



RELACIÓN Tema 6 (IO)

1. Resuelva el siguiente problema de PL a partir del método gráfico.

$$\begin{aligned} \text{max.} \quad & Z = x_1 + \frac{x_2}{2}, \\ \text{s. a} \quad & 6x_1 \leq 88 \\ & x_2 \leq 10 \\ & x_1 + x_2 \leq 18 \\ & 0.4x_1 + x_2 \leq 12 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

2. Obtenga las posibles soluciones óptimas para el siguiente problema, mediante resolución gráfica.

$$\begin{aligned} \text{max.} \quad & Z = x_1 + x_2, \\ \text{s. a} \quad & x_1 \leq 5 \\ & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1 + 2x_2 - 4 \leq 6 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

3. La siguiente tabla indica los costos (C.) de recursos utilizados por unidad producida y la cantidad disponible (D.) de recursos a considerar en un problema de PL para maximizar beneficios (B.) según dos productos (P.), F y G, y cuatro recursos (R.), H, I, J, K.

R.	C. P. F	C. P. G	D.
H	4	2	4
I	3	6	6
J	3	3	4
K	-	4	3
B. por unidad	12	8	

- (a) Formular el problema de PL.
- (b) Obtenga el gráfico con la región factible.
- (c) Obtenga la solución óptima del problema.

4. Considere las siguientes restricciones de un problema de PL.

$$\begin{aligned} 6x_1 - 3x_2 &\geq -150 \\ -2x_1 + 4x_2 &\leq 100 \\ x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 10. \end{aligned}$$

- (a) Obtenga la región factible del problema.
- (b) Resuelva el problema gráficamente para la función objetivo

$$\text{max. } Z = -5x_1 + x_2.$$

(c) Resuelva el problema gráficamente para la función objetivo

$$\max. Z = x_1 - 5x_2.$$

5. Resuelva el siguiente problema de PL a partir del método gráfico

$$\begin{aligned} \min. \quad & Z = 3x_1 + 4x_2, \\ \text{s. a} \quad & 2x_2 \leq 16 \\ & -6x_1 + 9x_2 \geq -18 \\ & 2x_1 + 4x_2 \geq 20 \\ & x_1 + x_2 \geq 6 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

6. Para la producción ganadera, un granjero debe utilizar una dieta para su ganado que incluya, como mínimo, 180 gramos de proteína, 70 de calcio, y 30 de fósforo. Para ello, combina dos tipos de pienso. Un kilo del primer tipo proporciona 40 gramos de proteína, 2 gr de calcio y 1 gr de fósforo; mientras que del segundo tipo proporciona 10 gramos de proteína, 5 gr de calcio y 2 de fósforo. El kilo de pienso del primer tipo vale 60 céntimos de euro, mientras que del segundo tipo vale 40 céntimos. Según costes, determine mediante el método gráfico qué combinación de estos piensos le interesa al granjero.

(a) ¿Cuántos gramos de proteína proporciona la dieta propuesta?

(b) Según la dieta propuesta, ¿cuántos gramos de calcio proporciona el pienso del primer tipo?

(c) Según la dieta propuesta, ¿cuántos gramos de fósforo proporciona el pienso del segundo tipo?

(d) ¿Cuál sería el coste de la dieta propuesta?

(e) ¿Cambiaría la solución si por problemas de abastecimiento el granjero solamente dispusiera de 12 kilos como máximo del segundo tipo de pienso?

7. Una librería abre a las 9 de la mañana. Siguiendo un proceso de Poisson, los clientes llegan a razón de 5 clientes por hora. ¿Qué probabilidad hay de que lleguen a la librería más de 4 clientes entre las 10 y las 12?

8. Consideramos unos sucesos que ocurren según un proceso de Poisson de razón $\lambda = 3$ por hora.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra ningún suceso entre las 11 y las 12 horas?

(b) A partir del mediodía, ¿a qué hora se espera que se produzca el sexto suceso?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que se produzcan tres o más sucesos entre las 18 y las 20 horas?

9. Sea $\{N(t), t \geq 0\}$ un proceso de Poisson con tasa $\lambda = 3/2$. Obtenga

(a) $P(N(4) > N(2))$

(b) $P(N(2) = 0, N(4) = 3)$

10. A una fotocopiadora, que abre a las 9, llegan una media de 6 clientes por hora, según un proceso de Poisson. Si a las 10 han llegado 10 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que a las 11:30 hayan llegado exactamente 15 clientes?

11. Un repartidor empieza sus rondas de reparto a las 10 a.m. y recibe mensajes del jefe de zona a razón de 4 mensajes por hora, según un proceso de Poisson. Hallar la probabilidad de que el repartidor haya recibido exactamente 6 mensajes al mediodía y 24 a las 5 p.m.
12. Una máquina produce errores según un proceso de Poisson con una tasa de 2 por año. Esta máquina se sustituye por una nueva cuando llega a 5 errores de este tipo. Obtenga
 - (a) la vida media de la máquina
 - (b) la varianza de la vida de la máquina
 - (c) la probabilidad de que la máquina dure menos de 2 años
 - (d) la probabilidad de que la máquina llegue a los 4 años
13. En una zona caen meteoritos según un proceso de Poisson a razón de 5 al año.
 - (a) ¿Cuál es la probabilidad de que caigan al menos dos meteoritos en el primer semestre del próximo año?
 - (b) Suponiendo que caen al menos dos meteoritos en el primer semestre del próximo año, ¿cuál es la probabilidad de que no caiga ningún meteorito durante los primeros 9 meses dentro de dos años?
14. Una máquina está formada por componentes que se averían a un ritmo exponencial de 3 por semana. Hay un único operario para reparar las componentes y lo hace a un ritmo exponencial de 4 por semana. El coste que supone cada componente averiada es de 50 euros por semana. Obtenga el coste medio semanal de las componentes averiadas.
15. Dos empleados A y B trabajan en una centralita de una empresa en la que los clientes llaman a un ritmo de Poisson de 10 clientes por hora. El trabajador A cobra 12 euros por hora y atiende a un ritmo exponencial de 15 clientes por hora. El trabajador B cobra 10 euros por hora y atiende a un ritmo exponencial de 12 clientes por hora. Por término medio, se estima que el tiempo en línea del cliente supone una pérdida a la empresa de un euro por hora. ¿Qué trabajador representa un coste menor para la empresa?
16. Una empresa obtiene un beneficio de 25 € por cada llegada de clientes, pero tiene un coste de 5 € por cada hora que el cliente utiliza sus instalaciones. Considerando un sistema de colas $M/M/1$, en el que el tiempo de servicio es exponencial de media 10 minutos obtenga el rango de la razón de llegadas para que la empresa obtenga un beneficio neto.
17. En un modelo de colas $M/M/1$ se producen llegadas de clientes según un proceso de Poisson de intensidad 10 clientes por minuto. Obtener la razón de servicio necesaria para que el número medio de clientes en cola sea de 4 clientes por minuto.
18. Una carnicería tiene tres dependientes que atienden a los clientes en un tiempo que se distribuye exponencialmente con media 5 minutos. Los clientes llegan según un proceso de Poisson a razón de 15 clientes por hora
 - (a) ¿Cuál es la probabilidad de que al llegar un cliente tenga que esperar en cola a ser atendido?
 - (b) Hallar el número medio de clientes en el sistema y el tiempo medio de permanencia.
 - (c) Hallar la probabilidad de que haya más de 4 clientes en la carnicería.

19. Un multibot recibe consultas según un proceso de Poisson a un ritmo de 6 consultas por segundo. Las consultas se dirigen a chatbots que responden a un ritmo exponencial de media un segundo por cada consulta.
- (a) Si queremos que el tiempo medio de permanencia de las consultas no supere los dos segundos en el sistema, ¿cuántos chatbots se necesitan?
 - (b) Según el apartado anterior, ¿cuál es la probabilidad de que al llegar una consulta se sitúe la segunda en cola para ser respondida?
 - (c) Según el primer apartado, ¿cuál es la probabilidad de que todos los chatbots estén libres?
20. Una barbería está situada en una gran estación de trenes. Tiene dos trabajadores, cada uno con su silla. No admiten reserva pero tiene sala de espera. Los clientes llegan según un proceso de Poisson con tasa 4 por hora, y el tiempo de servicio se distribuye exponencialmente con una media de 15 minutos.
- (a) Un cliente llega a la barbería y ve las dos sillas ocupadas. ¿Cuál es la probabilidad de que sea el único cliente en la sala de espera?
 - (b) Cumpliendo las normas sanitarias provocadas por una pandemia, cierran la sala de espera, con lo que el cliente que llega y no ve silla vacía, se va. Si en un momento los dos servidores están ocupados, obtenga el tiempo previsto hasta que entre el siguiente cliente en la barbería.