

Aprendizaje de cuerpos geométricos con enfoque STEAM-H: integrando manipulativos y TIC en 2º ESO

Luna Ruiz-Delgado
Silvia-Natividad Moral-Sánchez
(Universidad de Málaga. España)

Fecha de recepción: 30 de julio de 2024
Fecha de aceptación: 20 de octubre de 2024

Resumen

Este trabajo presenta una experiencia de situación de aprendizaje sobre cuerpos geométricos que se llevó a cabo en un centro de la provincia de Málaga con 28 estudiantes de 2º ESO. Dicha propuesta trata de desarrollar el aprendizaje geométrico con la consecución de un proyecto con un enfoque STEAM-H. Utilizando una metodología didáctica de Aprendizaje Basado en Proyectos se implementan actividades cuyo resultado llevará a la construcción de una maqueta por parte del alumnado, combinando las nuevas tecnologías con el aprendizaje de materiales manipulativos. Los resultados indican que una mayor implicación por parte del alumnado en su propio aprendizaje y la interdisciplinariedad de otras materias con matemáticas dan como resultado un aprendizaje activo y significativo de los conceptos geométricos tratados.

Palabras clave

Cuerpos geométricos, STEAM-H, didáctica de la geometría, ABP, motivación, situación de aprendizaje

Abstract

This paper presents an experience of a learning situation about geometric bodies that was carried out in a school in the province of Malaga with 28 students of the 2nd grade of Compulsory Secondary Education. This proposal tries to develop geometric learning with the achievement of a project with a STEAM-H approach. Using a didactic methodology of Project Based Learning, there are activities implemented whose result will lead to the construction of a model by the students, combining new technologies with the learning of manipulative materials. The results indicate that the greater involvement of pupils in their own learning and the interdisciplinary nature of other subjects with mathematics result in active and significant learning of the geometric concepts dealt with.

Keywords

Geometric bodies, STEAM-H, didactics of geometry, PBL, motivation, learning situation

1. Introducción

En este artículo se expone una propuesta de una Situación de Aprendizaje de geometría para el aula de matemáticas. Está enfocada en el segundo curso de la Educación Secundaria Obligatoria, y en la unidad de cuerpos geométricos, y tiene como marco legislativo el Real Decreto 217/2022 y la Orden 30 de mayo.



Para comenzar, esta propuesta se apoyará en la manipulación de cuerpos geométricos, pues el uso de recursos manipulativos que fomentan el pensamiento del estudiantado es siempre recomendable, especialmente en geometría, ya que la abstracción se puede desarrollar reflexionando sobre ideas que surgen de la experiencia al observar objetos físicos (López Iborra y Guillén Soler, 2009). De esta manera, la manipulación, el tacto, la vista y el dibujo pueden ayudar al alumnado a familiarizarse con las figuras para poder abstraerse posteriormente (Barrantes López et al., 2013). Además, el uso de herramientas TIC permiten el descubrimiento mediante experimentación, facilitando la comprensión de ciertas propiedades geométricas (Fernández Olivares y Dans Álvarez de Sotomayor, 2022).

Por otro lado, ha surgido el término de educación STEAM (proveniente de las siglas en inglés Science, Technology, Engineering, Art and Mathematics), que se presenta como un enfoque multidisciplinario del proceso de enseñanza-aprendizaje y en concreto el término STEAM-H en su relación más amplia con las Humanidades como la historia. La educación STEAM tiene como objetivo incentivar la discusión y la resolución de problemas entre los estudiantes, además de promover la inclusión, la creatividad y la responsabilidad cívica. Este propósito consiste en incentivar la vocación científica, especialmente entre las jóvenes, y enfrentar los diversos desafíos que afectan a las disciplinas y profesiones científico-tecnológicas en las sociedades y sistemas educativos contemporáneos (García Tort, 2024).

2. Marco teórico

En este marco teórico, por un lado, se describen las habilidades STEAM-H puestas en práctica en esta situación de aprendizaje y la metodología didáctica empleada. Y, por otro lado, se aborda el aprendizaje del sentido espacial de cuerpos geométricos.

También es importante resaltar la necesidad de que el cerebro se emocione para conseguir un aprendizaje, siendo necesario motivar al alumnado para que pueda existir un aprendizaje positivo (González Castro et al., 2023). De este modo, el objetivo no es simplemente promover emociones en el aula, sino también enseñar con emoción, lo que implica generar interés genuino por el contenido enseñado (Quintanilla Batallanos y Gallardo Romero, 2020). Esto se traduce en despertar la curiosidad sobre el tema, provocando un interés espontáneo y natural, y así poder llamar la atención del estudiante, pues sin dicha atención activa y sostenida, no se puede lograr un aprendizaje efectivo (Meneses Granados, 2020).

2.1. STEAM-H y ABP

Arteaga-Marín (2022) afirma que utilizar metodologías activas permite producir aprendizajes significativos en la educación STEAM. De este modo, el aprendizaje activo se puede describir como el proceso de adquirir conocimientos, habilidades, valores y actitudes a través de cualquier estrategia educativa que implique la involucración del estudiantado en el proceso, en lugar de limitarse a recibir información del docente de forma pasiva (Pertusa Mirete, 2020). De esta forma, las metodologías activas pueden tener un papel crucial en la educación STEAM, ya que el desarrollo de competencias logrado mediante estas metodologías se alinea con los objetivos establecidos en la legislación (Álvarez-Herrero, 2022). Así, la metodología de **Aprendizaje Basado en Proyectos** (ABP) que es una metodología activa, permite involucrar al alumnado, permitiéndoles ser participantes activos de la solución, logrando de este modo aumentar su motivación por lograr un aprendizaje (Hilario Bacilio, 2021). La metodología de Aprendizaje Basado en Proyectos se basa en el enfoque constructivista de “aprender haciendo” propuesto por Dewey y, desde sus inicios, ha sido objeto de estudio, actualización y desarrollo teórico,

centrándose en la producción y realización de proyectos colaborativos para resolver preguntas y problemas del mundo real (Ruiz Hidalgo y Ortega-Sánchez, 2022).

Por otra parte, se realiza un aprendizaje interdisciplinar como estrategia metodológica para el aprendizaje en el área de matemáticas, debido a que las matemáticas se suelen percibir como una asignatura de gran dificultad. Por tanto, realizar el aprendizaje de esta asignatura interdisciplinariamente con otras que no se consideren tan complicadas puede favorecer la percepción y la motivación del alumnado. De este modo se lleva a cabo un aprendizaje integrado, que no sólo comprende el conocimiento específico de la disciplina de matemáticas, sino también desarrolla otras capacidades (Blanco Sandía y Martínez-Azúa, 2014). Aunque las matemáticas, otras ciencias y las ingenierías mantienen una relación larga y estrecha que es cada vez más importante, las matemáticas no restringen su ámbito de interacción únicamente a las ciencias exactas y naturales (Corica, 2022).

De este modo, se propone relacionar los contenidos con la asignatura de Historia, donde se explicarán las matemáticas desde un punto de vista cultural e histórico mediante el análisis de monumentos históricos importantes. Así, de forma simultánea, se apreciará y señalará la importancia del patrimonio natural, cultural y artístico, a la vez que se desarrolla la competencia para interpretar el mundo físico, así como el acercamiento al método científico y tecnológico: saber identificar problemas, evaluar posibles soluciones, desarrollar estrategias, planificar pequeñas investigaciones, evaluar los resultados y comunicarlos (Infante Infante y Gabardón de la Banda, 2015). Además, como señalan Santillán Aguirre et al. (2019), es necesario añadir al modelo educativo STEAM, el área de Humanidades (historia, geografía, literatura y filosofía), utilizando así las ciencias tradicionales como medio para conectar en este enfoque desde el área de Humanidades, diseñado para incorporar las asignaturas principales como estudios de disciplina y favoreciendo el desarrollo de un sistema multidisciplinar. De este modo, la existencia de **STEAM-H** tiene por objetivo señalar la significación del trabajo interdisciplinar, así como la integración de todas las asignaturas, destacando que todas son igualmente importantes y por ello se encuentran dentro de los contenidos curriculares (Castro-Castellanos y Rodríguez-Romero, 2023).

2.2. Aprendizaje de cuerpos geométricos

Una parte fundamental del sentido espacial consiste en la visualización matemática, que implica crear imágenes de un concepto y utilizarlas efectivamente para descubrir y comprender, facilitando el pensamiento matemático. Estas imágenes pueden ser representaciones dibujadas o apoyadas en materiales físicos (Flores et al., 2015). De este modo, como mencionan López Iborra y Guillén Soler (2009), el empleo de recursos manipulativos que estimulan el pensamiento del alumnado es siempre recomendable, especialmente en geometría, pues la abstracción se puede desarrollar mediante la reflexión sobre ideas derivadas de la experiencia al observar objetos físicos.

Además, las representaciones visuales de diversos conceptos a menudo son limitadas, lo que plantea un desafío para el aprendizaje, especialmente debido a la importancia de estas imágenes para la comprensión de la geometría espacial (Gutiérrez y Jaime, 2015). Por ello, se plantea el uso de diferentes recursos y representaciones, como puede ser el uso de herramientas TIC, pues como señalan Sua Flórez y Camargo Uribe (2018), el software de geometría dinámica (SGD) apoya el razonamiento científico del alumnado promoviendo, de ese modo, la actividad matemática. Así, estos programas de geometría dinámica han transformado la geometría, permitiendo que deje de ser estática y que el alumnado experimente de manera que puedan realizar generalizaciones con mayor facilidad o intuir qué formas se pueden obtener bajo determinadas condiciones, permitiendo mediante manipulación el descubrimiento de propiedades que a simple vista pueden ser complicadas de imaginar o comprender (Fernández Olivares y Dans Álvarez de Sotomayor, 2022).



También cabe destacar que, en geometría para hacer el aprendizaje más dinámico, se pueden utilizar plantillas de desarrollos planos para mejorar la comprensión de ciertos sólidos, como son los prismas, las pirámides y los poliedros regulares (Guillén, 2010). De igual forma, las maquetas son un recurso didáctico eficaz en matemáticas, ya que facilitan la representación de ideas a escala, creando un objeto que es sencillo de visualizar por el estudiantado. Adicionalmente, mediante el uso de la maqueta, es más fácil calcular el área y volumen (Cagua Gómez, 2022).

Respecto al aprendizaje de cuerpos geométricos, Gutiérrez y Jaime (2012) sugieren que el alumnado debe primero adquirir los conocimientos fundamentales, como conceptos y propiedades de los cuerpos geométricos, para después aprender a aplicarlos y a combinarlos en un resultado final. Además, según Guillén (2010) una herramienta útil para descubrir y clasificar conceptos geométricos que llevan a modelar la realidad es el uso de ejemplos de aplicación práctica.

3. Objetivos

Uno de los objetivos principales de este trabajo consiste en **relacionar las matemáticas con otras disciplinas**, favoreciendo la interdisciplinariedad en las aulas, que a su vez podrá incrementar la motivación del alumnado, ya que el aprendizaje de matemáticas, de forma independiente, no suele generar un gran interés en el alumnado. De este modo, la propuesta tiene un enfoque STEAM-H, conteniendo así una parte científica, orientada en la sostenibilidad y al uso de materiales reciclados; una parte tecnológica, en la que se utilizan diversas formas de visualización, favoreciendo así a una mejor comprensión mediante dispositivos informáticos; una parte de ingeniería, debido a la relación de la propuesta con la construcción de edificios; una parte artística, gracias a la creatividad y la relación con la educación patrimonial, y una parte matemática, que será la principal de todo el diseño. Además, esta propuesta se relaciona de forma directa con monumentos históricos, con lo que se establece la conexión también con la historia de los mismos.

Otro objetivo de la propuesta es **implicar mayormente al alumnado**, con el propósito de obtener un aprendizaje activo. De este modo, se propone la utilización de elementos manipulativos, así como el uso de recursos tecnológicos, aprovechando de este modo los recursos de los que suelen disponer los centros para aumentar la motivación y el interés del alumnado. Por ello, esta propuesta se apoya en el uso de metodologías activas, por lo que se propone el uso de la metodología didáctica de Aprendizaje Basado en Proyectos.

4. Diseño de la propuesta de aula

4.1. Contexto y metodología didáctica

El centro en el que se realizó la propuesta fue el IES Universidad Laboral, de Málaga, se realizó en el curso de 2º ESO en el que había 28 estudiantes. La metodología utilizada es la de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), que es una metodología activa que permite que el alumnado construya su propio aprendizaje mediante la elaboración de un proyecto, permitiéndoles así ser participantes activos de su proceso de aprendizaje. De este modo, esta metodología es efectiva en el marco de un enfoque por competencias y las actividades basadas en proyectos fomentan y sostienen la motivación, así como contribuyen a alcanzar un aprendizaje significativo y duradero, estimulan el pensamiento crítico, reflexivo y creativo. Asimismo, facilitan la integración de conocimientos a través de la interdisciplinariedad y el trabajo colaborativo (Hilario Bacilio, 2021).

4.2. Recursos para la implementación de la propuesta

Para la realización de esta propuesta, se utilizan varios recursos. Por una parte, como se ha señalado previamente, el uso de recursos manipulativos supone una ayuda en la comprensión y en el proceso de abstracción en la unidad de cuerpos geométricos. De este modo, se han utilizado elementos manipulativos creados a partir de cartulinas y cuerdas. Por una parte, se muestran figuras cerradas realizadas con cartulina, para poder visualizar los cuerpos geométricos, así como orientarlas de diversas formas y ayudar así a la visualización espacial, y, por otra parte, se expone el uso de modelos manipulativos creados a partir de cartulina y cuerdas, que permiten abrir y cerrar las figuras, mostrando así el desarrollo plano de las mismas, como se muestran en los ejemplos de la figura 1 y figura 2.

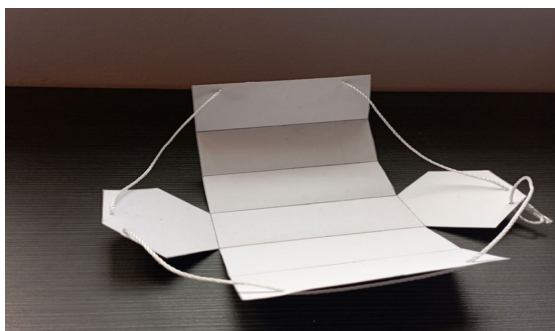


Figura 1. Modelo manipulativo: prisma hexagonal. Fuente: elaboración propia.



Figura 2. Modelo manipulativo: octaedro. Fuente: elaboración propia.

Con el objetivo de mejorar la visualización espacial, se utilizaron herramientas TIC, como son GeoGebra, GeoGebra 3D y Tinkercad. De este modo, existen recursos en GeoGebra, combinados con GeoGebra 3D, que permiten una mejor visualización de los diferentes cuerpos geométricos, así como de los desarrollos planos de los mismos, mostrando cómo se abren las figuras y permitiendo desarrollar la habilidad espacial de identificación visual en las mismas y el reconocimiento de sus características (Moral-Sánchez et al., 2023). También se propone el uso de Tinkercad, que es una herramienta digital de diseño 3D, para la realización de un diseño de modelos de monumentos históricos. Además, se propone la utilización de Google Maps y Google Earth, para mejorar la visualización real de los monumentos, así como permitir señalar su ubicación geográfica.

4.3. Situación de Aprendizaje

Esta **Situación de Aprendizaje** se denomina: “Construcción de monumentos históricos”. En ella, además de utilizar elementos manipulativos para la comprensión del tema, se utilizan también herramientas tecnológicas.

Esta Situación de Aprendizaje tendrá como objetivo la realización de un proyecto final, que consiste en la construcción de una maqueta correspondiente a un monumento representativo de la ciudad de Málaga. Asimismo, está orientada en el enfoque STEAM-H: tiene una parte *Matemática*, que es la estructura principal de la intervención; una parte *Tecnológica*, ya que se incluyen en el diseño recursos y elementos informáticos; una parte de *Ingeniería* debido al objetivo de construcción de edificios; una parte *Artística*, debido al enfoque cultural y creativo; y una parte *Científica*, ya que el proyecto se creará utilizando materiales reciclados, concienciando así sobre el respeto al medioambiente y tratando así el tema de sostenibilidad. Además, todas las sesiones están orientadas al hilo conductor de monumentos históricos de diferentes países. Por tanto, este diseño está preparado para realizarse de forma interdisciplinar con la asignatura de *Historia*, remarcando en cada sesión la importancia cultural e histórica de cada monumento histórico, así como su construcción.

Sesión 1. Descubrimiento de los cuerpos geométricos en nuestro entorno (60 minutos).

En esta primera sesión, se explican los conceptos de cuerpos geométricos, poliedros y cuerpos redondos, así como el concepto de desarrollo plano. Para ello, se explican las definiciones y se muestran algunos ejemplos. Adicionalmente, se realiza una dinámica por grupos en la que se muestran fotos de diversos monumentos, y cada grupo debe reconocer todas las figuras planas posibles que identifican en dicha foto, así como calcular sus áreas de las mismas, dados los datos de medida necesarios. De este modo, se conectarán los conceptos de figuras planas con los de cuerpos geométricos, ya que, en dichos monumentos, que corresponden a cuerpos geométricos, se pueden encontrar ciertas figuras planas, ya sean como parte de su desarrollo plano o como parte de la fachada, señalando así la estrecha relación que hay entre ambos, además de relacionar los conceptos abstractos de las figuras con la vida real.

Esta sesión también permite la realización de una evaluación del conocimiento inicial del alumnado mediante observación, analizando cómo trabajan de forma colaborativa y sus conocimientos previos de figuras planas. El objetivo de esta sesión es motivar al alumnado y contextualizar el proyecto final. Además, en esta primera sesión es importante reforzar el concepto de que el error es parte del aprendizaje, para tratar de conseguir una mayor participación y conseguir la pérdida del miedo al error (Santos Guerra, 2021).

Sesión 2. ¿Qué cuerpo geométrico suelen ser los edificios? (120 minutos).

En esta sesión se explica el concepto de prisma, además de sus características, como la altura, vértices, caras y desarrollo plano, así como el cálculo de área y de volumen del mismo. De este modo, el alumnado construye modelos de papel que corresponden a prismas a partir de desarrollos planos dados, para una mejor comprensión del concepto. También se mostrarán ejemplos de estructuras famosas que tienen forma de prisma, como son el Edificio Flatiron en Nueva York, que tiene forma de prisma triangular, y el Miguelete, que es una torre octogonal que se encuentra en Valencia. Además, se hablará brevemente de su historia y se mostrarán los edificios en Google Maps y en Google Earth, donde podrán observarlos desde distintas posiciones, como se puede observar en la figura 3, utilizando un ordenador de la clase, realizando así ejercicios de cálculo de volumen y de áreas, de estas estructuras.

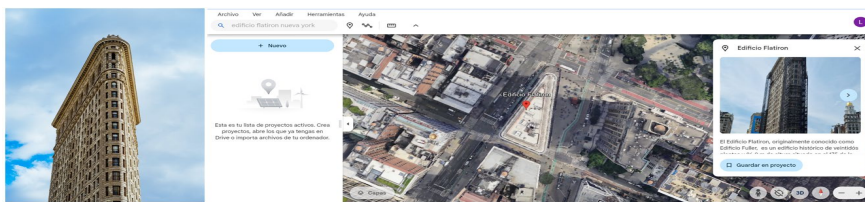


Figura 3. Edificio Flatiron de Nueva York y su comparación en Google Earth.
Fuentes: unsplash, <https://earth.google.es/>.

Sesión 3. Arquitectura de las pirámides (120 minutos).

Se explica el concepto de pirámide, así como sus principales características y partes, utilizando recursos TIC, como puede ser los programas de GeoGebra y GeoGebra 3D. Se utilizan recursos en los cuáles se pueden observar los desarrollos planos de las pirámides, así como modificar el número de lados de la base, ambos combinan la utilidad de GeoGebra clásico con GeoGebra 3D. En el primer recurso se observan pirámides cuyo vértice no está en el centro, es decir, que no es recta, y en el segundo recurso, las pirámides sí son rectas y además se puede modificar la altura y la medida del lado de la base, para poder observar así distintas posibilidades, como se muestran en la figura 4 y figura 5.

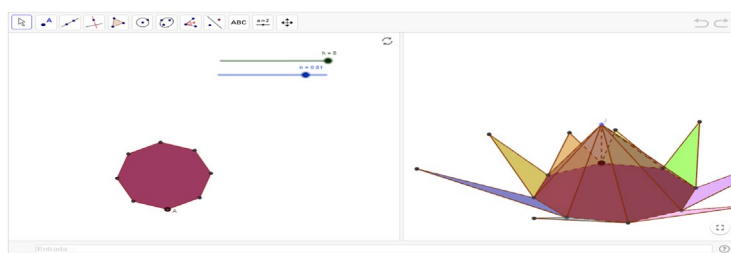


Figura 4. Recurso de GeoGebra clásico combinado con GeoGebra 3D.
Fuente: Vivas, M. (2015). *Pirámide. Desarrollo*. GeoGebra.¹

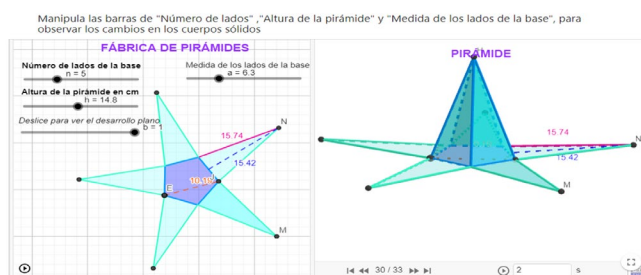


Figura 5. Otro recurso de GeoGebra clásico combinado con GeoGebra 3D.
Fuente: Torres Gómez, A. S. (2022). *Desarrollo plano de pirámide*. GeoGebra.²

¹ <https://www.geogebra.org/m/QFjbVY4a>
² <https://www.geogebra.org/m/vgpmdfwy>

Se usa también un recurso que consiste en visualizar que tres pirámides forman un cubo, para así poder comprender que el volumen de una pirámide es un tercio del volumen del prisma de la misma base, como se muestra en la figura 6.

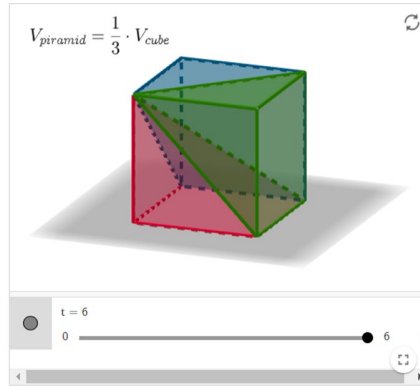


Figura 6. Recurso de GeoGebra 3D.

Fuente: Blossier, M., y Muñoz Casado, J. L. (2018). *Cube volume*. GeoGebra.³

De forma similar, se trabaja con las pirámides de Egipto como se muestra en la figura 7, señalando su importancia histórica, enfocando los ejercicios de cálculo de área y volumen a estos monumentos.



Figura 7. Pirámide de Guiza. Fuente: freepik.

Sesión 4. Construcción de torres cilíndricas (60 minutos).

En esta sesión se incluyen las explicaciones del concepto de cilindro, así como sus principales características y partes. Se utiliza como ejemplo de monumento cilíndrico la Torre de Pisa (figura 8), de Italia, señalando su importancia histórica y realizando ejercicios de cálculo de área y volumen basándonos en este monumento.

³ <https://www.geogebra.org/m/ezvpuz5k>

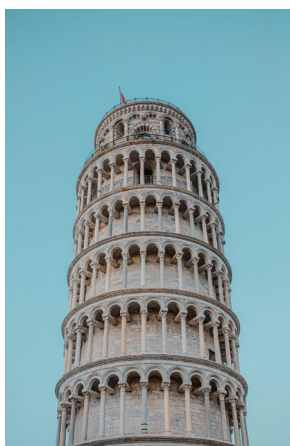


Figura 8. Torre de Pisa. Fuente: freepik.

Por otra parte, para esta sesión se pidió con anterioridad que el alumnado trajese tubos interiores de papel higiénico. De este modo, se mostrará que es un cilindro, aunque le faltan las bases, que corresponden a dos círculos, y se mostrará el desarrollo plano cortándolo, mostrando así el rectángulo, que es más difícil de visualizar de otro modo. También se hablará sobre la importancia de utilizar materiales reciclados, y se conservarán los tubos para realizar las construcciones de las maquetas finales.

Sesión 5. Edificación de puntas (60 minutos).

Se muestra el concepto de cono, así como sus características y partes, utilizando modelos manipulativos de conos cerrados, y para mostrar el desarrollo plano del cono, se corta el modelo manipulativo. Por otro lado, se muestra que el volumen del cono corresponde a un tercio del volumen del cilindro, para lo cual se utilizan modelos de metacrilato de un cono y un cilindro, que se pueden llenar de lentejas o agua, y se muestra que la cantidad del cilindro corresponde a tres veces la cantidad del cono, como se encuentra en la figura 9.



Figura 9. Modelos manipulativos de metacrilato. Fuente: elaboración propia.

También se señalan las estructuras con forma de cono, como obeliscos y agujas, que suelen utilizarse en construcciones, como la de la figura 10. Adicionalmente, se utilizará como ejemplo de monumento en forma de cono la Catedral Basílica Menor de Nuestra Señora de la Gloria de Maringá, situada en Brasil, contando brevemente su historia y realizando ejercicios aplicados a esta estructura y al cálculo del área y volumen.



Figura 10. Agujas del edificio, en forma de cono. Fuente: freepik.

Sesión 6. Diseño de cúpulas (30 minutos).

Se muestra el concepto de esfera, así como las fórmulas de área y volumen y se señala que en construcciones se suele utilizar la forma de esfera para diseñar cúpulas, mostrando como ejemplo de monumento la cúpula central de la basílica de San Pedro (figura 11), en la Ciudad del Vaticano, señalando brevemente su historia y realizando ejercicios de cálculo de área y volumen sobre la cúpula de dicha basílica. Para ello, se utilizan esferas manipulativas de porexpán (figura 12), cortándolas para mostrar media esfera o un cuarto de esfera, y se conservan para la realización del producto final, enfatizando en la importancia de reutilizar los materiales.



Figura 11. Cúpula central de la basílica de San Pedro. Fuente: freepik.



Figura 12. Modelos manipulativos de porexpán. Fuente: elaboración propia.

Sesión 7. Poliedros regulares (60 minutos).

Se explican el concepto de poliedro regular, así como los cinco tipos que existen, mostrando sus partes, características, sus desarrollos planos y su cálculo de áreas. Se utilizan todos los modelos manipulativos correspondientes para que el alumnado experimente con ellos, utilizando tanto modelos cerrados como modelos de cuerdas que permiten la apertura y el cierre de cada uno de ellos, y se mostrará el cálculo de áreas de cada una de las figuras. Además, se realizan ejercicios relacionándolos con estructuras destacables con forma de poliedros regulares: para el tetraedro se señala el Tetraedro de Bottrop, que es una estructura que se encuentra en Alemania, que se muestra en la figura 13; para el cubo o hexaedro se señala el cubo del museo Pompidou, en Málaga, que se muestra en la figura 14; para el octaedro se muestra la estatua del Octaedro de Andalucía, en honor al padre de la patria andaluza, Blas Infante, donde en cada cara está escrita cada una de las provincias de Andalucía, en Madrid; para el dodecaedro se muestra la construcción de un dodecaedro en el instituto de Ciencias de la Construcción, construido por Eduardo Torroja, en Madrid; y para el icosaedro: se muestra el icosaedro de Urbino, que es una estructura monumental realizada como homenaje al matemático Luca Pacioli, en Italia. Se señala brevemente la historia de cada una de estas estructuras, así como realizar ejercicios aplicados a los mismos.



Figura 13. Tetraedro de Bottrop. Fuente: unsplash.



Figura 14. Museo Pompidou de Málaga. Fuente: unsplash.

Sesión 8. ¡Diseñamos un monumento de nuestra ciudad, Málaga!

A lo largo de esta sesión, se eligen monumentos de Málaga para realizar el diseño del mismo de forma grupal, entre ellos se pueden realizar el Castillo de Gibralfaro, la Alcazaba, el Teatro Romano y

la Catedral de la Encarnación. De este modo, se realiza un trabajo colaborativo con grupos de seis, en el que cada grupo elige uno de los monumentos que integran multitud de distintos cuerpos geométricos. Así, el alumnado tiene que investigar sobre las dimensiones de cada monumento, el área de su base y algunas otras medidas. Así, deben realizar combinaciones de todos los cuerpos geométricos vistos en las sesiones anteriores, practicando y unificando los contenidos vistos en sesiones anteriores. De este modo, se recuerda el concepto de escala, y el alumnado utiliza una escala sencilla, la más conveniente según el monumento y deben realizar cálculos de escala, realizando un diseño simplificado del monumento usando la herramienta digital de diseño 3D: Tinkercad (<https://www.tinkercad.com/>). También la docente ayuda y guía en el proceso, corrigiendo los errores necesarios sin penalizarlos, y se recuerdan los conceptos necesarios, dando consejos para fortalecer el estudio autónomo. Además, durante el trabajo en grupo se señala la necesidad de escuchar activamente al resto de miembros del grupo, así como de proporcionar ideas nuevas, favoreciendo un buen entorno de trabajo y un buen manejo de las emociones propias del alumnado.

Sesión 9. Construcción de la maqueta (60 minutos).

Una vez realizados los cálculos del diseño de la sesión anterior, comienza la construcción de los mismos utilizando los conocimientos adquiridos, realizando el desarrollo plano de las figuras geométricas para poder luego construirla si es necesario. Para ello, se fomenta el respeto al medio ambiente durante las construcciones, pues se deben utilizar materiales reciclados como los tubos interiores de papel higiénico, esferas reutilizadas de actividades anteriores, tetrabricks que tengan en casa, entre otros elementos reutilizados que posean. Adicionalmente, se utilizan impresoras 3D, convirtiendo plástico de botellas recicladas en plástico para imprimir, pudiendo modelar así las piezas más difíciles del proyecto o aquellas para las cuáles no se hayan encontrado materiales reciclados. De este modo, se finalizan las maquetas, obteniendo como producto final varios monumentos históricos de Málaga.

Sesión 10. Presentaciones (60 minutos).

Para finalizar, se realizan presentaciones grupales de cada proyecto, para así poder realizar una evaluación del aprendizaje. En ellos, deben presentar el área y volumen de las construcciones realizadas, así como la forma en la que se han realizado. Además, deben señalar la importancia histórica del monumento elegido, así como contar brevemente su historia. También deben mostrar el boceto original del monumento, así como la creación final y se entregan los cálculos realizados a la docente. De igual forma, deben comentar cuáles son los materiales en los que se ha realizado la maqueta, especificando de donde provienen y cómo han sido reciclados. De este modo, se realiza una exposición integrando STEAM-H y se entrega un trabajo escrito con toda la información mencionada.

5. Resultados y discusión

A continuación, se mostrarán algunas evidencias de los resultados de las sesiones descritas anteriormente.

Para comenzar, en la primera sesión se debían encontrar figuras planas en monumentos históricos. Por ejemplo, se pueden encontrar el Coliseo de Roma, y algunos de las posibles figuras planas encontradas como se muestran en la figura 15, como pueden ser los rectángulos en los cuales se divide la fachada, así como los arcos (o media circunferencia), y las columnas que pueden ser vistas como rectángulos. De este modo, se facilitan algunos datos, como la longitud de los lados de los rectángulos, para realizar de este modo los cálculos del área de estas figuras.

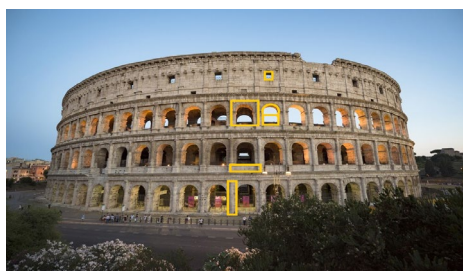


Figura 15. Ejemplo de figuras planas encontradas en el Coliseo de Roma.

Fuente: elaboración propia con una imagen de freepik.

Por ejemplo, sabiendo que tiene aproximadamente unos 50 metros de altura, podemos considerar que cada una de las entradas mide 12,5 metros, y unos 6 metros de ancho. Por tanto, se realizaron los cálculos de la siguiente manera:

$$\text{Área del rectángulo que contiene a una puerta: } 12,5 \times 6 = 75 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del semicírculo de la puerta: } (\pi \times 3^2)/2 = 14,14 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del cuadrado restante de la puerta: } 9,5 \times 6 = 57 \text{ m}^2$$

$$\text{Área de la puerta: } 14,14 + 57 = 69,14 \text{ m}^2$$

En este ejercicio, la mayoría encontraron figuras planas. Sin embargo, no recordaban correctamente cómo calcular el área, especialmente del círculo (y del semicírculo) por lo que se recomienda hacer hincapié en estos conceptos.

En la sesión 2, se proponen los siguientes ejercicios de prismas, específicamente sobre el edificio Flatiron de Nueva York, y el Miguelete, que se corresponde a un prisma octogonal.

a) Queremos pintar la fachada del edificio Flatiron de Nueva York, que es un edificio histórico que se corresponde a prisma triangular de 87 metros de altura, uno de los edificios más altos de su ciudad, y su base es un triángulo cuyos lados miden 26.5 metros, 27 metros y 8.7 metros. Si cuesta 5€ el metro cuadrado de pintura, ¿cuánto costará pintarlo?

La primera dificultad que surgió al plantear este problema fue que el alumnado no comprendía que la base de un prisma podía no tener los lados iguales, siendo un rectángulo en lugar de un cuadrado. Este problema surge al tener un problema previo de conceptos de clasificación, no comprendiendo que un prisma también incluye aquellos con base irregular, según Guillén Soler (2000). Además, la siguiente dificultad derivada de lo anterior fue no saber dibujar el desarrollo plano de una figura cuyos lados no eran iguales (teniendo así caras laterales diferentes). El resto del ejercicio se comprendió sin más dificultades, comprendiendo cómo calcular el precio final.

b) Si quisiéramos renovar el Miguelete, que es una torre octogonal ubicada en Valencia, pero es importante que se mantenga su volumen para que no haya una pérdida de espacio en la renovación. Si sabemos que tiene una altura de 63 metros y que el perímetro de su base mide 51 metros. ¿Cuál será entonces su volumen para que pueda mantenerse en la renovación?

La mayor dificultad que surgió fue comprender lo que pedía el problema que trataba de encontrar el volumen de la figura. Esto es, una dificultad al comprender el concepto de volumen, como menciona Mirta Giarrizzo (2021), es frecuente en geometría.

En la sesión 3, se proponen los siguientes ejercicios sobre las pirámides de Guiza:

- a) Las pirámides de Guiza son las pirámides más representativas de Egipto, entre ellas, destaca la Gran Pirámide de Guiza o la pirámide de Keops, que es la más antigua de las siete maravillas del mundo antiguo. Si sabemos que midió 146.7 metros de altura originalmente, y que cada lado de la base mide 230 metros, además si consideramos que cada bloque de piedra ocupa 0.06 metros cuadrados, ¿cuántos bloques se necesitaron para realizar esta construcción?

Las dificultades más destacables que surgieron al realizar este problema consistieron en confundir los términos de altura de la pirámide, apotema de la pirámide, altura de la base y apotema de la base. Esto se debe a un error de nomenclatura, ya que tienen el mismo nombre, y eso aumenta la dificultad en la comprensión, como señalan Barrantes López y Zapata Esteves (2008). También surgieron de nuevo dificultades al pensar si debía calcularse el área o el volumen, como suele ocurrir en este tipo de ejercicios (Mirta Giarrizzo, 2021). Sin embargo, el alumnado fue capaz de superar esas últimas dificultades tras unas breves indicaciones y aclaraciones de los conceptos, y acabó deduciendo correctamente que debía calcularse el área.

- b) Considerando la Pirámide de Kefrén en Guiza, que sabemos que tiene una altura de 143.5 metros y la longitud de cada lado mide 215.3 metros. Entonces supongamos que cada bloque de piedra pesa aproximadamente 2.7 toneladas. ¿Cuál sería el peso total de la pirámide?

De nuevo, surgieron dificultades y errores parecidas al problema anterior, al confundir la altura y apotema de la pirámide (Barrantes López y Zapata Esteves, 2008). Por otro lado, tuvieron dificultades al comprender que debían realizar el teorema de Pitágoras para hallar la altura del lado de la pirámide. Sin embargo, aquí si fueron capaces de comprender que debía hallarse el volumen, y cómo se realizaba este cálculo. Por otra parte, resultaron útiles los modelos manipulativos para recordar que el volumen de una pirámide correspondía a un tercio del prisma de su misma base.

En la sesión 4, se plantearon los siguientes ejercicios sobre la torre de Pisa:

- a) La Torre de Pisa, que está ubicada en Italia, requiere un mantenimiento regular para proteger su superficie de mármol y prevenir así la erosión. Si sabemos que la altura de la torre es de 55.86 metros y el diámetro de la base es aproximadamente 15.48 metros, y supongamos que es un cilindro perfecto, sin tener en cuenta su inclinación. Si sabemos que la pintura cubre 10 metros cuadrados por litro, ¿cuántos litros de pintura serán necesarios para cubrir la torre?

En este ejercicio, fueron capaces de comprender que se debía realizar el área, ya que se habían realizado problemas anteriores similares. Cabe destacar que también fueron capaces de realizar de forma independiente el área y calcular el precio final.

- b) Si quisiéramos llenar la Torre de Pisa completamente de agua, asumiendo que se quedase dentro de la misma, ¿cuánto volumen de agua sería necesario, considerando los datos del ejercicio anterior?

El alumnado fue capaz de realizar este ejercicio sin ninguna dificultad, debido a que se comprendió que debía calcularse el volumen, y sabían encontrar los elementos necesarios para calcularlo, además de realizar dicho cálculo.

En la sesión 6, se propone el siguiente ejercicio sobre la cúpula:

La Basílica de San Pedro, es un templo católico ubicado en la Ciudad del Vaticano y es uno de los edificios más grandes del mundo. Sabemos que tiene una cúpula central, que fue pintada por Giuseppe Cesari y tiene una altura aproximada de 136.6 metros y cuyo diámetro mide 42 metros. Si suponemos que la pintura utilizada cubre 11 metros cuadrados por litro, ¿cuántos litros de pintura tuvo que usar Giuseppe para pintarla?

En este ejercicio, surgió un primer error que consistía en no comprender que debían dividir entre dos el área de la esfera, ya que sólo se pide el área de la cúpula, que corresponde a media esfera. Además, surgió un segundo error debido a que la base de la media esfera no era necesaria calcularla, ya que no debería estar cerrada la cúpula. Ambos son errores de comprensión lectora y de deducción lógica.

En la sesión 8, se realizaron diseños de monumentos malagueños en la herramienta digital de diseño 3D Tinkercad. A modo de ejemplo, podemos ver en la figura 16 una versión simplificada del teatro romano de Málaga, donde se mostraría un diseño del monumento real para posteriormente realizar una construcción.

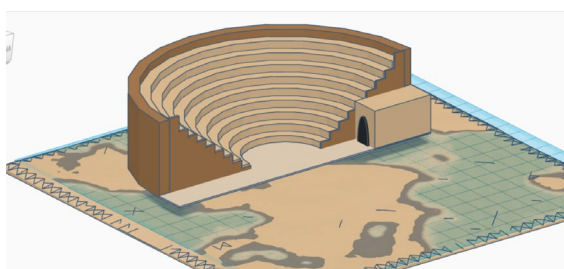


Figura 16. Versión simplificada del teatro romano de Málaga, realizado en Tinkercad.

Fuente: elaboración propia.

En la sesión 9, se realizaron las construcciones de los monumentos malagueños. Para ello, podemos encontrar a modo de ejemplo la figura 17, que podría ser la construcción, utilizando cartones reciclados, del diseño anterior.



Figura 17. Ejemplo de una posible construcción de una maqueta de un teatro.

Fuente: Morato Vitto, J. (2010). *Maqueta de Teatro Griego*. THEDU.⁴

⁴ <https://healthytips.thcds.com/thc/maqueta-de-teatro-griego.html>

En cuanto a la puesta en práctica de la metodología ABP durante la realización de la situación de aprendizaje, al estar el proyecto contextualizado y mostrar una narrativa y un hilo conductor a lo largo de todas las actividades, se observó un aumento significativo de la motivación del alumnado durante todo el proceso. Esto quedó reflejado a la hora de afrontar los retos planteados y el producto final, ya que fueron capaces de expresar y compartir ideas lógico-matemáticas, negociar posibles soluciones partiendo incluso de opiniones confrontadas hasta llegar a un consenso, desarrollando así estas habilidades, como señalaba en su experiencia Leiva Sánchez (2016). Por otro lado, el alumnado partía de una metodología tradicional por lo que los primeros días tuvieron que afrontar un periodo de adaptación para su inmersión en el proyecto, participando colaborativamente y expresando sus ideas. A pesar de que la preparación de este tipo de proyectos requiere un tiempo de diseño y planificación por parte del profesorado, los resultados muestran la implicación del alumnado en el mismo y en su propio aprendizaje. Las construcciones finales realizadas donde se explicitan los conocimientos matemáticos adquiridos interdisciplinariamente demuestran el enriquecimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje.

6. Conclusiones

Los objetivos principales del diseño y puesta en práctica de esta Situación de Aprendizaje en geometría trataban de relacionar las matemáticas con otras disciplinas y de implicar y motivar al alumnado en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. De esta forma en esta experiencia interdisciplinar con un enfoque STEAM-H se muestra que la incomunicación y la falta de relación no debería darse entre las asignaturas, como ya señalaban Infante Infante y Gabardón de la Banda (2015). Por otro lado, y de acuerdo con lo que exponen en su estudio González Castro et al. (2023) un aprendizaje positivo hace que el cerebro se emocione produciéndose motivación en el proceso. Luego el objetivo de esta experiencia, además del aprendizaje matemático, ha sido promover emociones en el aula, generando interés genuino por el contenido enseñado (Quintanilla Batallanos y Gallardo Romero, 2020). Por tanto, la combinación del uso de herramientas TIC y recursos manipulativos, utilizándose como complementos del aprendizaje, ha permitido que el alumnado desarrolle sus habilidades en base al descubrimiento propio y autónomo (Gutiérrez, 2023). Esto se ha traducido en nuestra propuesta en el despertar la curiosidad sobre el tema mostrado, provocando un interés espontáneo y natural en la misma, provocando la atención del estudiante de forma activa y sostenida, lo que ha logrado un aprendizaje efectivo (Meneses Granados, 2020). Esta experiencia puede ser replicada en cualquier grupo clase.

Bibliografía

- Álvarez-Herrero, J.F. (2022). Metodologías activas entre el profesorado STEM de secundaria. Uso y percepciones. *Revista Internacional de Humanidades*, 11(5), 2-9. <https://doi.org/10.37467/revhuman.v11.3860>
- Arteaga-Marín, M., Sánchez-Rodríguez, A., Olivares-Carrillo, P., y Maurandi-López, A. (2022). Revisión sistemática y propuesta para la implementación de metodologías activas en la educación STEM. *Revista EDUCATECONCIENCIA*, 30(36), 35-76. <https://doi.org/10.58299/edu.v30i36.533>
- Barrantes López, M., Balletbo Fernández, I., y Fernández Leno, M. A. (2013). La enseñanza-aprendizaje de la Matemática (Geometría) en Educación Secundaria en la última década. *Revista de la Sociedad Argentina de Educación Matemática*, 56, 41-50.
- Barrantes López, M. y Zapata Esteves, M.A. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto*, 27(1), 55-71.
- Blanco Sandía, M.A., y Martínez-Azúa, B. C. (2014). La interdisciplinariedad como estrategia metodológica para la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. *Anales de ASEPUMA*, 22(2), 1-25.
- Cagua Gómez, B. (2022). La Maqueta como Recurso Didáctico para la Enseñanza de Matemática en Arquitectura. *INGENIO*, 5(2), 24-30. <https://doi.org/10.29166/ingenio.v5i2.4083>

- Castro-Castellanos, F. R., y Rodríguez-Romero, L. A. (2023). STEM para el desarrollo de competencias transversales. *Revista Colombiana de Computación*, 24 (1). <https://doi.org/10.29375/25392115.4578>
- Corica, A. R. (2022). El estudio interdisciplinar de la matemática en la escuela secundaria y la formación de profesores. *Revista de Educación*, 25(1), 269-292.
- Fernández Olivares, M. D., y Dans Álvarez de Sotomayor, I. (2022). Las TIC para enseñar ¿también en Matemáticas?. *Cuaderno De Pedagogía Universitaria*, 19(38), 109-119. <https://doi.org/10.29197/cpu.v19i38.466>
- Flores, P., Ramírez, R., y del Río, A. (2015). Sentido Espacial. En P. Flores y L. Rico (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria* (pp. 127-146). Madrid: Pirámide.
- García Tort, E. (2024). Las STEM en la Educación Secundaria Obligatoria: un análisis comparativo. *Atenas*, 62, 1-11.
- González Castro, J. C. A., Corrales Félix, G. L., y Morquecho Sánchez, R. (2023). La motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(1), 3922-3938. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4708
- Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿Y en la investigación?. En M.M. Moreno, A., Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 21-68). SEIEM.
- Guillén Soler, G. (2000). Sobre el aprendizaje de conceptos geométricos relativos a los sólidos. Ideas erróneas. *Enseñanza de las Ciencias*, 18(1), 35-53.
- Gutiérrez, L. (2023). Estrategias de enseñanza y aprendizaje de la matemática basadas en el uso de las TIC para el desarrollo de competencias lógico matemáticas en estudiantes de educación básica secundaria. *Revista Digital De Investigación Y Postgrado*, 4(7), 73-93. <https://doi.org/10.59654/50fnvs10>
- Gutiérrez, Á., y Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 32, 55-70. <https://doi.org/10.17227/ted.num32-1859>
- Gutiérrez, Á., y Jaime, A. (2015). Análisis del aprendizaje de geometría espacial en un entorno de geometría dinámica 3-dimensional. *PNA*, 9(2), 53-83. <https://doi.org/10.30827/pna.v9i2.6106>
- Hilario Bacilio, G. M. (2021). Aprendizaje basado en proyectos mediados por Tic para desarrollar competencias matemáticas en estudiantes de secundaria. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 5(4), 5617-5646. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i4.711
- Infante Infante, J.M., y Gabardón de la Banda, J.F. (2015). Enseñanza interdisciplinar en Geometría y Ciencias Sociales. Experiencia educativa en formación del profesorado sobre un edificio gótico-mudéjar. *Escuela Abierta*, 18, 109-136.
- Leiva Sánchez, F. (2016). ABP como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico matemático en alumnos de educación secundaria. *Sophia, colección de Filosofía de la Educación*, 21(2), 209-224. <https://doi.org/10.17163/soph.n21.2016.09>
- López Iborra, L., y Guillén Soler, G. (2009). La exploración con espejos y la enseñanza de la geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. Sobre competencias de los alumnos y sus procesos cognitivos. Estudio exploratorio. En *Investigación en educación matemática XIII* (pp. 273-284). SEIEM.
- Meneses Granados, N. (2020). Neuroeducación. Sólo se puede aprender aquello que se ama, de Francisco Mora Teruel. *Perfiles educativos*, 41(165), 210-216. <https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2019.165.59403>
- Mirta Giarrizzo, A. (2021). La enseñanza de la Geometría en la Escuela Secundaria. Materiales didácticos para favorecer el estudio de figuras o cuerpos geométricos. *Revista de Educación Matemática*, 36(2), 47-66.
- Moral-Sánchez, S. N., Sánchez-Compañía, M. T., y Romero-Albaladejo, I. (2023). Uso de realidad virtual en Geometría para el desarrollo de habilidades espaciales. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 41(1), 125-147. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5442>



- Orden de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y a las diferencias individuales, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determina el proceso de tránsito entre las diferentes etapas educativas. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, núm 104, 2 de junio de 2023, pp. 9727/1-9727/289.
- Pertusa Mirete, J. (2020). Metodologías activas: la necesaria actualización del sistema educativo y la práctica docente. *Revista de Educación e Inspección: Supervisión*, 56(56), 1-21.
- Quintanilla Batallanos, V. A. y Gallardo Romero, J. (2020). Identificar experiencias emocionales para mejorar la comprensión en matemáticas. *UNO*, 88, 24-33.
- Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. *Boletín Oficial del Estado*, núm 76, 30 de marzo de 2022, pp. 41571-41789.
- Ruiz Hidalgo, D., y Ortega-Sánchez, D. (2022). El Aprendizaje Basado en Proyectos: una revisión sistemática de la literatura (2015-2022). *Human Review: Revista Internacional de Humanidades*, 14(6), 2-14. <https://doi.org/10.37467/revhuman.v11.4181>
- Santillán Aguirre, J.P., Cadena Vaca, V. C., y Cadena Vaca, M. (2019). Educación Steam: entrada a la sociedad del conocimiento. *Ciencia digital*, 3(34), 212-227. <https://doi.org/10.33262/cienciadigital.v3i3.4..847>
- Santillán-Aguirre, J.P., Santos-Poveda, R.D., Jaramillo-Moyarno, E.M., y Cadena-Vaca, V.D.C. (2020). STEAM como metodología activa de aprendizaje en la educación superior. *Polo del Conocimiento*, 5(8), 467-192.
- Santos Guerra, M. Á. (2021). La evaluación como aprendizaje: la fertilidad del error. En R. Y. Malagón Ruiz (Ed.), *Evaluación y aprendizaje en contextos lasallistas: Experiencias docentes* (pp. 43–76). Ediciones Unisalle. <https://doi.org/10.19052/978-958-5148-91-8>
- Sua Flórez, C., y Camargo Uribe, L. (2019). Geometría dinámica y razonamiento científico: Dúo para resolver problemas. *Educación matemática*, 31(1), 7-37. <https://doi.org/10.24844/EM3101.01>

Luna Ruiz-Delgado. Graduada en Matemáticas y en el Máster en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, especialidad de matemáticas, por la Universidad de Málaga. Email: luna@uma.es

Silvia-Natividad Moral-Sánchez. Doctora en Didáctica de la Matemática, Profesora en el Departamento de Didáctica de la Matemática, de las CCSS y de las CEEE, Facultad de Ciencias de la Educación (Universidad de Málaga). Email: silviamoral@uma.es.