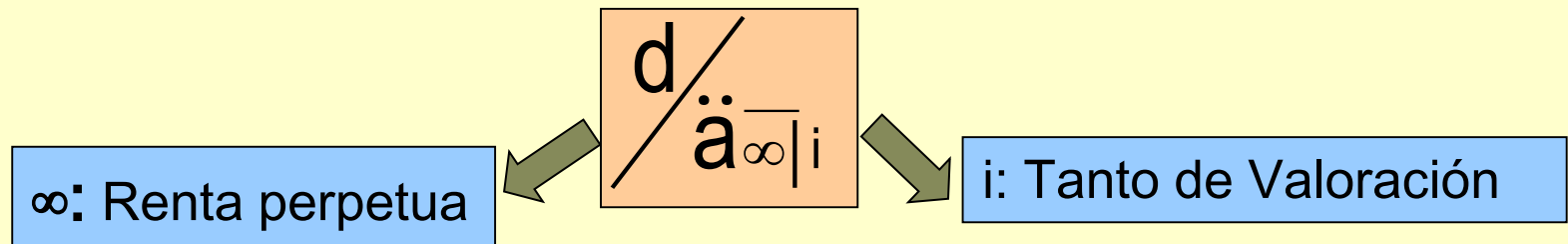
5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

RENDA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**



La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **ä** (con los dos puntitos): Significa **Renta Prepagable**

La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

Recordando que:

$$\ddot{a}_{\infty|i} = \frac{1+i}{i}$$

$$d/\ddot{a}_{n|i} = \frac{\ddot{a}_{n|i}}{(1+i)^d}$$

Entonces:

$$V_t = d/\ddot{a}_{\infty|i} = \frac{\ddot{a}_{\infty|i}}{(1+i)^d} = \frac{1+i}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^d} = \frac{1}{i \cdot (1+i)^{d-1}}$$

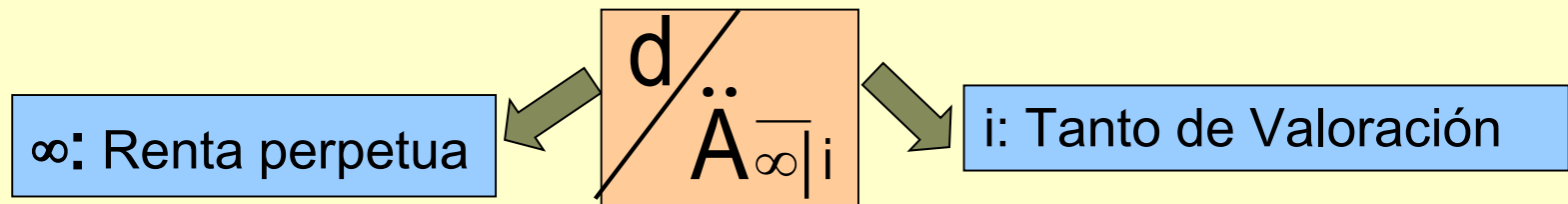
$$d/\ddot{a}_{\infty|i} = \frac{1}{i \cdot (1+i)^{d-1}}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

RENDA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**



La letra **a**: Significa **Valor Actual**

La letra **ä** (con los dos puntitos) : Significa **Renta Prepagable**

La letra **mayúscula**: Significa **Renta No Unitaria**

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

Recordando que:

$$\ddot{A}_{\infty|i} = c \cdot \frac{1+i}{i}$$

$$\frac{d}{\ddot{A}_{n|i}} = \frac{\ddot{A}_{n|i}}{(1+i)^d}$$

Entonces:

$$V_t = \frac{d}{\ddot{A}_{\infty|i}} = \frac{\ddot{A}_{\infty|i}}{(1+i)^d} = c \cdot \frac{1+i}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^d} = \frac{c}{i \cdot (1+i)^{d-1}}$$

$$\frac{d}{\ddot{A}_{\infty|i}} = \frac{c}{i \cdot (1+i)^{d-1}}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

Ejemplo 9 (Primera parte):

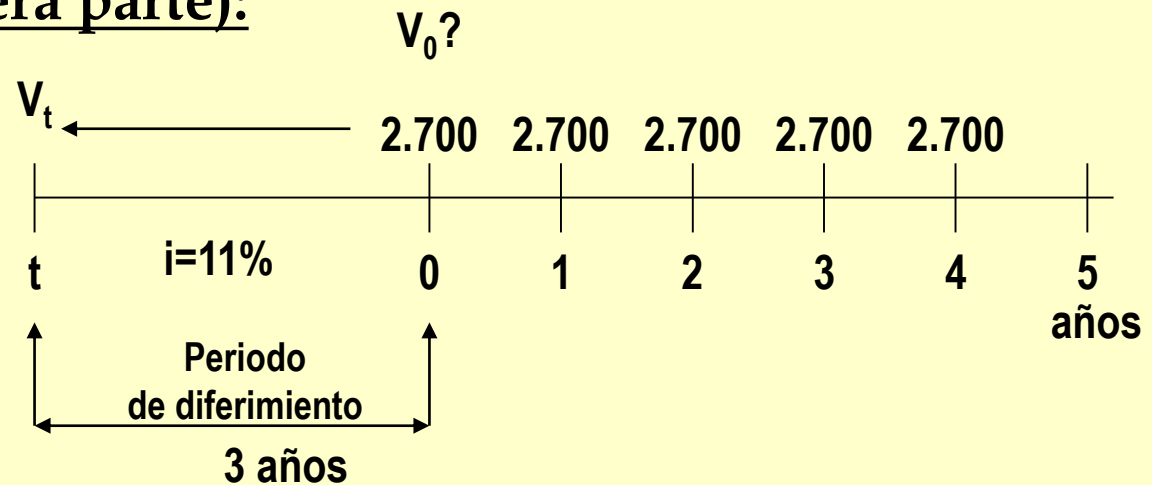
$n=5$ años

$c=2.700\text{€}$

$d=3$ años

$i=11\%$ efectivo anual

$V_0?$



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

Ejemplo 9 (Primera parte):

n=5 años

c=2.700€

d=3 años

i=11% efectivo anual

V₀?

$$\frac{d}{\ddot{A}_{n|i}} = c \cdot \frac{1}{(1+i)^{d-1}} \cdot a_{n|i}$$

$$a_{n|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$V_0 = \frac{3}{\ddot{A}_{5|0,11}} = 2.700 \cdot \frac{1}{(1+0,11)^{3-2}} \cdot \frac{1 - (1+0,11)^{-5}}{0,11} = 8.099,12€$$

$$V_0 = 8.099,12€$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

Ejemplo 9 (Segunda parte):

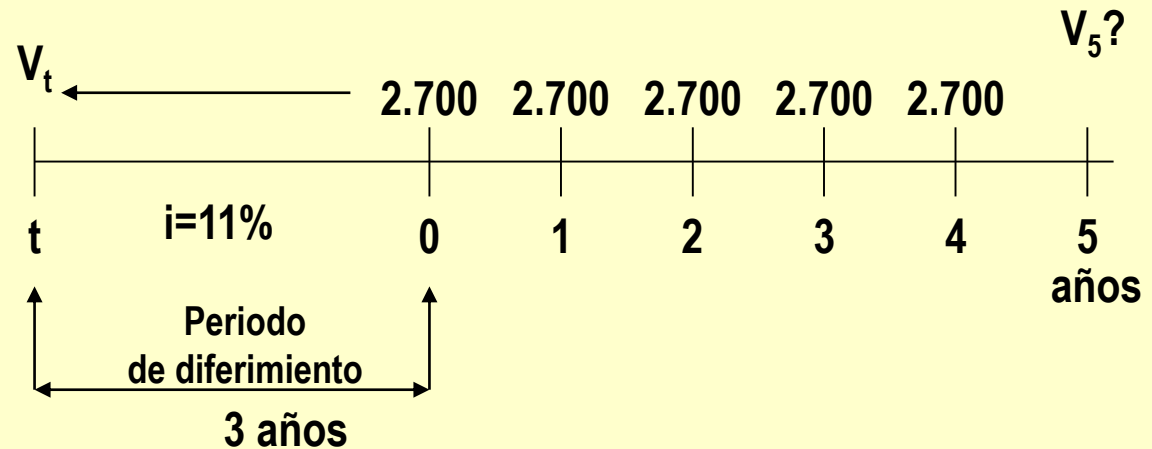
$n=5$ años

$c=2.700\text{€}$

$d=3$ años

$i=11\%$ efectivo anual

$V_5?$



5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

Ejemplo 9 (Segunda parte):

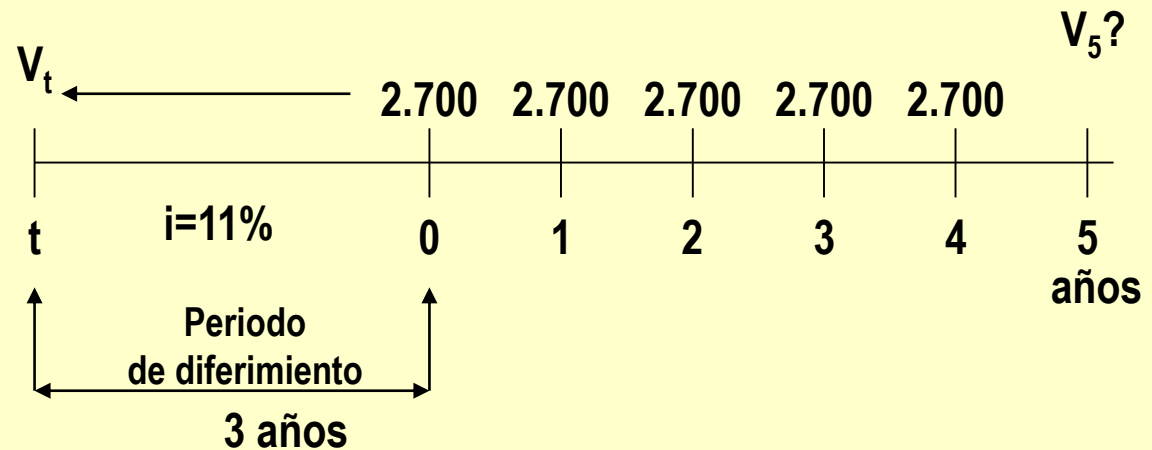
$n=5$ años

$c=2.700\text{€}$

$d=3$ años

$i=11\%$ efectivo anual

$V_5?$



IMPORTANTE: El diferimiento no afecta al valor final, por lo que se calcula como una renta inmediata

5. RENTAS CONSTANTES

5.4. RENTAS DIFERIDAS

Ejemplo 9 (Segunda parte):

n=5 años

c=2.700€

d=3 años

i=11% efectivo anual

V₅?

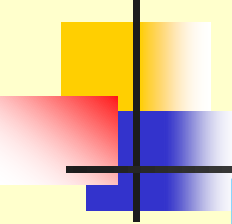
$$\frac{d}{\ddot{s}_{n|i}} = \ddot{s}_{n|i} = c \cdot \ddot{s}_{n|i}$$

$$\ddot{s}_{n|i} = s_{n|i} \cdot (1+i)$$

$$s_{n|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$V_5 = \frac{3}{\ddot{s}_{5|0,11}} = \ddot{s}_{5|0,11} = 2.700 \cdot \frac{(1+0,11)^5 - 1}{0,11} \cdot (1+0,11) = 18.664,72\text{€}$$

$$V_5 = 18.664,72\text{€}$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

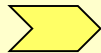


5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

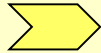
Vamos a estudiar una **RENTA**:

CONSTANTE



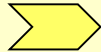
Términos de igual cuantía

TEMPORAL



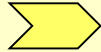
Número finito de términos

ANTICIPADA



Valoración con posterioridad al final

ENTERA



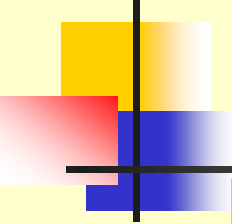
Términos y tanto en la misma unidad de tiempo

COMPUESTA



Ley Financiera Compuesta

Dentro de ellas distinguiremos entre **PREPAGABLES** y **POSPAGABLES**



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

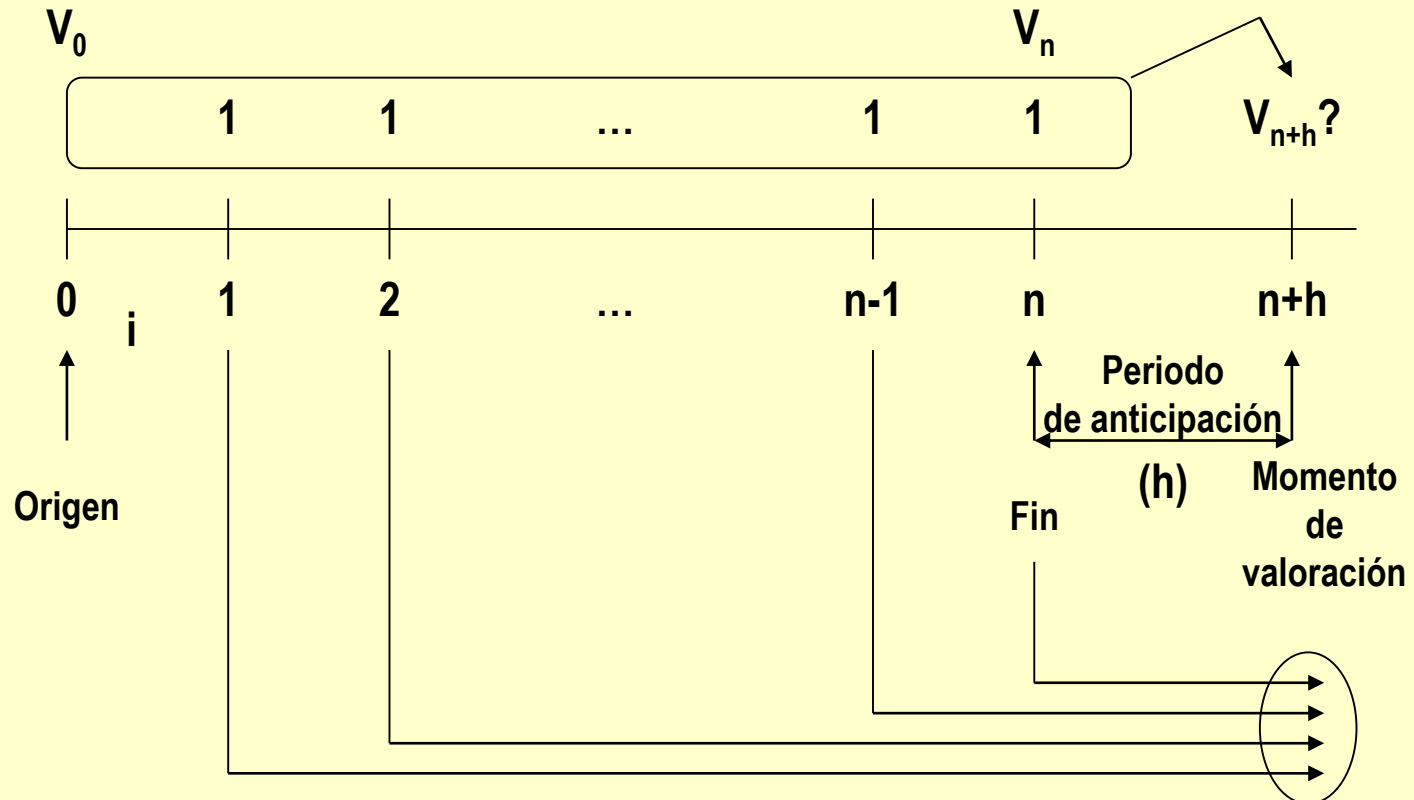
5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

RENDA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**

Gráficamente:



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Aplicando la definición de valor financiero en el momento t y llevando los términos uno a uno, capitalizando en régimen de capitalización compuesta al tanto de la renta i , desde donde se encuentra cada uno hasta el final, que se denota con la siguiente terminología

n : Número de Términos

h : Periodo de anticipación

$$\frac{h}{s_{\overline{n}|i}}$$

i : Tanto de Valoración

La letra **s**: Significa **Valor Final**

La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**

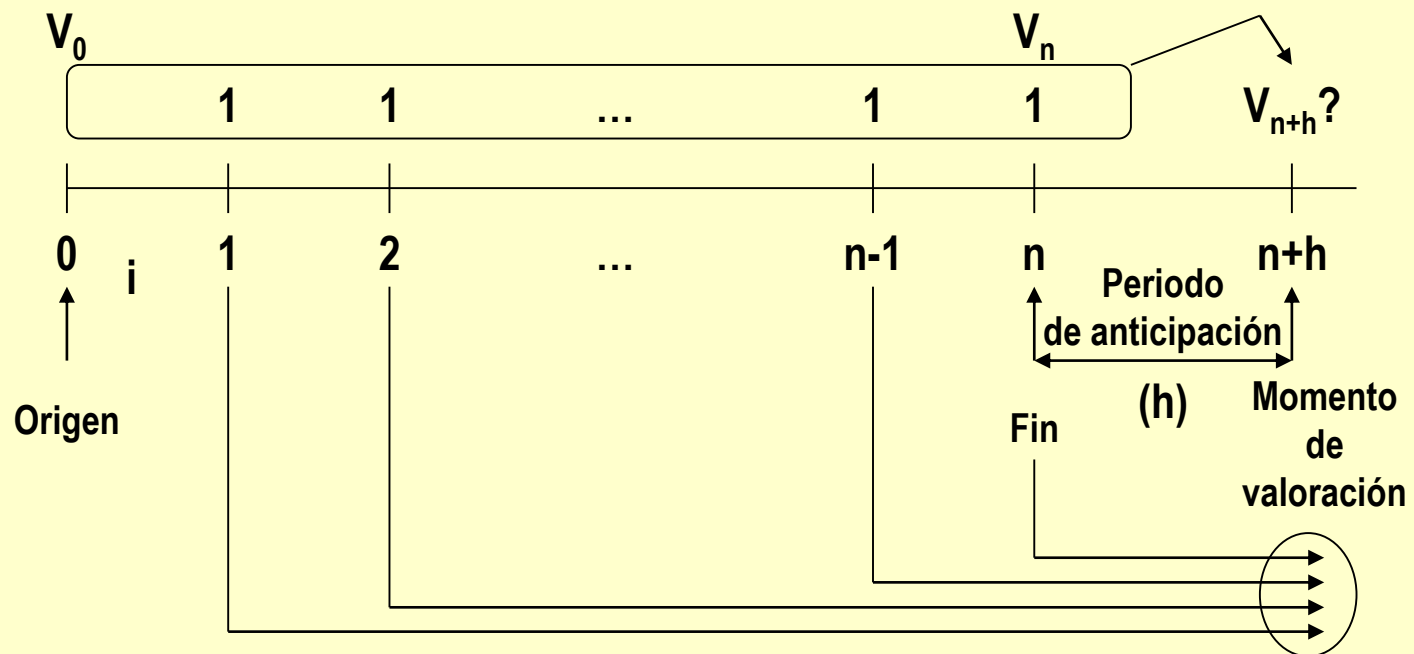
La letra **h**: Significa **Renta Anticipada h periodos**

5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Al aplicar la definición de **valor financiero** en el momento **t**:



$$V_t = \frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = (1+i)^h + (1+i)^{h+1} + (1+i)^{h+2} + \dots + (1+i)^{h+n-1}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

$$V_t = \frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = (1+i)^h + (1+i)^{h+1} + (1+i)^{h+2} + \dots + (1+i)^{h+n-1}$$

Sacamos factor común:

$$(1+i)^h$$

$$V_t = V_{n+h} = \frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = (1+i)^h \cdot \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} \right]$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

$$V_t = V_{n+h} = \frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = (1+i)^h \cdot \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} \right]$$

El corchete es el valor final de una renta unitaria,
temporal, pospagable, inmediata y entera

$$s_{\overline{n}|i} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}$$



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

$$V_t = V_{n+h} = \frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = (1+i)^h \cdot \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} \right]$$

$$s_{\overline{n}|i} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}$$

$$\frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = (1+i)^h \cdot s_{\overline{n}|i}$$

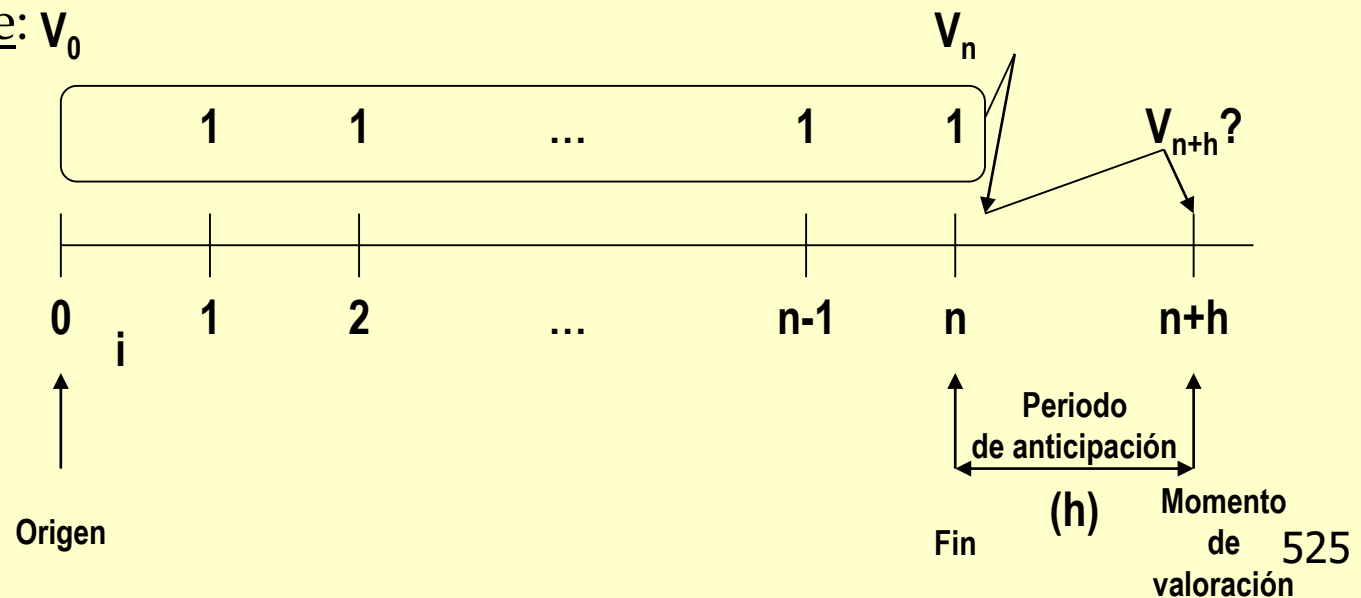
5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Al mismo resultado hubiésemos llegado valorando la renta en su **final**, (como una renta inmediata) y **capitalizándolo como un único capital hasta el momento t**:

Gráficamente: V_0





5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Analíticamente quedaría así:

$$V_t = V_{n+h} = (1+i)^h \cdot V_n = (1+i)^h \cdot s_{\overline{n}|i}$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = (1+i)^h \cdot s_{\overline{n}|i} = (1+i)^h \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

5. RENTAS CONSTANTES

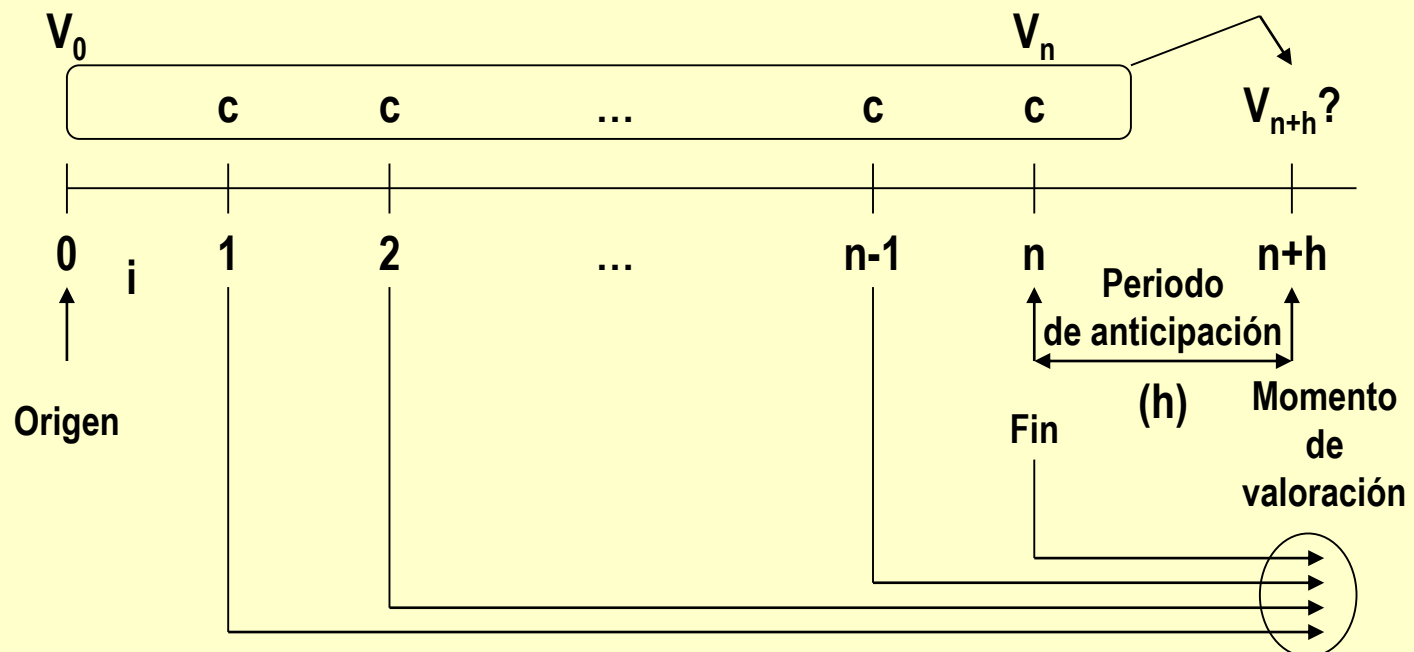
5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

RENDA NO UNITARIA o DE CUANTÍA c :

Todos los términos iguales a c

Gráficamente:



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Aplicando la definición de valor financiero en el momento t y llevando los términos uno a uno, capitalizando en régimen de capitalización compuesta al tanto de la renta i , desde donde se encuentra cada uno hasta el final, que se denota con la siguiente terminología

n : Número de Términos

h : Periodo de anticipación

$$\frac{h}{S_{\overline{n}|i}}$$

i : Tanto de Valoración

La letra **s**: Significa **Valor Final**

La letra **mayúscula**: Significa **Renta no Unitaria**

La letra **h**: Significa **Renta Anticipada h periodos**



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

En este caso, todo lo dicho seguiría siendo válido y bastaría con **multiplicar el valor de la renta unitaria por la cuantía del término**

Analíticamente:

$$\frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = c \cdot \frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = c \cdot (1+i)^h \cdot s_{\overline{n}|i} = c \cdot (1+i)^h \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

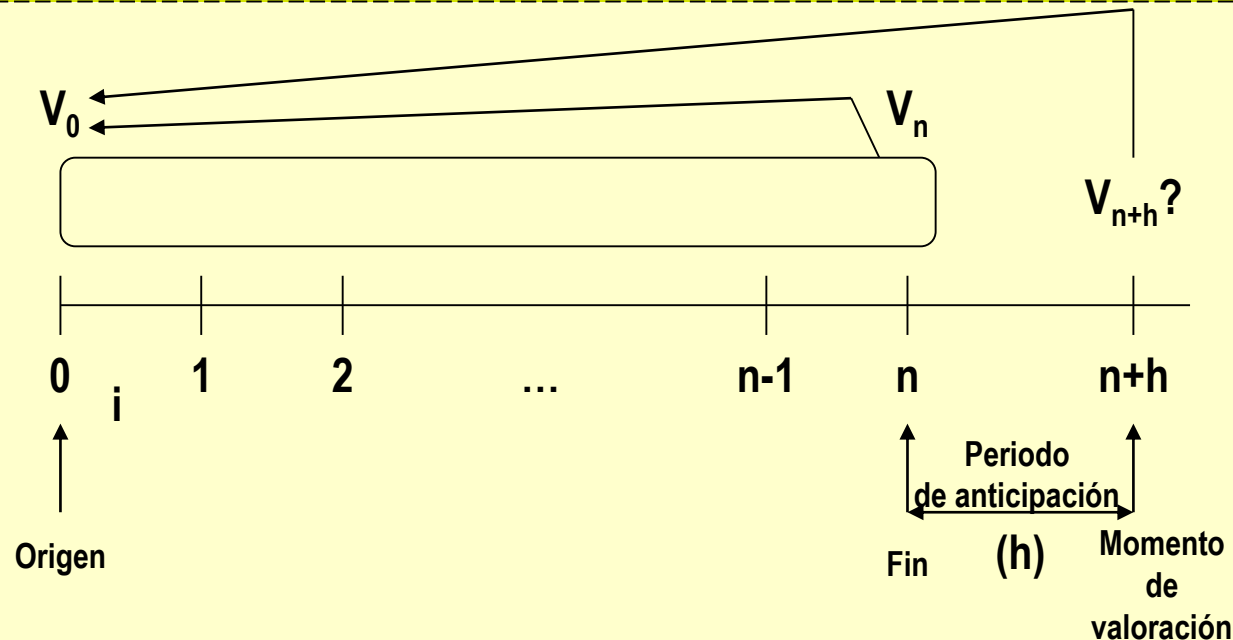
$$\frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = c \cdot \frac{h}{s_{\overline{n}|i}} = c \cdot (1+i)^h \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

La anticipación solamente afecta al valor final, por tanto, si lo que se quiere calcular es el valor actual de la renta, aplicando la definición de **valor actual se tratará como una renta inmediata**



5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Gráficamente:

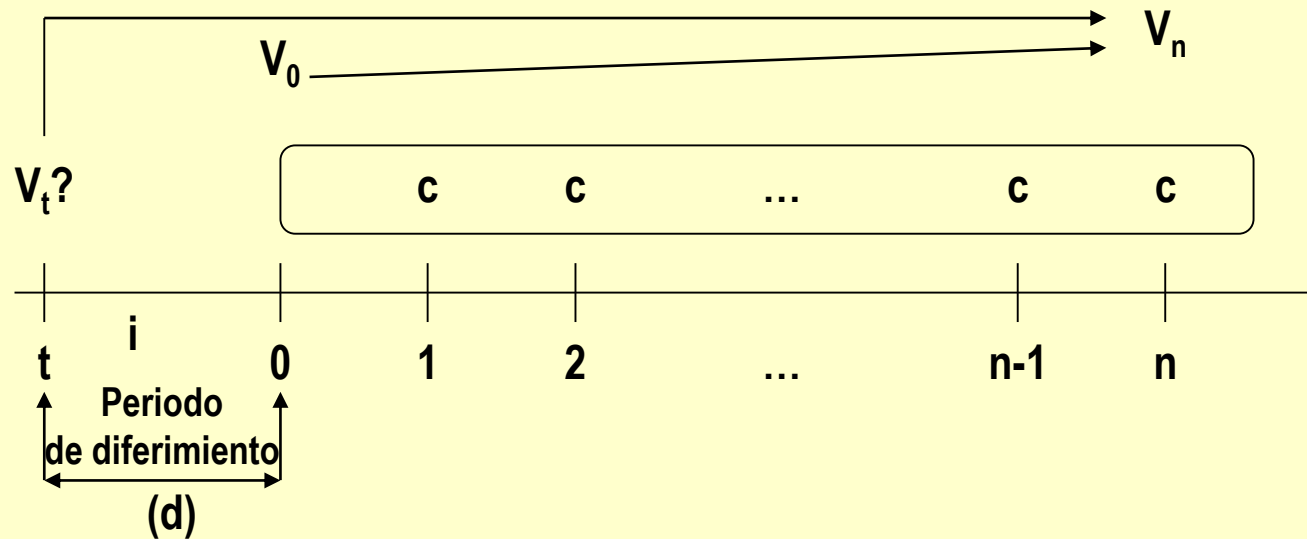


5. RENTAS CONSTANTES

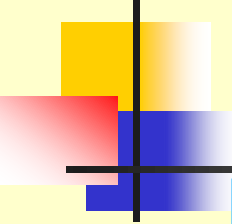
5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Es decir:



$$V_0 = \frac{V_n}{(1+i)^n} = \frac{V_{n+h}}{(1+i)^{n+h}}$$



TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

ÍNDICE

5. RENTAS CONSTANTES

5.1. Renta Temporal Pospagable, Inmediata y Entera

5.1.1. Cálculo del Valor Actual

5.1.2. Cálculo del Valor Final

5.2. Renta Temporal Prepagable, Inmediata y Entera

5.2.1. Cálculo del Valor Actual

5.2.2. Cálculo del Valor Final

5.3. Rentas Perpetuas, Inmediatas y Enteras

5.3.1. Rentas Pospagables

5.3.2. Rentas Prepagables

5.4. Rentas Diferidas

5.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

5.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

5.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

5.5. Rentas Anticipadas

5.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

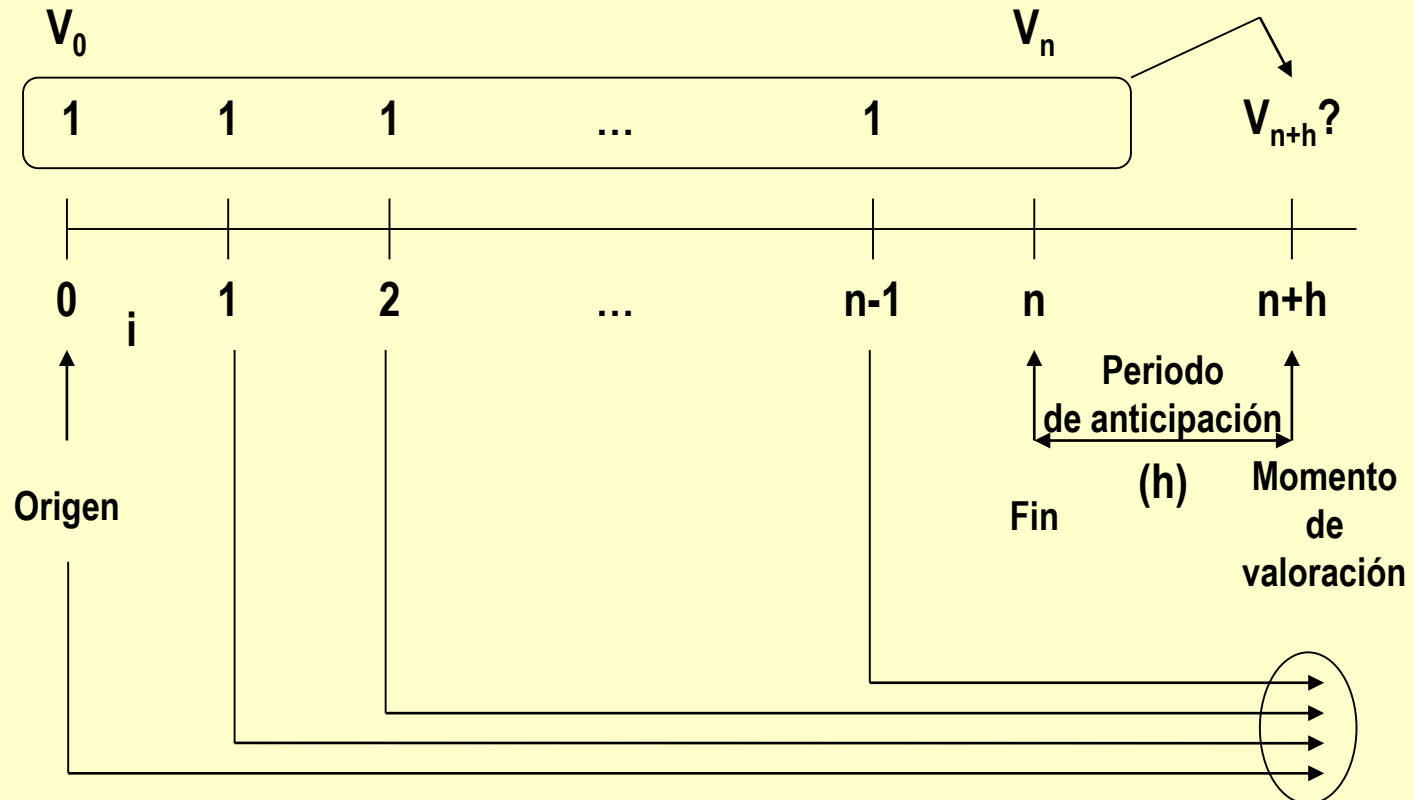
5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

RENDA UNITARIA: Todos los términos iguales **a la unidad**

Gráficamente:



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Aplicando la definición de valor financiero en el momento t y llevando los términos uno a uno, capitalizando en régimen de capitalización compuesta al tanto de la renta i , desde donde se encuentra cada uno hasta el final, que se denota con la siguiente terminología

n: Número de Términos

h: Periodo de anticipación

$$\frac{h}{\ddot{s}_n | i}$$

i: Tanto de Valoración

La letra **s**: Significa **Valor Final**

La letra **š** (con los dos puntitos): Significa **Renta Prepagable**

La letra **minúscula**: Significa **Renta Unitaria**

La letra **h**: Significa **Renta Anticipada h periodos**



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Dado que los valores finales de las rentas prepagables se obtienen a partir de las rentas pospagables multiplicando por $(1+i)$, podemos establecer la siguiente fórmula:

$$V_t = V_n + h = \frac{h}{\ddot{s}_{n|i}} = (1+i) \cdot \frac{h}{s_{n|i}}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Entonces, para rentas unitarias :

$$V_t = V_{n+h} = \frac{h}{\ddot{s}_{n|i}} = (1+i) \cdot \frac{h}{s_{n|i}}$$

$$\frac{h}{s_{n|i}} = (1+i)^h \cdot s_{n|i}$$

$$\frac{h}{\ddot{s}_{n|i}} = (1+i) \cdot (1+i)^h \cdot s_{n|i} = (1+i)^{h+1} \cdot s_{n|i}$$

$$\frac{h}{\ddot{s}_{n|i}} = (1+i)^{h+1} \cdot s_{n|i}$$

5. RENTAS CONSTANTES

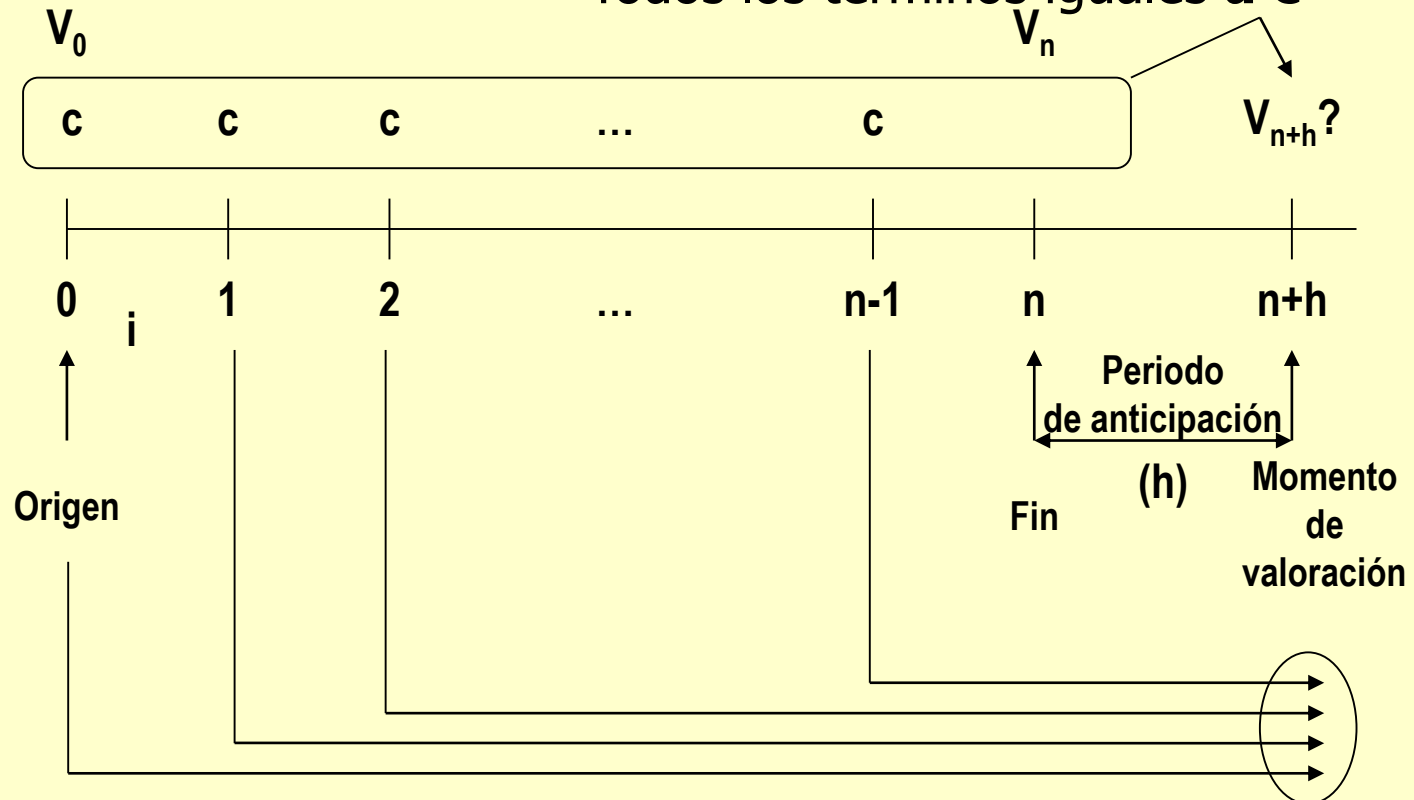
5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

RENDA NO UNITARIA o DE CUANTÍA c :

Gráficamente:

Todos los términos iguales **a c**



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Aplicando la definición de valor financiero en el momento t y llevando los términos uno a uno, capitalizando en régimen de capitalización compuesta al tanto de la renta i , desde donde se encuentra cada uno hasta el final, que se denota con la siguiente terminología

n : Número de Términos

h : Periodo de anticipación

$$\frac{h}{\ddot{S}_{n|i}}$$

i : Tanto de Valoración

La letra **s**: Significa **Valor Final**

La letra **š** (con los dos puntitos): Significa **Renta Prepagable**

La letra **mayúscula**: Significa **Renta no Unitaria**

La letra **h**: Significa **Renta Anticipada h periodos**



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Dado que los valores finales de las rentas prepagables se obtienen a partir de las rentas pospagables multiplicando por $(1+i)$, podemos establecer la siguiente fórmula:

$$V_t = \frac{h}{\ddot{S}_{n|i}} = (1+i) \cdot \frac{h}{S_{n|i}}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

5.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Entonces, para rentas no unitarias o de cuantía c :

$$V_t = \frac{h}{\ddot{S}_{n|i}} = (1+i) \cdot \frac{h}{S_{n|i}}$$

$$\frac{h}{S_{n|i}} = c \cdot \frac{h}{S_{n|i}}$$

$$\frac{h}{S_{n|i}} = (1+i)^h \cdot S_{n|i}$$

$$\frac{h}{\ddot{S}_{n|i}} = (1+i) \cdot c \cdot (1+i)^h \cdot S_{n|i} = c \cdot (1+i)^{h+1} \cdot S_{n|i}$$

$$\frac{h}{\ddot{S}_{n|i}} = c \cdot (1+i)^{h+1} \cdot S_{n|i}$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

Ejemplo 10 (Primera parte):

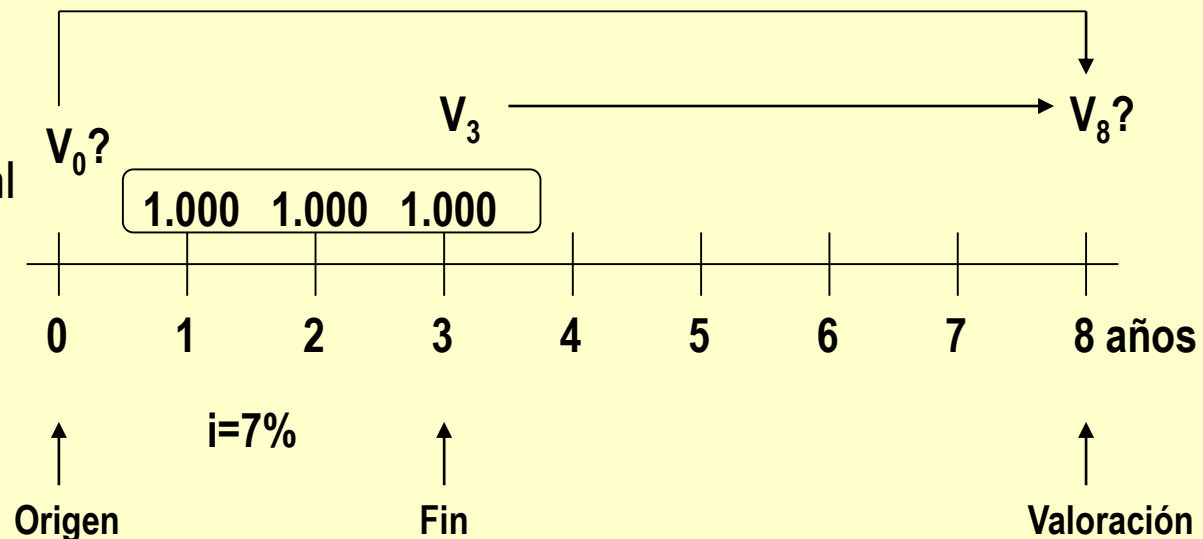
$n=3$ años

$c=1.000\text{€}$

$h=5$ años

$i=7\%$ efectivo anual

$V_0?$



5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

Ejemplo 10 (Primera parte):

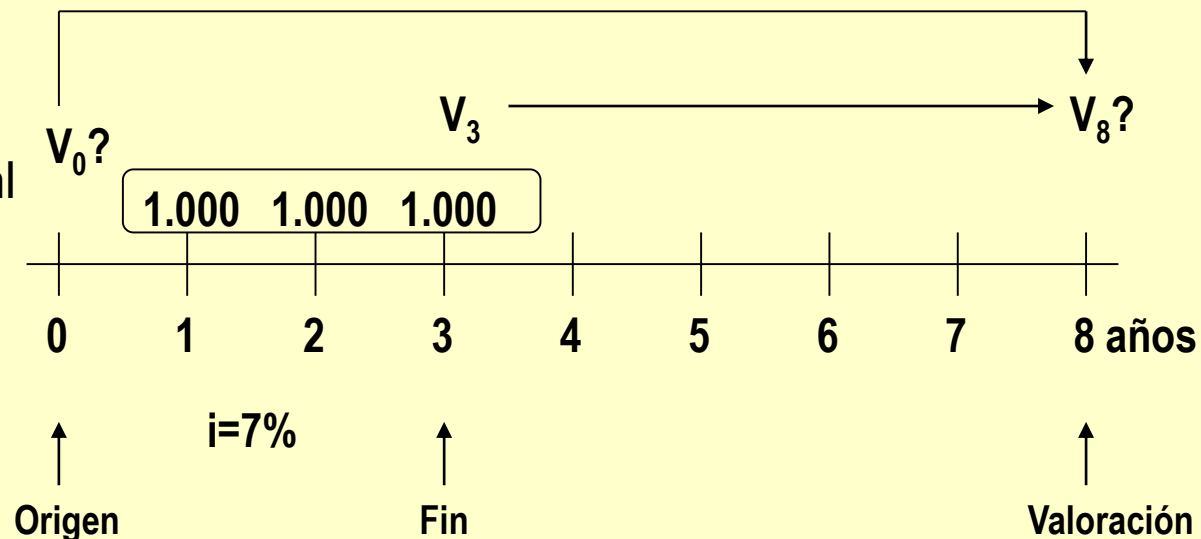
$n=3$ años

$c=1.000\text{€}$

$h=5$ años

$i=7\%$ efectivo anual

$V_0?$



IMPORTANTE: La anticipación no afecta al valor actual, por lo que se calcula como una renta inmediata

5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

Ejemplo 10 (Primera parte):

n=3 años

c=1.000€

h=5 años

i=7% efectivo anual

V₀?

$$\frac{h}{A_{n|i}} = A_{n|i} = c \cdot a_{n|i}$$

$$a_{n|i} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$V_0 = \frac{5}{A_{3|0,07}} = A_{3|0,07} = 1.000 \cdot \frac{1 - (1 + 0,07)^{-3}}{0,07} = 2.624,32€$$

$$V_0 = 2.624,32€$$

5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

Ejemplo 10 (Segunda parte):

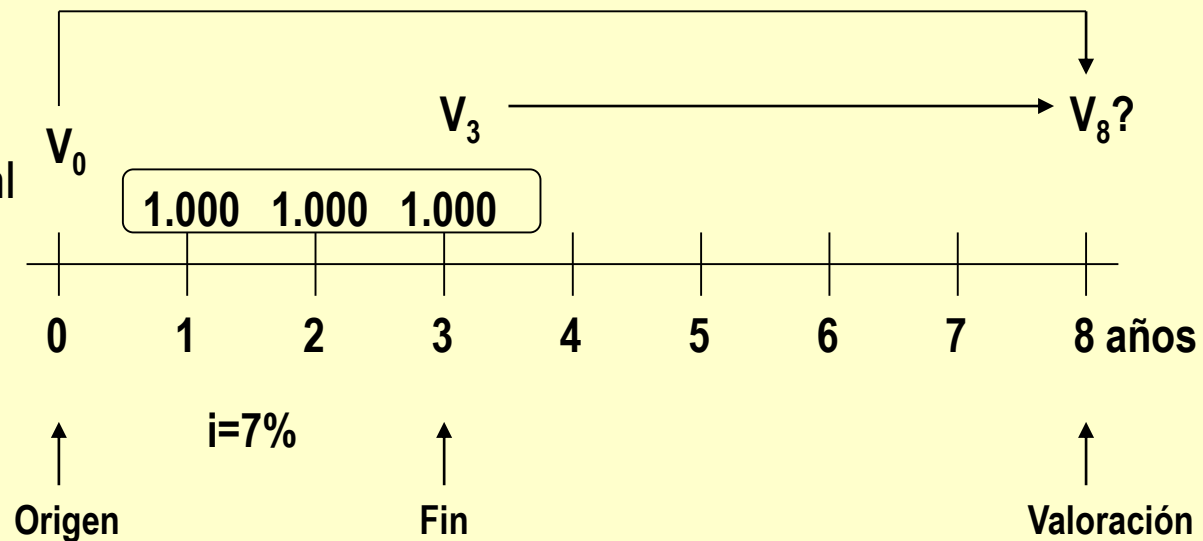
$n=3$ años

$c=1.000\text{€}$

$h=5$ años

$i=7\%$ efectivo anual

$V_8?$





5. RENTAS CONSTANTES

5.5. RENTAS ANTICIPADAS

Ejemplo 10 (Segunda parte):

$n=3$ años

$c=1.000€$

$h=5$ años

$i=7\%$ efectivo anual

$V_8?$

$$V_0 = 2.624,32€$$

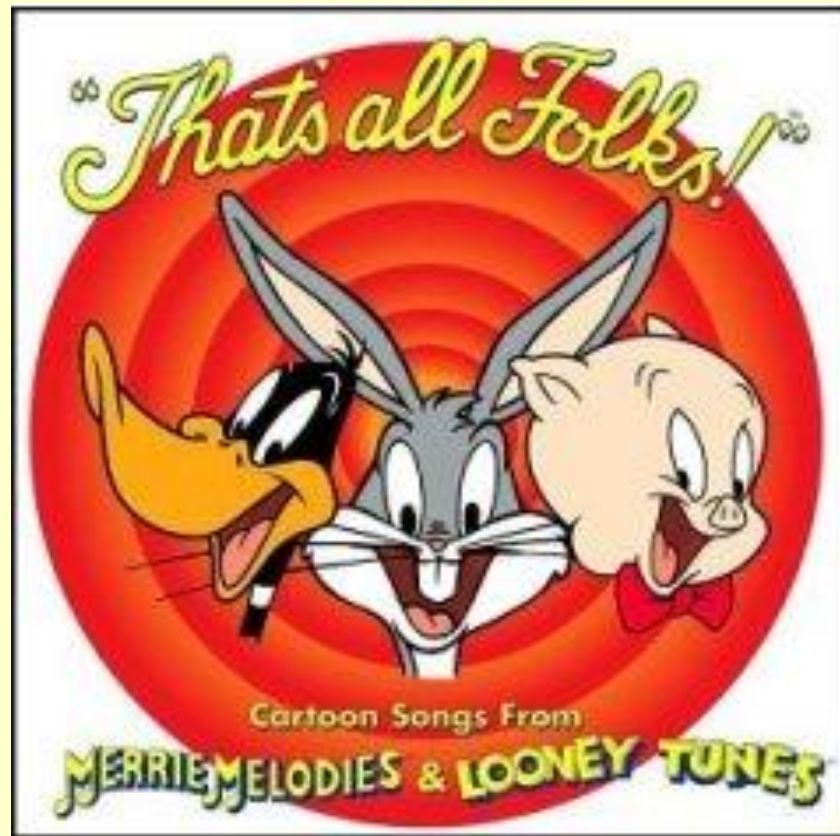
$$V_{n+h} = V_0 \cdot (1+i)^{n+h}$$

Forma 1: Utilizando la fórmula de la renta constante, temporal, pospagable, anticipada y entera

$$V_8 = 2.624,32 \cdot (1 + 0,07)^{3+5} = 4.509,06€$$

$$V_5 = 4.509,06€$$

TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES



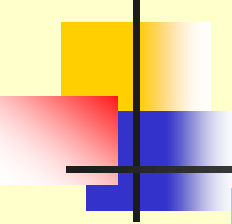


PARTE 2: RENTAS FINANCIERAS

TEMA 6: Teoría de Rentas. Rentas Constantes

TEMA 7: Rentas Variables





TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

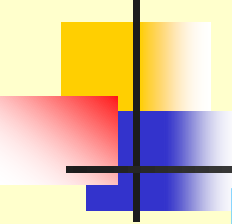
1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

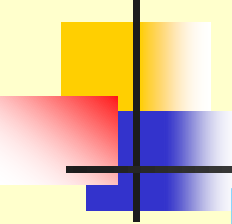
2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



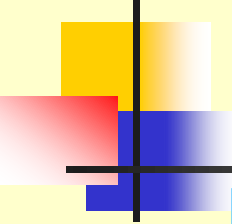
TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

3. RENTAS FRACCIONADAS

3.1. Término Anual y Tanto de Frecuencia

3.2. Término de Frecuencia y Tanto Anual



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

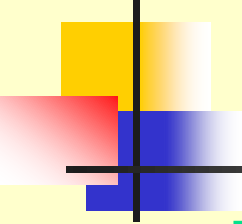
1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

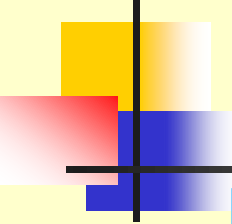


1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Este tipo de rentas sirve para valorar un **conjunto de capitales equidistantes en el tiempo** cuyas cuantías son variables siguiendo una **ley en progresión geométrica,**



Cada término es el igual al anterior multiplicado por un mismo número que se llama **razón «q»**



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

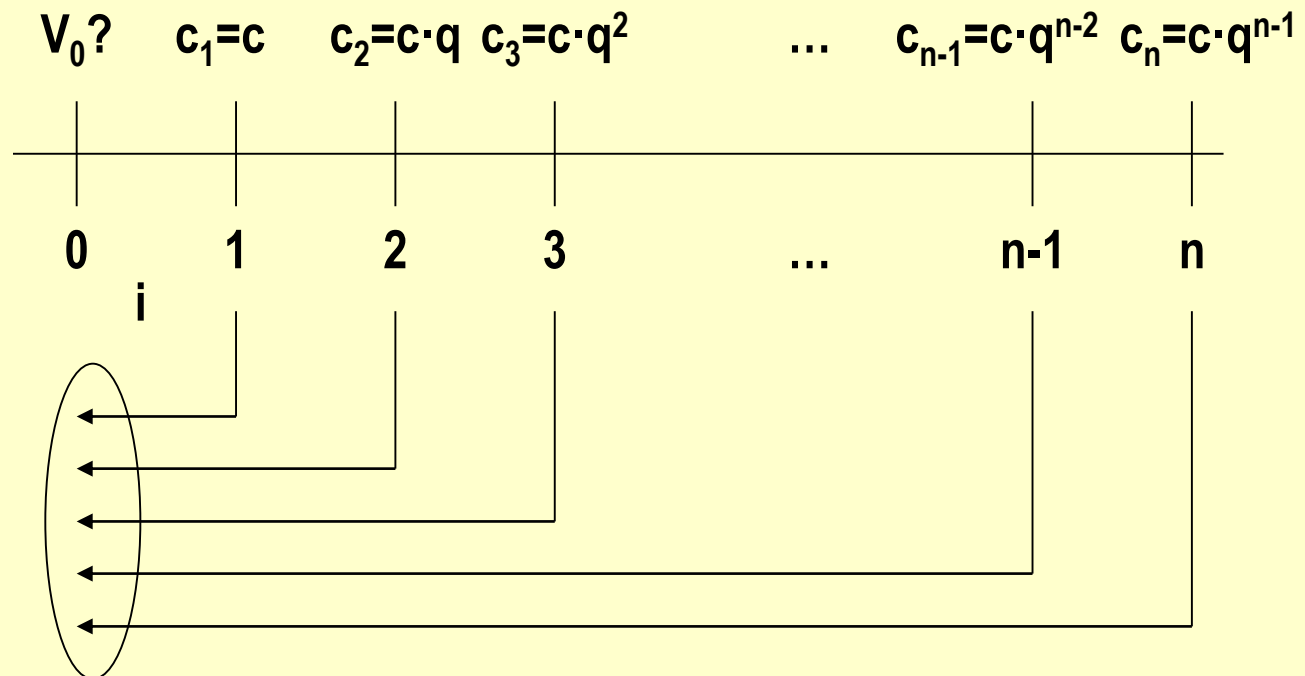
1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual GRÁFICAMENTE:

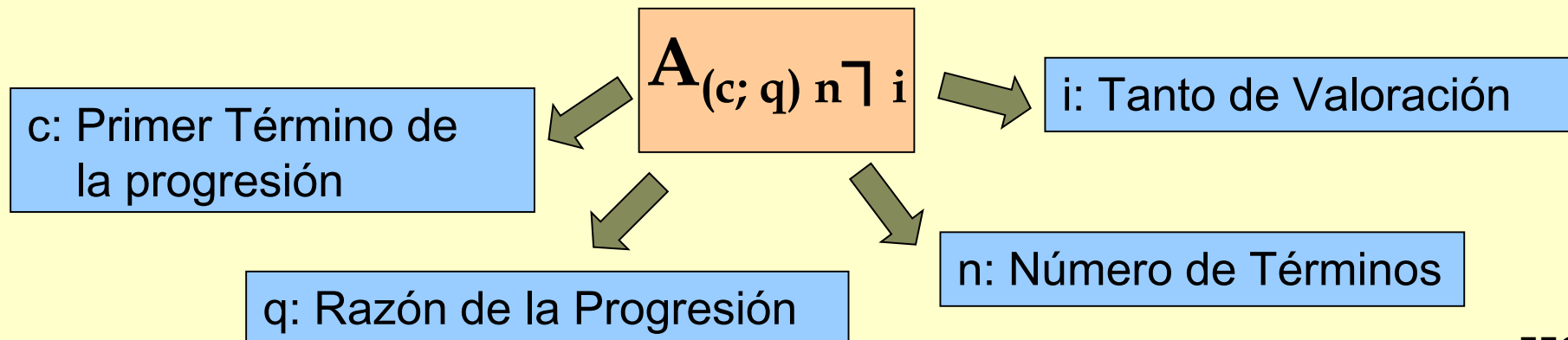


1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

Aplicando la definición de valor actual y llevando los términos uno a uno, descontando en régimen de descuento compuesto al tanto de la renta i , desde donde están cada uno de los capitales hasta el origen se obtiene el valor actual, que se denota con la siguiente terminología

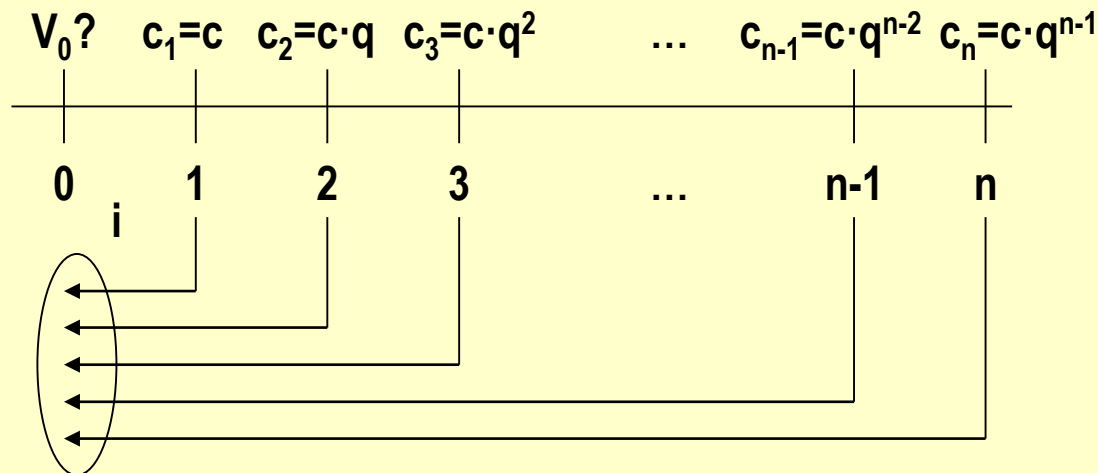


1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

Llegamos a la siguiente fórmula:



$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$V_0 = A_{(c; q) \overline{n}|i} = \frac{c}{1+i} + \frac{c \cdot q}{(1+i)^2} + \frac{c \cdot q^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c \cdot q^{n-2}}{(1+i)^{n-1}} + \frac{c \cdot q^{n-1}}{(1+i)^n}$$



1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$V_0 = A_{(c; q) \overline{n}|i} = \frac{c}{1+i} + \frac{c \cdot q}{(1+i)^2} + \frac{c \cdot q^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c \cdot q^{n-2}}{(1+i)^{n-1}} + \frac{c \cdot q^{n-1}}{(1+i)^n}$$

Sacamos factor común:

$$\frac{c}{1+i}$$

$$V_0 = A_{(c; q) \overline{n}|i} = \frac{c}{1+i} \cdot \left[1 + \frac{q}{1+i} + \frac{q^2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{q^{n-1}}{(1+i)^{n-1}} \right]$$



1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$V_0 = A_{(c; q) \overline{n}|i} = \frac{c}{1+i} \cdot \left[1 + \frac{q}{1+i} + \frac{q^2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{q^{n-1}}{(1+i)^{n-1}} \right]$$

Se puede observar que el corchete es una **progresión geométrica** de razón:

$$r = \frac{q}{1+i}$$

Como la razón **q** puede ser mayor o menor que **1+i** se utiliza la fórmula general de la suma de los n términos haciendo negativo el valor de **r** en caso de que la progresión sea decreciente

$$S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

Sumando los n términos de la progresión geométrica:

$$V_0 = A_{(c;q) \overline{n}|i} = \frac{c}{1+i} \cdot \left[1 + \frac{q}{1+i} + \frac{q^2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{q^{n-1}}{(1+i)^{n-1}} \right] \quad S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1-r}$$

$$\begin{aligned} A_{(c;q) \overline{n}|i} &= \frac{c}{1+i} \cdot \left[\frac{1 - \frac{q^{n-1}}{(1+i)^{n-1}} \cdot \frac{q}{1+i}}{1 - \frac{q}{1+i}} \right] = \frac{c}{1+i} \cdot \left[\frac{1 - \frac{q^n}{(1+i)^n}}{\frac{1+i-q}{1+i}} \right] = \\ &= \frac{c}{1+i} \cdot \left[\frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{\frac{1+i-q}{1+i}} \right] = \frac{c}{1+i} \cdot \left[\frac{\frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1}}{\frac{1+i-q}{1+i}} \right] = \end{aligned}$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$\begin{aligned}
 A_{(c;q) \overline{n}|i} &= \frac{c}{1+i} \cdot \left[\frac{\frac{1-q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1}}{\frac{1+i-q}{1+i}} \right] = \\
 &= \frac{c}{1+i} \cdot \left[\frac{1-q^n \cdot (1+i)^{-n} \cdot (1+i)}{1+i-q} \right] = \\
 &= \frac{c}{1+i} \cdot \frac{1-q^n \cdot (1+i)^{-n} \cdot (1+i)}{1+i-q}
 \end{aligned}$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$A_{(c; q) \overline{n}|i} = c \cdot \frac{1 - q^n \cdot (1 + i)^{-n}}{1 + i - q}$$

Esta es la expresión que permite calcular el valor ACTUAL de una **RENTA VARIABLE, EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA**

Esta es una expresión que **solo se puede utilizar si**

$$q \neq 1 + i$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

Si se cumple que

$$q = 1 + i$$

La expresión del valor actual quedará de la siguiente forma:

$$V_0 = A_{(c; q) \overline{n}|i} = \frac{c}{1+i} + \frac{c \cdot q}{(1+i)^2} + \frac{c \cdot q^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c \cdot q^{n-2}}{(1+i)^{n-1}} + \frac{c \cdot q^{n-1}}{(1+i)^n}$$

$$A_{(c; q) \overline{n}|i} = \frac{c}{1+i} + \frac{c \cdot (1+i)}{(1+i)^2} + \frac{c \cdot (1+i)^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c \cdot (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n}$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$A_{(c; q) \bar{n}|i} = \frac{c}{1+i} + \frac{c \cdot (1+i)}{(1+i)^2} + \frac{c \cdot (1+i)^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c \cdot (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n}$$

Sacamos factor común:

$$\frac{c}{1+i}$$

$$A_{(c; q) \bar{n}|i} = \frac{c}{1+i} \cdot \left[1 + \frac{(1+i)}{(1+i)} + \frac{(1+i)^2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{(1+i)^{n-1}}{(1+i)^{n-1}} \right] =$$

$$\frac{c}{1+i} \cdot [1 + 1 + 1 + (n \text{ veces}) \dots + 1]$$



1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$A_{(c;q) \overline{n}|i} = \frac{n \cdot c}{1+i}$$

Esta es la expresión que permite calcular el valor ACTUAL de una **RENDA VARIABLE, EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA**

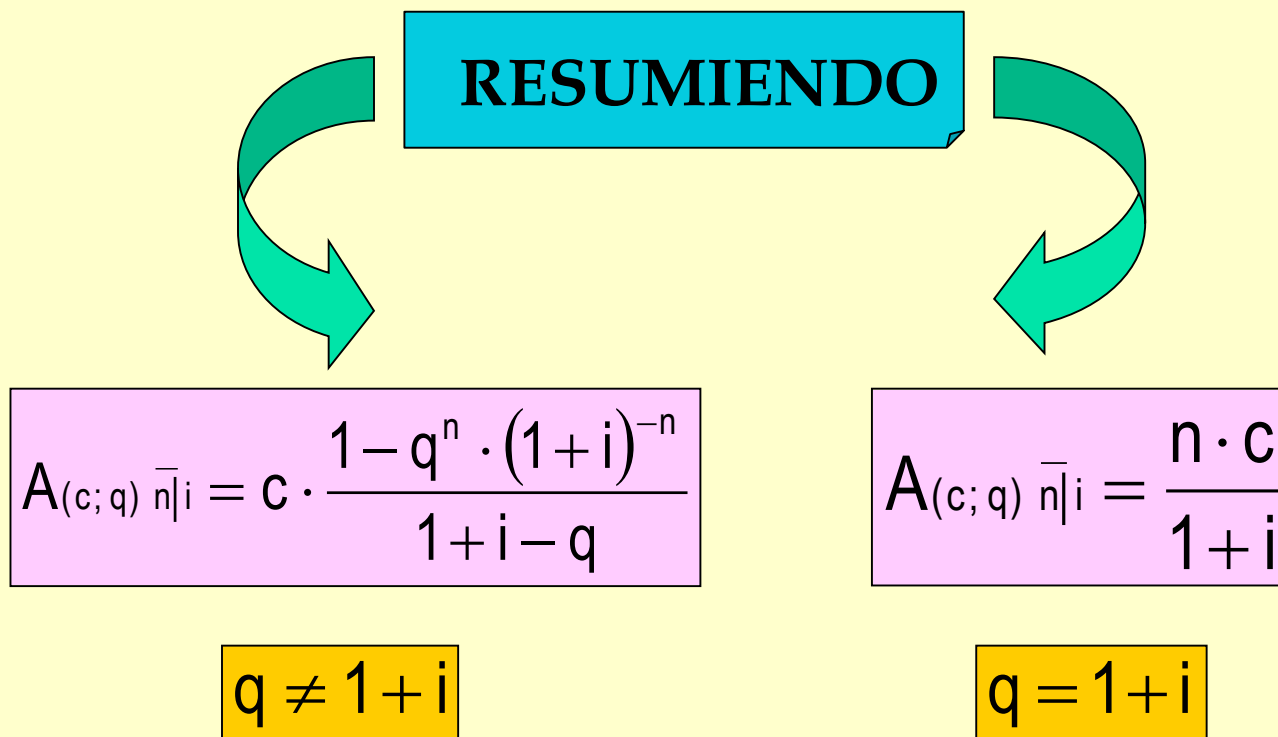
Esta es una expresión que **solo se puede utilizar si**

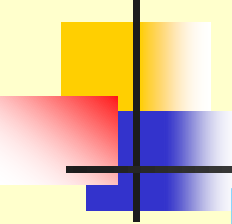
$$q = 1+i$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.1. Cálculo del Valor Actual





TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

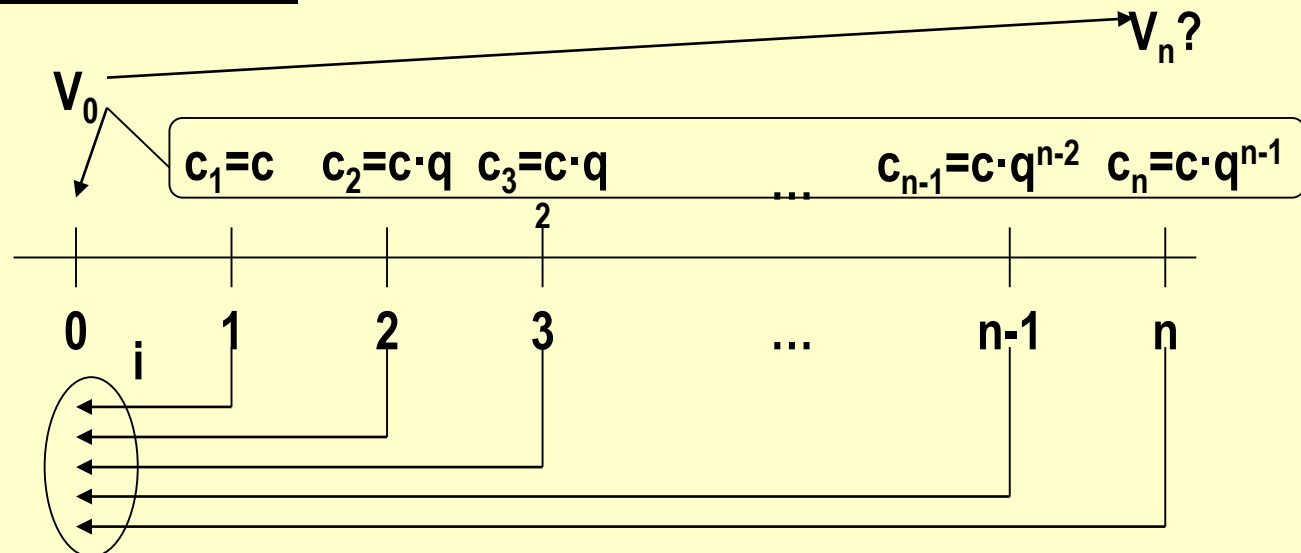
1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.2. Cálculo del Valor Final

El valor final será el resultado de **capitalizar el valor actual** de la renta

Gráficamente:



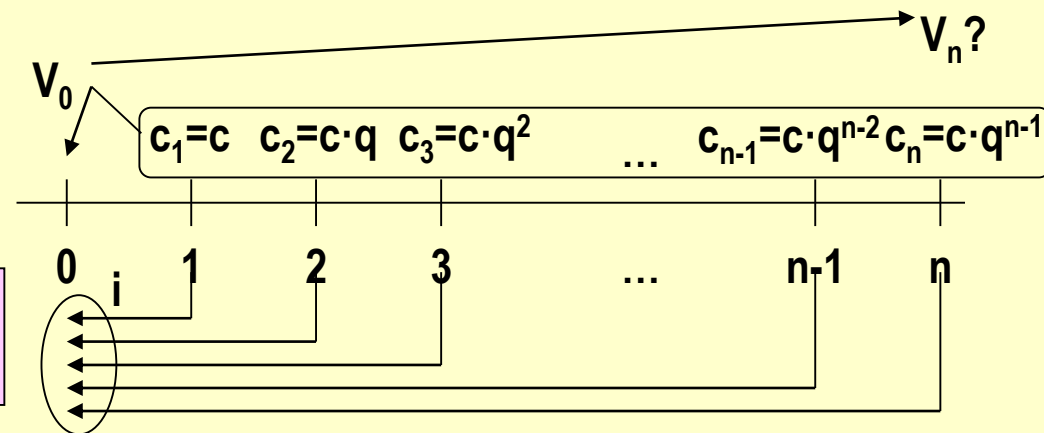
1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.1.2. Cálculo del Valor Final

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

$$S_{(c; q) \overline{n}|i} = (1+i)^n \cdot A_{(c; q) \overline{n}|i}$$



Al mismo resultado hubiésemos llegado si se hubiera **capitalizado cada uno de los términos** de la progresión hasta el momento n y posteriormente se hubiesen sumado

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Ejemplo 1:

$c=20.000\text{€}$

Crece 5% cada año

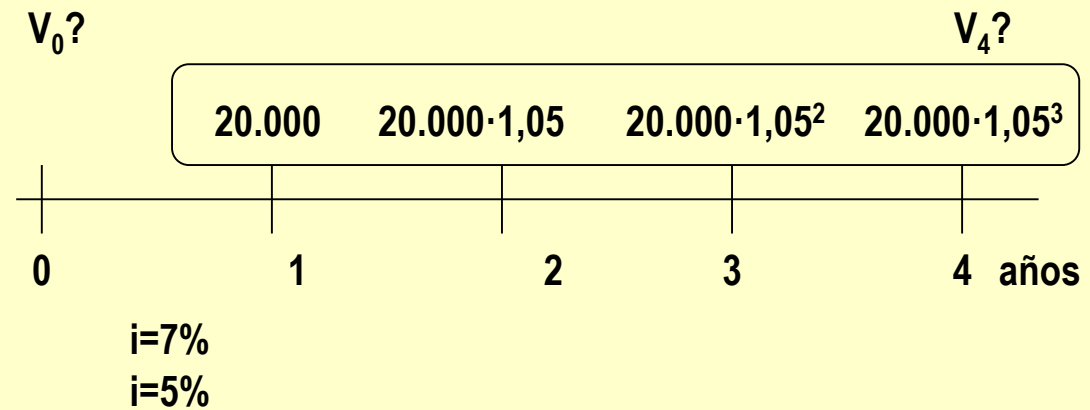
$n=4$ años

$V_0?$ $V_n?$

2 CASOS:

▪ $i=7\%$

▪ $i=5\%$



1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

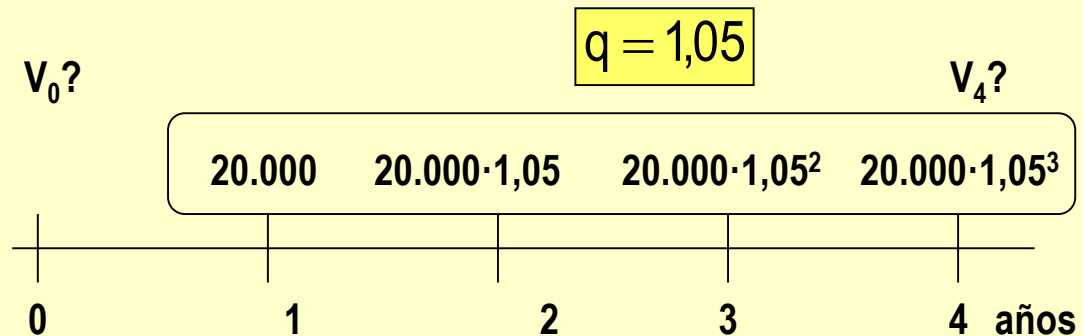
Ejemplo 1 (i=7%):

c=20.000€

Crece 5% cada año

n=4 años

V₀?



$$q \neq 1+i \Rightarrow 1,07 \neq 1+0,05$$

i=7%

$$A_{(c; q) \overline{n}|i} = c \cdot \frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q}$$

$$A_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,07} = 20.000 \cdot \frac{1 - 1,05^4 \cdot (1+0,07)^{-4}}{1+0,07-1,05} = 72.696,10€$$

$$A_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,07} = 72.696,10€$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Ejemplo 1 (i=7%):

c=20.000€

Crece 5% cada año

n=4 años

V_n?

V₀?

q = 1,05

V₄?

20.000

20.000 · 1,05

20.000 · 1,05²

20.000 · 1,05³

0

1

2

3

4 años

$$S_{(c; q) \overline{n}|i} = (1 + i)^n \cdot A_{(c; q) \overline{n}|i}$$

i=7%

$$A_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,07} = 72.696,10€$$

$$\begin{aligned} S_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,07} &= (1 + 0,07)^4 \cdot A_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,07} = \\ &= 1,07^4 \cdot 72.696,10 = 95.289,76€ \end{aligned}$$

$$S_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,07} = 95.289,76€$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Ejemplo 1 (i=5%):

c=20.000€

Crece 5% cada año

n=4 años

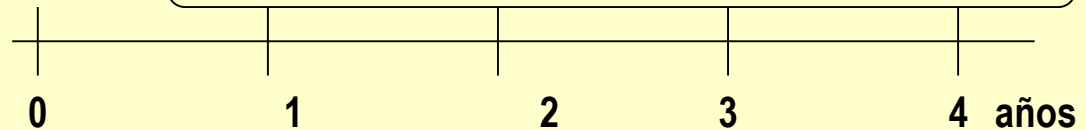
V₀?

V₀?

$$q = 1,05$$

V₄?

$$20.000 \quad 20.000 \cdot 1,05 \quad 20.000 \cdot 1,05^2 \quad 20.000 \cdot 1,05^3$$



$$q = 1 + i \Rightarrow 1,05 = 1 + 0,05$$

i=5%

$$A_{(c; q) \overline{n}|i} = \frac{n \cdot c}{1 + i}$$

$$A_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,05} = \frac{4 \cdot 20.000}{1 + 0,05} = 76.190,48€$$

$$A_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,05} = 76.190,48€$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Ejemplo 1 (i=5%):

c=20.000€

Crece 5% cada año

n=4 años

V_n?

V₀?

q = 1,05

V₄?

20.000

20.000 · 1,05

20.000 · 1,05²

20.000 · 1,05³

0

1

2

3

4 años

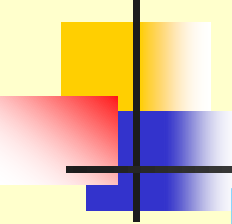
$$S_{(c; q) \overline{n}|i} = (1 + i)^n \cdot A_{(c; q) \overline{n}|i}$$

i=5%

$$A_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,05} = 76.190,48€$$

$$\begin{aligned} S_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,05} &= (1 + 0,05)^4 \cdot A_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,05} = \\ &= 1,05^4 \cdot 76.190,48 = 92.610,00€ \end{aligned}$$

$$S_{(20.000; 1,05) \overline{4}|0,07} = 92.610,00€$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

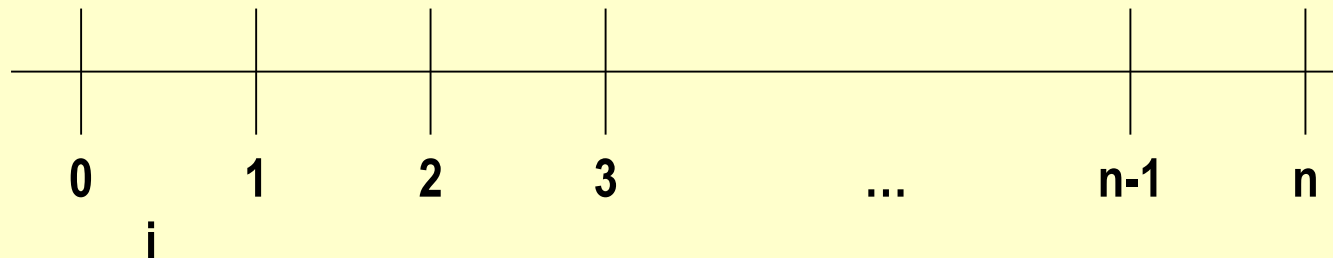
1.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

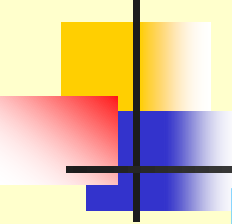
GRÁFICAMENTE:

$V_0?$

$V_n?$

$c_1=c$ $c_2=c \cdot q$ $c_3=c \cdot q^2$... $c_n=c \cdot q^{n-1}$





TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.2.1. Cálculo del Valor Actual



2 POSIBILIDADES

Valorar los n capitales moviendo,
por una parte, el primer capital,
que ya está en el origen y el resto
de capitales, $n-1$, como renta
pospagable inmediata de $n-1$
términos

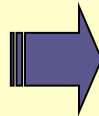
Convertir la renta en pospagable
multiplicando por $(1 + i)$ todos los
términos

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

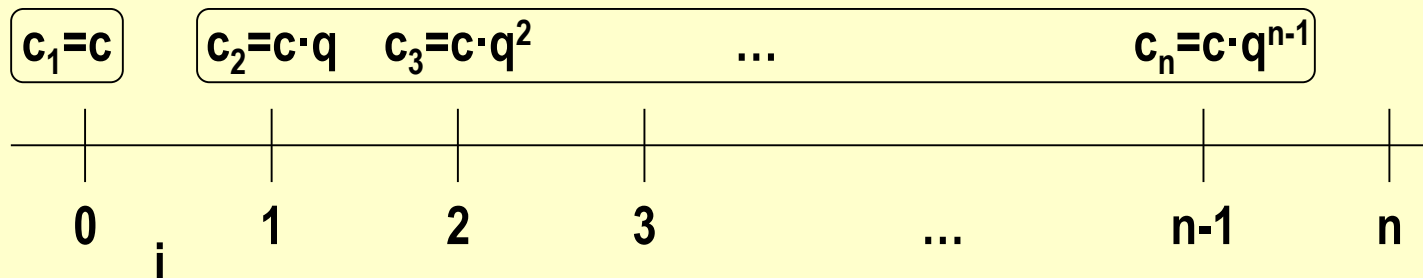
1.2.1. Cálculo del Valor Actual

POSIBILIDAD 1:



Valorar los n capitales moviendo, por una parte, el primer capital, que ya está en el origen y el resto de capitales, $n-1$, como renta pospagable inmediata de $n-1$ términos

$V_0?$



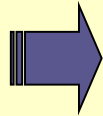


1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

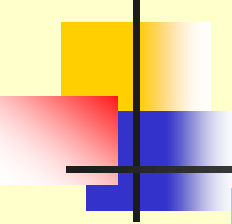
1.2.1. Cálculo del Valor Actual

POSIBILIDAD 2:



Convertir la renta en pospagable
multiplicando por $(1 + i)$ todos los términos

$$\ddot{A}_{(c; q) \overline{n}|i} = (1 + i) \cdot A_{(c; q) \overline{n}|i}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

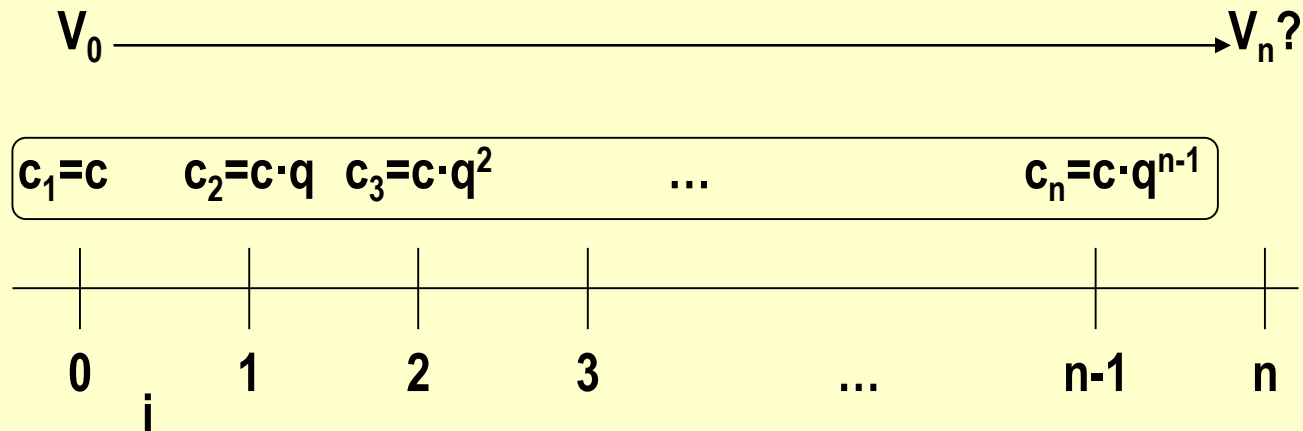
1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.2.2. Cálculo del Valor Final

El valor final será el resultado de **capitalizar el
valor actual** de la renta

Gráficamente:

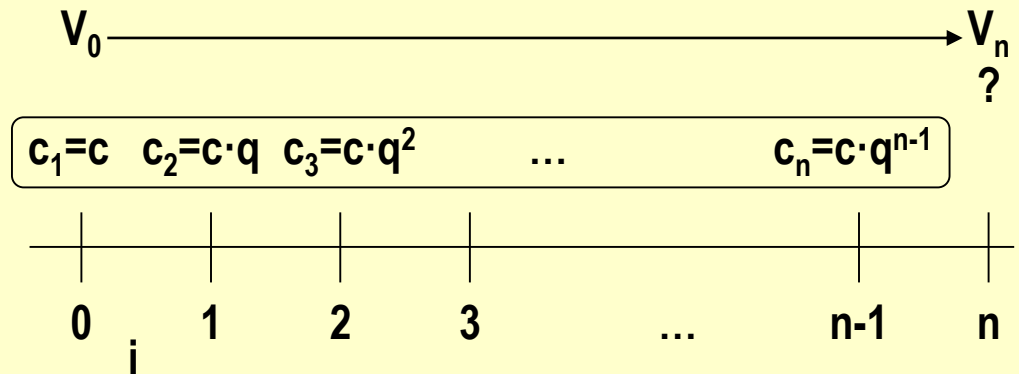


1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

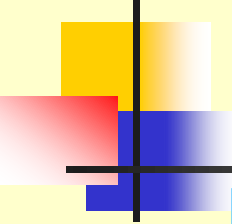
1.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

1.2.2. Cálculo del Valor Final

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$



$$\ddot{S}_{(c; q) \overline{n}|i} = (1+i)^n \cdot \ddot{A}_{(c; q) \overline{n}|i}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.3. RENTAS PERPETUAS

1.3.1. Rentas Pospagables

Considerando que **se cumple** que: $q \neq 1+i$

$$A_{(c; q) \overline{n}|i} = c \cdot \frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q}$$

Aplicando límites cuando n tiende a ∞ :

$$\begin{aligned} A_{(c; q) \overline{\infty}|i} &= \lim_{n \rightarrow \infty} c \cdot \frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q} = c \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q} = \\ &= c \cdot \frac{1 - \lim_{n \rightarrow \infty} [q^n \cdot (1+i)^{-n}]}{1+i-q} = c \cdot \frac{1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{q^n}{(1+i)^n} \right]}{1+i-q} = c \cdot \frac{1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{q}{(1+i)} \right]^n}{1+i-q} \end{aligned}$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.3. RENTAS PERPETUAS

1.3.1. Rentas Pospagables

$$A_{(c; q) \overline{\infty}|i} = c \cdot \frac{1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{q}{(1+i)} \right]^n}{1+i-q}$$

Este límite **solo tiene sentido** si: $q < 1+i$

$$A_{(c; q) \overline{\infty}|i} = c \cdot \frac{1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{q}{(1+i)} \right]^n}{1+i-q} = c \cdot \frac{1}{1+i-q}$$

$$A_{(c; q) \overline{\infty}|i} = \frac{c}{1+i-q}$$

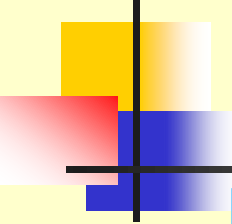


1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.3. RENTAS PERPETUAS

1.3.1. Rentas Pospagables

IMPORTANTE: En las **rentas perpetuas** sólo se le podrá calcular **valor actual** pero **nunca el valor final**, y todo ello con independencia de que sea pospagable o prepagable, constante o variable, etc.



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



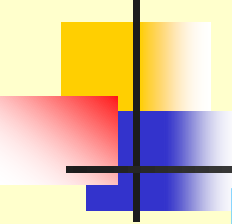
1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.3. RENTAS PERPETUAS

1.3.2. Rentas Prepagables

Podemos convertir la renta en
pospagable multiplicando por $(1 + i)$
todos los términos

$$\ddot{A}_{(c; q) \overline{\infty}|i} = (1 + i) \cdot A_{(c; q) \overline{\infty}|i}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

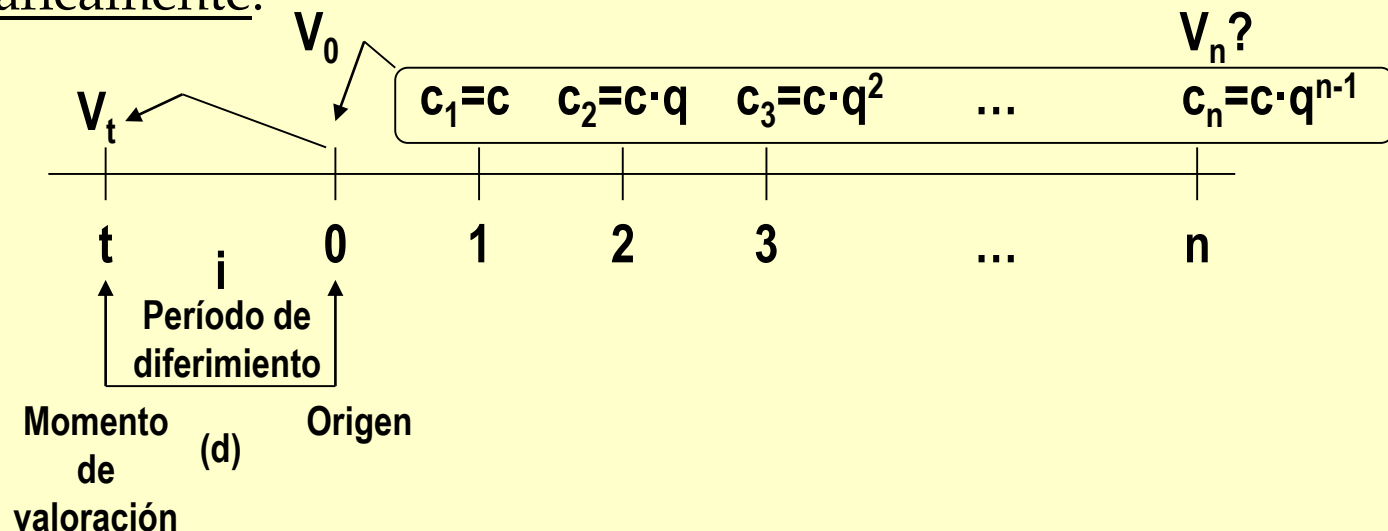
1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.4. RENTAS DIFERIDAS

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Para valorar la renta diferida, primero **valoraremos la renta en su origen** (se considera como inmediata y se calcula su valor actual) y **posteriormente descontaremos dicho valor actual** (como un solo capital) hasta el momento t elegido

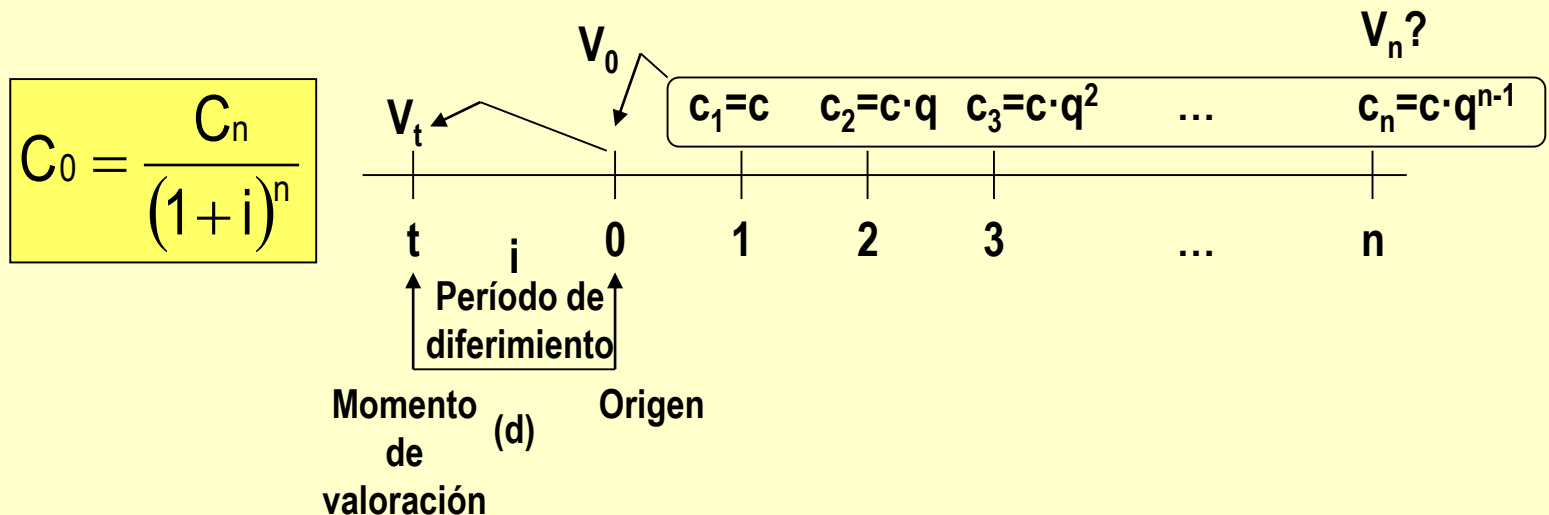
Gráficamente:



1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.4. RENTAS DIFERIDAS

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras



$$\frac{d}{A_{(c; q) \overline{n}|i}} = A_{(c; q) \overline{n}|i} \cdot (1+i)^{-d} = \frac{A_{(c; q) \overline{n}|i}}{(1+i)^d}$$

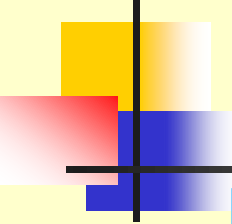


1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.4. RENTAS DIFERIDAS

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

El diferimiento solamente afecta al valor actual, por tanto, si lo que se quiere calcular es el valor final de la renta, aplicando la definición de **valor final se tratará como una renta inmediata**



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



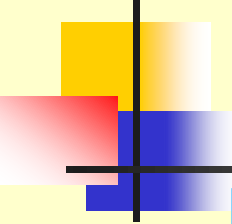
1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.4. RENTAS DIFERIDAS

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Podemos convertir la renta en
pospagable multiplicando por $(1 + i)$
todos los términos

$$\frac{d}{\ddot{A}_{(c; q) \overline{n}|i}} = (1 + i) \cdot \frac{d}{A_{(c; q) \overline{n}|i}}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.4. RENTAS DIFERIDAS

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

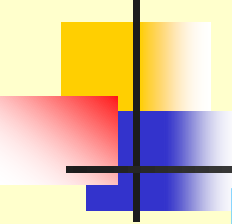
Partiendo de:

$$\frac{d}{\ddot{A}_{(c;q) \overline{n}|i}} = (1+i) \cdot \frac{d}{A_{(c;q) \overline{n}|i}}$$

Aplicando límites cuando n tiende a ∞ :

$$\begin{aligned} \frac{d}{A_{(c;q) \overline{\infty}|i}} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d}{A_{(c;q) \overline{n}|i}} = \lim_{n \rightarrow \infty} A_{(c;q) \overline{n}|i} \cdot (1+i)^{-d} = \\ &= (1+i)^{-d} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} A_{(c;q) \overline{n}|i} = (1+i)^{-d} \cdot \frac{c}{1+i-q} \end{aligned}$$

$$\frac{d}{A_{(c;q) \overline{\infty}|i}} = (1+i)^{-d} \cdot \frac{c}{1+i-q} = (1+i)^{-d} \cdot A_{(c;q) \overline{\infty}|i}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



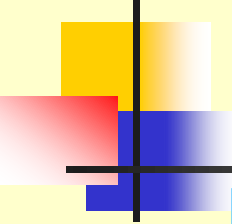
1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.4. RENTAS DIFERIDAS

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

Podemos convertir la renta en
pospagable multiplicando por $(1 + i)$
todos los términos

$$\frac{d}{\ddot{A}_{(c; q) \infty | i}} = (1 + i) \cdot \frac{d}{A_{(c; q) \infty | i}}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

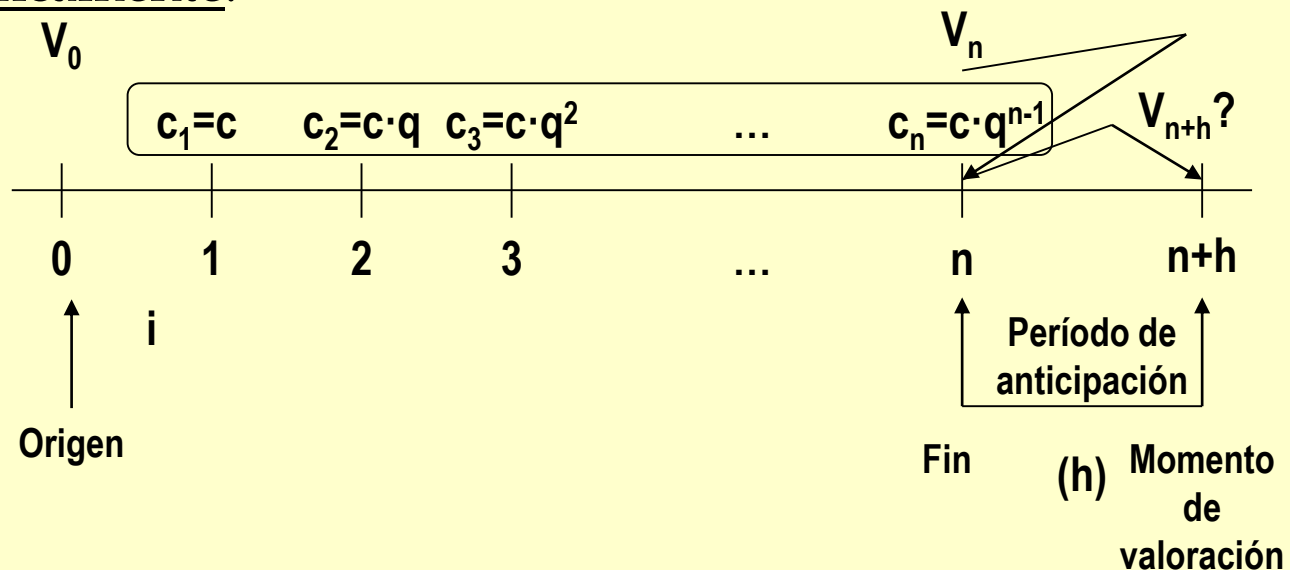
1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.5. RENTAS ANTICIPADAS

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Valoraremos la renta, tratándola como renta inmediata, en su final y posteriormente capitalizamos este valor, al mismo tipo (i), durante el período de anticipación (h)

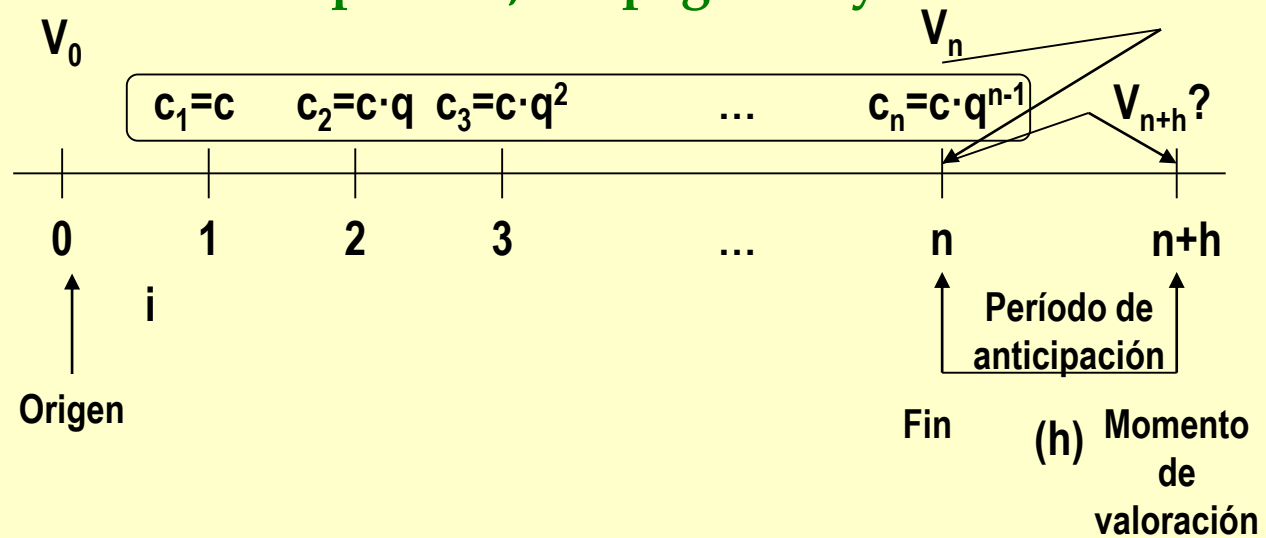
Gráficamente:



1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.5. RENTAS ANTICIPADAS

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras



$$V_{n+h} = \frac{h}{S_{(c;q) \overline{n}|i}} = (1+i)^h \cdot S_{(c;q) \overline{n}|i} = (1+i)^{h+n} \cdot A_{(c;q) \overline{n}|i}$$

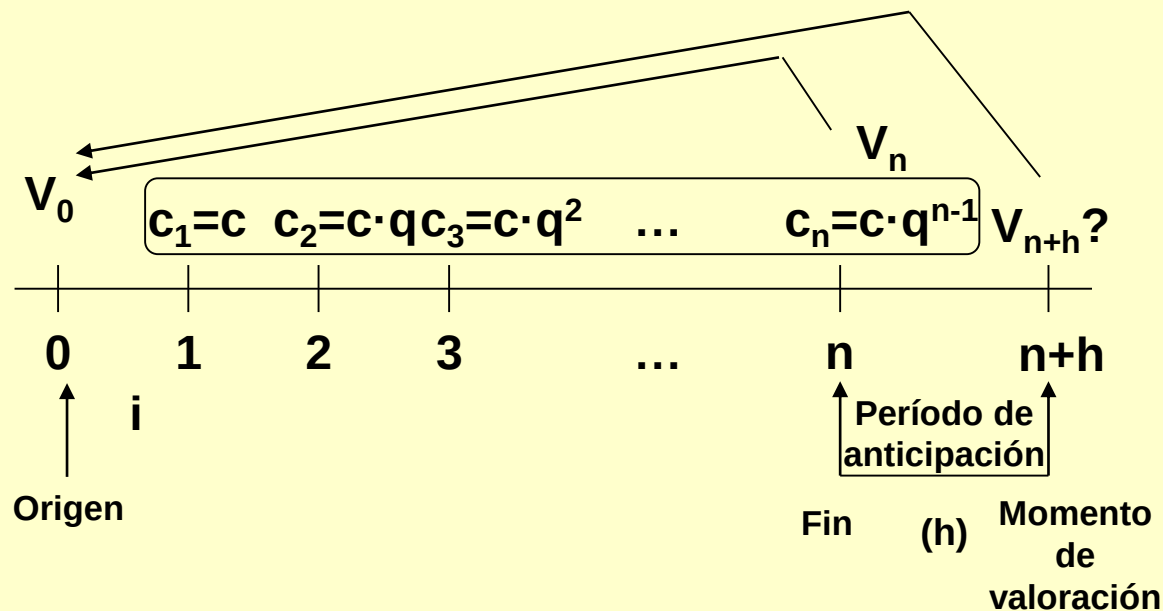
$$\frac{h}{S_{(c;q) \overline{n}|i}} = (1+i)^h \cdot S_{(c;q) \overline{n}|i} = (1+i)^{h+n} \cdot A_{(c;q) \overline{n}|i}$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.5. RENTAS ANTICIPADAS

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

La anticipación solamente afecta al valor final, por tanto, si lo que se quiere calcular es el valor actual de la renta, aplicando la definición de **valor actual se tratará como una renta inmediata**



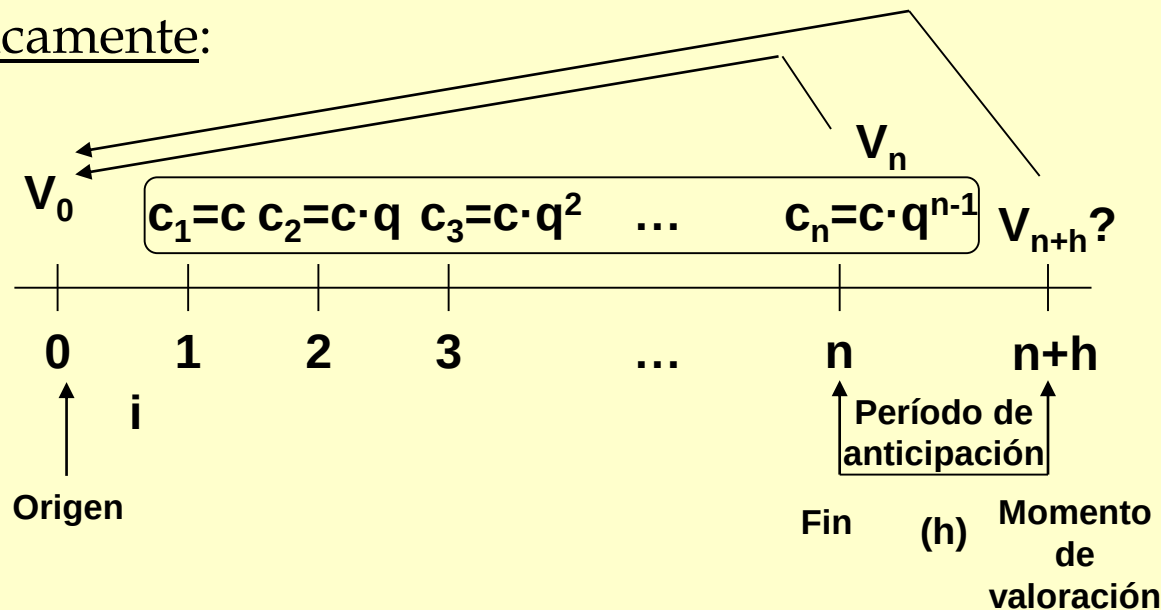
1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.5. RENTAS ANTICIPADAS

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Al mismo resultado hubiésemos llegado actualizando el valor final anticipado (V_{n+h}) $n+h$ periodos o actualizando el valor final (V_n) n periodos:

Gráficamente:

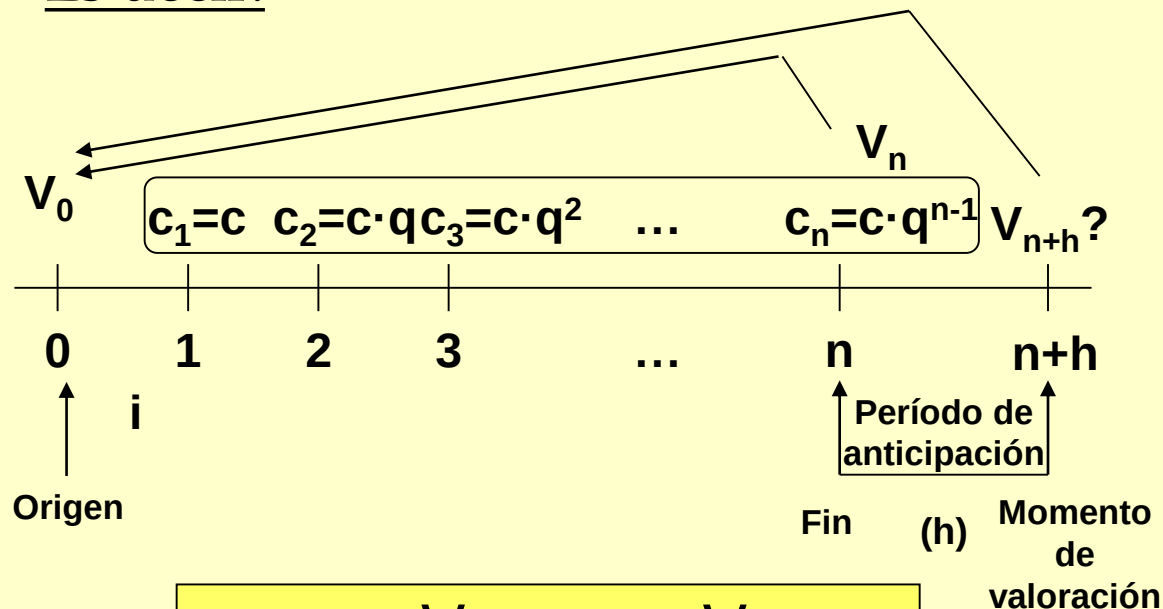


1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

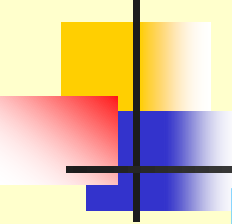
1.5. RENTAS ANTICIPADAS

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Es decir:



$$V_0 = \frac{V_n}{(1+i)^n} = \frac{V_{n+h}}{(1+i)^{n+h}}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

1.1.1. Cálculo del Valor Actual

1.1.2. Cálculo del Valor Final

1.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

1.2.1. Cálculo del Valor Actual

1.2.2. Cálculo del Valor Final

1.3. Rentas Perpetuas

1.3.1. Rentas Pospagables

1.3.2. Rentas Prepagables

1.4. Rentas Diferidas

1.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

1.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

1.5. Rentas Anticipadas

1.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1.5. RENTAS ANTICIPADAS

1.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Podemos convertir la renta en
pospagable multiplicando por $(1 + i)$
todos los términos

$$\frac{h}{\ddot{S}_{(c; q) \overline{n}|i}} = (1 + i) \cdot \frac{h}{S_{(c; q) \overline{n}|i}}$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Ejemplo 2:

$c=500\text{€}$

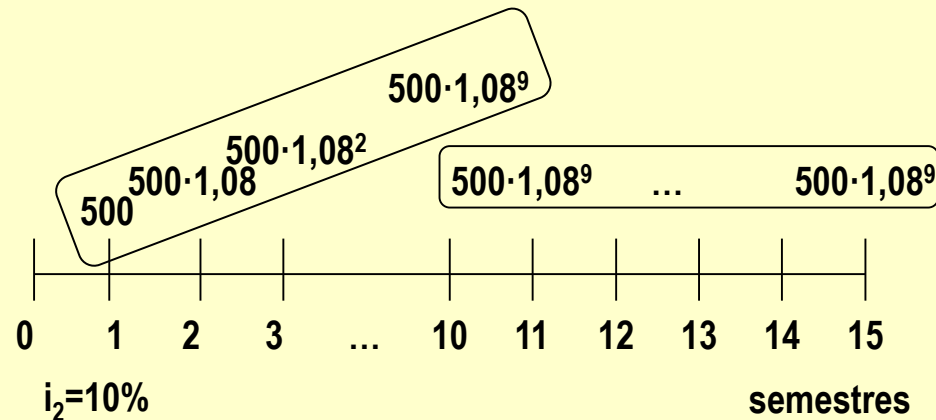
$n=15$ semestres

Crece 8% 10 primeros semestres

Constante los 5 semestres restantes

$i_2=10\%$ efectivo semestral

$V_0?$



1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Ejemplo 2:

$c=500\text{€}$

$n=15$ semestres

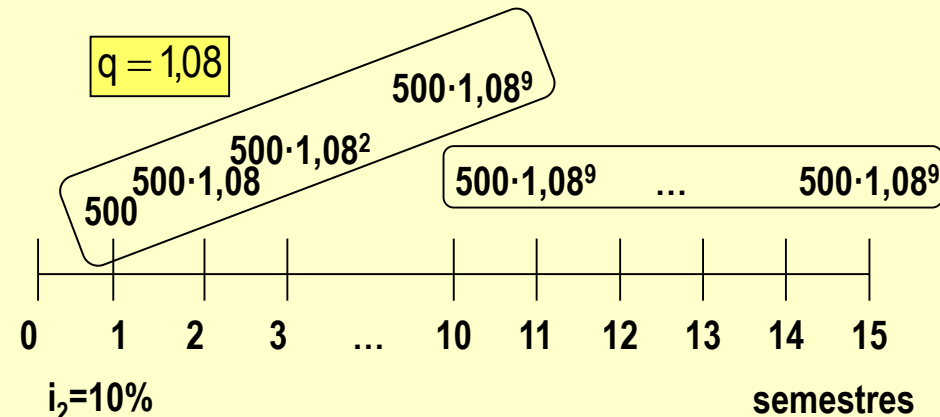
Crece 8% 10 primeros semestres

Constante los 5 semestres restantes

$i_2=10\%$ efectivo semestral

$V_0?$

Renta 1: Variable en progresión geométrica, temporal, inmediata, pospagable y entera



$$1,08 \neq 1,10 \Rightarrow q \neq 1+i$$

$$A_{(c; q) \overline{n}|i} = c \cdot \frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q}$$

$$A_{(500; 1,08) \overline{10}|0,1} = 500 \cdot \frac{1 - 1,08^{10} \cdot (1+0,10)^{-10}}{1+0,10-1,08} = 4.191,02\text{€}$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Ejemplo 2:

$c=500€$

$n=15$ semestres

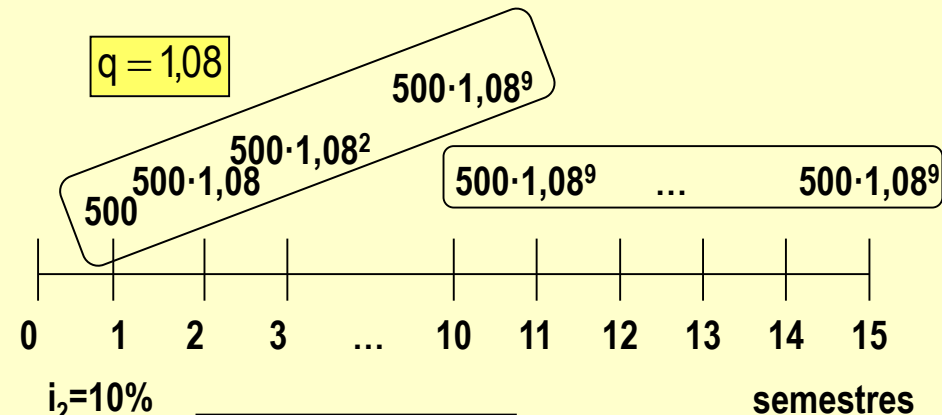
Crece 8% 10 primeros semestres

Constante los 5 semestres restantes

$i_2=10\%$ efectivo semestral

$V_0?$

Renta 2: Constante, temporal, pospagable, diferida y entera



$$a_{\overline{5}|0,10} = \frac{1 - (1 + 0,10)^{-5}}{0,1} = 3,790787$$

$$\frac{d}{A_{\overline{n}|i}} = \frac{A_{\overline{n}|i}}{(1+i)^d}$$

$$A_{\overline{n}|i} = c \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$A_{\overline{5}|0,10} = 500 \cdot 1,08^9 \cdot a_{\overline{5}|0,10} = 500 \cdot 1,08^9 \cdot 3,790787 = 3.788,90€$$

$$\frac{10}{A_{\overline{5}|0,10}} = \frac{A_{\overline{5}|0,10}}{(1 + 0,10)^{10}} = \frac{3.788,90}{(1 + 0,10)^{10}} = 1.460,78€$$

1. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Ejemplo 2:

$c=500\text{€}$

$n=15$ semestres

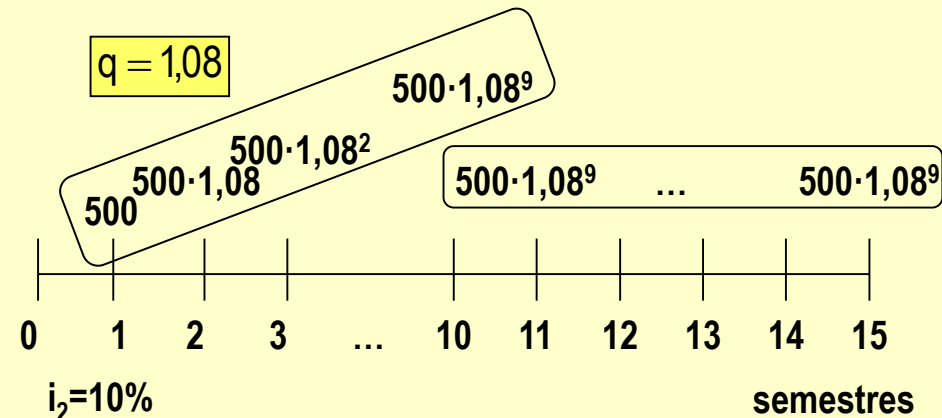
Crece 8% 10 primeros semestres

Constante los 5 semestres restantes

$i_2=10\%$ efectivo semestral

$V_0?$

Sumando los valores actuales de las dos rentas:

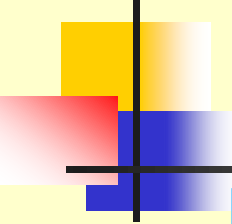


$$A_{(500;1,08)} \overline{10} | 0,1 = 4.191,02\text{€}$$

$$\frac{10}{A_{5 | 0,10}} = 1.460,78\text{€}$$

$$A_{(500;1,08)} \overline{10} | 0,1 + \frac{10}{A_{5 | 0,10}} = 4.191,02 + 1.460,78 = 5.651,80\text{€}$$

$$V_0 = 5.651,80\text{€}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

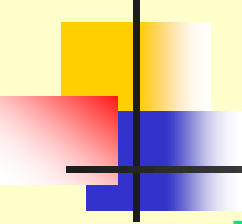
2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

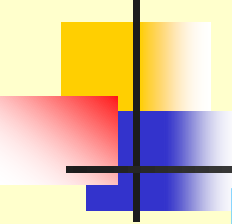


2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

Este tipo de rentas sirve para valorar un **conjunto de capitales equidistantes en el tiempo** cuyas cuantías son variables siguiendo una **ley en progresión aritmética**



Cada término es el igual al anterior aumentado (o disminuido) en una misma cuantía que se llama **razón «d»**



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

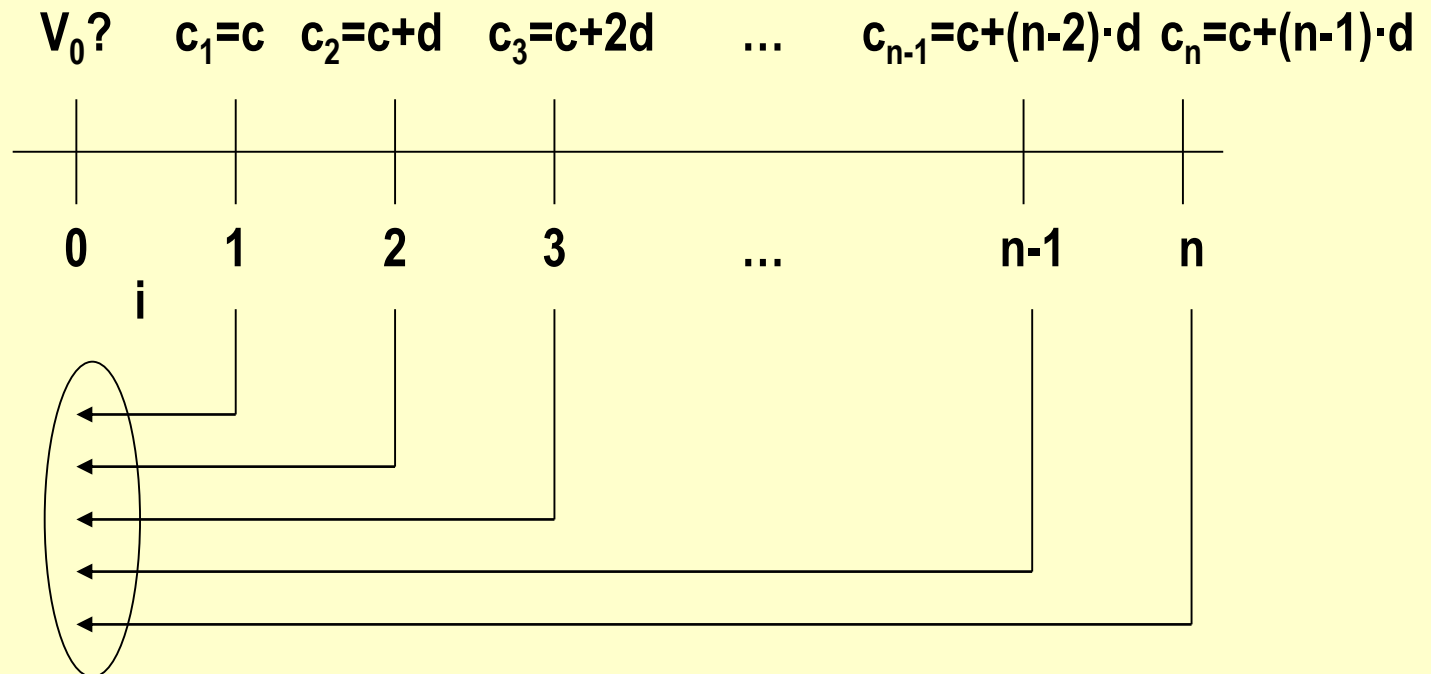
2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual GRÁFICAMENTE:

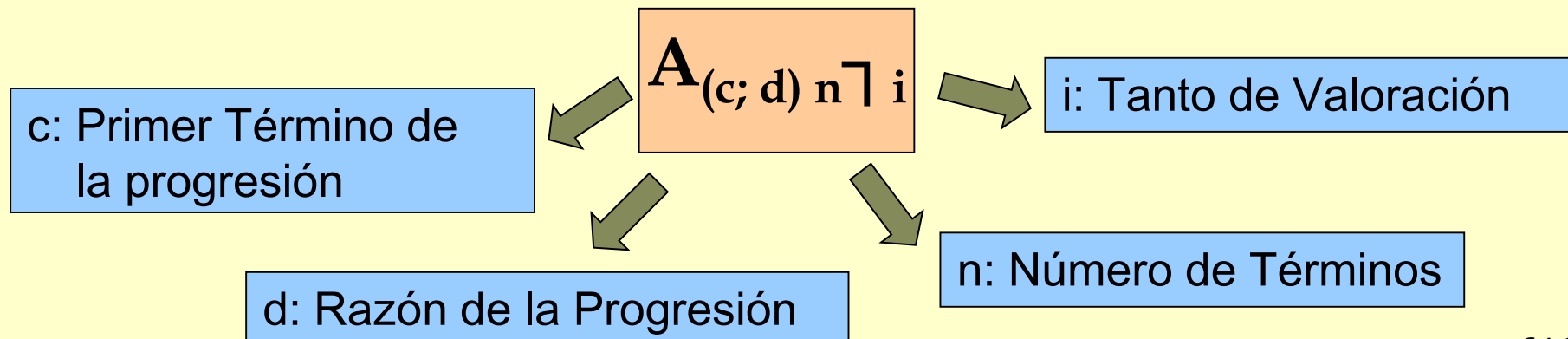


2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

Aplicando la definición de valor actual y llevando los términos uno a uno, descontando en régimen de descuento compuesto al tanto de la renta i , desde donde están cada uno de los capitales hasta el origen se obtiene el valor actual, que se denota con la siguiente terminología

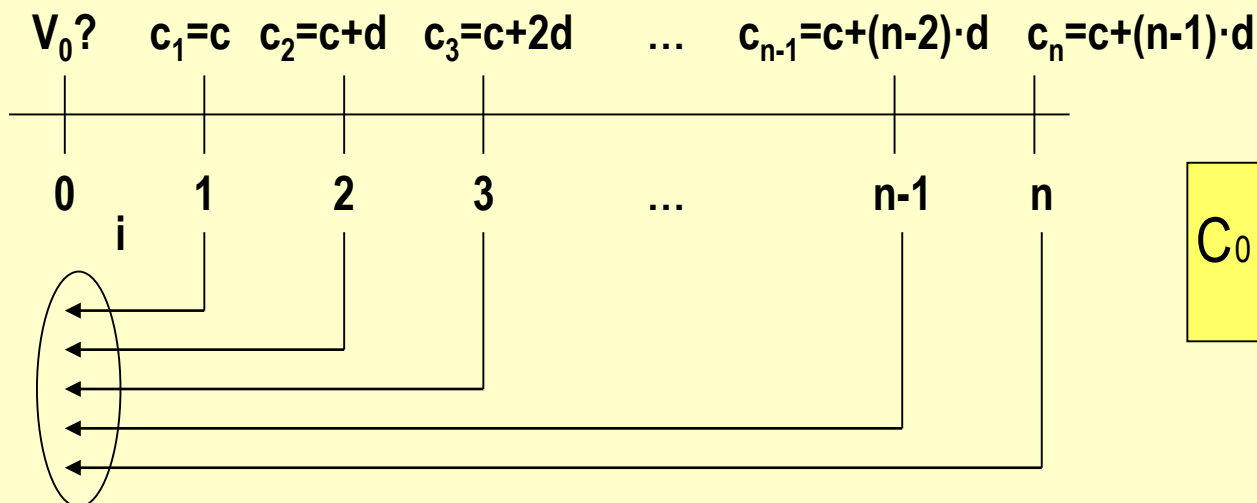


2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

Llegamos a la siguiente fórmula:



$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$V_0 = A_{(c;d) \bar{n}|i} = \frac{c}{1+i} + \frac{c+d}{(1+i)^2} + \frac{c+2d}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c+(n-2) \cdot d}{(1+i)^{n-1}} + \frac{c+(n-1) \cdot d}{(1+i)^n}$$



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$V_0 = A_{(c;d) \bar{n}|i} = \frac{c}{1+i} + \frac{c+d}{(1+i)^2} + \frac{c+2d}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c+(n-2) \cdot d}{(1+i)^{n-1}} + \frac{c+(n-1) \cdot d}{(1+i)^n}$$

Para facilitar la operatividad de la expresión superior, llamaremos:

$$v = (1+i)^{-1}$$

$$A_{(c;d) \bar{n}|i} = c \cdot v + (c+d) \cdot v^2 + (c+2d) \cdot v^3 + \dots + [c+(n-2) \cdot d] \cdot v^{n-1} + [c+(n-1) \cdot d] \cdot v^n$$



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$A_{(c; d) \overline{n}|i} = c \cdot v + (c + d) \cdot v^2 + (c + 2d) \cdot v^3 + \dots + [c + (n - 2) \cdot d] \cdot v^{n-1} + [c + (n - 1) \cdot d] \cdot v^n$$

Si multiplicamos ambos miembros por v

$$v \cdot A_{(c; d) \overline{n}|i} = c \cdot v^2 + (c + d) \cdot v^3 + (c + 2d) \cdot v^4 + \dots + [c + (n - 2) \cdot d] \cdot v^n + [c + (n - 1) \cdot d] \cdot v^{n+1}$$



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

Si restamos estas dos expresiones:

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = c \cdot v + (c + d) \cdot v^2 + (c + 2d) \cdot v^3 + \dots + [c + (n-2) \cdot d] \cdot v^{n-1} + [c + (n-1) \cdot d] \cdot v^n$$

$$v \cdot A_{(c;d) \overline{n}|i} = c \cdot v^2 + (c + d) \cdot v^3 + (c + 2d) \cdot v^4 + \dots + [c + (n-2) \cdot d] \cdot v^n + [c + (n-1) \cdot d] \cdot v^{n+1}$$

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} - v \cdot A_{(c;d) \overline{n}|i} = c \cdot v + (c + d) \cdot v^2 + (c + 2d) \cdot v^3 + \dots + [c + (n - 2) \cdot d] \cdot v^{n-1} + \\ + [c + (n - 1) \cdot d] \cdot v^n - c \cdot v^2 - (c + d) \cdot v^3 - (c + 2d) \cdot v^4 - \dots - [c + (n - 2) \cdot d] \cdot v^n - \\ - [c + (n - 1) \cdot d] \cdot v^{n+1};$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} \cdot (1 - v) = c \cdot v + [(c + d) - c] \cdot v^2 + [(c + 2d) - (c + d)] \cdot v^3 + \\ + \dots + [(c + (n - 1) \cdot d) - (c + (n - 2) \cdot d)] \cdot v^n - [c + (n - 1) \cdot d] \cdot v^{n+1};$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} \cdot (1 - v) = c \cdot v + [c + d - c] \cdot v^2 + [c + 2d - c - d] \cdot v^3 + \dots + \\ + [c + (n - 1) \cdot d - c - (n - 2) \cdot d] \cdot v^n - [c + (n - 1) \cdot d] \cdot v^{n+1};$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} \cdot (1 - v) = c \cdot v + d \cdot v^2 + d \cdot v^3 + \dots + [c + nd - d - c - nd + 2d] \cdot v^n - \\ - [c + nd - d] \cdot v^{n+1};$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} \cdot (1 - v) = c \cdot v + d \cdot v^2 + d \cdot v^3 + \dots + d \cdot v^n - [c + nd - d] \cdot v^{n+1}$$

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

Operando en el segundo miembro de la igualdad:

$$A_{(c; d) \overline{n}|i} \cdot (1-v) = c \cdot v + d \cdot v^2 + d \cdot v^3 + \dots + d \cdot v^n - [c + nd - d] \cdot v^{n+1};$$

$$A_{(c; d) \overline{n}|i} \cdot (1-v) = c \cdot v + d \cdot v^2 + d \cdot v^3 + \dots + d \cdot v^n - c \cdot v^{n+1} - nd \cdot v^{n+1} + d \cdot v^{n+1};$$

$$A_{(c; d) \overline{n}|i} \cdot (1-v) = c \cdot v \cdot (1-v^n) + d \cdot v \cdot (v + v^2 + \dots + v^n) - nd \cdot v^{n+1}$$

Teniendo ahora en cuenta que:

$$v = (1+i)^{-1}$$

$$1-v = 1 - \frac{1}{1+i} = \frac{1+i-1}{1+i} = \frac{i}{1+i} = i \cdot v$$

$$v + v^2 + \dots + v^n = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n}$$



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$v + v^2 + \dots + v^n = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n}$$

Esta es la expresión que permite calcular el valor **ACTUAL** de una **RENTA CONSTANTE, TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA, ENTERA Y UNITARIA**

$$v + v^2 + \dots + v^n = a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

Si:

$$v = (1+i)^{-1}$$

Entonces:

$$v^n = (1+i)^{-n}$$

$$v + v^2 + \dots + v^n = a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \frac{1 - v^n}{i}$$

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

Retomando y sustituyendo en la fórmula anterior:

$$A_{(c; d) \bar{n}|i} \cdot (1 - v) = c \cdot v \cdot (1 - v^n) + d \cdot v \cdot (v + v^2 + \dots + v^n) - nd \cdot v^{n+1};$$

$$A_{(c; d) \bar{n}|i} \cdot i \cdot v = c \cdot v \cdot (1 - v^n) + d \cdot v \cdot a_{\bar{n}|i} - nd \cdot v^{n+1};$$

$$A_{(c; d) \bar{n}|i} = \frac{c \cdot v \cdot (1 - v^n) + d \cdot v \cdot a_{\bar{n}|i} - nd \cdot v^{n+1}}{i \cdot v};$$

$$A_{(c; d) \bar{n}|i} = \frac{c \cdot v \cdot (1 - v^n)}{i \cdot v} + \frac{d \cdot v \cdot a_{\bar{n}|i}}{i \cdot v} - \frac{nd \cdot v^{n+1}}{i \cdot v};$$

$$A_{(c; d) \bar{n}|i} = \frac{c \cdot (1 - v^n)}{i} + \frac{d \cdot a_{\bar{n}|i}}{i} - \frac{nd \cdot v^n}{i};$$

$$A_{(c; d) \bar{n}|i} = c \cdot a_{\bar{n}|i} + \frac{d \cdot a_{\bar{n}|i}}{i} - \frac{nd}{i} \cdot v^n;$$

$$A_{(c; d) \bar{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\bar{n}|i} - \frac{nd}{i} \cdot v^n;$$

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

Si en el segundo miembro de esta igualdad sumamos y restamos:

$$\frac{nd}{i}$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{nd}{i} \cdot v^n + \frac{nd}{i} - \frac{nd}{i};$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{nd}{i} \cdot (v^n - 1) - \frac{nd}{i};$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\overline{n}|i} + \frac{nd}{i} \cdot (1 - v^n) - \frac{nd}{i};$$



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\overline{n}|i} + \frac{nd}{i} \cdot (1 - v^n) - \frac{nd}{i};$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\overline{n}|i} + nd \cdot \frac{1 - v^n}{i} - \frac{nd}{i};$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\overline{n}|i} + nd \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{nd}{i};$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} + nd \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{nd}{i};$$



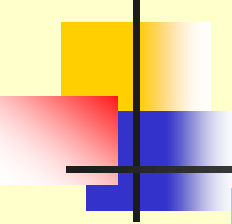
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

$$A_{(c; d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} + nd \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{nd}{i}$$

Esta es la expresión que permite calcular el valor ACTUAL de una **RENTA VARIABLE EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA, TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA**



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

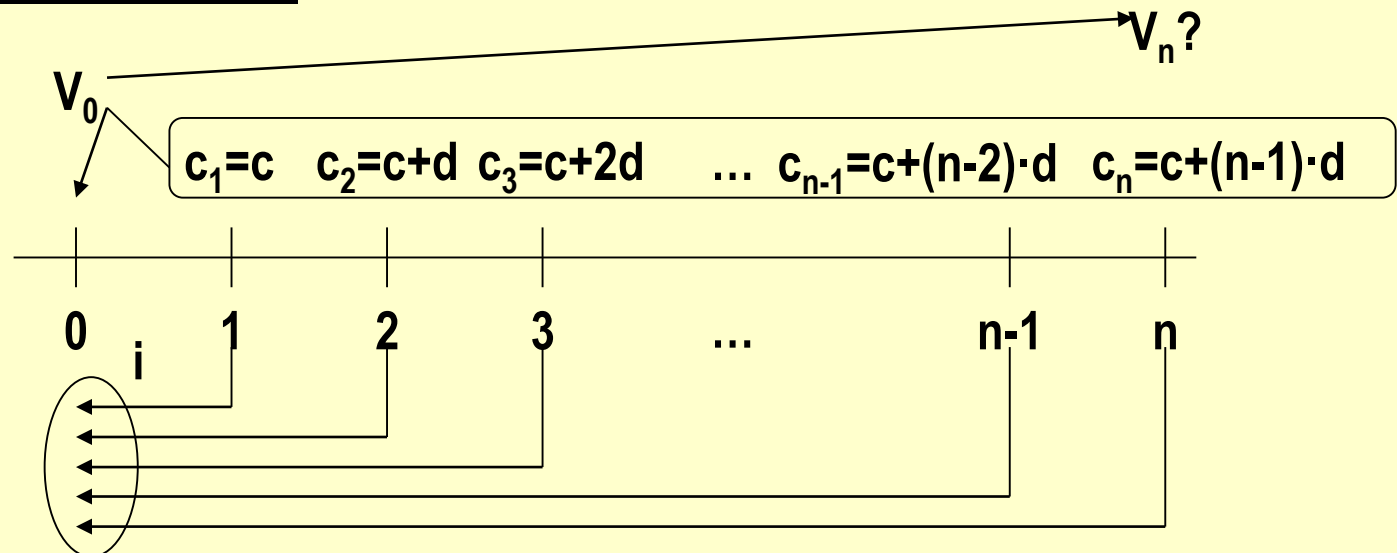
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.2. Cálculo del Valor Final

El valor final será el resultado de **capitalizar el valor actual** de la renta

Gráficamente:



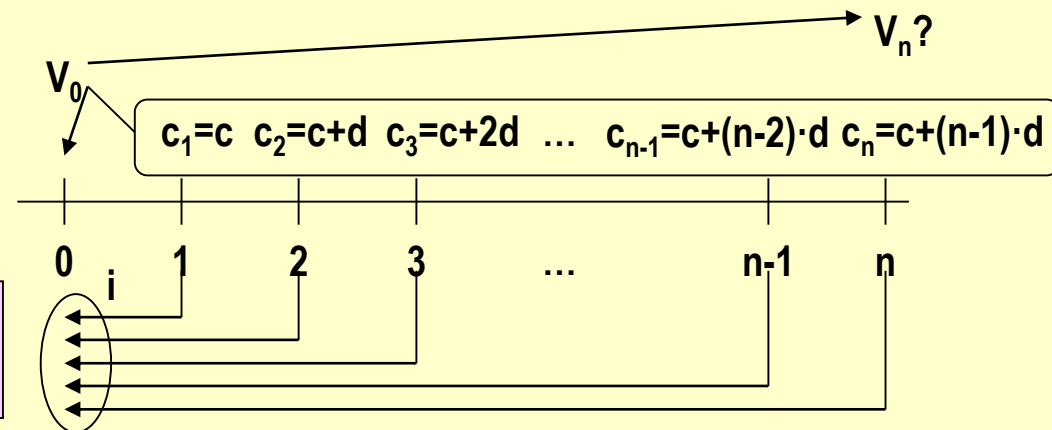
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.1.2. Cálculo del Valor Final

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

$$S_{(c;d) \overline{n}|i} = (1+i)^n \cdot A_{(c;d) \overline{n}|i}$$



Al mismo resultado hubiésemos llegado si se hubiera **capitalizado cada uno de los términos** de la progresión hasta el momento n y posteriormente se hubiesen sumado

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

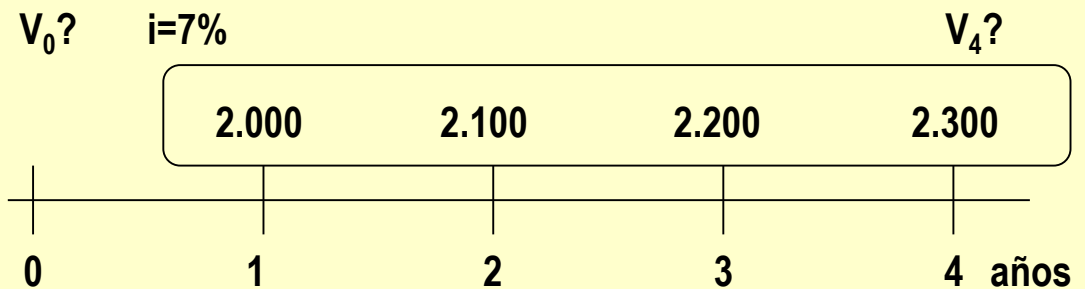
Ejemplo 3:

$c=2.000\text{€}$

Crece 100€ cada año
 $n=4$ años

$i=7\%$

$V_0?$ $V_n?$



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

Ejemplo 3:

$c=2.000€$

Crece 100€ cada año
 $n=4$ años

$i=7\%$

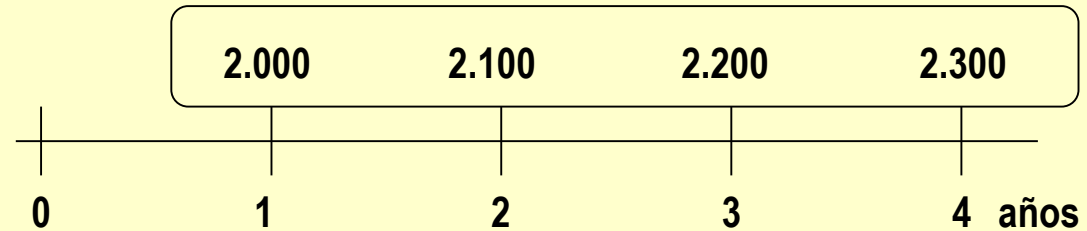
$V_0?$

$V_0?$

$i=7\%$

$d = 100$

$V_4?$



$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} + nd \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{nd}{i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$A_{(2.000;100) \overline{4}|0,07} = \left(2.000 + \frac{100}{0,07} + 4 \cdot 100 \right) \cdot a_{\overline{4}|0,07} - \frac{4 \cdot 100}{0,07} \quad a_{\overline{4}|0,07} = \frac{1 - (1 + 0,07)^{-4}}{0,07} = 3,387211$$

$$A_{(2.000;100) \overline{4}|0,07} = \left(2.000 + \frac{100}{0,07} + 4 \cdot 100 \right) \cdot 3,387211 - \frac{4 \cdot 100}{0,07} = 7.253,89€$$

$$A_{(2.000;100) \overline{4}|0,07} = 7.253,89€$$

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. RENTA TEMPORAL, POSPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

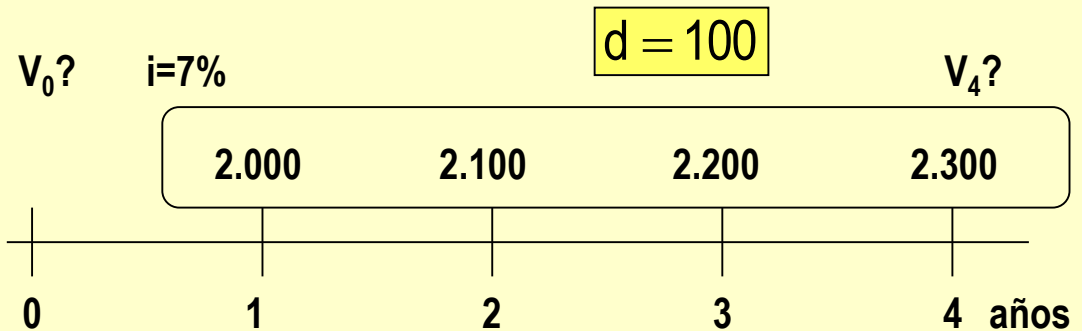
Ejemplo 3:

$c=2.000\text{€}$

Crece 100€ cada año
 $n=4$ años

$i=7\%$

$V_n?$

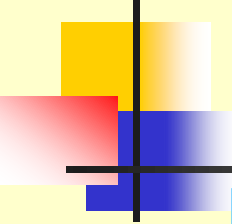


$$S_{(c;d) \overline{n}|i} = (1+i)^n \cdot A_{(c;d) \overline{n}|i}$$

$$A_{(2.000;100) \overline{4}|0,07} = 7.253,89\text{€}$$

$$S_{(2.000;100) \overline{4}|0,07} = (1+0,07)^4 \cdot 7.253,89 = 9.508,37\text{€}$$

$$S_{(2.000;100) \overline{4}|0,07} = 9.508,37\text{€}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

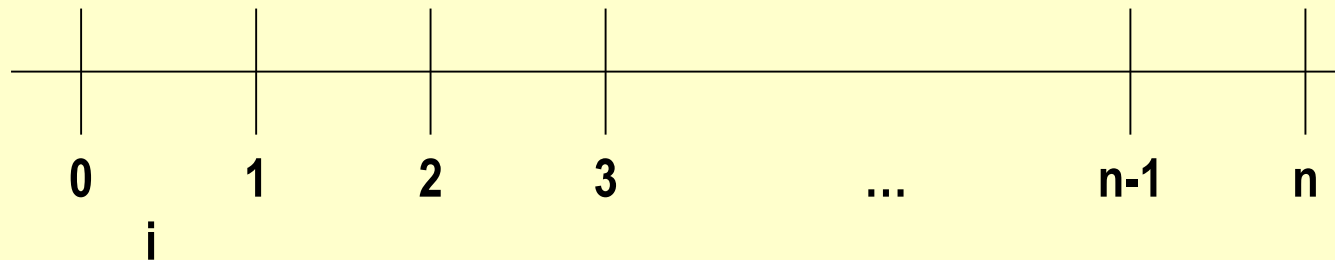
2.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

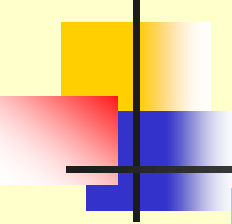
GRÁFICAMENTE:

$V_0?$

$V_n?$

$c_1=c$ $c_2=c+d$ $c_3=c+2d$... $c_n=c+(n-1) \cdot d$





TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2 POSIBILIDADES

Valorar los n capitales moviendo, por una parte, el primer capital, que ya está en el origen y el resto de capitales, $n-1$, como renta pospagable inmediata de $n-1$ términos

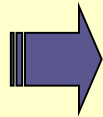
Convertir la renta en pospagable multiplicando por $(1 + i)$ todos los términos

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

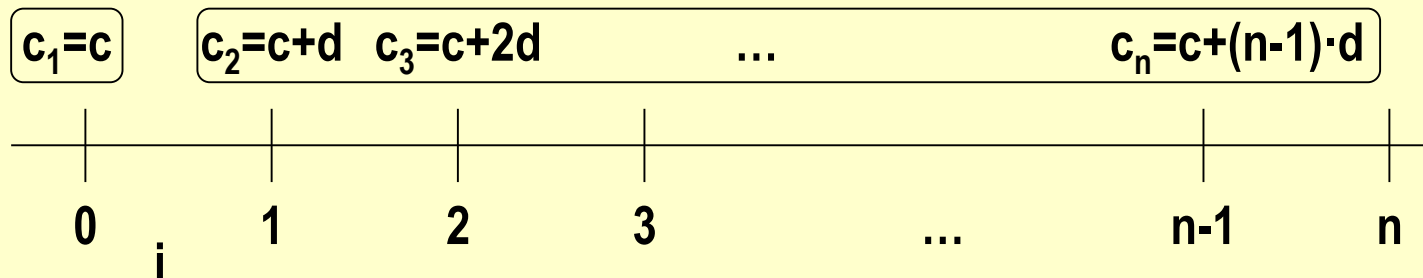
2.2.1. Cálculo del Valor Actual

POSIBILIDAD 1:



Valorar los n capitales moviendo, por una parte, el primer capital, que ya está en el origen y el resto de capitales, $n-1$, como renta pospagable inmediata de $n-1$ términos

$V_0?$



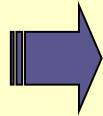


2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

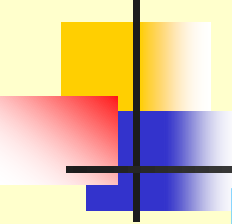
2.2.1. Cálculo del Valor Actual

POSIBILIDAD 2:



Convertir la renta en pospagable multiplicando por $(1 + i)$ todos los términos

$$\ddot{A}_{(c;d) \overline{n}|i} = (1 + i) \cdot A_{(c;d) \overline{n}|i}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

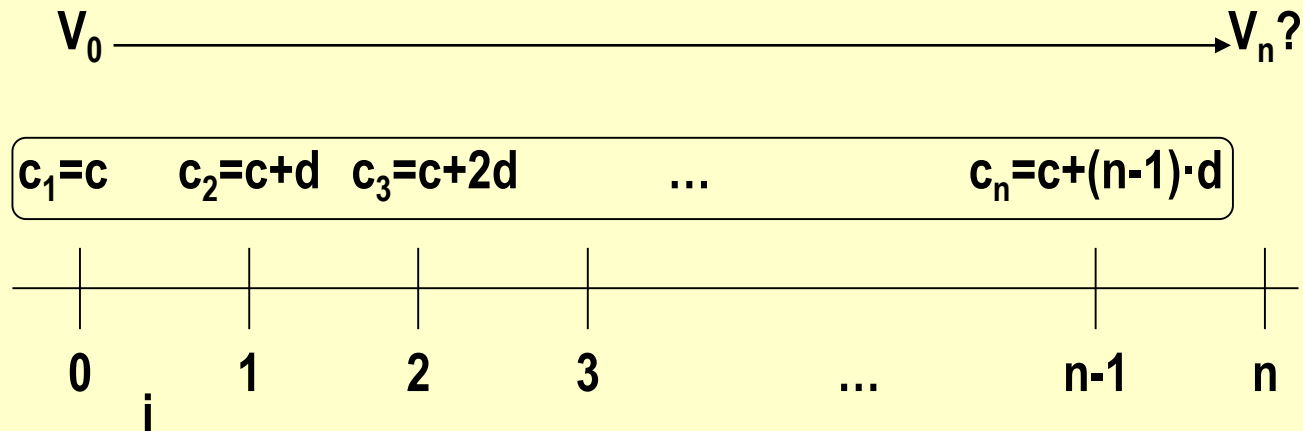
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.2.2. Cálculo del Valor Final

El valor final será el resultado de **capitalizar el valor actual** de la renta

Gráficamente:

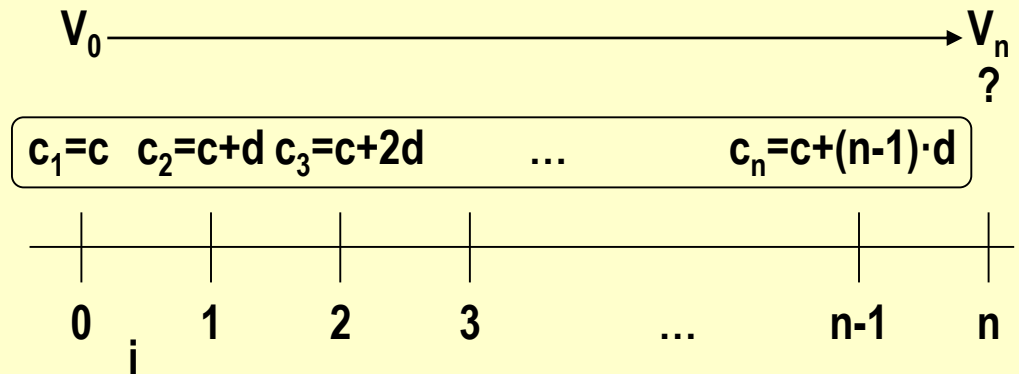


2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

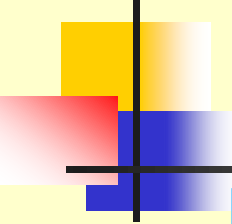
2.2. RENTA TEMPORAL, PREPAGABLE, INMEDIATA Y ENTERA

2.2.2. Cálculo del Valor Final

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$



$$\ddot{S}_{(c;d) \overline{n}|i} = (1+i)^n \cdot \ddot{A}_{(c;d) \overline{n}|i}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.3. RENTAS PERPETUAS

2.3.1. Rentas Pospagables

Aplicando límites cuando n tiende a ∞ :

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} + nd \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{nd}{i}$$

$$A_{(c;d) \infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(c + \frac{d}{i} + nd \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{nd}{i} \right];$$

$$A_{(c;d) \infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\overline{n}|i} + nd \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{nd}{i} \right];$$

$$A_{(c;d) \infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} + nd \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - \frac{nd}{i} \right];$$

$$A_{(c;d) \infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} + \frac{nd \cdot [1 - (1+i)^{-n}] - nd}{i} \right];$$

$$A_{(c;d) \infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} + \frac{nd - nd \cdot (1+i)^{-n} - nd}{i} \right];$$

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.3. RENTAS PERPETUAS

2.3.1. Rentas Pospagables

$$A_{(c;d) \overline{\infty}|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} + \frac{nd - nd \cdot (1+i)^{-n} - nd}{i} \right];$$

$$A_{(c;d) \overline{\infty}|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - \frac{nd \cdot (1+i)^{-n}}{i} \right];$$

$$A_{(c;d) \overline{\infty}|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] - \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{nd \cdot (1+i)^{-n}}{i} \right];$$

$$A_{(c;d) \overline{\infty}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] - \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{nd \cdot (1+i)^{-n}}{i} \right];$$

$$A_{(c;d) \overline{\infty}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1 - 0}{i} \right] - 0;$$

$$A_{(c;d) \overline{\infty}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{i} \right];$$

$$A_{(c;d) \overline{\infty}|i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1}{i}$$



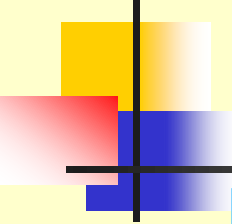
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.3. RENTAS PERPETUAS

2.3.1. Rentas Pospagables

$$A_{(c; d) \infty | i} = \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1}{i}$$

IMPORTANTE: Todas las fórmulas se han desarrollado **suponiendo que la razón es positiva ($d > 0$)**, es decir, que los términos van aumentando, aunque **siguen siendo válidas para el caso contrario**, bastaría con cambiar el signo de la razón (d) en las fórmulas



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



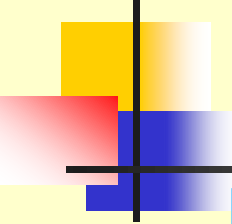
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.3. RENTAS PERPETUAS

2.3.2. Rentas Prepagables

Podemos convertir la renta en
pospagable multiplicando por $(1 + i)$
todos los términos

$$\ddot{A}_{(c;d) \infty|i} = (1 + i) \cdot A_{(c;d) \infty|i}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

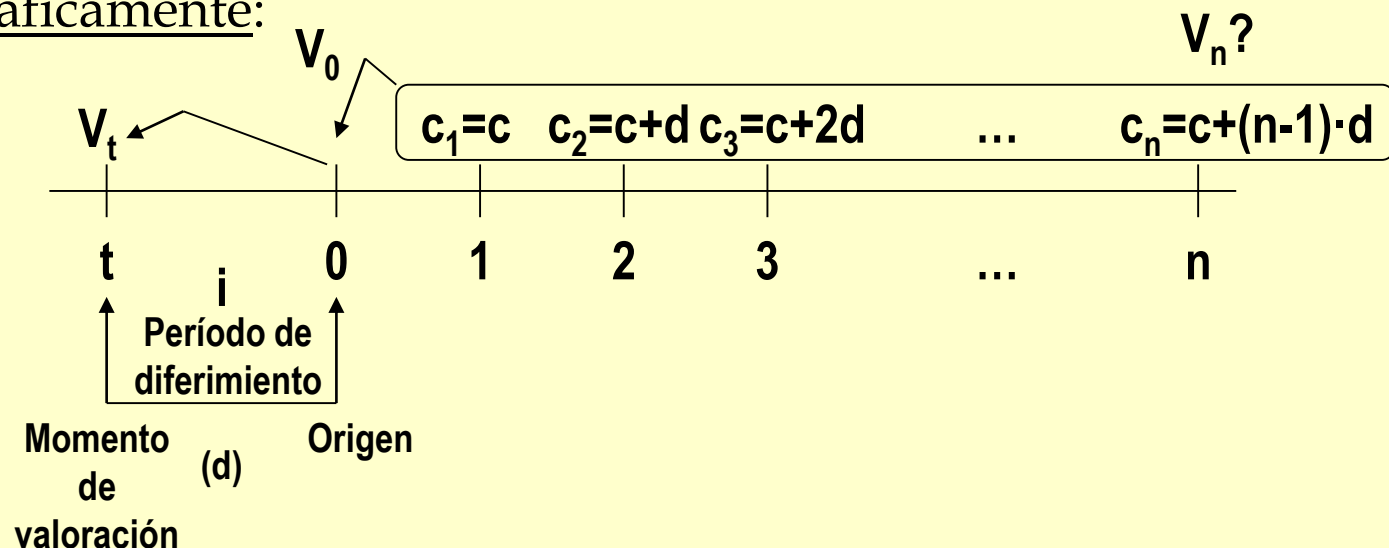
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.4. RENTAS DIFERIDAS

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Para valorar la renta diferida, primero **valoraremos la renta en su origen** (se considera como inmediata y se calcula su valor actual) y **posteriormente descontaremos dicho valor actual** (como un solo capital) hasta el momento t elegido

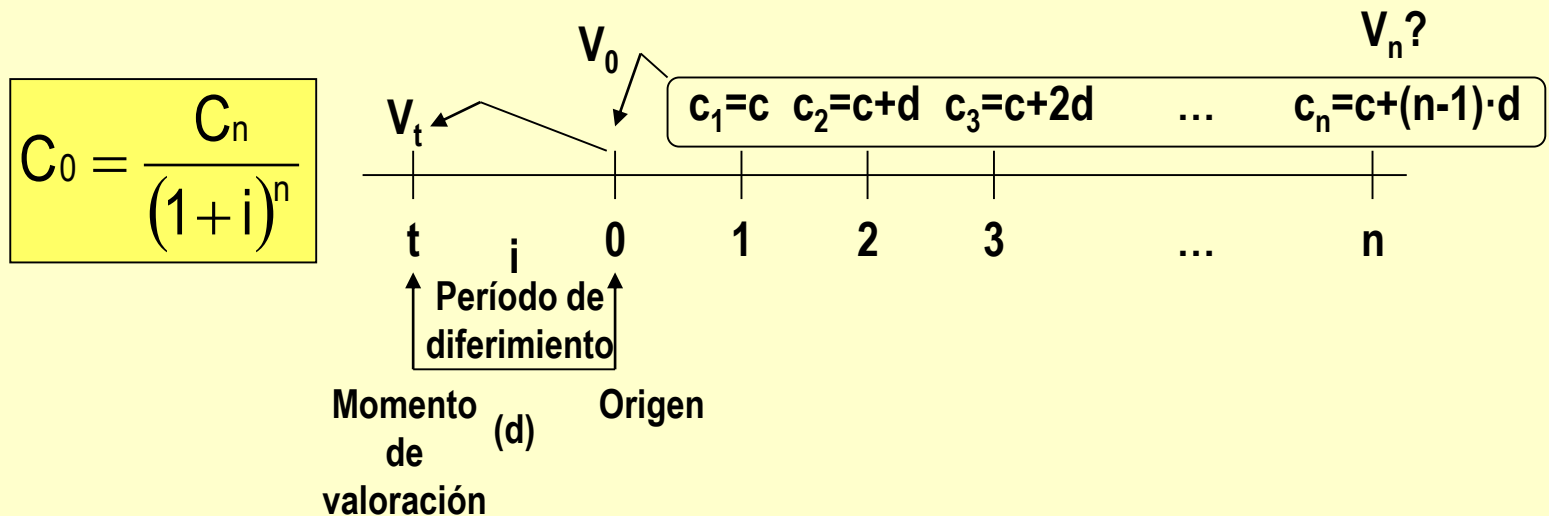
Gráficamente:



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.4. RENTAS DIFERIDAS

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras



$$\frac{d}{A_{(c;d) \bar{n}|i}} = A_{(c;d) \bar{n}|i} \cdot (1+i)^{-d} = \frac{A_{(c;d) \bar{n}|i}}{(1+i)^d}$$

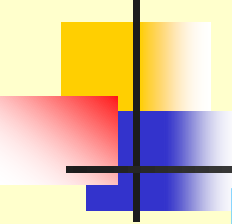


2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.4. RENTAS DIFERIDAS

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

El diferimiento solamente afecta al valor actual, por tanto, si lo que se quiere calcular es el valor final de la renta, aplicando la definición de **valor final se tratará como una renta inmediata**



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



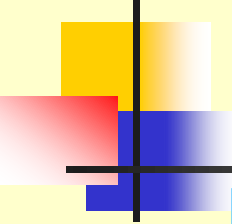
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.4. RENTAS DIFERIDAS

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Podemos convertir la renta en
pospagable multiplicando por $(1 + i)$
todos los términos

$$\frac{d}{\ddot{A}_{(c;d) \overline{n}|i}} = (1+i) \cdot \frac{d}{A_{(c;d) \overline{n}|i}}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.4. RENTAS DIFERIDAS

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

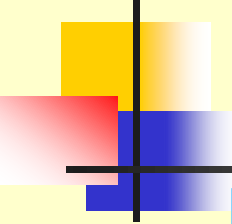
Partiendo de:

$$\frac{d}{\ddot{A}_{(c;d) \overline{n}|i}} = (1+i) \cdot \frac{d}{A_{(c;d) \overline{n}|i}}$$

Aplicando límites cuando n tiende a ∞ :

$$\begin{aligned} \frac{d}{A_{(c;d) \overline{\infty}|i}} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d}{A_{(c;d) \overline{n}|i}} = \lim_{n \rightarrow \infty} A_{(c;d) \overline{n}|i} \cdot (1+i)^{-d} = \\ &= (1+i)^{-d} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} A_{(c;d) \overline{n}|i} = (1+i)^{-d} \cdot \left(c + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1}{i} \end{aligned}$$

$$\frac{d}{A_{(c;d) \overline{\infty}|i}} = (1+i)^{-d} \cdot A_{(c;d) \overline{\infty}|i}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras



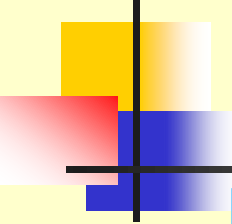
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.4. RENTAS DIFERIDAS

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

Podemos convertir la renta en
pospagable multiplicando por $(1 + i)$
todos los términos

$$\frac{d}{\ddot{A}_{(c;d) \overline{\infty}|i}} = (1+i) \cdot \frac{d}{A_{(c;d) \overline{\infty}|i}}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

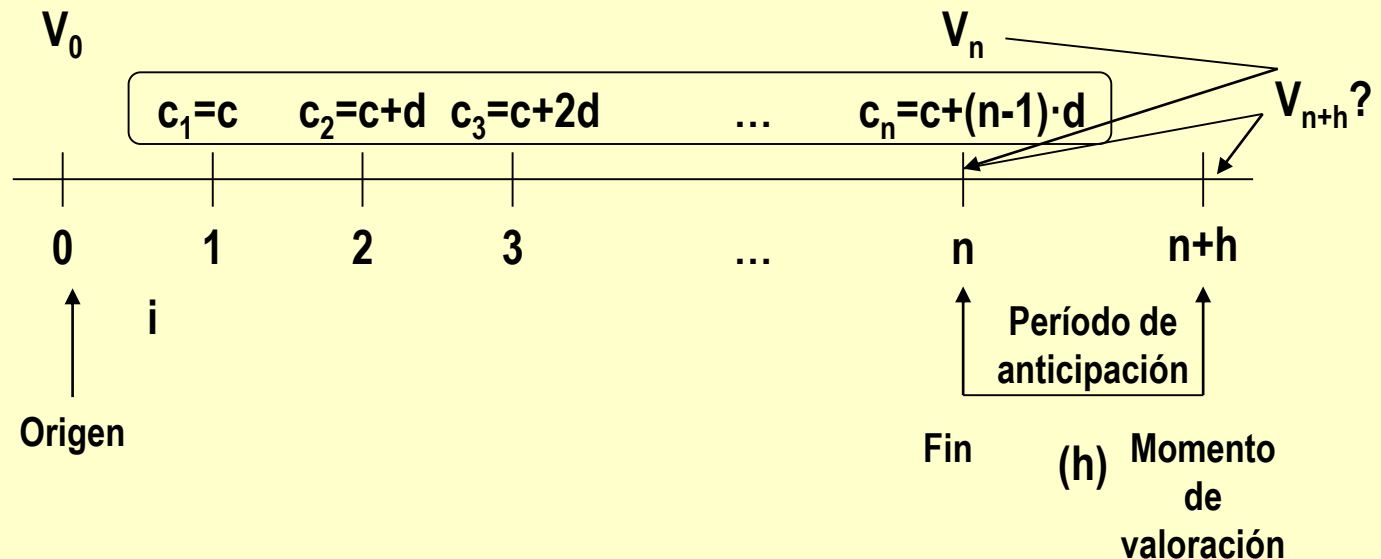
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.5. RENTAS ANTICIPADAS

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Valoraremos la renta, tratándola como renta inmediata, en su final y posteriormente capitalizamos este valor, al mismo tipo (i), durante el período de anticipación (h)

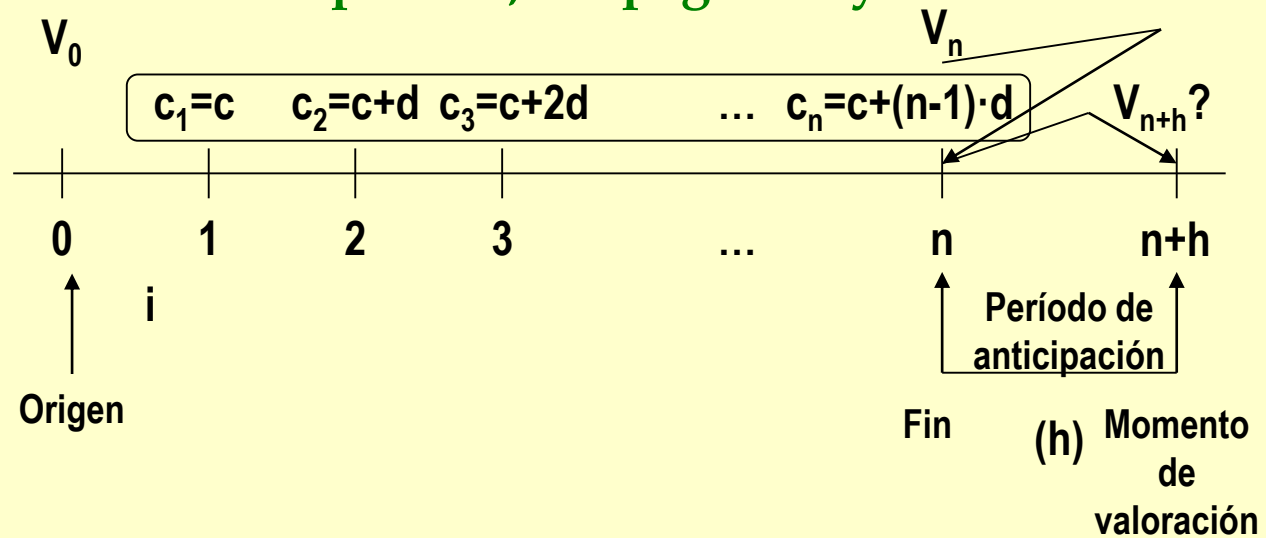
Gráficamente:



2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.5. RENTAS ANTICIPADAS

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras



$$V_{n+h} = \frac{h}{S_{(c;d) \overline{n}|i}} = (1+i)^h \cdot S_{(c;d) \overline{n}|i} = (1+i)^{h+n} \cdot A_{(c;d) \overline{n}|i}$$

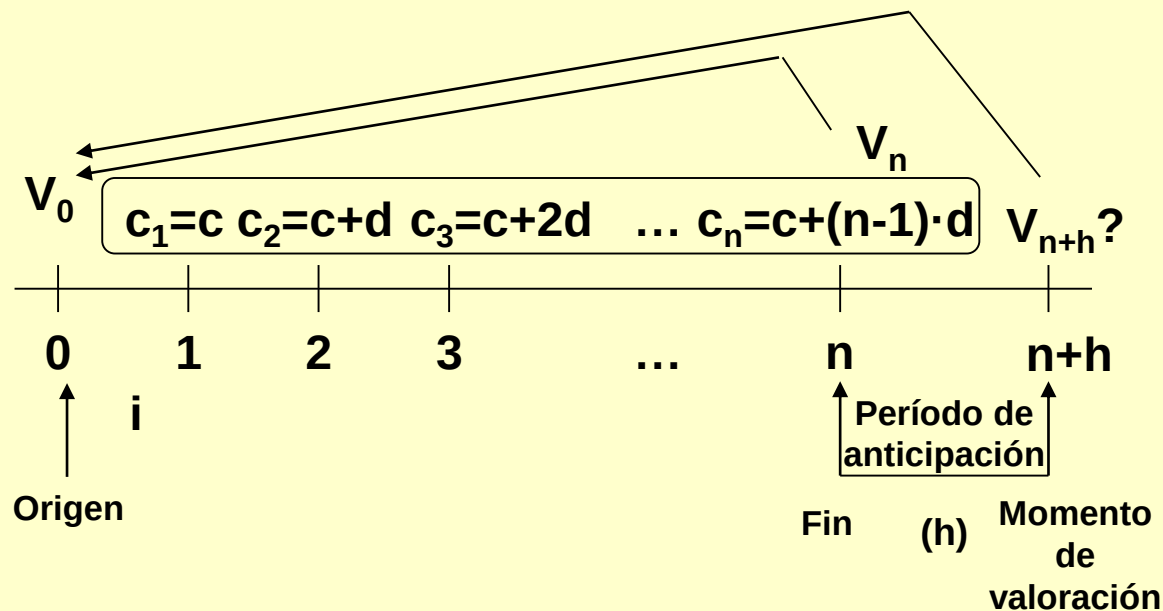
$$\frac{h}{S_{(c;d) \overline{n}|i}} = (1+i)^h \cdot S_{(c;d) \overline{n}|i} = (1+i)^{h+n} \cdot A_{(c;d) \overline{n}|i}$$

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.5. RENTAS ANTICIPADAS

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

La anticipación solamente afecta al valor final, por tanto, si lo que se quiere calcular es el valor actual de la renta, aplicando la definición de **valor actual se tratará como una renta inmediata**



2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Gráficamente:

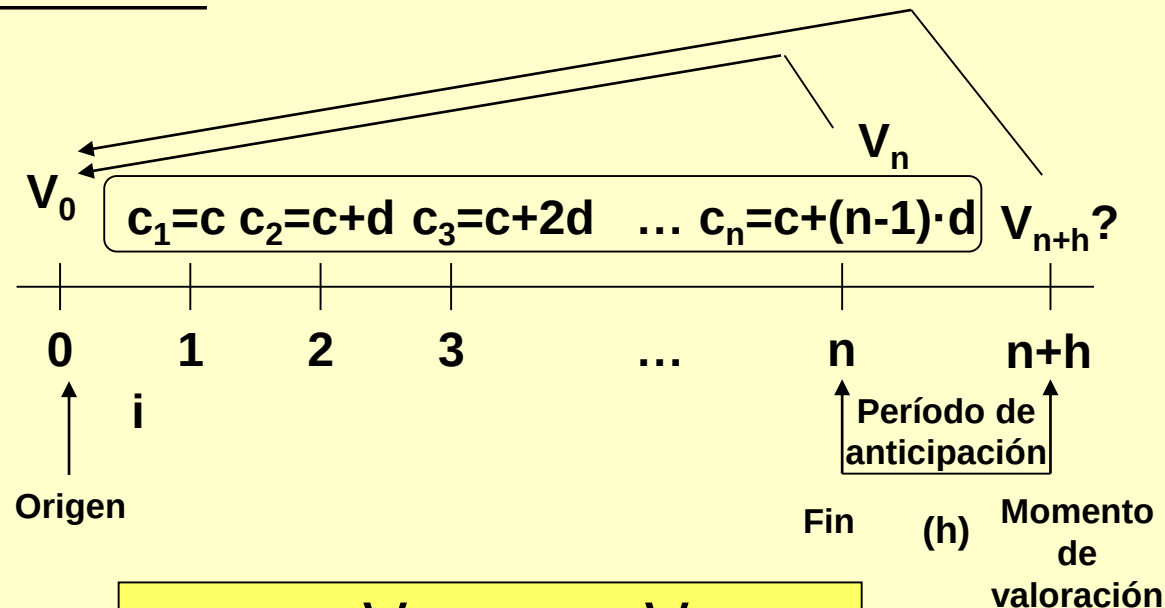


2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

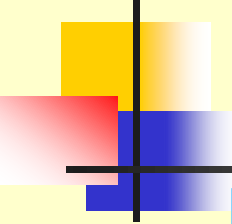
2.5. RENTAS ANTICIPADAS

2.5.2. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

Es decir:



$$V_0 = \frac{V_n}{(1+i)^n} = \frac{V_{n+h}}{(1+i)^{n+h}}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.1. Renta Temporal, Pospagable, Inmediata y Entera

2.1.1. Cálculo del Valor Actual

2.1.2. Cálculo del Valor Final

2.2. Renta Temporal, Prepagable, Inmediata y Entera

2.2.1. Cálculo del Valor Actual

2.2.2. Cálculo del Valor Final

2.3. Rentas Perpetuas

2.3.1. Rentas Pospagables

2.3.2. Rentas Prepagables

2.4. Rentas Diferidas

2.4.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.4.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

2.4.3. Rentas Perpetuas, Pospagables y Enteras

2.4.4. Rentas Perpetuas, Prepagables y Enteras

2.5. Rentas Anticipadas

2.5.1. Rentas Temporales, Pospagables y Enteras

2.5.2. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

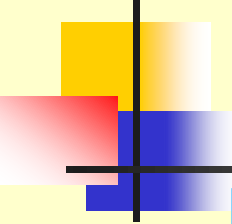
2. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

2.5. RENTAS ANTICIPADAS

2.5.3. Rentas Temporales, Prepagables y Enteras

Podemos convertir la renta en
pospagable multiplicando por $(1 + i)$
todos los términos

$$\frac{h}{\ddot{S}_{(c;d) \overline{n}|i}} = (1+i) \cdot \frac{h}{S_{(c;d) \overline{n}|i}}$$



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

3. RENTAS FRACCIONADAS

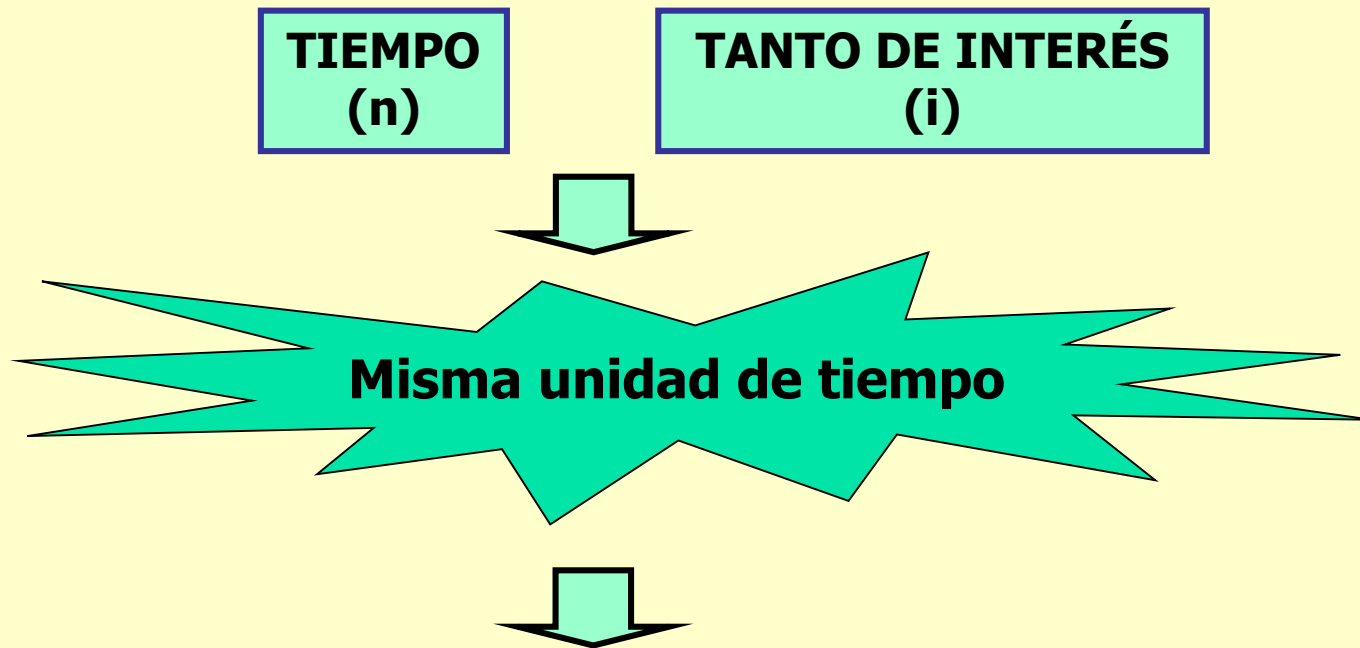
3.1. Término Anual y Tanto de Frecuencia

3.2. Término de Frecuencia y Tanto Anual



3. RENTAS FRACCIONADAS

Hasta ahora:

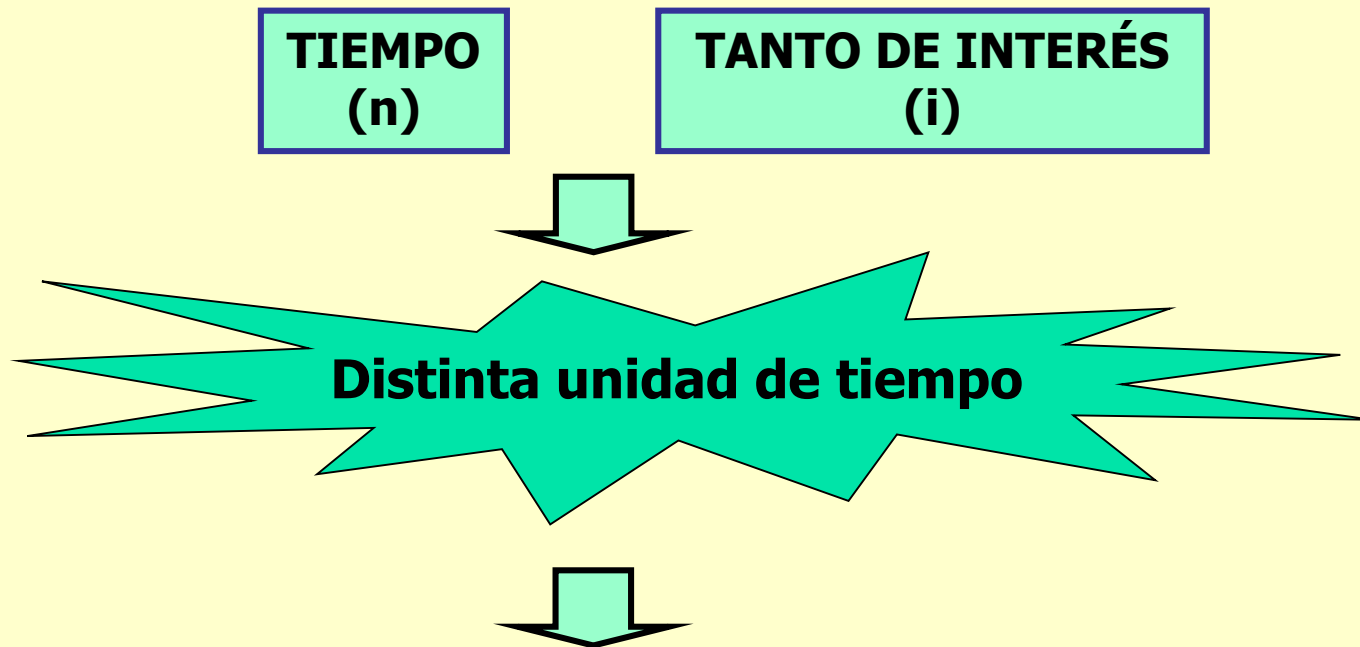


RENTAS ENTERAS



3. RENTAS FRACCIONADAS

Ahora vamos a estudiar:



RENTAS FRACCIONADAS

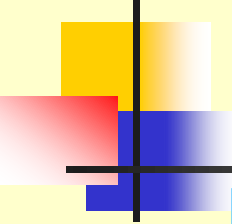


3. RENTAS FRACCIONADAS

Dos situaciones diferentes:

Término Anual («c» anual)
Tanto Frecuencial (i_k)

Término Frecuencial («c» k-esimal)
Tanto Anual (i)



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

3. RENTAS FRACCIONADAS

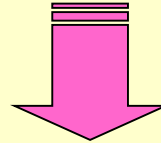
3.1. Término Anual y Tanto de Frecuencia

3.2. Término de Frecuencia y Tanto Anual

3. RENTAS FRACCIONADAS

3.1. TÉRMINO ANUAL Y TANTO DE FRECUENCIA

Hay que referir los dos parámetros («c» e «i») a la misma unidad de tiempo



¿Recordáis?



Calcular «i» a partir de « i_k »



3. RENTAS FRACCIONADAS

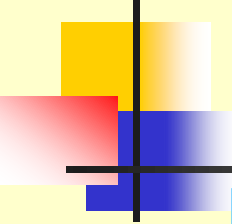
3.1. TÉRMINO ANUAL Y TANTO DE FRECUENCIA

Calcular «i» a partir de «i_k»

Para pasar de i_k a i ya vimos
que se utilizaba la siguiente expresión :

$$i = (1 + i_k)^k - 1$$

Ya visto



TEMA 7: RENTAS VARIABLES

ÍNDICE

3. RENTAS FRACCIONADAS

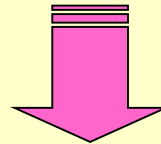
3.1. Término Anual y Tanto de Frecuencia

3.2. Término de Frecuencia y Tanto Anual

3. RENTAS FRACCIONADAS

3.2. TÉRMINO DE FRECUENCIA Y TANTO ANUAL

Hay que referir los dos parámetros («c» e «i») a la misma unidad de tiempo



¿Recordáis?



Calcular « i_k » a partir de «i»



3. RENTAS FRACCIONADAS

3.2. TÉRMINO DE FRECUENCIA Y TANTO ANUAL

Calcular « i_k » a partir de « i »

Para pasar de i a i_k ya vimos
que se utilizaba la siguiente expresión :

$$i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$$

Ya visto



3. RENTAS FRACCIONADAS

3.2. TÉRMINO DE FRECUENCIA Y TANTO ANUAL

NOTA: En todos los cálculos de términos equivalentes anteriores nos hemos referido siempre a rentas constantes. Para las rentas variables se utiliza el mismo método de referir el tanto de capitalización al mismo período de tiempo al que esté referido el término de la renta.

3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 4:

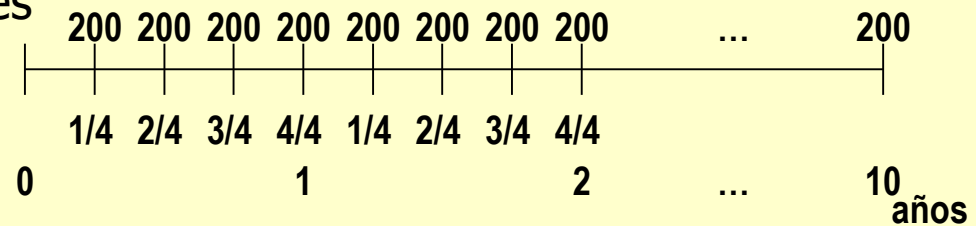
40 términos pospagables trimestrales

$n=10$ años

$i=6\%$ anual

Término de cada trimestre=200€

$V_0?$



3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 4:

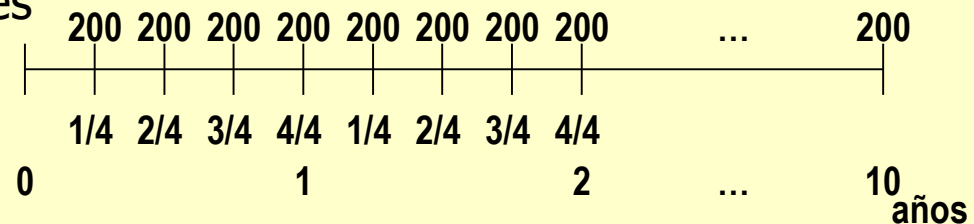
40 términos pospagables trimestrales

$n=10$ años

$i=6\%$ anual

Término de cada trimestre=200€

$V_0?$



Caso Término de Frecuencia y Tanto anual

Calculamos el interés « i_4 » de frecuencia trimestral a partir del tanto efectivo anual « i ».

$$i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$$

$$i_4 = (1 + 0,06)^{1/4} - 1 = 0,014674$$

$$i_4 = 0,014674$$

3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 4:

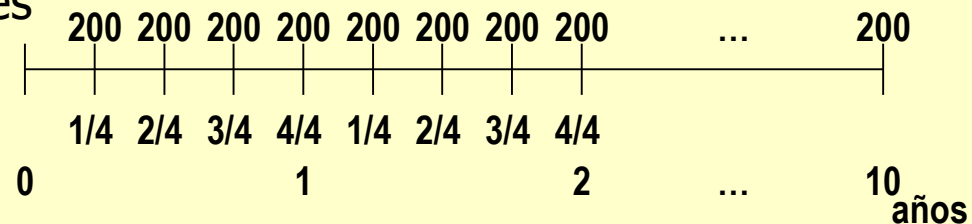
40 términos pospagables trimestrales

$n=10$ años

$i=6\%$ anual

Término de cada trimestre=200€

$V_0?$



Como ya hemos convertido la renta fraccionada en entera, aplicando el tanto frecuencial, ya operaremos como hemos estudiado en la teoría de rentas. Es decir, hay que calcular el valor actual de una renta constante, pospagable, temporal, inmediata y entera.

$$i_4 = 0,014674$$

$$A_{\overline{n}|i} = c \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$A_{\overline{4 \cdot 10}|0,014674} = 200 \cdot a_{\overline{4 \cdot 10}|0,014674}$$

$$a_{\overline{4 \cdot 10}|0,014674} = \frac{1 - (1 + 0,014674)^{-40}}{0,014674} = 30,094631$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$A_{\overline{4 \cdot 10}|0,014674} = 200 \cdot 30,094631 = 6.018,93€$$

$$A_{\overline{4 \cdot 10}|0,014674} = 6.018,93€$$

3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 5:

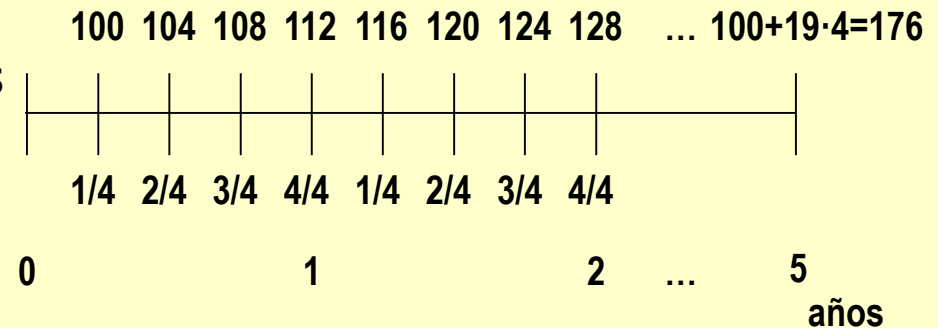
20 términos pospagables trimestrales

Primer término = $c = 100€$

$i = 6\%$ anual

4€ más cada trimestre

$V_0?$ $V_n?$



3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 5:

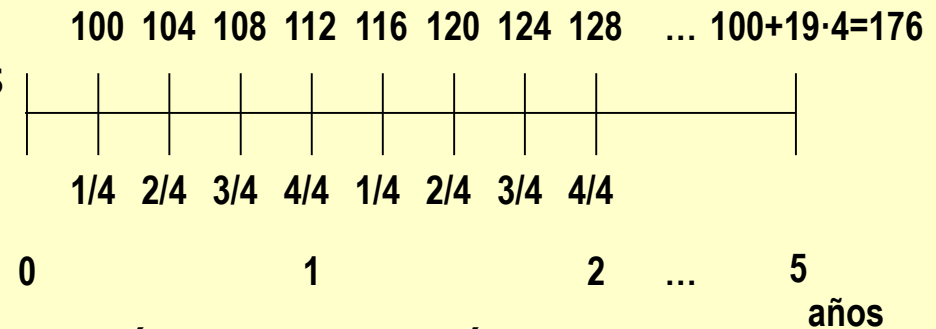
20 términos pospagables trimestrales

Primer término = $c = 100€$

$i = 6\%$ anual

4€ más cada trimestre

$V_0?$ $V_n?$



Tenemos que referir el tanto de capitalización al mismo período de tiempo al que está referido el término de la renta.

$$i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$$

$$i_4 = (1 + 0,06)^{1/4} - 1 = 0,014674$$

$$i_4 = 0,014674$$

3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 5:

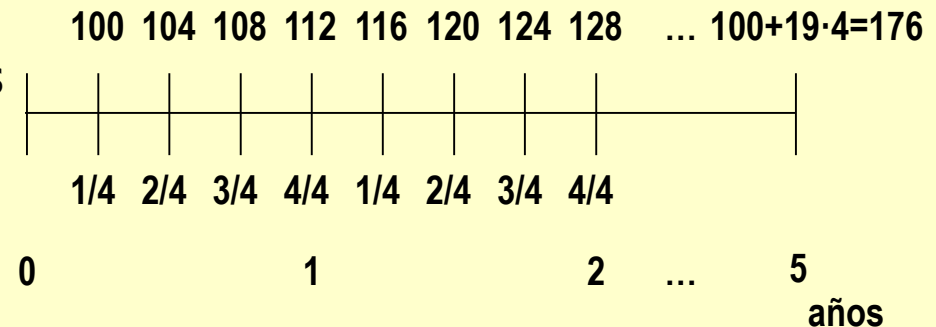
20 términos pospagables trimestrales

Primer término = $c = 100€$

$i = 6\%$ anual

4€ más cada trimestre

$V_0?$



Como ya hemos convertido la renta fraccionada en entera, aplicando el tanto frecuencial, ya operaremos como hemos estudiado en la teoría de rentas. Es decir, hay que calcular el valor actual de una renta variable en progresión aritmética, pospagable, temporal, inmediata y entera.

$$i_4 = 0,014674$$

$$A_{(c;d) \overline{n}|i} = \left(c + \frac{d}{i} + nd \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{nd}{i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$A_{(100;4) \overline{20}|0,014674} = \left(100 + \frac{4}{0,014674} + 20 \cdot 4 \right) \cdot a_{\overline{20}|0,014674} - \frac{20 \cdot 4}{0,014574}$$

3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 5:

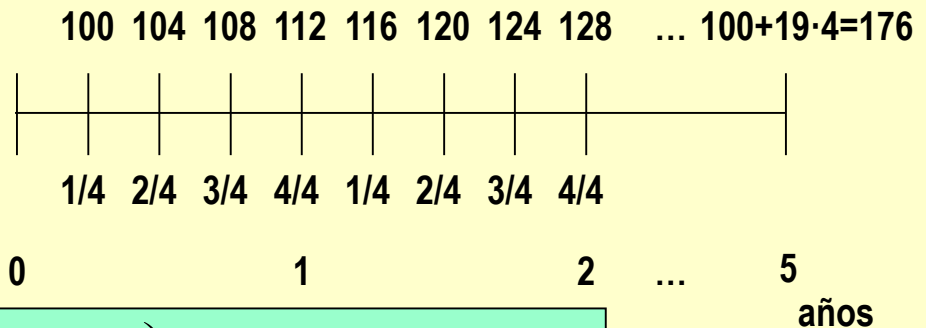
20 términos pospagables trimestrales

Primer término = $c = 100€$

$i = 6\%$ anual

4€ más cada trimestre

$V_0?$



$$A_{(100;4) \overline{20}|0,014674} = \left(100 + \frac{4}{0,014674} + 20 \cdot 4 \right) \cdot a_{\overline{20}|0,014674} - \frac{20 \cdot 4}{0,014574}$$

$$a_{\overline{20}|0,014674} = \frac{1 - (1 + 0,014674)^{-20}}{0,014674} = 17,223940$$

$$A_{(100;4) \overline{20}|0,014674} = \left(100 + \frac{4}{0,014674} + 20 \cdot 4 \right) \cdot 17,223940 - \frac{20 \cdot 4}{0,014674} = 2.343,58€$$

$$A_{(100;4) \overline{20}|0,014674} = 2.343,58€$$

3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 5:

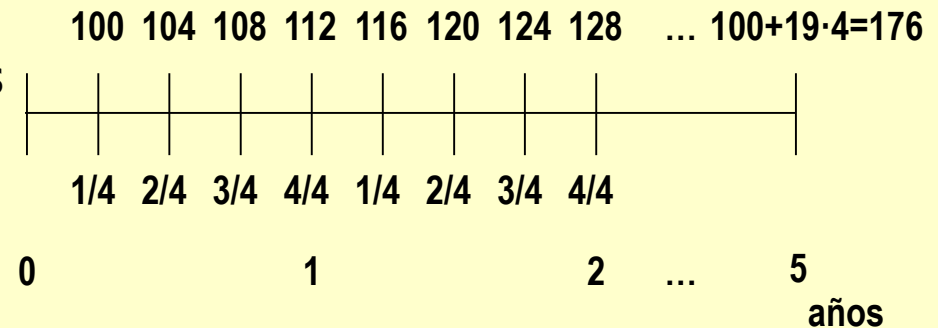
20 términos pospagables trimestrales

Primer término = $c = 100€$

$i = 6\%$ anual

4€ más cada trimestre

$V_n?$



$$V_n = V_0 \cdot (1+i)^n$$

$$A_{(100;4) \overline{20}|0,014674} = 2.343,58€$$

$$V_{20} = 2.343,58 \cdot (1 + 0,014674)^{20} = V_6 = 2.343,58 \cdot (1 + 0,06)^5 = 3.136,25€$$

$$S_{(100;4) \overline{20}|0,014674} = 3.136,25€$$

3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 6:

36 términos mensuales pospagables

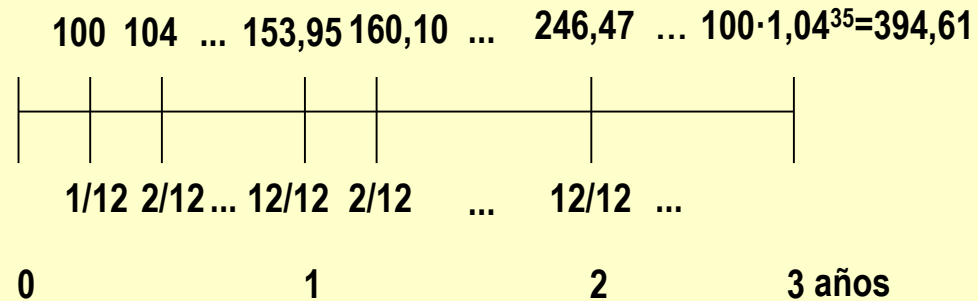
Progresión geométrica

Primer término = $c = 100€$

$r = 1,04$

$i = 8\%$ anual

$V_0?$ $V_n?$



3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 6:

36 términos mensuales pospagables

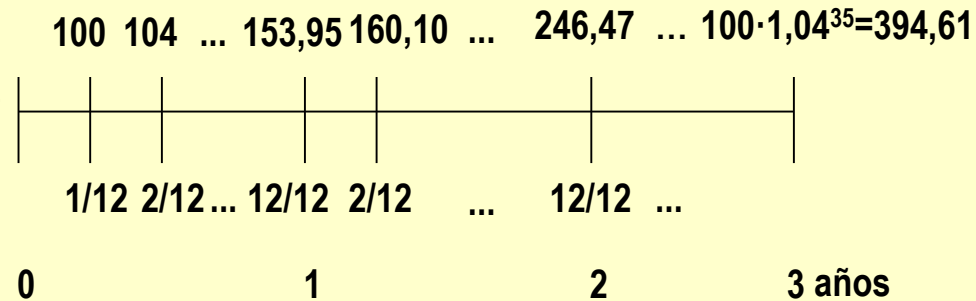
Progresión geométrica

Primer término = $c = 100€$

$r = 1,04$

$i = 8\%$ anual

$V_0?$ $V_n?$



Tenemos que resolver el problema previamente refiriendo el tanto de capitalización al mismo período de tiempo al que está referido el término de la renta.

$$i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$$

$$i_{12} = (1 + 0,08)^{1/12} - 1 = 0,006434$$

$$i_{12} = 0,006434$$

3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 6:

36 términos mensuales pospagables

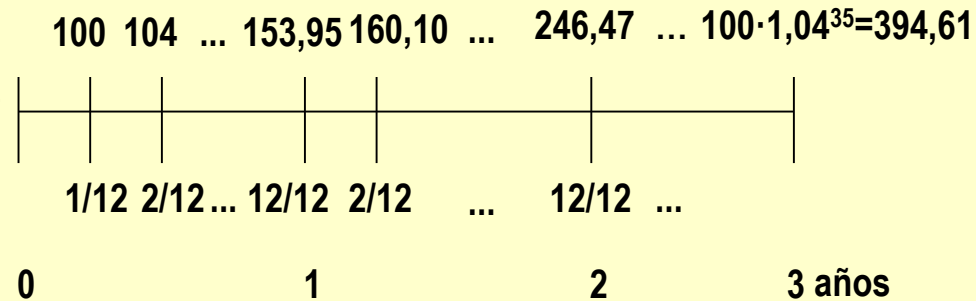
Progresión geométrica

Primer término = $c = 100€$

$r = 1,04$

$i = 8\%$ anual

$V_0?$



Como ya hemos convertido la renta fraccionada en entera, aplicando el tanto frecuencial, ya operaremos como hemos estudiado en la teoría de rentas. Es decir, hay que calcular el valor actual de una renta variable en progresión geométrica, pospagable, temporal, inmediata y entera.

$$A_{(100;1,04) \overline{36}|0,006434} = 100 \cdot \frac{1 - 1,04^{36} \cdot (1 + 0,006434)^{-36}}{1 + 0,006434 - 1,04} = 6.726,56€$$

$$A_{(c;q) \overline{n}|i} = c \cdot \frac{1 - q^n \cdot (1 + i)^{-n}}{1 + i - q}$$

$$i_{12} = 0,006434$$

$$A_{(100;1,04) \overline{36}|0,006434} = 6.726,56€$$

3. RENTAS FRACCIONADAS

Ejemplo 6:

36 términos mensuales pospagables

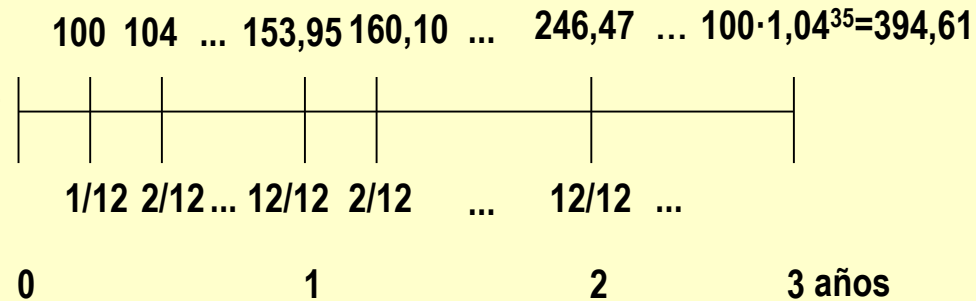
Progresión geométrica

Primer término = $c = 100€$

$r = 1,04$

$i = 8\%$ anual

$V_n?$



$$V_n = V_0 \cdot (1 + i)^n$$

$$A_{(100; 1,04) \overline{36} | 0,006434} = 6.726,56€$$

$$V_{36} = 6.726,56 \cdot (1 + 0,006434)^{36} = V_3 = 6.726,56 \cdot (1 + 0,08)^3 = 8.473,52€$$

$$S_{(100; 1,04) \overline{36} | 0,006434} = 8.473,52€$$

3. RENTAS FRACCIONADAS

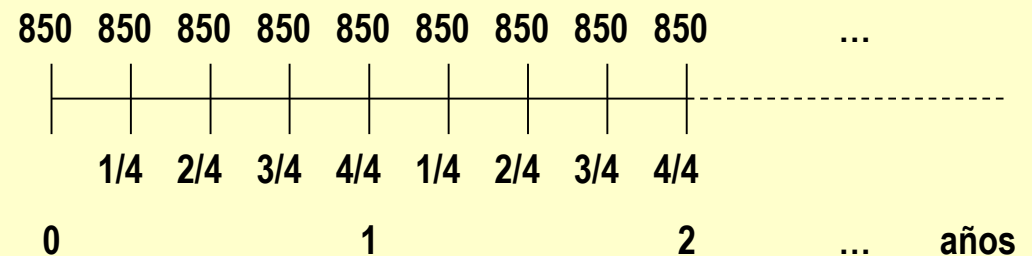
Ejemplo 7:

Renta Perpetua

$i=7\%$ anual

850€ trimestrales prepagables

$V_0?$



3. RENTAS FRACCIONADAS

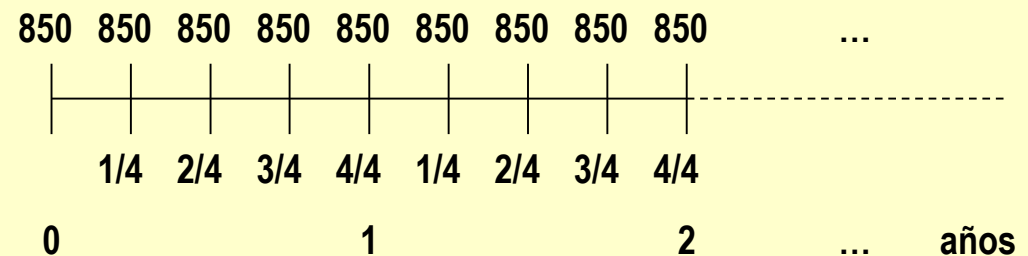
Ejemplo 7:

Renta Perpetua

$i=7\%$ anual

850€ trimestrales prepagables

$V_0?$



Caso Término de Frecuencia y Tanto anual

Calculamos el interés « i_4 » de frecuencia trimestral a partir del tanto efectivo anual « i ».

$$i_4 = (1 + 0,07)^{1/4} - 1 = 0,017059$$

$$i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$$

$$i_4 = 0,017059$$

3. RENTAS FRACCIONADAS

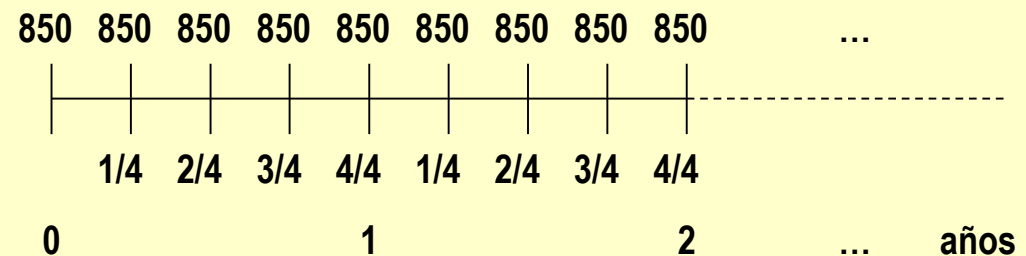
Ejemplo 7:

Renta Perpetua

$i=7\%$ anual

850€ trimestrales prepagables

$V_0?$



Como ya hemos convertido la renta fraccionada en entera, aplicando el tanto frecuencial, ya operaremos como hemos estudiado en la teoría de rentas. Es decir, hay que calcular el valor actual de una renta constante, prepagable, perpetua, inmediata y entera.

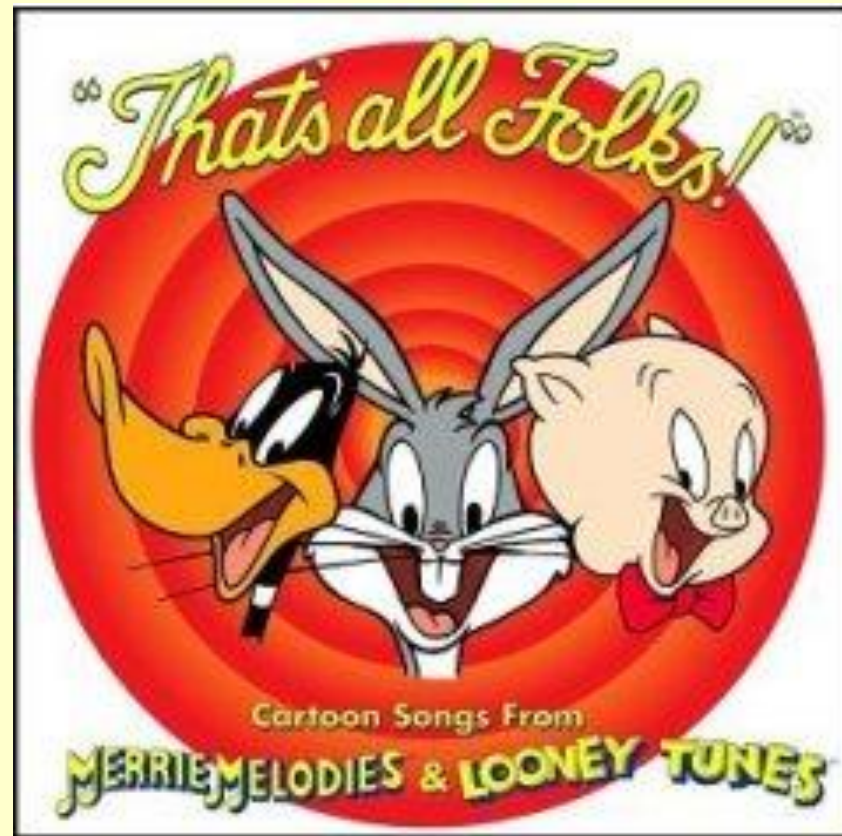
$$i_4 = 0,017059$$

$$\ddot{A}_{\infty|i} = c \cdot \frac{1+i}{i}$$

$$\ddot{A}_{\infty|0,17059} = 850 \cdot \frac{1+0,017059}{0,017059} = 50.677,07€$$

$$\ddot{A}_{\infty|0,17059} = 50.677,07€$$

TEMA 7: RENTAS VARIABLES

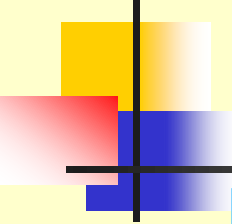




PARTE 3: PRÉSTAMOS

TEMA 8: Préstamos

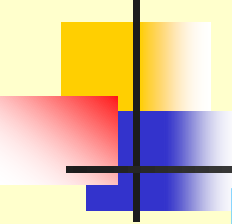




TEMA 8: PRÉSTAMOS

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMA DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS
2. NOMENCLATURA PARA PRÉSTAMOS DE AMORTIZACIÓN FRACCIONADA
3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL
4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES
5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO
6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS
8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS



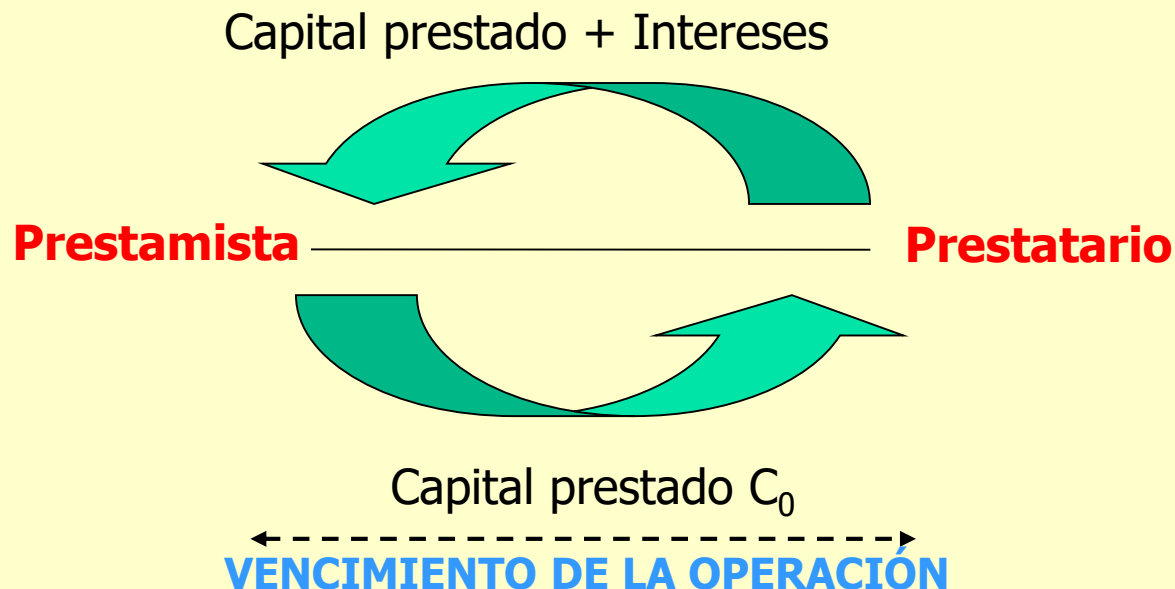
TEMA 8: PRÉSTAMOS

ÍNDICE

- 1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMA DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS**
2. NOMENCLATURA PARA PRÉSTAMOS DE AMORTIZACIÓN FRACCIONADA
3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL
4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES
5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO
6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS
8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS

Préstamo: operación financiera de **prestación única y contraprestación múltiple**



1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS

OPERACIÓN DE AMORTIZACIÓN

Se devuelve el **capital**

**Términos
amortizativos**

Se devuelven los **intereses**



1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS

Sistemas Amortizativos o
Sistemas de Amortización

Reembolso único del
principal al final de
la operación

Préstamo simple (sin pago
periódico de intereses)

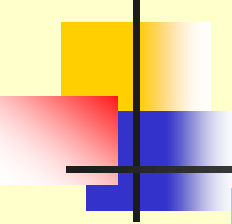
Sistema americano (con pago
periódico de intereses)

Reembolso con pagos
periódicos en el que
se devuelve el capital
más los intereses

**Términos amortizativos
constantes**

**Términos amortizativos
variables** (en progresión
geométrica y en progresión
aritmética)

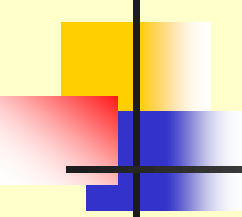
Todo ello con independencia de que los intereses se paguen: con una **frecuencia** u otra, sean **fijos o variables**, pagaderos **por anticipado o al final** de cada período.



TEMA 8: PRÉSTAMOS

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMA DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS
- 2. NOMENCLATURA PARA PRÉSTAMOS DE AMORTIZACIÓN FRACCIONADA**
3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL
4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES
5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO
6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS
8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS



2. NOMENCLATURA PARA PRÉSTAMOS DE AMORTIZACIÓN FRACCIONADA

$C_0 \equiv$ Importe del préstamo, cantidad financiada

$n \equiv$ Número de pagos a realizar durante el tiempo que se mantiene la deuda

$i \equiv$ Tipo de interés efectivo convenido (coste de la financiación)

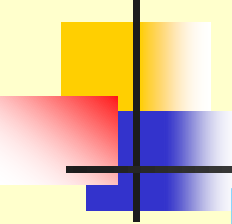
$I_k \equiv$ Cuota de interés del período k, cantidad destinada a devolver deuda en cada vencimiento

$A_k \equiv$ Cuota de amortización del período k, cantidad destinada a devolver deuda en cada vencimiento

$a_k \equiv$ Término amortizativo al final del período k (anual, trimestral, semestral,...). Se cumple que: $a_k = I_k + A_k$

$C_k \equiv$ Capital pendiente de amortización al final del período k, capital vivo, saldo de la operación o reserva matemática

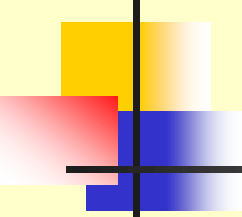
$m_k \equiv$ Capital total amortizado al final del período k



TEMA 8: PRÉSTAMOS

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMA DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS
2. NOMENCLATURA PARA PRÉSTAMOS DE AMORTIZACIÓN FRACCIONADA
- 3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL**
4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES
5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO
6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS
8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS



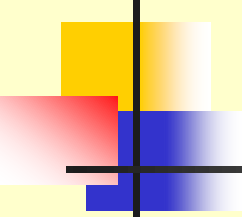
3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL

En general:

1. Los intereses de cada período se calculan sobre el capital vivo a principios del período o a finales del período anterior:

$$I_k = C_{k-1} \cdot i$$

2. El parámetro que amortiza directamente el capital es la cuota de amortización A_k :



3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL

En general:

3. El capital a amortizar siempre es la suma aritmética de todas las cuotas de amortización:

$$C_0 = A_1 + A_2 + \dots + A_n$$

4. El capital vivo (pendiente) al final del período k es la suma aritmética de las cuotas de amortización que queden por amortizar o la diferencia entre el importe del préstamo y el capital amortizado hasta ese momento:

$$C_k = A_{k+1} + A_{k+2} + \dots + A_n$$

$$C_k = C_0 - (A_1 + A_2 + \dots + A_k) = C_0 - m_k$$

3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL

Perí.	Término. amor.	Cuota de interés	Cuota de amortización	Total amortizado	Capital vivo
0	-	.	.	.	C_0
1	a_1	$I_1 = C_0 \cdot i_1$	$A_1 = a_1 - I_1$	$m_1 = A_1$	$C_1 = C_0 - A_1$
2	a_2	$I_2 = C_1 \cdot i_2$	$A_2 = a_2 - I_2$	$m_2 = A_1 + A_2$	$C_2 = C_0 - A_1 - A_2$
...	...	...	...	...	...
n	a_n	$I_n = C_{n-1} \cdot i_n$	$A_n = a_n - I_n$	$m_n = A_1 + \dots + A_n$	$C_n = 0$



3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL

Ejemplo 1:

$$C_0 = 30.000\text{€}$$

Tres pagos anuales vencidos de igual cuantía

$i = 10\%$ anual

Cuadro amortización?

3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL

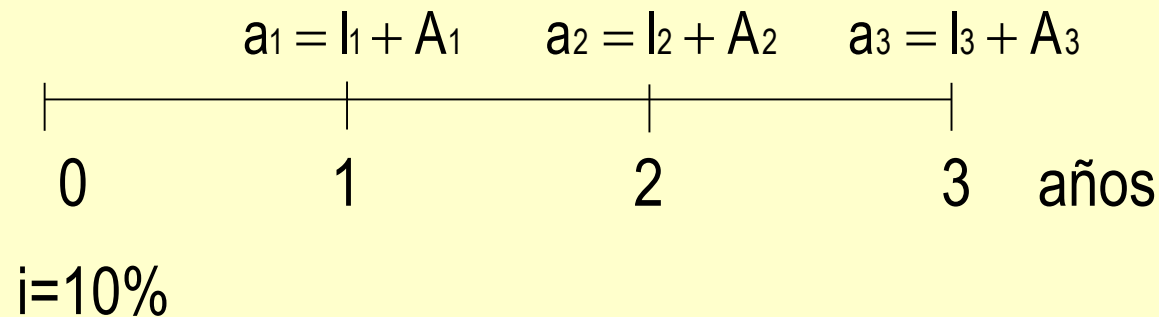
Ejemplo 1:

$$C_0 = 30.000\text{€}$$

Tres pagos anuales vencidos de igual cuantía

$i = 10\%$ anual

Cuadro amortización?



3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL

Ejemplo 1:

	(5)	(4)	(1)	(2)	(3)
Perí.	Tér. amor.	Cuota de interés	Cuota de amortización	Total amortizado	Capital vivo
0	-	-	-	-	30.000
1	13.000	3.000	10.000	10.000	20.000
2	12.000	2.000	10.000	20.000	10.000
3	11.000	1.000	10.000	30.000	0
Total	36.000	6.000	30.000	30.000	0



3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL

Ejemplo 1:

Descripción de los pasos a seguir:

- (1).** Se calcula la cuota de amortización a través del fraccionamiento en **pagos iguales** del importe del préstamo.

$$A = \frac{C_0}{n} = \frac{30.000}{3} = 10.000\text{€}$$

- (2).** Se calcula el total amortizado por **sumas parciales de las cuotas de amortización** practicadas hasta la fecha.

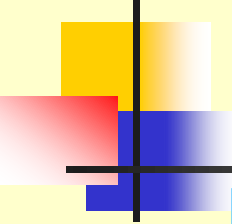


3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL

Ejemplo 1:

Descripción de los pasos a seguir:

- (3). La deuda pendiente se obtendrá de restar al capital a principios de cada período la cuota de amortización de ese mismo período, o bien, **al importe del préstamo (C_0) se le resta el total amortizado (2) ya acumulado.**
- (4). Las cuotas de interés se calculan **sobre el capital pendiente a principios de cada período (3), es decir, aplicándoles el correspondiente tipo de interés.**
- (5). El término amortizativo de cada período será la **suma de las columnas (1) y (4) .**



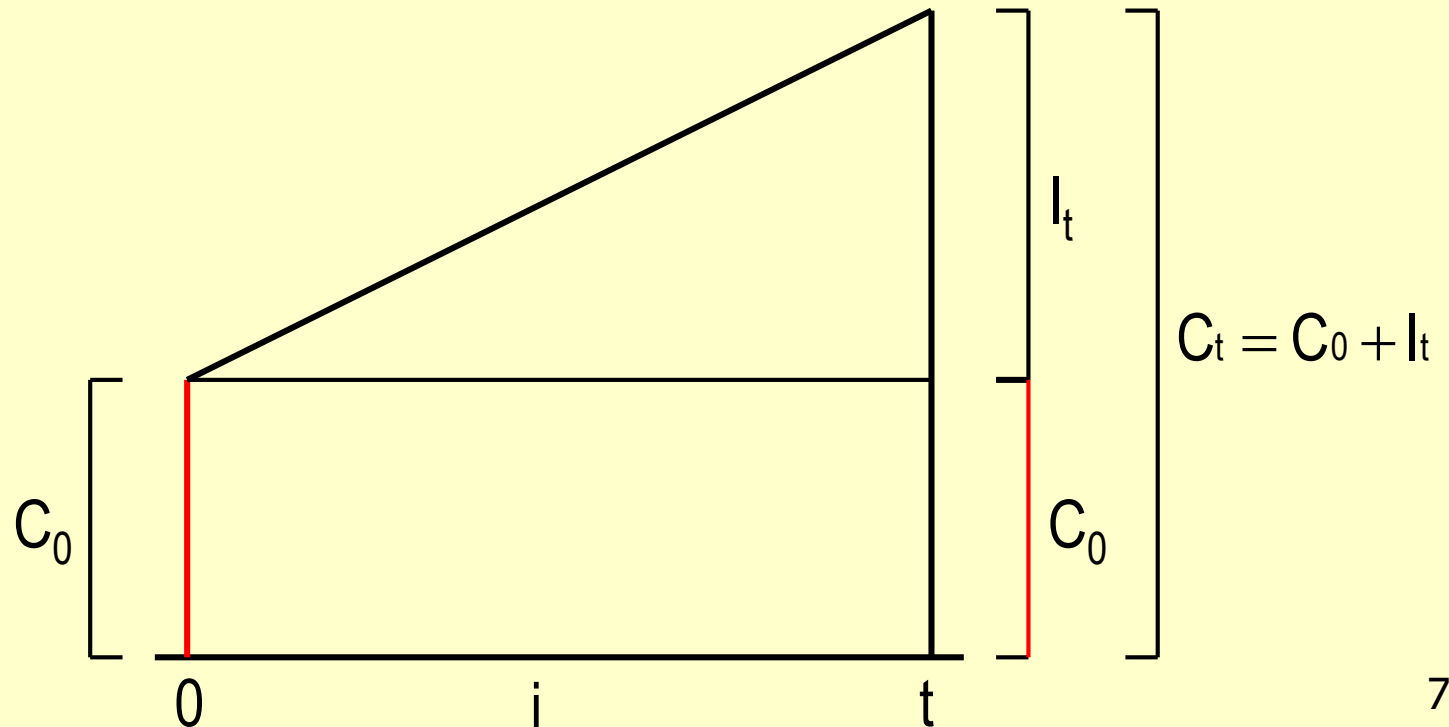
TEMA 8: PRÉSTAMOS

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMA DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS
2. NOMENCLATURA PARA PRÉSTAMOS DE AMORTIZACIÓN FRACCIONADA
3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL
- 4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES**
5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO
6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS
8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

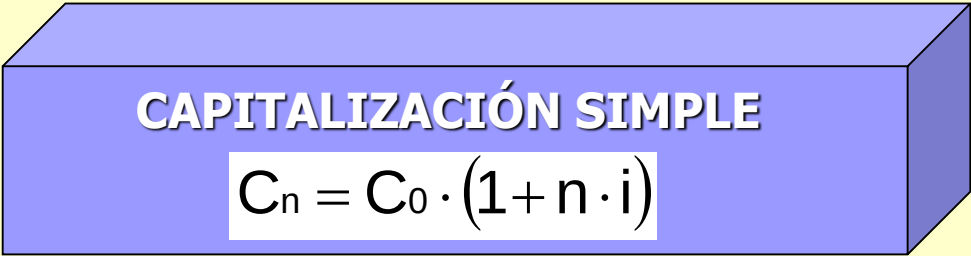
4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES

Se trata de diferir la devolución del capital y de los intereses devengados hasta el final de la operación, **pagando todo conjuntamente de una sola vez.**



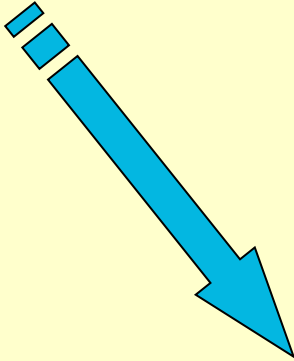
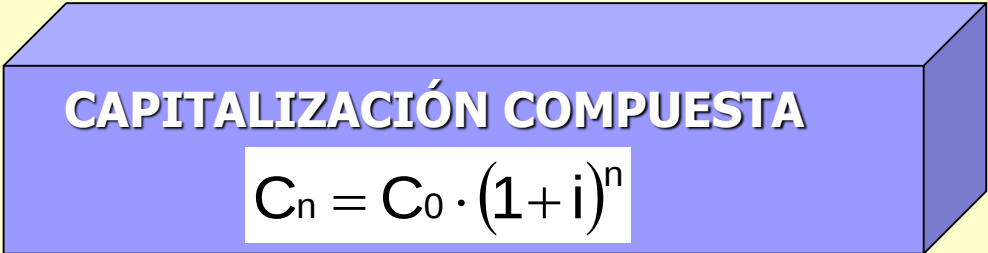
4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES

SE PUEDE UTILIZAR



CAPITALIZACIÓN SIMPLE

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$



CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$



4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES

Ejemplo 2:

$$C_0 = 100.000\text{€}$$

$$n = 3 \text{ años}$$

$$i = 12\% \text{ anual compuesto}$$

$$C_3?$$

4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES

Ejemplo 2:

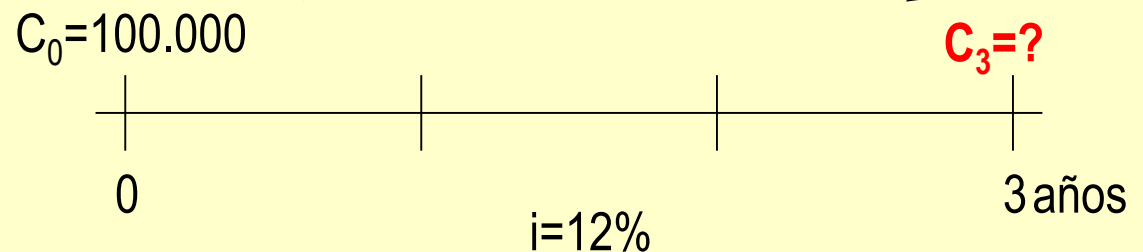
$C_0 = 100.000\text{€}$

$n = 3$ años

$i = 12\%$ anual compuesto

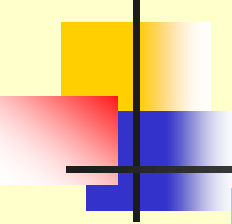
$C_3?$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$



$$C_3 = 100.000 \cdot (1 + 0,12)^3 = 140.292,80\text{€}$$

$$C_3 = 140.292,80\text{€}$$



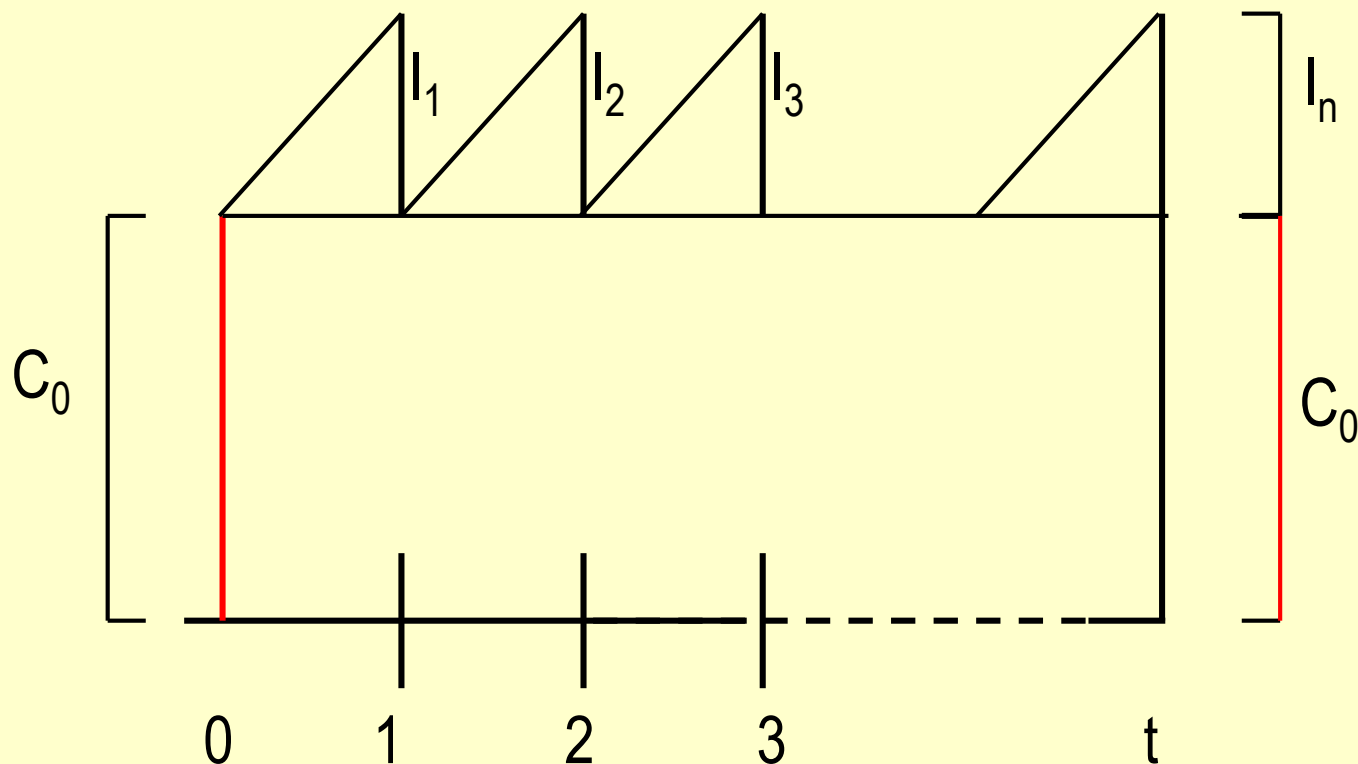
TEMA 8: PRÉSTAMOS

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMA DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS
2. NOMENCLATURA PARA PRÉSTAMOS DE AMORTIZACIÓN FRACCIONADA
3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL
4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES
- 5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO**
6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS
8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

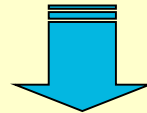
5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO

Se trata de **devolver el capital al final del período**, aunque **los intereses** se vayan pagando **al finalizar cada período**.



5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO

Los intereses no se van acumulando al capital ya que se van pagando conforme se generan.



CÁLCULO DE LOS INTERESES

$$I_n = C_0 \cdot i$$

IMPORTANTE: n e i tienen que estar expresados en la misma unidad de tiempo



5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO

Ejemplo 3:

$$C_0 = 100.000\text{€}$$

$$n = 3 \text{ años}$$

$$i = 12\% \text{ anual compuesto}$$

$$C_3?$$

5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO

Ejemplo 3:

$$C_0 = 100.000\text{€}$$

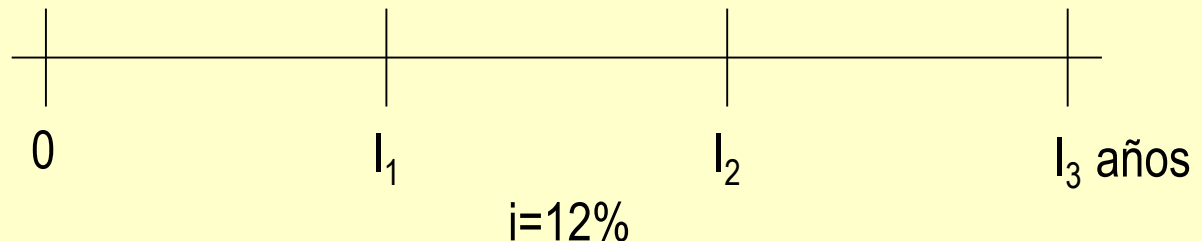
n=3 años

i=12% anual compuesto

C₃?

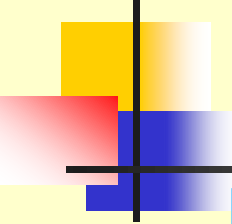
$$I_n = C_0 \cdot i$$

$$C_0 = 100.000$$



$$I_1 = I_2 = I_3 = 100.000 \cdot 0,12 = 12.000\text{€}$$

Al final del tercer año, además de los intereses tiene que devolver los 100.000€



TEMA 8: PRÉSTAMOS

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMA DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS
2. NOMENCLATURA PARA PRÉSTAMOS DE AMORTIZACIÓN FRACCIONADA
3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL
4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES
5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO
- 6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL**
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS
8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

En este tipo de préstamos, el prestatario se compromete a devolver todos los períodos **la misma cantidad de capital**, esto es, **la cuota de amortización (A_k) se mantiene constante** durante todo el préstamo.

Es decir:

$$A = A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_n$$

6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Descripción de los pasos a seguir:

- (1). Se calcula la **cuota de amortización (A)** a través del fraccionamiento en **pagos iguales** del importe del préstamo:

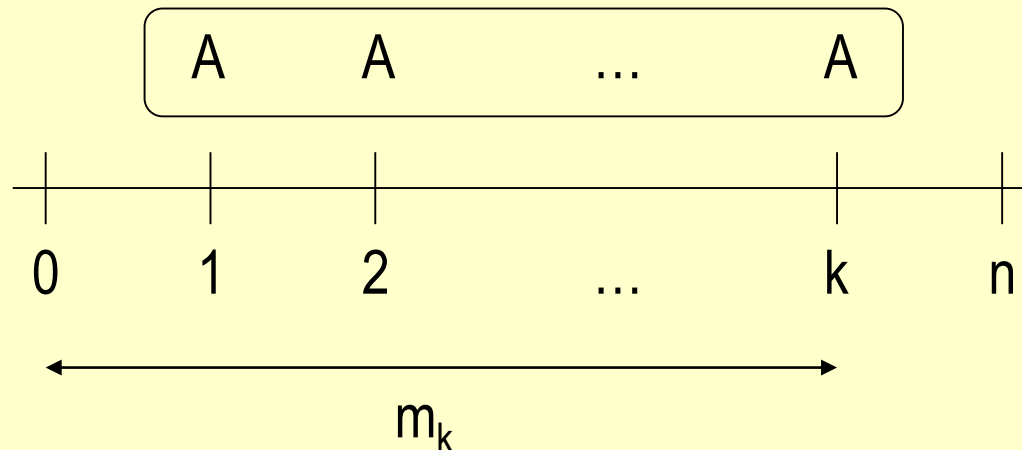
$$C_0 = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n = A \cdot n$$

$$A = \frac{C_0}{n}$$

6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Descripción de los pasos a seguir:

(2). Se calcula el **total amortizado (m_k)** después de k períodos por **sumas parciales de las cuotas de amortización** practicadas hasta la fecha:

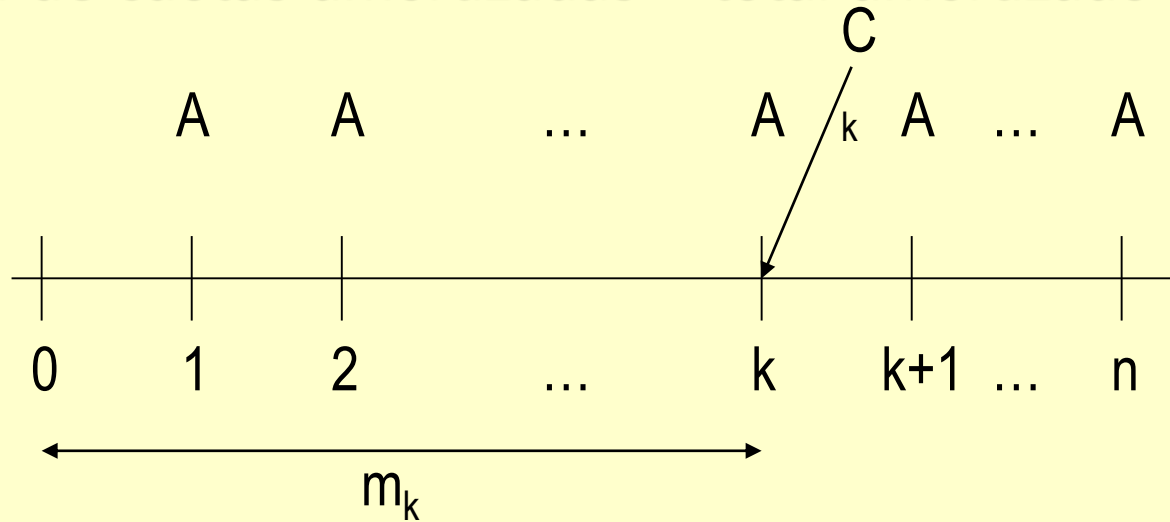


$$m_k = A_1 + A_2 + \dots + A_k = A \cdot k$$

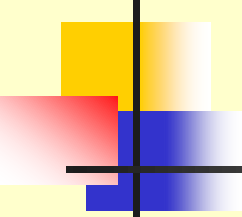
6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Descripción de los pasos a seguir:

- (3). Se calcula el **capital vivo a finales del período k (C_k)** se obtendrá de **restar al importe del préstamo (C_0) el total de cuotas amortizadas o total amortizado:**



$$C_k = C_0 - m_k = C_0 - [A + A + \dots + A] = C_0 - A \cdot k$$

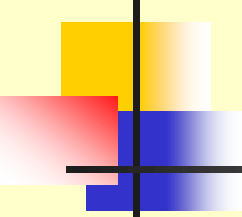


6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Descripción de los pasos a seguir:

(4). Se calcula la **cuota de interés del período k (I_k)** a partir de la **deuda pendiente a finales del período anterior**, al **tanto efectivo vigente** durante el mismo:

$$I_k = C_{k-1} \cdot i$$



6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Descripción de los pasos a seguir:

(5). Se calculan los **términos amortizativos (a_k)** como la **suma de la cuota de interés** (decrecientes porque se calculan sobre capitales cada vez menores) **y la cuota de amortización** (en este caso constantes). Los términos variarán como lo hacen las cuotas de interés y seguirán una ley matemática:

LEY DE RECURRENCIA: Calcularemos el primer término (a_1) y obtendremos todos los demás a partir de él.

6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Descripción de los pasos a seguir:

Período $k-1$: $a_{k-1} = l_{k-1} + A = C_{k-2} \cdot i + A$

Período k : $a_k = l_k + A = C_{k-1} \cdot i + A$

.....
Por diferencia: $a_{k-1} - a_k = (C_{k-2} - C_{k-1}) \cdot i$

siendo: $C_{k-2} - C_{k-1} = A$

queda: $a_{k-1} - a_k = A \cdot i$

de donde se obtiene: $a_k = a_{k-1} - A \cdot i$

Cualquier término amortizativo es el anterior menos una cuantía constante, es decir, los términos varían en **progresión aritmética** de razón **$-A \cdot i$** .

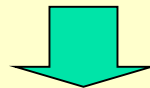
6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Descripción de los pasos a seguir:

Recordemos que para calcular cualquier término en una progresión aritmética:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

Como hemos considerado que: $\begin{cases} n = k \\ d = -A \cdot i \end{cases}$



$$a_k = a_1 + (k - 1) \cdot (-A \cdot i)$$

$$a_k = a_1 - (k - 1) \cdot A \cdot i$$

$$a_1 = A + l_1$$



6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Ejemplo 4:

$$C_0 = 300.000\text{€}$$

Tres pagos anuales con cuotas de amortización constantes

$i = 10\%$ anual

Cuadro amortización?

6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Ejemplo 4:

	(5)	(4)	(1)	(2)	(3)
Perí.	Término amor.	Cuota de interés	Cuota de amortización	Total amortizado	Capital vivo
0	-	-	-	-	300.000
1	130.000	30.000	100.000	100.000	200.000
2	120.000	20.000	100.000	200.000	100.000
3	110.000	10.000	100.000	300.000	0
Total	360.000	60.000	300.000	300.000	0



6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Ejemplo 4:

Descripción de los pasos a seguir:

- (1).** Se calcula la cuota de amortización a través del fraccionamiento en **pagos iguales** del importe del préstamo.

$$A = \frac{C_0}{n} = \frac{300.000}{3} = 100.000\text{€}$$

- (2).** Se calcula el total amortizado por **sumas parciales de las cuotas de amortización** practicadas hasta la fecha.

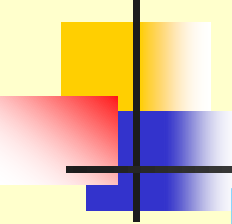


6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL

Ejemplo 4:

Descripción de los pasos a seguir:

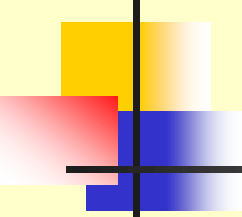
- (3). La deuda pendiente se obtendrá de restar al capital a principios de cada período la cuota de amortización de ese mismo período, o bien, **al importe del préstamo (C_0) se le resta el total amortizado (2)** ya acumulado.
- (4). Las cuotas de interés se calculan **sobre el capital pendiente a principios de cada período (3)**, es decir, aplicándoles el correspondiente tipo de interés.
- (5). El término amortizativo de cada período será la **suma de las columnas (1) y (4)**.



TEMA 8: PRÉSTAMOS

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMA DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS
2. NOMENCLATURA PARA PRÉSTAMOS DE AMORTIZACIÓN FRACCIONADA
3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL
4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES
5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO
6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL
- 7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS**
8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS



7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Este sistema de amortización se caracteriza porque: los **términos amortizativos** permanecen **constantes** y el **tanto de valoración** permanece **constante**, ambos durante toda la vida del préstamo.

Se cumple que:

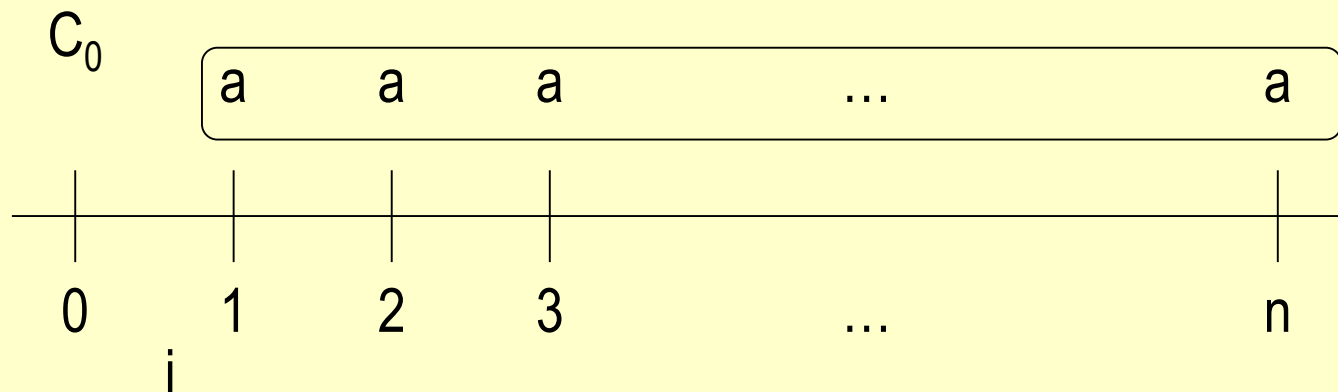
- Al principio la mayor parte de la cuota son intereses.
- Esta proporción va cambiando conforme pasa el tiempo.

7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Gráficamente:

Prestación (cobro)

Contraprestación (pagos)



7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

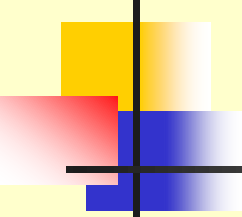
Descripción de los pasos a seguir:

(1). Para calcular los **términos amortizativos (a)** se plantea una **equivalencia en el origen** entre el **importe del préstamo** y la **renta formada por los términos amortizativos**:

$$C_0 = a \cdot a_{\overline{n}|i} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{C_0}{a_{\overline{n}|i}}$$

Como:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{C_0 \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

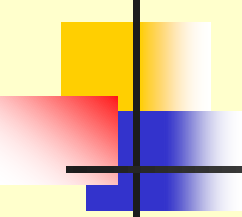


7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Descripción de los pasos a seguir:

(2). Al ser constante el término amortizativo las **cuotas de amortización (A_k)** necesariamente tendrán que ir creciendo, mientras que las cuotas de intereses decrecerán (porque se van calculando sobre capitales vivos cada vez menores) y lo harán siguiendo una ley matemática:

LEY DE RECURRENCIA: Calcularemos el primer término (A_1) y obtendremos todos los demás a partir de él.



7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Descripción de los pasos a seguir:

Período k: $a = l_{k-1} + A_{k-1} = C_{k-2} \cdot i + A_{k-1}$

Período k+1: $a = l_k + A_k = C_{k-1} \cdot i + A_k$

.....
Por diferencia: $a - a = (C_{k-2} - C_{k-1}) \cdot i + A_{k-1} - A_k$

siendo: $C_{k-2} - C_{k-1} = A_{k-1}$

queda: $0 = A_{k-1} \cdot i + A_{k-1} - A_k$

de donde se obtiene: $A_k = A_{k-1} \cdot (1+i)$

Cualquier cuota de amortización se calcula en función de la anterior y los términos varían en **progresión geométrica** de razón **1+i**

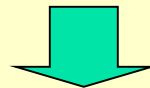
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Descripción de los pasos a seguir:

Recordemos que para calcular cualquier término en una progresión geométrica:

$$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$$

Como hemos considerado que: $\begin{cases} a = A \\ n = k \\ r = 1+i \end{cases}$



$$A_k = A_1 - (1+i)^{(k-1)}$$

$$a = l_1 + A_1 = C_0 \cdot i + A_1$$

$$A_1 = a - C_0 \cdot i$$

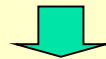
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Descripción de los pasos a seguir:

(3). Para calcular el **total amortizado (m_k)** después de k períodos se puede hacer por **sumas de las cuotas de amortización** practicadas hasta la fecha:

$$m_k = A_1 + A_2 + \dots + A_k$$

Sabemos que: $m_k = A_1 + A_1 \cdot (1+i) + A_1 \cdot (1+i)^2 + \dots + A_1 \cdot (1+i)^{k-1}$



$$m_k = A_1 + \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{k-1} \right] \Rightarrow m_k = A_1 \cdot s_{\overline{k}|i}$$

Como: $s_{\overline{k}|i} = \frac{(1+i)^k - 1}{i}$

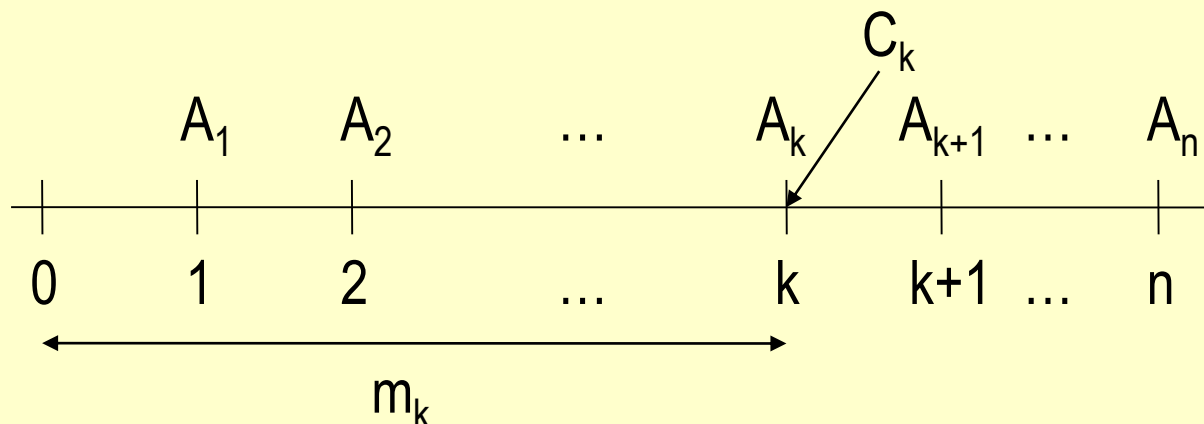


$$m_k = A_1 \cdot \frac{(1+i)^k - 1}{i}$$

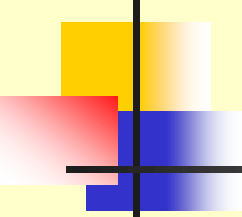
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Descripción de los pasos a seguir:

- (4). Se calcula el **capital vivo a finales del período k (C_k)** restando al importe del préstamo (C_0) el total de cuotas amortizadas o total amortizado:



$$C_k = C_0 - m_k$$



7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Descripción de los pasos a seguir:

(5). Se calcula la **cuota de interés del período k (I_k)** a partir de la **deuda pendiente a finales del período anterior**, al **tanto efectivo vigente** durante el mismo:

$$I_k = C_{k-1} \cdot i$$



7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Ejemplo 5:

$$C_0 = 100.000\text{€}$$

$n = 3$ años

$i = 10\%$ anual

Términos amortizativos anuales constantes

Cuadro amortización?

7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Ejemplo 5:

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Perí.	Término amor.	Cuota de interés	Cuota de amortización	Total amortizado	Capital vivo
0	-	-	-	-	300.000
1	40.211,48	10.000	30.211,48	30.211,48	69.788,52
2	40.211,48	6.978,85	33.232,63	63.444,11	36.555,89
3	40.211,48	3.655,59	36.555,89	100.000	0
Total	360.000	20.634,44	100.000	100.000	0

7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Ejemplo 5:

Descripción de los pasos a seguir:

- (1).** Se calcula el importe del pago total a realizar (término amortizativo) **a través de la fórmula** anterior.

$$a = \frac{C_0 \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{100.000 \cdot 0,1}{1 - (1 + 0,1)^{-3}} = 40.211,48\text{€}$$

- (2).** La cuota de interés se calcula **sobre el capital pendiente a finales del período anterior (5)** y se pagan al final del período anterior.

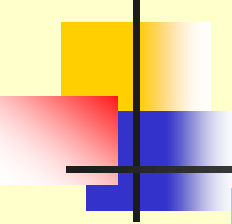


7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS

Ejemplo 5:

Descripción de los pasos a seguir:

- (3). La cantidad destinada a amortizar será la **diferencia entre el total pagado en el período (1) y lo que se dedica a intereses (2).**
- (4). Se calcula el total amortizado por **sumas parciales de las cuotas de amortización** practicadas hasta la fecha.
- (5). La deuda pendiente se obtendrá de restar al capital vivo a principios de cada período la cuota de amortización de ese mismo período, o bien, **al importe del préstamo se le resta el total amortizado (4) ya acumulado.**



TEMA 8: PRÉSTAMOS

ÍNDICE

1. CONCEPTO DE PRÉSTAMO: SISTEMA DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS
2. NOMENCLATURA PARA PRÉSTAMOS DE AMORTIZACIÓN FRACCIONADA
3. CUADRO DE AMORTIZACIÓN GENERAL
4. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO SIN PAGO PERIÓDICO DE INTERESES
5. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMO MEDIANTE REEMBOLSO ÚNICO Y PAGO PERIÓDICO DE INTERESES: PRÉSTAMO AMERICANO
6. AMORTIZACIÓN DE UN PRÉSTAMO CON CUOTA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE: MÉTODO LINEAL
7. AMORTIZACIÓN CON TÉRMINOS AMORTIZATIVOS CONSTANTES: MÉTODO FRANCÉS
- 8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS**



8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

Son aquellos en los que, desde su concesión y durante una parte de su vida, **no se realiza devolución de capital**. Por tanto, los préstamos diferidos son aquellos en los que **se retrasa el pago de la primera cuota de amortización**.

Se llaman también

**PRÉSTAMOS CON
CARENCIA**



8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

CARENCIA



CARENCIA PARCIAL

Se van pagando los intereses conforme se van devengando. Durante el periodo de carencia no se devuelve principal.

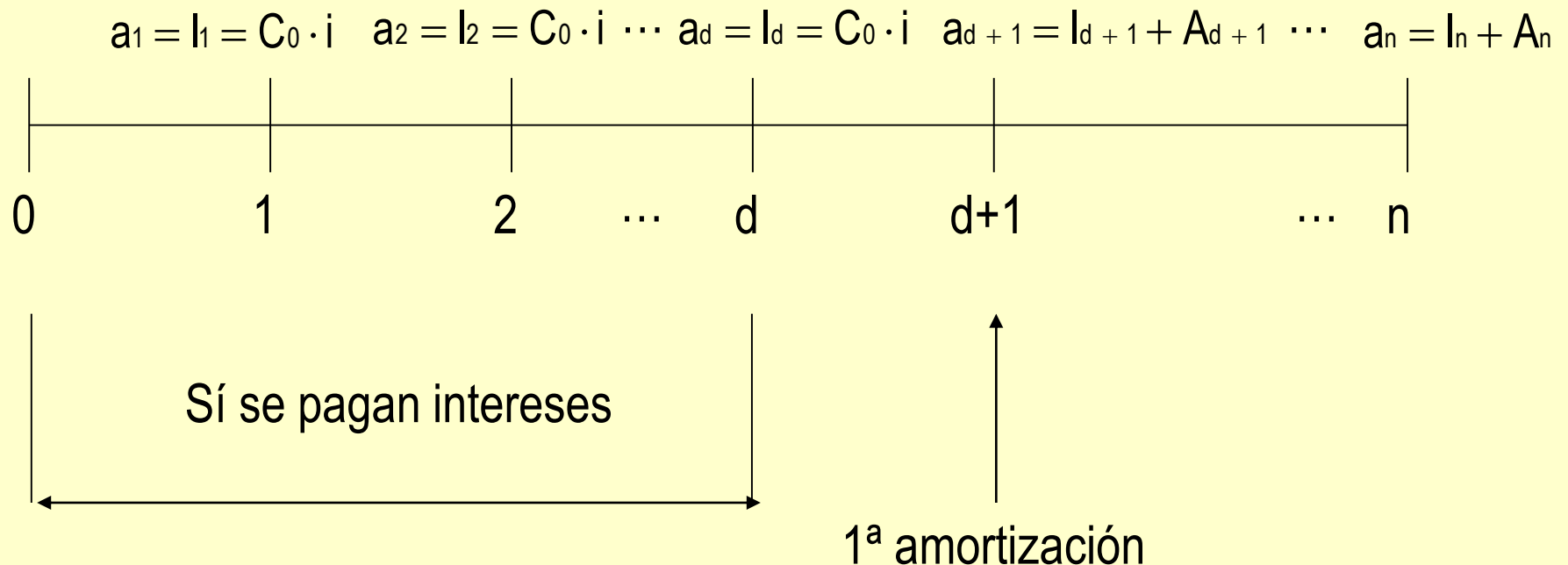
CARENCIA TOTAL

Durante el periodo de carencia no se realiza pago alguno y, posteriormente, se devuelve el principal y todos los intereses.

Una vez pasado el período de carencia, estamos ante un préstamo normal cualquiera que sea el sistema de amortización que presente (francés, lineal, con términos en progresión,...)

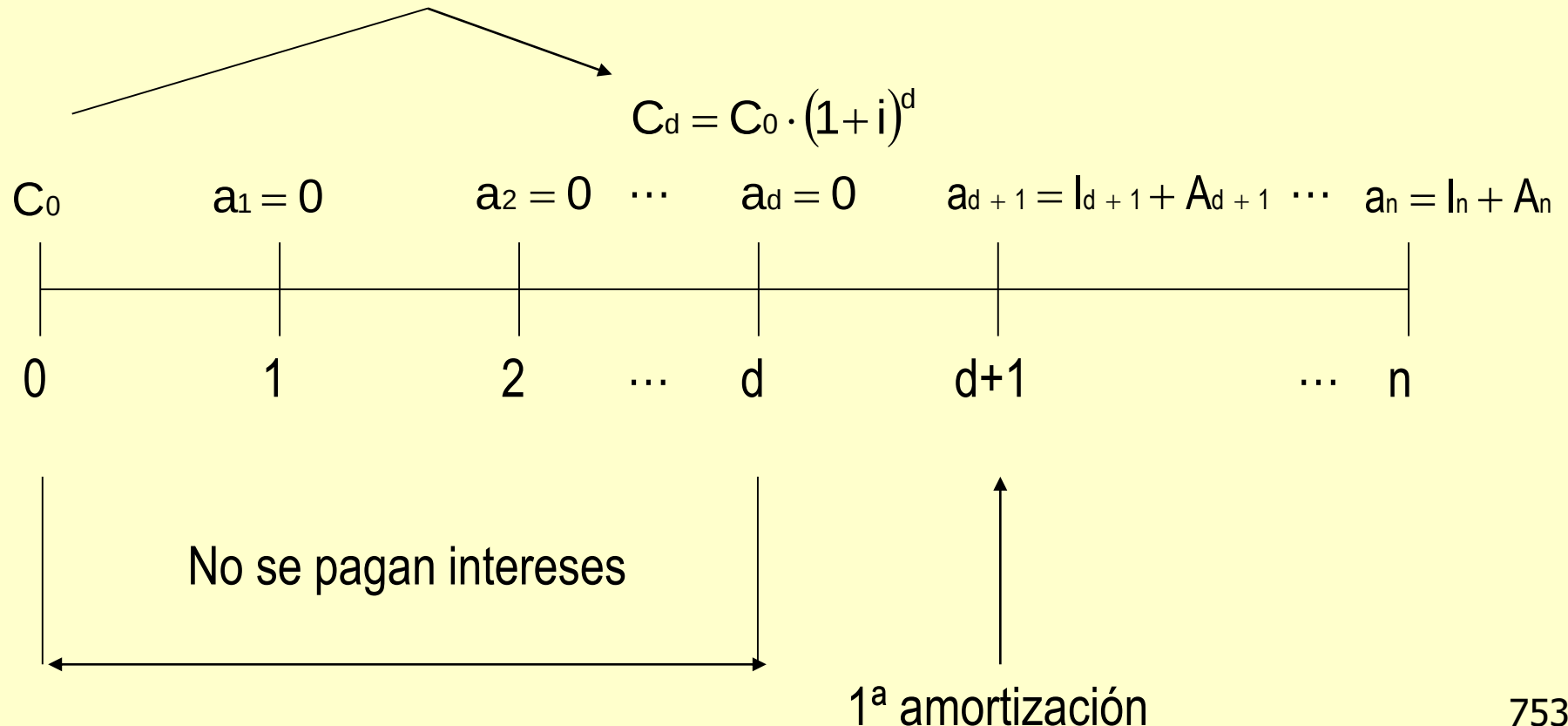
8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

1. Carencia con pago de intereses: **Carencia Parcial**



8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

2. Carencia sin pago de intereses: **Carencia Total**





8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

Es importante señalar que en ambos casos se plantea la **amortización efectiva** del préstamo **desde d hasta n** y el **período de amortización** es **$n - d$**



8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

Ejemplo 6:

$$C_0 = 100.000\text{€}$$

$$n = 4 \text{ años}$$

$$i = 10\% \text{ anual}$$

Sistema lineal con cuotas de amortización constantes

Primer pago transcurridos 3 años ($d = 2$ años)

Cuadro amortización?

Caso 1: Carencia parcial

8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

Ejemplo 6:

$$C_0 = 100.000\text{€}$$

$$n = 4 \text{ años}$$

$$i = 10\% \text{ anual}$$

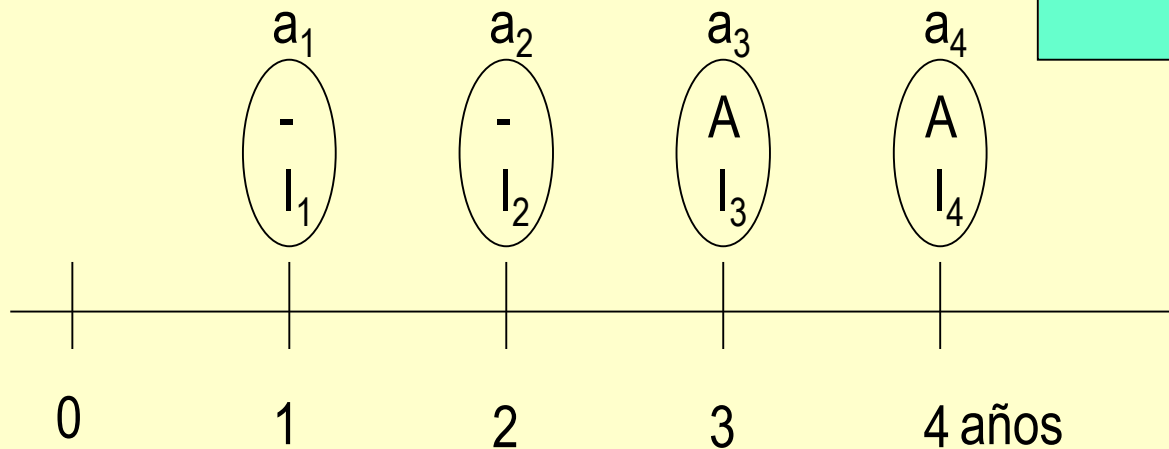
Sistema lineal con cuotas de amortización constantes

Primer pago transcurridos 3 años ($d=2$ años)

Cuadro amortización?

Caso 1: Carencia parcial

C_0



$$A = \frac{100.000}{2} = 50.000\text{€}$$

8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

Ejemplo 6:

	(5)	(4)	(1)	(2)	(3)
Perí.	Término amor.	Cuota de interés	Cuota de amortización	Total amortizado	Capital vivo
0	-	-	-	-	100.000
1	10.000	10.000	0	0	100.000
2	10.000	10.000	0	0	100.000
3	60.000	10.000	50.000	50.000	50.000
4	55.000	5.000	50.000	100.000	0
Total	135.000	35.000	100.000	100.000	0



8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

Ejemplo 6:

$$C_0 = 100.000\text{€}$$

$$n = 4 \text{ años}$$

$$i = 10\% \text{ anual}$$

Sistema lineal con cuotas de amortización constantes

Primer pago transcurridos 3 años ($d = 2$ años)

Cuadro amortización?

Caso 2: Carencia total

8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

Ejemplo 6:

$$C_0 = 100.000\text{€}$$

$$n = 4 \text{ años}$$

$$i = 10\% \text{ anual}$$

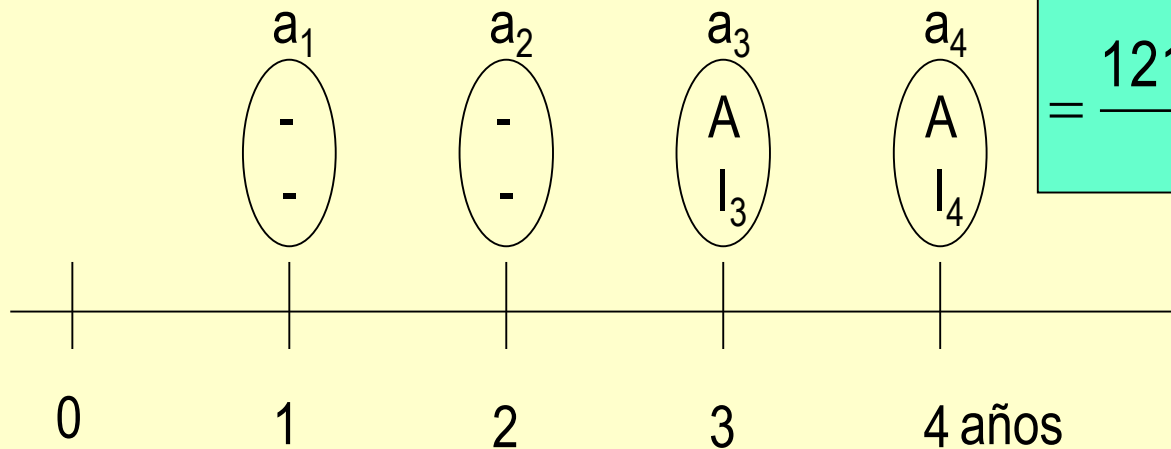
Sistema lineal con cuotas de amortización constantes

Primer pago transcurridos 3 años ($d = 2$ años)

Cuadro amortización?

Caso 2: Carencia total

$$C_0 \longrightarrow C_2 = C_0 \cdot (1+i)^2$$



$$A = \frac{100.000 \cdot (1+0,1)^2}{2} = \frac{121.000}{2} = 60.500$$

8. PRÉSTAMOS DIFERIDOS

Ejemplo 6:

	(5)	(4)	(1)	(2)	(3)
Perí.	Término amor.	Cuota de interés	Cuota de amortización	Total amortizado	Capital vivo
0	-	-	-	-	100.000
1	0	0	0	0	110.000
2	0	0	0	0	121.000
3	72.600	12.100	60.500	60.500	60.500
4	66.550	6.050	60.500	121.000	0
Total	139.150	18.150	121.000	121.000	0

TEMA 8: PRÉSTAMOS

