ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

Departamento de Expresión Gráfica, Diseño y Proyectos

Área de Expresión Gráfica en la Ingeniería

TRABAJO FIN DE GRADO

ESTUDIO Y MODELIZADO 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS QUE LEONARDO DA VINCI DISEÑÓ EN EL FOLIO 61 RECTO DEL CÓDICE MADRID I

Grado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo del Producto

Autor: Gonzalo Ortega Hinchado

Tutor: Miguel Ángel Contreras López

MÁLAGA, enero de 2024

Resumen

¿Existió esta máquina en sus tiempos o fue otra de las muchas invenciones imposibles de Leonardo?

No hay duda de que da Vinci fue un visionario y que hoy en día es considerado como uno de los genios de toda la historia de la humanidad. En sus diseños, de la gran cantidad de manuscritos que dejó como legado, podemos encontrar ejemplos como el helicóptero, capaz de cumplir su ansiado sueño de volar aunque impensable para su época, o las utópicas máquinas de movimiento perpetuo destinadas a generar energía infinita. Este proyecto analiza un tipo de máquina de trabajo más cotidiana y a priori de menor envergadura en comparación con sus famosos puentes o grandes inventos bélicos, las máquinas para crear y pulir espejos. Con una superficial investigación de los diferentes tipos de máquinas de espejos planos y cóncavos de sus numerables diseños, comparamos la versatilidad y desventajas frente a nuestra estudiada máquina del Códice Madrid I, f. 61r (BNE) destinada a pulir espejos ustorios. El fundamento de diseño y fabricación se apoya con un modelizado 3D, realizado con la herramienta CAD SolidWorks, como complemento gráfico y con explicaciones detalladas sobre las geometrías y elementos escogidos para conformar el conjunto completo de la máquina.

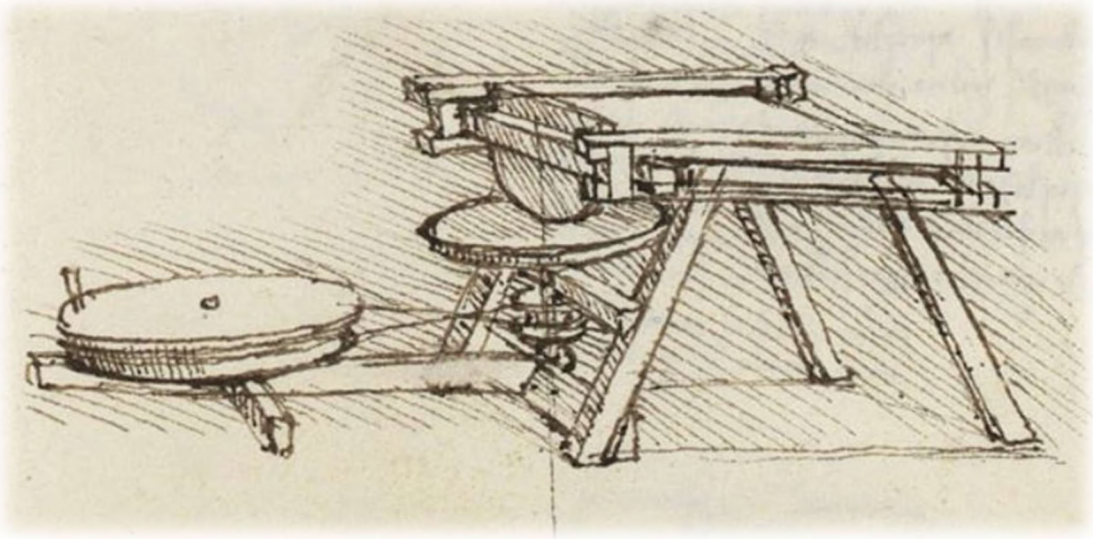
Summary

Did this machine exist in his time or was it just another of Leonardo's many impossible inventions?

There is no doubt that da Vinci was a visionary and that today he is considered one of the geniuses of all human history. In his designs, in the large number of manuscripts he left as a legacy, we can find examples such as the helicopter, capable of fulfilling his longed-for dream of flying but unthinkable for his time, or the utopian perpetual motion machines designed to generate infinite energy. This project analyses a more everyday type of working machine, a priori smaller in scale compared to his famous bridges or great military inventions, the machines for creating and polishing mirrors. With a superficial investigation of the different types of flat and concave mirror machines of his numerous designs, we face the versatility and disadvantages compared to our studied machine of the Codex Madrid I, f. 61r (BNE) destined to polish ustorius mirrors. The fundamentals of design and manufacture are supported by a 3D modelling, carried out with the CAD tool Solidworks, as a graphic complement and with detailed explanations of the geometries and elements chosen to make up the complete set of the machine.

#keywords

Leonardo da Vinci, Códice Madrid, Biblioteca Nacional de España, máquina antigua, rediseño, espejos ustorios, mirror polishing machine, burning mirrors, óptica, cáustica, espejo cóncavo y esférico, parabólico, espejo solar, rayo solar de Arquímedes, leyenda de Siracusa, Archimedes solar death ray, conde Buffon, lentes para análisis químico, Renacimiento italiano, modelo tridimensional, modelado 3D, modelizado, CAD CAM CAE, Solidworks, ensamblaje de conjunto, planos de despiece, simulaciones MEF, FEA, análisis estático de esfuerzos, diseño robusto, vista explosionada, estados de visualización, configuraciones, transmisión por correa dentada, correa sincronizante, proceso de pulido, muela giratoria de piedra



Manuscrito original de la máquina de pulir espejos ustorios del CM1_0061r



Imagen digital del rediseño de la máquina de Leonardo da Vinci

Abreviaturas

BNE	Biblioteca Nacional de España
CA	Códice Atlántico
CAr	Códice Arundel
CM1	Códice Madrid I
CM2	Códice Madrid II
MsA	Manuscrito A
MsB	Manuscrito B
MsG	Manuscrito G

Referencias a un folio concreto de un manuscrito

La forma usada para abreviar un folio en particular referenciado de algún manuscrito de Leonardo ha sido la siguiente:

CM1_0018r	Folio 18 recto del Códice de Madrid I
CA_0781av (c. 1508)	Parte “a” del folio 781 verso del Códice Atlántico, datado en 1508

Índice general

1. Introducción 25
2. Objetivos 28
3. Metodología 29
4. Leonardo da Vinci, “el hombre del Renacimiento” 30
5. Antecedentes históricos 32
6. Leonardo da Vinci y sus espejos 37
    6.1. Contexto histórico-tecnológico de los espejos durante los años de Leonardo 37
    6.2. Estudios de óptica y sobre espejos de Leonardo 40
    6.3. Las máquinas de espejos de Leonardo 81
7. La máquina de pulir espejos del CM1_0061r 104
    7.1. Análisis en profundidad y comparativas 108
        7.1.1. Funcionamiento de la máquina 109
        7.1.2. Origen del movimiento y rueda motriz 110
        7.1.3. La relación de transmisión 112
        7.1.4. La correa de transmisión 113
        7.1.5. Reflexiones sobre la mesa base y las piedras 121
        7.1.6. Reflexiones sobre el eje rotatorio vertical 123
    7.2. Conclusiones 128
8. Modelado de su versión funcional 132
    8.1. Planificación del modelado 132
    8.2. Desarrollo técnico y geométrico de las piezas 134
        8.2.1. Interferencia entre las piezas de piedra: el espejo y fresa 135
        8.2.2. El eje vertical principal 138
        8.2.3. La mesa 141
        8.2.4. La entrada 145
        8.2.5. Refuerzos metálicos 147
    8.3. Diseño de la transmisión 149
        8.3.1. Rueda conducida 151
        8.3.2. Rueda motriz 152
        8.3.3. Verificación de valores 153
        8.3.4. Correa dentada 155
    8.4. Montaje del conjunto completo 158
        8.4.1. Configuración de máximo tamaño 159
        8.4.2. Configuración de tamaño medio 162

8.4.3. Configuración de tamaño pequeño.....163
8.5. Simulaciones de esfuerzos 164
8.5.1. MEF de la mesa.....165
8.5.2. MEF del eje.....168
9. Modelo final 174
10. Bibliografía 196

Anexo A. Estudios geométricos y ópticos implicados en los espejos..... 201
1. Parábola y paraboloide.....202
2. Circunferencia y esfera 208
3. Los espejos cóncavos y su óptica.....210
4. Ejemplo práctico 215
4.1. Posibles configuraciones en la disposición de espejos 215
4.2. Comparativa de geometrías y masas.....219
4.3. Generación termosolar del espejo esférico 224
4.4. Generación termosolar del espejo parabólico.....227
5. Ensayos con espejos ustorios: el rayo de la muerte de Arquímedes.....234

Anexo B. Artículos científicos de investigación sobre espejos ustorios 239

- David Carramolino del Valle (1993) "El espejo ustorio de Buffon: entre la leyenda de Siracusa y la tradición del análisis químico"
- A. González-Cano (2015) "Alhacén: una revolución óptica"
- W. E. Knowles Middleton (1961) "Archimedes, Kircher, Buffon and the Burning Mirrors"
- Aleksander Sztejnberg (2019) "Priestley, Scheele, Lavoisier, y las lentes ardientes"
- P.E. Spargo (2016) "A remarkable vision: Brewster's 1822 proposal for a National Burning Aparatus"

Anexo C. Planos del conjunto.....305

Índice de figuras

Figura 1. Facsímil del Códice Madrid II en exposición de la BNE (Madrid). 25

Figura 2. Pintura del Real Alcázar de Madrid previo a su incendio de 1734. *https://www.cartemexclusive.com/historia-completa-codices-madrid/* 26

Figura 3. Mecanismo para cargar un resorte. Detalle del CM1_0014r, BNE (Madrid). 27

Figura 4. Franceso y Raffaello Petrini, *Veduta della Catena* (1887). Florencia en la época de Leonardo. 30

Figura 5. Primera pintura de Leonardo, *Paisaje del valle del Arno* (15/08/1473). Galería de los Uffizi (Florencia). 31

Figura 6. Pintura sobre la leyenda de Siracusa con el rayo de la muerte de Arquímedes. *https://talesoftimesforgotten.com/2019/04/11/archimedess-death-ray-debunked/* 33

Figura 7. Dibujo del rayo de Arquímedes, Libro de la Óptica de Alhazeni en su versión traducida al latín (1572). *https://muslimheritage.com/ibn-haytham-eye-brain/* 33

Figura 8. La *verga ustoria* de Cavalieri (*Lo specchio ustorio*, 1632). 34

Figura 9. *Ars Magna Lucis et Umbrae* de A. Kircher (1646). 34

Figura 10. Grabado del mito de Arquímedes, Ars Magna Lucis et Umbrae de A. Kircher (1646). *https://asgoped.wordpress.com/2019/04/29/* 35

Figura 11. Thomas Dobson y Robert Scot, *Burning Lens Encyclopedia* (1794). Parker's Burning Lens, el espejo de Buffon y otros. *https://www.artoftheprint.com/artistpages/scot_robert_burninglens.htm* 36

Figura 12. Cuadro de la máquina solar de Augustine Mouchot, la más grande de su época, durante la Exposición Universal de París en 1878. *https://www.researchgate.net/figure/Augustine-Mouchots-sun-machine-the-largest-of-its-time-on-displ-ay-at-the-Universal_fig2_266890248* 36

Figura 13. Fotografía de la cúpula de la catedral de Florencia vista desde el campanari de Guiotto. *https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Lanterna_on_dome_of_Florence_Cathedral_viewed_from_top_of_bell_tower.jpg* 37

Figura 14. Detalle de un dibujo que explica la ley de la reflexión. MsA_0019r (c. 1490), Bibliothèque de l'Institut de France (París). 40

Figura 15. Estudio de la curvatura parabólica mediante el corte a un cono. Detalle del CA_0087r (c. 1480), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 41

Figura 16. Estudio de la curvatura parabólica mediante el corte a un cono. CA_0811r, Biblioteca Ambrosiana (Milán). 41

Figura 17. Estudio preciso de la parábola utilizando su compás y reglas. CA_1093r (c. 1514), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 42

Figura 18. Trazado de una meridiana de reloj. CA_1022v, Biblioteca Ambrosiana (Milán). 43

Figura 19. Estudio de la curvatura de un espejo ustorio. CA_1055r (c. 1478), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 44

Figura 20. Diagramas de rayos visuales. CA_0978av (c. 1485), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 45

Figura 21. Estudios ópticos de "la pirámide luminosa" y la "bola dorada". CA_0978ar (c. 1485), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 45

Figura 22. Estudios de luz y sombra sobre cuerpos no opacos. CA_0967dr (c. 1504), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 46

Figura 23. Estudios ópticos sobre intersecciones de rayos. CA_0226r (c. 1508), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 46

Figura 24. Estudios de la reflexión en espejos y la percusión. CAr_0085r, British Library (Londres). 47

Figura 25. Estudios de ángulos reflejados sobre superficies cóncavas, cáusticas y sobre percusión. CAr_0085v, British Library (Londres). 48

Figura 26. Preconfiguración del telescopio reflector. CAr_0086v, British Library (Londres). 49

Figura 27. Estudios sobre cáusticas y reflexión de los rayos de luz en un espejo cóncavo. CAr_0087r, British Library (Londres). 50

Figura 28. Estudios sobre la reflexión del Sol en espejos cóncavos y su cáustica. CAr_0084v, British Library (Londres). 51

Figura 29. Estudios sobre la reflexión del Sol en espejos cóncavos y su cáustica. CAr_0088r, British Library (Londres). 53

Figura 30. Estudios sobre la reflexión del Sol en espejos cóncavos y su cáustica. CA_0087v, British Library (Londres). 54

Figura 31. Estudios sobre la reflexión del Sol en espejos cóncavos y su cáustica. CA_0086r, British Library (Londres). 55

Figura 32. Estudios sobre rayos incidentes y reflejados, superficies curvas y perspectivas. CA_0750r, Biblioteca Ambrosiana (Milán). 56

Figura 33. Concentración de los rayos reflejados por espejos cóncavos (dibujo superior). CA_1086r (c. 1500), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 57

Figura 34. Estudios sobre espejos cóncavos y reflexión de rayos. CA_0823ar (c. 1503), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 58

Figura 35. Estudios sobre espejos curvos. CA_0798ar (c. 1486), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 59

Figura 36. Estudio de proporciones para espejos a partir de un semicírculo seccionado. CA_0781av (c. 1508), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 60

Figura 37. Secciones varias de un semicírculo. CA_0776br (c. 1500), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 61

Figura 38. Reflejos de rayos solares a través de un espiráculo. Detalle del CA_0705v (c. 1497), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 61

Figura 39. Reflejos de rayos solares a través de un espiráculo. Detalle del CA_0705r (c. 1497), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 62

Figura 40. Estudios ópticos. Detalle del CA_0664r (c. 1508), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 62

Figura 41. Máquina para la “silueta”. MsG_0043v, Bibliothèque de l’Institut de France (París). 63

Figura 42. Secciones a conos y semiesferas para espejos. Detalle del CA_0657r (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 64

Figura 43. Intersecciones de rayos visuales y estudios sobre lentes. CA_650r (c. 1508), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 65

Figura 44. Apuntes sobre espejos ustorios, creación de formas curvas y cóncavas mediante corte y lijado. MsG_0016r, Bibliothèque de l’Institut de France (París). 66

Figura 45. Apuntes sobre soldaduras, percusión del fuego (impacto de la radiación del calor) y superficies curvas. MsG_0084v (c. 1515). Bibliothèque de l’Institut de France (París). 67

Figura 46. Estudios sobre espejos planos y curvos. CA_0362v (c. 1508), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 68

Figura 47. Estudios sobre reflexión en espejos planos y curvos. CA_0387v (c. 1490), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 69

Figura 48. Apuntes sobre superficies pulidas y curvas. MsG_0045r, Bibliothèque de l’Institut de France (París). 70

Figura 49. Apuntes de la *ignición con vidrio o cobre impreso sobre la superficie curva* (dch). Detalle del MsG_0047v, Bibliothèque de l'Institut de France (París). 71

Figura 50. Apuntes sobre el diseño de movimiento curvo para dar forma y pulir. Detalle del MsG_0051v, Bibliothèque de l'Institut de France (París). 71

Figura 51. Apuntes sobre el diseño de movimiento curvo para dar forma y pulir. MsG_0053r, Bibliothèque de l'Institut de France (París). 72

Figura 52. Desarrollos de paraboloides. MsG_0068r, Bibliothèque de l'Institut de France (París). 73

Figura 53. Apuntes sobre espejos cóncavos. MsG_0073v, Bibliothèque de l'Institut de France (París). 74

Figura 54. Estudios sobre espejos curvos. CA_0587r (c. 1503), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 74

Figura 55. Estudios sobre espejos curvos. CA_0672r (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 75

Figura 56. Estudios sobre espejos curvos y reflejos. CA_0672v (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 76

Figura 57. Estudios sobre espejos curvos. CA_0751v, Biblioteca Ambrosiana (Milán). 77

Figura 58. "Vela" encerrada entre dos espejos. Detalle del CA_0924r (c. 1490), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 78

Figura 59. Estudios ópticos, sombras y luz, espejos curvos. CA_0955r (c. 1490), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 79

Figura 60. Estudios sobre espejos y óptica. Detalle del CA_0955v (c. 1490), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 80

Figura 61. Máquinas para hacer espejos cóncavos. CA_0017v (c. 1478), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 81

Figura 62. Máquina de pulir espejos cóncavos (dch.). CA_1068r (c. 1480), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 82

Figura 63. Bocetos varios de mecanismos y máquinas de espejos. CA_0018v (c. 1478), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 83

Figura 64. Máquina para hacer espejos cóncavos. CA_0087r (c. 1480), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 84

Figura 65. Renderizado 3D que explica el funcionamiento de la máquina del CA_0087r. *"Atlas Ilustrado de Las Máquinas de Leonardo" (2006) Mario Taddei, Edoardo Zanon.* 86

Figura 66. Máquina para hacer espejos planos. CM1_0163v, BNE (Madrid). 87

Figura 67. Máquinas para hacer espejos planos. CM1_0164r, BNE (Madrid). 88

Figura 68. Estudio de una máquina de hacer espejos cóncavos. Detalle del CM1_0060v, BNE (Madrid). 89

Figura 69. Máquina de hacer espejos cóncavos. Detalle del CM1_0016v, BNE (Madrid). 89

Figura 70. Máquina para hacer espejos planos. Detalle del MsB_0013r, Bibliothèque de l'Institut de France (París). 90

Figura 71. Máquina para hacer espejos planos. Detalle del MsB_0021v, Bibliothèque de l'Institut de France (París). 90

Figura 72. Máquina para hacer espejos cóncavos (inferior centro). CM1_0119v, BNE (Madrid). 91

Figura 73. Máquina de muela fija para pulir espejos cóncavos. CA_0801r, Biblioteca Ambrosiana (Milán). 92

Figura 74. Máquinas para fabricar espejos cóncavos. CA_0823ar (c. 1503), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 93

Figura 75. Bocetos varios de máquinas para pulir espejos cóncavos. CA_1057v, Biblioteca Ambrosiana (Milán). 94

Figura 76. Máquinas de muela fija para pulir espejos cóncavos. CA_0879r, Biblioteca Ambrosiana (Milán). 95

Figura 77. Máquinas de hacer espejos planos y cóncavos. CA_1072r, Biblioteca Ambrosiana (Milán). 96

Figura 78. Máquinas de pulir espejos planos. CA_1115r (c. 1486), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 97

Figura 79. Máquinas varias de hacer espejos planos y cóncavos. CA_1103v (c. 1504), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 98

Figura 80. Máquina para hacer espejos curvos. CA_1017r (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 100

Figura 81. Máquinas para hacer espejos curvos. CA_1017v (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 101

Figura 82. Máquinas para hacer espejos curvos. CA_1036r (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 102

Figura 83. Máquinas para hacer espejos curvos. CA_1036v (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 103

Figura 84. Códice Madrid I, folio 60 verso. Biblioteca Nacional de España (Madrid). 104

Figura 85. Códice Madrid I, folio 61 recto. Biblioteca Nacional de España (Madrid). 106

Figura 86. Máquina para hacer espejos cóncavos. Detalle del CM1_0061r, BNE (Madrid). 108

Figura 87. Esquema del funcionamiento de la máquina CM1_0061r guiado por letras en orden. 109

Figura 88. Renderizado 3D de la sierra mecánica del CA_1087ar movida por una noria hidráulica. "Atlas Ilustrado de Las Máquinas de Leonardo" (2006) Mario Taddei, Edoardo Zanon, Domenico Laurenza. 110

Figura 89. Dibujo de una almazara hidráulica para moler aceitunas. *Las obras públicas en la España de los Austrias p.377*. BNE (Madrid). 111

Figura 90. Comparativa de rodamientos respecto a su capacidad y dirección de carga. Rodamiento axial a la izquierda, y radial a la derecha. *https://www.nskeurope.es/es/bearings/products/ball-bearings/thrust-ball-bearings.html https://www.bearingstransmission.com/nuevo/product/rodamiento-radial-de-bolas-de-contacto-angular-prueba-2/* 111

Figura 91. Rodamiento de bolas de Leonardo. Detalle del CM1_0020v (c. 1498), Biblioteca Nacional de España (Madrid). *https://es.quora.com/Por-qu%C3%A9-la-gente-cree-que-da-Vinci-fue-s%C3%BAper-polifac%C3%A9tico-cuando-en-realidad-fue-un-gran-pintor-con-inclinaciones-cient%C3%ADficas-Sus-dibujos-sobre-inventos-no-eran-practicos-Si-es-que-hasta-lo* 112

Figura 92. Ejemplos de diferentes cadenas. Detalle del CM1_0010r, BNE (Madrid). 114

Figura 93. Tijeras dentadas de hierro que usan un sistema de rodillos y eslabones. CA_0023r (c. 1504), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 115

Figura 94. Mecanismo de cadena usado en una de sus máquinas para elevar agua. Detalle del CA_1069v (c. 1480), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 116

Figura 95. Bocetos de cadenas de eslabones y rodillos para el pedernal-disparador de un arma. CA_0987r, Biblioteca Ambrosiana (Milán). 117

Figura 96. Bocetos de eslabones para bisagra similar al CAr_0150v. CM1_172r. BNE (Madrid). 118

Figura 97. Sistema de transmisión por una banda plana. Detalle del CA_1090v (c. 1495), Biblioteca Ambrosiana (Milán). 119

Figura 98. Correa de distribución de un coche actual. *https://www.autobild.es/practicos/cambiar-correa-distribucion-todo-debes-saber-785247* 120

Figura 99. Muestra casera de una posible configuración de correa dentada antigua. 120

Figura 100. Comparativa de las máquinas para espejos cóncavos de muelas fijas y transmisión por correas. CM1_0061r izq. y CA_0017v (c. 1478) dch. 121

Figura 101. Máquina de muela fija. Detalle del CA_0801r, Biblioteca Ambrosiana (Milán). 122

Figura 102. Mecanismo de cuña para la máquina del CM_0061r (detalle invertido Я|R). 123

Figura 103. Mecanismo para el soporte de ejes giratorios. CM1_0101v, BNE (Madrid). 125

Figura 104. Máquinas de muelas fijas para pulir espejos. Detalle del CA_0879r. 126

Figura 105. Máquina para espejos cóncavos. Detalle del CA_1103v (c. 1504). 127

Figura 106. Partes básicas de la máquina del CM1_0061r. 133

Figura 107. Medición a grandes rasgos en una primera visión. 134

Figura 108. Captura que muestra la interferencia en un trazado inicial del modelado. 135

Figura 109. Boceto del corte de las piedras mostrando la zona de contacto. 136

Figura 110. Esquema (vista de planta) para hallar las ecuaciones a imponer en las restricciones geométricas. 136

Figura 111. Captura del ensamblaje de las piedras cortado por el plano de alzado donde se ve la holgura entre ambas parábolas controlada por el valor *x=Σ23,03*. 137

Figura 112. Datos de las variables y ecuaciones paramétricas que controlan las cotas del modelado de la *piedra fresa* (pieza 02.PiedraFresa). 137

Figura 113. Captura del corte de las piedras y el soporte del espejo. 138

Figura 114. Captura del eje principal y sus piezas adaptables e intercambiables. 139

Figura 115. Captura del eje principal apoyado en el soporte para ejes giratorios de Leonardo. 140

Figura 116. Captura del despiece de la mesa. 141

Figura 117. Perfil de nuestra mesa y su semejanza con un Torii tradicional de Japón. *https://www.discoverkyoto.com/places-go/fushimi-inari-taisha/* 142

Figura 118. Comparativa de las posibles tablas de sujeción entre patas y el eje principal. 142

Figura 119. Esbozo de la colocación inicial de la muela parabólica sobre el bloque macizo. 143

Figura 120. Boceto donde se busca la ecuación que controle el espesor de la fresa en el tablero. 144

Figura 121. Captura de las ecuaciones que controlan la pieza *09.Tablero* de la mesa. 144

Figura 122. Captura del proceso del subensamblaje ENTRADA. 146

Figura 123. Captura del tablón que dista los ejes de las ruedas mediante la variable *C*. 147

Figura 124. Detalle de los refuerzos metálicos (1). 147

Figura 125. Detalle de los refuerzos metálicos (2). 148

Figura 126. Tipos y dimensiones (mm) estándar de las correas dentadas actuales. Catálogo “V-Belts, Timing and Flat Drive Belts” de TYMA CZ, s.r.o. (ČSN EN ISO 9001:2016 standard). 149

Figura 127. Esquema de las partes y nomenclatura de una polea y correa dentada. *https://morfreeov.xyz/product_details/76805327.html* 150

Figura 128. Croquis base del diente a cortar en la rueda conducida. 150

Figura 129. Rueda conducida con una longitud de cuerda medida del paso circular. 151

Figura 130. Rueda motriz con una longitud de cuerda medida del paso circular. 152

Figura 131. Esquema y nomenclatura del segmento circular. *https://es.wikipedia.org/wiki/Segmento_circular* 153

Figura 132. Captura de nuestro segmento circular. 154

Figura 133. Captura del segmento circular y su ángulo. 155

Figura 134. Captura de la operación que modela la correa base. _____ 156
Figura 135. Captura de la sección y perfil del diente. _____ 156
Figura 136. Captura del paso de la correa medido. _____ 157
Figura 137. Captura del gestor de diseño sin desglosar en el ensamblaje completo._____ 158
Figura 138. Vista isométrica del conjunto en la configuración de máximo tamaño final._____ 160
Figura 139. Vista del conjunto en la configuración de máximo tamaño en proceso. _____ 161
Figura 140. Vista del conjunto en la configuración de máximo tamaño en proceso. _____ 161
Figura 141. Vista del conjunto en la configuración de tamaño medio final. _____ 162
Figura 142. Vista del conjunto en la configuración de tamaño pequeño final. _____ 163
Figura 143. Captura de pantalla de las bibliotecas de materiales de Solidworks._____ 164
Figura 144. Captura de pantalla del mallado de la mesa y sus condiciones de contorno. _____ 166
Figura 145. Captura de pantalla de los resultados del análisis estático de la mesa. _____ 166
Figura 146. Captura de pantalla de la zona con mayores tensiones en la mesa. _____ 167
Figura 147. Captura de pantalla de los desplazamientos de la mesa. _____ 168
Figura 148. Captura de pantalla del mallado del eje completo._____ 169
Figura 149. Captura de pantalla de las tensiones resultantes del eje completo. _____ 169
Figura 150. Captura de pantalla del eje con las iso-superficies de tensiones mayores a 0.5 MPa _____ 170
Figura 151. Captura de pantalla de los desplazamientos del eje completo. _____ 170
Figura 152. Captura de pantalla de las tensiones que sufre la bola. _____ 171
Figura 153. Captura de pantalla del mallado y condiciones de contorno del eje simplificado. _____ 172
Figura 154. Captura de pantalla de las tensiones que sufre el eje simplificado._____ 173
Figura 155. Renderizado de la máquina completa de espejo similar al manuscrito original._____ 174
Figura 156. Renderizado del subensamblaje del eje. _____ 175
Figura 157. Renderizado del subensamblaje del eje, vista inferior. _____ 175
Figura 158. Renderizado del espejo cóncavo parabólico de piedra (pieza 01.PiedraEspejo).____ 176
Figura 159. Renderizado de la muela parabólica de piedra (pieza 02.PiedraFresa). _____ 176
Figura 160. Renderizado del soporte que acopla al espejo (pieza 03.SoporteEspejo). _____ 177
Figura 161. Renderizado del adaptador que conecta el soporte al eje (pieza 04.AdaptadorEje). _____ 177
Figura 162. Renderizado del eje giratorio (pieza 05.EjePrincipal).____ 178
Figura 163. Renderizado de la llave que fija el adaptador y eje (pieza 06.LlaveAdaptador). _____ 178
Figura 164. Renderizado de la rueda dentada que es conducida (pieza 22.RuedaConducida). _____ 179
Figura 165. Renderizado del soporte base de piedra para el eje y rodamientos (pieza 07.SoporteEjeGiratorio). _____ 179
Figura 166. Renderizado de la bola esférica que actúa de rodamiento (pieza 08.BolaRodamiento). __ 180
Figura 167. Renderizado del subensamblaje de la mesa._____ 180
Figura 168. Renderizado del tablero de la mesa (pieza 09.Tablero). _____ 181
Figura 169. Renderizado de la pata de la mesa (pieza 10.Pata). _____ 181

Figura 170. Renderizado de la barra auxiliar de sujeción superior (pieza 11.BarraSup). _____ 182

Figura 171. Renderizado de la barra auxiliar de sujeción inferior (pieza 12.BarraInf). _____ 182

Figura 172. Renderizado del taco que une las barras auxiliares y hace de tope a la barra fijadora (pieza 13.TopeBarras). _____ 183

Figura 173. Renderizado de la barra que fija la piedra fresa a la mesa (pieza 14.BarraFijadora). _____ 183

Figura 174. Renderizado de la tabla que conecta las patas y abraza al eje (pieza 15.TablaSujecionEje). 184

Figura 175. Renderizado del subensamblaje de la entrada._____ 184

Figura 176. Renderizado de la tabla que une la base de las patas y conecta al sistema de entrada (pieza 16.TablaApoyoPatas). _____ 185

Figura 177. Renderizado de la tabla que sostiene la rueda motriz y dista del eje principal (pieza 17.TablaCentrosEjes). _____ 185

Figura 178. Renderizado de la tabla que sostiene la rueda motriz (pieza 18.TablaRuedaMotriz). _____ 186

Figura 179. Renderizado de la llave que conecta las tablas base de la rueda motriz y rigidiza el cojinete (pieza 19.LlaveCojinete). _____ 186

Figura 180. Renderizado del cojinete inmóvil y sobre el que gira la rueda motriz (pieza 20.CojiineteFijo). _____ 187

Figura 181. Renderizado del cojinete incorporado en la rueda motriz sobre el que desliza ésta (pieza 21.CojiineteGiratorio). _____ 187

Figura 182. Renderizado de la rueda dentada que transmite la potencia (pieza 23.RuedaMotriz). ___ 188

Figura 183. Renderizado de la escuadra que conecta el soporte de piedras al eje (pieza 25.EscuadraNervio)._____ 188

Figura 184. Renderizado de la escuadra de varios usos (pieza 26.EscuadraPeq). _____ 189

Figura 185. Renderizado del ángulo que une la tabla del eje a las patas (pieza 27.AnguloPata)._____ 189

Figura 186. Renderizado de la abrazadera de seguridad del eje principal (pieza 28.RefuerzoCilindrico).190

Figura 187. Renderizado del clavo de longitud 39 mm y Ø6 mm (pieza 29.ClavoL39d6)._____ 190

Figura 188. Renderizado del clavo de longitud 24 mm y Ø6 mm (pieza 30.ClavoL24d6)._____ 191

Figura 189. Renderizado del clavo que conecta las barras auxiliares de la mesa (pieza 31.ClavoL170d10). _____ 191

Figura 190. Renderizado del clavo que conecta las tablas de la entrada (pieza 32.ClavoL90d6)._____ 191

Figura 191. Renderizado de la máquina, detalle inferior del eje. _____ 192

Figura 192. Renderizado de la máquina, detalle de las ruedas y correa._____ 192

Figura 193. Renderizado de la máquina completa _____ 193

Figura 194. Renderizado de la máquina completa, vista trasera. _____ 194

Figura 195. Renderizado de una máquina _____ 195

Figura 196: Representación gráfica de la parábola y sus características en el plano cartesiano. *https://calculo.cc/temas/temas_geometria_analitica/lg_conica/teoria/parabola.html* _____ 202

Figura 197. Formación de las distintas curvas cónicas en el espacio. *http://lasmatescontic.blogspot.com/2018/10/conicas.html* _____ 203

Figura 198. Gráfica de la parábola con sus parámetros D, d, F y f. *https://www.analyzemath.com/parabola/parabola_focus.html* _____ 203

Figura 199. Comportamiento de los rayos solar incidentes en una superficie parabólica reflectante. *https://www.thorlabs.com/* 204

Figura 200. Puente del Pedrido (Ponte do Pedrido) que cruza la ría de Betanzos uniendo los municipios de Bergondo y Paderne, en A Coruña (construido en 1943). *https://www.behance.net/gallery/87381479/Pedrido-bridge-Bridges-of-Spain* 205

Figura 201. Representación gráfica de ambos tipos de paraboloides (superficies) en el espacio euclídeo. *https://www.scribd.com/document/376979170/Paraboloid-e* 206

Figura 202. Horno solar cuya superficie reflectora es un paraboloide de revolución. *https://es.wikipedia.org/wiki/Paraboloide#/media/Archivo:ALSOL.jpg* 206

Figura 203. Faro del Nissan GT Skyline R34 (1998) donde se ve un reflector parabólico liso y el otro de múltiples espejos para controlar la convergencia del haz. 207

Figura 204. Pintura de el Faro de Alejandría. *https://www.nuevarevista.net/el-infinito-en-un-junco-un-puente-entre-la-antiguedad-y-el-presente/phare/* 208

Figura 205. Ecuación canónica de la circunferencia en el plano cartesiano. *https://www.neurochispas.com/wiki/ecuacion-de-la-circunferencia-con-centro-fuera-del-origen/* 208

Figura 206. Reflector especular de luz precisa con forma circular y comportamiento lumínico diferente según la posición de la fuente. *https://grlum.dpe.upc.edu/manual/sistemasIluminacion-luminarias-reflectores.php* 209

Figura 207. Representación gráfica de la esfera con sus coordenadas esféricas parametrizadas. *https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Coordenadas_esf%C3%A9ricas_figura.svg* 209

Figura 208. Comparativa de varios tipos de espejos cóncavos en relación con su punto focal *F* y distancia focal *f*. *https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-3/pages/2-2-espejos-esfericos* 210

Figura 209. Esquema gráfico de la aberración exagerada provocada por un espejo esférico y la sección de su cáustica. *http://historiadelaastronomia.wordpress.com/documentos/escoptica/* 211

Figura 210. Canal de colectores cilindro-parabólicos (CPC) para generación de energía termosolar. *https://www.diariorenovables.com/2016/04/conoce-las-diferencias-entre-energia-solar-fotovoltaica-y-termosolar.html* 211

Figura 211. Reflexión de un espejo esférico cóncavo de un rayo paralelo al eje óptico *CP*. *https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-3/pages/2-2-espejos-esfericos* 212

Figura 212. Reflexión de los 4 rayos básicos en un espejo cóncavo donde la imagen (real) se forma donde se cruzan los rayos. *https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-3/pages/2-2-espejos-esfericos* 213

Figura 213. Imagen formada por un espejo cóncavo. *https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-3/pages/2-2-espejos-esfericos* 214

Figura 214. Esquema de la colocación de espejos para fundir o quemar. 215

Figura 215. Central solar de Ivanpah en el desierto de Mojave (California, EE. UU.) *https://dreambigfilm.com/stories/image-29-ivanpah/* 216

Figura 216. Recreación 3D del rayo solar de la muerte de Arquímedes. *https://grabcad.com/library/solar-death-ray-archimedes-1* 216

Figura 217. Pérdida de rayos por espejos secundarios para grandes distancias. 217

Figura 218. Esquema de la disposición de espejos para fundir la muestra en su zona superior. 218

Figura 219. Boceto de las secciones del espejo y sus variables 219

Figura 220. Captura de la sección del espejo parabólico croquizado en SolidWorks y las ecuaciones que lo controlan. _____ 220

Figura 221. Captura de la sección del espejo esférico cóncavo croquizado en SolidWorks. _____ 221

Figura 222. Captura del espejo esférico cóncavo 3D pulido al completo y sus propiedades físicas. ___ 222

Figura 223. Captura del espejo parabólico 3D pulido al completo y sus propiedades físicas. _____ 223

Figura 224. Esquema del caso práctico. _____ 224

Figura 225. Intercambio de calor para cuerpos negros (buen absorbente y radiador) y cuerpos blancos o plateados (mal absorbente y radiador). *https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-2/pages/1-6-mecanismos-de-transferencia-de-calor* _____ 225

Figura 226. Captura del software *Parabola Calculator 2.0* con el que obtener la distancia focal *f* a partir del diámetro *D* y la profundidad *depth*. _____ 227

Figura 227. Captura de PVgis en nuestra zona desdada (datos de latitud, longitud y elevación). _____ 228

Figura 228. Captura de PVgis en nuestra zona desdada (datos de irradiancias y energías del Sol para determinados meses e intervalos de tiempo). _____ 228

Figura 229. Captura de SolTrace en la pestaña *Sun.* _____ 229

Figura 230. Imagen de un ejemplo de planta solar de concentración resuelta en SolTrace. *https://www.nrel.gov/csp/soltrace.html* _____ 229

Figura 231. Captura de SolTrace en la pestaña Geometry, Aperture. _____ 230

Figura 232. Captura de SolTrace en la pestaña *Geometry, Surface.* _____ 230

Figura 233. Captura de SolTrace en la pestaña *Intersections* con nuestro espejo parabólico. _____ 231

Figura 234. Captura de SolTrace en la pestaña *Intersections* con otro colector circular-parabólico. __ 232

Figura 235. Captura de Tonatiuh con su ejemplo incorporado de disco parabólico. _____ 233

Figura 236. Captura de Tonatiuh con un colector de forma parabólica creado desde cero. _____ 233

Figura 237. Rayo de la muerte de Arquímedes de la clase 2.009 “Diseño de Producto” del MIT (2005). *https://web.mit.edu/2.009_gallery/www/2005_other/archimedes/10_ArchimedesResult.html* _____ 235

Figura 238. Disposición de espejos del experimento de MythBusters y la clase del MIT (2005). *https://web.mit.edu/2.009_gallery/www/2005_other/archimedes/10_Mythbusters.html* _____ 236

Figura 239. Barco quemándose durante en el experimento final de los cazadores de mitos (2006). *https://web.mit.edu/2.009_gallery/www/2005_other/archimedes/10_Mythbusters.html* _____ 237

Índice de tablas

Tabla 1. Glosario de máquinas de espejos. 131
Tabla 2. Resumen de variables implicadas. 133
Tabla 3. Listado de piezas del subensamblaje EJE. 138
Tabla 4. Listado de piezas del subensamblaje MESA. 141
Tabla 5. Listado de piezas del subensamblaje ENTRADA. 145
Tabla 6. Listado de piezas metálicas. 147
Tabla 7. Paso de la correa respecto de los dientes. 157
Tabla 8. Configuraciones del ensamblaje de la máquina. 159
Tabla 9. Variables de las configuraciones de máximo tamaño final y en proceso. 159
Tabla 10. Variables de la configuración mediana final. 162
Tabla 11. Variables de la configuración pequeña final. 163
Tabla 12. Propiedades mecánicas de los materiales usados en las simulaciones MEF. 165
Tabla 13. Masas y pesos de la piedra fresa para cada configuración. 168
Tabla 14. Contenido de los planos 306

Índice de ecuaciones

Ecuación 1 52
Ecuación 2 146
Ecuación 3 153
Ecuación 4 153
Ecuación 5 153
Ecuación 6 153
Ecuación 7 153
Ecuación 8 202
Ecuación 9 203
Ecuación 10 204
Ecuación 11 204
Ecuación 12 205
Ecuación 13 208
Ecuación 14 209
Ecuación 15 212
Ecuación 16 212

1. Introducción

Leonardo da Vinci fue tanto el creador como el autor original de la máquina la cual es referenciada en este trabajo para su rediseño. Una característica muy agradecida por la sociedad actual ha sido su gran afán por dejar constancia de sus estudios, obras, investigaciones e inventos en multitud de colecciones manuscritas. Gracias a ello, podemos recrear sus diseños para hacernos una idea más cercana de cómo era la historia y la mecánica y tecnología presentes durante el siglo XV.

Nuestra máquina pertenece al Códice Madrid I, que junto con su hermano el Códice Madrid II, son unos de los manuscritos de origen más curiosos e investigados hasta la fecha debido su remota pérdida. Ambos códices, los cuales permanecieron extraviados durante 150 años, son dos de las mejores obras de Leonardo y actualmente se encuentran en la Biblioteca Nacional de España (Madrid) dentro de una cámara acorazada, junto con otros manuscritos de gran valor como el único ejemplar de "El Cantar del Mio Cid" de 1207 de Per Abbat (se cree fue solo el copista y no el autor) y otros libros incunables.

El Códice Madrid I es también conocido como el "Tratado de Estática y Mecánica", está compuesto por 197 páginas escritas en tinta marrón y contiene una colección de folios y anotaciones en el campo de la estática y mecanismos, tribología, geometría (incluyendo teoremas y cálculos) y diseños de máquinas y herramientas de trabajo. Además de su alto contenido ingenieril, figuran algunas reflexiones filosóficas sobre temas como la naturaleza, el movimiento y la percepción.

El Códice Madrid II, también conocido como el "Códice de Anatomía", está compuesto por 283 páginas escritas en tinta roja y contiene dibujos y anotaciones detalladas sobre el cuerpo humano, sus órganos internos, músculos y huesos. Es considerado una obra maestra en el campo de la anatomía y muestra el gran conocimiento de Da Vinci sobre esta área.



Figura 1. Facsímil del Códice Madrid II en exposición de la BNE (Madrid).

El mismo dibujo del caballo de bronce que aparece en la fotografía anterior fue el que acaparó la portada del periódico El Correo de la UNESCO (octubre 1974) contando los recientes hallazgos sobre los códices encontrados.

Los dos códices llegaron a España gracias a Pompeo Leoni, escultor de Felipe II y, tras una azarosa vida, cayeron en el olvido después de pasar por manos tan ilustres como las de Juan de Espina, posible íntimo amigo de Francisco de Quevedo. Según los historiadores, hasta el mismísimo Carlos I de Inglaterra, el príncipe de Gales y Duque de York por aquel entonces, quiso comprárselo a Espina en 1623. Este decidió entregárselos a Felipe IV, gran aficionado a la lectura, y pasaron a formar parte de los fondos de la Biblioteca de la Torre Alta del Alcázar de Madrid. Finalmente, en 1712, los manuscritos fueron custodiados en la Biblioteca Real para ser protegidos de los intereses que empezaron a suscitar, incluso fuera de nuestras fronteras.

Expertos como Juan Martín Abad, antiguo jefe del Servicio de Manuscritos e Incunables de la Biblioteca Nacional de España, han asegurado que dicho extravío se produjo por culpa de las numerosas mudanzas de la colección real. Además, en 1830 una signatura incorrecta hizo que se encuadernaran y registrasen equivocadamente junto a otro libro del siglo XV pasando inadvertido entre los millones de volúmenes de la Biblioteca Nacional.

Este error fue descubierto en 1964 por Jules Piccus, un americano experto en literatura que devolvió del olvido estas joyas de Leonardo. Tras el hallazgo recibieron el nombre de "Códice Madrid I" y "Códice Madrid II". El primero, fechado entre el 1 de enero de 1493 y el 28 de septiembre de 1497, se encuentra un dispositivo que perfeccionó el mecanismo de los relojes, entre otros muchos «inventos». En cuanto al segundo –datado entre 1503 y 1505– es un inventario de lo que fuera la biblioteca personal del creador de «La Gioconda».



Figura 2. Pintura del Real Alcázar de Madrid previo a su incendio de 1734.
https://www.cartemexclusive.com/historia-completa-codices-madrid/

Desde entonces, ambos Códices y la figura e inventos de Leonardo han sido el punto de mira de nuevas investigaciones y estudios, habiendo cobrado fuerza en los años últimos años, desde 2014.

La preocupación de Leonardo por los métodos para enfocar la luz y mejorar la óptica mediante espejos y lentes le llevó a crear más de 200 dibujos sobre el tema. Basándose en herramientas geométricas y en su talento para los trazos, determinó formas y dimensiones bastante precisas para lentes y espejos. Para obtener superficies cóncavas, Leonardo diseñó varios tipos de máquinas, como se recoge en el Códice Atlántico y el Códice Madrid I, que veremos en el apartado 6. Leonardo da Vinci y sus espejos.

El Códice Madrid I reúne numerosas hipótesis de mecanismos, profundizando en la interacción de varias superficies y su movimiento relativo, la generación de fuerzas de fricción, el desgaste y lubricación, vibraciones que generan ruido o armonía, geometrías de contacto, propiedades de fluidos circundantes, propiedades y características de los objetos en movimiento…

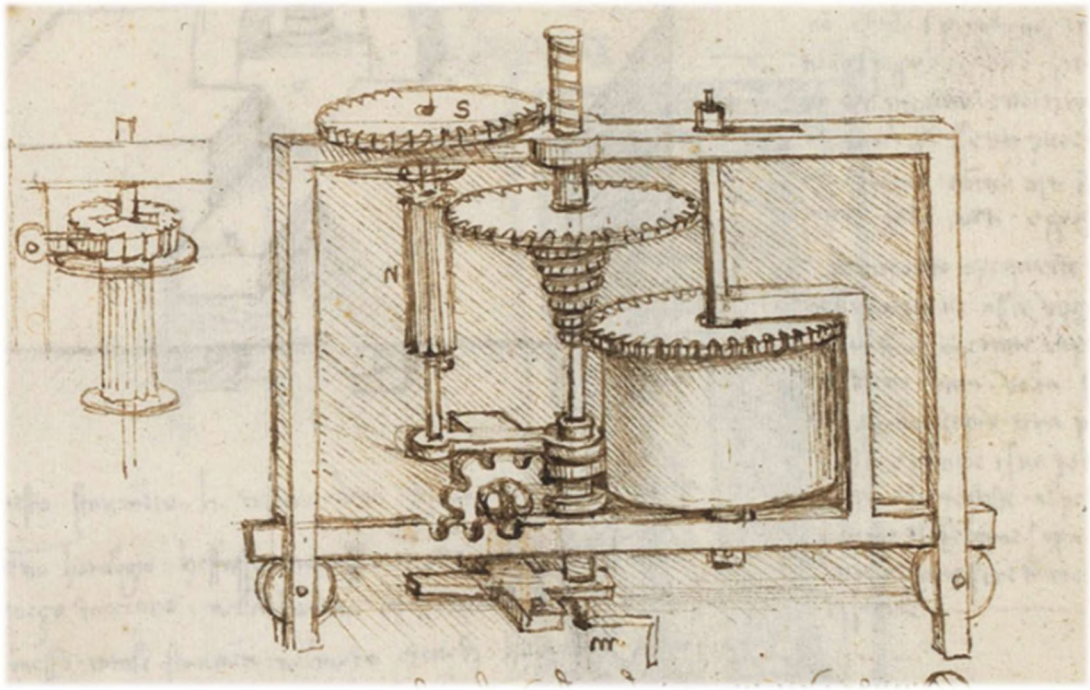


Figura 3. Mecanismo para cargar un resorte. Detalle del CM1_0014r, BNE (Madrid).

Los manuscritos y bocetos dejados por Leonardo Da Vinci comprenden una buena parte de los conocimientos técnicos de su época, adquiridos a partir de observaciones, conversaciones con técnicos y expertos de diferentes campos, y métodos experimentales, algunos de ellos de gran precisión. La combinación de todos estos aspectos, junto con la capacidad de representar los detalles gráficamente y por escrito, permitió la creación de un nuevo conocimiento: el conocimiento intuitivo.

2. Objetivos

La principal finalidad es el estudio sobre una de las máquinas de pulir espejos que Leonardo dibujó en sus manuscritos, entendiendo su propuesta y discutiendo sus fundamentos mecánicos aptos para el posible funcionamiento. Dicha muela para espejos cóncavos es la presente en el folio 61 recto del Códice Madrid I.

Identificar, recopilar y analizar grosso modo para clasificar los otros tipos de máquinas y mecanismos sobre espejos encontrados en los variados códices y manuscritos de Leonardo durante la investigación y búsqueda de material sobre esta temática.

Junto a ello, se acompaña el proceso desde cero y la elaboración de todo su modelo tridimensional construible, con ensayos y argumentos sobre las geometrías utilizadas. Dado que la máquina sirve para fabricar un producto derivado, los espejos, se ha procedido abordando una máquina capaz de crear diferentes tamaños, pudiendo variar las tallas de espejos acorde a sus piezas intercambiables y variables en dimensiones.

Aun sin calcular la potencia necesaria para hacer funcionar la máquina debido al desconocimiento de las técnicas y mediciones experimentales de los datos necesarios, además de alejarse del objetivo del proyecto (estudio y recreación 3D), hay realizadas unas breves simulaciones estáticas de esfuerzos para verificar si las piezas clave son capaces de soportar la carga máxima impuesta en régimen de parada.

Concluir si la máquina pudo llevarse a cabo para la época siendo eficiente y viable o si fue un diseño planteado de sus muchas ideas imaginativas e intenciones imposibles de lograr.

Investigar los antecedes históricos sobre los espejos ustorios y varios experimentos llevados a cabo por otros científicos para el análisis químico o la recreación de la leyenda del espejo solar “el rayo de la muerte de Arquímedes”.

Poner en práctica el uso de un software CAD/CAM/CAE, SolidWorks, demandado en la industria e ingeniería como motivación para continuar con mi desarrollo profesional.

Obtener mi segundo título universitario de ingeniero para completar el Doble Grado en Ingeniería Mecánica e Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo del Producto.

3. Metodología

Búsqueda e investigación en los manuscritos sobre folios, y traducción de los textos desde el inglés o italiano transcrito en los códices digitalizados. La temática específica a concretar ha sido óptica y reflexión, cáusticas, parábolas, rayos solares, apuntes y estudios sobre espejos, máquinas para pulir espejos y mecanismos secundarios para su funcionamiento (cadenas y correas, engranajes, rodamientos…).

Recopilación de material gráfico, datos e información para su redacción de diversos artículos, webs, etc. (fuentes citadas en el apartado 10 de bibliografía). Todas aquellas figuras sin especificar su fuente son de elaboración propia.

Interpretación y análisis de las máquinas para comprender la transmisión de movimiento, la posible intencionalidad de Leonardo, y la valoración de carencias y ventajas de cada tipo. Explicación y justificación de todo lo averiguado durante este proceso.

Indagación sobre los espejos ustorios y su historia, sus aplicaciones antiguas, y exploración de la óptica que usan para la generación de energía termosolar.

Elaboración 3D del conjunto diseñado y definido al completo, con sus planos técnicos correspondientes, mediante conocimiento adquirido con formación tanto ajena como autodidacta. El software usado para este modelado ha sido Solidworks, con la licencia para estudiantes proporcionada por la Universidad de Málaga.

SolidWorks 2022 SP02 (Dassault Systèmes Corp.) Versión 30.2.0.46

4. Leonardo da Vinci, "el hombre del Renacimiento"

Leonardo da Vinci (Vinci, 15 de abril 1452 – Amboise, 2 de mayo 1519) fue con diferencia el que más aportó a la ciencia y tecnología occidental, de la cual brotaría y florecería la revolución industrial plantada en el Renacimiento italiano.

"Leonardo da Vinci era como el hombre que se despierta demasiado pronto, cuando reina la oscuridad y los demás aún duermen" (Sigmund Freud)

La vida de Leonardo abarcó 67 años del Renacimiento, una era de descubrimiento y expansión, pero también de conflicto y guerra. Durante su época, Italia gozó de una prosperidad y privilegios sin precedentes, convirtiéndose en una piedra angular de uno de los períodos de la creatividad más fructíferos en la historia de la civilización. Leonardo nació justo al poco de crearse la imprenta en 1440 y casi al mismo tiempo en que Gutenberg presentaba la imprenta de tipos móviles en 1450. Constantinopla, la capital del imperio bizantino, cayó en 1453 en manos de los turcos otomanos. En 1492, cuando Cristóbal Colón arribó el Nuevo Mundo, Leonardo tenía 40 años.



Figura 4. Franceso y Raffaello Petrini, *Veduta della Catena* (1887). Florencia en la época de Leonardo.

Los variados cuadernos manuscritos de da Vinci sobre ingeniería, arquitectura, anatomía, ciencia y arte, recopilados hoy día en diversos códices y colecciones, están llenos de apuntes, observaciones e hipótesis que, en su gran mayoría, serían posteriormente desarrollados y validados por investigadores y científicos. Innumerables bocetos y planos sobre máquinas e ingenios llegarían a convertirse en realidad siglos después, confirmando la gran visión que tenía el genio y lo adelantado e iluminado que era para su época.

Su intelecto era tan impaciente como obsesionado. Exceptuando algunos intereses científicos como el vuelo o la anatomía humana, nada absorbía su atención demasiado tiempo. Además de ser un gran protocientífico, era un artista y pintor sublime que, por desgracia, no podía permitirse la demora en la ejecución de una única obra de arte debido al enorme peso de las demasiadas cosas que hacer y reclamos que se le exigían en otros empeños más importantes.

A principios del siglo XV, los florentinos se propusieron igualar o superar en magnificencia a las catedrales de Siena, Milán y Venecia con la cúpula de su catedral, la Santa Maria del Fiore, que se inició en 1296 y tardó más de 170 años en construirse. En el 1400 ya estaba asentada la cúpula de madera que acabó finalizándose bajo el mando del arquitecto y proyectista Filippo Brunelleschi en 1436, gracias a un diseño de doble pared que construyó con cabestrantes y grúas que elevaron los más de 4 millones de ladrillos hasta 106 metros de altura. En sus días fue la más grande construida y aun ahora sigue siendo la mayor cúpula de albañilería del mundo.

Pasados 35 años desde esta obra, el taller de Andrea del Verrocchio recibió el encargo por los Médicis (la familia poderosa de Florencia, y promotores de la obra) de coronar dicha cúpula con una bola dorada 2.4 metros de diámetro. Leonardo, que trabajaba como aprendiz en el taller, participó en dicho proyecto a sus 19 años. Dicho taller, entorno ideal de aprendizaje, y la ocasión de estudiar la tecnología pionera de Brunelleschi, hicieron que acompañase su obsesión por la ingeniería durante toda su vida.

"La mente del pintor ha de asemejarse al espejo, que siempre se transmuta en el color de aquella cosa que en él se refleja y se colma de tantas imágenes como cosas se colocan en él" (Leonardo da Vinci)

Por regla general, lo más conocido sobre Leonardo quizás sea el gran afán que tenía por su sueño de volar, con todos los mecanismos y dispositivos que diseñó al respecto, su enorme desarrollo en ingeniería civil y sobre puentes, las incontables armas bélicas y algunas de sus pinturas estrella como "La Última Cena" y la "Mona Lisa". Sin embargo, en este trabajo profundizamos en un área específica del que también hay constancia dedicó muchos diseños, las máquinas de pulir espejos. Las máquinas de trabajo eran un campo de gran demanda para aquellos años, en donde facilitarse las tareas y optimizar los procesos fueron cruciales para el temprano avance de la revolución industrial.



Figura 5. Primera pintura de Leonardo, *Paisaje del valle del Arno* (15/08/1473). Galería de los Uffizi (Florencia).

5. Antecedentes históricos

La RAE define **ustorio** como "el que quema" (del latín *ustor, -ōris*), y al adjetivo raro de espejo ustorio como:

> Espejo cóncavo que, puesto de frente al sol, refleja sus rayos y los reúne en el punto llamado foco, produciendo un calor capaz de quemar, fundir y hasta hacer que se volatilicen los cuerpos allí colocados.

Los espejos ustorios han sido utilizados a lo largo de la historia para la fundición de metales, la creación de fuego y cocinar alimentos principalmente. Durante la Edad Media ya se utilizaban para encender hogueras en festivales y para crear fuego en la fabricación de vidrio. Se sabe que Leonardo fue un experto en el tallado de la piedra y la creación de esculturas, prueba de ello es obra más antigua que hay datada en 1471, un retrato del arcángel Gabriel (o incluso autorretrato según Ernesto Solari) realizado en un azulejo de terracota vidriado. Es muy probable que estas habilidades fueran usadas para la fabricación de los espejos de metales y vidrio. Los espejos y hornos eran la principal herramienta que tenían para fundir metales y realizar soldaduras en aquellos tiempos, motivo por el cual encontramos tanta cantidad de máquinas para hacer espejos, estudios y apuntes sobre esta temática.

En la actualidad, los espejos ustorios siguen utilizándose en aplicaciones que requieren altas temperaturas, como la fundición de metales o la generación de energía solar en centrales termosolares y fotovoltaicas.

El ejemplo más antiguo del que hay constancia, y además el más popular, es el rayo solar de la muerte de Arquímedes *(the Archimedes death ray).* Cuenta la leyenda, que el gran matemático griego de la época clásica construyó un arma gigante con la que lograron ahuyentar a los romanos durante el asedio a Siracusa (214-212 a.C.). Se dice que Arquímedes utilizó discos de bronce pulidos para replicar los espejos. El proceso de pulido consistía en frotar el disco con una mezcla de arena y agua, lo que permitía obtener una superficie lo suficientemente lisa y uniforme para reflejar los rayos solares (detalles sobre el mito y el experimento recreado más reciente expuestos en el Anexo A, apartado 5. Ensayos con espejos ustorios: el rayo de la muerte de Arquímedes).

El interés por el mito ha incentivado las investigaciones sobre la posibilidad técnica y teórica sobre un espejo de tal capacidad hasta nuestros días, empezando a cobrar popularidad durante el s. XVIII debido al gran empleo de instrumentos ópticos como lentes y espejos en los gabinetes científicos para el análisis químico.

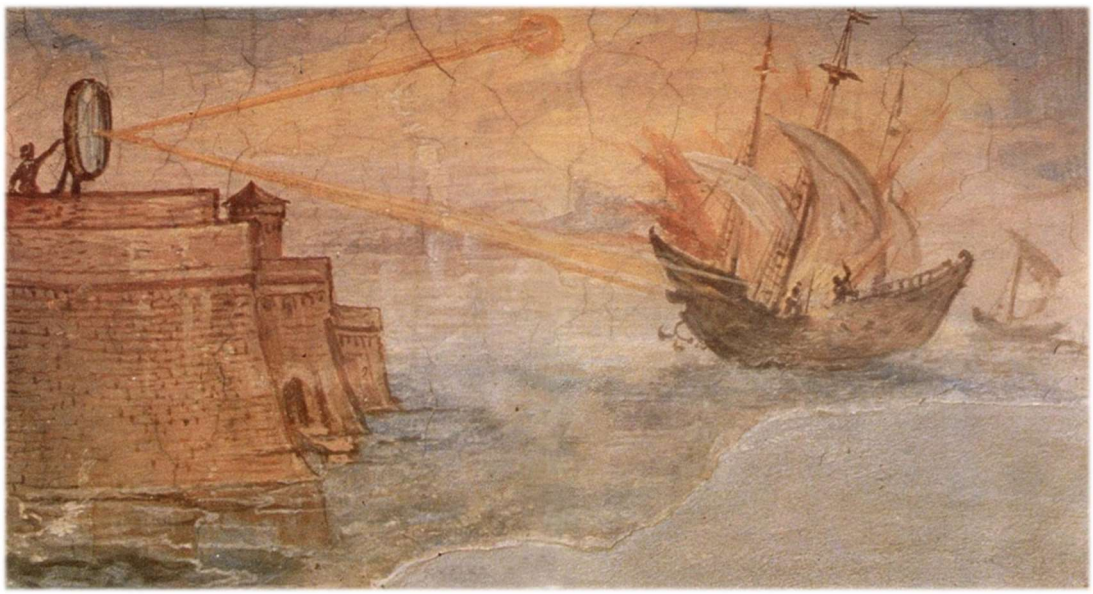


Figura 6. Pintura sobre la leyenda de Siracusa con el rayo de la muerte de Arquímedes. https://talesoftimesforgotten.com/2019/04/11/archimedess-death-ray-debunked/

El "Libro de Óptica" llamado *Kitab al-Manazir* (s. X-XI) del gran matemático y físico árabe Alhazen (Ibn Al-Haytham) recoge por escrito la primera fuente documental de un espejo cóncavo que se utilizó para estudiar la refracción de la luz mediante un conjunto de espejos planos elementales que inscribían la superficie de un paraboloide. Dichos estudios junto con la posible recreación del mito de Arquímedes aparecen en un breve *Tratado sobre espejos ustorios*. Esta obra estuvo disponible durante el Renacimiento traducido al latín y fue discutida entre varios filósofos europeos a través de los cuales Leonardo se familiarizó y pudo utilizar para sus estudios y diseños de espejos esféricos y parabólicos.

Posterior a los tiempos de Leonardo encontramos mayor documentación sobre científicos y físicos que intentan idear el legendario espejo de Arquímedes y estudiar la fundición de metales en el análisis químico mediante espejos cóncavos, los dos principales móviles de los espejos ustorios en el pasado.



Figura 7. Dibujo del rayo de Arquímedes, Libro de la Óptica de Alhazeni en su versión traducida al latín (1572). https://muslimheritage.com/ibn-haytham-eye-brain/

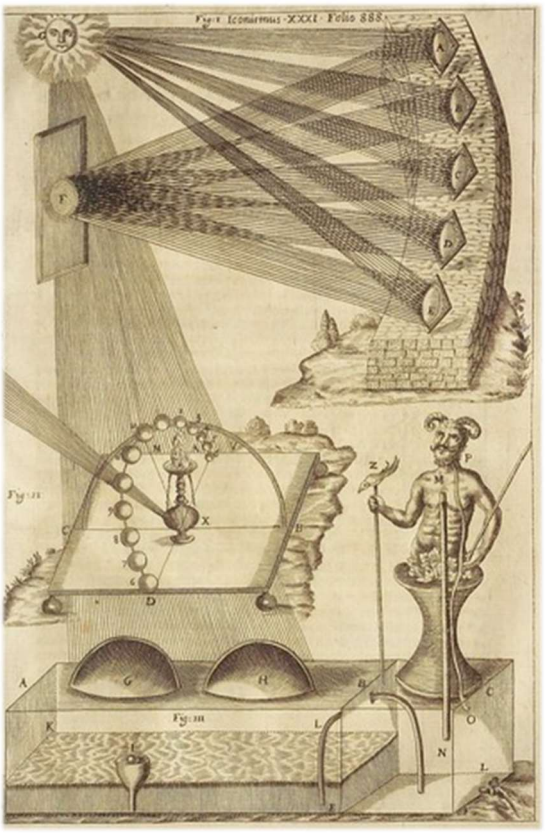


Figura 9. *Ars Magna Lucis et Umbrae* de A. Kircher (1646).

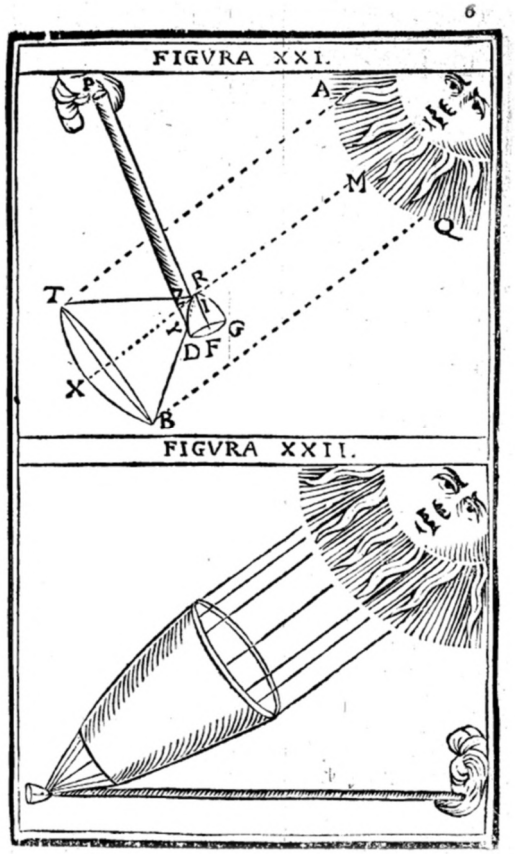


Figura 8. La *verga ustoria* de Cavalieri (*Lo specchio ustorio*, 1632).

Encontramos durante el siglo XVI, cuando el mito volvió a resurgir con fuerza, a Giambattista della Porta con su obra la *Magia Naturalis* (1589) y *Lo specchio ustorio* (1632) de Bonaventura Cavalieri con apoyos empíricos y modificaciones sobre el rayo de la muerte, que también fueron puestos en duda por el escepticismo de Descartes, el cual también dedicó su estudio en su obra *Dióptrica* (1637). Otro importante que estudió la credibilidad del mito fue Athanasius Kircher en su tratado masivo *Ars Magna Lucis et Umbrae* (1646) que contiene observaciones sobre la naturaleza de la luz, lentes, espejos, relojes de sol, astrología y astronomía (ptolemaica) y temas relacionados. Él mismo afirmó que incluso viajó hasta Siracusa para estudiar el problema.

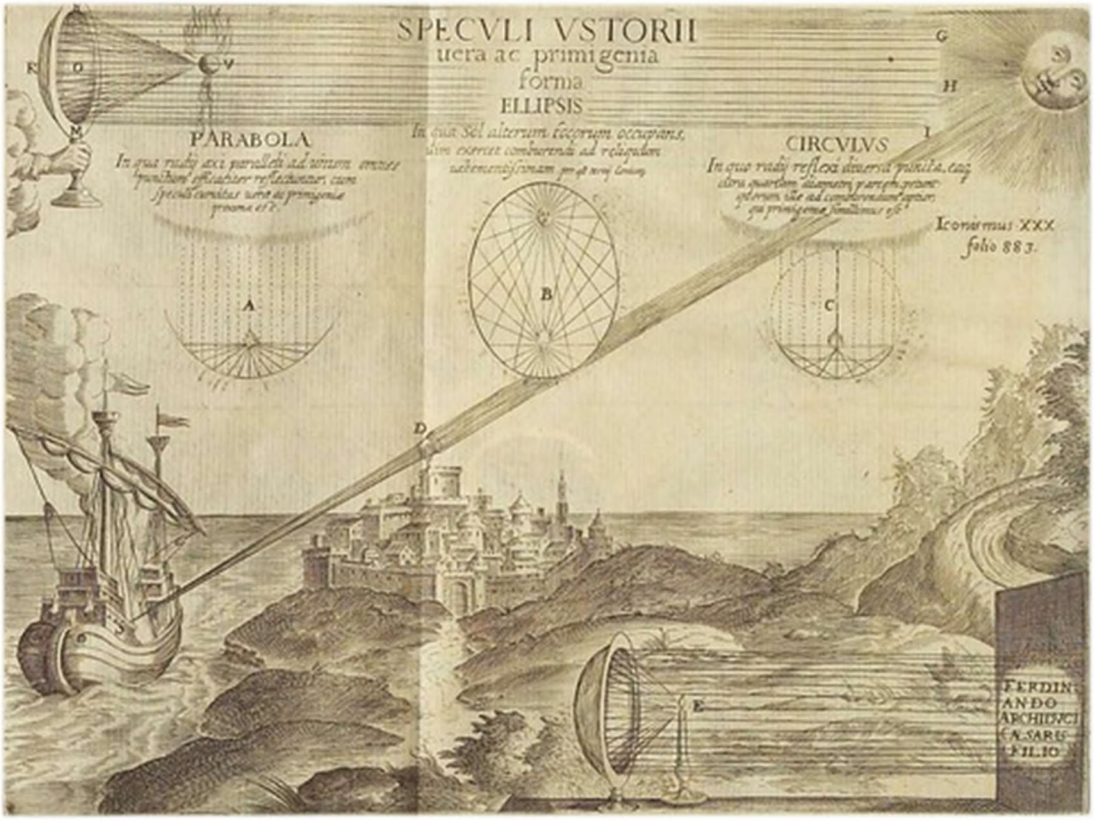


Figura 10. Grabado del mito de Arquímedes, Ars Magna Lucis et Umbrae de A. Kircher (1646).
https://asgoped.wordpress.com/2019/04/29/

En cuanto al empleo de lentes y espejos ustorios como instrumentos de análisis químico, dado que antiguamente los hornos no proporcionaban el calor suficiente para fundir, encontramos lo más destacable durante el s. XVIII en la Academia de Ciencias de París y los gabinetes químicos. El diseño base partió de su sistema integrado de dos lentes biconvexas dispuestas de manera paralela una tras otra para disminuir la distancia focal del conjunto aun usando lentes de gran diámetro y potencia ustoria. El principal motivo de comenzarse a usar lentes en vez de espejos fue por los problemas que representaban los espejos cóncavos a la hora de conseguir una radiación solar paralela al eje (o sea, vertical, pues el Sol siempre se encuentra arriba) sobre la muestra a fundir que debía estar suspendida en el aire y no sostenida por un recipiente.

En 1772, Lavoisier utilizó este diseño de lentes para capaz de volatilizar diamante y platino. También contamos con los experimentos de Dufay (1726) que usa un sistema de espejos cóncavos tal como vemos en el dibujo de Leonardo en el folio CA_0924r (figura 58) pero a diferentes distancias focales (ver ilustración 3 del anexo B. David Carramolino del Valle, 1993), y el famoso espejo compuesto de Buffon (ver ilustración 5 del anexo B. David Carramolino) con el que recrea en 1747 el mito de Arquímedes varias veces sacando numerables conclusiones y afirmaciones empíricamente recogidas posteriormente en su obra *Historia Natural, Suplemento I* (1774). Algunas de ellas fueron que el viento no influía en la acción ustoria pero el humo de algo quemado sí la entorpecía, que la intensidad en el punto focal es dependiente del tamaño del espejo y múltiplo del número de espejos a usar, que un espejo ustorio quemaría igualmente en la Tierra que en Saturno sin importar la distancia al Sol ni la Tª en la superficie terrestre…

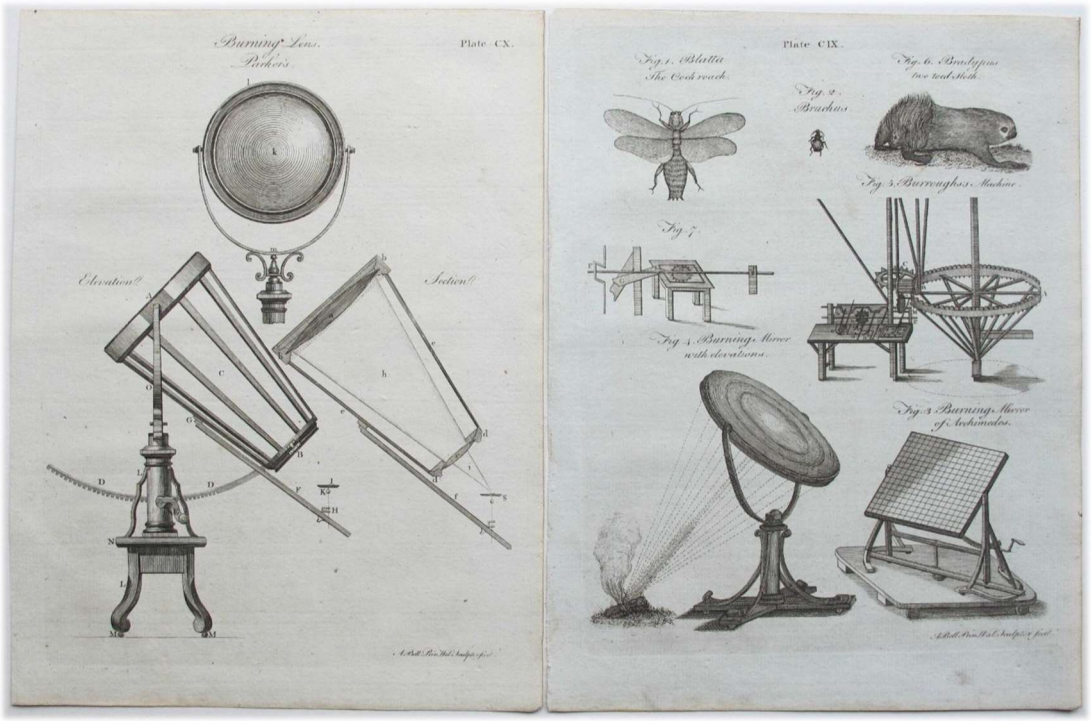


Figura 11. Thomas Dobson y Robert Scot, *Burning Lens Encyclopedia* (1794). Parker's Burning Lens, el espejo de Buffon y otros. *https://www.artoftheprint.com/artistpages/scot_robert_burninglens.htm*

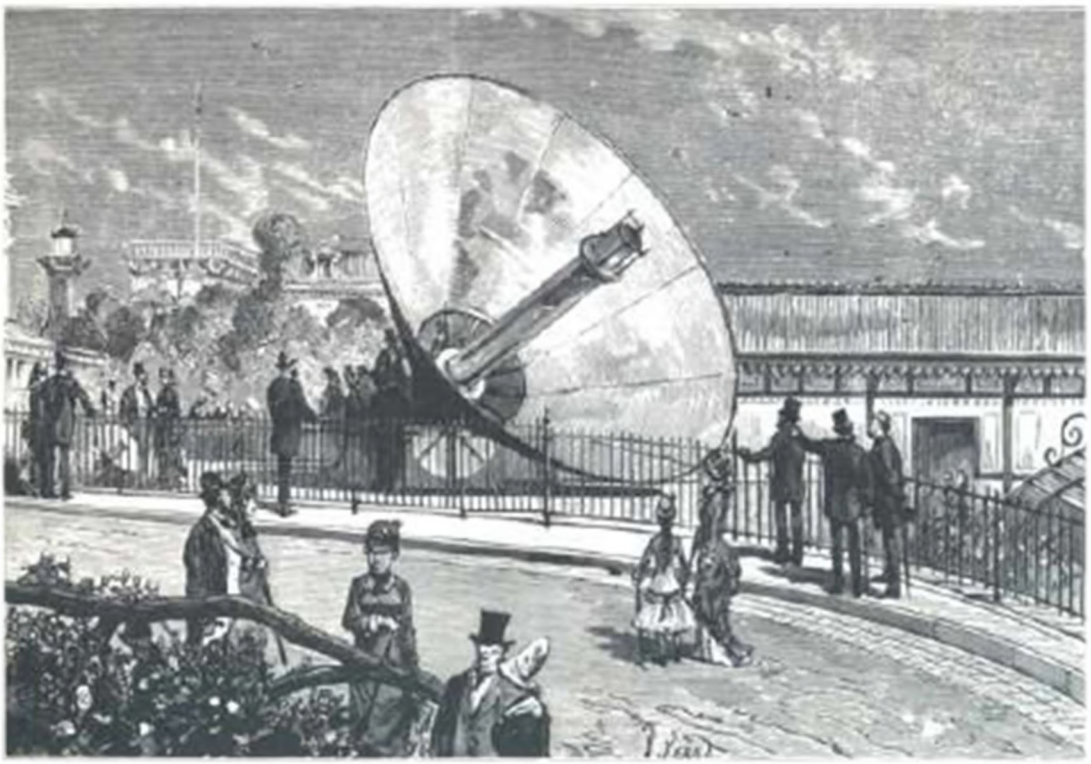


Figura 12. Cuadro de la máquina solar de Augustine Mouchot, la más grande de su época, durante la Exposición Universal de París en 1878. *https://www.researchgate.net/figure/Augustine-Mouchots-sun-machine-the-largest-of-its-time-on-displ-ay-at-the-Universal_fig2_266890248*

6. Leonardo da Vinci y sus espejos

Después de resumir los antecedentes y precedentes de los espejos a la época de Da Vinci, nos centramos en mostrar sus numerosos estudios propios sobre óptica y espejos a lo largo de su vida, las máquinas y muelas que diseñó además de la de este proyecto, y la historia y demanda de espejos que le rodeaba durante el siglo XV.

6.1. Contexto histórico-tecnológico de los espejos durante los años de Leonardo

La producción de espejos ustorios fue una práctica muy extendida en los talleres florentinos de aquella época. A lo largo de su vida, Leonardo proyectó gran variedad de máquinas para la optimización del trabajo y mejorar la eficacia en áreas de metalurgia, industria textil, máquinas elevadoras de peso con sistemas de poleas, excavadoras, grúas, etc. Su aprendizaje a finales del siglo XV, en su juventud, durante su estancia en Florencia se debió fundamentalmente a dos escuelas que tuvo a su disposición: el taller de Verrocchio que frecuentaba como aprendiz, y las máquinas utilizadas por Filippo Brunelleschi y su empresa en la construcción de la cúpula del Duomo de Brunelleschi. El 29 de mayo de 1471, tras la construcción de la linterna, Leonardo ayudó colocando sobre la cúpula una esfera de cobre dorado, que fue encargada a Verrocchio, y que se sabe fue fundida y soldada gracias a los espejos ustorios. Este fue un símbolo que coronó la linterna de la cúpula del mayor monumento del Quattrocento florentino, la Basílica di Santa Maria del Fiore. Más de 40 años después, al enfrentarse a problemas similares durante sus años en Roma, hay constancia de un escrito de Leonardo donde dice "*Acuérdate de la soldadura con que se soldó la bola de Santa Maria del Fiore […] de cobre sellado en mármol, como los triángulos de esa bola*" (MsG_0084v).



Gracias a esta esfera, los rayos de las tormentas eléctricas conseguían ser interceptados sin alcanzar zonas más bajas y habitables, hasta que el 27 de enero de 1601 se cayó, con sus 2.80 metros de diámetro y 18 quintales de peso, a causa de otro rayo. Justo en el punto exacto donde cayó en el suelo, se exhibe hoy día una placa de mármol en su memoria.

Figura 13. Fotografía de la cúpula de la catedral de Florencia vista desde el campanari de Guiotto. https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Lanterna_on_dome_of_Florence_Cathedral_viewed_from_top_of_bell_tower.jpg

Siendo Leonardo un alumno aventajado de Verrocchio, no es de extrañar que participara activamente en todo este proceso de la esfera de cobre. En el taller de Verrocchio se hacían estatuas de bronce, campanas y armaduras, además de contar con maquinaria variada que hacían de él un lugar muy versátil para Leonardo en sus años de juventud, en los cuales encontramos gran cantidad de dibujos de ingeniería para proyectos sobre hornos de reverbero y para espejos ustorios (por ejemplo, la muela del CA_0087r del año 1480, ver figura 64).

La finalidad empírica de sus estudios es indudable. Los espejos ustorios estaban principalmente destinados a la fundición y soldadura de metales, gracias a la reflexión y concentración del calor reflejado, aunque también se utilizaban para calentar agua en procesos para la industria textil o hervir agua de mar para obtener sus sales. También los hornos de reverbero servían para fundir metales no de forma directa por sus llamas, sino reflejando el calor reverberado por sus paredes de ladrillos refractarios, consiguiendo calentar sin estar el combustible en contacto directo con el contenido. Estos hornos se utilizaban para la fusión del concentrado de cobre y separar la escoria, para fundir minerales, para el refinado o la fusión de metales como cobre, estaño, níquel, aluminio…

En esa época la ley de la reflexión, la óptica y la perspectiva eran fenómenos que interesaban mucho a Leonardo no solo en cuanto a los espejos sino también a nivel espacial, en cuanto a las geometrías relativas a la visión natural de los objetos y a su representación pictórica para elaborar cuadros y pinturas con proporciones realistas. La introducción en el horizonte empírico de la creación de espejos ustorios y sus estudios teóricos es probablemente consecuencia de sus conocimientos en el ámbito de las perspectivas. En la muela para espejos del CA_0087r se puede observar, además de la máquina de pulir, cómo estudiaba la concavidad idónea a través de un esquema (situado en la esquina inferior derecha del folio) donde obtiene una parábola de la intersección de un plano con un cono. El diagrama del CA_1055r, que aparentemente parece un estudio de óptica, es en realidad el intento de definición geométrica de la curvatura de un espejo ustorio también.

Los folios y pergaminos de sus años de juventud pasados en Florencia delatan el carácter aun inmaduro de Leonardo, que abarcaba gran variedad de proyectos mezclados y sin fundamentos ni estudios, pero con un gran interés que le encaminarían a la emancipación teórica de la ideación de máquinas. Solo unos años más tarde será cuando plantearía sus diseños y problemas con más rigor teórico y de forma empírica.

Según Carlo Pedretti en su libro ilustrado de "Las Máquinas de Leonardo" (2010, Tikal Ediciones), Leonardo comenzó a estudiar ya a sus 18 años la posible utilización de la energía solar a través de espejos parabólicos. Así fueron perfeccionándose los dispositivos utilizados para soldar durante el siglo XV. Evidentemente en aquellos tiempos no se utilizaba aun la llama de acetileno, por lo que las pequeñas soldaduras se realizaban en la forja, y para las grandes soldaduras, que necesitaban una mayor potencia, la energía del sol usada adecuadamente era el único medio disponible.

> De esta forma se explica según Pedretti, la persistencia con que Leonardo, en su juventud, estudió las máquinas para tallar espejos ustorios o de "fuego", como él mismo los denominaba. Su diámetro variaba entre 70 cm y 1 metro, para ser fabricados de una sola pieza. Su curvatura se calculaba tomando como referencia el punto en el que se concentrarían los rayos reflejados, donde se produciría la

> fusión. Se trataría de determinar lo que hoy la ciencia denomina "caústica de reflexión" o "catacáustica".
> En aquella época, fabricar una superficie especular cóncava como la de las grandes antenas de las sondas espaciales, era prácticamente imposible. No obstante, Leonardo al recordar la esfera de Verrocchio construida por piezas, llegó a la conclusión de que el mismo proceso se podría aplicar a la fabricación de un espejo parabólico. Sería necesario, un instrumento de enorme precisión, un escantillón que alisara las diferentes piezas para obtener la curvatura preestablecida.
> Contreras López, Miguel Ángel (2015). "Leonardo da Vinci INGENIERO".

En su estancia en Roma, durante los años 1513-1516, Leonardo, ya siendo anciano y famoso, vuelve a dedicarse con interés a los espejos ustorios donde dejó unos apuntes destinados a su construcción en el MsG_0084v. Esta vez, a diferencia de sus años de juventud, cuenta con gran cantidad de estudios, más explícitos y sistemáticos, ya realizados relativos a la reflexión, y mucho contenido gráfico sobre la forma parabólica y esférica logradas con gran precisión gracias a su compás, inventado por él mismo en el 1513~1514, que podemos encontrar en el folio del CA_1093r.

Durante ese periodo, Leonardo estuvo trabajando en el Vaticano por cuenta de Giuliano de Medici, hermano del papa León X, para la fabricación de espejos junto a la competencia desleal de dos técnicos fabricantes de espejos, uno de ellos llamado Giovanni degli Specchi. Estos individuos, de preparación desconocida, se cree eran alemanes debido al significativo desarrollo de la metalurgia durante el siglo XV en Alemania, razón por la cual estaban destinados junto a Da Vinci en Roma, en la Italia de la época donde la innovación científica en la metalurgia e industria textil tuvieron gran auge. Debido a este problema, era frecuente que Leonardo utilizara palabras en clave en sus apuntes o hiciera dibujos confusos que solo él entendía con el fin de proteger sus invenciones y estudios.

Además del campo de la fundición de metales, los espejos ustorios de Leonardo se utilizaron en la industria textil en esta misma etapa de Roma, por iniciativa del papa Medici a querer desarrollar y de la que se cree pudo proporcionar la prosperidad económica a Florencia. Otra aplicación muy distinta a la de usar la óptica para quemar con espejos fue en la astronomía, en la cual utilizó sus estudios sobre óptica y lentes para el telescopio reflectante (según una nota del CAr_0279v). En el siguiente apartado veremos muchos de sus estudios ópticos y sobre espejos recopilados, algunos de los cuales estaban dedicados a los telescopios.

> Los estudios de Leonardo apenas dejan de entrever el objetivo del proyecto, se pregunta si "la pirámide (haz de rayos solares reflejados) se condensan para concentrar toda la potencia en un solo punto, y si se vuelve más densa que el aire que la sostiene". A continuación, viene la anotación que permite saber de qué se trata: "Con esto se hará hervir cualquier caldero de tintorería. Y con ella se calentará una piscina porque siempre habrá agua hirviendo". Un sistema pues de calefacción central para alimentar incluso las piscinas. Pero todavía hay más, el enorme espejo ustorio construido por piezas no es sino un telescopio de espejo segmentado.
> Contreras López, Miguel Ángel (2015). "Leonardo da Vinci INGENIERO".

6.2. Estudios de óptica y sobre espejos de Leonardo

Se data de la primera vez que la ley de la reflexión fue formulada en la óptica por el matemático árabe Alhazen (Ibn al-Haitham) en su obra de siete volúmenes *Kitab al-Manazir* (Libro de Óptica), escrito, entre los años 1011-1021 d.C., los cuales estuvieron disponibles y traducidos al latín durante el Renacimiento. Leonardo se familiarizó con esta obra a través de varios filósofos europeos que discutían sobre ella, y utilizó dicha ley en sus diseños de espejos esféricos y parabólicos, entre otros usos, dejando constancia de gran cantidad de estudios y diagramas sobre óptica.

Ya desde sus primeras investigaciones, Leonardo describió y aplicó la conocida ley de la reflexión que observó también mientras estudiaba la percusión y el rebote cuando se percató de que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión:

"El ángulo generado a partir del movimiento reflejado sobre un cuerpo pesado es igual ángulo del movimiento incidente" (CAr_0082v, c. 1500)

Reconociendo la generalidad de la ley de la reflexión, y aplicándola no solo a la mecánica y óptica sino también a la acústica e hidrodinámica, da Vinci concluyó que la reflexión se cumplía tanto para la luz como para el sonido. En el Manuscrito A se encuentra una nota en referencia al rebote de una pelota lanzada contra una pared que dice:

"La voz es similar a un objeto visto en un espejo" (MsA_0019r, c. 1490)



Figura 14. Detalle de un dibujo que explica la ley de la reflexión. MsA_0019r (c. 1490), Bibliothèque de l'Institut de France (París).

A continuación, se exponen recopilados a modo resumen varios de sus muchos folios manuscritos de sus estudios, encontrados durante la búsqueda de material para el proyecto, sobre las cáusticas de reflexión, superficies cóncavas esféricas y parabólicas, el comportamiento de los rayos reflejados, y dispositivos o apuntes para fabricar espejos parabólicos.

En algunas ocasiones se expone exclusivamente el detalle de la zona interesada habiendo recortado el folio, y en otras el folio completo de cara a ver el resto de diseños y esquemas que no siempre tienen relación entre sí. Muchas de las veces se pueden ver varios intentos y bocetos de una misma máquina en el propio folio, o diversas temáticas distintas aludiendo el típico carácter misceláneo e incluso a veces desordenado de Leonardo. La orientación de todas las figuras se dispone tal como se hace con la acotación de un plano técnico para poder leerse de manera recta o girando la hoja 90º en sentido horario.



Figura 15. Estudio de la curvatura parabólica mediante el corte a un cono. Detalle del CA_0087r (c. 1480), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

"Entonces toma la mitad de la línea db, que es e, y sierra hasta el centro de la base de la pirámide, que es c, y con ese corte haz tu costilla. Y sepan que la pirámide quiere ser redonda en altura (como) un pan de azúcar." (CA_0087r, c. 1480)

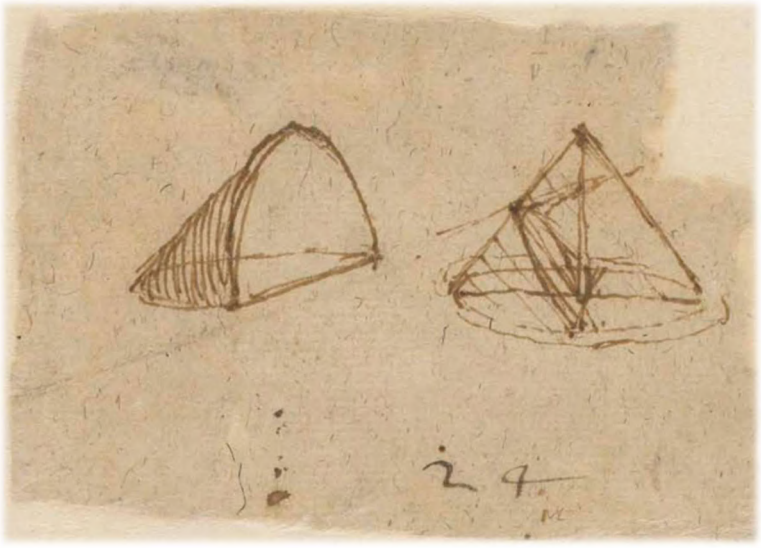


Figura 16. Estudio de la curvatura parabólica mediante el corte a un cono. CA_0811r, Biblioteca Ambrosiana (Milán).

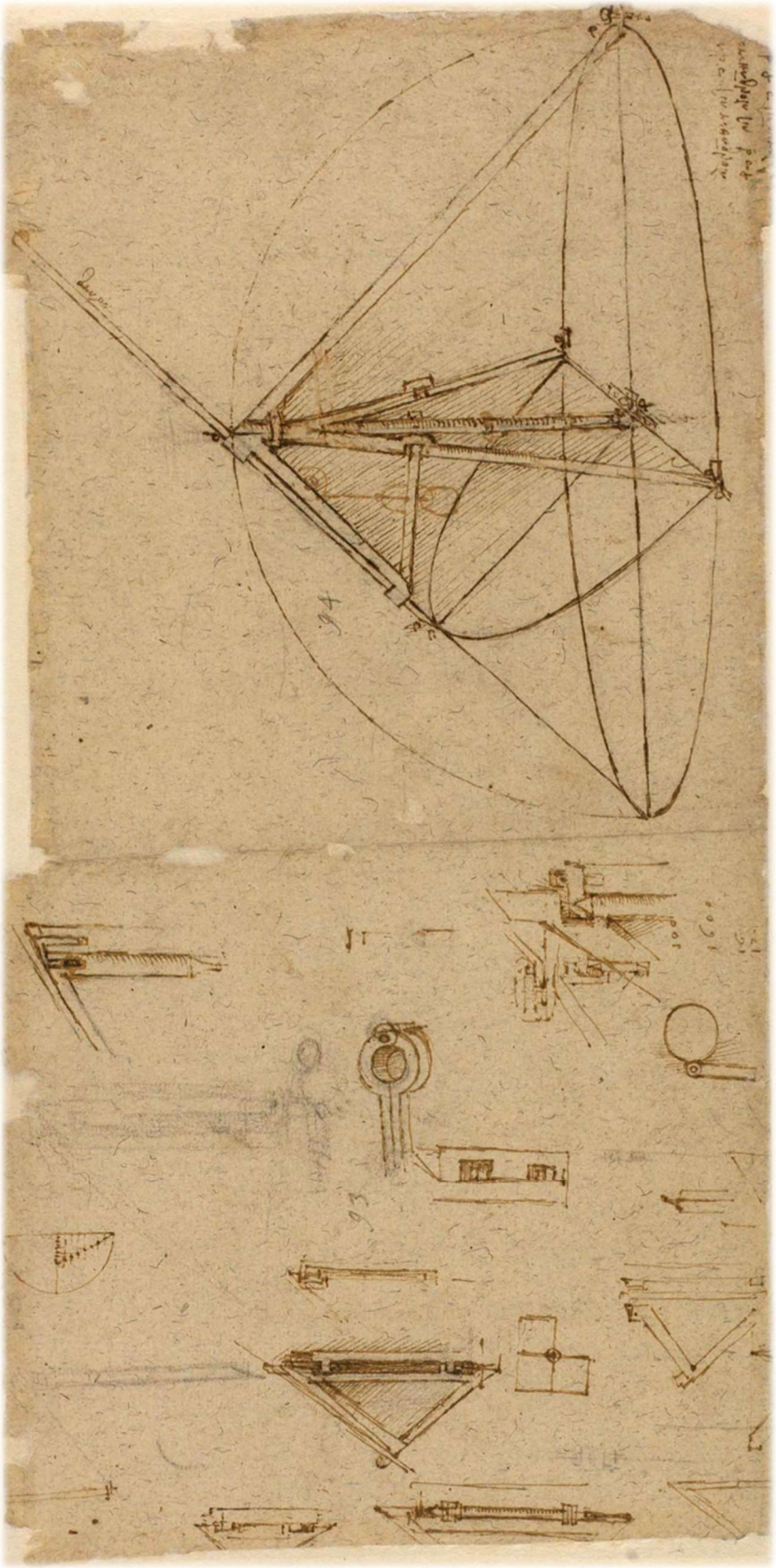


Figura 17. Estudio preciso de la parábola utilizando su compás y reglas. CA_1093r (c. 1514), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

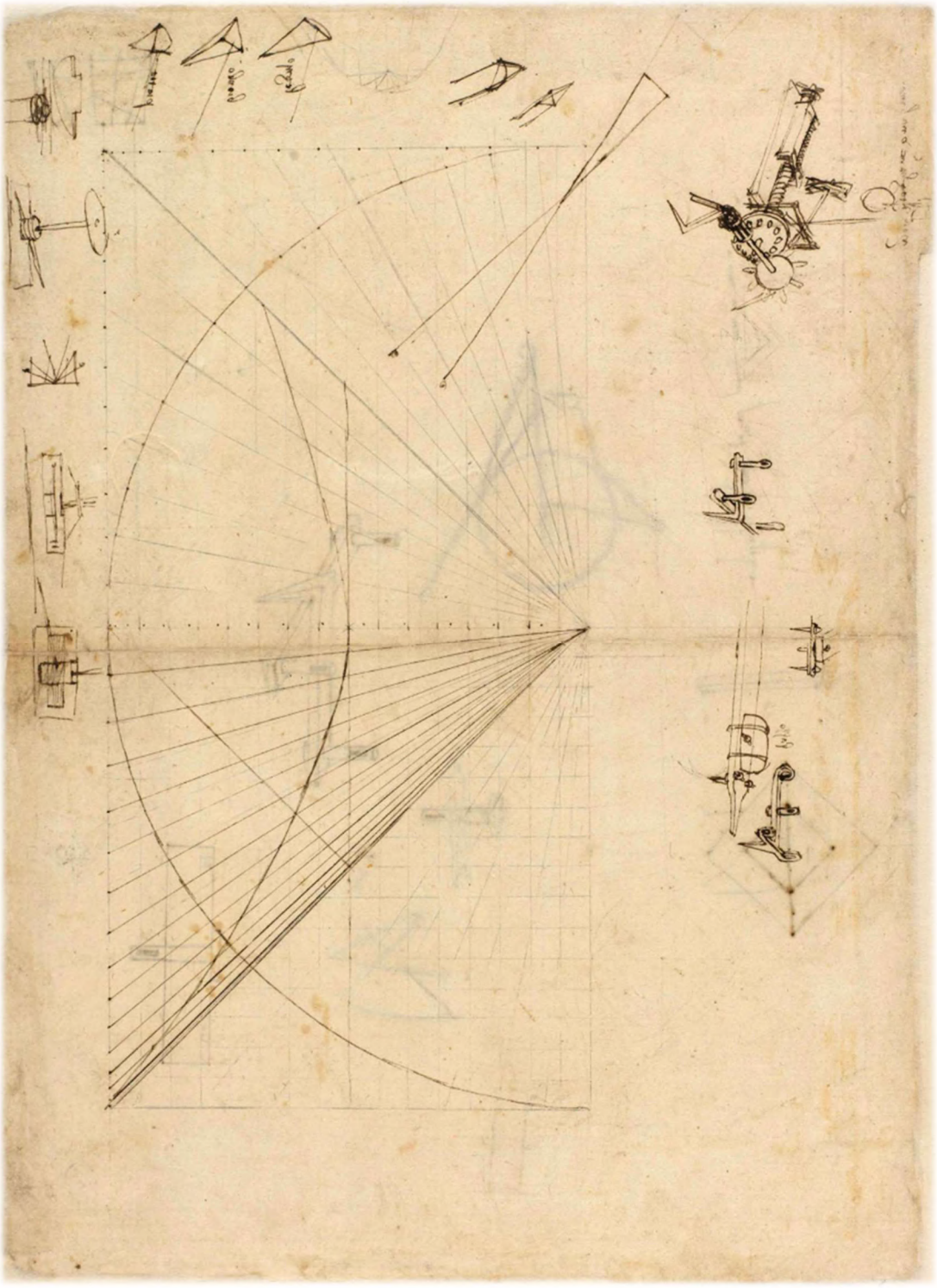


Figura 18. Trazado de una meridiana de reloj. CA_1022v, Biblioteca Ambrosiana (Milán).

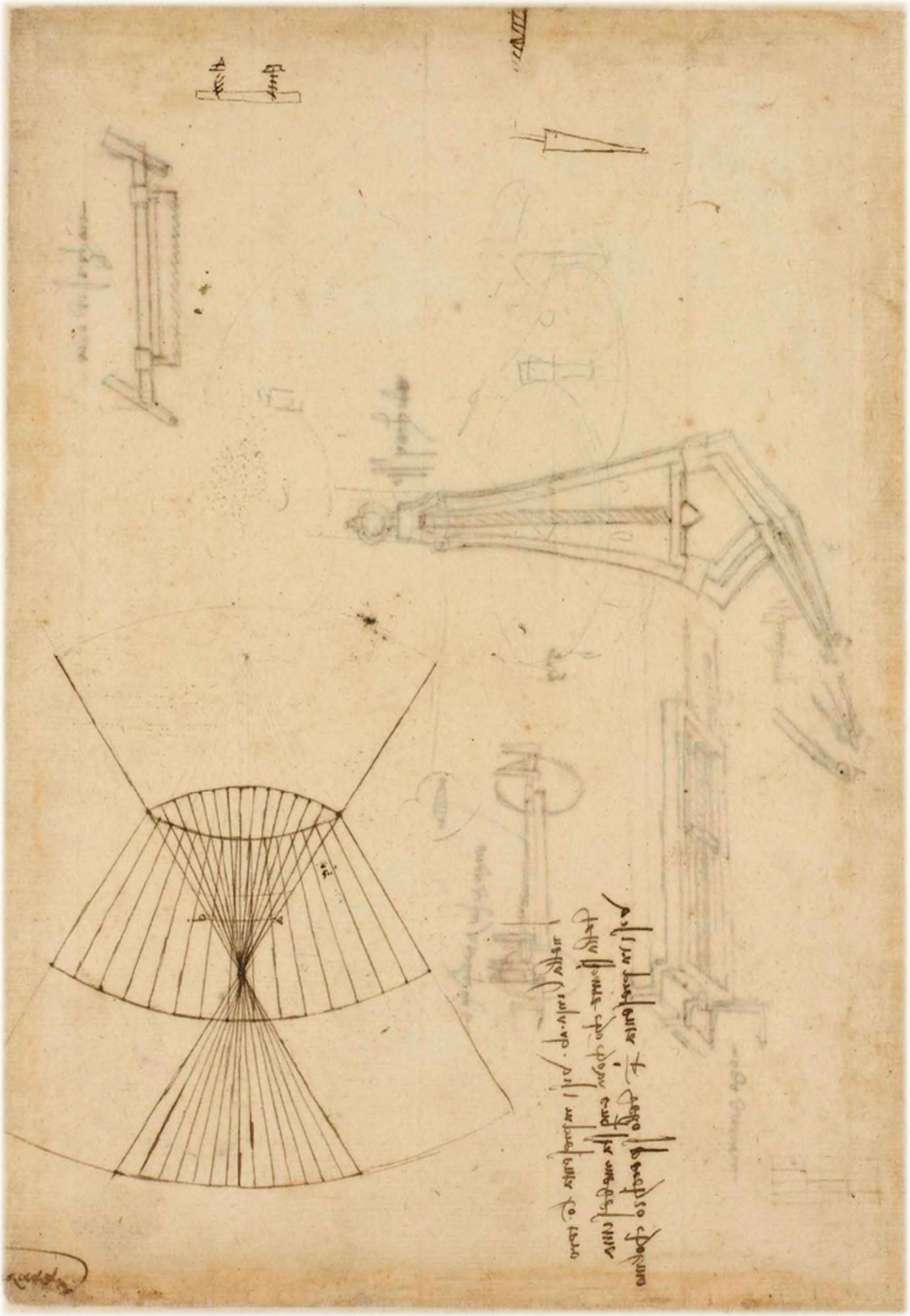


Figura 19. Estudio de la curvatura de un espejo ustorio. CA_1055r (c. 1478), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

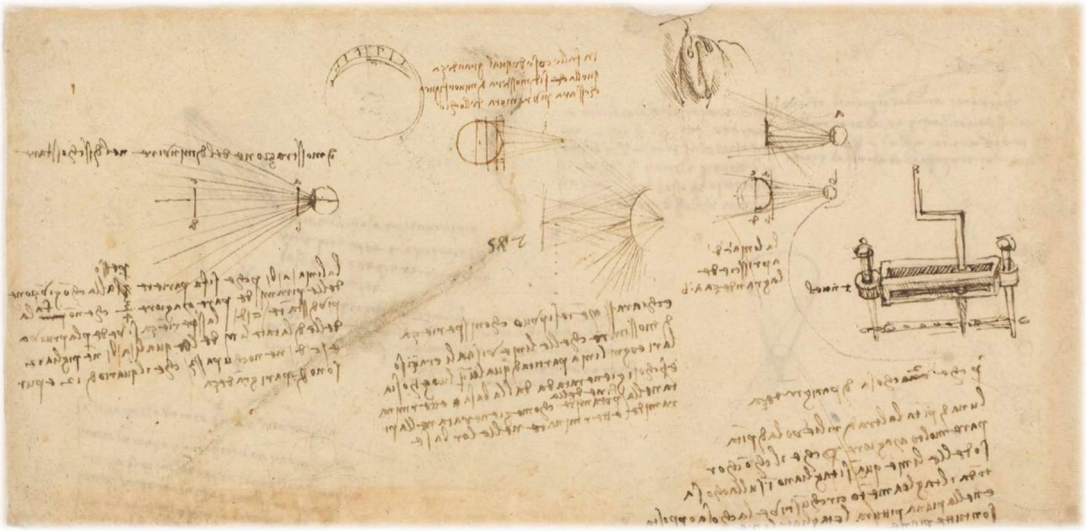


Figura 20. Diagramas de rayos visuales. CA_0978av (c. 1485), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

"Demostración de la disminución en la divergencia" (CA_0978av)

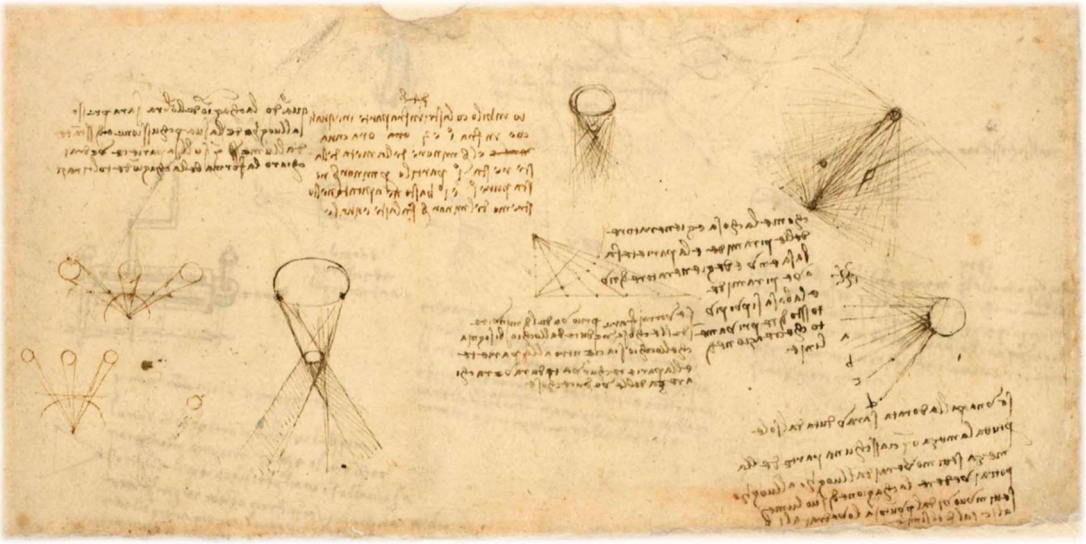


Figura 21. Estudios ópticos de "la pirámide luminosa" y la "bola dorada". CA_0978ar (c. 1485), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

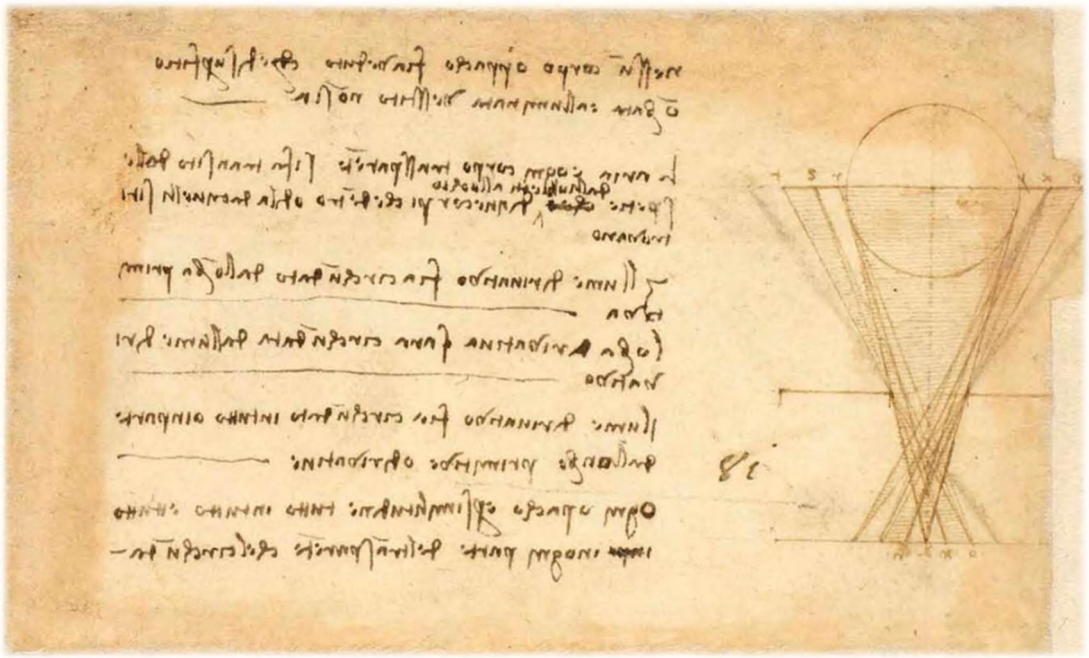


Figura 22. Estudios de luz y sombra sobre cuerpos no opacos. CA_0967dr (c. 1504), Biblioteca Ambrosiana (Milán).



Figura 23. Estudios ópticos sobre intersecciones de rayos. CA_0226r (c. 1508), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

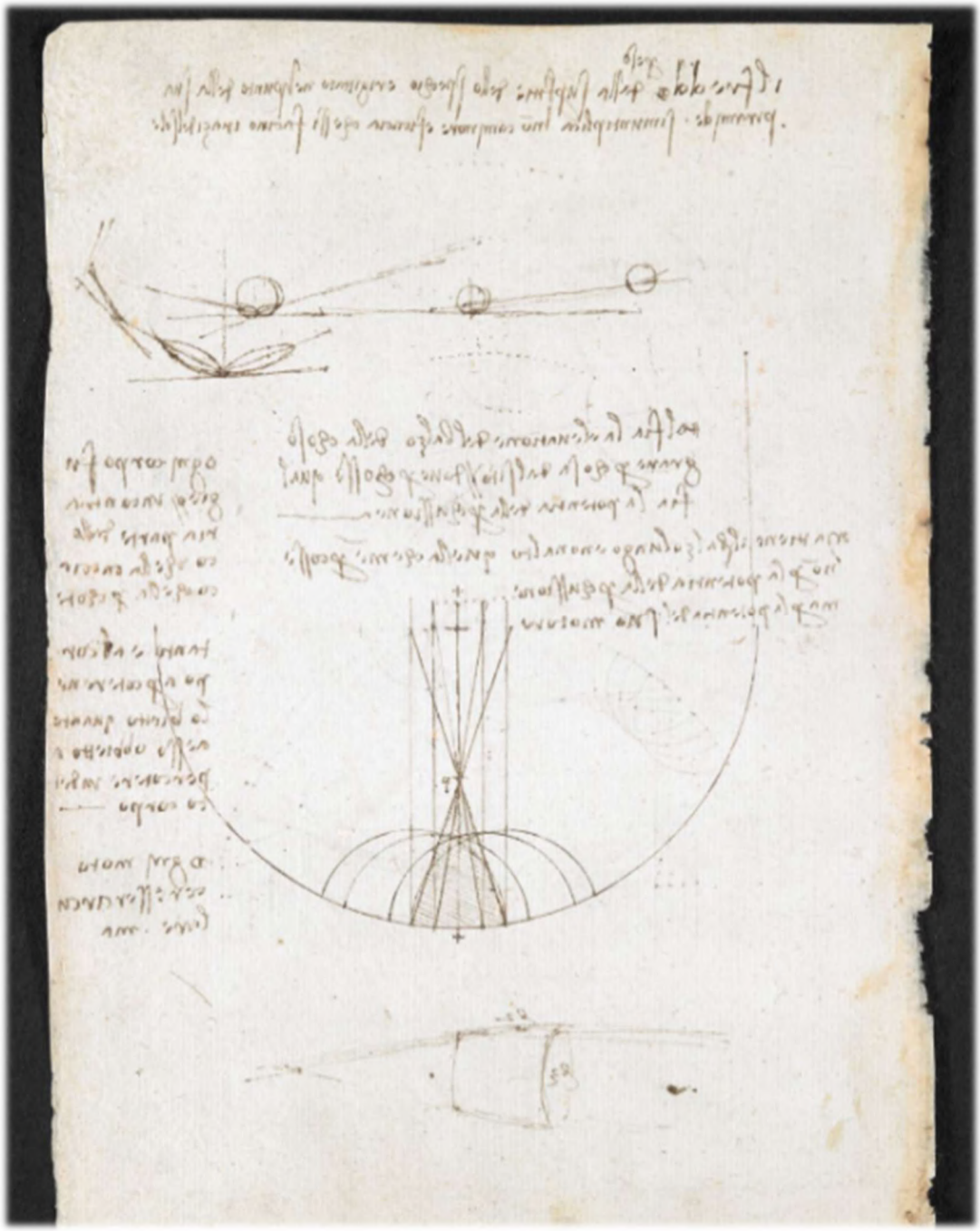


Figura 24. Estudios de la reflexión en espejos y la percusión. CAr_0085r, British Library (Londres).

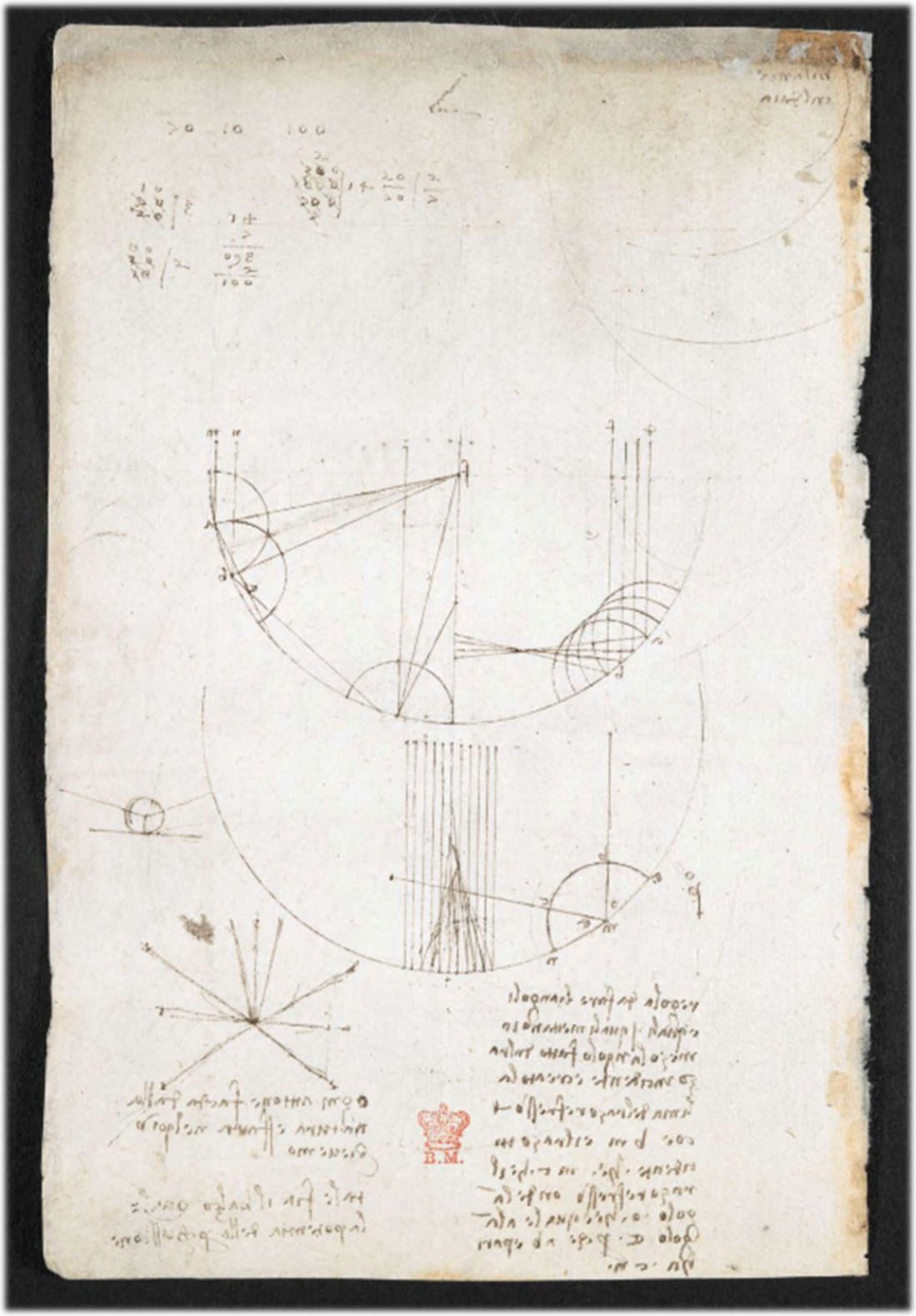


Figura 25. Estudios de ángulos reflejados sobre superficies cóncavas, cáusticas y sobre percusión. CAr_0085v, British Library (Londres).

"Cada acción hecha por la naturaleza se hace de la manera más rápido" (CAr_0085v)

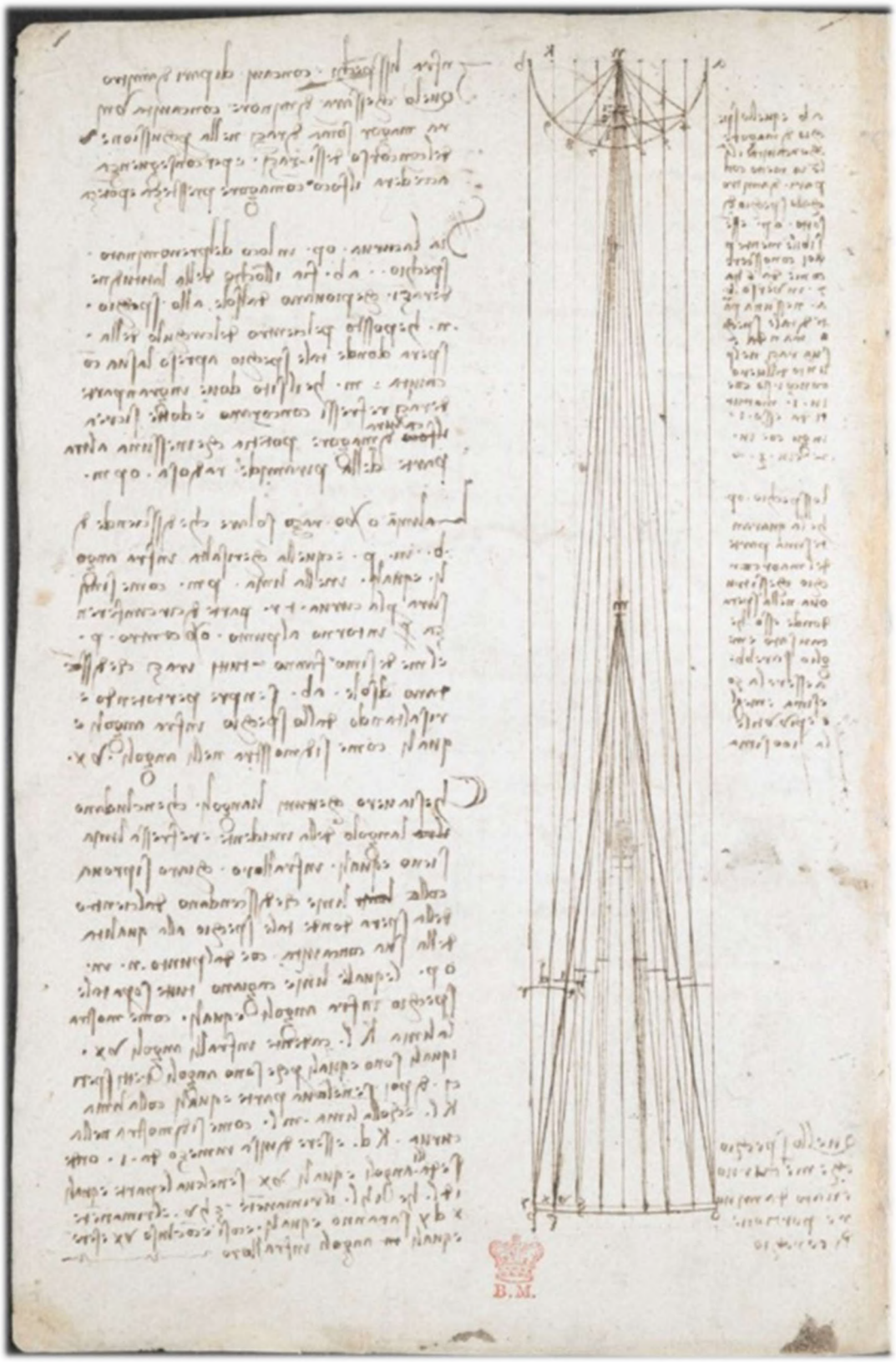


Figura 26. Preconfiguración del telescopio reflector. CAr_0086v, British Library (Londres).

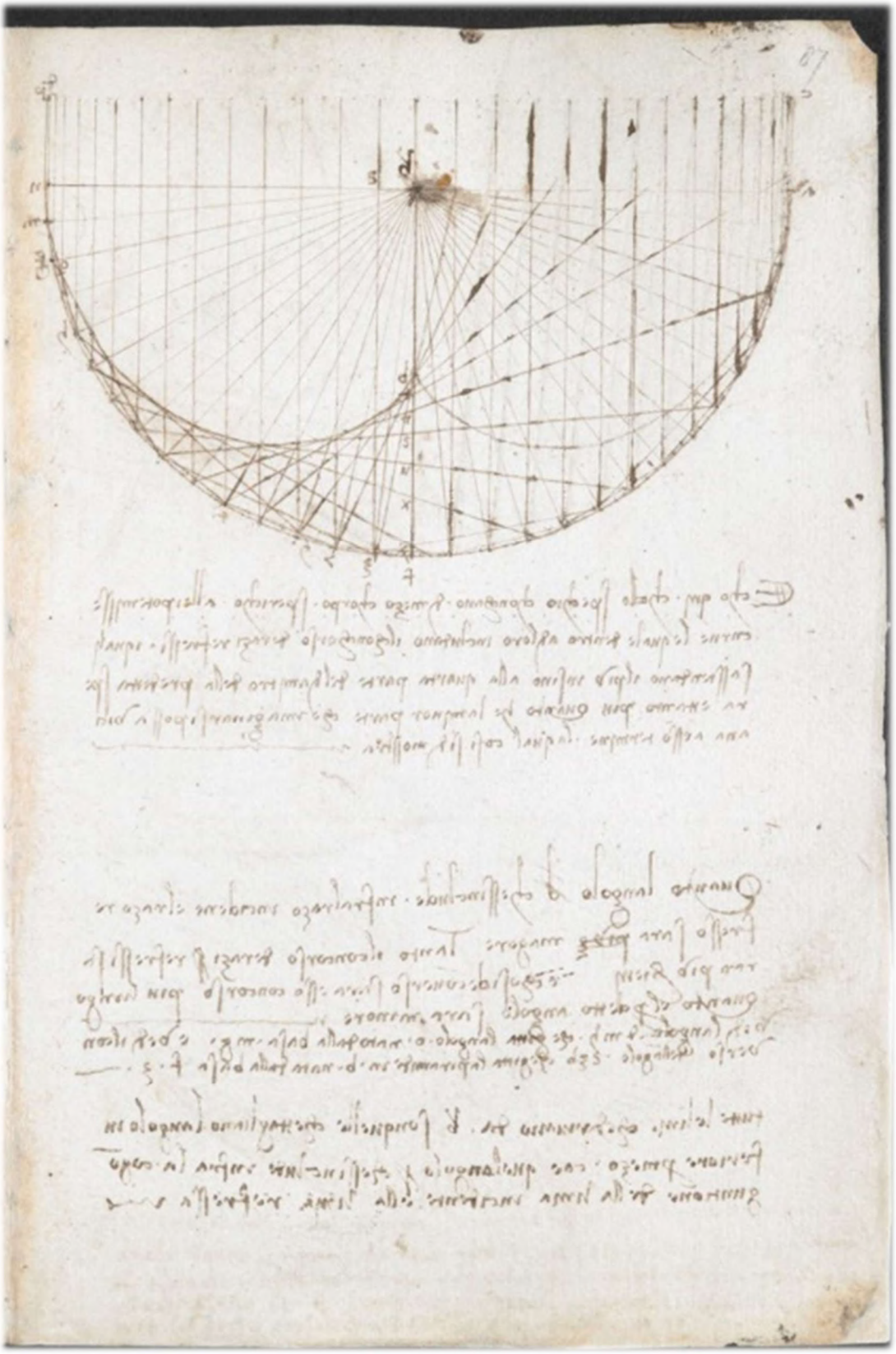


Figura 27. Estudios sobre cáusticas y reflexión de los rayos de luz en un espejo cóncavo. CAr_0087r, British Library (Londres).

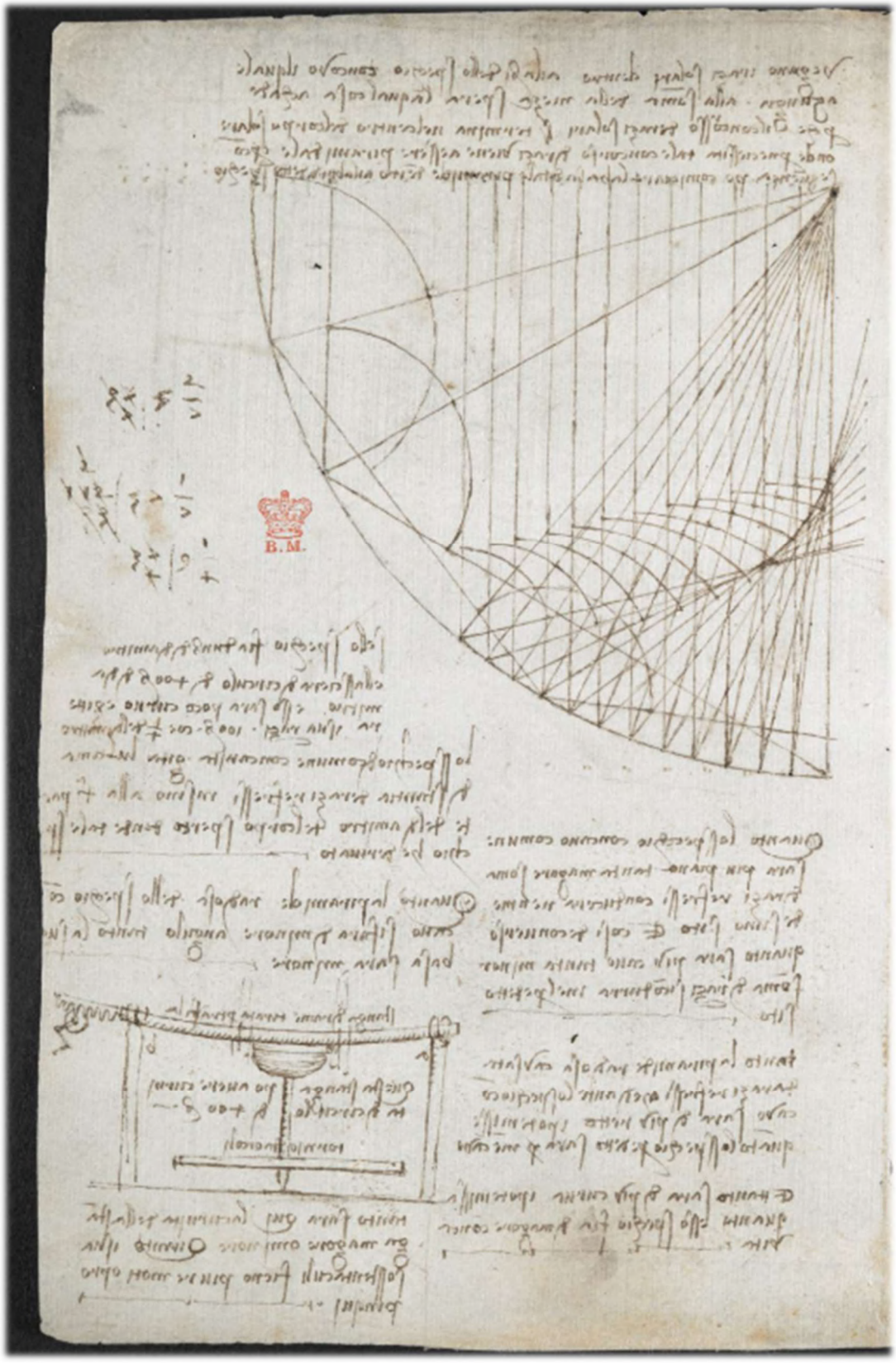


Figura 28. Estudios sobre la reflexión del Sol en espejos cóncavos y su cáustica. CAr_0084v, British Library (Londres).

"Cuanto más plano sea el espejo cóncavo, mayor será la suma de rayos refractados que se dirigirán al mismo sitio." (CAr_0084v)

"El espejo de concavidad común extiende la última distancia de los rayos reflejados hasta la cuarta parte del diámetro del cuerpo esférico, del que deriva este espejo." (CAr_0084v)

Con esta última nota se refiere a la relación entre el radio del espejo esférico con su distancia focal (donde se concentran los rayos), habiendo empleado hace más de 5 siglos la deducción de la ecuación 15 utilizada en los cálculos ópticos del espejo esférico del Anexo A:

$$R = 2 \cdot f \quad \Rightarrow \quad \frac{D}{2} = 2f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{D}{4}$$

Ecuación 1

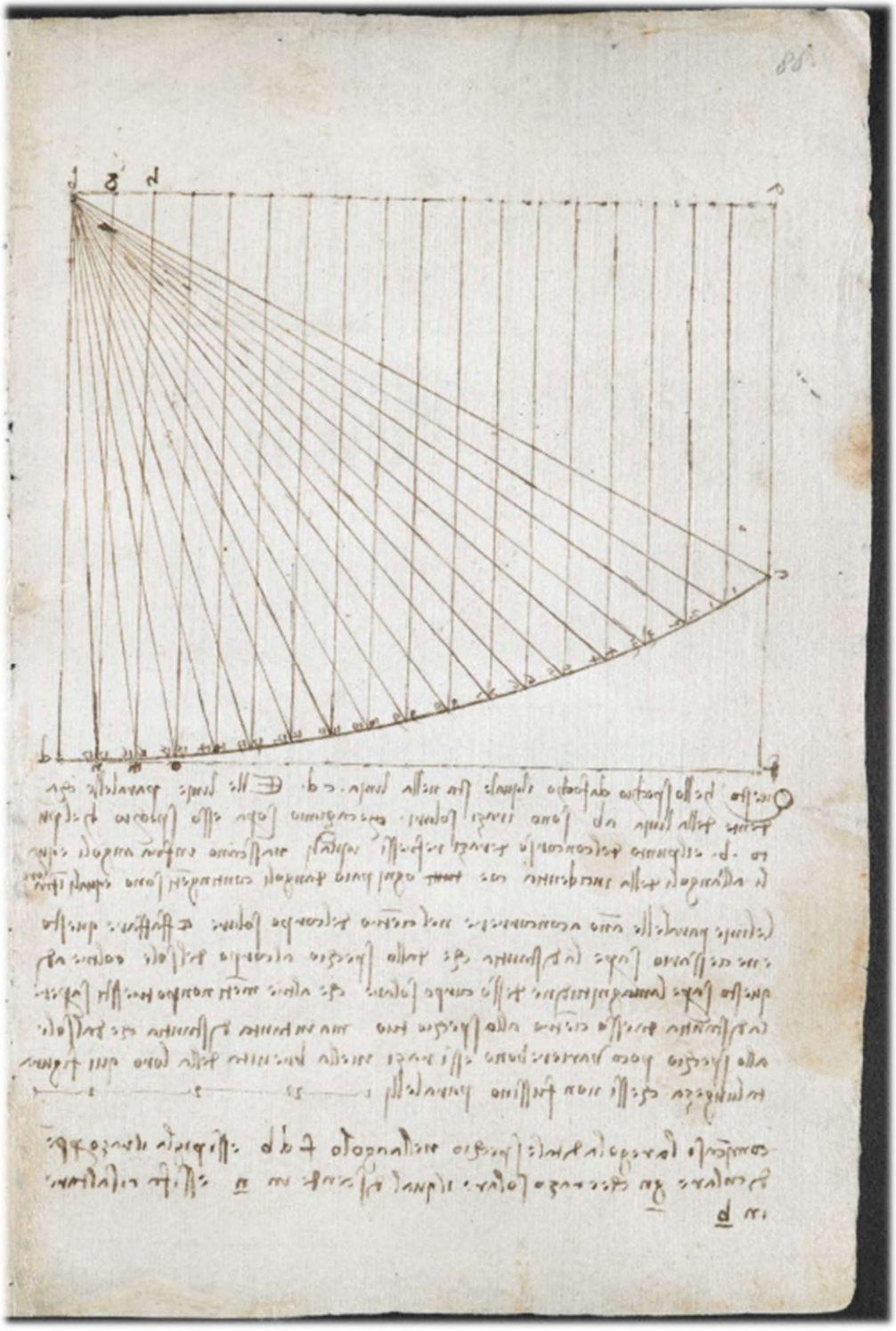


Figura 29. Estudios sobre la reflexión del Sol en espejos cóncavos y su cáustica. CAr_0088r, British Library (Londres).

"Este es el espejo de fuego, el cual está en la línea c d. Y las líneas paralelas de la línea ab son rayos solares, los cuales caen sobre el espejo, y el punto b es el punto de convergencia de los rayos refractados, los cuales surgen entre ángulos iguales a los ángulos de incidencia, es decir, cada par de ángulos contingentes son iguales entre sí." (CAr_0088r)

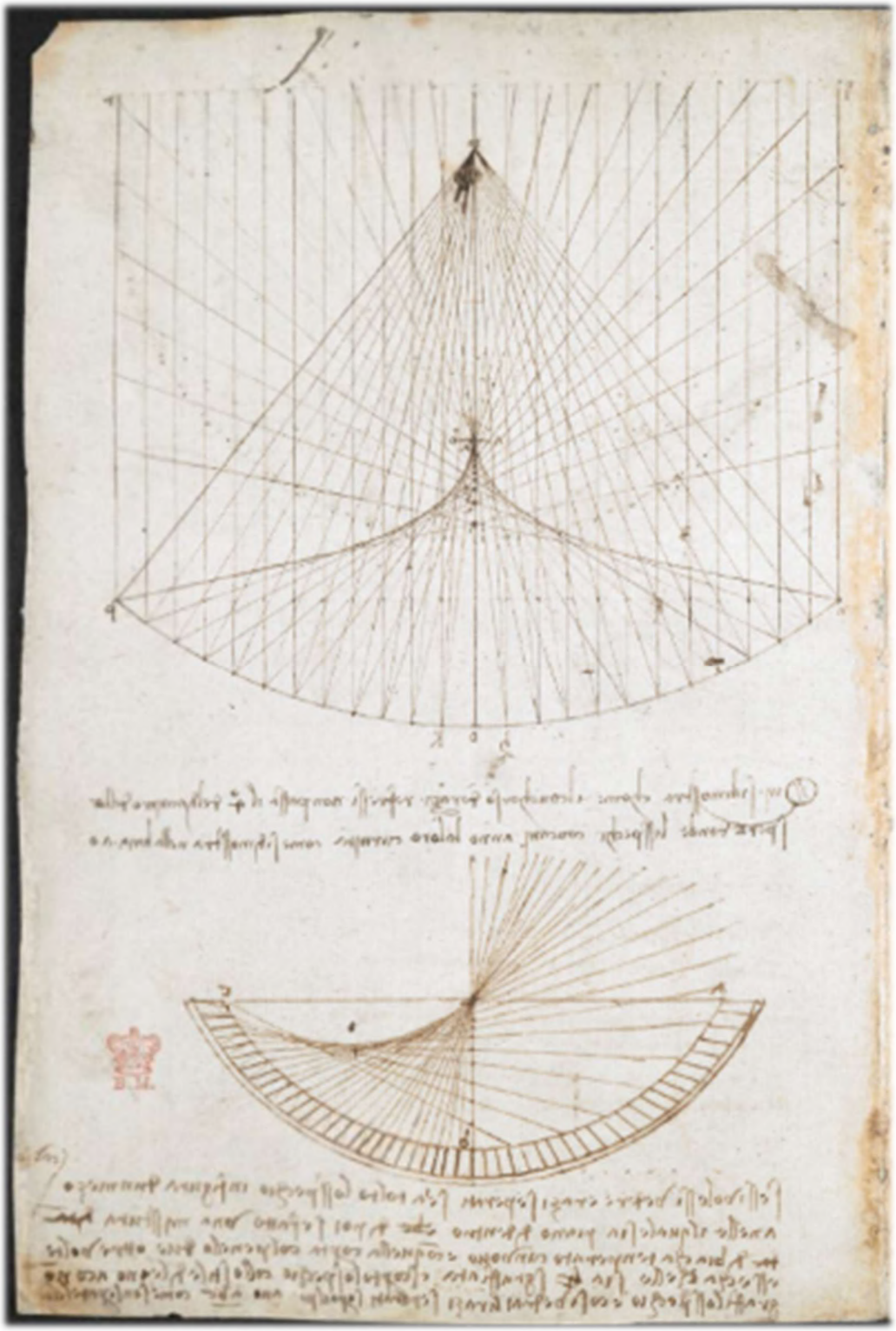


Figura 30. Estudios sobre la reflexión del Sol en espejos cóncavos y su cáustica. CA_0087v, British Library (Londres).

"Aquí está demostrado cómo la concurrencia de rayos reflejados no excede de la cuarta de su diámetro de la esfera de la cual el espejo cóncavo tiene su curva, como demostraba en la línea o." (CAr_0087v)

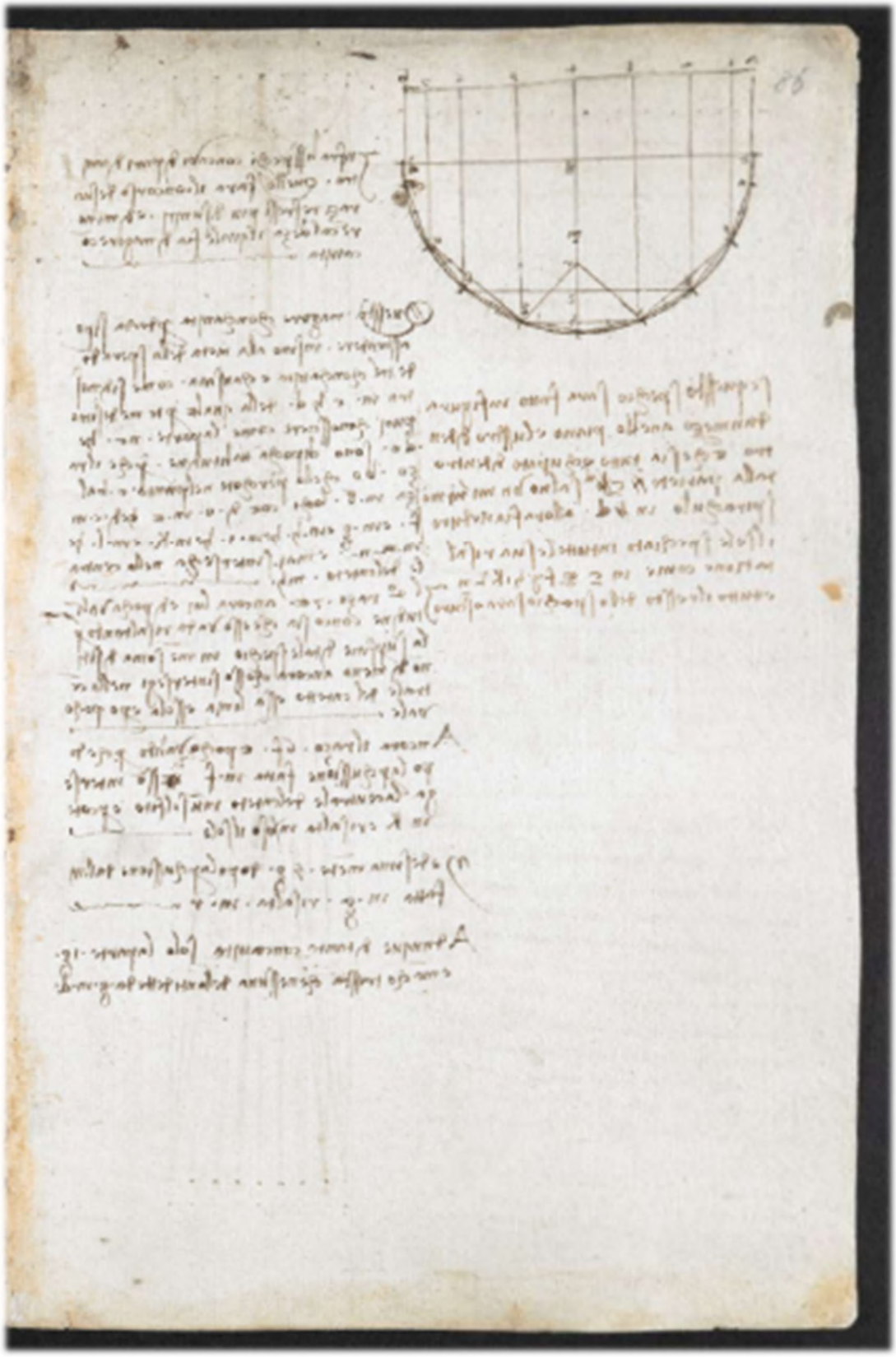


Figura 31. Estudios sobre la reflexión del Sol en espejos cóncavos y su cáustica. CA_0086r, British Library (Londres).

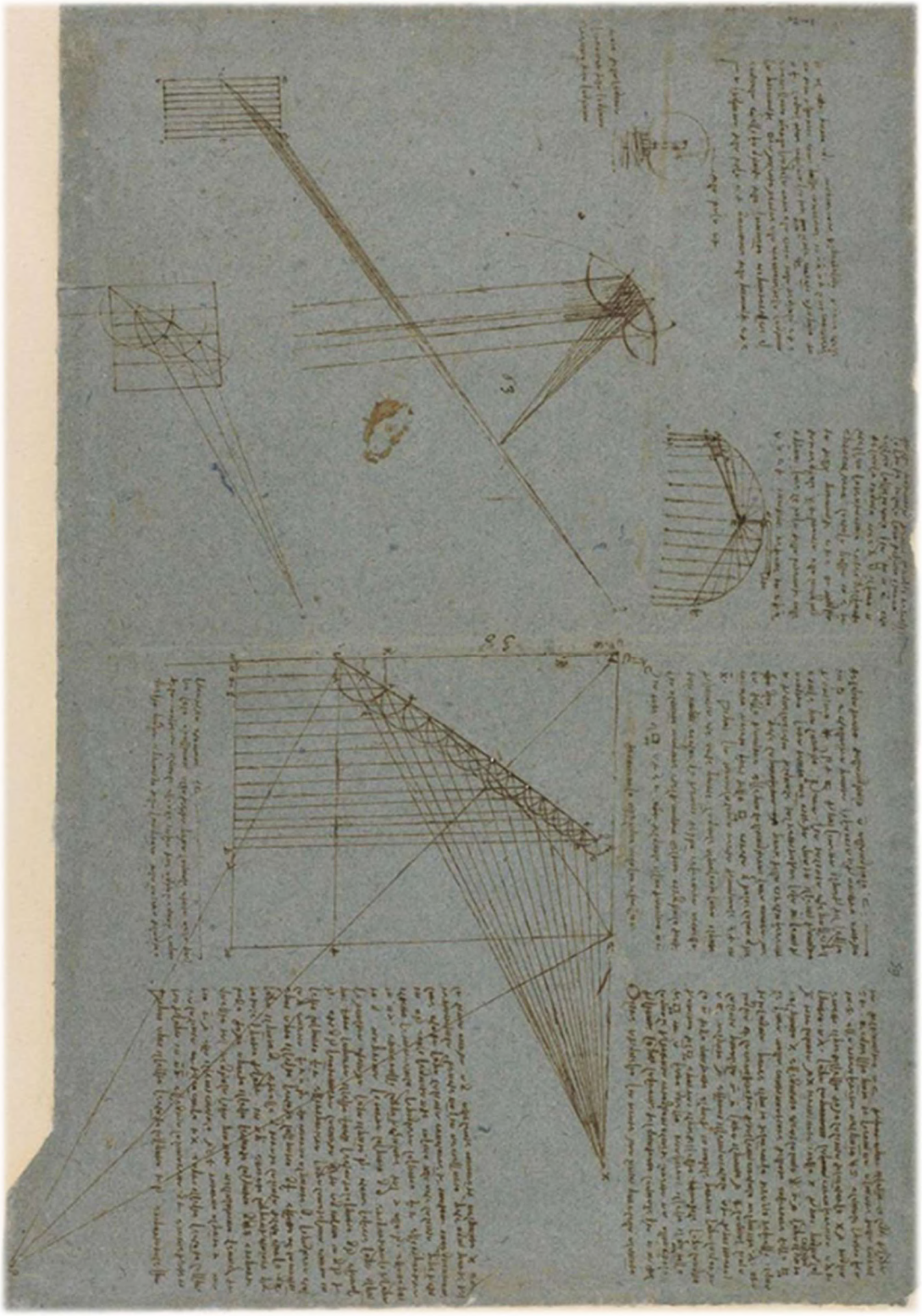


Figura 32. Estudios sobre rayos incidentes y reflejados, superficies curvas y perspectivas. CA_0750r, Biblioteca Ambrosiana (Milán).

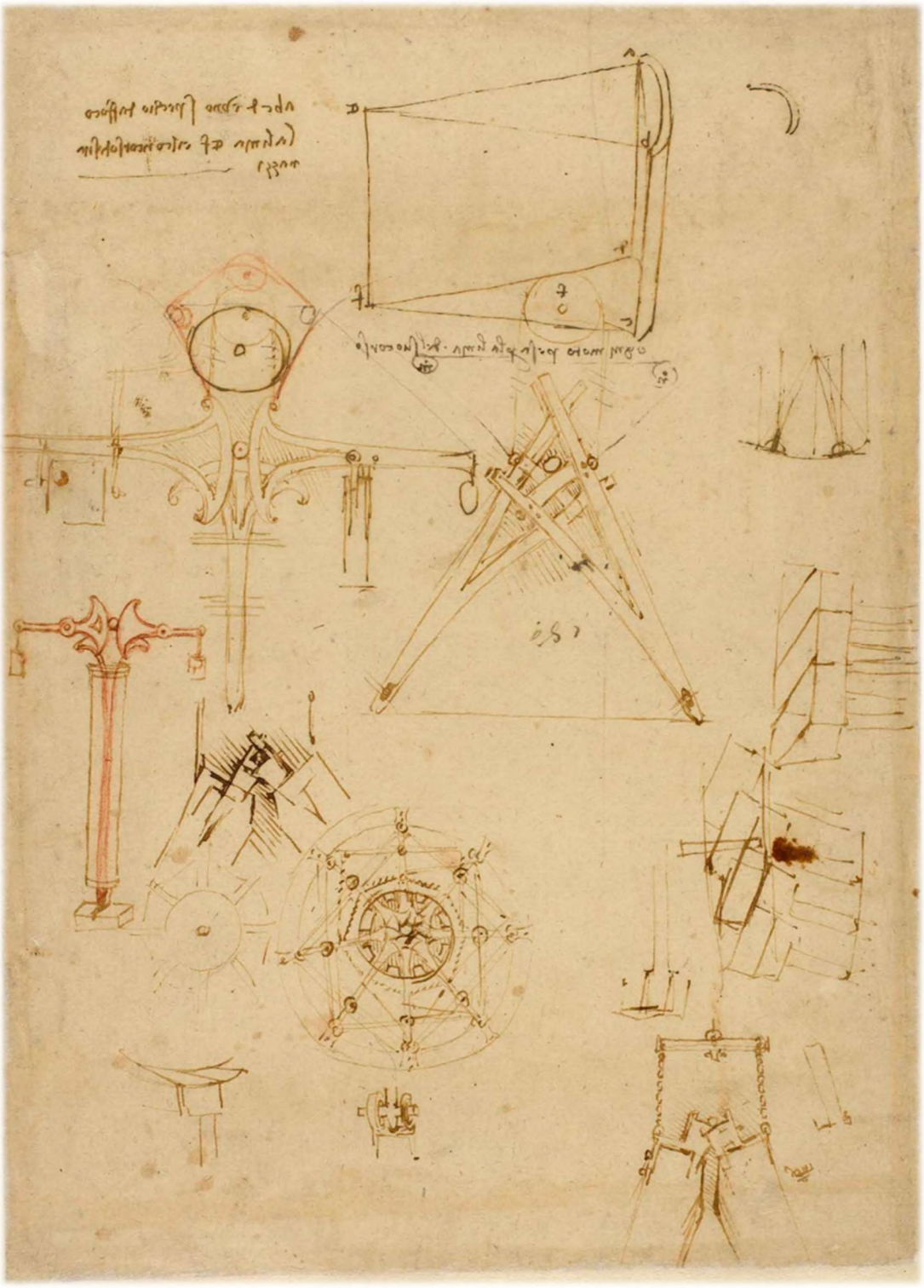


Figura 33. Concentración de los rayos reflejados por espejos cóncavos (dibujo superior). CA_1086r (c. 1500), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

"abcd es un espejo de concentración. La línea ef es la concurrencia de sus cohetes." (CA_1086r, c. 1500)

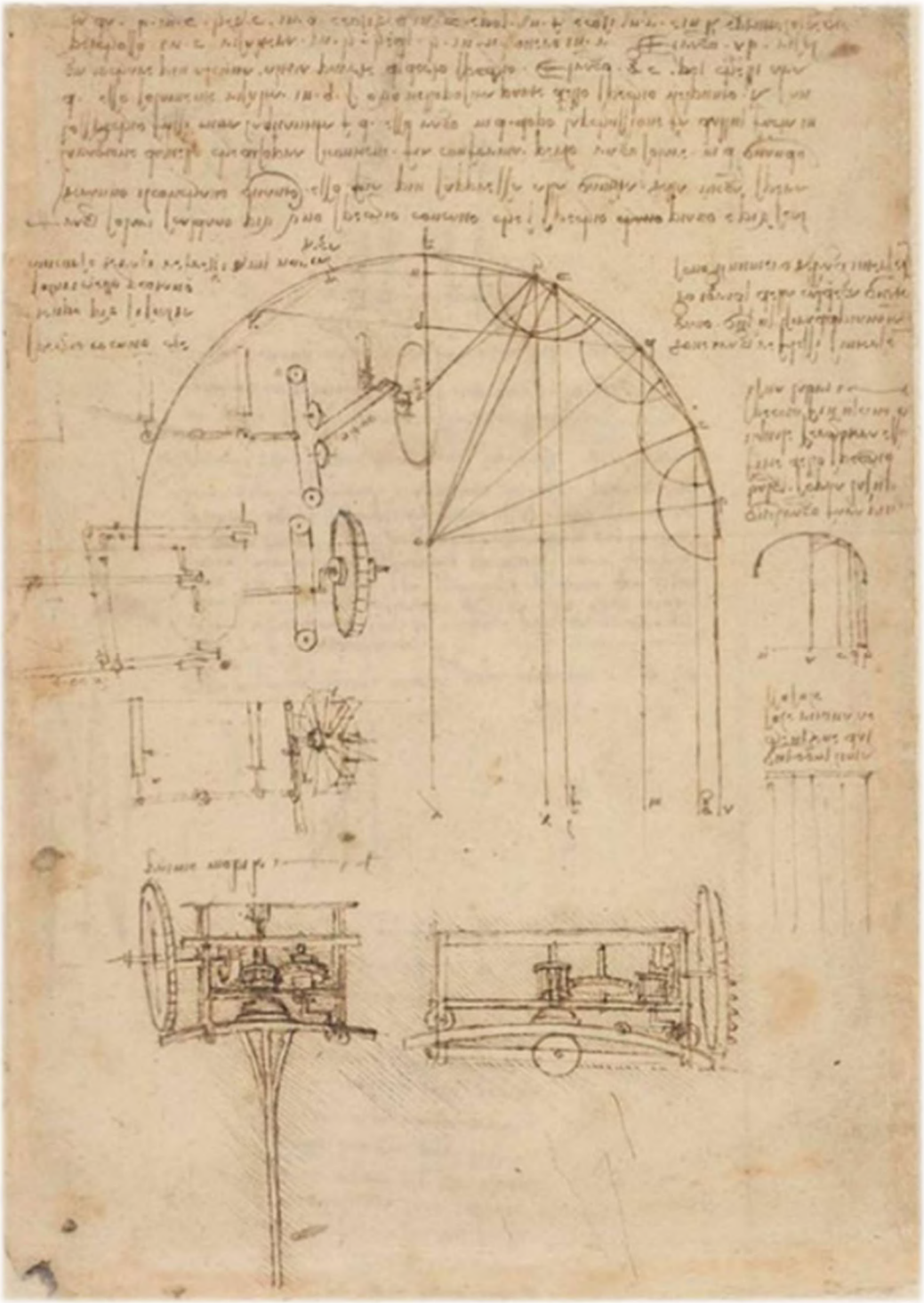


Figura 34. Estudios sobre espejos cóncavos y reflexión de rayos. CA_0823ar (c. 1503), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

"Donde se cruzan los rayos refractados, los grados de calor se duplican tanto como el número de rayos que se cruzan." (CA_0823r, c. 1503)

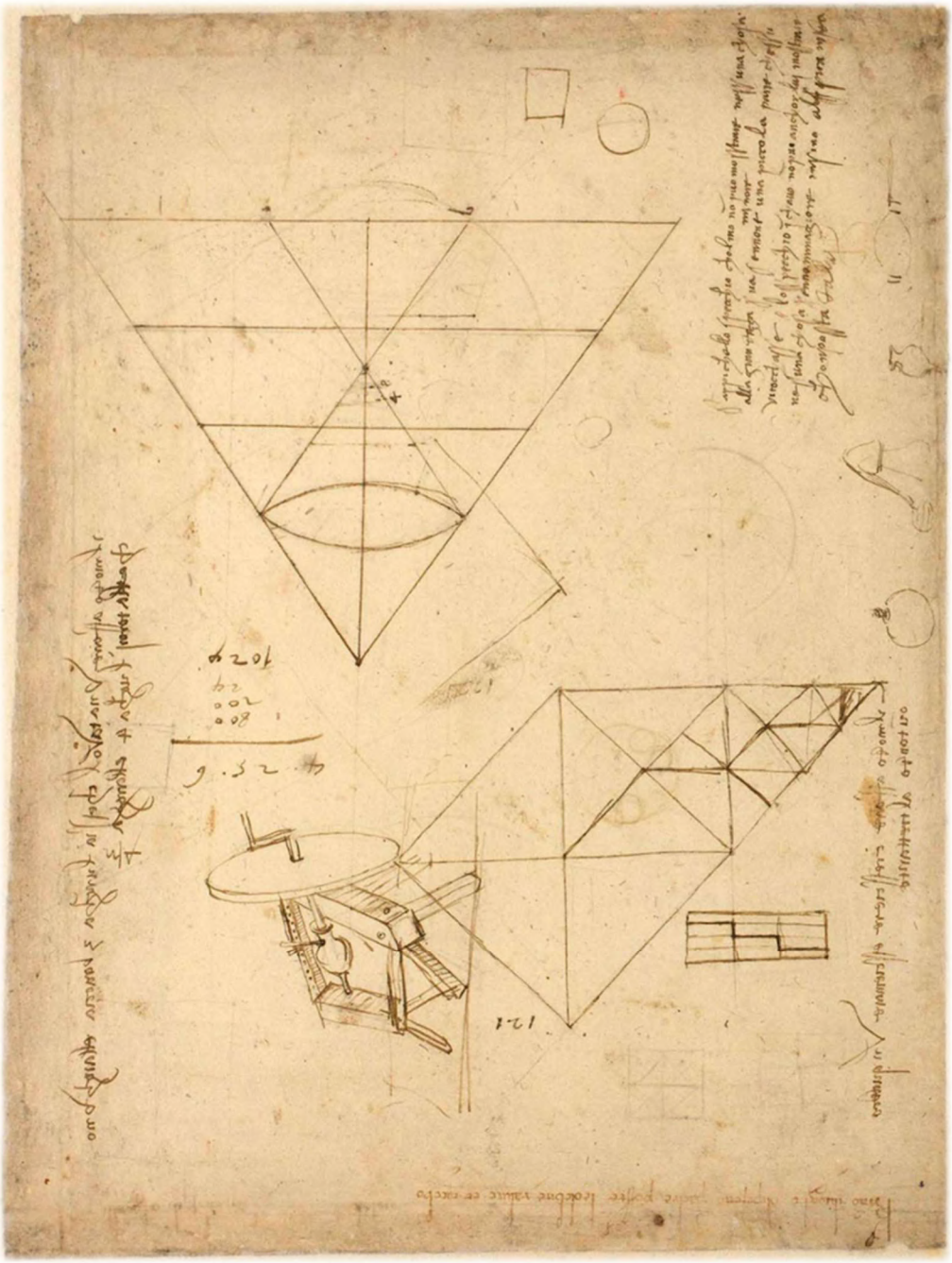


Figura 35. Estudios sobre espejos curvos. CA_0798ar (c. 1486), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

"Sepa que el espejo entero no puede mostrar nada de su tamaño, excepto por una pequeña parte que toca. El hueco del espejo aun no puede enseñar nada, si no es mayor que la pirámide que compuso" (CA_0798ar, c. 1486)

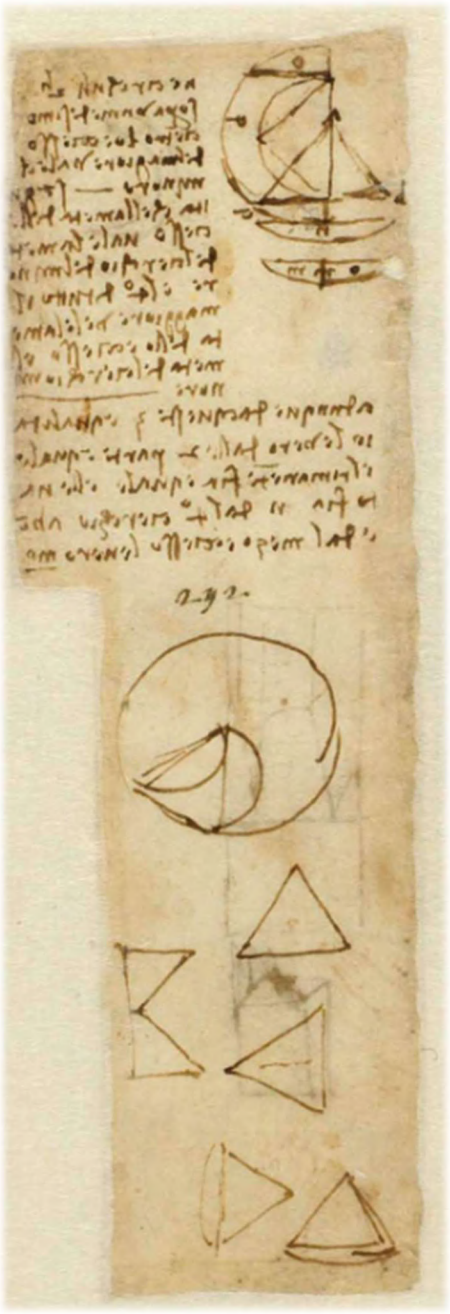


Figura 36. Estudio de proporciones para espejos a partir de un semicírculo seccionado. CA_0781av (c. 1508), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

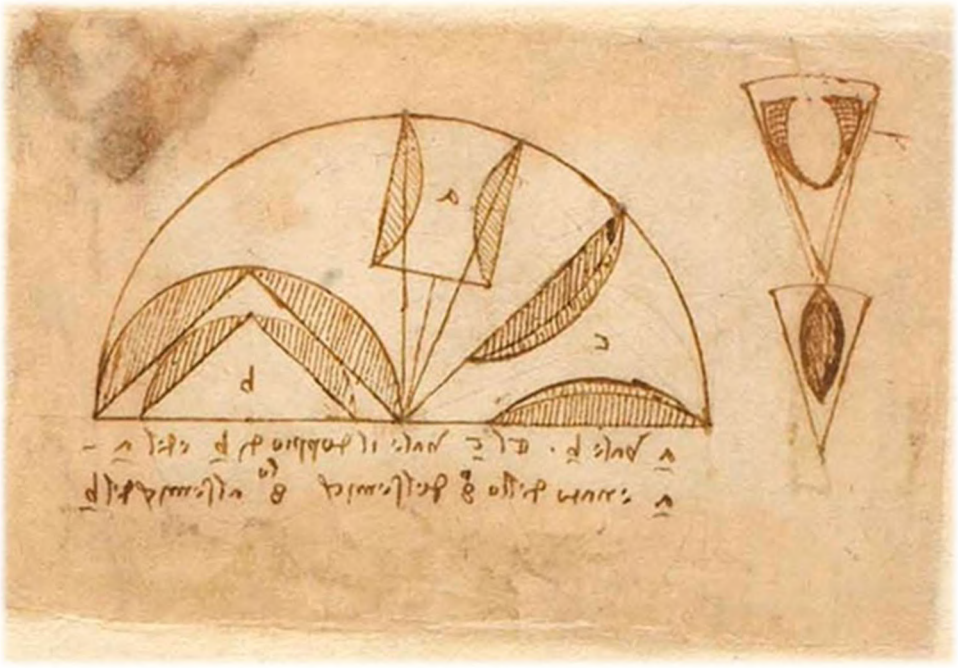


Figura 37. Secciones varias de un semicírculo. CA_0776br (c. 1500), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

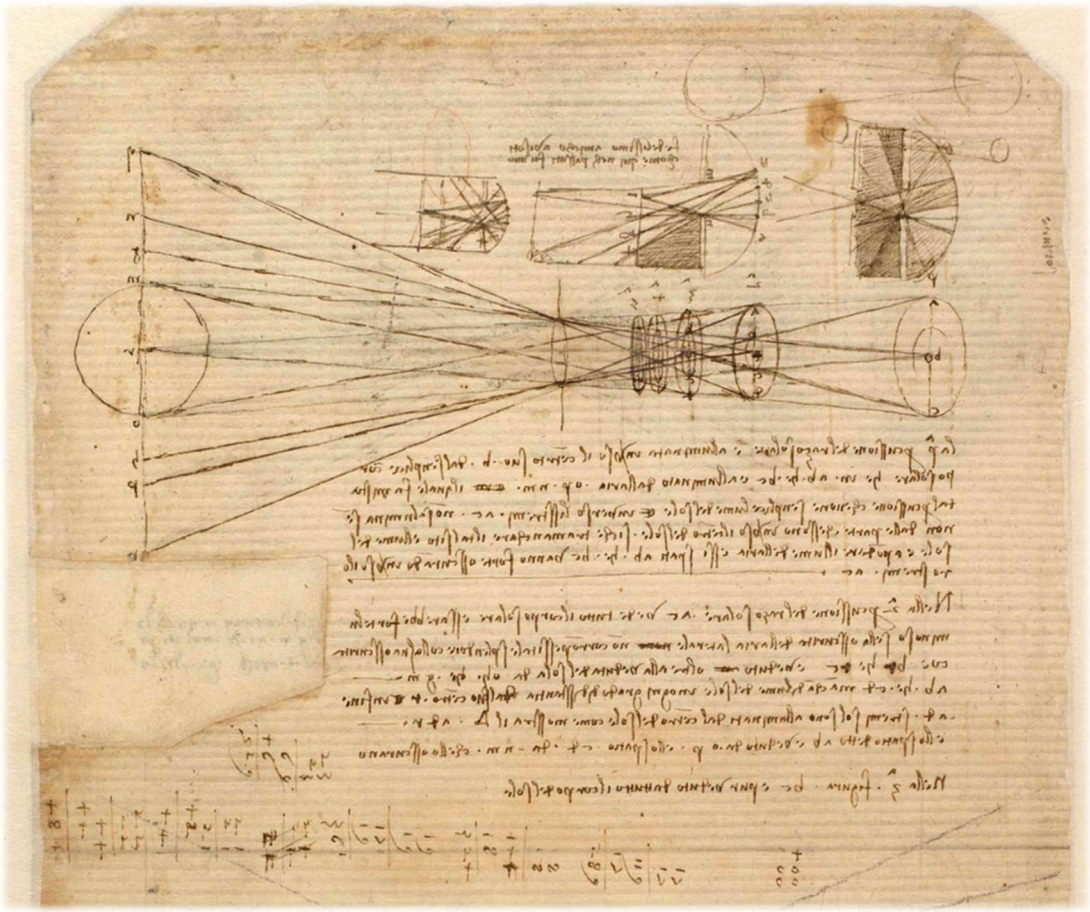


Figura 38. Reflejos de rayos solares a través de un espiráculo. Detalle del CA_0705v (c. 1497), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

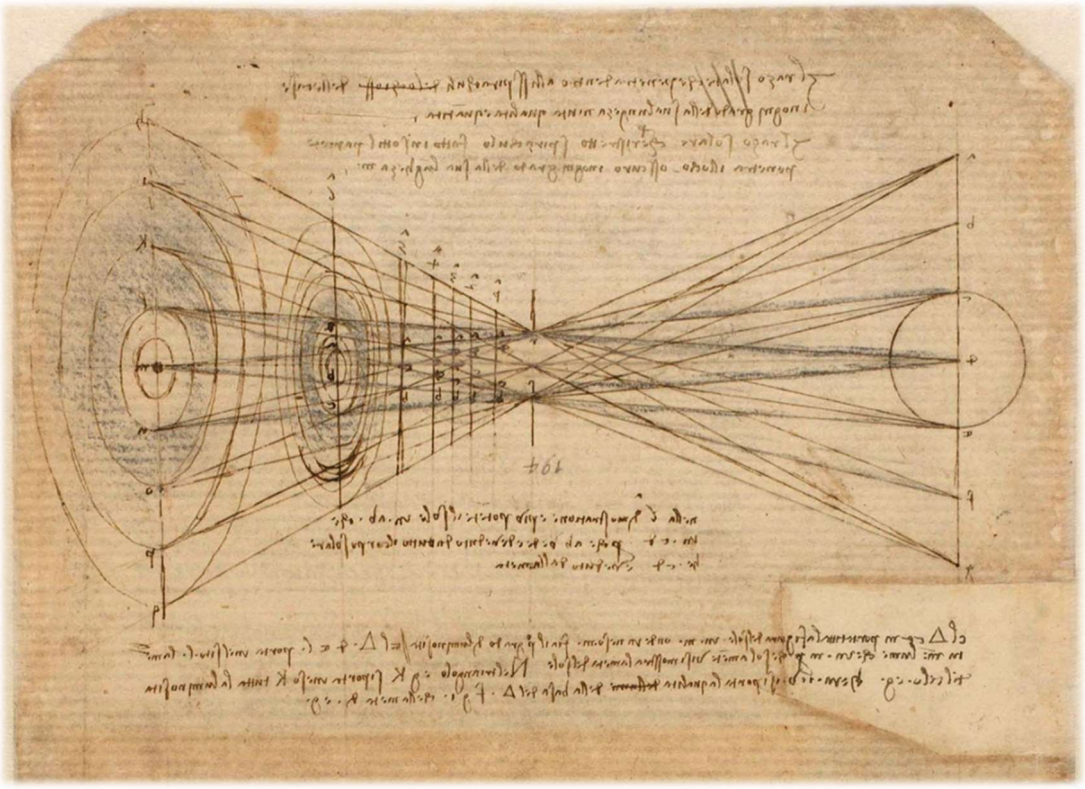


Figura 39. Reflejos de rayos solares a través de un espiráculo. Detalle del CA_0705r (c. 1497), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

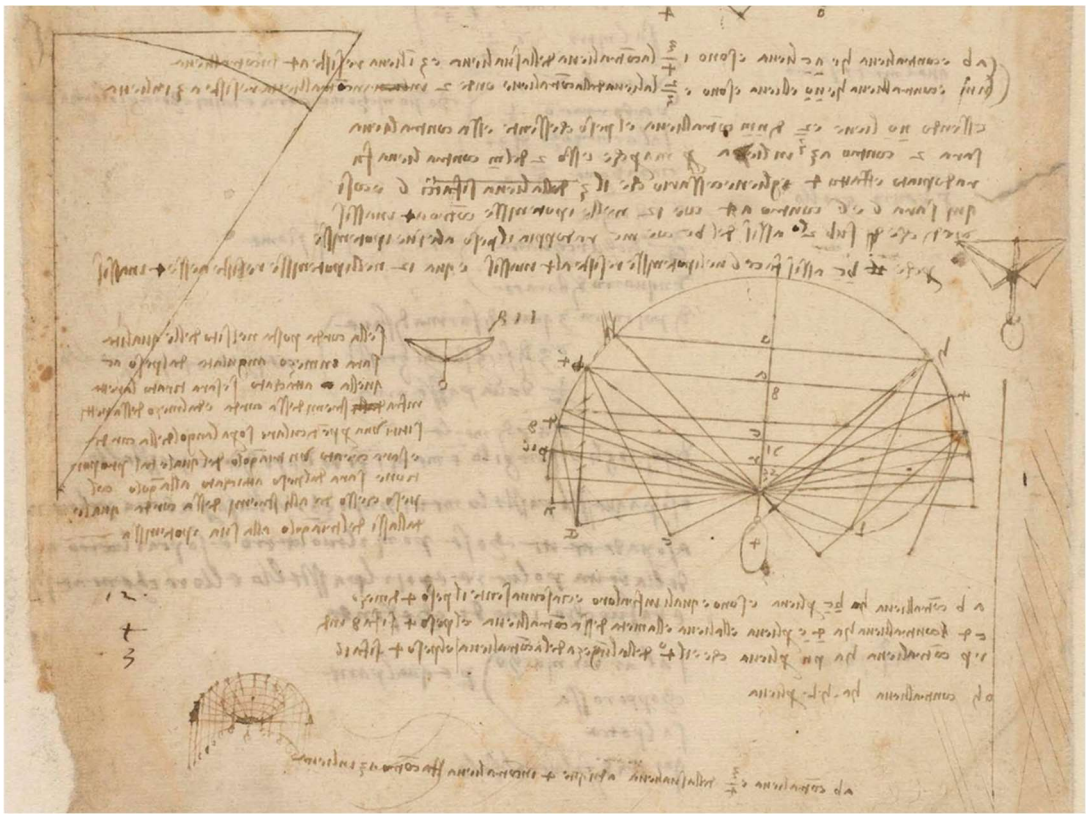


Figura 40. Estudios ópticos. Detalle del CA_0664r (c. 1508), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

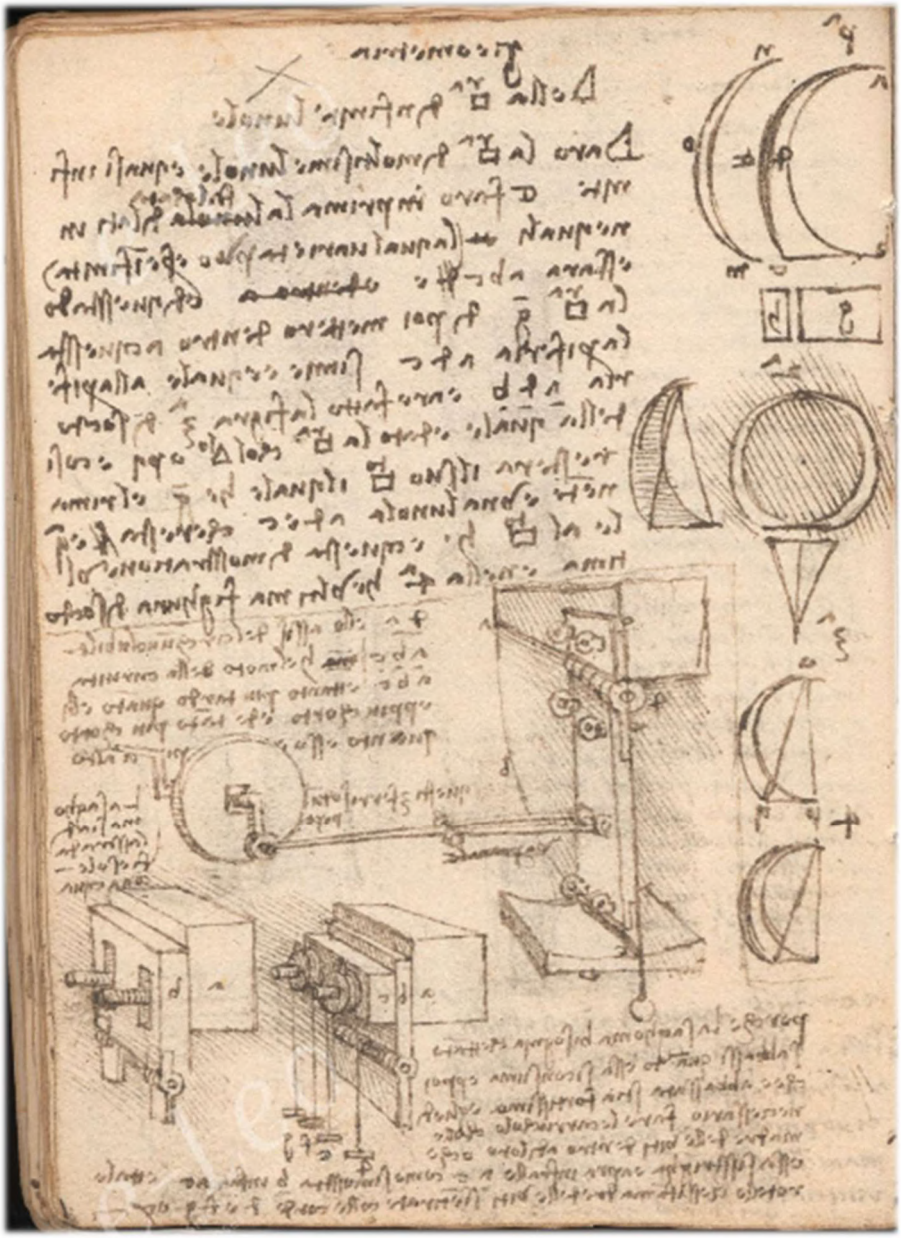


Figura 41. Máquina para la "silueta". MsG_0043v, Bibliothèque de l'Institut de France (París).

No me atrevería a afirmar con seguridad si se trata de una máquina para espejos, pero en líneas generales podría interpretarse como tal. Esta es accionada por un mecanismo biela-manivela que balancea alternativamente de lado a lado, y pivotando sobre su otro extremo, una hoja que lija por fricción la pieza inferior dándole la curvatura cóncava. En el texto adjunto parece relacionar la longitud de dicha lija con la altura a la que se ha de balancear y el grado de curvatura que se conseguirá en la pieza tallada. Es similar a las máquinas y mecanismos que usa en el MsG_0016r pero incluyendo la biela-manivela accionada por una palanca manual.



Figura 42. Secciones a conos y semiesferas para espejos. Detalle del CA_0657r (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

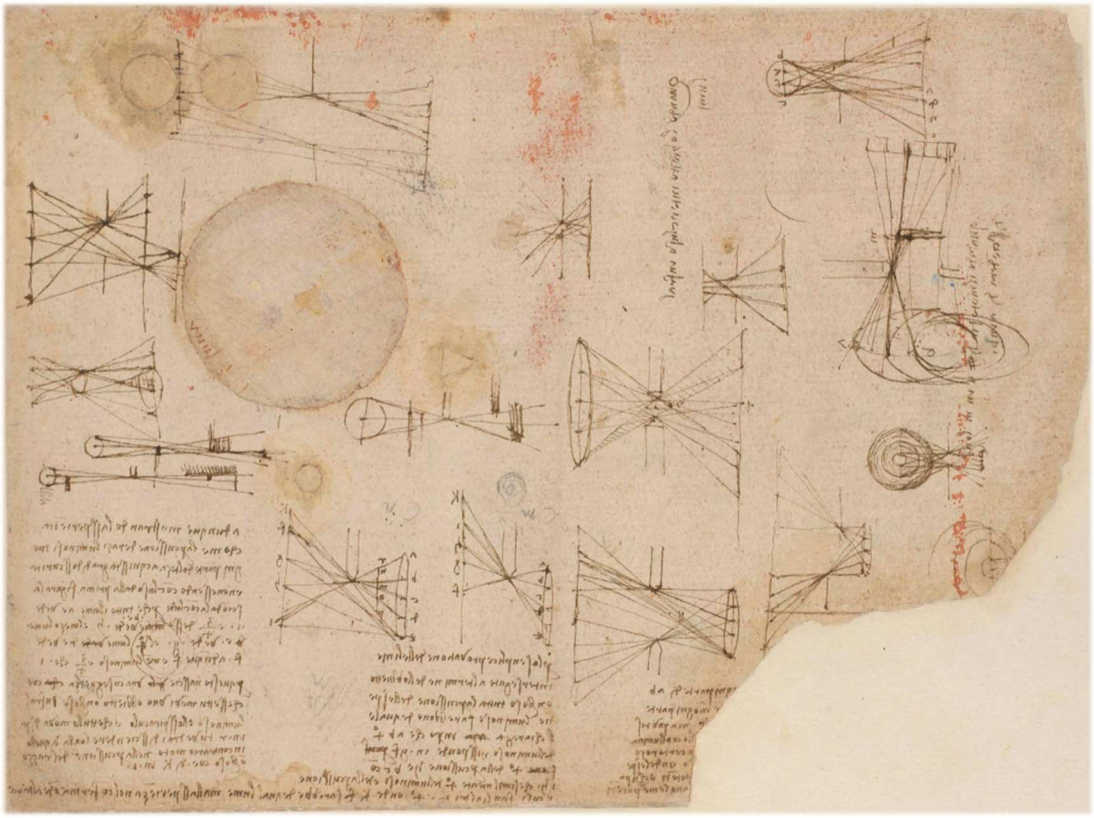


Figura 43. Intersecciones de rayos visuales y estudios sobre lentes. CA_650r (c. 1508), Biblioteca Ambrosiana (Milán).



Figura 44. Apuntes sobre espejos ustorios, creación de formas curvas y cóncavas mediante corte y lijado. MsG_0016r, Bibliothèque de l'Institut de France (París).



Figura 45. Apuntes sobre soldaduras, percusión del fuego (impacto de la radiación del calor) y superficies curvas. MsG_0084v (c. 1515). Bibliothèque de l'Institut de France (París).

"Recuerda las soldaduras con las que la bola de Santa Maria del Fiore fue soldada. De cobre impreso en piedra como los triángulos de esa bola." (MsG_0084v, c. 1515).

Leonardo a sus 63 años hace referencia al encargo que recibió su maestro Verrocchio de construir la esfera de cobre en 1469 para coronar la cúpula de dicha basílica. Otros expertos sitúan este suceso en el 1471 o 1472. Las porciones triangulares curvas de la zona inferior del folio corresponden a las partes que soldaron para conformar esta esfera.

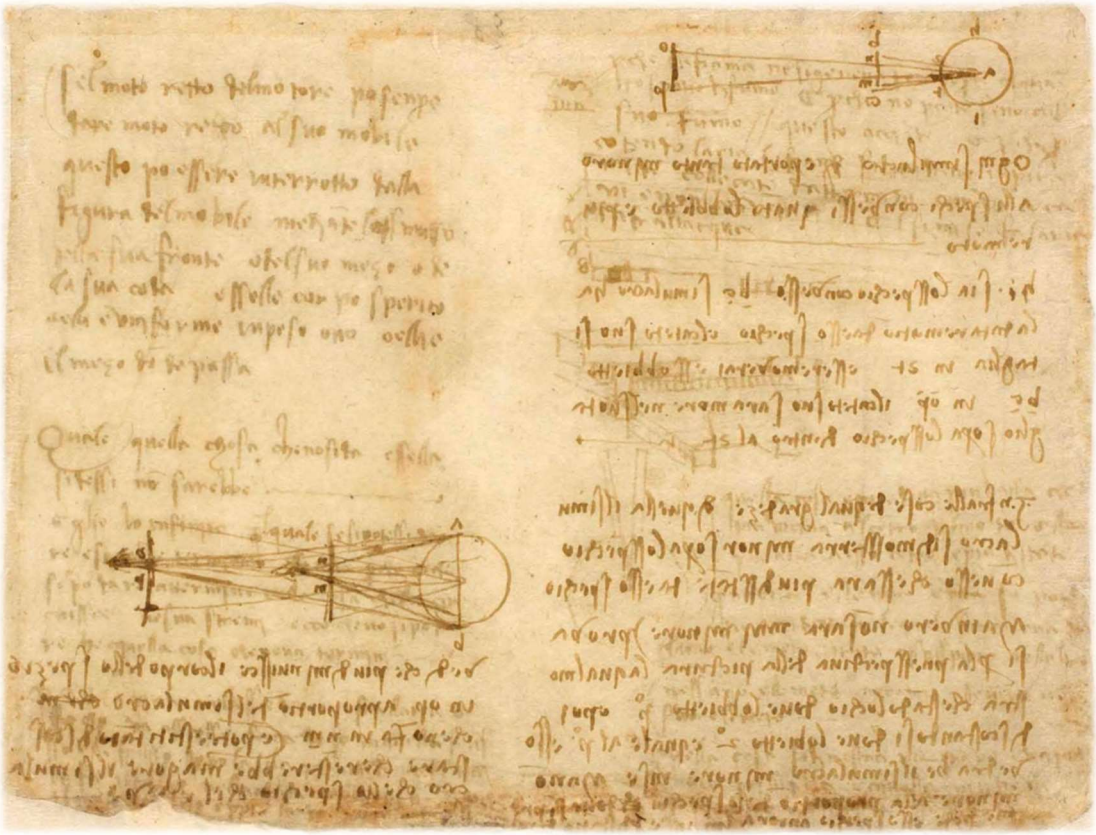


Figura 46. Estudios sobre espejos planos y curvos. CA_0362v (c. 1508), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

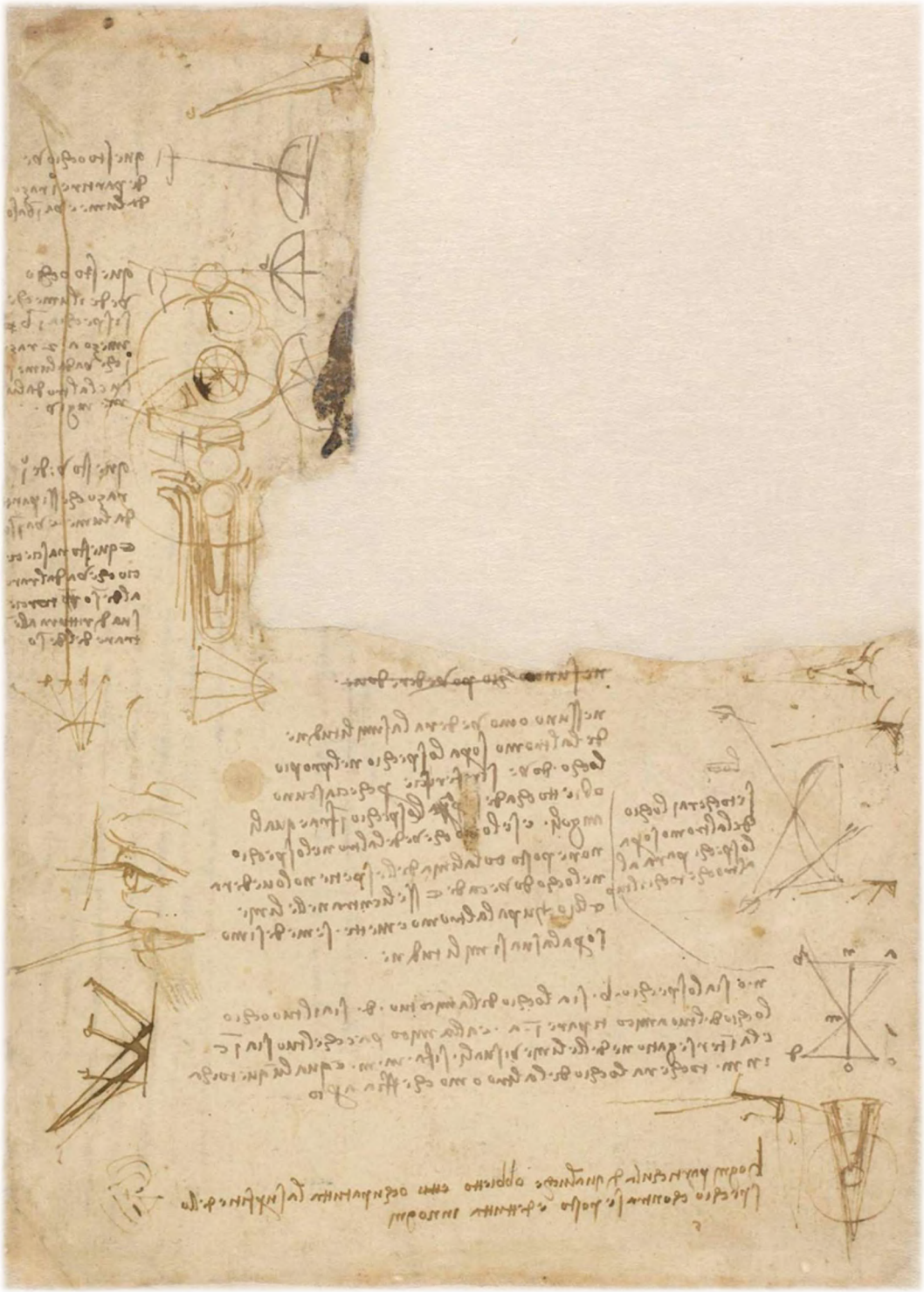


Figura 47. Estudios sobre reflexión en espejos planos y curvos. CA_0387v (c. 1490), Biblioteca Ambrosiana (Milán).



Figura 48. Apuntes sobre superficies pulidas y curvas. MsG_0045r, Bibliothèque de l'Institut de France (París).

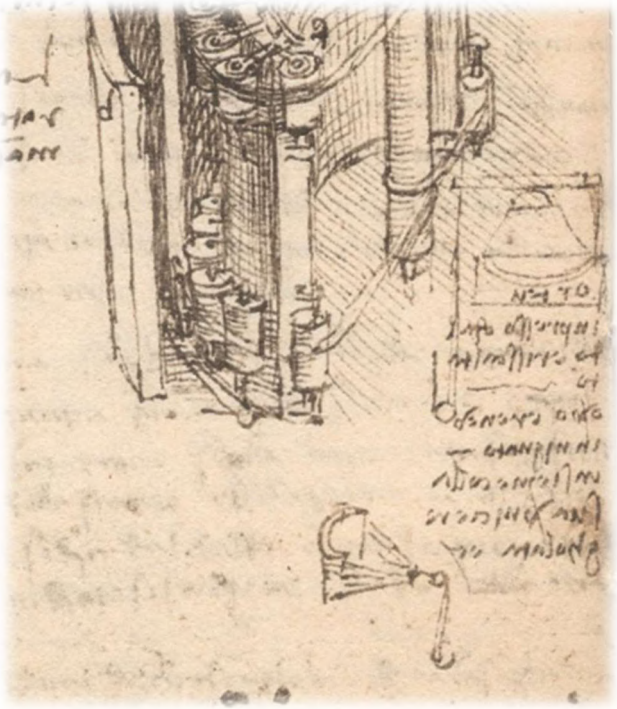


Figura 49. Apuntes de la *ignición con vidrio o cobre impreso sobre la superficie curva* (dch). Detalle del MsG_0047v, Bibliothèque de l'Institut de France (París).



Figura 50. Apuntes sobre el diseño de movimiento curvo para dar forma y pulir. Detalle del MsG_0051v, Bibliothèque de l'Institut de France (París).



Figura 51. Apuntes sobre el diseño de movimiento curvo para dar forma y pulir. MsG_0053r, Bibliothèque de l'Institut de France (París).



Figura 52. Desarrollos de paraboloides. MsG_0068r, Bibliothèque de l'Institut de France (París).

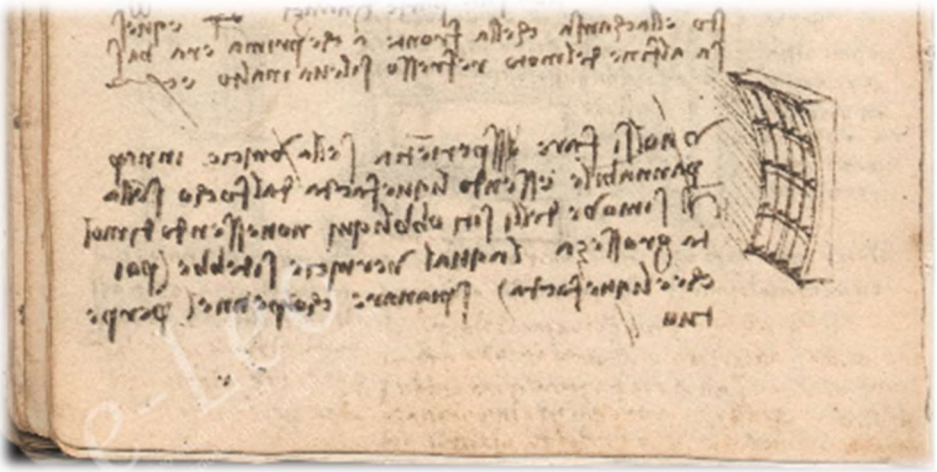


Figura 53. Apuntes sobre espejos cóncavos. MsG_0073v, Bibliothèque de l'Institut de France (París).

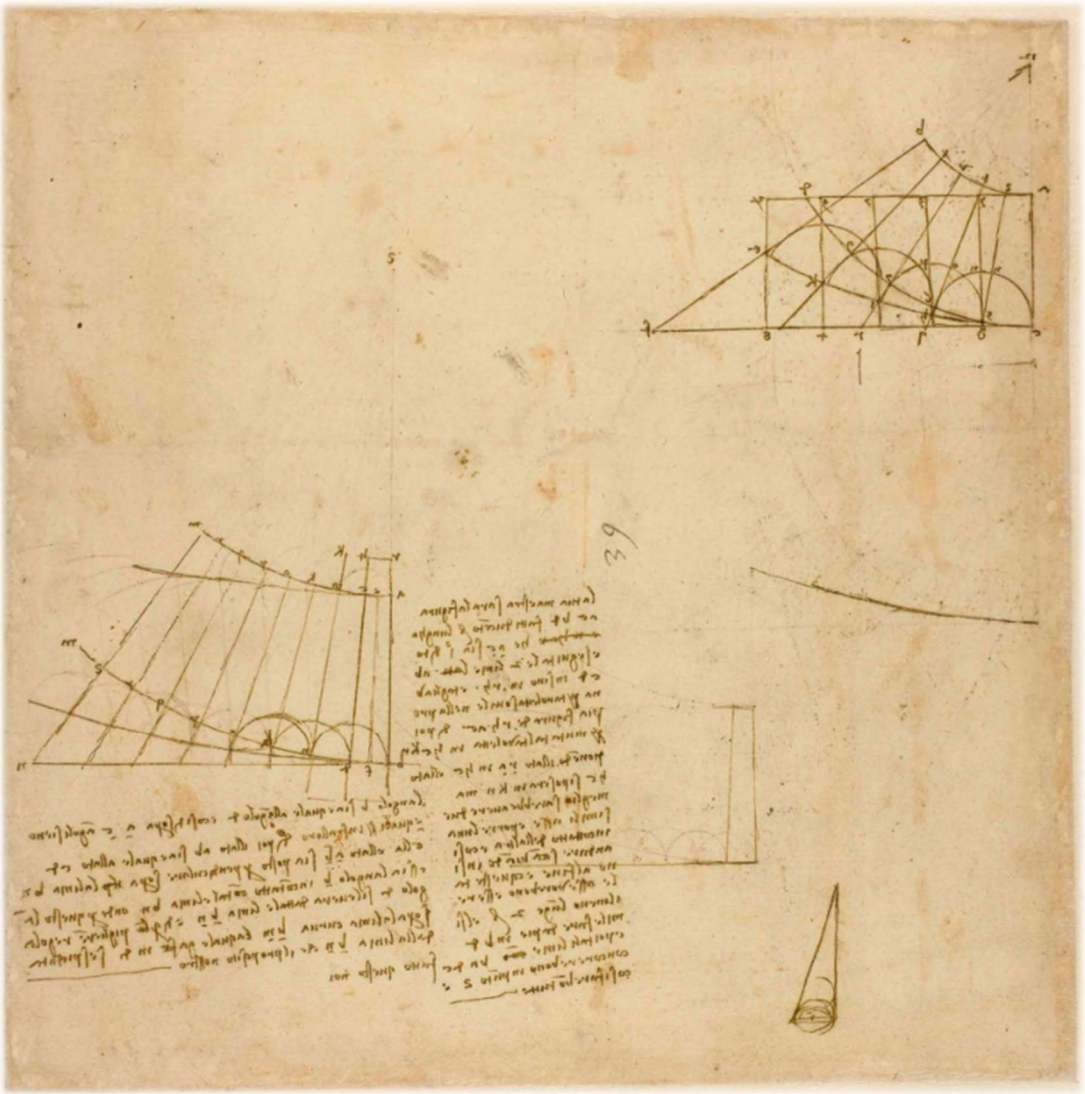


Figura 54. Estudios sobre espejos curvos. CA_0587r (c. 1503), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

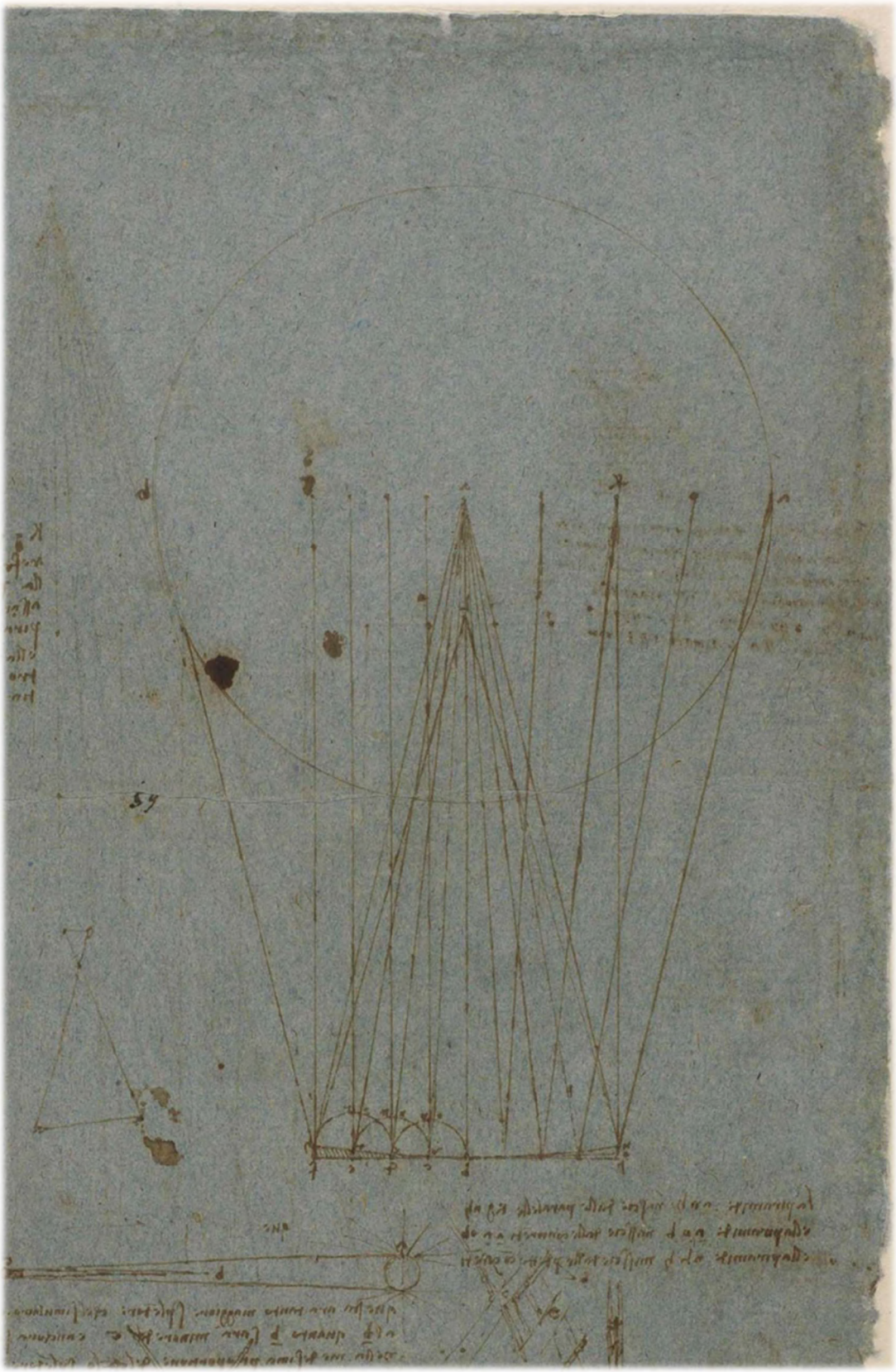


Figura 55. Estudios sobre espejos curvos. CA_0672r (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

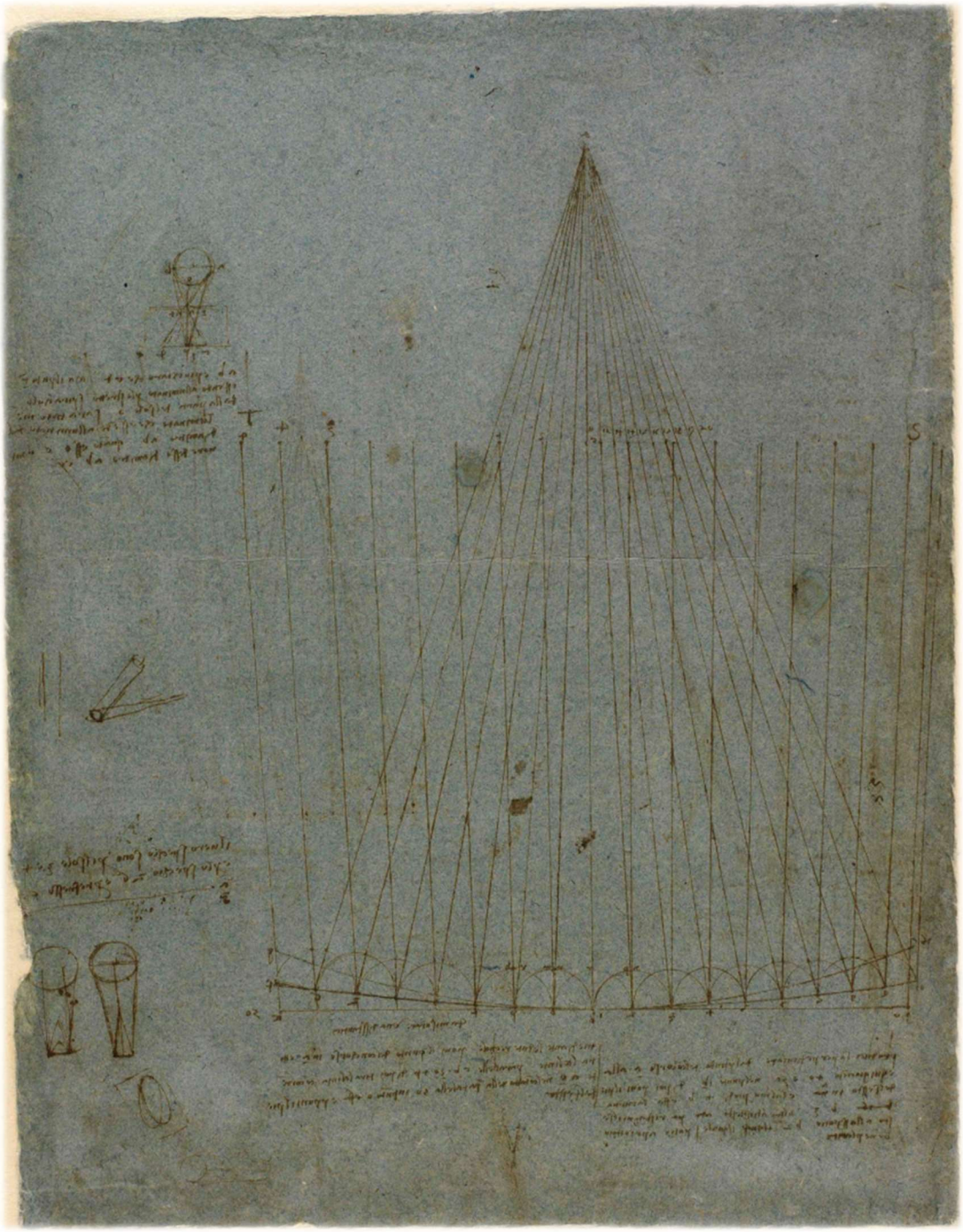


Figura 56. Estudios sobre espejos curvos y reflejos. CA_0672v (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

En el folio CA_0677r también encontramos unas notas comentando el reflejo de los cuerpos a través de espejos y su similitud con el reflejo de la superficie del agua.

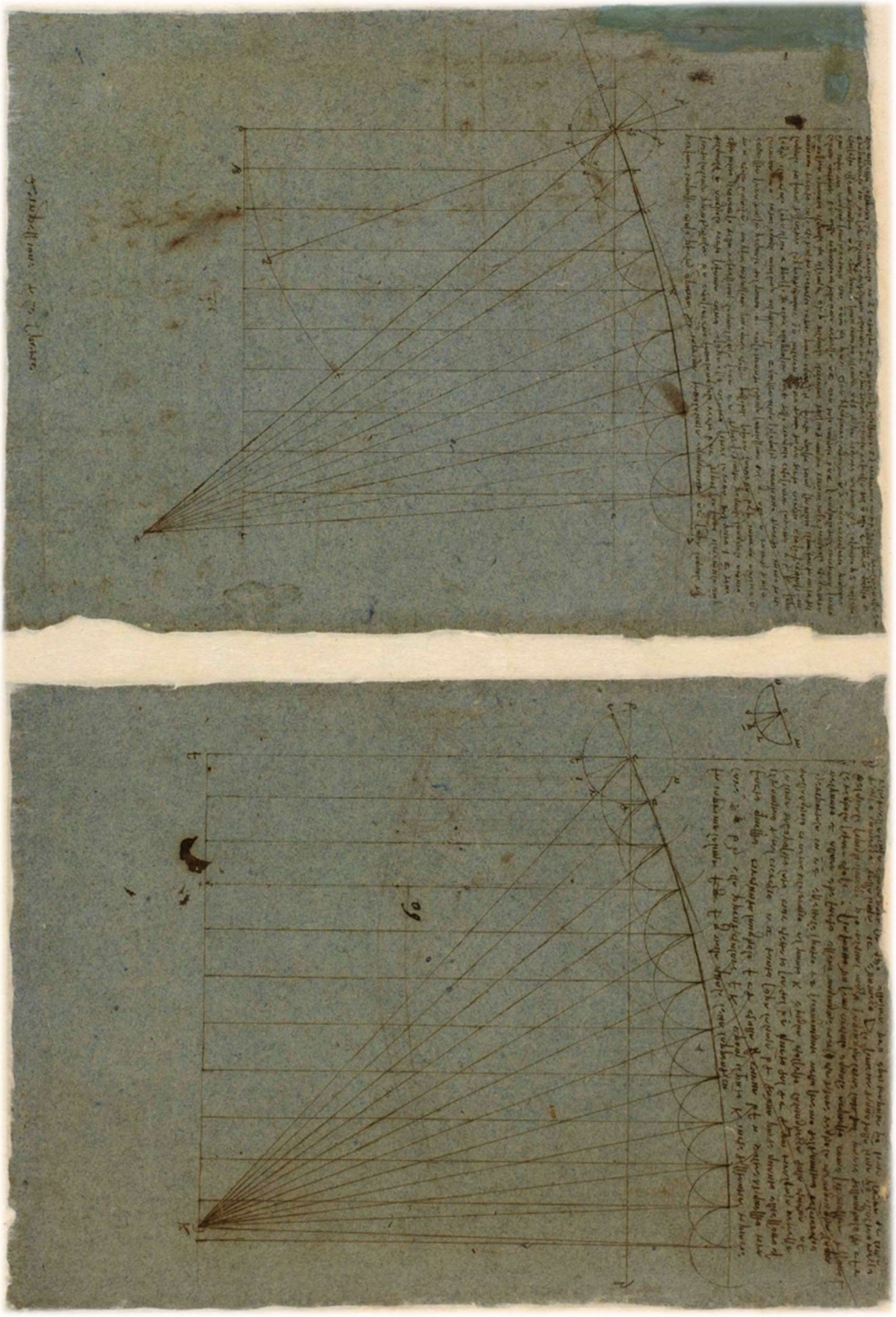


Figura 57. Estudios sobre espejos curvos. CA_0751v, Biblioteca Ambrosiana (Milán).

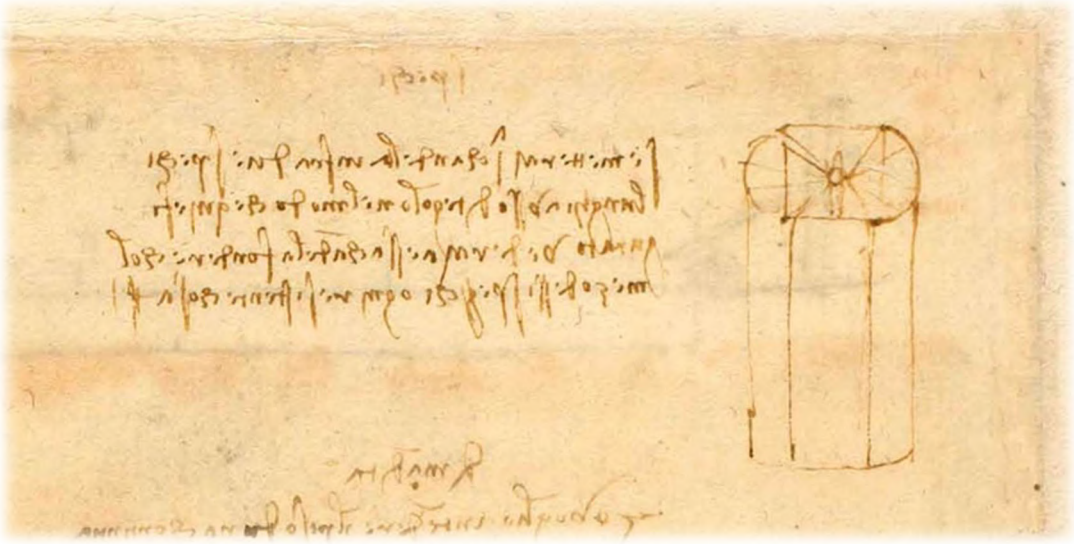


Figura 58. "Vela" encerrada entre dos espejos. Detalle del CA_0924r (c. 1490), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

"Si colocas una vela entre dos espejos largos con forma de teja de la manera que se muestra aquí, verás que la vela derrite cualquier cosa resistente con la ayuda de los espejos." (CA_0924r, c. 1490)

En este folio podemos corroborar el uso de dos espejos, dispuestos uno frente a otro, para quemar y producir una llama, a la que se refiere como vela. Los espejos no parecen estar orientados al Sol, pero esta es una de las pocas configuraciones de cómo usar los espejos que aparecen en los manuscritos y códices investigados.

En el folio CA_1027r, Leonardo relaciona también los espejos con el fuego en una frase que acompaña con unos dibujos de la luz rebotando en una cámara cerrada junto a unas linternas.

"Es posible hacer el oficio del espejo solar con fuego" (CA_1027r, c. 1506)

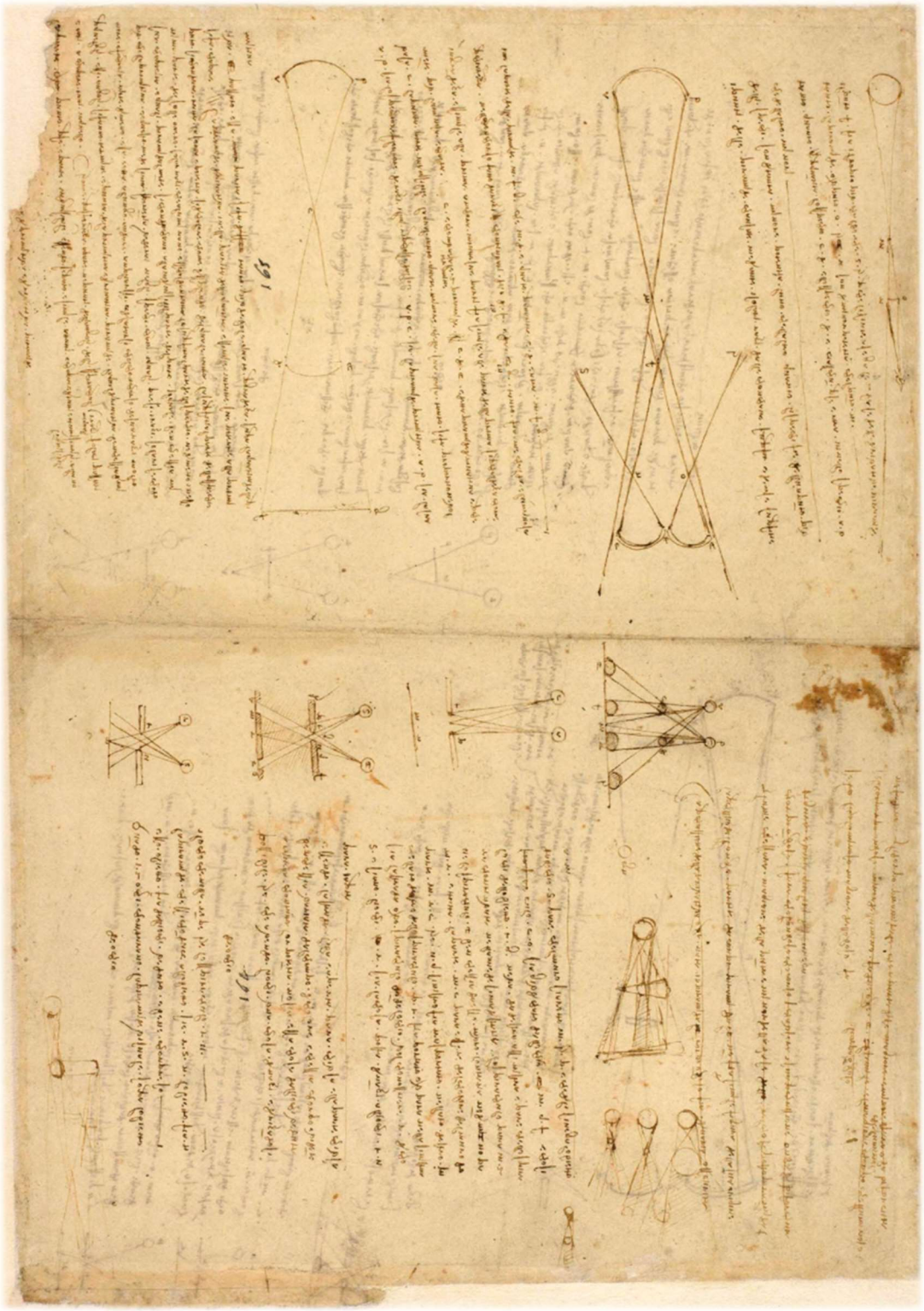


Figura 59. Estudios ópticos, sombras y luz, espejos curvos. CA_0955r (c. 1490), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

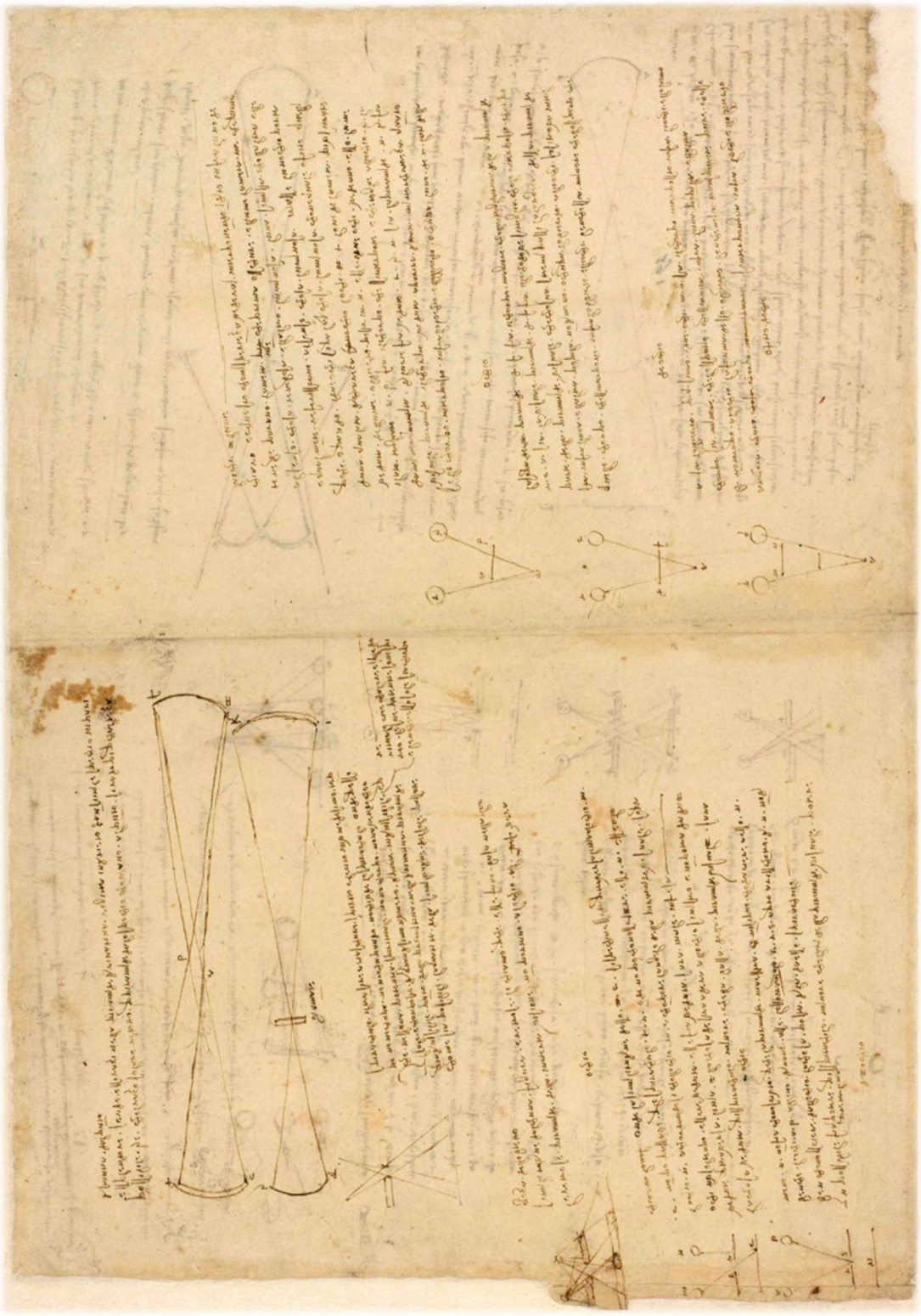


Figura 60. Estudios sobre espejos y óptica. Detalle del CA_0955v (c. 1490), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

6.3. Las máquinas de espejos de Leonardo

Después de ver muchos de sus folios sobre óptica y estudios de espejos, ahora exponemos las máquinas que dejó diseñadas el italiano. Entre ellas nos encontramos con las que servían para pulir espejos planos y las de espejos cóncavos. Asimismo, según el tipo de espejo a fabricar, existían diferentes mecanismos que usaban estas máquinas. Aunque únicamente profundizamos en la máquina del CM1_0061r, se comentarán brevemente los demás para compararlos entre sí y ver sus ventajas e inconvenientes a posteriori.

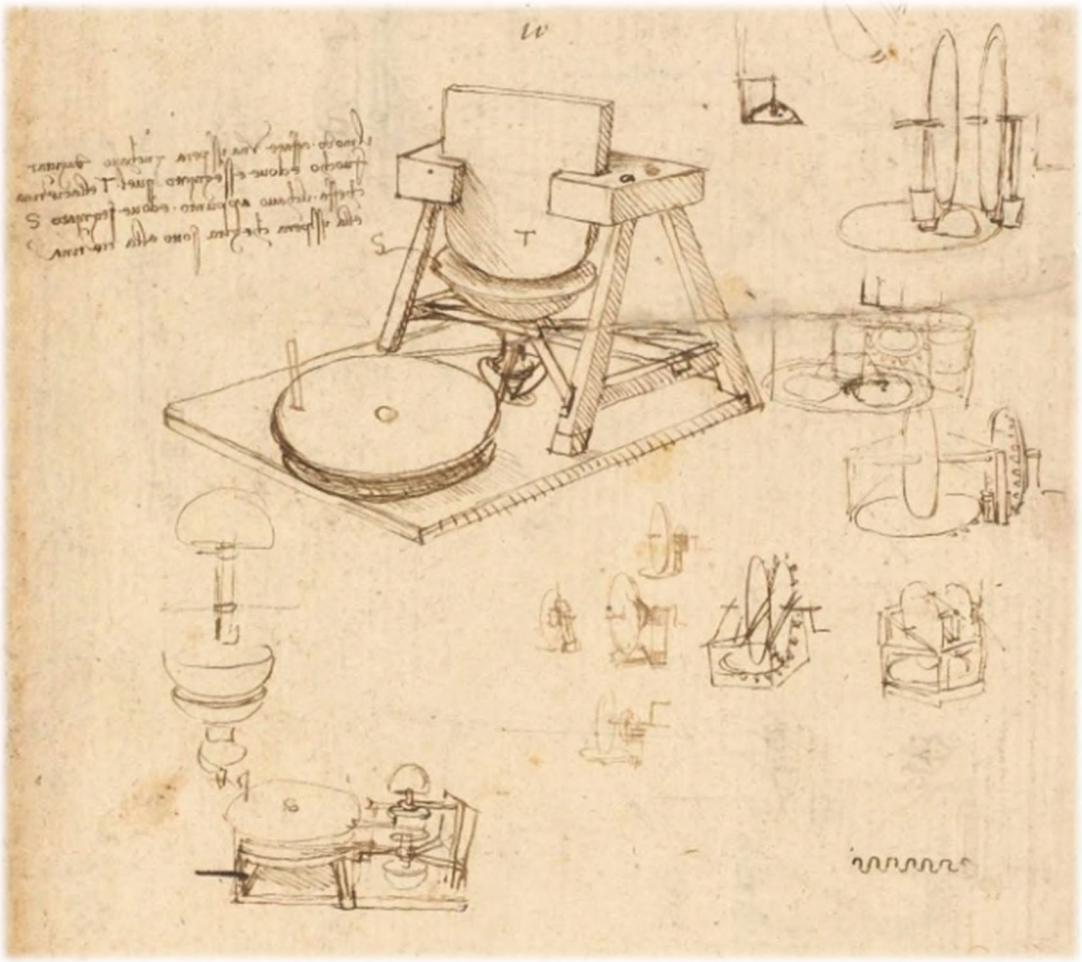


Figura 61. Máquinas para hacer espejos cóncavos. CA_0017v (c. 1478), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

La máquina del pergamino superior es para espejos cóncavos y cuenta con un grado de detalle considerable además de estar rodeada de varios bocetos también de mecanismos diferentes para otro tipo de máquinas de espejos (los cuales son usados en máquinas posteriores a esta fecha). Leonardo tenía 26 años cuando dibujó estos diseños en 1478, el año más antiguo del que se tienen constancia todos los folios manuscritos de sus códices.

Según el tipo de mecanismo y funcionamiento podríamos clasificar a la máquina del CA_0017v como una de fresa fija, y transmisión de potencia por medio de correa o cadena, al igual que la del presente proyecto. La piedra "T" permanece estática y ejerce desgaste sobre la piedra espejo "S" situada inferior a esta gracias a su propio peso y al giro

relativo de la piedra "S". La principal ventaja de esta muela fija reside en la posibilidad de tener geometría parabólica en vez de esférica, lo cual haría un espejo ustorio más eficaz, y en tener un tamaño reducido en comparación con las de fresa móvil que veremos en las siguientes páginas. La frase que acompaña el diseño se traduce:

"La forma de hacer una esperanza en cable para echar al fuego. Y donde está marcada esa T, es la costilla que hace el cabe, y donde está marcada S, es la esperanza que corre bajo el arco." (CA_0017v, c. 1478)

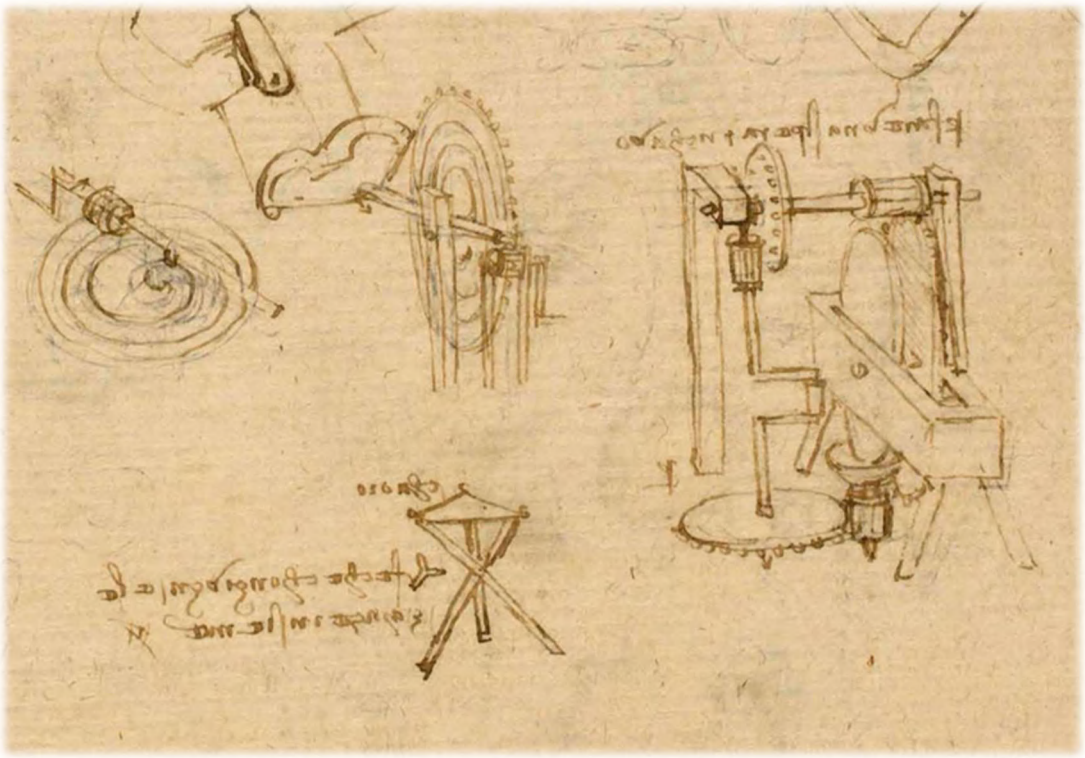


Figura 62. Máquina de pulir espejos cóncavos (dch.). CA_1068r (c. 1480), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

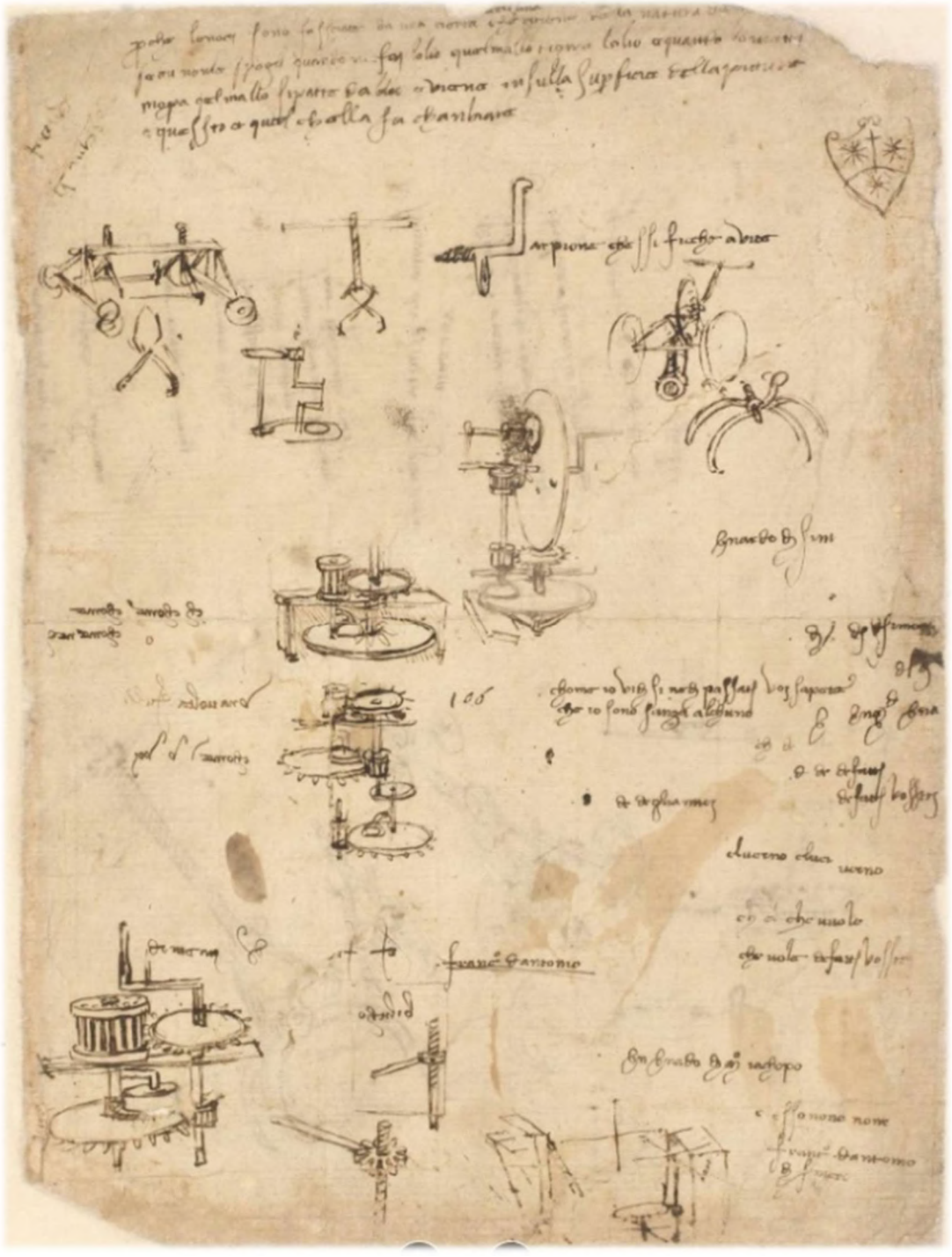


Figura 63. Bocetos varios de mecanismos y máquinas de espejos. CA_0018v (c. 1478), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

Observamos en este folio cómo Leonardo entre varios bocetos ahondaba en la invención de un mecanismo que produjera una reacción en cadena para lijar varios espejos al mismo tiempo y a través de un mismo movimiento madre. En este caso, destinado a espejos planos que son pulidos mediante una piedra enganchada a un brazo externo que se une al eje motriz girando en un sentido, mientras que la piedra espejo gira en el sentido contrario a través de una rueda *ardilla* conectada a otro eje distinto que se mueve también

gracias a un único giro inicial. En la zona central se ve una mezcla de este sistema con una fresa móvil muy grande de piedra.

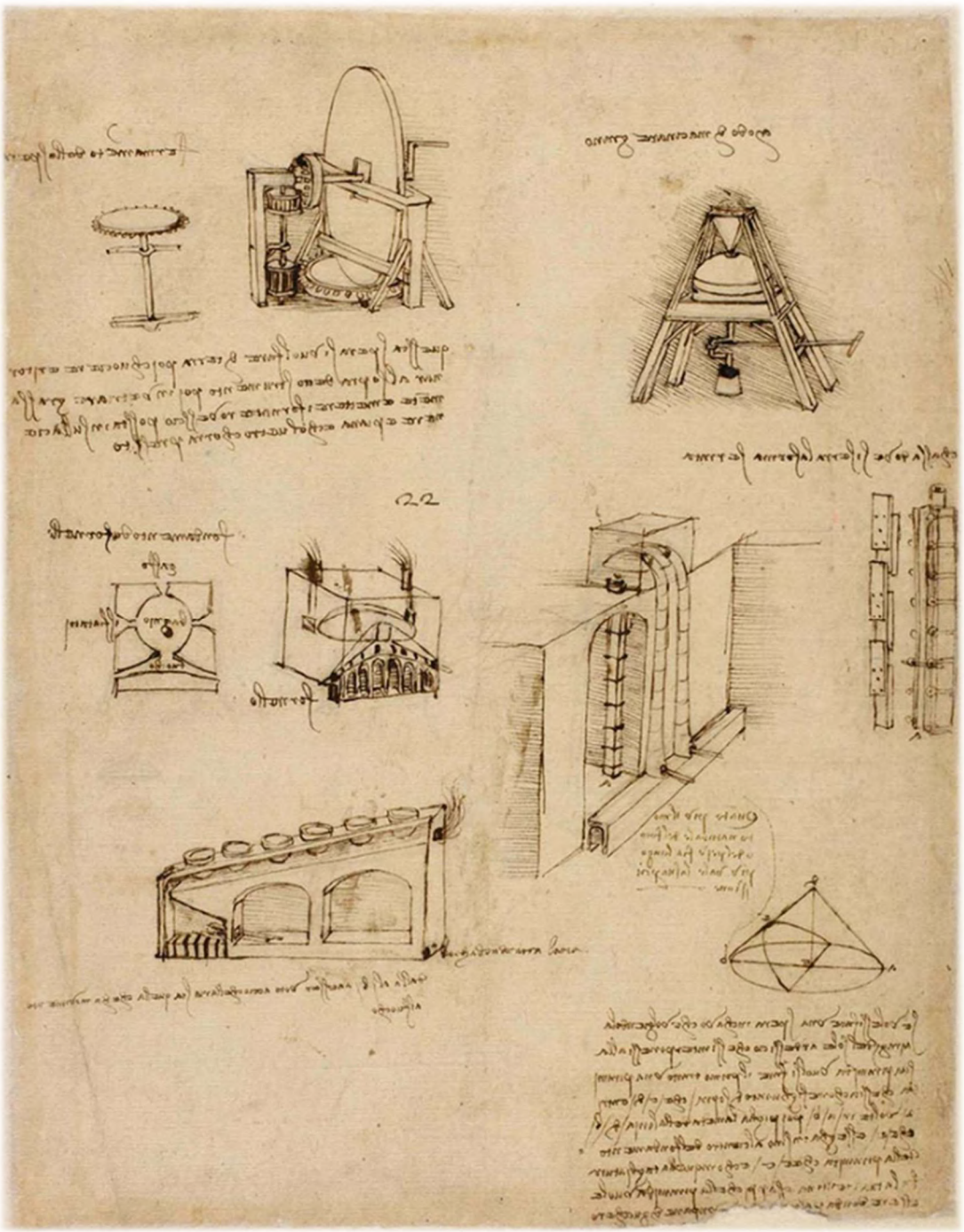


Figura 64. Máquina para hacer espejos cóncavos. CA_0087r (c. 1480), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

En esta hoja, típica de sus años de juventud pasados en Florencia, podemos ver cómo Leonardo recoge en limpio y en una especie de antología diversos proyectos: la muela de espejos (con un detalle notable), una molienda para el trigo, algunos hornos y hornillos, y el esquema ya comentado anteriormente sobre la parábola que surge de cortar un cono

(en la esquina inferior derecha). Esta máquina de hacer espejos es del tipo fresa móvil y transmisión por engranajes en contacto.

Es la más estudiada actualmente de entre todas las que tiene, y quizá la más efectiva debido a su mecanismo de "rotación doble" con el que se lija la piedra más rápido que con las otras de sus máquinas, además de ser construible y funcional para su época.

La fresa giratoria muele la piedra espejo que se mueve a su vez, perpendicular a esta y al mismo tiempo, a través del mismo movimiento motriz conectados por ruedas de engranajes y jaulas de ardillas. La ventaja de esta máquina y tipo de mecanismo es que se pueden conseguir acabar espejos cóncavos antes que con una de fresa fija y resultarían además de grandes dimensiones, sin embargo, solo permite que la concavidad sea esférica y no parabólica. Además, la transmisión a través de engranajes por contacto resultaría en aquella época más conveniente que el uso de una cadena o correa. En el modelo 3D del libro que mostramos en la figura 65 no sé específica esquemáticamente el mecanismo antifricción que permite el deslizamiento de la piedra-espejo albergada en la rueda o las jaulas respecto del suelo, pero comentan se realiza mediante "unas cuñas que sujetan el perno de rotación" que sí se puede ver dibujado y montado en el folio de Leonardo. La frase que acompaña el dibujo de la máquina se traduce:

"Este cristal debe fabricarse con tierra, entonces se cuece y vuelve a colocar en el instrumento mencionado arriba, luego se esmalta gruesamente e introduce en el horno boca abajo, colocado sobre las cenizas y plano, y el cristal debe correr rápidamente." (CA_0087r, c. 1480)

Nos cuenta, a sus 28 años de edad, cómo fabricar el espejo a partir de la piedra cóncava ya lista. Una vez pulida la piedra con la forma deseada, debía darse la capa reflectora que convertiría la piedra cóncava en el espejo. Para ello se cocía arena o tierras sílices en hornos hasta conseguir el vidrio deseado, se echaba sobre la cavidad cóncava esparciéndolo uniformemente, y quizá se volteaba la piedra para dejar caer el sobrante y lograr una superficie lisa sin bultos.

Encontramos también un texto relacionado con los metales de los espejos en el CM1_0100v que aclara entre líneas de otra explicación sobre ejes y uniones articuladas:

"Si desearas hacer un eje que gire siempre encerrado y que nunca salte por arriba a pesar del esfuerzo al que se le someta, debes hacer su cavidad, o mejor dicho, madre, de metal de espejos, esto es, 3 partes de cobre y 7 de estaño fundidos a la vez. […]" (CM1_0100v)

Además de mencionar al hierro y plomo en el mismo párrafo como metales para ciertas piezas que requieren de mayor resistencia, vemos a Leonardo promoviendo el uso de metales de espejos para labores que requieren minimizar la fricción y facilitar el deslizamiento como ocurre en las superficies de contacto de rótulas o juntas universales.



Figura 65. Renderizado 3D que explica el funcionamiento de la máquina del CA_0087r. *"Atlas Ilustrado de Las Máquinas de Leonardo" (2006) Mario Taddei, Edoardo Zanon.*

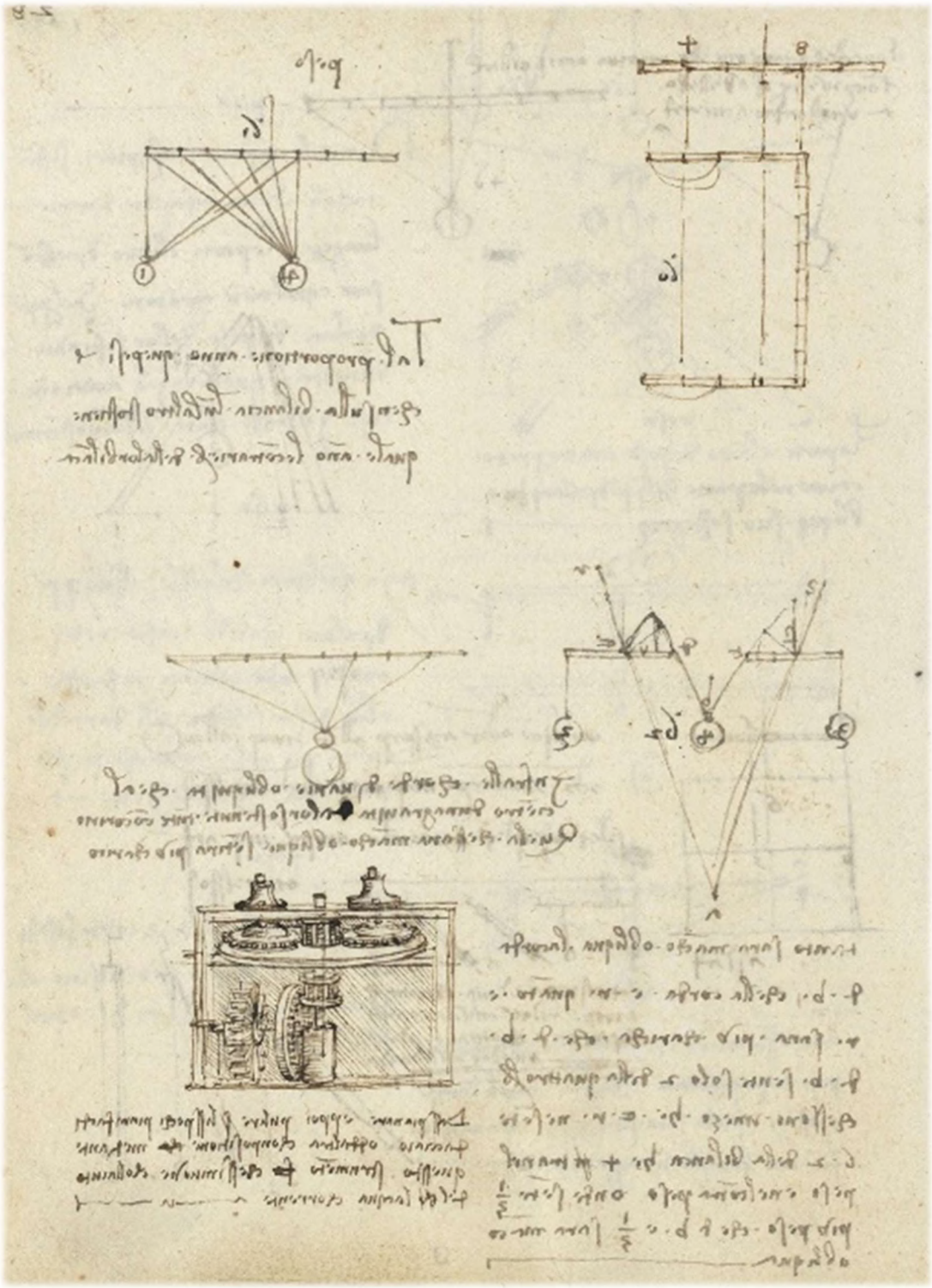


Figura 66. Máquina para hacer espejos planos. CM1_0163v, BNE (Madrid).

En este caso, la piedra que se pule permanece estática y cuenta con un agujero en el centro por el que asoma la rueda ardilla que engrana y mueve las dos ruedas que portan a las piedras o elementos pulidores. El problema de emplear este sistema es que no se puede contar con un eje cuadrado que permita la rotación del espejo. Por tanto, cada cierto tiempo habría que estar moviendo la piedra espejo o plancha de metal para pulir nuevas

zonas. La potencia que activa al mecanismo puede ser fácilmente transmitida por medio de una corriente de agua sin necesidad de fuerza humana.

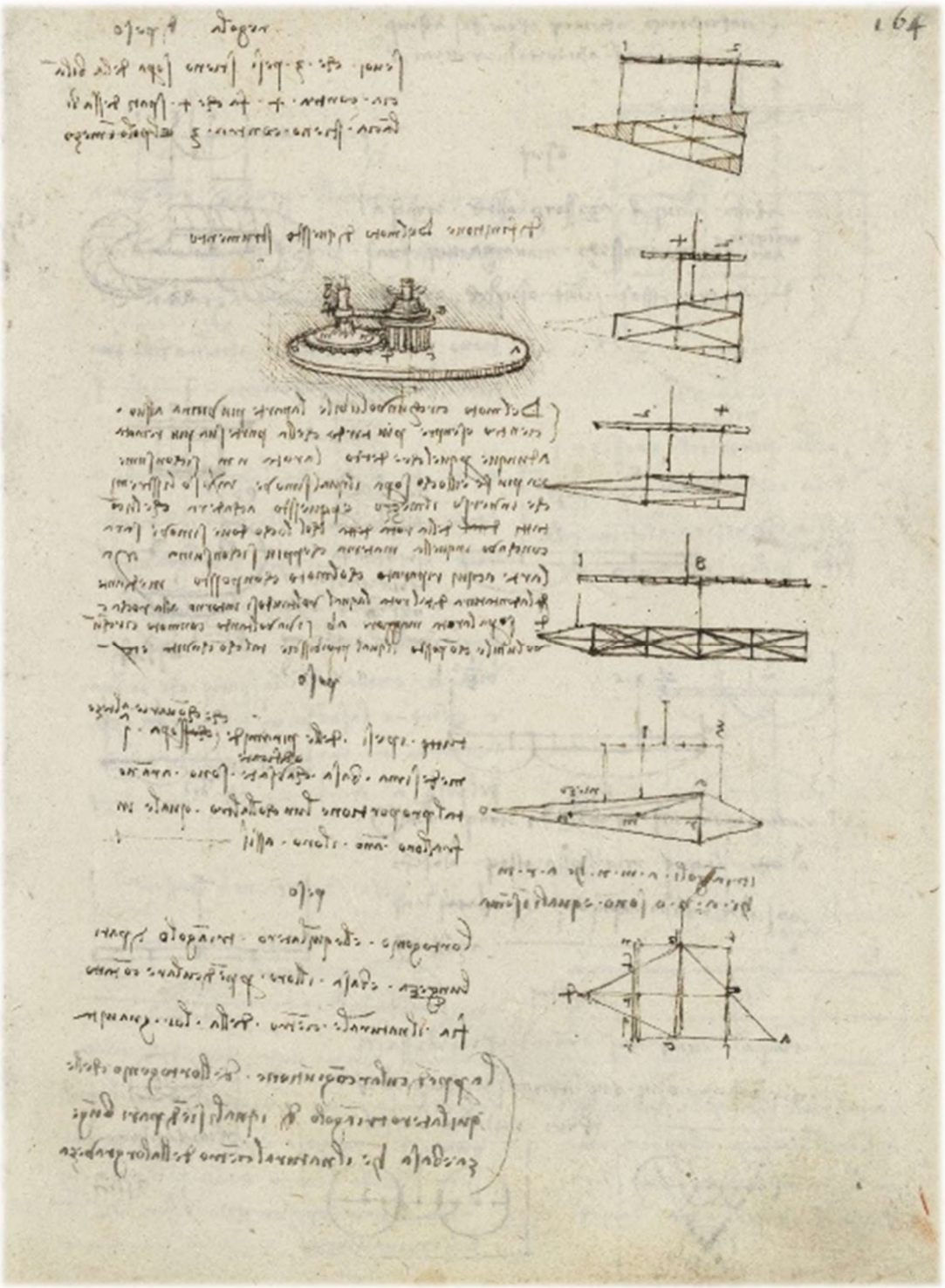


Figura 67. Máquinas para hacer espejos planos. CM1_0164r, BNE (Madrid).

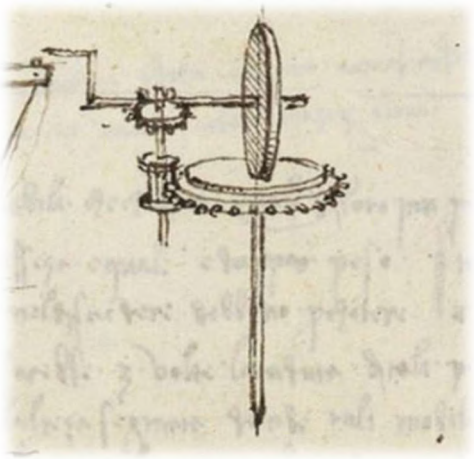


Figura 68. Estudio de una máquina de hacer espejos cóncavos. Detalle del CM1_0060v, BNE (Madrid).

Aun desconociendo si este esquema de una máquina para hacer espejos esféricos de muela móvil vertical coincide en fecha con la de nuestro proyecto (la máquina del folio contiguo CM1_0061r) podemos observar que el grado de detalle y rigurosidad en el mecanismo es bastante pobre. A efectos prácticos usa el mismo sistema que la máquina del CA_0087r de 1480, aunque la palanca de puesta en marcha inicial se sitúa justo en el mismo lado del entrelazado de ruedas dentadas y jaulas hembra, lo que podría inducir a usar un tornillo sin-fin para este caso en vez de una rueda dentada. A este diseño, del CM1_0060v, le falta la base sobre la que rotaría el soporte dentado de la piedra espejo, que aparece como un eje largo sin llegar a ningún sistema de apoyo. Leonardo podría estar repitiendo el modelo ya conocido en un croquis o tanteo previo al diseño de la máquina del folio contiguo, la de este proyecto, y de diferentes mecanismos.

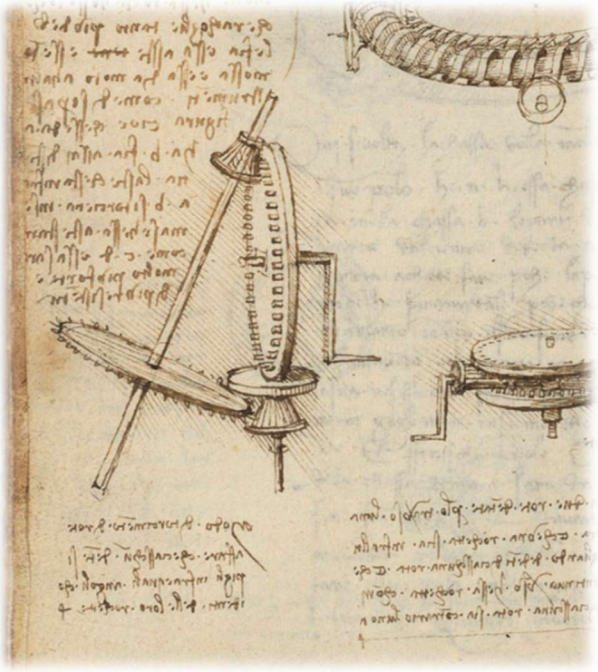


Figura 69. Máquina de hacer espejos cóncavos. Detalle del CM1_0016v, BNE (Madrid).

En el texto junto al dibujo, del folio CM_0016v, no se comenta nada sobre espejos sino sobre transmisión de giros en varios sentidos mediante ruedas como hace en el resto del folio, pero aparentemente esta parece ser otra máquina para pulir espejos cóncavos de muela y espejos rotatorios.

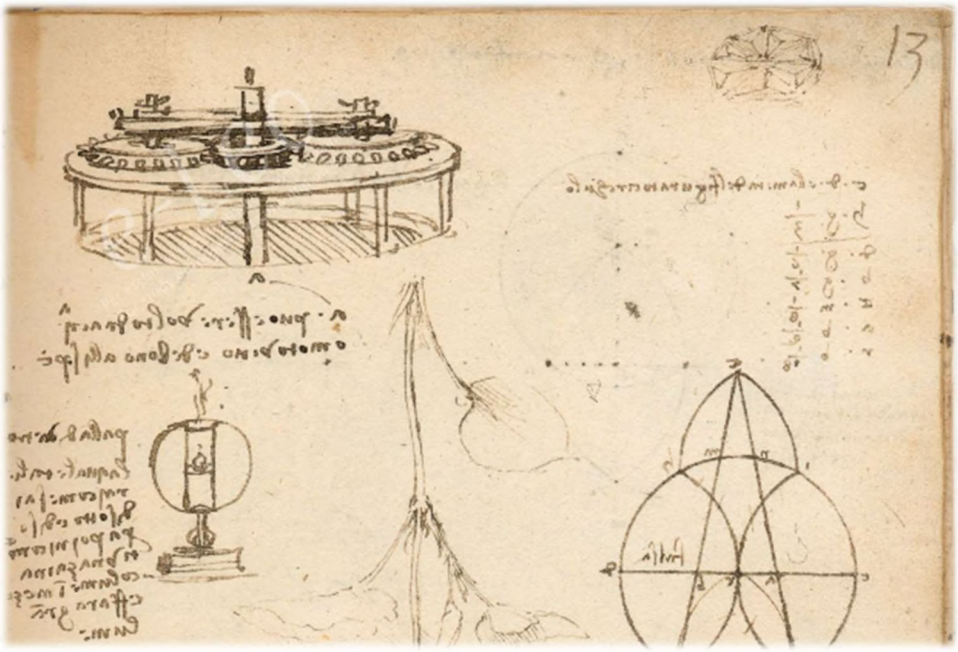


Figura 70. Máquina para hacer espejos planos. Detalle del MsB_0013r, Bibliothèque de l'Institut de France (París).

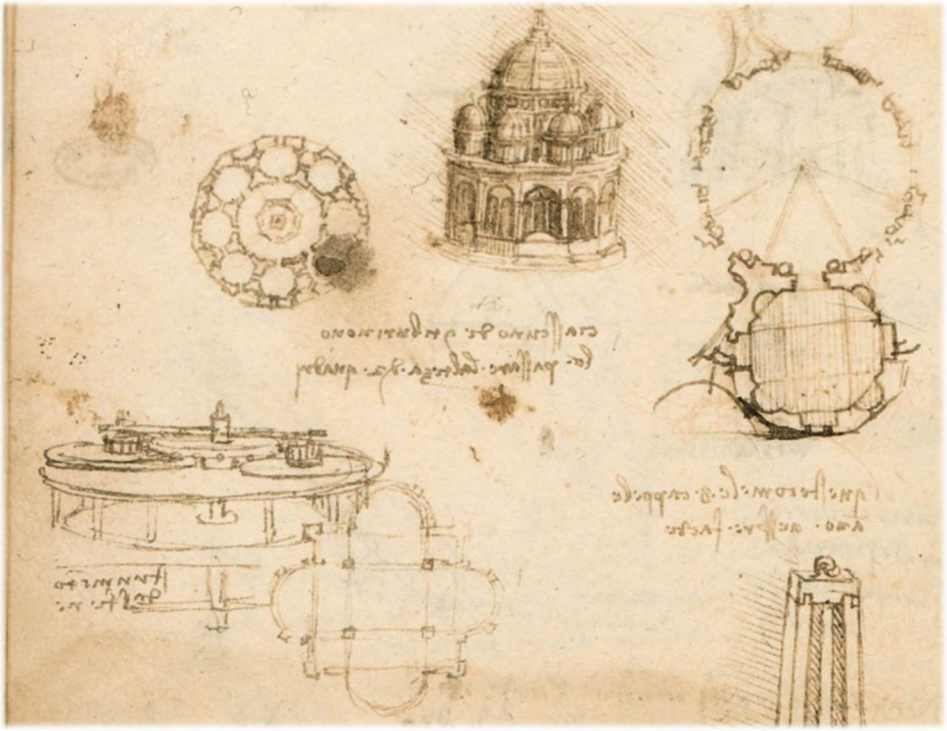


Figura 71. Máquina para hacer espejos planos. Detalle del MsB_0021v, Bibliothèque de l'Institut de France (París).

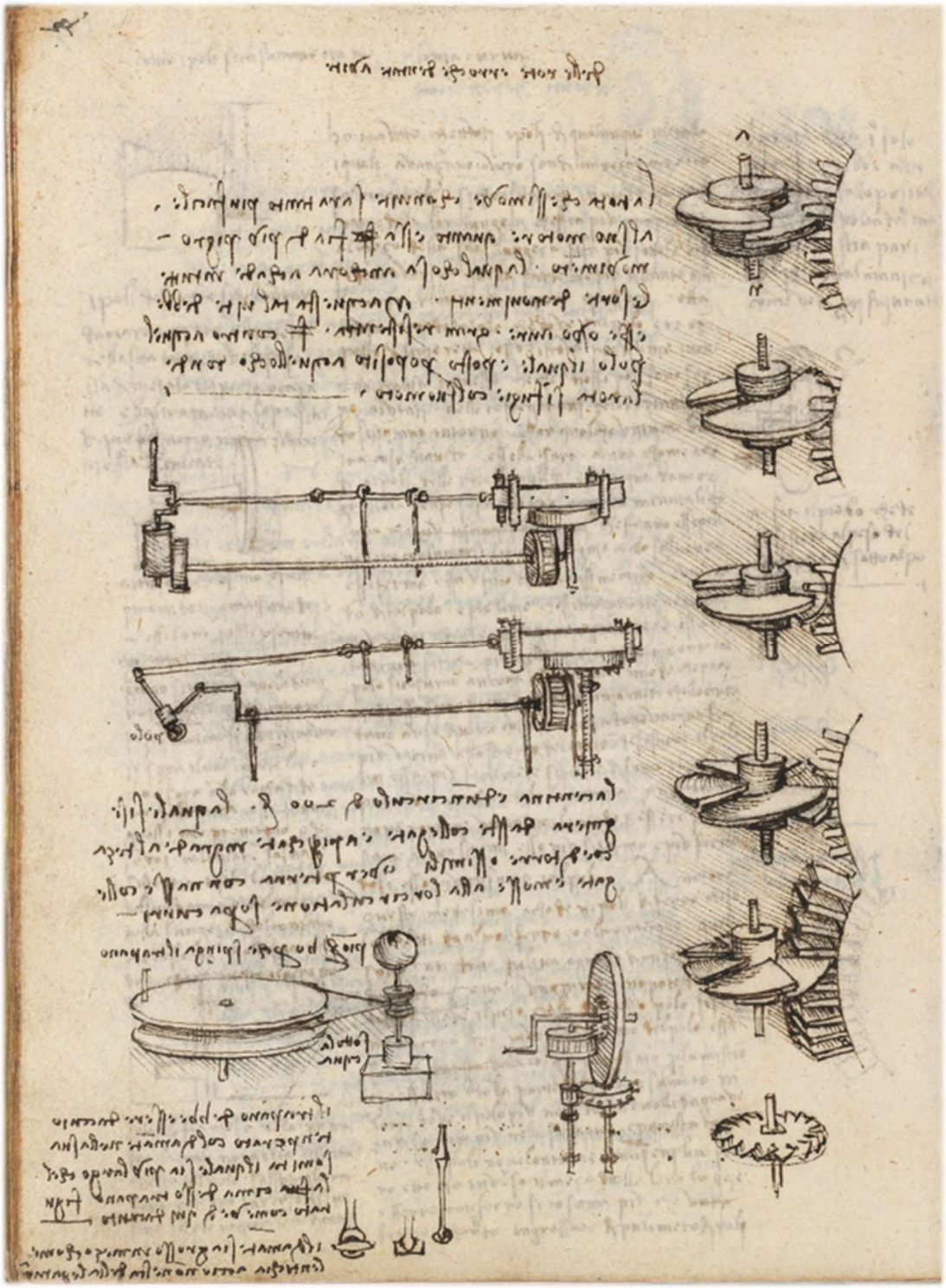


Figura 72. Máquina para hacer espejos cóncavos (inferior centro). CM1_0119v, BNE (Madrid).

"El taladro debe ser de acero templado, con el diamante en la punta, y el diamante deber ser mayor que la punta del taladro. El diamante debe ser grueso en el centro, en forma de lenteja, para que no salga del engaste." (CM1_0119v)

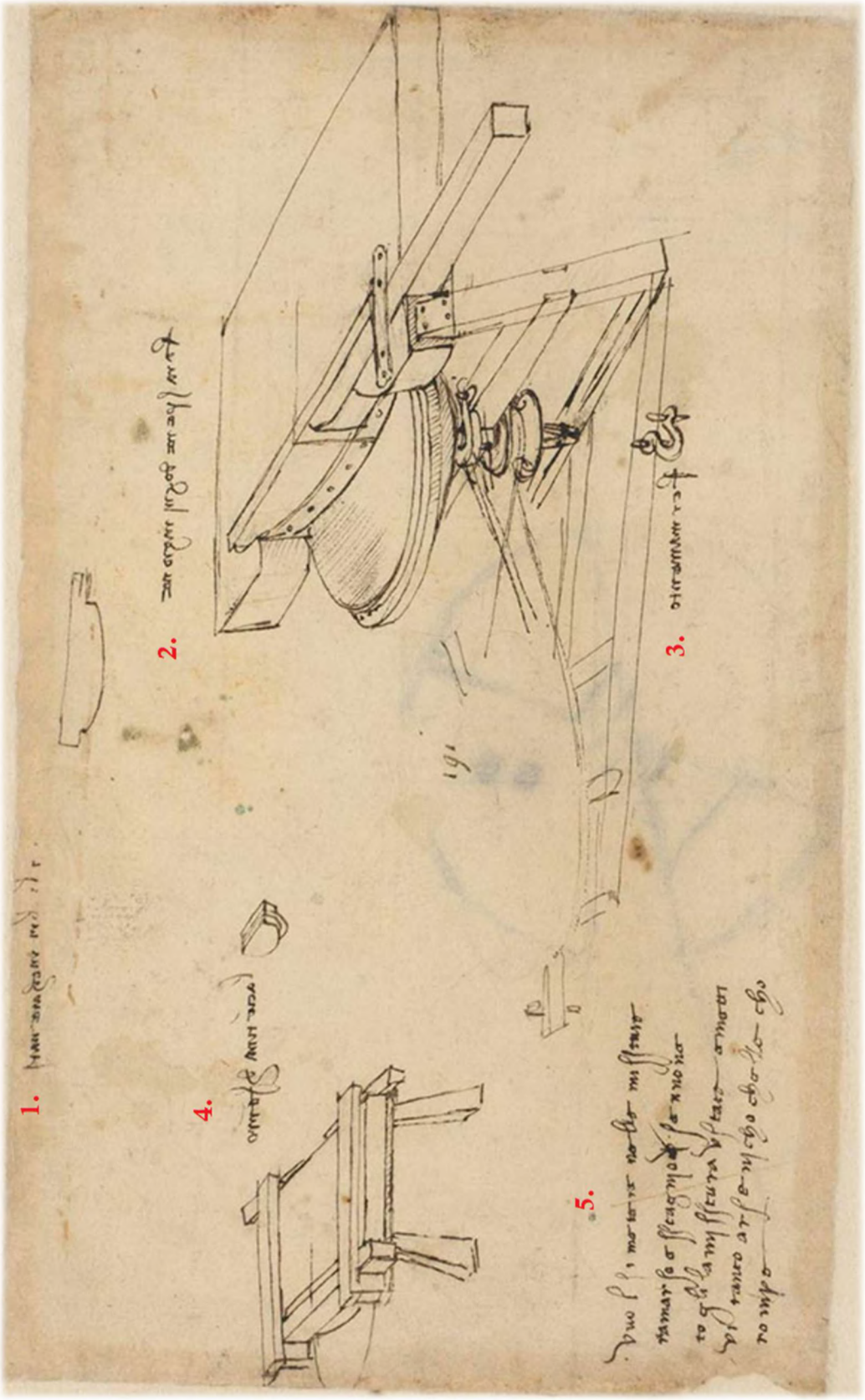


Figura 73. Máquina de muela fija para pulir espejos cóncavos. CA_0801r, Biblioteca Ambrosiana (Milán).

Traducciones del CA_0801r:

Texto 1. "*Los libros encadenados.*"

Texto 2. "*Aumentarán las esperanzas de toda razón.*"

Texto 3. "*Fermentación.*"

Texto 4. "*La costilla de hierro.*"

Texto 5. "*Tú quieres poner tamarso*[1] *y estaño en la mezcla, si no, quita la mezcla usada y añade suficiente arsénico para corromperla.*"

[1] sustancia química no identificada

En el texto 2, Leonardo se refiere a que se incrementará considerablemente la potencia ustoria, o sea, la eficacia del espejo. Entendemos las esperanzas como la cantidad de luz o rayos solares reflejados.

En el texto 5 podemos intuir que deja un apunte sobre los materiales y metales para el recubrimiento o la superficie del espejo.

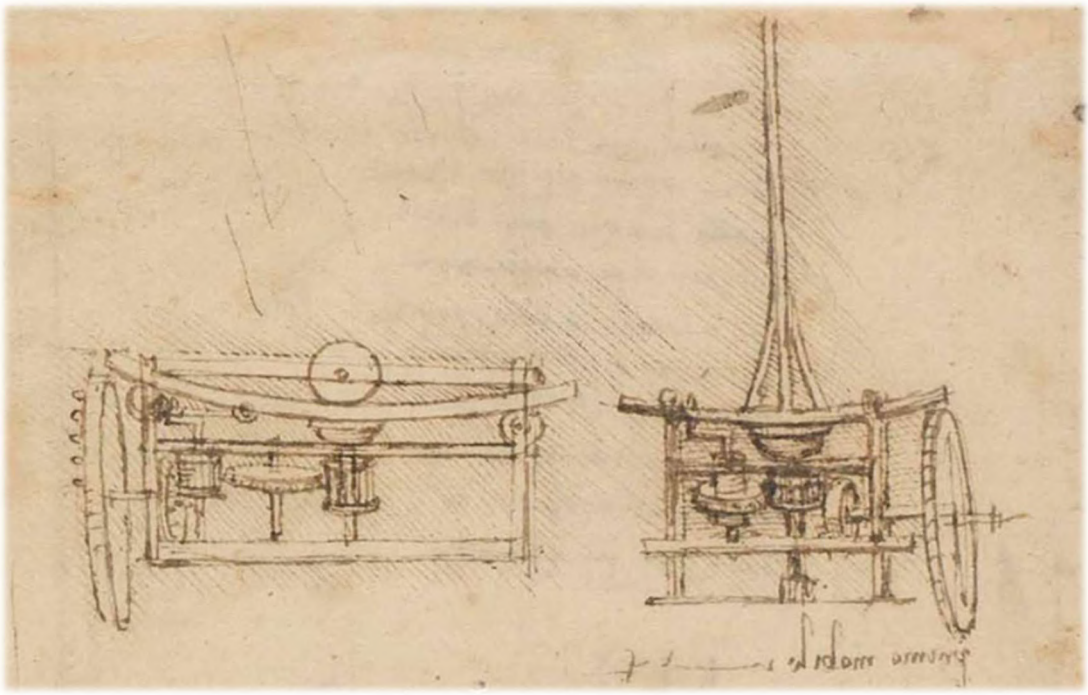


Figura 74. Máquinas para fabricar espejos cóncavos. CA_0823ar (c. 1503), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

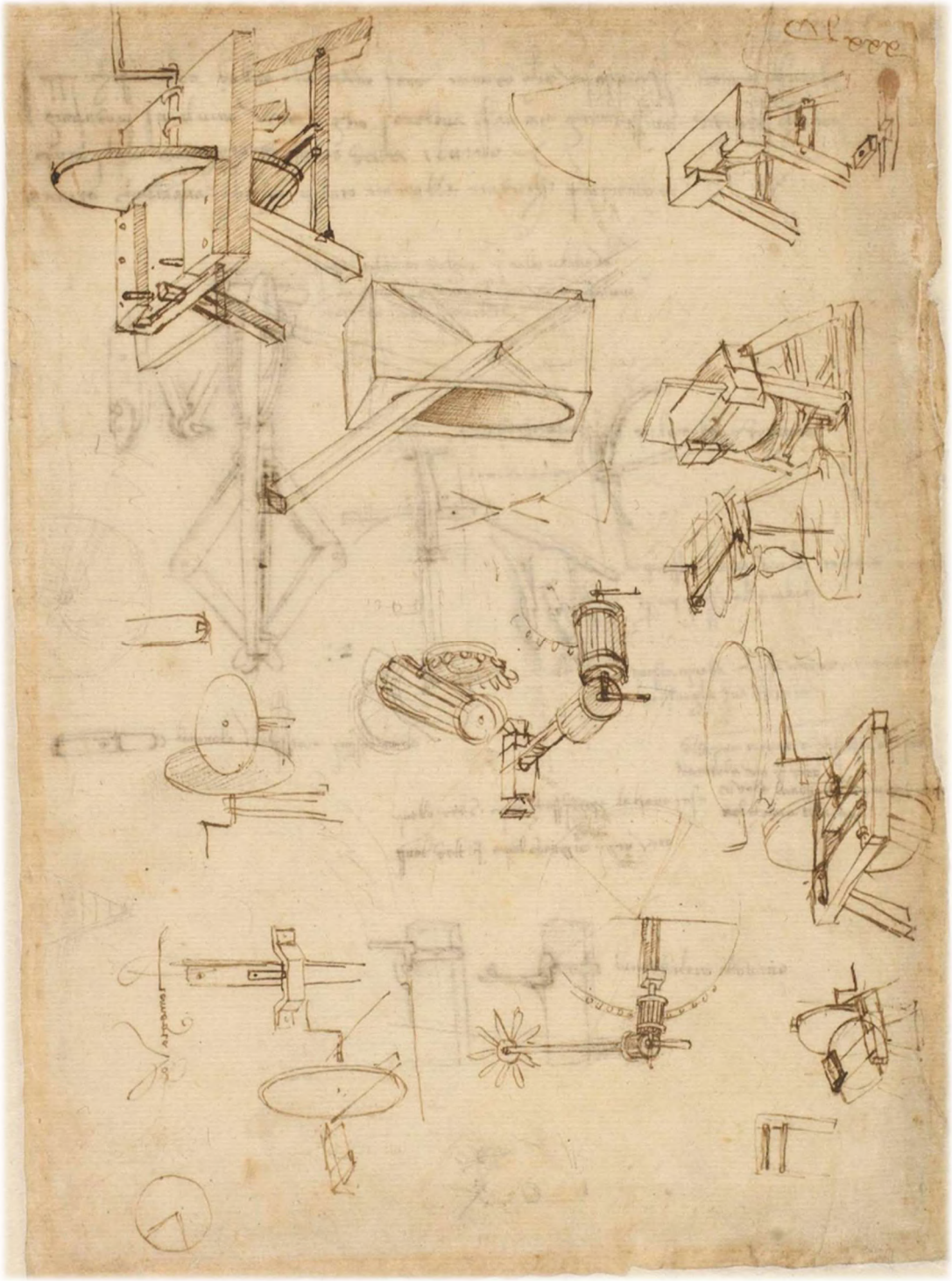


Figura 75. Bocetos varios de máquinas para pulir espejos cóncavos. CA_1057v, Biblioteca Ambrosiana (Milán).

En el apartado 7.1.6. Reflexiones sobre el eje rotatorio vertical, se comenta con mayor solidez la innovadora técnica que propone este tipo de máquina de muela fija tumbada horizontalmente.

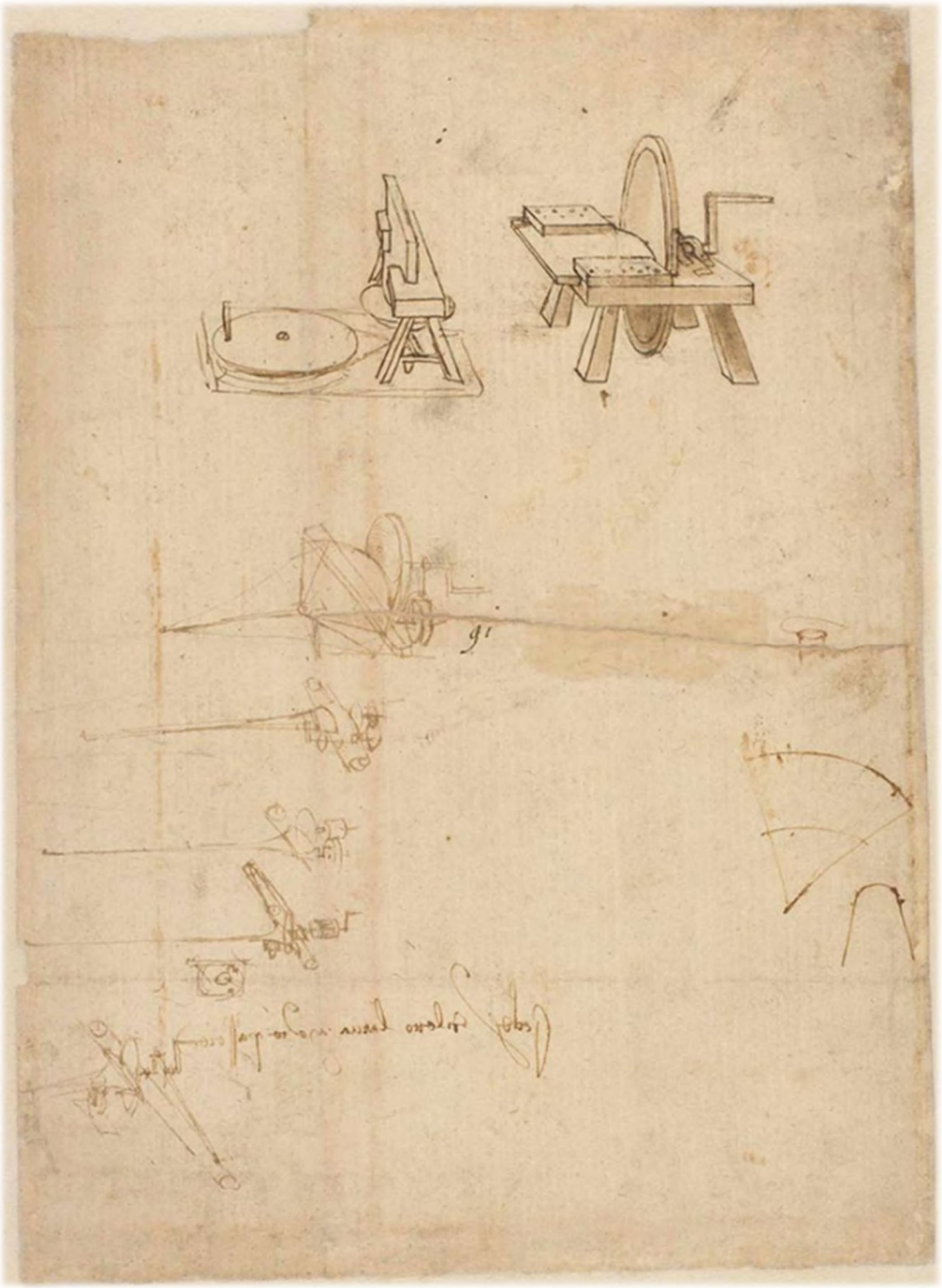


Figura 76. Máquinas de muela fija para pulir espejos cóncavos. CA_0879r, Biblioteca Ambrosiana (Milán).

En los bosquejos inferiores con menor visibilidad de este folio CA_0879r podemos apreciar el mismo tipo de máquinas que aparecen en el folio CA_1103v (máquinas 1 y 6) con más detalle y tinta nítida.

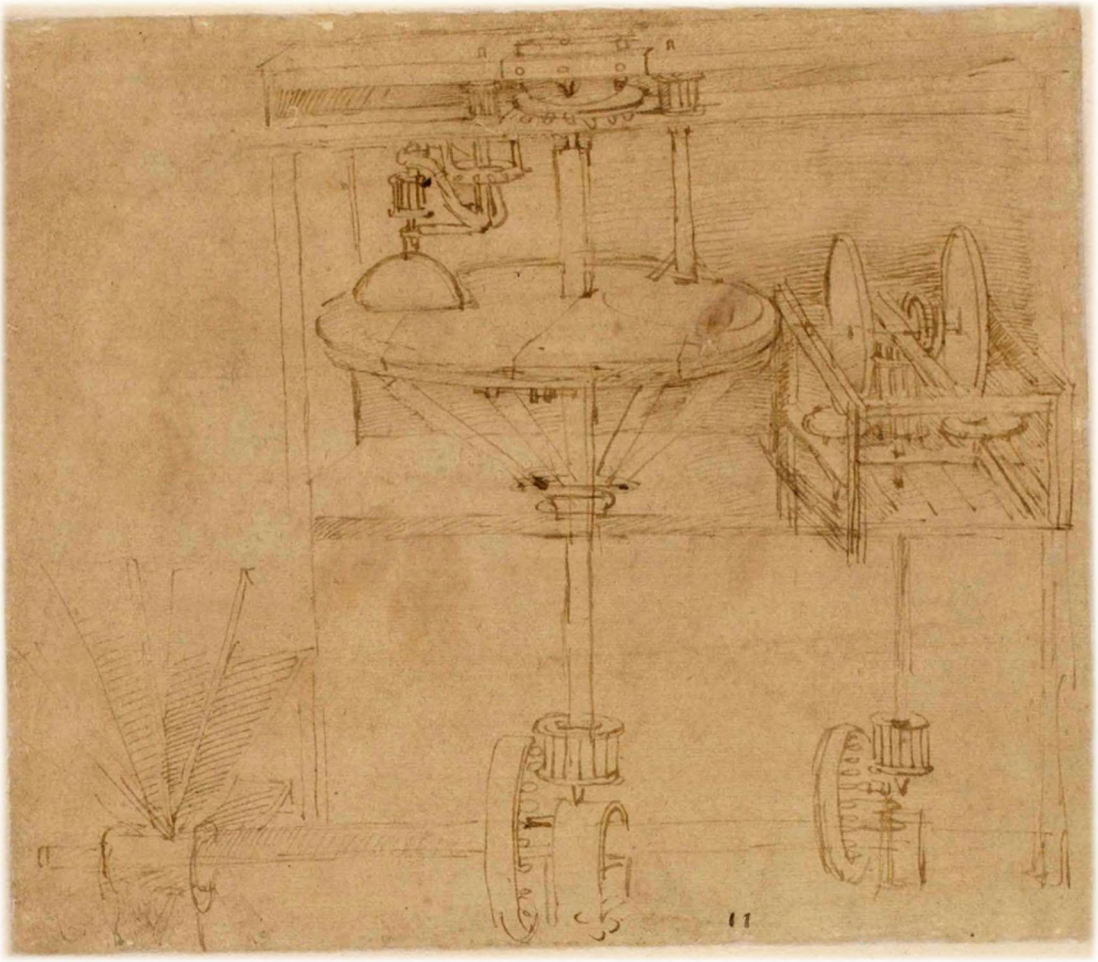


Figura 77. Máquinas de hacer espejos planos y cóncavos. CA_1072r, Biblioteca Ambrosiana (Milán).

A la izquierda vemos de mayor tamaño una máquina de espejos planos de brazo auxiliar. Esta máquina cuenta con una "triple rotación" durante el pulido. La primera corresponde con el giro del propio espejo plano sobre su eje óptico a través del agujero central cuadrado (para engranar el giro), la segunda rotación es la del elemento pulidor del brazo sobre sí mismo, y la tercera es la rotación del brazo a modo de satélite respecto del espejo y su eje principal. De esta manera se consigue un proceso de pulido mucho más eficaz que en otras máquinas. Además, podemos intuir que su intención era sujetar los elementos de la máquina mediante una estructura colgante para disminuir el peso ejercido al eje principal y evitar rozamiento o ahorrar el uso de rodamientos.

A la derecha vemos una máquina de muela móvil para espejos cóncavos esféricos (como la del CA_0087r de 1480), pero en este caso es doble. Un mismo giro motriz se consigue transmitir a dos muelas que hacen los espejos a la vez aprovechando la misma fuente de movimiento. La rotación de los elementos de esta máquina es doble, girando tanto el espejo como la muela.

Resulta interesante ver que en este folio Leonardo sí centra cierto detalle en la recreación del origen del movimiento motriz, observando una conexión a una gran rueda de palas que sería accionada por algún cauce controlado. Este folio cuenta sin duda con unos avances mucho más notables respecto a otras de sus máquinas de espejos.

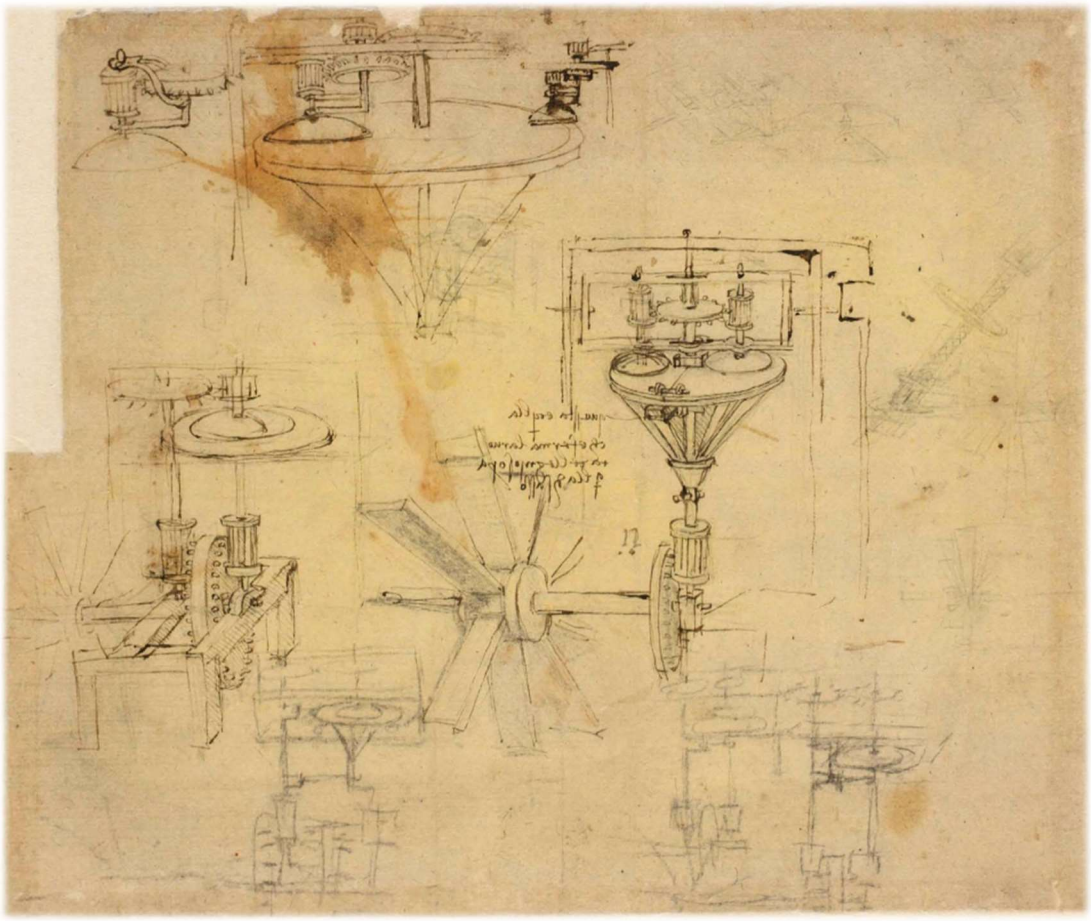


Figura 78. Máquinas de pulir espejos planos. CA_1115r (c. 1486), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

En este folio vemos tres máquinas principales, además de dos bocetos bidimensionales con diferente tinta en la zona inferior. Leonardo continúa diseñando máquinas donde optimizar el proceso de pulido y lograr la combinación de varios giros simultáneos a través de una misma fuerza motriz. Todas las máquinas presentes son para espejos planos con un hueco en el centro.

La de abajo a la izquierda consta de un pulidor de tracción directa centrado en el eje que gira en sentido contrario al espejo, habiendo rotación doble. La de arriba utiliza el sistema de brazo auxiliar giratorio. La de abajo a la derecha usa dos pulidoras que giran sobre sí mismas, pero no conectan con ningún mecanismo que las haga girar alrededor del espejo. Por otro lado, sí se hace notar en el espejo un agujero cuadrado central, indicador de que este giraba sobre sí mismo consiguiendo al menos una "rotación doble" en el total de la máquina.



Figura 79. Máquinas varias de hacer espejos planos y cóncavos. CA_1103v (c. 1504), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

Traducciones del CA_1103v:

Texto 1. "*ab midiendo 20 brazos de longitud, la esperanza lanzará el cohete a 10 brazos desde sí mismo y nacerá de un círculo que es 40 brazos de longitud.*"

Texto 2. "*Aquí la rueda n ahueca el espejo con concavidad perfecta a través de la rueda*[1] *a, la cual gira el cono b y estos conos entonces giran el espejo m. Y este movimiento es en parte natural si la rueda que ahueca el espejo no fuera en sí misma una circunferencia perfecta, el espejo que gira con esto consume mucha imperfección, y entonces en esta revolución dos cuerpos perfectos son formados.*"

Texto 3. "*Movimiento el cual causa 3 movimientos circulares.*"

Texto 4. "*Esta revolución creará una convergencia generando 2 perfectos planos, con el resultado que la rueda principal gira sobre la polea m y causa la rotación del espejo sobre la polea n con el hierro extendido desde un codo al otro. Este espejo tiene 2 movimientos: el primero está girando sobre sí mismo a través del círculo dentado, con el cual este espejo va girando, y el otro movimiento es circular, el cual hace cuando encuentra los mencionados dientes del círculo dentado de dentro.*"

Texto 5. "*Este modo tiene similitud al penúltimo modo de encima.*"

Texto 6. "*Pon cobre quemado en la mezcla, o tú la corrompes con arsénico, pero este será rompible.*"

[1] rubecchio, lubecchio

Este folio recopila exclusivamente todo tipo de máquinas para espejos de diferentes anatomías con comentarios sobre su funcionamiento y aclaraciones a modo de notas.

En el texto 1, Leonardo explica que el espejo esférico hecho con una muela de radio ab igual a 20 brazos, convergerá los rayos del Sol a una distancia focal de 10 brazos desde el propio espejo (nuevamente la relación de la ecuación 1), y que el espejo nace del círculo del que proviene (de 40 brazos de diámetro). Entendemos entonces la esperanza como la energía del Sol, la fuente de luz, y el cohete (o los cohetes como aparece en otros textos) como los rayos que son lanzados por este.

En el texto 3 hace recuento del número total de elementos que habrá en rotación y fricción entre sí mismos, es lo que hemos denominado como una "rotación o giro triple". Además de investigar en mecanismos de doble acción (dos espejos o pulidoras puliendo al mismo tiempo) y reacciones en cadena, también vemos indagaba con diseños de una misma máquina que fuera más eficaz con estas rotaciones relativas doble o triples.

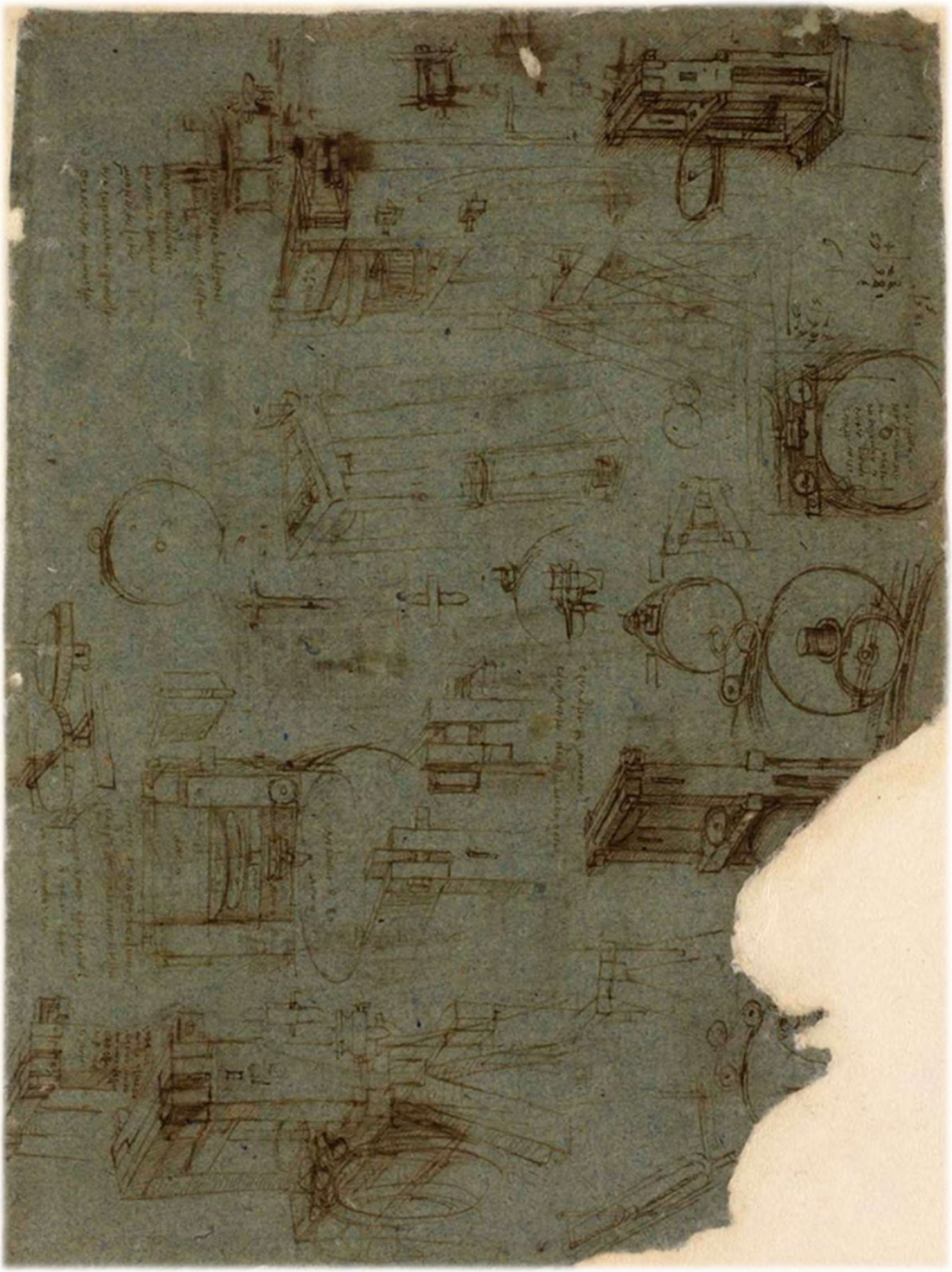


Figura 80. Máquina para hacer espejos curvos. CA_1017r (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

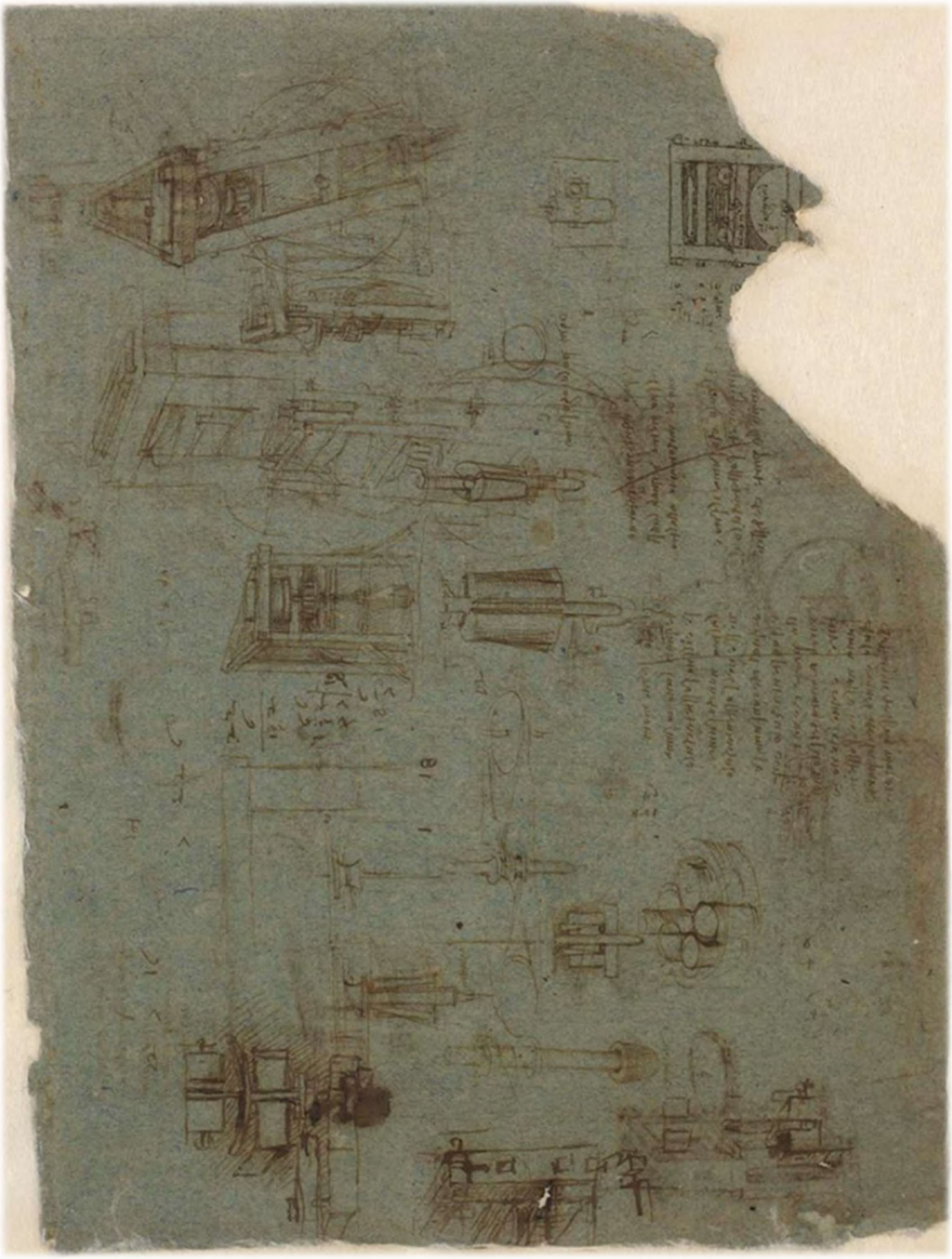


Figura 81. Máquinas para hacer espejos curvos. CA_1017v (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

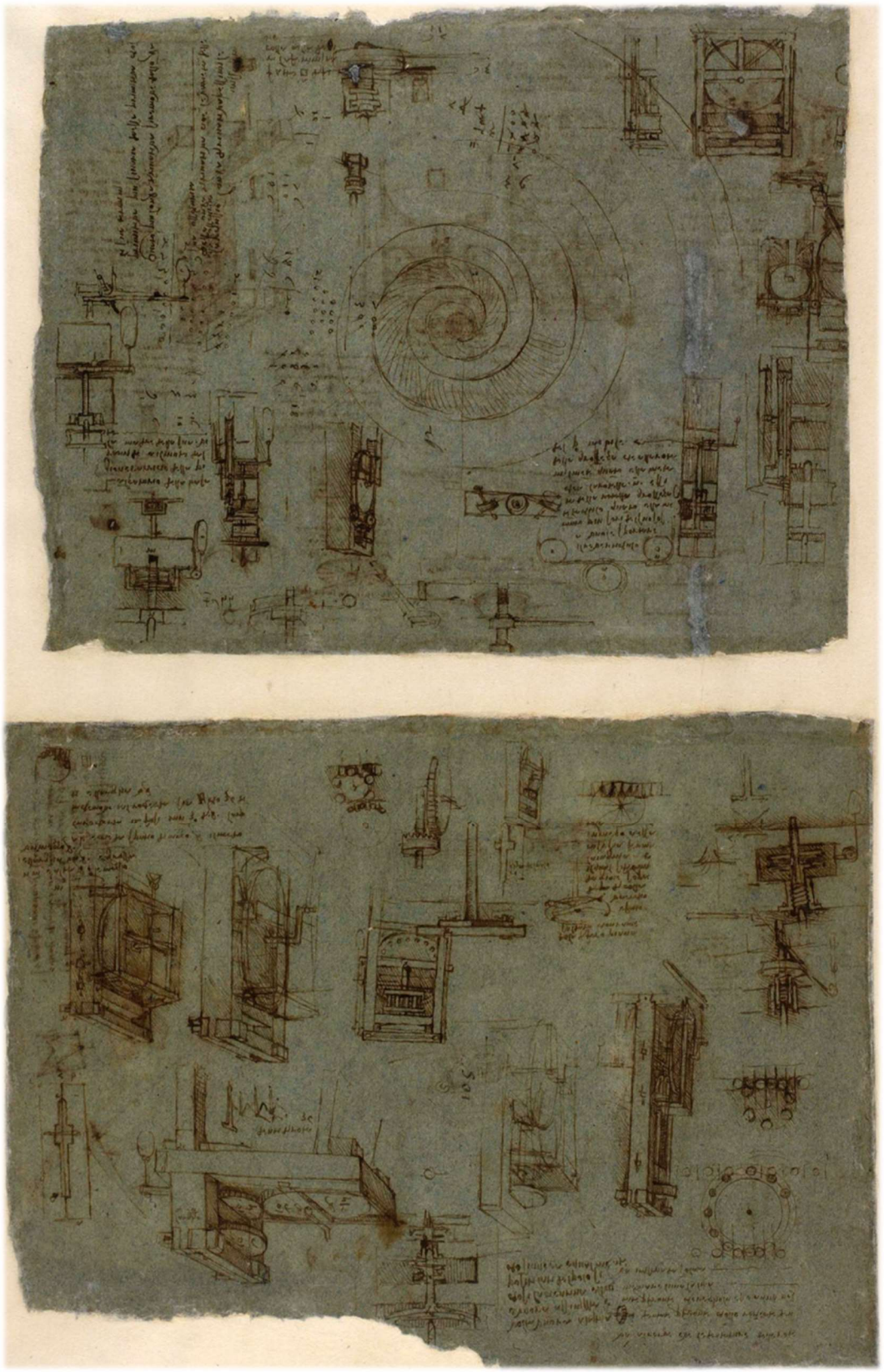


Figura 82. Máquinas para hacer espejos curvos. CA_1036r (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

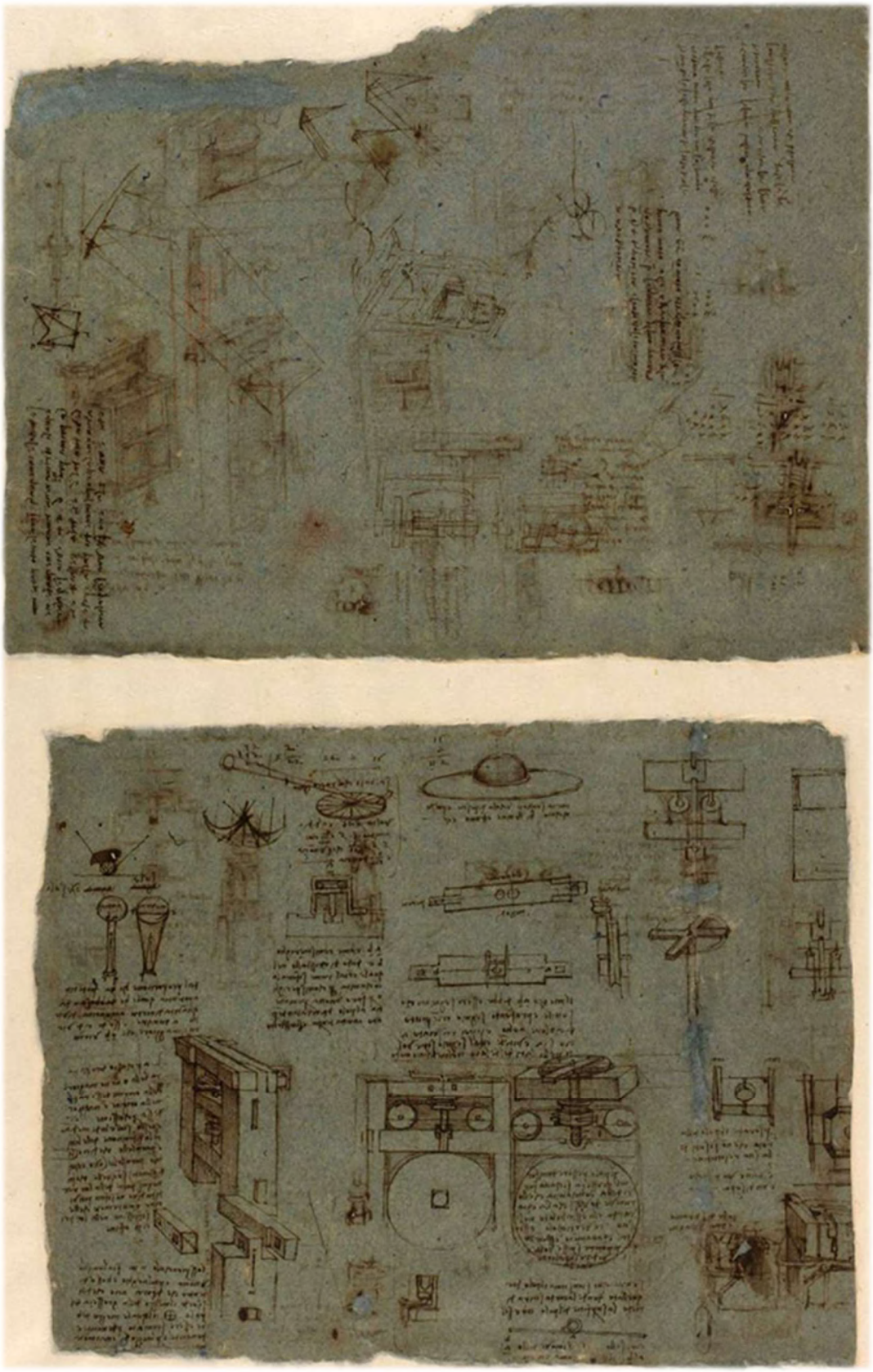


Figura 83. Máquinas para hacer espejos curvos. CA_1036v (c. 1513), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

7. La máquina de pulir espejos del CM1_0061r

Esta es la máquina del estudio y recreación del presente proyecto. A continuación, se exponen previo a su análisis los folios contiguos completos y sus textos traducidos.

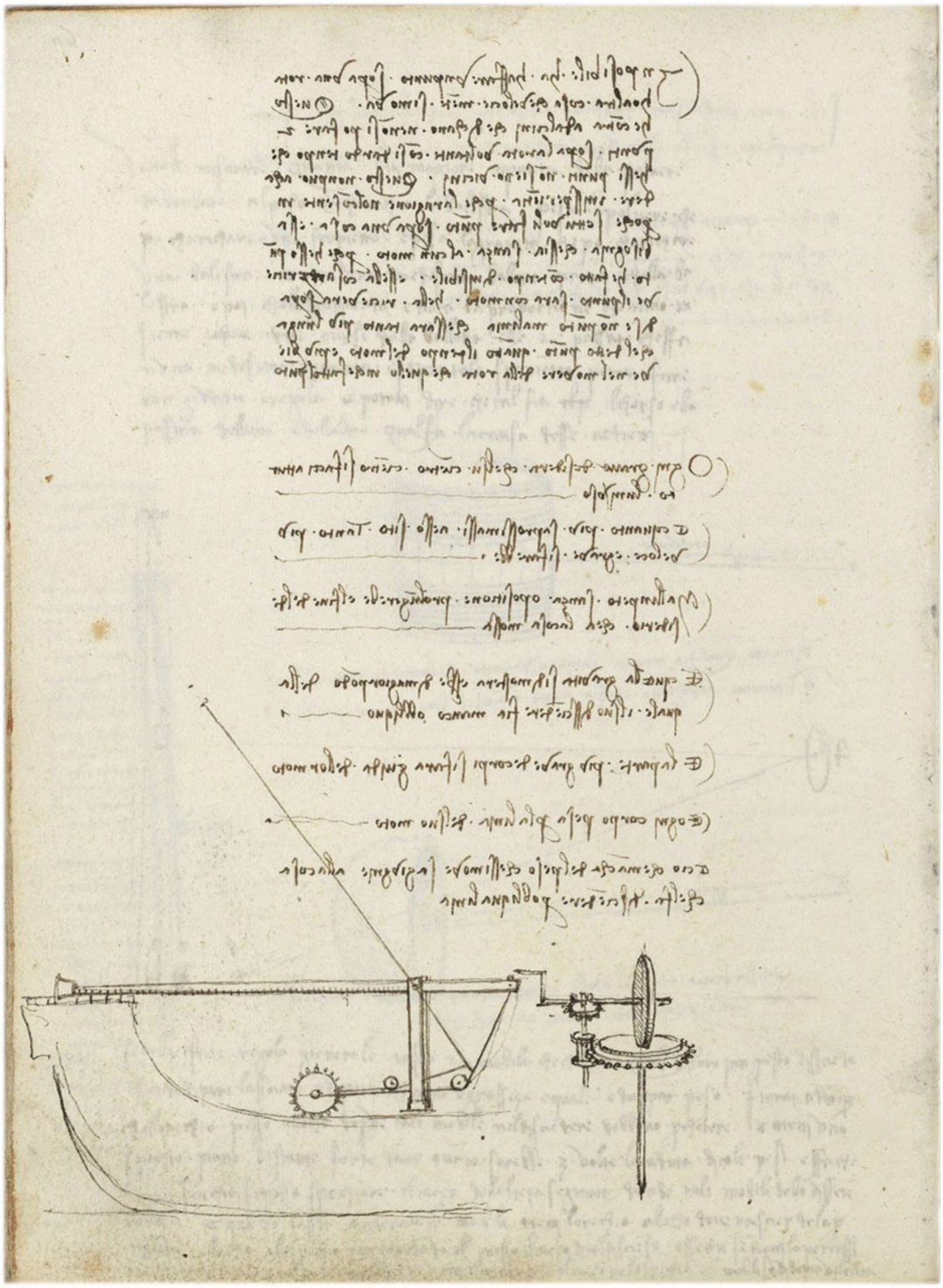


Figura 84. Códice Madrid I, folio 60 verso. Biblioteca Nacional de España (Madrid).

Textos del CM_0060v:

Arriba.

Inposibile è[323] ha ffare un punto sopra una rota ho altra cosa che velociemente si mova. Questo hè contra ad alcuni che dichano: ne non si pò fare 2 punti sopra la rota voltante con sì tardo[324] tenpo che hessi punti non sieno vicini. Questo non può achadere in issperientia, perché la ragione nol consente. Inperoché se ttu voli fare punto sopra una cosa, essa bisognia che ssia sanza alcun moto, perché hesso punto hè fatto con tenpo divisibile. E sse lla cosa[325] ricieve il punto, sarà con moto, he lla ricieverà sopra di sé non punto, ma linia, che ssarà tanto più lunga che 'l detto punto, quanto il tenpo del moto è più brieve nel movere della rota che quello in ch' è fatto 'l punto.

[323] En el ms. se lee: "ha".
[324] En el ms. se lee: "dardo".
[325] A continuación se ha cancelado: "che".

"Es imposible señalar un punto sobre una rueda u otro objeto en movimiento veloz. Esto contradice lo que algunos afirman: que se puede hacer dos puntos sobre una rueda que gira lentamente, si esos puntos no están próximos. Esto sería contrario a la experiencia y la razón no lo admite. Si tú quieres marcar un punto sobre un objeto, este debe estar inmóvil porque el punto se hace con tiempo divisible. Y si la cosa que recibe el punto está en movimiento, recibirá sobre sí no un punto, sino una línea, y esta tendrá de largo tanto más que dicho punto, en la misma medida en que la duración del tiempo en mover la rueda sea más breve que la duración del tiempo en trazar el punto."

Media página.

Ogni grave desidera che 'l su' cientro, cientro si facci a ttutto l' universo.

E cquanto più s' aprossimassi a esso sito, tanto più veloce e grave si farebbe.

Ma ll' inpeto sanza opositione prolungerebe el fine del desiderio che a la cosa mossa.

E cquella gravità si dimosterà essere di magior pondo, della quale il suo dissciendere fia manco obbliquo.

E la parte più grave de' corpi si farà guida del lor moto.

E ogni corpo pesa per la linia del moto.

E ciò que mancha del peso che ssi move s' agiugnie alla cosa che 'l fa disciendere per obliqua linia.

"Todo cuerpo grave tiende a que su centro se halle en el centro de todo el universo."
"Y cuanto más se aproxima a ese sitio, tanto más veloz y más grave se haría."
"Pero el impulso sin oposición prolongaría el fin de esa tendencia que tiene el cuerpo en movimiento."
Y se demostrará que la gravedad es de mayor peso en la medida en que el objeto desciende por una línea menos oblicua."
"Y la parte más pesada de los cuerpos regirá su movimiento."
"Y todo cuerpo pesa según su línea de movimiento."
"Y lo que se pierde del peso al moverse, se añade al objeto que baja por línea oblicua."

Aunque a pie de página encontramos dos figuras sin relación y la de la derecha sí es una muela de espejos del tipo fresa móvil, los textos que aparecen en este folio nada tienen que ver con espejos o sus máquinas. Podemos leer una reflexión sobre la señalización de puntos sobre objetos en movimiento y su relación con el tiempo y el espacio; y abajo de este párrafo, unas frases que enuncian afirmaciones sobre el efecto de la gravedad en los objetos y su movimiento.



Figura 85. Códice Madrid I, folio 61 recto. Biblioteca Nacional de España (Madrid).

Textos del CM1_0061r:

Arriba.

Domandasi se il balzo prolunga il moto alla chosa che balza, e sse una cosa scorendo col suo moto a balzi, farà più strada che quella cosa che farà suo corso senplicemente he sanza balzi.

"Se pregunta si el rebote prolonga el movimiento del objeto que rebota y si el objeto que avanza rebotando hace más camino que uno que avanza sencillamente, sin rebotar."

Arriba izquierda.

Se possibile fussi che lla percussione fatta dalle ballotte della bonbarda fussin senpre[326] insieme colla lor risaltatione[327], fatte infra angoli di tal grosseza che quasi fussino piani, ess<s>e sarebono di molta pocha valitudine.

"Si fuera posible hacer que la percusión de los proyectiles de una bombarda con sus rebotes se efectuase siempre con ángulos tan pequeños que resultasen casi llanos, esa percusión sería de muy poco efecto."

Media página centrada, bajo la figura.

Credo che lla chosa che con gran furia perchoterà in m, scorrarà con gran[328] velocità in f sanza balzi, e ssenpre fia chontingiente a essa pariete curva.

"Creo que el objeto que golpeara con violencia en m, correría con gran velocidad hasta f sin rebotes y siempre en contacto con la pared curva."

Media página a la izquierda.

Io vidi nel barcho del Ducha di Milano trarre una ballotta di peso di settecento librette e d' alteza d' un bracio, la quale fecie 28 balzi, i quali suciessivamente[329] avevan tal proportion chon i lor balzi anteciedenti, quale avevan le lor mo[n]tate, cioè, some alteze de' detti balzi.

Tutti i moti che nascon dalla percussione o dalla forza, son magiori nel corso violente che nel natural violente. Cioè, anno maggior montata che dissciesa. Verbigratia, sia dato del pugnio alla palla, o ssia tratto la ballotta dalla bonbarda, alquanto[330] per linia obliqua.

"Yo vi en el parque del Duque de Milán disparar un proyectil que pesaba 700 libras a una altura de un codo. Y el proyectil dio 28 rebotes, los cuales guardaban con el rebote anterior la misma proporción que sus alturas respectivas."
"En todo movimiento que nace por percusión o por fuerza, el curso violento es más largo que el natural. Es decir, es más larga la subida que la bajada. Por ejemplo, láncese una pelota con la mano o dispárese un proyectil con una bombarda siguiendo una línea bastante oblicua."

Media página a la derecha.

"Yo afirmo que, en cada uno de los rebotes, la subida del proyectil será mayor que su bajada. Y esto acontece porque la subida se realiza a favor de la potencia del golpe o de la fuerza, mientras que la bajada se debe a la privación de tal factor y del aumento de dichas potencias."

Nuevamente encontramos textos y dibujos mezclados de otros estudios e investigaciones sobre rebotes de proyectiles. En la parte superior Leonardo proyecta y analiza el rebote sobre una espiral, y en la zona de media página sobre un rebote de un proyectil en el plano horizontal disparado oblicuo y hacia arriba que queda representado por otro dibujo donde vemos una trayectoria sinusoidal que va mermando de izquierda a derecha.

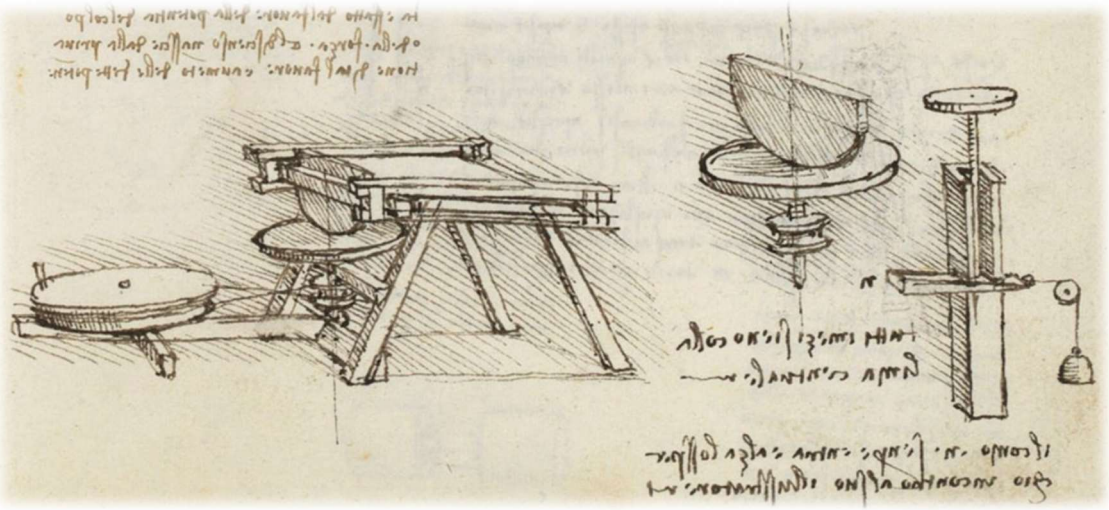


Figura 86. Máquina para hacer espejos cóncavos. Detalle del CM1_0061r, BNE (Madrid).

Textos del CM1_0061r sobre la máquina de pulir espejos cóncavos:

Tutti i mezi sieno colla linia cientrale.

Il conio n senpre entra e alza lo sspecchio in contro al suo illusstratore.

"Todas las mitades deben estar sobre la línea central."
*"La cuña **n** entra y alza el espejo continuamente manteniéndolo contra la pieza que lo pule."*

La primera frase, escrita bajo un detalle ampliado de la piedra que muele y el espejo al que lija montado sobre el eje, puede hacer alusión a informar sobre el plano de simetría de la máquina, y que la muela de piedra ha de situarse encima de la piedra que se convertirá en espejo. En el dibujo vemos que la muela de piedra (forma esférica/parabólica) permanece estática (ya que va sujetada entre la mesa y una barra) y su propio peso cae hacia abajo contra la piedra espejo por gravedad.

La segunda frase, situada bajo el dibujo de la derecha del todo, comenta el esquema al que hace referencia donde Leonardo ideó un sistema mecánico mediante el cual se logra ejercer un contacto constante entre las piedras espejo y muela aunque el tiempo pase y estas se desgasten, haciendo que nunca exista holgura. Una cuña "***n***" de cierta inclinación incide sobre el eje en el que apoyan las piedras, y que a su vez va presionándolo hacia arriba mediante una polea y un peso que cuelga del extremo menor de la cuña. Detalles explicados en el próximo apartado 7.1.6. Reflexiones sobre el eje vertical.

7.1. Análisis en profundidad y comparativas

En este apartado comentaremos sus diferencias y similitudes con otras de las máquinas de Leonardo, explicando sus carencias y sus ventajas, un resumen de su funcionamiento, los problemas mecánicos que tiene y algunas posibles mejoras.

La máquina de pulir espejos ustorios del CM1_0061r es sin lugar a duda la más primitiva en su especie. La muela o piedra fresa encargada de lijar es de tipo fija o estática, convirtiéndola así, junto con su transmisión por correa (siendo la otra posibilidad mediante engranajes en contacto) en la máquina menos eficaz para pulir espejos

cóncavos. Sin embargo, como ya reflexionamos con anterioridad al comentar otras de sus máquinas hermanas (CA_0017v), la principal virtud que posee esta máquina al ser del tipo fresa inmóvil, es la capacidad de crear piedras cóncavas de espejos parabólicos en vez de esféricos, como obligarían las máquinas de muela giratoria (de menor potencia ustoria debido a sus cáusticas y errores de concentración solar).

Como es normal en cualquier proceso de ingeniería, para la creación de una máquina aun en la época antigua y con la tecnología limitada de aquellos días, siempre se empieza por un modelo inicial o anteproyecto que con el paso del tiempo acaba mejorándose y por perfeccionarse hasta lograr algo viable y utilitario. Aun sin saber cuáles de sus máquinas para hacer espejos realmente se fabricaron y fueron usadas con éxito en el siglo XV, sí que podemos valorar, atendiendo a sus pergaminos y algunas fechas de escritura, que Leonardo tuvo un progreso de creación y avances para mejorar las máquinas de espejos.

En el caso de la máquina de este proyecto, argumentamos cómo pudo ser uno de los modelos que acabó descartando en este ámbito, y que acabó evolucionando y sustituyéndose hasta desembocar en otras máquinas más funcionales y efectiva de espejos cóncavos, como la famosa y ya estudiada muela para pulir espejos del CA_0087r de 1480, o las del CA_0879r y CA_1057v.

7.1.1. Funcionamiento de la máquina

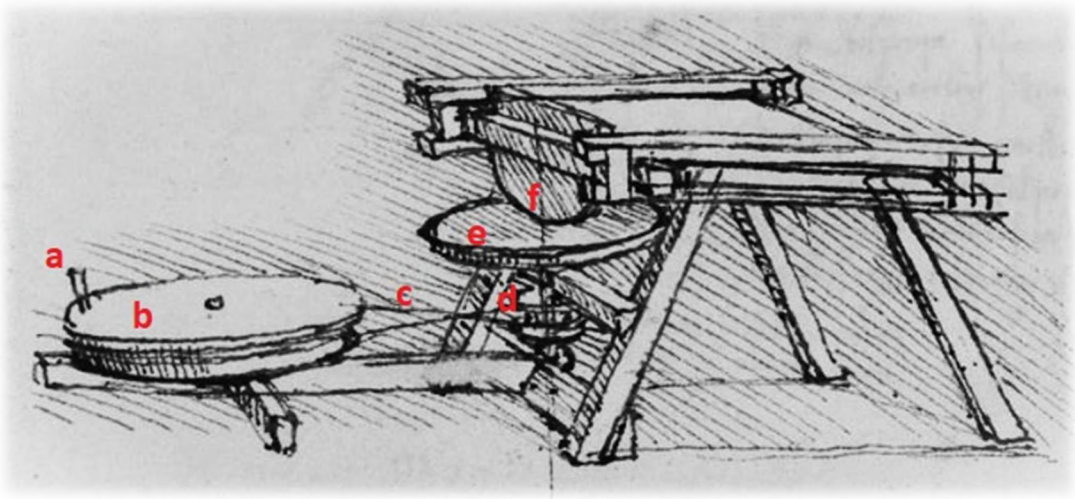


Figura 87. Esquema del funcionamiento de la máquina CM1_0061r guiado por letras en orden.

El funcionamiento de la máquina es bastante fácil de intuir y entender. Una fuerza externa que no se especifica, pero si se dibuja con un palo esquemático (letra **a**) en sus folios a modo de palanca activadora, es el motor que comienza la reacción en cadena. Ya sea de manera directa o a través de un mecanismo externo compuesto de otras ruedas extra, el movimiento de **a** pasa a la llamada rueda motriz **b** haciéndola girar en sentido antihorario p.e. (decidido así para todo el análisis). Esta rueda **b** de gran diámetro consigue transmitir la potencia generada a través de una correa o cadena **c** a la rueda conducida **d** de diámetro mucho menor aumentando su velocidad angular. Esta rueda **d** está acoplada a un eje que gira solidario a ella en sentido antihorario también, y sobre el que se monta la piedra **e** (espejo cóncavo) que se pule. Sobre esta piedra **e** rotativa se encuentra estática y en

constante contacto, sujetada gracias a la mesa base, la piedra **f** (la llamada fresa o muela) de forma parabólica que desgasta y deforma por rozamiento giratorio a la piedra espejo, dándole su forma en negativo.

7.1.2. Origen del movimiento y rueda motriz

Aun no especificándose en el folio original, echando una vista general a otras máquinas ya estudiadas de da Vinci, tenemos varios ejemplos que podrían ser usados en esos tiempos como motor de movimiento. La fuerza de una corriente de agua de algún canal que mueve una gran noria de palas, animales como mulas o burros que andan conectados a un eje y lo hacen girar, o como comenta Domenico Laurenza para la muela de espejos del CA_0087r en uno de sus libros ya mencionado, con la propia acción humana haciendo girar una palanca que transmite la rotación directa a la muela de piedra giratoria (ver figura 65).

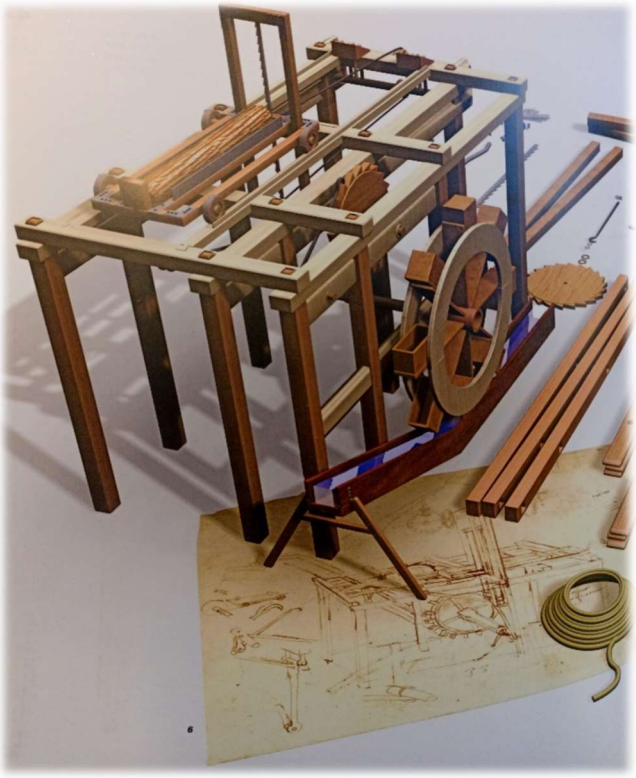
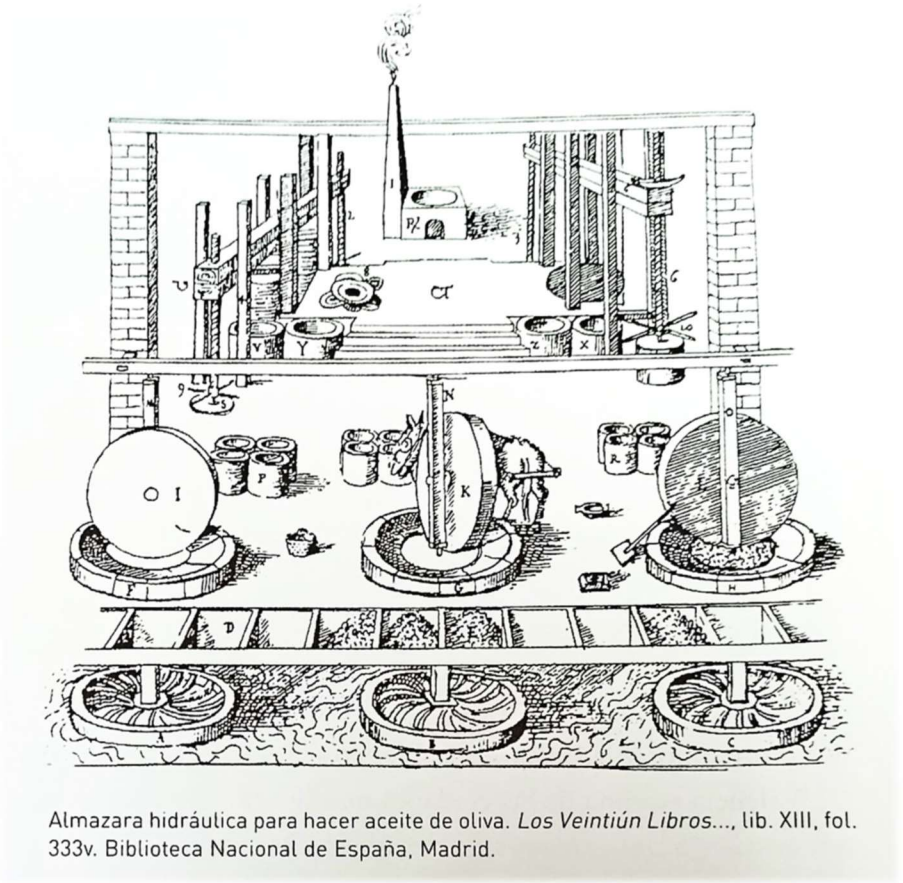


Figura 88. Renderizado 3D de la sierra mecánica del CA_1087ar movida por una noria hidráulica. "Atlas Ilustrado de Las Máquinas de Leonardo" (2006) Mario Taddei, Edoardo Zanon, Domenico Laurenza.

Dependiendo del candidato como motor se conseguirá mayor o menor potencia de entrada nuestra máquina. Aun necesitando el proceso de pulido de varios días hasta finalizar, es posible que no cualquier fuerza fuera capaz de poner en movimiento el mecanismo dado el gran peso de las piezas y su rozamiento. Supondremos para nuestro caso, aun sin calcular ni entrar en detalles, que el motor es una corriente de agua que cruza un canal inclinado moviendo una noria de gran inercia que entra en contacto con la rueda motriz **b**.

Otra fuente de energía muy usada desde la Baja Edad Media para este tipo de máquinas y muelas giratorias, molinos harineros, trapiches, molinos de viento, etc. era el uso de

animales además de la fuerza hidráulica. En las almazaras se trituraba la aceituna entre la muela solera fija y una móvil cilíndrica llamada "rollo", que giraba sobre ella.



Almazara hidráulica para hacer aceite de oliva. *Los Veintiún Libros...*, lib. XIII, fol. 333v. Biblioteca Nacional de España, Madrid.

Figura 89. Dibujo de una almazara hidráulica para moler aceitunas. *Las obras públicas en la España de los Austrias p.377*. BNE (Madrid).

Para el deslizamiento de la rueda motriz sobre un plano horizontal con rozamiento mínimo se investigaron las opciones posibles a usar.



Figura 90. Comparativa de rodamientos respecto a su capacidad y dirección de carga. Rodamiento axial a la izquierda, y radial a la derecha. *https://www.nskeurope.es/es/bearings/products/ball-bearings/thrust-ball-bearings.html*

https://www.bearingstransmission.com/nuevo/product/rodamiento-radial-de-bolas-de-contacto-angular-prueba-2/

A diferencia de los rodamientos de bolas radiales típicos para ejes giratorios, en este caso necesitaríamos un rodamiento axial para que soporte la carga en el plano horizontal, o sea, la ejercida por la gravedad de la propia polea dentada motriz sobre las tablas de apoyo. Aunque esta opción sería la ideal para minimizar las pérdidas por rozamiento, observamos que el principio del rodamiento descubierto también por da Vinci no llegó hasta el 1498, cuando se dio cuenta de que la fricción sería menor si las bolas no se tocaban. Por tanto, se decidió usar otro elemento más simple para la rotación libre de la rueda. En el folio CA_1106r de 1498 también, podemos ver cómo trazaba el proceso del diseño y principios del rodamiento en unos cortes y esquemas breves.

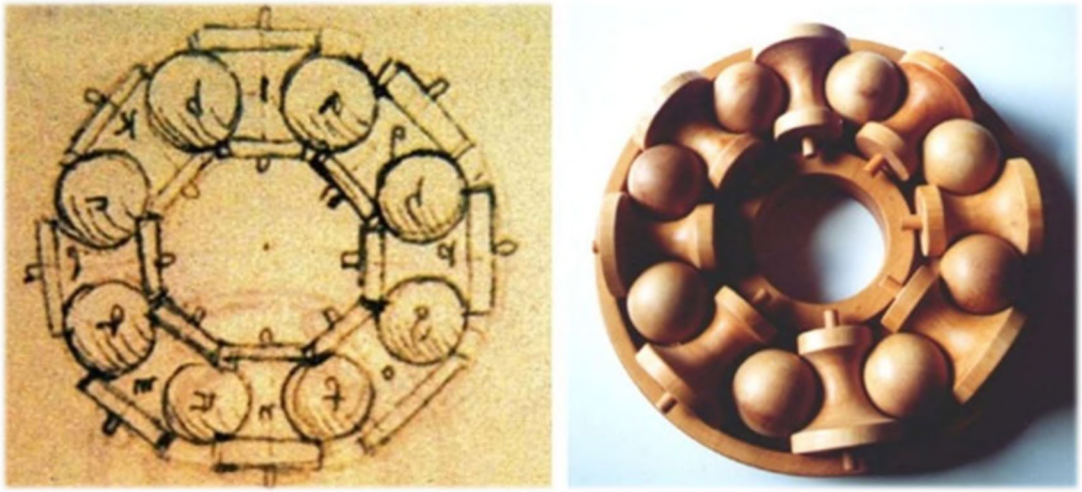


Figura 91. Rodamiento de bolas de Leonardo. Detalle del CM1_0020v (c. 1498), Biblioteca Nacional de España (Madrid). https://es.quora.com/Por-qu%C3%A9-la-gente-cree-que-da-Vinci-fue-s%C3%BAper-polifac%C3%A9tico-cuando-en-realidad-fue-un-gran-pintor-con-inclinaciones-cient%C3%ADficas-Sus-dibujos-sobre-inventos-no-eran-practicos-Si-es-que-hasta-lo

Aunque el primer rodamiento axial de madera ya nace en el año 40 d.C., realmente no comienzan a utilizarse hasta en el siglo XVII, cuando E. Coulomb fabrica el primer prototipo y Philip Vaughan patenta el primero capaz de soportar un eje de un carruaje. Este es otro de los muchos ejemplos de las invenciones de Da Vinci que no se consiguieron hacer en su época debido a la complejidad y visión temprana del genio, tardando hasta más de 200 años en aparecer los rodamientos funcionales.

Así pues, hemos escogido un sistema más simple de poca fricción para el deslizamiento y libre rotación de la rueda motriz. Un cojinete de dos partes metálicas con algo de holgura entre ellos para lubricar con aceite cada cierto tiempo. La rueda motriz, pese a necesitar ser de un gran diámetro, será conformada de un material poco denso para facilitar su giro.

7.1.3. La relación de transmisión

En cuanto al mecanismo de transmisión podemos destacar que pese a usar una correa o cadena, es bastante simple pues solo usa dos ruedas, la motriz y la conducida, unidas por este elemento flexible. Gracias a esta diferencia de dimensiones se consigue aumentar el

giro de entrada al de salida, multiplicado en la medida en que varían sus tamaños. Según la proporción acotada que se ha tomado del folio, hemos decidido que sea una relación redonda de 1 a 4, o lo que es lo mismo, por cada vuelta entera que complete la rueda motriz, la rueda conducida dará 4 vueltas.

Relación de transmisión 1:4

Esto se consigue, diseñando una rueda de entrada 4 veces de mayor tamaño que la rueda de entrada, por lo que variamos de manera proporcional sus diámetros. En el caso de engranajes por contacto en vez de por correas se atiene al número de dientes, diseñando una rueda motriz con 4 veces más dientes que la rueda conducida. Dependiendo si usamos una correa macho con jaulas de ardilla o una cadena hembra con ruedas dentadas, nos interesará atender a un dato u otro, los diámetros primitivos o el número de dientes *Z*.

A simple vista se puede apreciar que una relación 1:4 es muy grande para una máquina tan primitiva de madera, donde además hay un gran rozamiento presente por el peso de las piedras. Como el presente trabajo no trata el cálculo de la potencia necesaria para mover la maquinaria, ni la simulación del movimiento y cinemática, se modelará con dicha relación, aunque es muy probable que para un funcionamiento idóneo sería más adecuado coger una relación menor como de 1:2 por ejemplo.

7.1.4. La correa de transmisión

La correa de transmisión de nuestra máquina señalada con la letra **c** en la figura 87 es la encargada de transmitir ese giro y potencia de una ruda a otra. A simple vista vemos que se dibuja cruzada, pero hemos descartado este factor de diseño y optado por la sencillez de usar una normal y dispuesta de manera abierta como aparece en la máquina del CA_0017v. Quizá la intención de Leonardo era confundir al lector por su rivalidad con otros fabricantes de espejos o espías, o quizá su intención era efectivamente invertir el sentido de giro de una rueda a otra por conveniencia. Como realmente el sentido de las ruedas no nos aporta un valor determinante en el diseño mas que para orientar la máquina a favor de la corriente de agua ficticia, escogemos un sentido antihorario y sin cruzar la correa flexible.

Para la elección de usar correa o cadena hemos hecho una búsqueda de estos mecanismos y elementos ideados por da Vinci en sus códices y manuscritos. Encontramos varias cadenas hembras a poder ser de cuerda, madera o metal en varios de sus folios. Algunas de estas últimas usan un sistema bisagra-pasador muy similar a las actuales cadenas de rodillos.

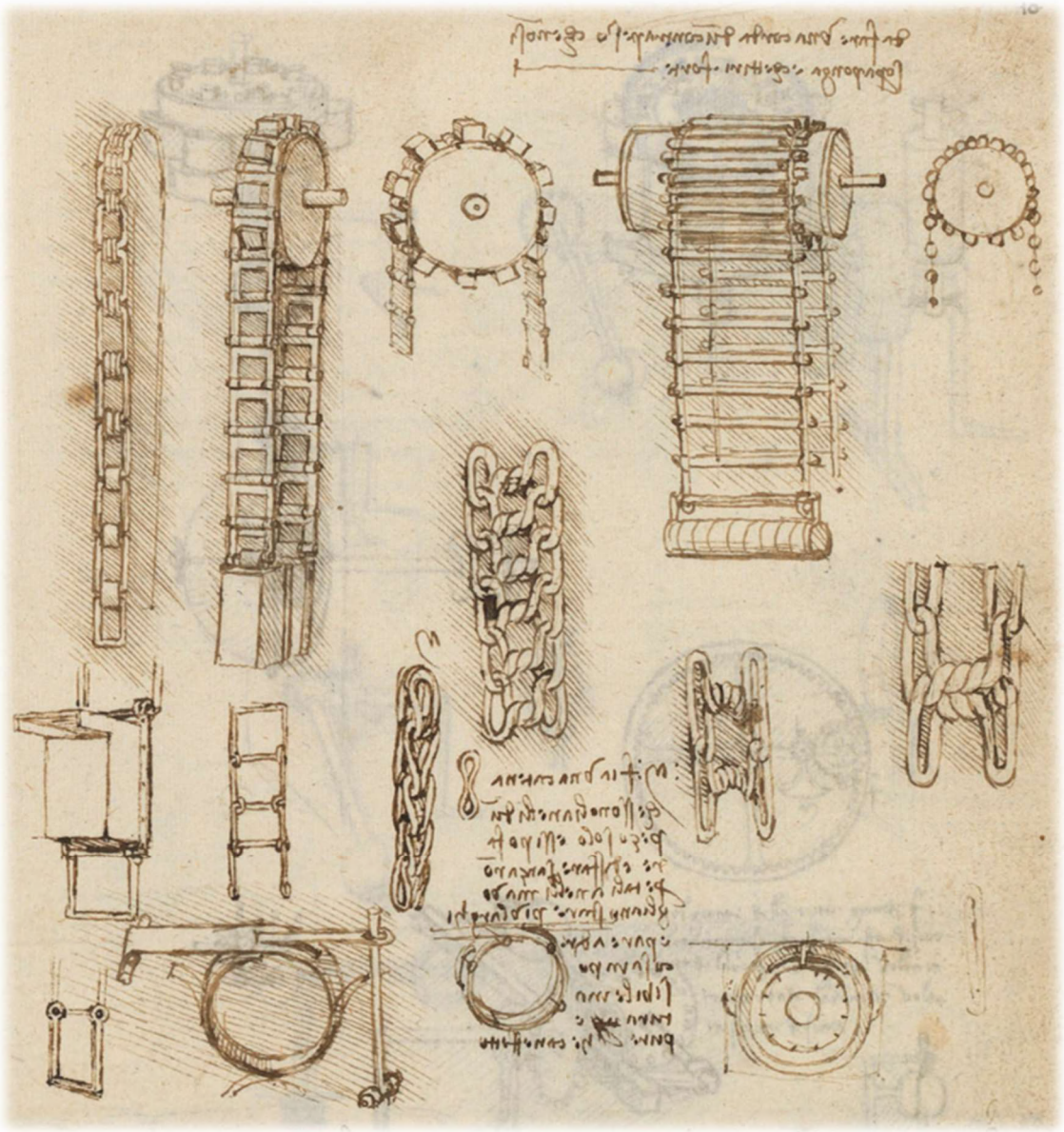


Figura 92. Ejemplos de diferentes cadenas. Detalle del CM1_0010r, BNE (Madrid).

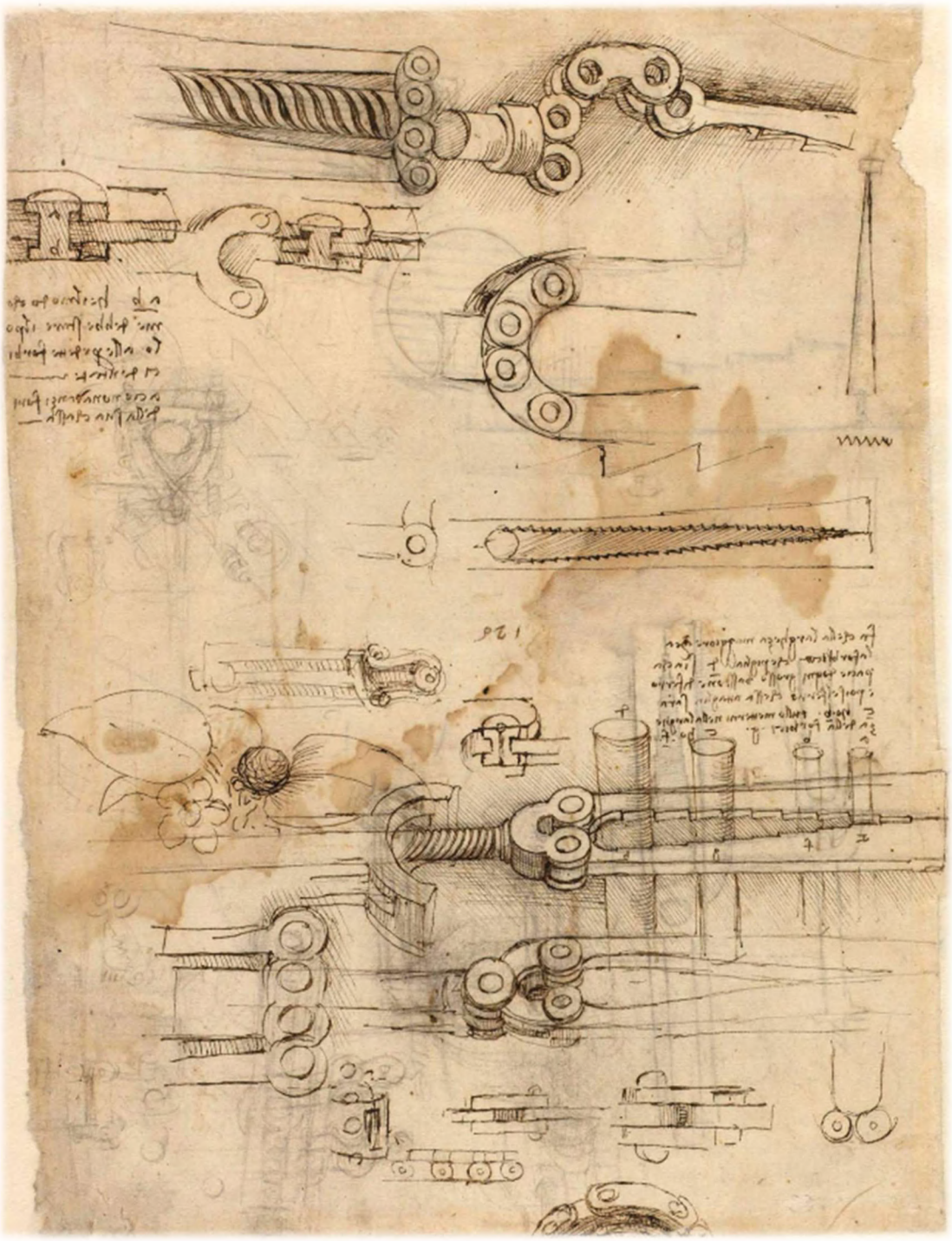


Figura 93. Tijeras dentadas de hierro que usan un sistema de rodillos y eslabones. CA_0023r (c. 1504), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

Es interesante ver este folio aun sin ser una cadena en sí, por muestrar el corte de los eslabones esquemáticamente (esquina suprior izquierda), viendo el verdadero interés de Leonardo por inventar utensilios y maquinaria funcional y corroborando su conocimiento sobre la tribología en otro tipo de mecanismos de menor escala.

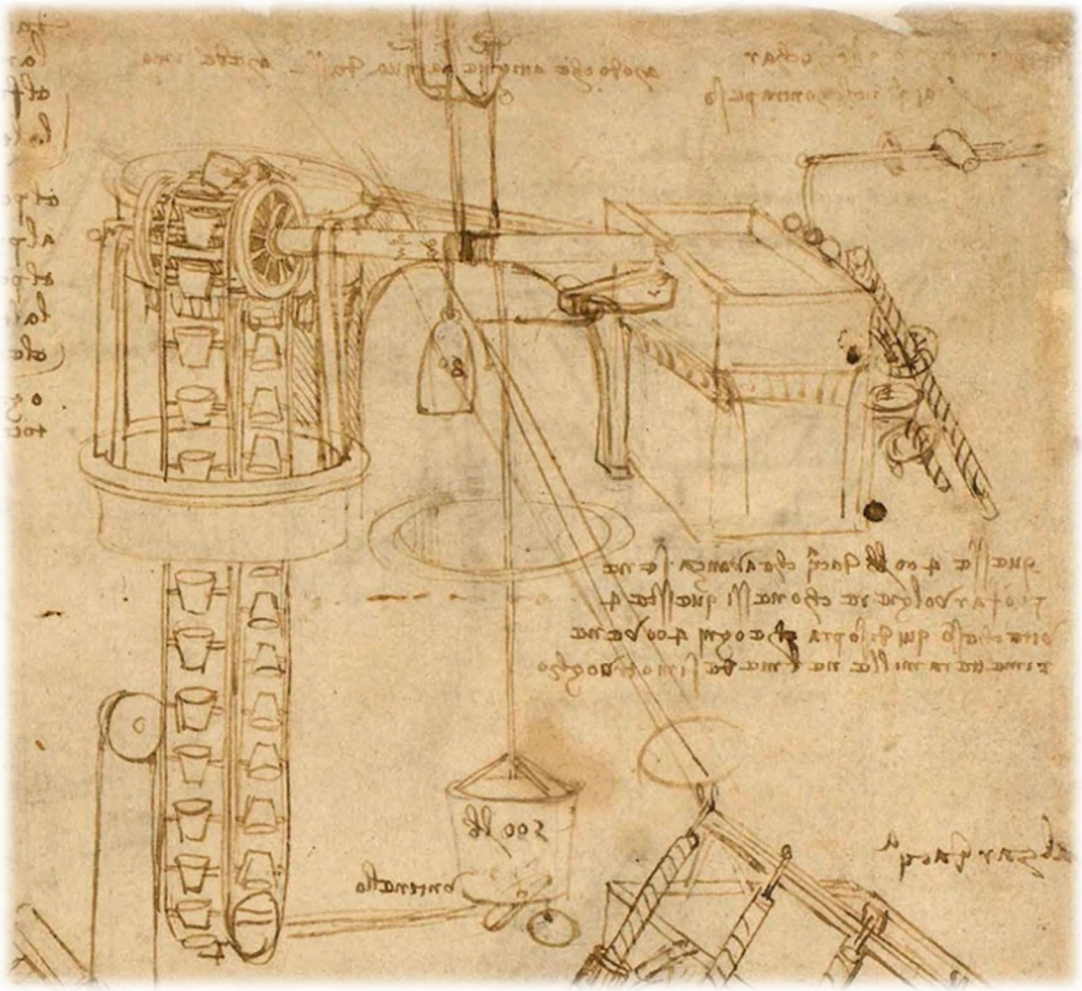


Figura 94. Mecanismo de cadena usado en una de sus máquinas para elevar agua. Detalle del CA_1069v (c. 1480), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

En este folio CA_0007r se puede ver un boceto de una máquina elevadora de agua usando una cadena que engancha cubos en sus eslabones para transportar el agua en desniveles. Junto a este mecanismo vemos una simple polea por un peso que eleva un cubo de agua, y a la derecha del todo el famoso tornillo de Arquímedes usado también para elevar líquidos.

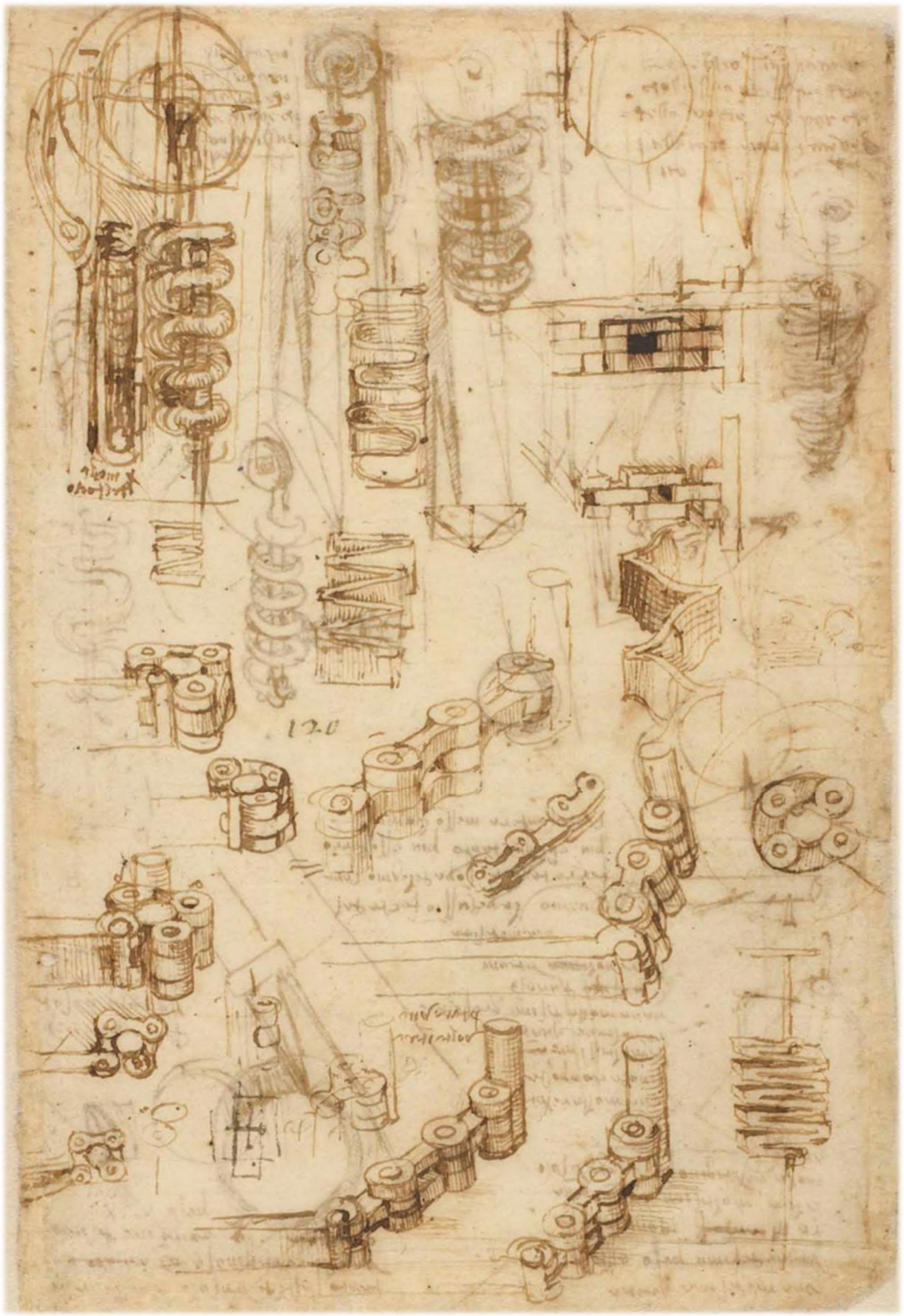


Figura 95. Bocetos de cadenas de eslabones y rodillos para el pedernal-disparador de un arma. CA_0987r, Biblioteca Ambrosiana (Milán).

En el folio del CA_0158r (c. 1513) podemos ver este mismo mecanismo del arma de fuego en limpio y acabado.

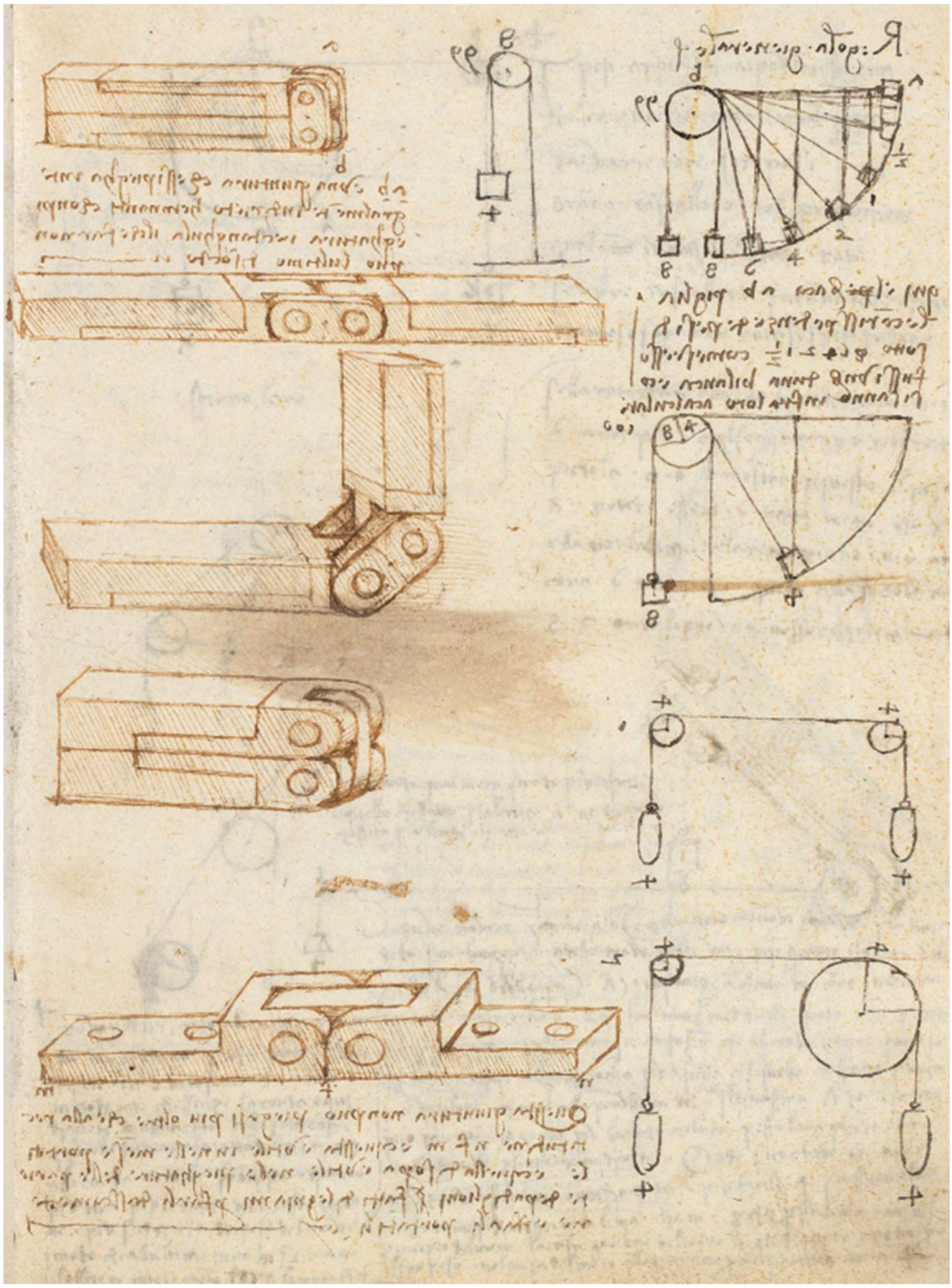


Figura 96. Bocetos de eslabones para bisagra similar al CAr_0150v. CM1_172r. BNE (Madrid).

Aun notándose la preferencia de Leonardo por el uso de sistemas rueda-piñón y tornillos sinfín para transmitir el movimiento giratorio continuo, también encontramos ejemplos de utilización de cuerdas en el CM1_0023r o el CM1_0031r y de correas flexibles también en el CM1_0030v y CA_1090v. Podemos ver algunos bocetos de elementos flexibles de Leonardo investigando con cuerdas para crear escaleras o sistemas de sujeción para la escalada vertical de un humano, o la cuerda tensora de una ballesta en el CA_0868v.

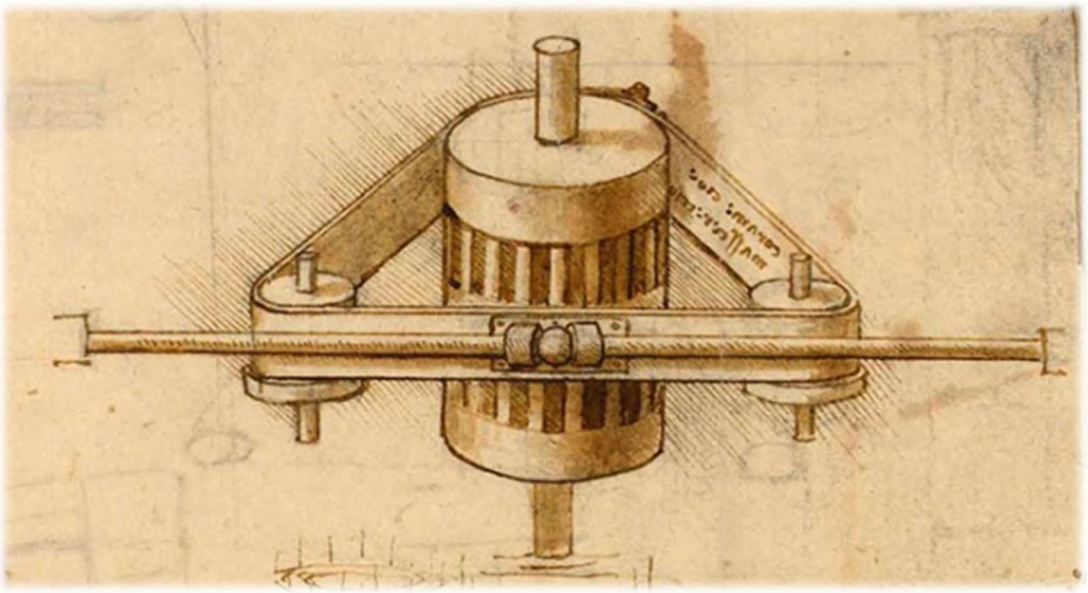


Figura 97. Sistema de transmisión por una banda plana. Detalle del CA_1090v (c. 1495), Biblioteca Ambrosiana (Milán).

Inicialmente se tanteó usar una cadena metálica similar a la del CA_0007r formada por eslabones hembra enlazados mediante pasadores o rodillos, pero para ello, esta debería acoplarse a unas ruedas dentadas macho similares a las de la máquina de pulir del CA_0087r. Fijándonos en el dibujo de la figura 87, vemos la cadena **c** representada esquemáticamente por una simple línea a libre interpretación propia, sin embargo, las ruedas o poleas sí se hacen notar hembras o jaulas de ardilla. Por ello, manteniéndonos fiel a la máquina original, se ha decidido usar una correa macho que engrana a ruedas de dientes rectos, imitando el propio contacto entre engranajes normales.

Esta correa como elemento flexible para transmitir potencia y movimientos giratorios se conoce actualmente como correa sincronizante, correa dentada o correa de distribución. Las de ahora se hacen con cables metálicos actuando de fibras interiores, recubiertas de plásticos y gomas resistentes a la fricción, y de gran capacidad de flexión y amortiguación de vibraciones. Actualmente podemos encontrar innovación del uso de correas para bicicletas eléctricas donde no se requiere cambio de marchas. Estas tienen mayor durabilidad con menos mantenimiento y aportarán al usuario más potencia en comparación con las clásicas cadenas metálicas de rodillos que son ruidosas y requieren engrases frecuentes.



Figura 98. Correa de distribución de un coche actual. *https://www.autobild.es/practicos/cambiar-correa-distribucion-todo-debes-saber-785247*

Aunque en el modelado y simulación no podamos darle las características mecánicas y apariencia que nos gustaría, supondremos para nuestro caso una correa de pieles resistentes de animal acorde a la época, formada por varias capas cosidas de tal manera para crear los dientes que engranan las ruedas. El cuerpo rígido interior de los dientes de la correa podría ser un cilindro metálico o de madera forrado por las pieles tal como hemos recreado manualmente. Para ello usamos unos tubitos de silicona y retales de polipiel como se ve a continuación.



Figura 99. Muestra casera de una posible configuración de correa dentada antigua.

En el folio CA_0874v podemos ver un dibujo de una correa rotatoria entre dos poleas y leer una frase donde comenta a modo diario parte del proceso una correa que estaría conformando en esa fecha. La cola de pescado es una sustancia espesante usada como pegamento y extraída de las vejigas natatorias (los órganos de flotación) de ciertos peces como el bacalao o salmón.

Mañana por la mañana, a 2 de enero de 1496 tendrás lista y seca la tira de cuero.
Para hacer la pasta: fuerte vinagre en el cual disolverás la cola de pescado, y con ello hacer pasta y pegar tu cuero, y está bien. (CA_0874v, c. 1496)

Podemos confirmar para aquella época la dificultad que supondría el uso de una correa en vez de los típicos engranajes y ruedas sólidas usadas normalmente por Leonardo. Aun teniendo un mantenimiento sencillo pues no se necesita de lubricación como una cadena metálica, la sustitución ante rotura sería una gran pérdida de tiempo y desgaste de energía al tener que desmontar parte de la máquina para poner la nueva correa tensada. El tiempo de vida de la correa se ve limitado en gran medida por su material, de mucha menos duración que los dientes de madera o piezas metálicas. Esta es una de las razones que hace menos atractiva la opción de fabricar y usar nuestra máquina del CM1_0061r en vez de una por contacto entre engranajes rígidos como la muela de espejos del CA_0087r.

7.1.5. Reflexiones sobre la mesa base y las piedras

La mesa es el principal elemento de sujeción de las piedras parabólicas/esfércias que actúan como muelas, pudiendo variar su forma y constitución de piezas de diferentes maneras.

Comparando nuestra máquina del CM1_0061r con otra del tipo fresa fija que hay, la del CA_0017v, podemos llegar a varias conclusiones de partida. Mientras que la del Códice Atlántico usa un tablero como mesa maciza de una pieza única, y con el hueco ya hecho para albergar y sujetar la fresa que muele (llamada por Leonardo como piedra "*T*" en ese folio), nuestra máquina del Códice de Madrid I cuenta con una mesa compuesta por gran cantidad de piezas y uniones para cumplir la misma función, siendo menos eficaz. Esto sugiere que la máquina CM1_0061r podría ser anterior al 1478, fecha datada del folio CA_0017v, por ser más práctica para cumplir este mismo cometido. O, que por el contrario, Leonardo optase a posteriori por diseñar una mesa de varias piezas montables e intercambiables ya que serían de geometrías más sencillas que fabricar una mesa con el hueco un tamaño específico.

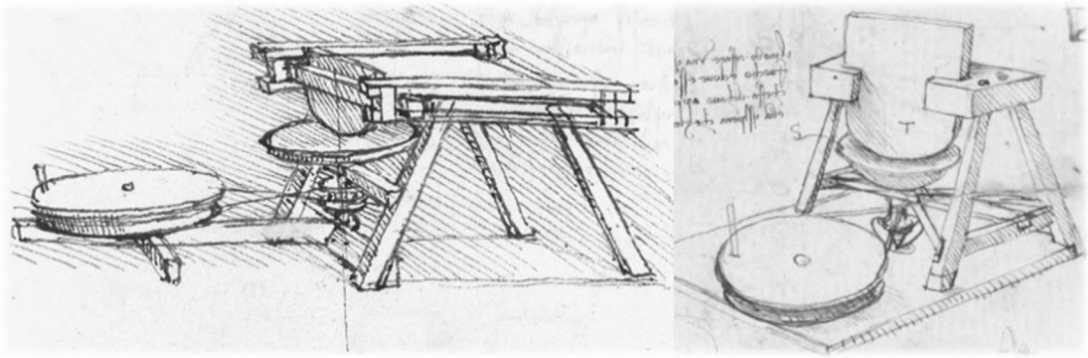


Figura 100. Comparativa de las máquinas para espejos cóncavos de muelas fijas y transmisión por correas. CM1_0061r izq. y CA_0017v (c. 1478) dch.

Por otro lado, podemos ver también como de usar una piedra con forma de disco demasiado fino en el CM1_0061r pasa a usar una piedra más alta con la que sí se puede lograr profundizar al pulir y crear la concavidad deseada en la del CA_0017v. Además,

la piedra usada en esta última máquina en vez de ser cilíndrica es más bien esférica en su parte exterior, consiguiendo reducir el peso de la piedra a pulir. Resulta raro que en el diseño del CM1_0061r obvie este espesor del espejo, dibujándolo prácticamente como un disco en el que la potencia ustoria sería de poca eficacia debido a su gran y distorsionada distancia focal. Esta altura y redondez inferior en la piedra espejo se puede notar igualmente en la máquina del CA_801r que comentamos más adelante.

La piedra fresa, encargada de lijar la piedra espejo, también evoluciona de una a otra mejorando su función de pulido gracias al aumento considerable de peso. Mientras que la muela fija del CM1_0061r tiene unas dimensiones pequeñas y poco espesor, la del CA_0017v cuenta con un espesor y altura considerables. A priori estas características, más evolucionadas y mejoradas de una máquina a otra, nos pueden parecer que nuestra máquina del CM1_0061r es más antigua y primigenia que la del CA_0017v de 1478.

Comparando otra máquina de fresa fija y correa con la nuestra, tenemos a la del CA_0801r que también usa una mesa compuesta de varias piezas para acoplar la muela bien ajustada al tablero (dibujo izquierdo escueto). Aunque en el dibujo principal (derecha) que seguramente hizo a posteriori con más detalle vemos como usa u tablero de pieza única más elaborado y eficaz. La fresa que usa, a diferencia de la típica piedra tosca, puede ser esta vez un mástil de madera con forma parabólica macho en su extremo, y reforzado con chapa metálica para aumentar la capacidad de pulido y su vida útil. Aparentemente no vemos ningún sistema que presione la pieza espejo con la muela, aunque el otro extremo del mástil que vemos libre puede ser levantado a modo de palanca para cumplir la fuerza de compresión necesaria. Ya sea esta pieza de madera o de metal, su escaso tamaño, y poco peso, haría imposible que lijase a la piedra espejo por el propio efecto de la gravedad de la piedra superior sin ningún mecanismo externo de presión o palanca.

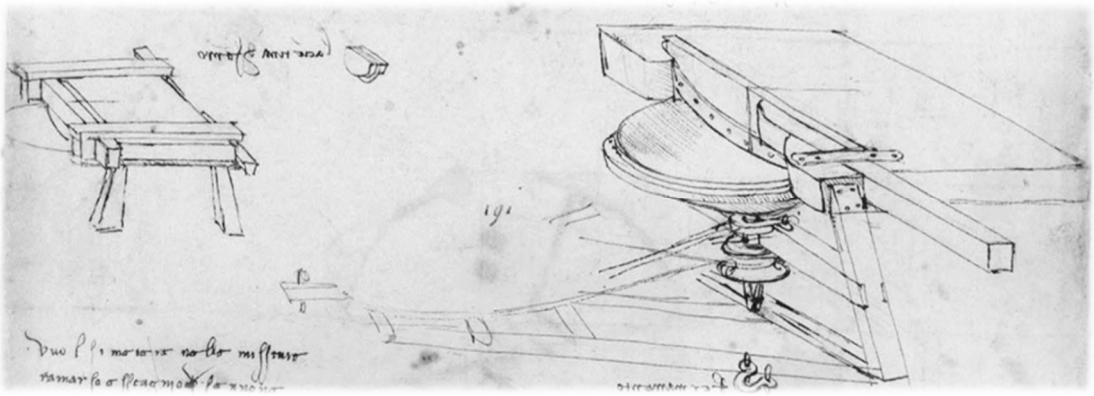


Figura 101. Máquina de muela fija. Detalle del CA_0801r, Biblioteca Ambrosiana (Milán).

Leyendo las traducciones de los textos del folio, es posible que esta máquina no fuera para lijar y dar forma a la piedra cóncava como tal, pero sí para pulirla con una mezcla de metales en su superficie lisa para darle la reflectividad final y crear el espejo a partir de la piedra cóncava ya hecha., motivo por el cual la muela tiene el refuerzo metálico y es tan pequeña y ligera. O quizá usa una muela de hierro pues se dio cuenta de la gran cantidad de residuos que soltaban las piedras al lijarse entre sí.

El mecanismo que mueve a esta máquina del CA_0801r es de transmisión por correa cruzada, aunque no tiene fundamentos de una correcta funcionalidad ya que no vemos detalles de calidad de la rueda o polea ni de dónde apoya el eje vertical. La piedra espejo sí se hace notar que proviene de un bloque macizo de base circular y no de uno cilíndrico como la de nuestro CM1_0061r, aminorando considerablemente el peso necesario a mover por el mecanismo. Estos indicios podrían situar a esta máquina como más avanzada, y por tanto posterior en fecha, a nuestra máquina del CM1_0061r que comentaremos en profundidad más adelante.

7.1.6. Reflexiones sobre el eje rotatorio vertical

Siguiendo la línea comparativa de las máquinas que comparten tanto el mecanismo que las mueve como la estaticidad de su muela de piedra, nos encontramos con el primer problema mecánico que Leonardo sobrepasó al idear el sistema de cuña para el eje, expuesto en el propio folio 61 recto del Códice de Madrid I con un pequeño dibujo y la aclaración que lo explica:

*"La cuña **n** entra y alza el espejo continuamente manteniéndolo contra la pieza que lo pule."*

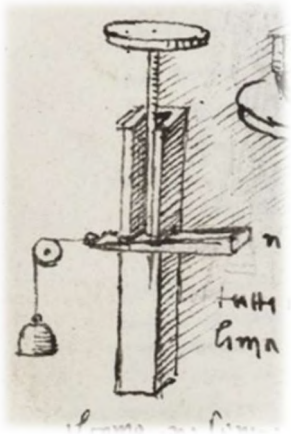


Figura 102. Mecanismo de cuña para la máquina del CM_0061r (detalle invertido Я|R).

Él expone este sistema de cuña para ejercer mayor presión entre las piedras (lijadora y espejo) y facilitar el desgaste en el proceso de pulido. Pese a ser funcional para otras aplicaciones (cualquier sostén no giratorio) no lo era para el caso de soportar un eje vertical móvil y explicamos porqué. Aun ir bien encaminado en la ideación de su máquina, Leonardo quizá no se paró a pensar en el rozamiento que causa este sistema de alzado mediante cuña dado todo el peso que debe soportar, y por consiguiente, en la reducción de velocidad de giro que esto supondría. O quizás fuera un engaño a propósito, para las miradas entrometidas. Sobre el eje vertical recae su propio peso, que aun apareciendo dibujado como poco esbelto, este debe tener mayor sección para aguantar bien el peso de la polea conducida, el de la piedra espejo y su soporte, y el de la piedra que muele.

El principal enemigo que tendremos en esta máquina durante todo su desarrollo será el rozamiento provocado por el peso, y esta es una de las mejoras o sustituciones de mecanismos que intentaran evitarlo o aminorarlo en la medida de lo posible, tratando siempre de recrear la máquina fiel al diseño original de Leonardo.

Recapacitando sobre el inconveniente de este mecanismo, se ha decidido escoger otro sistema que permite la rotación de ejes verticales sobre sí mismos con el mínimo rozamiento posible para su época. Hablamos del soporte para ejes giratorios verticales de Leonardo. Aunque hay otros ejemplos de rodamientos de rodillos o conos preferidos por Leonardo para esta función en el CM_0101v (dado un mayor aguante y duración al tener una mayor zona de contacto) hemos escogido para nuestro caso el rodamiento de 3 bolas esféricas para ejes verticales giratorios del mismo folio. Aun desconociendo el año exacto de este folio, escogimos este mecanismo como mejor solución por su simpleza y menor rozamiento además de pertenecer al mismo Códice que el de nuestra máquina.

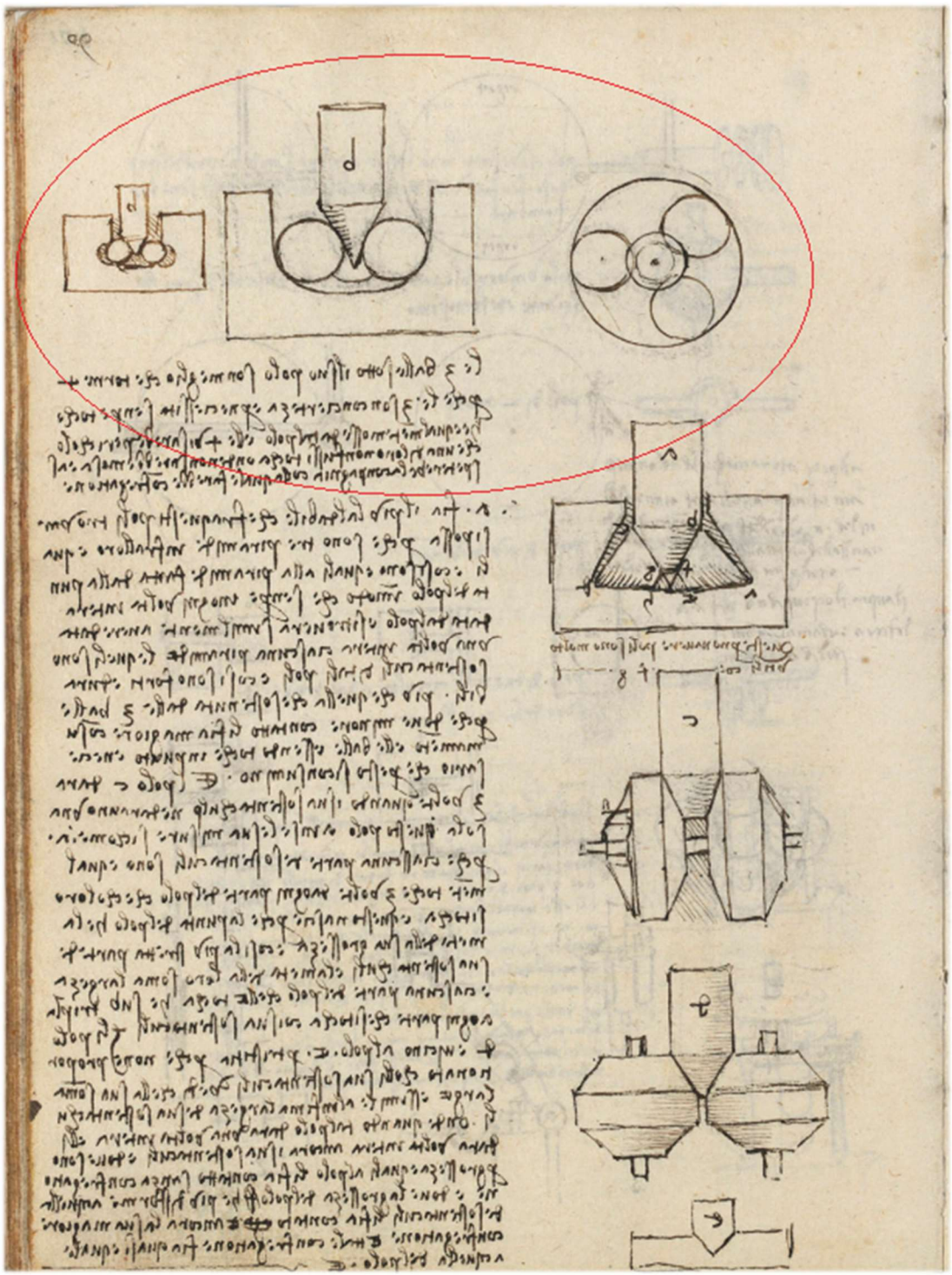


Figura 103. Mecanismo para el soporte de ejes giratorios. CM1_0101v, BNE (Madrid).

"3 bolas debajo del gorrón son mejor que 4, porque si las bolas son 3, por fuerza serán tocadas y movidas igualmente por el gorrón. Si fueran 4, habría peligro de que una de ellas quedara sin ser tocada y, en consecuencia, no se movería y esperaría a la próxima, provocando rozamiento." (CM1_0101v)

Él recomendaba el empleo exclusivo de 3 bolas porque siempre estarían en contacto con la base y el eje, y también el uso de una base o pista de forma curva para impedir el contacto entre bolas y evitar rozamiento entre sí mismas. Resolver la sustentación del husillo vertical para poder absorber la carga y además permitir girar sobre un apoyo con rozamiento mínimo fue todo un reto en aquella época.

Si nos volvemos a fijar en la figura 100 donde se comparan ambas máquinas similares, podemos observar cómo en nuestra máquina del CM1_0061r un tablón nos impide ver el mecanismo que esconde este desempeño del eje, pero cómo la del CA_0017v sí parece usar este sistema de bolas esbozado vagamente. Razonamos así la autocorrección de Leonardo de este aspecto en la evolución de un diseño a otro de la misma máquina, aun sin conocer la cronología de nuestro folio. Dado que el sistema de cuña (figura 102) ya no sería posible de incorporar en la máquina, nos damos cuenta además de cómo agranda notablemente las dimensiones de la fresa o muela en la máquina CA_0017v en comparación con la nuestra (buscando incrementar su peso), para mantener esa presión necesaria entre piedras para el pulido.

Por otro lado, hacemos notar que mientras en la máquina del CA_0017v no se aprecia la rueda conducida por la correa, en la del CM1_0061r sí que se ve con detalle una rueda dentada o jaula aridilla que engancha debidamente para mover al eje vertical.

Otro detalle del eje que parece atravesar o apoyar una zona en una tabla horizontal que une las dos patas de la mesa. Este distintivo se repite en otras de las máquinas de muela fija y transmisión por correas, siendo la propia tabla (como pasa en el CM1_0061r) o una pieza semicircular (como pasa en el CA_0801r) la que abraza al eje como elemento de seguridad o apoyo.

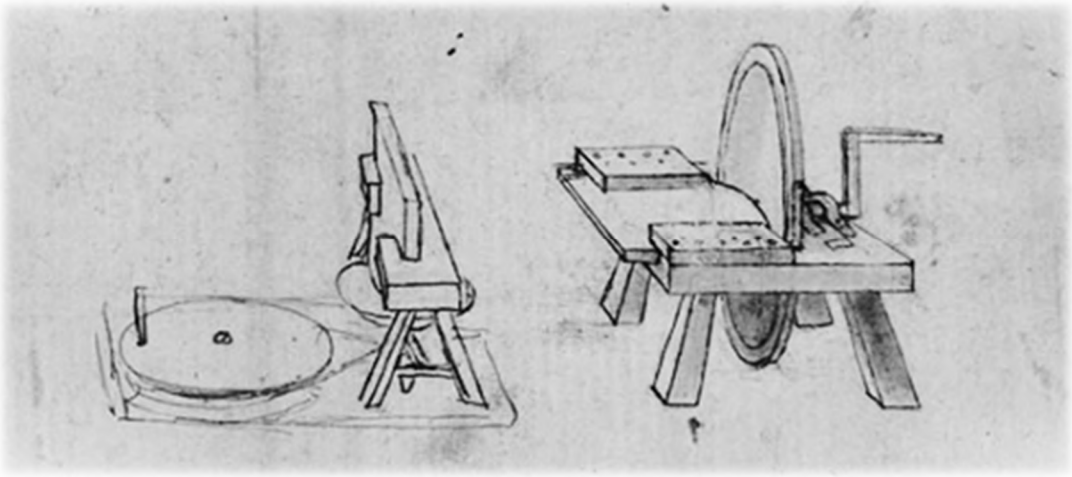


Figura 104. Máquinas de muelas fijas para pulir espejos. Detalle del CA_0879r.

En máquina de la derecha de muela fija movida la transmisión funciona por correa o cadena, al igual que las anteriores, y una muela de mayor altura acoplada a la mesa uniforme y de tamaño justo, lo que sugiere que la fresa sería de piedra y la propia gravedad sería la encargada de presionarla contra el espejo de abajo.

Lo interesante viene en el dibujo derecho donde Leonardo idea una máquina también de muela fija sobre una mesa, pero esta vez volteando 90º ambas piedras. De esta manera

consiguió ahorrarse tanto la correa, que para aquella época sería un problema en comparación con el uso de engranajes en contacto, como el eje rotatorio. Para el caso de la muela fija vertical vista en otras de sus máquinas, se necesita un eje que sostenga a las piedras y tenga incorporada una rueda para moverse con la cadena o correa, además del soporte de rodamientos de bolas para el extremo del eje giratorio. Sin embargo, con la muela dispuesta en horizontal tal como se ve en este folio, se consigue omitir estos mecanismos de escasa eficacia o complejidad funcional y sustituirlos por un soporte del espejo que gira solidario a través de una palanca conectada de manera directa. Con una longitud considerable de esta palanca y su mango se podría conseguir un torque suficiente para el pulido. Además, el problema de los residuos y virutas de piedras que se acumulan en la cavidad de la piedra cóncava en una máquina de eje vertical, se soluciona pues todo va cayendo al suelo sin obstáculo.

La muela no cuenta con ningún mecanismo externo que la presione a simple vista, y la gravedad no juega a su favor al disponerse horizontal, pero si nos fijamos aparecen unos puntitos que podrían ser tornillos o clavos que la sujetan a la mesa, por lo que la presión entre piedras se estaría ejerciendo desde el otro lado, desde la piedra espejo, con una fuerza de empuje proveniente mismamente desde la palanca de accionamiento.

Por todo ello, Leonardo pudo llegar a concluir con firmeza que el uso de ejes verticales giratorios sobre rodamientos era ineficaz debido a los grandes pesos de las piedras y la dificultad de girar todo con un simple mecanismo de correa. Entonces se dispuso a ahondar aun más en opciones de máquinas con la muela de piedra tumbada y la piedra espejo en vertical. Ahora, con certeza, sí podemos exponer unos de sus últimos diseños, datado en 1504, donde es consciente de todos los pros y contras.

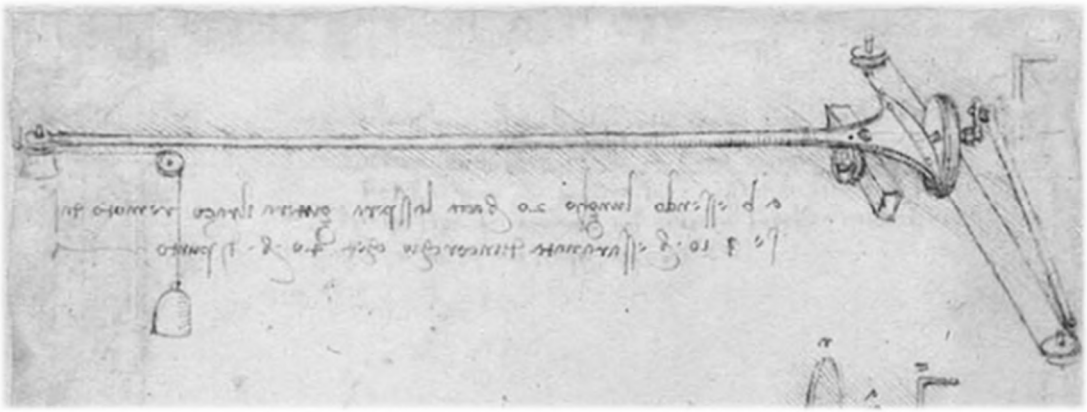


Figura 105. Máquina para espejos cóncavos. Detalle del CA_1103v (c. 1504).

La presión de muela contra la piedra espejo se consigue por medio de un peso colgante de una polea en el extremo izquierdo. En este extremo, el brazo pivota libremente como un péndulo a través de unas correas enganchadas en la piedra que lija. El accionamiento mediante una palanca parece girar tanto la piedra espejo como esta correa a través de un mecanismo biela-manivela, con lo que la piedra fresa se movería alternativamente de lado a lado mejorando la fricción entre piedras al igual que ocurre en el doble giro de la famosa máquina del CA_0087r o en otras dos máquinas de este mismo folio que recopila exclusivamente máquinas de espejos. El hecho de que en este folio no aparezca ninguna máquina de muela fija y transmisión por correas, como la nuestra del CM1_0061r, puede sugerir que Leonardo concluyera no era viable ni funcional.

7.2. Conclusiones

En un intento de situar la máquina protagonista del CM1_0061r en una línea temporal para analizar y discutir el proceso de invención y avances respecto de las otras máquinas de espejos a lo largo de los años, nos vimos imposibilitados de alcanzar este objetivo. Pese a contar con la agradecida y numerosa colección de manuscritos de Leonardo, no todos los folios cuentan con una datación concreta. Sumado a ello, nos encontramos con que da Vinci no era particularmente ordenado y limpio en sus apuntes y diseños, una característica muy típica de los genios y sabios.

Siendo las únicas indicaciones cronológicas figurantes en el Códice Madrid I las del f. 0v (28 de septiembre de 1497) y del f. 1v (1 de enero de 1497), la redacción del conjunto manuscrito se sitúa en general durante la primera estancia de Leonardo en Milán, que otros autores fijan entre 1499-1500. Mientras que el Codex Madrid II, por los temas que trata, Elisa Ruiz lo sitúa entre el verano de 1503 y mediados de 1505.

Si echamos un vistazo al folio completo CM1_0061r, en la zona superior de la hoja podemos leer un texto en el que cuenta una anécdota pasada en el parque del Duque de Milán, por lo que la escribiría posterior o incluso los días cercanos a este suceso. La datación aproximada puede confirmarse por tanto en torno al año 1499-1500 durante esta estancia en Milán.

A final del apartado se muestra la tabla resumen con las máquinas más notorias analizadas durante la investigación, clasificadas por su mecánica de movimiento y tipo de espejos a fabricar.

Es muy probable que no siempre siguiera un ciclo de mejoras y avances cronológico, sino que retomara también diseños antiguos a posteriori en vez de descartar las máquinas inviables, para simplemente dejar constancia de ellas a las generaciones futuras.

> *La ciencia más útil es aquella cuyo fruto es el más comunicable.* (Leonardo da Vinci)

Desconocemos con certeza el proceso de fabricación exacto del espejo reflectante final a partir de la piedra cóncava, pero bastaría simplemente con agregar pequeños trozos de metales pulidos con máquinas de espejos planos a la matriz de piedra como si fuera un mosaico. El hecho de usar espejos pequeños para conformar uno más grande es un método que ya se conocía con certeza documentada desde los tiempos del árabe Alhacén (siglo XI).

En caso de utilizar un recubrimiento de metales fundidos para crear la capa reflectante sobre la piedra cóncava como puede referirse en los textos del CA_0087r, sería necesario que esta fuera lo más lisa y homogénea posible para lograr un espejo ustorio eficaz.

Podría decirse que la máquina de posible fabricación más sencilla y eficiente para espejos cóncavos sean las de muela giratoria grande y vertical como la famosa del folio CA_0087r que vemos en limpio y nítida. El hecho de contar con ruedas dentadas y jaulas de ardilla en contacto la hacen perfectamente eficaz en comparación con una que requiera correa o cadena, y además existe una rotación doble entre las piedras que aceleran el pulido con el mismo giro de la palanca motriz. El único inconveniente es la necesidad de rodamiento axial para el soporte dentado de la piedra espejo sobre el suelo.

Para nuestra máquina CM1_0061r, resumimos que tiene un funcionamiento muy peliagudo y una dudosa existencia para el siglo XV debido a sus características y requerimientos funcionales. Si bien para espejos pequeños y piedras poco pesadas sería perfectamente posible su construcción y uso, esta no dejaría de ser una de las menos efectivas en comparación con otras dado su gran rozamiento entre piezas.

Dado que el objetivo ideal es que el único rozamiento que haya sea el necesario entre las piedras muela-espejo para el proceso de pulido, las máquinas de muela fija dispuesta horizontalmente (CA_1057v o CA_0879r) son la mejor opción y sencilla para la obtención de espejos parabólicos. La palanca motriz activa directamente el giro de la piedra espejo sin engranajes ni piezas extras, y no habrá exceso de peso de las piedras o un eje que se necesite girar con gran carga. Aun teniendo una rotación simple (solo se mueve una pieza para pulirse), es el otro tipo de máquina considerada como óptima porque en este caso no se necesita ningún tipo de rodamiento.

Obviando el uso de una correa de complicada instalación y tensionado, tanto la rueda motriz como el eje principal necesitan una rotación sobre sí mismos con el menor roce y peso posible. Siendo los cojinetes de metal una interesante y posible opción para la polea motriz, lo ideal sería el uso de rodamientos axiales y metálicos como los del CM1_0020v. Es posible que a raíz de estas complicaciones de ejes verticales para las máquinas de espejos y otros mecanismos pocos factibles, Leonardo diseñara en 1498 el principio del rodamiento que figura en este mismo Códice Madrid I.

También nos vemos obligados a adoptar el uso de piezas metálicas con geometrías de difícil trabajo para la forja o soldaduras que serían complejas para aquella época, haciendo poco operativa la máquina del CM1_0061r. Estas las veremos en el siguiente apartado con detalle, y son el cojinete móvil por tener nervios (pieza 21), el cojinete fijo (pieza 20) por ser un cilindro hueco, o la escuadra de nervios (pieza 25).

Por otro lado, nos encontramos con la problemática puesta en marcha de la máquina CM1_0061r donde sería interesante colocar la piedra fresa ya en régimen estable, pero parece una labor bastante ardua sumado a que la tabla fijadora de la fresa debería colocarse acto seguido, no teniendo un seguro contra la posible caída de la piedra fresa. Lo ideal sería antes de la puesta en marcha de manera fácil y estática haber colocado la piedra y fijadora, pero que, por el contrario, sería contraproducente desde el punto de vista del movimiento a conseguir por el peso.

Este es el distintivo que hace la máquina sea prácticamente inviable. El uso de un eje que debe ser capaz de soportar una notable capacidad de carga y moverse al mismo tiempo para lograr el giro continuo del pulido. Aun existiendo un eje de punta y rodamientos metálicos para reducir la fricción, la gravedad hace que el peso de las piedras y piezas superiores sea enorme en comparación de la potencia requerida para mover el sistema completo.

Como existen varios tipos máquinas de espejos de diferentes mecanismos y piezas, la mejoría ideal sería escoger otra más viable de las ya comentadas en vez de esta. Si nos ceñimos a resaltar alguna mejora de la máquina del CM1_0061r sin alterar sus singularidades, quizá la más productiva sea el simplificar la rueda conducida y hacer el propio soporte del espejo la rueda dentada de salida. De esta manera podemos disminuir la altura del eje y ahorrar piezas, y conseguimos hacer la mesa más ergonómica (también de menos altura) y apta para trabajos manuales y auxiliares. Además, obligamos a que el

espejo no sea de diámetro tan grande, y podemos llegar a lograr una relación de transmisión 1:2 más fácil de conseguir y mover el conjunto. Con una mesa del tipo a la figurante en la muela fija del CA_0017v también evitamos el exceso de tantas piezas y montaje.

Una futura línea de investigación sobre esta máquina se basaría en su análisis cinemático y dinámico a través de simulaciones de movimiento y fuerzas para corroborar su viabilidad de manera rigorosa y empírica. Una vez logrados los datos y mediciones necesarios podría llevarse a cabo su construcción a escala con materiales similares a los de la época.

Para el cálculo de la potencia motriz necesaria en nuestro sistema habría que emplear justo el proceso inverso al que actualmente se hace con los catálogos y datos de poleas-correa dentada que permiten obtener su dimensionamiento idóneo a partir de unas gráficas y fórmulas que comienzan escogiéndose el factor de servicio de la máquina o motor (compresores centrífugos, tornos, elevadoras, etc.). En contra, se medirían las características de las piedras necesarias para el desgaste progresivo del espejo cóncavo, junto con la fuerza de rozamiento que se crea sobre ellas actuando de freno y la velocidad angular mínima (rpm) de la piedra espejo necesaria para el arranque de material. Con el par resultante se pasaría a calcular cómo interviene el peso que soporta el todo el eje y rozamiento de los rodamientos aminorando la velocidad de giro, para posteriormente pasar a calcular las tensiones y rotación de la polea conducida a la motriz por medio de la correa con la determinada relación de transmisión.

Folio de la máquina	Año	Tipo de transmisión de la potencia de giro	Forma de la muela	Movimiento y disposición de la muela	Elementos rotatorios en fricción
CA_0017v	1478	Correa/ cadena	Espejos cóncavos, parabólicos	Fija y vertical	Giro simple
CA_0018v (1)	1478	Tracción directa y engranajes	Espejos cóncavos esféricos y plano	Giratoria vertical y brazo auxiliar	Giro doble/ triple
CA_0018v (2, 3, 4)	1478	Tracción directa y engranajes	Múltiples espejos planos	Sistema de brazos satélites	Giro triple/ doble
CA_0087r	1480	Tracción directa y engranajes	Espejos cóncavos, esféricos	Giratoria vertical	Giro doble
CA_1068r	1480	Tracción directa y engranajes	Espejos cóncavos, esféricos	Giratoria vertical	Giro doble
MsB_0013r	-	Tracción directa y engranajes	Espejos planos	Brazos auxiliares	Giro doble/ simple
CA_0801r	-	Correa/ cadena	Espejos cóncavos, parabólicos	Fija y vertical	Giro simple
CA_0879r (1)	-	Correa/ cadena	Espejos cóncavos, parabólicos	Fija y vertical	Giro simple
CA_0879r (2)	-	Tracción directa	Espejos cóncavos, parabólicos	Fija y tumbada	Giro simple
CA_1057v (sup-dch)	-	Tracción directa	Espejos cóncavos, parabólicos	Fija y tumbada	Giro simple
CA_1115r (1)	1486	Tracción directa y engranajes	Espejos planos	Sistema de brazos satélites	Giro triple
CA_1115r (2)	1486	Tracción directa y engranajes	Espejos planos	Giratorio y centrado en el eje	Giro doble
CA_1115r (3)	1486	Tracción directa y engranajes	Espejos planos	Brazos auxiliares	Giro doble
CA_1072r (1)	-	Tracción directa y engranajes	Espejos planos	Sistema de brazo satélite	Giro triple
CA_1072r (2)	-	Tracción directa y engranajes	2 espejos cóncavos, esféricos	Giratoria vertical	Giro doble
CM1_0016v	-	Tracción directa y engranajes	Espejos cóncavos, esféricos	Giratoria vertical	Giro doble
CM1_0060v	-	Tracción directa y engranajes	Espejos cóncavos, esféricos	Giratoria vertical	Giro doble
CM1_0061r	-	Correa/ cadena	Espejos cóncavos, parabólicos	Fija y vertical	Giro simple
CM1_0163v	-	Tracción directa y engranajes	Espejos planos	Brazos auxiliares	Giro doble/ simple
CM1_0164r	-	Tracción directa y engranajes	Espejos planos	Brazo auxiliar	Giro doble/ simple
CA_1103v (4)	1504	Biela-manivela	Espejos planos	Brazo auxiliar	Giro doble
CA_1103v (5)	1504	Engranajes en contacto	Espejos cóncavos, esféricos	Giratoria vertical	Giro doble
CA_1103v (6)	1504	Correa y biela-manivela	Espejos cóncavos, esféricos	Balanceo alternativo de péndulo	Giro doble

Tabla 1. Glosario de máquinas de espejos.

8. Modelado de su versión funcional

Tras ver una primera toma de contacto en profundidad con los elementos principales de la máquina, su funcionamiento y sistemas mecánicos utilizados, avanzamos con la recreación tridimensional de su modelo mediante el software Solidworks.

8.1. Planificación del modelado

Lo normal y acorde para una máquina de dimensiones considerables, y para aquella época, sería tener una máquina diferente con un tallaje específico para cada tamaño de espejo a crear. Por ejemplo, para fabricar un espejo de gran diámetro y profundidad se necesitaría un soporte grande y eje robusto, además de una mesa con patas que permitan albergarlo entre ellas, y una transmisión y ruedas capaz de moverlo. Para un espejo pequeño se requerirá esto en menor medida, además de no necesitar una piedra fresa tan pesada y grande capaz de pulirlo, ahorrando peso y rozamiento en el eje vertical principal.

Sin embargo, vamos a crear un modelado variable para diferentes geometrías de espejos a poder pulir de cara a hacerlo más desafiante. Las piezas modeladas que varíen en cualquier talla se verán controladas por cotas variables o ecuaciones paramétricas que recalcularán el ensamblaje acorde a los datos de entrada que les demos. Las piezas con dimensiones fijas estarán diseñadas como aptas y universales para geometrías distintas.

A continuación, se expone un sumario con las variables del modelo, ya sean datos a introducir o variables que son calculadas automáticamente mediante ecuaciones paramétricas que las controlan, siendo informativas o como cálculos secundarios.

Variable	Unidades	Ecuación	Descripción
D	mm	dato de entrada	Diámetro del círculo reflectante del espejo (cota en vista de planta)
Dt	mm	$Dt = D + 10$	Diámetro total del espejo, con un espesor extra para simular una pieza en proceso de pulido en vez de finalizada (cota en planta)
depth	mm	dato de entrada	Profundidad de la cavidad del espejo, desde el círculo reflectante hasta el vértice del paraboloide (cota en vista de alzado)
f	mm	$f = \frac{D^2}{16 \cdot depth}$	Distancia focal del espejo. Medida desde el vértice al punto focal o punto de fusión (cota en vista de alzado). *La distancia ustoria.*
h	mm	dato de entrada	Altura de la piedra fresa/ muela, para aumentar el peso requerido de esta y controlar su *cdm* (cota en vista de alzado)
e	mm	dato de entrada	Espesor o anchura de piedra fresa (cota en vista de perfil)
C	mm	dato de entrada (fijo)	Distancia entre ejes de las ruedas (cota en vista de planta)
alpha	°	$alpha = \sin^{-1}\left(\frac{e}{D}\right)$	Ángulo secundario de la piedra fresa para un cálculo parcial (cota en vista de planta)
x	mm	$x = \frac{D}{2} - \cos(alpha) \cdot \frac{D}{2}$	Holgura que controla la interferencia entre la fresa y el espejo (cota en vista de planta)

Tabla 2. Resumen de variables implicadas.

Esta tabla es un sumario de todas las variables involucradas y necesarias para modificar el tallaje del modelado. Más adelante en las piezas del modelado y planos se detalla cuáles son los datos de cotas específicos a rellenar para cada pieza con tablas más completas.

Partiremos de modelar una máquina genérica capaz de crear el espejo de mayor tamaño posible como requerimiento inicial en cuanto al límite de dimensiones, un espejo cóncavo de 1 metro de diámetro. Como son varias las piezas del conjunto a modelar, y deben estar perfectamente ajustadas y dispuestas, procederemos a modelar individualmente las piezas con ingeniería inversa a la par que chequeamos en un ensamblaje temporal su acoplamiento y correcto emplazamiento. Partimos entonces de modelar primero la pieza a obtener, la piedra espejo, seguida de la pieza que la crea o pule, la piedra fresa, y continuamos sucesivamente hacia atrás bajando por el eje, mesa y ruedas dentadas. El orden del proceso de modelado sería exactamente invertir el funcionamiento a-b-c-d-e-f de la figura 87.

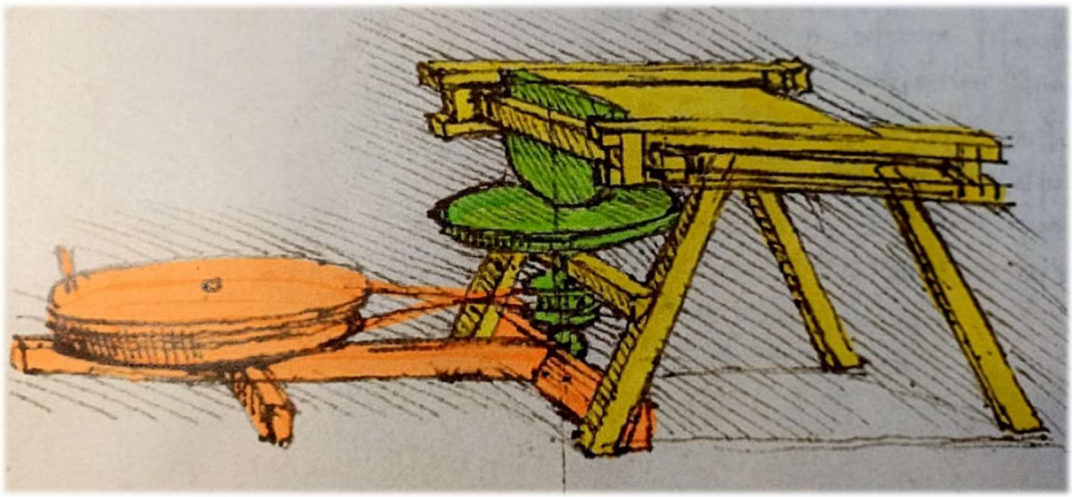


Figura 106. Partes básicas de la máquina del CM1_0061r.

Dividimos el conjunto en 3 partes básicas, de las que haremos 3 subensamblajes para facilitar la agrupación de piezas y organización del ensamblaje completo. Las piezas móviles, pese a pertenecer a un subensamblaje o parte básica, se insertan en el ensamblaje como piezas sueltas y no en su perteneciente subensamblaje pues de otro modo no conseguiríamos el movimiento deseado de las piezas móviles respecto de las fijas, ni la correcta colocación de ciertas piezas.

Máquina completa del CM1_0061r
- Entrada
- Eje
- Mesa

El subensamblaje de la "entrada" está compuesto por la rueda motriz y sus tablas de apoyo que se enganchan a la mesa.

El subensamblaje "mesa" es el grupo de las piezas que componen la mesa base de la máquina y que hace de sujeción con la muela de piedra y el eje rotativo.

El subensamblaje "eje" principal contiene a todas las piezas que giran de manera solidaria sobre el eje óptico del espejo por medio de la correa, y a la piedra fresa que sí permanece estática y en fricción constante con el espejo de piedra.

8.2. Desarrollo técnico y geométrico de las piezas

A partir de ahora sí atenderemos a los condicionantes de diseño para las piezas individuales y en conjunto, conveniencias a la hora de situarlas, requerimientos funcionales, necesidades estructurales y coherencias en proporciones, relaciones de posición y demás.

Inicialmente se procedió a medir las dimensiones sobre papel del modelo completo para tener una idea de las proporciones de la máquina, aun estando el tamaño de esta condicionado por las medidas máximas del espejo a fabricar. La máquina del manuscrito de Leonardo está dibujada en perspectiva caballera, aunque toda la zona de entrada tiene una dirección y coeficiente de reducción diferente a la zona del eje y mesa, lo que sugiere la intención por crear un dibujo realista en perspectiva cónica.

Situaremos el origen de coordenadas en el espacio O(0,0,0) para el conjunto completo en el punto focal, o sea, donde converge el poder ustorio del espejo.

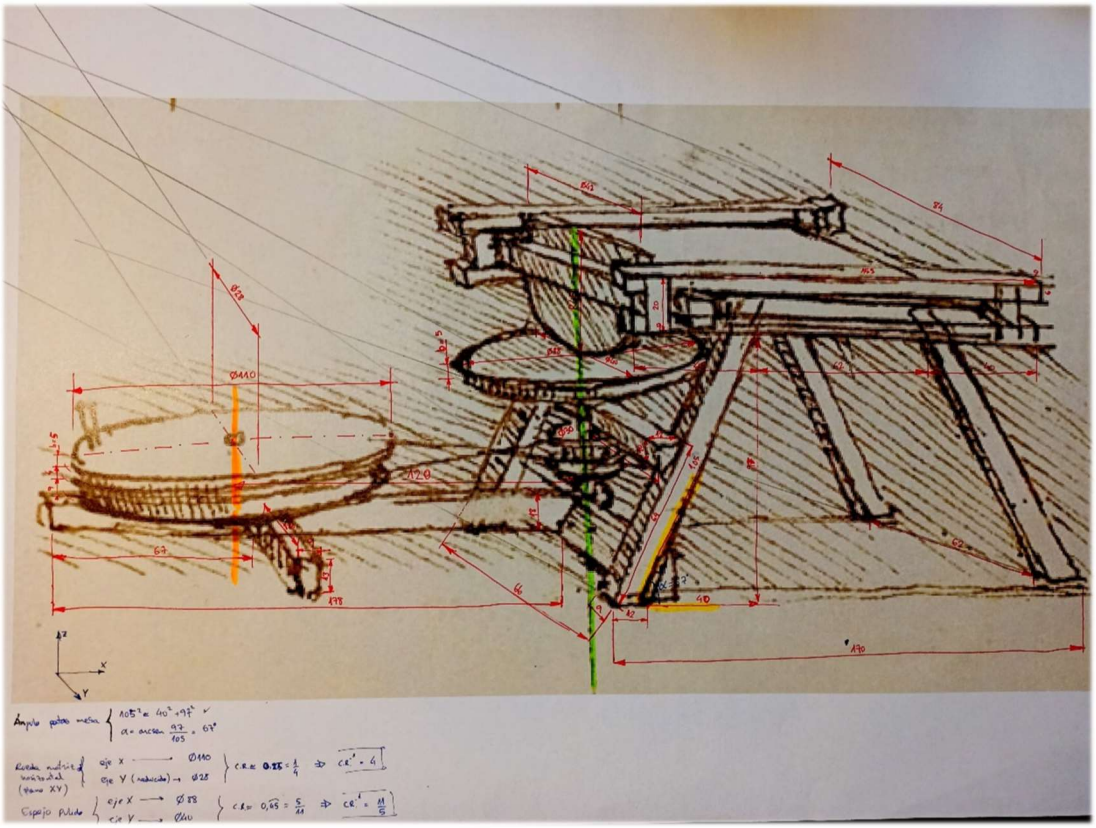


Figura 107. Medición a grandes rasgos en una primera visión.

8.2.1. Interferencia entre las piezas de piedra: el espejo y fresa

Aun pudiendo observar de partida que la piedra espejo es un cilindro de altura mínima, pareciendose más a un disco que a un bloque, ya hemos visto y calculado la profundiad llamada *"depth"* que debe tener un espejo cóncavo para quemar a cierta distancia focal.

A la hora de modelar la piedra fresa y la piedra espejo nos encontramos que al ensamblarlas entre sí, las restrcciones geométricas impuestas producían una interferencia entre ellas, es decir, en vez de hacer contacto en la zona de corte, se solapaban en un volumen. En la siguiente figura, usando el comando *detección de interferencias*, se puede ver este volumen rojo de la fresa "metiéndose" en la piedra espejo situada abajo.

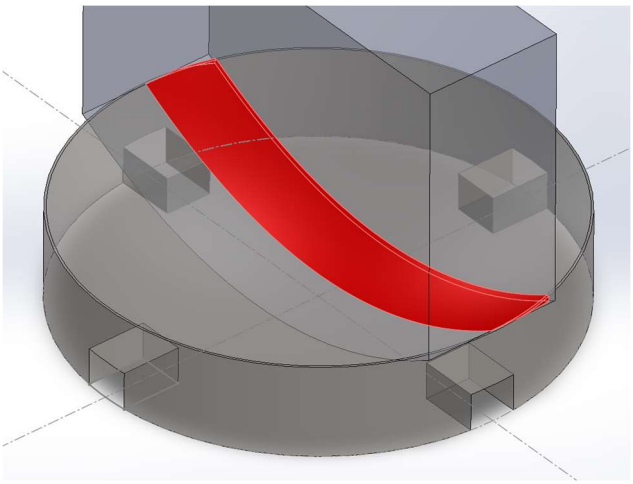


Figura 108. Captura que muestra la interferencia en un trazado inicial del modelado.

Este fallo se produjo a causa de darles una relación de posición entre ambas piezas de coincidente a lo largo de la parábola base (en croquis pertenecientes al plano de alzado central) que rige el diseño de ambas piezas, la piedra fresa y la piedra espejo. Poco después analizamos que si el contacto se tenía que dar con los cantos de la piedra fresa, y esta tiene cierto espesor llamado ***e***, en la zona central debería existir un hueco de holgura entre ambas piedras dependiente de este espesor . Sin embargo, la dificultad en esto no residía en percatarse de este condicionante en el diseño, sino en automatizarlo para que mediante nuestros datos de entrada se reesacalse de manera instantánea, vinculado y proporcionalmente, mediante las ecuaciones paramétricas de la pieza. En el boceto siguiente se explica la problemática de manera gráfica.

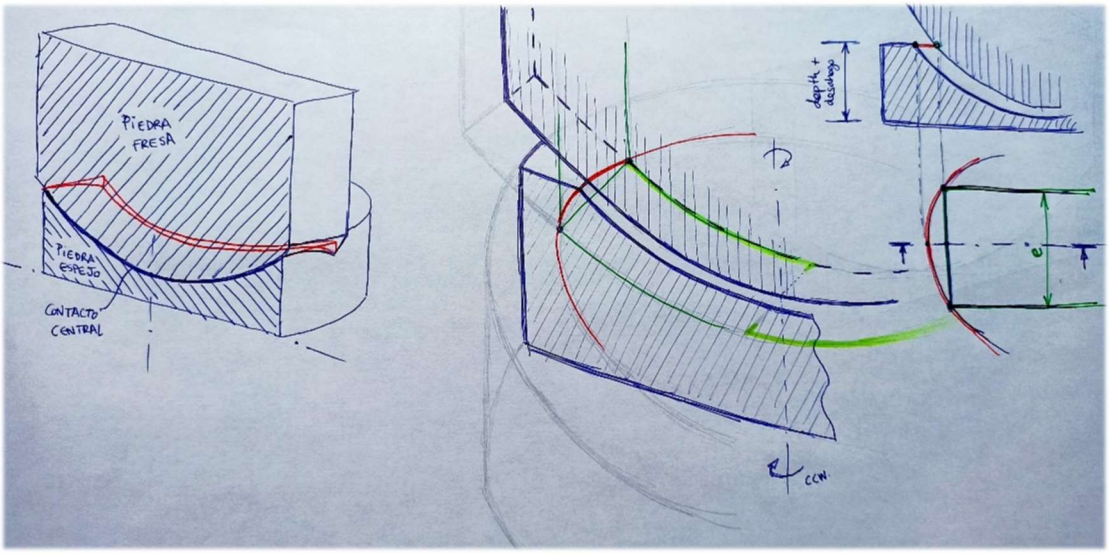


Figura 109. Boceto del corte de las piedras mostrando la zona de contacto.

En la figura 109 anterior podemos ver a la izquierda el esquema del caso erróneo de contacto diseñado incialmente, con la interferencia en rojo, y a la derecha el caso idóneo buscado. Los cortes croquizados se dan en ambos casos en el plazo de alzado central, coincidiendo con el eje óptico o eje principal, seccionando las piedras simétricamene por su mitad. En el caso deseado de la derecha, vemos a bolígrafo verde la silueta de piedra fresa que está en contacto con la piedra espejo, y a subrayador verde los cantos que lijan y muelen la piedra inferior al rotar sobre sí misma. La línea roja simula la circunferencia superior del espejo (el diámetro variable *D*) que va creciendo conforme pasa el tiempo y el desgaste aumenta.

Rehacemos el boceto, esta vez en planta y seccionando el plano superior de la piedra espejo, para hallar el parámetro clave a actoar en el modelado. Visualizamos que la medida que buscamos es la llamada *x* representada en rojo, y que obtenemos mediante trigonometría de manera que dependerá únicamente de dos valores de entrada, los datos del espesor *e* de la piedra fresa y del diámetro *D* de la piedra espejo ya definido antes.

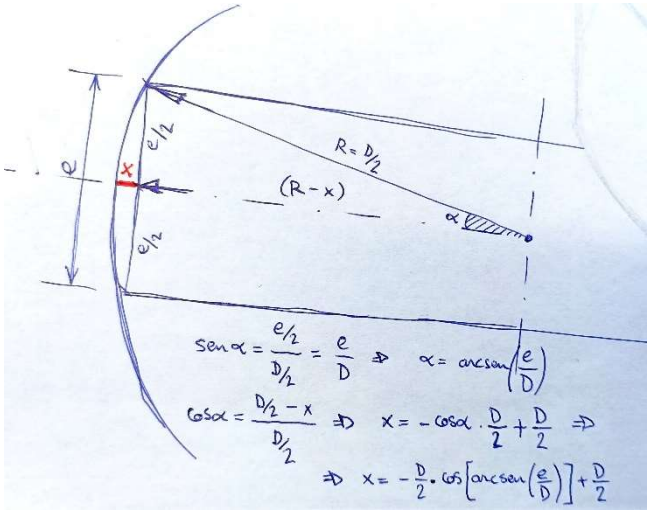


Figura 110. Esquema (vista de planta) para hallar las ecuaciones a imponer en las restricciones geométricas.

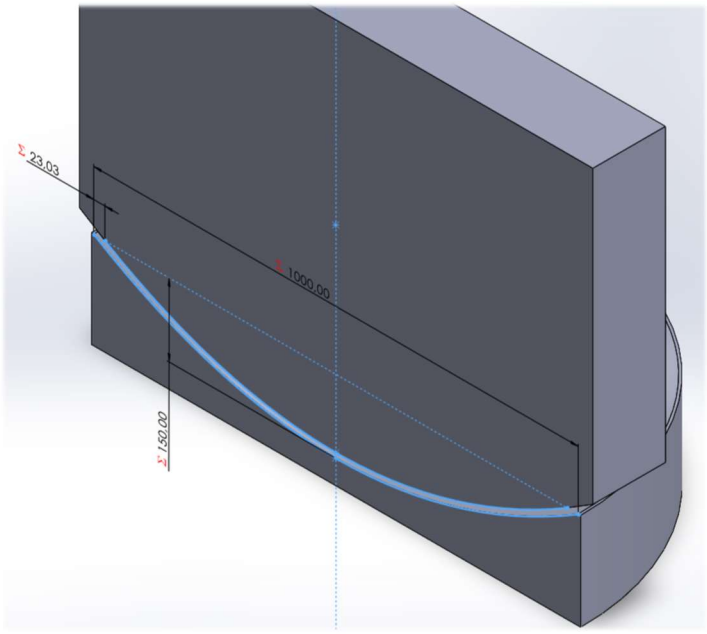


Figura 111. Captura del ensamblaje de las piedras cortado por el plano de alzado donde se ve la holgura entre ambas parábolas controlada por el valor *x=Σ23,03*.

Una vez averiguada la medida necesaria y su valor, aun habiéndola obtenido en el plano de planta, la acotamos en el plano de alzado central del modelado de la pieza, que es en el plano de croquis donde se nos permite equidistanciar las curvas parabólicas de la piedra fresa y piedra espejo con esta cota de valor *x*. Ahora sí aparecen las dos piezas en constante contacto dándoles las relaciones de posición para que compartan el mismo origen en el espacio, el punto focal *F*.

En la figura 111 podemos ver cómo exagerando el espesor ***e*** de la piedra fresa se aprecia este hueco en la zona central ya definido mediane las siguientes ecuaciones:

Ecuaciones, variables globales y cotas

Filtrar todos los campos

Nombre	Valor/Ecuación	Equivale a	Comentarios
Variables globales			
"D"	= 1000mm	1000mm	Diámetro del círculo reflectante D de la piedra espejo
"depth"	= 150mm	150mm	Profundidad cavidad espejo (depth=d)
"h"	= 600mm	600mm	Altura de la fresa
"x"	= - cos ("alpha") * "D" / 2 + "D" / 2	2.50628mm	Holgura de interferencia entre la fresa y piedra pulida/espejo
"e"	= 100mm	100mm	Espesor de la piedra fresa
"alpha"	= arcsin ("e" / "D")	5.73917	Ángulo secundario de la fresa
Operaciones			
Agregar supresión de ope			
Ecuaciones			
"D2@Croquis2"	= "D"	1000mm	
"D1@Croquis2"	= "depth"	150mm	
"D3@Croquis2"	= "x"	2.51mm	
"D2@Croquis3"	= "h"	600mm	
"D1@Saliente-Extruir1"	= "e"	100mm	
Agregar ecuación			

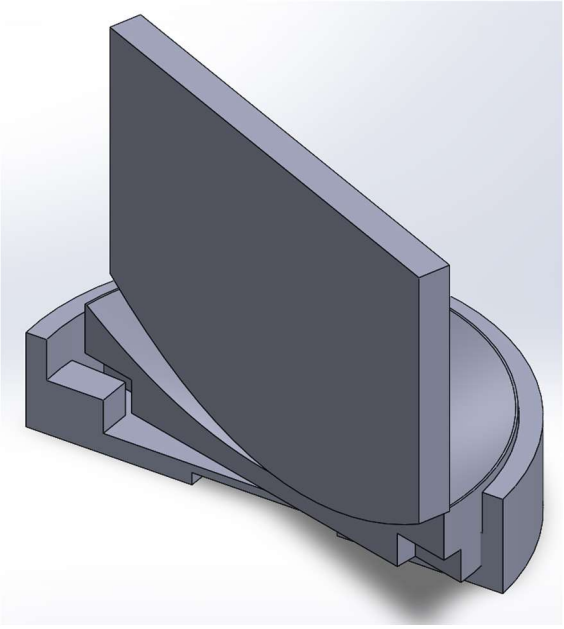
Reconstruir automáticamente Unidades de ángulo: Grados Solucionar orden automát.

Vínculo a archivo externo:

Figura 112. Datos de las variables y ecuaciones paramétricas que controlan las cotas del modelado de la *piedra fresa* (pieza 02.PiedraFresa).

La altura de la fresa se ha querido introducir como variable para en un futuro tener a mano un rápido cambio de esta y en consecuencia del peso de la pieza, lo cual será útil a

la hora de realizar simulaciones y controlar los esfuerzos que ejerce el peso de dicha pieza hacia las piezas que se encuentran bajo ella.



En las piezas 03.SoporteEspejo y 01.PiedraEspejo se han diseñado unos topes (4 separados a 90º cada uno) para imposibilitar el giro relativo entre ambas y que se muevan en conjunto, optimizando así el proceso de pulido y reduciendo el peso de la piedra espejo. El soporte de la piedra espejo cuenta con una hendidura cuadrada en el centro y escalable automáticamente por las variables de entrada, que será donde se acople el eje central que transmite el movimiento de rotación. A mayor diámetro del espejo a pulir, este cuadrado será también mayor para conseguir una inercia de giro adecuada entre el eje y las piedras superiores.

Figura 113. Captura del corte de las piedras y el soporte del espejo.

8.2.2. El eje vertical principal

A continuación de cada subapartado de cada parte de la máquina aparecerá una tabla que resume las piezas que componen su subensamblaje. De esta manera podremos tener una guía de las piezas que tengan ecuaciones paramétricas con datos a introducir, entre otras referencias, y el orden en el que fueron creadas mediante ingeniería inversa.

Nombre de pieza	Uds.	Sub-ensamblaje	Piezas en contacto	Datos de entrada
01.PiedraEspejo	1	EJE	02, 03	*D*
				depth
				e
02.PiedraFresa	1	EJE	01, 09, 14	*D*
				depth
				e
				h
03.SoporteEspejo	1	EJE	01, 04	*D*
				depth
04.AdaptadorEje	1	EJE	03, 05, 06	*D*
05.EjePrincipal	1	EJE	04, 06, 08, 22	-
06.LlaveAdaptador	1	EJE	04, 05	-
07.SoporteEjeGiratorio	1	EJE	08	-
08.BolaRodamiento	3	EJE	05, 07	-
22.RuedaConducida	1	EJE	05	-

Tabla 3. Listado de piezas del subensamblaje EJE.

En este subensamblaje encontramos varias piezas, y si no fuera por querer hacer una máquina adaptable a varias tallas de espejos, serían aun menos pues las piezas 04 y 05 serían una misma. Para este cambio de piezas se ha creado una adaptador variable, llamado pieza 04.AdaptadorEje, que conecta el soporte de la piedra espejo con el eje vertical mediante una unión típica en carpintería. Hemos escogido el ensamble de llave, por ser más sólido y resistente que otros.

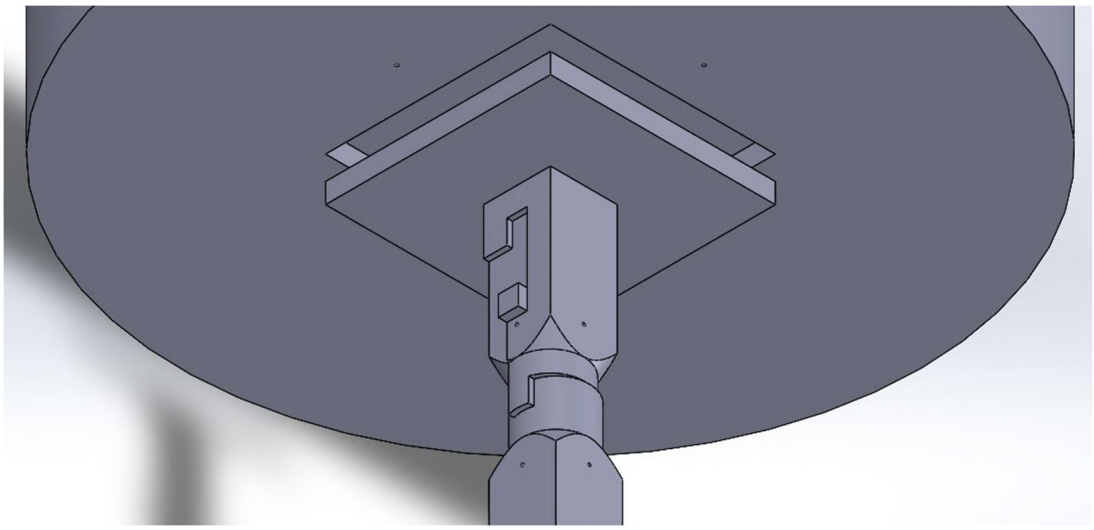


Figura 114. Captura del eje principal y sus piezas adaptables e intercambiables.

El eje principal es una única pieza de sección cuadrada en casi todo su tramo para facilitar el giro solidario entre piezas fijas, excepto por la punta cónica y una pequeña zona cilíndrica diseñada así para poder apoyar levemente en una tabla de sujeción de la mesa en caso de darse un exceso de torsión o un giro brusco. Esta tabla que abraza al eje consigue asegurarnos que este no se salga de su sitio con un rozamiento mínimo pues cuenta con un diámetro algo mayor que el del eje en su zona cilíndrica, con lo que solo entrarían estas piezas en contacto en caso de salirse el eje de su trayectoria. Los detalles sobre esta pieza se comentarán en el siguiente apartado correspondiente a las piezas de la mesa.

La punta cónica del eje de madera gira apoyando sobre los rodamientos esféricos del soporte de ejes verticales giratorios, que hemos empotrado en el suelo para ganar firmeza, ahorrar espacio, y disminuir la altura del tablero de la mesa, haciéndola más ergonómica para tareas auxiliares y el cambio de las piedras tras finalizar el proceso de pulido.

Todas las piezas del ensamblaje están intrínsecamente relacionadas por su posición y son dependientes unas de otras indirectamente. Enterrando este soporte al nivel del suelo conseguimos bajar la altura de la piedra fresa, y por tanto podemos diseñar las patas de la mesa con menos altura pues la barra fijadora consigue en un mayor rango sujetar la fresa contra la mesa pues su centro de masas ha bajado en altura también, asegurándonos ante todo que el c.d.m. queda por debajo de su barra de seguridad (la pieza 14.FijadoraFresa).

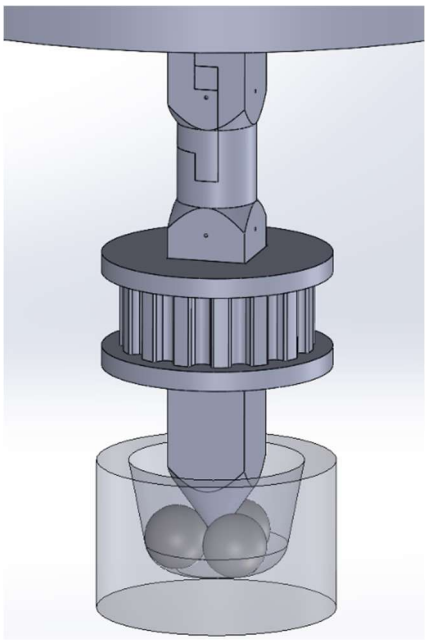


Figura 115. Captura del eje principal apoyado en el soporte para ejes giratorios de Leonardo.

La rueda conducida consta de una única pieza sólida de 3 partes sin fusionar, que serían las distintas partes de madera que unidas componen la pieza 22.RuedaConducida (la polea dentada y los dos discos superior e inferior de mayor diámetro que aseguran la correa de escaparse hacia afuera). La geometría de sus dientes y dimensiones se detallan en el apartado 8.3. Diseño de la transmisión.

8.2.3. La mesa

Nombre de pieza	Uds.	Sub-ensamblaje	Piezas en contacto	Datos de entrada
09.Tablero	1	MESA	02, 10, 11, 12	*e*
10.Pata	4	MESA	09, 15	-
11.BarraSup	2	MESA	09, 12, 13, 14	-
12.BarraInf	2	MESA	09, 10, 11, 13, 14	-
13.TopeBarras	4	MESA	11, 12, 14	-
14.FijadoraFresa	1	MESA	02, 11, 12, 13	*e*
15.TablaSujecionEje	1	MESA	10	-

Tabla 4. Listado de piezas del subensamblaje MESA.

Las patas tienen una inclinación de 67º respecto al suelo como las originales del folio manuscrito, y cuentan con un tope cuadrangular en el extremo para impedir el giro relativo entre el tablero y las patas, ahorrando el uso de refuerzos metálicos como escuadras de sujeción.

El tablero apoya sobre las 4 patas, que aun teniendo escasa superficie de contacto, la inclinación de las patas hacia el interior hace que estructuralmente el conjunto se autosostenga distribuyendo el peso como ocurre en el caso las formas de parábolas usadas en puentes. Los agujeros del tablero son para acoplar las patas, y las barras superior e inferior que son elementos secundarios para la sujeción de la piedra fresa.

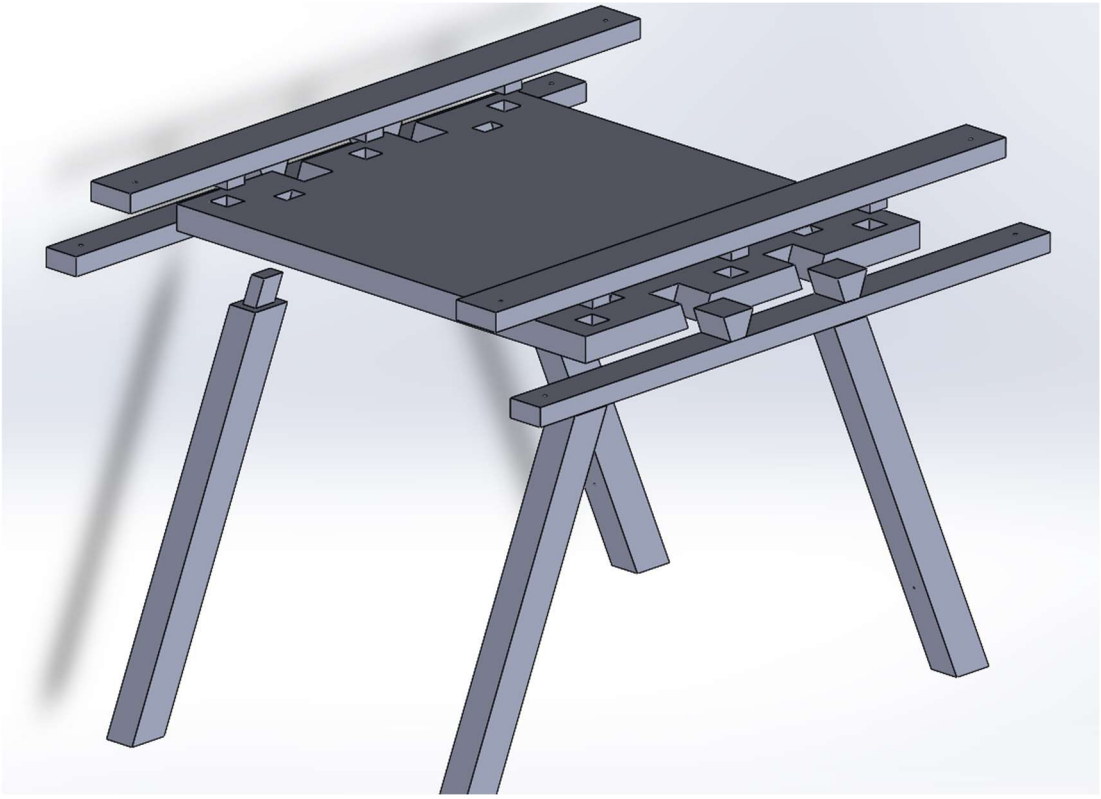


Figura 116. Captura del despiece de la mesa.

Para la barra inferior se ha diseñado un sistema de topes trapezoidales que la mantengan unida al tablero sin necesidad de usar elementos extra de sujeción, y además dota al conjunto de una estética y simetría coherente con la inclinación de las patas.



Figura 117. Perfil de nuestra mesa y su semejanza con un Torii tradicional de Japón.
https://www.discoverkyoto.com/places-go/fushimi-inari-taisha/

Para situar la pieza 15.TablaSujecionEje comentada en el apartado anterior acorde al eje en su tramo cilíndrico, se probó variando las dimensiones de las patas, la mesa y del eje, hasta decidir usar una tabla que quedase situada en el interior de la mesa en vez de en el exterior como figura en el folio original. Esto es debido a que la inclinación impuesta de 67º nos doblegaba a adoptar una geometría de una tabla demasiado grande para que la cavidad circular llegase a quedar concéntrica con el eje. Al estar dicha tabla únicamente como elemento secundario de sujeción entre patas y como asegurador del eje, y no tener otra función de peso, se optó por escoger la opción de la tabla de menor sección, quedando en la parte interior trasera de las patas. Esta tabla irá sujeta a las patas mediante unos ángulos pequeños y clavos.

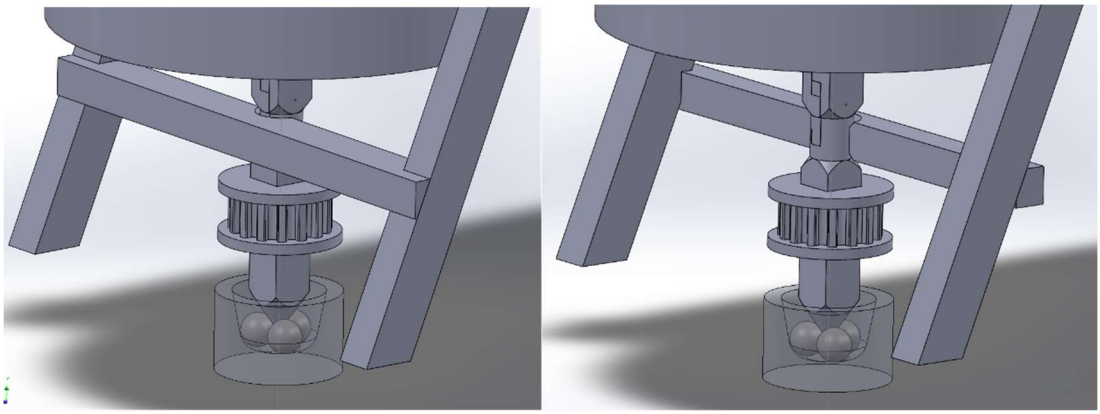


Figura 118. Comparativa de las posibles tablas de sujeción entre patas y el eje principal.

Otra opción hubiera sido escoger la tabla de la izquierda, imitando a la de Leonardo, pero haciéndola más estrecha sin la cavidad circular para albergar al eje. Realmente observando el manuscrito original no distinguimos la disposición y geometrías exactas, pero nos pareció interesante dotar a esta simple pieza de la función de abrazar al eje en una zona cilíndrica para evitar un patinaje inesperado de este. En el caso contrario, el eje sería de sección cuadrada constante.

Por último, comentar la tabla fijadora de la fresa (pieza 14). Esta tiene una dimensión variable, que dependerá del espesor de la piedra fresa, en la medida en que siempre esté en contacto con los topes fijadores (atornillados entre la tabla superior e inferior de la mesa) y el tablero de la mesa. De esta manera aseguramos que la piedra fresa permanezca fija e inmóvil sin girar a causa del rozamiento de la piedra espejo rotativa, y que su propio peso sea la única fuerza que actúa sobre ella presionándola contra la piedra cóncava. En el manuscrito de Leonardo podemos ver cómo emplea unos topes en los extremos de esta pieza 14.FijadoraFresa para mantenerla en una posición fija, pero en nuestro caso hemos obviado esta pieza y método pues dotando a la fijadora de la fresa de una longitud suficiente que sobresalga por los extremos de la mesa, y diseñándose para estar en constante contacto con la muela de piedra, era suficientes impedimentos a evitar que se descoloque.

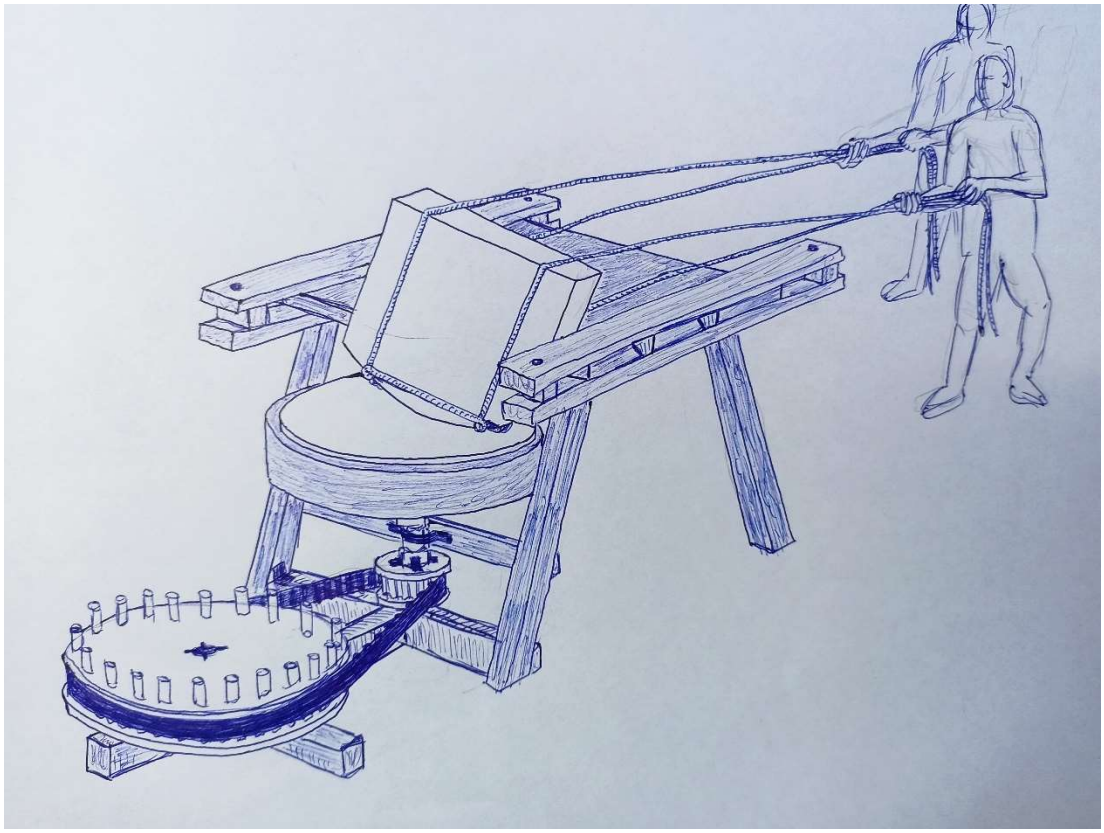


Figura 119. Esbozo de la colocación inicial de la muela parabólica sobre el bloque macizo.

Resaltar que el orden de montaje de las piezas está pensando para optimizar y facilitar la puesta en marcha de toda la máquina. En primer lugar, se coloca la piedra espejo maciza a querer pulir sobre el soporte del eje ya preparado. A continuación, se conectaría la rueda motriz a la fuente de energía mecánica que la moverá, la noria de agua p.e. Esto accionará todo el sistema de transmisión moviendo la correa y girando por ende el eje con todas sus piezas a una velocidad angular 4 veces superior a la de entrada. Una vez alcanzado el régimen estable sin pesos extras, se colocaría la muela parabólica de piedra deslizándola por el tablero mediante cuerdas hasta entrar en contacto con el espejo de piedra, entrando el gran rozamiento y desgaste en juego. Por último se colocaría la fijadora de la fresa, una tabla simple, para asegurar la piedra que muele y se retirarían las cuerdas.

Si se pusiera en marcha el motor estando ya todo montado, se requeriría de una potencia e inercia mucho mayor para mover las dos piedras juntas en vez de solo una.

Al tener un espesor ***e*** variable de la 02.PiedraFresa, se observó que estando alineada esta pieza en el eje óptico con todas las piezas del eje principal, al cambiar dicho espesor se rompían las relaciones de posición y saltaban avisos de fallo. Para solucionar este leve desplazamiento horizontal provocado por los milímetros de diferencia entre un espesor y otro diferente, se decidió dotar al tablero de la mesa de esta adaptabilidad en lugar de hacer movible a todo el subensamblaje del eje. A continuación, se aborda la problemática con bocetos para lograr su comprensión.

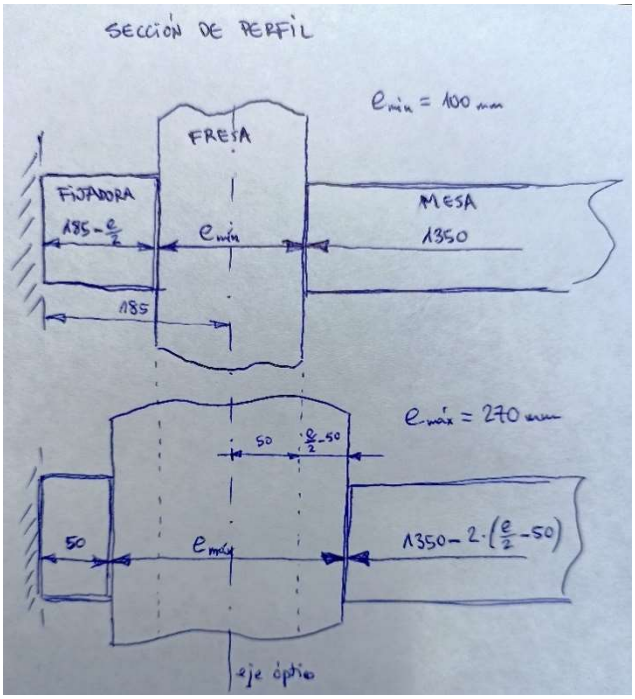


Figura 120. Boceto donde se busca la ecuación que controle el espesor de la fresa en el tablero.

Una vez dada con la solución, se dispuso a definir la ecuación sobre la cota que consiguiera variar de manera automática respecto del espesor introducido de entrada sobre la pieza. Al ser una cota variable en vez de una variable global, esta debe definirse en la pestaña de ecuaciones sobre cotas. Para un intervalo posible de espesores de la fresa entre 100 mm como mínimo y 270 mm como máximo, se programó una función IF sobre la cota del tablero de la mesa.

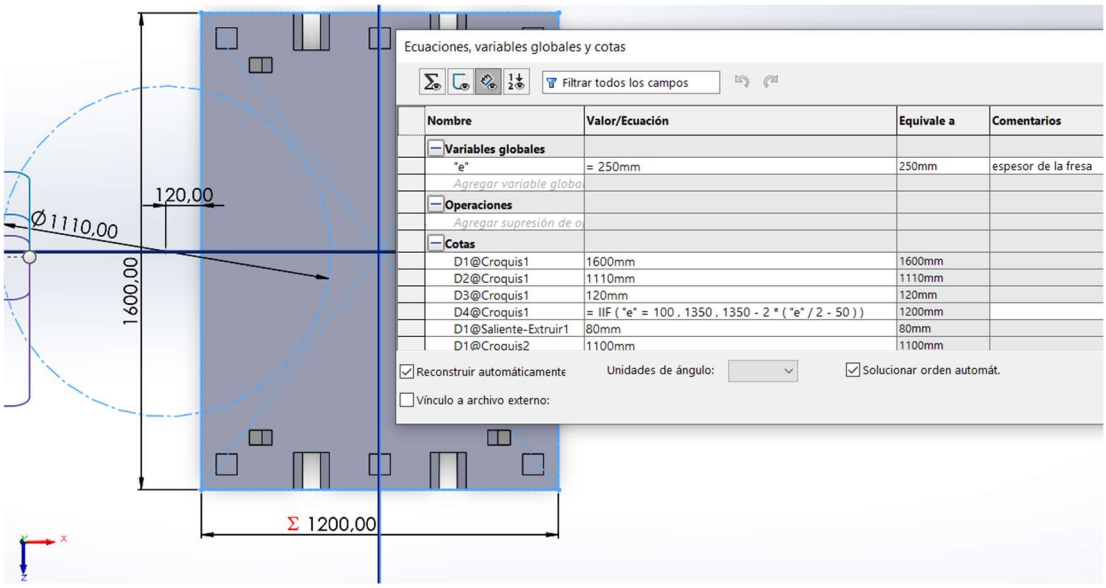


Figura 121. Captura de las ecuaciones que controlan la pieza *09.Tablero* de la mesa.

La ecuación resultante se leería de la siguiente manera: *si el espesor vale 100mm entonces el tablero mide de ancho 1350 mm; en otro caso (para un valor diferente y mayor a 100 mm), el tablero medirá 1350-2·(e/2-50) mm*

8.2.4. La entrada

Nombre de pieza	Uds.	Sub-ensamblaje	Piezas en contacto	Datos de entrada
16.TablaApoyoPatas	1	ENTRADA	10, 17	-
17.TablaCentrosEjes	1	ENTRADA	16, 18, 19, 20	*C*
18.TablaRuedaMotriz	1	ENTRADA	17, 19, 20	-
19.LlaveCojinete	1	ENTRADA	17, 18, 20	-
20.CojineteFijo	1	ENTRADA	17, 18, 19, 21	-
21.CojineteGiratorio	1	ENTRADA	20, 23	-
23.RuedaMotriz	1	ENTRADA	21	-
24.DienteCorrea	87	ENTRADA	-	-

Tabla 5. Listado de piezas del subensamblaje ENTRADA.

Este bloque se compone de una cruceta que hace de apoyo a la gran rueda motriz, y conecta con la mesa a través de una tabla dispuesta entre patas, dotando a todo el conjunto de mayor firmeza y menos vibraciones al estar todas las grandes piezas fijadas entre sí.

Para las uniones entre tablones hemos ideado nuevamente uniones de carpintería, esta vez del tipo ensambles a media madera.

Nuestro mecanismo antifricción constará de dos partes de acero, el cojinete fijo que apoya sobre las tablas de madera (diseñado con la base cuadrada para asegurar la fijación sin clavos extra), y el cojinete móvil que gira rozando sobre el fijo. Al cojinete móvil se le han incorporado unos nervios a modo de alas para enganchar la rueda y arrastrarla conjuntamente.

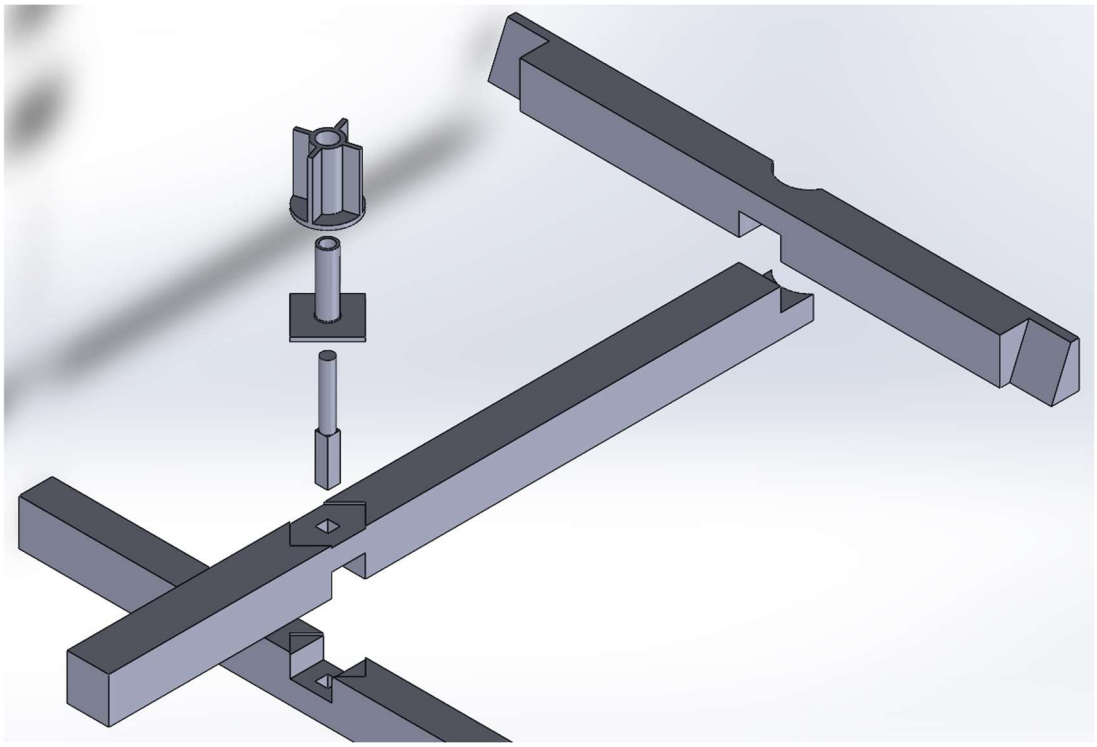


Figura 122. Captura del proceso del subensamblaje ENTRADA.

Al conjunto de las tablas montadas de las piezas 16.TablaApoyoPatas y 17.TablaCentrosEjes se les ha practicado un corte circular centrado en el eje principal para permitir el libre giro de este con holgura sin que choque ninguna pieza, además de quedar por encima del 07.SoporteEjeGiratorio empotrado, asegurándolo aún más contra el suelo.

Comprobamos que la pieza 17.TablaCentroEjes que cuenta con la variable *C=1200 mm* cumple con la ecuación de verificación para la distancia mínima entro centros de poleas, a partir de la rueda de menor tamaño y la relación de transmisión.

$$C \geq \frac{D_{P_2} \cdot (i+1)}{2} + D_{P_2} \quad = \quad \frac{250\ (4+1)}{2} + 250 = 875\ mm$$

Ecuación 2

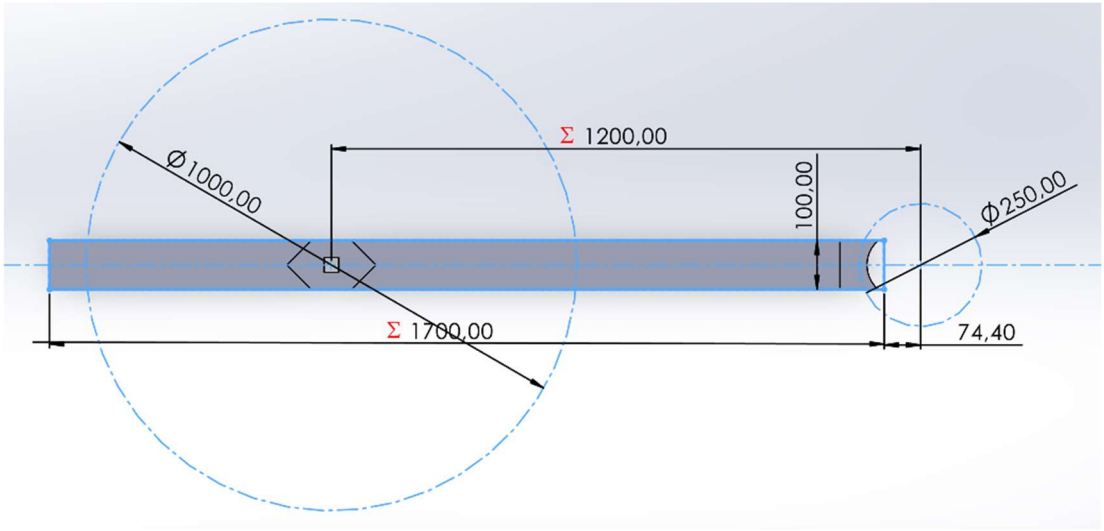


Figura 123. Captura del tablón que dista los ejes de las ruedas mediante la variable *C*.

8.2.5. Refuerzos metálicos

Por último, hemos recopilado el resto de piezas extras en un grupo específico de refuerzos estructurales y clavos sin pertenecer a ninguna de las 3 partes básicas del conjunto.

Nombre de pieza	Uds.	Datos de entrada
25.EscuadraNervio	4	*D*
26.EscuadraPeq	10	-
27.AnguloPata	2	-
28.RefuerzoCilindrico	1	-
29.ClavoL39d6	22	-
30.ClavoL24d6	12	-
31.ClavoL170d10	4	-
32.ClavoL90d6	1	-

Tabla 6. Listado de piezas metálicas.

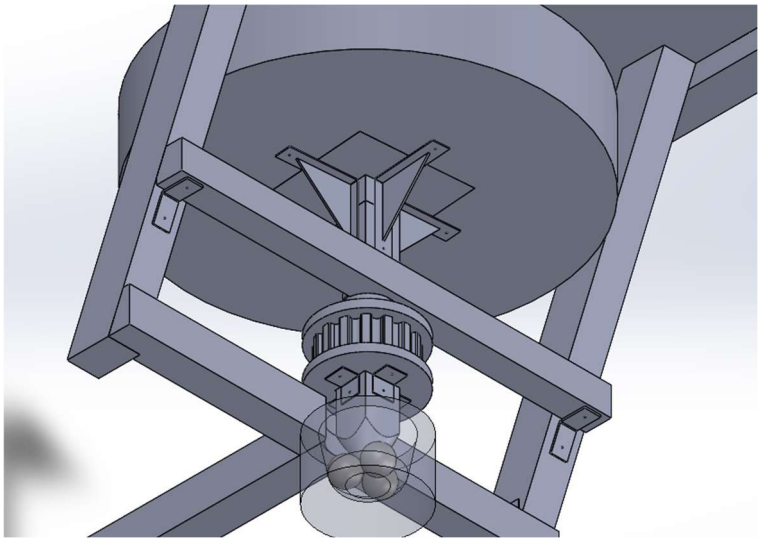


Figura 124. Detalle de los refuerzos metálicos (1).

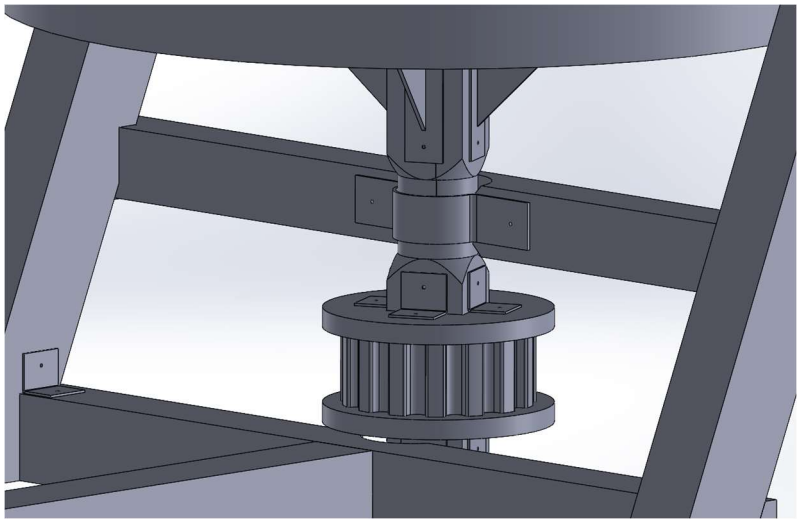


Figura 125. Detalle de los refuerzos metálicos (2).

Para el sostén resistente de las piezas de piedra sobre el eje se han diseñado unas escuadras con nervio metálicas, que aun pudiendo ser de difícil fabricación para su época debido a las soldaduras que podrían requerir, se han dejado de hierro para hacer a consciencia un contraste entre piezas. De esta manera se hacen notar las piezas que Leonardo no contemplaba en su diseño original pero que sí serían recomendables o incluso necesarias para su montaje y funcionamiento. Igualmente, podría haber valido una escuadra de madera con mayor grosor para la misma función.

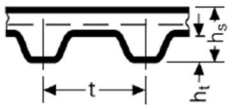
Esta pieza es el único refuerzo metálico que varía su tamaño para ajustarse a la talla del espejo según cambia de tamaño el soporte del espejo y el adaptador del eje. Se modifica a partir del dato del diámetro D del espejo, pero también cuenta con una variable auxiliar para el cálculo de sus dimensiones que hemos llamado k, figurante únicamente en las ecuaciones del archivo pieza, y no hemos mostrado por carecer de importancia.

8.3. Diseño de la transmisión

Para la transmisión ya elegida por correa, se procedió realizando primero las ruedas dentadas con los cortes hembra y luego el perfil del diente y la correa en el ensamblaje.

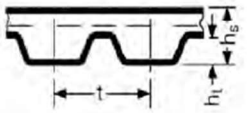
En una primera búsqueda de correas actuales de catálogos y tiendas varias, se intentó dar con una correa de geometría grande para usarse como real nuestro proyecto y contar con los datos y especificaciones reales de cara a facilitarnos el diseño y crear un posible prototipo 3D construible y funcional, o por mera información útil para cálculos de la transmisión. De esta manera, el número de dientes y la longitud de la correa nos condicionarían el tamaño de las ruedas, los dientes, y la distancia entre centros a unos valores concordantes. Sin embargo, vimos que ninguna de las correas actuales cumplía con unas dimensiones como las buscadas para la máquina, con un paso t de unos 40~50 mm, siendo la de paso más grande la correa XXH (doble extrapesado) de dientes trapezoidales.

T 2,5 - T 5 - T 10 - T 20



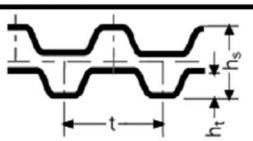
	T 5	T 10	T 20	TK 10
p =	5,0	10,0	20,0	10,0
hs =	2,20	4,50	8,00	4,50
ht =	1,20	2,50	5,00	2,50

AT 5 - AT 10 - AT 20



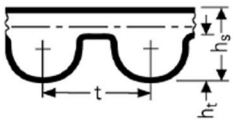
	AT 5	AT 10	AT 20
p =	5,0	10,0	20,0
hs =	2,70	4,50	8,00
ht =	1,20	2,50	5,00

T 5 DL - T 10 DL - double



	T 5 DL	T 10 DL
p =	5,0	10,0
hs =	3,40	7,00
ht =	1,20	2,50

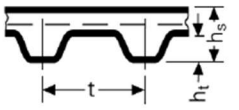
HTD 3M - 5M - 8M - 14M - 20M



	3M	5M	8M	14M	20M
p =	3,0	5,0	8,0	14,0	20,0
hs =	2,10	3,60	5,60	10,00	13,20
ht =	1,15	2,00	3,20	6,00	8,40

K dispozici také v oboustranném provedení / Available also as double sided.

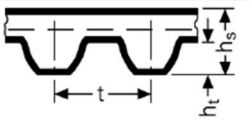
MXL - XL - L - H - XH - XXH



	MXL	XL	L	H	XH	XXH
p =	2,032	5,08	9,525	12,7	22,225	31,75
hs =	1,20	2,30	3,60	4,30	11,20	15,70
ht =	0,51	1,27	1,91	2,29	6,22	9,53

K dispozici také v oboustranném provedení / Available also as double sided.

STD S3M - S4,5M - S5M - S8M - S14M - RPP - SILNTSYNC



	S5M	S8M	S14M	SILENTSYNC 5, 8, 10, 14
p =	5,0	8,0	14,0	na poptávku
hs =	3,61	5,30	10,20	on request
ht =	1,91	3,05	5,30	

TYMA CZ, s.r.o., tel: +420 475 655 010, e-mail: info@tyma.cz, www.tyma.cz, www.belt-online.com

Figura 126. Tipos y dimensiones (mm) estándar de las correas dentadas actuales. Catálogo "V-Belts, Timing and Flat Drive Belts" de TYMA CZ, s.r.o. (ČSN EN ISO 9001:2016 standard).

Por tanto, se escogió crear libremente un perfil de diente basándonos en la serie HTD con mayores dimensiones, por ser la geometría más fácil a la hora de fabricar para aquella época. Como ya vimos antes, esta se compondría de un tubito cilíndrico de madera o metal, a modo de nervio, forrado y cosido con pieles flexibles.

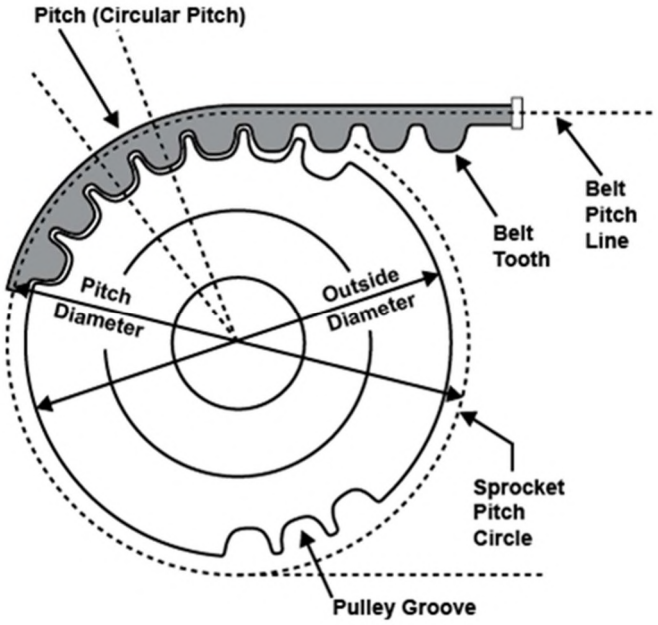


Figura 127. Esquema de las partes y nomenclatura de una polea y correa dentada.
https://morfreeov.xyz/product_details/76805327.html

Imitando a los métodos actuales, fijamos nuestras circunferencias primitivas (la *sporket pitch circle* de *pitch diameter* en la figura 127) de las ruedas no en la cara exterior de la rueda (*outside diameter*), sino en donde correspondería situar los cables tensores o fibras resistentes de fibra de vidrio, poliéster o incluso metales, que refuerzan las correas (*belt pitch line*). Diseñamos las ruedas con diámetros primitivos de 1 metro para la motriz, y de 250 cm para la conducida, satisfaciendo así la relación de 1:4.

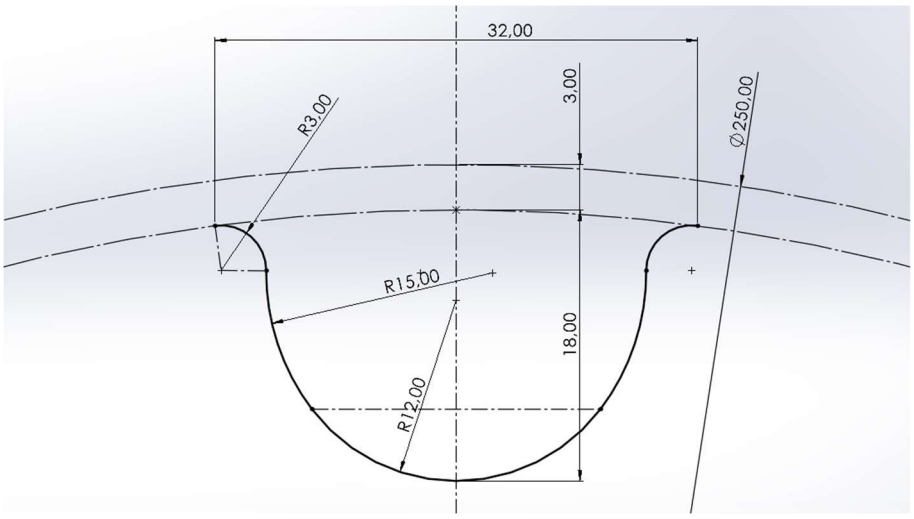


Figura 128. Croquis base del diente a cortar en la rueda conducida.

8.3.1. Rueda conducida

Para las ruedas se ha croquizado unos dientes con más holgura que el de la correa y redondeos en su cara exterior para facilitar el acople de la correa y compensar el pequeño desfase que existe entre el paso circular de cada rueda que demostraremos en la verificación de valores del apartado 8.3.3.

Para la rueda conducida de diámetro primitivo 250 mm se han creado 15 dientes, acorde a la relación de transmisión 1:4 escogida y los tamaños y proporciones originales del folio de Leonardo.

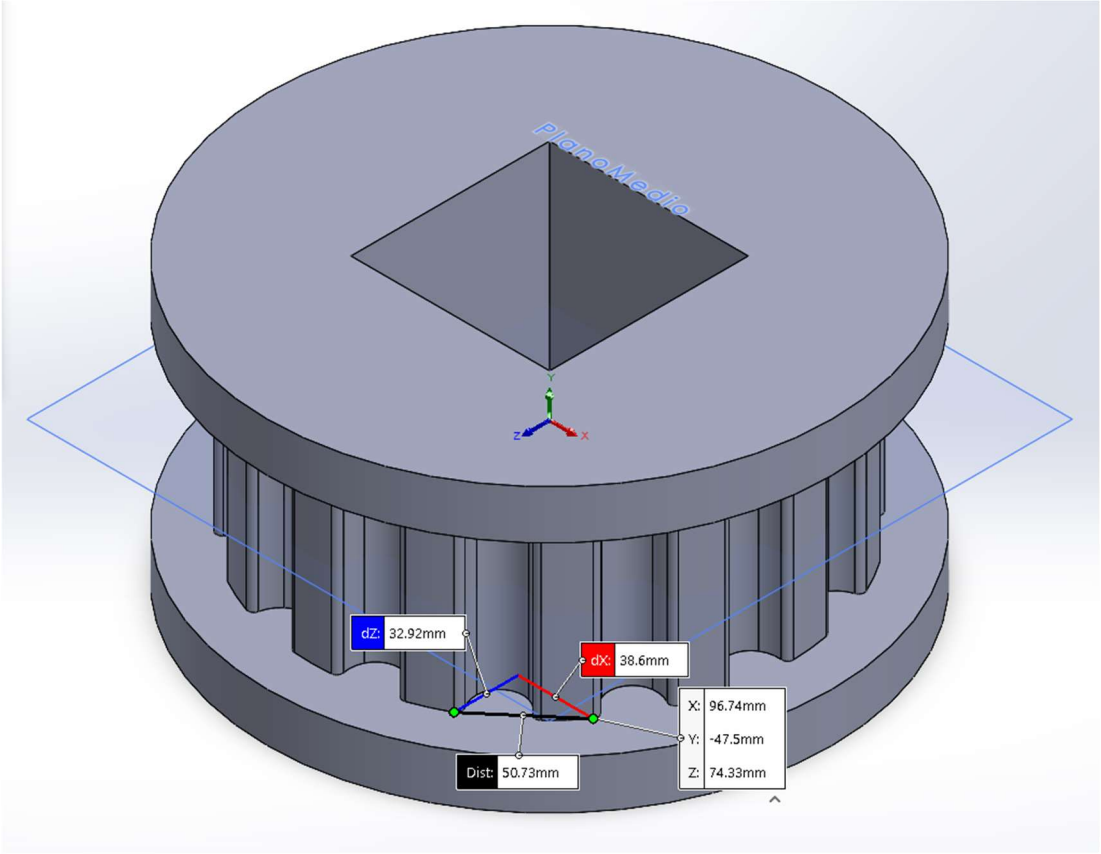


Figura 129. Rueda conducida con una longitud de cuerda medida del paso circular.

La pieza 22.RuedaConducida, llamada esquemáticamente como rueda 2, tiene los siguientes parámetros medidos del modelado:

Diámetro primitivo: $D_{P_2} = 250\ mm$

Número de dientes: $Z_2 = 15\ dientes$

Diámetro de la cara de contacto: $D_2 = D_{P_2} - 2 \cdot 3\ mm = 244\ mm$

Longitud de la cuerda del paso circular: $c_2 = 50{,}73\ mm$

Ángulo del sector que forma el paso: $\theta_2 = 24° \cdot \frac{\pi}{180°} = 0{,}4189\ rad$

8.3.2. Rueda motriz

Para la rueda motriz de 4 veces más tamaño que la conducida, o sea de diámetro primitivo 1000 mm, se le ha dado también un valor de 4 veces más dientes, o sea 60 dientes. Se le han incorporado unos dientes sobre su cara superior, en dirección perpendicular a la transmisión de la correa, como supuesto ejemplo del mecanismo que activaría el movimiento de nuestra rueda motriz.

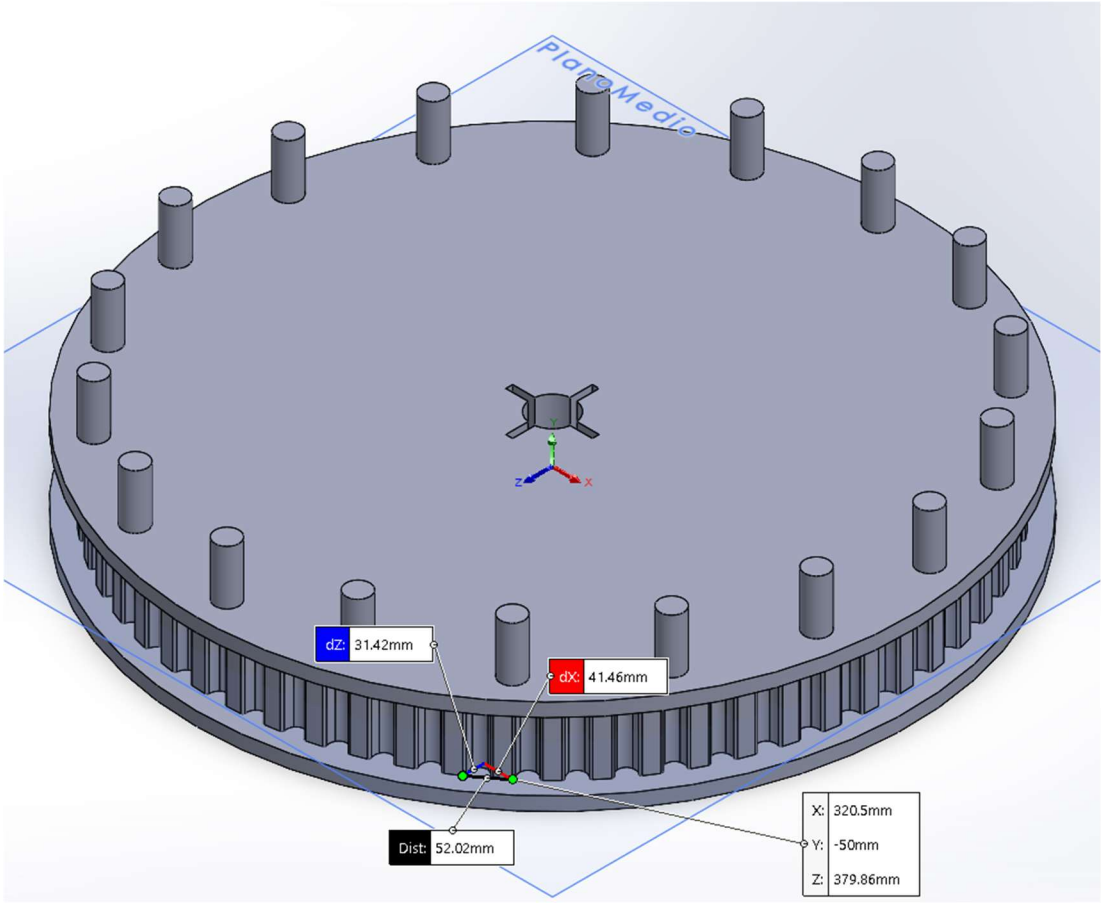


Figura 130. Rueda motriz con una longitud de cuerda medida del paso circular.

La pieza 23.RuedaMotriz, llamada esquemáticamente como rueda 1, tiene los siguientes parámetros medidos del modelado:

Diámetro primitivo: $D_{P_1} = 1000\ mm$

Número de dientes: $Z_1 = 60\ dientes$

Diámetro de la cara de contacto: $D_1 = D_{P_1} - 2 \cdot 3\ mm = 994\ mm$

Longitud de la cuerda del paso circular: $c_1 = 52{,}02\ mm$

Ángulo del sector que forma el paso: $\theta_1 = 6° \cdot \frac{\pi}{180°} = 0{,}1047\ rad$

8.3.3. Verificación de valores

Hacemos unas comprobaciones geométricas dentro de nuestro alcance para corroborar los datos elegidos son coherentes entre sí ya que no hemos usado ningún juego de correa-poleas existente y real. Aplicamos geometría básica para ello, donde la longitud del arco ***s*** de la figura 131 equivaldría a nuestro paso buscado, y la longitud de la cuerda ***c*** a los valores medidos en las figuras de las ruedas con SolidWorks.

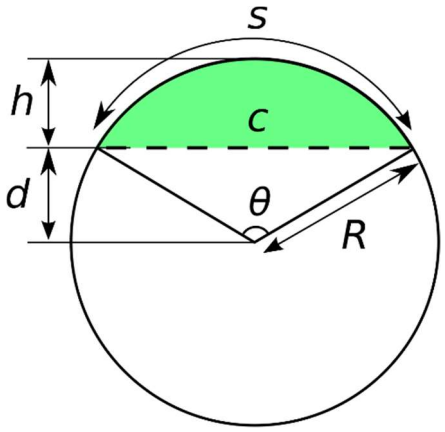


Figura 131. Esquema y nomenclatura del segmento circular.
https://es.wikipedia.org/wiki/Segmento_circular

Longitud del arco (ángulo en radianes): $s = R \cdot \theta$ Ecuación 3

Longitud de la cuerda: $c = 2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = R\sqrt{2 - 2cos\theta} = R\sqrt{2(1 - cos\theta)}$ Ecuación 4

Altura del segmento circular: $h = R\left(1 - cos\frac{\theta}{2}\right)$ Ecuación 5

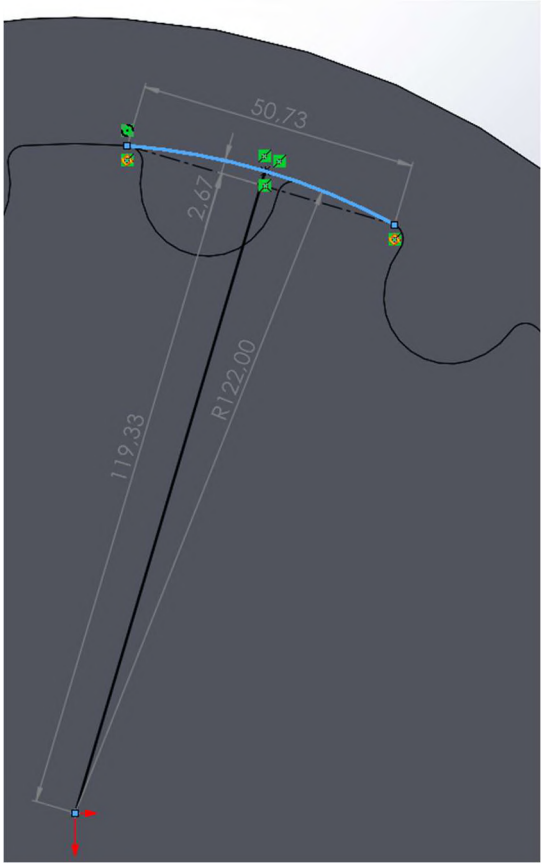
Ángulo del sector circular: $\theta = 2arccos\left(\frac{d}{R}\right)$ Ecuación 6

Radio del sector: $R = d + h$ Ecuación 7

A priori se puede apreciar que teniendo en nuestro caso un paso $p = s$ mucho más pequeño en comparación con su radio $R_2 = R_{P_2} - 3 = 122\,mm$, lo cual se traduce en tener una sagita (altura del segmento circular) prácticamente nula, o sea $h \approx 0$, tendremos una apotema casi igual a su radio, $d \approx R$, y no haría falta calcular la longitud del arco (el paso), pues sería casi equivalente a la longitud de su cuerda que sí podemos medir en Solidworks. Sin embargo, vamos a verificar si esto es así.

Escogemos hacer los cálculos por varios caminos con la rueda conducida ya que es la de menor tamaño, y será por tanto más restrictivo hacerlo con esta que con la rueda motriz que es mucho más grande. Después los comparamos con el paso circular obtenido de la rueda 1 y la correa.

Método utilizando la apotema, rueda 2:



Croquizamos sobre la pieza el segmento circular equivalente al paso de la correa, y medimos todos los valores posibles, dando una apotema $d_2 = 119{,}33\ mm$

Con la ecuación 6. Obtenemos el ángulo del sector circular:

$\theta_2 = 2 \cdot \cos^{-1}\left(\frac{d_2}{R_2}\right) = 2 \cdot \cos^{-1}\left(\frac{119{,}33}{122}\right) = 0{,}4192\ rad = 24{,}0184°$

Obtenemos un ángulo coherente, ya que 360º a dividir entre 15 dientes que tiene la rueda nos da también 24º.

Y el paso quedaría con un valor de:

$p_2 = R_2 \cdot \theta_2 = 122\ mm \cdot 0{,}4192\ rad = 51{,}1418\ mm$

Dicho p_2 nos cuadra perfectamente por ser similar y algo mayor que $c_2 = 50{,}73\ mm$

Figura 132. Captura de nuestro segmento circular.

Método utilizando la longitud de la cuerda, rueda 2:

Calculamos el ángulo tita a partir de la longitud de la cuerda a través de la ecuación 4:

$$c = 2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \sin^{-1}\left(\frac{c}{2R}\right) = \frac{\theta}{2} \quad \Rightarrow \quad \theta = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{c}{2R}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \theta = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{50{,}73}{2 \cdot 122}\right) = 0{,}4189\ rad = 24{,}0012°$$

El paso circular de la rueda conducida, por la ecuación 3 es:

$p_2 = R_2 \cdot \theta_2 = 122\ mm \cdot 0{,}4189\ rad = 51{,}1058\ mm$

Método utilizando el ángulo del sector, rueda 2:

Recurrimos ahora a croquizar en la propia pieza la curva buscada, el paso circular, y medimos su ángulo, $\theta_2 = 24°$. Aun sin daros el valor del arco, podemos calcular el paso circular en la polea conducida con la misma ecuación de nuevo.

$p_2 = R_2 \cdot \theta_2 =$

$= 122\ mm \cdot 0{,}4189\ rad =$

$= 51{,}1058\ mm$

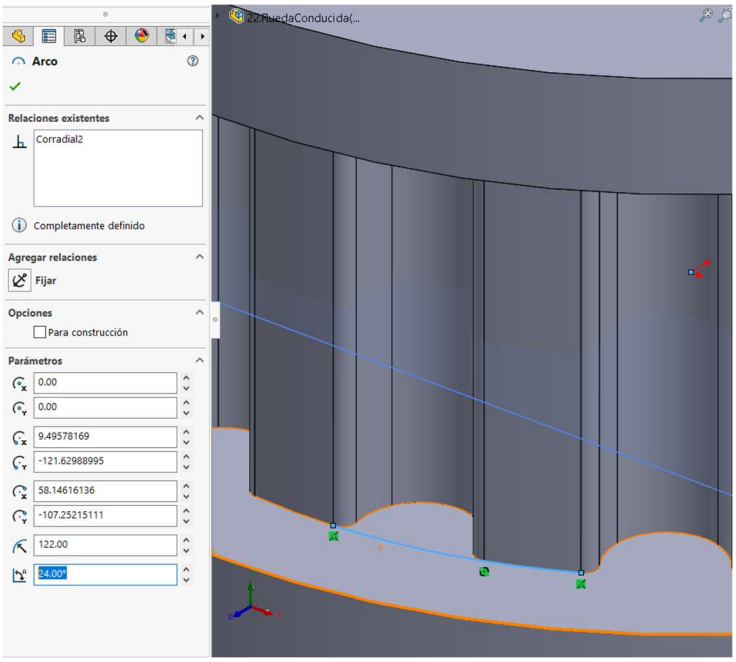


Figura 133. Captura del segmento circular y su ángulo.

Corroborando finalmente que, cogiendo cualquier camino, ya sea través de la fórmula matemática o mediante la geometría medida en el espacio, obtenemos un resultado bueno.

Método utilizando el ángulo del sector, rueda 1:

Medimos al igual que en el caso anterior un ángulo del sector circular de $\theta_1 = 6°$, por lo que nos quedaría un paso circular en la rueda 1 de:

$p_1 = R_1 \cdot \theta_1 = 497\ mm \cdot 0{,}10472\ rad = 52{,}0458\ mm$

Comparamos los pasos de cada rueda con los dientes creados, y verificamos que son prácticamente iguales y tolerables con un desfase de 0,94 mm de una rueda a otra.

Si probamos a darle a la rueda 1 más o menos dientes, podemos volver a medir y calcular el paso, comprobando que se aleja demasiado.

8.3.4. Correa dentada

La correa cuenta con un espesor total de 8 mm, teniendo 3 mm desde su fibra neutra hacia el interior, y 5 mm hacia el exterior. La anchura de la correa es de 85 mm, dejando un margen de altura algo mayor en las ruedas.

Una vez creada la correa verificamos que, en la rueda menor, la rueda 1, esta abraza en un mínimo de contacto a 6 dientes. Nos quedamos justos, pero sí se cumple esta condición de diseño como poder ver en la imagen siguiente.

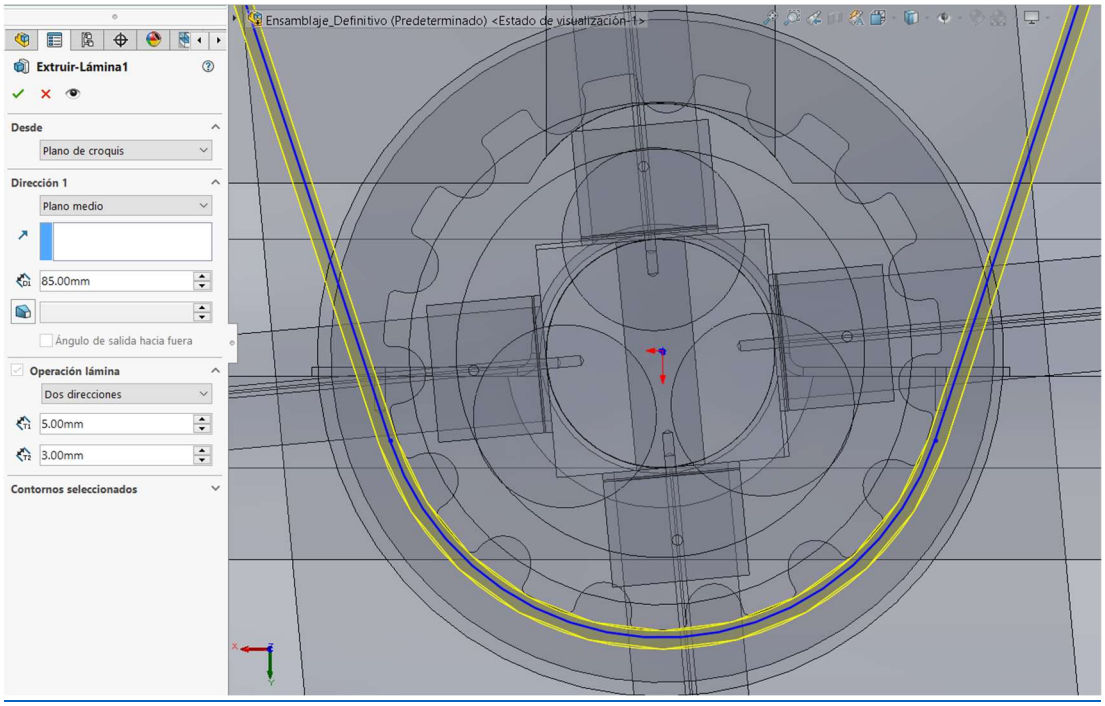
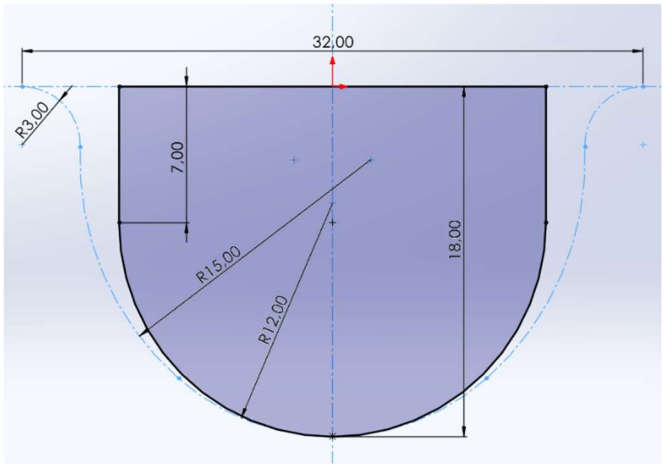


Figura 134. Captura de la operación que modela la correa base.



El perfil del diente se ha diseñado con la geometría estándar de las correas HTD obteniendo unos valores ficticios y medidos de:

Figura 135. Captura de la sección y perfil del diente.

Anchura de la correa (belt width): $b = 85\ mm$

Altura del diente (teeth height/depth): $h_t = 18\ mm$

Altura de la correa (belt height): $h_s = 26\ mm$

Paso de la correa (belt pitch): $p = 51{,}56\ mm$

Número de dientes (number of teeth): $Z = 87\ dientes$

Longitud de correa (belt length): $L = 4482{,}49\ mm$

Recordemos que estos últimos valores característicos de la correa (*p, Z, L*) son variables y habría que recalcularlos en caso de cambiar el valor de la distancia entre centros ***C***, que hemos denominado variable/dato de entrada "fijo" por esta razón. Hemos escogido ese número de dientes en concreto, probando uno a uno los valores cercanos porque era el único que nos daba un resultado del paso (de la correa) acorde a los pasos de las ruedas.

C = 1200 mm	
Z	*p*
88	50,97 mm
87	**51,56 mm**
86	52,16 mm

Tabla 7. Paso de la correa respecto de los dientes.

Condición geométrica impuesta a satisfacer el paso de la correa:

$$p_2 < p < p_1 \quad \Rightarrow \quad 51.56mm \in (51.1058\,mm\,, 52.0458\,mm)$$

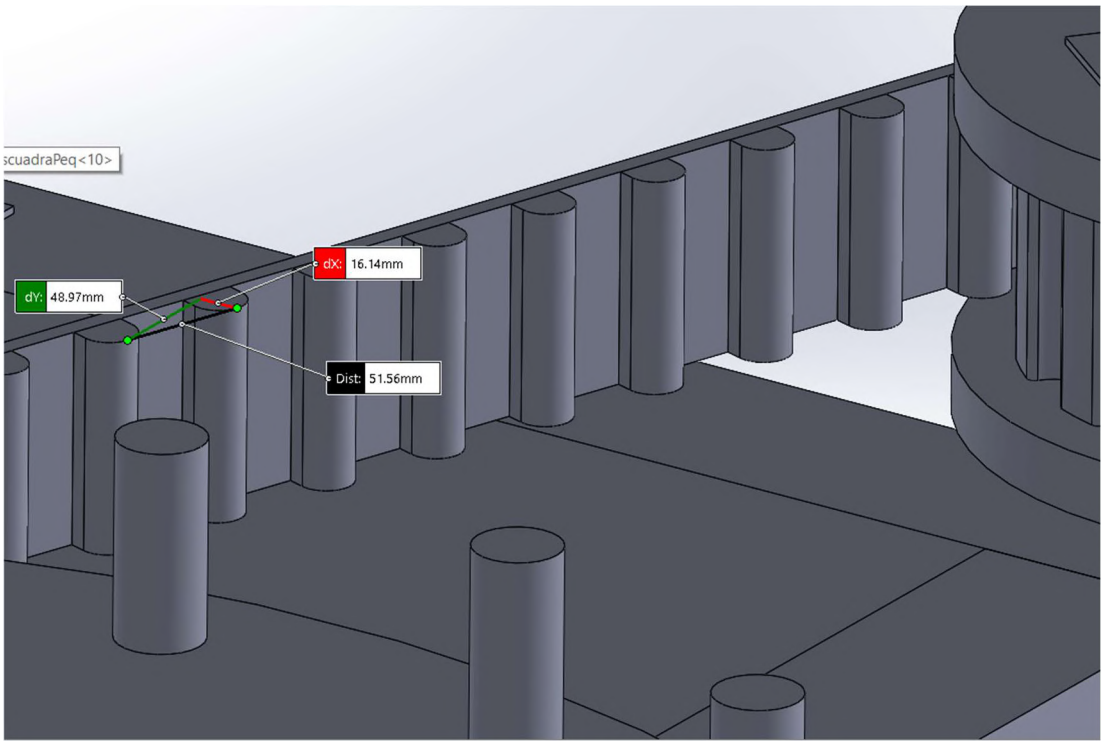


Figura 136. Captura del paso de la correa medido.

8.4. Montaje del conjunto completo

Pese a contar con una biblioteca de materiales incorporada en Solidworks con gran variedad de aceros con muchos datos y propiedades mecánicas, esta puede llegar a ser bastante carente en cuanto a otros materiales como es el caso de las maderas. Características como el módulo elástico, tensión de rotura, coeficiente de Poisson… necesarias para cálculos de resistencia y comprobaciones de seguridad no aparecían en las maderas escogidas como materiales para las piezas.

Se han elegido materiales de nuestro modelo el hierro dúctil para todas las piezas metálicas, madera de roble para todas las piezas generales, y madera de pino para aquellas piezas que se requieren más ligeras por disminuir la fuerza de su peso sobre otras.

El ensamblaje final del conjunto completo se ha obtenido uniendo los 3 subensamblajes básicos (el eje, la mesa y la entrada) de todas las piezas fijas y, por otro lado, añadiendo las piezas móviles representadas en el árbol de operaciones con (-). Existen muchas maneras de abordar el montaje de un conjunto, pero en nuestro caso lo hemos realizado de tal manera que estuviera lo más limpio posible. Los refuerzos y piezas extras se han añadido a posteriori a los subensamblajes para que quedasen con el mayor número de piezas fijas y dejar el mínimo de piezas sueltas en el Ensamblaje_CONJUNTO.

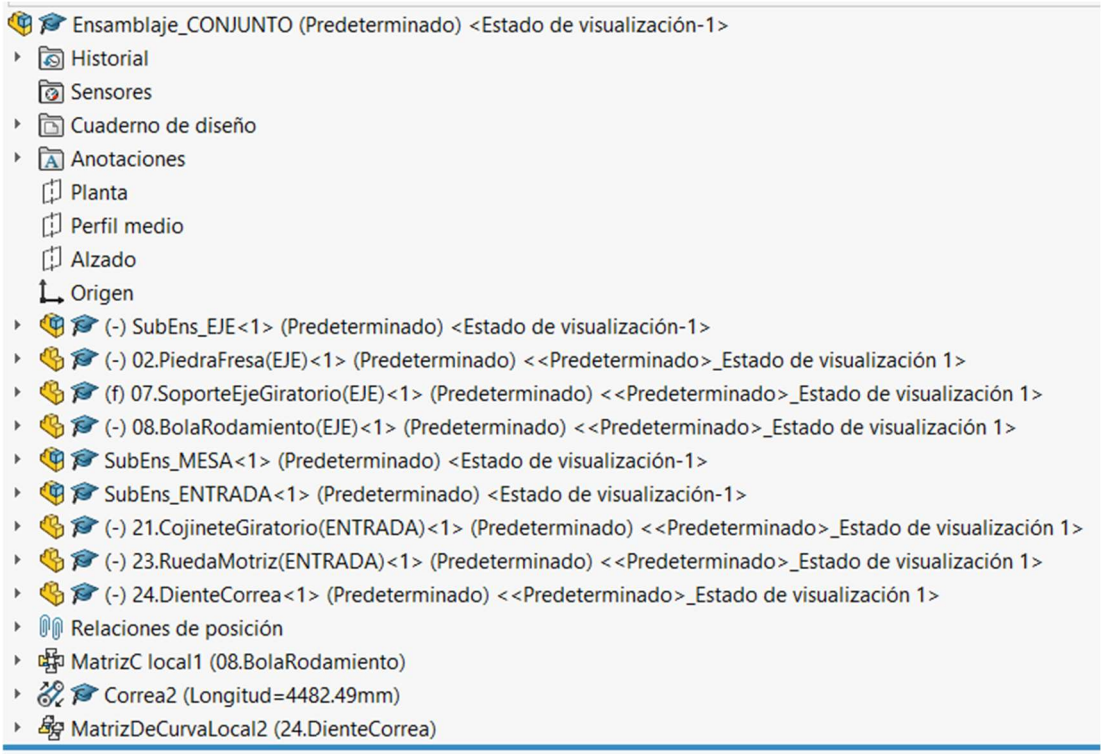


Figura 137. Captura del gestor de diseño sin desglosar en el ensamblaje completo.

Una vez finalizado el ensamblaje de la máquina, se han creado varias configuraciones del mismo con diferentes valores de entrada para variar el tamaño del espejo y la muela en cuanto a obtener varias tallas distintas de espejos. Esto nos servirá después al realizar la simulación de esfuerzos mediante el método de elementos finitos, pues habiendo obtenido resultados de fallo en ciertas piezas con unos tamaños determinados, podremos saltar a

otra configuración de menores solicitaciones y comprobar sus tensiones sin necesidad de ejecutar un nuevo estudio en otro ensamblaje diferente ni mallar nuevamente.

Ahora haremos las distintas máquinas y tallas de espejos con sus distintos datos de entrada impuestos, a través de las configuraciones del ensamblaje realizado que permite crear y gestionar Solidworks., esta tarea puede llegar a ser muy laboriosa en cuanto mayor cantidad de piezas se quieran cambiar y el número de configuraciones que se deseen crear.

El hecho de tener las variables acotadas y nombradas en las ecuaciones nos permite cambiar los valores mucho más rápido sin necesidad de buscar los croquis y editar las medidas una a una para cada pieza, lo cual facilita una modificación por parte del usuario ya sea el mismo diseñador o una persona ajena.

Tamaño máximo	Tamaño medio	Tamaño pequeño
max_final	*med_final*	*peq_final*
max_proceso	-	-
max_inicial	-	-

Tabla 8. Configuraciones del ensamblaje de la máquina.

La configuración "max_proceso" se creó simplemente para visualizar el espejo durante su pulido en vez de acabado. Cuando se vaya a realizar el MEF, se usará la configuración "max_inicial" para simular el modelo con la piedra espejo en su estado inicial, o sea, con la piedra maciza antes de empezar a ser pulida en vez de ya acabada (estado final), ya que esta tendrá inicialmente más peso y correspondería al caso crítico en su momento pésimo, obteniendo resultados realistas del lado de la seguridad. Al ser la de mayor tamaño, si las piezas y materiales aprueban las simulaciones se dará por hecho que para tamaños menores como el medio o pequeño también aguantaría los esfuerzos y cargas impuestas.

8.4.1. Configuración de máximo tamaño

Esta configuración corresponde al propio modelado que tenemos realizado, pues inicialmente se decidió modelar el conjunto con un tamaño suficiente y adaptable que nos sirviera de tope para fabricar un espejo de tamaño máximo, y a raíz de este poder disminuir su tamaño cabiendo dentro de las dimensiones geométricas de la mesa y eje. Para este tamaño máximo de espejo hemos realizado dos configuraciones, una para el espejo acabado en su estado final y otra durante su pulido para visualizar la piedra a mitad de proceso.

Variable		**Tipo**
max_final	**max_proceso**	
D = 1000 mm	D = 642,14 mm	dato de entrada
Dt = 1010 mm	Dt = 1010 mm	calculado/modificado
depth = 150 mm	depth = 68,41 mm	dato de entrada
f = 416,67mm	-	calculada
e = 120 mm		dato de entrada
h = 600 mm		dato de entrada
C = 1200 mm		dato de entrada

Tabla 9. Variables de las configuraciones de máximo tamaño final y en proceso.

El diámetro total *Dt* del espejo será un dato calculado automáticamente a través de *D=Dt+10 mm* para el caso de configuraciones de espejos acabados en estado final, excepto en configuraciones de estado inicial o en proceso donde este valor se modificará manualmente al diámetro total por conveniencia.

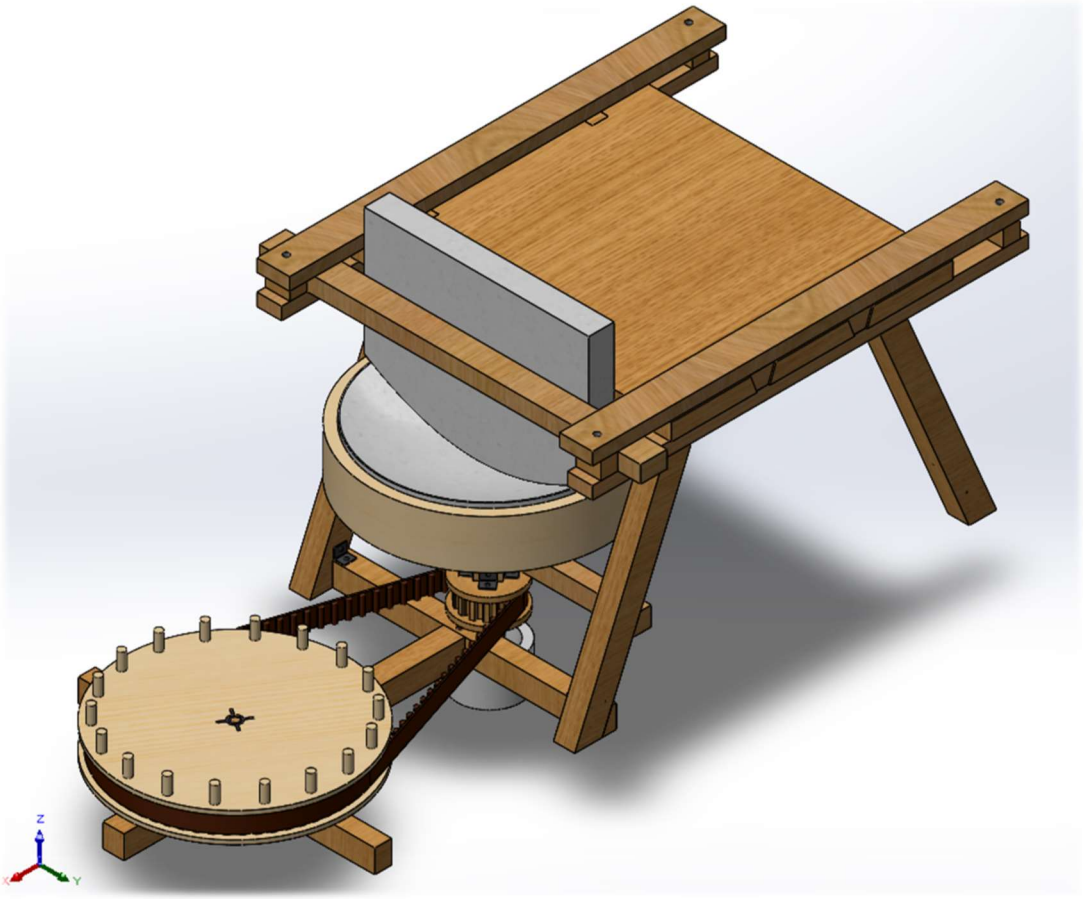


Figura 138. Vista isométrica del conjunto en la configuración de máximo tamaño final.



Figura 139. Vista del conjunto en la configuración de máximo tamaño en proceso.

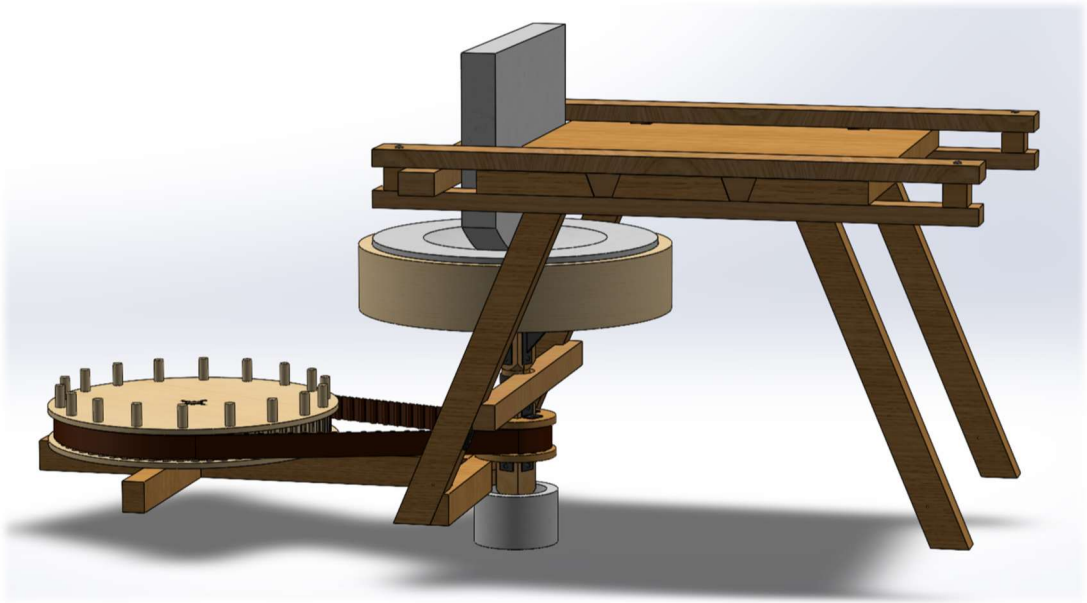


Figura 140. Vista del conjunto en la configuración de máximo tamaño en proceso.

8.4.2. Configuración de tamaño medio

En un término intermedio del tallaje del espejo tendríamos las siguientes medidas.

Variable ***med_final***	Tipo
D = 800 mm	dato de entrada
Dt = 810 mm	calculado
depth = 100 mm	dato de entrada
f = 400 mm	calculado
e = 150 mm	dato de entrada
h = 400 mm	dato de entrada
C = 1200 mm	dato de entrada

Tabla 10. Variables de la configuración mediana final.



Figura 141. Vista del conjunto en la configuración de tamaño medio final.

8.4.3. Configuración de tamaño pequeño

Para el espejo más pequeño escogido tenemos los siguientes datos.

Variable	Tipo
peq_final	
D = 600 mm	dato de entrada
Dt = 610 mm	calculado
depth = 70 mm	dato de entrada
f = 321,429 mm	calculado
e = 100 mm	dato de entrada
h = 400 mm	dato de entrada
C = 1200 mm	dato de entrada

Tabla 11. Variables de la configuración pequeña final.



Figura 142. Vista del conjunto en la configuración de tamaño pequeño final.

8.5. Simulaciones de esfuerzos

Nos encontramos con simulaciones de ensamblajes donde tenemos piezas varios materiales distintos. La madera no es un material homogéneo ni isótropo como ocurre con los metales típicos de la industria, sino que es un material heterogéneo y ortótropo, comportándose de manera distinta a lo largo de su volumen. Obviando estos detalles mecánicos que alejan al problema de la realidad, se han buscado dos maderas de árboles europeos típicos de la época de gran resistencia y densidad.

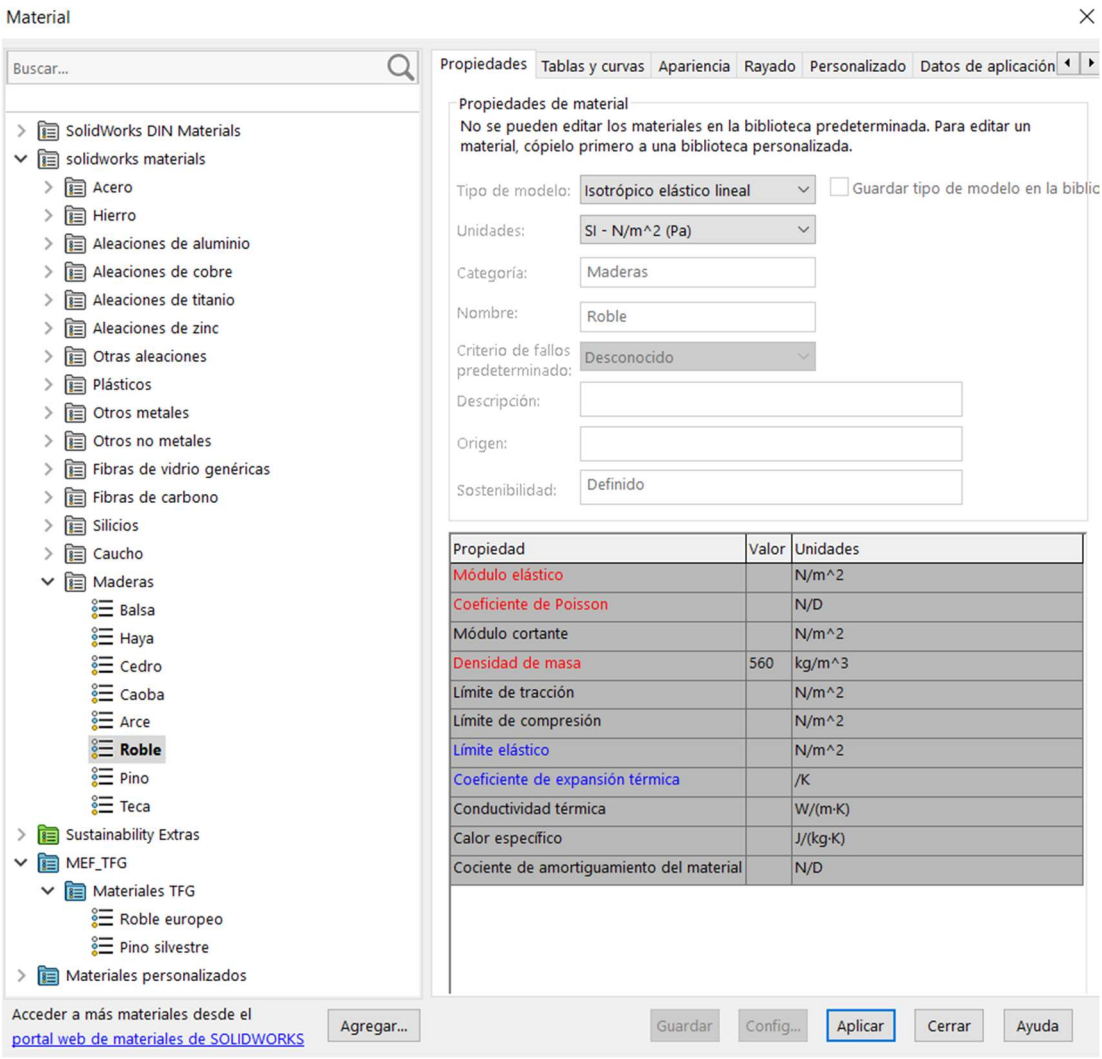


Figura 143. Captura de pantalla de las bibliotecas de materiales de Solidworks.

Como podemos ver en las bibliotecas de materiales incorporadas en Solidworks, las maderas no cuentan con los datos necesarios para los cálculos de simulaciones indicados con colores. El color rojo para los valores estrictamente necesarios, y el azul para datos recomendables que pueden ayudar a la interpretación de resultados, pero no son imprescindibles para el cómputo. Por tanto, se ha creado una carpeta llamada "Materiales TFG" con las maderas buscadas, y para el resto de materiales metálicos y de piedra sí se han usado los propios del software por contar con los valores obligatorios.

Material	Límite elástico (N/m^2)	Módulo elástico (N/m^2)	Coeficiente de Poisson	Densidad (kg/m^3)
Hierro dúctil *(Solidworks materials)*	$551{,}485 \cdot 10^6$	$1{,}2 \cdot 10^{11}$	0,31	7100
Roble europeo *(Quercus spp.)*	$80 \cdot 10^6$	$1{,}2 \cdot 10^{10}$	0,40	833
Pino silvestre *(Pinus sylvestris)*	$60 \cdot 10^6$	$1{,}1 \cdot 10^{10}$	0,35	470
Silicio *(Solidworks materials)*	$120 \cdot 10^6$	$1{,}124 \cdot 10^{11}$	0,28	2330

Tabla 12. Propiedades mecánicas de los materiales usados en las simulaciones MEF.

Los valores del robe europeo y pino silvestre han sido escogidos para unas mismas muestras de madera y como datos representativos en la dirección longitudinal de las fibras favorable a la resistencia, siendo las cifras más idóneas y altas en términos de resistencia y rigidez. La fuente de dichas características mecánicas ha sido el libro "Wood Handbook: Wood as an Engineering Material" (2010 centennial edition) por USDA Forest Service (United States Department of Agriculture).

8.5.1. MEF de la mesa

Para el análisis estático de esfuerzos de todo el conjunto de la mesa hemos supuesto una fuerza ejercida sobre el tablero del equivalente al peso de la piedra fresa de máximo tamaño para simular el montaje de la muela de piedra sobre el espejo y las cargas que debe soportar tal como se esboza en la figura 119. Para recrear aun más real el caso, también hemos ordenado una sujeción de tipo apoyo móvil (rodillos) a la barra que hace de fijadora a la piedra fresa puesto que esta no se sujeta más que por contacto en dicha dirección restringida, y además se le ha aplicado un par de torsión con motivo de simular la fuerza giratoria que soporta al estar la máquina ya una vez puesta en movimiento.

La geometría fija corresponderá a la cara inferior de las patas, y se añadirá el propio peso de los elementos como cargas externas. Se ha creado una malla basada en curvatura con elementos de tipo *brick* cuadráticos de alto orden, para un tamaño máximo de elemento 100 mm y mínimo de 20 mm un cociente de aspecto 1.3.

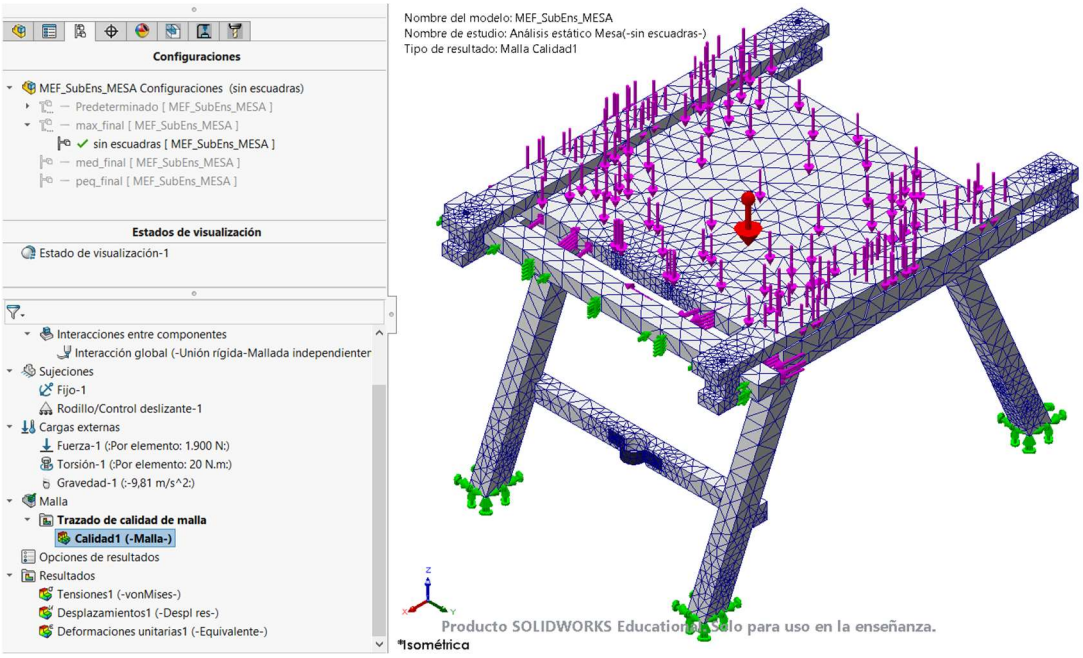


Figura 144. Captura de pantalla del mallado de la mesa y sus condiciones de contorno.

Una vez ejecutada la simulación mediante el MEF obtenemos las tensiones de Von Mises a partir de las cuales validaremos los resultados como concluyentes. Al tener dos materiales distintos en el modelo (madera de roble y hierro dúctil) debemos atender a las solicitaciones de cada zona con su correspondiente límite elástico, por lo que las tensiones figurantes en la leyenda del gráfico las dejaremos con el máximo calculado por el programa (color negro) y no para ningún límite elástico en concreto.

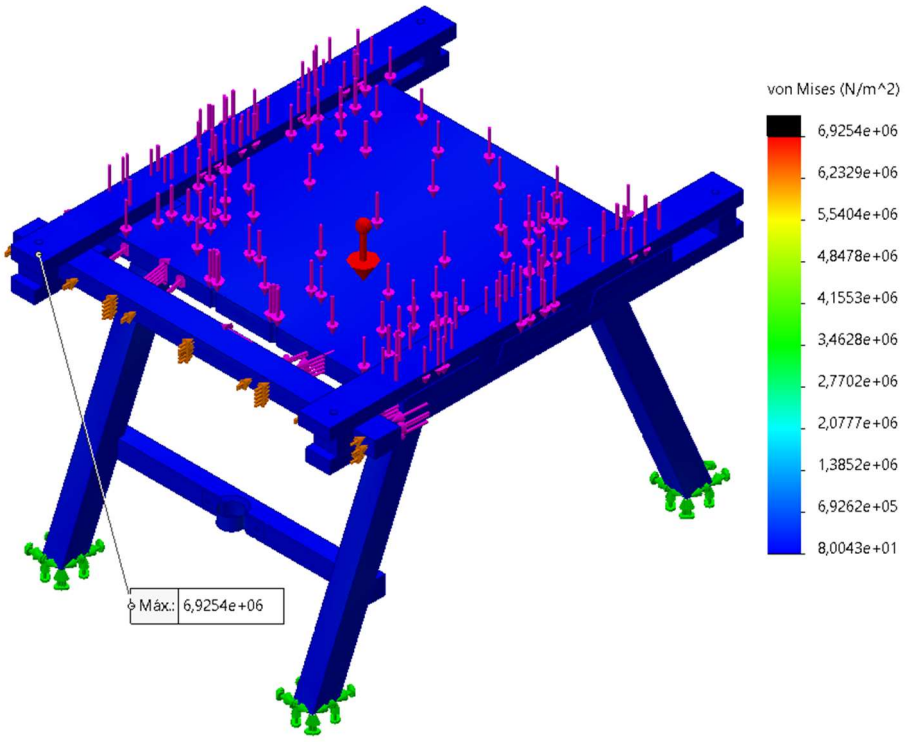


Figura 145. Captura de pantalla de los resultados del análisis estático de la mesa.

A priori vemos la mesa en azul al completo sin solicitaciones significativas, pero un valor máximo de 6.92 MPa en la zona de los topes de la barra fijadora de la piedra fresa. Utilizamos pues las iso-superficies para visualizar el modelo completo variando sus tensiones internas ya que a simple vista no se ve la zona más solicitada.

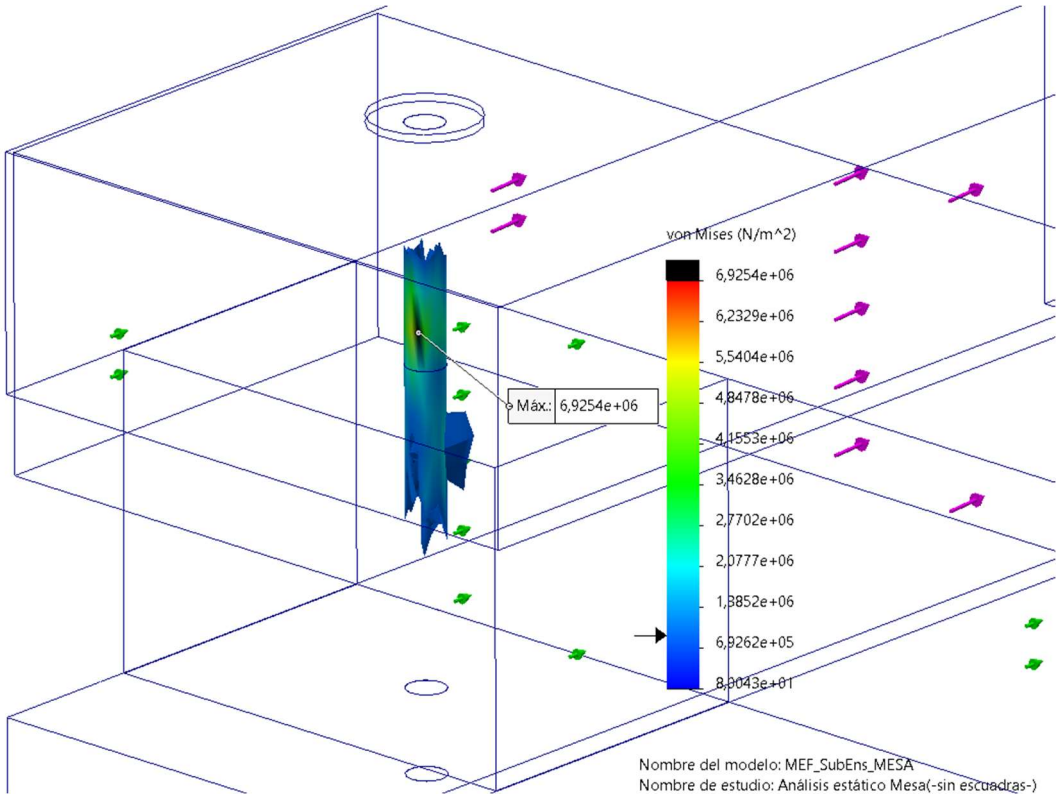


Figura 146. Captura de pantalla de la zona con mayores tensiones en la mesa.

Ahora sí comprobada la zona crítica del modelo podemos asegurar que se trata de uno de los clavos de hierro dúctil con límite elástico 551.485 MPa, mucho mayor que el máximo valor de tensión calculada de 6.92 MPa. Por tanto, nuestro modelo es seguro para las cargas impuestas.

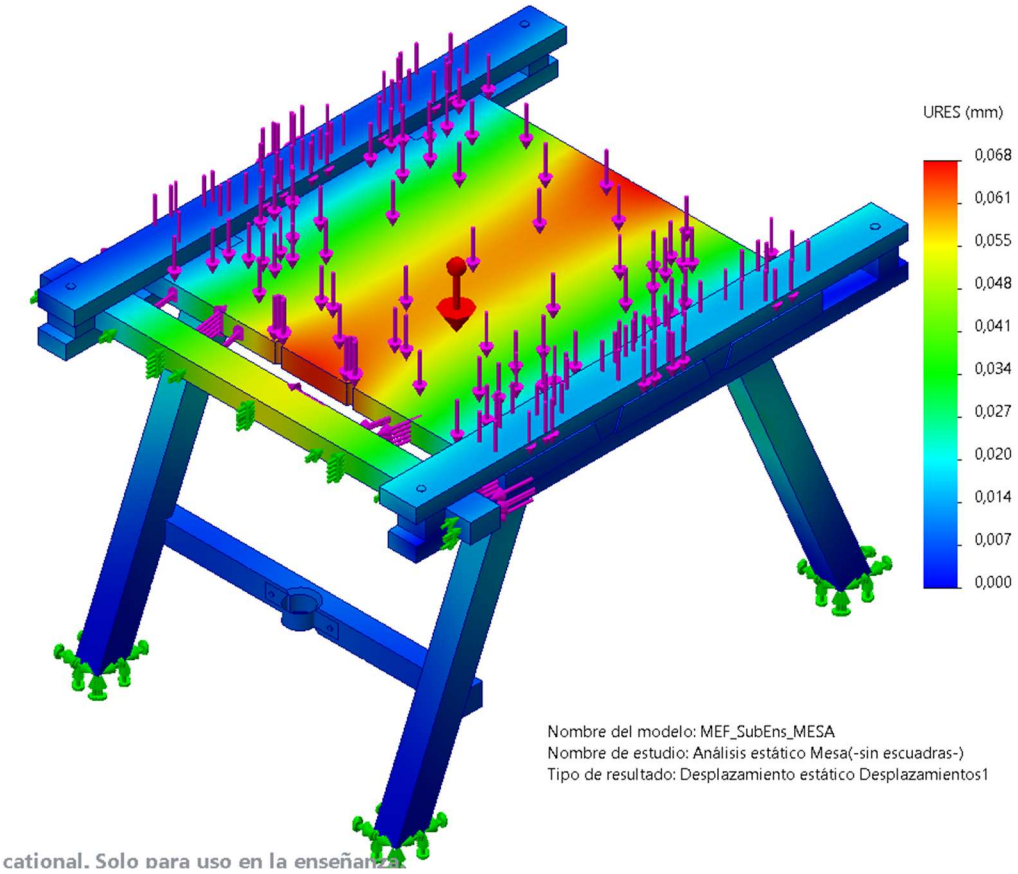


Figura 147. Captura de pantalla de los desplazamientos de la mesa.

8.5.2. MEF del eje

Para aplicar la fuerza que soportara el conjunto del eje hemos variado la geometría de la piedra espejo a su estado inicial, cuando aún es un bloque macizo sin concavidad. La fuerza corresponderá al propio peso de la muela de piedra que pule el espejo, y se aplicará justo en una pequeña zona central en vez de en la cara circular completa simulando el comienzo de proceso de pulido aún más realista en su estado más crítico a nivel de esfuerzos estáticos. La simulación se hará redondeando al alza un peso de 1700 N para la mayor talla de espejo posible a crear.

Configuración	02.PiedraFresa		
	Masa		Peso
Tamaño máximo	172289,19 g	172,28919 kg	1690,16 N
Tamaño medio	143549,30 g	143,5493 kg	1408,22 N
Tamaño pequeño	70238,93 g	70,23893 kg	689,04 N

Tabla 13. Masas y pesos de la piedra fresa para cada configuración.

La geometría fija en este caso corresponderá al soporte de piedra que va empotrado en el suelo, y se le aplicará tanto a la base como al contorno cilíndrico simulando que está enterrado al completo. Se ha creado una malla basada en curvatura con elementos de tipo

brick cuadráticos de alto orden, para un tamaño máximo de elemento 80 mm y mínimo de 16mm con un cociente de aspecto 1.3.

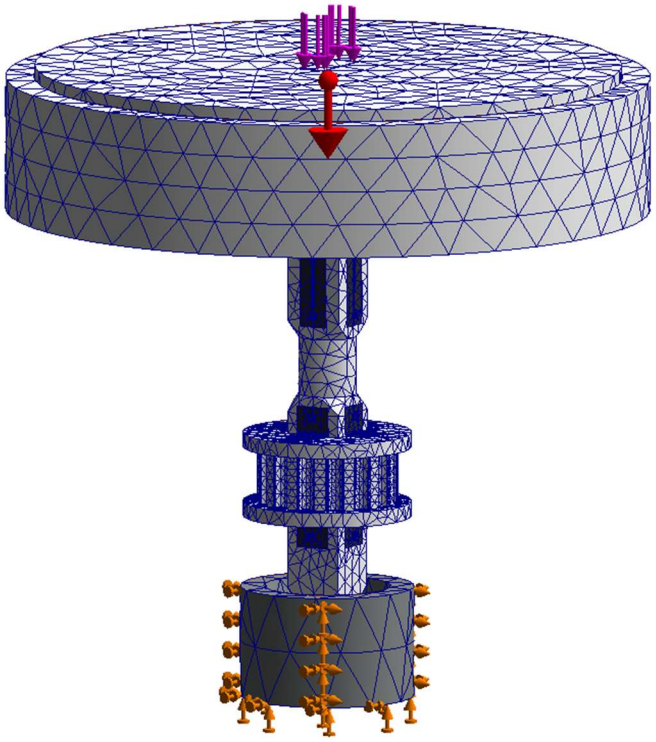


Figura 148. Captura de pantalla del mallado del eje completo.

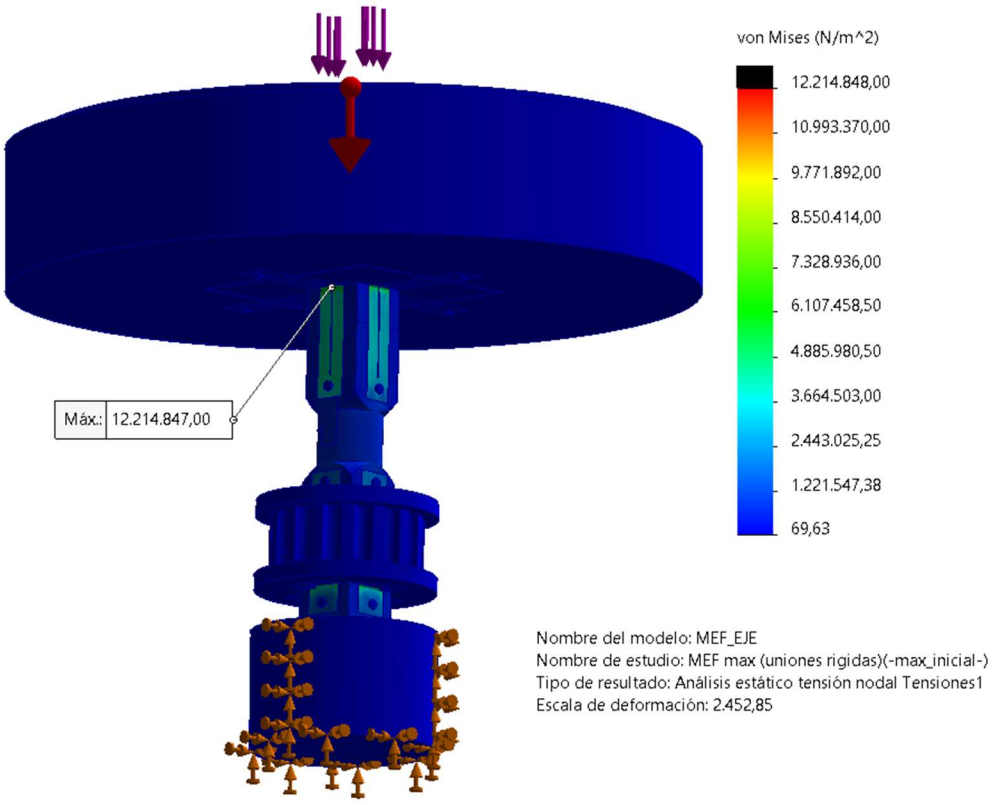


Figura 149. Captura de pantalla de las tensiones resultantes del eje completo.

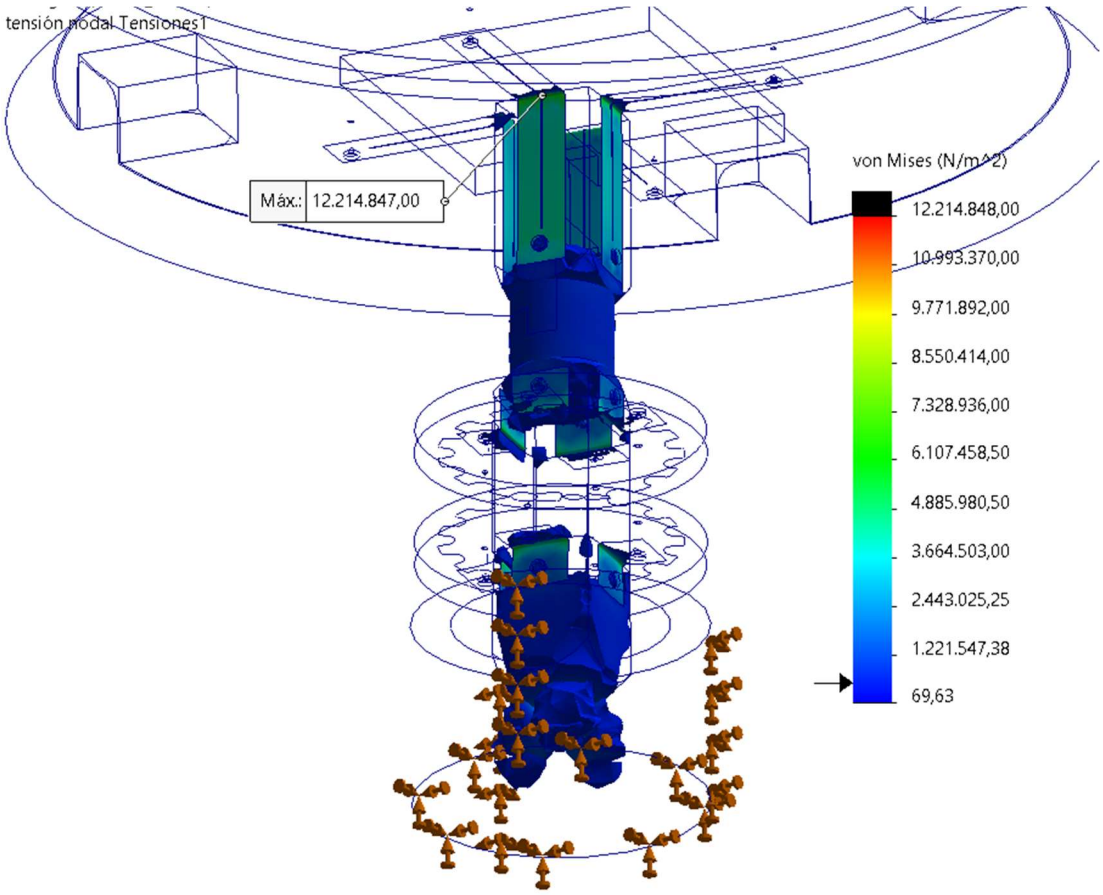


Figura 150. Captura de pantalla del eje con las iso-superficies de tensiones mayores a 0.5 MPa

Encontramos nuevamente la zona más solicitada en una de las escuadras nerviadas de hierro dúctil con una tensión máxima calculada de 12.214 MPa, lejos de encontrarse en su zona plástica por estar debajo de su límite elástico. Para la madera también se comprobaron sus zonas críticas, cumpliendo con los valores mecánicos característicos escogidos en la tabla 12.

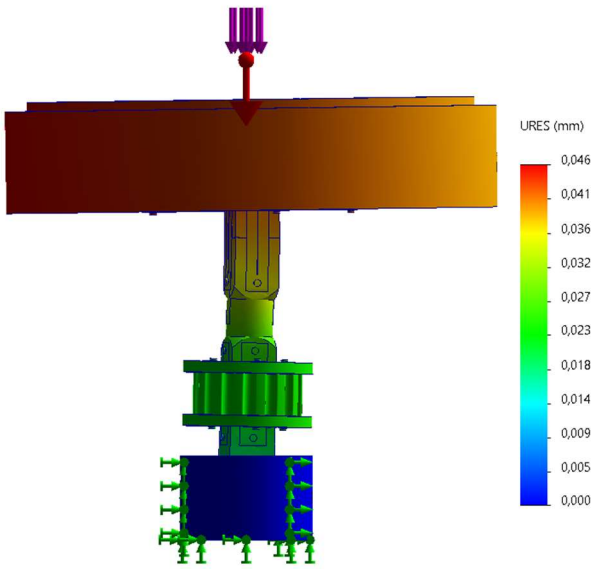


Figura 151. Captura de pantalla de los desplazamientos del eje completo.

Las simulaciones anteriores han sido realizadas con interacción entre componentes del tipo "unión rígida" entre las piezas, en un caso ideal y más simple. Sin embargo, en el caso real del análisis las conexiones entre las piezas metálicas y de madera sí podrían estimarse como uniones rígidas, pero p.e. la bola de rodamiento debería tener una interacción local de "contacto" entre el soporte de piedra y el eje de madera en su extremo cónico.

Debido a la falta de conocimiento en profundidad del software para simulaciones de ensamblajes de múltiples piezas y materiales, y la falta de recurso hardware no hemos podido recrear este caso más realista de conexiones diferentes. Es por ello que se ha procedido a realizar un par de simulaciones de menor número de piezas, aplicando la fuerza del peso de los elementos manualmente para verificar con seguridad que dicho diseño aguanta el peso impuesto, que no es poco.

La masa de todo el conjunto que recae sobre las bolas de rodamiento suma un total de 576.24 kg incluida la piedra fresa de mayor tamaño, por lo que si dicha carga se reparte entre 3 bolas que permanecen siempre en contacto con el eje, el peso que se ejerce sobre una bola es de 192.08 kg, o sea, 1884.30 N. Comprobamos el MEF de una sola bola, la pieza 08.BolaRodamiento, para verificar si dicha madera de roble aguanta sin llegar a deformaciones plásticas.

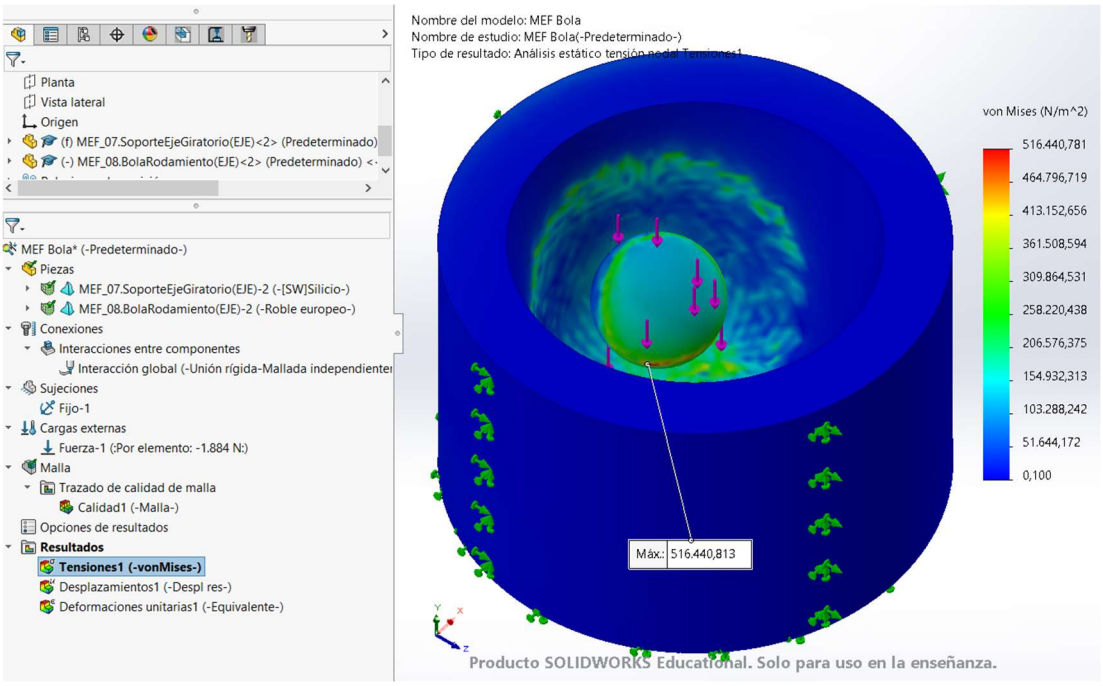


Figura 152. Captura de pantalla de las tensiones que sufre la bola.

Vemos que obviamente la mayor tensión calculada la sufre la bola de madera, pero con un valor de 0.516 MPa muy lejos de alcanzar el límite elástico de 80 MPa propio del roble europeo macizo.

Para el MEF del eje principal se han omitido las escuadras metálicas. La masa de la piedra fresa, la piedra espejo en su estado inicial, y el soporte del espejo para el tamaño máximo suman 562.20 kg que recaen sobre la pieza del eje principal. Comprobamos la simulación

mediante MEF de las piezas 05.EjePrincipal y 04.AdaptadorEje juntas con una fuerza de 5515 N aplicada sobre su cara superior y con geometría fija en la zona cónica del eje.

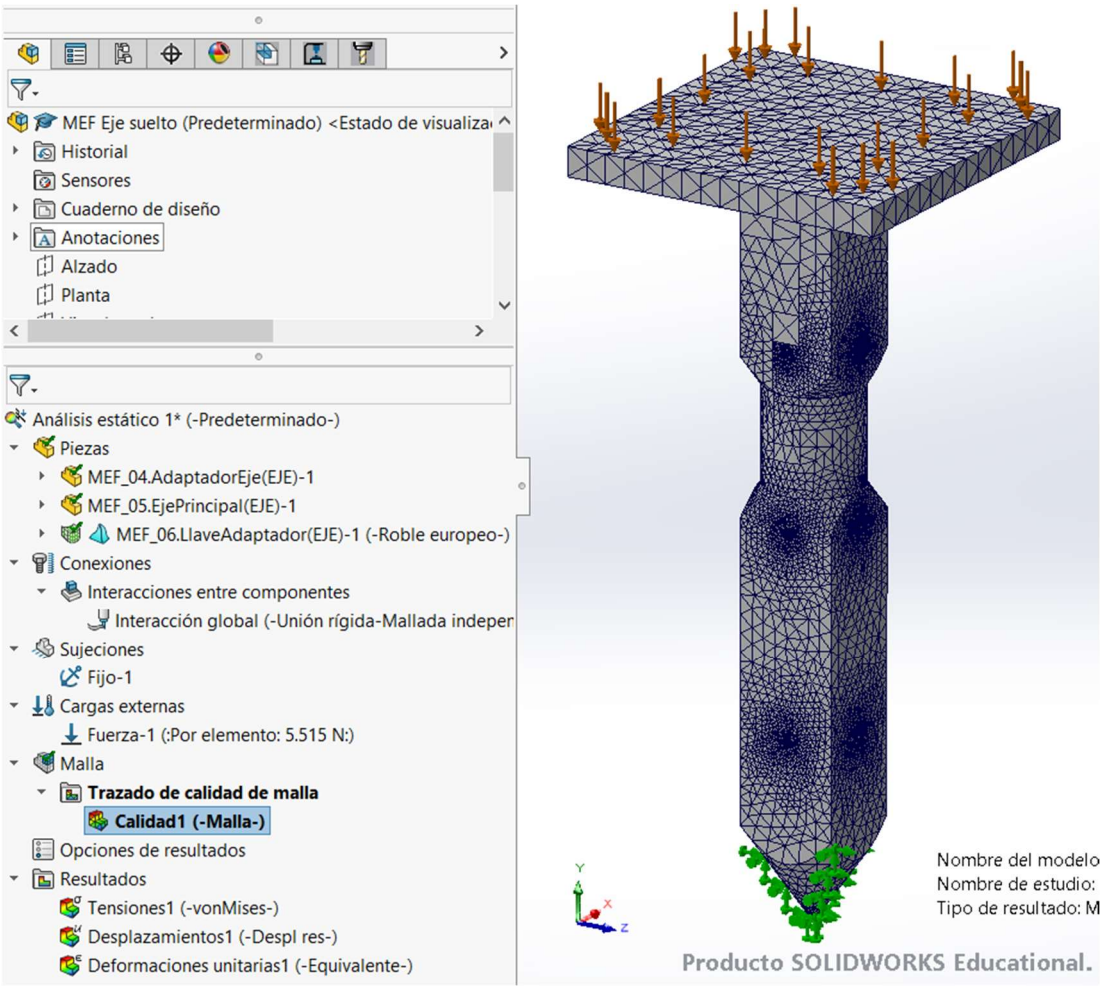


Figura 153. Captura de pantalla del mallado y condiciones de contorno del eje simplificado.

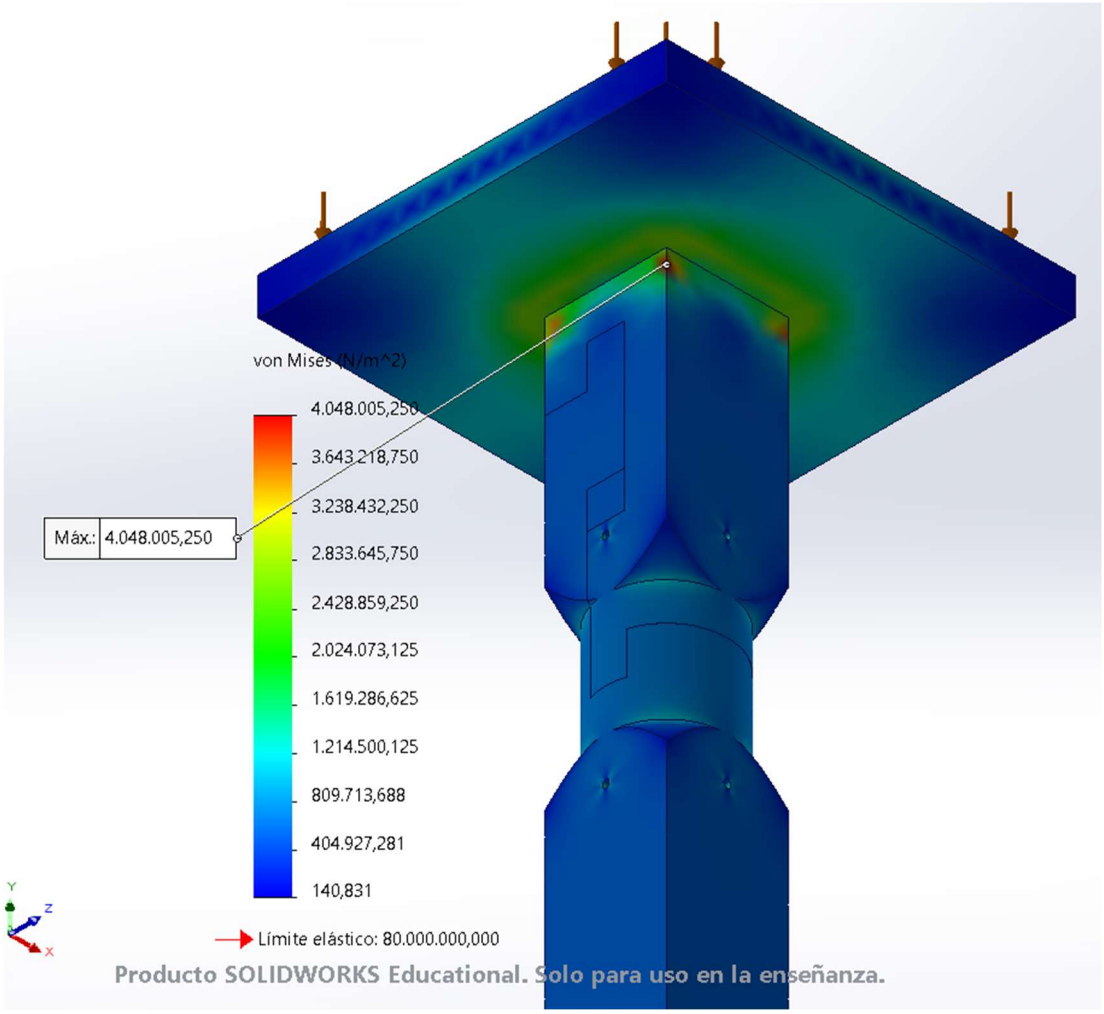


Figura 154. Captura de pantalla de las tensiones que sufre el eje simplificado.

Dado que en este ensamblaje del eje simplificado, creado exclusivamente para realizar el análisis de esfuerzos, todas las piezas son del mismo material, sí que podemos visualizar el límite elástico en el gráfico de colores. Aunque para este caso, se ha optado por mostrar el máximo valor de tensión calculado de 4MPa para visualizar los colores variables en vez del límite elástico de 80 MPa, pues veríamos todo de color azul sin distinguir otras tonalidades de solicitaciones en la escala gráfica del modelo.

9. Modelo final

Mostramos a continuación los renders de todas las piezas individuales, los subensamblajes de las partes básicas de la máquina mediante vistas isométricas para no deformar sus dimensiones, y del conjunto completo desde varias perspectivas libres y cónicas para visualizar otros detalles.

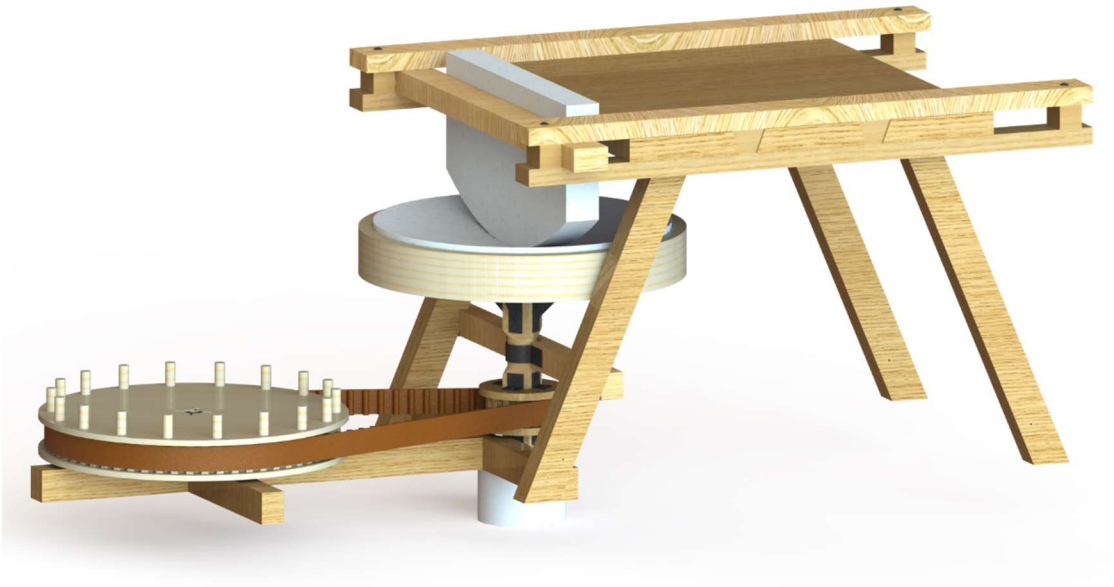


Figura 155. Renderizado de la máquina completa de espejo similar al manuscrito original.

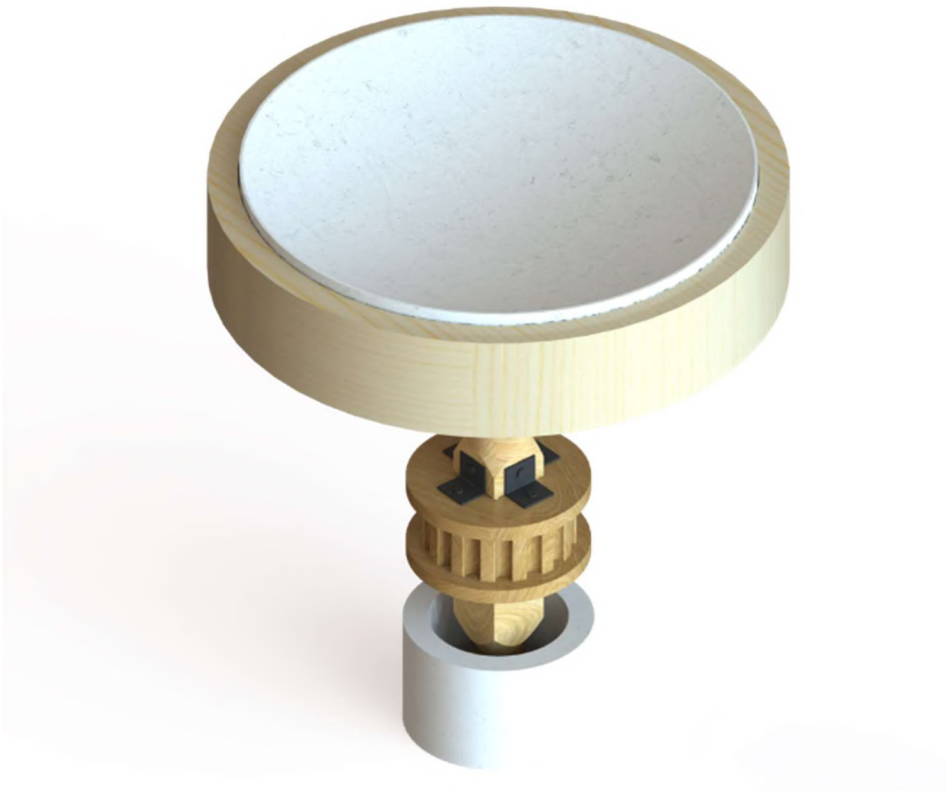


Figura 156. Renderizado del subensamblaje del eje.



Figura 157. Renderizado del subensamblaje del eje, vista inferior.

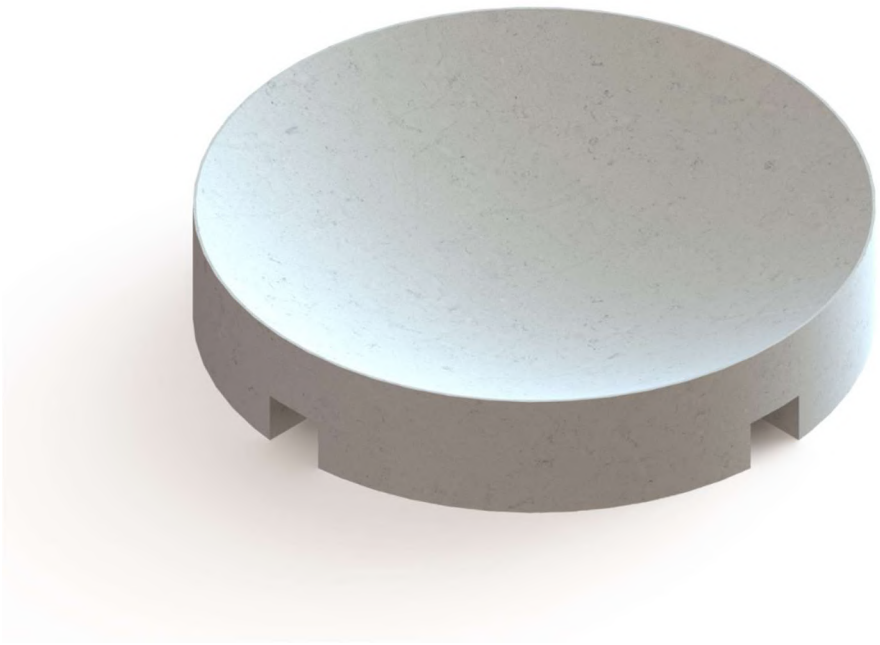


Figura 158. Renderizado del espejo cóncavo parabólico de piedra (pieza 01.PiedraEspejo).

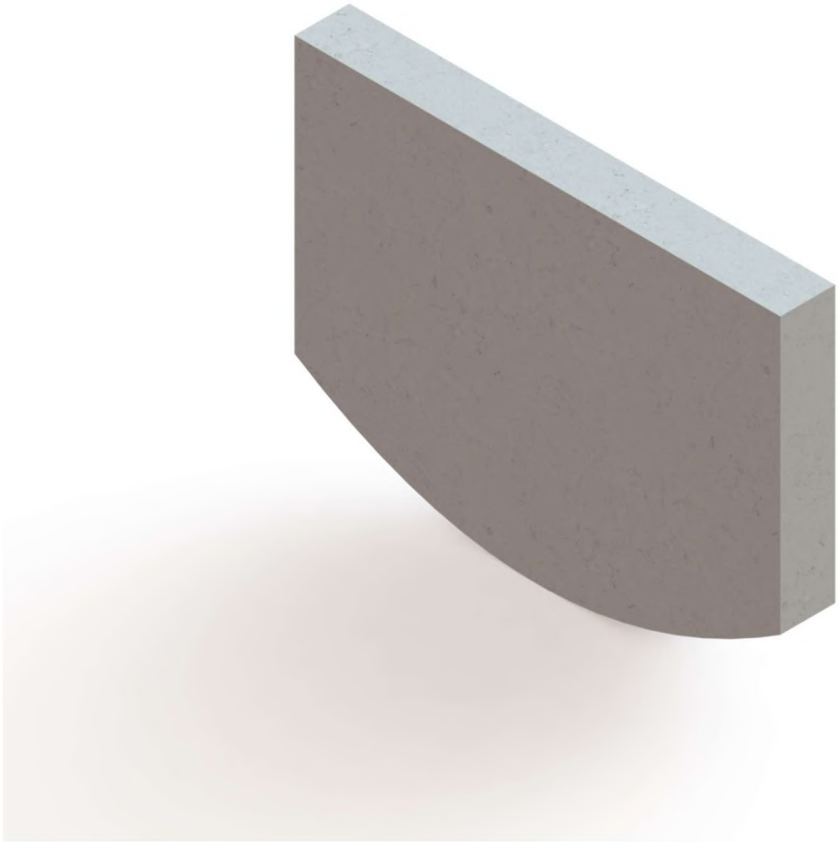


Figura 159. Renderizado de la muela parabólica de piedra (pieza 02.PiedraFresa).

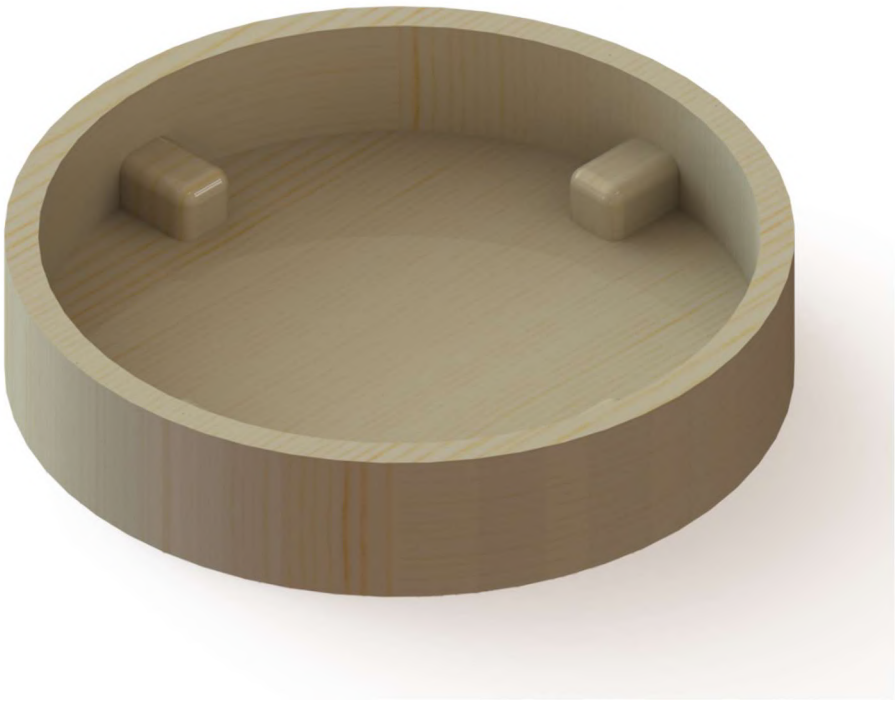


Figura 160. Renderizado del soporte que acopla al espejo (pieza 03.SoporteEspejo).



Figura 161. Renderizado del adaptador que conecta el soporte al eje (pieza 04.AdaptadorEje).



Figura 162. Renderizado del eje giratorio (pieza 05.EjePrincipal).

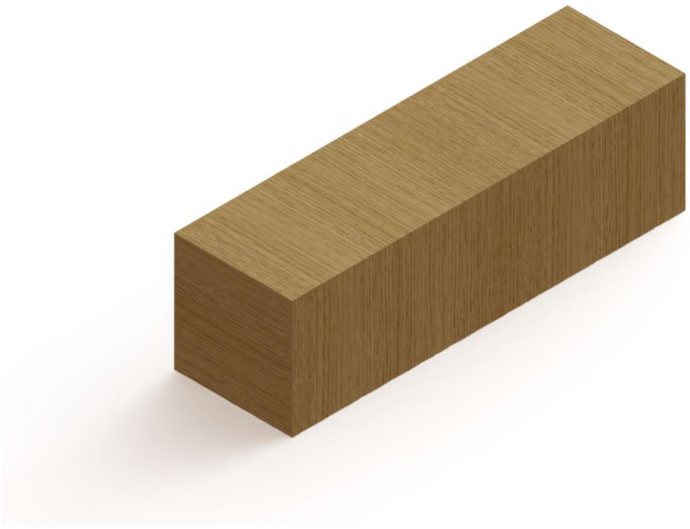


Figura 163. Renderizado de la llave que fija el adaptador y eje (pieza 06.LlaveAdaptador).



Figura 164. Renderizado de la rueda dentada que es conducida (pieza 22.RuedaConducida).

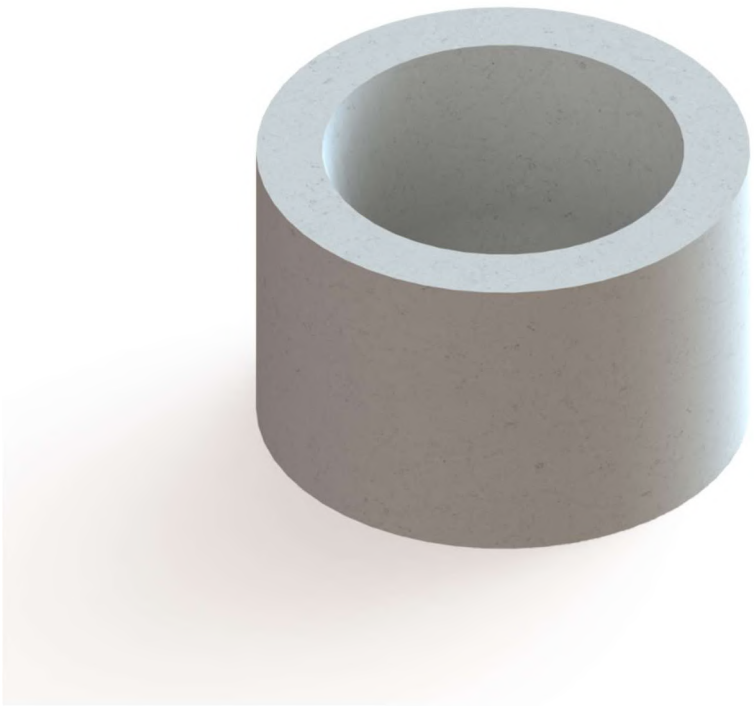


Figura 165. Renderizado del soporte base de piedra para el eje y rodamientos (pieza 07.SoporteEjeGiratorio).

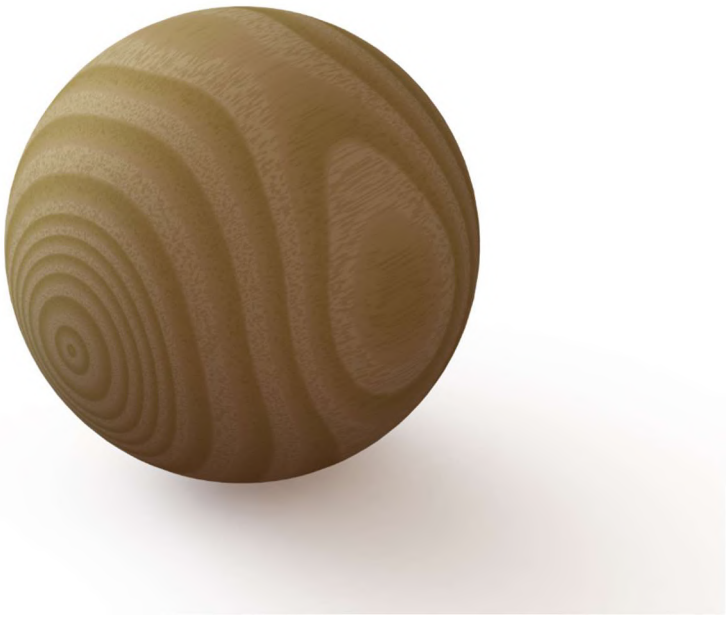


Figura 166. Renderizado de la bola esférica que actúa de rodamiento (pieza 08.BolaRodamiento).



Figura 167. Renderizado del subensamblaje de la mesa.

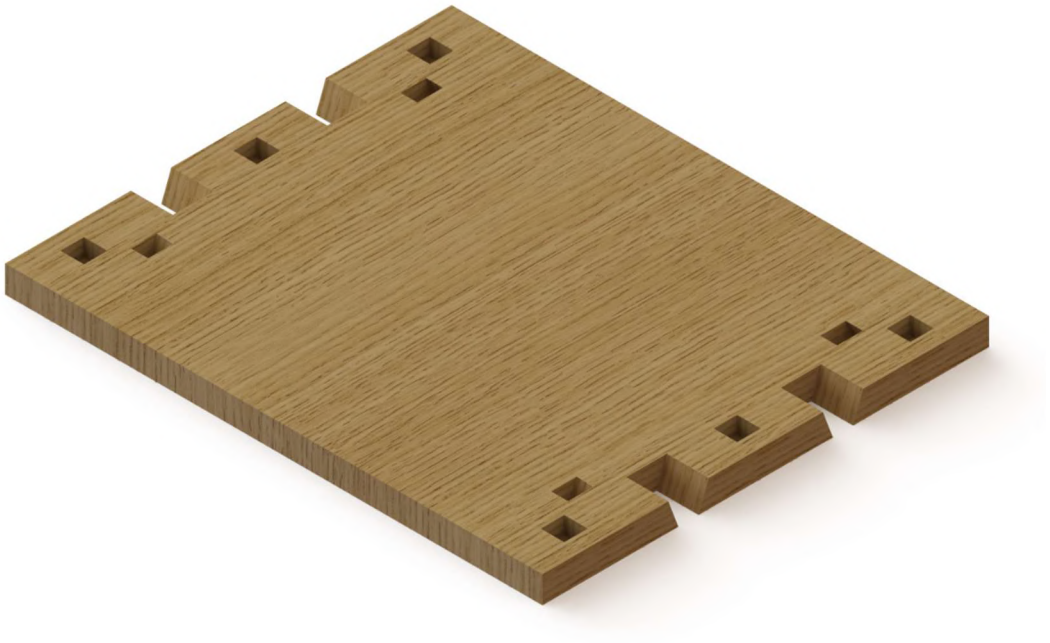


Figura 168. Renderizado del tablero de la mesa (pieza 09.Tablero).



Figura 169. Renderizado de la pata de la mesa (pieza 10.Pata).



Figura 170. Renderizado de la barra auxiliar de sujeción superior (pieza 11.BarraSup).

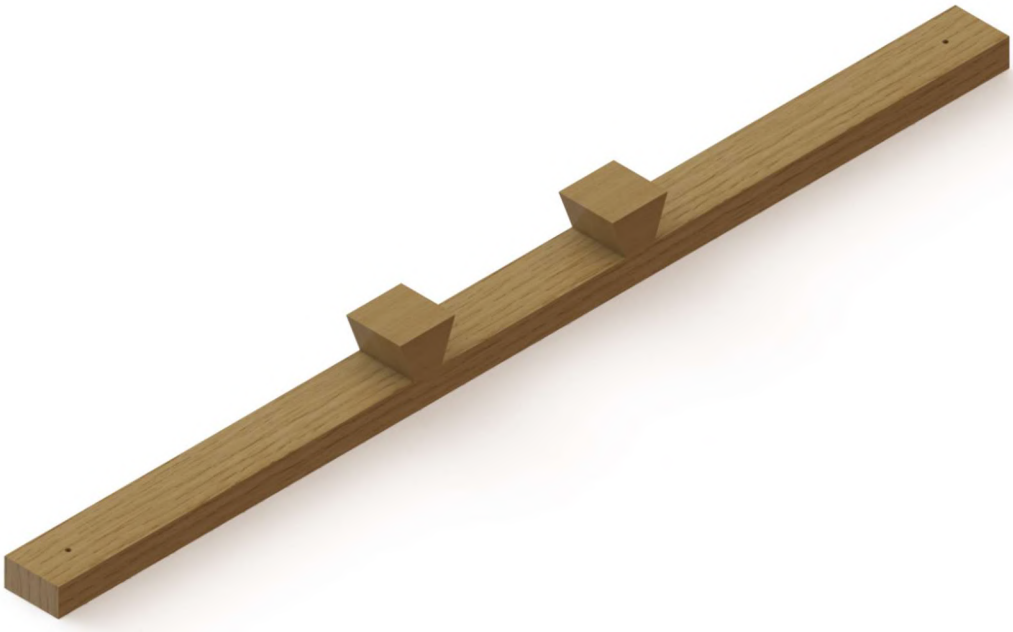


Figura 171. Renderizado de la barra auxiliar de sujeción inferior (pieza 12.BarraInf).

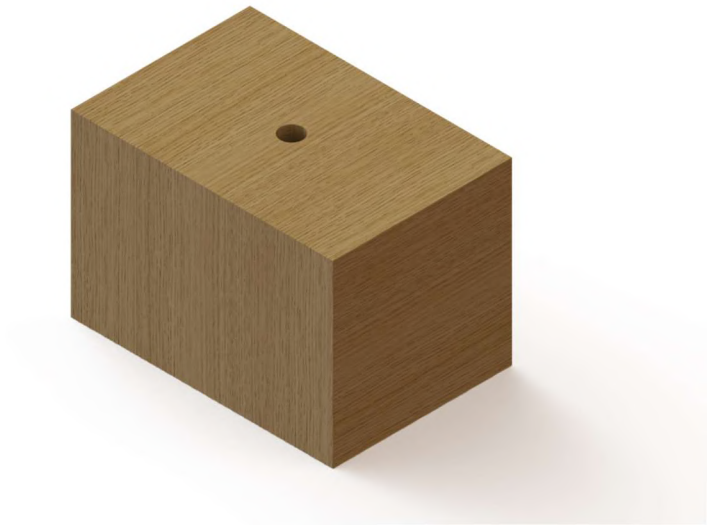


Figura 172. Renderizado del taco que une las barras auxiliares y hace de tope a la barra fijadora (pieza 13.TopeBarras).



Figura 173. Renderizado de la barra que fija la piedra fresa a la mesa (pieza 14.BarraFijadora).

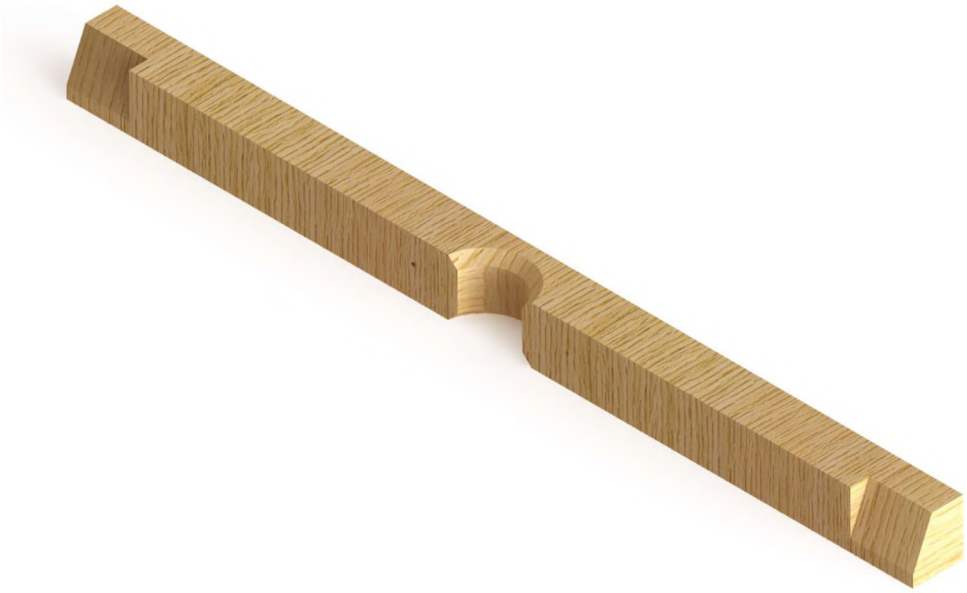


Figura 174. Renderizado de la tabla que conecta las patas y abraza al eje (pieza 15.TablaSujecionEje).

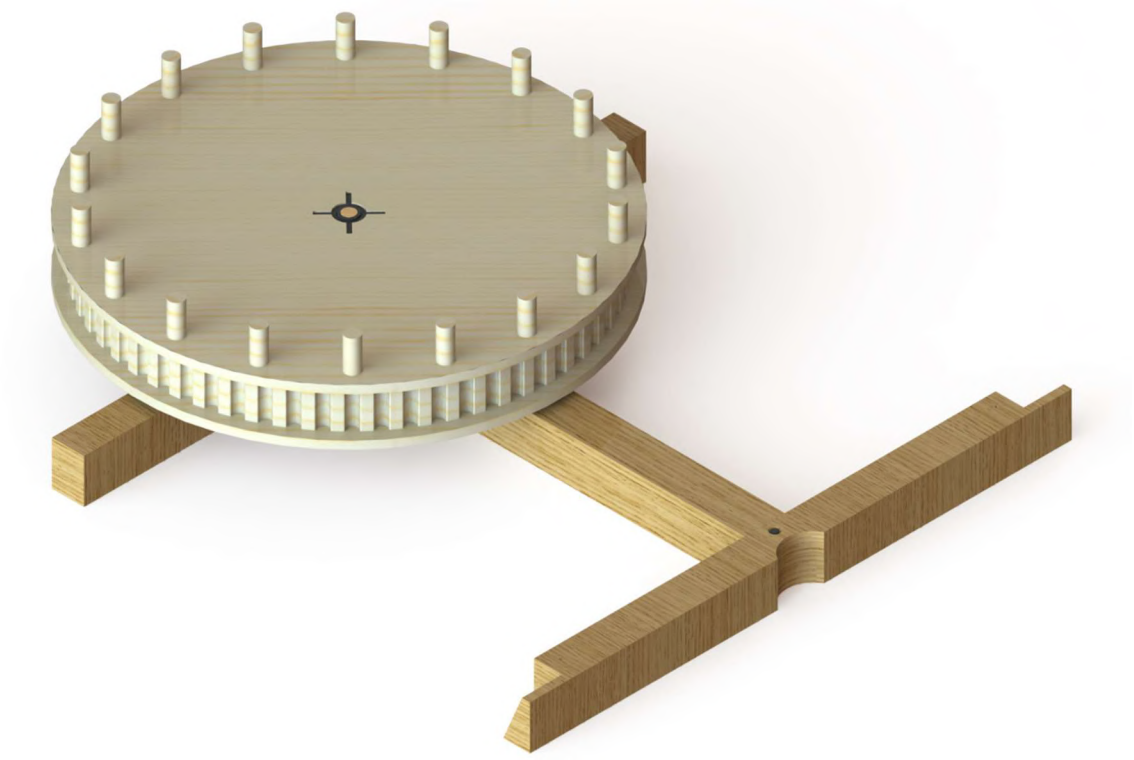


Figura 175. Renderizado del subensamblaje de la entrada.

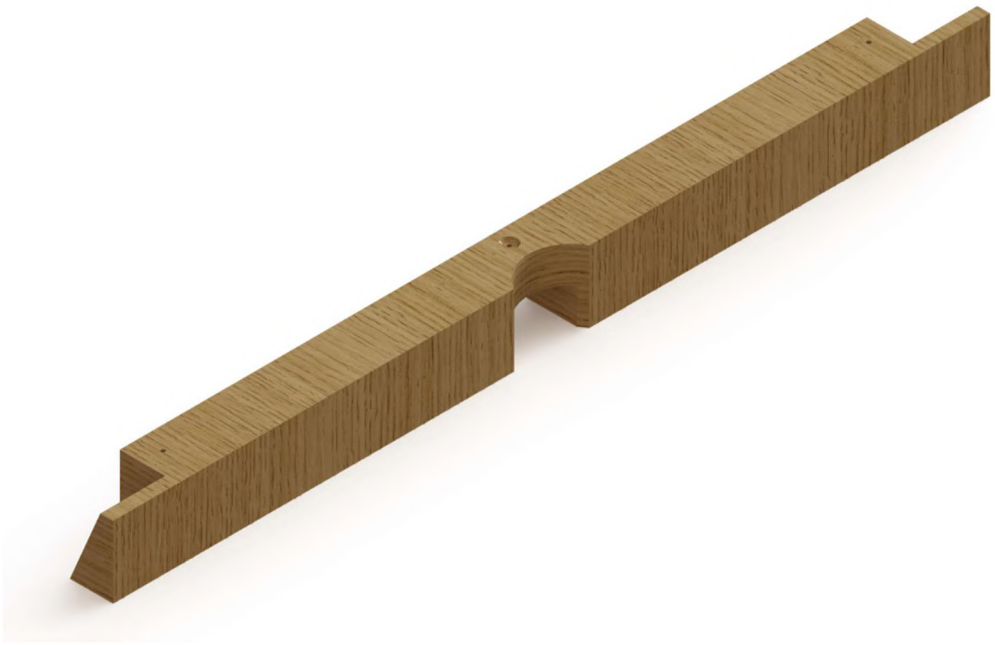


Figura 176. Renderizado de la tabla que une la base de las patas y conecta al sistema de entrada (pieza 16.TablaApoyoPatas).



Figura 177. Renderizado de la tabla que sostiene la rueda motriz y dista del eje principal (pieza 17.TablaCentrosEjes).

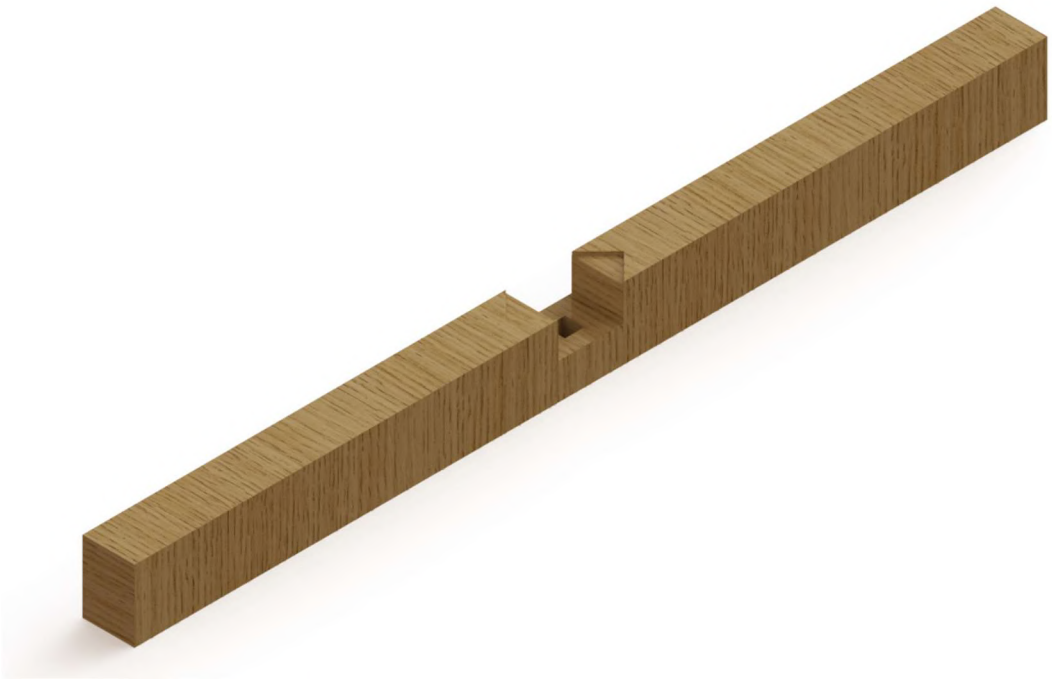


Figura 178. Renderizado de la tabla que sostiene la rueda motriz (pieza 18.TablaRuedaMotriz).



Figura 179. Renderizado de la llave que conecta las tablas base de la rueda motriz y rigidiza el cojinete (pieza 19.LlaveCojinete).

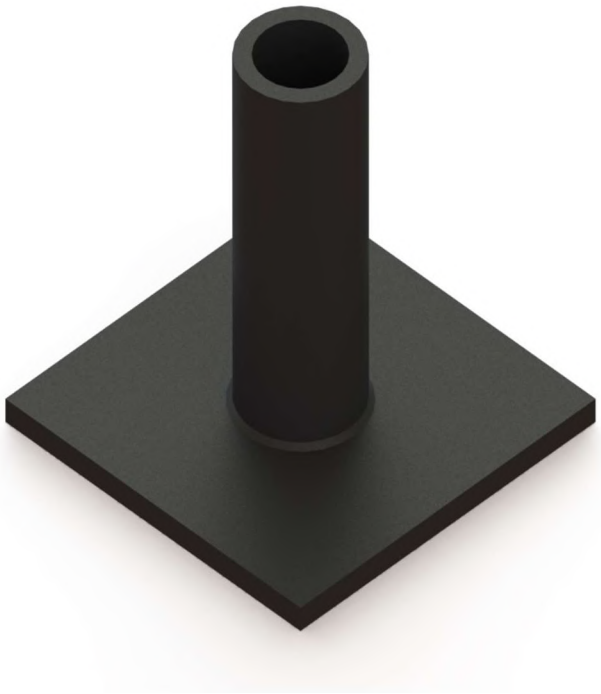


Figura 180. Renderizado del cojinete inmóvil y sobre el que gira la rueda motriz (pieza 20.CojiineteFijo).



Figura 181. Renderizado del cojinete incorporado en la rueda motriz sobre el que desliza ésta (pieza 21.CojiineteGiratorio).



Figura 182. Renderizado de la rueda dentada que transmite la potencia (pieza 23.RuedaMotriz).



Figura 183. Renderizado de la escuadra que conecta el soporte de piedras al eje (pieza 25.EscuadraNervio).

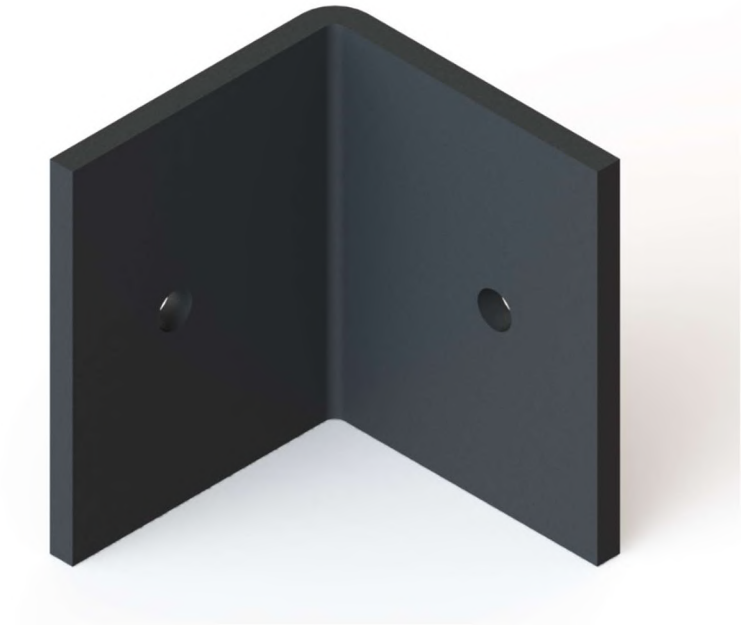


Figura 184. Renderizado de la escuadra de varios usos (pieza 26.EscuadraPeq).

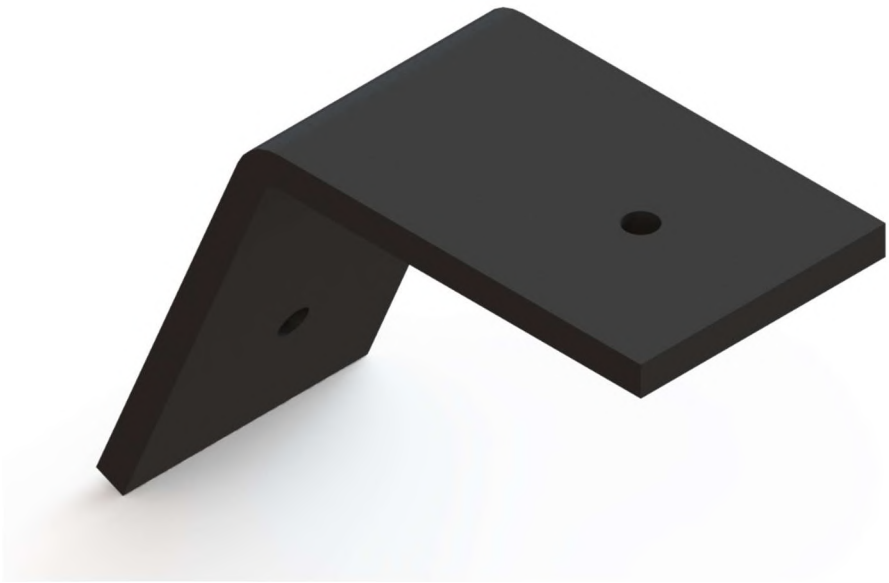


Figura 185. Renderizado del ángulo que une la tabla del eje a las patas (pieza 27.AnguloPata).

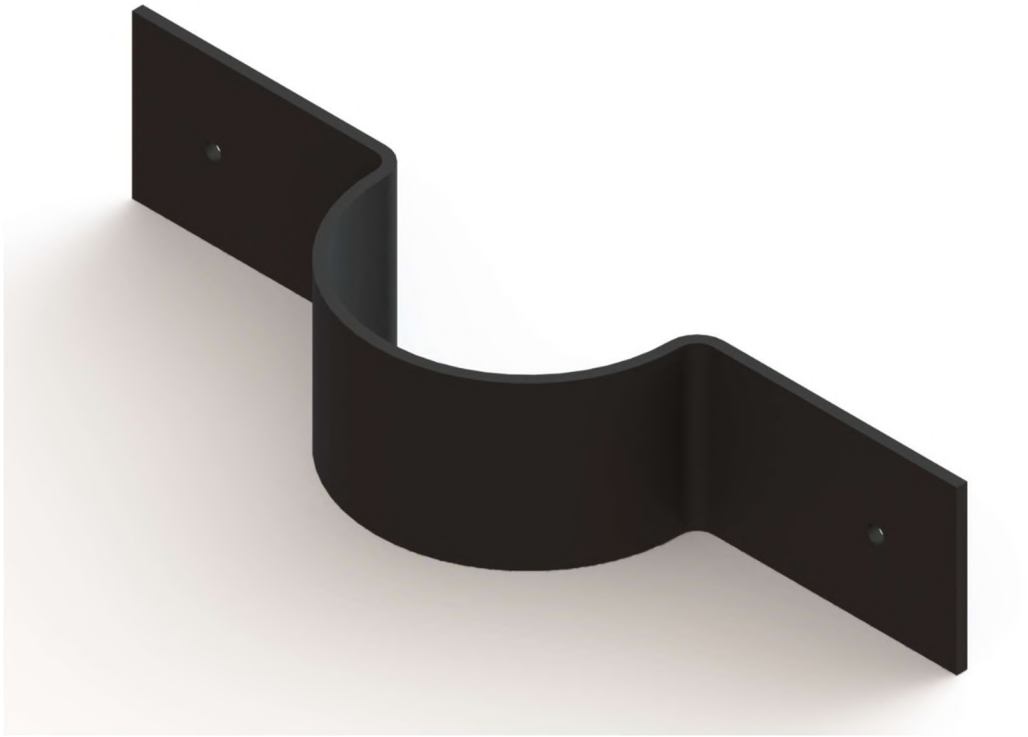


Figura 186. Renderizado de la abrazadera de seguridad del eje principal (pieza 28.RefuerzoCilindrico).



Figura 187. Renderizado del clavo de longitud 39 mm y Ø6 mm (pieza 29.ClavoL39d6).



Figura 188. Renderizado del clavo de longitud 24 mm y Ø6 mm (pieza 30.ClavoL24d6).



Figura 189. Renderizado del clavo que conecta las barras auxiliares de la mesa (pieza 31.ClavoL170d10).



Figura 190. Renderizado del clavo que conecta las tablas de la entrada (pieza 32.ClavoL90d6).

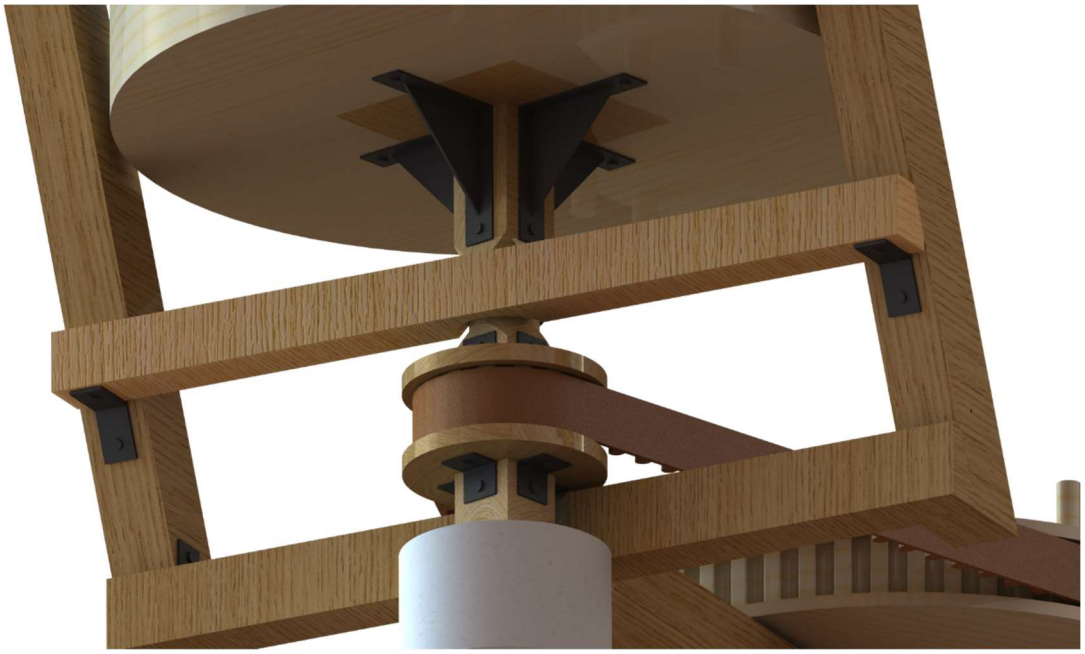


Figura 191. Renderizado de la máquina, detalle inferior del eje.

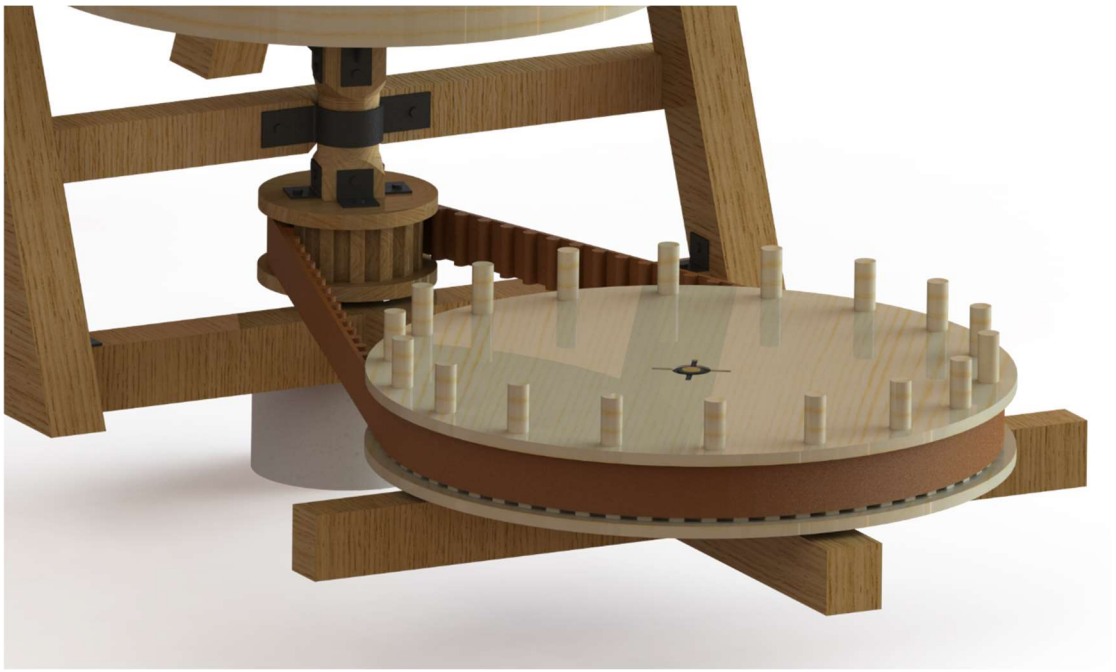


Figura 192. Renderizado de la máquina, detalle de las ruedas y correa.



Figura 193. Renderizado de la máquina completa.

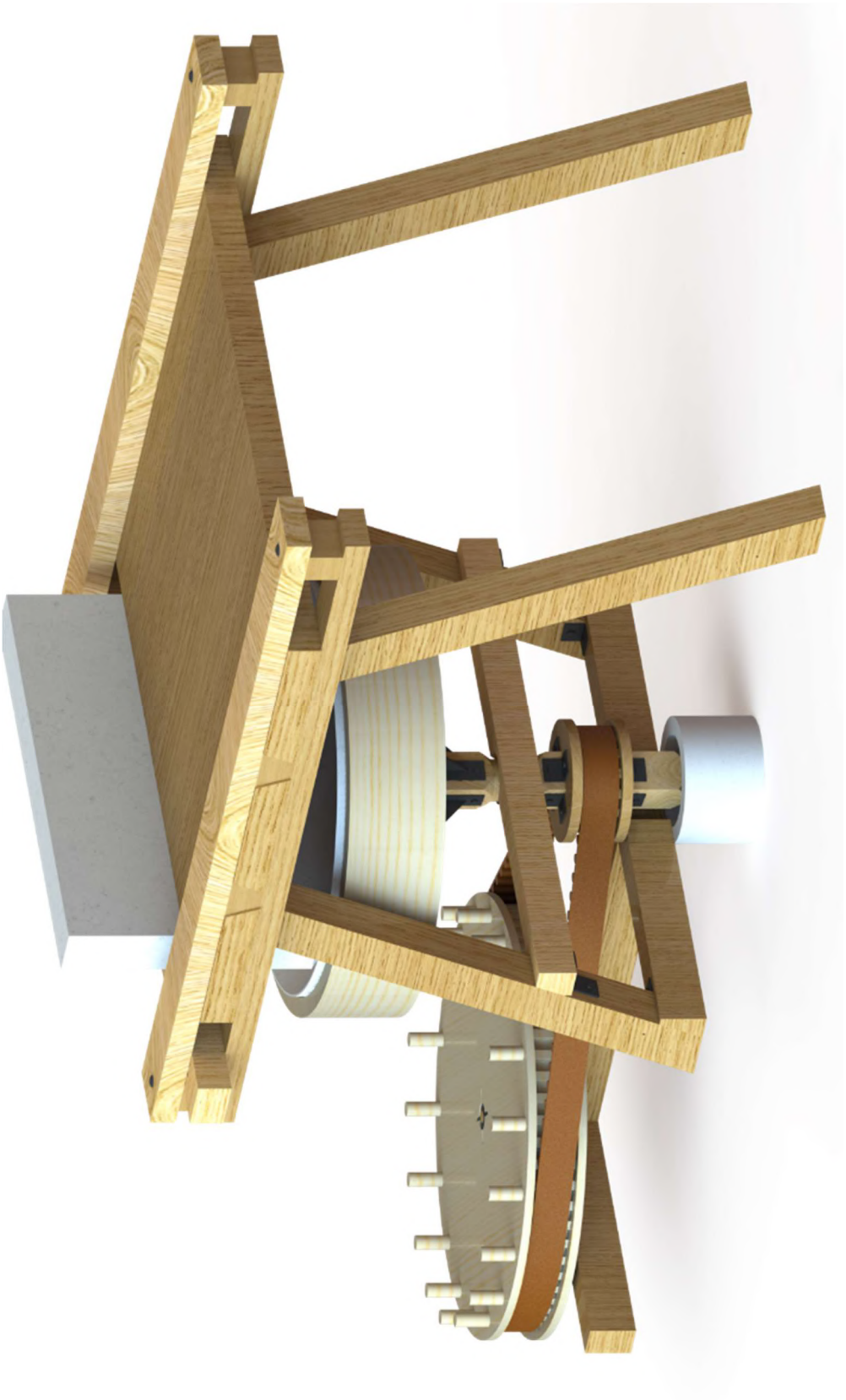


Figura 194. Renderizado de la máquina completa, vista trasera.

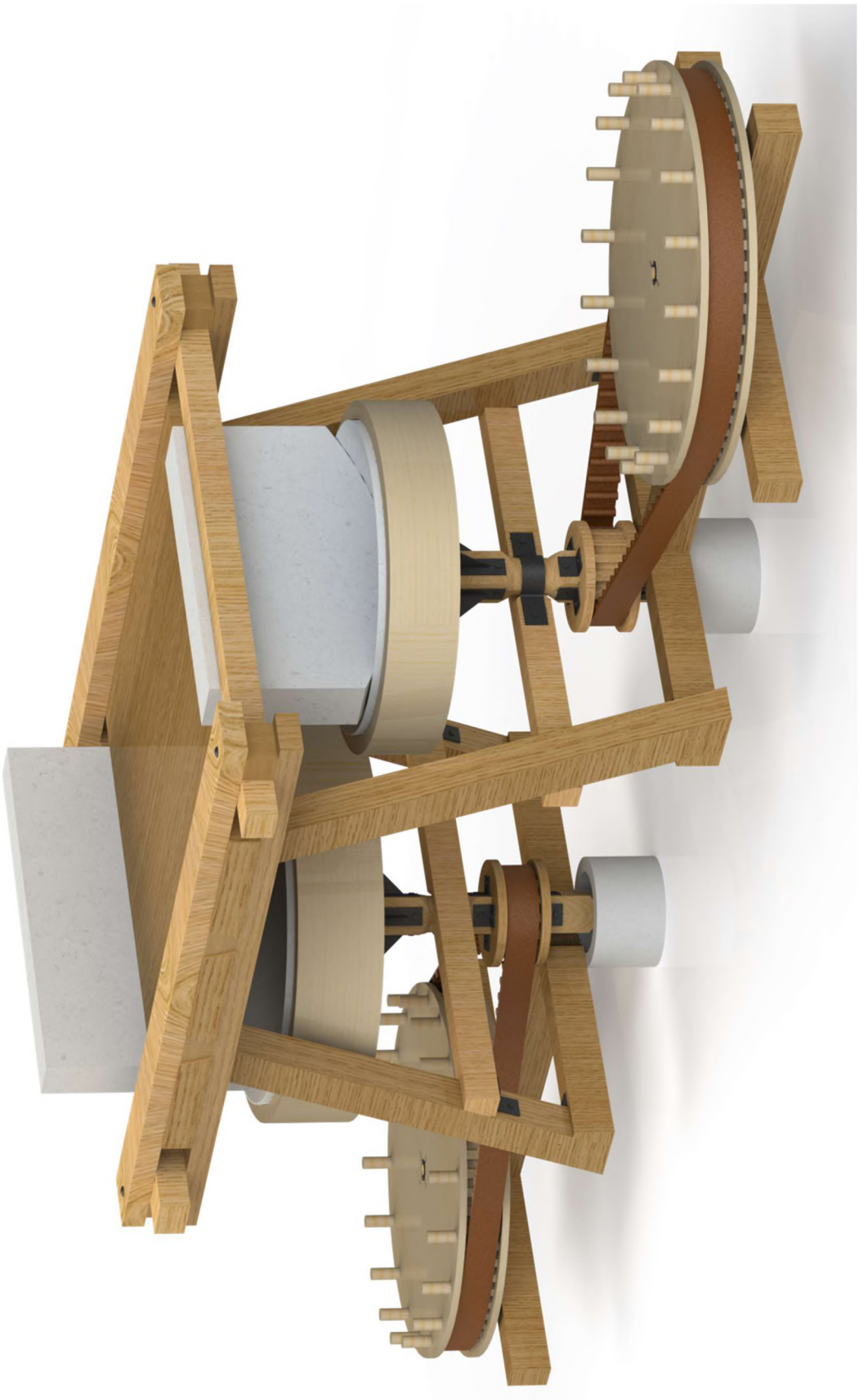


Figura 195. Renderizado de una máquina doble

10. Bibliografía

FUENTES PRIMARIAS

España
Madrid, Biblioteca Nacional de España
Codex Madrid I (Mss. 8937) 1492-1497 1500?
Codex Madrid II (Mss. 8936) 1492-1493 y 1503-1505

Francia
París, Bibliothèque de l'Institut de France
Manuscript A (Ms. 2172) 1492
Manuscript B (Ms. 2173) 1487-1490
Manuscript G (Ms. 2178) 1510-1511 y 1515

Gran Bretaña
Londres, British Library
Codex Arundel (colección miscelánea) 1480-1518

Italia
Milán, Biblioteca Ambrosiana
Codex Atlanticus (colección miscelánea) 1478-1518

LIBROS

Carlo Pedretti, Mario Taddei, Edoardo Zanon, Domenico Laurenza, Myrian Sayalero González, Begoña Loza Lozano "Las Máquinas de Leonardo". Tikal Ediciones 2010

Domenico Laurenza, Mario Taddei, Edoardo Zanon "Atlas Ilustrado de: LAS MÁQUINAS DE Leonardo. Secretos e invenciones en los Códices da Vinci". Florencia, Milán. Giunti Editore S.p.A. SUSAETA ediciones S.A. 2002 para la edición española 2006.

John Srong (2004). "Conceps of Classical Optics". Mineola, New York. Dover Publications Inc. *https://www.google.es/books/edition/Concepts_of_Classical_Optics/JPzBAgAAQBAJ?hl=es&gbpv=1&dq=isbn:0486150720&printsec=frontcover*

VV.AA., Elisa Ruiz García "El imaginario de Leonardo. Códices Madrid de la BNE". Madrid, Biblioteca Nacional de España, Ministerio de Cultura, 2012.

William Moebs, Samuel J. Ling, Jeff Sanny "Física universitaria volumen 3". Houston, Texas. OpenStax 2021. *https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-3/pages/1-introduccion*

REVISTAS, ARTÍCULOS

A. Delgado (18/01/2015). "El «código Da Vinci» que apareció en Madrid tras 150 años perdido". Periódico ABC de Sevilla. https://sevilla.abc.es/madrid/20150118/abci-codigo-vinci-aparecio-madrid-201501171843.html

A. González-Cano (2015). "Alhacén: una revolución óptica". Arbor, 191 (775): a262. http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

Alexander Sztejnberg. (2019). "Priestley, Scheele, Lavoisier, and the Burning Lenses". Revista CENIC Ciencias Químicas, Volumen 50 (Número 1), 103-113. https://revista.cnic.cu/index.php/RevQuim/article/view/302

Bulent Atalay, Keith Wamsley (2022). "Leonardo da Vinci: vida, obra y legado del genio universal. (Conmemoración 5º centenario, edición coleccionista)". España. Edición especial: grandes temas de hoy, Editec.National Geographic Partners, LLC. 2022

David Carramolino Del Valle (1993). El espejo ustorio de Buffon: Entre la leyenda de Siracusa y la tradición del análisis químico. Asclepio, vol. 45 (nº 1), 269–289. https://doi.org/10.3989/asclepio.1993.v45.1.501

P. E. Spargo (2016). "A remarkable visión: Brewster's 1822 proposal for a National Burning Apparatus". *Transactions of the Royal Society of South Africa*, Vol. 71, No. 1, 89-95. https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/0035919X.2015.1061068

VV.AA. (1974). "Leonardo redescubierto en los dos Códices de Madrid". El Correo de la UNESCO. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000074877_spa

W. E. Knowles Middleton (1961). "Achrimedes, Kircher, Buffon and the Burning-Mirrors". The University of Chicago Press, *Isis*, The History of Science Society, Vol. 52, No. 4 (Dec. 1961), pp. 533-543. https://www.jstor.org/stable/228646

TESIS DOCTORALES

Miguel Ángel Contreras López. Tesis doctoral: "Leonardo da Vinci INGENIERO". Málaga, 2015. https://riuma.uma.es/xmlui/handle/10630/11449

CÓDICES DIGITALIZADOS

Codex Arundel
British Library, London, United Kingdom
https://www.bl.uk/manuscripts/FullDisplay.aspx?ref=Arundel_MS_263&index=3

Codex Atlanticus
Biblioteca Ambrosiana, Milán, Italia.
The Visual Agency
https://codex-atlanticus.ambrosiana.it/

e-Leo
Biblioteca de documentos de Leonardo da Vinci.
Biblioteca Leonardiana. Florencia, Italia.
www.leonardodigitale.com

Leonardo Interactivo
Códice Madrid I y Códice Madrid II
BNE, Madrid, España
http://leonardo.bne.es/

PÁGINAS WEB

A story of polishing machines (s. f.). *http://www.astrosurf.com/gap47/T400/Machine/1-machines-histoire_eng.htm*

abdelkader.a@gmail.com. (s. f.). "Find the focus of parabolic dish antenas". *https://www.analyzemath.com/parabola/parabola_focus.html*

Aimara. (2022, 4 octubre). "La historia completa de los códices Madrid I-II". cARTEm Exclusive. *https://www.cartemexclusive.com/historia-completa-codices-madrid/*

BiblioOdyssey by peacay (2008). "Ars magna Lucis et Umbrae, The Great Art of Light and Shadow". *https://bibliodyssey.blogspot.com/2008/09/ars-magna-lucis-et-umbrae.html*

Caroline van Eck (2014). "The Parabola: Architecture and Mathematics in the Early Modern Age". *Social Service Review*, 88(2), 363-365. *https://doi.org/10.1086/676558*

Colaboradores de Wikipedia. (2023, mayo 30). *Ley de Stefan-Boltzmann*. Wikipedia, la enciclopedia libre. *https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Stefan-Boltzmann*

Colaboradores de Wikipedia. (2023, 23 octubre). *Esfera*. Wikipedia, la enciclopedia libre. *https://es.wikipedia.org/wiki/Esfera*

Comunicacion, L. (s. f.-b). *Sistema de transmisión mediante cadena mecánica*. Cadenas de elevación para Polipastos - Cadenas de Mallas y Rodillos. *https://www.incomimex.com/Productos_sistema-transmision-mediante-cadena-mecanica-311*

Conceptos básicos de cálculo de cadenas de rodillo (s. f.). *https://help.autodesk.com/view/INVNTOR/2024/ESP/?guid=GUID-F7B55633-DDE2-4740-A642-8E2099E3A031*

Curso de iluminación. (s. f.). *https://grlum.dpe.upc.edu/manual/sistemasIluminacion-luminarias-reflectores.php*

David (2018, 29 junio). *Cómo elegir el tipo de cadena de manera correcta*. Cadenas industriales y agrícolas. *https://www.expoimsa.com/como-elegir-el-tipo-de-cadena-de-manera-correcta/*

David L. Chandler (2019, 9 octubre). "Engineers put Leonardo da Vinci's bridge design to the test". MIT News | Massachusetts Institute of Technology. *https://news.mit.edu/2019/leonardo-da-vinci-bridge-test-1010*

Dirección General de Industria, Energía y Minas (Ed.). (s. f.). *El recorrido de la energía ¿Cómo se puede concentrar la luz del Sol?* Centro de Ahorro y Eficiencia Energética de Madrid. Comunidad de Madrid. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.fenercom.com/wp-content/uploads/2019/05/recorrido-de-la-energia-experiencia-06.pdf

Greg Blonder (2015). "Archimedes STEALTH Death Ray". https://genuineideas.com/ArticlesIndex/deathray.html

Greg & Connie Peters (s. f.). "Robert Scot - Burning Lens Dobson's Encyclopaedia". *https://www.artoftheprint.com/artistpages/scot_robert_burninglens.htm*

Haverland. (2019, 29 noviembre). *Qué es calor específico: concepto, fórmulas y ejemplos*. Haverland. *https://haverland.com/2019/11/29/que-es-calor-especifico-concepto-formulas-y-ejemplos*

Hermenegildo Rodríguez Galbarro (s. f.-b). Transmisión por cadenas. *https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn127.html*

Herrera, P. (2022, 19 enero). *Esfera: ¿Por qué es la reina de las figuras geométricas? - UNAM Global*. UNAM Global - De la comunidad para la comunidad. *https://unamglobal.unam.mx/global_revista/esfera-por-que-es-la-reina-de-las-figuras-geometricas/*

info@industrystore.com.ar (2021). "Cadenas de transmisión: tipos, composición y función de las mismas". *https://www.industrystore.com.ar/cadenas-de-transmision*

La radiación solar sobre una superficie inclinada | PVEducation. (s. f.). *https://www.pveducation.org/es/fotovoltaica/2-propiedades-de-la-luz-del-sol/la-radiaci%C3%B3n-solar-sobre-una-superficie-inclinada*

Los códices de Da Vinci. (2011). *https://leonardodavinci-vida.blogspot.com/2011/09/los-codices-de-da-vinc.html*

Leonardo da Vinci's mirror making machines. (s. f.). *https://leonardodavinci.stanford.edu/submissions/tjaffri/*

Luisgoros. (2014, 28 noviembre). *Las 7 maravillas del mundo antiguo.* Observando el paraíso. *https://observandoelparaiso.wordpress.com/2014/11/28/las-7-maravillas-del-mundo-antiguo/*

OriginalFlorence. (2019, 19 septiembre). *Santa Maria del Fiore y la esfera de Cobre Dorado - Original Florence | Free Walking Tours*. Original Florence | Free Walking Tours. *https://www.originalflorence.com/es/2019/09/19/santa-maria-del-fiore-y-la-esfera-de-cobre-dorado/*

Paolantonio, S. (2016). La escuela de óptica en Córdoba. Historia de la Astronomía. http://historiadelaastronomia.wordpress.com/documentos/escoptica/

Rodriguez, Y. & Rodriguez, Y. (2021, 1 diciembre). *Cálculo de las transmisiones por cadenas*. ESingenieria.pro. *https://esingenieria.pro/calculo-de-las-transmisiones-por-cadenas/*

Santiago Betancourt-Parra (2021, enero). "Leonardo da Vinci's tribological intuitions". Tribology International, Volume 153, 106664. *https://doi.org/10.1016/j.triboint.2020.106664*

Sergio. (2015). *El espejo ustorio de Arquímedes*. *http://politicamenor.blogspot.com/2015/02/el-espejo-ustorio-de-arquimedes.html*

Soto, Álex Claramunt (2019, 28 abril). Da Vinci y las guerras de Italia. *La Razón*. *https://www.larazon.es/cultura/da-vinci-y-las-guerras-de-italia-HJ23084636/*

TC: Fundamentos de radiación. (s. f.). *https://labvirtual.webs.upv.es/tc_leyPlanck.html*

Wikipedia contributors. (2023a, marzo 9). *Projectile*. Wikipedia. *https://en.wikipedia.org/wiki/Projectile*

Wikipedia contributors. (2023b, diciembre 9). *Archimedes' Heat Ray*. Wikipedia. *https://en.wikipedia.org/wiki/Archimedes%27_heat_ray*

Anexo A

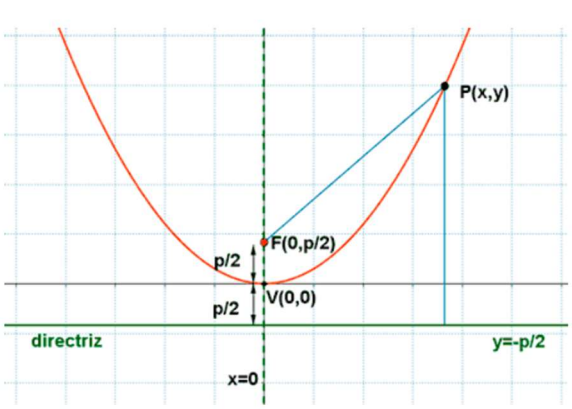
Estudios geométricos y ópticos implicados en los espejos ustorios

Dado que la máquina del estudio en cuestión está diseñada para crear espejos cóncavos, se procederá a realizar unos estudios y cálculos sobre su óptica y geometría para modelar correctamente y de manera realista la fresa que muele la piedra para crear el espejo. Este anexo se elaboró previo al modelado y memoria del proyecto, a excepción del apartado 5. Se verán los dos tipos de espejos cóncavos, esféricos y parabólicos, y ejemplos de sus aplicaciones actuales en ingeniería y tecnología, así como las diferencias y ventajas que representan uno frente al otro. Se exponen a continuación unos apartados previos sobre las propiedades y aplicaciones de la parábola y esfera en el campo de la ingeniería.

1. Parábola y paraboloide

Una parábola es una curva plana simétrica que se define como el lugar geométrico de los puntos que son equidistantes de un punto fijo llamado foco y una recta fija llamada directriz. La directriz y el foco son dos elementos clave que definen la forma de la parábola y su comportamiento. La forma general de una parábola tiene su forma canónica de la ecuación como:

$$y = ax^2 + bx + c \quad \begin{cases} a, b, c: son\ las\ constantes \\ x, y: son\ las\ coordenadas\ de\ los\ puntos \end{cases}$$ Ecuación 8



- Eje de simetría: OY
- Parámetro: p distancia entre el foco y la directriz
- Directriz: $y = \frac{-p}{2}$
- Foco: $F\left(0, \frac{p}{2}\right)$
- Vértice: $V(0, 0)$
- Radio vector del punto: $\overline{PF}$

Figura 196: Representación gráfica de la parábola y sus características en el plano cartesiano. https://calculo.cc/temas/temas_geometria_analitica/lg_conica/teoria/parabola.html

La parábola es una sección cónica, lo que significa que proviene de la intersección de un cono recto circular con un plano que lo corta paralelamente a una de las generatrices. Las secciones cónicas incluyen círculos, elipses, parábolas e hipérbolas, y tienen muchas propiedades geométricas interesantes, aunque en nuestro caso nos centramos únicamente en la parábola.

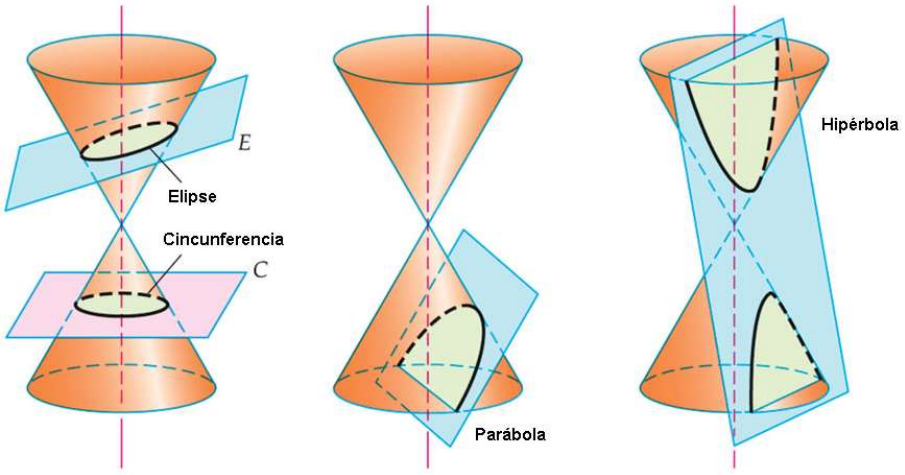
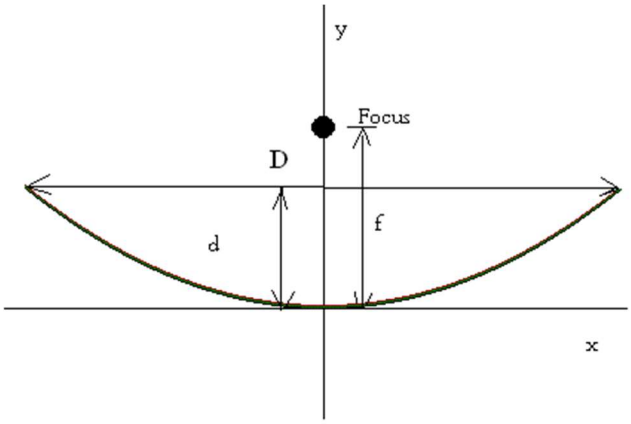


Figura 197. Formación de las distintas curvas cónicas en el espacio.
http://lasmatescontic.blogspot.com/2018/10/conicas.html

La ecuación que realmente usaremos de la parábola a nivel práctico será la que nos relaciona los parámetros del diámetro del espejo en cuestión y su profundidad, o sea, el espesor del mismo, con la distancia focal de la parábola. Para ello, partimos de la ecuación de coordenadas de la parábola que nos involucra la distancia focal *f*.

$$y = \frac{x^2}{4 \cdot f}$$ Ecuación 9

Veamos cómo se relacionan los parámetros implicados en nuestro caso en una gráfica:



Siendo *D* el diámetro del círculo del espejo, *d* la profundidad hasta su vértice, y *f* la ya comentada distancia focal, que converge en el punto donde se irradiarán todos los rayos, podemos nombrar dos puntos conocidos de la parábola de vértice centrado en el origen:

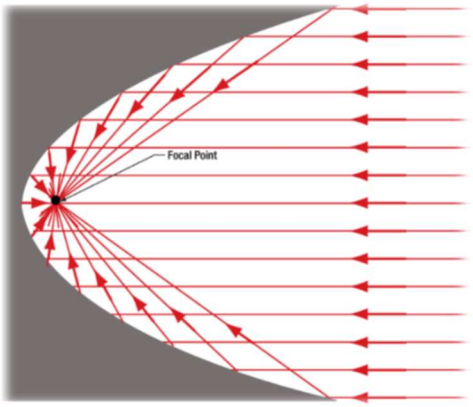
Figura 198. Gráfica de la parábola con sus parámetros D, d, F y f.
https://www.analyzemath.com/parabola/parabola_focus.html

El punto $\left(\frac{D}{2}, d\right)$ y el punto $\left(-\frac{D}{2}, d\right)$ que sustituyendo en la ecuación 9 nos quedaría de la forma:

$$d = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{4f}$$ Ecuación 10

Operando y despejando la distancia focal f nos queda la relación buscada (medidas en mm) de la sección plana de nuestro caso tridimensional:

$$f = \frac{D^2}{16 \cdot d} \quad siendo \begin{cases} f: distancia\ focal\ de\ la\ parábola \\ D:\ diámetro\ de\ la\ cavidad\ circular \\ d:\ profundiad\ de\ la\ cavidad\ circular \end{cases}$$ Ecuación 11



La propiedad óptica que tiene esta forma geométrica, y entorno a la cual gira nuestra principal aplicación para los espejos, es que cualquier rayo de luz que entra en la parábola paralelo al eje de simetría se reflejará a través del foco y viceversa.

Figura 199. Comportamiento de los rayos solar incidentes en una superficie parabólica reflectante. https://www.thorlabs.com/

Otra propiedad de la parábola es que es una curva suave y estructuralmente estable, lo que significa que puede utilizarse en aplicaciones donde se requiere una transición progresiva y delicada entre dos formas diferentes. Por ejemplo, la forma de la parábola se utiliza en la construcción de arcos para crear una transición suave entre dos formas diferentes, el arco superior y las columnas que lo sostienen; o como un arco catenario autoportante. Otro ejemplo muy utilizado en arquitectura e ingeniería civil son los puentes con forma de arco parabólico con la que se transmiten las cargas al suelo y los dota de gran estabilidad.



Figura 200. Puente del Pedrido (Ponte do Pedrido) que cruza la ría de Betanzos uniendo los municipios de Bergondo y Paderne, en A Coruña (construido en 1943).
https://www.behance.net/gallery/87381479/Pedrido-bridge-Bridges-of-Spain

En términos de física, la parábola también tiene propiedades significativas, pues esta suele asemejarse a la trayectoria de un objeto lanzado, para la predicción del movimiento de los proyectiles y para la optimización de trayectorias de objetos. Podemos ver su utilidad en la época de Leonardo, con la ballesta gigante que diseñó para proyectiles de trayectorias parabólicas del CA_0149rb.

La **parábola tridimensional** que nos atañe en nuestro estudio corresponde al paraboloide elíptico de revolución, que es una superficie cuádrica descrita analíticamente con la ecuación canónica:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - z = 0$$ Ecuación 12

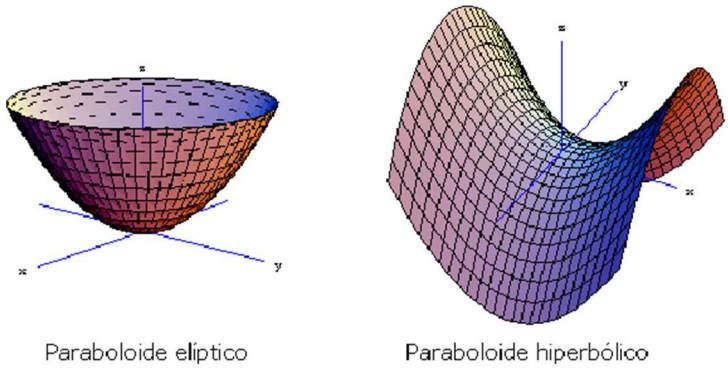


Figura 201. Representación gráfica de ambos tipos de paraboloides (superficies) en el espacio euclídeo. https://www.scribd.com/document/376979170/Paraboloid-e

Solo cuando $a = b$, el paraboloide elíptico será un paraboloide de revolución, que es la superficie resultante de girar una parábola en torno a su eje de simetría. Las antenas parabólicas son un ejemplo paraboloides de revolución, y tienen la propiedad de reflejar los rayos paralelos entrantes hacia su foco, punto donde se ubica el receptor.



Figura 202. Horno solar cuya superficie reflectora es un paraboloide de revolución. https://es.wikipedia.org/wiki/Paraboloide#/media/Archivo:ALSOL.jpg

La utilidad óptica ya comentada de la parábola es muy usada en innumerables aplicaciones, pero la más reconocida es para los faros en general, concretamente los de automóviles. La fuente de luz reside en el foco, la bombilla del faro, y la superficie parabólica hace de medio para proyectar la luz hacia el exterior. En el caso de un espejo ustorio, la parábola hace de medio para concentrar todos los rayos de luz que le llegan del exterior hacia un punto, el foco, que será calentado por radiación solar reflejada. También se usa el mismo principio para las ondas mecánicas de sonido como para la luz de ondas electromagnéticas, siendo útil en telescopios sonoros que aumentan la percepción de la voz.



Figura 203. Faro del Nissan GT Skyline R34 (1998) donde se ve un reflector parabólico liso y el otro de múltiples espejos para controlar la convergencia del haz.

Las primeras aplicaciones prácticas de la parábola datan de la antigua Grecia, donde se utilizaba en la construcción de arcos y otros elementos arquitectónicos. Pero uno de los ejemplos más antiguos y significativos fue por el famoso arquitecto griego Euclides que utilizó la parábola para el faro de la Torre de Alejandría en Pharos (Egipto). Este duró desde el 280 a.C. hasta el año 1302 aproximadamente, que acabó cayéndose a causa de un terremoto.

Posteriormente, en la época medieval, se utilizó la parábola en la construcción de relojes solares para calcular la hora del día. En el siglo XVII, el matemático y físico francés René Descartes utilizó la parábola en sus estudios sobre la óptica y la reflexión de la luz. Y en el siglo XVIII, el matemático y físico británico Isaac Newton utilizó la parábola en sus estudios sobre la mecánica del movimiento y la ley de la gravitación universal.

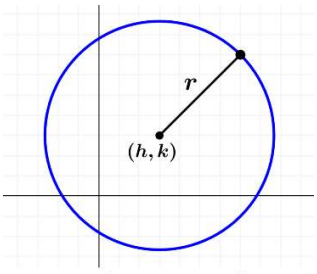


Figura 204. Pintura de el Faro de Alejandría. *https://www.nuevarevista.net/el-infinito-en-un-junco-un-puente-entre-la-antiguedad-y-el-presente/phare/*

El Faro de Alejandría con sus 160 metros de altura se convirtió en una de las grandes referencias para los navegantes del Mediterráneo en la antigüedad (300 a.C.), honorando su utilidad y grandeza como una de las Siete Maravillas del mundo antiguo.

2. Circunferencia y esfera

Una **circunferencia** es una línea curva cerrada en la que todos sus puntos están a la misma distancia de otro llamado centro.



$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

Ecuación 13

Figura 205. Ecuación canónica de la circunferencia en el plano cartesiano. *https://www.neurochispas.com/wiki/ecuacion-de-la-circunferencia-con-centro-fuera-del-origen/*

Nuevamente encontramos aplicaciones ópticas de formas circulares para reflectores de haces de luz como con los faros de cualquier tipo. Cuando la fuente luminosa se encuentra situada hacia el interior de la circunferencia el haz se distribuye de manera variable (izquierda), y cuando la fuente puntual de luz se sitúa en el centro de la curvatura solo se emite la luz que sale directamente del foco porque los rayos que inciden sobre el reflector son redirigidos a la lámpara (derecha), causando un rendimiento bajo y elevando la tensión del arco.

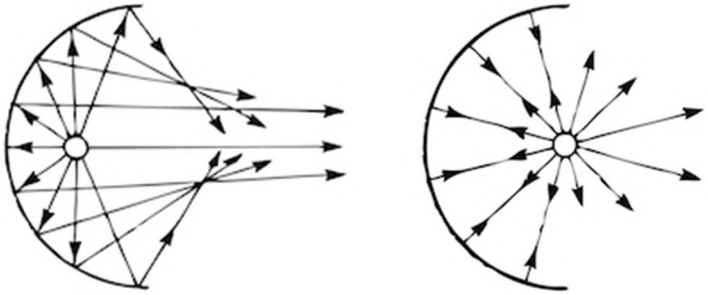


Figura 206. Reflector especular de luz precisa con forma circular y comportamiento lumínico diferente según la posición de la fuente. *https://grlum.dpe.upc.edu/manual/sistemasIluminacion-luminarias-reflectores.php*

A la hora de emplear un espejo esférico para reflectar los rayos de sol, podemos asemejarlo a uno parabólico siempre y cuando el diámetro del espejo esférico sea de reducido tamaño, pareciéndose a la zona cercana al vértice de la parábola. En esta zona la parábola tiene forma de curva circular pues aún no tiende al infinito conforme se separa del punto focal del que equidista.

La **esfera** es un cuerpo geométrico formado generado por una semicircunferencia que gira alrededor de un determinado eje, es decir, la esfera es un cuerpo sólido de revolución, pues se puede obtener haciendo girar una figura o superficie plana alrededor de un eje. Este tipo de figuras se distinguen por no tener caras planas, como un polígono, sino una superficie curva bidimensional; de ahí que se utilicen las coordenadas esféricas (mediante ángulos) en vez de con las tres coordenadas cartesianas en el espacio.

La esfera de radio *r*, de centro *O(a, b, c)* tiene como ecuación cartesiana:

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$$ Ecuación 14

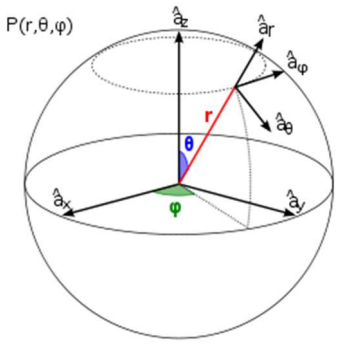


Figura 207. Representación gráfica de la esfera con sus coordenadas esféricas parametrizadas. *https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Coordenadas_esf%C3%A9ricas_figura.svg*

3. Los espejos cóncavos y su óptica

Los espejos curvos, a diferencia de los planos en los que la imagen tiene el mismo tamaño que el objeto, forman una imagen que será más grande o más pequeña que el objeto reflejado en su superficie y que puede formarse delante o detrás del espejo. Gracias a esta característica se utilizan en gran cantidad de dispositivos ópticos.

Dentro de los espejos esféricos existen dos tipos principales clasificados según su superficie reflectante. Cuando es la cara exterior de la esfera se llaman **espejos convexos**, y cuando la superficie interior es la que refleja son **espejos cóncavos**. Nosotros nos centraremos únicamente en estos últimos ya que es el tipo que Leonardo buscaba crear habitualmente, y del que trata el presente trabajo.

El eje de simetría en la óptica se suele denominar eje óptico y pasa por el centro de la curvatura y el vértice de la curva. Si consideramos que los rayos paralelos a este eje óptico, según la ley de reflexión, estos se reflejarán convergiendo en el punto focal (F) como se puede ver en la figura 208. Sin embargo, si el espejo tiene forma esférica de gran tamaño respecto a su radio de curvatura, la luz no se concentra en un único punto sino en una zona, por lo que se dice que tiene una aberración. El inconveniente de esto es que forma una imagen sin nitidez, lo cual se intenta evitar siempre en aplicaciones como los telescopios, donde se busca que la luz incida al objetivo en un punto.

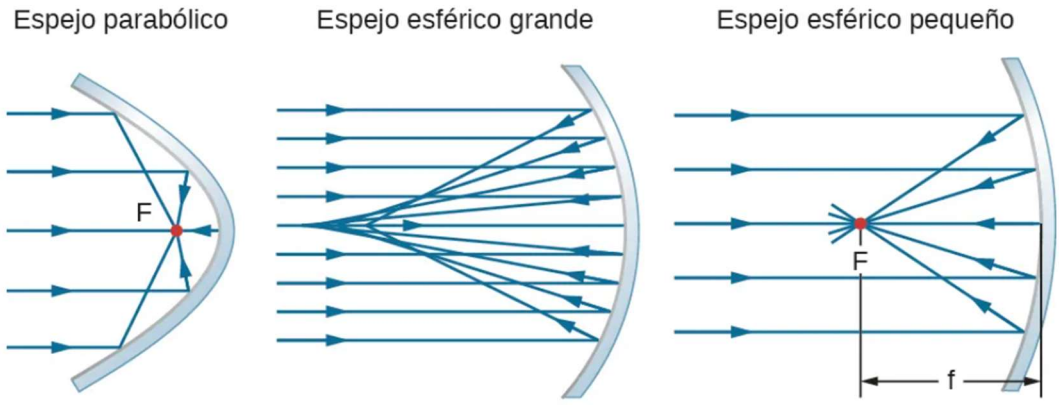


Figura 208. Comparativa de varios tipos de espejos cóncavos en relación con su punto focal *F* y distancia focal *f*. https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-3/pages/2-2-espejos-esfericos

Para controlar esa aberración y lograr una corrección de la superficie de los espejos esféricos se estudia la forma de la cáustica que crea. Esta es una curva imaginaria envolvente de todos los rayos desviados por el espejo. Como consecuencia los rayos que están más lejos del eje óptico y los rayos que están más cerca del eje óptico se enfocan en puntos diferentes. La aberración empeora para los rayos más alejados del eje óptico.

Leonardo ya conocía estos efectos negativos y existen pergaminos suyos donde se puede observar cómo los estudiaba.

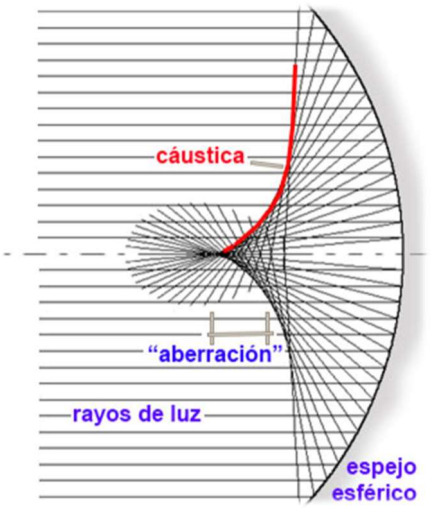


Figura 209. Esquema gráfico de la aberración exagerada provocada por un espejo esférico y la sección de su cáustica. *http://historiadelaastronomia.wordpress.com/documentos/escoptica/*

Cuanto mayor es el tamaño del espejo esférico, mayor es el efecto de la aberración y los rayos pasan de concentrarse de un punto focal, la situación ideal que forma la parábola, a una zona más amplia. A priori esto puede afectar la desviación del calor producido por la energía solar en casos donde se necesite una exactitud milimétrica, como ocurre en los actuales sistemas de generación eléctrica solar, pero para la época y sus donde se estudia la máquina no supondrá un problema de precisión pues el metal a fundir o fluidos a hervir son contenidos en un gran volumen.

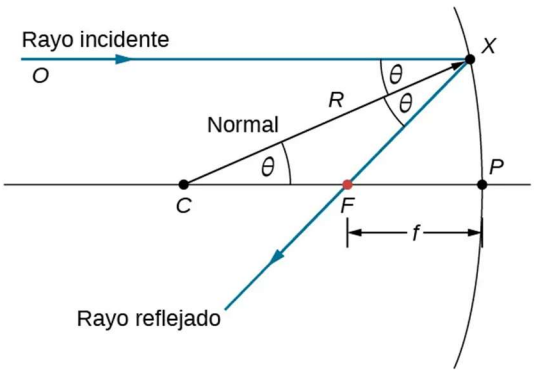


Figura 210. Canal de colectores cilindro-parabólicos (CPC) para generación de energía termosolar. *https://www.diariorenovables.com/2016/04/conoce-las-diferencias-entre-energia-solar-fotovoltaica-y-termosolar.html*

Como crear un espejo parabólico, aun siendo más preciso y eficaz para el mismo uso, es y era bastante más complejo que crear un espejo esférico, normalmente se opta por recurrir a espejos esféricos de tamaños reducidos, que a efectos prácticos actúan igual a uno parabólico dada sus similares formas entre la parábola y circunferencia cuando se acercan a su vértice. Esta es una de las razones principales por las que la máquina estudiada se ha escalado para pulir espejos de dimensiones menores a 1 metro de diámetro. Para crear mayor poder calorífico bastaría con el empleo de más espejos.

A continuación, se expone la teoría involucrada y resumida sobre la óptica necesaria para el ejemplo práctico del proyecto, obtenida del capítulo "2.2. Espejos esféricos" del libro: William Moebs, Samuel J. Ling, Jeff Sanny. 2. Óptica geométrica y formación de imágenes. Física universitaria volumen 3 (2021). OpenStax.

Relación de la distancia focal de un espejo esférico cóncavo con su radio de curvatura:



El rayo incidente se estima como genérico proveniente del sol y paralelo al eje óptico. El punto en el que el rayo reflejado cruza el eje óptico es el punto focal *F*. Cualquier rayo incidente que sea paralelo al eje óptico se reflejará a través del punto focal, por lo que se muestra solo un rayo para simplificar. La relación buscada es entre la distancia focal *FP* (señalada con una *f*) y el radio de curvatura del espejo, *R*, cuya longitud es *R=CF+FP* (ecuación 15).

Figura 211. Reflexión de un espejo esférico cóncavo de un rayo paralelo al eje óptico *CP*.
https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-3/pages/2-2-espejos-esfericos

La ley de reflexión asegura que los ángulos *OXC* y *CXF* son iguales, y como el rayo incidente es paralelo al eje óptico y por simetría de vértices opuestos, los ángulos *OXC* y *XCP* también son iguales. Así, el triángulo *CXF* es un triángulo isósceles con sus lados iguales, *CF=FX*. Asumiendo la aproximación para ángulos pequeños o aproximación paraxial ($sen\theta \approx tan\theta \approx \theta$), entonces *FX≈FP* o *CF≈FP*. Al sustituir esto en la ecuación del radio *R*, obtenemos:

$$R = CF+FP = FP+FP = 2FP = 2f \qquad \text{Ecuación 15}$$

O lo que es igual, la distancia focal de un espejo esférico cóncavo es la mitad de su radio de curvatura:

$$f = \frac{R}{2} \qquad \text{Ecuación 16}$$

Uso del trazado de rayos para localizar imágenes

Para encontrar la ubicación de una imagen formada por un espejo esférico, primero utilizamos el trazado de rayos, que es la técnica de dibujar rayos y utilizar la ley de reflexión para determinar los rayos reflejados. Combinado con algo de geometría básica, podemos utilizar el trazado de rayos para encontrar el punto focal, la ubicación de la imagen y otra información sobre cómo un espejo manipula la luz. Anteriormente

utilizamos el trazado de rayos para localizar el punto focal de los espejos esféricos o la distancia de imagen de los espejos planos. Para localizar la imagen de un objeto, hay que localizar al menos dos puntos de la imagen. La localización de cada punto requiere dibujar al menos dos rayos desde un punto del objeto y construir sus rayos reflejados. El punto en el que se cruzan los rayos reflejados, ya sea en el espacio real o en el virtual para espejos convexos, es donde se encuentra el punto correspondiente de la imagen. Para facilitar el trazado de rayos, nos concentramos en cuatro rayos "principales" cuyas reflexiones son fáciles de construir.

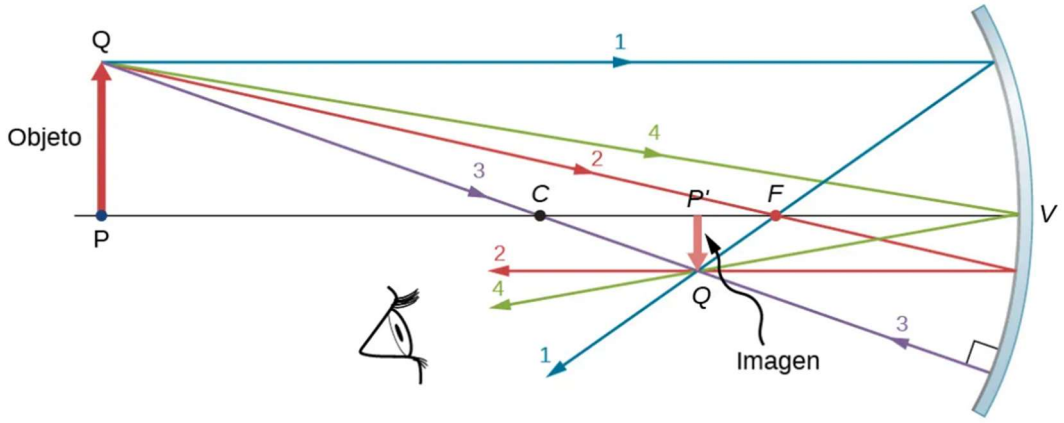


Figura 212. Reflexión de los 4 rayos básicos en un espejo cóncavo donde la imagen (real) se forma donde se cruzan los rayos. *https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-3/pages/2-2-espejos-esfericos*

En el anterior esquema se muestra un espejo cóncavo con un objeto en forma de flecha adelante. Este es el objeto cuya imagen queremos localizar mediante el trazado de rayos. Para ello, trazamos rayos desde el punto Q, que está en el objeto y no en el eje óptico. Elegimos dibujar nuestro rayo desde la punta del objeto. El rayo principal 1 parte del punto Q y viaja paralelo al eje óptico. La reflexión de este rayo debe pasar por el punto focal, como se ha comentado anteriormente. El rayo principal 2 recorre primero la línea que pasa por el punto focal y luego se refleja a lo largo de una línea paralela al eje óptico. El rayo principal 3 se desplaza hacia el centro de curvatura del espejo, por lo que incide en el espejo con incidencia normal y se refleja a lo largo de la línea de la que procede. Por último, el rayo principal 4 incide en el vértice del espejo y se refleja simétricamente alrededor del eje óptico.

Formación de imágenes por reflexión: la ecuación del espejo

Considere el objeto mostrado en la figura 213. El centro de curvatura del espejo se denomina C y está a una distancia R del vértice del espejo. Las distancias del objeto y de la imagen se marcan como d_o y d_i, y las alturas del objeto y de la imagen se marcan como h_o y h_i, respectivamente. Ya que los ángulos ϕ y ϕ' son ángulos interiores alternos, sabemos que tienen la misma magnitud. Sin embargo, deben diferir en el signo si medimos los ángulos desde el eje óptico, por lo que $\phi=-\phi'$. Una situación análoga se da para los ángulos θ y θ'. La ley de reflexión nos dice que tienen la misma magnitud, pero sus signos deben diferir si medimos los ángulos desde el eje óptico. Así, $\theta=-\theta'$. Al tomar la tangente de los ángulos θ y θ', y al utilizar la propiedad de que la
$tan(-\theta) = -tan\theta$, obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l}\tan\theta = \frac{h_o}{d_o} \\ \tan\theta' = -\tan\theta = \frac{h_i}{d_i}\end{array}\right\} \frac{h_o}{d_o} = -\frac{h_i}{d_i} \quad o \quad -\frac{h_o}{h_i} = \frac{d_o}{d_i}$$ Ecuación 17

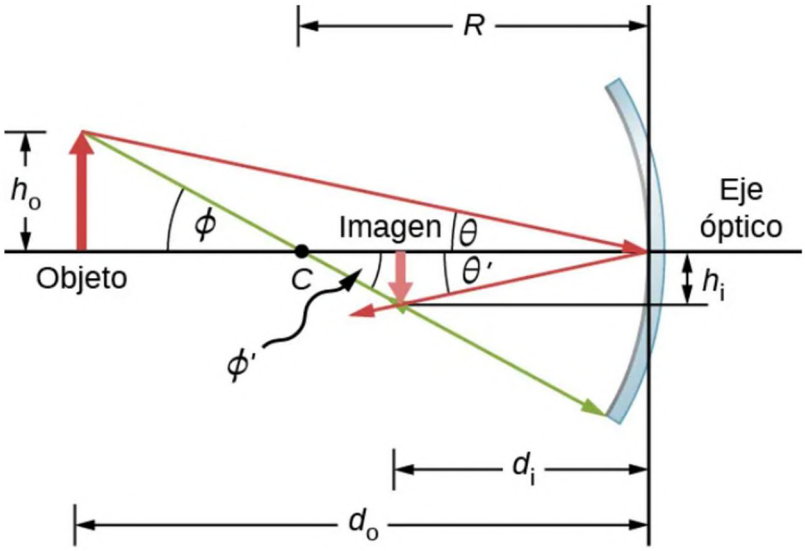


Figura 213. Imagen formada por un espejo cóncavo. *https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-3/pages/2-2-espejos-esfericos*

Del mismo modo, al tomar la tangente de ϕ y ϕ′ da como resultado

$$\left.\begin{array}{l}\tan\phi = \frac{h_o}{d_o - R} \\ \tan\phi' = -\tan\phi = \frac{h_i}{R - d_i}\end{array}\right\} \frac{h_o}{d_o - R} = -\frac{h_i}{R - d_i} \text{ o } -\frac{h_o}{h_i} = \frac{d_o - R}{R - d_i}.$$ Ecuación 12

Combinando estos dos resultados se obtiene:

$$\frac{d_o}{d_i} = \frac{d_o - R}{R - d_i}.$$ Ecuación 13

Después de un poco de álgebra, esto se convierte en

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{2}{R}.$$ Ecuación 14

No se requiere ninguna aproximación para este resultado, por lo que es exacto. Sin embargo, como se ha comentado anteriormente, en la aproximación para ángulos pequeños, la distancia focal de un espejo esférico es la mitad del radio de curvatura del espejo, o sea, $f=R/2$. Al insertar esto en la ecuación 14 se obtiene la **ecuación del espejo**:

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$$ Ecuación 15

La ecuación del espejo relaciona las distancias de la imagen y del objeto con la distancia focal y solo es válida en la aproximación para ángulo pequeño y para espejos tanto cóncavos como convexos. Podemos extender la ecuación del espejo al caso de un espejo plano observando que un espejo plano tiene un radio de curvatura infinito.

Esto significa que el punto focal está en el infinito, por lo que la ecuación del espejo se simplifica a:

$$d_o = -d_i$$ Ecuación 16

4. Ejemplo práctico

Previo a realizar el caso práctico de un espejo ustorio para calcular su generación calorífica solar, comparemos las geometrías de un espejo parabólico con un espejo esférico para la misma distancia focal f y mismo tamaño de espejo en el supuesto del espejo más grande posible que podría hacerse con nuestra máquina, con unas dimensiones de 1 metro de diámetro.

4.1. Posibles configuraciones en la disposición de espejos

Para fundir metales se podrían colocar varios espejos cóncavos enfocando al mismo punto focal alrededor de la muestra sujetada mediante algún sistema de cuerdas colgantes o cualquiera que permitiese la incisión de los rayos reflejados en la zona inferior del metal. Para hacer soldaduras de varias piezas metálicas como cuenta Leonardo sobre la esfera de Cobre del duomo de Brunelleschi se podría utilizar, con la debida precisión, esta misma técnica.

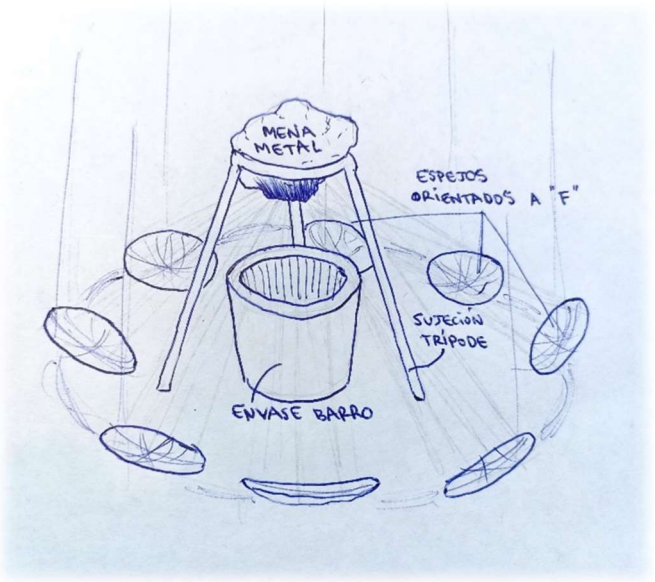


Figura 214. Esquema de la colocación de espejos para fundir o quemar.

Actualmente las centrales solares utilizan este mismo sistema de espejos y su disposición a gran escala para hacer llegar la energía fotovoltaica al receptor situado en el punto focal.



Figura 215. Central solar de Ivanpah en el desierto de Mojave (California, EE. UU.)
https://dreambigfilm.com/stories/image-29-ivanpah/

Actualmente podemos encontrar cantidad de experimentos realizados con espejos ustorios y su creación con diversas técnicas. Aun desconociéndose los métodos posibles y usados en la época, muchos científicos e investigadores han recreado de diferentes maneras el gran mito del rayo de Arquímedes para comprobar su veracidad.

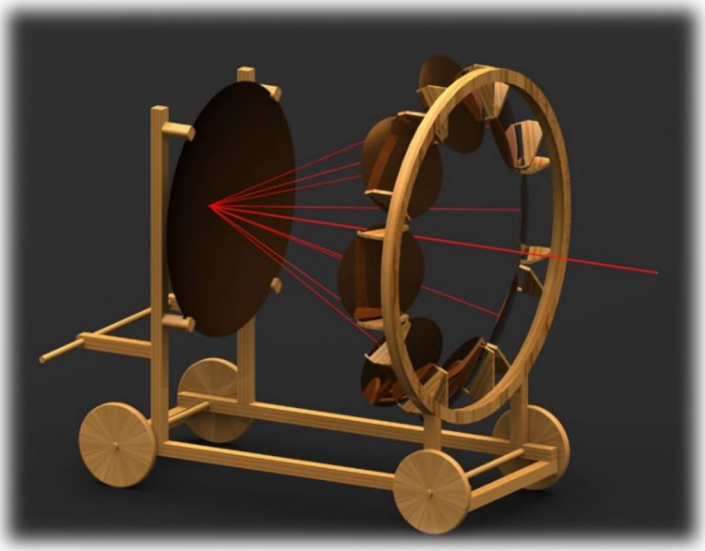


Figura 216. Recreación 3D del rayo solar de la muerte de Arquímedes.
https://grabcad.com/library/solar-death-ray-archimedes-1

En la figura anterior podemos ver un ejemplo de la recreación del famoso invento de Arquímedes, *the Solar Death Ray*, diseñado por el ingeniero Michael Moreno de Idaho (EE. UU.) con Solidworks. Mediante varios espejos situados en un perímetro circular por fuera del espejo principal para dejarle vía libre, se consigue converger diferentes rayos a un mismo espejo parabólico que los vuelve a reflejar en la dirección deseada. Sin embargo, la utilidad de este sistema para alcanzar grandes distancias como se cuenta en la leyenda del artilugio de Arquímedes es cuestionable. Para lograr enfocar el punto focal del espejo grande a unos 40-50 metros este debería tener, además de una geometría cóncava casi plana, una apertura de los espejos auxiliares (espejos secundarios de menor tamaño) algo mayor para evitar perder gran cantidad de los rayos reflejados por el espejo principal.

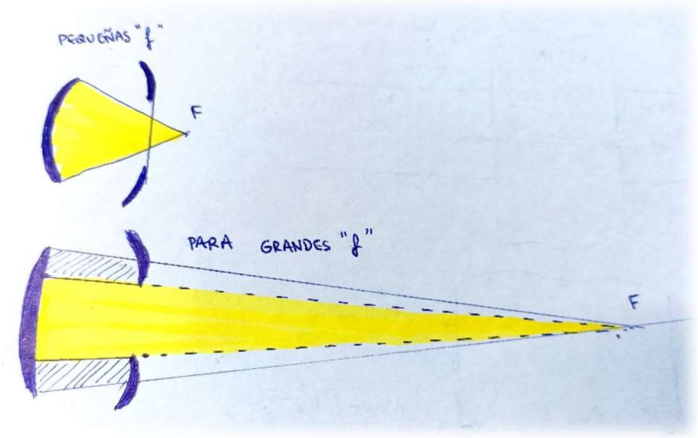


Figura 217. Pérdida de rayos por espejos secundarios para grandes distancias.

Basándonos para nuestro caso de fundición de metales o soldaduras mediante un sistema de reflexión múltiple con más de un espejo principal podemos idear un sistema de mayor facilidad de manipulación y accesibilidad que el de la figura 214.

En la figura 218, el sistema de la izquierda utiliza el espejo de mayor tamaño, para el que incidirá en último lugar sobre la muestra en el 2º rebote de rayos reflejados. En el sistema de la derecha se usan los espejos de mayor tamaño para el 1er rebote, dirigiendo los rayos al segundo espejo de menor tamaño.

Al estar el punto de fundición en la zona de arriba o superior de la muestra, es posible colocar a esta en un recipiente para su cambio a estado líquido en vez de tener que usar un goteo mediante una sujeción abierta como en la figura 218.

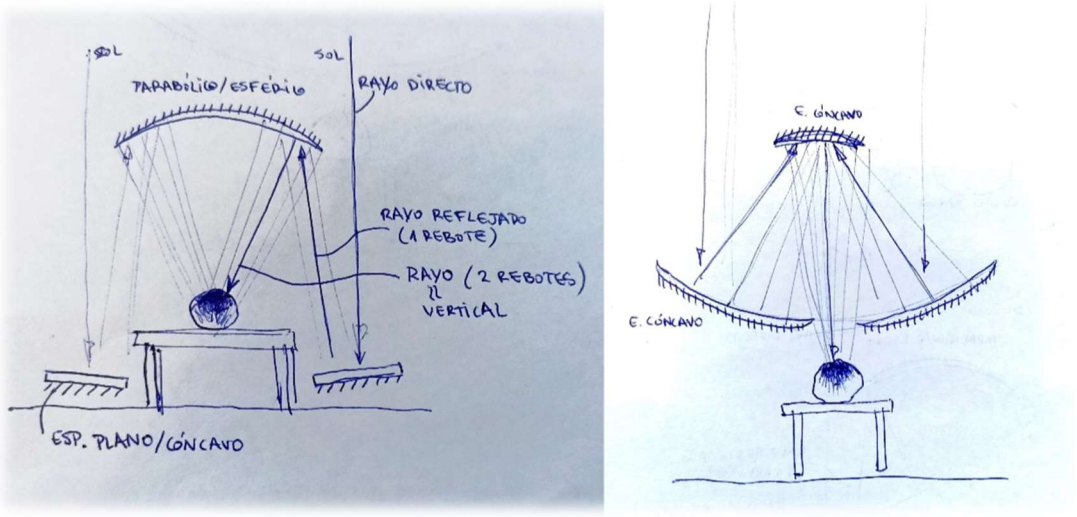


Figura 218. Esquema de la disposición de espejos para fundir la muestra en su zona superior.

Es por ello que después de los años renacentistas donde se usaban espejos mayoritariamente, empezaran a utilizarse en el s. XVIII las lentes convexas con fines químicos, para quemar minerales y metales, dada la facilidad de situar la muestra apoyada bajo la lente y bajo el Sol en vez de estar suspendida en el aire tal como afirmaba Wilhelm Homberg (Anexo B. David Carramolino del Valle, 1993).

4.2. Comparativa de geometrías y masas

Para el **espejo parabólico**, escojamos la parábola con un diámetro *D=1000mm* y profundidad (depth) *d=150mm*, para los cuales obtendríamos, según la ecuación 4, una distancia focal *f=416.67mm* y supongamos un desahogo para el espejo en su zona más débil y estrecha de 50mm, lo cual dará rigidez a la piedra para evitar que se rompa en el vértice del espejo.

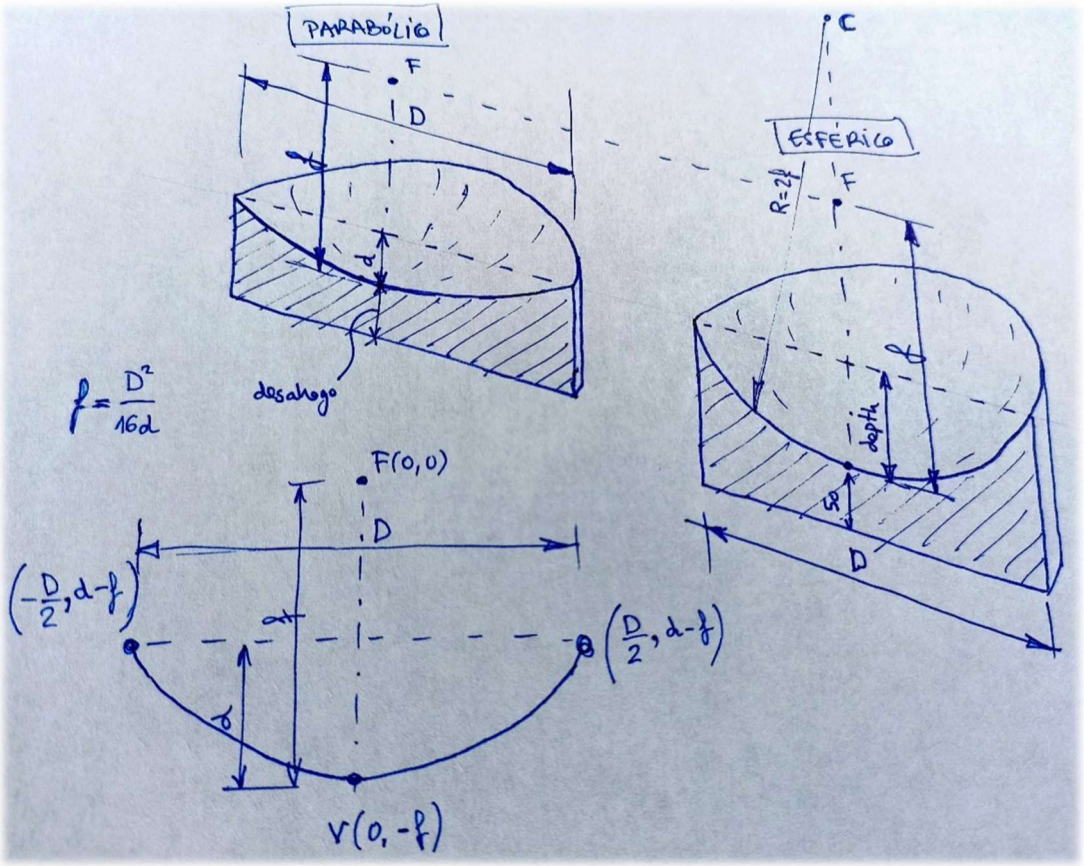


Figura 219. Boceto de las secciones del espejo y sus variables

Como usaremos este espejo parabólico para la recreación tridimensional de la máquina posteriormente, en este caso sí que usaremos ecuaciones que guíen la geometría del espejo a partir de datos de entrada (bastará con dos, el diámetro *D* y la profundidad *depth*) para contar con un modelado ajustable a diferentes tallas de espejos. Para crear la curva de la parábola en Solidworks antes de hacerla girar sobre el eje óptico de revolución existen varios caminos. El escogido es mediante la opción de croquizar una parábola en el plano de alzado y darle las restricciones geométricas debidas y escoger un diámetro *D* y profundidad *depth* (además del desahogo fijo de 50mm). Únicamente con estas dos variables acotadas quedaría definido nuestro croquis, con el punto focal *F* de la parábola coincidente con el origen de coordenadas. Otro método para definir la parábola plana sería utilizar una curva conducida por ecuación (desplegando el comando spline) del tipo explícita, donde se define una función *y* que depende de *x*. Para lo cual, se utilizaría la ecuación 1 (obteniendo los coeficientes *a, b* y *c* conociendo dos puntos de la curva) o la ecuación 2.

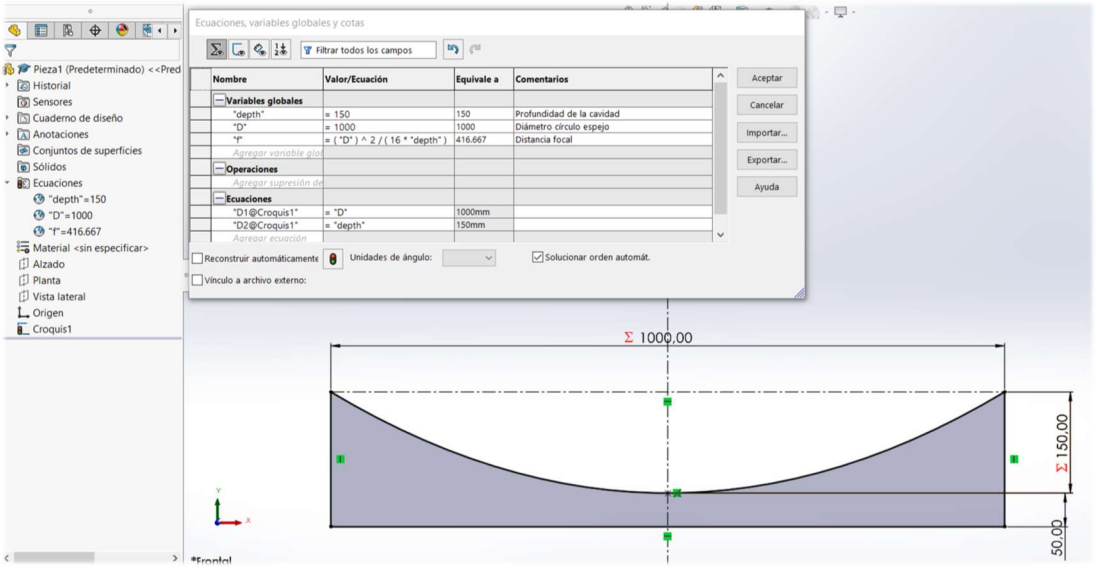


Figura 220. Captura de la sección del espejo parabólico croquizado en SolidWorks y las ecuaciones que lo controlan.

En la figura superior podemos ver que se define la distancia focal *f* aunque no se sea necesaria introducirla como dato de entrada, pues basta con el diámetro *D* y profundidad *depth*, meramente para ver el resultado a modo informativo y conocer la distancia ustoria del espejo. Del mismo modo podríamos modificar los parámetros y ecuaciones para que los datos de entrada fueran el diámetro *D* y la distancia focal *f* p.e. y la variable calculada que depende de estas ser la profundidad del espejo *depth*.

Para el caso del **espejo esférico** diseñamos la misma sección. Esta vez contaremos como datos de entrada con el diámetro *D=1000mm*, el desahogo de 50mm y la misma distancia focal *f=416.67mm* para la cual obtenemos, según la ecuación 16, el radio de curvatura del espejo *R=833.34mm*. El croquis quedaría totalmente definido con estos parámetros y ubicado el origen de coordenadas en el punto focal *F*, pero medimos la profundidad del espejo buscada que saldría como cota conducida (de color gris claro), dándonos *d=166.67mm*.

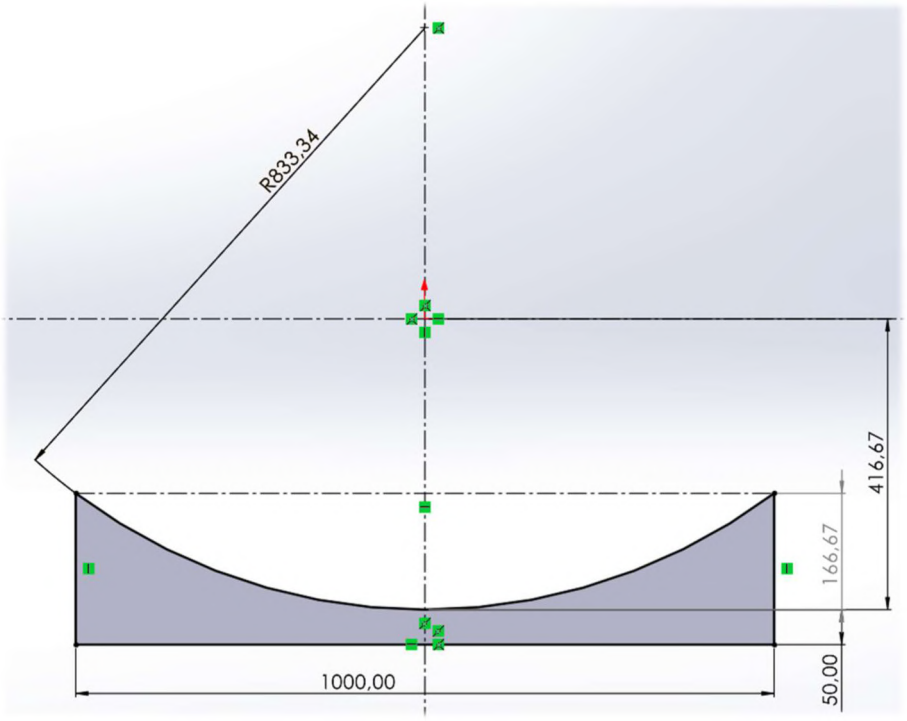


Figura 221. Captura de la sección del espejo esférico cóncavo croquizado en SolidWorks.

Ahora sí podemos concluir que, para un espejo de misma distancia focal, o sea misma efectividad y geometría ustoria, el parabólico será más ventajoso que el esférico dada que su profundidad es menor, y por tanto será más pequeño y ligero además de evitar la aberración óptica y generar una cáustica dadas sus grandes dimensiones. No olvidemos que, a menor peso de la piedra a pulir, más fácil será mover el mecanismo de correa/cadena, menos par será requerido y antes se conseguirá finalizar el proceso de pulido al completo.

Ya que contamos con la herramienta de Solidworks, calculemos el volumen real de ambos espejos tridimensionales y sus masas para comprobar el ahorro de kg extras escogiendo uno parabólico. Para ello, convertimos nuestros croquis en una sección de revolución y las hacemos girar 360º alrededor del eje vertical o eje óptico del espejo. También dejaremos calculados los pesos de los bloques de piedra cilíndricos como parámetro inicial del proceso del pulido para posterior el diseño y dimensionamiento del mecanismo de transmisión necesario para el pulido.

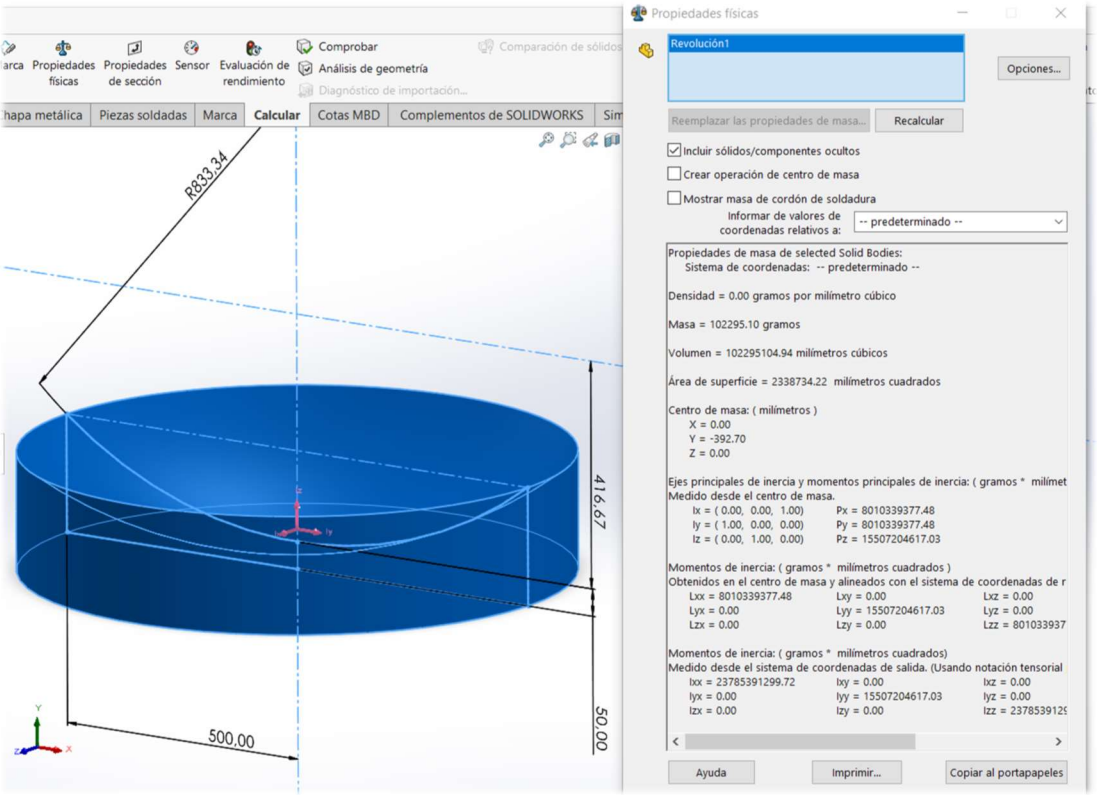


Figura 222. Captura del espejo esférico cóncavo 3D pulido al completo y sus propiedades físicas.

Medimos para el **espejo esférico** un área reflectante de 872662.88 mm^2 y un volumen de 102295104.94 mm^3 = 102.29510494 dm^3 y si suponemos una piedra caliza de densidad ρ=2750 kg/m^3 *(https://material-properties.org/es/piedra-caliza-densidad-capacidad-calorifica-conductividad-termica/)*, nos queda un espejo esférico de masa:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \quad m = \rho \cdot V = 2750\ \frac{kg}{m^3} \cdot\ 102295104{,}94\ mm^3 \cdot \frac{m^3}{10^9\ mm^3} \Rightarrow$$

$$m_{e.\ esférico} = 281{,}31\ kg$$

Y la masa de la piedra maciza inicial con la que hacer se empieza a pulir el espejo esférico daría:

$$V_{cilindro} = \pi r^2 \cdot h = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot (depth + desahogo) = \pi \frac{1000^2}{4} \cdot (166.67 + 50) \Rightarrow$$

$$V_{cil.\ esf.} = 170172220{,}1\ mm^3$$

$$m_{piedra\ esf.} = \rho \cdot V_{cil.\ esf.} = 2750\ \frac{kg}{m^3} \cdot\ 170172220{,}1 \cdot 10^{-9}\ m^3 = 467{,}97\ kg$$

Por tanto, el bloque cilíndrico de piedra del que se parte para el pulido pesará:

$$p_{piedra\ esf.} = m_{piedra\ esf.} \cdot g = 4591\ N$$

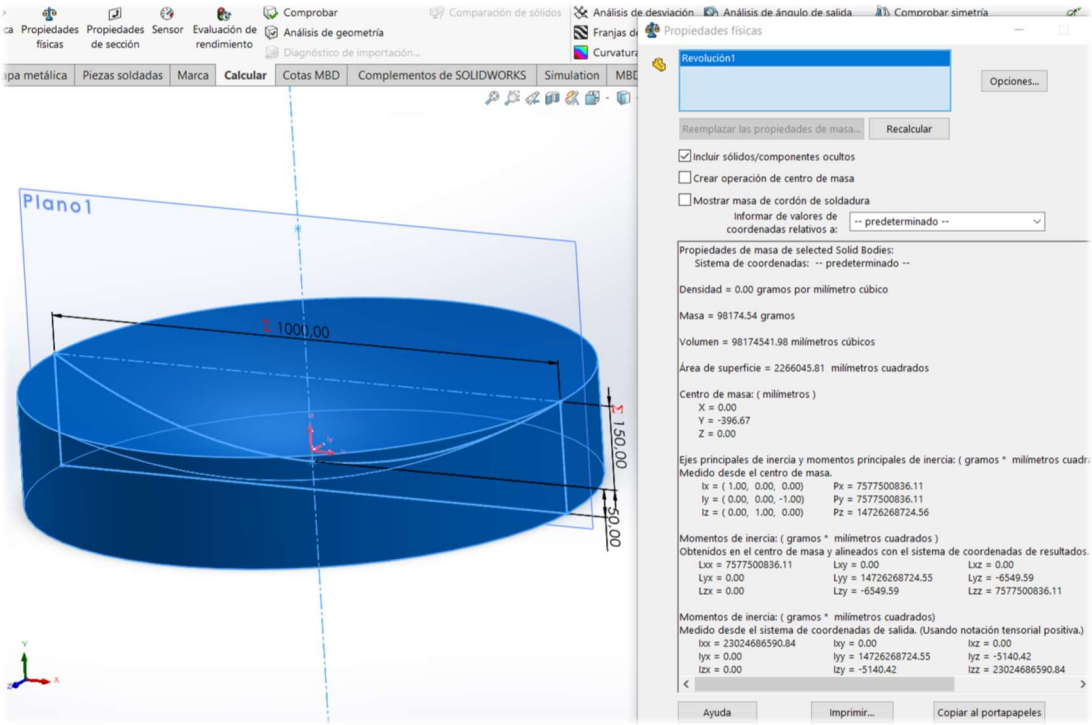


Figura 223. Captura del espejo parabólico 3D pulido al completo y sus propiedades físicas.

Medimos para el **espejo parabólico** un área reflectante de 852284.86 mm^2 y un volumen de 98174541.98 mm^3 = 9817.454198 dm^3 y si suponemos una piedra caliza de densidad ρ=2750 kg/m^3, nos queda un espejo parabólico de masa:

$$m = \rho \cdot V = 2750\ \frac{kg}{m^3} \cdot\ 98174541{,}98 \cdot 10^{-9}\ m^3 \quad \Rightarrow \quad m_{\ e.\ parabólico} = 269{,}98\ kg$$

Podemos corroborar la masa del espejo parabólico es 11.33 kg menor que la del esférico para unas mismas características geométricas y ópticas.

Y la masa de la piedra maciza inicial con la que hacer se empieza a pulir el espejo parabólico daría:

$$V_{cilindro} = \pi r^2 \cdot h = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot (depth + desahogo) = \pi \frac{1000^2}{4} \cdot (150 + 50) \Rightarrow$$

$$V_{cil.\ parb.} = 157079632{,}7\ mm^3$$

$$m_{piedra\ parb.} = \rho \cdot V_{cil.\ parb.} = 2750\ \frac{kg}{m^3} \cdot\ 157079632{,}7 \cdot 10^{-9}\ m^3 = 431{,}97\ kg$$

Por tanto, el bloque cilíndrico de piedra del que se parte para el pulido pesará:

$$p_{piedra\ parb.} = m_{piedra\ parb.} \cdot g = 4238\ N$$

Concluimos para esta comparativa de piedras simplificadas en un ahorro de 353 N de peso al usar una geometría parabólica en vez de esférica.

4.3. Generación termosolar del espejo esférico

Para calcular la generación térmica producida por el sol a través del espejo esférico sí nos podemos ayudar de la teoría y fórmulas de la óptica comentada en el punto *5.3. Los espejos cóncavos y su óptica.* Imaginemos pues un espejo esférico de 1 metro de diámetro que concentra la energía solar en un recipiente con agua salada que se desea calentar para hervir y extraer las sales. Este recipiente se sitúa a 416.67mm del espejo, o sea, su distancia focal *f* que equivale a su formación de imagen, y tendrá una forma cilíndrica de dimensiones *Ø300x500mm,* albergando un total de *35.34 l* de volumen.

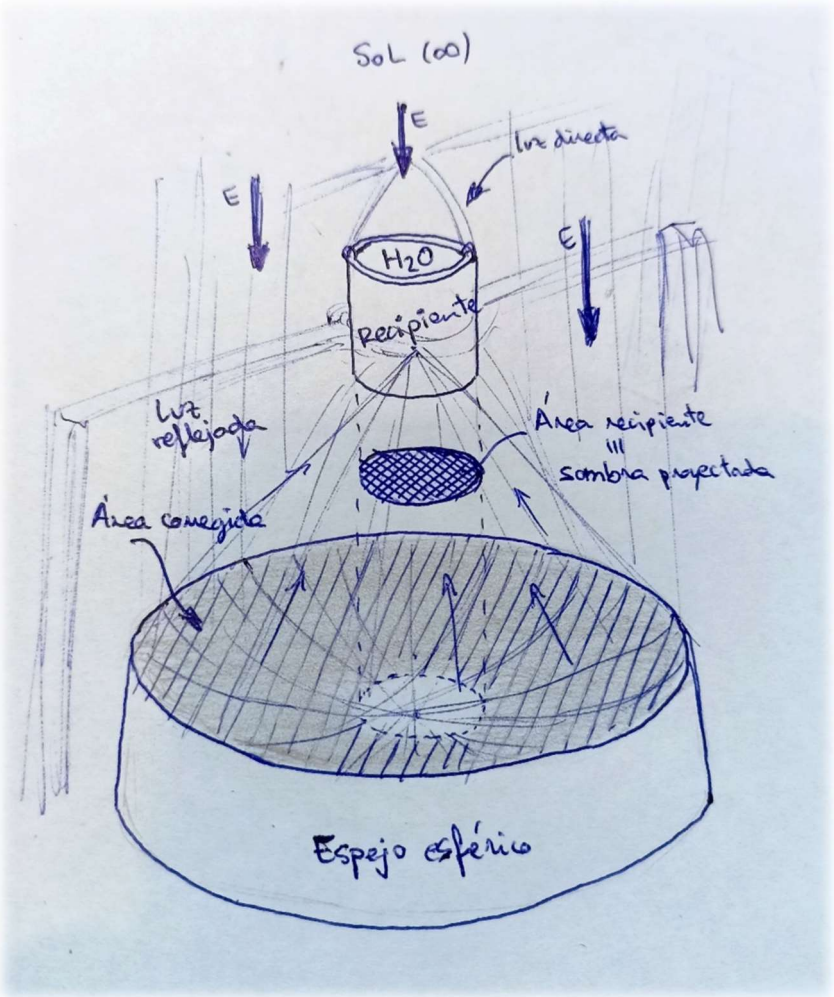


Figura 224. Esquema del caso práctico.

Dado que la radiación solar que llega a un cuerpo directamente es la misma que le llega a través de una superficie reflejada como un espejo, haremos un pequeño ajuste del área reflectante real, que equivaldrá a la del espejo esférico restándole la sombra que el recipiente produce sobre el mismo y sumando la que le llega directamente al recipiente. Para esto hacemos uso de la pieza modelada en Solidworks:

$$A_{e.\ reflect.} = 872662{,}88\ mm^2$$

$$A_{e.\ corregida} = 801395{,}03\ mm^2$$

$$A_{recipt.} = \pi r^2 = \pi \frac{300^2}{4} = 70685{,}83\ mm^2$$

$$A_{total} = A_{e.\ corregida} + A_{recipt.} = 872080{,}86\ mm^2 \simeq A_{espejo\ reflect.}$$

Por otro lado, podemos asegurar también que cuando un espejo refleja los rayos del Sol hacia un objeto, este recibe prácticamente la misma energía (dependerá del grado de reflexión que produzca la superficie reflectante) que si estuviera expuesto directamente al Sol, por lo que si usamos dos espejos el objeto recibirá el doble de radiación. Así que la energía dependerá intrínsecamente del área del espejo a usar y el número de espejos a emplear. En nuestro caso haremos el ejemplo ideal con solo un espejo.

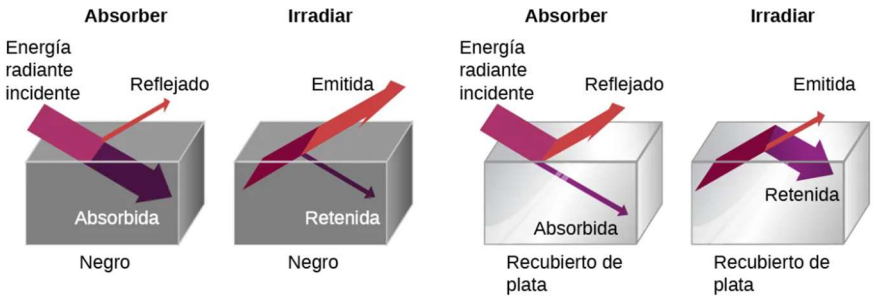


Figura 225. Intercambio de calor para cuerpos negros (buen absorbente y radiador) y cuerpos blancos o plateados (mal absorbente y radiador). *https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-2/pages/1-6-mecanismos-de-transferencia-de-calor*

Si queremos que los rayos del Sol se enfoquen a 416,67mm del espejo, el radio del espejo se calcula a través de la ecuación del espejo (ecuación 15) y con la relación de la distancia focal con el radio de curvatura (ecuación 10). Como en este caso el Sol es el objeto, la distancia del objeto es infinita $d_o=\infty$, y la distancia de imagen deseada es $d_i=416.67mm$.

$$\frac{1}{d_o}+\frac{1}{d_i}=\frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad f=\left(\frac{1}{d_o}+\frac{1}{d_i}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{\infty}+\frac{1}{416{,}67}\right)^{-1} \quad \Rightarrow \quad f=416{,}67\ mm$$

$$R=2f=833{,}34mm$$

Corroboramos así que únicamente para el caso de generación solar, dado que todos los rayos inciden paralelos al eje óptico y vienen desde el infinito, la distancia de formación de imagen d_i equivale a la distancia focal del espejo f.

Con este último radio de curvatura obtenido sería a partir del cual nos ayudaríamos para calcular el área reflectante del espejo en cualquier otro caso, pero dado que contamos directamente con la pieza modelada en Solidworks, hacemos uso de esta para tomar los datos reales de manera más rápida.

Pasamos ahora a calcular la cantidad de energía solar concentrada en el recipiente de metal a calentar mediante la radiación solar incidente y el área del espejo cóncavo esférico. Para ello, tomamos de referencia las siguientes explicaciones e irradiancia de dato tomados del "Capítulo 2. El potencial de la radiación solar" (2004) del Prof. Rafael Martín Lamaison.

Las cantidades de radiación se expresan normalmente en términos de exposición radiante o irradiancia, siendo esta última una medida del flujo de energía recibida por unidad de área en forma instantánea como energía/área-tiempo, y cuya unidad es el Watt por metro cuadrado (W/m^2). La equivalencia es 1W=1J/s

La exposición radiante es la medida de la radiación solar, en la cual la radiación es integrada en el tiempo como energía/área y cuya unidad es el kWh/m^2 por día (si es integrada en el día) o MJ/m^2 por día. Por ejemplo, 1 minuto de exposición radiante es una medida de la energía recibida por metro cuadrado sobre un periodo de un minuto. Sin embargo, *un minuto de exposición radiante = irradiancia media (W/m^2)·60(s)* y tiene unidades de Joule por metro cuadrado *(J/m^2)*. Finalmente, una hora de exposición radiante es la suma de los 60 minutos de exposición radiante.

En la superficie de la Tierra el flujo de radiación solar disminuye debido a la absorción y dispersión en la atmósfera terrestre, y es, por término medio de 800 a 900 W/m^2.

Tomamos una irradiancia (o potencia emitida por unidad de superficie de la fuente radiante) solar de $E = 900\ W/m^2$ en la superficie terrestre, y conociendo la superficie reflectante del espejo y la que incide directa obtenemos un flujo radiante de:

$$\phi_{e.\ esf} = E_{sol} \cdot A_{total} = 900\frac{W}{m^2} \cdot 872080{,}86\ mm^2 \frac{1\ m^2}{10^6\ mm^2} = 784{,}87\ W$$

La masa del agua salada a hervir de todo el recipiente:

$$m = \rho_{agua\ sal} \cdot V_{recipt.} = 1027\frac{kg}{m^3} \cdot \left(\frac{\pi 300^2}{4} mm^2 \cdot 500mm\right) \frac{m^3}{10^9\ mm^3} = 36{,}30\ kg$$

De la fórmula del calor específico *c*, que nos relaciona la cantidad de calor recibido o de energía *Q* que intercambia una sustancia de masa *m*, podemos obtener su variación de temperatura:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \quad \begin{cases} Q: cantidad\ de\ calor\ (J) \\ c: calor\ específico\ del\ material\ (kJ/kg \cdot K) \\ \Delta T = T_{final} - T_{amb.} : incremento\ de\ T^{a}\ (K) \end{cases}$$

El calor específico de agua de mar con salinidad del 3.5% es:

$$c_{e\ agua.\ sal} = 0{,}93\frac{kcal}{kg°C} \cdot \frac{1°C \cdot 4{,}184kJ}{273K \cdot 1kcal} = 0{,}01425\frac{kJ}{kg \cdot K}$$

Como el flujo radiante $\phi\ (W)$ es el calor recibido Q por unidad de tiempo *(J/s)*, calculemos la temperatura que alcanza el agua tras un intervalo de 2 minutos, sin tener en cuenta pérdidas de reflexión solar ni del espesor y material del recipiente que influyen en la convección de calor.

$$\Delta T = \frac{Q}{m \cdot c} = \frac{\phi \cdot t}{m_{agua} \cdot c_e} = \frac{784{,}87\ {}^{J}/_{S} \cdot 120s}{36{,}30\ kg \cdot 14{,}25\frac{J}{kg \cdot K}} = T_2 - T_1 \ \Rightarrow$$

$$T_{final} = \Delta T + T_{amb.} = 182{,}08K + 293K \simeq 475\ K = 201°C$$

Sabiendo que el agua salada hierve a 102ºC, o 375K, calculemos entonces el tiempo que será requerido para empezar la ebullición de los 35 litros de agua salada.

$$t = \frac{m_{agua} \cdot c_e(T_{final} - T_{inicial})}{\phi} = \frac{36{,}30\ kg \cdot 14{,}25 \frac{J}{kg \cdot K}(375 - 293)K}{784{,}87\ {}^{J}/_{s}} = 54{,}04\ s$$

4.4. Generación termosolar del espejo parabólico

Para el caso del espejo parabólico se procedió a hacer uso de un software, pues para formas parabólicas sí existen aplicaciones dadas su utilización como colectores solares, antenas de TV… en vez de recurrir al proceso analítico del caso anterior, válido únicamente para geometrías esféricas, ya que la óptica de la parábola y su geometría es mucho más compleja y se necesitaría recurrir al principio de Fermat y programas de cálculo matemático avanzado. Sin embargo, recordemos que para un paraboloide de área cercana a su vértice y distancia focal grande, su forma es similar a la de una esfera y podríamos asemejar los cálculos.

En primera instancia haremos uso de "SolTrace", un software desarrollado por el NREL (National Renewable Energy Laboratory) encargado de modelar y analizar el rendimiento óptico de sistemas de energía solar concentrada CSP (concentrating solar power), ya que nos permite aplicar datos reales para diferentes geometrías de concentradores y obtener resultados muy reales.

Existe un programa para calcular los parámetros de la parábola que nos convienen, en caso de no usar la fórmula matemática que nos relaciona la distancia focal con el diámetro y profundidad (ecuación 4); y que además es válido para imprimir el gráfico de la parábola en formato imagen o para bitmap, generar un archivo de texto con los datos, visualizar los coeficientes de su ecuación en forma canónica, etc. Sin embargo, el área que indica en la columna derecha de la siguiente figura es el área plana del círculo de diámetro 1000mm en vez del área tridimensional de la zona reflectante, por lo que en este caso usaremos la obtenida mediante Solidworks en el apartado anterior.

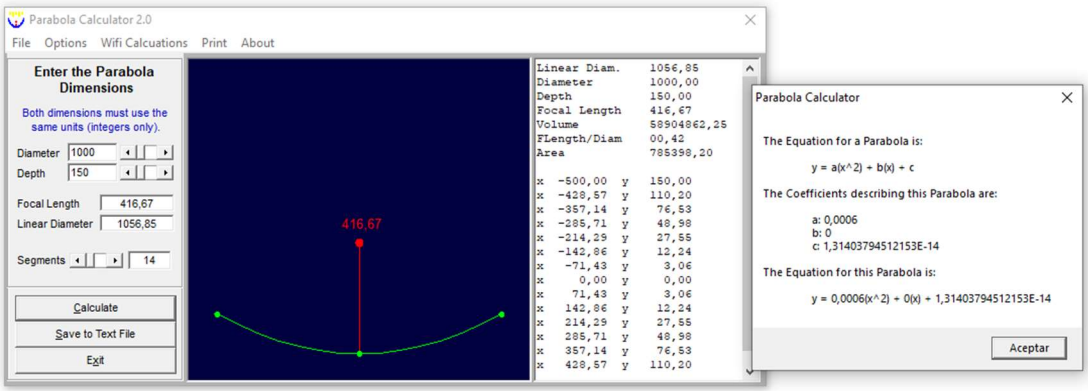


Figura 226. Captura del software *Parabola Calculator 2.0* con el que obtener la distancia focal *f* a partir del diámetro *D* y la profundidad *depth*.

Previamente, sabiendo que necesitaremos parámetros para definir la posición del Sol a cierta hora, nos vamos a la web "photovoltaic-software.com/pvgis.php" para hacer uso del software online gratuito *PVgis* de simulación fotovoltaica y obtener la latitud, día y

hora del lugar de la instalación del espejo en cuestión, en este caso escogido como la Escuela de Ingenierías Industriales de la UMA.

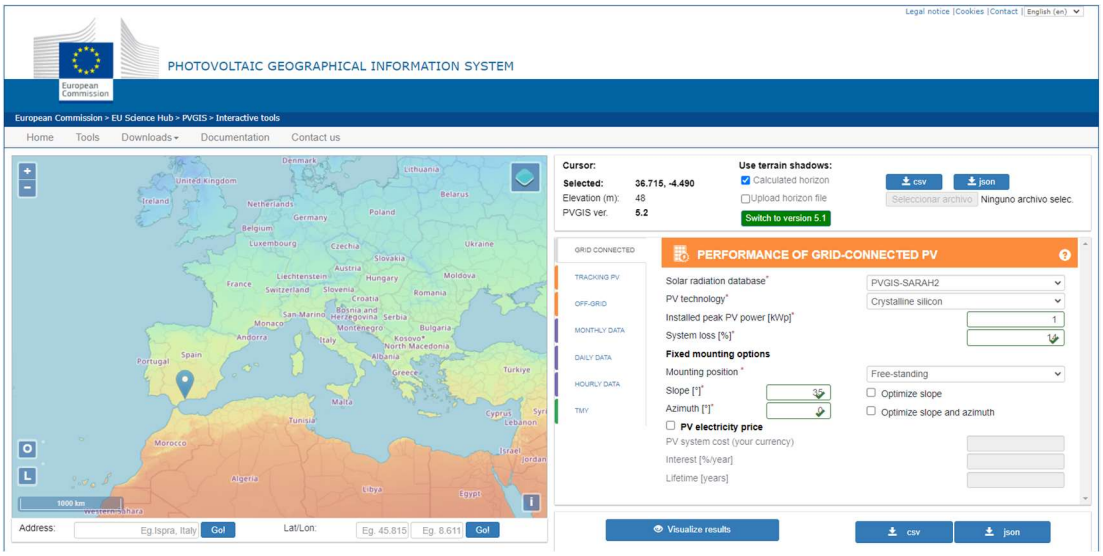


Figura 227. Captura de PVgis en nuestra zona desdada (datos de latitud, longitud y elevación).

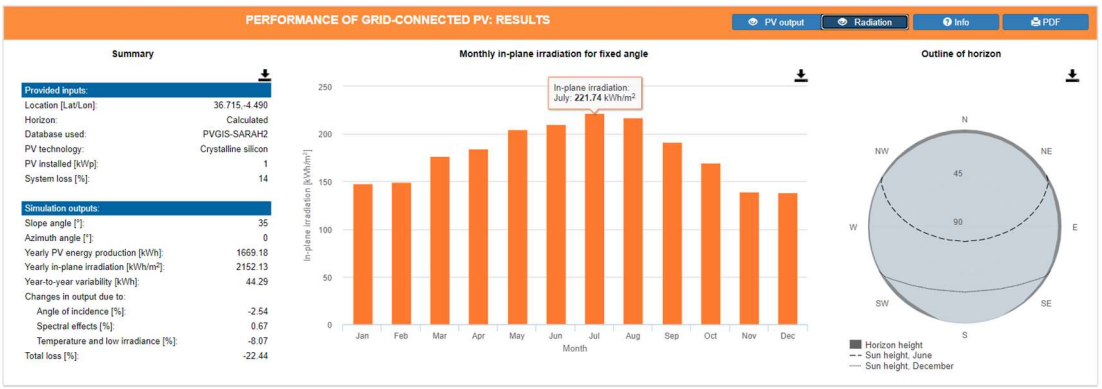


Figura 228. Captura de PVgis en nuestra zona desdada (datos de irradiancias y energías del Sol para determinados meses e intervalos de tiempo).

Una vez con SolTrace 3.1.0. descargado gratuitamente, visualizamos su menú bastante simple, con las pestañas a rellenar con datos de izquierda a derecha. La primera pestaña a completar es la llamada *Sun*, en la se define la posición y forma del Sol. Después de probar definiendo la posición con la latitud de 36.715 en el día nº 200 (correspondiente a julio, cuando más calor y Sol hace en España) a las 17:00, vimos que los rayos de Sol simulados no salían en una posición adecuada para incidir sobre el espejo y que sería necesario una aproximación o toma de medida real para obtener el caso deseado (rayos paralelos al eje óptico). Por tanto, se optó por usar las coordenadas globales (0, 0, 100.00 por defecto) en el supuesto de un caso ideal donde sí aparecían los rayos perpendiculares al espejo después de ejecutar la simulación. Los datos de *Sun shape* se dejan sin modificar.

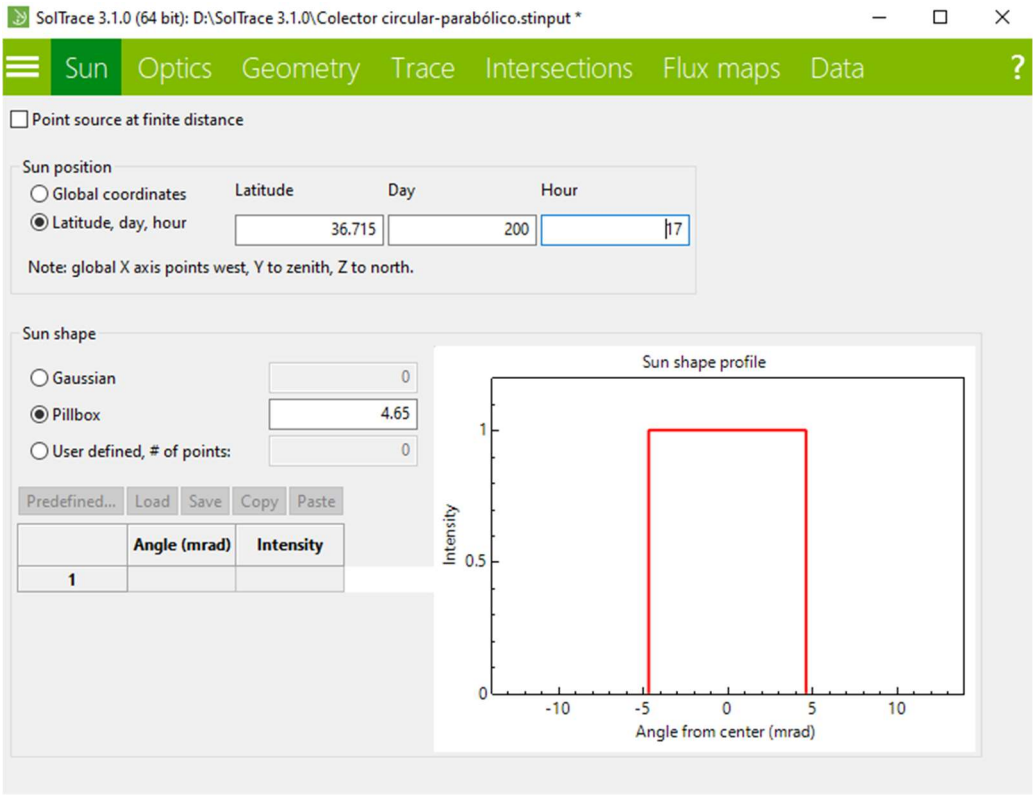


Figura 229. Captura de SolTrace en la pestaña *Sun.*

En la siguiente pestaña *Optics* simplemente se crean las condiciones de nuestro reflector o refractor con las opciones que nos dan. En nuestro caso creamos un caso llamado"Idóneo" clicando *Add optical properties* y dejando los valores de reflectividad, transmisividad y errores que aparecen por defecto.

Una vez llegado a la pestaña *Geometry,* insertamos una fila para nuestro único espejo, en el caso de contar con múltiples colectores en una supuesta planta fotovoltaica se podrían añadir todos los deseados y orientados hacia el receptor como aparecen en la figura X.X.

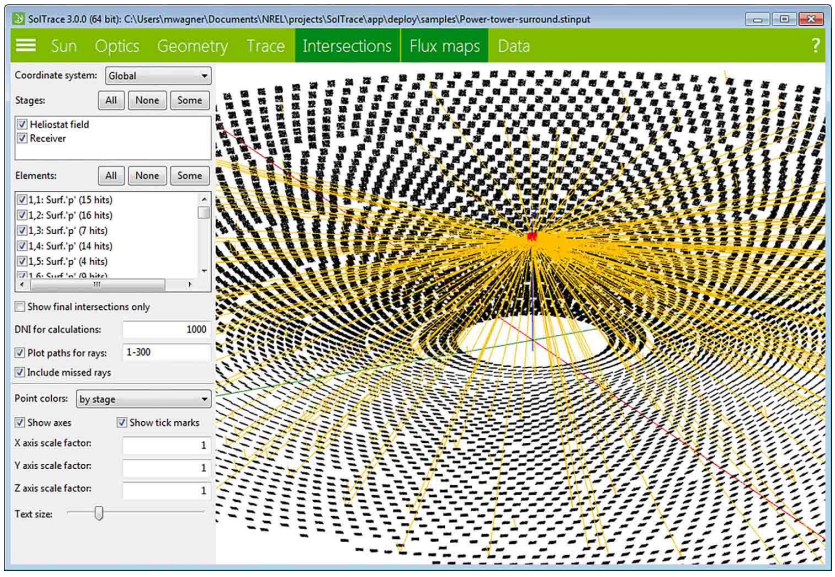


Figura 230. Imagen de un ejemplo de planta solar de concentración resuelta en SolTrace. https://www.nrel.gov/csp/soltrace.html

Tras insertar la fila 1 en *Element editing, Insert…* nos aparecerá en la tabla donde modificamos los valores de la geometría buscada. Las primeras celdas de coordenadas X,Y,Z sirven para dar una inclinación y rotación determinada pero en nuestro caso ideal de espejo apoyado en pavimento plano y sol justo arriba en perpendicular los dejaremos como están tal cual por defecto. Editamos la apertura clicando *Element editing, Aperture…* dandole una forma circular de diámetro 1 (aun no informandose las unidades y tras varios ensayos, se ha deducido que esta casilla a rellenar es medida en metros), siendo esta forma la equivalente al círculo sobre el que se desarrolla la superficie cóncava y reflectante del espejo. En la celda de *Aperture* se generan automáticamente los valores correspondientes tras definir la geometría de la apertura.

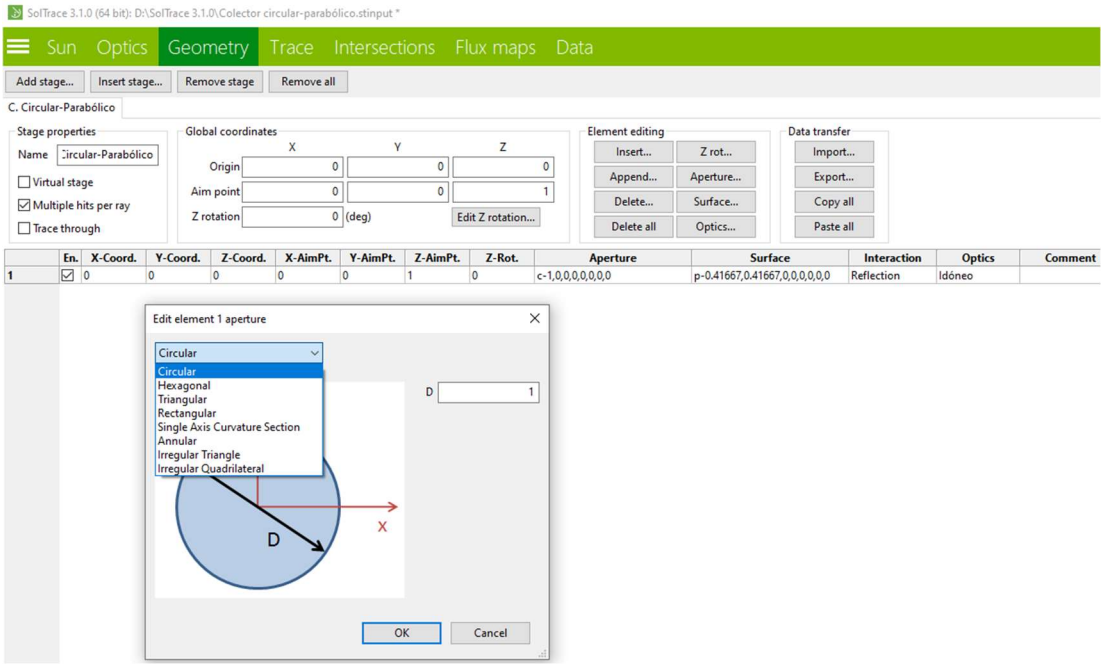


Figura 231. Captura de SolTrace en la pestaña Geometry, Aperture.

Hacemos lo mismo en *Element editing, Surface…* escogiendo la superficie de tipo *Parabolic*. Y aquí llega la cuestión en cuanto a los coeficientes c_x y c_y que aparentemente son parámetros que dependen de la distancia focal f siguiendo la fórmula dada en la pestaña emergente (figura X.X). Se probó con diversos valores y combinaciones de c_x, c_y y el diámetro D anterior de la apertura y se llegó a varias conclusiones: Para una apertura circular como la de nuestro caso los coeficientes son iguales c_x=c_y y para valores diferentes se crea una geometría asimétrica respecto de los ejes X e Y. La "c" tampoco mide la curvatura como en el caso de una curva donde la curvatura varibale es la inversa del radio para cada punto, pues esta dependería de las coordenadas variables y no de la distancia focal que es un valor fijo. Se probó también desarrollando la ecuación de

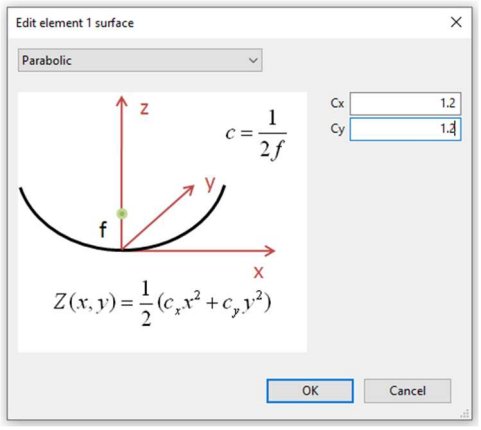


Figura 232. Captura de SolTrace en la pestaña *Geometry, Surface.*

Z que depende de x e y, sacando factor común la "c" del paréntesis para una apertura circular donde $c_x=c_y=c$, y de un diámetro de 1 metro, por lo que $x^2+y^2=0.5^2$ para esa circunferencia centrada en el origen. Sustituyendo la Z(x,y) para nuestra distancia focal f nos queda la relación con el resultado de $f=\frac{1}{8}c$, muy lejos de parecerse a la ecuación que muestran al lado: $c=\frac{1}{2f}$

Después de probar sustituyendo en esta "c" tanto la distancia focal *f=0.41667m* como calculandola como $1/2f$ o dandole otro valores aleatorios, mayores y menores, se concluyó que la "c" es de alguna manera la cantidad de área reflectante que posee el colector, o espejo en nuestro caso, pues para valores mucho mayores que D se apreciaba como la geometría se desbordaba de la apertura horizontal fijada mediante el diámetro D. Sin embargo, ya fuera el valor de "c" que fuera con el diámetro de 1m o 10, 100…, que la simulación no se hacía correctamente como se puede apreciar en la siguiente figura X.X, donde se ven los rayos del Sol incidentes pero no reflejados.

En la celda *Interaction* se selecciona *Relfection* (reflexión para nuestro espejo) desplegándola, y en la de *Optics* se escoge nuestro caso "Idóneo" creado anteriormente.

Ya en la siguiente pestaña *Trace* se ejecuta la simulación clicando *Start ray trace* para un número determinado de rayos de Sol, y se visualiza en la siguiente pestaña *Intersections* mostrando el colector llamado "C. Circular-Parabólico" de *Stages* y la superficie de *Elements*, por último se añade un rango de rayos a mostrar del 1 al 100 en *Plot paths for rays*. Para rotar la imagen 3D se matiene clicando el dotón izquierdo moviendo el ratón, y para el zoom igual con la tecla Ctrl pulsada.

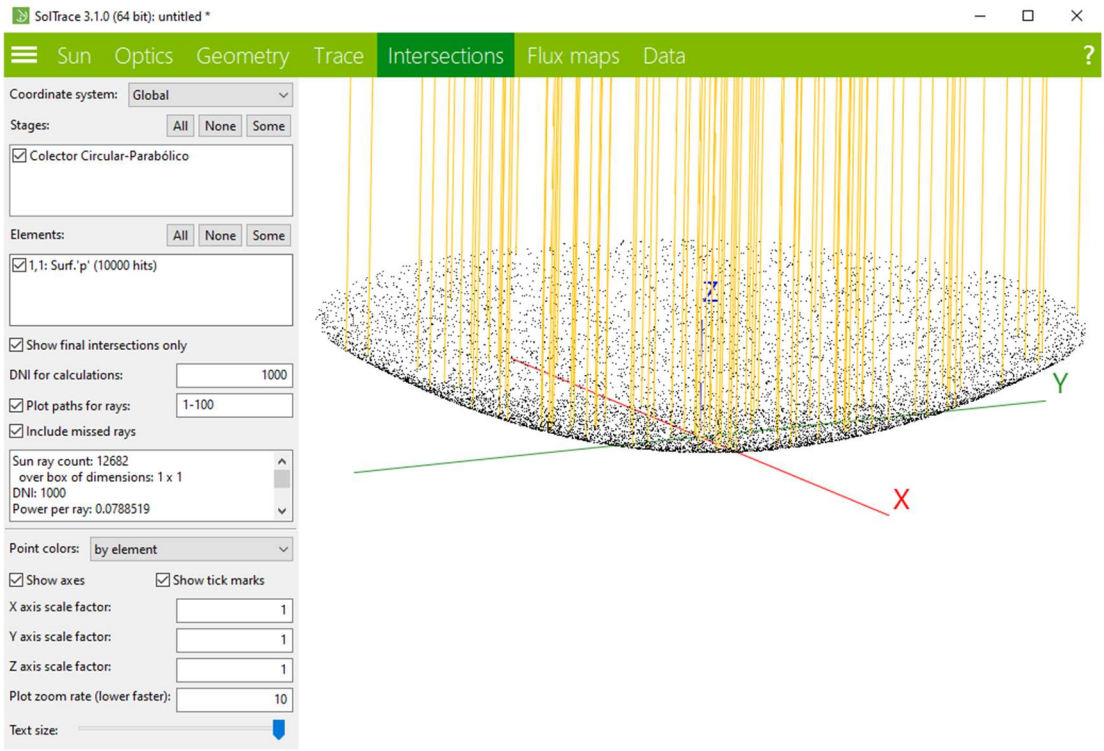


Figura 233. Captura de SolTrace en la pestaña *Intersections* con nuestro espejo parabólico.

Resultando que para nuestra geometría de diámetro 1000mm y distancia focal 416.67mm no se generaban resultados en la simulación debido a su curvatura tan abierta, cercana de

ser plana. Se probó con diversos valores proporcionales, y similares o mucho más grandes sin obtener reflexión en el punto focal en ningún intento. A continuación se muestra un ejemplo con valores diferentes que sí generaban resultados y donde podemos ver cómo los rayos se reflejan y convergen en un punto común (punto focal), pero sacrificando la geometría a una mucho más cerrada y pronunciada, lejos de parecerse a la de nuestro espejo buscado.

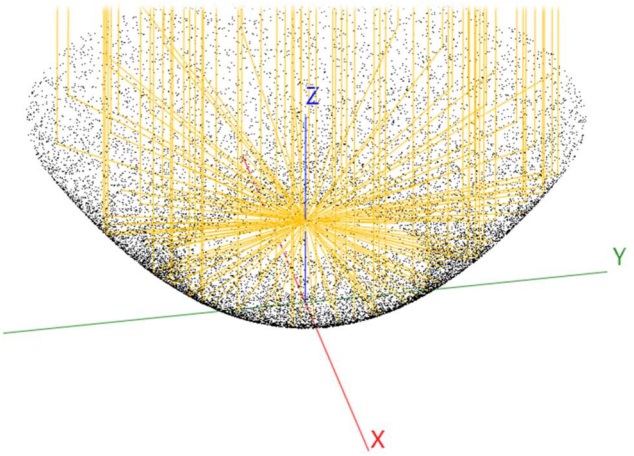


Figura 234. Captura de SolTrace en la pestaña *Intersections* con otro colector circular-parabólico.

Tras los ensayos fallidos se ha optado por dejar el proceso y material gráfico de estos intentos en el software de cara a mostrar las utilidades que ofrece para áreas de energía y fotovoltaica, y también para corroborar la complejidad que puede llegar a tener la recreación de un problema sencillo y antiguo como el nuestro, un espejo ustorio del siglo XV.

Finalmente no se pudo recrear el problema práctico ni obtener valores aproximados dada la escasez de material sobre este programa, la falta de su manual de instrucciones o tutoriales, siendo lo poco que hay muy pobre a nivel didáctico. En vistas de cualquier UX/UI Designer, y después de haber ejercido como usuario y no como ingeniero de la energía especializado en el software, se hace notar podía haber funcionado para nuestro caso (con el fin de generar geometrías pequeñas funcionales) la simple introducción en el programa de los datos típicos para definir la parábola (ya sea mediante la distancia focal y profundidad de la cavidad, o mediante la ecuación canónica), o alguna referencia o cuadro de ayuda explicando el cálculo de los coeficientes c_x y c_y.

Entonces se prosiguió intentándolo con otro nuevo y desconocido software gratuito, para estaciones solares y colectores de diversaas geometrías. Después de tantear varias pruebas con Tonatiuh 2.2.4 tampoco se pudo lograr recrear nuestro caso práctico.

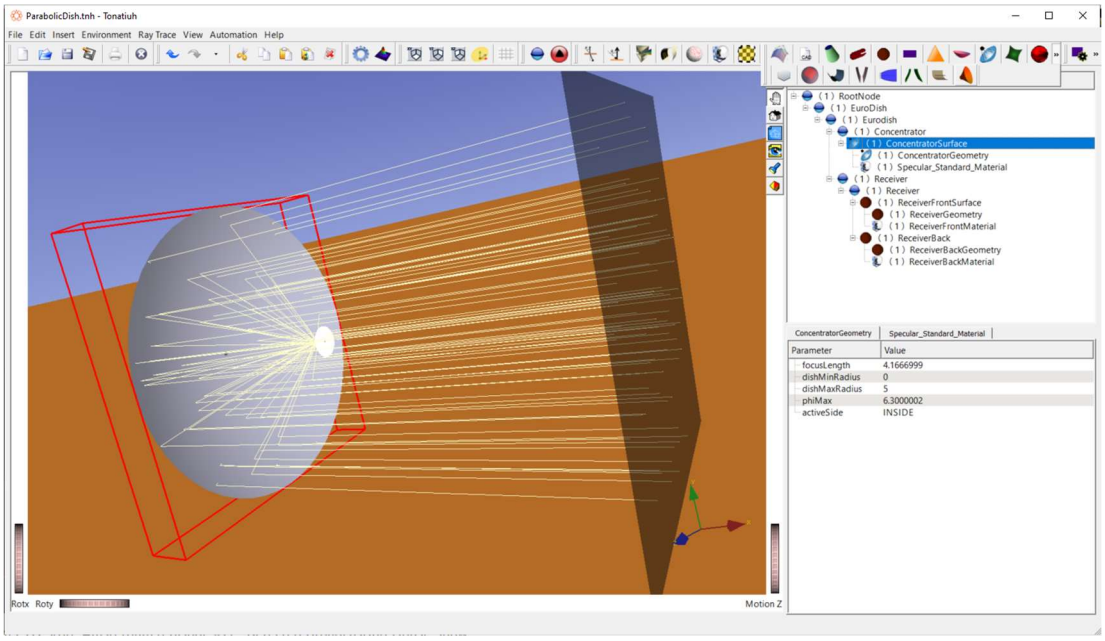


Figura 235. Captura de Tonatiuh con su ejemplo incorporado de disco parabólico.

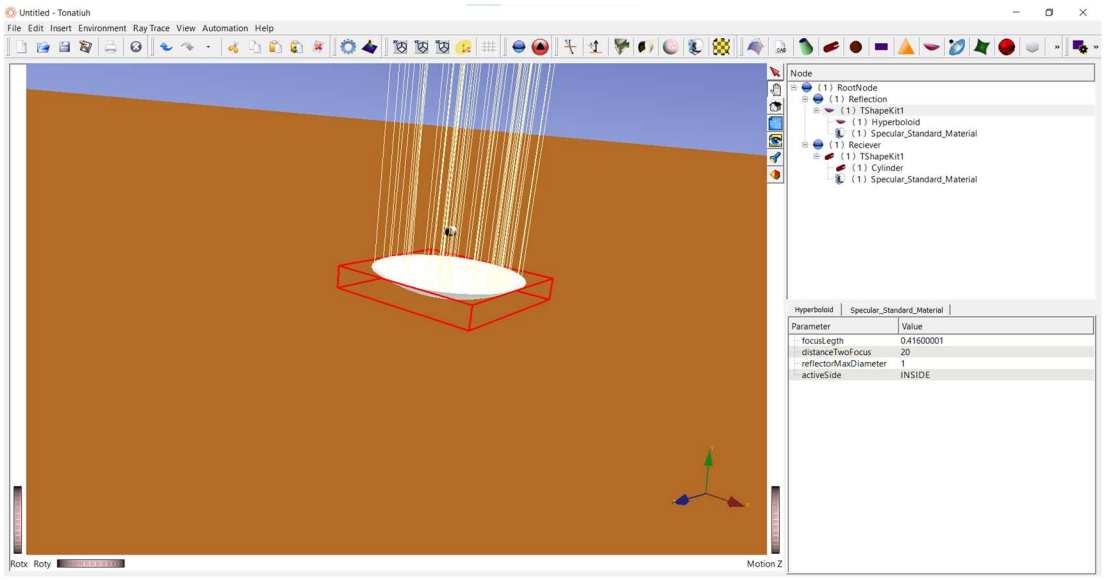


Figura 236. Captura de Tonatiuh con un colector de forma parabólica creado desde cero.

5. Ensayos con espejos ustorios: el rayo de la muerte de Arquímedes

Los experimentos y ensayos más cercanos a la leyenda de Siracusa los encabezan los famosos **Cazadores de Mitos** (The Myth Busters, episodio 3x09 Discovery Channel). Recrearon el famoso mito de "The Archimedes Death Ray" y varios experimentos a diferentes escalas en 2006. Previo a este capítulo, dos años antes, habían construido un conjunto de más de 300 espejos planos y pequeños que convergían a un mismo punto central, pero dicho experimento no resultó para verificar el mito, pues solo alcanzó una temperatura máxima de 143ºC, menos de la mitad necesaria para quemar la madera. Debido a este fracaso volvieron a recrear, junto a varios aficionados e ingenieros, la leyenda para dos casos: un espejo ustorio "pequeño" para quemar a 1.5 metros exactos y otro grande de distancia focal 30 metros.

Durante el programa de televisión podemos ver como los cazadores adquieren una infraestructura por piezas para una antena parabólica de unos 2 metros de diámetro, que montan cuidadosamente para lograr un paraboloide lo más perfecto posible. Después utilizan 6000 espejos cuadrados de 6 cm^2 que pegan a la superficie, pues cuanto más pequeños, más luz se enfocaría en el mismo punto logrando respetar la curvatura de la superficie. Luego tanto los protagonistas como los invitados prueban sus espejos parabólicos compuestos de miniespejos quemando con éxito madera, estopa empapada en brea y cáñamo (materiales típicos que podrían encontrarse en las embarcaciones romanas).

Para lograr una distancia focal exacta de 1.5 m, un grupo decide arquear un espejo plano con solamente 3 mm de profundidad para hacerlo parabólico, alcanzando 148ºC en una toma de medidas. Al otro grupo de les ocurre obtener una forma parabólica con un molde de yeso líquido, pues al girar cualquier líquido en un recipiente sobre su eje central se crea un paraboloide en la superficie de manera natural. Para ello mantienen girando un recipiente cilíndrico a una velocidad constante baja mientras se seca durante 15 horas, y finalmente recubren de aluminio el molde obteniendo 43ºC. Otro método no tan rudimentario y adecuado a la época clásica que también usan durante el programa es obtener la superficie parabólica mediante una bomba de vacío que deforma una lámina de aluminio grueso pegada sobre un molde cilíndrico hueco.



Figura 237. Rayo de la muerte de Arquímedes de la clase 2.009 "Diseño de Producto" del MIT (2005). https://web.mit.edu/2.009_gallery/www/2005_other/archimedes/10_ArchimedesResult.html

Los estudiantes de la asignatura *MIT Product Design*, la clase 2.009 del profesor David Wallace en 2005, lograron quemar con 129 espejos de vidrio de 30cm^2 un *barco* de roble sin utilizar la parábola como superficie base, dado los problemas de exactitud que esta curva conllevaba (para ver más imágenes, ir al enlace de la figura 237). Debido al éxito que tuvieron, fueron invitados al programa de los Cazadores de Mitos para recrear el experimento de quemar un barco real de madera a 30 metros, el más grande recreado hasta la fecha junto con el espejo del conde Buffon de 1747 (Anexo B. David Carramolino del Valle, 1993) y del científico griego Dr. Johannis Sacas de 1973. Sin embargo, Buffon consiguió quemar a 45 metros madera cubierta de creosota, y Sacas a 48 metros madera prensada, no siendo objetivos realistas y además inmóviles.

A la par que construyeron estos experimentos, también trabajaban en otra de las armas durante el asedio a Siracusa usada por los griegos, la ballesta gigante o "el escorpión", una catapulta de torsión usada también para distancias grandes con un alcance de 180 metros. Como elementos flexibles a modo resortes usaron algo basado en su época, tendones de animales y penes de toro recubiertos con pasta de sesos triturados que actuaba de emulsionante natural notando a los genitales de mayor elasticidad y resistencia.

Hay evidencias de que Arquímedes pudo recubrir el acero o bronce de los espejos con agente plateador. Por lo general, en aquella época los espejos eran metales pulidos como el bronce, y de tamaños de mano. Unos de los primeros intentos de bañar de plata la parte trasera de un vidrio para crear un espejo se remonta al siglo XVI, y los espejos grandes y de calidad como actualmente los conocemos se comenzaron a producir a principios del siglo XIX.

En el experimento a gran escala construyen 13 módulos de estanterías con 300 espejos de bronce pulido (valorado en 2000 $) levemente curvados para no perder el reflejo con la distancia, siguiendo el modelo de los estudiantes del MIT. En un primer intento prueban a 42 metros a quemar el barco de madera gruesa húmeda y cubierta con brea (cogieron

un antiguo bote que llevaba años en el muelle de cara a hacerlo más realista), y que permanece quieto en el mar. El profesor Wallace, a mediodía, sitúa el primer espejo que servirá de guía para apuntar el resto. La madera consigue echar humo al rato y quebrarse, pero sin generar fuego ni llama aun llegando a más de 230ºC. Tras otros intentos y el continuo reposicionamiento del barco de prueba para que apuntase al mismo punto fijo, optan por usar espejos modernos (un 20% más eficaces) y reducir la distancia ustoria a 22 metros consiguiendo con éxito crear llamas y fuego.



Figura 238. Disposición de espejos del experimento de MythBusters y la clase del MIT (2005). *https://web.mit.edu/2.009_gallery/www/2005_other/archimedes/10_Mythbusters.html*

Aun habiendo usado en este experimento de récord todos sus recursos, empiezan a dudar del famoso arma de Arquímedes. Sumado a ello, el mito se tambalea aún más si atendemos a las pruebas históricas y documentos en los que se basan los cazadores de mitos para apoyar la investigación.

Los primeros informes sobre la batalla de Siracusa de c. 212 a.C. se escribieron por algunos historiadores griegos y romanos (Polibio, Tito Livio o Plutarco) en los mismos tiempos que vivían los soldados de la batalla y nunca se mencionó el fuego o los espejos. El primero que mencionó el fuego fue Luciano de Samosata 300 años después de la batalla, sin mencionar tampoco ningún espejo. La primera mención sobre espejos la escribió Galeno (s. III). La conformación de la leyenda procede de Anthemius de Tralles (s. VII), siendo esta descripción la que se popularizó durante el siglo XII con otras fuentes de Tzetzes y que acabó siendo la historia tal y como hoy conocemos.

Por otro lado, ha de tenerse en cuenta que Siracusa mira hacia el este, no siendo una zona de Sol radiante tan potente como otros sitios, pudiendo aprovechar únicamente la débil luz solar del amanecer. Todo esto contando con unas buenas condiciones climáticas sin nubes. No olvidemos además que el objetivo del rayo de la muerte debía ser quemar los

barcos a una distancia de 90 metros, la equivalente a la capaz de alcanzarse con un arco de flechas por los soldados.

Concluyendo así, no cuestionando la capacidad de los espejos para generar fuego, pero sí que Arquímedes usara este principio como un arma. Para un rayo de la muerte verdaderamente funcional se necesitarían unos 1500-3000 espejos, o sea, de unas 4 veces mayor escala que el experimento de MythBusters, el más grande hecho hasta hoy.

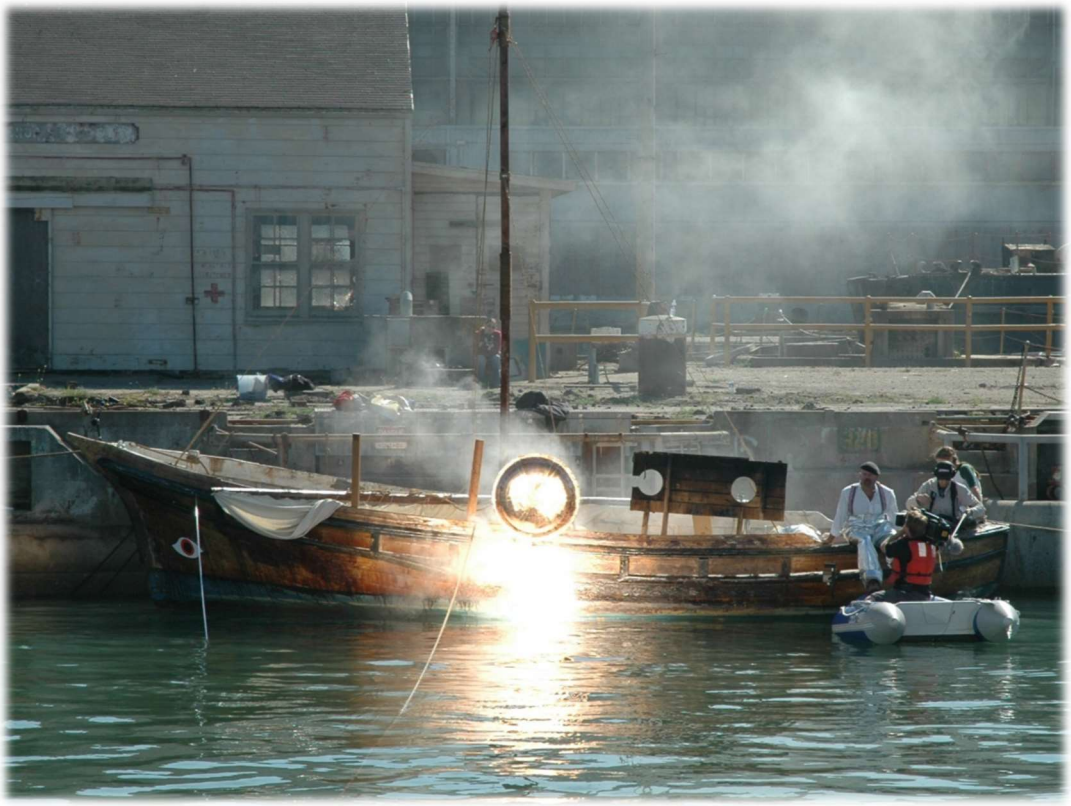


Figura 239. Barco quemándose durante en el experimento final de los cazadores de mitos (2006). *https://web.mit.edu/2.009_gallery/www/2005_other/archimedes/10_Mythbusters.html*

Anexo B

Artículos científicos de investigación sobre espejos ustorios

EL ESPEJO USTORIO DE BUFFON: ENTRE LA LEYENDA DE SIRACUSA Y LA TRADICIÓN DEL ANÁLISIS QUÍMICO

David Carramolino del Valle

La participación decisiva de un espejo ustorio, diseñado y construido por Arquímedes, en la destrucción de la flota romana del general Marcelo durante el asedio de Siracusa (214-212 a.C.) se convirtió en el núcleo de una leyenda que ha incentivado las investigaciones sobre la posibilidad teórica y técnica de un espejo con tal virtud prácticamente hasta nuestros días. El interés por el mito cobró fuerza a finales del s. XVI, y en el s. XVIII dicho interés se conservó dada la utilidad de las lentes y espejos ustorios como instrumentos científicos en los gabinetes científicos. El objetivo de este artículo es analizar y contextualizar una de las reconstrucciones del espejo de Arquímedes, el espejo compuesto del célebre naturalista Buffon, a la luz de los conocimientos científicos y tecnológicos del momento. Aparte de las variopintas piruetas intelectuales que plantearon la historicidad y las limitaciones de un espejo de tal potencia, las lentes y los espejos ustorios funcionaron como instrumentos científicos al servicio del análisis químico en los gabinetes del s. XVIII. Por ello, creemos que el espejo compuesto de Buffon no debe ser entendido solamente bajo la perspectiva de la tradición apologética del mito de Arquímedes sino también como instrumento científico y técnico.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)
http://asclepio.revistas.csic.es

1. *Introducción: el mito del espejo de Siracusa*

La plausibilidad del espejo de Arquímedes es aún hoy una cuestión abierta y no pretendemos ser definitivos en el problema, *ni* siquiera aportar algo realmente novedoso. Tan sólo indicar que la construcción de un espejo parabólico —paraboloide de revolución— habría exigido unos conocimientos teóricos, y una cierta pericia técnica. En cuanto a la teoría hubiera bastado conocer la propiedad focal de la parábola (1) —los rayos luminosos que inciden paralelos, entre sí y al eje del espejo, sobre la superficie interior de un paraboloide de revolución convergen, tras reflejarse, en un foco puntual (véase la ilustración 1)— y que se puede obtener una aproximación aceptable a la curvatura parabólica utilizando un número relativamente amplio de espejos planos. Es probable que Arquímedes conociera las propiedades focales de la parábola. Su coetáneo Apolonio de Perga (262-190 a.C) escribió las *Cónicas, y* un tratado *Sobre los espejos ustorios* donde señalaba a qué puntos eran reflejados los rayos que inciden sobre la superficie interior de un espejo semiesférico. La propiedad era conocida, según G.J. Toomer, por Doritheus, correspondiente de Arquímedes, aunque la prioridad en cuanto a su demostración formal correspondería a Diocles que vivió en el siglo II a.C. (2). Si Arquímedes conocía el sistema de exhausciones para inscribir un círculo en un polígono tampoco tiene nada de particular que aproximara la figura parabólica mediante un número considerablemente grande de espejos planos. En lo relativo a la pericia técnica baste decir que los griegos fabricaron espejos cóncavos de bronce cubiertos de plata y plomo, pero no de vidrio colado, y estañado, y no tenemos noticia de la existencia de espejos parabólicos. A esta interrogante hay que añadir los resultados de las investigaciones modernas sobre la combustibilidad de materiales: el flujo de irradiación crítico para poner en ignición la madera de los barcos, y mantener la combustión no puede ser proporcionado por un espejo (3). Arquímedes, por otra parte, no poseía ningún método para determinar la distancia a la que se encontraban las galeras romanas, y éstas se movían sobre la superficie del mar, problema que ya fue señalado por Montucla (4). Para hacer frente a esta dificultad el sabio de Siracusa habría necesitado un sistema dinámico que cambiara la posición del foco del espejo medio grado por cada 30 metros recorridos por las naves. La impredictibilidad meteorológica y el cambio de posición del sol con respecto al espejo hacen aún menos verosímil el mito. En cualquier caso no se puede ser concluyente, todavía hoy existen defensores de la plausibilidad de la leyenda (5).

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)
http://asclepio.revistas.csic.es

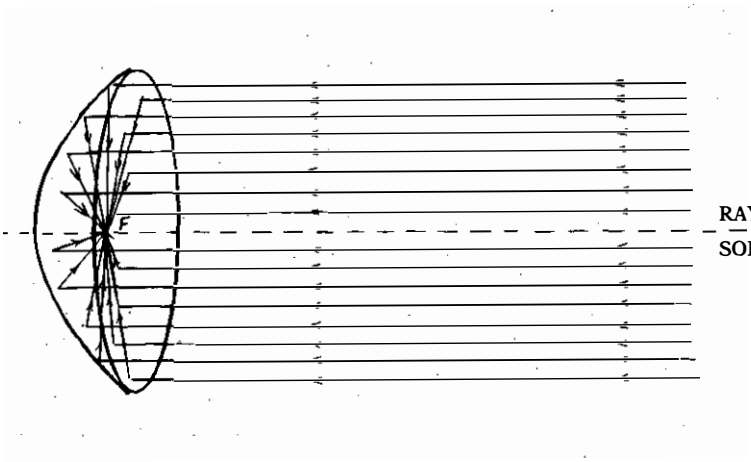


ILUSTRACIÓN 1
Propiedad focal de un paraboloide de revolución

Las primeras fuentes históricas que documentan la existencia del espejo ustorio de Arquímedes son relativamente tardías pues los historiadores romanos (Polibio, Tito Livio o Plutarco) sólo hablan de máquinas balísticas y de elevadores de poleas en la defensa de Siracusa. La fuente más antigua que da noticia de la existencia de un artilugio óptico para quemar la flota romana es el *Hippias* (2,19) de Luciano de Samosata en el s.II, y el primero que menciona la intervención de un espejo en el asedio de Siracusa es Galeno en el *De Temperamentis* (III, I, 23) (6). Según D.L. Simms la conformación de la leyenda procede de Anthemius de Tralles en el s. VI (7), pero J. Baltrusaitis va más lejos datando el origen del mito en fuentes del s. XII (8), en concreto en las *Crónicas* de Zonaras (1118), y en las *Quiliadas* (s. XII) de Tzetzes. Zonaras habla de un espejo bien pulido aunque no da más detalles (9), pero Tzetzes pretende que Arquímedes construyó un espejo hexagonal alrededor del cual montó otros más pequeños y cuadrados, móviles mediante bisagras (10). Baltrusaitis ha ignorado la existencia de una fuente más antigua, y sobre todo más precisa:

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

los escritos del árabe Ibn Al-Haytam, Alhacén para los cristianos, quien entre finales del s. X y principios del s. XI escribió un breve *Tratado sobre los espejos ustorios* en el que la legendaria herramienta de Arquímedes está constituida por un gran número de espejos planos dispuestos de forma que el rayo luminoso es reflejado por cada uno de ellos hacia un lugar común. La alternativa a este dispositivo que el propio Al-Haytam presenta es disponer un gran número de espejos esféricos con el fin de que reflejen sus rayos hacia un punto único. El científico árabe atribuye a Arquímedes el conocimiento de la propiedad focal de la parábola —los rayos luminosos que inciden paralelamente sobre la superficie interior de un paraboloide de revolución se reflejan convergiendo en un punto único— pero no su demostración formal de la que él mismo pretende ser el descubridor (11). El *Tratado sobre los espejos ustorios* de Ibn Al-Haytam se convierte así en la primera fuente documental conocida que ofrece como posible solución a la construcción de un espejo parabólico, una aproximación mediante un conjunto considerablemente grande de espejos planos elementales que inscribirían la superficie del paraboloide.

A finales del s. XVI resurge con fuerza la leyenda a menudo con instrumentos ópticos fantásticos sin apoyo empírico, y que conceden a los rayos luminosos la virtud de propagarse hasta el infinito sin ser debilitados por las sucesivas reflexiones ni por la acción del aire. En la *Magia Naturalis* (1589), G.B. della Porta pretendió que el espejo de Arquímedes, siendo cóncavo y semiesférico, y aunque pase por una aproximación mediante espejos planos elementales, no quemó más allá de una distancia de 30 pasos ya que sería imposible construir un espejo de un diámetro mayor (12). La historicidad de la leyenda se salva por la existencia de un enigmático y fantástico segmento de paraboloide truncado y abierto por los dos lados, del que Porta no revela detalle, que recoge los rayos convergentes y los reenvía paralelos hasta el infinito prendiendo todo lo que encuentran a su paso. El foco se sitúa en el interior del cono truncado, y constituye la fantástica *linea ustoria* que proyecta los rayos paralelos hasta el infinito. B.Cavalieri en *Lo specchio ustorio* (1632), cuya credibilidad fue defendida en los *Dialoghi* de Galileo (13), introduce una modificación añadiendo al espejo cónico truncado de della Porta un pequeño espejo cónico, compacto y convexo que refleja paralelamente los rayos que han sido concentrados por la primera pieza formando la *verga ustoria* que ya no es un conjunto de rayos paralelos sino un cilindro sólido que se propaga, como la línea ustoria, hasta el infinito (14) (véase la ilustración 2).

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)
http://asclepio.revistas.csic.es

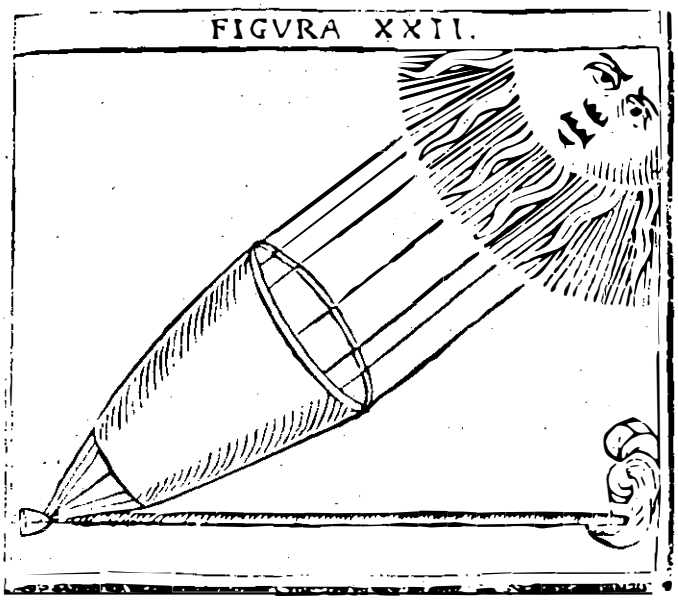


ILUSTRACIÓN 2
La *verga ustoria* de Cavalieri (*Lo specchio ustorio*, 1632)

Descartes rompió con esta tradición al negar la posibilidad del espejo de Arquímedes. La primera referencia se encuentra en una carta a Mersenne de enero de 1630. Un espejo cóncavo tendría que poseer un diámetro enorme para poder concentrar los rayos en un foco común, ya que los rayos del Sol no son todos paralelos. Si no tuviese al menos seis toesas (unos 12 metros) de diámetro no tendría fuerza para quemar más allá de una legua de distancia (15).

Con más detalle el filósofo francés vuelve sobre el tema en la *Dióptrica* (1637) relacionando el diámetro de la lente con la distancia a la que debe concentrar los rayos. Los rayos no inciden todos paralelos, y la fuerza del calor se mide por la relación entre el tamaño del vidrio o el espejo, y el espacio en el que se reúnen los rayos:

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)
http://asclepio.revistas.csic.es

«una lente, cuyo diámetro no tuviese una dimensión aproximada a la equivalente a la centésima parte de la distancia que existiera entre ella y eI lugar en que debería concentrar los rayos del sol, es decir, un espejo que no guardase la misma proporción con tal distancia que la que guarda el diámetro del sol con la distancia existente entre él y nosotros, aunque fuese pulido por la mano de un ángel, no puede causar que los rayos que concentra produzcan más calor sobre el punto en el que los reúne que aquellos que provienen directamente del sol. Lo cual debe ser igualmente entendido de los vidrios comburentes. Por tanto, puede afirmarse que los que no entienden de Óptica son fácilmente persuadidos de afirmaciones, que son imposibles. Así, esos vidrios de los que se cuenta sirvieron a Arquímedes para incendiar a distancia los navíos, o bien eran de inmensas proporciones o más bien una fábula» (16).

W.E.K. Middleton y D.L. Simms han indicado que el escepticismo de Descartes motivó la pérdida de credibilidad en el mito (17), pero las investigaciones no se paralizaron. En *Ars magna lucis et umbrae* (1646), A. Kircher afirma haber viajado hasta Siracusa para estudiar el problema. La topografía del lugar, y la capacidad de un espejo cóncavo factible por la industria humana habrían hecho necesario que las galeras romanas no se encontraran situadas más allá de los 30 pasos del espejo (18). Resulta mucho más eficiente utilizar un número elevado de espejos planos. El propio Kircher pretende haber realizado en Roma una experiencia que muestra la bondad, y la eficacia de este dispositivo: sobre un muro curvo, y a intervalos regulares, se dispusieron cinco espejos que produjeron fuego a 100 pies (32,4 m). Incrementando el número de espejos se podría aumentar la distancia de ignición. Esta será precisamente la piedra angular del espejo compuesto de Buffon con la diferencia que las experiencias del sabio francés, fundadas no sólo en razones geométricas sino también físicas, ofrecen mayor credibilidad que la de los Porta, Cavalieri, y Kircher.

2. *Lentes y espejos ustorios como instrumentos de análisis químico en la Academia de Ciencias de París durante el s. XVIII*

Los aspectos puramente geométricos en el diseño y construcción de espejos y lentes ustorios se mezclan en la ciencia del s. XVIII con investigaciones físicas sobre la naturaleza del flujo luminoso y la estructura de los metales que constituyen el espejo. Así, por ejemplo, Musschenbroek

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)
http://asclepio.revistas.csic.es

piensa que los espejos metálicos reflejan mejor la luz cuando están fríos que cuando están calientes, y por ello queman mejor en invierno que en verano. La razón reside en que los poros del metal caliente son más grandes que los del metal frío, y la materia del fuego penetra con mayor facilidad los poros cuanto más abiertos están. Además los corpúsculos del metal caliente son menos elásticos, y reflejan peor los corpúsculos luminosos que las partes elementales del metal frío (19).

Este tipo de consideraciones son tenidas en cuenta en las experiencias realizadas con espejos en el s. XVIII y establecen un límite a su poder quemante. Los espejos y las lentes ustorios funcionaron en los gabinetes químicos del s. XVIII como instrumentos científicos claves para el análisis químico de las diversas sustancias, especialmente de los metales y el diamante en la medida en que los hornos no proporcionaban el suficiente calor para fundir, y volatilizar todas las sustancias conocidas. Estas herramientas ópticas permitieron, por ejemplo, demostrar que ningún metal es «fijo», es decir, ninguno resiste la acción del fuego solar sin volatilizarse (20). Los instrumentos utilizados a este fin fueron diseñados conforme al modelo de lente ustoria de Ehrenfried Walther Tschirnhaus, científico autodidacta y miembro de la Academia de Ciencias de París desde 1682. Su diseño llegó a la Academia en 1699, y consiste básicamente en un sistema integrado por dos lentes biconvexas de diferente tamaño dispuestas paralelamente (21). La distancia focal de la primera lente es de 12 pies (3,88 m), y el diámetro del foco es de 1,5 pulgadas (4 cm). El añadido de una segunda lente permite disminuir la distancia focal del conjunto, y el diámetro del foco a 8 líneas (1,8 cm). El fuego solar debe incidir perpendicularmente a ambas lentes, lo cual se conocerá cuando la imagen del Sol proporcionada por el instrumento sea perfectamente redonda. Las lentes deben situarse sobre un pie que permita el giro en todos los sentidos para poder cambiar la orientación de las lentes en función de los cambios en la posición del disco solar. En este sistema óptico la concentración de los rayos en el foco no es ni puntual ni homogénea: aumenta con la proximidad al eje de la lente (22).

Este tipo de lente es el que utilizó Wilhelm Homberg en su análisis químico de los metales, dados los problemas que presentaban los espejos cóncavos. El principal inconveniente de los espejos cóncavos con respecto de las lentes biconvexas en cuanto instrumentos ustorios radica en que, a diferencia de éstas, exigen que la muestra que se desea analizar deba ser suspendida en el aire a una cierta altura sin poder ser sostenida por ningún recipiente. La razón es que los rayos deben incidir paralelos al eje del

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

espejo lo que obliga a orientarlo según la dirección que conduce hacia el disco solar. Esto dificulta naturalmente su observación. Las lentes son más cómodas pues los rayos refractados se proyectan de arriba hacia abajo, lo que permite situar la muestra analizada sobre un soporte o en un recipiente fácil de observar (23). El oro y la plata emplazados en el foco de la lente se funden hasta vitrificarse. Los metales nobles que en los hornos ordinarios no consiguen ser fundidos, humean y se vitrifican bajo la acción de los rayos solares concentrados por la lente. Homberg no atribuye esta diferencia a las bondades del artilugio de Tschirnhaus sino a las diferencias entre el fuego solar y el fuego ordinario (24): el fuego solar se compone de partículas más sutiles, de menor grosor que penetran con mayor facilidad los poros del oro y de la plata que el fuego de los hornos contaminado por las impurezas del aceite de la madera. Experiencias paralelas serán realizadas con el hierro (25), resultando en todos los casos una sustancia vitrosa y «fija» —no susceptible de análisis ulterior mediante el aire y el fuego— que será identificada como derivada del elemento tierra de la tradición aristotélica. El metal se compone de mercurio, sustancia característica del estado metálico, que se volatiliza durante la exposición de la muestra a la acción de la lente, y de una materia terrosa más ligera (26). Etienne François Geoffroy repetirá en 1709 experiencias similares con los cuatro metales imperfectos —hierro, cobre, estaño y plomo— concluyendo algo parecido: los metales se componen de una sustancia oleosa o mercurial, común a los cuatro metales imperfectos, y causa de su brillo, y maleabilidad. Es la materia vitrificable la que es característica y distintiva de cada metal (27).

El modelo de lente ustoria de Tschirnhaus será también utilizado en las experiencias de volatilización del diamante de Lavoisier en 1772: el diamante se volatiliza, con menor calor que el requerido para volatilizar el carbón, y produciendo un gas similar al de las efervescencias metálicas (28). En 1774 Trudaine introduce una modificación buscando un instrumento de mayor potencia que funda el platino. Corta sendas fracciones de una esfera de cristal hueca de 16 pies (5,2 m) con un cristal de 8 líneas (1,8 cm) de espesor (29) (véase la ilustración 3) con el fin de fabricar una lente biconvexa (A) de 52 pulgadas (1,4 m) de diámetro que se rellena con «espíritu de vino» —alcohol— de mayor índice de refracción que el aire. Las dos fracciones rellenas de «espíritu de vino» son unidas por un bisel, y abrazadas por círculos de cobre. La segunda lente (B) de vidrio sólido posee un diámetro de 8,5 pulgadas (21,6 cm), y se sitúa a 8 pies y 7 pulgadas (278,1 cm) de la primera. El foco formado en el portaobjetos orienta-

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

ILUSTRACIÓN 3

Lente de Trudaine, 1774 (A. de LAVOISIER, *Oeuvres III*, 1863, pl. IX)

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)
http://asclepio.revistas.csic.es

ble G posee 8 líneas (1,8 cm) de diámetro. El conjunto es montado sobre un carro construido por Mr. Bernières, carpintero y mecánico de la Academia, de forma que es posible orientar la lente para seguir al sol en sus diferentes posiciones. Una manivela (E) permite seguir al sol en su movimiento vertical, y otra (F) hace posible regular la distancia entre las dos lentes. Un conjunto de ruedas (I) permite que el instrumento gire en torno al apoyo C.

También fueron utilizados un espejo y una lente ustorios por J. Priestley en sus trabajos sobre la calcinación del óxido de mercurio para obtener «aire flogisticado» —oxígeno—, en el que se facilitaba la combustión. Al igual que Homberg, Priestley señala que la lente es preferible al espejo en la medida en que no es necesario suspender la muestra en el aire (30). En sus primeras experiencias utilizó un espejo pero luego consiguió una lente de 12 pulgadas de diámetro (32,4 cm) y 20 pulgadas (54 cm) de distancia focal.

3. *El espejo compuesto de Buffon*

El interés instrumental de los espejos ustorios para la ciencia pudo plantear la necesidad de optimizar su uso. En 1726 Charles-François de Cisternai Dufay comunicaba a la Academia los resultados de sus investigaciones al respecto retomándolas donde las habían dejado Cavalieri y otros, pero esta vez consciente de que la Física puede traicionar los razonamientos geométricos (31): la luz pierde fuerza con la reflexión, la refracción o por acción del humo; no se propaga sin debilitarse hasta el infinito como habían supuesto los magos italianos. Inicialmente construyó espejos de yeso parabólicos, dorados y bruñidos pero posteriormente observó que los espejos semiesféricos son más fáciles de construir. La única diferencia, en cuanto a lo que al poder ustorio se refiere, es que mientras que los espejos parabólicos poseen un foco puntual, los semiesféricos poseen como foco una superficie cáustica (32). Esto no resta poder ustorio al foco del espejo semiesférico siempre que el foco cáustico sea menor que la muestra.

El primer ensayo de Dufay intenta dar solución al principal problema que planteaban los espejos cóncavos como herramientas ustorias: si se utiliza luz solar el espejo debe ser orientado hacia el Sol, y por ello, la muestra debe situarse en alto —entre el espejo y el Sol— lo que complica

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

su observación. Por esta razón, Dufay emplea un dispositivo compuesto por dos espejos semiesféricos que aprovecha el calor del fuego (véase la ilustración 4): coloca dos espejos esféricos de 20 y 17 pulgadas de diámetro respectivamente (54 y 46 cm) frente a frente a una distancia de 50 pies (unos 16 m), y sitúa en el foco de uno de ellos un carbón encendido avivado por un fuelle. Los rayos que, procedentes del fuego, son proyectados sobre uno de los espejos son reflejados paralelamente hacia el segundo incidiendo en su foco donde se encuentra la muestra que entra en combustión. Con espejos parabólicos de dimensiones similares se consigue el mismo efecto a 18 pies (unos 6 m), lo que avala la mayor efectividad de los espejos semiesféricos (33). Dufay estudia el efecto de:

— la interposición de una lámina de cristal: disminuye la acción ustoria de 18 a 8 pies (2,6 m). Esto se debe a que los rayos del fuego ordinario son en extremo groseros.
— el viento no influye sobre la acción ustoria.
— el humo de la paja quemada disminuye también la acción ustoria.

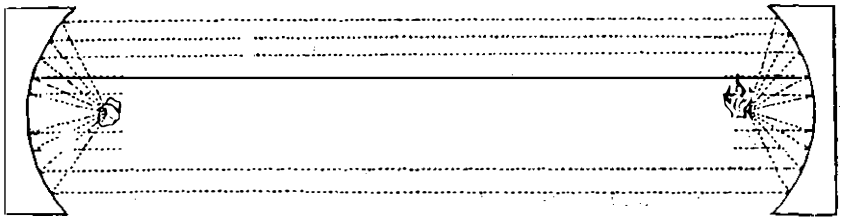


ILUSTRACIÓN 4
Sistema de dos espejos cóncavos (DUFAY, 1726)

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

Con un cierto escepticismo repite la experiencia de Cavalieri en busca de la *verga ustoria* tanto con un sistema compuesto por un espejo parabólico que refleja sus rayos sobre un espejo convexo y sólido (véase la ilustración 2), como con otro integrado por un espejo parabólico, y otro parabólico truncado. En el primer caso la experiencia fracasa: el pequeño espejo convexo se calienta demasiado, y daña a la vista; con el segundo sistema, este inconveniente se supera en la medida en que los rayos solares que inciden paralelos sobre un espejo cóncavo se concentran en el espacio vacío contenido en el espejo parabólico truncado para ser luego reflejados paralelamente en su superficie interior. No se consigue un calor considerable más allá de los 10 pies (3,2 m). Lo más significativo de estas experiencias es que Dufay no utiliza directamente la luz del sol, sino que previamente la refleja sobre un espejo plano reparando en la gran distancia a la que la imagen del sol puede ser reenviada. La imagen del sol reenviada por un espejo plano a otro cóncavo de 17 pulgadas (46 cm) de diámetro permite que éste queme incluso cuando la distancia entre ambos espejos sea de 600 pies (194 m). La fuerza de los rayos solares es poco disminuida por la reflexión en un espejo plano. No obstante, la distancia real a la que los espejos cóncavos queman hace fabulosa la leyenda de Arquímedes. Dufay sólo utiliza espejos planos para reflejar la luz sobre un espejo cóncavo pero conocía los trabajos de Kircher quemando con un conjunto de espejos planos (34). El empleo de espejos planos para reflejar la luz solar sobre espejos cóncavos facilita el uso de éstos como herramientas científicas. El siguiente paso será prescindir de los espejos cóncavos para construir un espejo compuesto solamente de espejos planos, mérito del historiador natural Buffon.

No cabe duda que cuando Buffon hizo público en la Academia de Ciencias su modelo de espejo compuesto conocía los trabajos de Kircher, y de Dufay, en contra de lo que pensó Montucla (35). El naturalista francés sabía que no se puede quemar con espejos cóncavos factibles por la industria humana más allá de 15 ó 20 pies (4,8 ó 6,5 m) (36). Comprueba que el cristal estañado refleja mejor la luz solar que el metal por bien pulido que esté, y algo que Dufay ya había constatado: la imagen solar conserva su fuerza a una distancia de hasta 300 pies (97 m) sin perder fuerza por el espesor del aire que atraviesa. Pero el principal argumento de Buffon en contra de la utilidad de los espejos cóncavos es que el disco solar ocupa una apertura angular finita de 32', es decir, los rayos procedentes del borde superior e inferior del sol al reflejarse formaran un ángulo de 32' que provocará que la imagen solar aumente de tamaño con la distancia. El de-

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

bilitamiento de la luz con la distancia no se debe a la pérdida de fuerza de los rayos al atravesar el aire sino a esta apertura angular. El diámetro del foco de un espejo cóncavo no puede ser menor que la cuerda del arco correspondiente al ángulo de 32' y no se gana nada con respecto a un espejo plano, siendo éstos de factura más sencilla. La solución, la que adoptaría Arquímedes, está en la composición de espejos planos. Puesto que los antiguos ignoraban el arte de colar el vidrio, indica Buffon, de ser cierta la leyenda de Arquímedes, éste tuvo que utilizar un conjunto amplio de espejos planos de metal pulido.

La segunda asunción teórica básica en la construcción del espejo es que para una misma intensidad luminosa los focos grandes queman más y mejor que los focos pequeños. Descartes asumió erróneamente que la intensidad del foco es independiente de la talla del espejo (37), es decir, si dos espejos poseen la misma curvatura poseerán un foco del mismo diámetro, pero la intensidad será distinta. Esta asunción es verificada por la experiencia. Eligió para ello sendos espejos: uno de 32 pulgadas (86,4 cm) de diámetro, foco de 8 líneas (1,8 cm), y distancia focal de 6 pies (1,94 m); el otro de 32 líneas (7,2 cm) de diámetro, foco de 2/3 de línea (0,5 cm), y distancia focal de 6 pulgadas (16,2 cm). La intensidad de los rayos concentrados es la misma con ambos espejos, pero el primero funde el cobre y el segundo no. La razón aducida por Buffon es que el calor se dispersa y se extiende por el volumen del metal. En el caso de un foco pequeño hay menos puntos irradiando, y se pierde más calor que en un foco grande donde hay más puntos difundiendo calor. Este argumento revela que no es del todo cierta la tesis de Middleton de que nadie en el siglo XVIII pensaba en términos de calor radiante (38). El calor no es debilitado por su propagación en el aire, pero sí hay una pérdida cuando se difunde en un metal.

Estos son los supuestos teóricos sobre los cuales Buffon se apoyó en su proyecto de espejo compuesto. El modelo inicial se componía de 168 espejos planos de cristal estañado de 6 por 8 pulgadas (16,2 por 21,6 cm) alejados unos de otros alrededor de 4 líneas (0,9 cm) para que pudieran moverse en todos los sentidos e independientemente, y permitan al operario ver el lugar al que deben ser conducidas las imágenes para poder quemar a diferentes distancias. Es necesaria media hora para disponer todos los espejos unidad haciendo coincidir todas las imágenes en el mismo punto. Las experiencias con este espejo serían realizadas en el Jardin du Roi sobre un terreno horizontal razón por la cual los espejos unidad son rectangulares y no cuadrados, para que al inclinarlos las imágenes del sol reflejadas sean

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

redondas y no oblongas. En las experiencias realizadas se fue incrementando el número de espejos unidad intervinientes, y sus resultados se recogen en la tabla siguiente:

Hora	*N.º de espejos*	*Distancia focal*	*Muestra*
Mediodía (23-III-1747)	40	66 pies (21,4 m)	plancha de madera embreada
14 h. (23-III-1747)	98	126 pies (40,8 m)	plancha de madera embreada
16 h. (3-IV-1747)	112	138 pies (44,7 m)	plancha cubierta de lana
11 h. (4-IV-1747)	154	150 pies (48,6 m)	plancha de madera embreada
15 h. (5-IV-1747)	154	150 pies (48,6 m)	trozos de abeto azufrados
4 h. (10-IV-1747)	128	150 pies (48,6 m)	plancha de madera embreada
11-IV-1747	45	20 pies (6,5 m)	trozo de estaño
11-IV-1747	117	20 pies (6,5 m)	trozos de plata

Buffon no proporciona demasiados detalles de la forma y evolución de la combustión de las diferentes muestras, lo que no ha sido obstáculo para que alguna de sus experiencias haya intentado ser reconstruida (39). Aunque el número de ensayos no fue demasiado amplio, Buffon creyó poder concluir que la capacidad ustoria del espejo era múltiplo del número de espejos unidad. No obstante, supone un límite establecido por las capacidades de la industria humana. Nunca se podrá quemar más allá de 800 ó

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

900 pies (260 ó 290 cm), ya que para quemar a una legua (unos 4 Km) sería necesario un espejo 2.000 veces mayor que el de Buffon. Fundándose en el testimonio de Tzetzes, y en sus propias experiencias, Buffon piensa que Arquímedes pudo quemar con un espejo hexagonal combinado con un conjunto de pequeños espejos planos movibles mediante pequeñas charnelas que dirigirían sus imágenes hacia el foco del espejo hexagonal. La distancia alcanzada no podría haber sido superior a 150 ó 200 pies (48,6 ó 64,8 m).

El año siguiente Buffon hizó pública otra memoria en la que daba continuidad a sus investigaciones sobre los espejos. Esta vez amplía el número de los espejos unidad hasta 360 (véase la ilustración 5), pero los hace cuadrados, y no rectangulares, violando la suposición que había avanzado

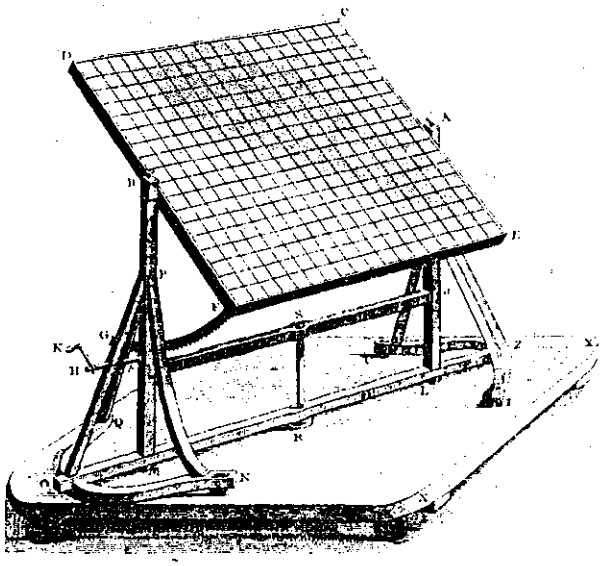


ILUSTRACIÓN 5
Espejo compuesto de Buffon sobre chasis de hierro (BUFFON, *Histoire naturelle. Supplément I,* 1774, plancha VIII)

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

en las investigaciones del año anterior (40). En esta memoria presenta otros modelos, por ejemplo, una lente hueca rellena de agua, que quizás pudo inspirar a Trudaine (véase la ilustración 3), a partir de dos cristales de 37 pulgadas (1 m) de diámetro, con un orificio en su zenit para que en caso de que el agua se caliente demasiado y se vaporice no provoque el estallido de la lente. También propone la construcción de lentes «à echelons», es decir, lentes talladas rebajando su anchura a modo de escalones, de forma que disminuye su espesor sin disminuir su diámetro ni alargar su foco.

En 1774 Buffon expone sus investigaciones sobre los espejos ustorios de forma sistemática en el primer volumen del *Suplemento* a la *Historia natural* indicando que tras la comunicación de sus trabajos a la Academia en 1747, Bouguer y otros objetaron contra su espejo remitiéndose a la doctrina cartesiana de la *Dióptrica* (41). Descartes rechazó la posibilidad del espejo de Arquímedes ya que la violencia del calor producido en el foco debe ser estimada por la relación de tamaño entre el cuerpo que reúne los rayos luminosos y el espacio en el que convergen tras su reflexión. Arquímedes tendría que haber construido un espejo de dimensiones fabulosas para quemar la flota romana, y por ello la línea ustoria de Porta y Cavalieri, propagada hasta el infinito, es una quimera. Buffon le contesta defendiendo algo que en 1747 había rechazado: se puede quemar a una distancia indefinida en la práctica, e infinita en la teoría añadiendo un número cada vez mayor de espejos planos. La línea ustoria es posible. Buffon introduce en la polémica un aspecto ausente en las memorias de 1747 y 1748: la perfección de las lentes no sólo depende de su diametro, y de su curvatura, sino también de los diámetros de los objetos, y de su intensidad luminosa, de forma que deberían ser empleadas lentes diferentes para realizar observaciones en los distintos planetas. Añade sin justificar, y como pretendido resultado experimental, que los espejos y las lentes poseen el mismo efecto ustorio sea cual sea su distancia al Sol. De esta forma un espejo ardiente quemaría madera igual en Saturno que en la Tierra aunque la distancia de ambos planetas al Sol sea diferente, y en Saturno el calor del Sol sea 100 veces menor.

La principal virtud de su espejo no es, como han malinterpretado los cartesianos, inscribir un conjunto de planos en una superficie esférica, sino en que resulta igual, a una cierta distancia, quemar con espejos planos que quemar con espejos cóncavos, ya que en ambos casos la imagen del Sol no puede ser reducida a la cuerda del arco que subtiende el disco solar (32'), y la imagen aumenta de tamaño con la distancia.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)
http://asclepio.revistas.csic.es

4. *Las aplicaciones del espejo compuesto de Buffon*

El espejo compuesto de Buffon no debe ser contemplado únicamente bajo la óptica de la tradición que investigó y discutió la posibilidad teórica y la factibilidad técnica del espejo de la leyenda del asedio de Siracusa. El naturalista preveía que su invención podría tener gran interés como instrumento científico y útil tecnológico. Sus posibles aplicaciones ya fueron avanzadas en 1747, pero en la *Historia natural* se encuentran recogidas de una forma más detallada (42):

a) El calor del foco podría utilizarse en la evaporación de aguas saladas para obtener sales destinadas bien a la alimentación, bien a la industria. Bastaría para ello disponer un espejo de cuatro pies (1,3 m) de ancho por tres pies (1 m) de largo integrado por 12 espejos planos de un pie cuadrado (32,4 cm x 32,4 cm) con una distancia focal de 16 pies (5 m). Para optimizar la evaporación habría que disminuir el espesor de la capa de agua en la medida de lo posible.

b) Los espejos podrían emplearse para calcinar yesos u otras piedras calcáreas.

c) Los espejos podrían convertirse en arma bélica quemando las velas de los barcos e incluso madera embreada a más de 150 pies (48 m).

d) Pero quizás la aplicación que Buffon considera más prometedora es la de una escala termométrica. El espejo compuesto proporciona una medida exacta y objetiva del calor, pues el calor que se procura en el foco es múltiplo del número de imágenes solares proyectadas, es decir, del número de espejos unidad. Tomando como punto de referencia la temperatura de congelación del agua, la primera graduación se establece colocando el bulbo del termómetro en el foco del espejo. Con el calor que proporciona un solo espejo unidad se marca en el capilar del termómetro la primera división de la escala principal. Proyectando en el foco las imágenes de dos espejos unidad la segunda, y así sucesivamente. Si se emplea como líquido termométrico el mercurio no es conveniente extender las divisiones más allá de 9 ó 12, pues añadiendo más espejos el mercurio se volatiliza. Tampoco es aconsejable llenar el termómetro con espíritu de vino coloreado porque se descompone al cabo de cierto tiempo. Es más adecuado el aceite de lino. Una vez establecidas las divisiones

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

principales 1, 2, 3, 4... correspondientes a una, dos, tres, cuatro,... imágenes solares se marcarán las partes alícuotas de cada división 1 *1/4*, 2 *1/4*, 3 *1/4*..., 1 *1/2*, 2 *1/2*, 3 *1/2*,..., *1 3/4*, 2 *3/4*, 3 *3/4*..., cubriendo la cuarta parte, la mitad, y las tres cuartas partes de la superficie de los espejos unidad.

Buffon pretende que su método de construcción de termómetros sustituya al de su rival R.F. de Réaumur que hizo público en 1730 (43). Réaumur fabricaba también sus termómetros tomando como punto de referencia un único punto fundamental —el de congelación— y el grado unidad era definido volumétricamente en función de la dilatabilidad del alcohol. Tras determinar como unidad un cierto volumen de alcohol añadía mil unidades volumétricas al bulbo sumergido en un cubo de agua helada. Trazaba entonces la muesca correspondiente a 0°. Al final de esta operación sellaba el tubo. El principal inconveniente de esta escala es que diferentes alcoholes o disoluciones alcohólicas poseen diferentes coeficientes de dilatación, y por lo tanto se hacía necesario definir una disolución estándar. Réaumur sugiere, por ello, que se utilice alcohol que se dilata 80 grados —80 unidades volumétricas— entre la temperatura del hielo, y aquella a la que el alcohol comienza a hervir.

e) EI espejo permitirá también volatilizar el oro, la plata y otros metales o minerales, y para recoger las fracciones volátiles a fin de que sean analizadas.

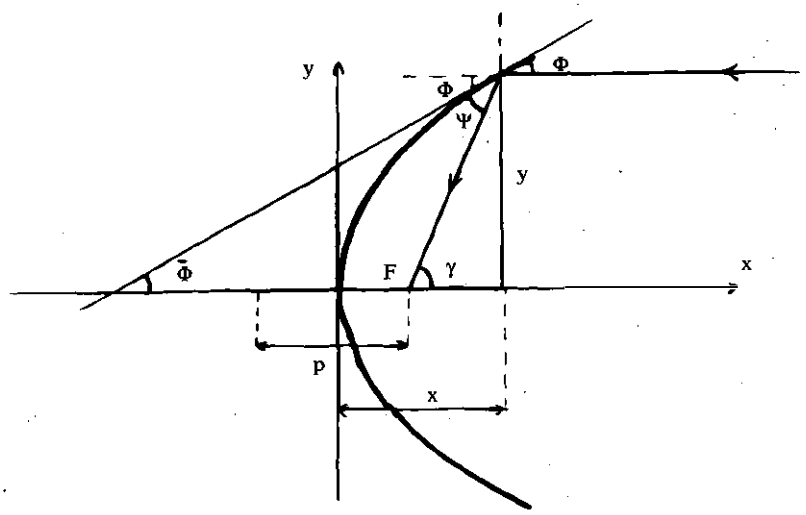
No hay noticia de que el espejo compuesto fuera efectivamente utilizado para estos fines, pero no cabe duda que Buffon, al diseñarlo, no sólo pensó en la leyenda de Siracusa sino también en su virtual potencialidad científica, y tecnológica. El espejo compuesto no es sólo producto de la ubícua curiosidad del célebre naturalista francés, sino también del espíritu empírico, cuantificador y tecnológico de la ciencia de la Ilustración, ausente en las fantasías de los magos italianos del s. XVI. Buffon no sólo construyó su espejo para discutir, fundándose en la experiencia, la plausibilidad de la leyenda de Siracusa sino también previendo las aplicaciones de un nuevo instrumento científico en el análisis químico de los metales, y en calorimetría conectando de esta forma con la tradición instrumental de la Academia de Ciencias francesa del s. XVIII.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)
http://asclepio.revistas.csic.es

NOTAS

(1) Dada la ecuación de una parábola $y^2 = 2px$ el foco es el punto F cuya abcisa es p/2 (véase la figura). Es fácilmente deducible que los rayos que incidiendo paralelos al eje de abcisas se reflejan en un elemento de la parábola convergen en su foco. Si diferenciamos la ecuación de la parábola resulta:

$$2y \cdot dy = 2p \cdot dx \qquad (1)$$



La pendiente o derivada en un punto dado es entonces:

$$dy/dx = tg\Phi = p/y \qquad (2)$$

La tangente del ángulo γ que forma el rayo reflejado al foco con el eje de abcisas es, según la figura:

$$tg\gamma = y/(x-p/2) \qquad (3)$$

Como la tangente del doble de un ángulo cualquiera es:

$$tg2a = 2\ tga/(1-tg^2\ a) \qquad (4)$$

al aplicar (4) al ángulo Φ y simplificar resulta:

$$tg2\Phi = tg\gamma \qquad (5)$$

Es decir, $\gamma = 2\Phi$. No resulta difícil ver en la figura que $90-(\Phi + \Psi) = 90-\gamma$, y por tanto, $\Psi = \Phi$. Puesto que la ley de reflexión fundamental enuncia que el ángulo de incidencia es igual al de reflexión se demuestra que todo rayo que incida paralelo al eje de abcisas se reflejará pasando por el foco F. Esta propiedad fue utilizada por Newton en la construcción de telescopios reflectores para concentrar la imagen de los astros, y en la actualidad se emplea en la fabricación de los faros de los automóviles.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

(2) TOOMER, G.J. (1970): «Diocles», en C. C. GILLISPIE (ed.), *Dictionary of Scientific Biography* 15, New York, 1970, p. 116.

(3) SIMMS, D.L. (1977): «Arquimedes and the Burning Mirrors of Syracuse», *Technology and Culture 18,* 1-24: p. 16.

(4) MONTUCLA, J.F. (1802): *Histoire des mathématiques III,* París, p. 558.

(5) SARKAS, I. (1973): *Times,* London, 7 de noviembre. Sarkas dispuso 50 ó 60 marineros a lo largo del Pireo. Cada uno sostenía un espejo pulido de la talla de un escudo griego. Todos dirigieron la luz reflejada hacia un punto común sobre la superficie de un bote de remos. El barco entró en ignición, y continuó ardiendo durante unos minutos.

(6) DIJKSTERHUIS, E.J. (1938): *Archimedes,* Princeton, 1987, p. 28.

(7) SIMMS (1977), p. 7.

(8) BALTRUSAITIS, J. (1988): El *espejo,* Madrid, p. 98.

(9) ZONARAS (1560): *Croniques II,* Lyon, pp. 88-89.

(10) TZETZES, J. (1546): *Chiliades II,* Bale.

(11) AL-HAYTAM I.: «A Treatise on Burning Glasses», en AA.VV. (1969), *Ibn Al-Haytam*, Pakistan, pp. 255-259; p. 255.

(12) DELLA PORTA, G.B. (1589): *Magiae Naturalis XXI,* Napoles, lib. XVII, caps. 14-17, pp. 271-276

(13) GALILEI, G. (1638): *Dialogue des sciences nouvelles,* París, 1966, p. 266.

(14) CAVALIERI, B. (1632): *Lo specchio ustorio o vero trattato della settione coniche,* Bolonia, p. 102.

(15) DESCARTES, R. (1630): *Oeuvres I,* París, 1897-1913, pp. 109-110.

(16) DESCARTES, R. (1637): *Dióptrica,* Madrid, 1989, pp. 149-150.

(17) MIDDLETON, W.E.K. (1961): «Archimedes, Kircher, Buffon and the Burning Mirrors», *Isis 52,* 533-543; p. 535. SIMMS (1977), p. 1.

(18) KIRCHER, A. (1646): *Ars magna lucis et umbrae,* Roma, pp. 874 y ss.

(19) MUSSCHENBROEK, P. VAN (1769): *Cours de physique expérimentale et mathématique II,* París, p. 399.

(20) Los químicos entendían por cuerpo fijo aquel que resiste la acción tanto del fuego como del aire sin perder nada de su sustancia. La volatilización es la separación de las partes del cuerpo en forma de vapor [MUSSCHENBROEK (1769), pp. 404-405].

(21) TSCHIRNHAUS, E.W. (1702): «Effets des Verres Brulans de trois ou quatre pieds de diametre», *Histoire de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1699,* 90-94.

(22) El foco de un espejo semiesférico es una cáustica, y origina la conocida aberración de esfericidad, es decir, las zonas del foco más alejadas del eje poseen una distancia focal distinta que las zonas más próximas al mismo. La densidad de los rayos reflejados es mayor en la zona del foco próximo al eje del espejo.

(23) HOMBERG, W. (1704): «0bservations faites par le moyen du verre ardent», *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1702,* 141-149; p. 141.

(24) HOMBERG, W. (l704), p. l46.

(25) HOMBERG, W. (1707): «Observations sur le feu au Verre Ardent», *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1706,* 158-165.

(26) HOMBERG, W. (1708): «Eclaircissement touchant la vitrification de l'or au verre ardent», *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1707,* 40-48; p. 43.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

(27) GEOFFROY, E.W. (1711): «Experiences sur les metaux faites avec le Verre ardent du Palais Royal», *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1709,* 162-176; pp. 175-176.

(28) LAVOISIER, A. DE (1775): «Second Mémoire sur la Destruction du diamant au grand Verre brûlant de Tschirnhaus, connu sous le nom de Lentille du Palais Royal», *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1772,* 591-616.

(29) TRUDAINE DE MONTIGNY, MACQUER, CADET, LAVOISIER Y BRISSON (1778): «Premier Essai du Grand Verre Ardent de M. Trudaine, établi au Jardin de l'Infante au commencement du mois d'Octubre de l'année 1774», *Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1774,* 62-72; p. 64.

(30) PRIESTLEY, J. (1790): *Experiments and Observations on Different Kinds of Air II,* Birmingham, pp. 105-106.

(31) DUFAY, CH.F. (1753): *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1726,* 165-174.

(32) Véase la nota 22.

(33) DUFAY (1753), p. l67.

(34) DUFAY (1752), p. l74.

(35) MONTUCLA (1802), p. 506.

(36) BUFFON, CONDE DE (1752): «Invention de miroirs ardens pour bruler à une grande distance», *Mémoires de l'Académie Royale de Sciences pour l'Année 1747,* 82-101; p. 83.

(37) DESCARTES (1637), p. l33.

(38) MIDDLETON (1961), p. 541.

(39) Middleton intentó reproducir una de estas experiencias suponiendo un espejo compuesto de 128 espejos planos para quemar a una distancia de 150 pies (48,6 m) una plancha de madera embreada. Asumiendo que el ensayo fue realizado por Buffon el 10 de abril de 1747, Middleton concluyó que teóricamente el artilugio proporcionaría una irradiancia de 0,43 cal/cm^2, aunque los estudios modernos sobre la ignición de la madera revelan que es necesaria, como media, una irradiancia de 0,6 cal/cm^2 para quemar planchas de madera de pino, abeto o similar. El alquitrán que recubría la madera no ayudaría a rebajar este valor. Carecemos de la información suficiente para precisar mejor los resultados de esta experiencia. En cualquier caso, Middleton asume que las conclusiones de Buffon son honestas y no exageradas, y que el espejo de Arquímedes es plausible [MIDDLETON (1961), pp. 541-543].

(40) BUFFON, CONDE DE (1752): «Nouvelle invention de miroirs ardens», *Mémoires de l'Academie Royale des Sciences pour l'année 1748,* 305-312; p. 305.

(41) BUFFON, CONDE DE (1774): *Histoire naturelle. Supplément I,* París, p. 426.

(42) BUFFON (1774), pp. 453-461.

(43) RÉAMUR, R.F. DE (1732): «Régles pour construire des thermometres dont les degrés soient comparables, et qui donnent une idée d'un chaud ou d'un froid qui puissent être rapportés à des mesures connues», *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1730,* pp. 452-507.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas http://asclepio.revistas.csic.es
Licencia Creative Commons
Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

ARBOR Ciencia, Pensamiento y Cultura
Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262 | ISSN-L: 0210-1963
doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

HISTORIA DE LAS CONCEPCIONES CIENTÍFICAS SOBRE LA LUZ / *HISTORY OF SCIENTIFIC IDEAS ABOUT LIGHT*

ALHACÉN: UNA REVOLUCIÓN ÓPTICA

IBN AL-HAYTHAM: AN OPTICAL REVOLUTION

Agustín González-Cano
Universidad Complutense de Madrid
agugonza@ucm.es

Cómo citar este artículo/Citation: González-Cano, A. (2015). "Alhacén: una revolución óptica". *Arbor*, 191 (775): a262. doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

Copyright: © 2015 CSIC. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia Creative Commons Attribution-Non Commercial (by-nc) Spain 3.0.

Recibido: 11 diciembre 2014. Aceptado: 6 marzo 2015.

RESUMEN: Alhacén es un punto de inflexión en la historia de la Óptica, uno de los nombres clave en el desarrollo de las teorías ópticas y un personaje de gran talla científica. Se pasa revista aquí a su figura, a sus principales aportaciones y la trascendencia de esas aportaciones. En particular, se pone el énfasis en el replanteamiento que Alhacén hace del papel de la luz en la visión y en el modelo intromisivo que propone para esta última.

PALABRAS CLAVE: Alhacén; historia de la Óptica; intromisionismo; refracción; visión.

ABSTRACT: Ibn al-Haytham (Alhazen) represents a turning point in the history of Optics, as a key figure in the development of optical theory and an outstanding scientist. Here we summarize his main contributions and their significance, with particular emphasis on Ibn al-Haytham's reconsideration of the role of light in vision and the intromission model he proposed.

KEYWORDS: Ibn al-Haytham; History of Optics; intromission theory; refraction; vision.

EX ORIENTE LUX: ALHACÉN EN EL CONTEXTO DE LA HISTORIA DE LA ÓPTICA

Alhacén suele ser el modo en el que, en el contexto de la literatura en castellano, se nombra a Abū 'Alī al-Hasan ibn al-Hasan ibn al-Haytham. Cuando en 1572 Friedrich Risner edita en Basilea la traducción medieval al latín de la obra de al-Hasan, transcribe este nombre como Alhazen, estableciendo así la forma definitiva el nombre de nuestro autor en el contexto occidental, tras la vacilación existente en la transcripción del nombre árabe al latín a lo largo de los siglos anteriores. Es costumbre, por otro lado, *españolizar* la grafía convirtiéndola en Alhacén. En la literatura anglosajona es igualmente frecuente el uso del patronímico, ibn al-Haytham (Sabra, 1989).

Durante los siglos precedentes a Alhacén, el discurso óptico que entendemos hoy como un todo coherente e interconectado se hallaba más bien fragmentado en diversos ámbitos, que empleaban métodos y enfoques diferentes e incluso contradictorios (Lindberg, 1976). En todo momento, no obstante, la gran protagonista de la Óptica era la visión y su problemática, y el desarrollo de la Óptica matemática alejandrina había permitido establecer una técnica operativa para dilucidar una buena parte de los llamados *errores* de la visión (una manifestación de un conflicto de profundas resonancias filosóficas entre esencia y apariencia). La naturaleza física del estímulo visual era un asunto, por lo general, mal resuelto y frecuente causa de polémica y discusión entre los autores que se sucedían en el tiempo, dado que la Óptica matemática partía de un extramisionismo *básico*: rayos visuales entendidos esencialmente como líneas geométricas, sin entrar en la composición o naturaleza de tales rayos visuales. El planteamiento más físico o filosófico quedaba por lo general incluido en otro tipo de obras *no técnicas*, entre las que se destacan las aportaciones de filósofos del rango de Platón o Aristóteles. En todo momento, no obstante, se mantienen unas constantes en la formulación del proceso visual: carácter *táctil* y necesidad de contacto para la visión, papel ambiguo y en general subsidiario del medio de propagación (si la hubiere) y por ende de la luz (como propiciador del proceso visual, pero no como protagonista del mismo), separación (aunque cierta comunidad de naturalezas) entre rayos ópticos (visuales) y emanaciones ígneas como rayos de sol (de ahí que la catóptrica no incluyera por lo general el estudio de los espejos ustorios), exteriorización del proceso visual respecto del cuerpo y silencio sobre posibles ulteriores instancias, digamos, psicológicas en el mismo, etc. (Simon, 1988).

Otros ámbitos de la Óptica clásica (pero fuera de las obras consagradas a ella, e identificados como temas ópticos por nosotros a posteriori) podrían ser la Astronomía, el estudio de los fenómenos atmosféricos, el conocimiento y tratamiento de las patologías oftalmológicas, el estudio anatómico y fisiológico del ojo, etc. Cada uno de esos ámbitos encontraba su acomodo en diferentes estratos de la estructura del pensamiento clásico y era infrecuente encontrar obras de síntesis entre esos enfoques, hasta, parcialmente, la llegada de Ptolomeo (Lindberg, 1976; Lejeune 1956; Smith, 1999). Será Alhacén el primero que reúna esas diversas ramas en un todo coherente a partir de un verdadero giro en los planteamientos recibidos, pero siempre dentro del conocimiento de esa tradición clásica.

Por ello, la cuestión de la transmisión del bagaje de la Óptica griega durante la Edad Media también resulta decisiva para entender la aportación de Alhacén. La labor de traducción realizada frecuentemente a través del paso por el siríaco y en gran parte a cargo de cristianos nestorianos, que culmina en el establecimiento de la llamada Casa de la Sabiduría por los califas omeyas, y la dedicación de personajes como Hunayn b. Ishaq o Al-Kindi, permitieron que se preservara en buena medida el corpus óptico, poniendo a disposición de los estudiosos ulteriores (lo cual incluye también al Occidente cristiano, privado durante la Alta Edad Media de la mayor parte de los textos griegos y que recibirá a Euclides o Ptolomeo a partir de los árabes en una primera instancia) un conjunto de autores que definen el punto de partida para los avances que los autores que escriben en árabe en el amplio arco geográfico del Islam, autores que se vieron obligados a adaptar a una lengua sin tradición filosófica o científica textos de Euclides, Galeno o Ptolomeo entre otros, y no solo, claro está, en el campo de la Óptica sino en Astronomía, Medicina, Matemática y otras muchas áreas (Lindberg, 1976; Rashed, 1997).

Alhacén es uno de los primeros autores que conoce y asimila de manera casi completa todo ese legado y su labor de integración de las diversas contribuciones es tan importante como el avance que suponen sus propias aportaciones. Es sabido que de la Óptica de Ptolomeo se había perdido el primer libro (para ya no recuperarse nunca más), en el que se discute el planteamiento del autor sobre la naturaleza del proceso visual y sus agentes, y es posible que el conocimiento de Alhacén de la obra de Ptolomeo en sus inicios no fuera tan profundo como llegó a serlo. De Aristóteles conoce una parte significativa de su obra, pero, por lo general, no entra en los discursos más puramente

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

ópticos, que están incluidos en obras como *Sobre el alma*. Está perfectamente al tanto de los autores fundamentales de la rama de la Óptica matemática, como Euclides o Herón, por lo general a través de los compiladores posteriores como Teón de Alejandría o Antemio de Tralles, y conoce también las principales obras sobre espejos ustorios, por no hablar de libros clave en disciplinas como la Astronomía, entre los que destaca el *Almagesto* de Ptolomeo. En cuanto a la obra de Galeno, es fundamental para la historia de la Óptica porque es por ese medio como por lo general los autores islámicos se enfrentan al problema de la naturaleza del estímulo visual o a la descripción básica del mecanismo de la visión, con la consabida pugna entre las variantes intro- y extramisiva, que sistemáticamente se vence del lado de esta última hasta la renovadora propuesta intromisiva de Alhacén (Lindberg, 1976).

Al-Kindi e Ibn Sahl serían los principales autores árabes que antecedieron a Alhacén en el estudio de la Óptica y de ellos toma bastantes cosas, pero, precisamente en una cuestión tan relevante dentro de las aportaciones de Alhacén, como es el estudio de la refracción, parece no haber conocido o no haber comprendido suficientemente la propuesta del segundo de los autores, al que en justicia se le podría atribuir el descubrimiento de la ley de la refracción, muchos siglos antes que Snel o Descartes (Rashed, 1997). En ese sentido, no es exagerado decir que el punto de partida y el *espejo* en que se mira Alhacén es la Óptica de Ptolomeo, de la cual su *Kitab al-Manazir* es en buena medida el sucesor en su labor de síntesis e integración de todo el corpus óptico existente, pero la asimilación de todas las otras contribuciones de autores clásicos e islámicos, que apenas hemos esbozado aquí, además del propio talento de Alhacén, confieren un alcance muy superior a su obra respecto de cualquiera de las precedentes, hasta tal punto que no sería incorrecto afirmar que la Óptica alhaceniana supone una verdadera *fundación* de la disciplina que hoy designamos con el nombre de Óptica, en la que el proceso visual es explicado por la intervención, con carácter protagónico, del agente físico *luz*, de cuyas propiedades y comportamientos hemos de ocuparnos, y donde el *conocimiento* del mundo exterior a partir de la vista incluye instancias fisiológicas y psicológicas, un *dentro* hasta entonces prácticamente olvidado, en una estructura lógica a partir de una secuencia de procesos bien interconectados, entre los cuales la refracción juega un importante papel.

Esa profunda renovación del esquema intromisivo (cuya versión clásica, desarrollada dentro de la escuela atomística y explicitada por autores como Epicuro o Lucrecio, resultaba inviable e inoperativa, por no resultar compatible con la bien desarrollada Óptica matemática, de esencia fuertemente extramisiva) solo puede, pues, llevarse a cabo a partir de una meditación sobre los elementos fundamentales del proceso visual, que llevará a un verdadero giro en los intereses futuros de la disciplina, que se irá convirtiendo más y más en la ciencia de la luz dado que la visión quedará en buena medida explicada como un *asunto de la luz*. En ese sentido, es correcto el empleo (puramente metafórico, si se quiere) del término *revolución* para definir la labor de Alhacén, dado que hay un intercambio de roles muy acusado entre el estímulo sensorial y el órgano sensible, que pierde su carácter activo para convertirse en el receptor de un estímulo perfectamente identificado con un agente físico de existencia *objetiva* y que se *presenta* al mundo científico como el objeto de estudio fundamental de la Óptica: la luz.

Es en el *Kitab al-Manazir* donde Alhacén desgrana morosamente todas las etapas de ese proceso *fundador* y en ese libro nos centraremos en nuestra presentación. No obstante, las contribuciones de Alhacén a la Óptica no se agotan en esa obra y también es muy relevante su aportación a la Matemática o la Astronomía. Un estudio detallado de todas esas contribuciones queda, como puede imaginarse fuera de las posibilidades de este trabajo.

EL RÍO Y EL LIBRO. INFORMACIÓN BIO-BIBLIOGRÁFICA

Las fuentes bibliográficas que se ocupan más extensamente de la vida de Alhacén son unos doscientos años posteriores a su vida, con lo que eso conlleva desde el punto de vista de la fiabilidad de las informaciones en ella incluidas, y corresponden a las obras de al-Qiftī (m. en 1248) e Ibn Abī Usaybi'a (m. en 1270), quienes vivieron en Egipto y Siria (Sabra, 1989).

A partir de esas biografías y en base también a otros testimonios, que incluyen las transcripciones de documentos posiblemente originales de Alhacén a cargo de Ibn Abī Usaybi'a se puede determinar con cierta precisión que Alhacén nació en Basora (hoy en Irak) hacia el 965 y murió en El Cairo en torno a 1040, así como la totalidad (o al menos una muestra muy extensa) de los títulos de las obras que se le atribuyen, que se han conservado en un porcentaje apreciable hasta nuestros días.

En cuanto a los detalles concretos de su peripecia vital, hemos de ser cautelosos, porque los diversos testimonios tienden a relatos muy coloridos y deta-

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

llados que no tienen por qué corresponder a la realidad. Según uno de ellos, que recoge al-Qiftī, Alhacén se trasladó de Irak a Egipto, a la corte fatimita de al-Hâkim (califa de 996 a 1021), el monarca interesado en la cultura que fundó en El Cairo una biblioteca cuya fama casi alcanzó la de la Casa de la Sabiduría de Bagdad. El califa, impresionado por la pretensión de Alhacén, quien declaró ser capaz de realizar construcciones en el Nilo que pudieran regular el flujo de sus aguas, persuadió al ya famoso matemático para que fuera a Egipto. Cuando Alhacén recorrió el curso del Nilo y conoció las excelentes construcciones que ya existían desde antiguo y que habían sido insuficientes para regular el caudal del río, perdió confianza en su proyecto inicial y se declaró incapaz de llevar a cabo lo que había prometido. Al confesarle su fracaso al califa, este le puso al frente de un departamento gubernamental, cargo que Alhacén aceptó llevado por el miedo para inmediatamente fingirse loco y ser confinado por ello en su domicilio hasta la muerte del califa en 1021. Alhacén entonces *recuperó* su salud mental y dedicó el resto de su vida a un trabajo casi ascético de lectura y copia de trabajos científicos, instalado en las proximidades de la mezquita Azhar en El Cairo. Otra fuente indica que cada año Alhacén producía una copia manuscrita de los *Elementos* de Euclides o del *Almagesto* de Ptolomeo en lengua árabe. También pudo haber tenido discípulos, dedicándose a la enseñanza.

Ibn Abī Usaybi'a recoge el relato de al-Qiftī, acreditando su procedencia, y algún otro testimonio o detalle, pero, sobre todo, pone a nuestra disposición lo que sería la transcripción de un documento de la mano del propio Alhacén en la que en realidad este no ofrece detalles concretos de su vida (ni siquiera la fecha o el lugar de nacimiento), pero donde nos ofrece una lista parcial de sus obras, que alcanzarían hasta el momento de la redacción al documento, 1027. Hay una segunda lista de obras que cubriría el periodo de 1027 a 1028 y una tercera lista, ya posterior al fallecimiento de Alhacén, que incluiría un catálogo presuntamente completo de las obras de este.

En base al análisis de esas informaciones se puede reconstruir hasta cierto punto la evolución intelectual de Alhacén y establecer con cierta fiabilidad los datos básicos de su vida, como las fechas de su nacimiento y muerte. En lo que nos concierne, es especialmente valiosa la información sobre las numerosas obras que Alhacén dedicó a estudios de Óptica (o, por ser más precisos, a temas que hoy incluimos en la Óptica) dentro de su trabajo de matemático y astrónomo, que fue por el que fue más conocido en su tiempo.

En ese ámbito, la obra *estrella*, como venimos diciendo, es la que recibe el nombre árabe de *Kitab al-Manazir*. *Al-Manazir* es el término que se había ido eligiendo por los autores árabes cuando se iba definiendo el campo de la Óptica, fundamentalmente a partir de las contribuciones de Euclides y otros *matemáticos*, por lo que estamos refiriéndonos más bien a esa faceta de nuestra disciplina que luego los autores que escribían en latín tradujeron como *De aspectibus*, o *Perspectiva* (término que en los siglos XIII y XIV podemos considerar por completo equivalente al griego de Óptica, para luego pasar a designar preferentemente la aplicación de las reglas ópticas al problema de la representación pictórica de la realidad). Esas fueron también algunas de las denominaciones que recibió también el libro de Alhacén cuando se fue traduciendo al latín. Alhacén, así, se incluye desde el mero título en la tradición que hemos esbozado en el apartado anterior y que toma como referencia la obra de Ptolomeo, aunque incorpora otras cosas que no se hallan allí explícitamente (como consecuencia, según Alhacén, de la pérdida del primer libro) y muchas aportaciones originales que extienden considerablemente el alcance de ese *al-Manazir*, ya difícilmente identificable de forma exclusiva con la Óptica matemática. Pero, por ese mismo motivo, Alhacén no incluye en el *Kitab* sus estudios sobre espejos o esferas ustorios, el arco iris y el halo, la luz de la luna o los eclipses, que desarrolla en otros opúsculos (en los que se muestra su interés por el estudio de la *luz* y sus diferentes manifestaciones), pero que no considera propiamente parte del *corpus óptico* definido a partir de Ptolomeo. El estudio detallado de esos tratados (menores si se comparan con la monumentalidad del *Kitab-al-Manazir*) es interesante además porque nos permite entrever una cierta evolución del pensamiento de Alhacén y del grado de conocimiento o influencia que van teniendo sobre él autores como Aristóteles o Ptolomeo, y nos muestra las aportaciones de Alhacén a cuestiones como el estudio de la *camera obscura*, el arco iris, la esfera ustoria o el problema del tamaño aparente de la luna (que se conoció en Occidente como el *problema de Alhacén*). Dado el alcance de nuestro trabajo, sin embargo, no podremos ocuparnos realmente de esos tratados y de esas contribuciones, digamos, *laterales* de Alhacén.

LAS CONDICIONES DE LA VISIÓN: UNA RENOVACIÓN DEL ESQUEMA INTROMISIVO

Si hemos de hacer caso a su propio testimonio, enunciado en las primeras (e intensas) páginas de su voluminoso *Kitab al-Manazir*, es la inquietud la que

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

lleva a Alhacén a reformular el tratamiento de los problemas ópticos, insatisfecho ante la falta de concordancia de los diversos autores que se han ocupado antes de él de esas cuestiones. Reconoce la dificultad de las tareas emprendidas por todos esos autores, pero se propone, de algún modo, *reformular el método*, dado que tiene el convencimiento de la unicidad de la verdad, y considera preciso encontrar un procedimiento por el que las aparentes contradicciones se resuelvan y la luz triunfe sobre la obscuridad. Aunque no se puede sin grave riesgo de anacronismo categorizar a Alhacén como un científico experimental, sí es cierto que en todo momento recurre a observaciones, experiencias y también experimentos para justificar el avance en la construcción de su edificio, a partir de esa declaración inicial de principios, que establece la necesidad de una *nueva mirada*, de un análisis riguroso y desprejuiciado del problema tratado (el problema de la visión) y los elementos que lo constituyen (Sabra, 1989).

El *Kitab al-Manazir* está dividido, al modo de la Óptica de Ptolomeo (Lejeune, 1956; Smith, 1999) en siete libros, como el propio Alhacén nos anuncia en su primer capítulo:

> *Dividimos esta obra en siete libros. En el primero nos ocupamos de la visión de forma general. En el libro II detallamos las propiedades visibles, sus causas y el modo en que se perciben. En el libro III mostramos los errores de la vista en lo que percibe directamente, y sus causas. En el libro IV tratamos de la percepción visual por re-flexión en los cuerpos lisos. En el libro V mostramos la posición de las imágenes, es decir, las formas vistas dentro de los cuerpos lisos. En el libro VI nos ocupamos de los errores de la visión en lo que percibe por reflexión, y sus causas. En el libro VII estudiamos la percepción visual por refracción a través de cuerpos transparentes, cuya transparencia difiere de la del aire. Y con el final de este libro concluye la obra* (Sabra, 1989).

Los primeros capítulos del libro I de la Óptica de Alhacén son una demostración admirable de rigor y buen hacer científico. A diferencia de lo que solía ocurrir con los autores precedentes, más ocupados en rebatirse unos a otros en base a argumentos más o menos brillantes, Alhacén *empieza realmente por el principio*, sin asunciones previas y sin perder demasiado tiempo en discusiones esencialistas sobre el *qué* de la visión. Será a partir del *cómo*, de la fenomenología (y con el frecuente recurso a lo experimental), como podremos dilucidar adecuadamente ese *qué*, *a posteriori*. Es un planteamiento estrictamente *moderno*, si bien, como veremos, no sería adecuado asumir que la obra de Alhacén se puede enmarcar rigurosamente dentro del paradigma de la ciencia experimental que se desarrolla a partir de Galileo. No obstante, el contraste con sus predecesores es muy notable.

En el capítulo 2 Alhacén va enumerando *las condiciones* que hacen posible la visión, esto es, las circunstancias o elementos que deben estar presentes para que la visión pueda tener lugar, y en ausencia de los cuales se hace imposible. El análisis huye de preconcepciones y trata de dilucidar fenomenológicamente *cómo* se ve para poder explicar posteriormente el mecanismo o el proceso responsable de esa visión.

En primer lugar, es preciso que haya *cierta distancia* entre el ojo y el objeto. No hay visión si hay contacto directo con el ojo, aunque el objeto sea visible y, como tal, propio de la percepción visual. Este hecho obvio no es, sin embargo, fácil de tratar, ya que las teorías clásicas sobre la visión parten del presupuesto tácito de que debía haber contacto (al modo táctil) entre el órgano perceptor y el objeto percibido. Precisamente es la aparente incongruencia entre esa necesidad de distancia y la paralela necesidad de contacto físico la que lleva a las diferentes propuestas extra- e intromisivas.

Pero, además, solo hay visión si el objeto se sitúa *frente al ojo*, de modo que se pueda trazar *una línea recta de cada punto del objeto al ojo*, y siempre que no se interpongan *obstáculos* opacos que interrumpan esas líneas imaginarias (como tales las trata por el momento Alhacén, para no prejuzgar su naturaleza, y ni siquiera el *sentido* de una supuesta propagación que tales líneas indicarían, de rayos visuales o de otra índole). La presencia de los obstáculos hace imposible la visión mientras se mantengan en el camino rectilíneo entre el objeto y el ojo, aunque se den el resto de circunstancias favorables. Es más, si hay un obstáculo que interfiere solo parcialmente en esas trayectorias imaginarias, será la *parte* correspondiente del objeto la que quedará oculta a la visión hasta que termine la interposición. Esta posible *parcelación* del objeto visual es muy importante, ya que una de las flaquezas del intromisionismo clásico era el carácter *de facto indivisible* de los simulacros, entendidos como emanaciones del *objeto como todo*, y no de sus partes. La visión parcial de un objeto solo a medias cubierto implica que de algún modo es en las direcciones preservadas en las que tiene lugar la visión independientemente de nuestra categorización, diríamos, *verbal*, del objeto como entidad. Estamos en el camino del análisis puntiforme del objeto, que es clave para la operatividad del intromisionismo alhaceniano como

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

base de una renovada Óptica matemática que no renuncie a los logros de la clásica, extramisionista.

Alhacén, de hecho, está reconociendo en esta parte de su análisis, la *frontalidad* de la mirada, y su *rectilinealidad*, características estas responsables de la *naturalidad* del extramisionismo. Pero, como Alhacén nos pone claramente de manifiesto un poco más adelante, la posibilidad de trazado de líneas rectas imaginarias de objeto a ojo atañe a los diversos puntos del objeto y *también del ojo*, con lo que se establece una doble multiplicidad de líneas, que es obligatoria para garantizar la visión. Propone entonces Alhacén una sencilla prueba experimental de lo que acaba de afirmar, mediante el empleo de un tubo hueco y una regla que actúa de obstáculo.

Asumida, entonces, la necesidad de esa rectilinealidad, Alhacén nos muestra otra condición *sine qua non* de la visión:

> *La vista no percibe ningún objeto visible a menos que haya en ese objeto alguna luz, bien propia de él, o procedente de algún otro objeto que radia sobre él. Si el objeto es obscuro y no tiene ninguna luz no podrá ser percibido por la vista. Si el ojo está situado en un lugar obscuro puede percibir los objetos que tiene frente a él si están iluminados, siempre que la atmósfera intermedia sea continua y no se interpongan obstáculos opacos, pero si el objeto está en un lugar obscuro en el que no hay luz y el ojo está situado en un lugar iluminado, el objeto no puede ser percibido. Y este estado de cosas se mantiene siempre sin ninguna variación (Sabra, 1989).*

Es, por tanto, preciso, que el objeto tenga alguna luz (no hablamos aún propiamente de emisión por parte de él) y es irrelevante que el ojo la tenga, ya que si el objeto no está iluminado nunca podrá percibirse. Los esquemas extramisivos postulan la existencia de algún tipo de fuego o luz o emisión del ojo que sería la responsable del *acceso* al exterior del *alma* y, a través del contacto con el objeto, la visión del mundo. Alhacén no quiere todavía *negar* la existencia de esos rayos visuales, o entrar en las fatigosas discusiones sobre el tema que encontramos en el resto de los autores. Se limita a afirmar un hecho incontrovertible: *el estado de iluminación del ojo es irrelevante, el estado de iluminación del objeto es fundamental*. La luz no puede ser solo un *coadyuvante* a la acción de los rayos visuales, o un mero *estado de transparencia* que *activa* una visión que no requiere de mayor elucidación: no, un objeto obscuro no se ve, y sí se ve uno iluminado. Un ojo en la obscuridad ve lo luminoso tan bien como si el ojo está en la luz.

Alhacén pasa entonces a indicarnos otra nueva condición para la visión: que el objeto visible tenga *un cierto tamaño,* ya que no se perciben los objetos extremadamente pequeños, como (dice, por ejemplo) la pupila del ojo de un mosquito, de cuya existencia no tendríamos por qué dudar. Además, el tamaño mínimo requerido depende de la fuerza o la debilidad de la vista, ya que hay personas que pueden ver objetos que otros no ven. Pero, en todo caso, es claro que los objetos pequeñísimos no pueden ser percibidos por nadie, y que hay siempre una cota inferior para el tamaño visible.

Nos encontramos aquí con un argumento interesante. Aunque es obvio que la limitación de la resolución se conocía desde los comienzos y que tanto Euclides como Ptolomeo habían propuesto explicaciones dentro del modelo de cono visual, lo que aquí nos propone Alhacén es algo más fuerte: *siempre* habrá un tamaño mínimo discernible, por debajo del cual existen sin duda cosas que de natural deberían ser visibles (esto es, objetos propios de la visión, como las pequeñas partes de la anatomía de los mosquitos) pero que no lo pueden ser por su tamaño. Así, la mera *visibilidad*, digamos, *esencial* de un objeto ni es suficiente ni es la causa última de la visión, y, desde luego, puede haber cosas que existan y que *potencialmente* podrían ser vistas por un ojo más potente que no lo son (esas cosas tan pequeñas acabarán siendo vistas siglos después cuando los *instrumentos* ópticos *potencien* o *extiendan* esas capacidades y esa *explosión de lo visible*, ya sabemos, abrirá un *abismo de lo pequeño* que inquietará a Pascal tanto o más que el de los espacios infinitos). Una teoría de la visión no se debe ocupar solo, pues, de garantizar un contacto entre el órgano visual y lo que *necesariamente* ha de ser visto, pues está en su naturaleza. La *necesidad* de ese carácter visual no implica su *suficiencia*: es preciso que se cumplan un número de circunstancias concomitantes, que pueden ser contingentes sin duda, pero que imponen limitaciones al proceso de la visión que no pueden soslayarse en el discurso. Por primera vez se contextualiza el problema de la limitación de la resolución y se indica que el esquema matemático sobre el que reposa la Óptica clásica no puede ser completo, y que debe pivotar más bien sobre un análisis *físico* del proceso, análisis que luego se completará también con análisis *fisiológicos* y *psicológicos*. A un objeto pequeñísimo, en principio, siempre podría llegar una línea imaginaria de anchura nula que uniera los inconcebibles puntos de esa cosa diminuta con nuestro ojo, venga esa línea imaginaria del objeto o del

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

ojo: eso, que las anteriores proposiciones de Alhacén han mostrado *necesario* no es, sin embargo *suficiente*. Para la visibilidad influirán otras cuestiones, como la potencia del ojo y, esto es muy importante, *la luminosidad*, que siempre sería relativa, como Alhacén nos muestra un poco más adelante.

Antes, en nuestro análisis de lo visible en términos prácticos, hallamos que los objetos deben ser, para poder ser visto, *opacos* ellos mismos, ya que si son extremadamente transparentes, como un aire rarificado, la vista no encuentra su objeto en ellos, sino en lo que viene tras ellos. Los cuerpos dotados de cierta opacidad, además, van a presentar cierto *color* (en tanto que cualidad visible, propiedad directamente accesible por la vista), cosa que puede no darse en los medios completamente transparentes, que, por ello, permanecen invisibles.

En el siguiente párrafo, Alhacén abunda en la limitación de resolución, en este caso dando cuenta de la posibilidad de que un objeto lejano *deje de ser* visto, pierda su visibilidad en función de la distancia de observación (no del tamaño, como hemos visto antes). Ahora bien, esa limitación viene mediada por la potencia de la *luz del objeto*, siendo así posible observar una débil llama desde muy lejos si nos rodea una obscuridad absoluta, pero ninguno de los objetos intermedios, por voluminosos que sean. De igual modo, las velas blancas de las embarcaciones (que son más *brillantes*) se ven desde más lejos que el cuerpo del barco en sí. Hablando en términos modernos, la resolución está en función de un tamaño *angular* (puesto que el tamaño del objeto debe ponerse en relación con la distancia de observación) y también de la *luminancia*, de la luminosidad del objeto observado (y las condiciones ambiente de iluminación, añadiríamos). Interesante esta puntualización sobre la intensidad luminosa y su incidencia en la posibilidad de percepción de los objetos. Ya Alhacén está apuntando hacia la luz como el agente principal de la visión, pero lo está haciendo con la simple afirmación de hechos evidentes y cotidianos (y con un continuo recurso a la experiencia), para no *imponer* esa opción *a priori*.

Resume entonces Alhacén:

> *Se sigue de lo que hemos ido afirmando y se induce de los hechos que hemos reunido que, en lo que se refiere a las distancias a las que un objeto puede ser percibido o se vuelve invisible, estas dependen de condiciones y propiedades del objeto en sí mismo, y también de la fuerza o debilidad de la vista con la que son percibidos (Sabra, 1989).*

Es decir: no *solo* del ojo, sino también del *objeto*. No solo extramisionismo, no solo concurso más o menos pasivo del medio circundante: al menos cierto protagonismo del objeto, que va abriendo el camino hacia el intromisionismo. Alhacén se siente seguro de sus conclusiones que ha obtenido, según nos dice expresamente *por inducción y experimento*, y resume entonces todas las *condiciones obligatorias* para la visión.

Concluye entonces Alhacén con una extensión de sus consideraciones sobre la capacidad de *discernimiento* como función de la distancia que incorpora el *movimiento* del objeto: cuando lo alejamos los detalles se pierden progresivamente según disminuye su tamaño aparente, hasta que el propio objeto se hace del todo invisible, y el proceso inverso se da cuando el objeto se acerca, siempre teniendo en cuenta que si acercamos en demasía el objeto al ojo la visión se hará confusa, como ha quedado establecido desde el principio. Así pues, solo en un cierto rango de distancias, que Alhacén califica de *moderadas* (no muy lejanas ni muy cercanas), podremos apreciar con nitidez el objeto en todos sus detalles.

Cierra Alhacén este capítulo, tan importante, como vemos, para la historia de la Óptica, presentándonos el resto de su programa de investigación, en el que, a partir de lo establecido en su análisis, otorga el papel estrella a la *luz*, entidad física externa al ojo y responsable de la visión.

> *Es así evidente que la vista no percibe ningún objeto visible que no tenga alguna luz en él, bien propia o bien procedente de otro objeto (…). Debemos ahora investigar las propiedades de la luz y su modo de radiación, y estudiar entonces el efecto de la luz sobre la vista. A esto deberemos entonces añadir el estudio del ojo, para, por medio de un razonamiento cuidadoso, proceder en nuestro camino hacia la conclusión (Sabra, 1989).*

LUZ QUE HIERE LOS OJOS: EL GIRO ALHACENIANO EN LAS TEORÍAS DE LA VISIÓN

En el capítulo 3 del libro I de su Óptica Alhacén lleva a cabo lo que podríamos considerar el estudio más detallado y de mayor alcance sobre la luz como fenómeno físico hasta sus días. El estilo es, de nuevo, moderno, procediéndose solo a través de consideraciones de hechos evidentes y dirigiendo la investigación a la determinación de las propiedades objetivas de la luz, antes de abordar la cuestión de la interacción entre la luz y la visión.

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

En primer lugar se afirma que la luz que procede de los cuerpos que son luminosos en sí mismos radia en toda dirección, hacia cualquier cuerpo que se oponga a la fuente luminosa. Esa radiación tiene lugar según *líneas rectas* (que ya son *líneas de luz* o *rayos* de *algo físico*, dotando así de un posible *cuerpo* a las líneas imaginarias de la Perspectiva: una alternativa a los rayos visuales), siempre que se garantice que su medio de propagación es único (de una única transparencia, es decir, que no haya refracción). Esto se puede probar con experimentos sencillos, empleando, por ejemplo, orificios por los que fluye la luz hacia el interior de una habitación obscura. Si hay polvo o partículas flotando en el aire veremos la luz como formando un rayo rectilíneo que se dirige hacia la pared opuesta al orificio; si el aire está extremadamente claro solo apreciaremos una mancha de luz en esa pared, sin ser visible el camino de la luz. Pero si movemos una pantalla a lo largo del camino de la luz, iremos apreciando como el rayo de luz es interceptado por esa pantalla, revelándose así el carácter rectilíneo de esa marcha. Otros experimentos de esta índole (algunos involucrando la observación directa mediante el ojo; también, la mera formación de sombras) se proponen, de modo que la propagación rectilínea de la luz queda suficientemente probada.

Dice entonces Alhacén que *la luz radia de toda parte de un cuerpo luminoso y la luz que radia del conjunto del cuerpo luminoso es más fuerte que la que proviene de una parte de él* y nos pone el ejemplo del Sol en el amanecer o durante los eclipses. Cada punto de un cuerpo luminoso como el Sol, es una fuente de radiación: la luz no procede del centro de esa fuente, sino de cada parte del cuerpo (por separado, diríamos). Si se produce un eclipse y hay una interposición de un objeto opaco en el trayecto de los rayos solares, son solo aquellos rayos que en su marcha rectilínea se encuentran con el obstáculo los que se ven afectados, siendo posible la observación de ciertas partes del Sol cuyos rayos pueden alcanzar el ojo del observador.

Nos encontramos aquí con una afirmación rotunda de *la posibilidad de análisis puntiforme* aplicada a las fuentes de luz que antes anticipábamos. Es *cada punto* de esa fuente el que debe considerarse a su vez como fuente de infinitos rayos rectilíneos, no es preciso referirse al objeto *como un todo*. Desde el momento en que es posible la observación de *un trozo* de Sol en un eclipse, deberemos admitir que no es preciso mantener la integridad de su forma en la propagación de los rayos que proceden de él. Así, salvamos el gran obstáculo del intromisionismo atomista y nos encaminamos a la solución definitiva del problema de la visión. Alhacén nos ha hablado antes de la doble multiplicidad de líneas imaginarias entre objeto y ojo; ahora nos muestra cómo una fuente luminosa produce de manera natural una infinidad de líneas *reales*, físicas, trayectorias de luz. Ya solo restará probar que tales rayos afectan al ojo y quedará garantizada la plausibilidad del esquema intromisionista renovado de Alhacén.

Alhacén nos proporciona más ejemplos y demostraciones del concepto de análisis puntiforme, con otras fuentes de luz como la Luna o el fuego. Una vez concluido con seguridad que *de cada parte de un cuerpo luminoso, la luz radia en toda línea recta que se extiende desde esa parte*, Alhacén da el paso crucial. Esto que ha revelado la experimentación para las partes más o menos grandes de las fuentes, debe extenderse a las partes más pequeñas, *sin que haya un límite natural a la divisibilidad del cuerpo*, ya que la propiedad hallada es consubstancial a la esencia de los cuerpos luminosos y por tanto debe existir *en toda parte de ellos*, por pequeña que fuera (de hecho, lo que se propone es un modelo continuo de substancia, por lo que no se está pensando en un término de la divisibilidad, en un átomo, sino en un inalcanzable punto matemático). He aquí el análisis puntiforme: desde un cuerpo luminoso hasta un punto dado existirán tantas trayectorias de luz como líneas se puedan trazar de cada punto de la fuente a ese punto receptor.

Una vez investigada esta importante propiedad de los cuerpos luminosos por sí mismos (de las *luces primarias* en la terminología de Alhacén), se estudia el comportamiento de las *luces accidentales*, producidas por la acción de esas fuentes primarias sobre los objetos opacos. De nuevo se proponen diversos experimentos (por ejemplo, involucrando una cámara dentro de una cámara), cuyo análisis es muy interesante, aunque no podemos incluirlo aquí con detalle. La conclusión es que también esas luces accidentales progresan según trayectorias rectilíneas desde cada punto del objeto iluminado (fuente secundaria de radiación en este caso). Para esa luz accidental, es decir, para todo objeto que iluminemos y no sea completamente transparente, se sigue, en virtud del principio del análisis puntiforme, lo mismo que para la luz esencial: cada punto del objeto emitirá luz según trayectorias rectilíneas en todas direcciones.

La propiedad básica de rectilinearidad se mantiene también para la luz reflejada (entendiendo por tal la que procede de una fuente primaria y ha sufrido lo que denominaríamos reflexión especular), que se propagará según ciertas direcciones, aquellas para las

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

que se cumple la ley de la reflexión. Y en lo que hoy denominamos refracción se mantiene la rectilinearidad de las trayectorias, aunque habrá un cambio de dirección. Alhacén no menciona aquí el término refracción pero sí nos indica claramente de qué se trata: un cambio entre medios de distinta transparencia. Y siguen nuevos experimentos que sustentan todas esas conclusiones.

Caracterizada de este modo la luz, Alhacén se ocupa entonces del *color*, siempre entendiendo por tal la propiedad de los objetos visibles que los convierte precisamente en visibles. Ese color (o sus formas correspondientes a cada objeto, siempre asumiendo que debemos llevar el alcance de la palabra objeto a cada punto de cada cosa) *acompaña* a la luz secundaria cuando se ilumina el cuerpo. Lo mismo puede decirse de las luces primarias.

No nos dejemos despistar por el lenguaje de las *formas*. Lo que se nos propone aquí es una relación entre la visibilidad (o lo visible) de los objetos y la luz que radian. No es una identificación *sensu strictu*, pero sí una declaración de la mutua influencia de *color* (en tanto propiedad del objeto) y *luz* (que puede ser propiedad del objeto, cuando es luminoso, en cuyo caso viene a ser equivalente a su color, es decir, a lo que lo hace visible). Lo que veamos del objeto vendrá inscrito en la luz que nos llegue de él. La familiaridad de las formas de luz y color queda justificada por una serie de experimentos propuestos, en los que se ve cómo es posible que la luz se coloree (al atravesar una tela, por ejemplo) o como los diferentes niveles de iluminación afectan al color de un objeto (más obscuro cuando hay menos luz). Dado que el color es la información visual del objeto, aquello que conocerá nuestro sentido, lo que se nos propone aquí es el reconocimiento de la luz radiada por los objetos como el soporte de esa información visual.

Estamos pues hablando de *una inseparabilidad luz-color*, que, sin mucha dificultad, acabaremos convirtiendo en una declaración formal de la luz como el agente de la sensación visual (por sí misma y en tanto que vehículo del color). Existen las formas del color, y tienen su origen en los objetos (en cada punto de los objetos), pero penetran en la vista a caballo de la luz. No es que se nos diga, por el momento, que es esa múltiple emanación luz-color la que nos permitirá ver, pero sí se nos ha probado su existencia y se nos han mostrado sus propiedades. Los rayos visuales de las teorías extramisivas acabarán por ser simplemente *inútiles* en presencia de esta entidad tan claramente definida y caracterizada.

Pero nos queda el último paso: mostrar que la luz afecta al ojo. A ese fin está consagrado el capítulo 4. No lo pasemos por alto: hemos ya comentado como la luz no se consideraba hasta ese momento en las teorías ópticas nunca en términos de *agente* visual, sino más bien como un factor, necesario pero lateral, en el proceso de la visión. Alhacén va a desmontar el extramisionismo no negándolo o indicando sus fallas y defectos, sino más bien apelando a su absoluta falta de necesidad, al mostrarnos cómo basta con la luz y sus propiedades para justificar la existencia de la vista y los resultados de la Perspectiva sin que haya que recurrir a los rayos visuales. Como también va a poder probar que su nueva forma de intromisionismo, en la que el agente físico decisivo es la luz, es viable y mejor que todo esquema extramisivo tradicional: él dispone de *un modelo físico* claramente contrastado de ese agente sensorial, mientras que los rayos visuales no pasarían de ser meras construcciones, sin entidad física y, por tanto, del todo prescindibles.

La clave de la demostración de la acción de la luz sobre el ojo es el *dolor*, el daño que la luz produce, cuando es muy intensa, a quien la mira. A veces hay un puro deslumbramiento, a veces se produce el fenómeno de la persistencia de la imagen retiniana. Cuando, por ejemplo, miramos un espejo en el que se refleja el Sol, debemos apartar la mirada porque sentimos dolor debido a la potencia de la luz reflejada. También ocurre que, tras estar expuestos a un nivel de iluminación alto (por ejemplo, al mirar un cuerpo blanco irradiado por la luz solar), nos cuesta apreciar los detalles de cuerpos más obscuros. Incluso nos puede aparecer la apariencia del objeto luminoso observado cuando dirigimos nuestra vista a la obscuridad (persistencia retiniana). Esto que ocurre con la luz también sucede con el color: tras mirar una superficie de color intenso, de algún modo nuestra vista queda afectada y vemos con ese color el resto de los objetos. Parece claro, pues, que la vista *sí* se ve afectada por la luz, que una luz más o menos intensa puede alterar nuestras percepciones.

Otro hecho importante es que la presencia de luces muy fuertes nos impide apreciar otras luces más débiles: los objetos más luminosos nos ocultan la presencia de otros objetos de menor brillo. La visibilidad, pues, de los objetos, está asociada a la intensidad de la luz, y eso afecta directamente a nuestra percepción. En resumen,

> *Dado que las luces más intensas al incidir sobre objetos visibles causan la desaparición de detalles en ciertos objetos o la aparición de detalles en otros, y*

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

dado que las luces más débiles de los objetos visibles pueden también causar la aparición de ciertos detalles y la desaparición de otros, y dado que los colores de los cuerpos cambian en función de la luz con la que son iluminadas, y además la presencia de luces intensas impiden la percepción por la vista de ciertos objetos, y que, en adición a esto, la vista no percibe los objetos que no son brillantes – por todo esto, la forma en la que la vista percibe un objeto debe estar en acuerdo con la luz emitida por tal objeto, y en acuerdo con el resto de las luces visibles para el ojo en el momento de la percepción y en el medio intermedio entre el ojo y el objeto visible (Sabra, 1989).

Solo por la luz es posible la visión y será el estudio de la luz el que nos explique lo que vemos y cómo vemos. Habremos de perseguir a la luz por el ojo para entender de qué modo es posible adquirir la información visual de los objetos que la luz transporta.

LUZ QUE SE ROMPE. EL PAPEL DE LA REFRACCIÓN EN LA SELECCIÓN DE LAS TRAYECTORIAS

En los cruciales capítulos iniciales de su *Óptica*, Alhacén nos ha mostrado la plausibilidad de un esquema intromisivo, en el que la luz que procede, según trayectorias rectilíneas, de cada punto del objeto e incide en el ojo pueda ser el agente de la sensación visual. Pero nos restan aún algo importante. Para que ese esquema sea válido debemos aún explicar cómo es posible *componer* esa información transportada por la luz de modo que obtengamos una percepción nítida. Abolida la integridad de los simulacros del atomismo y establecida la multiplicidad de trayectorias objeto-ojo, debemos encontrar un argumento que nos permita reestablecer de algún modo la *correspondencia* entre la disposición de puntos en el objeto original y la forma percibida por el intelecto mediante la acción del ojo. Aquí la anatomía de este órgano va a jugar un papel decisivo y Alhacén nos la va a describir, apuntándonos ya qué características de esa anatomía van a ser las que le permitan justificar esa visión nítida que precisamos, en el capítulo 5 del primer libro del *Kitab al-Manazir*, proponiendo un (bastante arbitrario y muy poco experimental) modelo geométrico que resulta congruente con su esquema general de la visión y que le permita reunir dentro de ese esquema las facetas física, matemática y anatómica de la Óptica.

En principio, Alhacén basa su descripción en autores árabes anteriores y en la tradición galénica. Los nervios ópticos parten de la región anterior del cerebro y se reúnen en el quiasma óptico, en un solo nervio hueco, para volver a dividirse y extenderse a las órbitas oculares. Los ojos constan de cuatro túnicas y tres humores. La primera túnica es la *consolidativa*, en la que se encuentra la úvea, que la consolidativa rodea enteramente, salvo por la parte delantera. La *pupila* es una abertura en la úvea, y se encuentra en la parte frontal del ojo, justamente enfrente del nervio óptico. En esa parte frontal el ojo está cubierto por la *córnea*, que es dura, transparente e incolora. La cuarta túnica propuesta por Alhacén es la *aracnea*, que recibe su nombre de su semejanza con una tela de araña y rodea al *humor glacial*, que se encuentra dentro de la úvea, consta de dos partes, la anterior, *humor cristalino*, densa y no muy transparente y la posterior o interior, el *humor vítreo*. La superficie anterior del cristalino es más bien plana y lo que convierte a la forma de este en lenticular. En combinación con el vítreo (es decir, el humor glacial al completo) forman una esfera rodeada por la membrana aracnoide. El tercer humor del ojo es el *albuginoso o acuoso*, que se asemeja a la clara del huevo y llena el hueco de la úvea frente al humor glacial y el espacio entre la úvea y la córnea.

Esta descripción es, como decimos, bastante tradicional, y, en ese sentido, no totalmente ajustada a la realidad tal como hoy la conocemos. Más interesante nos resulta la decidida introducción de argumentos geométricos que van a jugar un papel, como veremos, decisivo en el modelo de visión propuesto por Alhacén. Para este, todos los elementos del ojo tienen forma esférica, estando sus centros alineados en una única recta (que así sería un eje del ojo), que pasa además por el centro de la pupila. La córnea y la superficie anterior del cristalino son concéntricas (no así la posterior, pues ya hemos visto que el cristalino tiene una forma lenticular). Ese centro común es a su vez el centro del ojo, por lo que se mantiene durante el movimiento de rotación ocular. Por supuesto, como podemos imaginarnos, este esquema se aleja de la realidad en varios puntos. Podríamos considerarlo una idealización, un modelo que cumplirá su propósito al garantizar la viabilidad del esquema intromisivo propuesto por Alhacén. No es un producto de detalladas observaciones anatómicas o de ningún tipo de experimentación, sino más bien *una construcción* que se sigue necesariamente de los presupuestos sobre la visión que se formulan en el capítulo siguiente del *Kitab*.

La clave de ese modelo intromisivo es la introducción de un mecanismo de *selectividad* de la doble infinitud de líneas de comunicación entre objeto y ojo (una de cada punto del objeto a cada punto del ojo) que permita eliminar la profusión inmanejable de información recibida y restaure la necesaria *correspon-*

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

dencia entre el objeto y lo que de él acaba siendo percibido. No es, pues, el problema ya mostrar que son los rayos de luz (que llevan sobre ellos las *formas del color*) los que van a hacernos ver, sino decidir, dentro de esa maraña cuáles son los que llevan la información significativa para permitir una cierta *restauración del simulacro* en el final del proceso visual. La clave es aquí la introducción, por primera vez (de un modo incompleto e incluso inconsistente) de la refracción de la luz como responsable de esa selectividad. No nos encontramos aún ante la afirmación del estatus del ojo como instrumento óptico formador de imagen. Ese paso final requerirá la asignación del papel sensible a la retina, contrariamente a lo sostenido por Alhacén y el resto de los autores, que lo atribuyen al cristalino, la aceptación del carácter invertido de la imagen retiniana y el conocimiento de (al menos) las fórmulas de la Óptica paraxial que permiten justificar la formación de esa imagen a partir de las propiedades refractivas de los medios oculares. Eso no ocurre hasta el siglo XVI de la mano de Kepler entre otros autores.

Volvamos a Alhacén. Las formas del color, a caballo de los rayos de luz han accedido, tras su viaje por los medios transparentes anteriores a nuestro ojo, a este. Llegados allí pueden proseguir su camino, pues las diversas túnicas y humores son transparentes. Todas esas formas alcanzarían, pues, la zona sensible, que es el cristalino. En cada punto de él tendríamos una infinidad de rayos, con la consiguiente confusión. ¿Cómo, de ese desorden, ser capaces de extraer una información adecuada? ¿En virtud de qué principio o qué fenómeno podemos *ordenar* o *jerarquizar* esas formas de modo que la visión sea nítida y nuestra percepción sea congruente con las características del objeto? La meta es llegar a garantizar una correspondencia uno-a-uno con los puntos del objeto. La opción de Alhacén es *descartar el valor sensorial de todos los rayos salvo uno*, el que pasa perpendicularmente por todas las superficies que separan los diversos medios (como son concéntricos, sus normales coinciden). Esa es una trayectoria esencialmente diferente, porque solo hay un modo de ser perpendicular e infinitos modos de ser oblicuo. Si de cada punto del objeto, a los efectos de producir sensación solo llega un rayo, recuperamos el esquema clásico de la Óptica matemática con solo una especie de *cambio de sentido* del rayo visual.

Pero no podemos hacer de modo arbitrario esa *poda*. ¿Por qué solo el rayo perpendicular? Alhacén entonces recurre, como hemos dicho, a la refracción. Analiza este proceso y concluye que todo rayo refractado sufre desviación salvo el que incide normalmente. Asocia a esa no desviación una mayor potencia, una mayor capacidad de penetración, ofreciendo para ello algunas analogías mecánicas. Y colige de ahí que los rayos dispersados no dispondrán del poder suficiente para provocar la sensación y que será solo el rayo principal el que será válido desde ese punto de vista. Así, de cada punto del objeto a cada punto del cristalino solo habrá una trayectoria que pueda llegar habiendo atravesado perpendicularmente todas esas superficies, y se podrá recomponer (*derecha*, además) una *réplica* del objeto en el cristalino, salvándose pues el esquema perspectivo y recuperando el *cono visual*, ahora formado por rayos de luz que entran en el ojo.

¿Y qué ocurre entonces? Alhacén ha sido consciente desde el comienzo que el proceso visual solo se completa, por así decir, *en la mente*, y que el papel del ojo es poner a disposición de la *virtus sensitiva* las formas del color de los objetos exteriores. Falta pues el último paso, el transporte de esas formas al nervio óptico y de ahí al cerebro. Sin embargo, aquí Alhacén detiene la marcha de su esquema intromisivo e impone un nuevo modelo de propagación de las formas, ya de algún modo *transformadas* por haber sido *percibidas* en el cristalino, que, desde él y a través del vítreo, se dirigen rectilínea y ordenadamente hacia el nervio, que está, recordémoslo (en contra de la evidencia anatómica) en el eje óptico del ojo. Así, no hay inversión de la imagen, no hay un papel sensorial de la retina y hay una *conversión* de la luz en otro tipo de vehículo o agente responsable de la última etapa del proceso. Una cierta *traición*, por tanto, de Alhacén a sus planteamientos, una cierta incompletitud en su esquema, como vemos.

A la instancia, digamos, *psicológica* que resulta subsiguiente a esa traslación fisiológica consagra Alhacén el resto de sus discusiones. En ellas, por ejemplo, aborda la visión binocular, caracteriza los diversos aspectos de la visualidad sobre los que entiende la mente, introduce en el discurso óptico muchas cuestiones que resultan de absoluta novedad en su tiempo e influye así también en autores futuros que aborden el problema de la Gnoseología. Pero eso ya queda fuera del alcance de nuestro trabajo, pues poco tiene ya que ver con la luz en tanto que agente visual.

EL FIN DE LA OBSCURIDAD. A MODO DE CONCLUSIÓN. LA INFLUENCIA POSTERIOR DE ALHACÉN

Alhacén considera que el estudio de la luz y sus modos de propagación es un ejemplo claro de la necesidad de unir las matemáticas y la física para la correcta comprensión de los fenómenos. En sus in-

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

vestigaciones sobre los fenómenos de la reflexión y la refracción vistos objetivamente (a partir de experimentos en la línea marcada por Ptolomeo) ese es su modo de proceder:

> *Tratar de la esencia de la luz corresponde a las ciencias físicas, pero tratar del modo en que se propaga necesita del recurso a las ciencias matemáticas, en razón de las líneas según las cuales las luces se propagan. Del mismo modo, el estudio de la esencia del rayo forma parte de las ciencias físicas, mientras que el de su forma y su figura corresponde a las ciencias matemáticas. De la misma manera, para los cuerpos transparentes en los que la luz penetra, tratar de la esencia de su transparencia corresponde a las ciencias físicas, mientras que el estudio del modo en el que la luz se propaga en ellos forma parte de las ciencias matemáticas. Así, el estudio de la luz, el rayo y la transparencia debe necesariamente componerse de partes físicas y partes matemáticas (Sabra, 1989).*

Esta es una declaración bien rotunda y además nos resulta muy significativa por el modo tan nítido en que nos indica los elementos de una Óptica en tanto que ciencia de la luz: luz, rayos y medios. Y tiene aún un mayor alcance en lo que se refiere al establecimiento de una metodología científica en la que el recurso a la matemática y a la observación está apuntando en la dirección de la ciencia moderna.

Esos planteamientos se llevan a la práctica en su obra. En los libros IV a VI de la Óptica, Alhacén ofrece el tratamiento más exhaustivo de Catóptrica hasta sus días y en el libro VII, un tratado de Dióptrica, en el que se estudia la refracción, que es también el más avanzado desde Ptolomeo. La clara apuesta por la existencia de una *luz-entidad física*, objetivable, que obedece a leyes cuantitativas y que se debe investigar experimentalmente rinde sus frutos y no será posible ya encontrar un mejor marco de referencia para el estudio de los fenómenos ópticos. Se han sentado las bases de lo que podría ser una Fotometría, al considerar la importancia de la intensidad de las formas luminosas, aunque no se nos ha propuesto un modelo físico para la naturaleza de esa luz, más allá de ciertas analogías mecánicas. Esa cuestión quedará para desarrollos ulteriores, desde el siglo XVII en adelante. Y también queda Alhacén a las puertas de una ley cuantitativa que dé cuenta del comportamiento del rayo refractado, a pesar de sus observaciones experimentales y su esfuerzo por ajustarlas a leyes matemáticas. De haber contado con esa ley hubiera podido desarrollar una verdadera teoría de formación de imágenes por refracción, que aborda limitadamente en el libro VII, y que hubiera completado su esquema intromisivo. Pero en su trato con la refracción, a pesar de contar con el antecedente ptolemaico y conocer los trabajos sobre esferas ustorias de Ibn Sahl no muestra demasiada soltura, como se comprueba en su teoría sobre el arco iris, que se reafirma en los planteamientos clásicos, sin extraer de ese conocimiento de la esfera refractora ni teorías completas sobre el arco iris, como sí hará al-Farisi ni un buen tratamiento del ojo como sistema refractor.

Cuando Alhacén llega en el siglo XIII a Occidente ofrece a los estudiosos, pues, un esquema tan completo como era posible, y como tal es saludado, condicionando así de un modo poderosísimo el desarrollo ulterior de la Perspectiva medieval, que encuentra en nombres como Grossetesta (que lo conoció, como mucho, de forma limitada), Roger Bacon o Witelo sus mejores continuadores. Durante muchos siglos la obra de Alhacén o las de esos autores, claramente tributarios del basorí, marcó, por así decir, el *estándar* de los conocimientos en Óptica.

La completitud de su trabajo, lo innovador de sus planteamientos, el rigor de su exposición, el afán de combinar la Matemática y la Física, el recurso constante a la experimentación… son algunos de los argumentos que nos permiten señalar a Alhacén como uno de los autores que más decisivamente han contribuido a la mera existencia de la Óptica como disciplina científica y al avance de la ciencia en general. La accesibilidad, aunque limitada, a su obra hace aconsejable, no obstante, considerar este trabajo meramente como una *invitación* a sumergirse en el legado de Alhacén y en el estudio de un periodo tan fundamental en la construcción de nuestra moderna visión del mundo.

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001

BIBLIOGRAFÍA

Lejeune, A. (ed.) (1956). *L'optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile.* Édition critique et exégétique. Louvain: Publications Universitaires de Louvain.

Lindberg, D. C. (1976). *Theories of vision from Al-Kindi to Kepler*. Chicago: University of Chicago Press.

Rashed, R. (1997). *Histoire des sciences arabes. Tome 2: Mathematiques et Physique*. Paris: Éditions du Seuil.

Sabra, A. I. (1994). *Optics, Astronomy and Logic*. Aldershot.

Sabra, A. I. (ed.) (1989). *The Optics of Ibn al-Haytham* [Alhacén]. *Books I-III: on direct vision*. London: The Warburg Institute.

Simon, G. (1988). *Le regard, l'être et l'apparence dans l'Optique de l'Antiquité*. Paris: Éditions du Seuil.

Smith, A. M. (1999). *Ptolemy and the foundations of ancient mathematical optics: a source-based guided study*. Philadelphia: American Philosophical Society.

ARBOR Vol. 191-775, septiembre-octubre 2015, a262. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2015.775n5001



THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS JOURNALS

Archimedes, Kircher, Buffon, and the Burning-Mirrors

Author(s): W. E. Knowles Middleton

Source: *Isis*, Dec., 1961, Vol. 52, No. 4 (Dec., 1961), pp. 533-543

Published by: The University of Chicago Press on behalf of The History of Science Society

Stable URL: https://www.jstor.org/stable/228646

JSTOR is a not-for-profit service that helps scholars, researchers, and students discover, use, and build upon a wide range of content in a trusted digital archive. We use information technology and tools to increase productivity and facilitate new forms of scholarship. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use, available at https://about.jstor.org/terms



The History of Science Society and *The University of Chicago Press* are collaborating with JSTOR to digitize, preserve and extend access to *Isis*

This content downloaded from 54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

Archimedes, Kircher, Buffon, and the Burning-Mirrors

By W. E. Knowles Middleton *

THE TECHNICAL exploits of Archimedes during the siege of Syracuse by Marcellus from 214 to 212 B. C. are well-known. While no one doubts that there is a deep substratum of fact in the narrative of Archimedes' achievements in ballistics and the other more usual forms of military engineering, the story of his setting fire to the Roman ships by means of solar radiation re-directed by mirrors is generally considered to be a work of pure fiction. The subject of this note is the revival of belief in the truth of this story in the century or so after 1640 — a revival based on experiment.

The burning mirrors had always fascinated scientific men. Diocles wrote a book [1] about them in the second century B. C. In the sixth century A. D., Anthemius of Tralles wrote of them again.[2] A comparatively advanced treatment was provided by Ibn-Al-Haitham (Alhazen), who lived between 965 and 1038; this has been analyzed by E. Wiedemann,[3] who showed that Alhazen understood the difference between spherical and paraboloidal concave mirrors and gave a method of constructing either. He was familiar with the longitudinal aberration of a spherical mirror, the discovery of which is often ascribed to Roger Bacon in the thirteenth century.

For our present purpose we need only note that in all probability none of these writers would have had any reservations in accepting the story about Archimedes. For Roger Bacon, this is made quite clear by a passage such as the following from his *Opus Majus*:

> Moreover, an infinite number of rays can be assembled by reflection, just as by multiplication, so that strong combustions take place. But from a plain [?] surface rays cannot converge to one point, because one goes to one point, another to another point. Nor can they do so from a convex mirror, but they can converge from a concave spherical mirror, or from one column-shaped, or pyramidal, or ring-shaped, or oval, and so too from others. If, therefore a concave spherical mirror be exposed to the sun, an infinite number of rays will converge to one point by means of reflection. . . . Hence if a mirror should be made of good steel, or of silver, the combustion would occur more easily; but a combustion does not take place by all rays

* National Research Council of Canada, Ottawa.

[1] *περι πυρειων* (On Burning Mirrors) cited by G. Sarton, *Introduction*, I, 183.

[2] Sir T. L. Heath, *Bibliotheca Mathematica*, VII (1907), 225-233.

[3] *Ann. der Phys. und Chem.*, XXXIX (1890), 110-130.

This content downloaded from 54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

> falling on a mirror, because all that fall in one circumference fall at equal angles, and therefore are reflected to a point on the axis, because the angles of the reflected rays are equal, and those that fall in another circle are reflected to another point, and those in a third circle to a third point, and the same statement may be made of an infinite number of circles imagined around the axis of the mirror; for of necessity rays falling on different circumferences travel to different points, because they do not fall at equal angles. Those falling in a smaller circle are reflected to the lowest point, namely to the pole of the sphere, or to the end of the axis. But neither nature nor art is content with combustion of this kind, nay, they wish so to fashion bodies that all the rays falling on the whole surface of the mirror may converge to a single point; and what is more at every distance we desire. This is the ultimate which the power of geometry can do. For this mirror would burn fiercely everything on which it could be focused. We are to believe that Antichrist will use these mirrors to burn up cities and camps and armies. Since if a moderate convergence of rays by refraction or by a concave mirror burns perceptibly, how much more so without limit, when rays without number converge by means of this mirror.[4]

At the time when this was written, the effect of the finite angular size of the sun's disc was not realized, and it is not surprising that men should have felt that they had only to produce a perfect mirror to produce an infinite degree of heat. The twelfth-century Byzantine chronicler, Johannes Zonaras, writing about the victory of Proclus at Constantinople in 514 A. D., repeats the story, naming Archimedes as the inventor of the burning mirrors that Proclus used.[5]

This happy state of credulity was rudely disturbed by Descartes in 1637. In his *Dioptrique*,[6] after noting that the sun's diameter is about 1/100 of its distance, Descartes showed that a lens having a focal length 100 times its diameter ("fust-il poli par vn Ange") could not heat anything more strongly than the direct rays of the sun.[7] He then wrote: ". . . ceux qui ne sont qu'à demi sçauans en l'optique se laissent persuader beaucoup de choses qui sont impossibles, & que ces miroirs dont on a dit qu'Archimede brusloit des nauires de fort loin, deuoient estre extremement grands, ou plustost qu'ils sont fabuleus." [8]

Although this is Descartes' public statement about Archimedes and his mirrors, it is not his only reference to the subject. As early as 1630 he felt obliged to explain to Mersenne (who, in spite of his scientific eminence, had a strong streak of credulity in his makeup)[9] that "Il est impossible de faire vn miroir qui brûle a vne lieuë loin, quoy qu'on ait écrit d'Archimede, s'il n'est d'vne grandeur excessiue: la raison est que les rayons du Soleil ne sont pas tous paralleles, comme on les imagine. Et quand vn Ange auroit fait vn miroir pour brûler, s'il n'auoit plus de six toises de diametre,

[4] Roger Bacon, *Opus Majus* (trans. R. B. Burke, Philadelphia, 1928), I, 134-135.

[5] *Chroniques, ou Annales de Jean Zonare* (trans. I. Millet de St. Amour, Lyon, 1560), Part III, fol. 22 *verso*.

[6] In *Oeuvres* (ed. Chas. Adam & Paul Tannery, Paris, 1897-1913), VI, 81-228.

[7] *Op. cit.*, pp. 192-194.

[8] *Op. cit.*, p. 194.

[9] Cf. Lynn Thorndike, *History of Magic and Experimental Science* (New York, 1958), Vol. VII, chap. xiv, *passim*.

This content downloaded from
54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

ie ne croy pas qu'il pûst avoir assez de force pour brûler à vne lieuë de distance, quelque figure qu'il luy donnast." [10]

Mersenne's collected correspondence [11] unfortunately gives no idea of what inspired Descartes to write this. Apparently Mersenne was not entirely convinced, for in his *Questions inouyés* (1634) he posed the problem of whether one could construct a mirror which would burn at any place one wished, up to infinity,[12] and answered the question in the affirmative.

Descartes returned to this subject in three more letters at widely separated dates. In a long letter of October 11, 1638,[13] he referred (p. 383) to page 42 of Galileo's *Dialoghi delle Nuovi Scienze*,[14] saying that Galileo shows that he doesn't know catoptrics, or he would not believe the story about Archimedes. Mersenne must have written again on the subject, for on January 9, 1639, Descartes again insisted on the necessity of considering the finite size of the sun in thinking about the effect of a burning mirror.[15] The last letter (1647) will be referred to below (note 33).

For some obscure reason, this apparently simple idea about the finite size of the sun and its effect seems difficult to grasp, as any optical physicist may still find out (even three hundred years after these events) if he tries to show a student or technician the best way to illuminate the entrance slit of a spectrograph or monochromator. Nevertheless the authority of Descartes quickly reached such a commanding height that few men of science after 1640 would have thought it wise to challenge his opinion of what, after all, had all the appearance of a delightful myth.

One man who was willing to be in the minority was Father Athanasius Kircher (1602[?]-1680). In his *Ars magna lucis & umbrae*, nearly a thousand pages of optical ramblings, he wrote that he had reflected the sun's light from one, two, three, four, and finally five plane mirrors on to the same area at a distance of more than 100 feet. The heat from one mirror was somewhat like direct sunlight; from two, a little warmer; three were more than the heat from a fire (probably "near an open fire"); from four the heat was only just bearable; and from five it could scarcely be tolerated at all. He concludes that if one wanted to burn something at a distance, a large number of plane mirrors, properly arranged, would be better than almost any parabolic, hyperbolic, or elliptical mirror.[16]

[10] In a letter to Mersenne, dated Amsterdam, January, 1630. *Oeuvres*, I, 109-110.

[11] *Correspondence du P. Marin Mersenne, religieux minime* (commencée par Mme. Paul Tannery, publiée & annotée par Cornelis de Waard, 4 vols., Paris, 1933-1955).

[12] Cited by Thorndike, *op. cit.*, VII, 437.

[13] *Oeuvres de Descartes*, II, 379-405.

[14] Translated into English by Henry Crew and Alfonso de Salvio (New York, 1914); the passage in question appears on p. 41 of this edition.

[15] *Oeuvres de Descartes*, II, 488-489.

[16] Kircher, *Ars magna lucis & umbrae* (Rome, 1646), p. 888. "Ego certè huius rei in quinque speculis experimentum sumpsi: & prima quidem lux à luce directa diuersum calorem habebat; duplata lux notabile caloris augmentum iam suscipiebat; triplata calorem ignis praeferebat; quadruplicata calorem vt cumque adhuc tolarabilem praestabat; quintuplicata penè intolerabilem: vnde certò, & indubitatè conclusi multiplicatis speculis planis, & ea ratione collocatis, vt omnia reflexam Solis lucem in unum spacium cogant futurum, vt non tantùm maiorem vstionis effectum, quàm quaelibet vstoria parabolica, hyperbolica, elliptica praestent, sed & in multò maius spacium radiosam lucem reflectant: quemadmodum me in quinque speculis ad spacium centum & amplius pedum experientia docuit." In this connection, it is interesting to note that Isaac Beeckman wrote in

This content downloaded from
54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

Kircher did more than this; *he went to Syracuse to look at the coast.* In a studious Cartesian world, this practically-conceived outing ought to earn him full marks. While the ancient authors had talked of various distances between 3,000 paces and 200, Kircher's conclusion was that the galleys of Marcellus could not have been farther than thirty paces from Archimedes' men.[17] This quite changed the picture.

The details of this celebrated land-sea action are obscure, and even the exact location of the attack seems open to doubt, but Livy tells us at least that the defenders

> aimed arrows and small so-called 'scorpions' at the enemy. Some of the ships which came in still more closely in order to be beneath the range of the artillery were attacked in the following way. A huge beam swinging on a pivot projected from the wall and a strong chain hanging from the end had an iron grappling hook fastened to it. This was lowered on to the prow of a ship and a heavy lead weight brought the other end of the beam to the ground, raising the prow into the air and making the vessel rest on its stern.[18]

Obviously this must have been at very close range. Strangely enough, Livy says nothing of the mirrors; but he does say that Archimedes pierced the entire height of the walls with loopholes about eighteen inches wide, which could of course have been used for mirrors as easily as for archery.

The fact that the action was at close range was noted in 1589 by Giambattista della Porta, who wrote:

> And if it be true, that *Archimedes* by a Parabolical Glass did burn ships from the wall, the distance could not be above ten paces, as appears by the words of the Authors themselves; for in the same place he raised ships, and threw them against the Rocks; and his engines were iron bars, the greatest part whereof lay backward; and by reason of these iron crows, it is manifest it could be done no other ways.[19]

In the century of Descartes, Galileo, and Newton, Porta's and Father Kircher's books were not memorable. Scientific academies were being

---

1626 that the way to make a large burning mirror, that will burn as far and as strongly as desired, is to make a paraboloid of iron, copper, or wood, and attach small rectangular mirrors to its surface. "Om eenen grooten brandtspiegel te maken, die so verde ende so sterck brandt als ghy wilt, so maeckt een parabola van yser, koper, houdt etc., doet stucken van gebroken spiegels snyden, vierkant, van een duym groot, ende maekt een stuck met cement aent center van de parabola vast. Dit sal stralen geven van een duym groot." (*Journal tenu par Isaac Beeckman* [ed. Cornelis de Waard, LaHaye 1939-1953], II, 371-372.) He seems not to have been quite clear about the size of the focal spot.

[17] *Op. cit.*, p. 876. ". . . . dum anno 1636, Syracusas transirem, locum, ex quo Archimedes ope speculorum naues combussisse traditur, diligenter examinaui, reperique spacium multo minus esse, quàm Authores tradunt, vidilicet immediatè ad moenia illius, quam antiquitus Acradinum vocabant, vrbis. Vnde collegi combustionem illam possibilem fuisse, lineamque causticam fuisse circiter 30. passuum; nam qui naues vlteriùs constituisse volunt, illi prorsus virtutis causticae *ἀδυναμία*, vt in sequentibus ostendetur conuinci possunt, vt iam dicetur."

[18] Livy, *History of Rome* (trans. Rev. Canon Roberts, London: Dent, 1912), Bk. XXIV, chap. xxxiv.

[19] *Magiae Naturalis* (Naples, 1589), Bk. 17, chap. xv. Translated anonymously as *Natural Magick* (London, 1658), this was reprinted in facsimile in 1957 (Basic Books Inc., New York), p. 372.

This content downloaded from 54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

founded, making experiments rather than reading books; and among their experiments the trials of burning mirrors and lenses occupy a considerable place, which deserves to be detailed in a history of the applications of solar energy. Melting assorted metals and other objects [20] was more exciting than speculating about a legend. But in 1726, Dufay, near the end of an interesting experimental paper,[21] again refers to the "story or fable" of Archimedes. He quotes Cavalieri [22] as supporting the story and claiming that a small convex mirror placed at the focus of a larger concave one will project a narrow beam of parallel light to a great distance! Dufay shows a diagram of this, and also of a similar experiment which he tried himself, with a concave and a smaller truncated paraboloid, but with little success. "C'est ainsi que la Physique se refuse souvent aux verités de la geometrie. . . ." [23] He has read his Descartes and knows that the trouble is connected with the finite size of the sun, but (and the old question familiar to teachers of optics comes up again) could not *some* system of mirrors be devised to get away from this? The answer, of course, is "no."

But Dufay has an intuition, not supported by any experiment, that the best way to do what Archimedes was supposed to have done would be to have a large assembly of small plane mirrors "que plusieurs personnes tiendroient à la main et dirigeroient tous de façon que les images du Soleil formées par chacun de ces Miroirs concurroient en un même point." [24] Assuming the Syracusans had steady hands, why not?

And so we come to Georges Louis Leclerc de Buffon and the year 1747. Buffon was an immensely energetic, direct and practical man who believed in finding out about things by experiments. He was director of the *Jardin des Plantes* in Paris for nearly half a century and seems to have been an admirable administrator. He was rich and could ride his hobbies. One of these was the story about Archimedes.

In the first [25] of his two papers on the subject of burning mirrors he regrets at the outset that the story of Archimedes and his burning mirrors, believed for fifteen or sixteen centuries, is now treated as a fable because of the influence of Descartes.

> Descartes né pour juger, & même pour surpasser Archimède, a prononcé contre lui d'un ton de maître; il a nié la possibilite de l'invention, & son opinion a prévalu sur les témoinages & sur la croyance de toute l'antiquité . . .[26]

[20] The most exotic list is possibly in J. Harris and J. T. Desaguliers, "An Account of some Experiments tried with Mons. Villette's Burning Concave, in June 1718," *Phil. Trans.*, XXX (1719), 976-977; it includes "a piece of *Pompey's* Pillar at [sic] Alexandria," "an anonymous Fish's tooth," and "A Diamond weighing 4 Grains."

[21] *Mém. Acad. r. des Sci.* (Paris, 1726), pp. 165-175.

[22] Father Bonaventura Cavalieri (1598-1647) wrote a work entitled *Lo specchio ustorio* (Bologna, 1632 and 1650). I have not had the opportunity of consulting this.

[23] *Op. cit.* (note 21), p. 171.

[24] *Ibid.*, p. 174.

[25] "Invention de miroirs ardens pour brusler a une grande distance," *Mém. Acad. r. des Sci.* (Paris, 1747), pp. 82-101.

[26] *Ibid.*, p. 82. Twenty-seven years later, in his *Histoire Naturelle*, Supplement, Vol. I, p. 446, he made the following interesting admission: ". . . lorsque j'ai dit que Descartes étoit né pour le juger, et même pour le sur-

This content downloaded from 54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

We now accord to the ancients only what we cannot take from them. The beginning of his paper leads one to think that his colleagues in *la compagnie* were going to be hard to shake in their scepticism, and that he knew it.

If we are to appeal from the judgment of Descartes (he goes on), pure reasoning is not enough; we must make mirrors which produce the same effects. He had wanted to do this for a long time, but had hesitated: ". . . j'avouerai volontiers que le plus difficile de la chose étoit de la voir possible, puisque dans l'execution j'ai réussi au delà même de mes espérances." [27] He decided not to try to work a large piece of metal or glass, for he realized that if he wished to burn something at 200 feet he would have to construct a segment of a sphere 800 feet in diameter. Large surfaces of such a small curvature could not then be worked accurately. Next he began to experiment with materials, finding that glass coated with tin amalgam (*étamée*) reflected better than the best-polished metal, even speculum-metal. He found that about half the light was lost by reflection from a mirror,[28] and that the absorption in a few hundred feet of air was not serious.[29]

Buffon shows that he clearly understood the implications of the finite angular size of the sun. ". . . il ne faut pas, comme on le fait ordinairement, considérer les rayons du soleil comme parallèles. . . ." [30] As one receives on a plane the light reflected at greater and greater distances from a small square piece of mirror, the image gets larger and larger and at the same time becomes rounder and finally almost round, whatever the shape of the mirror. This round image is composed of an infinite number of overlapping images of the sun's disc, so that at great distances a small and a large mirror will give images of almost the same size. The weakening in intensity as the distance increases is not due to the dispersion of the light, or by the loss in going through the air, but solely to the growth of the image with distance. The theoretical advantage of a curved mirror pointed at the sun is limited by the fact that the diameter of the focal spot can never be less than the chord of an arc at the focus which subtends 32 minutes at the mirror.

When he had got this far, Buffon was sure that Archimedes must have used a collection of plane mirrors; for, apart from the technical difficulty of making large curved mirrors, he was modest enough to feel ". . . que les réflexions que je viens de faire, ne pouvoient pas avoir échappé à ce grand Mathématicien." [31] So he would use a large number of plane mirrors. How many? The large mirror [32] at the *Académie* gave a focal spot 1/108 its

---

passer, j'ai senti qu'il pouvoit bien y avoir un peu de compliment national dans mon expression."

[27] *Ibid.*, p. 83.

[28] This seems a low reflectivity but is not far from the figures quoted by Bouguer (*Traité d'Optique*, 1760, p. 56). Glass was not as clear as it is nowadays.

[29] On a day when the sun shone brightly, this absorption—or, more correctly, scattering—would be negligible.

[30] *Op. cit.*, p. 85.

[31] *Ibid.*, p. 87.

[32] It was a paraboloid 34 inches in diameter, made by Vilette of Lyons, and acquired by Louis XV for the *Académie*. There is an anonymous account of it (presumably by Oldenburg) in *Phil. Trans.*, IV (1669), 986-987.

This content downloaded from
54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

diameter; it would melt gold; so Buffon applied circular zones of paper to it until he found that when a mirror about $4\frac{1}{2}$ inches in diameter remained exposed, it would just ignite dry wood. Calculating from focal lengths, he concluded that a mirror 30 feet in diameter would do this at 240 feet. But Buffon had an interesting reason to believe that he could do even better, a reason founded on experiment, and in contradiction to the writings of Descartes. The latter had pointed out in his *Dioptrique* [33] that the intensity of the focal spot is independent of the absolute size of the mirror, so that a very small mirror may burn as violently as a larger one. Buffon suspected that because of the effects of conduction, the bigger the mirror, the better it would set things on fire. He settled this by experimenting with lenses of equal focal ratio and greatly differing size. Descartes had been wrong.

Buffon would have liked to make a large iron frame with a number of circular or hexagonal mirrors provided with adjusting screws; but not wishing to be too extravagant, he came down to a wooden frame with 168 common mirrors each six inches wide and eight inches high. He said he would not describe it, because a glance at it would be better than a long discourse. Presumably *la compagnie* was invited out to the *Jardin du Roi* to see it.

The total area of mirror glass came to 56 square feet. Buffon found that he had to select from about 500 pieces of glass to get 168 that were good enough. They were mounted with about a third of an inch between them so that the operator could see where he was directing the light.

The next part of Buffon's memoir will incite the sympathy of everyone who has ever done any experimental work in atmospheric optics. For a long time after the apparatus was finished, the weather was atrocious, as it always seems to be under such circumstances. But at length: "Le 10 Avril après midi, par un soleil assez net, on a mis le feu à une planche de sapin goudronnée, à 150 pieds avec 128 glaces seulement, l'inflammation a été très-subite, & elle s'est faite dans toute l'étendue du foyer qui avoit environ 16 pouces de diamètre à cette distance." [34] We may note that the memoir was "read" on April 11.

Buffon felt sure that at midsummer he could set things on fire at 200 feet. Due credit must now be given to Archimedes and the ancients:

[33] In *Oeuvres*, VI, 193. ". . . ayant deux verres ou miroirs ardens, dont l'vn soit beaucoup plus grand que l'autre, de quelle façon qu'ils puissent estre, pouruû que leurs figures toutes pareilles, le plus grand doit bien ramasser les rayons du soleil en vn plus grand espace, & plus loin de soy, que le plus petit; mais . . . ces rayons ne doiuent point avoir plus de force en chaque partie de cet espace, qu'en celuy où le plus petit les ramasse. En sorte qu'on peut faire des verres ou miroirs extrememcnt petits, qui brusleront auec autent de violance que les plus grands." Descartes seems to have felt that this result was of importance, for he re-stated it ten years later (15 March 1647) in a letter to Mersenne (*Oeuvres*, IV, 621-623): ". . . lors que deux miroirs sont d'inégale grandeur et de figure semblable, le plus grand ne brûle pas plus fort que le petit *intensiue*, mais seulement *extensiue*, ainsi qu'vn petit charbon de feu brûle autant *intensiue*, qu-vn plus gros de mesme bois (p. 623)." I do not know the occasion for this letter; the passage quoted occurs at the very end, nearly all the remainder of the letter being about a problem in statics.

[34] *Mém. Acad. r. des Sci.* (Paris, 1747), p. 93.

This content downloaded from
54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

> It is certain that Archimedes was able to do with metal mirrors what I have done with glass ones; it is certain that his understanding was more than enough for him to imagine the theory that has guided me, and the mechanism that I have had made, and that therefore we cannot refuse him the title of first inventor of these mirrors, which have doubtless been made more famous by the occasion on which he was able to employ them, than by the merit of the invention itself.[35]

This seems to have been the end of Buffon's experiments with large assemblages of plane mirrors, though in a later memoir [36] he reported that he had had an apparatus made "of iron and copper," holding 360 mirrors, each four inches square. This turned out to be inconveniently heavy, and we are not told of its success in setting things on fire. He intended to have a mount made for 192 mirrors each one foot square, with which he thought he could succeed at 400 feet, "distance beaucoup plus grande que celle à laquelle Archimède brûla les vaisseaux des Romains"; [37] but nothing seems to have come of this. The remainder of the memoir is devoted to various ways of making large curved mirrors and lenses, and although it is extremely interesting, it does not concern us here. It may be worth noting, however, that Buffon suggested the stepped lens re-invented much later by Fresnel.

Buffon's first paper could not go unnoticed by the "geometers." On August 9, 1747, the Marquis de Courtivron presented several pages of integral calculus to the Academy [38] in which he calculated the relative effect of circular plane and spherical mirrors of the same diameter in reflecting sunlight to a given distance. We may note that at 150 feet, a spherical concave mirror one foot in diameter and 150 feet in focal length is only 1.18 times as effective as a plane mirror of the same size, supposing a perfect figure.

The exploits of Buffon were duly reported in the *Philosophical Transactions* by two observers, Needham [39] and Nicolini,[40] who differed somewhat in the dimensions they assigned to the apparatus, Nicolini agreeing most closely with Buffon's description. There is an editorial footnote to Nicolini's paper, saying that Maupertuis had confirmed the facts and had stated that Buffon had melted a silver plate at sixty feet.

In one of the supplementary volumes to his *Histoire Naturelle*, published more than a quarter of a century later,[41] Buffon devoted over eighty pages to the subject of burning-mirrors and lenses. All the material in his papers of 1747 and 1748 is repeated and discussed almost too fully. By this time he is quite well aware that Kircher had preceded him and makes full amends. The really interesting section of this article, however, begins on

[35] *Ibid.*, p. 98 (my translation).

[36] *Mém. Acad. r. des Sci.* (Paris, 1748), pp. 305-312. This was read on 4 March 1752, but as it formed a sequel to the 1747 memoir, the Academy permitted its publication in the 1748 volume. Modern scholars who complain of delays in publication should take note of these dates!

[37] *Op. cit.*, p. 306.

[38] *Mém. Acad. r. des Sci.* (Paris, 1747), pp. 449-458.

[39] *Phil. Trans.*, XLIV (1747), 493-495.

[40] *Ibid.*, pp. 495-496.

This content downloaded from 54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

page 426. He says that when he read his memoir in 1747, Bouguer and various other members of the Academy made objections, " tirées principalement de la doctrine de Descartes, dans son Traité de Dioptrique." [42] He read another memoir in the same year, but did not have it printed, out of consideration for those who opposed him. He will now print it.

It comes as a shock to read that Bouguer, a great experimentalist praised by Buffon on at least one occasion, should have refused to accept experimental evidence on any theoretical grounds whatever. Let us hope that Buffon's memory was faulty. At any rate he is not impressed by Descartes' denial that it is possible to have " a line burning to infinity," because he has shown that by increasing the number of mirrors one can set things on fire at any desired distance.[43] After scoring off Descartes by quoting an absurd statement from the *Dioptrique* about telescopes, Buffon in his turn goes off the deep end by stating that his mirror, which sets wood afire at 150 feet on earth, would do so just as well at 150 on Saturn! He feels that clever people will see the truth of this without further demonstration.[44] The fact is, of course, that at that date no one thought in terms of radiant power; otherwise such an astonishing result could never have occurred to anyone, let alone Buffon.

This long and rather sterile polemic contains a few very useful ideas. For instance, the largest useful size of the plane elements of the mirror is determined by the size of the solar image formed (by a very small mirror) at the desired distance. With a collection of planes of such a size, we can burn as well as with the most exactly-worked curved mirror.[45]

On the other hand he thought that " Il ne faut pas six fois la chaleur du Soleil pour brûler à [200 pieds]," [46] and he was quite sure that this was among a number of things that Descartes did not know.[47] We can only hope that Bouguer and the others were convinced.

At this point the reader may reasonably demand an opinion from the present writer. Could Archimedes have done it? Let us therefore examine Buffon's experiments in the light of modern knowledge.

Consider one of his 6″ by 8″ mirrors in the April sun of 1747, reflecting the light in a horizontal direction across the *Jardin du Roi*. He specifically states [48] that as he wished to project the sun's rays horizontally, he made each mirror 8 inches high and 6 inches wide. Now on the 10th of April, the sun's declination is about $+7.5°$, so that at noon in the latitude of Paris (48.8°) the sun would have been 48.7° above the horizon. The

[41] Buffon, *Histoire Naturelle*, Supp. Vol. 1 (Paris, 1774), pp. 399-483.

[42] *Ibid.*, p. 426.

[43] *Ibid.*, pp. 431-432.

[44] *Ibid.*, p. 434.

[45] *Ibid.*, p. 436. Because the sun's disc is brightest in the centre, somewhat smaller mirrors than this are slightly better.

[46] *Ibid.*, p. 443. This is too low by a factor of 2 or 3.

[47] *Ibid.*, p. 444. " Il me reste à observer que Descartes ignoroit combien il falloit de fois la lumière du Soleil pour brûler, qu'il ne dit pas un mot des miroirs plans, qu'il étoit fort éloigné de soupçonner la mécanique par laquelle on pouvoit les disposer pour brûler au loin, & que par conséquent il a prononcé sans avoir assez de connoissance sur cette matière & même sans avoir fait assez des réflexions sur ce qu'il en savoit."

[48] Buffon, *Mém. Acad. r. des Sci.* (Paris, 1747), p. 95.

This content downloaded from
54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

$6'' \times 8''$ mirror would then have a projected area of $6'' \times 7.3''$ as seen from a point on the axis of the reflected beam, and at a distance of 150 feet, it would have an angular subtense of 11.5×14.0 minutes of arc — much less than the angular dimensions of the sun, 32 minutes in diameter.

The calculation of the irradiance at the centre of the image, where it is a maximum, is complicated by the circumstance that the radiance of the sun's disc falls off towards its edge, causing the radiant intensity of the entire sun to be only about 0.80 as great as if the whole disc had a radiance equal to that of its centre. From a diagram given by Karandikar [49] we may conclude without serious uncertainty that the average radiance of the rectangular area seen in the mirror will be about 95% of the maximum, and therefore about 1.2 times that which would be calculated from the assumption of a uniform distribution.

The solar irradiance available to Bouguer can scarcely have been greater than 1.4 calories $cm^{-2}min^{-1}$. The greatest observed in five years at Paris by C. E. Brazier [50] was 1.43 cal $cm^{-2}min^{-1}$; Maurain refers to this value as " tout a fait exceptionnelle." If we allow him this much, we can now easily calculate the irradiance at the centre of the image formed by one mirror, as soon as we can decide on its reflectance. Following Bouguer,[51] let us allow him 0.6; then the irradiance is

$$H_1 = \frac{1.2 \times 1.4 \times 0.6 \times 11.5 \times 14.0}{60 \times \quad \times 256} = 0.00336 \text{ cal cm}^{-2}\text{sec}^{-1}$$

or for 128 mirrors, 0.43 cal $cm^{-2}sec^{-1}$.

Now in recent years, direct *ad hoc* research has been done on the ignition of various kinds of wood by radiation.[52] It has been found that the critical irradiance varies only within narrow limits for several kinds of wood, and is about 0.6 cal $cm^{-2}sec^{-1}$. Mr. J. H. McGuire of the Division of Building Research, National Research Council of Canada, who directed me to this reference, suggests that lower values of irradiance would probably be adequate if there were a narrow crack or other partially enclosed space with its opening exposed to the radiation, such as might be present if several boards had been assembled side by side without being jointed, as is indeed likely under the circumstances. The tar, I am informed, would not be more easily ignited than the wood itself.[53] Another suggestion is that the large area that was heated in Buffon's experiment might ignite at a lower value of irradiance than the two-inch-square blocks on which the value 0.6 cal $cm^{-2}sec^{-1}$ was based. This explanation is supported by the findings of Buffon with the concave mirror belonging to the Academy. The focal spot was here only one-third of an inch in diameter, and the irradiance

[49] R. V. Karandikar, *J. Opt. Soc. Amer.*, XLV (1955), 487.

[50] Quoted by Chas. Maurain in *Étude pratique des rayonnements solaire, atmosphérique et terrestre* (Paris, 1937), p. 24.

[51] See note 28 above.

[52] D. I. Lawson and D. L. Simms, *Brit. J. Applied Physics*, III (1952), 288-292.

[53] In one of Buffon's experiments a plank was partly tarred and partly covered with strips of cloth, but the parts that were not covered at all ignited first (*Histoire Naturelle*, Supp. Vol. I, p. 415).

This content downloaded from
54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

from the $4\frac{1}{2}$-inch diameter portion of the mirror must have been of the order of 2 cal $cm^{-2}sec^{-1}$.

At any rate, Buffon did it; and it is reasonable to assume that Archimedes could have done it too, whether he did it or not. Perhaps we may leave the last word to Edward Gibbon:

> Both the theory and practice of the arts which depend on mathematical science and mechanical power were cultivated under the patronage of the emperors; the fame of Archimedes was rivalled by Proclus and Anthemius; and, if their *miracles* had been related by intelligent spectators, they might now enlarge the speculations, instead of exciting the distrust, of philosophers. A tradition has prevailed that the Roman fleet was reduced to ashes in the port of Syracuse by the burning-glasses of Archimedes; and it is asserted that a similar expedient was employed by Proclus to destroy the Gothic vessels in the harbour of Constantinople, and to protect his benefactor Anastasius against the bold enterprise of Vitalian. A machine was fixed on the walls of the city, consisting of an hexagon mirror of polished brass, with many smaller and moveable polygons to receive and reflect the rays of the meridian sun; and a consuming flame was darted to the distance, perhaps, of two hundred feet. The truth of these two extraordinary facts is invalidated by the silence of the most authentic historians; and the use of burning-glasses was never adopted in the attack or defense of places. Yet the admirable experiments of a French philosopher have demonstrated the possibility of such a mirror; and, since it is possible, I am more disposed to attribute the art to the greatest mathematicians of antiquity than to give the merit of the fiction to the idle fancy of a monk or a sophist.[54]

Gibbon adds in a footnote: ". . . The immortal Buffon imagined and executed a set of burning-glasses, with which he could inflame planks at a distance of 200 feet. . . . What miracles would not his genius have performed for the public service, with royal expense, and in the strong sun of Constantinople and Syracuse?" [55] What, indeed! †

[54] *Decline and Fall of the Roman Empire* (ed. J. B. Bury, London, 1898), IV, 242-243. References to five of Gibbon's footnotes have been omitted. I am indebted to my old friend Mr. Stephen K. Marshall of Qualicum Beach, B. C., a classical scholar, for drawing my attention to this passage.

[55] *Ibid.*, p. 243.

† I have recently and quite by accident found that John Scott (*Royal Soc. Edinburgh Trans.*, XXV [1869], 123-149) discussed these questions, though with a different emphasis.

This content downloaded from
54.76.150.189 on Wed, 11 Oct 2023 11:44:57 +00:00
All use subject to https://about.jstor.org/terms

Rev. CENIC Cienc. Quím; 50 (01): 103-113. 2019. e-ISSN: 2221-2450.

REVIEW ARTICLE

Priestley, Scheele, Lavoisier, and the Burning Lenses

Priestley, Scheele, Lavoisier y las lentes ardientes

Aleksander Sztejnberg

Professor Emeritus, University of Opole, Opole, Poland. Aleksander.Sztejnberg@uni.opole.pl

Recibido: 21 de octubre de 2019; **Aceptado**: 11 de noviembre de 2019;

ABSTRACT

The purpose of this article was to familiarize readers with burning lenses, which were used by 18th century by some English and French chemists as a means of reaching high temperatures. However, not all experiments have given satisfactory results. The failures in the melting platinum using various burning lenses led Lavoisier to develop a new method of melting platinum using oxygen. In addition, in this article a literature was reviewed, including books on chemistry and the history of chemistry published in various countries to discuss the problem of oxygen discovery by Joseph Priestley (1733-1804), Carl Wilhelm Scheele (1742-1786) and Antoine Laurent Lavoisier (1743-1794).

Keywords: Burning lenses; J. Priestey; C.W. Scheele; A. L. Lavosier; Platinum.

RESUMEN

El propósito de este artículo era familiarizar a los lectores con lentes ardientes, que fueron utilizados por algunos químicos ingleses y franceses en el siglo XVIII como un medio para alcanzar altas temperaturas. Sin embargo, no todos los experimentos han dado resultados satisfactorios. Las fallas en el fundido de platino usando varias lentes ardientes llevaron a Lavoisier a desarrollar un nuevo método para fundir platino usando oxígeno. Además, en este artículo se revisó una literatura, incluidos libros sobre química y la historia de la química publicados en varios países para discutir el problema del descubrimiento de oxígeno por Joseph Priestley (1733-1804), Carl Wilhelm Scheele (1742-1786) y Antoine Laurent Lavoisier (1743-1794).

Palabras clave: Lentes ardientes; J. Priestey; C.W. Scheele; A. L. Lavosier; Platino.

INTRODUCTION

The use of a burning lens by Priestley to obtain dephlogisticated air

A burning lenses were used in the 18th century by some chemists as a means of reaching high temperatures. One of them was the English chemist Joseph Priestley (1733-1804). He was a gases researcher. Priestley discovered, among others, dephlogisticated air (today's oxygen) by heating by means of a burning lens red oxide of mercury (mercuric oxide - HgO). Here is a description of the feelings he experiences about this experiment. "But having afterwards procured a lens of twelwe inches[1] [30.48 cm] diameter, and twenty inches [50.80 cm] focal distance, Iproceeded with great alacrity to examine, by the help of it, what kind of air a great variety of substances, natural or factitious,...With this apparatus, after a variety of other experiments, an account of which will be found in its proper place, on the 1st of August, 1774, I endeavoured to extract air from mercurius calcinatus per se [HgO]; and I presently found that, by means of this lens, air was expelled from it very readily... But what suprized me more than I can well express, was, that a candle burned in this air with a remarkably vigorous flame, " (Priestley, 1776, pp. 33-34). "My reader will not wonder, that, after having ascertained the superior goodness of dephlogisticated air by mice livin in it,...I should have the curiosity to taste it myself. I have gratified that curiosity, by breathing it,...The feeling of it to my lungs was not sensibly different from that of common air. I fancied that my breast felt peculiary light and easy for some time afterwards. Who can tell but that, in time, this pure air maybecome a fashionable article in luxury. Hitherto only two mice and myself have had the privilege of breathing it" (Priestley, 1776, p.102).

Scheele's request to Lavoisier to conduct an experiment using burning lens

On September 30, 1774, the Swedish chemist Carl Wilhelm Scheele (1742-1786) wrote a letter to French chemist Antoine Laurent Lavoisier (1743-1794) in Uppsala. Édouard Grimaux (1835-1900), professor at the Polytechnic School in Paris, published on January 15, 1890, the original French version of this letter in the article with the title *Une lettre inédite de Scheele à Lavoisier* (An unpublished letter from Scheele to Lavoisier). In the letter, Scheele[2] asks Lavoiser to carry out an experiment involving the purchase of an "fire air" (oxygen) by means of burning lens. Scheele also asks for Lavoisier to inform him about the results of this experiment (Grimaux, 1890, pp. 1-2).

A fragment of Scheele's letter to Lavoisier translated from French to English, is as follows: "Sir, …Although I do not have the honor of being known by you, I am taking the liberty of thanking you very humbly. I desire nothing with as much ardor as to be able to show you (*sic*) my gratitude. … Because I do not have a big burning glass, please try it with yours this way. Dissolve silver in nitrous acid and precipitates it with alkaline tartrate [potassium carbonate], wash this precipitate, dry it, and reduce it [silver carbonate] with the burning glass in your machine fig.8; but because the air in this bell jar is such that the animals die in it and a part of the fixed air separates from the silver in this operation, it is necessary to put some quick lime [calcium oxide] in the water where one has putt the bell, so that this fixed

1 The French inch was equal to 2.7 cm, the English inch was 2.54 cm" (Smeaton, 1987, p. 265). In the article the conversions have been made from French or English inches, respectively.

2 In the introduction of the letter, Scheele wrote a few words of thanks for a book which Lavoisier sent him. "When Lavoisier published his *Chemical Opuscules*, which appeared in January 1774, he sent copies to a large number of scientists: Bergman, Scheele, Franklin, Guyton de Morveau, Priestley, etc., as well as to the French and foreign Societies" (Grimaux, 1890, p. 1).

air [carbon dioxide] joins faster with the lime. It is by this mean that I hope that you will see how much air is produced during this reduction, and whether a lighted candle can sustain the flame and the animals live within it. I will be infinitely obliged if you let me know the result of this experiment. I have the honor to be always with great esteem, Sir, Your very humble servant. At Upsale, September 30, 1774. **C.W. Scheele**" (Grimaux, 1890, pp. 1-2).

Jean-Pierre Poirier in his *Lavosier. Chemist, Biologist, Economist,* briefly described the contents of this letter using modern chemical language: "On September 30, 1774 Scheele thanked Lavoisier for the book and sugested a protocol for producing a large quantity of fire air using burning glasses. It required dissolving silver in nitric acid, precipitating it by using potassium carbonate, washing and drying the precipitate of the silver carbonate and then subjecting it to the fire of the burning glass, taking the precaution of placing a little quick lime under the ball jar to absorb the fixed air discharged during the operation" (Poirier, 1998, pp. 77-78). He also informed the reader that Scheele's letter remained unanswered. "Lavoisier received Scheele's letter on October 15, 1774, but he did not answer it. … He was undoubtedly very busy, but it sems to be a weak excuse for a man who was usually so punctual in his correspondance. The Swedish historians of sciences have still not forgiven him for what was much more than simple rudeness. It is difficult to disagree with them", wrote Poirier (1998, p. 78).

Lavoisier and the burning lenses

Figure 8, which Scheele mentions in his letter to Lavoisier, is among many other drawings, at the end of the book by Lavoisier, with the title *Opuscules Physiques et Chimiques* (Lavoisier, 1774, p. 491*)*. It illustrates the experiment carried out by Lavoisier with the minium [red lead, oxide of lead][3] (Lavoisier, 1774, pp. 256-265). Lavoisier used in this experiment, the big burning lens, made by Tschirnhaus[4], belonging to Count Théophile Malo Correct de la Tour d'Auvergne (1743-1800) (Lavoisier, 1774, p. 257). It was about 33 inches (89 cm) in diameter (Poirier, 1998, p. 54; Smeaton, 1987, p. 266). In the years 1772-1773, Pierre Joseph Macquer (1718-1784), Louis Claude Cadet de Gassicourt (1731–1799), Antoine L. Lavoisier and Mathurin Jacques Brisson (1723–1806) used this lens in their experiments along with another Tschirnhaus lens[5], belonging to the Royal.

3 Lowry, 1915, p. 229.

4 Ehrenfried Walther von Tschirnhaus (1651–1708), Lord of Kieslingswalde and Stolzenberg was born on April 10, 1651 in Kieslingswalde in Saxony (now, Sławnikowice, Poland), on the estate, which his family had owned for 400 years. In the years 1676-1679, Tschirnhaus first went to France and then to Italy. During this period of his life, he was particularly interested in using mirrors and lenses to produce high temperatures necessary for the melting of metals and minerals. Most of the time he participated in joint experiments with François Villette (1621-1698) in Lyon (Smeaton, 1987, p. 265), Athanasius Kircher (1602-1680) in Rome and Manfredo Settala (1600–1680) in Milan. In the years 1679-1692, the Tschirnhaus was in a family estate. His passion at the time was mathematics. He also devoted a lot of time to the production of large burning glasses. He also carried out experiments using these glasses (Eloge de M. De Tschirnhaus, 1709; Kracht, & Kreyszig, 1990, pp. 21-22; Sztejnberg, 2016).

5 This lens had a diameter of 33 inches (89 cm). It were used by Guillaume (Wilhelm) Homberg (1652-1715) and Etienne-François Geoffroy (1672-1731) in the first decade of the 18th century as a means of reaching high temperatures. It was bought by Philip II of Bourbon-Orleans (1674-1723), Duke of Orléans, who gave it to the Paris Academy of Sciences (Smeaton, 1987, p. 265). Homberg and Geoffroy used it to examine the effect of heat on some metals. Homberg, thanks to his experiments showed "that gold and silver are volatile metals in the fire of the Sun, like other metals in the fire of our furnaces" (Homberg, 1702, pp. 141-142). Geoffroy in his paper entitled "Experiments on Metals, Made with the Burning Glass of the Royal Palace" described his observations of four

Academy of Science of Paris (*L'Académie Royale des Sciences de Paris*). They worked with both lenses from August 14 to October 17, 1772, and conducted 192 experiments during which they heated many substances. Melting experiments were performed, including, among others, diamonds, iron, platinum, gold, tin, silver, zinc, and cobalt. The second series, 28 experiments, were carried out from March 14 to August 14, 1773. During this period, experiments on heating were carried out with diamond powder, mercury, manganese, and carbon. For, example, mercury from the cinnabar [mercuric sulfide, HgS], put in a hard porcelain dish, evaporated in its entirety without any residue (Lavoisier, 1865a, pp. 284-348).

In October 1774, a experiments on heating of various substances were carried out by using a new lens, which was presented to the Academy by Jean Charles Philibert Trudaine de Montigny (1733-1777), president of the Academy in 1773. The lens (fig.1) called the Great Burning Glass of Mr. Trudaine (*du Grand Verre Ardent de M. Trudaine*). It "consisted of two segments of a glass sphere of 8 feet (2.60 m) radius, sealed together to leave a space 4 feet (1.30 m) in diameter and 6 5/12 inches (17 cm) thick filled with alcohol. With an 8-inch (22 cm) auxiliary lens of solid glass it brought the sun's rays to a focus less than an inch (2.7cm) in diameter, it was hoped, a higher temperature than any previous instrument" (Smeaton, 1987, pp. 267-268). Trudaine de Montigny, Macquer, Cadet, Lavoisier, and Brisson worked with this lens in the *Jardin de l'Infante* (Garden of the Infante), near the Louvre, where the Academy was then housed. On October 5, 1774, it took about half a minute to melt *d'un gros sou de cuivre* (a big copper penny). On October 15, 1774, Pedro Pablo Abarca de Bolea, comte d'Aranda (1719-1798), Spanish ambassador to France in 1773-1784, placed to the focus of the sun's rays some French silver coins. It turned out that the piece of 3-pound coin (*3 livres*) was melted in a few seconds, and the 6-pound (*6 livres*) coin took a little longer to melt (Trudaine de Montigny, Macquer, Cadet, Lavoisier, & Brisson, 1774, pp. 68-70).

The Great Burning Glass of Mr. Trudaine turned out to be a very useful instrument. According to researchers, "it is very superior to anything we've ever done in this genre. We look at his performance as a beautiful monument of advances in optics and industry. This is an essential service that Mr. Trudaine has rendered, not only to the Academy, but to anyone interested in perfection sciences and arts" (Trudaine de Montigny et al., 1774, pp. 71-72).

Platinum and the burning lenses. Lavoisier's new method of melting platinum using oxygen

Among the metals with which Lavoisier, Macquer, Cadet, Brisson, and Trudaine de Montigny experimented in 1772-1774, platinum was extremely resistant to melting tests with burning lenses.

In a letter to Priestley of June 7, 1782, Benjamin Franklin (1706-1790) informed him of the melting of platinum[6] by Lavoisier. The day before, Franklin was present at the Academy. Lavoisier in the presence of the Count Du Nord[7] demonstrated the melting of platinum in an oxygen blast. A fragment of Franklin's letter to Priestley, is as follows: "Yesterday the Count du Nord was at the Academy of Sciences, when sundry Experiments were exhibited for his

metals: iron, copper, tin and lead (Geoffroy, 1709, pp. 162-176). The English version of this article has been published in *Philosophical Transactions* (Geoofroy, 1708/1709, pp. 374-386).

6 In the article written by William Arthur Smeaton (1925-2001), the reader finds information about earlier attempts to melt platinum (Smeaton, 1984).

7 The Count du Nord, later Emperior of Russia (Tsar) Paul I (1754-1801) was the only son of Catherine II (1729-1796), Empress of Russia.

entertainment; among them, one by M. Lavoisier, to show that the strongest fire we yet know, is made in a Charcoal blown upon with dephlogisticated air. In a Heat so produced, he melted Platina presently the fire being much more powerful than that of the strongest burning mirror" (Duveen & Klickstein, 1955, p. 119).

Leslie B. Hunt in his article, *The First Real Melting of Platinum,* briefly described Lavoisier's platinum melting experiment. In his "spectacular experiment", Lavoisier directed "the stream of oxygen into a hollowedout piece of charcoal in which he had placed a small quantity of the metal" (Hunt, 1982, p. 85).

In an article published in November 1782, Lavoisier described the construction and use of the apparatus, which proved to be very helpful in melting platinum. In addition, wishing to emphasize his success, he recalled earlier failures. He wrote: «*On sait que jusqu'ici on n'avoit encore trouvé aucun moyen de fondre la platine brute; M. le Baron de Sickingen & M. le Comte de Milly étoient parvenus à la ramollir & à la forger, mais ils n'avoient pu la faire couler; enfin la grande loupe de M. Trudaine ne l'avoit pas même amollie; j'étois donc déjà assuré par cette seule expérience, d'être en possession d'un moyen de produire une chaleur beaucoup plus forte qu'aucune de celles qu'on eût employées jusqu'ici...».*

The translation of the French text is the following: "We know that so far we have not found any way to melt the platinum raw; Mr. Baron de Sickingen and Mr. Count de Milly were able to soften and forge it, but they could not make it flow; lastly, the big magnifying glass of Mr. Trudaine had not even softened it; I was already assured by this experience alone, to be in possession of a way to produce a much stronger than any of the hitherto used..." (Lavoisier, 1782, p. 460).

In a short article entitled "Note on Platinum Fussion", which was published in *Oeuvres de Lavoisier,* IV, Lavoisier highlighted the importance of his discovery of the method of melting platinum. "A French chemist has an important secret which he thinks he ought to pay homage to the government. By adding new experiences to those already made on platinum, he found a way to make this malleable metal, to form bars, and the processes which it employs to fill this object are neither more difficult nor more complicated than those which one employs to extract the iron of its mines in the large works...Platinum treated and purified by its process ... it is likely to extend, to take all the forms that it is considered appropriate to give to it, to be used in jewelry, in crockery, in kitchen utensils, coins and medals; it is indestructible and unalterable to fire like gold, and is infusible by every degree of fire known; and lastly, it is not attackable by any of the acids which enter into the composition of food" (Lavoisier, 1868, p. 470).

Was Lavoisier the discoverer of oxygen, like Scheele and Priestley, or should he be considered a reformer of chemistry?

In 1789, a book written by Lavoisier entitled *Traité Élémentaire De Chimie* (Elementary Treatise Of Chemistry) was published. Lavoisier wrote in this book, that he is the discoverer of oxygen, like Priestley and Scheele. The translation from French into English is as follows: "This air, which we have discovered almost at the same time, Mr. Priestley, Mr. Scheele, and myself, has been named by the first, with a air déphlogistiqué [*dephlogisticated air*]; by the

second, air empiréal [fire air]. I first gave him the name of d'*air éminemment respirable* [eminently respirable air]: since then, it has replaced that of d'*air vital* [vital air]" (Lavoisier, 1789, p. 38).

A book entitled *A Chemico-Medical Essay to Explain the Operation of Oxigene, or the Base of Vital Air on the Human Body* was published in 1797, in Philadelphia. The author of this book, Benjamin De Witt (1774-1819), expressed his attitude towards Pristley's discovering of "dephlogisticated air" or "pure air", as well as Scheele's discovering of "empyreal air" and Lavoisier's discovering of "vital air". "Mr. Scheele, it is said, made the discovery also nearly about the same time, though he did not know of Dr. Priestley's experiments. Lavoisier says he also discovered it; but it is more probable, that he received the hint in a conversation with Priestley when in France" (De Witt, 1797, p. 9).

Baron Henry Brougham (1778-1868), was another person who did not like that Lavoisier considered himself an oxygen discoverer. He expressed his opinion on this subject in the book entitled *Lives of Philosphers.* "Priestley is the undoubted discoverer of oxygen. He was the first who communicated a knowledge of it to Lavoisier, at Paris, soon after he had made the discovery; nor can anything be more disingenuous than that celebrated person's afterwards affirming that he, Priestley, and Scheele, had all discovered it "about the same time." He never discovered it until Priestley discovered it to him" (Brougham, 1855, p. 76). Further, in the text of the same book, Brougham gave the reader information about the exact date of Priestley's oxygen discovery and that Priestley and Scheele did not discover oxygen, almost at the same time. "Now I begin this statement by observing, that as to the precise time of Dr. Priestley's discovery there is no doubt; no "presqu'en même tems;" it was the first day of August, 1774. Scheele, without knowing of his discovery, made the same the year after, 1775. So far then the statement of Lavoisier is incorrect; Priestley and Scheele did *not* discover oxygen, "presqu'en même tems." (Brougham, 1855, p. 304).

Albert Landenburg (1842-1911) had the same opinion as Brougham. "Lavoisier also wrote a treatise on oxygen, but Priestley states that he had previously informed Lavoisier of his discovery, although the latter makes no mention of this. ... It is to be deplored, but unfortunately it seems to be established, that Lavoisier repeatedly tried to appropriate to himself the merits of others. I do not enter further into this matter here, because I regard it as inessential in the history of the development of chemistry. A man's own period is concerned with his personal qualities, and history with his works. Lavoisier paid with his life both for faults which he committed and for faults which he did not commit. His own time judged him. Posterity may regard him with admiration and indulgence" (Landenburg, 1911, p. 17).

The British chemist Sir Thomas Edward Thorpe (1845-1925), was the author of the book entitled *Essays in Historical Chemistry* that was published in London in 1894. Thorpe strongly disagreed that Lavoisier had discovered oxygen. He gave many interesting facts about this in his book (pp. 119-121). He referred, among other things, to the book written by French chemist Marcellin Pierre Berthelot (1827-1907) with the title *La Révolution Chimique: Lavoisier; ouvrage suivi de notices et extraits des registres inédits de laboratoire de Lavoisier* (The Chemical Revolution: Lavoisier; book followed by records and excerpts from Lavoisier's original laboratory records) (Berthelot, 1902). "If any further evidence is required to prove that Lavoisier was not only not "the true and first discoverer" of oxygen, but that he has absolutely no claim to be regarded even as a later and independent discoverer, it is supplied by M. Berthelot himself. Not the least valuable portion of M. Berthelot's book, as an

historical work, is that which he devotes to the analysis of the thirteen laboratory journals of Lavoisier, which have been deposited, by the pious care of M. de Chazelles, his heir, in the archives of the Institute. M. Berthelot has given us a synopsis of the contents of almost every page of these journals, with explanatory remarks, and dates when these could be ascertained. As he well says, these journals "are of great interest because they inform us of Lavoisier's methods of work and of the direction of his mind – I mean the successive steps in the evolution of his private thought" (Thorpe, 1894, p. 121).

German chemist August Wilhelm Hofmann (1818-1892), in the eighties of the twentieth century, in his book *Berliner Alchemisten und Chemiker* (Berlin Alchemists and Chemists) identified the names Scheele and Priestley with the discovery of oxygen, while the name Lavoisier with his "immortal work" that "have relevated the essence of burning" (Hofmann, 1882, p. 57).

Albert Landenburg considered Lavoisier a reformer of chemistry, not an oxygen discoverer. On page 16 of his book entitled *Lectures on the History of the Development of Chemistry since the Time of Lavoisier* wrote: " … the history of chemistry itself furnishes proof of the fact, inasmuch as Priestley and Scheele were the discoverers of oxygen, while Lavoisier was the reformer of chemistry" (Landenburg, 1911, p. 16).

In 1981, Daniel L. Gilbert (1925-2000), scientist from the Laboratory of Biophysics at National Institutes of Health, Bethesda (Maryland, USA), in a book with the title *Oxygen and Living Processes. An Interdisciplinary Approach*, regarded Scheele and Pristley as independent codiscoverers of oxygen while Lavoisier was "the discoverer of the mechanism of oxidation" (Gilbert, 1981, p. 10). In addition, he pointed out that Scheele: "actually discovered oxygen before Priestley" (Gilbert, 1981, p. 12).

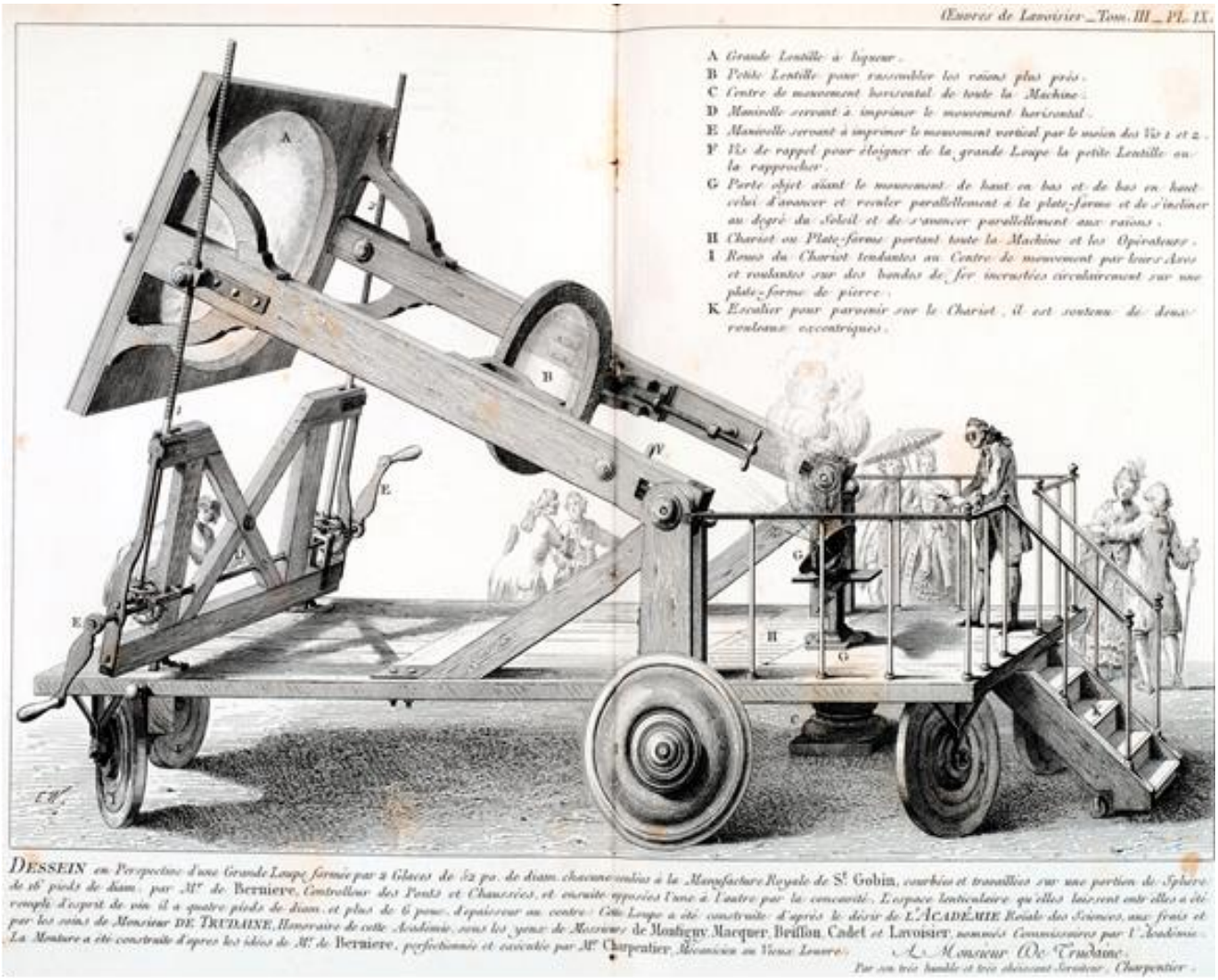


Fig. 1. The Great Burning Glass of Mr. Trudaine (Lavoisier, 1865b).

CONCLUSION

Some burning lenses were used in experiments carried out by some English and French chemists in the 18th century. Priestley used a burning lens to get dephlogisticated air (oxygen). Scheele asked Lavoisier to obtain oxygen using a burning lens available at the Academy, according to the Scheele method. The failures in the melting platinum using various large burning lenses led Lavoisier to develop a new method of melting platinum using oxygen. An analysis of literature shows that some chemists considered Lavoisier as a chemistry reformer, not an oxygen discoverer. He did not discover this chemical element at the same time as Priestley. Scheele discovered oxygen earlier than Pristley. The merits of three prominent chemists (Scheele, Priestley, and Lavoisier) for the development of chemistry are enormous. Their names were forever written in gold letters in the history of chemistry.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCES

Berthelot, M. (1902). *La Révolution Chimique: Lavoisier; ouvrage suivi de notices et extraits des registres inédits de laboratoire de Lavoisier*, Deuxiéme Edition, Paris: Félix Alcan, Éditeur.

Brougham, H. (1855). *Lives of Philosophers of the Time of George III.* London and Glasgow: Richard Griffin and Company.

De Witt, B. (1797). *A chemico-medical essay to explain the operation of oxigene, or the base of vital air on the human body,* Philadelphia: Printed by William Woodward.

Duveen, D. I., & Klickstein H.S. (1955). Benjamin Franklin (1706–1790) and Antoine Laurent Lavoisier (1743–1794), Part I. Franklin and the new chemistry *Annals of Science*, *11*(2), 103-128, https://doi.org/10.1080/00033795500200115

Eloge de M. De Tschirnhaus (1709). *Mémoires de L'Académie des sciences, année MDCCIX*, pp. 114-124. Retrived from https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k34859/f122

Geoffroy, E. F. (1709). *Experiences Sur Les Metaux, Faites avec le Verre ardent du Palais Royal* [Experiments on Metals, Made with the Burning Glass of the Royal Palace]. *Mémoires de L'Académie des sciences, année MDCCIX*, pp. 162-176. Retrieved from https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k34859/f302

Geoffroy, E. F. (1708/1709). Experiments upon Metals, Made with the Burning-Glass of the Duke of Orleans. *Philosophical Transactions (1683-1775)*, *26*, pp. 374-386. https://www.jstor.org/stable/103274

Gilbert, D.L. (Ed.).(1981). *Oxygen and Living Processes. An Interdyscyplinary Approach*. New Yor, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag.

Grimaux, É. (1890). *Une lettre inédite de Scheele à Lavoisier* [An unpublished letter from Scheele to Lavoisier] Retrieved from Gallica website: https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k213928z/f3.image

Hunt, L. B. (1982). The First Real Melting of Platinum. Lavoisier's Ultimate Succcess with Oxygen,

Platinum Metals Review, *26*(2), 79-86. Retrieved from https://www.technology.matthey.com/article/26/2/79-86/

Hofmann A. W. (1882). *Berliner Alchemisten und Chemiker, Rückblick auf die Entwickelung der chemischen Wissenschaft in der Mark. Rede gehalten zur Feier des Stiftungstages der militärärztlichen Bildungsanstalten am 2. August 1882*. Berlin: A. W. Schade's Buchdruckerei.

Homberg, G. (1702). *Observation Faites par le moyen du Verre Ardent* [Observation Made by means of the Burning Glass]. *Mémoires de L'Académie des sciences, année MDCCII,* pp. 141-149. Retrieved from https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3505b/f300

Kracht, M., & Kreyszig, E. (1990). E.W. von Tschirnhaus. His Role in Early Calcuclus and His and Impact on Algebra. *Historia Mathematica*, *17*, 16–35. https://doi.org/10.1016/0315-0860(90)90076-P

Landenburg, A. (1911). *Lectures on the History of the Development of Chemistry since the Time of Lavoisier*, trans. from the Second German Edition by Leonard Dobbin. Edinburgh: The Alembic Club.

Lavoisier, A. (1868). Note Sur La Fussion Du Platine [Note on Platinum Fussion]. *Oeuvres De Lavoisier Publiées Par Les Soins De S. Exc. Le Ministre De L'Instruction Publique, Tome IV,* Paris: Imprimerie Impériale, MDCCCLXVIII, pp. 476-477. Retrieved from

https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k86269k/f478.image

Lavoisier, A. (1865a). Détail Des Expériences Exécutées Au Moyen Du Grand Verre Ardent. *Oeuvres De Lavoisier Publiées Par Les Soins De S. Exc. Le Ministre De L'Instruction Publique*, Tome III, Paris: Imprimerie Impériale, MDCCCLXV, pp. 284-348. Retrieved from https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k862687/f287.image

Lavoisier A. (1865b). *File:Oeuvres de Lavoisier.jpg.* (Public Domain). Oeuvres De Lavoisier, Tome III, Pl. IX, pp. 816-817. Retrieved from Wikimedia Commons Website: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:%C5%92uvres_de_Lavoisier.jpg

Lavoisier, A. (1789). *Traité Élémentaire De Chimie, Présenté Dans Un Ordre Nouveau Et D'apres Tes Decouvertes Modernes*; *Avec Figure*, *Tome Premier* [Elementary Treatise on Chemistry, Presented In A New Order And According to Modern Discoveries; With Figure, First volume]. Paris: Cuchet.

Lavoisier, A. (1782). Sur un Moyen d'augmenter considérablement l'action du Feu et de la Chaleur, dans les Opérations chimiques [On a way to considerably increase the action of Fire and Heat, in Chemical Operations]. *Mémoires de L'Académie des sciences, année MDCCLXXXII,* pp. 62-72. Retrieved from https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k35819/f645.image

Lavoisier, A. (1774). *Opuscules Physiques et Chymiques. Tome Premier* [Physical and Chemical Booklet. First volume]. Paris: Durand neveu, Libraire, rue Galande.

Lowry, T. M. (1915). *Historical Introduction To Chemistry*. London: Macmillan and Co. Limited.

Poirier, J.-P. (1998). *Lavoisier. Chemist, Biologist, Economist*. Philadelphia: University of Pennsylvania Press.

Priestley, J. (1776). *Experiments and Observation on Different Kinds of Air.* Vol. II (The second Edition). London, Printed for J. Johnson. Retrieved from https://archive.org/details/experimentsobser02prie/page/n8

Smeaton, W. A. (1987). Some large Burning Lenses and their Use by Eighteenth-Century French and British Chemists. *Annals of Science*, *44* (3), 265–276. https://doi.org/10.1080/00033798700200221

Thorpe, T. E. (1894). *Essays in Historical Chemistry.* London: Macmillan and Co.

Trudaine de Montigny, J.C.P., Macquer, P. J., Cadet, L.C., Lavoisier, A., & Brisson, M. J. (1774). Premier essai du Grand Verre Ardent de M. Trudaine, établi au Jardin de l'Infante au commencement du mois d'octobre de l'année 1774 [First attempt of the Great Burning Glass of Mr. Trudaine, established in the Garden of the Infanta at the beginning of October of the year 1774]. *Mémoires de L'Académie des sciences, année MDCCLXXIV,* pp. 62-72. Retrieved from https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3573n/f213.image

Smeaton, W. A. (1984). Pierre Joseph Macquer. Early Attemps to Melt Platinum, *Platinum Metals Review*, *28*(1), 25-30. Retrieved from https://www.technology.matthey.com/article/28/1/25-30/

Sztejnberg, A. (2018). Immortal fame of the Swedish apothecary and chemist: Carl Wilhelm

Scheele (1742-1786) in the literature between the 19th and 21th centuries. *Revista CENIC Ciencias Químicas,49,* 1-16. https://ojs.cnic.cu/index.php/RevQuim/article/view/221

Sztejnberg, A. (2016). *W zwierciadle historii chemii. Od soczewek Tschirnhausa i chemii Lavoisiera do odkrycia nowych pierwiastków chemicznych* [In the mirror of chemistry history. From Tschirnhaus lenses and Lavoisier chemistry to the discovery of new chemical elements], Kraków: Oficyna Wydawnicza „Impuls" (in Polish).

Transactions of the Royal Society of South Africa, 2016
Vol. 71, No. 1, 89–95, http://dx.doi.org/10.1080/0035919X.2015.1061068

UNISA PRESS
Taylor & Francis
Taylor & Francis Group

A remarkable vision – Brewster's 1822 proposal for a 'National Burning Apparatus'

P. E. Spargo

Assoc. Prof Emeritus, School of Education, University of Cape Town, Rondebosch, South Africa
E-mail: peter@spargo.wcape.school.za

In order to reduce the energy losses resulting from the thickness of large burning glasses, the French naturalist the Comte de Buffon proposed that such lenses should consist of a relatively small central lens surrounded by a series of stepped annular glass rings, all ground to direct light to the same focal point. In order to simplify the problems associated with manufacturing such rings, the Scottish physicist Sir David Brewster suggested in 1822 that it would be simpler if each annular ring consisted of a number of separate close-fitting segments. Convinced of the importance for scientific research in Britain of the availability of a burning glass larger than could be afforded by any single institution, he proposed the construction of a 'National Burning Apparatus,' "to the construction of which all the scientific institutions in the kingdom might contribute" – a remarkably prescient vision of the need for and value of national research facilities. He also outlined some of the important research that might be undertaken using such a device. However, his proposal elicited no response.

Keywords: Brewster; burning glass; National Burning Apparatus; Burning Sphere; national research facilities; William Parker

SIR DAVID BREWSTER

Sir David Brewster, FRS (1781–1868), a distinguished Scottish experimental physicist and exceptionally industrious editor and author, trained for the church at the University of Edinburgh (which he entered at age 12) but never practised as a minister (Morrison-Low, & Christie, 1984; Morrison-Low, 2004). He received no formal education in the sciences but, in the words of Sir Walter Scott, became a "self-taught philosopher, astronomer and mathematician" (*Encylopædia Brittanica*, 1911, **4**, pp. 513–514). In 1799 his fellow-student Henry Brougham encouraged him to study refraction, marking the beginning of the study of many of the most important properties of light which occupied a central place in the rest of his life. During his long professional life, Brewster was the author of several hundred scientific papers, the great majority on properties of light such as polarisation by reflection and refraction. His work in this field is still universally remembered in the Brewster angle and Brewster's Law ("The tangent of the polarising angle for a substance is equal to its index of refraction"), the effect on polarisation of heat and pressure, the phenomenon of double refraction in materials such as Iceland Spar, reflection of light by metals and the absorption of light.

After a number of early contributions to the *Edinburgh Magazine*, in the year 1801–when aged only 26 – he assumed the editorship of the periodical. Six years later he also accepted the editorship of the planned *Edinburgh Encyclopædia*, a major publication in 18 substantial volumes, the publication of which spanned the years 1808–1830 (*Edinburgh Encylopædia*, 1808–1830). He also contributed numerous major articles – mostly on scientific subjects – both to this work and to the seventh and eighth editions (1823 and 1833) of the *Encyclopædia Brittanica*. Together with Robert Jameson he founded the *Edinburgh Philosophical Journal*, editing it together for its first 10 years, while at the same time editing the first 16 volumes of the *Edinburgh Journal of Science* (1824–1833). He is also notable as the author of the ground-breaking 1855 *Memoirs of the Life, Writings and Discoveries of Sir Isaac Newton* (Brewster, 1855), which remained the undisputed standard biography of Newton until R.S. Westfall's *Never at Rest* appeared in 1980, more than a century later (Westfall, 1980). In 1859 he was appointed principal of the University of Edinburgh, a position he held until his death in 1868.

Successful as he was as a physicist, editor and educator, in retrospect there can be little doubt however that his most enduring monument is the critically important role he played in the founding in 1831, together with Charles Babbage and Sir John Herschel, of the British Association for the Advancement of Science.

BREWSTER ON 'BURNING INSTRUMENTS'

Among the numerous papers and articles on optics published by Brewster, one of the most fascinating – and now largely forgotten – is the long entry on "burning instruments" published in 1812 in the *Edinburgh Encyclopædia* (Brewster, 1808–1830, **5**, pp. 130–144). This is without question the most detailed and authoritative account of the overall history and properties of burning 'instruments', i.e. lenses and mirrors, that had yet appeared in English, showing Brewster's wide reading on the topic in English, French, German, Latin and Greek sources. Consisting largely of a comprehensive historical survey of the numerous devices, ranging from the time of the Greeks, designed to focus the rays of the sun in order to obtain the high temperatures required to carry out various dramatic processes ranging from the destruction of enemy ships to melting extremely refractory materials such as the

© 2015 Royal Society of South Africa

noble metals, clays, rocks, etc., it was illustrated by two plates containing 18 diagrams.

One of the topics addressed by Brewster in the article is the relationship between the diameter and thickness of burning lenses. Clearly as the diameter of a convex burning lens increases, the temperature at the focus will also increase, but at the same time the thickness of the lens, especially at the centre, will also increase. This will result not only in the absorption of an increasing proportion of the incident radiation, but also in lenses that are increasingly difficult to manufacture, ever-heavier to mount and track the movement of the sun across the sky as well as being very expensive. (In effect these factors had imposed a practical limit to the size of the biconvex lenses which had hitherto been used as burning glasses.)

This problem had been addressed by the great 18th century French naturalist the Comte de Buffon (1707–1788), author of the magisterial multi-volume *Histoire Naturelle*. Brewster was clearly impressed by Buffon's proposed solution (Figure 1) and described it at some length in his article:

> In order to avoid the great thickness of glass at the centres of large convex lenses, Buffon has proposed a very ingenious contrivance. Instead of making the burning lens of one piece of glass, he proposes to form it of three concentric circular pieces resting upon each other.* Thus if the whole diameter of the lens is to be 24 inches, which would require a central thickness of three inches if it were of solid glass, the middle part will be a lens 8 inches in diameter, with a thickness of 1 inch. This lens is inserted in the middle of a circular zone, whose diameters are 8 and 16 inches, and this circular zone is again inserted in the middle of another circular zone, whose diameters are 16 and 24 inches. The surfaces of the lens and of the two zones are all ground to the same radius; so that when they are placed together, the solar rays will be refracted to one focus, in the very same manner as if they had fallen on a lens of 24 inches in diameter. The great advantages which are gained by this construction, is the diminution of the quantity of glass, as it does not require half as much as is necessary in lenses of one piece. In consequence of this diminution of thickness, the power of the lens is remarkably increased. The rays which fall upon the central parts, instead of being absorbed by the great mass of glass through which they had to pass, will be transmitted through the lens of 8 inches, and will be twice as powerful as if they had been refracted by a similar portion of a solid and continuous lens. (Brewster, 1808–1830, V, p.140) [*i.e. fitting snugly into each other].

BREWSTER'S POLYZONAL LENS

While Brewster was clearly impressed with the proposal for what Buffon called *Lentilles en echelons* ('stepped lenses'), acknowledging that he had "very ingeniously" eliminated the important problem of the "quantity of glass at the centre of the contrivance", at the same time he correctly pointed out that one of the relatively thin, flat circular outer zones of Buffon's burning glass "must be nearly as difficult to cast and grind as if it formed a part of the whole lens" – about which critically important issue Buffon had conveniently said nothing! (There is no evidence that Buffon actually constructed such a stepped lens, although the great Scottish lighthouse constructor Alan Stevenson noted that: "This suggestion of Buffon regarding the construction of large burning glasses, was first executed with tolerable success by the Abbé Rochon; but such are the difficulties attending the process of working a solid piece of glass into the necessary form that it is believed the only other instrument constructed in this manner, is [a lighthouse lens] made by this committee" (Stevenson, 1835, p.16)). At the same time Brewster emphasised some problems associated with large lenses in general: procuring large pieces of glass of an acceptable optical quality (i.e. free of veins, striations and bubbles); the problems associated with casting, grinding and polishing such large glass discs; the high absorption of light in the thick centre portion of the lens arising not only from its thickness but also from the 'numerous veins and imperfections' in the glass, and the cost both in terms of the purchase of a single large glass disc and the labour required to grind away a substantial proportion of the mass of the disc. He therefore proposed a development of Buffon's lens that was very similar in principle but differing in structure:

> In the year 1811, the idea occurred to me of constructing large lenses of *many zones* or *rings*, and of composing each zone of separate segments, so that a lens of any magnitude might be *built* as it were, of separate pieces; and in 1812, I published in the article already quoted, the following method of construction. ... (Brewster, 1822–1823, p. 161)

Thus in Brewster's proposal for what he called a polyzonal lens, a relatively modest central circular convex lens of convenient size (he suggests 18 inches) would be surrounded by a close-fitting ring, or *zone*, made up of four glass pieces ground to the same focal length as the central lens and known as *segments* (Figure 2). If a larger lens was required then this first zone would be surrounded by a second one consisting of a set of eight segments, each of which would of course only subtend an angle of 45° at the centre of the lens, instead of 90° as in the first zone. Figure 3 shows a frontal, i.e. head-on, view of the central lens and the first two circular zones. If required, further zones could be added. A cross-sectional view of such a lens, clearly showing the stepped nature of the two zones, is shown in Figure 4.

In the context of this work by Brewster, it is interesting to note that in 1822 the eminent French physicist and engineer, Augustin-Jean Fresnel (1788–1827) constructed an annular lens in which the centres of curvature of the different rings receded from the axis according to their distances from the centre of the lens, thereby practically eliminating spherical aberration. Fresnel's extremely important work in this area, however, was driven by the requirements of the precision lenses required for lighthouses, a field to which he contributed substantially, rather than burning glasses.

In order to construct a burning device even more powerful than a large polyzonal lens – indeed 'unlimited in its power'– Brewster further proposed a more complex device which he named a 'Burning Sphere'. This consisted of a medium-sized central circular lens around which would be arranged a set of five, or more, relatively modest, circular, plano-convex lenses arranged such as to all have a common focus and onto which sunlight was directed by a number of plane mirrors set at appropriate angles (Brewster, 1808–1830,

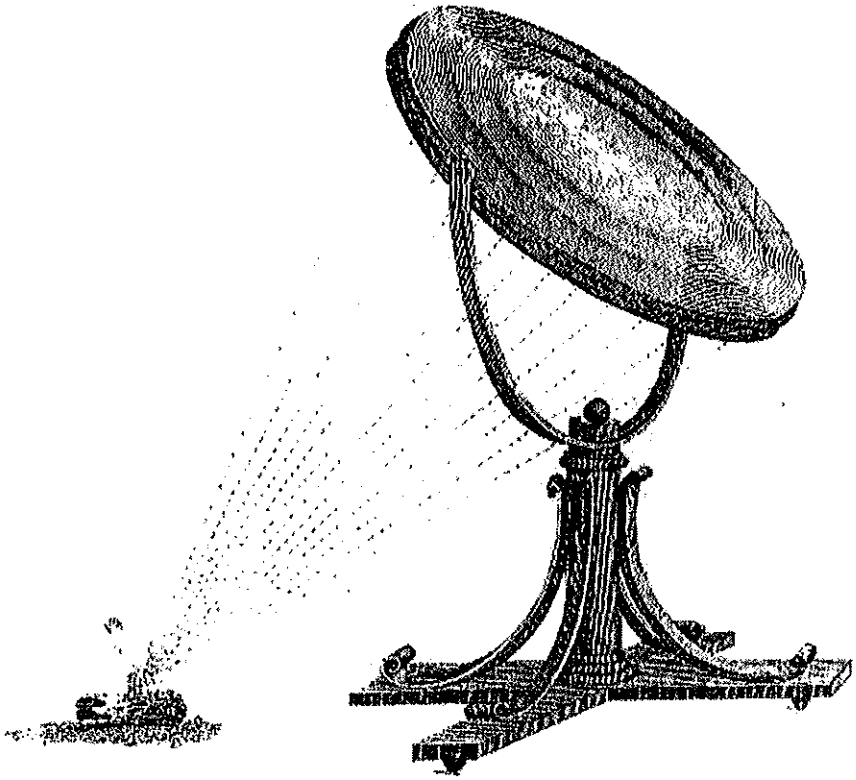


Figure 1. Buffon's *Lentille en echelon.*

V, pp. 143–144). A cross-sectional view of the device is shown in Figure 5. (Although not discussed by Brewster, clearly some form of rigid, weight-bearing, steerable support structure or frame would be required in order to maintain the optical components at the correct distances and angles relative to each other as well as to both point the whole system in the right direction and then track the sun as it moved across the sky.)

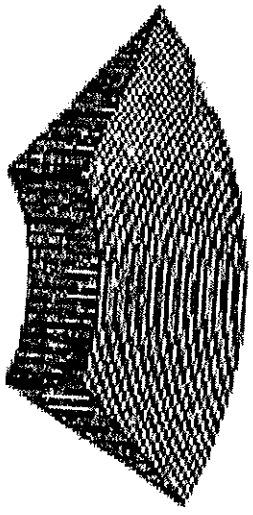


Figure 2. A segment of Brewster's Polyzonal Lens.

A NATIONAL BURNING APPARATUS

There is no evidence that Brewster's proposal in the *Edinburgh Encyclopædia* article that polyzonal lenses and burning spheres should be used for the attainment of high

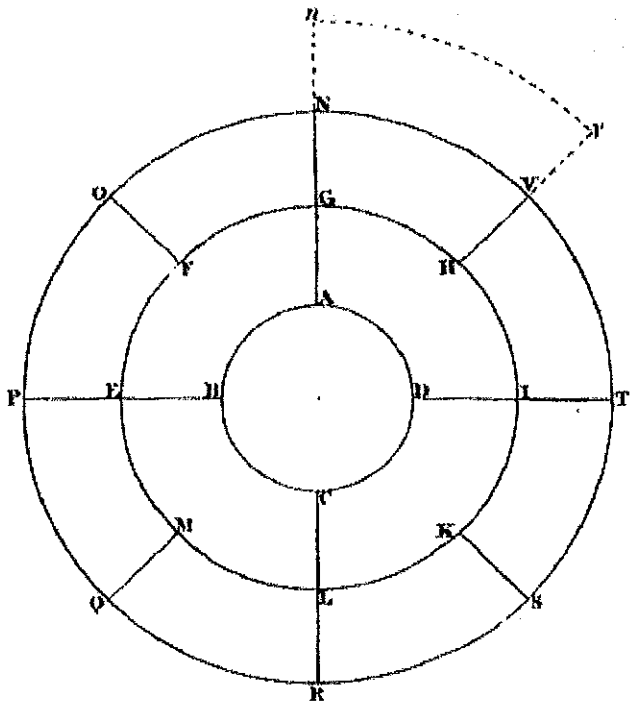


Figure 3. Head-on view of Brewster's Polyzonal Lens.

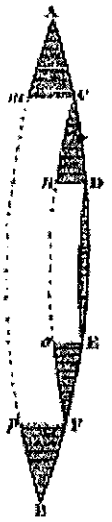


Figure 4. Cross-sectional view of Brewster's Polyzonal Lens.

temperatures evoked any interest at all amongst fellow scientists and one can only assume that his proposal had fallen on stony ground. He nevertheless persevered with the idea and some 10 years later, in an 1822 paper in the *Edinburgh Philosophical Journal*, the proposal was repeated almost word-for-word, but once again failed to bring any response.

Nevertheless Brewster's paper of 1822–1823 is of particular interest for a very different reason in that the paper contains an even more radical proposal for the use of the Sun in attaining high temperatures. This related to the construction of what he termed a "National Burning Apparatus" (or "national lens"), a somewhat grandly named device which would result in a burning lens "*five* or *six* feet in diameter", making it amongst the very largest yet constructed in either Britain or on the Continent. His proposal reads as follows:

> The munificence of Sovereigns and of public Societies, has been so frequently displayed during the last century that, in the construction of instruments, beyond the reach of individual zeal, we cannot omit the present opportunity of suggesting the formation of a National Burning Apparatus, to the construction of which all the scientific institutions in the kingdom might contribute. Each society, for example, might undertake the formation of a single zone of the national lens, which zone would of itself be a useful burning glass, and might be afterwards completed when the society's funds enable it to do so. These numerous zones might then be combined for the purpose of occasional experiments, under the direction of our most distinguished philosophers, and we cannot doubt but that discoveries would thus be made which would form an epoch in the history of the arts and sciences. The fusion and combination of refractory materials could not fail to produce the most interesting compounds, and create processes in the useful arts of which at present we can form no conception. The reduction to fluidity of simple and compound materials, and the phenomena exhibited by their union, and by their slow cooling, would throw the clearest light on many of the most perplexing questions in geology, while every branch of general physics would derive new resources from the energy of such an irresistible agent. The expense of a polyzonal apparatus *five* or *six* feet in diameter, even in the more compound form of the *Burning Sphere*, could not much exceed L.[£] 300*, and we are confident that the public spirited individual who should advance such a sum for the interests of science, would do more for its progress, and acquire more reputation, than if he were the author of the most splendid discovery. (Brewster, 1822–1823, pp. 168–169)
>
> *Parker's solid lens of 32 inches, now in the possession of the Emperor of China, cost L.[£] 700.

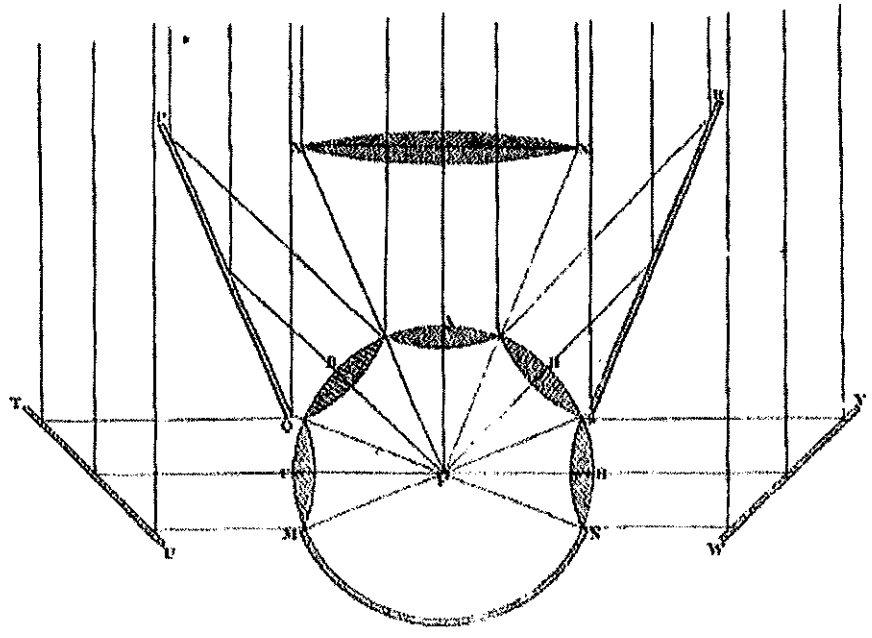


Figure 5. Brewster's 'Burning Sphere.'

[For details of Parker's lens see Appendix.]

Interestingly, Brewster provides no details as to which 'public societies' had been so munificent in the past, and could therefore be counted on as potential supporters in the future. He also provided no clue as to how he had arrived at the relatively modest estimated price of £300 for what was a relatively complex object, the construction of which would have made a heavy demand on both material and skilled labour. (He was nevertheless still anxious to promote his polyzonal lens and burning sphere, for in 1831 he again described the two devices, this time in a major paper in the *Transactions of the Royal Society of Edinburgh* (Brewster, 1831, pp. 33–72). While the article makes no mention of the proposed National Burning Apparatus, it is interesting to note that he had not completely abandoned the principle of shared components, for in discussing the Burning Sphere Brewster now makes the much less radical suggestion that "the lenses belonging to different individuals may be combined for any occasional experiments in which a great intensity of heat is required.")

As far as can be ascertained, Brewster's proposal for the construction of a National Burning Apparatus only subsequently surfaced in the literature twice, on both occasions in virtually identical form to his original proposal but with neither critical comment or response. These were in Samuel Gray's *The Operative Chemist* (Gray, 1828, p. 155) and in Smith Holman's *A Cyclopedia of Commerce and Commercial Navigation* (Holman & Holman, 1858, **2**, p. 1858). But there, in 1858, the trail ended and, sadly, Brewster's dramatically original proposal had dropped out of the literature and had sunk without trace.

DISCUSSION

Brewster's 1822 proposal for the construction of a National Burning Apparatus – a potentially invaluable item of research equipment that would be available for use by any British scientist in conducting experimental work in which the very highest temperatures were required – was notable both for its boldness and its originality. It was unique not only as evidence of his realisation of the requirement in the field of high-temperature research for an exceptionally powerful national facility but also remarkable in its originality in realising that such a facility was beyond the means of any single institution and thus could only be attained by the sharing of components which could be assembled as and when required.

Brewster's proposal was also noteworthy from another point of view. Up to this time powerful burning devices had been very largely employed in dramatic, frequently public, demonstrations of their extraordinary ability to fuse or vaporise high melting point metals such as iron or platinum or various highly-refractory non-metallic materials such as magnesia or lime. In reality virtually none of these demonstrations produced anything of scientific value other than confirming that all substances are capable of being fused. In contrast to this a key aspect of Brewster's proposal is his vision of the value of the National Burning Apparatus as a serious research tool. This meant going beyond the investigation of the fusibility of 'simple and compound materials' in order to examine the properties of compounds formed at extremely high temperatures, the consequence for a material of rate of cooling, i.e. the study of the process of crystallisation of high melting point materials, and for its time, the remarkably prescient suggestion concerning the laboratory investigation of geological processes. "Every branch of general physics" would also benefit. It was a clear vision not only of a uniquely important device for attaining high temperatures but also how it might be used in numerous ways as an important national research tool.

Brewster's proposal is even more remarkable when viewed in the light of the British scientific scene of the time – a scene dramatically different from what it was later to become. Apart from the Royal Greenwich Observatory, founded by Charles II in 1675 and paid for out of the royal purse, and to some extent the privately-funded Royal Institution in London, founded in 1799 "for facilitating the general introduction of useful mechanical inventions and improvements", there were no research institutions devoted to serving British science as a whole, i.e. what were later to be known as national facilities. In the 1820s scientific research in Britain was still very much a matter of individual endeavour carried out in private at the universities, as for example Newton did in Cambridge in the 17th century or, more frequently, in private homes as was the case with highly creative, and frequently wealthy, scientists such as Boyle, Priestley, Cavendish or Benjamin Franklin during his stay in London. There were few formal university research facilities in the universities, although in Oxford chemistry laboratories existed in some of the colleges, such as Dr Lee's laboratory in Christ Church, Oxford, which had been founded in 1767.

The concept of what would later be known as national laboratories, funded by the state and devoted to the solution of problems either deemed to be of major national importance, or requiring equipment and facilities too large and expensive to be afforded by any single university, came much later in the form of such important national institutions as the Physikalisch-Technische Reichsanstalt in Germany (1887), the National Physical Laboratory in Britain (1900), the National Bureau of Standards in the United States (1901) and the National Research Council of Canada (1916). By any standards Brewster's proposal was remarkably far-seeing.

THE ORIGIN AND FATE OF BREWSTER'S PROPOSAL

Brewster gave no indication as to what had led him to propose the creation of a National Burning Apparatus. However, as we have seen, in compiling his major 1812 review of the history of burning instruments for the *Edinburgh Encyclopædia* he had with his characteristic thoroughness read widely on the subject and from this he could hardly have remained unaware of how far Britain lagged behind France, Germany and Italy in what he clearly viewed as an important research field. In support of this view is the fact that, as Morrison-Low has pointed out, during his period as editor of the *Edinburgh Journal of Science* (1824–1833) the journal was notable for its expression of strong views on what Brewster saw as the decline of British science (Morrison-Low, 2004: 525).

To Brewster it was unquestionably important that this national gap in the availability in Britain of a high temperature research facility be closed. However, given the financial requirements inherent in such an enterprise he had clearly come to the conclusion that the resources required for the construction of such a device were too large for any single institution and the only solution was a cooperative effort involving a number of institutions.

Why did Brewster's proposal for the creation of a National Burning Apparatus not evoke any meaningful response? Perhaps the fact that it only appeared in the *Edinburgh Philosophical Journal*, which doubtless had a relatively modest circulation, especially in England, compared to the more widely read journals such as the *Philosophical Transactions of the Royal Society*, the *Transactions of the Royal Society of Edinburgh* or the

Philosophical Magazine, may well have been a factor. There was also the fact that in the early 19th century cooperative ventures between scientific institutions were simply not required as, apart from astronomy, scientific research was almost invariably carried out on a scale requiring modest laboratory facilities. On a more practical level there would have been major problems relating to the assembly of a device, the relatively fragile components of which would have to be transported to one location from all over the British Isles – and this well before the advent of a national railway network.

In spite of – or perhaps also because of – its boldness and originality, Brewster's proposal for a national high-temperature research facility was simply both too far ahead of its time in concept and too difficult to implement in practice. In retrospect it was thus inevitably doomed to failure and, sadly, simply disappeared without trace.

Although Brewster's proposed National Burning Apparatus was never constructed in the form in which he visualised it, the concept of a national high-temperature research facility exists today in a number of large national solar furnaces, the largest at Odeillo in the French Pyrénées. This major installation, which has been operating since 1970, consists of 10 000 plane mirrors with a total collecting area of 2000 m^2 and produces temperatures up to 3000 °C. Its rich programme of high-temperature scientific research would undoubtedly have gladdened Brewster's heart.

ACKNOWLEDGEMENTS

The especially generous hospitality of Balliol College, Oxford, as well as that of the Museum of the History of Science and the Radcliffe Science Library, Oxford, is gratefully acknowledged.

REFERENCES

Brewster, D. 1808–1830. *Edinburgh Encyclopædia*. Edinburgh.

Brewster, D. 1822–1823. On the construction of polyzonal lenses and mirrors of great magnitude, for light-houses and for burning instruments, and on the formation of a great National Burning Apparatus. *Edinburgh Philosophical Journal* 8: 160–169.

Brewster, D. 1831. On the construction of polyzonal lenses, and their construction with plain mirrors, for the purposes of illumination in light-houses. *Transactions of the Royal. Society of Edinburgh* 11: 33–72.

Brewster, D. 1855. *Memoirs of the Life, Writings, and Discoveries of Sir Isaac Newton*. Two vols, Edinburgh, Thomas Constable and Co.; Boston, MA, Little, Brown, and Co. (reprinted 1965, New York and London: Johnson Reprint Corporation.)

Brewster, M.M. 1869. *The Home Life of David Brewster*. Edinburgh, Edmonston and Douglas. (reprinted 2010, Cambridge, Cambridge University Press.)

Edinburgh Encyclopædia 1808–1830, 30 vols. Edinburgh, William Blackwood *et al*. (The volumes were dated and numbered individually as they appeared from 1808 onwards, while in 1830 they were published as a complete numbered set, all under that date.)

Encyclopædia Brittanica, 1911. 11th edn. 29 vols, Cambridge, Cambridge University Press.

Gray, S.F. 1828. *The Operative Chemist, being a practical display of the arts and manufactures which depend on chemical principles*, London, Hurt, Chance, and Co.

Holman, I. Smith & Holman, I. Smith, Jr 1858. *A Cyclopedia of Commerce and Commercial Navigation, with maps and engravings*, vol. 2. New York, Harper Brothers.

McDonald, D. & Hunt, Leslie B. 1982, *A History of Platinum and its Allied Metals*, London: Johnson Matthey Plc., p. 113.

Morrison-Low, A.D. 2004. *Oxford Dictionary of National Biography*, vol. 7, pp. 524–539.

Morrison-Low, A.D. & Christie, J.R.R. 1984. *Martyr of Science: Sir David Brewster 1781–1868*. Edinburgh, Royal Scottish Museum.

Rutt, J.T. 1831. *Life and Correspondence of Joseph Priestley*. 2 vols. London, R. Hunter.

Staunton, Sir George. 2 vols., 1797. *An Authentic Account of an Embassy from the King of Great Britain to the Emperor of China*. London.

Stevenson, A. 1835. *Report to the committee of the commissioners of northern lights appointed to take into consideration the subject of illuminating light houses by means of lenses*. Edinburgh, Neill & Company, p. 16.

Westfall, R.S. 1980. Never at Rest – *A Biography of Isaac Newton*. Cambridge, Cambridge University Press.

APPENDIX. WILLIAM PARKER'S BURNING LENS

It is particularly interesting that in his proposal for the creation of a National Burning Apparatus the only other burning glass mentioned by Brewster is that of William Parker, a glass and instrument maker based in Fleet Street, London, who had supplied Priestley with "a capital burning lens sixteen inches in diameter" for use in his researches (Rutt, 1831, p. 147). The lens by Parker referred to by Brewster was almost three feet in diameter and had been constructed at Parker's own expense in the hope that it might be bought by the Royal Society (McDonald & Hunt, 1982, p. 114). This celebrated lens (see Figure A1), reputed to have cost the very substantial sum of £700, was of flint glass, three inches thick at the centre and weighed 212 lb. – dramatic support for Brewster's concerns about the weight and thickness of large burning lenses! It had a secondary convex lens a foot in diameter and was supported on an impressive stand. As was the case with so many other large lenses it seems to have been principally used in fusing or vaporising a wide variety of refractory materials, all of which it melted or vaporised in periods ranging from 3 to 88 seconds.

Its subsequent history is particularly interesting, for it was amongst the numerous gifts that Lord Macartney bore to the Emperor of China when he visited Peking (as it then was) in 1792–1793 (Staunton, 1797). Thereafter Parker's great lens disappeared without trace and its subsequent history and present whereabouts are unknown, even eluding Joseph Needham's ever-assiduous searches.

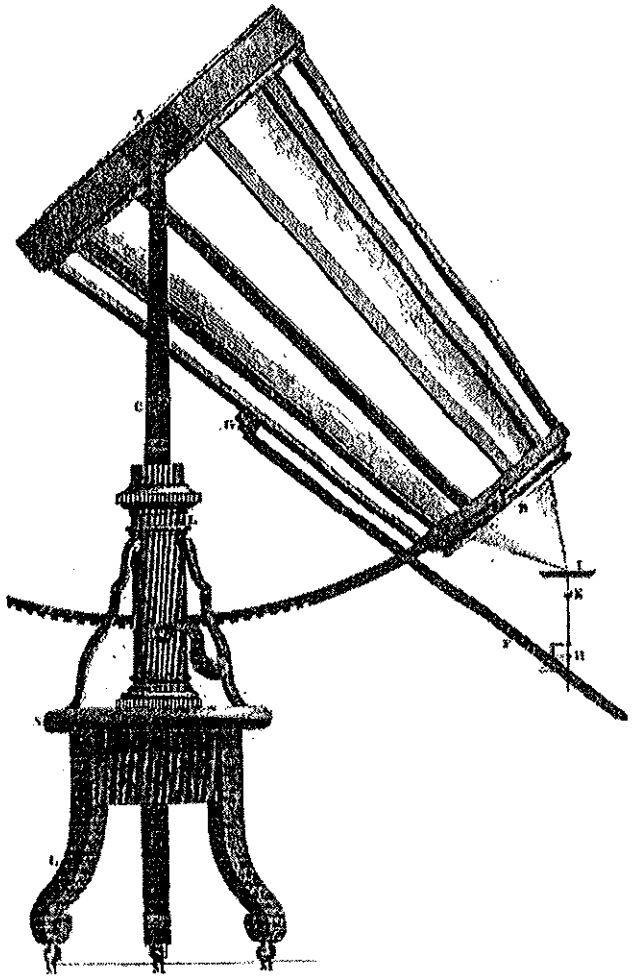


Figure A1. Parker's great Burning Lens.

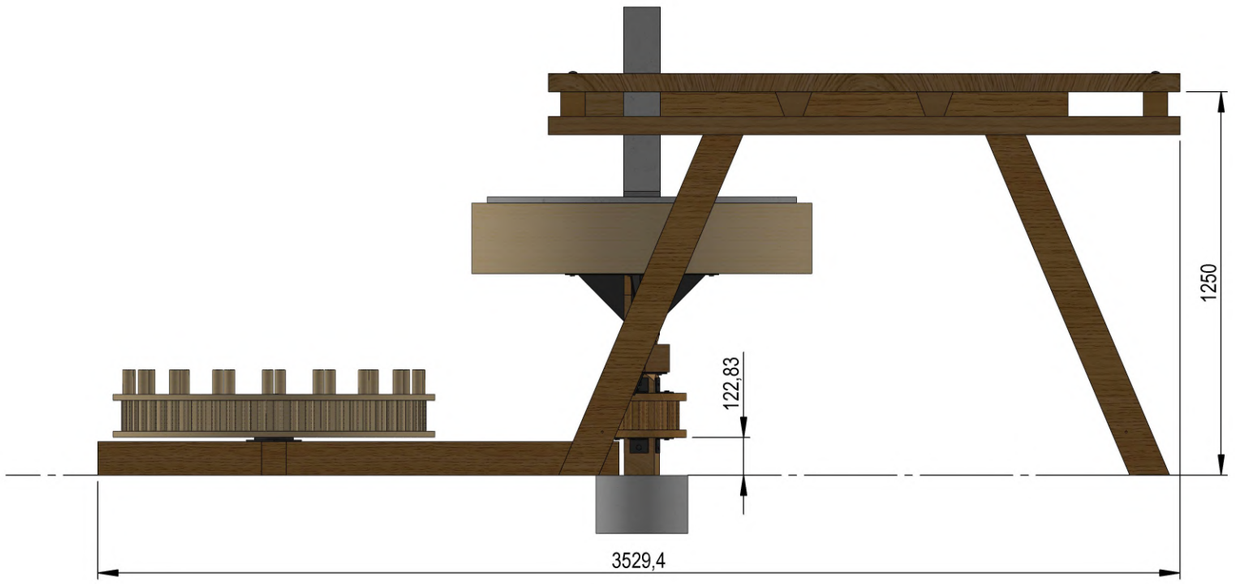
Anexo C

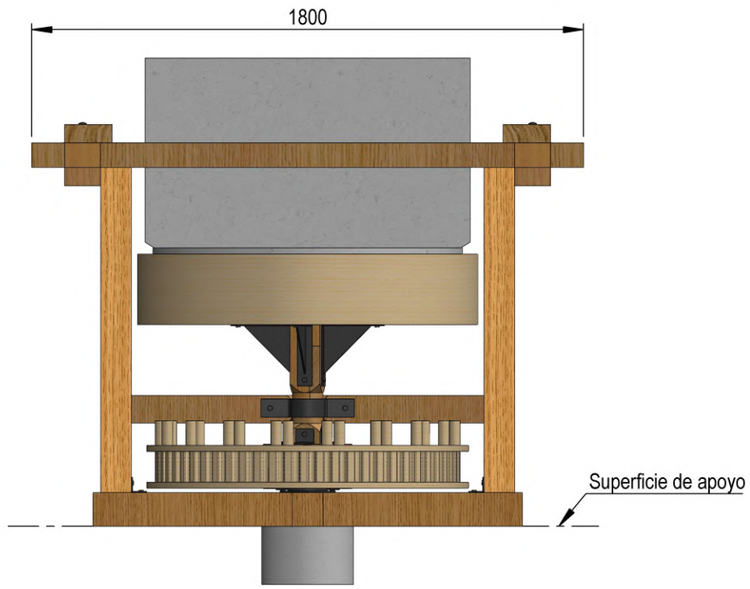
Planos del conjunto

Parte de la máquina	Contenido	Nº Plano
Conjunto completo		1
Eje	Subensamblaje del eje	2
	Piezas del eje 01, 02, 03	3
	Piezas del eje 05, 06, 07, 08	4
Mesa	Subensamblaje de la mesa	5
	Piezas de la mesa 09, 10, 11	6
	Piezas de la mesa 12, 13, 14	7
Entrada	Subensamblaje de la entrada	8
	Piezas de la entrada 16, 17, 18, 19, 20, 21	9
Refuerzos metálicos	Piezas 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32	10
Piezas de la transmisión 22, 23, 24		11

Tabla 14. Contenido de los planos

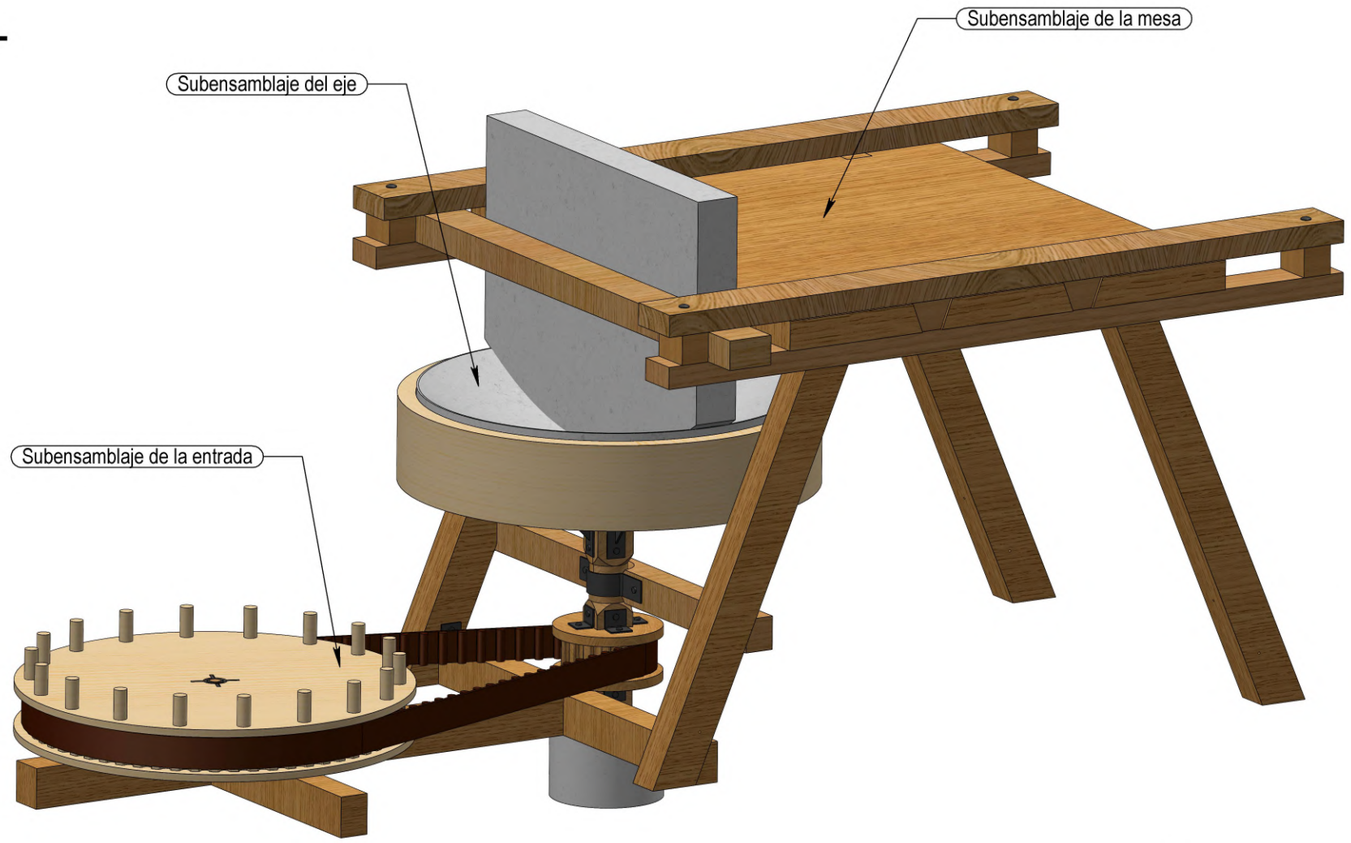
Alzado y perfil derecho sin correa
Escala 1:20





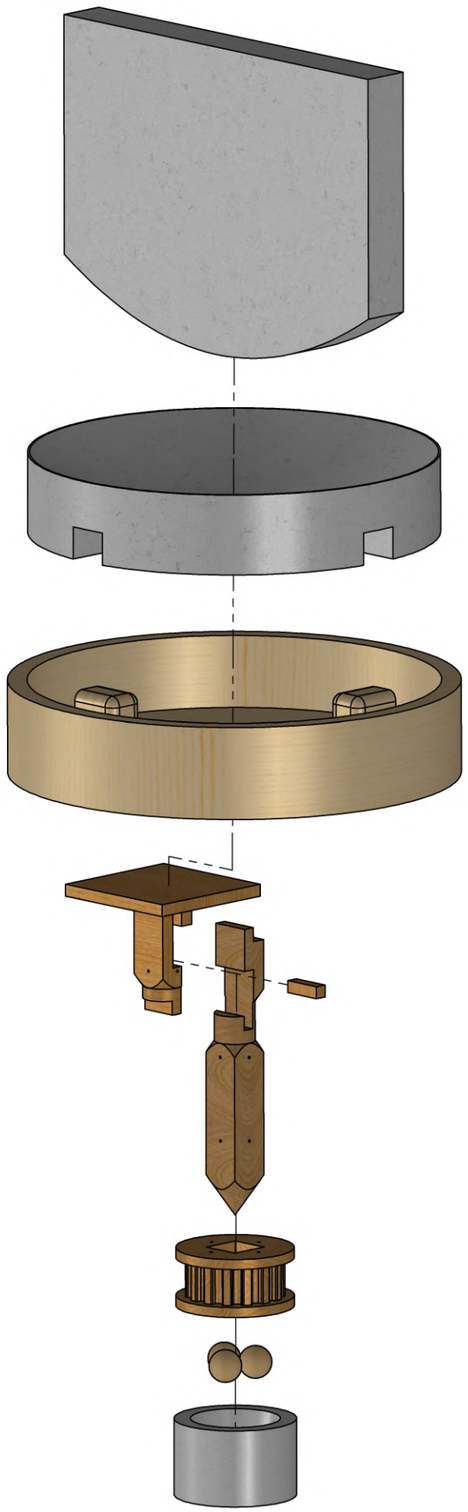
NOTA: el conjunto de la máquina expuesto y acotado en los planos es el de la configuración de máximo tamaño con la de medidas empleadas en su modelado, y con las piezas en su estado final, o sea, tras haber acabado el proceso de pulido. Los valores de sus principales datos variables se muestran en esta tabla.

Variable	Ecuación	Valor	Descripción
D	dato de entrada	1000 mm	Diámetro del círculo del área reflectante de la pieza *01.PiedraEspejo* una vez acabada de pulirse.
depth	dato de entrada	150 mm	Profundidad de la cavidad reflectante de la pieza *01.PiedraEspejo*, desde el círculo superior reflectante hasta el vértice del paraboloide de revolución.
f	f = D² / (16·depth)	416,67 mm	Distancia focal del espejo resultante de la piedra pulida, medida desde el vértice del paraboloide hasta el punto de fusión (la distancia ustoria de la *01.PiedraEspejo*).
e	dato de entrada	120 mm	Espesor o anchura de la pieza *02.PiedraFresa*.
h	dato de entrada	600 mm	Altura de la muela, pieza *02.PiedraFresa*, que controla su centro de masas y el peso de la misma.
C	dato fijo	1200 mm	Distancia entre los ejes motriz y conducido de las poleas dentadas de la transmisión. Medida vinculada en la pieza *17.TablaCentrosEjes*.

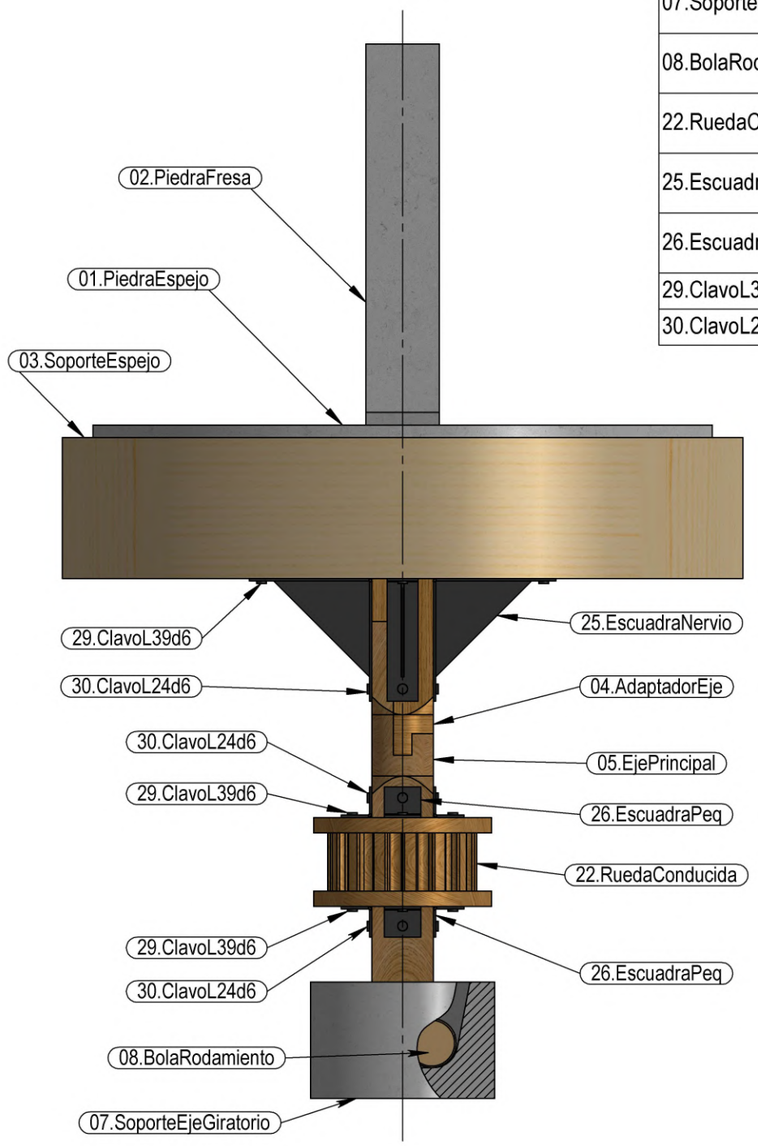


ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	06/01/2024	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 1	Conjunto completo	Escala 1:20	

Explosionado en perspectiva libre del eje sin refuerzos metálicos



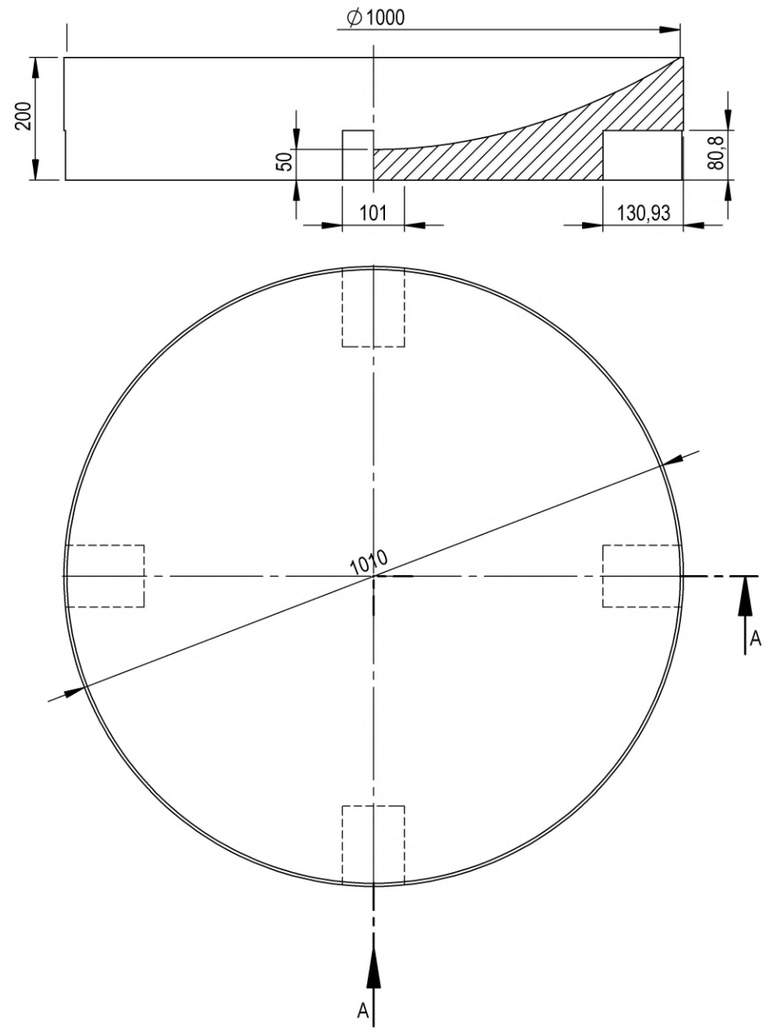
Perfil del eje completo
Escala 1:10



Nombre de pieza	Variables de entrada	Descripción	Material	Masa (kg)	Cantidad
01.PiedraEspejo	D, depth, e	Piedra que es molida con forma cóncava para obtener el espejo	Silicio	226.209	1
02.PiedraFresa	D, depth, h, e	Piedra de forma parabólica que permanece estática y muele el espejo como una fresadora	Silicio	211.251	1
03.SoporteEspejo	D, depth	Soporte de la piedra espejo que acopla al eje y se mueve solidario a ambos	Pino	26.472	1
04.AdaptadorEje	D	Pieza variable e intercambiable que une el eje al soporte del espejo	Roble	2.768	1
05.EjePrincipal	-	Eje giratorio que transmite la rotación de la rueda conducida al sistema de piedras que hay encima	Roble	2.885	1
06.LlaveAdaptador	-	Pieza que une el eje principal al adaptador medinate un ensamble ebanista	Roble	50.40	1
07.SoporteEjeGiratorio	-	Soporte empotrado en el suelo que alberga los rodamientos y el extremo del eje	Silicio	21.930	1
08.BolaRodamiento	-	Bola esférica que actúa de rodamiento para el eje rotatorio	Roble	0.150	3
22.RuedaConducida	-	Polea dentada que transmite la potencia de salida haciendo girar al eje y la piedra espejo	Roble	3.218	1
25.EscuadraNervio	D	Elemento de unión entre el soporte del espejo, adaptador y eje que rigidiza al conjunto	Hierro dúctil	0.899	4
26.EscuadraPeq	-	Elemento de unión y refuerzo estructural de uso múltiple	Hierro dúctil	0.159	8
29.ClavoL39d6	-	Clavo de unión, longitud 39 mm y Ø6 mm	Hierro dúctil	0.013	12
30.ClavoL24d6	-	Clavo de unión, longitud 24 mm y Ø6 mm	Hierro dúctil	0.010	12

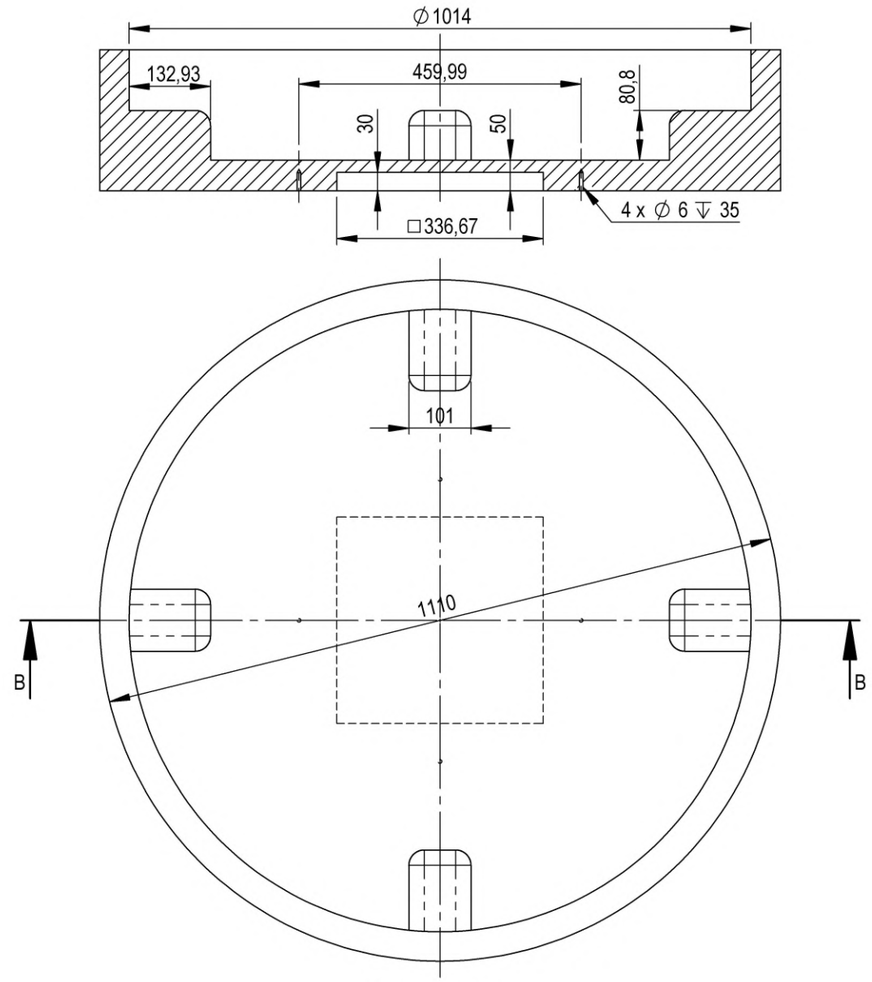
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	26/12/2023	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 2	Subensamblaje del eje	Escala 1:10	

CORTE A-A

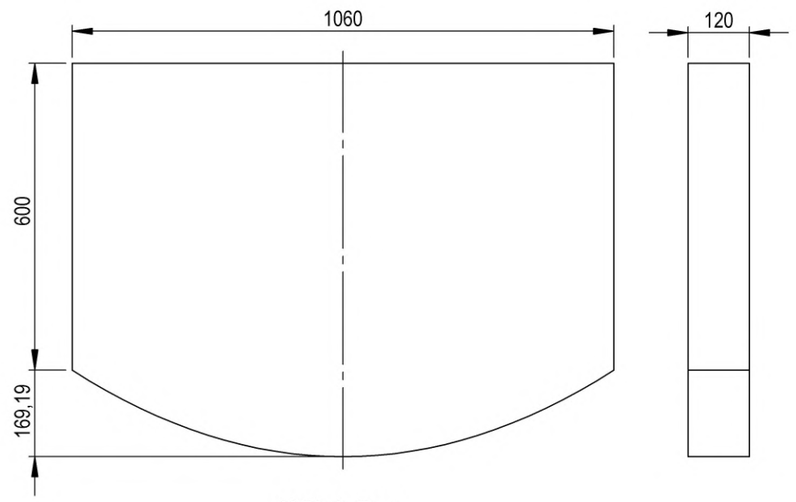


01.PiedraEspejo
Escala 1:10

CORTE B-B

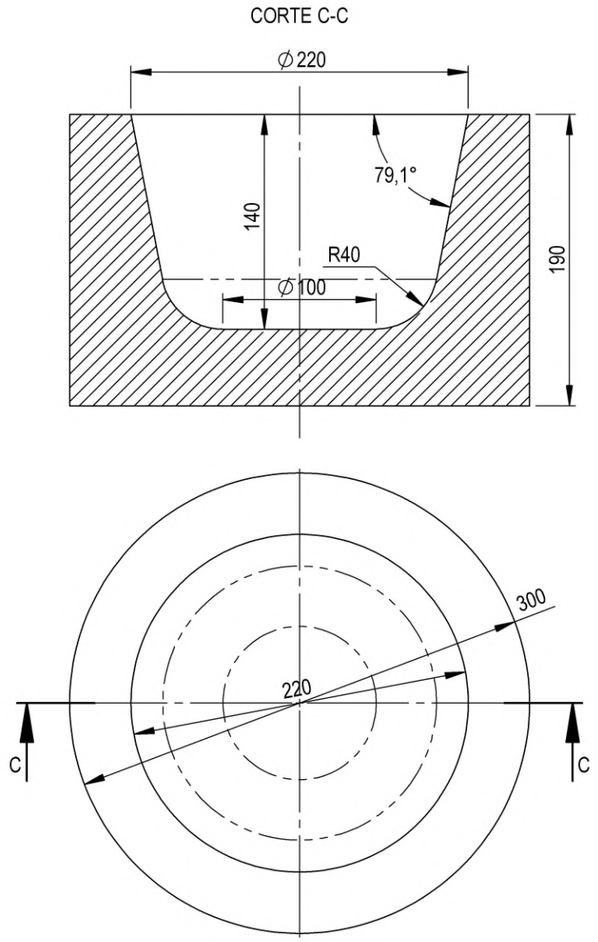


03.SoporteEspejo
Escala 1:10
(Redondeos 2,5 mm)

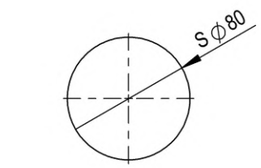


02.PiedraFresa
Escala 1:12

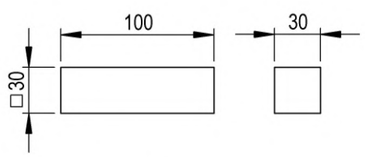
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	26/12/2023	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 3	Piezas del eje 01, 02, 03	Escalas varias	



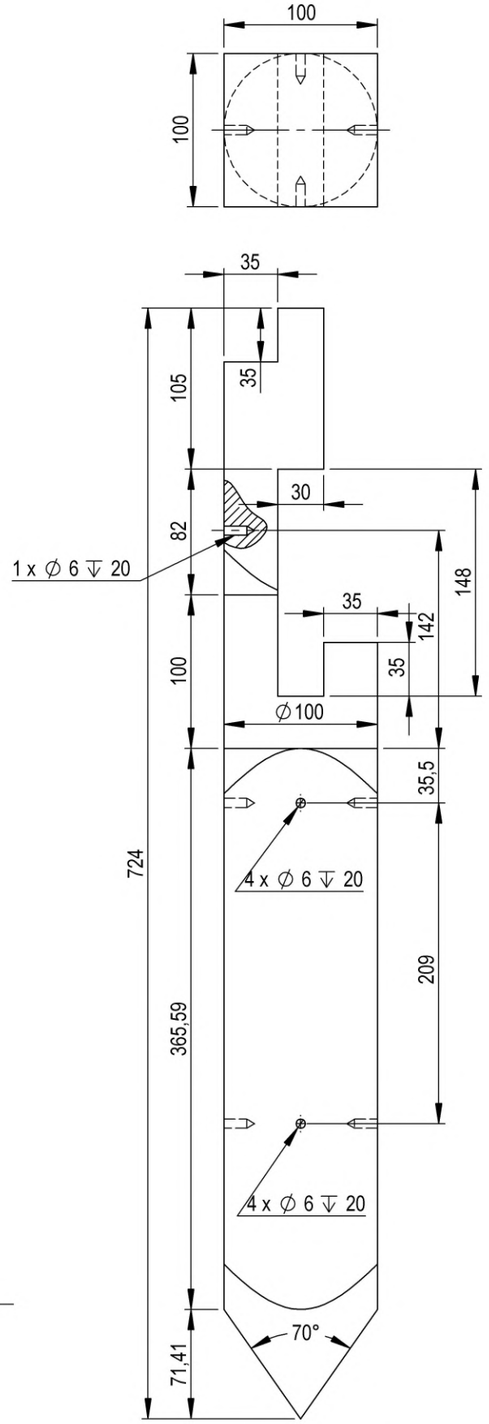
07.SoporteEje
Escala 1:4



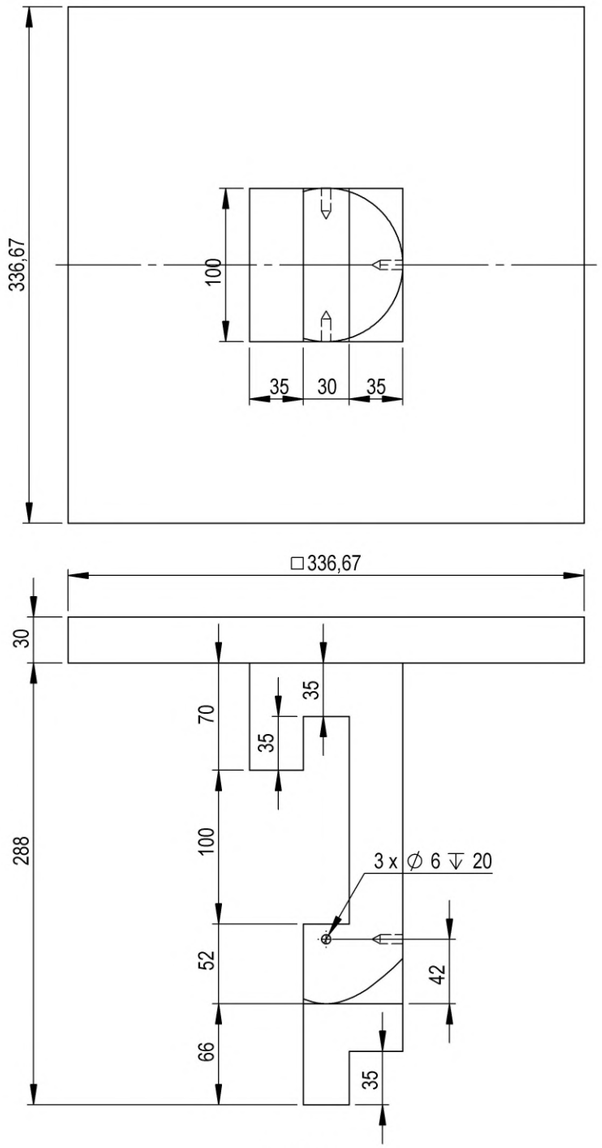
08.BolaRodamiento
Escala 1:4



06.LlaveAdaptador
Escala 1:4

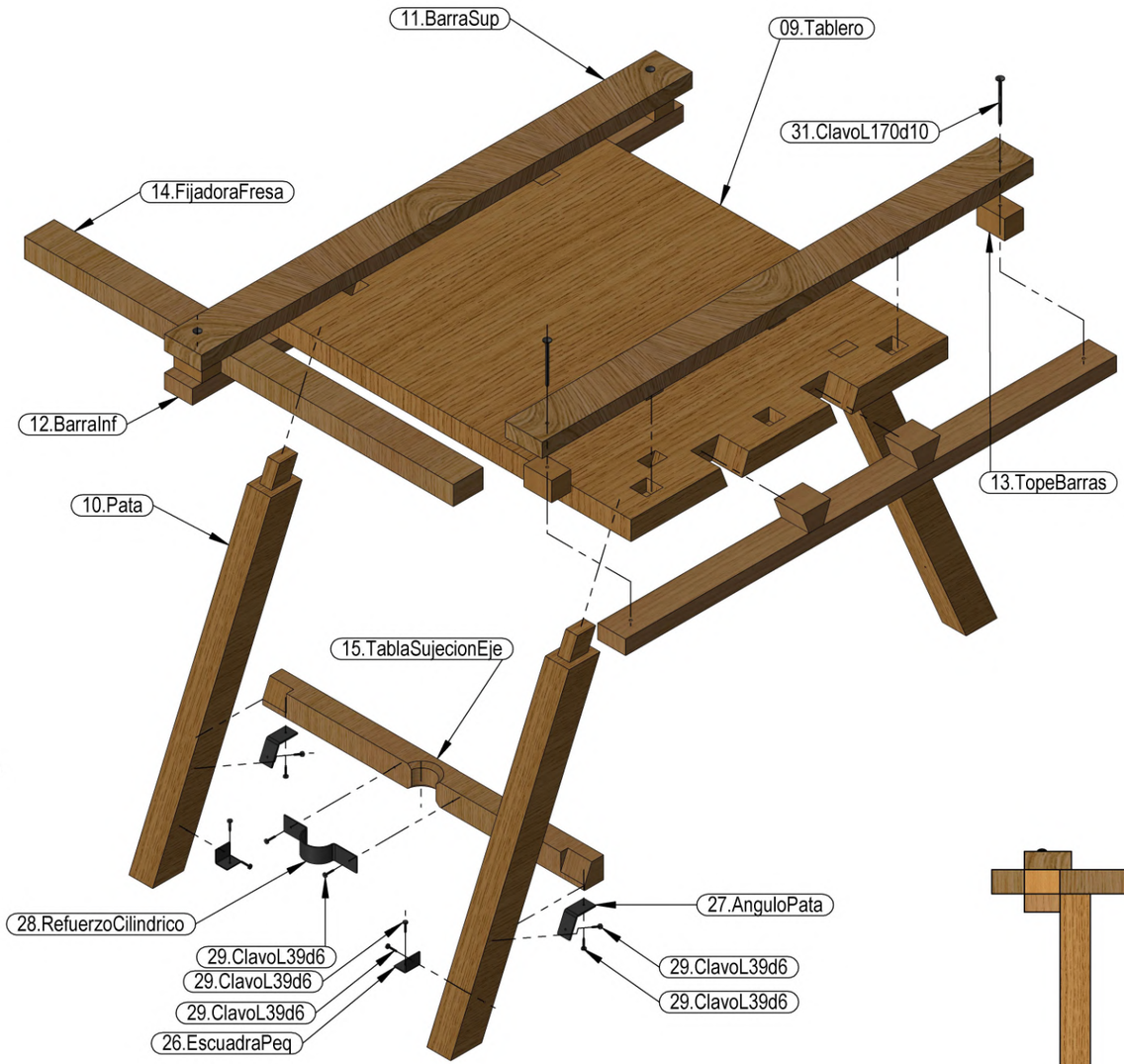


05.EjePrincipal
Escala 1:4
(Esquinas redondeadas mediante corte con superficies de revolución cónicas a 35º del eje)



04.AdaptadorEje
Escala 1:4
(Esquinas redondeadas mediante corte con superficie de revolución cónica a 35º del eje óptico)

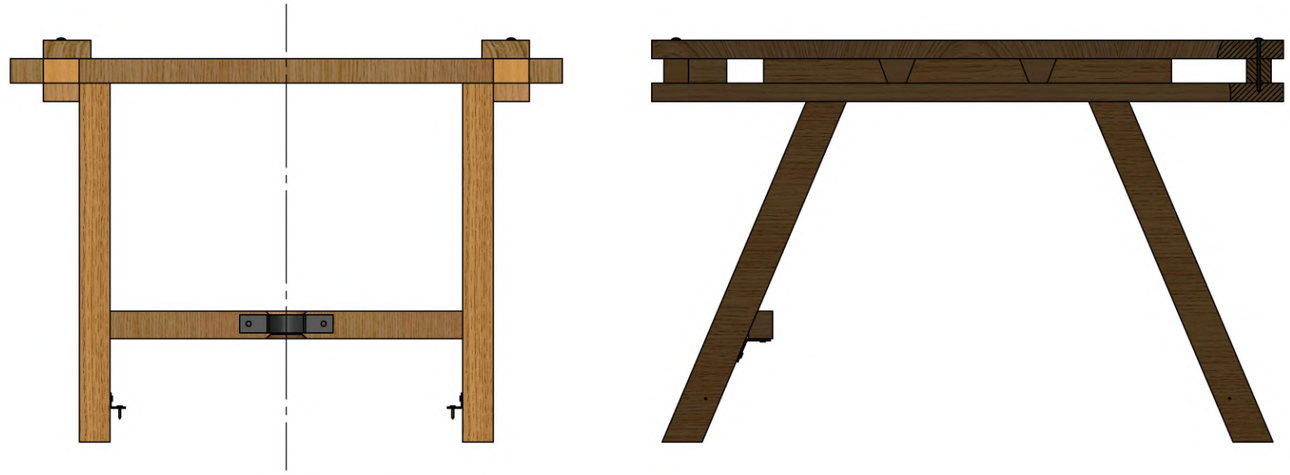
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	26/12/2023	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 4	Piezas del eje 04, 05, 06, 07, 08	Escala 1:4	



Isométrica explosionada de la mesa
Escala 1:18

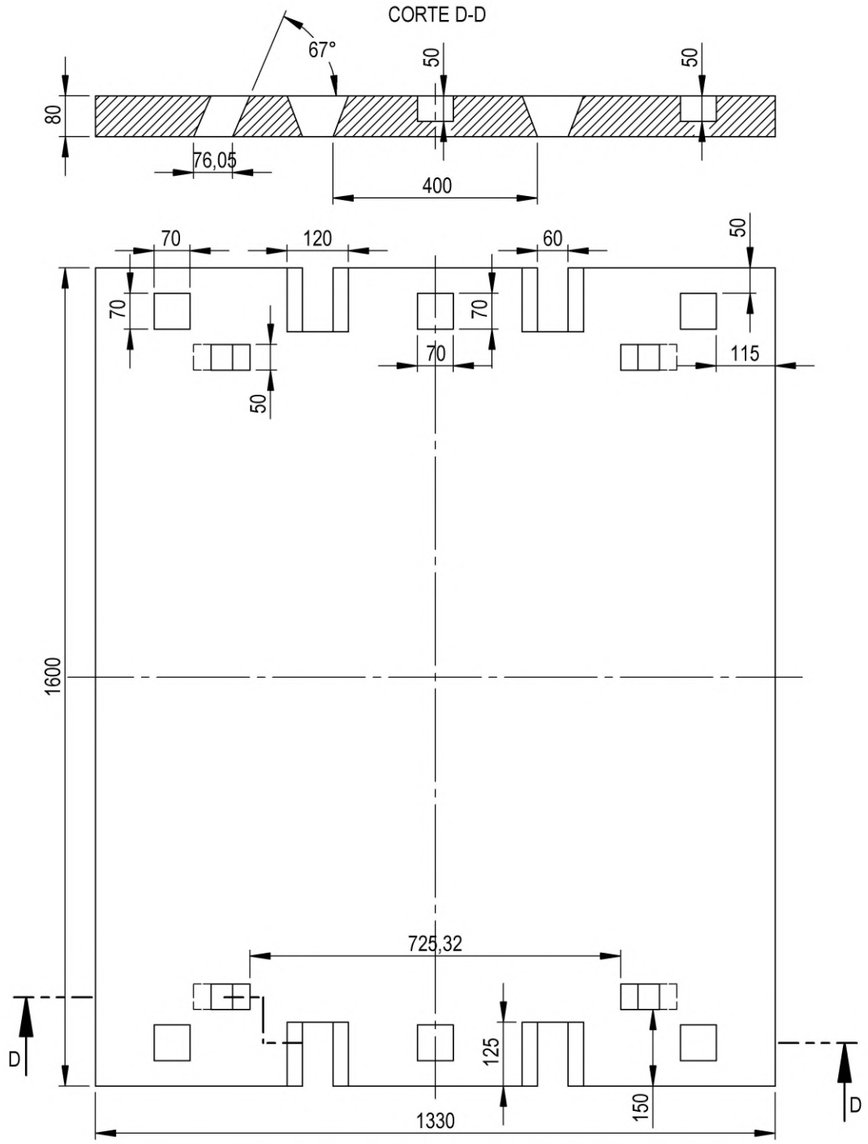
Nombre de pieza	Variables de entrada	Descripción	Material	Masa (kg)	Cantidad
09.Tablero	e	Tabla de la mesa que sirve de apoyo al conjunto y por donde se desliza la piedra fresa para colocarse sobre el eje con mayor facilidad	Roble	91.81	1
10.Pata	-	Pata de la mesa con inclinación de 67º respecto del suelo	Roble	8.71	4
11.BarraSup	-	Barra auxiliar unida al tablero y sujeta la barra fijadora de la fresa	Roble	11.13	2
12.BarraInf	-	Barra auxiliar unida al tablero y sujeta la barra fijadora de la fresa	Roble	9.08	2
13.TopeBarras	-	Pieza que conecta las barras auxiliares y sujeta la barra fijadora de la fresa	Roble	0.42	4
14.FijadoraFresa	e	Barra que se ajusta para presionar la piedra fresa al tablero sujetándola de manera estática	Roble	10.08	1
15.TablaSujecionEje	-	Tabla unida a las patas y que asegura el descentrado del eje giratorio	Roble	5.14	1
26.EscuadraPeq	-	Elemento de unión y refuerzo estructural de uso múltiple	Hierro dúctil	0.16	2
27.AnguloPata	-	Elemento de unión y soporte de la tabla de sujeción del eje con las patas	Hierro dúctil	0.33	2
28.RefuerzoCilindrico	-	Chapa plegada que abraza al eje giratorio sin contacto y mantiene su alineación	Hierro dúctil	0.64	1
29.ClavoL39d6	-	Clavo de unión, longitud 39 mm y Ø6 mm	Hierro dúctil	0.01	10
31.ClavoL170d10	-	Clavo de unión, longitud 170 mm y Ø10 mm	Hierro dúctil	0.11	4

Alzado y perfil de la mesa
Escala 1:20

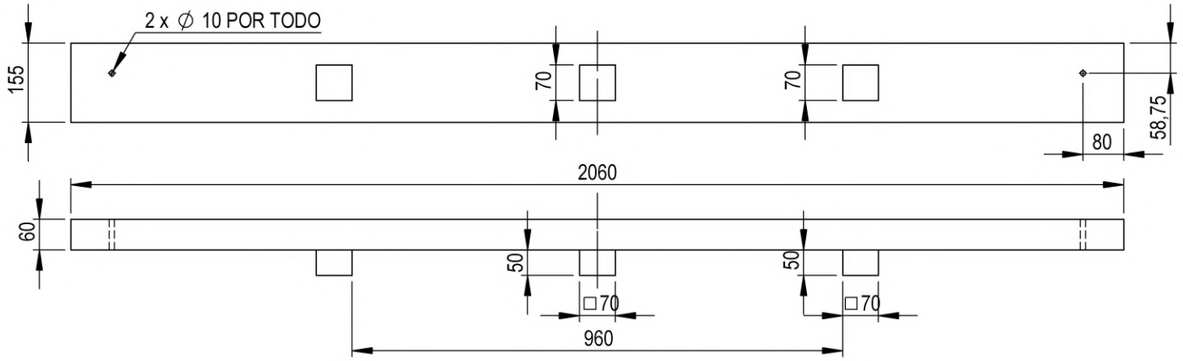


NOTA: Hay simetría en el plano OXZ (plano medio de perfil)

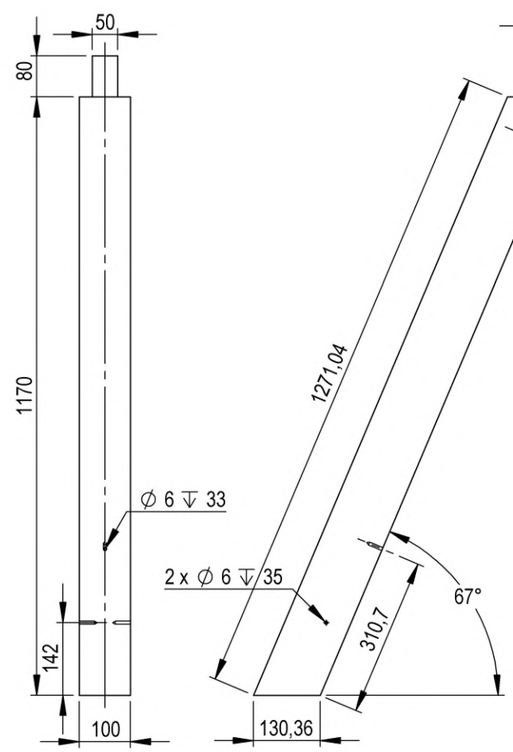
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	31/12/2023	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 5	Subensamblaje de la mesa	Escala 1:20	



09.Tablero
Escala 1:12

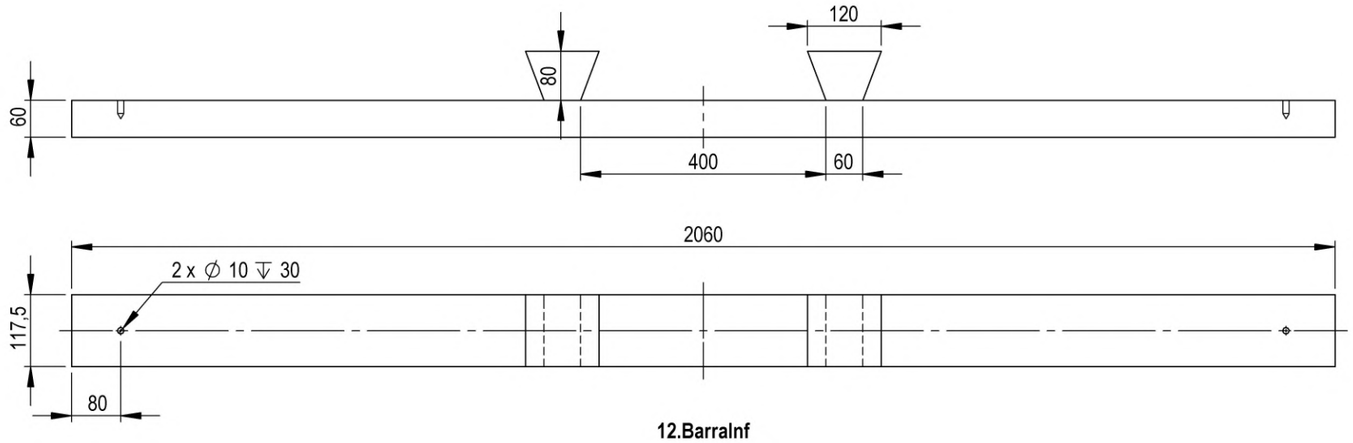


11.BarraSup
Escala 1:12

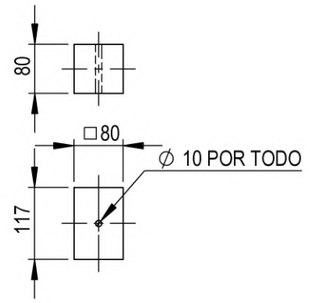


10.Pata
Escala 1:12

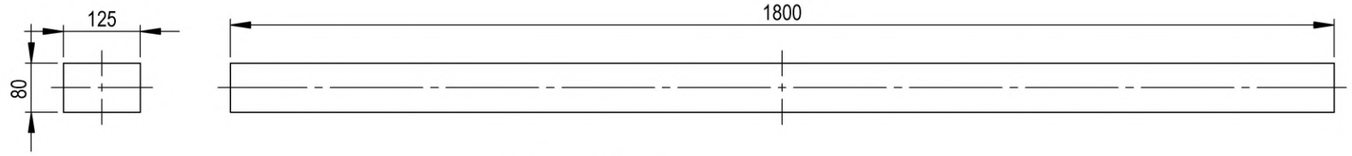
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	02/01/2024	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 6	Piezas de la mesa 09, 10, 11	Escala 1:12	



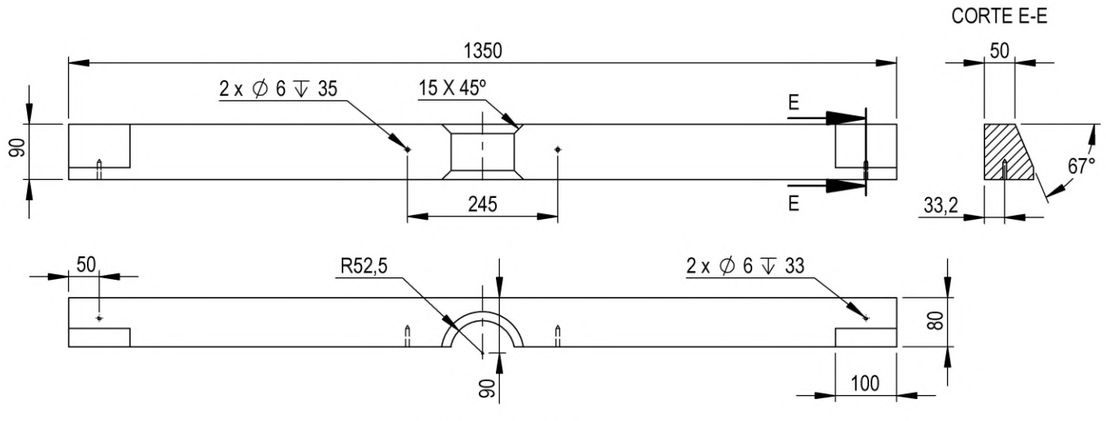
12.BarraInf
Escala 1:10



13.TopeBarras
Escala 1:10



14.FijadoraFresa
Escala 1:10

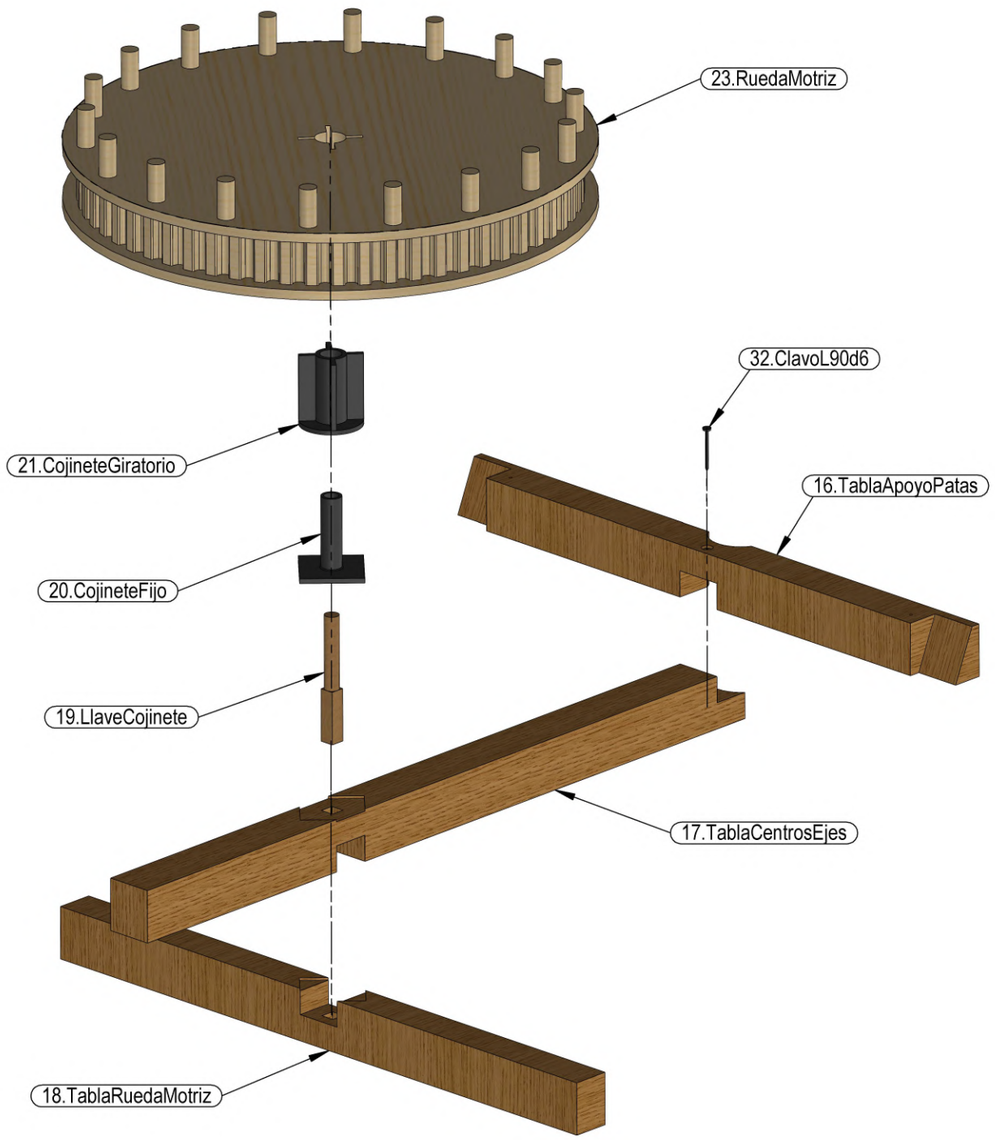


15.TablaSujecionEje
Escala 1:10

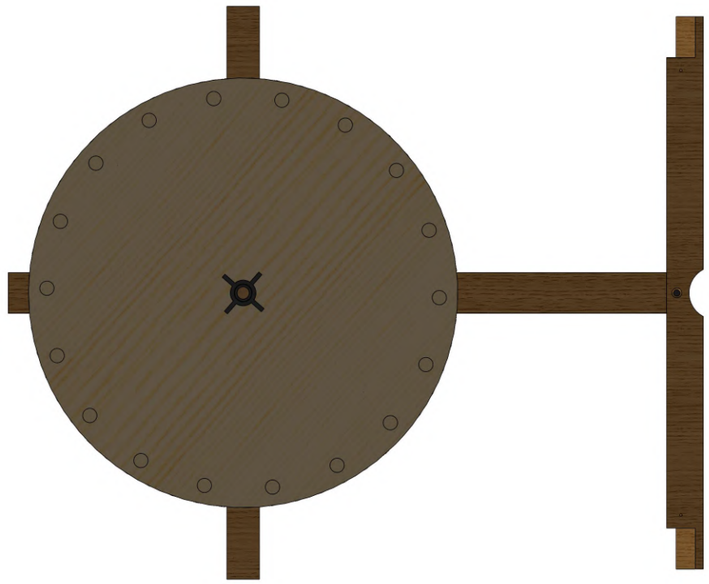
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	27/12/2023	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 7	Piezas de la mesa 12, 13, 14, 15	Escala 1:10	

Nombre de la pieza	Variables de entrada	Descripción	Material	Masa (kg)	Cantidad
16.TablaApoyoPatas	-	Tabla que descansa sobre el suelo, une las patas y conecta con la parte de entrada de la máquina	Roble	6.54	1
17.TablaCentrosEjes	C	Tabla que dista de los ejes de transmisión y sus respectivas poleas motriz y conducida, conectando la mesa a la entrada	Roble	9.80	1
18.TablaRuedaMotriz	-	Tabla que sostiene la rueda motriz	Roble	6.62	1
19.LlaveCojinete	-	Llave que conecta el ensamble entre las tablas base de la rueda motriz y rigidiza el cojinete	Roble	0.12	1
20.CojineteFijo	-	Cojinete que permanece inmóvil y sobre el que gira y desliza la rueda motriz, diseñado con base cuadrada para impedir el giro relativo con las tablas base	Hierro dúctil	1.83	1
21.CojineteGiratorio	-	Cojinete que agarra la rueda motriz a través de sus pletinas y gira sobre el cojinete fijo	Hierro dúctil	3.46	1
23.RuedaMotriz	-	Rueda dentada que transmite la potencia de entrada al eje óptico con relación 1 a 4 para el proceso de pulido	Pino	37.63	1
32.ClavoL90d6	-	Clavo de unión, longitud 90 mm y Ø6 mm	Hierro dúctil	0.02	1

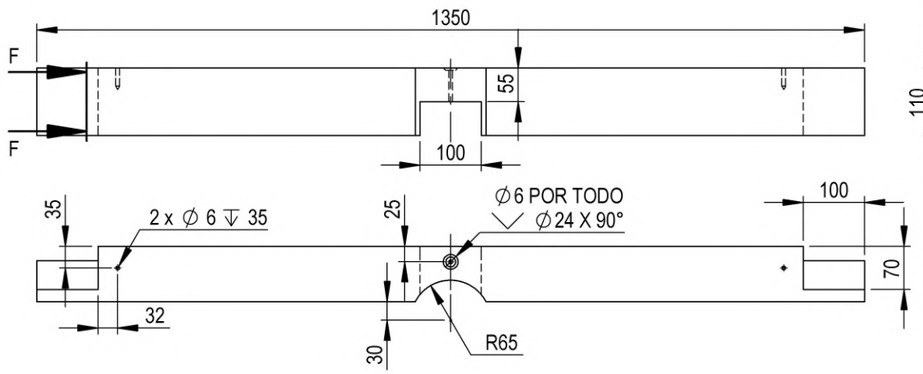
Explosionado en perspectiva libre de la entrada



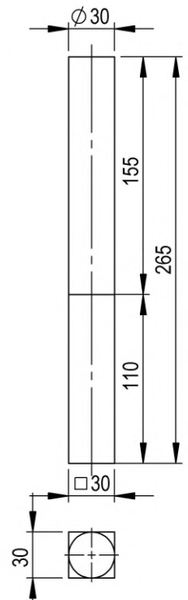
Planta de la entrada
Escala 1:15



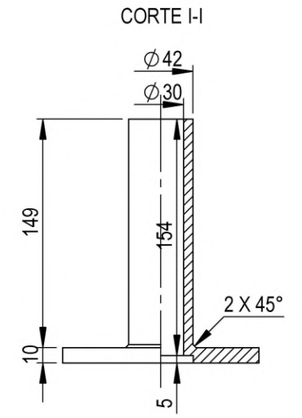
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	02/01/2024	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 8	Subensamblaje de la entrada	Escala 1:15	

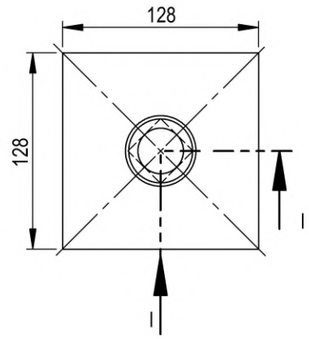


16.TablaApoyoPatas
Escala 1:10

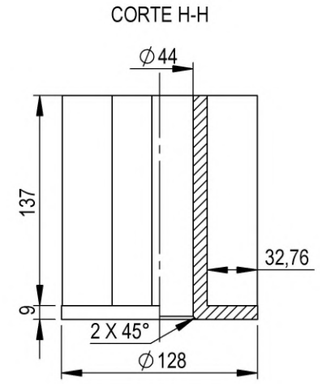


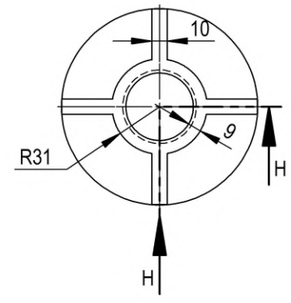
19.LlaveCojinete
Escala 1:4



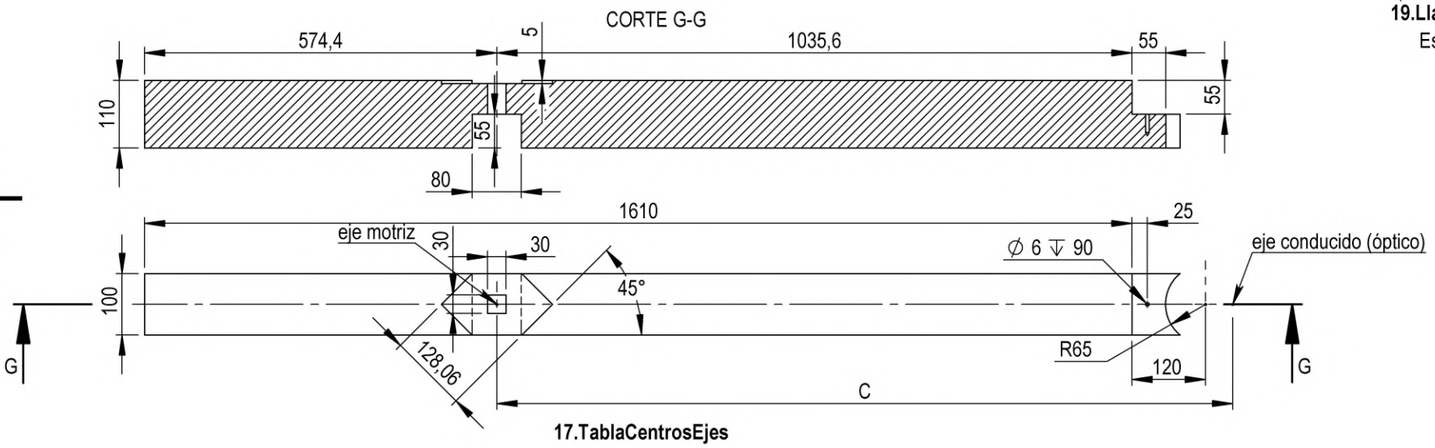


20.CojineteFijo
Escala 1:4

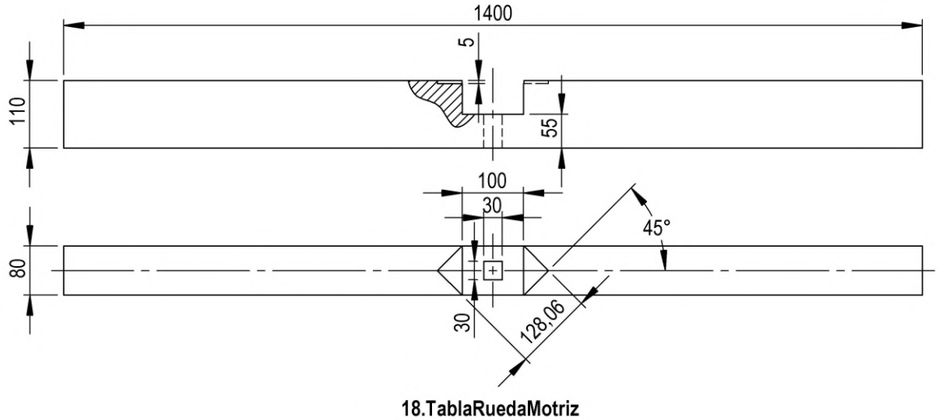




21.CojineteGiratorio
Escala 1:4

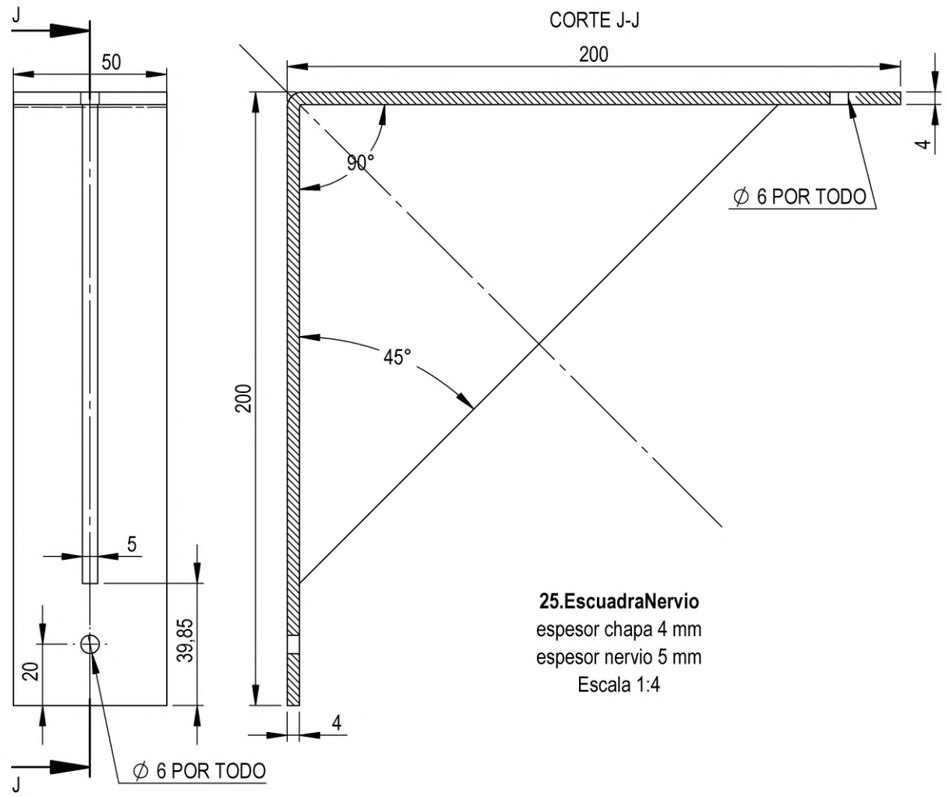


17.TablaCentrosEjes
Escala 1:10

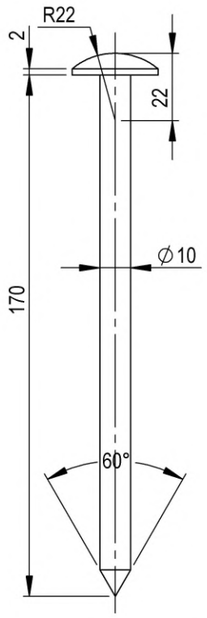


18.TablaRuedaMotriz
Escala 1:10

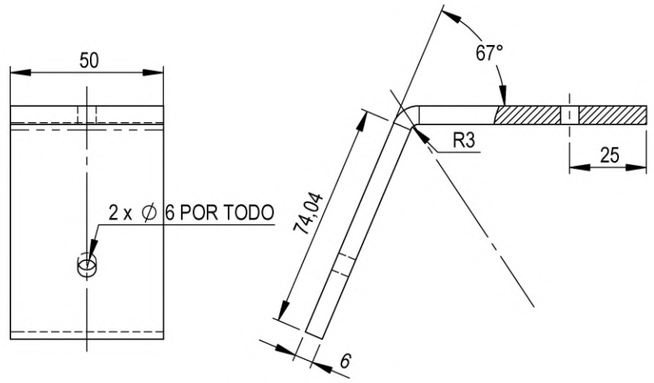
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	03/01/2024	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 9	Piezas de la entrada 16, 17, 18, 19, 20, 21	Escalas varias	



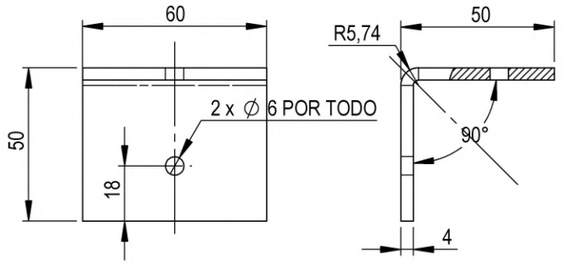
25.EscuadraNervio
espesor chapa 4 mm
espesor nervio 5 mm
Escala 1:4



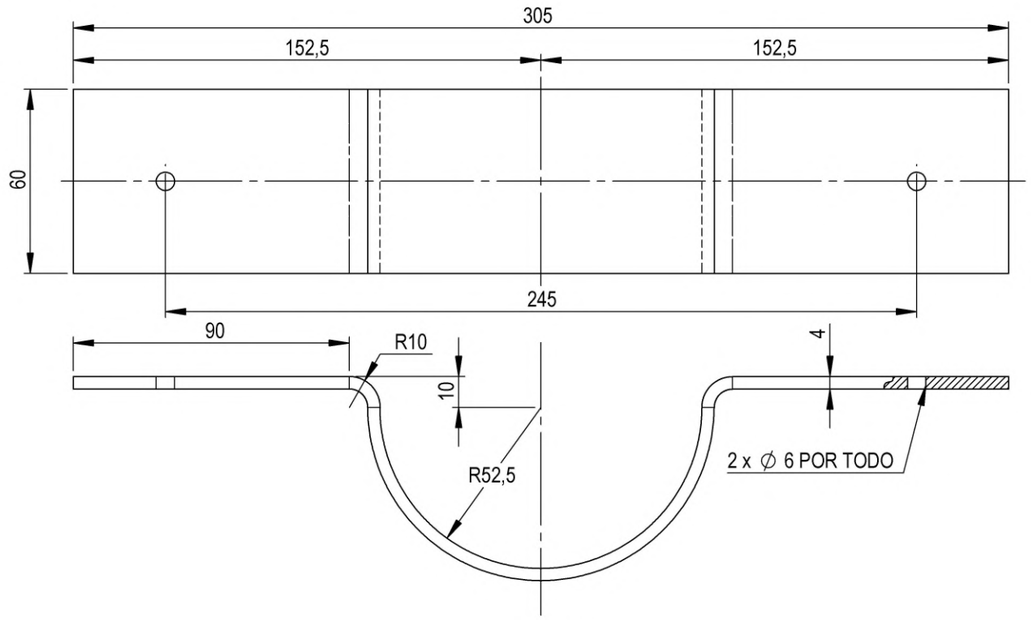
31.ClavoL170d10
Escala 1:4



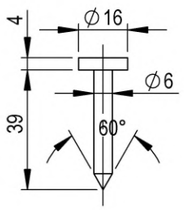
27.AnguloPata
espesor chapa 6 mm
Escala 1:4



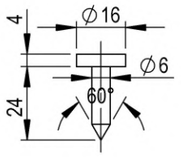
26.EscuadraPeq
espesor chapa 4 mm
Escala 1:4



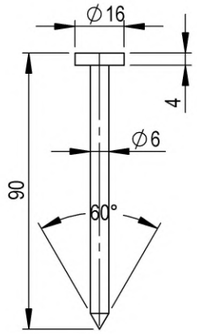
28.RefuerzoCilindrico
espesor chapa 4 mm
Escala 1:4



29.ClavoL39d6
Escala 1:4



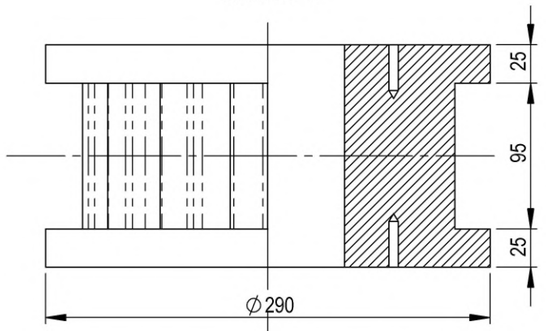
30.ClavoL24d6
Escala 1:4

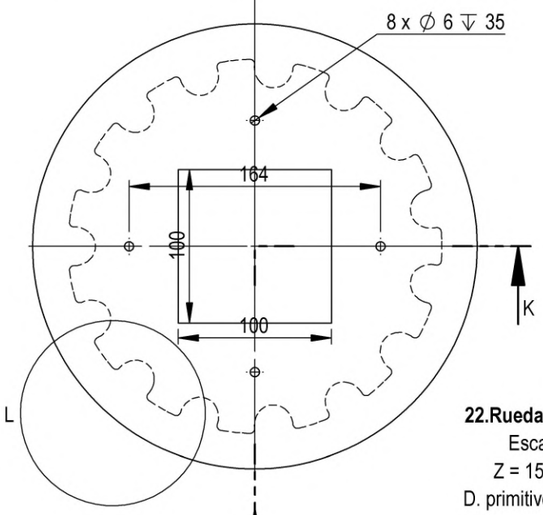


32.ClavoL90d6
Escala 1:4

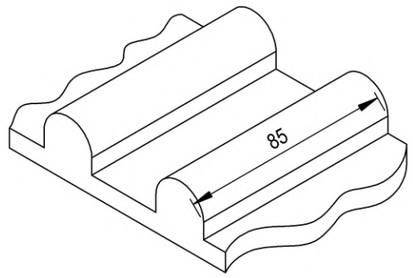
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	04/01/2024	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 10	Refuerzos metálicos 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32	Escala 1:4	

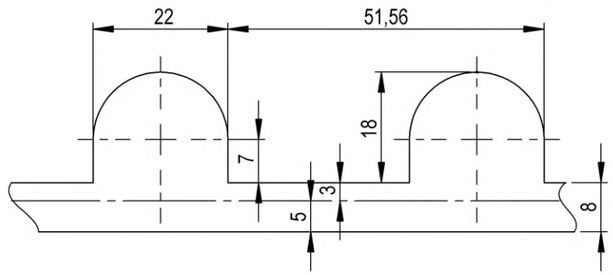
CORTE K-K





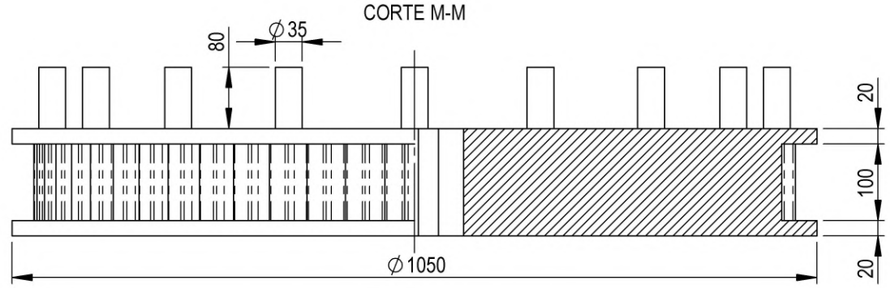
22.RuedaConducida
Escala 1:4
Z = 15 dientes
D. primitivo = 250 mm
paso = 51,10 mm

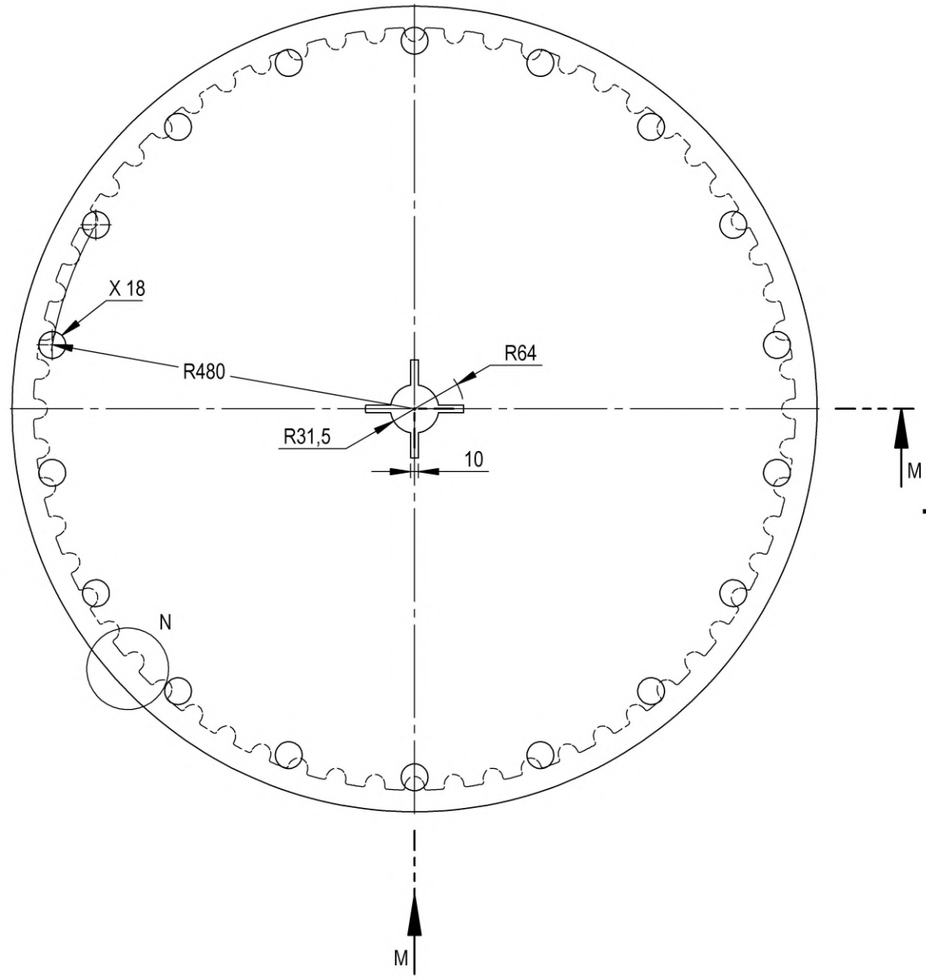




24.CorreaDentada
Escala 1:1
Z = 87 dientes
Longitud = 4482,49 mm
paso = 51,56 mm

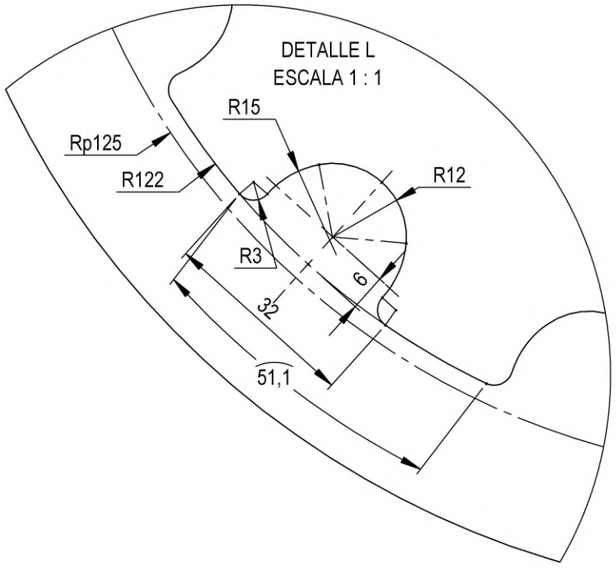
CORTE M-M



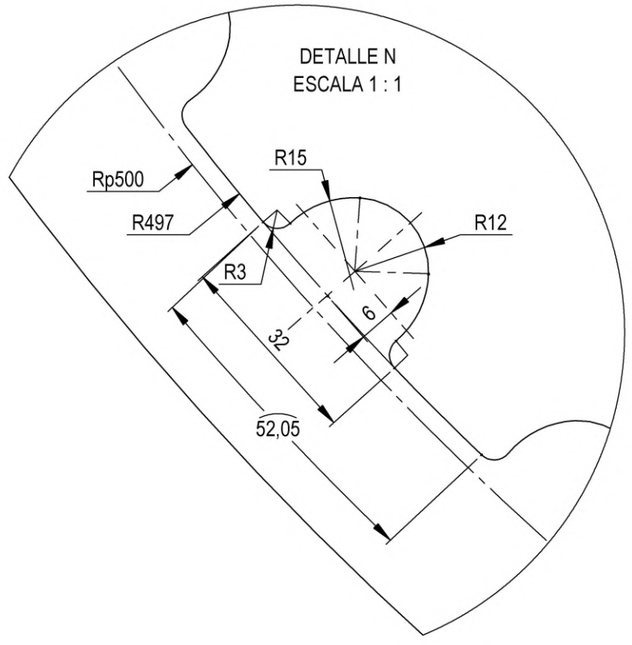


23.RuedaMotriz
Escala 1:8
Z = 60 dientes
D. primitivo = 1000 mm
paso = 52,05 mm

DETALLE L
ESCALA 1 : 1



DETALLE N
ESCALA 1 : 1



ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES	**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES** UNIVERSIDAD DE MÁLAGA		
TRABAJO DE FIN DE GRADO	ESTUDIO Y RECREACIÓN 3D DE LA MÁQUINA DE PULIR ESPEJOS USTORIOS DE LEONARDO DA VINCI (Códice Madrid I, folio 61 recto)		
INGENIERO	Gonzalo Ortega Hinchado	05/01/2024	Firmado:
TUTOR	Miguel Ángel Contreras López		
PLANO 11	Piezas de la transmisión 22, 23, 24	Escalas varias	