

Bolas de fuego y matemáticas

La Red de Bóolidos y Meteoros UMA/SMA

TODAS LAS IMÁGENES Y
FOTOGRAFÍAS, SALVO
QUE SE INDIQUE LO
CONTRARIO, SON DE
ELABORACIÓN PROPIA.

Alberto Castellón

Universidad de Málaga

Unidad Asociada del Instituto de Astrofísica de Andalucía en la UMA

Sociedad Malagueña de Astronomía

Observatorio Astronómico del Torcal

Bolas de fuego y matemáticas

La Red de Bóolidos y Meteoros UMA/SMA

- * Meteoros y meteoroides
- * Lluvias de estrellas
- * Bolas de fuego y meteoritos
- * Observación de meteoros
- * La Red UMA/SMA
- * Matemáticas para meteoros

Meteoros y meteoroides

(origen)

Los meteoros pueden proceder del tubo meteórico de un cometa

Meteoros y meteoroides

(origen)

De la Luna, un planeta o un asteroide por una carambola cósmica

Meteoros y meteoroides

(origen)

O incluso por un asteroide que cruza su órbita
con la de nuestro planeta

Meteoros y meteoroides

(origen)

* Activación de un cometa

Meteoros y meteoroides

(origen)

* Activación de un cometa

Cometa Churiumov-Gerasimenkho (Rosetta 2015)

Meteoros y meteoroides

(origen)

- * Activación de un cometa
- * Fragmentación por fuerzas de marea

Meteoros y meteoroides

(origen)

- * Activación de un cometa
- * Fragmentación por fuerzas de marea

Meteoros y meteoroides

(origen)

- * Activación de un cometa
- * Fragmentación por fuerzas de marea (límite de Roche)

Meteoros y meteoroides

(origen)

- * Activación de un cometa
- * Fragmentación por fuerzas de marea (límite de Roche)
- * Excesiva velocidad de rotación (fisión rotacional)

Cometa LINEAR D/1994 S4 (Hubble 08/2000)

Meteoros y meteoroides

(origen)

- * Activación de un cometa
- * Fragmentación por fuerzas de marea (límite de Roche)
- * Excesiva velocidad de rotación (fisión rotacional)
- * Colisiones cataclísmicas

Meteoros y meteoroides

(origen)

- * Activación de un cometa
- * Fragmentación por fuerzas de marea (límite de Roche)
- * Excesiva velocidad de rotación (fisión rotacional)
- * Colisiones cataclísmicas

Objeto P/2010 A2 (Hubble 01/2000)

Meteoros y meteoroides

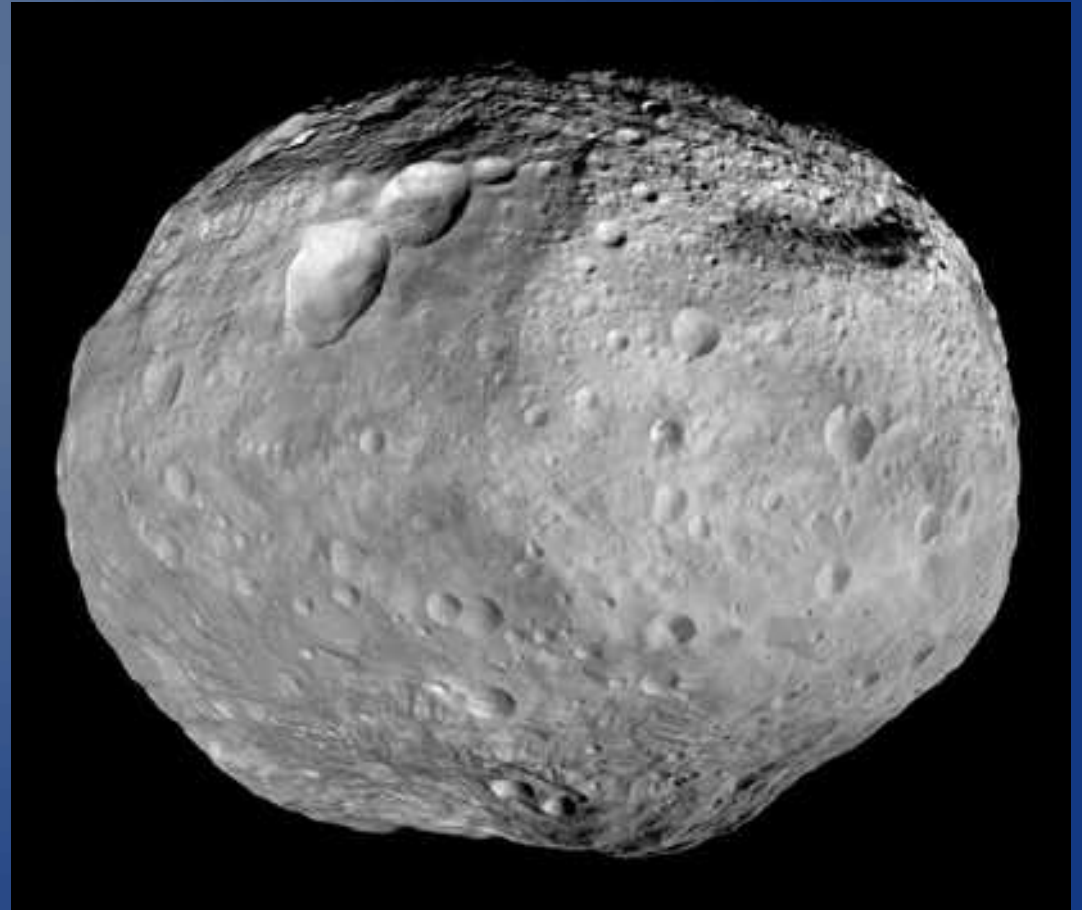
(origen)

- * Activación de un cometa
- * Fragmentación por fuerzas de marea (límite de Roche)
- * Excesiva velocidad de rotación (fisión rotacional)
- * Colisiones cataclísmicas

Meteoros y meteoroides

(origen)

- * Activación de un cometa
- * Fragmentación por fuerzas de marea (límite de Roche)
- * Excesiva velocidad de rotación (fisión rotacional)
- * Colisiones cataclísmicas



De NASA/JPL-Caltech/UCAL/MPS/DLR/IDA - Full View of Vesta, Dominio público,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=21398018>

Meteoros y meteoroides

(Relevancia de su estudio)

Formación del sistema solar

Meteoros y meteoroides

(Relevancia de su estudio)

Nacimiento del Sistema Solar



Colapso de la nebulosa primordial: hace 4570 millones de años.

Modelo de mínima masa: Sol, más del 99% de la masa nebular.

Disco protoplanetario: 1%

Formación de primeros planetesimales:

Acresión de polvo fino, inclusiones de Ca-Al y cóndrulos.

Formación del sistema solar

Meteoros y meteoroides

(Relevancia de su estudio)

Objetos diferenciados

Objetos no diferenciados

Meteoros y meteoroides

(Relevancia de su estudio)

Conocimiento de la distribución de material
en el espacio interplanetario

Meteoros y meteoroides

(Relevancia de su estudio)

Prevención de posibles colisiones

Lluvias de estrellas

(apariencia)

El radiante da nombre a la lluvia: Perseidas, Gemínidas, Leónidas...

Lluvias de estrellas

(apariencia)

El radiante da nombre a la lluvia: Perseidas, Gemínidas, Leónidas...

En ocasiones tienen “apellido”: η -Acuáridas, Táuridas-Sur

Lluvias de estrellas

(apariencia)

El radiante da nombre a la lluvia: Perseidas, Gemínidas, Leónidas...

Una familia de lluvias menores se agrupó bajo el nombre de Antihelio

En ocasiones tienen “apellido”: η -Acuáridas, Táuridas-Sur

Lluvias de estrellas

(terminología)

* Radiante: Lugar aparente del que parecen provenir los meteoros

Lluvias de estrellas

(apariencia)

* Radiante: Lugar aparente del que parecen provenir los meteoros

* THZ: Tasa máxima por hora con el radiante en el zenit

Lluvias de estrellas

(apariencia)

* Radiante: Lugar aparente del que parecen provenir los meteoros

* THZ: Tasa máxima por hora con el radiante en el zenit

* Índice poblacional: proporción entre meteoros según su brillo

Lluvias de estrellas

(Radiante)

* El radiante varía
con la fecha

Lluvias de estrellas

(Radiante)

- * El radiante varía con la fecha
- * El del Antihelio es muy largo

Lluvias de estrellas

(Radiante)

- * El radiante varía con la fecha
- * El del Antihelio es muy largo
- * No son puntuales, sino que abarcan cierta superficie de la esfera celeste
- * Los más extensos son los del Antihelio y los de las Táuridas Norte y Sur

Lluvias de estrellas

(THZ)

* Lluvias mayores
(THZ >10)

* Lluvias menores
(THZ ≤ 10)

Lluvias de estrellas (THZ)

* Lluvias mayores
(THZ >10)

* Lluvias menores
(THZ ≤ 10)

Leónidas de 1899 desde
Hudson, Canadá. THZ mayor de
25.000

Lluvias de estrellas (THZ)

* Lluvias mayores
(THZ >10)

* Lluvias menores
(THZ ≤ 10)

Leónidas 15/11/2015
Monument Valley
Sean M. Sabatini
6 exposiciones de 30 segundos

Lluvias de estrellas

(THZ)

* Lluvias mayores
(THZ >10)

* Lluvias menores
(THZ ≤ 10)

Lluvias de estrellas

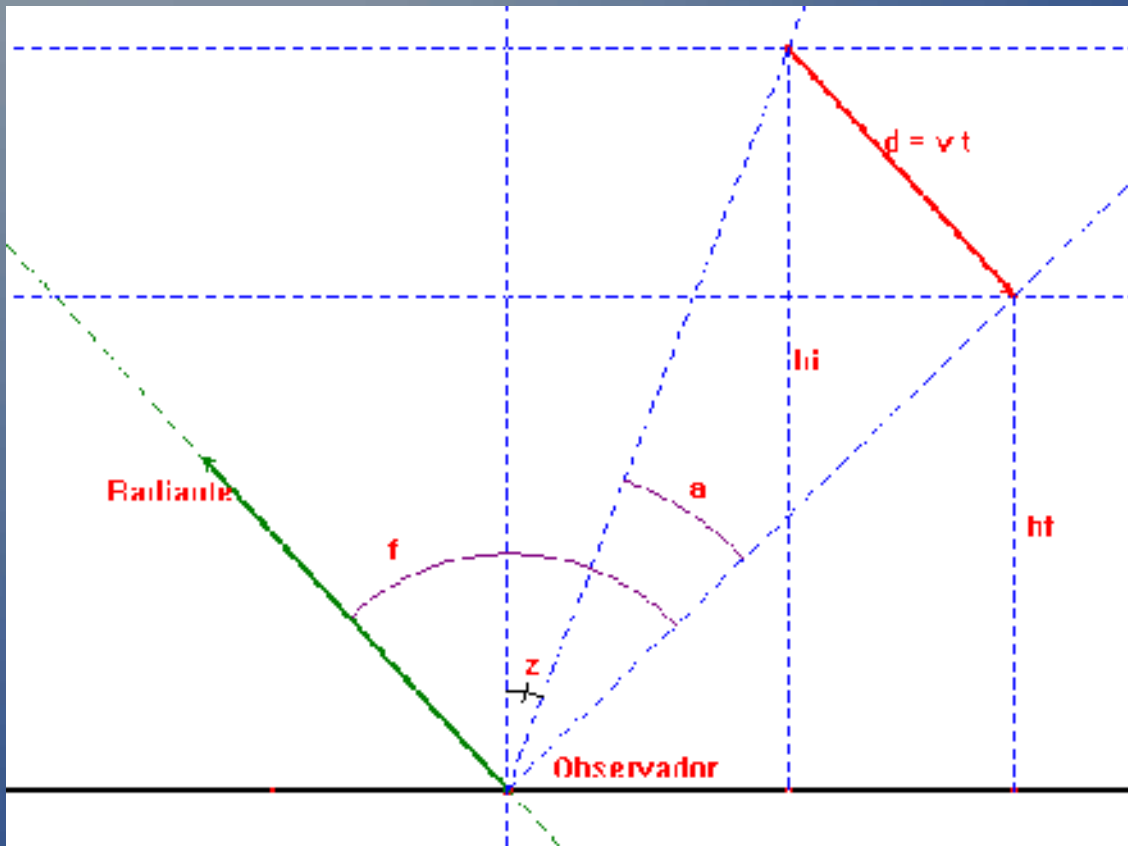
(THZ)

* Lluvias mayores
(THZ >10)

* Lluvias menores
(THZ ≤ 10)

* Longitud del trazo y
visibilidad dependen
de la posición relativa
del radiante respecto
del observador

Lluvias de estrellas (THZ)



$$\omega = \frac{v a \cos(z) \sin(f)}{hi}$$

* Lluvias mayores
(THZ > 10)

* Lluvias menores
(THZ ≤ 10)

* Longitud del trazo y
visibilidad dependen
de la posición relativa
del radiante respecto
del observador

* La velocidad
angular depende de
la velocidad lineal y
de la posición en el
cielo

Lluvias de estrellas

(cuerpos progenitores)

Lluvia	Cuerpo progenitor
η -Acuáridas	1P/Halley
Perseidas	109P/Swift-Tuttle
Oriónidas	1P/Halley
Táuridas	2P/Enke
α -Capricórnidas	169P/NEAT
Gemínidas	3200 Phaeton

Lluvias de estrellas

(otras características)

* El rango más frecuente de alturas de inicio del meteoro está entre los 110Km los 70Km. El rango del final, entre los 80Km y los 50Km.

Lluvias de estrellas

(otras características)

* El rango más frecuente de alturas de inicio del meteoro está entre los 110Km los 70Km. El rango del final, entre los 80Km y los 50Km.

* El rango de velocidades oscila entre los 16Km/s y los 76Km/s (57.600Km/h y 273.600Km/h)

Lluvias de estrellas

(otras características)

- * El rango más frecuente de alturas de inicio del meteoro está entre los 110Km los 70Km. El rango del final, entre los 80Km y los 50Km.
- * El rango de velocidades oscila entre los 16Km/s y los 76Km/s (57.600Km/h y 273.600Km/h)
- * Muy alto rango de brillos (dependiendo de la velocidad, la distancia a la que se observa y la composición). Bólidos: Más brillantes que Venus. Bolas de fuego: Más brillantes que la Luna llena

Lluvias de estrellas

(otras características)

- * El rango más frecuente de alturas de inicio del meteoro está entre los 110Km los 70Km. El rango del final, entre los 80Km y los 50Km.
- * El rango de velocidades oscila entre los 16Km/s y los 76Km/s (57.600Km/h y 273.600Km/h)
- * Muy alto rango de brillos (dependiendo de la velocidad, la distancia a la que se observa y la composición). Bólidos: Más brillantes que Venus. Bolas de fuego: Más brillantes que la Luna llena
- * Un meteoróide puede tener desde solo fracciones de gramo de masa hasta varios miles de kilogramos.

Bolas de fuego y meteoritos

(termilonogía)



Bolas de fuego y meteoritos

(termilonogía)



* Cuando una bola de fuego penetra en la atmósfera hasta una altura muy baja, puede producir un meteorito.

Bolas de fuego y meteoritos

(termilonogía)



* Cuando una bola de fuego penetra en la atmósfera hasta una altura muy baja, puede producir un meteorito.

* Altura inicial: 88Km

Bolas de fuego y meteoritos

(terminología)



- * Cuando una bola de fuego penetra en la atmósfera hasta una altura muy baja, puede producir un meteorito.
- * Altura inicial: 88Km
- * Altura final: 20Km

Bolas de fuego y meteoritos

(termilonogía)



- * Cuando una bola de fuego penetra en la atmósfera hasta una altura muy baja, puede producir un meteorito.
- * Altura inicial: 88Km
- * Altura final: 20Km
- * Masa: 4.3Kg

Bolas de fuego y meteoritos

(termilonogía)

* Algunos se ven incluso de día (Cheliabynsk, 15/02/2013)

Bolas de fuego y meteoritos

(terminología)

Superbólide de Chelyabinsk, Rusia, 15 febrero 2013

4.000 – 6.000 kg de meteoritos

Un fragmento de 650 Kg

Explotó a 20.000 m de altura

$D = 15 \text{ m} \times 17 \text{ m}$

$m = 10.000$ toneladas

$v = 64.000 \text{ Km/h}$

Origen: Cinturón de asteroides

* Algunos se ven incluso de día (Cheliabynsk, 15/02/2013)

Bolas de fuego y meteoritos

(terminología)

Superbólide de Chelyabinsk, Rusia, 15 febrero 2013

4.000 - 6.000 kg de meteoritos

Un fragmento de 650 Kg

Explotó a 20.000 m de altura

$D = 15 \text{ m} \times 17 \text{ m}$

$m = 10.000$ toneladas

$v = 64.000 \text{ Km/h}$

Origen: Cinturón de asteroides

Frecuencia de bólidos:

- Para diámetros de 1 m \approx 50 al año
- Para diámetros de 5 m \approx 1 al año

* Algunos se ven incluso de día (Cheliabynsk, 15/02/2013)

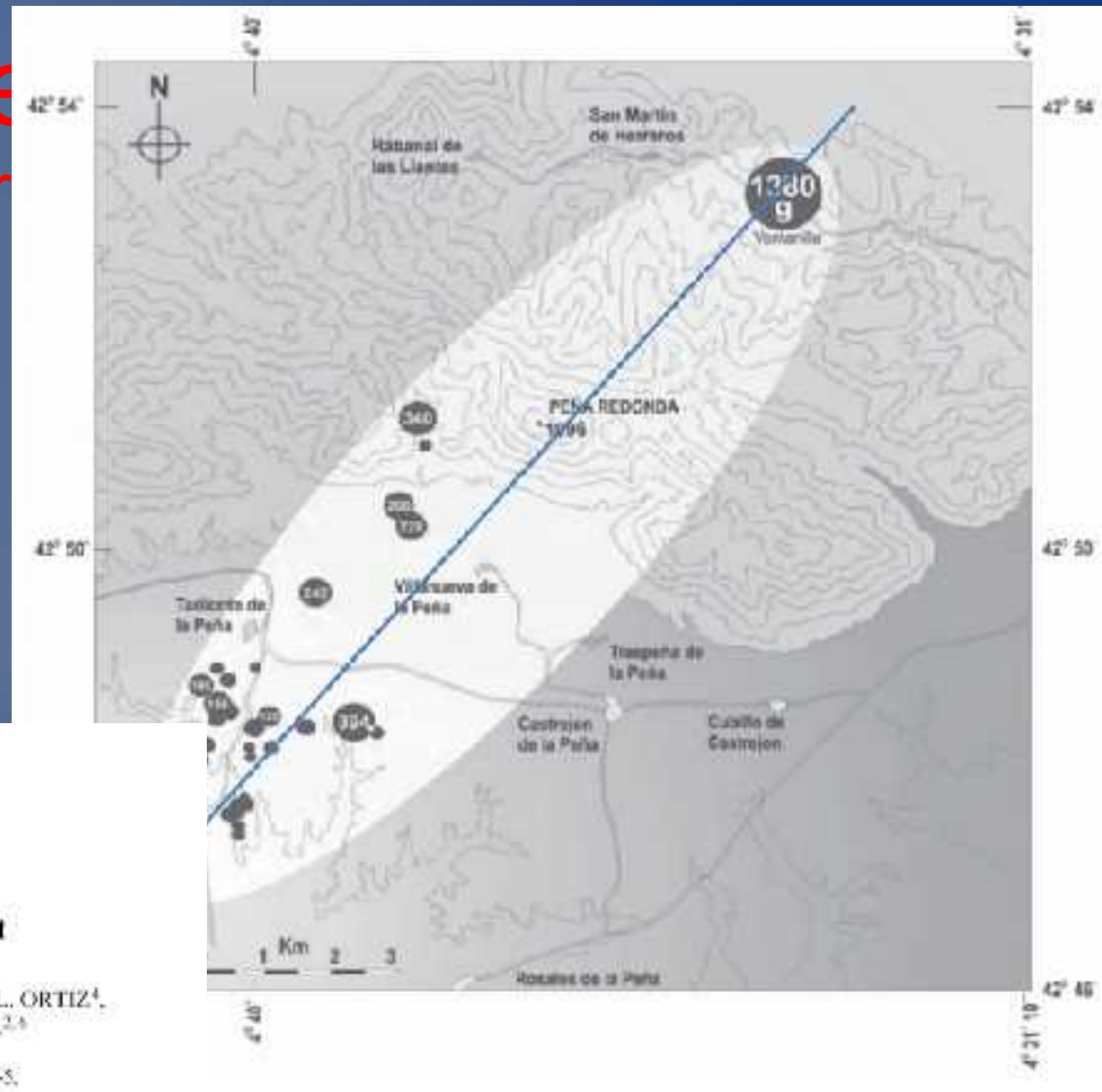
Bolas de fuego y meteoritos

(terminología)



* Elipse de distribución

Bolas de fuego (terrestres)



Meteoritics & Planetary Science 41, Nr 4, 505-517 (2006)
Abstract available online at <http://meteoritics.org>

The Villalbeto de la Peña meteorite fall: II. Determination of atmospheric trajectory and orbit

Josep M. TRIGO-RODRÍGUEZ^{1,2*}, Jiří BOROVIČKA³, Pavel SPURNÝ³, José L. ORTIZ⁴,
José A. DOCOBO⁵, Alberto J. CASTRO-TIRADO⁶, and Jordi LLORCA^{3,7}

¹Institut de Ciències de l'Espai (ICE-CSIC), Campus UAB, Facultat de Ciències, Torre C-5,
parells, 2a planta, 08193 Bellaterra (Barcelona), Spain

²Institut d'Estudis Espacials de Catalunya (IEEC), Ed. Nexus, Gran Capità 2-4, 08034 Barcelona, Spain

³Astronomical Institute of the Academy of Sciences, Ondřejov Observatory, Czech Republic

⁴Instituto de Astrofísica de Andalucía (IAA-CSIC), P.O. Box 3004, 18080 Granada, Spain

⁵Observatorio Astronómico Ramón María Aller, Universidad de Santiago de Compostela, Spain

⁶Institut de Tècniques Energètiques, Universitat Politècnica de Catalunya, Diagonal 647, 08028 Barcelona, Spain

*Corresponding author. E-mail: trigo@ieec.fer.es

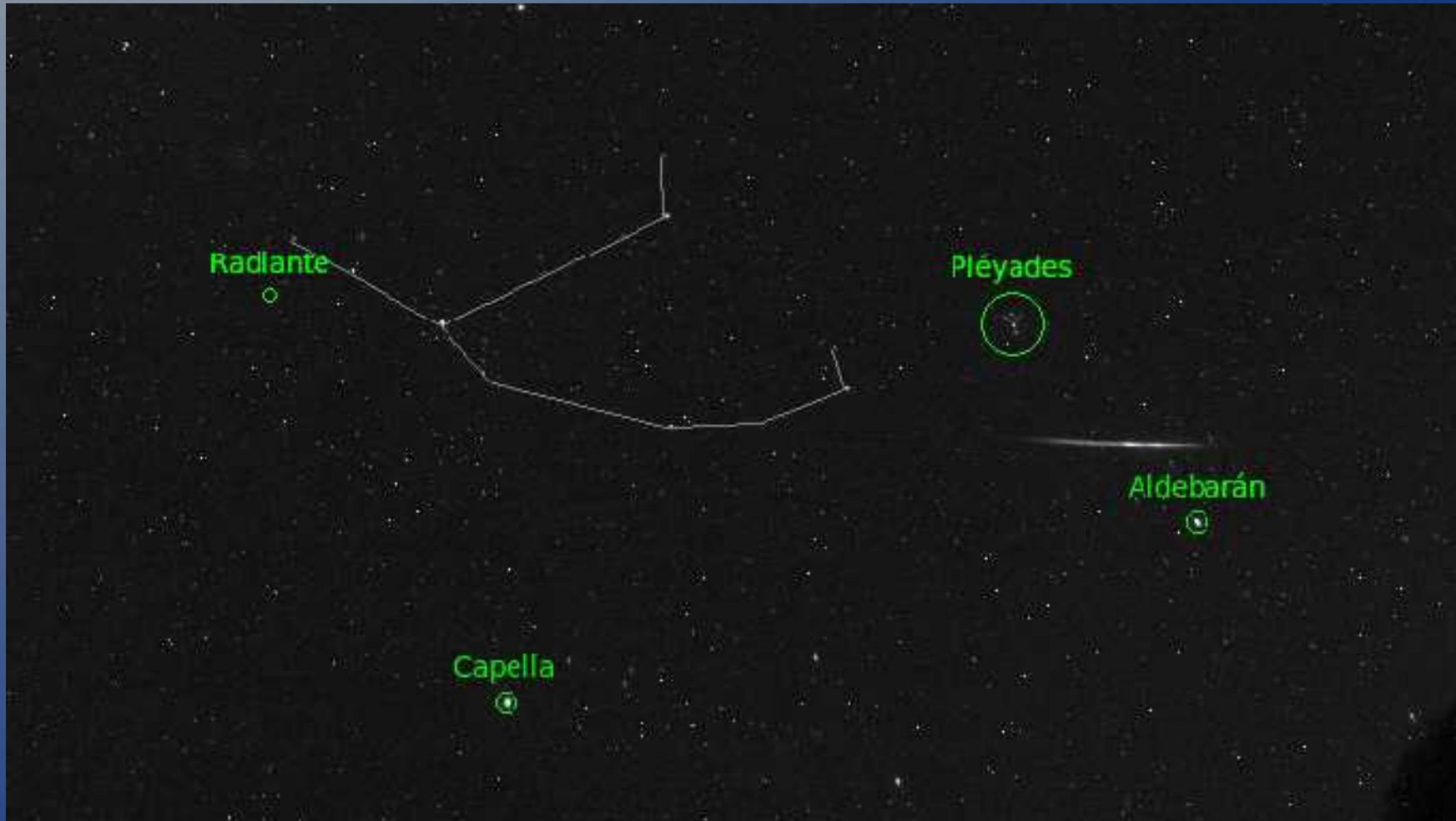
(Received 23 April 2005; revised accepted 1 November 2005)

Abstract—The L6 ordinary chondrite Villalbeto de la Peña fall occurred on January 4, 2004, at 16:46:45 ± 2 s UTC. The related daylight fireball was witnessed by thousands of people from Spain, Portugal, and southern France, and was also photographed and videotaped from different locations of León and Palencia provinces in Spain. From accurate astrometric calibrations of these records, we

ribución

Observación de meteoros

(información a obtener)



Perseida captada el 12/08/2016 por BOOTES-2, Algarrobo (Málaga)

Observación de meteoros

(información a obtener)

¿Que datos se pueden recabar?

- Trayectoria aparente
- Trayectoria atmosférica
- Brillo / tamaño / masa
- Procedencia
- Composición



Observación de meteoros

(información a obtener)

¿Que datos se pueden recabar?

- Trayectoria aparente
- Trayectoria atmosférica
- Brillo / tamaño / masa
- Procedencia
- Composición

Dificultades

- Condiciones meteorológicas
- Brevidad del suceso
- Subjetividad
- Identificación

Radante

Pléyades

Aldebarán

Capella

Observación de meteoros

(método visual)

- * Aficionados a la astronomía

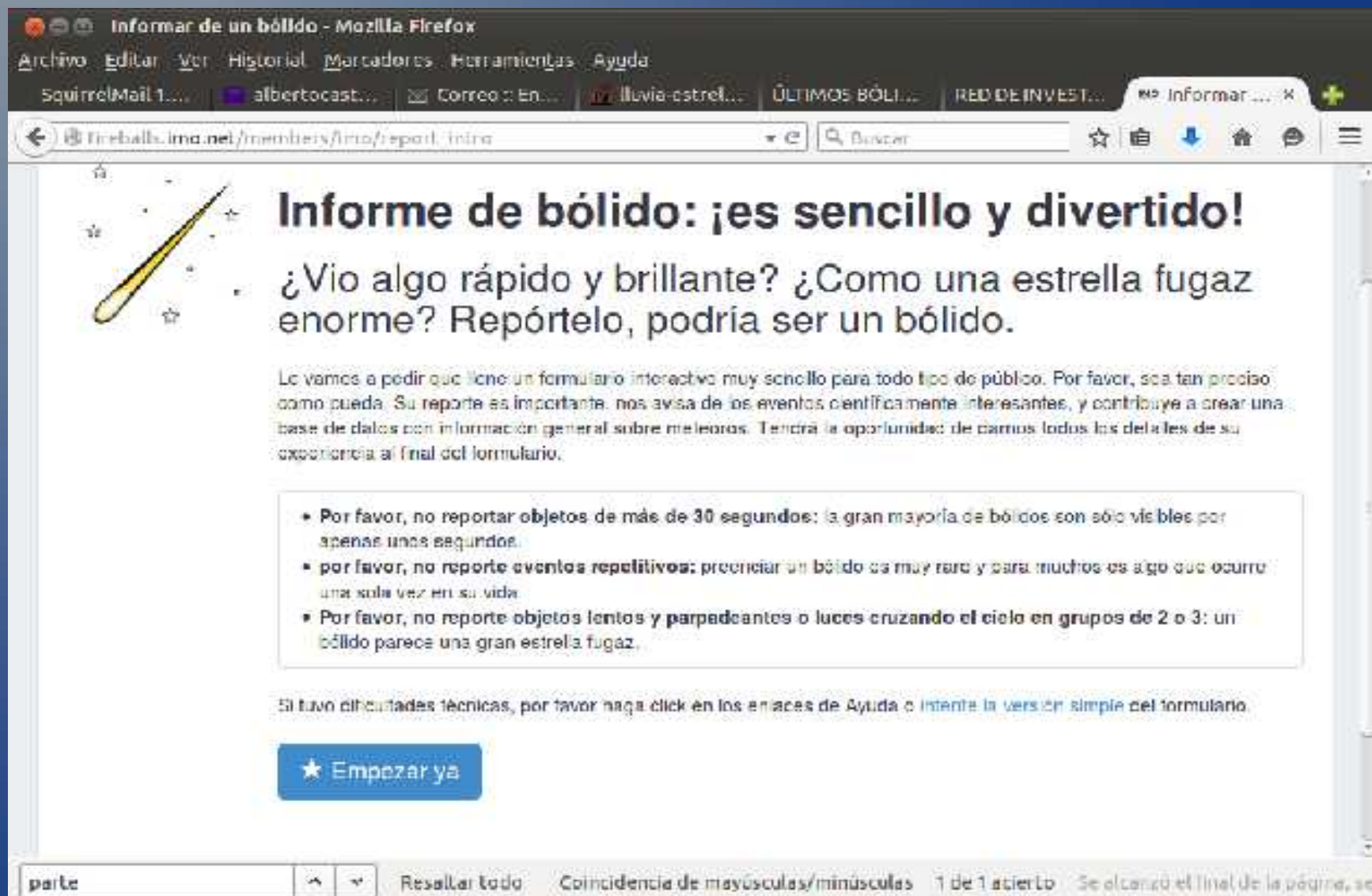
- * Subjetividad

- * Meteoros débiles o a horas

no usuales

- * Datos aprovechables

Observación de meteoros (método visual)




Informe de un bólido - Mozilla Firefox

Archivo Editar Ver Historial Marcadores Herramientas Ayuda

SquirrelMail 1... albertocast... Correo: En... lluvia-estrel... ÚLTIMOS BÓLI... RED DE INVEST... Informe ... X

fireballs.lma.net/members/lma/report.html



Informe de bólido: ¡es sencillo y divertido!

¿Vio algo rápido y brillante? ¿Como una estrella fugaz enorme? Repórtelo, podría ser un bólido.

Le vamos a pedir que llene un formulario interactivo muy sencillo para todo tipo de público. Por favor, sea tan preciso como pueda. Su reporte es importante: nos avisa de los eventos científicamente interesantes, y contribuye a crear una base de datos con información general sobre meteoros. Tendrá la oportunidad de darnos todos los detalles de su experiencia al final del formulario.

- Por favor, no reportar objetos de más de 30 segundos: la gran mayoría de bólidos son sólo visibles por apenas unos segundos.
- por favor, no reporte eventos repetitivos: percibir un bólido es muy raro y para muchos es algo que ocurre una sola vez en su vida.
- Por favor, no reporte objetos lentos y parpadeantes o luces cruzando el cielo en grupos de 2 o 3: un bólido parece una gran estrella fugaz.

Si tuvo dificultades técnicas, por favor haga click en los enlaces de [Ayuda](#) o [intente la versión simple](#) del formulario.

★ Empezar ya

parte ↕ Resaltar todo Coincidencia de mayúsculas/minúsculas 1 de 1 cierto Se alcanzó el final de la página, se

Observación de meteoros (método visual)

Informar de un bólido - Mozilla Firefox

Archivo Editar Ver Historial Marcadores Herramientas Ayuda

SquirrelMail 1... albertocast... Correo : En... lluvia-estrel... ÚLTIMOS BÓLI... lluvia-estrel... Informar ... X

Fireballs.ima.net/members/ima/spot


1 / 12

¿En dónde vio el bólido?

Introduzca la dirección más próxima al lugar donde vio el bólido. Cuanto más preciso sea, más relevantes serán sus datos.
[¿Necesita ayuda?](#)

Torca, Calle San Agustín, 9, 29200 Arlesquera, Málaga, España.

Latitud: 37.01677 Longitud: 4.68127 Elevación: 526.0m



parte

Resaltar todo Coincidencia de mayúsculas/minúsculas 1 de 1 acierto Se alcanzó el final de la página, se

Observación de meteoros (método visual)

Informar de un bólido - Mozilla Firefox

Archivo Editar Ver Historial Marcadores Herramientas Ayuda

SquirrelMail 1... albertocast... Correo: en... lluvia-estrel... ÚLTIMOS BOLI... lluvia-estrel... Informar...

Fireballs.imo.net/members/imo/repor... Buscar

IMO INTERNATIONAL METEOR ORGANIZATION

Eventos Reportes **Informar de un bólido** Español Login

2 / 12 **¿Cuándo vio el bólido?**

Fecha en la que vio el bólido

abr1 00 2015

Hora local en la que vio el bólido

00 04

Cambiar a formato de 12 horas (AM/PM)

¿Cuánto duró?

Entre 1 y 2 segundos

Atrás Continuar

developed & maintained by Mike Harkoy, LLC © 2016 translation

parte Resaltar todo Coincidencia de mayúsculas/minúsculas 1 de 1 oculto Se alcanzó el final de la página, se

Observación de meteoros

(detecciones por fotografía y vídeo)



Gemínida desde estación de El Pinillo, Torremolinos (SMA)

Observación de meteoros

(detecciones por fotografía y vídeo)



Bólido rozador desde el OAT (Antequera) del 24-12-2014

Observación de meteoros

(detecciones por fotografía y vídeo)



Bólido desde el OAT (Antequera) del 09/09/2016

La Red UMA/SMA (estaciones)



La Red UMA/SMA

(estaciones)



La Red UMA/SMA

(estaciones)

Entidades colaboradoras:

- * Grupo BOOTES (IAA/CSIC)
- * Junta de Andalucía
- * Fundación Monte Mediterráneo
- * Ayuntamiento de El Viso de Córdoba
- * Universidad de Extremadura
- * Agrupación Astronómica de Vitoria
- * Green Globe, S.L.
- * AstroAras
- * Ayuntamiento de Aras de los Olmos

Colaboradores particulares:

- * Josep Lluís Salto
- * Jordi Lopesino
- * Jaime Zamorano
- * Faustino García
- * Ramón Naves
- * Gustavo Muler
- * Ferrán Grau
- * Julio Castellano
- * Francisco Coloma



La Red UMA/SMA

Equipamiento básico

Objetivo ojo de pez

Cámara CMOS:

* ZWO ASI 120MM

* ZWO ASI 178MM

Controlada por
Raspberry Pi modelos:

* PI-3B

* PI-3B+

* PI-4B

La Red UMA/SMA

(estación de El Torcal)



Funciona sin interrupción desde el 23 de abril del 2014

La Red de la SMA

(estación de El Torcal)



Funciona sin interrupción desde el 23 de abril del 2014

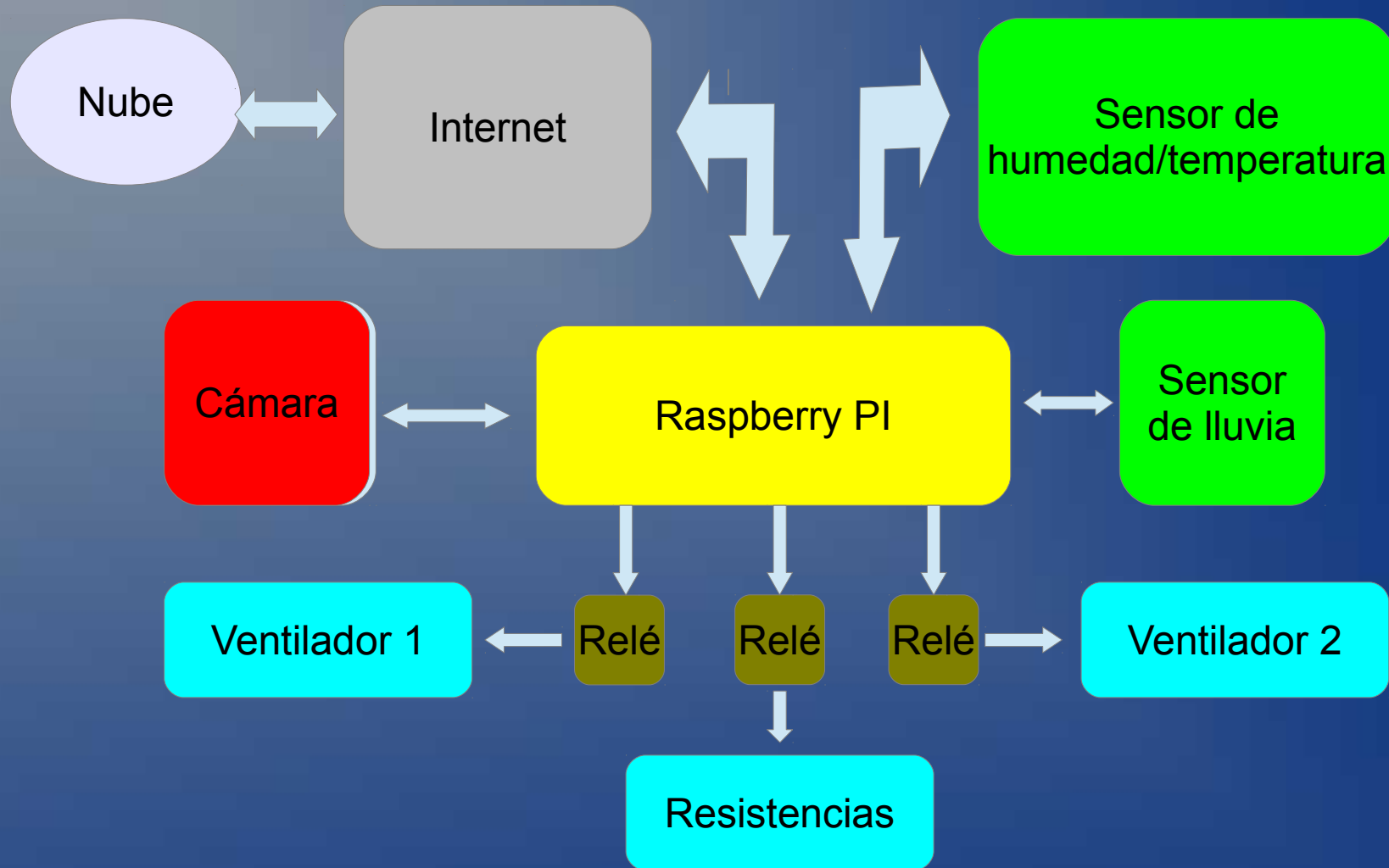
La Red de la SMA

Modelo estándar



La Red UMA/SMA

Esquema



La Red UMA/SMA

Funcionamiento robotizado

¿Está el Sol a más de 10° por debajo del horizonte?

NO:

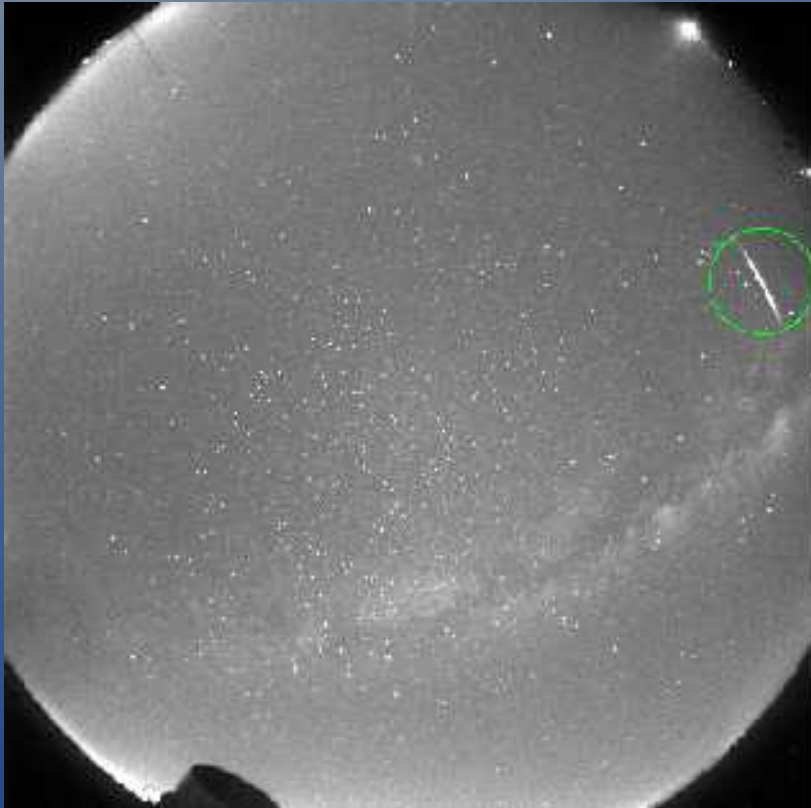
- * Depurar vídeos de detecciones falsas y enviarlos a la nube
- * Refrigerar si y solo si $T > 50^\circ$
- * Rebotar a las 12:15
- * Enviar a la nube informe de ocupación de memoria a las 17:00

SÍ:

- * Tomar una imagen cada 5 minutos y subirla a la nube
- * Grabar un vídeo con marcas de tiempo con cada detección
- * Si T dista menos de 5° del punto de rocío, desempañar
- * Si llueve, no grabar vídeos durante 5 minutos

Matemáticas para meteoros

Conversión directa e inversa
de coordenadas del chip a
Coordenadas celestes



Matemáticas para meteoros

Conversión directa e inversa
de coordenadas
Coord

Condiciones ideales:

- 1) El eje óptico apunta al cenit
- 2) El eje óptico atraviesa el píxel central del chip
- 3) Las distorsiones de la lente son simétricas respecto del eje óptico
- 4) El eje óptico es perpendicular al chip
- 5) El cielo no se mueve durante una captura



Matemáticas para meteoros

Conversión directa e inversa
de coord. de un punto en el
Coord. de un punto en el

Condiciones ideales:

- 1) El eje óptico apunta al cenit
- 2) El eje óptico atraviesa el píxel central del chip
- 3) Las distorsiones de la lente son simétricas respecto del eje óptico
- 4) El eje óptico es perpendicular al chip
- 5) El cielo no se mueve durante una captura



Matemáticas para meteoros

Astrometry with all-sky cameras

Jiří BOROVÍČKA

Astronomical Institute, 251 65 Ondřejov Observatory, Czechoslovakia

A new method of positional reduction of all-sky photographs taking into account the difference of zenith and the centre of projection is presented. The importance of the exact knowledge of the exposure time for the evaluation of meteor photographs is demonstrated.

ASTRONOMY & ASTROPHYSICS

SUPPLEMENT SERIES

Astron. Astrophys. Suppl. Ser. **112**, 173-178 (1995)

JULY 1995, PAGE 173

A new positional astrometric method for all-sky cameras

J. Borovička, P. Spurný and J. Keckliková

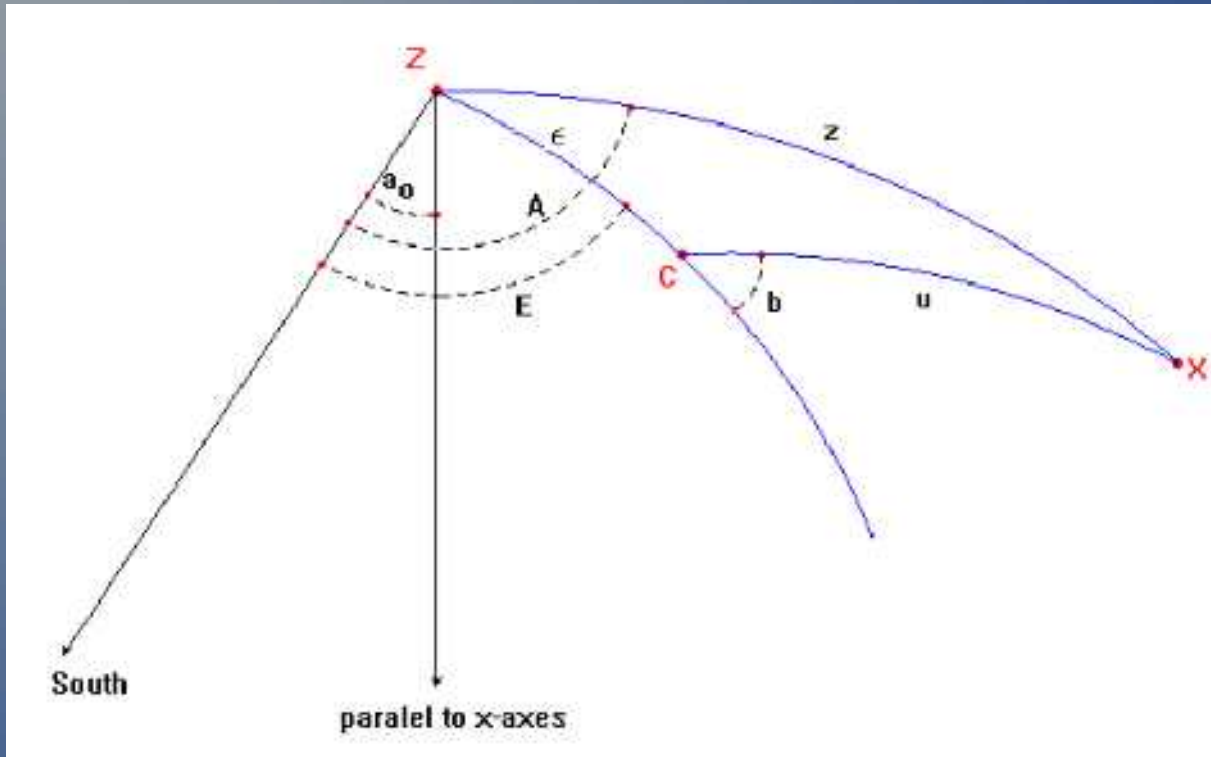
Astronomical Institute, 251 65 Ondřejov Observatory, Czech Republic

Received December 9, 1994; accepted January 27, 1995

Abstract. — All-sky photographs, used in meteor astronomy, need a special transformation formulae for converting the plate coordinates to celestial coordinates. An improved form of these formulae is presented. It includes a new radial projection function and the influence of the inclination of the plate from the plane perpendicular to the optical axis. The method then enables to achieve the precision near the theoretical limit simultaneously for the entire visible hemisphere. About 15 reference stars spread on the whole sky are needed. The meaning of the individual reduction constants is explained in detail. Practical hints for using the method and numerical examples are given.

Key words: astrometry — meteors — methods: data analysis

Matemáticas para meteoros



Z: Zenit

C: Centro de proyección

X: Punto de la esfera celeste

z : Distancia cenital de X

A: Azimut de X

ϵ : Distancia cenital de C

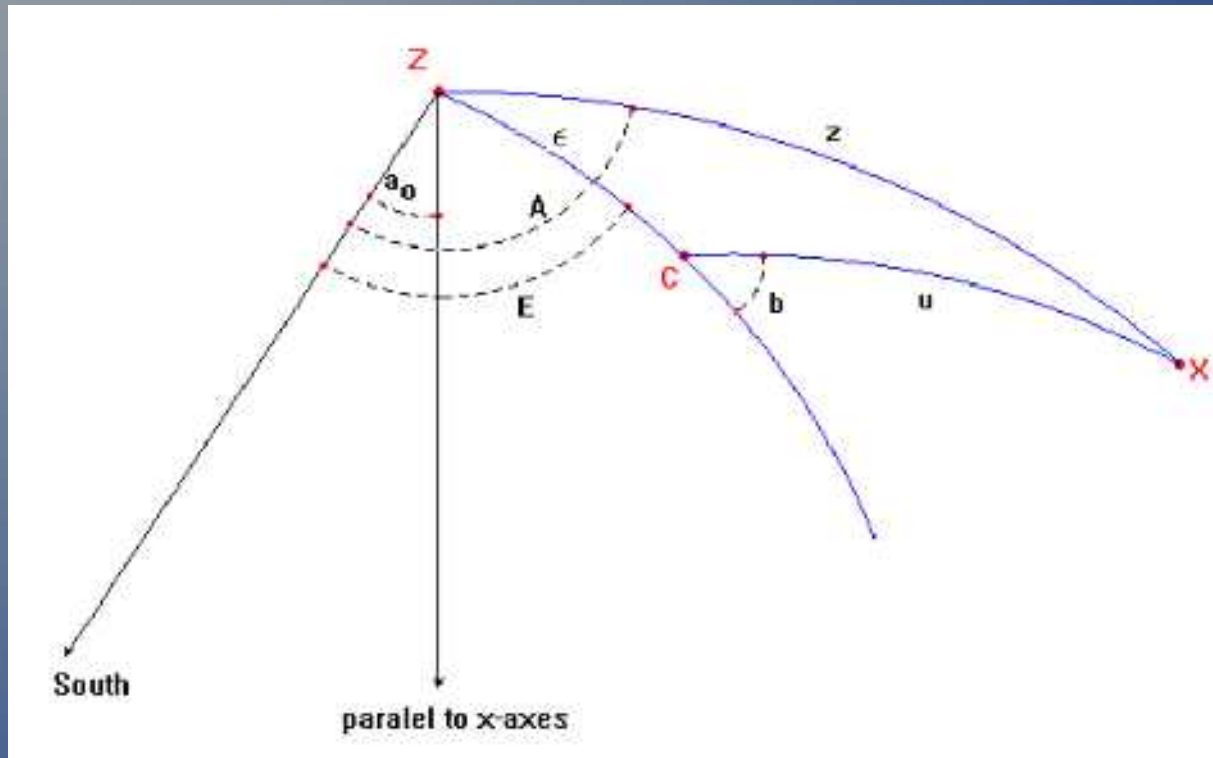
E: Azimut de C

a_0 : Desviación del azimut del eje de abscisas

u : Distancia angular entre C y X

b : Ángulo exterior ZCX

Matemáticas para meteoros



- Z: Zenit
- C: Centro de proyección
- X: Punto de la esfera celeste
- z: Distancia cenital de X
- A: Azimut de X
- ϵ : Distancia cenital de C
- E: Azimut de C
- a_0 : Desviación del azimut del eje de abscisas
- u: Distancia angular entre C y X
- b: Ángulo exterior ZCX
- (x_0, y_0) : Coord. de C en el chip
- (x, y) : Coord. de X en el chip

$$b = a_0 - E \quad | \quad \arctan \left(\frac{x - x_0}{y - y_0} \right)$$

$$\cos z = \cos u \cos \epsilon - \sin u \sin \epsilon \cos b,$$

$$\sin(a - E) = \frac{\sin b \sin u}{\sin z},$$

$$u = f(r), \quad \text{with } r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}.$$

Matemáticas para meteoros

Función $u=f(r)$ que transforma distancias en píxeles a distancias angulares entre X y C.

$$f(u) = Vr + S(e^{Dr} - 1).$$

Vector de parámetros a determinar:

$$\vec{p} = (a_0, x_0, y_0, V, S, D, \epsilon, E)$$

Funciones que expresan la diferencia entre la posición real y la calculada:

$$F_i = |a(x_i, y_i, \vec{p}) - a_i| \sin z_i \quad \text{and} \quad G_i = |z(x_i, y_i, \vec{p}) - z_i|$$

Función a minimizar:

$$\sum_i (F_i^2 + G_i^2).$$

Matemáticas para meteoros

Resolver por mínimos cuadrados:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial p_1}(x_1, y_1, \vec{p}) & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial p_8}(x_1, y_1, \vec{p}) \\ \frac{\partial G_1}{\partial p_1}(x_1, y_1, \vec{p}) & \dots & \frac{\partial G_1}{\partial p_8}(x_1, y_1, \vec{p}) \\ \vdots & & \\ \frac{\partial F_N}{\partial p_1}(x_N, y_N, \vec{p}) & \dots & \frac{\partial F_N}{\partial p_8}(x_N, y_N, \vec{p}) \\ \frac{\partial G_N}{\partial p_1}(x_N, y_N, \vec{p}) & \dots & \frac{\partial G_N}{\partial p_8}(x_N, y_N, \vec{p}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta(p_1) \\ \Delta(p_2) \\ \vdots \\ \Delta(p_7) \\ \Delta(p_8) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -F_1(x_1, y_1, \vec{p}) \\ -G_1(x_1, y_1, \vec{p}) \\ \vdots \\ -F_N(x_N, y_N, \vec{p}) \\ -G_N(x_N, y_N, \vec{p}) \end{pmatrix}$$

Iterar sumando en cada paso los incrementos a los valores previos de los parámetros

Matemáticas para meteoros

Mejoras en la precisión:

$$r = K \left[\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} + \right. \\ \left. + A(y - y_0) \cos(F - a_0) - A(x - x_0) \sin(F - a_0) \right],$$

$$u = Vr + S(e^{Dr} - 1) + P(e^{Qr^2} - 1).$$

Matemáticas para meteoros

Archivo Editar Ver Buscar Herramientas Documentos Ayuda

Abrir Guardar Deshacer

estadística

Residue : 1.878985475366641e-05
Average error : 0.9938
Maximum error : 5.2206
Standard deviation: 1.0338

Guide stars: 188

Stars of the first quadrant : 52 48.15%
Stars of the second quadrant: 12 11.11%
Stars of the third quadrant : 13 12.04%
Stars of the fourth quadrant: 31 28.70%

Stars with azimuth less of 45°:	6	5.56%	Average error: 0.4278
Stars with azimuth less of 90°:	10	9.26%	Average error: 0.5084
Stars with azimuth less of 135°:	15	13.89%	Average error: 0.3030
Stars with azimuth less of 180°:	17	15.74%	Average error: 0.3318
Stars with azimuth less of 225°:	32	29.63%	Average error: 0.4397
Stars with azimuth less of 270°:	17	15.74%	Average error: 0.4138
Stars with azimuth less of 315°:	10	9.26%	Average error: 0.2565
Stars with azimuth less of 360°:	1	0.93%	Average error: 0.3808

Stars with zenithal distance less of 10°:	2	1.85%	Average error: 0.7163
Stars with zenithal distance less of 20°:	10	9.26%	Average error: 0.3566
Stars with zenithal distance less of 30°:	17	15.74%	Average error: 0.4944
Stars with zenithal distance less of 40°:	13	12.04%	Average error: 0.5325
Stars with zenithal distance less of 50°:	22	20.37%	Average error: 1.1660
Stars with zenithal distance less of 60°:	20	18.52%	Average error: 0.9921
Stars with zenithal distance less of 70°:	17	15.74%	Average error: 1.5304
Stars with zenithal distance less of 80°:	4	3.70%	Average error: 1.3451
Stars with zenithal distance less of 90°:	3	2.78%	Average error: 3.3648

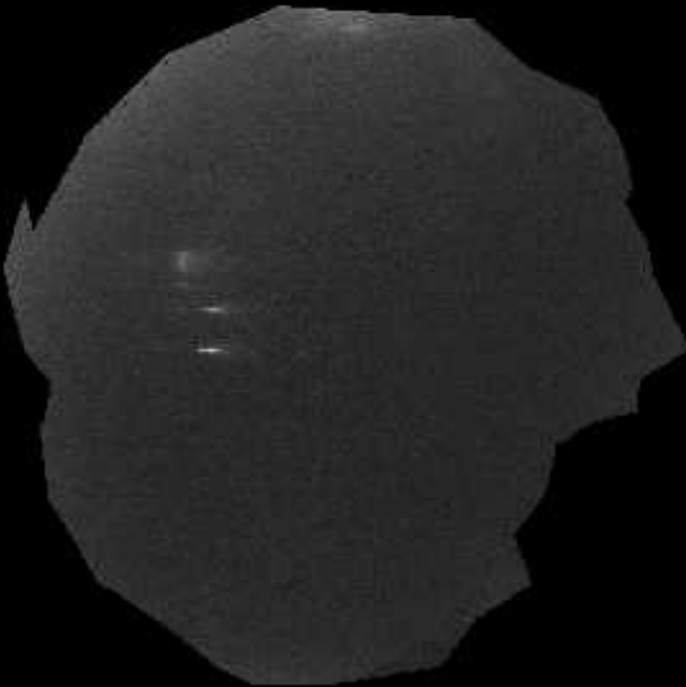
Texto plano Ancho de la tabulación: 8 Ln 7, Col 1 INS

Probada en 62 cámaras desde 640x480 hasta 4096x4096 y Distancias focales desde 1.4mm hasta 16mm

Matemáticas para meteoros

Detección y expurgo

* Aplicar máscara de horizonte a un fotograma (sin grabarlo, solo en memoria)



Matemáticas para meteoros

Detección y expurgo

* Aplicar máscara de horizonte a un fotograma (sin grabarlo, solo en memoria)

* Realizar lo mismo con el siguiente fotograma y restarle del primero



Matemáticas para meteoros

Detección y expurgo

- * Aplicar máscara de horizonte a un fotograma (sin grabarlo, solo en memoria)
- * Realizar lo mismo con el siguiente fotograma y restarle del primero
- * Si sobrevive algo por encima de un corte en cuentas, grabar en disco una secuencia de 22 fotogramas y un archivo con las marcas de tiempo

```
2020-12-26T00:37:24.9359 F003725-01.jpg  
2020-12-26T00:37:25.0350 F003725-02.jpg  
2020-12-26T00:37:25.3630 F003725-03.jpg  
2020-12-26T00:37:25.4658 F003725-04.jpg  
2020-12-26T00:37:25.6616 F003725-05.jpg  
2020-12-26T00:37:25.8611 F003725-06.jpg  
2020-12-26T00:37:26.1141 F003725-07.jpg  
2020-12-26T00:37:26.2607 F003725-08.jpg  
2020-12-26T00:37:26.4607 F003725-09.jpg  
2020-12-26T00:37:26.6607 F003725-10.jpg  
2020-12-26T00:37:26.9082 F003725-11.jpg  
2020-12-26T00:37:27.0608 F003725-12.jpg  
2020-12-26T00:37:27.2616 F003725-13.jpg
```

Matemáticas para meteoros

Detección y expurgo

- * Aplicar máscara de horizonte a un fotograma (sin grabarlo, solo en memoria)
- * Realizar lo mismo con el siguiente fotograma y restarle del primero
- * Si sobrevive algo por encima de un corte en cuentas, grabar en disco una secuencia de 22 fotogramas y un archivo con las marcas de tiempo
- * Al finalizar la noche, se examinan de nuevo todos los vídeos, descartando aquellos en los que solo hay un fotograma distinto entre los 3 primeros. Se eliminan rayos cósmicos

Matemáticas para meteoros

Detección y expurgo

- * Aplicar máscara de horizonte a un fotograma (sin grabarlo, solo en memoria)
- * Realizar lo mismo con el siguiente fotograma y restarle del primero
- * Si sobrevive algo por encima de un corte en cuentas, grabar en disco una secuencia de 22 fotogramas y un archivo con las marcas de tiempo
- * Al finalizar la noche, se examinan de nuevo todos los vídeos, descartando aquellos en los que solo hay un fotograma distinto entre los 3 primeros. Se eliminan rayos cósmicos y casi todos los aviones

Matemáticas para meteoros

Detección y expurgo

- * Luces del crepúsculo
- * Aviones
- * Satélites artificiales
- * Nubes pequeñas
(estratos o cirros)
- * Otros



Matemáticas para meteoros

Detección y expurgo

* Luces del crepúsculo

* Aviones

* Satélites artificiales

* Nubes pequeñas
(estratos o cirros)

* Otros



Matemáticas para meteoros

Detección y expurgo

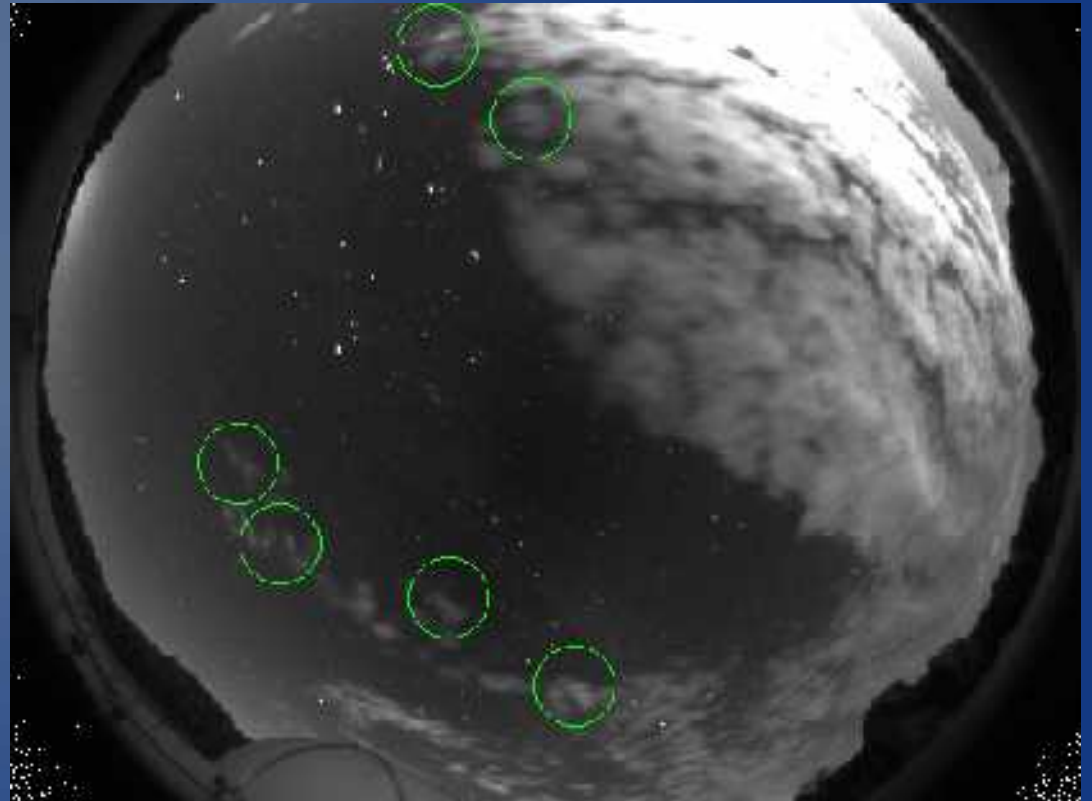
- * Luces del crepúsculo
- * Aviones
- * Satélites artificiales
- * Nubes pequeñas
(estratos o cirros)
- * Otros



Matemáticas para meteoros

Detección y expurgo

- * Luces del crepúsculo
- * Aviones
- * Satélites artificiales
- * Nubes pequeñas (estratos o cirros)
- * Otros



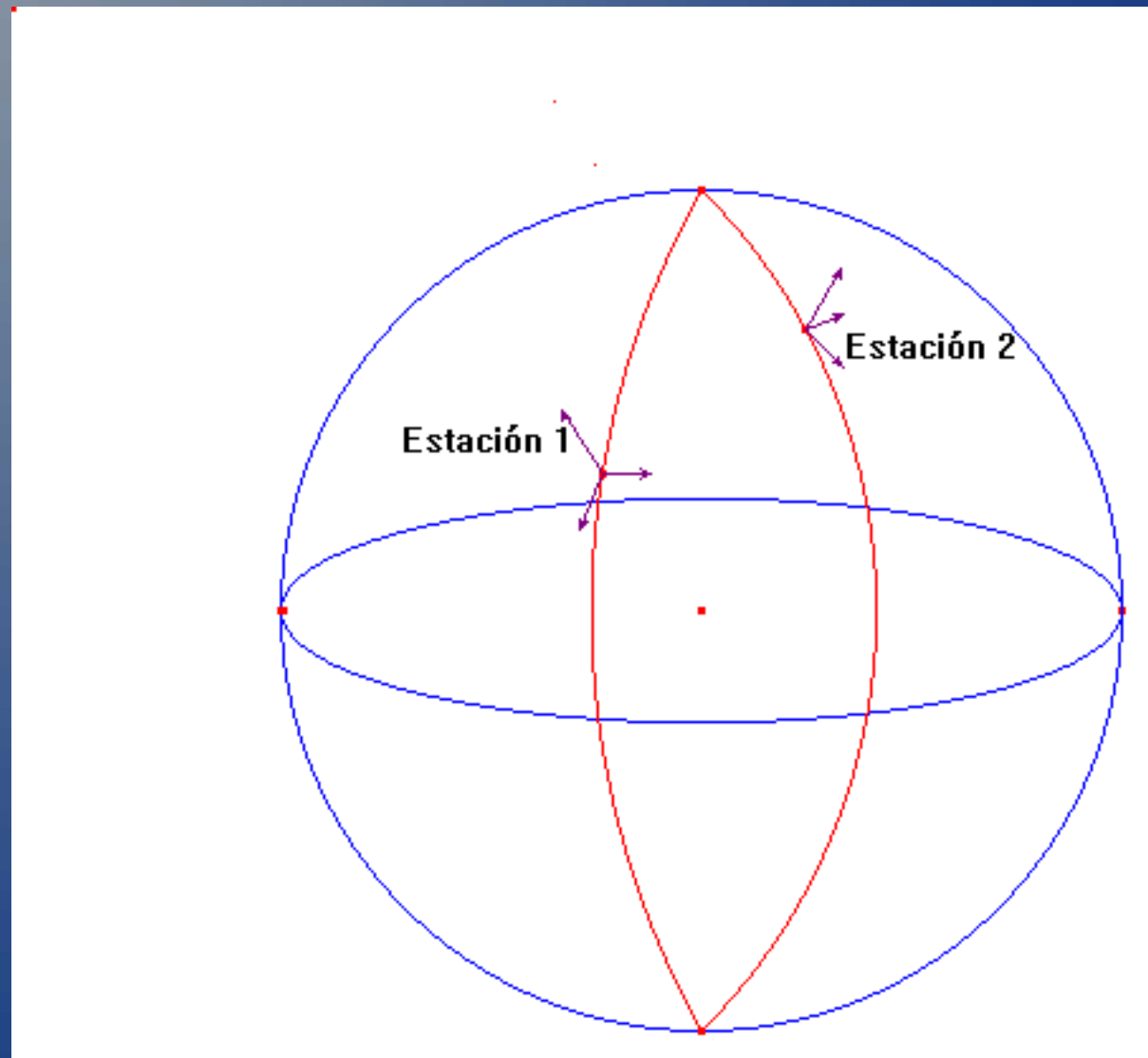
Matemáticas para meteoros

Detección y expurgo

- * Luces del crepúsculo
- * Aviones
- * Satélites artificiales
- * Nubes pequeñas
(estratos o cirros)
- * Otros

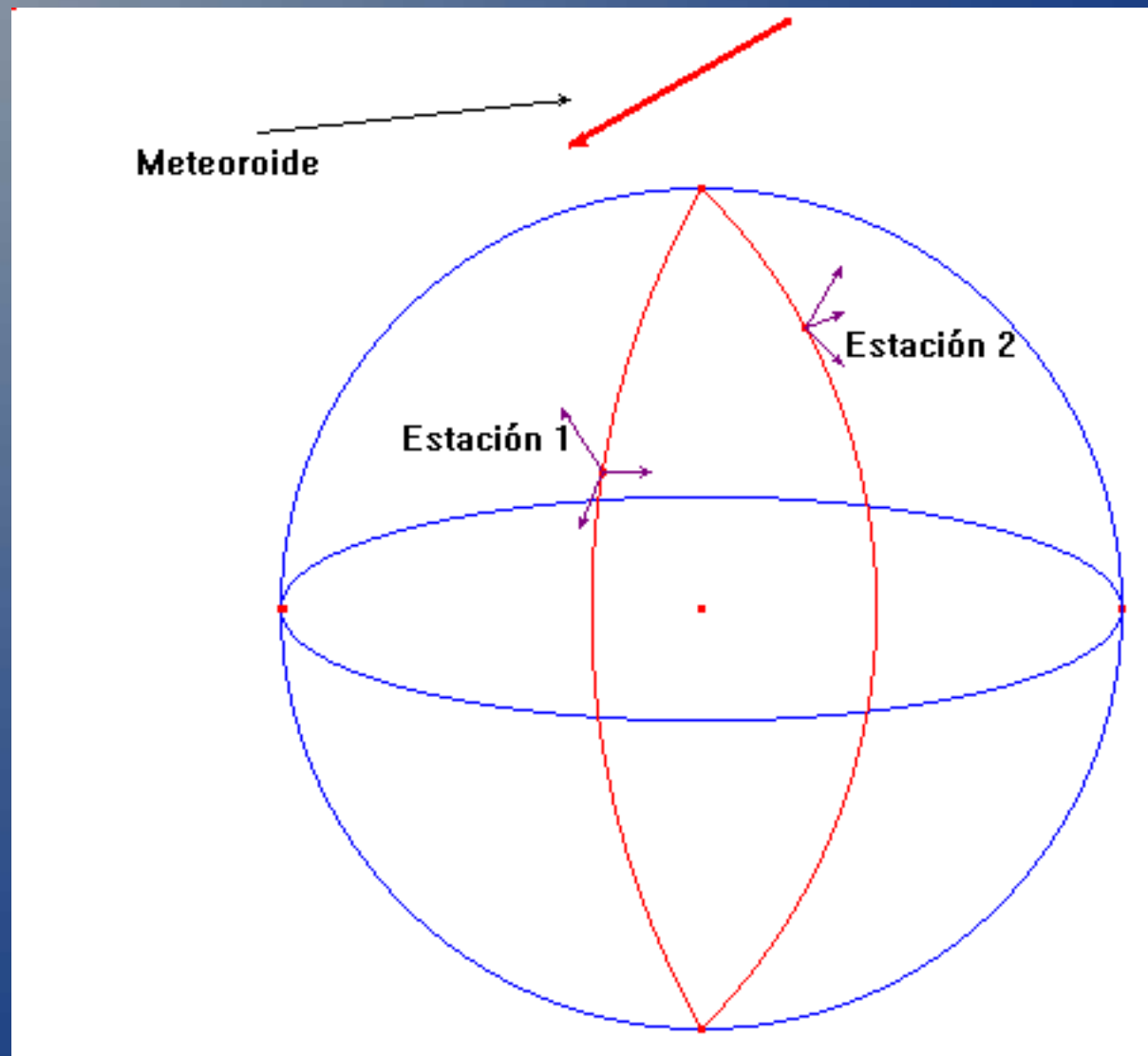
Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica



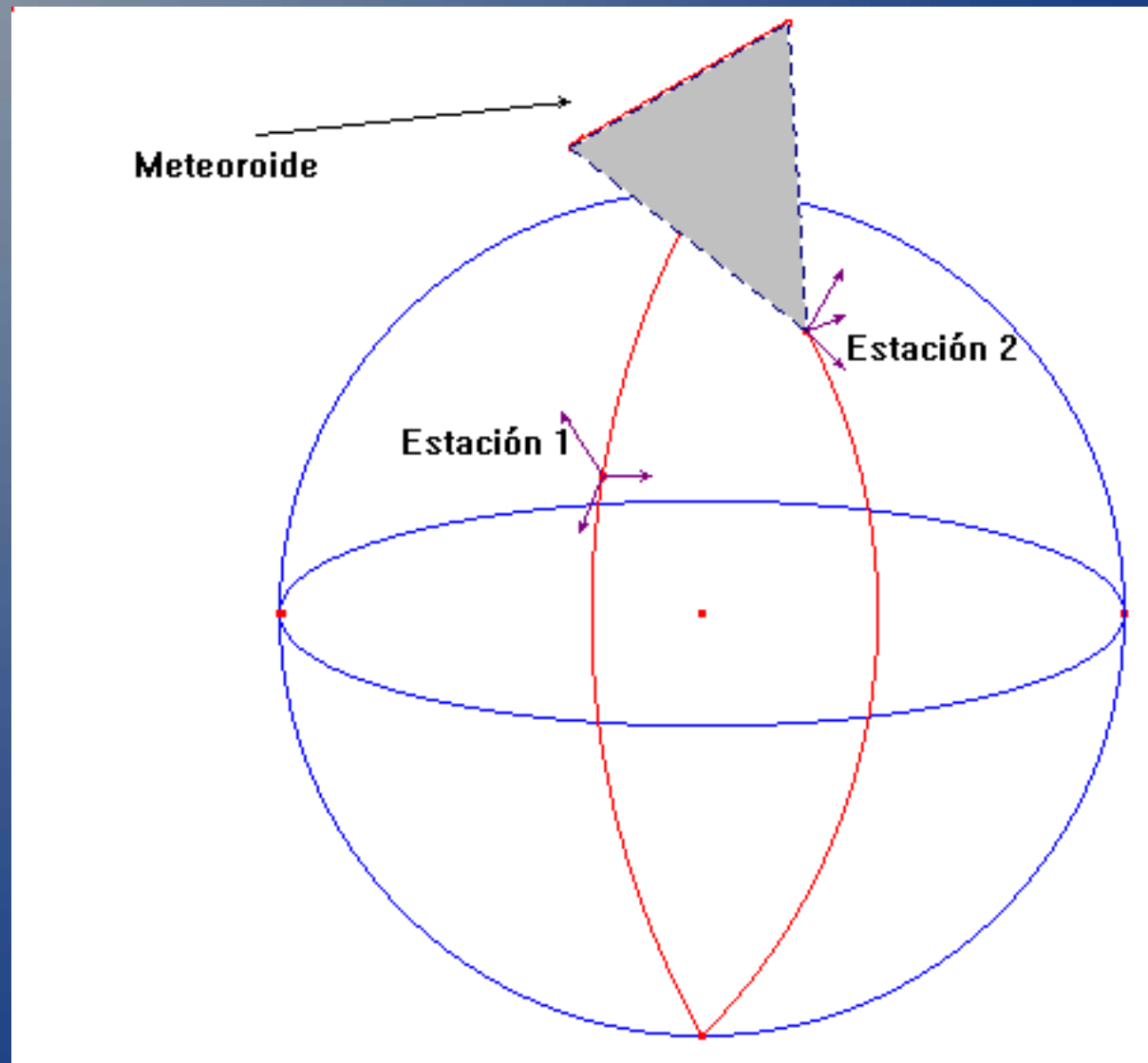
Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica



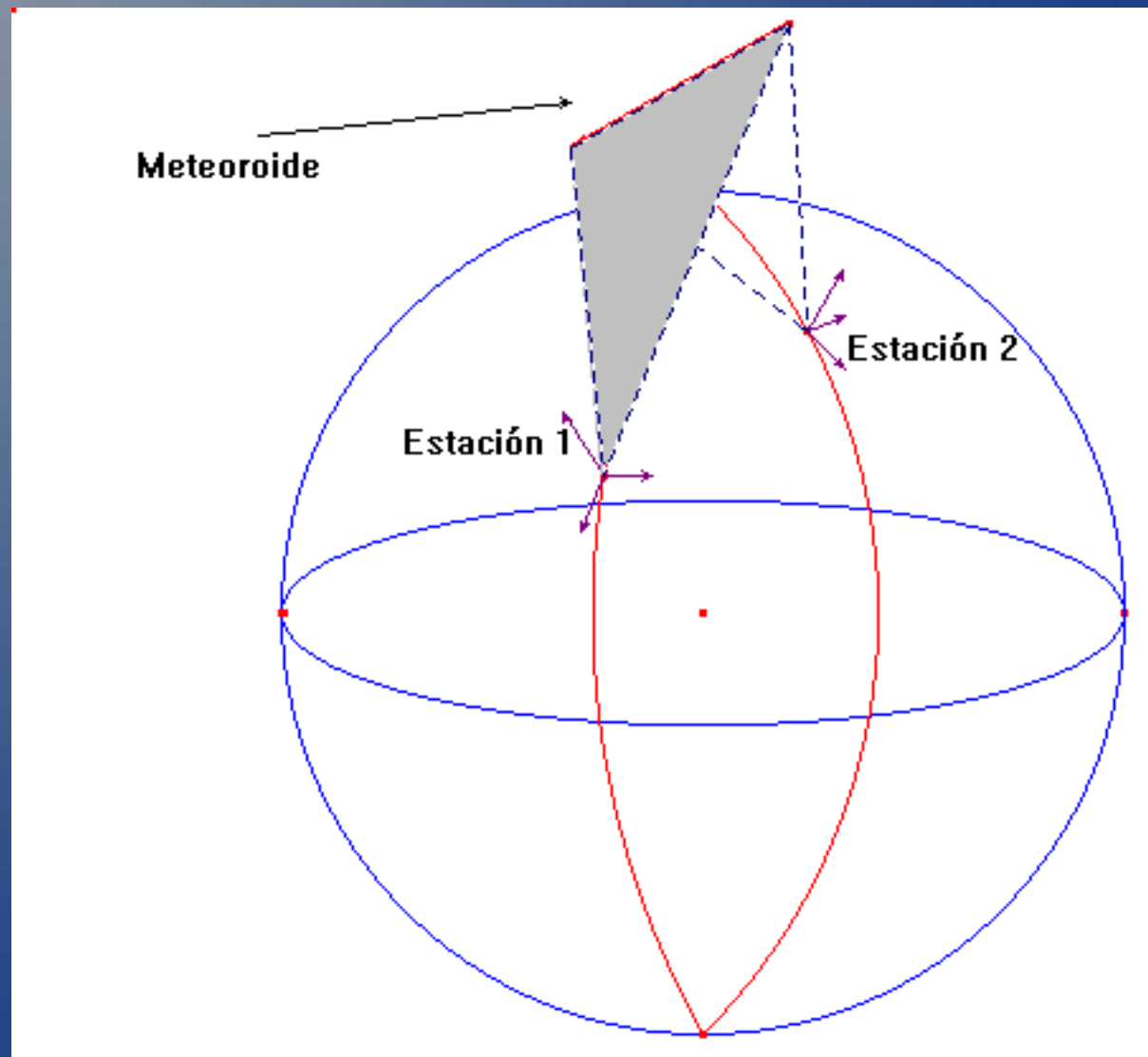
Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica



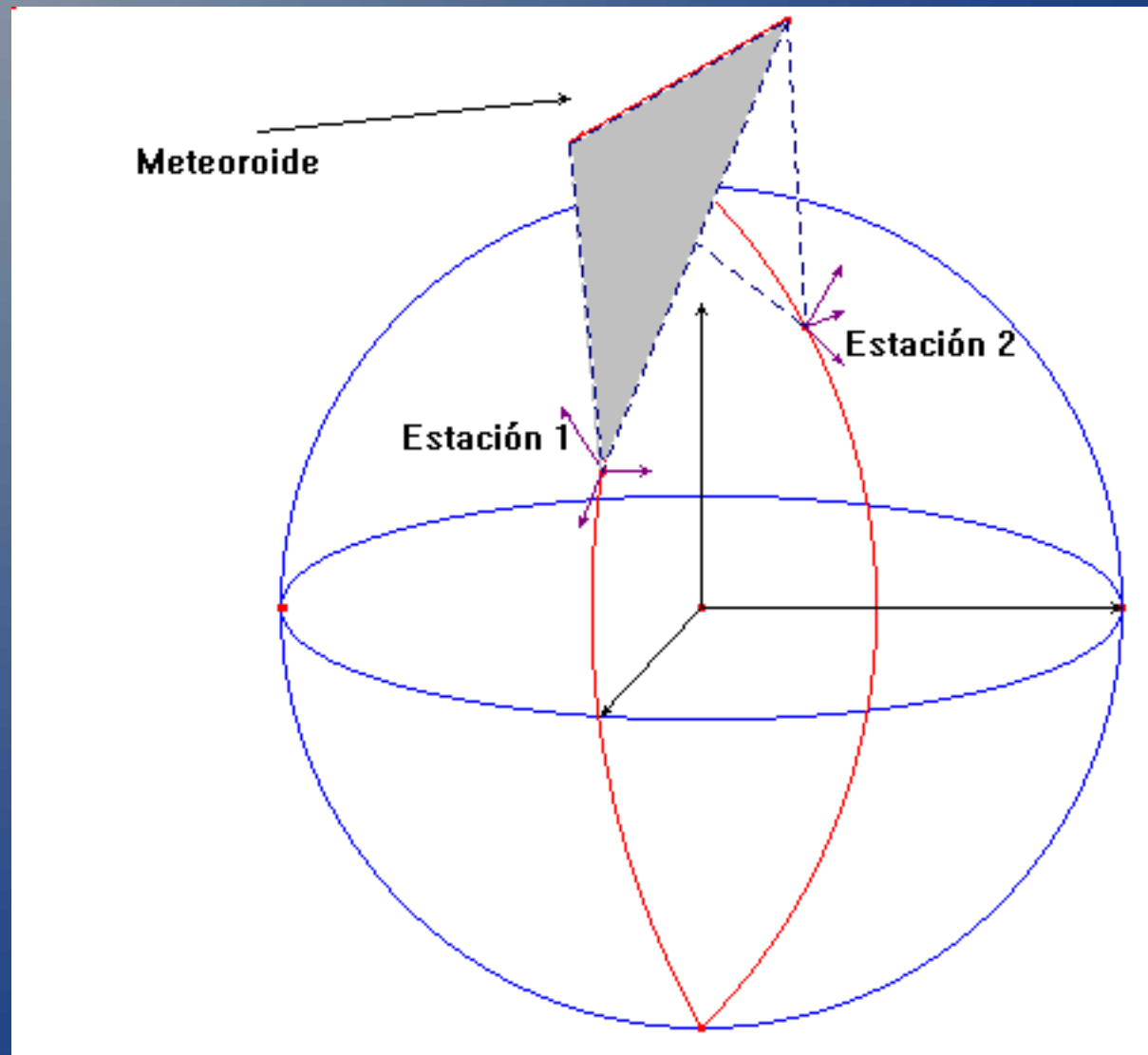
Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica



Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica



Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica

GEOMETRIC, DYNAMIC, ORBITAL AND PHOTOMETRIC DATA ON METEOROIDS FROM PHOTOGRAPHIC FIREBALL NETWORKS

Zdeněk Ceplecha

Astronomical Institute, Czechoslovak Academy of Sciences, 251 65 Ondřejov, Czechoslovakia

Received 27. January 1987

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ, ДИНАМИЧЕСКИЕ, ОРБИТАЛЬНЫЕ И ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ДААННЫЕ ПО МЕТЕОРИОДАМ, СФОТОГРАФИРОВАННЫМ В БОЛИДНОЙ СЕТИ

В работе приведены методы и математические выражения для обработки фотографий болидов полученных из многопостовой программы. Из них можно получить геометрические, динамические, орбитальные и фотометрические данные. Этими методами обрабатываются снимки болидов полученные по программе Европейской сети.

Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica

$$(7) \quad \begin{aligned} \phi' = & \phi - 0.1924240867^\circ \sin 2\phi + \\ & + 0.000323122^\circ \sin 4\phi - \\ & - 0.0000007235^\circ \sin 6\phi \end{aligned}$$

$$R = \left(40680669.86 \frac{1 - 0.0133439554 \sin^2 \phi}{1 - 0.006694385096 \sin^2 \phi} \right)^{1/2}$$

in km.

Cambio de coordenadas geográficas de los observatorios a coordenadas geocéntricas.

ϕ : Latitud geográfica

ϕ' : Latitud geocéntrica

R : Radio del lugar respecto al elipsoide de referencia

Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica

$$X = (R + h) \cos \varphi' \cos \vartheta$$

$$Y = (R + h) \cos \varphi' \sin \vartheta$$

$$Z = (R + h) \sin \varphi' .$$

Coordenadas del observatorio

$$\xi = \cos \delta \cos \alpha$$

$$\eta = \cos \delta \sin \alpha$$

$$\zeta = \sin \delta .$$

Coordenadas de un vector unitario apuntando al lugar (α, δ) de la esfera celeste

Respecto del mismo sistema de coordenadas.

θ : Tiempo sidéreo local

Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica

Se consideran los planos:

π_1 : Determinado por el primer observatorio y los lugares de inicio y fin de la trayectoria observada desde él.

π_2 : Determinado por el segundo observatorio y los lugares de inicio y fin de la trayectoria observada desde él.

El vector director de la recta intersección señala la dirección del radiante.

El segmento intersección es la trayectoria atmosférica.

La velocidad es la longitud de ese segmento dividida entre el tiempo.

Las marcas de tiempo de los fotogramas dan una aproximación de la velocidad instantánea.

Matemáticas para meteoros

```
2021-03-28T23:10:27.13985
Longitud/Latitud (geográficas) estación 18: 0.744033 47.017628
Longitud/Latitud (geográficas) estación 56: 2.385500 41.519806
Coordenadas rectangulares estación 18:
xi: -4727.7343206395 eta: 418.706978153167 zeta: 4247.55149647418
Coordenadas rectangulares estación 56:
xi: -4774.00676687351 eta: 285.273096569931 zeta: 4205.82143061886
Error cuadrático de ortogonalidad en la esfera celeste (en radianes): 1.10546963463589e-05
```

Ajuste de puntos ZWO.

```
Date-Obs X/Y Ar/De (grados) Ar/De (sexagesimal)
2021-03-28T23:10:27.13985 425.324 179.152 223.02039 22.01014 14:52:04.89 +22:00:36.52
2021-03-28T23:10:27.33965 428.465 178.001 223.86573 21.36700 14:55:27.78 +21:22:01.18
2021-03-28T23:10:27.52905 431.458 176.904 224.66370 20.75074 14:58:39.29 +20:45:02.67
2021-03-28T23:10:27.62745 434.574 175.760 225.48716 20.10560 15:01:56.92 +20:06:20.17
2021-03-28T23:10:27.74585 437.584 174.655 226.27540 19.47943 15:05:06.10 +19:28:45.94
2021-03-28T23:10:27.88815 440.868 173.450 227.12746 18.79320 15:08:30.59 +18:47:35.51
2021-03-28T23:10:28.02835 443.832 172.362 227.89005 18.17895 15:11:33.61 +18:10:15.40
2021-03-28T23:10:28.16590 446.918 171.229 228.67737 17.52864 15:14:42.57 +17:31:14.29
2021-03-28T23:10:28.30580 449.537 170.267 229.34055 16.96679 15:17:21.73 +16:58:00.46
2021-03-28T23:10:28.44585 452.584 169.148 230.10600 16.32079 15:20:25.44 +16:19:14.84
2021-03-28T23:10:28.58625 455.587 168.044 230.85493 15.68188 15:23:25.18 +15:40:54.77
2021-03-28T23:10:28.72635 458.124 167.112 231.48329 15.14074 15:25:55.99 +15:08:26.65
2021-03-28T23:10:28.87490 461.007 166.052 232.19247 14.52456 15:28:46.19 +14:31:28.41
2021-03-28T23:10:29.01570 463.766 165.038 232.86674 13.93353 15:31:28.02 +13:56:00.70
2021-03-28T23:10:29.14735 466.136 164.166 233.44276 13.42472 15:33:46.26 +13:25:28.99
2021-03-28T23:10:29.42665 468.513 163.293 234.01764 12.91345 15:36:04.23 +12:54:48.43
2021-03-28T23:10:29.70620 475.919 160.566 235.79063 11.31595 15:43:09.75 +11:18:57.42
2021-03-28T23:10:29.84615 478.023 159.792 236.28996 10.86072 15:45:09.59 +10:51:38.58
2021-03-28T23:10:29.98645 480.029 159.053 236.76439 10.42615 15:47:03.45 +10:25:34.14
2021-03-28T23:10:30.12680 482.572 158.117 237.36346 9.87467 15:49:27.23 +09:52:28.83
2021-03-28T23:10:30.26655 484.361 157.458 237.78353 9.48623 15:51:08.05 +09:29:10.43
2021-03-28T23:10:30.40630 486.304 156.743 238.23860 9.06387 15:52:57.26 +09:03:49.92
2021-03-28T23:10:30.54730 488.754 155.839 238.81097 8.53047 15:55:14.67 +08:31:49.71
```

Datos leídos en bruto

Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica

Ángulo diedro entre planos trayectoria: 34.574816779177
Peso estadístico: 0.322035703409429

Errores AR/DE radiante: 0.000195825041252593 0.000144866143066746
Radiante: 06:22:30.99, 24:28:10.99, 95.67912 24.33638
(12000) 06:21:12.91, 24:28:52.74, 95.30378 24.34798

Estación 18:

Inicio: 01:32:43.99 41:53:52.93 d:98.0236465912265 h:68.9831871480819
Fin : 02:01:50.80 41:48:52.86 d:121.833427798992 h:51.4123793088856

Estación 56:

Inicio: 01:51:30.90 41:50:40.28 d:82.0850074059722 h:57.6110379828451
Fin : 02:20:05.13 41:45:40.72 d:50.2386273870097 h:40.568044034384

Ecuación paramétrica de la trayectoria:

a: -0.0893727833646732 b: 0.906747937978578 c: 0.41209305085775
xi00: -4794.17727377808 eta00: 356.703698815946 zeta00: 4284.28789015534 (inicio estación 18)
xi01: -4790.12947470379 eta01: 315.636012146847 zeta01: 4265.62370843261 (final estación 18)
xi10: -4791.56460959604 eta10: 330.196435972573 zeta10: 4272.24103748825 (inicio estación 56)
xi11: -4787.59945764325 eta11: 289.967260807518 zeta11: 4253.95793715475 (final estación 56)

Distancia recorrida estación 18: 45.2911828624074 Error: 0.264885414928736
Error alturas estación 18: 0.264457466800222
Distancia recorrida estación 56: 44.3664368895495 Error: 0.481890080526015
Error alturas estación 56: 0.48106270351356

Cálculo del radiante y de la trayectoria
atmosférica

Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica

Trayectoria medida desde estación 18:

	s (Km)	t (s)	v (Km/s)	Lambda	phi (Est.18) Ar	De (Est.56) Ar	De	X	Y	/pix.	pix./seg.
2021-03-20T23:10:27.13985	0.000			01:32:43.99	41:53:52.93	14:52:04.09	22:00:36.52	07:03:04.46	46:35:29.74	133.531	512.072
2021-03-20T23:10:27.33985	1.873	0.19988	9.377	01:33:56.14	41:53:46.69	14:55:27.28	21:22:01.18	07:04:01.42	46:57:48.13	132.815	510.678
2021-03-20T23:10:27.52905	1.809	0.16940	9.551	01:35:05.82	41:53:28.87	14:58:39.29	20:45:02.67	07:04:58.98	47:20:00.12	132.107	508.492
2021-03-20T23:10:27.62745	1.910	0.09840	19.411	01:36:19.40	41:53:16.36	15:01:56.92	20:06:20.17	07:06:02.68	47:44:10.73	131.346	506.105
2021-03-20T23:10:27.74585	1.872	0.11840	15.809	01:37:31.52	41:53:04.99	15:05:06.10	19:28:45.94	07:07:00.23	48:08:38.15	130.580	503.687
2021-03-20T23:10:27.88815	2.074	0.14230	14.573	01:38:51.43	41:52:50.48	15:08:30.59	18:47:35.51	07:08:24.75	48:36:39.31	129.726	501.909
2021-03-20T23:10:28.02835	1.903	0.14020	13.571	01:40:04.76	41:52:37.96	15:11:33.01	18:10:15.40	07:09:38.86	49:03:15.37	128.921	498.205
2021-03-20T23:10:28.16590	2.013	0.13755	14.637	01:41:22.36	41:52:24.73	15:14:42.57	17:31:14.29	07:11:01.69	49:32:22.59	128.051	495.364
2021-03-20T23:10:28.30580	1.736	0.13990	12.412	01:42:29.90	41:52:13.29	15:17:21.73	16:58:00.46	07:12:17.05	49:58:19.71	127.287	492.771
2021-03-20T23:10:28.44585	2.053	0.14005	14.656	01:43:48.43	41:51:59.75	15:20:25.44	16:19:14.84	07:13:51.25	50:30:03.07	126.367	489.594
2021-03-20T23:10:28.58625	2.001	0.14040	14.080	01:45:07.90	41:51:46.13	15:23:25.10	15:40:54.77	07:15:31.90	51:03:05.09	125.424	486.273
2021-03-20T23:10:28.72635	1.772	0.14010	12.646	01:46:16.22	41:51:34.41	15:25:55.99	15:00:26.65	07:17:03.72	51:32:29.58	124.598	483.309
2021-03-20T23:10:28.87490	2.048	0.14855	13.788	01:47:35.22	41:51:20.85	15:28:46.19	14:31:28.41	07:18:50.57	52:07:40.70	123.677	479.750
2021-03-20T23:10:29.01570	1.998	0.14080	14.188	01:48:52.27	41:51:07.60	15:31:28.02	13:56:00.70	07:20:54.23	52:43:17.06	122.662	476.135
2021-03-20T23:10:29.14735	1.747	0.13105	13.272	01:49:59.08	41:50:56.00	15:33:46.26	13:25:28.99	07:22:43.89	53:15:30.95	121.804	472.849
2021-03-20T23:10:29.42665	1.783	0.27930	6.384	01:51:08.47	41:50:44.14	15:36:04.23	12:54:46.43	07:24:42.02	53:49:29.47	120.916	469.372
2021-03-20T23:10:29.70670	5.763	0.27955	20.616	01:54:58.87	41:50:05.74	15:43:09.75	11:18:57.42	07:32:05.89	55:47:18.33	117.963	457.195
2021-03-20T23:10:29.84615	1.781	0.13995	12.152	01:55:56.52	41:49:54.37	15:45:09.59	10:51:38.58	07:34:36.74	56:24:32.21	117.069	453.308
2021-03-20T23:10:29.98645	1.650	0.14030	11.750	01:57:08.20	41:49:43.34	15:47:01.45	10:25:34.14	07:37:13.47	57:01:46.86	116.194	449.395
2021-03-20T23:10:30.12680	2.132	0.14035	15.192	01:58:22.52	41:49:29.06	15:49:27.23	09:52:20.83	07:40:53.01	57:51:30.50	115.053	444.123
2021-03-20T23:10:30.26655	1.529	0.13975	10.941	01:59:21.56	41:49:18.01	15:51:00.05	09:29:10.43	07:43:43.60	58:20:32.36	117.265	436.615
2021-03-20T23:10:30.40630	1.089	0.13975	12.089	02:00:20.80	41:49:07.47	15:52:15.20	09:03:49.92	07:47:06.38	59:10:31.41	113.315	435.070
2021-03-20T23:10:30.54230	2.175	0.13600	15.994	02:01:50.80	41:48:52.86	15:55:14.02	08:31:49.71	07:51:52.39	60:06:25.44	112.133	429.612

Velocidad media 13.311 Km/s

Trayectoria medida desde una estación

Matemáticas para meteoros

```
Trayectoria calculada por regresión desde estación 18:  
H          t          s          v (Km/s)  v (pix/s)  
-----  
2021-03-28T23:10:27.13985 0.00000 -0.77016 13.793 133.942  
2021-03-28T23:10:27.33965 0.19980 01.98226 13.758 132.826  
2021-03-28T23:10:27.52905 0.38920 04.58496 13.725 131.754  
2021-03-28T23:10:27.62745 0.48760 05.93467 13.708 131.191  
2021-03-28T23:10:27.74585 0.60600 07.55647 13.687 130.509  
2021-03-28T23:10:27.88815 0.74830 09.50239 13.662 129.682  
2021-03-28T23:10:28.02835 0.88850 11.41612 13.638 128.860  
2021-03-28T23:10:28.16590 1.02605 13.29034 13.614 128.045  
2021-03-28T23:10:28.30580 1.16595 15.19318 13.589 127.209  
2021-03-28T23:10:28.44585 1.30600 17.09467 13.565 126.365  
2021-03-28T23:10:28.58675 1.44640 18.99737 13.540 125.511  
2021-03-28T23:10:28.72635 1.58650 20.89260 13.515 124.651  
2021-03-28T23:10:28.87490 1.73505 22.89840 13.489 123.731  
2021-03-28T23:10:29.01570 1.87585 24.79598 13.465 122.850  
2021-03-28T23:10:29.14735 2.00750 26.56710 13.442 122.020  
2021-03-28T23:10:29.42665 2.28680 30.31455 13.393 120.237  
2021-03-28T23:10:29.70620 2.56635 34.05166 13.344 118.422  
2021-03-28T23:10:29.84615 2.70630 35.91742 13.319 117.502  
2021-03-28T23:10:29.98645 2.84660 37.78440 13.295 116.572  
2021-03-28T23:10:30.12680 2.98695 39.64859 13.270 115.634  
2021-03-28T23:10:30.26655 3.12670 41.50139 13.246 114.692  
2021-03-28T23:10:30.40630 3.26645 43.35076 13.221 113.747  
2021-03-28T23:10:30.54730 3.40245 45.14722 13.197 112.811
```

Ecuación del movimiento Km/s ($e=at^2 + bt + c$):

a = -0.0875848138956864

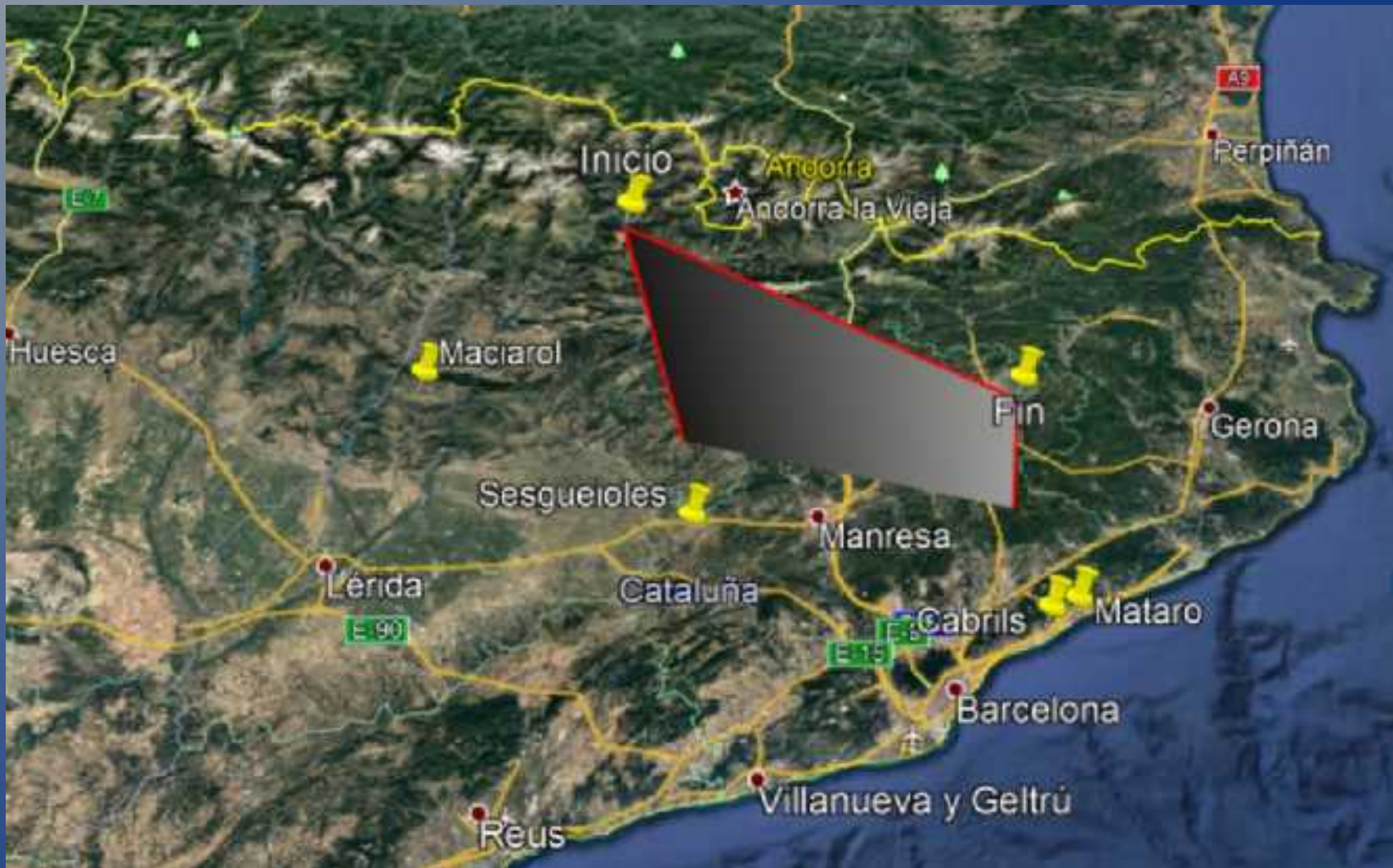
b = 13.7933923606032 (velocidad inicial en Km/s)

c = -0.770164089609553

Trayectoria calculada por regresión

Matemáticas para meteoros

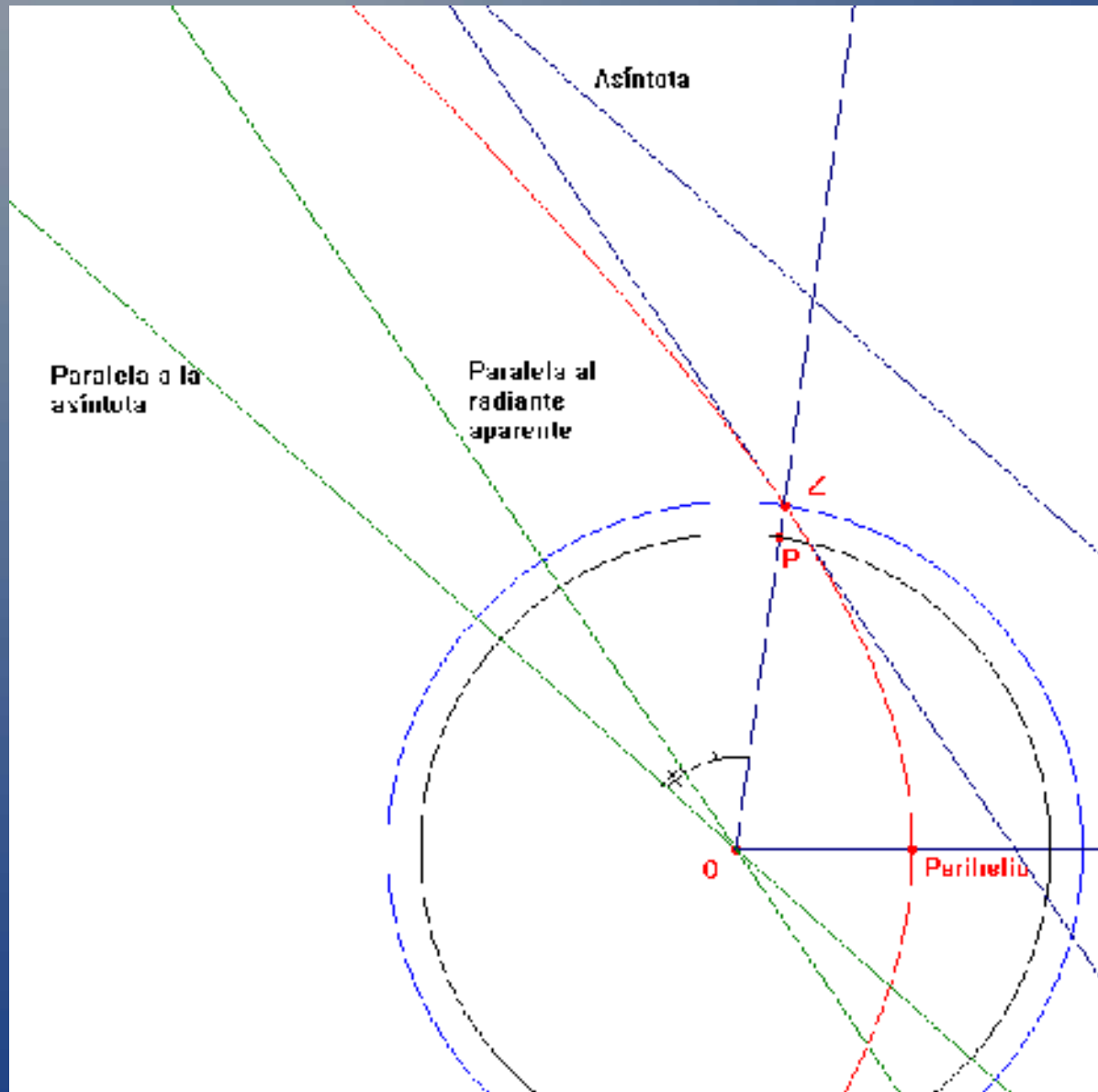
Trayectoria atmosférica



Trayectoria atmosférica promedio

Matemáticas para meteoros

Elementos orbitales



Atracción cenital:

- * P: Observador
- * Z: Zenit y fin de la trayectoria atmosférica
- * O: centro de masas de la Tierra
- * Trayectoria hiperbólica en la cercanía de la Tierra
- * Diferencia entre el radiante aparente y el radiante verdadero.

Matemáticas para meteoros

Elementos orbitales

Pasos a considerar para el cálculo de la órbita de procedencia:

$$(\bar{\xi}_R, \bar{\eta}_R, \bar{\zeta}_R) \equiv (\bar{\alpha}_R, \bar{\delta}_R)$$

* Datos iniciales:

- Radiante aparente/verdadero
- Velocidad preatmosférica medida

$$v_{\infty c} = \bar{v}_c + v_{\infty} - \bar{v}$$

* Cálculo de la velocidad geocéntrica.
(Aplicación de la velocidad de rotación terrestre en el lugar de observación.)

* Cálculo de la velocidad heliocéntrica.
(Aplicación de la traslación terrestre)

* Conversión a coordenadas eclípticas y de unidades. (De Km/s a U.A./día.)

Matemáticas para meteoros

Elementos orbitales

Pasos a considerar para el cálculo de la órbita de procedencia:

* Datos iniciales:

- Radiante aparente/verdadero
- Velocidad preatmosférica medida

$$(\bar{\zeta}_R, \bar{\eta}_R, \bar{\zeta}_R) \equiv (\bar{\alpha}_R, \bar{\delta}_R)$$

$$v_{\infty c} = \bar{v}_c + v_{\infty} - \bar{v}$$

* Cálculo de la velocidad geocéntrica.
(Aplicación de la velocidad de rotación terrestre en el lugar de observación.)

$$v_G = (v_{\infty c}^2 - 79\,7201 \cdot 0 / (\bar{R}_n + \bar{h}_n))^{1/2}$$

* Cálculo de la velocidad heliocéntrica.
(Aplicación de la traslación terrestre)

$$\begin{aligned} \cos z_c &= \sin \delta_c \sin \bar{\varphi}'_n + \\ &+ \cos \delta_c \cos \bar{\varphi}'_n \cos (\bar{\mathcal{J}}_n - \alpha_c) . \end{aligned}$$

* Conversión a coordenadas eclípticas y de unidades. (De Km/s a U.A./día.)

Matemáticas para meteoros

Elementos orbitales

Pasos a considerar para el cálculo de la órbita de procedencia:

* Datos iniciales:

- Radiante aparente/verdadero
- Velocidad preatmosférica medida

* Cálculo de la velocidad geocéntrica.
(Aplicación de la velocidad de rotación terrestre en el lugar de observación.)

* Cálculo de la velocidad heliocéntrica.
(Aplicación de la traslación terrestre.)

* Conversión a coordenadas eclípticas y de unidades. (De Km/s a U.A./día.)

* Cálculo de los elementos orbitales

$$X = r \cos L \cos B$$

$$Y = r \sin L \cos B$$

$$Z = r \sin B$$

$$v_G [\text{km/s}] = 1731.456829 v_G [\text{AU/solar day}] .$$

$$a = k^2 r / (2k^2 - r v_H^2) ,$$

Matemáticas para meteoros

Elementos orbitales

Pasos a considerar para el cálculo de los elementos orbitales de procedencia:

* Datos iniciales:

- Radiante aparente/velocidad aparente
- Velocidad preatmosférica

$$\sqrt{p} \cos i = (rv_{Hx} \sin L_{SUN} - rv_{Hy} \cos L_{SUN})/k$$

$$\sqrt{p} \sin i = -rv_{Hz} \sin L_{SUN}/(k \sin \Omega) \quad \text{or}$$

$$\sqrt{p} \sin i = -rv_{Hz} \cos L_{SUN}/(k \cos \Omega) .$$

* Cálculo de la velocidad geocéntrica.
(Aplicación de la velocidad de rotación terrestre en el lugar de observación.)

* Cálculo de la velocidad heliocéntrica.
(Aplicación de la traslación terrestre)

* Conversión a coordenadas eclípticas y de unidades. (De Km/s a U.A./día.)

* Cálculo de los elementos orbitales

$$\text{for } B_H > 0, \quad \omega = \pi - \nu ;$$

$$\text{for } B_H < 0, \quad \omega = -\nu .$$

$$q = a(1 - e)$$

$$Q = a(1 + e)$$

Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica

```
Lluvias activa a la fecha:  
Antihelio  
Gamma-nórmidas  
  
Distancias mínimas (en grados) entre radiantes y trayectoria:  
106.712510255005 ANT1  
149.784654304209 GNO  
  
----- ELEMENTOS ORBITALES -----  
                                  Máximo / Mínimo  
Vel. inf. (Km/s): 14.1058991284041 14.1058288345018  
Vel. Geo. (Km/s): 8.59088902947342 8.59077360918548  
Radiante geocéntrico (grados):  
Ar:                  80.394932 80.365648  
De:                  11.905381 11.872867  
l:                   2.53443578967626 2.52747889216683  
p:                   92.3616633068838 92.352050141051  
a:                   2.66650594576823 2.66551628443918  
e:                   0.628854427747074 0.628725997685407  
q:                   0.98966187515798 0.989636899158455  
T:                   21.2125474223085 21.2125073576839  
Omega:              188.495235081028 188.495235081028  
omega:              -12.1725189686453 -12.1908820358824
```

Asociación a lluvia activa y cálculo de
elementos orbitales

Matemáticas para meteoros

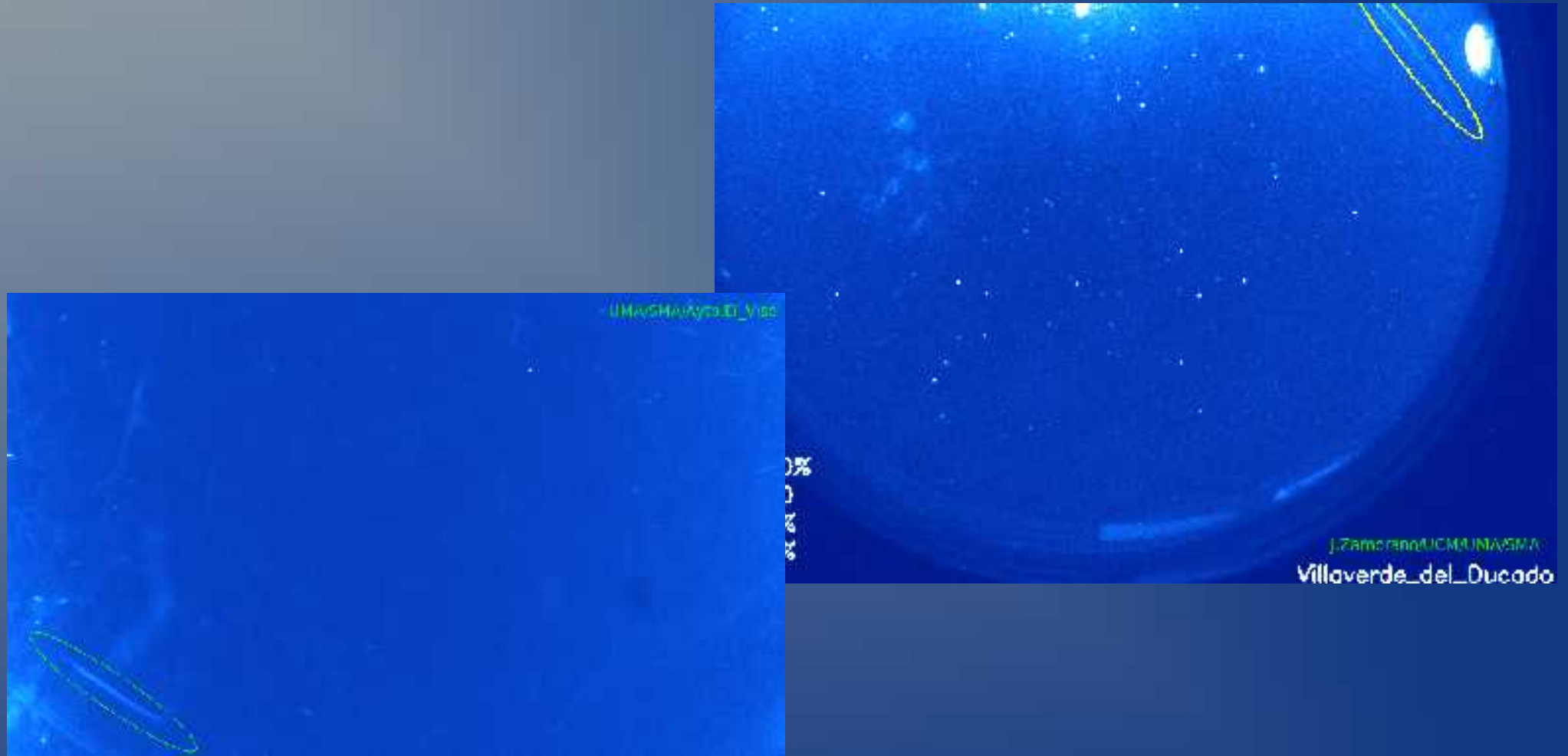
Trayectoria atmosférica

```
Elemento / Valor / Error
Vi: 14.11 0.0806706344988366
Vg: 8.59 5.77101439702607e-05
ar: 80.38 0.01464199999999949
de: 11.89 0.01675700000000013
i: 2.53 0.0034784487547137
p: 92.36 0.00480658201641580
a: 2.67 0.000191830664528489
e: 0.63 5.12150308333145e-05
q: 0.99 1.21879997628335e-05
T: 21.21 2.00323123138446e-05
omega: -12.18 0.0091815336185892
Omega: grados / votos
      188.495235 0
      188.495235 0
Método utilizado: 0
```

Bólide del 28 de marzo del 2021
Elementos orbitales y errores

Matemáticas para meteoros

Trayectoria atmosférica



Bólido rozador del 2021-04-16 desde El Viso de los Pedroches y Villaverde del Ducado

Matemáticas para meteoros

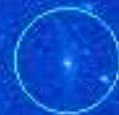
Trayectoria atmosférica



Bólido rozador del 2021-04-16
Trayectoria calculada



Galaxia de Andrómeda











(MA)

Y ESTO ES TODO.
Gracias por su atención

THE END

