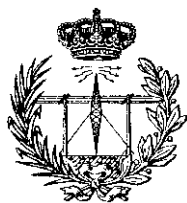


Universidad de Málaga  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación  
Programa de Doctorado en Ingeniería de Telecomunicación



TESIS DOCTORAL  
por compendio de publicaciones

Receptores Lineales MIMO para Comunicaciones  
Ópticas sobre Canales con Atenuación Dependiente  
del Modo

Autor:

LUIS MANUEL TORRES CANTÓN

Directores:


LUIS DÍEZ DEL RÍO  
FRANCISCO JAVIER CAÑETE CORRIPIO

Málaga, 2024



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

AUTOR: Luis Manuel Torres Cantón

 <https://orcid.org/0000-0002-4764-1273>

EDITA: Publicaciones y Divulgación Científica. Universidad de Málaga



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional:

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode>

Cualquier parte de esta obra se puede reproducir sin autorización pero con el reconocimiento y atribución de los autores.

No se puede hacer uso comercial de la obra y no se puede alterar, transformar o hacer obras derivadas.

Esta Tesis Doctoral está depositada en el Repositorio Institucional de la Universidad de Málaga (RIUMA): [riuma.uma.es](http://riuma.uma.es)



*A mis padres.*

*A mis Anús, por ser tan Anús.*



*“Encontró el punto de Arquímedes, pero lo usó contra sí mismo; parece que sólo se le permitió encontrarlo con esta condición”*

FRANZ KAFKA

*“Sin encontrarnos realmente en el lugar en el que Arquímedes quiso estar, sujetos todavía a la Tierra por nuestra condición humana, hemos hallado una manera de actuar sobre la Tierra y en la naturaleza terrestre como si dispusiéramos de ella desde el exterior, desde el punto de Arquímedes.”*

HANNAH ARENDT



## Agradecimientos

Con demasiada poca frecuencia se agradece la posibilidad de realizar un trabajo, grande o pequeño, y aún es más baja la probabilidad de tener la oportunidad de dejarlo por escrito.

No la perderé en esta ocasión, y comenzaré por agradecer el espacio y confianza dada por Carlos Pardo y Rubén Pérez-Aranda, fundadores de KDPOF, sin los cuales este trabajo no se podría haber realizado.

Mis apoyos vitales, familia, amigos, Cuchipanda, han sido claves para poder llevar a cabo este esfuerzo que por momentos pudo llegar a superarme por agotamiento.

Y, sobre todo, a Luis Díez y Francis Cañete, mis directores, mis guías, mis amigos.

Gracias, gracias, gracias.



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

# Índice

---

<b>Resumen</b>	<b>III</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Lista de acrónimos</b>	<b>vii</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Tecnologías, canales y receptores para comunicaciones ópticas SDM de larga distancia</b>	<b>7</b>
1.1. Tecnologías asociadas a las comunicaciones de fibra óptica para largas distancias . . . . .	7
1.1.1. Introducción . . . . .	7
1.1.2. Evolución de las tecnologías asociadas a enlaces de larga distancia	10
1.1.3. Tecnologías utilizadas en la multiplexación espacial (SDM) . . . . .	12
1.2. Canales de fibra óptica para largas distancias . . . . .	16
1.2.1. Características de propagación en fibras ópticas . . . . .	17
1.2.2. Modelado multisección de la propagación de modos en un canal SDM	22
1.2.3. Modelado y fuentes de ruido en un canal SDM . . . . .	29
1.2.4. Variación temporal en un canal SDM . . . . .	29
1.2.5. Parámetros utilizados en Modelo de canal multiseccional . . . . .	30
1.3. Transceptores de fibra óptica para largas distancias . . . . .	31
1.3.1. Transceptores de modulación de intensidad/detección directa (IM/DD) . . . . .	31
1.3.2. Transceptores coherentes por multiplexación en polarización (PDM)	32
1.3.3. Transceptores para multiplexación espacial SDM . . . . .	36
<b>2. Resumen de publicaciones</b>	<b>41</b>
2.1. Matched Filtering for MIMO Coherent Optical Communications with Mode-Dependent Loss Channels . . . . .	41
2.2. BER Analysis of an Optimum MIMO Linear Receiver in Optical SDM Systems with Mode-Dependent Loss . . . . .	44



2.3. Post-FEC Performance Evaluation of Optical SDM Systems with Mode-dependent Loss . . . . .	46
<b>3. Matched Filtering for MIMO Coherent Optical Communications with Mode-Dependent Loss Channels</b>	<b>51</b>
3.1. Abstract . . . . .	51
3.2. Reference . . . . .	52
3.3. URL . . . . .	52
<b>4. BER Analysis of an Optimum MIMO Linear Receiver in Optical SDM Systems with Mode-Dependent Loss</b>	<b>53</b>
4.1. Abstract . . . . .	53
4.2. Reference . . . . .	54
4.3. URL . . . . .	54
<b>5. Post-FEC Performance Evaluation of Optical SDM Systems with Mode-dependent Loss</b>	<b>55</b>
5.1. Abstract . . . . .	55
5.2. Reference . . . . .	55
5.3. URL . . . . .	56
<b>6. Conclusiones y líneas futuras</b>	<b>57</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>61</b>

# Resumen

---

Los sistemas ópticos basados en multiplexación espacial, *space division multiplexing* (SDM) se postulan como una solución interesante en términos de eficiencia espectral y velocidades de transmisión agregada frente a la limitación física que presentan los sistemas de comunicación ópticos de largo alcance basados en fibras monomodo.

La posibilidad que brinda la técnica SDM de transmitir varias secuencias de datos simultáneamente utilizando modos o grupos de modos sobre fibras multimodo o multi-núcleo, unido al uso de multiplexación en longitud de onda y receptores de múltiple entrada/múltiple salida, *multiple-input/multiple-output* (MIMO) coherentes, hace que la tasa de bits por segundo agregada de los sistemas ópticos de largo alcance llegue a cotas experimentales que ya se aproximan a la barrera de los 1000 Tb/s sobre una distancia de 2000 Km utilizando fibras multi-núcleo y amplificadores diseñados específicamente para SDM.

Sin embargo, el canal MIMO para sistemas ópticos de largo alcance SDM presenta características particulares cuyo origen está en la amplificación desigual de los modos que se produce en los amplificadores intermedios, denominada atenuación o pérdida dependiente del modo, *mode-dependent loss* (MDL). Cuando el nivel de MDL deja de ser despreciable en el canal, las prestaciones de un ecualizador MIMO lineal ideal basado en criterios de minimización del error cuadrático medio, *minimum mean squared error* (MMSE) empiezan a depender de la realización del canal óptico en un determinado instante. De esta manera dichas prestaciones se convierten en una variable aleatoria, y los resultados de la tasa de error de bit, *bit error rate* (BER) deben de ser descritos por tanto en términos estadísticos por medio de una función densidad de probabilidad, *probability density function* (PDF).

Esta tesis aborda este fenómeno y su impacto en el diseño del sistema de comunicaciones en tres etapas diferenciadas, cada una cristalizada en una publicación.

En la primera etapa, demostramos por qué el receptor MIMO MMSE ideal en presencia de MDL en el canal óptico deja de ser el receptor óptimo en el sentido de mínima probabilidad de error y que, en tal caso, ofrece prestaciones que son aleatorias. Analizaremos cómo el ecualizador MIMO MMSE ideal deja de ser el filtro adaptado al canal en presencia de MDL y realizaremos simulaciones numéricas para cuantificar la degradación



en términos de relación señal a ruido y distorsión, *signal to noise and distortion ratio* (SNDR) que supone cierta cantidad de MDL para un sistema MIMO basado en una fibra multinúcleo y amplificadores intermedios con un nivel de MDL variable.

En la segunda etapa, analizaremos estadísticamente la interferencia entre símbolos, *inter-symbol interference* (ISI) y la diafonía residuales que encontramos después del receptor MIMO MMSE ideal, así como la PDF de la BER, todo ello en presencia de MDL en el canal. Comprobaremos que dicha PDF depende tanto del nivel de MDL en el canal como de la relación señal a ruido, *signal to noise ratio* (SNR) en la entrada del ecualizador. Además, propondremos una aproximación de la PDF de la BER como una distribución de tipo valor extremo generalizado, *Generalized Extreme Value* (GEV) cuyos parámetros pueden ser calculados a partir de polinomios dependientes de la SNR en la entrada del ecualizador y del nivel de MDL en el canal. Por último, presentamos un método de diseño de sistemas SDM donde, utilizando un mapa de contorno de BER para cierta probabilidad de caída del sistema, *outage probability* (OP), se puede relacionar la cantidad de MDL máxima admisible y la SNR necesaria en la entrada del ecualizador.

En la tercera y última etapa, se utilizarán resultados y observaciones realizadas en cuanto a la dispersión de prestaciones en términos de BER entre los modos utilizados para una realización de canal con el objetivo de proponer esquemas de corrección de errores, *forward error correction* (FEC) que puedan aprovechar dicha dispersión. En concreto realizaremos simulaciones numéricas de dos esquemas diferentes utilizando un código de paridad de baja densidad, *Low-Density Parity Check* (LDPC) como FEC. En el primer esquema codificaremos de forma independiente y en paralelo cada uno de los modos utilizados en el sistema SDM. En el segundo de ellos, utilizaremos un solo codificador y decodificador LDPC para todos los modos, de forma que en una palabra código se encuentren bits procedentes de todos los modos. Comprobaremos que las prestaciones de este último son mejores que el primero.

Como consecuencia del estudio realizado, concluimos que la caracterización de la degradación por la presencia de MDL en el canal en sistemas SDM con receptores MIMO MMSE ideales no puede ser modelada mediante una simple penalización en potencia transmitida, sino que requiere de herramientas más precisas como los mapas de contorno de BER propuestos en esta tesis.

De forma similar, el diseño de algoritmos de codificación FEC para sistemas MIMO SDM requiere también de simulaciones precisas como las propuestas en este trabajo que reflejen la dispersión de la BER de los modos multiplexados, y no pueden estar basados en la aplicación de una simple ganancia de código.

# Abstract

---

Spatial multiplexing optical systems (SDM) are postulated as an interesting solution in terms of spectral efficiency and aggregate transmission rates to face the physical limitation that long-haul optical communication systems based on single-mode fibers exhibit.

The ability of the SDM technique to transmit multiple data streams simultaneously using modes or groups of modes over multimode or multi-core fibers, combined with the use of wavelength multiplexing and coherent MIMO receivers, brings the aggregate rate of long-haul optical systems to experimental data rates close to 1000 Tb/s over a distance of 2000 km based on multi-core fiber using SDM-specific intermediate amplifiers.

However, the MIMO channel for long-haul optical SDM systems presents particular characteristics due to the unequal amplification of the modes that occurs in the intermediate amplifiers, called MDL (mode-dependent loss). When the MDL level in the channel is not negligible, the performance of an ideal linear MIMO equalizer based on mean square error minimization (MMSE) criteria begins to depend on the realization of the optical channel. In other words, the equalizer performance becomes random and gives results in terms of bit error rate (BER) to be described by a probability density function.

This thesis addresses this phenomenon and its impact on the design of the communications system in three distinct stages, and each one has resulted in a separate publication.

In the first stage, we show why the ideal MIMO MMSE equalizer in the presence of MDL in the optical channel is no longer the optimal receiver in the sense of minimum error probability and that, in such a case, it offers performances that are random. We will analyze how the ideal MIMO MMSE equalizer fails to be the channel matched filter in the presence of MDL. We will also perform numerical simulations to quantify the degradation in terms of SNDR due to a certain amount of MDL for a MIMO system based on a multicore fiber and intermediate amplifiers with varying MDL level.

In the second stage, we will statistically analyze the residual inter-symbol interference (ISI) and crosstalk that appear after the ideal MIMO MMSE equalizer, as well as its BER probability density functions, all in the presence of MDL in the channel. We will verify that these probability density functions depend on both the MDL level in the channel and the SNR at the equalizer input. Furthermore, we will propose an approximation of



the BER probability density function as a generalized extreme value (GEV) distribution type whose parameters can be computed from polynomials dependent on the SNR at the input of the equalizer and the MDL level in the channel. Finally, we will present an SDM system design method in which, using a BER contour map for a given maximum outage probability (OP), the maximum amount of MDL allowed and the required SNR at the equalizer input can be related.

In the third and final stage, we will use the results and observations made on the performance dispersion in terms of BER among the modes used for the realization of a channel to propose FEC (forward error correction) schemes that can take advantage of this dispersion. In particular, we will perform numerical simulations of two different schemes using a LDPC (low-density parity check) code as FEC. In the first scheme we will code independently and in parallel each of the modes used in the SDM system. In the second scheme, we will use a single LDPC encoder and decoder for all modes, so that the bits of all modes are contained in the same code word. We will verify that the performance of latter is better than that of the former.

In light of the obtained results, we conclude that degradation due to the presence of MDL in the channel in SDM systems with ideal MIMO MMSE receivers cannot be modeled by a simple power penalty, but requires more accurate tools such as BER contour maps proposed in this PhD.

Similarly, the design of FEC coding algorithms for MIMO SDM systems requires accurate simulations such as those proposed in this work that reflect the BER spread of multiplexed modes, and cannot be based on the application of a simple code gain.

# Lista de acrónimos

---

- ADC** conversor analógico a digital, *analog to digital converter*. 34
- ASE** ruido procedente de la emisión espontánea de los amplificadores, *amplified spontaneous-emission noise*. 29
- AWGN** ruido aditivo blanco Gaussiano, *additive white Gaussian noise*. 38, 45, 93, 95
- BCH** *Bose-Chaudhuri-Hocquenghem*. 48
- BER** tasa de error de bit, *bit error rate*. 2, 4, 5, 17, 29–31, 38, 41, 44–50, 94–96
- CC-MCF** fibra multi-núcleo de núcleos acoplados, *coupled-core multi-core fiber*. 13
- CD** dispersión cromática, *chromatic dispersion*. 2, 4, 11, 13, 16, 20, 22, 25, 26, 28, 32, 34–36, 38
- DCF** fibras compensadoras de la distorsión cromática, *dispersion compensating fiber*. 28, 34
- DFB** realimentación distribuida, *distributed-feedback*. 31
- DFE** ecualizador con realimentación de decisión, *decision feedback equalizer*. 2
- DGD** retardo de grupo diferencial, *differential group delay*. 11, 13, 27, 32, 36
- DSDM** multiplexación espacial densa, *dense spatial division multiplexing*. 12, 14
- DSP** procesado digital de la señal, *digital signal processing*. 32, 34, 37
- DWDM** multiplexación densa en longitud de onda, *dense wavelength division multiplexing*. 11, 12
- EDFA** *Erbium-Doped Fiber Amplifier*. 10–12, 15
- FEC** corrección de errores, *forward error correction*. 4, 36, 44, 47–49, 94, 95



- FFE** ecualizador de alimentación directa, *feed-forward equalizer*. 2
- FIR** filtros digitales de respuesta finita, *finite impulse response*. 35, 36
- FMF** fibra de pocos modos, *few mode fiber*. 13, 14, 23
- FSE** ecualizador fraccional, *fractionally-spaced equalizer*. 4, 42
- FTTH** fibra hasta la casa, *fiber to the home*. 8
- GD** retardo de grupo, *group delay*. 25
- GEV** valor extremo generalizado, *Generalized Extreme Value*. 4, 39, 46, 47, 94, 95
- GQR** regla de cuadratura de Gauss, *Gauss quadrature rule*. 45, 94
- GVD** coeficiente de dispersión de velocidad de grupo, *group velocity dispersion*. 20, 22
- IM/DD** modulación de intensidad/detección directa, *intensity modulation/direct detection*. 31
- IQM** modulador IQ, *IQ modulator*. 32, 34
- ISI** interferencia entre símbolos, *inter-symbol interference*. 3, 34, 41, 42, 44, 45, 93
- LDPC** código de paridad de baja densidad, *Low-Density Parity Check*. 5, 48–50
- LED** diodo emisor de luz, *light emitting diode*. 2, 31
- LLR** logaritmo de ratio de verosimilitud, *log-likelihood ratio*. 49, 50
- LMS** *least mean square*. 12, 30, 36, 38
- LO** oscilador local, *local oscillator*. 11, 34, 36, 37
- MCF** fibras multi-núcleo, *multi-core fibers*. 13, 16, 23
- MD** dispersión modal, *modal dispersion*. 2, 4, 10, 13, 25, 27, 38
- MDG/MDL** ganancia o pérdida dependiente del modo, *mode-dependent gain/mode-dependent loss*. 1, 3
- MDL** atenuación o pérdida dependiente del modo, *mode-dependent loss*. 3, 4, 13, 15, 23–25, 27, 30, 31, 38, 39, 41–46, 48–50, 93–96
- MDM** multiplexación modal, *mode division multiplexing*. 12
- MIMO** múltiple entrada/múltiple salida, *multiple-input/multiple-output*. 1, 3, 4, 7, 12, 13, 17, 23, 30, 35, 38, 39, 41–44, 47, 93–96



- MMF** fibra óptica multi-modo, *multi-mode fiber*. 2, 10, 13, 14, 16, 23
- MMSE** minimización del error cuadrático medio, *minimum mean squared error*. 2–5, 12, 17, 30, 35, 36, 38, 39, 41–44, 47, 93, 95, 96
- MPN** ruido de partición modal, *mode partition noise*. 3
- NLSE** ecuación no lineal de Schrödinger, *non-linear Schrödinger equation*. 22
- OP** probabilidad de caída del sistema, *outage probability*. 30, 44, 46–48, 50, 94, 95
- OPLL** lazo de seguimiento de fase óptico, *optical phase-locked loop*. 11, 36
- PAM** modulación de pulsos en amplitud, *pulse amplitude modulation*. 1–3, 11, 32, 34, 42–45, 49, 96
- PBC** combinador de polarizaciones, *polarization beam combiner*. 32
- PBS** separador de polarizaciones, *polarization beam splitter*. 32, 34
- PDF** función densidad de probabilidad, *probability density function*. 4, 17, 29, 31, 38, 43–48, 93–96
- PDM** multiplexación en polarización, *polarization division multiplexing*. 3, 11–13, 33, 35, 37, 38
- PLL** lazo de seguimiento de fase, *phase-locked loop*. 36
- PMD** dispersión modal debida a la polarización, *polarization mode dispersion*. 3, 12, 22, 32, 34–36
- PON** red óptica pasiva, *passive optical network*. 8, 9
- PSP** estados de polarización principales, *principal states of polarization*. 13
- QAM** modulación de amplitud en cuadratura, *quadrature amplitude modulation*. 11, 32, 34
- QPSK** modulación de fase en cuadratura, *quadrature phase shift keying*. 23
- RIN** ruido de intensidad relativa, *relative intensity noise*. 3
- RLS** *recursive least squares*. 12, 30, 36, 38
- SDM** multiplexación espacial, *space division multiplexing*. 3, 4, 7, 12–17, 22, 23, 26, 27, 29, 30, 37, 41, 42, 46, 48–50, 93–96



- SMF** fibra monomodo, *single-mode fiber*. 10
- SNDR** relación señal a ruido y distorsión, *signal to noise and distortion ratio*. 17, 31, 42–44, 48
- SNR** relación señal a ruido, *signal to noise ratio*. 4, 10, 11, 29, 31, 38, 39, 41, 43–46, 48, 50, 93–96
- SSMF** fibras monomodo estándar, *standard single-mode fiber*. 10, 13, 15, 16
- STC** codificación espacio-temporal, *space-time coding*. 38
- STD** desviación estándar, *standard deviation*. 1, 2, 27, 31
- TIA** amplificador de transimpedancia, *transimpedance amplifier*. 34
- VCSEL** láseres de emisión de superficie de cavidad vertical, *vertical cavity surface emitting laser*. 2, 3, 31
- WDM** multiplexación en longitud de onda, *wavelength division multiplexing*. 11, 34

# Introducción

---

## Contexto técnico y metodológico

A lo largo de la historia de los sistemas de comunicaciones, se han presentado puntos de inflexión en los que la metodología utilizada para el modelado de los distintos componentes que los conforman no permite la incorporación de nuevas técnicas. Normalmente esto ocurre cuando simplificaciones que fueron asumidas en el pasado y que funcionaron suficientemente bien, dejan de ser aplicables. Esta tesis trata de cómo resolver el punto de inflexión al que ha llegado el estudio de sistemas MIMO de comunicaciones ópticas de largo alcance al añadir los efectos de la ganancia o pérdida dependiente del modo, *mode-dependent gain/mode-dependent loss* (MDG/MDL).

Un ejemplo de cómo se llega a un punto de inflexión metodológico es el ocurrido en la estandarización de comunicaciones ópticas basadas en Ethernet en su paso de tasas de transmisión de datos de 1 Gb/s a 10 Gb/s en enlaces de corta distancia (100 m hasta 10 Km).

Durante las etapas de grupo de estudio (study group) y de tarea (task force) del proyecto IEEE 802.3z para el desarrollo de un sistema de comunicaciones óptico de 1 Gb/s, se desarrolló una metodología basada en la apertura del diagrama de ojos resultante en recepción [1]. El objetivo era relacionar de la forma más sencilla posible la observación en un osciloscopio del diagrama de ojos medido justo antes del decisor (y por tanto, estimar la tasa de bits erróneos) con los distintos parámetros de calidad y fuentes de ruido que definen el sistema de comunicaciones. Para ello, se asumieron ciertas simplificaciones que permitieran calcular de forma sencilla el efecto de las desviaciones de la idealidad como penalizaciones en cuanto a la potencia óptica que debería de incrementarse para compensar dicha desviación.

La primera simplificación consistió en asumir que la respuesta frecuencial combinada de la fuente de luz y la fibra es Gaussiana. Esto permite centrar el análisis en la desviación estándar, *standard deviation* (STD) de la respuesta frecuencial. La secuencia de bits es transformada en una secuencia de pulsos modulados mediante una modulación de pulsos en amplitud, *pulse amplitude modulation* (PAM) de dos niveles (2-PAM) generados por



un diodo emisor de luz, *light emitting diode* (LED). Dichos pulsos son aproximados como Gaussianos en el dominio temporal y, por tanto, completamente caracterizados por su STD. A su vez, y recordando que la transformada de Fourier de un pulso Gaussiano es también una respuesta frecuencial Gaussiana, el espectro de los pulsos emitidos puede ser descrito completamente por su STD asociada. Esta secuencia de pulsos queda afectada por la modificación de los parámetros de una fibra óptica multi-modo, *multi-mode fiber* (MMF) como su dispersión cromática, *chromatic dispersion* (CD) o su dispersión modal, *modal dispersion* (MD). Como la respuesta frecuencial de la fibra se asume Gaussiana, el pulso después de su paso por la fibra es también Gaussiano con una STD modificada [2]. De este modo, al asumir la Gaussianidad de los pulsos emitidos y de la respuesta frecuencial de la fibra, la función de transferencia del sistema queda descrita por la transformación de la STD de la fuente de luz LED a la STD a la salida de la fibra.

Adicionalmente se modeló la respuesta impulsional temporal del receptor como un coseno alzado [2] [3]. Por tanto, utilizando la convolución de las respuestas temporales Gaussianas de los pulsos emitidos y la fibra junto con el coseno alzado del receptor, es posible calcular de forma cerrada a partir de los tiempos de subida y bajada de un pulso Gaussiano en el dominio temporal, el diagrama de ojos en el dominio temporal con dos niveles antes del decisor. A partir de este diagrama de ojos en el dominio temporal, y suponiendo un sistema sin ecualizador, se calcula la BER a la salida del receptor [4]. Fijando la BER objetivo a  $10^{-12}$ , se va aumentando la potencia transmitida hasta que se logra dicha BER. El aumento de potencia aplicada para obtener la BER objetivo respecto al mismo sistema sin la fibra es la penalización debida a las limitaciones impuestas por la fibra óptica, y es posible calcularla en una simple hoja de cálculo.

Esta metodología resultó ser un éxito por su simplicidad y efectividad. Se realizaron cientos de medidas de distintas fibras ópticas multimodo y se convirtieron en parámetros estándar de la calidad de las MMF el ancho de banda de dispersión cromática ( $BW_{DC}$ ) y el ancho de banda de dispersión modal ( $BW_{MD}$ ), cuya relación con la STD de la respuesta frecuencial de la fibra es directa.

El desarrollo de nuevas fuentes de luz basadas en láseres de emisión de superficie de cavidad vertical, *vertical cavity surface emitting lasers* (VCSELs) en lugar de LEDs, el uso de modos de lanzamiento de la luz desplazados del centro de la fibra, la propuesta de aumento en la densidad de la modulación utilizada pasando de 2-PAM a 4-PAM, así como la introducción de ecualizadores lineales tipo ecualizador de alimentación directa, *feed-forward equalizer* (FFE) o no lineales tipo ecualizador con realimentación de decisión, *decision feedback equalizer* (DFE) basados en criterios MMSE, hizo factible la evolución a velocidades de transmisión de 10 Gb/s.

Motivados por el éxito de la metodología aplicada para la estandarización del sistema de 1 Gb/s, el grupo de estudio y de tarea para el desarrollo de Ethernet óptico para 10 Gb/s reutilizó la hoja de cálculo usada para 1 Gb/s, calculando nuevas penalizaciones para cada una de las nuevas tecnologías propuestas. De este modo, en el campo académico

y de estandarización se publicaron múltiples estudios sobre cómo calcular penalizaciones relacionadas con el uso de 4-PAM y VCSEL [5], [6], con la introducción de ecualizadores MMSE para compensar la dispersión cromática y modal, [7][8], o la influencia de la respuesta frecuencial de la fibra con la alineación entre el VCSEL y el centro de la fibra [9]. Además también se identificaron y estudiaron penalizaciones resultantes de la interacción entre la dispersión cromática y modal [10]. El modelado del ruido también tuvo que modificarse, incluyendo como ruidos términos derivados de la pureza modal del VCSEL (ruido de intensidad relativa, *relative intensity noise* (RIN)) [11] y también de la influencia de los conectores u otras discontinuidades en la fibra, que provocaban el bloqueo o transmisión de ciertos modos (ruido de partición modal, *mode partition noise* (MPN)) [12]. Sin embargo, el esfuerzo de asociar individualmente a cada efecto o nueva técnica identificada una nueva penalización, no pudo cubrir todas las pérdidas sufridas en el enlace e identificadas en el laboratorio, con lo que se añadieron márgenes y penalizaciones por interacción de las penalizaciones previas que se exacerban con el incremento de la ISI residual del sistema [13].

A pesar de los indicios de agotamiento mostrados por la metodología basada en penalizaciones, su facilidad de uso en el laboratorio y la facilidad ofrecida para el cálculo del presupuesto de pérdidas de un enlace óptico, ha hecho que se siga intentando aplicar tanto en la estandarización como en el estudio académico de sistemas de comunicaciones ópticas actuales. De este modo, la reciente inclusión de la multiplexación en polarización, *polarization division multiplexing* (PDM) como técnica para aumentar la velocidad de transmisión mediante la detección coherente de la señal óptica [14], [15] y la consiguiente aplicación de un sistema MIMO 2x2 [16], ha llevado consigo un esfuerzo por calcular una nueva penalización asociada a las pérdidas desiguales entre las dos polarizaciones de la señal recibida en su transmisión a través del enlace óptico, denominada dispersión modal debida a la polarización, *polarization mode dispersion* (PMD)).

Adicionalmente, para sistemas de comunicaciones ópticos de larga distancia, se ha propuesto la utilización de distintos modos de transmisión para conformar una multiplexación entre ellos denominada SDM, lo que transforma el sistema de comunicaciones en un sistema MIMO de dimensión igual al número de modos empleado, y requiere la ecualización en recepción para eliminar en lo posible tanto la diafonía entre modos (*cross-talk*) como la ISI. Las características de larga distancia de este sistema implican el uso de repetidores de señal que amplifican de modo desigual cada uno de los modos empleados, incurriendo en lo que se denomina MDG/MDL, referida en este trabajo de forma unitaria como MDL por simplicidad en la notación.

Esta tesis plantea la necesidad de utilizar una metodología sistemática desde el punto de vista de un sistema de comunicaciones que no se base en asunciones, como la gaussianidad de los pulsos generados y de la respuesta frecuencial del sistema, para enlaces de larga distancia con amplificadores intermedios, sujeto a MDL.

## Objetivos de la Tesis

Teniendo en cuenta el contexto explicado en la sección anterior, al inicio de esta tesis doctoral se plantearon alcanzar los siguientes objetivos:

- Modelado del canal óptico para sistemas SDM de larga distancia, incluyendo los efectos derivados de la amplificación desigual de los modos transmitidos (MDL).
- Diseño y modelado de un ecualizador MIMO MMSE ideal utilizando un ecualizador fraccional, *fractionally-spaced equalizer* (FSE) con suficiente número de etapas para ser asimilado como ideal para el canal propuesto.
- Desarrollo de una herramienta de simulación numérica que ayude al diseño de sistemas SDM basados en ecualización MIMO MMSE y usen FEC, y que permita la evaluación de sus prestaciones.
- Evaluación de las prestaciones del ecualizador MIMO MMSE ideal para el canal propuesto, incluyendo la PDF de la BER resultante en función de la SNR a la entrada del ecualizador y del nivel de MDL en el canal.
- Evaluación de esquemas de FEC adecuados para la naturaleza aleatoria de las prestaciones del ecualizador MIMO MMSE ideal en canales con presencia de MDL.

## Estructura de la Tesis

En el capítulo 1 se presentan las tecnologías, modelo de canal afectado por CD, MD y MDL, y distintas posibilidades de receptores para un sistema de comunicaciones ópticas de larga distancia con SDM. A continuación, en el capítulo 2 se resumen las contribuciones originales de esta tesis, condensadas en tres trabajos publicados.

En el primero de los trabajos, incluido en el capítulo 3, se analiza el receptor lineal MIMO más comúnmente empleado en la literatura y basado en la minimización del error cuadrático medio (MMSE), y en cómo dicho receptor deja de ser equivalente a un filtro adaptado perfecto en presencia de MDL.

El segundo trabajo se incluye en el capítulo 4, y muestra entre otras cosas cómo la PDF de la tasa de error de bit (BER) depende tanto de la relación señal a ruido en la entrada el ecualizador MIMO como de la cantidad de MDL presente en el canal, y propone un ajuste de dicha PDF a una fórmula cerrada conocida como GEV, cuyos parámetros se pueden relacionar de forma polinómica con la SNR y el MDL.

El tercero de los trabajos se reproduce en el capítulo 5, y se centra en los efectos que tiene sobre el diseño del sistema de codificación de canal para la corrección de errores

el hecho de tener tasas desiguales de BER en cada uno de los modos a la salida del ecualizador MMSE. Se proponen, analizan y simulan dos esquemas distintos, donde el primero aplica un algoritmo de corrección de errores basado en LDPC independiente por cada uno de los modos, mientras que el segundo esquema aplica el mismo código pero a través de todos los modos.

Finalmente, el capítulo 6 recoge las conclusiones y líneas futuras propuestas a raíz de la realización de esta tesis.



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

---

## Capítulo 1

# Tecnologías, canales y receptores para comunicaciones ópticas SDM de larga distancia

---

En este capítulo, se describen los avances técnicos y de modelado necesarios para poder aplicar la técnica de SDM a enlaces ópticos de larga distancia. Para ello, en primer lugar se realiza un breve repaso histórico de las tecnologías que han hecho posible el incremento de prestaciones en los sistemas de comunicaciones, para centrarnos después en las necesarias para el uso de SDM. A continuación, se justifica en detalle el modelo de canal MIMO que utilizaremos en este trabajo. Finalmente, se abordan los distintos tipos de transceptores utilizados para comunicaciones ópticas de larga distancia, con especial atención a los diseñados específicamente para sistemas basados en SDM.

### 1.1. Tecnologías asociadas a las comunicaciones de fibra óptica para largas distancias

#### 1.1.1. Introducción

Las prestaciones de los enlaces basados en fibra óptica han ido paralelos al desarrollo de las tecnologías asociadas a dichos enlaces. Podemos clasificar los tipos de enlaces según la distancia que deben cubrir, de mayor a menor, como [17]:

- Comunicaciones submarinas (6000 Km o más)
  - Comunicaciones submarinas transpacíficas
  - Comunicaciones submarinas transatlánticas
- Comunicaciones de ultra larga distancia (*Ultra long-haul*, de 3000 a 6000 Km)



- Comunicaciones de larga distancia (*Long-haul*, de 400 a 3000 Km)
- Comunicaciones de área metropolitana (*Metro*, de 40 a 400 Km)
- Comunicaciones de acceso (*Access*, de 10 a 40 Km)
- Comunicaciones de última milla (*Last mile*, o fibra hasta la casa, *fiber to the home* (FTTH), hasta 10 Km)

Entre los tipos de enlaces descritos, existe una diferenciación clara entre los enlaces denominados pasivos (red óptica pasiva, *passive optical network* (PON)) o activos, es decir, aquellos que requieren de elementos activos entre el transmisor y el receptor, como amplificadores, para poder compensar la atenuación producida por la fibra óptica. De este modo, las comunicaciones de hasta 80 Km pueden ser pasivas, mientras que para distancias mayores se suelen utilizar amplificadores intermedios.

Esta tesis doctoral se centra en sistemas de comunicaciones activos, es decir, que contienen en su enlace uno o varios amplificadores intermedios, y por tanto diseñados para distancias mayores de 80 Km y que pueden llegar a 6000 o más Km. Normalmente, y si no se especifica lo contrario, denominaremos genéricamente sistema de comunicaciones ópticas de larga distancia a los sistemas de comunicaciones ópticas que requieren del uso de amplificadores intermedios, tal y como muestra la Figura 1.1.

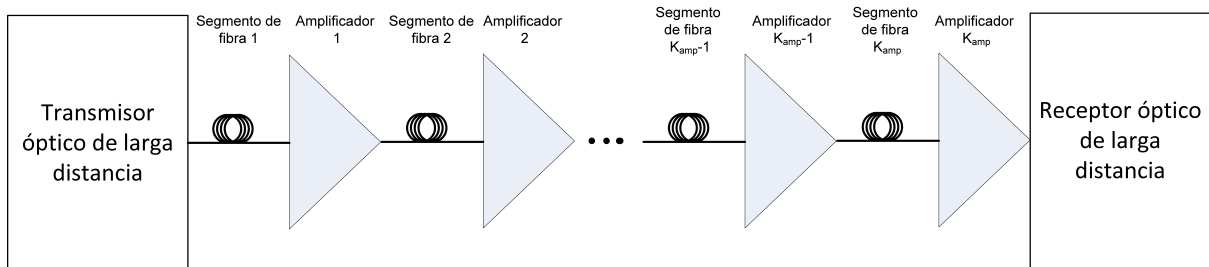


Figura 1.1: Sistema de comunicaciones óptico de larga distancia con  $K_{amp}$  secciones compuestas por un segmento de fibra y un amplificador.

Los sistemas de comunicaciones de larga distancia basados en comunicaciones ópticas utilizan una secuencia de tramos de fibra intercalados con amplificadores independientes para cada uno de los sentidos de la comunicación, logrando una comunicación de tipo full-duplex a costa de duplicar los elementos para cada sentido de la comunicación. No existen por tanto canceladores de eco para reutilizar el mismo medio para transmisión y recepción simultáneamente, sino que los canales de transmisión y recepción de un transceptor son independientes desde el punto de vista físico.

Desde la identificación del óxido de silicio ( $SiO_2$ ) cristalizado como material de referencia para la fabricación de fibras ópticas, la reducción de la atenuación de dichas

fibras ha sido un objetivo fundamental para, de ese modo, aumentar la longitud de cada segmento de fibra en la Figura 1.1 y disminuir por tanto el número de amplificadores en el enlace. De este modo, las atenuaciones medias pasaron de ser de unos  $20 \text{ dB/Km}$  a tan sólo  $0.2 \text{ dB/Km}$  [18].

Sin embargo, la atenuación en el óxido de silicio depende de la longitud de onda  $\lambda$  utilizada por la fuente de luz. En la Figura 1.2 podemos ver la atenuación típica de una fibra y las distintas bandas utilizadas en enlaces ópticos para telecomunicaciones.

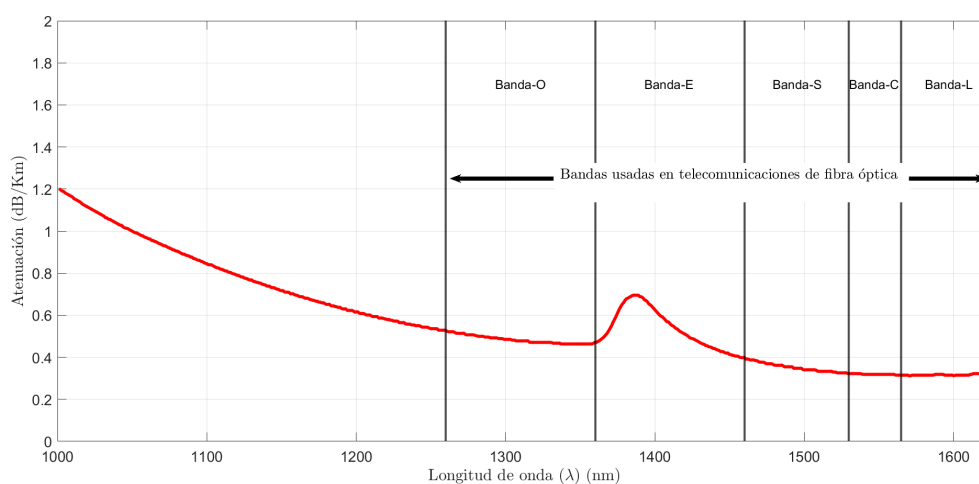


Figura 1.2: Atenuación medida en  $\text{dB/Km}$  de una fibra óptica típica, y las distintas bandas de transmisión definidas para sistemas de comunicaciones.

Inicialmente, se comenzó por utilizar la banda O, entre 1260 y 1360 nm, para transmitir, debido a que las primeras fibras ópticas producidas en la década de 1970 tenían una zona de atenuación mínima en ese rango de longitudes de onda. Sin embargo, las fibras actuales tienen su banda de menores pérdidas situada en la banda C, que es la más usada para comunicaciones ópticas de área metropolitana, larga distancia, ultra larga distancia y comunicaciones submarinas.

En los casos donde se necesita ancho de banda adicional, se suele utilizar la banda L, ya que es la zona con la siguiente menor atenuación. Existen amplificadores que pueden trabajar simultáneamente en las bandas C y L, y son utilizados en los enlaces submarinos.

La banda S es utilizada en muchos sistemas PON, donde la atenuación de la fibra no es tan importante por las distancias menores requeridas.

La banda E es la menos utilizada de las bandas de la Figura 1.2, debido a que coincide con el pico de absorción del agua residual que puede quedar atrapada en la fibra después de su fabricación. Sin embargo, las técnicas de deshidratación utilizadas hoy en día en la fabricación de fibras hacen que la atenuación en la banda E sea incluso menor que en la banda O [19].

Fuera de la Figura 1.2, se encuentran las longitudes de onda utilizadas en las comunicaciones ópticas de corto alcance para centros de datos (850 nm) o para dentro de vehículos (980 nm) estandarizadas en IEEE 802.3 [20].

### 1.1.2. Evolución de las tecnologías asociadas a enlaces de larga distancia

El incremento constante de la demanda de más capacidad de transmisión a lo largo del tiempo ha fomentado primero la exploración y después el uso comercial de nuevas técnicas aplicables a los enlaces ópticos de larga distancia.

Ordenados por orden cronológico, podemos clasificarlos en seis avances tecnológicos que conllevaron el aumento en términos de capacidad de los enlaces. Nuestra tesis versa sobre el último de ellos, el uso de la multiplexación espacial [21].

- *Mejora en las características de transmisión de las fibras (1970-1990)*. Durante el periodo de 1970 a 1990, la disminución de la atenuación media de las fibras utilizadas, el paso de MMF a fibra monomodo, *single-mode fiber* (SMF) y la consecuente eliminación de la interacción entre modos en términos de MD, así como los nuevos procesos de fabricación que permitieron la utilización de la banda E, permitieron avanzar en la capacidad de transmisión y cubrir la demanda creciente de tráfico en esta época. Además, durante esta etapa se consolidaron los procesos de fabricación en masa y con calidad controlada de las fibras monomodo estándar, *standard single-mode fibers* (SSMFs).
- *Introducción y mejora de amplificadores por dopaje de Erblio, Erbium-Doped Fiber Amplifier* (EDFA) (1987-2000). Inventado en 1987, el uso de EDFA y la mejora de su figura de ruido y fiabilidad a lo largo del tiempo ha permitido mejorar la SNR en los enlaces ópticos, y por tanto habilitar el uso de constelaciones más densas. Adicionalmente, los EDFA permiten la amplificación de un rango de longitudes de onda que puede llegar a cubrir las bandas C y L (ver Figura 1.2). El primer enlace submarino que emplea EDFA fue el TPC-5CN, inaugurado en 1996. Los EDFA se basan en la absorción de energía inyectada mediante un diodo láser a 980 o 1480 nm que provoca una amplificación por emisión estimulada alrededor de los 1550 nm, y su combinación con otros elementos de la zona de la tabla periódica de las tierras raras, como el Iterbio (*Yb*), puede aumentar el rango de longitud de onda de absorción y mejorar la eficiencia en amplificadores de alta potencia. Anteriormente a la introducción de los EDFA, se utilizaban conversores óptico/eléctricos para realizar la amplificación en el dominio eléctrico, con la consecuente pérdida de SNR, disminución de la fiabilidad y aumento de coste al precisar de un número de elementos mayor.

- *Multiplexación en longitud de onda*, wavelength division multiplexing (*WDM*) (1995-2000). La adaptación de los EDFA y su capacidad de amplificación en las bandas C y L potenciaron el desarrollo de la multiplexación de varios canales de comunicaciones utilizando la misma fibra monomodo estándar pero en diferentes longitudes de onda. Esto supone multiplicar por el número de canales multiplexados la capacidad de una sola fibra monomodo. Las contribuciones técnicas necesarias para optimizar este tipo de multiplexación pasaron por la introducción de filtros ópticos igualadores para conseguir las mismas ganancias en todas las longitudes de onda usadas después de la amplificación por EDFA, evolución de los EDFA y filtros asociados para evitar diafonías (*crosstalk*) entre canales de distinta longitud de onda, y evoluciones en la forma de inyección de energía mediante láseres de diodo en los EDFA, cambiando el punto de inyección desde el núcleo de la fibra hacia el recubrimiento. Las bandas de guarda entre canales utilizando distinta longitud de onda fue estrechándose conforme la tecnología evolucionó, llegando a lo que se denominó multiplexación densa en longitud de onda, *dense wavelength division multiplexing* (DWDM).
- *Comunicaciones ópticas coherentes* (2000-2010). Hasta la primera década del año 2000, el sistema de modulación utilizado en comunicaciones ópticas se reducía a la detección directa por intensidad de luz, es decir, PAM de dos niveles (2-PAM), con lo que la información por cada periodo de uso de canal quedaba limitada a un bit. A cambio, los componentes ópticos para la recepción y transmisión de la señal son conceptualmente muy sencillos, ya que basta un láser cuya intensidad lumínica sea modulable a la velocidad requerida y un fotodetector. De hecho, sistemas actuales siguen utilizando esta modulación por su requisito de baja SNR para funcionar y bajo coste de implementación. El primer paso hacia el incremento de densidad fue añadir más niveles a la modulación por amplitud. Esto permitía conservar la simplicidad de los transmisores y receptores incrementando la eficiencia espectral, a cambio de necesitar más SNR para trabajar. Estos esquemas se siguen usando en la actualidad. Después se propuso la recuperación del campo eléctrico de la señal óptica completo incluyendo información sobre la fase, no sólo de la potencia detectada a través de un simple fotodetector. Esto permite transmitir información tanto en fase como en cuadratura, pero requiere del conocimiento en el receptor de la fase de la portadora transmitida, con lo que se requiere de un lazo de seguimiento de fase óptico, *optical phase-locked loop* (OPLL) o eléctrico seguido de un procesado digital de la señal posterior, además de desfasadores ópticos de  $90^\circ$  y un oscilador local, *local oscillator* (LO), normalmente implementado mediante un láser, tanto en transmisión como en recepción. La utilización de la fase y cuadratura del campo eléctrico no sólo permite la utilización de modulaciones complejas, como modulación de amplitud en cuadratura, *quadrature amplitude modulation* (QAM) y sus variantes, sino que también permite la compensación de los efectos del canal óptico como la CD y el retardo de grupo diferencial, *differential group delay* (DGD).
- *PDM* (1992-2010). Desde su propuesta inicial en 1992 [22], el uso independien-

te de la polarización del campo eléctrico para transmitir secuencias de datos fue perfeccionándose a lo largo de los años. La utilización conjunta con la detección coherente permitió elaborar algoritmos de compensación de la PMD [7], [16], [23]. Dicha compensación se realiza mediante un ecualizador MIMO  $2 \times 2$  basado en criterios MMSE, normalmente implementado usando un algoritmo de adaptación de tipo *least mean square* (LMS) o *recursive least squares* (RLS). [14], [15], [24].

- *SDM* (2010-Actualidad). A pesar de la expansión en la capacidad de los enlaces ópticos de larga distancia basados en fibra óptica monomodo estándar, se ha llegado a su límite teórico, calculado teniendo en cuenta el ancho de banda máximo de los EDFA, de alrededor de 10 THz, la máxima eficiencia espectral práctica, limitada por los efectos no lineales de la fibra, y la utilización de la multiplexación en polarización para transmitir dos secuencias de datos en paralelo. Es decir, una vez agotados los vectores de incremento de capacidad de la fibra utilizando como nuevos grados de libertad la longitud de onda (usando DWDM), la eficiencia espectral (usando constelaciones densas y modulación coherente) y la polarización (usando PDM), la idea fundamental de la técnica SDM es utilizar la dimensión espacial como nuevo grado de libertad. En este contexto, la dimensión espacial tiene un sentido amplio, ya que se incluye tanto el uso de fibras con varios núcleos, como fibras multimodo donde cada modo o grupo de modos puede ser excitado y recibido de forma independiente. En este último caso también es conocido como multiplexación modal, *mode division multiplexing* (MDM) [25]. Cuando se utilizan fibras con varios núcleos capaces de transmitir a su vez varios modos en cada núcleo, se denomina multiplexación espacial densa, *dense spatial division multiplexing* (DSDM) [26]-[28]. Se han descrito en la literatura experimentos que, combinando SDM y DWDM, logran tasas de transmisión de datos de hasta 715 Tb/s sobre una distancia de 2000 Km basado en una fibra de 19 núcleos utilizando amplificadores intermedios específicos para SDM [29] [30].

### 1.1.3. Tecnologías utilizadas en la multiplexación espacial (SDM)

Para llevar a la práctica la técnica SDM, se requiere el concurso y desarrollo de varias tecnologías específicas [31][19], que podemos resumir en tres grupos:

- Fibras especialmente diseñadas para SDM
- Amplificadores multimodales
- Multiplexores de modos

## Fibras para SDM

La técnica SDM requiere de fibras que sean capaces de transmitir varios modos o grupos de modos que sean fácilmente excitables y detectables de forma independiente. Desde este punto de vista, una MMF como las utilizadas primitivamente en los enlaces de larga distancia, podría ser utilizada para SDM utilizando lo que se denominan modos principales [32]-[35], en analogía con los estados de polarización principales, *principal states of polarization* (PSP) [23], [36] utilizados para la PDM.

Sin embargo, contar con varios núcleos en la sección de la fibra, permite facilidades a la hora de excitar de forma individual los modos o grupos de modos que viajan por la estructura. De esta manera, se introdujeron por una parte estructuras de varios núcleos en una fibra (fibras multi-núcleo, *multi-core fibers* (MCF)) con un recubrimiento que normalmente está restringido a un diámetro estándar de  $125\ \mu\text{m}$ , y por otra la multiplexación de modos o grupos de modos en un núcleo o fibra que soporta un número reducido y controlado de modos (fibra de pocos modos, *few mode fiber* (FMF)). El desarrollo de este tipo de fibras es central en el despliegue del SDM, ya que de su diseño y por tanto, características en cuanto a atenuación, CD, DGD y de interacción y diafonía entre modos expresado a través de la MD, dependen las prestaciones como sistema de comunicaciones. En la sección 1.2 profundizaremos en dichas características.

La Figura 1.3 muestra la sección de dos fibras multi-núcleo (MCF) utilizadas para SDM. La sección de fibra de la izquierda se corresponde con un diseño para enlaces submarinos transpacíficos donde se prima el acoplamiento entre los campos eléctricos transmitidos en los cuatro núcleos (fibra multi-núcleo de núcleos acoplados, *coupled-core multi-core fiber* (CC-MCF))[37]. Dicho acoplamiento fuerza una mezcla fuerte entre los modos transmitidos en los distintos núcleos que permite reducir la tasa de crecimiento del DGD con la longitud de la fibra, lo que conlleva una reducción en la complejidad del receptor MIMO tal y como veremos en la sección 1.3. Además permite reducir al mínimo la MDL asociada a la fibra, así como los efectos no lineales. En el gráfico asociado en la parte inferior se describe cómo el índice de refracción relativo al índice de refracción del óxido de silicio cambia con la distancia desde el punto central de la fibra. Al igual que en el caso de las fibras de un solo núcleo, el perfil de índice de refracción determina el número de modos que se transmiten por cada núcleo y en la estructura completa, así como características mecánicas como las pérdidas asociadas a la torsión y doblado de la fibra. Nótese cómo el diámetro del recubrimiento externo se fija en  $125\ \mu\text{m}$ , que es coincidente con el diámetro utilizado para las SSMFs.

La sección de fibra de la derecha en la Figura 1.3 se corresponde con una de las implementaciones cubiertas por la patente US 2021/0003774 A1 sobre diseño de fibras multinúcleo para SDM [38]. Aunque en el ejemplo mostrado aquí los núcleos se agrupan de dos en dos, las reivindicaciones de la patente cubren implementaciones de hasta siete núcleos por grupo, donde la localización relativa de cada núcleo en cada grupo va girando con el eje longitudinal de la fibra estableciendo un trenzado entre núcleos. Además, tam-

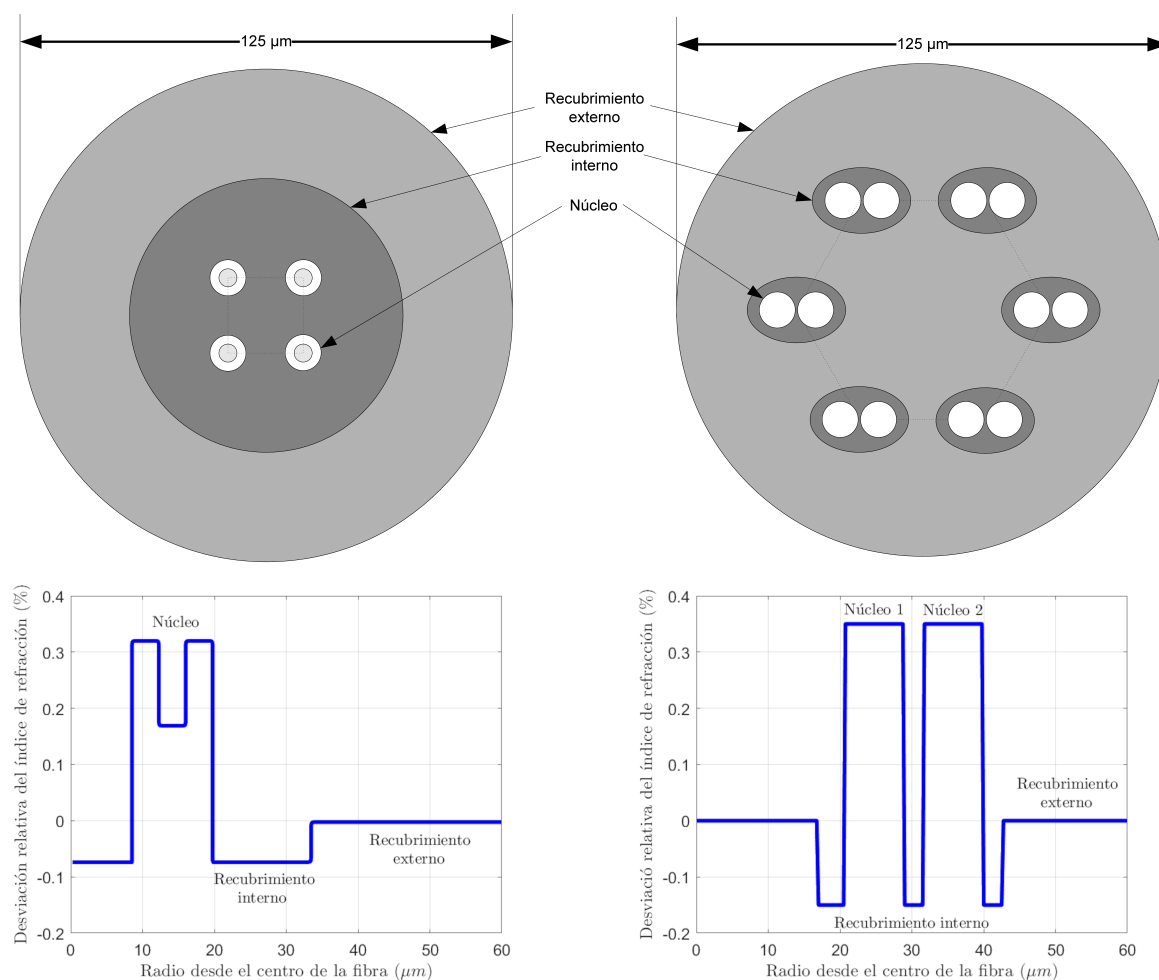


Figura 1.3: Dos ejemplos de secciones de fibras diseñadas para multiplexación espacial (SDM) y multiplexación espacial densa (DSDM).

bién quedan cubiertas por esta patente las implementaciones en las que el perfil de índice de refracción de cada núcleo no es sólo de tipo salto de índice, como refleja la gráfica en la parte inferior de la Figura 1.3, sino que incluye perfiles de índice de refracción graduales y de otros tipos. Por tanto, eligiendo el número de modos por núcleo y el perfil de índice de refracción, se puede definir una fibra capaz de transmitir unos pocos modos (FMF), o múltiples modos (MMF), permitiendo sistemas DSDM, donde el número de modos puede superar los 100 [28].

Existen otras muchas geometrías de fibras diseñadas para SDM, que cuentan con estructuras hexagonales, fibras huecas, o combinaciones de varios tipos de núcleos en un recubrimiento común[21][39], [40]. Este es un campo de investigación abierto, con nuevas patentes y artículos de investigación publicados de forma continua.

## Amplificadores multimodales

Otro de los componentes esenciales para garantizar la factibilidad del uso de SDM en enlaces de larga distancia son los amplificadores multimodales. El reto en este caso es amplificar de forma eficiente y uniforme todos los modos utilizados en la fibra, para obtener una MDL lo más reducida posible. En la Sección 1.2 veremos que este parámetro es clave para garantizar la calidad y disponibilidad del enlace SDM.

En el caso de amplificadores de tipo EDFA, la cantidad de MDL viene determinada por varios factores que dependen del tipo de fibra sobre el que se aplica la amplificación. Si se trata de un amplificador asociado a una fibra multimodo de un solo núcleo, el origen de la MDL radica en la forma y ancho espectral del láser utilizado para generar la amplificación. Normalmente, este tipo de láseres de bombeo tienen haz de forma Gausiana, con lo que la cantidad de potencia inyectada en el centro de la fibra y en los laterales será distinta. Esto tiene como consecuencia que el láser de bombeo no excitará de forma uniforme todos los modos. De hecho, si el haz del láser de bombeo coincide con el centro del núcleo de la fibra, excitará de forma predominante los modos con simetría radial, característica que no es deseable ya que aumentará la cantidad de MDL introducida por el amplificador. Para evitar esto, se ha propuesto desde controlar el perfil de dopaje de Erblio [41] hasta el uso de linternas fotónicas para controlar la forma del haz del láser de bombeo [42] o inyectar el haz del láser de bombeo en el recubrimiento de la fibra [43].

La amplificación de fibras multi-núcleo también requiere de un desarrollo tecnológico que todavía se encuentra en fase de investigación. Los retos en el caso de amplificadores de tipo EDFA son los mismos que con fibras de un solo núcleo, con la variante adicional de la existencia de varios núcleos que deben de ser amplificados. Amplificadores EDFA de fibras de hasta 12 núcleos han sido reportados en la literatura [44] que permitirían sobre el papel enlaces submarinos transpacíficos utilizando SDM. Para asegurar que a la salida de cada amplificador la cantidad de MDL está controlada también se han propuesto ecualizadores adaptativos de modos capaces de medir la diferencia de potencia amplificada en cada modo y modificar las componentes modales del láser de bombeo para igualar la ganancia de los modos amplificados a la salida y reducir por tanto el MDL [45].

## Multiplexores de modos

El acoplamiento eficaz de diferentes secuencias de datos transmitidas típicamente en SSMFs en fibras diseñadas para SDM como las descritas en esta sección es un reto tecnológico importante que es necesario superar para la implementación efectiva de las técnicas de SDM en enlaces de larga distancia. Estas técnicas de multiplexación, y sus correspondientes de demultiplexación en el extremo receptor, pueden clasificarse en dos grupos, denominados de acoplamiento indirecto y acoplamiento directo.

Los dispositivos de acoplamiento indirecto consisten en un esquema que utiliza lentes

y óptica en el espacio libre para lograr el acoplamiento de varias SSMFs en una fibra multi núcleo. Aunque puede escalarse a un número elevado de núcleos y la diafonía entre modos puede llegar a controlarse, se trata de una solución poco integrable por su tamaño y que requiere de dispositivos opto-mecánicos de alta precisión [46] [47], [48].

Por otro lado, los dispositivos de acoplamiento directo implementan un interfaz basado en guía-ondas que conecta directamente las SSMFs con las MCFs. El conector cónico multinúcleo fue una de las primeras soluciones propuestas, en la que un conjunto de SSMFs se conecta a una sección cónica cuyo recubrimiento va disminuyendo en diámetro, así como los núcleos para adecuarse a los diámetros de la fibra multinúcleo [49]. Esta técnica sin embargo puede incurrir en diafonía entre los distintos modos implicados. El acoplamiento utilizando un diseño de guía-ondas individual para cada conexión entre una SSMF y un núcleo de la MCF también ha sido propuesto. Este tipo de multiplexación permite controlar de forma más precisa la diafonía entre modos y resulta en un dispositivo compacto [50].

## 1.2. Canales de fibra óptica para largas distancias

A partir del sistema de comunicaciones ópticas de larga distancia descrito en la Figura 1.1, en esta sección se presenta el modelo de canal utilizado para un enlace dividido en  $K_{amp}$  secciones compuestas por un tramo de fibra diseñada para SDM, ya sea MMF o MCF, seguido de un amplificador multimodal como los descritos en la sección 1.1.3.

Para ello, en la sección 1.2.1 se describe la función de propagación  $\beta(\omega)$  asociada a la función de onda de un modo de transmisión de la fibra a partir de la ecuación de Helmholtz formulada para fibras ópticas con pérdidas. La geometría y variación del índice de refracción con el radio del núcleo y el recubrimiento de la fibra determinarán el número de modos que se transmitirán por la fibra, cada uno de ellos asociado a una función de propagación  $\beta(\omega)$ . Las derivadas sucesivas de  $\beta(\omega)$  respecto a  $\omega$  en las proximidades de la frecuencia portadora  $\omega_0$  (notadas como  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  y  $\beta_3$ ) determinarán las características físicas fundamentales de propagación de cada modo como la velocidad de grupo de la onda propagada y la dispersión cromática (CD).

A continuación, en la sección 1.2.2 expandiremos el análisis a fibras y otros elementos que conforman el canal de comunicaciones SDM, introduciremos el concepto de acoplamiento entre distintos modos y cómo modelarlo como una concatenación de  $K_{amp}$  secciones (ver Figura 1.1), cada una de ellas representada como la multiplicación de una matriz aleatoria unitaria asociada al acoplamiento entre modos en un extremo de la sección, una matriz diagonal que modela el comportamiento de los modos desacoplados, y una última matriz aleatoria unitaria modelando el acoplamiento de modos al otro extremo de la sección.

En la sección 1.2.3 abordaremos la validez de la aproximación del ruido de un canal

SDM con suficiente número de amplificadores  $K_{amp}$  como un ruido blanco y Gaussiano a la entrada del receptor, y finalmente describiremos brevemente en la sección 1.2.4 cómo se refleja la variación temporal de los canales SDM en el modelado del canal y en cómo las realizaciones de este se aplican a las simulaciones numéricas.

El modelo de canal presentado en esta sección es el mismo que el utilizado en las tres publicaciones realizadas, a las que se dedican los capítulos 3, 4 y 5 y que se resumen en el capítulo 2. Dedicaremos la sección 1.2.5 a describir los parámetros utilizado en la implementación del modelo de canal utilizados para las simulaciones numéricas que permitieron obtener las PDFs de la SNDR y BER a la salida del ecualizador lineal MIMO ideal basado en MMSE y que se estudian en las citadas publicaciones.

### 1.2.1. Características de propagación en fibras ópticas

El objetivo de esta sección es revisar el concepto físico de modo, extraer su función de propagación  $\beta(\omega)$  a partir de la ecuación de onda y analizar el sentido físico de las derivadas de la función de propagación  $\beta(\omega)$  de un modo alrededor de la frecuencia portadora, que se utilizarán en el modelado multiseccional del canal SDM en la sección 1.2.2, donde añadiremos el modelado de la inclusión de varios modos en el canal SDM. En esta sección, notaremos con negrita ( $\vec{\mathbf{E}}$ ) los campos vectoriales y con tilde y negrita ( $\tilde{\mathbf{E}}$ ) su transformada de Fourier.

Partimos de la Ecuación de Helmholtz [19], que define el campo eléctrico en una fibra óptica, dada por

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} + \epsilon(\omega) k_0^2 \tilde{\mathbf{E}} = 0, \quad (1.1)$$

donde  $\tilde{\mathbf{E}}$  es la transformada de Fourier del campo eléctrico,  $\epsilon(\omega)$  es la constante dieléctrica del medio, que podemos desglosar en un término  $n$  independiente de la intensidad del campo  $|\vec{\mathbf{E}}|^2$  y una pequeña perturbación  $\Delta n$  que sí depende de dicha intensidad y de las pérdidas de la fibra, de forma que podemos escribir [51]

$$\epsilon(\omega) = (n + \Delta n)^2 \approx n^2 + 2n\Delta n. \quad (1.2)$$

donde  $\Delta n$  es una pequeña perturbación dada por

$$\Delta n = \bar{n}_2 |\vec{\mathbf{E}}|^2 + \frac{j\alpha}{2k_0}. \quad (1.3)$$

$\bar{n}_2$  es una medida de la no linealidad de la fibra, y  $\alpha$  tiene en cuenta la absorción de la misma. El número de onda en el espacio libre  $k_0$  se define por su parte como

$$k_0 = \frac{\omega_0}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad (1.4)$$

y  $\lambda_0$  es la longitud de onda del campo eléctrico que oscila a la frecuencia angular  $\omega_0$  en el rango de frecuencias ópticas.

Se denomina modo de una fibra, o modo óptico, a una solución concreta de la Ecuación 1.1 que satisface todas las condiciones de contorno impuestas por la estructura física de la fibra.

Los modos pueden ser en general modos guiados, radiados o con pérdidas, dependiendo de la cantidad de potencia transmitida por el medio. Los modos de interés para las comunicaciones ópticas son los modos guiados, y a ellos nos referiremos de aquí en adelante simplemente como modos de una fibra óptica. Consideraremos como dos modos independientes cada una de las polarizaciones posibles de las soluciones a la Ecuación 1.1.

Si asumimos que la señal de interés se transmite por medio de una función de variación lenta  $\tilde{A}(z, \omega)$  modulada sobre una portadora de frecuencia  $\omega_0$ , la Ecuación 1.1 puede resolverse mediante separación de variables con una solución de la forma

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) = \tilde{\mathbf{F}}(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) e^{j\beta_0 z}, \quad (1.5)$$

donde  $\tilde{\mathbf{F}}(x, y)$  es el campo eléctrico transversal,  $\beta_0 = \beta(\omega_0)$ , y  $\beta(\omega)$  es la función de propagación para un determinado modo que describiremos más adelante.

La Ecuación 1.1 se puede escribir después de cierta elaboración algebraica y suponiendo una solución como la descrita por la Ecuación 1.5, como

$$\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{F}}}{\partial x^2} \tilde{A} + \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{F}}}{\partial y^2} \tilde{A} + \tilde{\mathbf{F}} \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} + \tilde{\mathbf{F}} 2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} - \tilde{\mathbf{F}} \beta_0^2 \tilde{A} + \epsilon(\omega) k_0^2 \tilde{\mathbf{F}} \tilde{A} - \hat{\beta}^2 \tilde{\mathbf{F}} \tilde{A} + \hat{\beta}^2 \tilde{\mathbf{F}} \tilde{A} = 0, \quad (1.6)$$

donde se ha introducido intencionalmente los términos dependientes de  $\hat{\beta}^2$  y, por simplicidad, no se incluye la dependencia con  $\omega$ ,  $x$ ,  $y$  y  $z$  de  $\tilde{\mathbf{F}}$  y de  $\omega$  y  $z$  de  $\tilde{A}$ . Haciendo otra vez uso del cambio lento de  $\tilde{A}$  en la coordenada  $z$ , podemos suponer que  $\partial^2 \tilde{A} / \partial z^2 \ll \partial \tilde{A} / \partial z$ , con lo que podemos despreciar el término de la segunda derivada [51]. Agrupando variables, la Ecuación 1.6 puede escribirse como

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{F}}}{\partial x^2} \tilde{A} + \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{F}}}{\partial y^2} \tilde{A} + \tilde{\mathbf{F}} 2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \tilde{\mathbf{F}} \cdot (\hat{\beta}^2 - \beta_0^2) \tilde{A} + \tilde{A} (\epsilon(\omega) k_0^2 - \hat{\beta}^2) \tilde{\mathbf{F}} = \\ \tilde{A} \left( \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{F}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{F}}}{\partial y^2} + (\epsilon(\omega) k_0^2 - \hat{\beta}^2) \tilde{\mathbf{F}} \right) + \tilde{\mathbf{F}} \left( 2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\hat{\beta}^2 - \beta_0^2) \tilde{A} \right) = 0. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Por observación, obtenemos que

$$\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{F}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{F}}}{\partial y^2} + (\epsilon(\omega) k_0^2 - \hat{\beta}^2) \tilde{\mathbf{F}} = 0 \quad (1.8)$$

y

$$2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\hat{\beta}^2 - \beta_0^2) \tilde{A} = 0 \quad (1.9)$$

solucionan la Ecuación 1.7.

Por tanto, hemos separado la Ecuación 1.6 en dos ecuaciones (Ecuación 1.8 y Ecuación 1.9) que dependen la primera de  $\vec{\mathbf{F}}$  y la segunda de la función de variación lenta que transmite la información  $\tilde{A}$ .

El parámetro  $\hat{\beta}$  se puede expresar como la suma de un término  $\beta(\omega)$  independiente de la intensidad del campo  $|\vec{\mathbf{E}}|^2$  y un término  $\Delta\beta$  que refleja los efectos de la no linealidad, de forma que podemos escribir [51]

$$\hat{\beta} = \beta(\omega) + \Delta\beta, \quad (1.10)$$

donde

$$\Delta\beta = \frac{\omega}{c} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Delta n |\vec{\mathbf{F}}(x, y)|^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} |\vec{\mathbf{F}}(x, y)|^2 dx dy}. \quad (1.11)$$

Tomando ahora la Ecuación 1.9 que describe la propagación de la función de variación lenta  $\tilde{A}$  responsable de la transmisión de información, y haciendo uso de la aproximación  $\hat{\beta}^2 - \beta_0^2 \approx 2\beta_0(\hat{\beta} - \beta_0)$  para cuando ambos valores son similares, podemos escribir

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = j(\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0) \tilde{A}. \quad (1.12)$$

La función  $\beta(\omega)$  contiene información esencial sobre cómo se produce la propagación de la señal lumínica de variación lenta  $\tilde{A}$ .

Conviene recordar que cada solución posible de las Ecuaciones 1.8 y 1.9, es decir, cada modo, lleva asociada una función de propagación  $\beta(\omega)$  en principio distinta, por lo que dos modos distintos tendrán en general distintas características de propagación.

Para describir con más detalle las características de dicha propagación, aproximamos  $\beta(\omega)$  alrededor de la frecuencia portadora  $\omega_0$  utilizando series de Taylor como

$$\beta(\omega) \approx \beta(\omega_0) + (\omega - \omega_0) \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2!} \left. \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} + \frac{(\omega - \omega_0)^3}{3!} \left. \frac{d^3\beta}{d\omega^3} \right|_{\omega=\omega_0}. \quad (1.13)$$

Las derivadas sucesivas de la función de propagación  $\beta(\omega)$  se denominan habitualmente  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ , y tienen un sentido físico respecto a la propagación de la envolvente de la señal lumínica  $\tilde{A}$  expresada en la Ecuación 1.5 que describimos a continuación [52] [53].

1.  $\beta_1$  : es el factor principal del retardo de grupo para la componente espectral  $\omega_0$ . El retardo de grupo  $\tau_g$  de un modo se define de forma genérica como

$$\tau_g = L \frac{d\beta}{d\omega} = -\frac{L\lambda^2}{2\pi c} \frac{d\beta}{d\lambda}, \quad (1.14)$$

donde  $L$  es la longitud de la fibra y se ha utilizado la relación  $\lambda = 2\pi c/\omega$ . El retardo de grupo para  $\omega_0$  al final de la fibra se define por tanto en función de  $\beta_1$  como

$$\tau_g|_{\omega=\omega_0} = L\beta_1. \quad (1.15)$$

Paralelamente, se define la velocidad de grupo como la velocidad a la cual la energía de un pulso lumínico atraviesa el medio, y responde a la ecuación genérica

$$\nu_g = \left(\frac{d\beta}{d\omega}\right)^{-1} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \left(\frac{d\beta}{d\lambda}\right)^{-1}. \quad (1.16)$$

De nuevo, particularizando para  $\omega_0$  obtenemos

$$\nu_g|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{\beta_1}. \quad (1.17)$$

2.  $\beta_2$ : se conoce comúnmente como coeficiente de dispersión de velocidad de grupo, *group velocity dispersion* (GVD), y determina la cantidad de ensanchamiento del pulso lumínico. Para una fuente de luz con un determinado rango de frecuencias  $\Delta\omega$  y  $\Delta\lambda$ , las velocidades de grupo correspondientes  $\Delta\tau_g$  pueden expresarse como

$$\Delta\tau_g = \frac{d\tau_g}{d\omega} \Delta\omega = \frac{d\tau_g}{d\lambda} \Delta\lambda. \quad (1.18)$$

Sustituyendo la Ecuación 1.14 en la Ecuación 1.18, obtenemos

$$\Delta\tau_g = L \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Delta\omega = -\frac{L}{2\pi c} \left(2\lambda \frac{d\beta}{d\lambda} + \lambda^2 \frac{d^2\beta}{d\lambda^2}\right) \Delta\lambda = D_{CD} L \Delta\lambda. \quad (1.19)$$

El factor

$$D_{CD} = -\frac{1}{2\pi c} \left(2\lambda \frac{d\beta}{d\lambda} + \lambda^2 \frac{d^2\beta}{d\lambda^2}\right) \quad (1.20)$$

se denomina coeficiente de dispersión cromática, se expresa en  $ps/(nm \cdot Km)$  y determina la cantidad de CD de la fibra. Como se puede observar,  $D_{CD}$  es el resultado de dos sumandos denominados dispersión de material y dispersión de guíasondas.

La dispersión de material es la debida a que el índice de refracción efectivo depende del material con el que está fabricado el núcleo de la fibra. Dicha dependencia se modela de forma suficientemente precisa mediante la denominada ecuación de Sellmeier [19].

La dispersión de guíasondas se debe, por su parte, a que  $\beta(\omega)$  depende de la construcción geométrica de la fibra, cuyo efecto depende a su vez de la longitud de onda  $\lambda$  utilizada.

Es posible reducir el coeficiente total de dispersión cromática  $D_{CD}$  construyendo fibras y utilizando fuentes de luz con una determinada  $\lambda$  de forma que las dispersiones de material y guíasondas tiendan a cancelarse entre sí. el coeficiente total de

dispersión cromática  $D_{CD}$  se relaciona con  $\beta_2$  a través de las Ecuaciones 1.19 y 1.20. Utilizando las relaciones  $\omega = 2\pi c/\lambda$  y  $\Delta\omega = -2\pi c\Delta\lambda/\lambda^2$  obtenemos

$$D_{CD} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\beta_2. \quad (1.21)$$

3.  $\beta_3$ : Este parámetro se conoce también con el nombre de parámetro de dispersión diferencial, y determina, al ser la derivada de  $\beta_2$ , la pendiente de la dispersión cromática  $D_{CD}$  sobre un rango de longitud de onda especificada.

Retomando la Ecuación 1.12 y aplicando en ella la descomposición en series de Taylor de  $\beta(\omega)$  descrita en la Ecuación 1.13, obtenemos

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = j \left( (\omega - \omega_0) \beta_1 + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2!} \beta_2 + \frac{(\omega - \omega_0)^3}{3!} \beta_3 + \Delta\beta \right) \tilde{A}. \quad (1.22)$$

Realizando ahora el paso al dominio del tiempo mediante la transformada inversa de Fourier, podemos escribir [51]

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{j\beta_2}{2!} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{3!} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + j\Delta\beta A. \quad (1.23)$$

Utilizando la Ecuación 1.3 en la Ecuación 1.11, aproximando  $\Delta\beta \approx \Delta\beta_0$  y normalizando de forma que  $|A|^2$  represente la potencia óptica, obtenemos [51]

$$\Delta\beta \approx \Delta\beta_0 = j\frac{\alpha}{2} + \frac{\omega_0 n_2 |A|^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\vec{\mathbf{F}}(x, y)|^4 dx dy}{\left( \int_{-\infty}^{\infty} |\vec{\mathbf{F}}(x, y)|^2 dx dy \right)^2}, \quad (1.24)$$

donde  $n_2$  se denomina coeficiente de Kerr, y modela la no linealidad del material usado en la fibra. Reordenando la Ecuación 1.23 teniendo en cuenta la expresión obtenida en la Ecuación 1.24, obtenemos [54]

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{j\beta_2}{2!} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{3!} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A = j\gamma |A|^2 A, \quad (1.25)$$

donde  $\gamma$  es un parámetro de no linealidad definido como

$$\gamma = \frac{\omega_0 n_2}{c A_{eff}}, \quad (1.26)$$

y  $A_{eff}$  se define como

$$A_{eff} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\vec{\mathbf{F}}(x, y)|^4 dx dy}{\left( \int_{-\infty}^{\infty} |\vec{\mathbf{F}}(x, y)|^2 dx dy \right)^2}. \quad (1.27)$$

La Ecuación 1.25 describe la propagación de pulsos lumínicos en una fibra monomodo incluyendo pérdidas y no linealidades, y es conocida como ecuación no lineal de Schrödinger, *non-linear Schrödinger equation* (NLSE).

Esta ecuación incluye los efectos de la atenuación de la fibra a través del parámetro  $\alpha$ , de la velocidad de grupo mediante  $\beta_1$ , ya que  $v_g = 1/\beta_1$ , GVD y coeficiente de dispersión cromática (CD)  $D_{CD}$  mediante  $\beta_2$ , y la pendiente de la dispersión de la velocidad de grupo mediante  $\beta_3$ . Además, las no linealidades quedan reflejadas a través del parámetro de no linealidad  $\gamma$ .

Sin embargo, la Ecuación 1.25 sólo es válida para modelar la propagación de un solo modo en una fibra que solamente soporta ese modo en concreto, ya que no incluye el efecto de traspaso de energía entre modos debido a las no linealidades en las fibras que soportan varios modos. Aunque hay distintas aproximaciones para la modelización de dicho traspaso de energía entre modos, algunas a partir de generalizaciones de la Ecuación 1.25 [19], [32], [33], [35], en la sección siguiente describiremos el modelo de propagación multisección basado en la descripción de las características de propagación de las secciones que componen el canal SDM y que describe el intercambio de energía entre los modos transmitidos mediante matrices de acoplamiento en cada sección.

### 1.2.2. Modelado multisección de la propagación de modos en un canal SDM

En una fibra ideal, los modos se propagan sin acoplamiento entre ellos, es decir, no se producen intercambios de energía entre modos a lo largo de la longitud de la fibra  $L$ , ya que son ortogonales. Sin embargo, en fibras reales, variaciones en la homogeneidad del material usado para la fabricación, curvaturas y/o torsiones, desviaciones en la geometría de la fibra, ya sea en la circularidad del núcleo, rugosidades en el interfaz entre el núcleo y el recubrimiento, o desviaciones en el perfil de índice de reflexión, pueden producir acoplamiento entre modos.

Se da la circunstancia de que modos de una fibra que comparten similares funciones de propagación  $\beta(\omega)$ , como los modos que difieren únicamente en la polarización, o que comienzan a propagarse a partir de una frecuencia similar [19], también presentan un acoplamiento fuerte entre ellos después de distancias del orden de centenares de metros. Sin embargo, otros modos en la misma fibra con funciones de propagación distintas, pueden aparecer desacoplados incluso tras centenares de kilómetros. Por tanto, se define la longitud de correlación de dos modos como aquella longitud de fibra a partir de la cual se pueden considerar que dichos modos tienen un acoplamiento fuerte. Esta definición es una generalización de la longitud de correlación de polarización estudiada exhaustivamente en la literatura para modelar la PMD [7], [23], [36], [55].

Aplicando esta idea, los sistemas cuya longitud sea comparable o menor a la longitud

de correlación, serán sistemas en régimen de acoplamiento débil. Sin embargo, sistemas con longitudes órdenes de magnitud mayores que la longitud de correlación, o cuyo canal incluya otros elementos aparte de la fibra que favorezcan el acoplamiento entre modos, como amplificadores o mezcladores de modos, se denominarán sistemas en régimen de acoplamiento fuerte.

Aunque inicialmente pueda parecer que para optimizar un sistema de comunicaciones SDM convendría tener un acoplamiento débil entre modos, es decir, el mínimo posible, se ha demostrado que el acoplamiento fuerte entre modos disminuye la diferencia entre el retardo de grupo  $\tau_g$  menor y mayor de los modos utilizados [56], además de limitar la MDL de un sistema SDM compuesto por secciones de fibra y amplificadores [57]. En la sección 1.3 veremos que la complejidad del receptor MIMO es proporcional a la dispersión de los retardos de grupo  $\tau_g$  de los modos utilizados por el sistema SDM, y por tanto conviene mantener dicha dispersión controlada [58].

Para lograr este acoplamiento fuerte entre modos se han propuesto técnicas como la utilización de micro doblados intencionales en la fibra denominados mezcladores de modos [59], o diseños de fibra multi-núcleo en los que los núcleos se van entrelazando longitudinalmente, como el representado en la Figura 1.3 y descrita en la patente [38].

Fibras multi-núcleo especialmente diseñadas para maximizar el acoplamiento entre modos han conseguido alcanzar distancias de 12100 Km mediante el uso de amplificadores para una modulación de fase en cuadratura, *quadrature phase shift keying* (QPSK) utilizando SDM y superando la capacidad de la fibra mono modo estándar para la misma longitud en un factor de siete [60].

En los sistemas que nos ocupan en esta tesis, en los que tramos de fibra optimizados para transmisión SDM se intercalan con amplificadores, el acoplamiento entre modos puede considerarse fuerte. Además, el efecto de la MDL proviene casi exclusivamente de los amplificadores [61]. Esta aproximación será la utilizada en el modelado multisección del canal.

En este apartado desarrollaremos un modelo de canal para el caso de una fibra en la que se propagan varios modos, que serían ortogonales si no se tuvieran en cuenta las no linealidades del medio de transmisión causantes del acoplamiento entre modos (birrefringencia, no-linealidades de Kerr, incluyendo auto-modulación de fase, modulación cruzada de fase y mezcla de cuatro ondas, etc) [54].

En esta tesis, adoptamos la aproximación del canal modelado como una sucesión finita de multiplicaciones de matrices, que tiene la gran ventaja de que permite también modelar los posibles amplificadores intermedios que pueda contener dicho canal, y no solamente canales compuestos únicamente por un tramo de fibra óptica [56], [62], [63].

Dejando aparte la contribución del ruido al modelo de canal, que será tratado en la sección 1.2.3, podemos expresar el campo eléctrico que se propaga en una MMF, ya sea MCF o FMF, o en otro elemento óptico como un multiplexor, demultiplexor o

amplificador, como

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{d=1}^D \tilde{A}_d(z, \omega) \tilde{\mathbf{E}}_d(x, y, \omega), \quad (1.28)$$

donde los campos  $\tilde{\mathbf{E}}_d(x, y, \omega)$  para  $d \in \{1, \dots, D\}$  son los campos transversales ortonormales entre sí de un medio sin perturbaciones, y son fijos para un determinado valor de  $d$  e independientes de la coordenada longitudinal  $z$ . Por tanto, fijamos nuestra atención en los  $D$  valores de  $\tilde{A}_d(z, \omega)$  relacionados con la propagación del campo eléctrico longitudinal responsable de la transmisión de datos modulados, y que podemos agrupar en un vector de dimensión  $D$  como

$$\tilde{\mathbf{A}}(z, \omega) = \left[ \tilde{A}_1(z, \omega), \tilde{A}_2(z, \omega), \dots, \tilde{A}_D(z, \omega) \right]^T. \quad (1.29)$$

Para un canal de longitud  $L$ , podemos escribir la relación entre  $\tilde{\mathbf{A}}(z=0, \omega)$  y  $\tilde{\mathbf{A}}(z=L, \omega)$  mediante un operador de propagación  $\mathbf{M}^{(tot)}(\omega)$  en forma de matriz de dimensiones  $D \times D$ , obteniendo la relación

$$\mathbf{A}^{(out)}(\omega) = \tilde{\mathbf{A}}(z=L, \omega) = \mathbf{M}^{(tot)}(\omega) \tilde{\mathbf{A}}(z=0, \omega) = \mathbf{M}^{(tot)}(\omega) \cdot \mathbf{A}^{(in)}(\omega), \quad (1.30)$$

donde  $\mathbf{A}^{(out)}(\omega)$  representa el vector de amplitudes a la salida del canal ( $z=L$ ) y  $\mathbf{A}^{(in)}(\omega)$  representa el vector de amplitudes a la entrada del mismo ( $z=0$ ). Por simplicidad en la notación, dejaremos de utilizar la tilde ( $\tilde{\cdot}$ ) a partir de este punto para denotar funciones y/o señales en el dominio frecuencial.

Ahora fragmentemos el canal en  $K$  secciones de longitud  $L^{(k)}$ . En este punto no haremos asunciones sobre dicha longitud, que puede ser distinta dependiendo de la sección de la que se trate. En el caso de no producirse acoplamiento entre los modos y considerar las no linealidades despreciables en la sección  $k$ , la relación entrada/salida alrededor de la frecuencia portadora  $\omega_0$  puede expresarse como [19][63]

$$A_d^{(out)}(\omega) = \exp \left[ -\frac{\alpha_d^{(k)}}{2} L^{(k)} - j(\beta_d^{(k)}(\omega) - \beta_{0,d}) L^{(k)} \right] A_d^{(in)}(\omega), \quad (1.31)$$

para  $d \in \{1, \dots, D\}$ . Los coeficientes de atenuación  $\alpha_d^{(k)}$  pueden ser dependientes del modo, causando MDL, pero se asumen independientes de la frecuencia  $\omega$ , mientras que  $\beta_d^{(k)}(\omega)$  son las funciones de propagación que dependen del modo y de la frecuencia, tal y como describimos en la sección 1.2.2.

Se puede describir la atenuación desacoplada en la sección  $k$ -ésima mediante la atenuación media calculada con los  $D$  modos definida como

$$\bar{\alpha}^{(k)} = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \alpha_d^{(k)}. \quad (1.32)$$

La MDL desacoplada se cuantifica mediante las ganancias desacopladas por modo, calculadas como

$$g_d^{(k)} = - \left( \alpha_d^{(k)} - \bar{\alpha}^{(k)} \right) L^{(k)}, \quad (1.33)$$

para  $d \in \{1, \dots, D\}$ . El vector

$$\mathbf{g}^{(k)} = \left[ g_1^{(k)}, g_2^{(k)}, \dots, g_D^{(k)} \right]^T, \quad (1.34)$$

describe por tanto la MDL desacoplado en la sección  $k$ -ésima.

A continuación expandimos la función de propagación  $\beta(\omega)$  en series de Taylor como ya describimos en la Ecuación 1.13 y consideramos que podemos despreciar el término  $\beta_3$  para todos los modos [63].

Tomando las asunciones descritas, la MD desacoplada viene determinada por el retardo de grupo, *group delay* (GD) de cada modo en la sección  $k$ -ésima,  $\beta_{1,d}^{(k)} L^{(k)}$ . Paralelamente al tratamiento dado a las atenuaciones en la Ecuación 1.32, podemos calcular el retardo de grupo medio para los modos como

$$\bar{\beta}_1^{(k)} L^{(k)} = \frac{L^{(k)}}{D} \sum_{d=1}^D \beta_{1,d}^{(k)}, \quad (1.35)$$

y por tanto podemos cuantificar el MD desacoplado en relación con el retardo de grupo medio para los modos como

$$\tau_d^{(k)} = - \left( \beta_{1,d}^{(k)} - \bar{\beta}_1^{(k)} \right) L^{(k)}, \quad (1.36)$$

para  $d \in \{1, \dots, D\}$ . El vector

$$\boldsymbol{\tau}^{(k)} = \left[ \tau_1^{(k)}, \tau_2^{(k)}, \dots, \tau_D^{(k)} \right]^T, \quad (1.37)$$

describe por tanto la MD desacoplada en la sección  $k$ -ésima.

Respecto a la CD, podemos realizar la misma aproximación que la realizada para la MDL y la MD, recordando que, reordenando la Ecuación 1.14, y para la sección  $k$ -ésima y modo  $d$ , podemos escribir

$$\beta_{2,d}^{(k)} = \left( \frac{-\lambda^2}{2\pi c} \right) D_{CD,d}^{(k)}, \quad (1.38)$$

para  $d \in \{1, \dots, D\}$ , donde  $D_{CD,d}^{(k)}$  es el coeficiente total de dispersión cromática del modo  $d$  en la sección  $k$ -ésima. Podemos igualmente tomar la media de los modos y calcular

$$\bar{\beta}_2^{(k)} = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \beta_{2,d}^{(k)}, \quad (1.39)$$

y describir la dispersión cromática dependiente del modo como

$$\Delta\beta_{2,d}^{(k)} = - \left( \beta_{2,d}^{(k)} - \bar{\beta}_2^{(k)} \right), \quad (1.40)$$

para  $d \in \{1, \dots, D\}$ . Tomando ahora las definiciones realizadas en las Ecuaciones 1.33, 1.36, y 1.40, podemos escribir en forma matricial la relación entrada/salida desacoplada de la sección  $k$  para los  $D$  modos expresada en la Ecuación 1.30 como

$$\mathbf{\Lambda}^{(k)}(\omega) = \bar{\mathbf{\Lambda}}^{(k)}(\omega) \cdot \mathbf{\Lambda}_{MD}^{(k)}(\omega), \quad (1.41)$$

donde

$$\bar{\mathbf{\Lambda}}^{(k)}(\omega) = \exp \left( -\frac{1}{2} \bar{\alpha}^{(k)} L^{(k)} - j\omega \bar{\beta}_1^{(k)} L^{(k)} - \frac{j}{2} \omega^2 \bar{\beta}_2 L^{(k)} \right) \quad (1.42)$$

recoge el comportamiento medio de los modos sin acoplamiento, y  $\mathbf{\Lambda}_{MD}(\omega)$  es una matriz diagonal de dimensiones  $D \times D$  con la forma

$$\mathbf{\Lambda}_{MD}^{(k)}(\omega) = \begin{bmatrix} e^{\frac{1}{2}g_1^{(k)} - j\omega\tau_1^{(k)} - \frac{j}{2}\omega^2\Delta\beta_{2,1}L^{(k)}} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & e^{\frac{1}{2}g_D^{(k)} - j\omega\tau_D^{(k)} - \frac{j}{2}\omega^2\Delta\beta_{2,D}L^{(k)}} \end{bmatrix}. \quad (1.43)$$

Para modelar el acoplamiento entre modos, introducimos las matrices unitarias de dimensión  $D \times D$  independientes de la frecuencia  $\mathbf{V}^{(k)}$  y  $\mathbf{U}^{(k)}$ , que representan el acoplamiento entre modos a la entrada y a la salida de la sección  $k$ -ésima.

El operador de propagación asociado a la sección  $k$ -ésima, se puede escribir como

$$\mathbf{M}^{(k)}(\omega) = \mathbf{V}^{(k)} \mathbf{\Lambda}^{(k)}(\omega) \mathbf{U}^{(k)H}, \quad (1.44)$$

donde  $(.)^H$  denota hermítica traspuesta de la matriz. La propagación a través del sistema compuesto por  $K$  secciones de fibra y/o amplificadores, puede ser representado por un producto de  $K$  secciones, de forma que la matriz total  $\mathbf{M}^{(tot)}(\omega)$  que relaciona la entrada con la salida del sistema responde a la multiplicación sucesiva de las matrices de propagación de las  $K$  secciones que componen el sistema, de modo que

$$\mathbf{M}^{(tot)}(\omega) = \mathbf{M}^{(K)}(\omega) \cdot \mathbf{M}^{(K-1)}(\omega) \cdot \dots \cdot \mathbf{M}^{(1)}(\omega). \quad (1.45)$$

Retomando la estructura del canal de comunicaciones de la Figura 1.1, podemos modelar cada segmento  $k$  compuesto por un tramo de fibra óptica para SDM y un amplificador mediante una matriz  $\mathbf{M}^{(k)}(\omega)$ , tal y como se puede observar en la Figura 1.4.

Generalmente la longitudes de onda utilizadas están suficientemente lejos de la frecuencia de corte de los modos multiplexados mediante la técnica SDM, con lo que la CD desacoplada es muy poco dependiente del modo y su contribución, definida en la Ecuación 1.43 mediante el factor  $\Delta\beta_{2,k}$ , será común a los  $D$  modos [63].

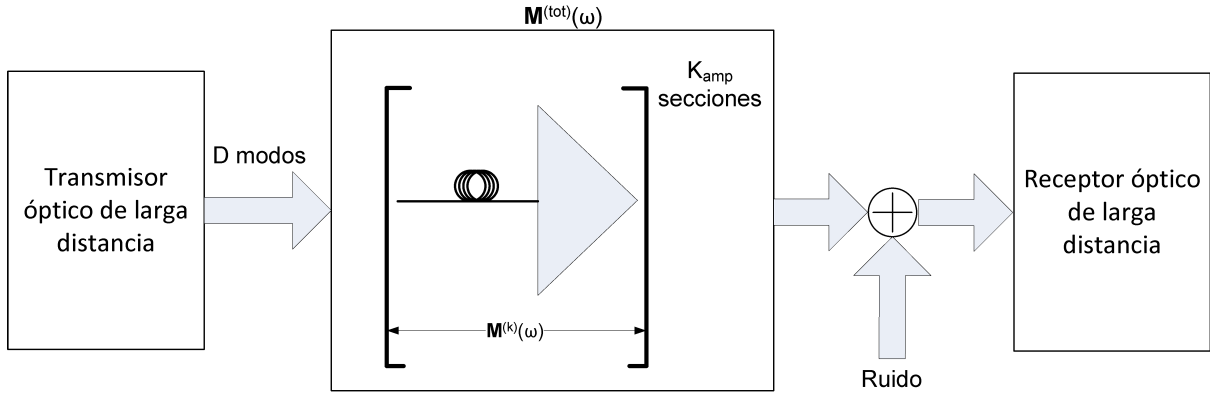


Figura 1.4: Canal de comunicaciones de larga distancia basado en  $K_{amp}$  segmentos consecutivos compuestos por fibra óptica para SDM y un amplificador. El modelo del canal se compone de la multiplicación de  $K_{amp}$  matrices correspondientes a  $K_{amp}$  secciones (sección 1.2.2), seguido del modelado de ruido (sección 1.2.3).

Por otra parte, las pérdidas dependientes del modo (MDL) pueden ser consideradas despreciables para el tramo de fibra de cada sección  $k$ . Sin embargo, los amplificadores para SDM sí que tienen, como ya vimos en la sección 1.1.3, una amplificación que es sustancialmente dependiente del modo, convirtiéndose en la principal fuente de MDL en cada sección  $k$ . La ganancia de cada modo concreto medida en  $dB$  es una variable aleatoria, que modelaremos mediante una distribución Gaussiana de los valores de ganancia en  $dB$  con una STD igual a  $\sigma_g$  [64].

Finalmente, el retardo de grupo desacoplado dependiente del modo  $\tau_d^{(k)}$  se modela para cada modo como una variable aleatoria de distribución Gaussiana con una STD igual a  $\sigma_\tau$  dependiente de la fibra [57]. Dicho parámetro se puede obtener a partir de la MD [32] dada como parámetro de la fibra, y que se define de forma paralela al DGD ampliamente estudiado para fibras utilizadas en sistemas de multiplexación por polarización [65].

Por tanto, para una sección  $k$  compuesta por un tramo de fibra seguido de un amplificador teniendo en cuenta las simplificaciones descritas, podemos aproximar la matriz  $\mathbf{\Lambda}_{MD}^{(k)}(\omega)$  de la Ecuación 1.43 como

$$\mathbf{\Lambda}_{MD}^{(k)}(\omega) \approx \begin{bmatrix} e^{\frac{1}{2}g_1^{(k)} - j\omega\tau_1^{(k)}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{\frac{1}{2}g_D^{(k)} - j\omega\tau_D^{(k)}} \end{bmatrix}. \quad (1.46)$$

Por su parte, el comportamiento medio de los modos  $\bar{\mathbf{\Lambda}}^{(k)}(\omega)$  también puede ser simplificado al considerar que los amplificadores en el canal han sido diseñados para compensar en media la amplificación de la fibra en cada sección  $k$ , con lo que  $\bar{\alpha}^{(k)} = 0$ .

Adicionalmente, consideraremos que el cambio de fase de la señal producida por el

retardo de grupo medio, dado por el término  $e^{-j\omega\bar{\beta}_1^{(k)}L^{(k)}}$ , es compensado en el igualador y por tanto su inclusión es irrelevante. Eliminado dicho término y aplicando las simplificaciones anteriores, la Ecuación 1.42 queda reducida a

$$\bar{\Lambda}^{(k)}(\omega) \approx \exp\left(-\frac{j}{2}\omega^2\bar{\beta}_2L^{(k)}\right). \quad (1.47)$$

Por otra parte, consideraremos que el canal está en régimen de acoplamiento fuerte. Esta aproximación hace que las matrices de acoplamiento de entrada y salida de cada sección  $k$ , denotadas como  $\mathbf{U}^{(k)}$  y  $\mathbf{V}^{(k)}$  sean matrices aleatorias independientes y unitarias, de modo que en cada sección  $k$  todos los modos intercambian energía entre ellos de forma aleatoria [63].

Resumiendo, la respuesta de un canal como el de la Figura 1.4 puede expresarse como

$$\mathbf{M}^{(tot)}(\omega) = \prod_{k=1}^{K_{amp}} \mathbf{M}^{(k)}(\omega) = H_{CD}(\omega) \cdot \mathbf{H}_{MD}(\omega), \quad (1.48)$$

donde

$$H_{CD}(\omega) = \prod_{k=1}^{K_{amp}} \bar{\Lambda}^{(k)}(\omega) = \exp\left(-\frac{j}{2}\omega^2\bar{\beta}_2L_{tot}\right), \quad (1.49)$$

con  $L_{tot}$  la longitud total del canal, y

$$\mathbf{H}_{MD}(\omega) = \prod_{k=1}^{K_{amp}} \mathbf{V}^{(k)} \mathbf{\Lambda}_{MD}^{(k)}(\omega) \mathbf{U}^{(k)H}. \quad (1.50)$$

En sistemas de comunicaciones de larga distancia es usual incorporar dispositivos ópticos o filtros digitales para compensar, al menos parcialmente, el efecto de la CD dado por la Ecuación 1.47 [66], con lo que dicha expresión queda reducida a

$$H_{CD}(\omega) = \exp\left(-\frac{j}{2}\omega^2(\bar{\beta}_2L_{tot})_{res}\right), \quad (1.51)$$

donde  $(\bar{\beta}_2L_{tot})_{res}$  es el factor residual dependiente de la dispersión cromática que queda tras el procesado correspondiente en el receptor. Este efecto se introduce en ocasiones como parte del canal al realizarse mediante dispositivos puramente ópticos, como los filtros de compensación de dispersión cromática mediante ecualizadores de retardo [67] o fibras compensadoras de la distorsión cromática, *dispersion compensating fiber* (DCF) [14].

### 1.2.3. Modelado y fuentes de ruido en un canal SDM

Existen dos fuentes fundamentales de degradación en el tipo de canales de interés para este trabajo, que se consideran incorrelados entre sí: un término dependiente de las no-linealidades de la fibra, y el ruido procedente de la emisión espontánea de los amplificadores, *amplified spontaneous-emission noise* (ASE) [68].

Típicamente, los sistemas de comunicaciones ópticas de larga distancia para SDM operan en un régimen de inyección de potencia lumínica donde ésta es suficientemente alta respecto al ruido aditivo del canal, pero también suficientemente baja como para asegurar que los efectos no-lineales de tipo Kerr de la fibra se mantienen por debajo de cierto umbral. La literatura al respecto ha mostrado cómo esta interferencia debida a efectos de no-linealidad puede ser modelada como un ruido blanco Gaussiano en los tipos de canal como el de la Figura 1.4 [69], [70].

Por otra parte, el efecto del ruido ASE de cada uno de los amplificadores presentes en el canal, puede ser trasladado como una única fuente de ruido blanco Gaussiano a la entrada del receptor, y su potencia se puede sumar a la potencia de ruido que modela las no linealidades de la fibra al ser ambos incorrelados.

Generalmente se calcula la SNR a la entrada del receptor a partir de la potencia de la señal en dicho punto, integrando la totalidad de modos utilizados, respecto al total de potencia de ruido tanto debido al ASE como debido a la no-linealidad de la fibra. La SNR a la entrada del receptor, notada en nuestros artículos como  $\overline{SNR}_{in}$  o  $\gamma_{in}$  es por tanto un dato de entrada del diseño, que puede ser cambiado mediante el aumento de potencia de señal o la disminución en el número de amplificadores, por ejemplo. Veremos que este parámetro del sistema tiene un gran impacto en las prestaciones en cuanto a la PDF de la BER (ver Capítulos 2, 3 y 4).

### 1.2.4. Variación temporal en un canal SDM

Las características del canal  $\mathbf{M}^{(tot)}(\omega)$  calculado en la Ecuación 1.47 pueden cambiar con el tiempo en escalas de  $\mu s$  de forma radical [71][72], debido a cambios en la polarización de los modos utilizados para la transmisión, por ejemplo. Otros efectos son más lentos, en la escala de minutos e incluso horas.

El efecto más directo en el diseño de transceptores para SDM es que no es posible contar con información actualizada del canal en el transmisor, dada la rapidez con la que se produce el cambio del mismo, y el retardo insoslayable del canal, del orden de milisegundos, debido a las longitudes de miles de kilómetros entre el transmisor y el receptor.

La consecuencia de este hecho es que no es factible la precodificación (*beamforming*)

para optimizar el sistema MIMO respecto al canal y, por tanto, los receptores propuestos para comunicaciones ópticas de larga distancia basados en SDM no utilizan información del estado del canal para precodificación.

Se han propuesto diversos modelos para introducir estos cambios temporales súbitos y de progresión más lenta en el modelo de canal multisección, fundamentalmente haciendo variantes en el tiempo las matrices de acoplo  $\mathbf{U}^{(k)}$  y  $\mathbf{V}^{(k)}$  en la Ecuación 1.50 [73], [74]. La inclusión de estos cambios temporales se ha utilizado en la literatura para afinar el cálculo de las constantes de convergencia de implementaciones de un ecualizador lineal MMSE basado en un ecualizador adaptativo del tipo LMS o RLS entre otros [71], [72].

Sin embargo, para el cálculo de prestaciones de un ecualizador MMSE ideal como las realizadas en este trabajo, el modelar estas variaciones en escalas de tiempo pequeñas no es necesario, ya que asumimos una adaptación al canal instantánea, y han sido sustituidas en el análisis por múltiples realizaciones del modelo del canal aleatorio de la Ecuación 1.48.

Cada realización del modelo de canal es distinta al estar basado en variables aleatorias cuyo valor se calcula en cada realización. En concreto, las matrices de acoplo unitarias  $\mathbf{U}^{(k)}$  y  $\mathbf{V}^{(k)}$ , el vector de retardos de grupo desacoplado  $\boldsymbol{\tau}^{(k)}$  y el vector de ganancias modales que modela la MDL  $\mathbf{g}^{(k)}$  son aleatorios y su valor cambia para cada realización del canal y sección  $k$ .

Algunas de las realizaciones del canal pueden llevar al sistema a no cumplir las expectativas de BER para el que fue diseñado, lo que conlleva una OP. Esto ocurre porque, en el modelo de canal dado por la Ecuación 1.48, como se ha mencionado, el MDL en cada sección es una variable aleatoria. Por tanto, cuando la MDL no es despreciable, el ecualizador MMSE ideal deja de ser un filtro adaptado (ver Capítulo 3), y en consecuencia, para ciertas realizaciones de canal, las prestaciones del sistema en términos de BER son inferiores al objetivo marcado para el sistema.

### 1.2.5. Parámetros utilizados en Modelo de canal multiseccional

Las simulaciones numéricas realizadas en esta tesis utilizan el modelo de canal presentado en esta sección para acoplamiento fuerte entre modos, dado por

$$\mathbf{M}^{(tot)}(\omega) = H_{CD}(\omega) \cdot \mathbf{H}_{MD}(\omega) = e^{(-\frac{j}{2}\omega^2(\bar{\beta}_2 L_{tot})_{res})} \cdot \prod_{k=1}^{K_{amp}} \mathbf{V}^{(k)} \boldsymbol{\Lambda}_{MD}^{(k)}(\omega) \mathbf{U}^{(k)H}, \quad (1.52)$$

donde se asume la aproximación de  $\boldsymbol{\Lambda}_{MD}^{(k)}(\omega)$  según la Ecuación 1.46.

El canal SDM se segmenta en un total de  $K_{amp} = 100$  secciones de 50 Km con las características de la fibra multi-núcleo descrita en [37]. El número de modos simulado es de  $D = 6$ , considerando también los modos con distinta polarización. Se ha supuesto que el sistema cuenta con cierta compensación de la dispersión cromática del canal que hace

que el receptor experimente una dispersión cromática residual equivalente a un 2% de la original. Para cada valor de  $\sigma_g$  y SNR a la entrada del ecualizador  $\gamma_{in}$  se han simulado  $N = 10000$  realizaciones del canal para obtener las PDFs de la SNDR y BER resultante a la salida del receptor.

Las matrices unitarias y aleatorias de cada sección  $k$   $\mathbf{U}^{(k)}$  y  $\mathbf{V}^{(k)}$  se calculan para cada realización del canal. La matriz diagonal  $\mathbf{\Lambda}_{MD}^{(k)}(\omega)$  de dimensiones  $D \times D$  se calcula también para cada sección  $k$  y realización del canal a partir de los vectores aleatorios de los retardos de grupo  $\boldsymbol{\tau}^{(k)}$  y de las ganancias modales  $\mathbf{g}^{(k)}$ . Los componentes de dichos vectores se obtienen a partir de sendas distribuciones Gaussianas con STD igual a  $\sigma_\tau$  y  $\sigma_g$  respectivamente, con la restricción de que la suma de las componentes debe ser siempre cero independientemente de la realización y la sección tomadas. El valor de  $\sigma_\tau$  se extrae de las características de la fibra utilizada [37] teniendo en cuenta la longitud total de la fibra considerada en el canal, mientras que los valores de  $\sigma_g$  se toman en el rango que va de 0 (MDL despreciable) a 0.6 dB.

Por su parte, el ruido se introduce en la entrada del ecualizador de tal modo que su potencia sea tal que garantice una SNR igual a  $\gamma_{in}$  que fijaremos para cada simulación numérica junto con la cantidad de MDL  $\sigma_g$ .

### 1.3. Transceptores de fibra óptica para largas distancias

La evolución de los transceptores de fibra óptica para comunicaciones de larga distancia ha venido de la mano de la introducción paulatina de nuevas tecnologías ópticas como las descritas en la sección 1.1.2 y sus técnicas asociadas a lo largo del tiempo. En las siguientes secciones, trataremos los tipos de transceptores utilizados siguiendo dicha evolución.

#### 1.3.1. Transceptores de modulación de intensidad/detección directa (IM/DD)

Los transceptores utilizados para la comunicación a larga distancia utilizando fibras ópticas monomodo y multimodo utilizaban inicialmente la modulación de intensidad y detección directa de la potencia lumínica en el receptor (modulación de intensidad/detección directa, *intensity modulation/direct detection* (IM/DD)), con una evolución en las fuentes de luz desde LEDs hasta láseres, de tipo Fabry-Perot, de realimentación distribuida, *distributed-feedback* (DFB), o VCSEL, entre otros.

Esta migración de fuentes de luz incoherentes, como las producidas por los LEDs,

a fuentes de luz coherentes producidas por láseres, llevó consigo un replanteamiento de la definición de las condiciones de lanzamiento de la fuente de luz y su acoplamiento a la fibra, ya que para el caso de fibras multimodo, una fuente de luz coherente podía excitar sólo parte de los modos permitidos en la fibra, que además dependen de la posición relativa del punto de iluminación de la fuente de luz respecto al centro geométrico de la sección inicial.

La selección de modos de entre los posibles de la fibra con mejores prestaciones, por ejemplo, en términos de DGD, llevaría a un menor ensanchamiento del pulso y por tanto mayores velocidades de transmisión [9], [75]. Este principio llevó al grupo de IEEE 802.3 a estandarizar un sistema de 10 Gbps para cortas distancias basado en este principio denominado 10GBASE-LRM [76].

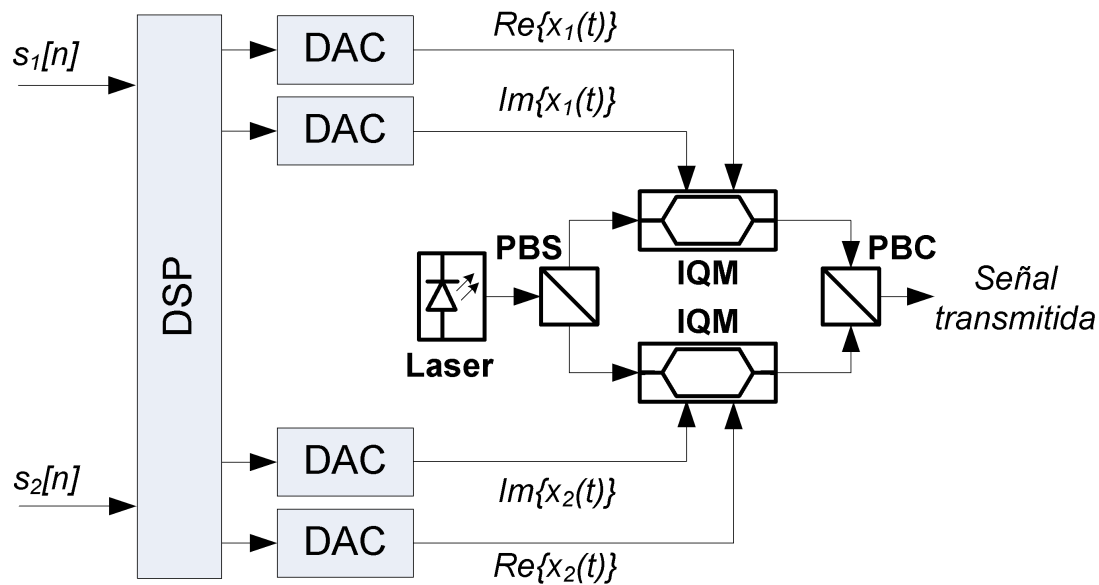
En cuanto a las modulaciones utilizadas, están limitadas a modulaciones de tipo PAM, ya que no existe posibilidad de recuperar la fase de la señal, ya que la detección está basada en la energía detectada por un fotodiodo.

### 1.3.2. Transceptores coherentes por multiplexación en polarización (PDM)

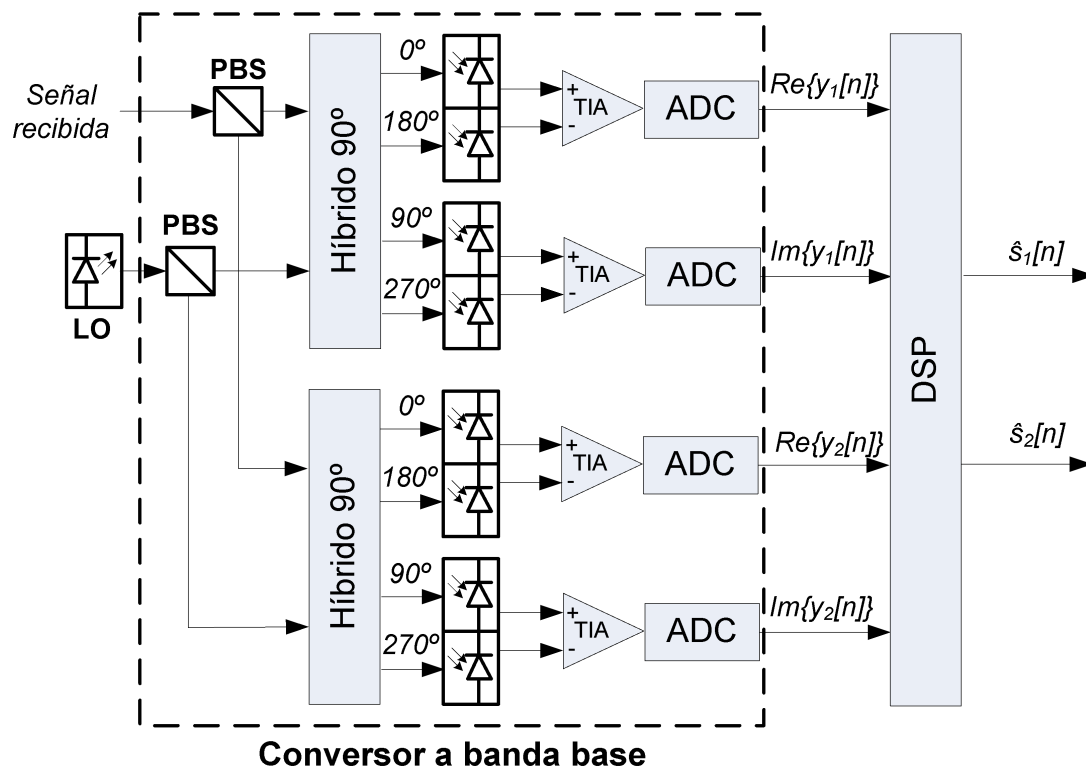
Las limitaciones de la detección directa son evidentes. La primera de ellas es la limitación en el grado de libertad utilizado para modular la información, ya que utiliza solamente la intensidad lumínica para transmitir datos. La segunda es la pérdida de información relevante sobre la fase de la señal óptica, y, por tanto, de las componentes en fase y cuadratura en la recepción. Esto impide una ecualización completa de los fenómenos de propagación de la fibra, como la CD y la PMD en el caso de fibras monomodo donde las dos polarizaciones entran en juego [77], además de no poder sacar partido a la mejor eficiencia espectral de técnicas de modulación en fase y cuadratura como, por ejemplo, las de tipo QAM.

Un primer paso consistió en la utilización de las polarizaciones para multiplexar dos secuencias de datos independientes, en lo que se denominó multiplexación por polarización (ver sección 1.1.2). Esta técnica requiere en primer lugar la separación de las dos polarizaciones en el transmisor mediante un separador de polarizaciones, *polarization beam splitter* (PBS) de forma que cada una de ellas sea modulada por una secuencia de bits independiente, normalmente mediante un modulador de tipo Mach-Zehnder denominado modulador IQ, *IQ modulator* (IQM) y después vueltos a mezclar mediante un combinador de polarizaciones, *polarization beam combiner* (PBC) antes de ser introducidos en la fibra, tal y como se puede observar en la Figura 1.5a.

Pronto se vio que era necesario conformar el pulso transmitido para cumplir con el criterio de Nyquist mediante por ejemplo, conformadores de coseno alzado [80], es decir, que se necesitaba un procesamiento digital de la señal, *digital signal processing* (DSP) previo



(a) Transmisor coherente PDM



(b) Receptor coherente PDM

Figura 1.5: Transceptor coherente para multiplexación en polarización [7], [16], [78], [79]. (a): Transmisor PDM. DSP: procesado digital de la señal. Incluye conformación de pulso. DAC: convertor digital a analógico. PSB: separador de polarizaciones. IQM: Modulador IQ, normalmente realizado mediante moduladores Mach-Zehnder. PBC: combinador de polarizaciones. (b): Receptor PDM. TIA: Amplificador de transimpedancia. ADC: convertor analógico a digital. DSP: procesado digital de señal (ver Figura 1.6). Los componentes dentro del rectángulo discontinuo conforman el convertor a banda base PDM.

a su transmisión (DSP en la Figura 1.5a) para garantizar la recepción sin ISI en el caso de un sistema lineal y también para reducir el ancho de banda de la señal transmitida en el caso de multiplexarla con otras equivalentes mediante WDM [78]. Además, en el DSP del transmisor se incluye también la modulación N-PAM de cada componente en fase y cuadratura de cada polarización, que al ser combinada en el modulador IQM conformará un punto de la constelación M-QAM, con  $M = N^2$ , por cada una de las dos polarizaciones.

En la parte del receptor, cuya estructura se muestra en la Figura 1.5b, se necesita recuperar la información tanto de la fase como de la cuadratura de la señal recibida, con lo que se requiere el conocimiento de la fase de la portadora. Para ello se incluye en el receptor de un LO que sirva de referencia de fase absoluta.

En este punto, la señal puede llegar ya compensada en términos de dispersión cromática gracias al uso de DCF [81] o procesado en el transmisor [82], o bien realizar dicha compensación mediante procesado digital de la señal en el receptor [83] [84]. En esta tesis consideramos que la CD ha sido compensada al menos en parte, y que el ecualizador experimenta solamente una parte residual de dicha degradación [7].

Tanto la señal recibida como la salida del oscilador local son separadas por polarizaciones mediante sendos PBSs. A continuación, se mezclan las polarizaciones de la señal recibida y del oscilador local, y se obtiene el resultado desfasado 0, 180, 90 y 270 grados, y son detectados cada uno de ellos por un fotodiodo. De esta manera se consiguen señales diferenciales de la parte real e imaginaria de cada polarización, que son amplificadas mediante un amplificador de transimpedancia, *transimpedance amplifier* (TIA) y convertidas a señal digital usando un conversor analógico a digital, *analog to digital converter* (ADC).

Una vez digitalizadas ambas polarizaciones en fase y cuadratura, es posible procesar digitalmente la señal para mitigar los efectos del canal y de las no idealidades del transmisor y el receptor. En la Figura 1.6 se resumen las posibles funciones que pueden incorporarse en dicho procesado.

Un primer paso de procesado digital puede ser la compensación del desequilibrio entre la fase y la cuadratura de la señal obtenida. Al igual que los sistemas coherentes de radio frecuencia, los desajustes en la generación de las versiones desfasadas de la señal respecto a su comportamiento nominal pueden llevar consigo que el ángulo entre la fase y la cuadratura no sea exactamente de  $90^\circ$ , o que se amplifique de forma desigual la fase respecto a la cuadratura. Las soluciones propuestas en la literatura para la corrección de este tipo de desequilibrios van desde el procesado digital específico para este desajuste a la integración de esta corrección en un ecualizador genérico que se encarga de contrarrestar este efecto además del proveniente de la CD y la PMD.

A continuación, también es posible hacer una compensación digital de la CD. Aprovechando que la variación temporal de la CD es mucho menor que la correspondiente a la PMD, estos filtros, que se diseñan normalmente para ser los filtros adaptados a la

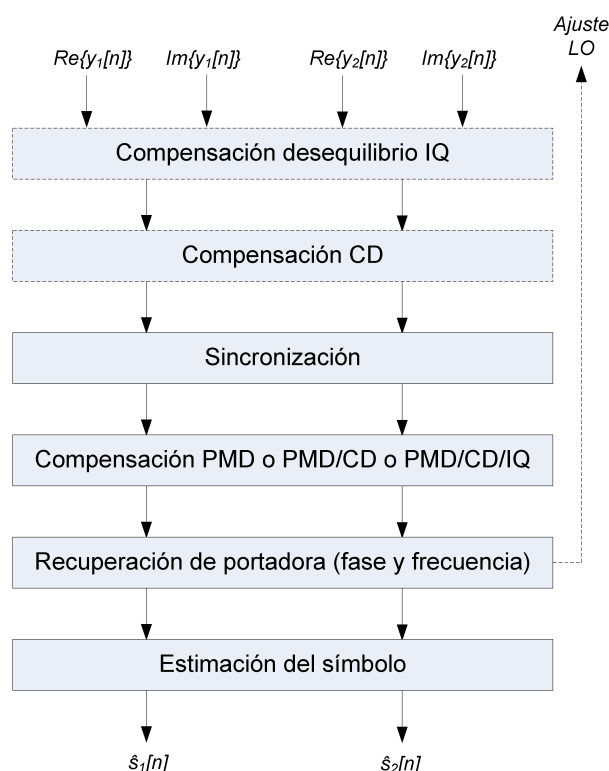


Figura 1.6: Funciones del procesamiento digital de la señal propuestas en la literatura para receptores coherentes de un sistema PDM. Las funciones en rectángulos discontinuos pueden ser sustituidas o bien por una compensación centralizada, o bien por otras soluciones en el dominio óptico u analógico.

respuesta del canal correspondiente a la CD  $H_{CD}(\omega)$  en la Ecuación 1.51, común a ambas polarizaciones, suelen diseñarse con coeficientes fijos programables, o con una adaptación lenta. Sin embargo, la compensación de la CD se suele realizar en conjunto con la de la PMD [85].

El siguiente paso consiste en la sincronización temporal, que consta de la recuperación del reloj y *retiming* para ajustar el muestreo de los símbolos recibidos. En este trabajo consideraremos que el receptor dispone de sincronización perfecta, ya que el diseño de esta función queda fuera del objeto de esta tesis.

La mayor complejidad del procesamiento digital de la señal reside en el siguiente paso, donde se compensa la PMD o, más frecuentemente, la PMD y el CD. De la Ecuación 1.52, reducida a un sistema con dos modos ( $D = 2$ , uno por cada polarización), deducimos que nos encontramos con un sistema MIMO  $2 \times 2$  cuya ecualización puede ser abordada mediante la multiplicación por una matriz  $2 \times 2$  de filtros digitales de respuesta finita, *finite impulse response* (FIR) resultante de la solución de la ecuación de Wiener para un ecualizador lineal optimizado según el criterio de MMSE [77]. Sin embargo, las primeras soluciones propuestas en la literatura se basaban en la multiplicación por una matriz de

cuatro coeficientes constantes que se iban adaptando mediante un ecualizador adaptativo tipo LMS o RLS [85][16]. Más tarde se propusieron cuatro filtros FIR, cuyos coeficientes podían ser calculados en tiempo o en frecuencia, donde el número de coeficientes depende de la longitud de la respuesta impulsional del canal, acotada superiormente por la suma de la longitud de la respuesta de la CD, proporcional al factor  $(\bar{\beta}_2 L_{tot})_{res}$  de la Ecuación 1.51, y la longitud de la respuesta de la PMD, proporcional a la máxima diferencia entre los retardos de grupo de las dos polarizaciones, denominado  $\tau_{DGD}$ . Este factor suele modelarse como una variable aleatoria de distribución Maxwelliana, y en la literatura se considera para el diseño del número de coeficientes mínimo del ecualizador un valor máximo de  $\tau_{DGD}$  igual a tres veces su media [86].

El cálculo de complejidad de la ecualización adaptativa de la CD y PMD para sistemas multiplexados en polarización ha sido objeto de estudio por diversos trabajos [79][86]. En el caso de realizar una ecualización lineal basada en el criterio MMSE con suficiente número de coeficientes, el efecto de la CD y la PMD puede compensarse completamente, ya que el ecualizador se corresponde con un filtro adaptado al canal, tal y como demostramos en el capítulo 3 de esta tesis, particularizando para  $D = 2$ .

A continuación se realiza la estimación de las diferencias en fase y frecuencia entre la portadora utilizada en transmisión y el oscilador local (LO). Para la corrección de estas diferencias, se puede recurrir a un OPLL, que implica la corrección de fase y frecuencia en el oscilador local (representado con una línea discontinua en la Figura 1.6), o bien un lazo de seguimiento de fase, *phase-locked loop* (PLL) eléctrico equivalente a partir del procesado de la señal digital para realizar la compensación.

El LO añade un ruido tanto de fase, por las diferencias residuales de fase y frecuencia que el receptor no puede corregir, como ruido blanco de tipo shot originado por el propio láser. En esta tesis consideraremos tanto que el receptor es capaz de estimar perfectamente la fase y la frecuencia, como que el ruido de shot del LO se encuentra por debajo del ruido procedente de los amplificadores en un sistema de comunicaciones de larga distancia [77].

Finalmente, se estima el símbolo recibido mediante un decisor diseñado para la modulación utilizada en el sistema, obteniendo los símbolos estimados en recepción. A continuación, si se ha utilizado un algoritmo de FEC en transmisión, pueden formarse las palabras código recibidas a partir de los símbolos estimados (decodificación dura) o bien a partir de métricas obtenidas a partir de la señal recibida antes del decisor (decodificación blanda). En la sección 2.3 discutiremos más en profundidad sobre las particularidades de los algoritmos de codificación para sistemas ópticos.

### 1.3.3. Transceptores para multiplexación espacial SDM

Los transceptores de multiplexación espacial para sistemas de comunicaciones de larga distancia aparecen como consecuencia del desarrollo de los multiplexores y demultiplexores.

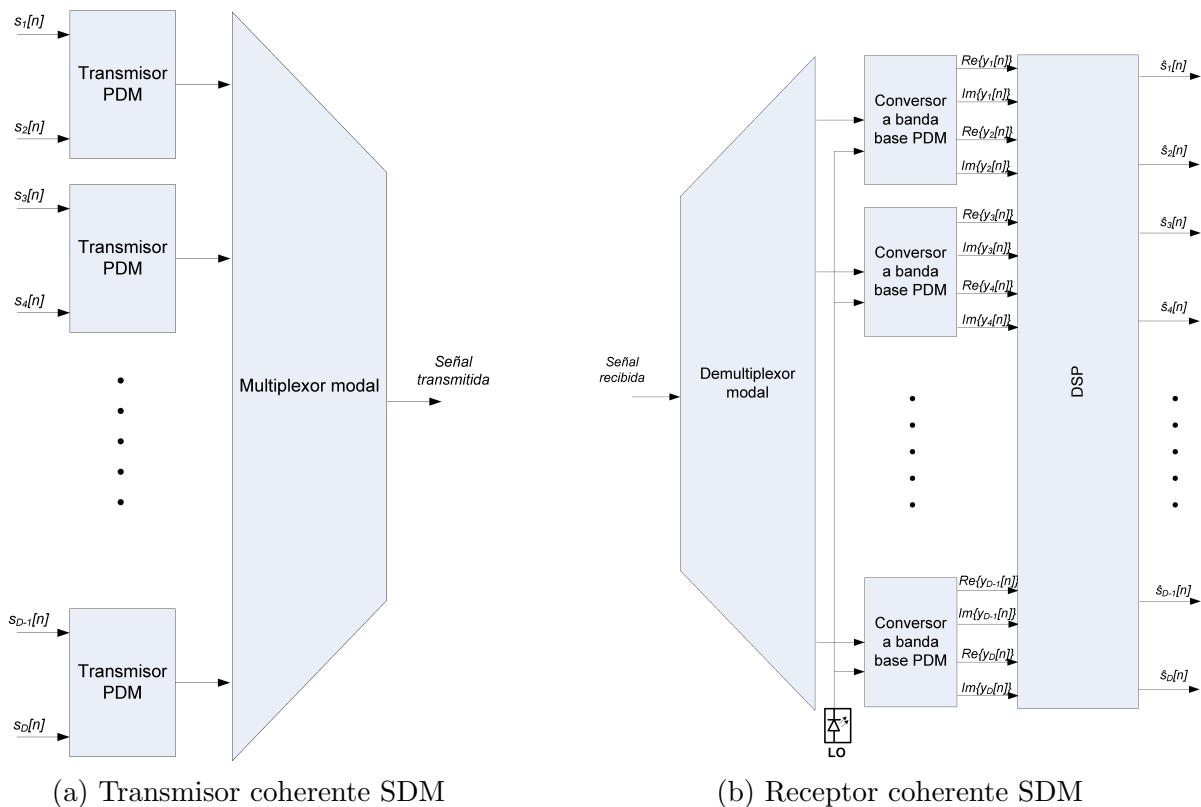


Figura 1.7: Transceptor coherente para multiplexación espacial (SDM) [87]. (a): Transmisor SDM. Compuesto por  $D/2$  transmisores PDM (Figura 1.5a) seguidos de un multiplexor modal. (b): Receptor SDM. Tras demultiplexar cada modo excepto su polarización, se convierte a banda base utilizando  $D/2$  conversores a banda base PDM (Figura 1.5b) utilizando un único oscilador local para obtener un total de  $D$  modos. Tras el procesado digital de la señal (DSP), se obtienen los símbolos estimados.

xores de modos, que permiten modular distintas secuencias de datos por cada modo. Combinados con los transceptores de multiplexación por polarización descritos en el anterior sección, permiten expandir el número de canales  $D$  más allá de los dos permitidos por la multiplexación PDM. Tal y como se refleja en la Figura 1.7a, el transmisor consiste en la paralelización de  $D/2$  transmisores PDM como los descritos en la Figura 1.5a, cuyas salidas son combinadas gracias a un multiplexor modal.

En la recepción, y mediante un demultiplexador de modos, se consiguen demultiplexar las señales de cada modo transmitido, excepto los asociados a las polarizaciones. A continuación, y mediante el uso de un único LO y  $D/2$  conversores a banda base PDM como el descrito en la sección anterior y Figura 1.5b, se obtienen la fase y cuadratura de cada uno de los  $D$  modos transmitidos, incluidos las polarizaciones, ya convertidos en secuencias digitales.

El procesado digital de la señal para un receptor coherente SDM es muy similar al

descrito en la Figura 1.6 para un receptor coherente PDM, ya que contiene las mismas funciones salvo que en este caso la ecualización debe compensar la CD, la dispersión modal (MD) y las pérdidas dependientes del modo (MDL) de un sistema MIMO de dimensiones  $D \times D$ . Se añade por tanto la necesidad de compensar la MDL y un aumento en la complejidad del ecualizador MIMO, que pasa de tener una dimensión de  $2 \times 2$  a uno de dimensiones  $D \times D$ . La complejidad de dicho ecualizador ha sido estudiada en la literatura para sus implementaciones adaptativas utilizando LMS y RLS en ausencia de MDL [88][87]. Dicha complejidad resulta de nuevo estar acotada superiormente por la suma de la longitud de la respuesta impulsional de  $H_{CD}(\omega)$ , que es igual al caso del PDM, y la longitud de la respuesta impulsional de  $\mathbf{H}_{MD}(\omega)$  (ver Ecuación 1.51), que es proporcional a la máxima diferencia entre retardos de grupo  $\tau_g$  extraídos de la respuesta impulsional resultante de la concatenación de las  $K_{amp}$  secciones del canal  $\mathbf{H}_{MD}(\omega)$ . Al considerarse la premisa de acoplamiento fuerte, la distribución estadística de los  $\tau_g$  resultantes sigue una PDF semicircular [57] y por tanto acotada que permite la selección del número de coeficientes del ecualizador MIMO-MMSE de forma que, teóricamente, es decir, salvando errores residuales derivados de la implementación (número de coeficientes finitos, efectos de coma fija, etc), el ecualizador resultante puede compensar totalmente el efecto de la CD y MD.

Al incluir la presencia de MDL en el canal, las prestaciones del ecualizador MIMO-MMSE en términos de BER en función de la SNR de entrada  $\gamma_{in}$  dejan de ser las correspondientes a un canal ideal con solamente ruido aditivo blanco Gaussiano, *additive white Gaussian noise* (AWGN) y es distinta para cada realización del modelo aleatorio del canal. Este efecto puede parecer asimilable al fading en sistemas MIMO inalámbricos, pero es diferente tanto en su origen (MDL versus propagación multicamino) como en su velocidad, cambio en amplitudes y distribución estadística. Este hecho tiene como consecuencia que no sean directamente aplicables las soluciones técnicas ni análisis utilizadas para sistemas MIMO inalámbricos en sistemas ópticos MIMO para comunicaciones de larga distancia. En la Tabla 1.1 se muestra una comparativa entre ambos sistemas remarcando las diferencias entre ellos [89].

Las aproximaciones al problema que nos proporciona la literatura van en un primer momento al cálculo del impacto en las prestaciones del ecualizador MIMO MMSE en términos de una penalización en la cantidad de potencia que es necesario inyectar para compensar dicho efecto [90], [91], para lo cual se requiere de algoritmos que sean capaces de estimar el nivel de MDL en el canal [92] [93]. También se realizan estudios sobre la variación en la capacidad del canal que supone la MDL [68], o proponiendo receptores alternativos, como un receptor MIMO por aproximaciones sucesivas [94], un receptor de máxima verosimilitud [95], o la utilización de codificación espacio-temporal, *space-time coding* (STC) [96][97], todas ellas con un impacto alto en términos de complejidad del sistema.

Sin embargo, ninguna de estas aproximaciones estudia la distribución estadística en términos de la PDF de las prestaciones de un receptor lineal MIMO MMSE ideal en

Tabla 1.1: Comparación entre sistemas MIMO ópticos para comunicaciones de largo alcance y MIMO inalámbrico.

Parámetro	MIMO inalámbrico	MIMO óptico
Entradas y salidas al canal	Antenas	Modos de la fibra
Número de entradas/salidas	2,3,4,5,6,...	2,6,10,12,16,20,24,30,...
Frecuencia portadora	$\sim 0.6 - 6$ GHz	185-238 THz (Bandas O, E, S, C y L)
Alcance	$\sim 5$ Km	$> 1200$ Km (utilizando amplificadores intermedios)
Tasa de transmisión	$\sim$ Decenas de Mbaudios	$\sim$ Decenas de Gbaudios
Origen de la dispersión	Propagación multicamino	Distorsión cromática (CD) y dispersión modal (MD)
Retardo del canal	$<$ Decenas de $\mu s$	$> 1$ ms
Dispersión de retardo (delay spread)	Decenas-centenares de ns $\sim 1/10 \times$ tiempo de símbolo	Centenares de ns $\sim 1000 \times$ tiempo de símbolo
Origen del fading	Propagación multicamino	Pérdida dependiente del modo en los amplificadores (MDL)
Variaciones de amplitud en el canal MIMO	Grande (distribución Rice/Rayleigh)	Pequeña (matriz cuasi-unitaria)
Origen de variaciones temporales del canal	Movimiento de terminales u otros elementos	Variaciones de acoplamiento modal
Escala temporal de variaciones	$\sim 1$ ms	$\sim 10 \mu s$ (acoplamiento de modos por vibraciones o impacto)

presencia de MDL y sus consecuencias en términos de diseño del sistema. Esta tesis pretende cubrir esta laguna.

Para ello, en primer lugar discutiremos sobre el origen teórico de dicha aleatoriedad, cuyo origen radica en que el ecualizador MIMO MMSE deja de ser un filtro adaptado (capítulo 3), la caracterización de dicho comportamiento aleatorio como una función de probabilidad GEV dependiente de la SNR a la entrada del ecualizador ( $\gamma_{in}$ ) y el nivel de MDL en cada sección  $k$  determinado por  $\sigma_g$  (capítulo 4), y el impacto que dicha aleatoriedad tiene en el diseño de algoritmos de corrección de errores (capítulo 5).

Con el objetivo de centrarnos en el impacto en prestaciones de un ecualizador MIMO-MMSE ideal para un canal con MDL no despreciable, asumiremos una sincronización y equilibrio IQ perfectos, así como una recuperación de portadora en fase y frecuencia sin errores.



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

---

## Capítulo 2

# Resumen de publicaciones

---

### 2.1. Matched Filtering for MIMO Coherent Optical Communications with Mode-Dependent Loss Channels

Al inicio del estudio sobre el efecto de la MDL en sistemas SDM coherentes, observamos que, como norma general, se intentaba tratar dicho efecto como una penalización en la relación señal a ruido que podía compensarse o bien aumentando correspondientemente la potencia de la señal a la entrada, o bien disminuyendo el ruido [90], [91]. En los trabajos publicados se presentaba esta penalización debida al efecto de la MDL como una constante que se podía simplemente sumar a la SNR a la entrada para obtener el mismo BER a la salida que en el caso de que no existiera MDL en el canal. Esta aproximación al problema venía derivada del uso recurrente de penalizaciones en términos de SNR para otros efectos conocidos en los sistemas de comunicaciones ópticas, descritos en la introducción de esta tesis.

Para identificar tanto la naturaleza de la degradación en términos de BER obtenida como para cuantificarla, se estableció como objetivo de este primer analizar las prestaciones de un ecualizador MMSE en presencia de MDL, basado en el análisis de sistemas lineales.

Para ello, en primer lugar se presenta el modelo de canal que también se utilizará en el resto de contribuciones, y que ha sido previamente descrito en la Sección 1.2. Los parámetros de la fibra utilizada provienen de varios trabajos donde se presentan construcciones de fibras multi-núcleo capaces de transmitir un número limitado de modos [37]. A continuación, se deriva la expresión cerrada del filtro óptimo que se utilizará en el receptor que es capaz de compensar tanto la ISI como la diafonía existente entre los distintos canales de recepción MIMO.

En el caso de que la MDL sea despreciable o inexistente, en este artículo demostramos



que el filtro óptimo  $\mathbf{O}(\omega)$  coincide con el filtro adaptado (*matched filter*) determinado por  $\mathbf{Q}^H(\omega)$ , donde  $\mathbf{Q}(\omega)$  es la convolución de las respuestas impulsionales en el tiempo de la forma de onda del pulso PAM de tipo raíz del coseno alzado  $p(t)$  con un factor de exceso de ancho de banda  $\alpha$  y de la respuesta del canal en el tiempo, dado por la expresión  $\mathbf{h}_{tot}(t)$ .

Nótese que  $p(t)$  es una función independiente de la dimensión modal  $D$ , es decir, es común para todos los modos implicados. Algunos artículos encontrados en la literatura difieren en la definición del pulso conformador, cuyo parámetro es definido como  $\beta$ , y que dan como resultado conclusiones no comparables [80]. Sin embargo,  $\mathbf{h}_{tot}(t)$  es una matriz de  $D \times D$  respuestas impulsionales, ya que la respuesta es diferente, en general, dependiendo del modo de entrada y de salida que consideremos.

Tras demostrar que, gracias a que  $p(t)$  cumple con el criterio de Nyquist para evitar la ISI, el ecualizador MIMO en tiempo discreto optimizado según el criterio MMSE coincide con el filtro adaptado en ausencia de MDL, se realizan simulaciones numéricas para cuantificar las pérdidas, en términos de SNDR, cuando la MDL deja de ser despreciable para el mismo tipo de receptor. Dichas pérdidas tienen como origen la ISI y diafonía residuales, así como el realce del ruido del canal tras el ecualizador. La Figura 2.1 muestra el modelo de sistema utilizado para realizar las simulaciones numéricas, donde el ecualizador utilizado tiene una respuesta en términos de la transformada  $z$  igual a  $\mathbf{W}_{FSE}(z)$ , y que, junto con los  $D$  muestreadores, es una implementación del filtro lineal ideal  $\mathbf{O}(\omega)$ .

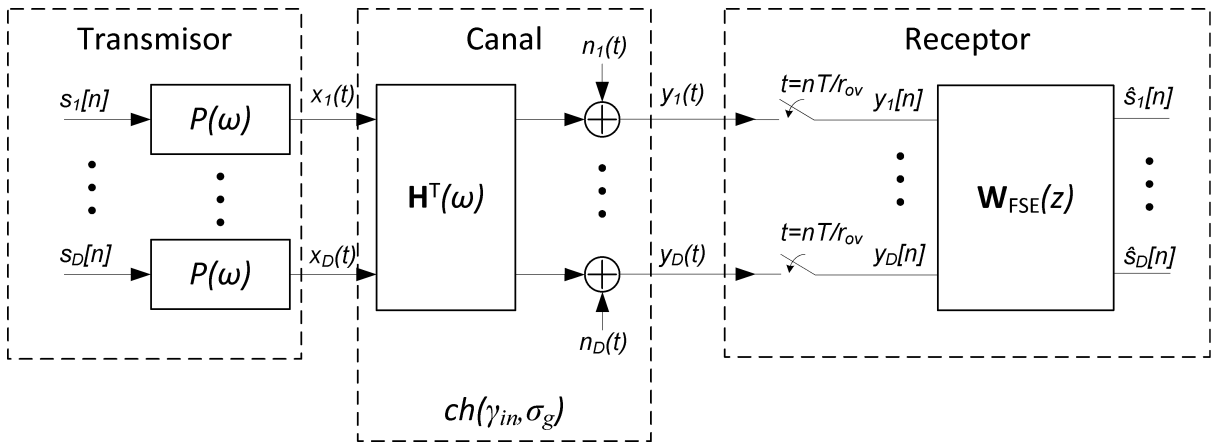


Figura 2.1: Modelo de sistema de comunicaciones SDM con un receptor lineal MIMO ideal basado en la minimización del error cuadrático medio (MMSE) implementado mediante un ecualizador MMSE fraccional (FSE).

La implementación del ecualizador MIMO MMSE ideal se realiza mediante un FSE con un factor de sobremuestreo igual a 2, y un número de etapas suficientemente alto como para considerarlo ideal. El número de etapas del FSE se elige de forma heurística, tomando el mínimo valor a partir del cual ya no se observa una disminución significativa del error cuadrático medio.

El modelo de canal, descrito en la sección 1.2, tiene varios parámetros aleatorios que hacen que cada realización del mismo sea distinto. De esta manera, las matrices unitarias de cada sección  $k$   $\mathbf{U}^{(k)}$  y  $\mathbf{V}^{(k)}$  en la Ecuación 1.52 son aleatorias y distintas para cada realización, así como los retardos de grupo para cada modo  $\tau_g$  (ver sección 1.2.5).

El modelado de la MDL para la sección  $k$ -ésima se realiza por su parte mediante el vector  $\mathbf{g}^{(k)}$  en la matriz diagonal  $\mathbf{\Lambda}_{MD}^{(k)}(\omega)$  (ver Ecuación 1.46), cuyos componentes aleatorios siguen una distribución Gaussiana determinada por su desviación típica  $\sigma_g$ .

Al añadir el modelado de la degradación en el canal debida a una MDL no despreciable, las prestaciones del ecualizador MIMO MMSE ideal se ven afectadas de forma distinta en cada realización del canal, con lo que dichas prestaciones dejan de ser deterministas para pasar a tener que ser descritas por una PDF.

Se definen varias métricas para medir las prestaciones en presencia de MDL en el canal:

- $L(i)$ , definido para cada modo  $i$  como la diferencia en  $dB$  entre la SNR a la entrada del ecualizador en el modo  $i$  y la SNDR a la salida del ecualizador en el modo  $i$  para una realización concreta del canal.
- $AL$ , definida como la media aritmética de  $L(i)$  expresado en  $dB$  sobre los  $D$  modos.
- $ML_{95}$ , definido como el percentil 95 de  $L(i)$  para cualquier modo  $D$  y realización del canal, lo que nos da la pérdida en  $dB$  máxima para el 95% de los casos de cualquier modo y de cualquier realización de canal.
- $AML_{95}$ , definido como el percentil 95 de  $AL$  para todas las realizaciones de canal, lo que nos da la pérdida en  $dB$  máxima para el 95% de los casos de la SNDR de salida media.

Se han realizado simulaciones numéricas para distintos valores de  $\alpha$ , el factor de exceso de ancho de banda del pulso PAM, y se encuentra que valores altos de  $\alpha$  conllevan menores reducciones de SNDR en presencia de MDL. Estos resultados harán que elijamos para el resto de simulaciones numéricas realizadas en los artículos recopilados en esta tesis un valor de  $\alpha = 0,9$ . Los resultados de las simulaciones presentan varias conclusiones novedosas, resumidas en los siguientes puntos:

- Las distribuciones estadísticas de  $L(i)$  y  $AL$  obtenidas no siguen una PDF Gaussiana.
- La PDF de  $L(i)$  y  $AL$  depende no sólo del grado de MDL en el canal  $\sigma_g$ , sino también de la SNR a la entrada del ecualizador  $\overline{SNR}_{in} = \gamma_{in}$

- $L(i)$  puede ser negativo para algún valor de  $i$  y alguna realización de canal concreta. Sin embargo, para la misma realización de canal, un  $L(i)$  negativo es compensado siempre por el resto de  $L(j), j \neq i$ , dando lugar a un  $AL$  positivo en el caso de MDL no despreciable.

En resumen, este primer artículo pone las bases matemáticas para estudiar en profundidad el efecto de la MDL en la SNDR y BER a la salida de un receptor lineal basado en MMSE. La naturaleza aleatoria de la SNDR y por tanto de la BER a la salida del ecualizador se presentan como la principal diferencia respecto a los sistemas sin la influencia de la MDL. Este hecho hace que las prestaciones del sistema dejen de ser deterministas, y pasen a estar descritos por las PDFs de las métricas seleccionadas, como la BER y la SNDR. Si el sistema requiere para su funcionamiento una BER por debajo de un valor determinado, por ejemplo,  $BER < 10^{-3}$  antes de la aplicación de algoritmos de corrección de errores, aparece una probabilidad no nula de que el sistema deje de funcionar. El porcentaje de casos en los que esto ocurra emerge como un parámetro de calidad del sistema determinante, que denominaremos en este trabajo como la probabilidad de *outage* (OP).

Además, empezamos a vislumbrar efectos que se estudiarán en profundidad en los siguientes artículos. Por ejemplo, la dependencia de la PDF de la SNDR a la salida del ecualizador según la SNR de entrada para canales con MDL será estudiada en el artículo sobre el análisis de la BER obtenida en función de la MDL y la SNR de entrada (Sección 2.2). Por otra parte, el hecho de tener distintas SNDRs a la salida del ecualizador dependiendo del modo  $i$  en presencia de MDL, y la posibilidad de compensarse entre sí, será estudiada en profundidad en el artículo dedicado a la exploración de arquitecturas FEC para canales con MDL (Sección 2.3).

## 2.2. BER Analysis of an Optimum MIMO Linear Receiver in Optical SDM Systems with Mode-Dependent Loss

Este artículo estudia en profundidad la naturaleza de la ISI y la diafonía residuales a la salida del ecualizador MIMO lineal basado en criterios MMSE y la relación existente entre la SNR de entrada al ecualizador, el nivel de MDL en el canal y la función de distribución de probabilidad de la BER a la salida para un sistema que utiliza la modulación 2-PAM.

El primero de los objetivos consiste en determinar si la ISI y la diafonía residuales a la salida del ecualizador pueden ser considerados como una degradación modelable mediante un ruido blanco Gaussiano independiente de la propia señal transmitida. Para ello en primer lugar se realiza una expansión a sistemas MIMO de la expresión que determina la variable aleatoria para el modo  $i$   $X_i$  que representa el término de señal que llega al decisor debido a las componentes de ISI y diafonía residuales después de la aplicación

de un ecualizador lineal. En principio, dicha variable aleatoria depende de los valores de amplitud que hayan tomado los símbolos anteriores y posteriores. La expresión obtenida para la probabilidad de error nos lleva a un integrando cuya primitiva no se conoce en términos de funciones elementales, incluso si se limita la ventana de símbolos anteriores y posteriores que tienen una influencia relevante en el cómputo final de la BER, ya que hay que contar con todas las posibles combinaciones de amplitudes de dichos símbolos.

Para resolverlo, se propone el uso del método de la regla de cuadratura de Gauss, *Gauss quadrature rule* (GQR) [98] [99] para aproximar la suma de términos correspondientes a las posibles combinaciones de amplitudes a una suma más manejable de términos. Dicho método consiste en la representación de la expresión de la probabilidad de error mediante los  $2J$  momentos sucesivos de la variable aleatoria  $X_i$ , que pueden ser calculado de forma recursiva, reduciendo todas las combinaciones posibles de amplitudes a un sumatorio de los  $2J$  momentos sucesivos [100]. Una vez aplicada esta aproximación, es posible calcular de forma precisa la BER incluyendo el efecto de la ISI y la diafonía residuales después del ecualizador.

Para comprobar si la suposición de Gaussianidad de la ISI y diafonía residuales es cierta, se compara la BER obtenida mediante simulaciones numéricas utilizando el método GQR para un modo  $i$ , denominada  $P_{GQR,i}$ , con la BER obtenida suponiendo que la ISI y diafonía residuales tienen una distribución Gaussiana, es decir, usando simplemente la conocida expresión para la BER de una modulación 2-PAM en un canal AWGN con desviación estándar  $\sigma_n$  y tomando como  $\sigma_n$  la esperanza del error cuadrático medio para un modo  $i$ , esto es,

$$\sigma_n^2 = E [|e_i[n]|^2]. \quad (2.1)$$

El resultado de la comparación entre los dos modelados propuestos es que es factible modelar la influencia de la ISI y diafonía residual como una fuente independiente de ruido blanco y Gaussiano con varianza  $\sigma_n$ .

Esta conclusión es importante para poder simplificar el procesado y análisis de la BER para sistemas con MDL presente en el canal, y será utilizada de aquí en adelante en detrimento del cálculo más preciso mediante la GQR.

El estudio de la PDF de la BER obtenida arroja al menos dos observaciones relevantes. En primer lugar, que la PDF de la BER está lejos de ser una distribución Gaussiana, ya que es asimétrica respecto a su máximo. En segundo lugar, destacar el papel relevante tanto de la SNR a la entrada del ecualizador como de la cantidad de MDL en la forma y posición de la PDF. En concreto, un incremento en la cantidad de MDL implica un ensanchamiento de la PDF y un desplazamiento de la media de dicha PDF hacia BER más altas. El aumento de la SNR en la entrada del ecualizador sólo mitiga en parte el aumento del BER medio, hasta llegar un punto en el que es irrelevante en el caso de que la cantidad de MDL sea alta.

Para analizar mejor la compleja relación entre MDL y SNR en la entrada del ecua-

lizador, y la BER obtenida mediante simulaciones numéricas, se propone un modelado en términos de una familia de PDFs denominada GEV que se ajusta en gran medida a la distribución de las frecuencias relativas de la BER resultante de las simulaciones. La familia de PDFs de tipo GEV tiene expresiones analíticas cerradas que vienen determinadas por tres parámetros denominados  $\xi$ ,  $\sigma$  y  $\mu$ . Además, se desarrolla una aproximación polinómica que es capaz de relacionar las métricas relevantes del sistema, es decir, la SNR a la entrada del ecualizador  $\gamma_{in}$  y la cantidad de MDL en cada etapa de amplificación del canal  $\sigma_g$ , con la terna de parámetros  $\{\xi, \sigma, \mu\}$  de la PDF de la BER a la salida del sistema, modelada como una distribución GEV.

La aproximación mediante una expresión cerrada es un avance significativo en términos de simplicidad en el análisis del sistema de comunicaciones. De esta manera es posible extrapolar el comportamiento del sistema, en términos de BER, a puntos de SNR a la entrada del ecualizador y cantidad de MDL en el canal que no han sido previamente obtenidos mediante simulación numérica. Adicionalmente, es posible, estableciendo un porcentaje admisible de caída del sistema (OP), trazar curvas a modo de mapas de contorno de la BER obtenida para una SNR a la entrada del ecualizador y una MDL determinada.

En la Figura 2.2 se reproduce el mapa de contorno obtenido en este trabajo. Es relevante destacar que para obtener una BER mínima de, por ejemplo,  $10^{-3}$ , la cantidad de incremento en la SNR a la entrada del ecualizador  $\gamma_{in}$  necesaria para compensar una cantidad de MDL es muy diferente si dicha cantidad es moderada (hasta  $\sigma_g = 0,3$ ) de si la cantidad de MDL es mayor, y que, sobre todo, dicha relación está lejos de poder ser modelada de forma lineal o mediante penalizaciones de potencia.

Es destacable también la utilidad de este tipo de mapas de contorno para el diseño de sistemas SDM con MDL presente en el canal. Para su uso, en primer lugar debemos seleccionar el mapa de contorno para la tasa de caída permitida del sistema (OP). Una vez fijo este parámetro, podemos seleccionar el par de valores  $\sigma_g$  y  $\gamma_{in}$  que sea conveniente para el sistema bajo diseño en cuestión. Dependiendo de las restricciones existentes, por ejemplo, en la inversión en mejores o peores amplificadores que llevarían consigo una mejor o peor  $\sigma_g$ , o en el número de secciones  $K_{amp}$  que nos permitan llegar a garantizar una determinada  $\gamma_{in}$ , es posible estimar la BER a la salida del ecualizador para nuestro sistema.

### 2.3. Post-FEC Performance Evaluation of Optical SDM Systems with Mode-dependent Loss

Este trabajo se ocupa de la siguiente fase natural en el diseño de un sistema de comunicaciones. Una vez que las bases teóricas de las comunicaciones SDM en un canal con MDL están establecidas, tal y como se trató en el artículo recogido en la Sección 2.1,

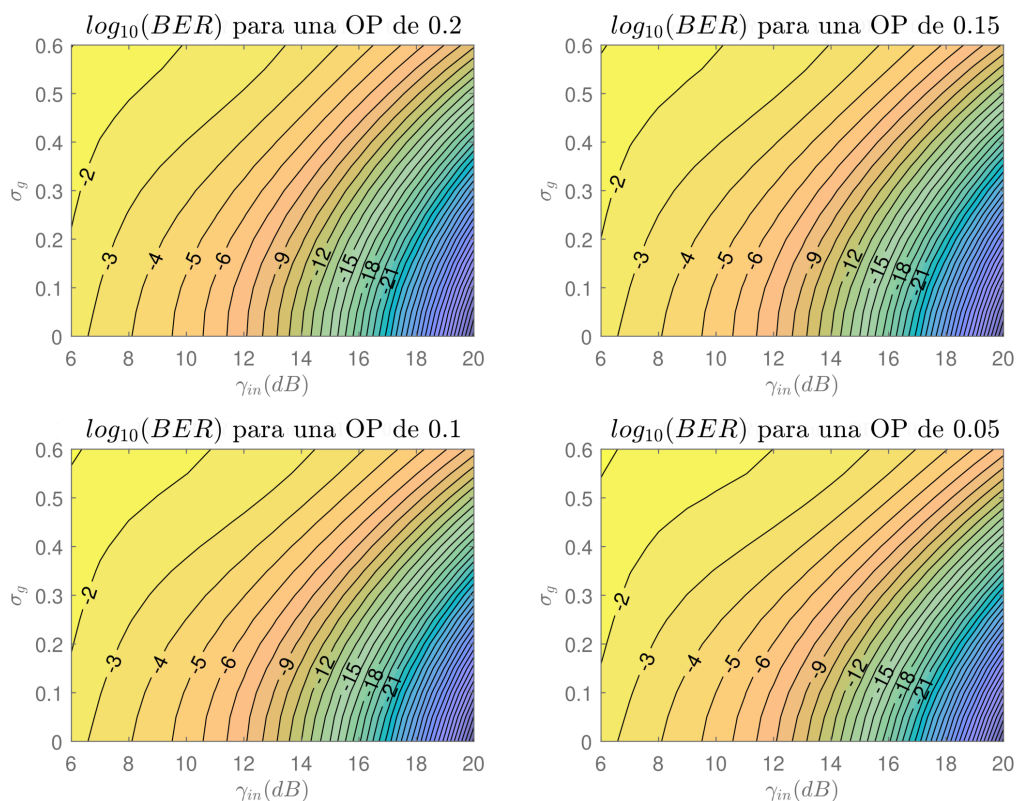


Figura 2.2: Mapa de contorno de máxima BER de sistema para diferentes probabilidades de *outage* (OP) utilizando la aproximación de la PDF de la BER como una PDF de tipo GEV. Las líneas de contorno unen puntos de igual exponente en base 10 de la BER calculada para la OP correspondiente.

y que se ha estudiado en profundidad las características estadísticas de la BER a la salida de un ecualizador MIMO lineal basado en el criterio MMSE, tal y como recogimos en la Sección 2.2, ahora nos centramos en el estudio del impacto de la selección de esquemas de codificación y FEC en las prestaciones del sistema de comunicaciones final.

Como se describió en la Sección 1.3, los receptores de fibra óptica para largas distancias generalmente disponen de un sistema de FEC en dos niveles. Al primero de ellos, que utiliza como entrada métricas obtenidas a partir de la distancia euclídea del símbolo recibido respecto al punto de la constelación más próximo, se le denomina código interior (*inner code*) y utiliza decodificación blanda (*soft decoding*). La salida de este primer nivel de decodificación es en forma de bits, por lo que el segundo nivel de codificación, denominado código exterior (*outer code*), ya utiliza decodificación dura (*hard decoding*).

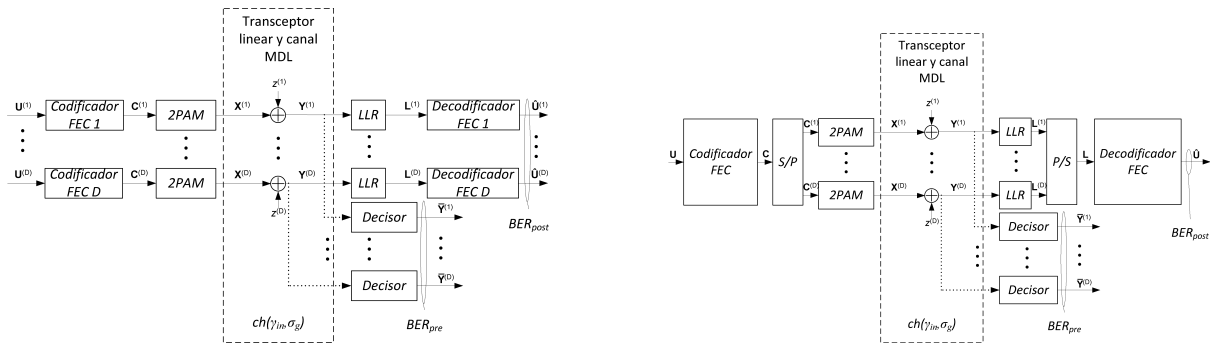
Existen una serie de códigos interiores y exteriores que han sido estandarizados en ISO para los sistemas coherentes mono-portadora de comunicaciones ópticas para largas

distancias [101]. La selección de uno u otro sistema de codificación suele estar relacionado con la velocidad del enlace y su longitud, así como con la posibilidad de utilizar decodificación blanda. Para largas distancias y velocidades superiores a 100 Gb/s se suele optar, en estos sistemas, por un código *Bose-Chaudhuri-Hocquenghem* (BCH) o LDPC para el código interno, que utiliza la información blanda del demodulador coherente, y un código externo en escalera (*staircase code*)[102], [103]. De este modo, el código interno tiene como objetivo situar su BER de salida en torno a  $5 \cdot 10^{-3}$  para que el código externo proporcione la ganancia de código suficiente para llegar hasta el objetivo de una BER inferior a  $10^{-12}$ , que es el típico exigido para sistemas de comunicaciones ópticas.

En el caso de sistemas de comunicaciones ópticas basados en SDM en canales con MDL tenemos varias características particulares que los distinguen de los sistemas coherentes mono-portadora. En primer lugar, destacamos la naturaleza aleatoria de la BER a la salida del ecualizador, denominada  $BER_{pre}$ , entendida como la BER que se obtendría en el caso de aplicar un decisor para obtener los bits en ese punto antes de cualquier decodificador FEC. La probabilidad de error de cada secuencia de bits estimados para cada modo presenta correlación para la realización de un canal concreto, como se ha demostrado en la Sección 2.1. En ese trabajo, se comprueba cómo es posible que la SNDR a la salida del ecualizador mejorara respecto a la de entrada en un modo concreto en presencia de MDL, pero siempre a costa de que otro modo en la misma realización del canal empeore. El resultado es que, haciendo la media de la diferencia de SNR a la entrada y a la salida del ecualizador (métrica denominada  $AL$  en la Sección 2.1), nunca hay aumento de la SNDR media a la salida del ecualizador (realizando la media entre los modos recibidos para la realización de una canal). Este comportamiento de compensación de la SNDR (y por tanto de la BER) a la salida entre los distintos modos nos puede orientar sobre la forma de tomar los símbolos recibidos en los modos para componer los bloques de código.

En segundo lugar, la utilización de la ganancia de código como métrica de la bondad de un sistema de codificación FEC pierde utilidad, ya que el interés reside también en cómo se distribuye la PDF de la BER a la salida del sistema de codificación (denominado  $BER_{post}$ ), pues el sistema en su totalidad tendrá como requisito una máxima OP.

Además, conviene recordar que las ganancias de código asociadas a un sistema de codificación son solamente válidas bajo ciertas condiciones. La primera de ellas es que la BER a la entrada del decodificador debe ser suficientemente baja para que no haya un funcionamiento anómalo, lo que se conoce como trabajar fuera de la zona de baja SNR. La segunda es que la BER a la entrada sea homogénea para todos los bits que componen la palabra código recibida, es decir, que la probabilidad de error a la entrada del decodificador no cambie para distintos bits recibidos. Esta última asunción deja de ser válida por ejemplo en el caso de que se tomen los símbolos o bits procedentes de los  $D$  modos en una palabra código, ya que cada modo tendrá en media una probabilidad de error diferente [104]-[106]. Por tanto, se hace necesario el estudio mediante simulaciones numéricas de las prestaciones de los sistemas de codificación en términos de OP admitido



(a) Modelo de sistema equivalente discreto para el esquema de codificación FEC por modo.

(b) Modelo de sistema equivalente discreto para el esquema de codificación FEC común para todos los modos.

Figura 2.3: Esquemas de codificación FEC propuestos en la publicación del Capítulo 5.

para el sistema y  $BER_{post}$  mínimo requerido.

En este trabajo, nos centramos en la evaluación de prestaciones de un codificador/decodificador LDPC utilizado como codificador interno. El código LDPC seleccionado se utiliza ampliamente en sistemas inalámbricos, tiene una tasa de código de  $3/4$  y está estandarizado en IEEE 802.11n/ac/ax para sistemas radio WiFi inalámbricos [20]. Probaremos dos arquitecturas diferenciadas dependiendo de cómo se componen las palabras código a partir de los símbolos PAM recibidos, representadas en la Figura 2.3.

En la primera de las arquitecturas (Figura 2.3a), cada modo del sistema SDM se trata como un sistema de comunicaciones independiente, las palabras código se componen de símbolos que se transmitirán en un modo  $i$  particular y, por tanto, este esquema utiliza un total de  $D$  pares de codificadores/decodificadores. En la segunda arquitectura (Figura 2.3b), las palabras código se componen de símbolos que se transmitirán en los  $D$  modos, con lo que la codificación/decodificación se produce de forma conjunta y sólo hay un par codificador/decodificador compartido para todos los modos.

Adicionalmente, se comprobarán las prestaciones de una aproximación en el cálculo del logaritmo de ratio de verosimilitud, *log-likelihood ratio* (LLR) utilizado como métrica para la decodificación blanda del LDPC. Dicha aproximación consiste en el uso de la potencia del ruido medio medido en todos los modos recibidos, en lugar del uso de la potencia del ruido en cada uno de los modos, cuyo cálculo resulta más complejo computacionalmente.

Los resultados obtenidos reflejan el gran impacto que tiene el nivel de MDL sobre las prestaciones en términos de BER después de la decodificación  $BER_{post}$ , además del gran beneficio que supone la codificación utilizando en las palabras código una mezcla de los símbolos provenientes de todos los modos recibidos, es decir, de la segunda arquitectura. Estos resultados están en línea con los mostrados en la literatura centrada en el estudio de la capacidad del canal en presencia de MDL [94]. Los resultados también muestran

que la simplificación práctica propuesta para el cálculo de los LLRs supone una pérdida mínima en prestaciones.

En valores absolutos, y para este esquema de codificación, nos encontramos que el uso de este tipo de LDPC como codificador interno está justificado solamente para valores de SNR de entrada del ecualizador ( $\gamma_{in}$ ) altos y niveles de MDL moderados ( $\sigma_g = 0,5$ , por ejemplo). La degradación en las prestaciones de la codificación para SNR de entrada bajas en presencia de MDL es muy alta, ya que hace que el decodificador trabaje en una zona donde es incapaz de mejorar la BER a la salida del ecualizador. En esos casos, la solución es aumentar la SNR a la entrada del ecualizador, para que el decodificador pueda ofrecer cierta mejora en la BER de salida ( $BER_{post}$ ) para una OP permitida de en torno al 5-10 %.

En resumen, este trabajo define un entorno de evaluación de esquemas de codificación para sistemas SDM, y lo aplica para un codificador interno de tipo LDPC. La influencia de la arquitectura de codificación/decodificación escogida, así como el gran impacto de la MDL en las prestaciones finales del sistema en términos de BER para cierta OP máxima, han sido demostradas mediante simulaciones numéricas.

---

## Capítulo 3

# Matched Filtering for MIMO Coherent Optical Communications with Mode-Dependent Loss Channels

---

### 3.1. Abstract

The use of digital signal processors (DSP) to equalize coherent optical communication systems based on spatial division multiplexing (SDM) techniques is widespread in current optical receivers. However, most of DSP implementation approaches found in the literature assume a negligible mode-dependent loss (MDL). This paper is focused on the linear multiple-input multiple-output (MIMO) receiver designed to optimize the minimum mean square error (MMSE) for a coherent SDM optical communication system, without previous assumptions on receiver oversampling or analog front-end realizations. The influence of the roll-off factor of a generic pulse-amplitude modulation (PAM) transmitter on system performance is studied as well. As a main result of the proposed approach, the ability of a simple match filter (MF) based MIMO receiver to completely eliminate inter-symbol interference (ISI) and crosstalk for SDM systems under the assumption of negligible MDL is demonstrated. The performance of the linear MIMO fractionally-spaced equalizer (FSE) receiver for an SDM system with a MDL-impaired channel is then evaluated by numerical simulations using novel system performance indicators, in the form of signal to noise and distortion ratio (SNDR) loss, with respect to the case without MDL. System performance improvements by increasing the transmitter roll-off factor are also quantified.



## 3.2. Reference

L.M. Torres, F.J. Cañete y L. Díez, "Matched Filtering for MIMO Coherent Optical Communications with Mode-Dependent Loss Channels", *Sensors*, Jan 2022, n. 22: 798, doi:10.3390/s22030798.

## 3.3. URL

<https://www.mdpi.com/1424-8220/22/3/798>

---

## Capítulo 4

# BER Analysis of an Optimum MIMO Linear Receiver in Optical SDM Systems with Mode-Dependent Loss

---

### 4.1. Abstract

Multiple-input multiple-output (MIMO) receivers designed to optimize the minimum mean square error (MMSE) are a common choice in coherent optical communication systems based on spatial division multiplexing (SDM). This kind of receivers naturally integrate both MIMO equalization and matched filtering functions. However, when the optical channel exhibits significant mode-dependent loss (MDL) and/or mode-dependent gain (MDG), the impact of inter-symbol interference (ISI) and crosstalk that arise, even using an ideal MIMO MMSE linear receiver, is barely analyzed. Moreover, due to the random nature of the MDL/MDG model, the resulting ISI, crosstalk, and bit error rate (BER) also become random variables and, hence the system performance is more unpredictable. In this paper, we first evaluate the residual distortion (ISI and crosstalk) after the MIMO receiver and then we study the validity of assuming it as an additional Gaussian noise term independent of the channel noise. Next, the probability density distribution (PDF) of the BER is analyzed, from both an analytical perspective and numerical simulations. For the latter, we use a single-carrier 2-PAM (pulse amplitude modulation) system, with pulse shaping, and the MIMO MMSE receiver implementation by means of a MIMO fractionally-spaced equalizer (FSE). We carry out simulations of the system under different conditions of MDL/MDG level and signal to noise ratio (SNR), measured at the receiver input. Additionally, we address possible fits of the BER PDF to known closed-form distributions, among which the Generalized Extreme Value (GEV) family of distributions is selected, and polynomial functions are proposed that relate the system parameters with the GEV PDF parameters. Finally, we present contour maps of



BER according to a giving target of system outage probability (OP) that depend on the MDL/MDG and SNR conditions.

## 4.2. Reference

L.M. Torres, F.J. Cañete y L. Díez, "BER Analysis of an Optimum MIMO Linear Receiver in Optical SDM Systems with Mode-Dependent Loss", Optics Express, Sep 2023, doi:10.1364/OE.487066.

## 4.3. URL

<https://doi.org/10.1364/OE.487066>

---

## Capítulo 5

# Post-FEC Performance Evaluation of Optical SDM Systems with Mode-dependent Loss

---

### 5.1. Abstract

This work is focused on the bit error rate (BER) performance of spatial division multiplexing (SDM) systems over an optical channel with mode-dependent loss or gain (collectively referred to in this paper as MDL). When the latter is nonnegligible, the BER has a random nature that introduces the outage probability as an important performance metric for the system design and also impacts on the selection of a forward-error correction (FEC) scheme. In MDL-impaired SDM systems, the pre-FEC BER is a random variable whose probability density function (PDF) and coding gain depend on the signal-to-noise ratio (SNR) at the receiver input. Hence, the common and simple approach of adding a coding gain factor to the pre-FEC BER to obtain the post-FEC BER is not adequate, and numerical simulations are needed. In this paper, we simulate and analyze the performance in terms of post-FEC BER for two proposals of applying low-density parity check (LDPC) FEC encoder/decoder in a SDM system MDL-impaired and an optimal linear multiple input multiple output (MIMO) receiver. In the first one, the LDPC is applied independently to each mode, and in the second one, the LDPC is applied among all SDM modes. Simulation results indicate that the first proposal outperforms the second. Simplifications in the log-likelihood ratio (LLR) computations have also been considered.

### 5.2. Reference

L.M. Torres, F.J. Cañete y L. Díez, "Post-FEC Performance Evaluation of Optical SDM Systems with Mode-dependent Loss", *Optics Letters*, Dec 2023,



doi:10.1364/OL.502544.

### 5.3. URL

<https://opg.optica.org/ol/fulltext.cfm?uri=ol-48-24-6424&id=544221>

---

## Capítulo 6

# Conclusiones y líneas futuras

---

### Conclusiones generales

En primer lugar, se hace una compilación de la principales aportaciones de esta tesis:

- Demostración de que el ecualizador MIMO MMSE ideal es equivalente a un filtro adaptado en el caso de un canal óptico para comunicaciones de larga distancia SDM sin MDL, y que, por tanto, el canal discreto equivalente del sistema ecualizado consiste simplemente en  $D$  canales paralelos discretos AWGN, sin distorsión ni diafonía residual, siendo  $D$  el número de modos multiplexados.
- Constatación de que la degradación de las prestaciones del ecualizador MIMO MMSE ideal en presencia de MDL en el canal respecto al caso de inexistencia de MDL, medida en términos de diferencia entre la SNR a la entrada del ecualizador y la SNR a la salida del mismo, tiene las siguientes características:
  - Es una variable aleatoria.
  - Su función PDF depende del nivel de MDL en el canal y de la SNR a la entrada del ecualizador, y es asimétrica.
  - Para una realización del canal concreta, la degradación de prestaciones a la salida del ecualizador en cada uno de los  $D$  modos recibidos es desigual. Como corolario, la PDF de la degradación promediada entre los  $D$  modos tiene una dispersión menor que la PDF de la degradación de los  $D$  modos sin promediar.
  - La degradación de prestaciones también depende del factor de exceso de ancho de banda del coseno alzado  $\alpha$  utilizado para conformar los pulsos transmitidos. Se han obtenido mejores prestaciones al utilizar valores de  $\alpha$  mayores.
- Constatación de que la distorsión residual a la salida del ecualizador en presencia de un canal con MDL está compuesta por dos componentes, ISI y diafonía residuales, y de que ambas pueden ser modeladas como términos independientes y asumibles



como ruido blanco Gaussiano aditivo. La potencia de dicho ruido blanco depende de la realización del canal, nivel de MDL, SNR a la entrada del ecualizador y modo recibido.

- Comparación de las PDFs de la BER a la salida del ecualizador en presencia de MDL utilizando por un lado simulaciones numéricas mediante GQR y por otro aproximaciones semi-analíticas. Para el cálculo de estas últimas se ha utilizado la potencia de la distorsión residual, modelada como ruido blanco Gaussiano aditivo en cada modo de salida y realización del canal. El resultado de la comparación es que ambos métodos son intercambiables en cuanto a los resultados obtenidos, aunque el método de aproximaciones semi-analíticas es más eficiente en términos de complejidad computacional.
- Propuesta de modelado de la PDF de la BER a la salida del ecualizador como una distribución de la familia GEV cuyos parámetros pueden ser calculados mediante una aproximación polinómica en función de la SNR a la entrada del ecualizador y del nivel de MDL en el canal. Este modelado mediante funciones cerradas facilita el análisis de prestaciones al eliminar la necesidad de realizar simulaciones numéricas.
- Propuesta de mapas de contorno de BER realizados para cierta probabilidad de caída del sistema (OP) como ayuda en el diseño de sistemas SDM. Dichos mapas permiten representar de forma gráfica la relación compleja entre SNR a la entrada del ecualizador, BER objetivo del sistema, nivel de MDL y OP permitida.
- Comparación de prestaciones en términos de BER entre un primer esquema de codificación FEC por modo multiplexado ( $D$  codificadores/decodificadores en paralelo) y un segundo esquema en el que la codificación FEC se realiza con información de todos los modos multiplexados (solamente un codificador/decodificador para todos los modos). Los resultados obtenidos indican que el segundo de los esquemas tiene mejores prestaciones que el primero.

Los puntos más relevantes obtenidos como resultado de la investigación sobre las prestaciones del ecualizador MIMO MMSE ideal en canales con presencia de MDL son los siguientes:

- La presencia de MDL en el canal óptico tiene como consecuencia que las prestaciones del ecualizador MIMO MMSE ideal en términos de BER dejan de ser las correspondientes a un canal ideal AWGN y es distinta para cada realización del modelo aleatorio del canal. Dicho de otro modo, la BER pasa de ser una función determinista dependiente de la SNR a la entrada del ecualizador cuando no hay MDL (a pesar de otras fuentes de variabilidad del canal), a ser una variable aleatoria con una PDF asociada cuando existe MDL en el canal. Por tanto, en este último caso no es posible garantizar una determinada BER a la salida del ecualizador, sino una BER máxima con cierta probabilidad de ser superada en un porcentaje de casos, idealmente reducido, denominado porcentaje de caída del sistema (OP).
- La PDF de la BER cambia en función de la SNR de entrada al ecualizador y del nivel de MDL en el canal, y se puede ajustar a una PDF de la familia GEV cuyos parámetros se aproximan mediante polinomios en función de la SNR a la entrada del ecualizador y del nivel de MDL en el canal.
- Las prestaciones en términos de BER para una realización del canal concreta en presencia de MDL son distintas en cada uno de los  $D$  modos multiplexados y su dispersión es proporcional al nivel de MDL presente.

Como consecuencia del estudio de las características de las prestaciones del ecualizador MIMO MMSE y de las investigaciones realizadas en esta tesis, llegamos a las siguientes conclusiones generales:

- La caracterización de la degradación por la presencia de MDL en las prestaciones de un ecualizador MIMO MMSE ideal necesita de herramientas más complejas que la simple suma de una penalización en potencia transmitida para enjugar dicha degradación. Se propone el uso de mapas de contorno de BER para facilitar el diseño de sistemas SDM (Capítulo 4).
- La desigual degradación experimentada a la salida del ecualizador para distintos modos multiplexados implica también una desigualdad en términos de calidad del punto de la constelación recibido en cada modo, que puede ser explotado mediante arquitecturas de codificación/decodificación específicamente diseñadas para este caso.
- Como consecuencia de los puntos anteriores, concluimos que el modelado de la codificación/decodificación FEC mediante una simple ganancia de código deja de ser válida para canales con MDL. Se propone el uso de simulaciones numéricas que reflejen la degradación desigual por modo y su impacto en las prestaciones de BER a la salida del decodificador FEC (Capítulo 5).

## Líneas futuras

Las líneas futuras que se proponen son:

- Verificar que la PDF de la BER en función de la SNR en la entrada del ecualizador MIMO MMSE ideal y el nivel de MDL obtenido en esta tesis para una modulación 2-PAM no se modifica cualitativamente con el uso de modulaciones más densas.
- Comparar la PDF de la BER en la salida del ecualizador MIMO MMSE ideal en canales con MDL para distintos tipos de fibra SDM (multi-núcleo, multimodo, de pocos modos, de núcleos huecos, etc).
- Caracterizar mediante una métrica la dispersión de prestaciones entre modos para cada realización del canal a la salida del ecualizador MIMO MMSE ideal en función de la SNR a la entrada del ecualizador y del nivel de MDL.
- Añadir al estudio algunas no idealidades en el modelo de canal/receptor, tales como:
  - Efectos derivados de imperfecciones en la recuperación de reloj.
  - Efectos derivados del desequilibrio IQ en el oscilador local, así como ruido de fase residual.
  - Efectos en el modelo de canal de las no linealidades de la fibra óptica.

# Bibliografía

---

- [1] D. Cunningham y M. C. Nowell. “Proposed Worst Case Link Model for Optical Physical Media Dependent Specification Development.” (nov. de 1997), dirección: [https://grouper.ieee.org/groups/802/3/z/public/presentations/jan1997/dc\\_model.pdf](https://grouper.ieee.org/groups/802/3/z/public/presentations/jan1997/dc_model.pdf) (visitado 2 de ene. de 2024) (vid. pág. 1).
- [2] J. L. Gimlett y N. K. Cheung, “Dispersion Penalty Analysis for LED Single-Mode Fiber Transmission Systems,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 4, n.º 9, págs. 1381-1392, sep. de 1986. DOI: 10.1109/JLT.1986.1074891 (vid. pág. 2).
- [3] A. Rodriguez-Perez et al., “Multi-Gigabit Transceivers for Optical Data Communications From the Standardization Perspective,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 68, n.º 1, págs. 56-62, ene. de 2021. DOI: 10.1109/TCSII.2020.3040476 (vid. pág. 2).
- [4] G. Agrawal, P. Anthony y T.-M. Shen, “Dispersion penalty for 1.3  $\mu$  m lightwave systems with multimode semiconductor lasers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 6, n.º 5, págs. 620-625, mayo de 1988. DOI: 10.1109/50.4046 (vid. pág. 2).
- [5] K. Szczerba et al., “4-PAM for High-Speed Short-Range Optical Communications,” *Journal of Optical Communications and Networking*, vol. 4, n.º 11, pág. 885, nov. de 2012. DOI: 10.1364/JOCN.4.000885 (vid. pág. 3).
- [6] K. Szczerba et al., “Comparison of Intersymbol Interference Power Penalties for OOK and 4-PAM in Short-Range Optical Links,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 31, n.º 22, págs. 3525-3534, nov. de 2013. DOI: 10.1109/JLT.2013.2285468 (vid. pág. 3).
- [7] E. Ip y J. M. Kahn, “Digital Equalization of Chromatic Dispersion and Polarization Mode Dispersion,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 25, n.º 8, págs. 2033-2043, ago. de 2007. DOI: 10.1109/JLT.2007.900889 (vid. págs. 3, 12, 22, 33, 34).
- [8] A. Novick et al., “Study of Dispersion Compensating Multimode Fiber for Future VCSEL PAM-4 Channels at Data Rates over 100 Gb/s,” en *Optical Fiber Communication Conference*, San Diego, California: OSA, 2018, W3C.3. DOI: 10.1364/OFC.2018.W3C.3 (vid. pág. 3).



- [9] C. Tosetti, A. Carter y D. G. Cunningham, “Link Testing and Margin Evaluation in IEEE 802.3aq [1] LRM Based Systems,” en *OFC/NFOEC 2008 - 2008 Conference on Optical Fiber Communication/National Fiber Optic Engineers Conference*, San Diego, CA, USA: IEEE, feb. de 2008, págs. 1-10. DOI: 10.1109/OFC.2008.4528275 (vid. págs. 3, 32).
- [10] J. M. Castro et al., “Investigation of the Interaction of Modal and Chromatic Dispersion in VCSEL–MMF Channels,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 30, n.º 15, págs. 2532-2541, ago. de 2012. DOI: 10.1109/JLT.2012.2203351 (vid. pág. 3).
- [11] S. E. Hashemi, “Relative intensity noise (RIN) in high-speed VCSELs for short reach communication,” <https://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/156453.pdf>, Tesis de mtría., Chalmers University Of Technology, Göteborg, Suecia, 2012 (vid. pág. 3).
- [12] P. Pepeljugoski et al., “Modeling and simulation of next-generation multimode fiber links,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 21, n.º 5, págs. 1242-1255, mayo de 2003. DOI: 10.1109/JLT.2003.811320 (vid. pág. 3).
- [13] D. Cunningham y P. Dawe. “Review of the 10Gigabit ethernet link model.” (2002), dirección: <https://docs.broadcom.com/doc/AV02-2485EN> (visitado 2 de ene. de 2024) (vid. pág. 3).
- [14] S. J. Savory, “Digital filters for coherent optical receivers,” *Optics Express*, vol. 16, n.º 2, pág. 804, 2008. DOI: 10.1364/OE.16.000804 (vid. págs. 3, 12, 28).
- [15] S. J. Savory, “Digital Coherent Optical Receivers: Algorithms and Subsystems,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 16, n.º 5, págs. 1164-1179, sep. de 2010. DOI: 10.1109/JSTQE.2010.2044751 (vid. págs. 3, 12).
- [16] Y. Han y G. Li, “Coherent optical communication using polarization multiple-input-multiple-output,” *Optics Express*, vol. 13, n.º 19, pág. 7527, 2005. DOI: 10.1364/OPEX.13.007527 (vid. págs. 3, 12, 33, 36).
- [17] R.-J. Essiambre y R. W. Tkach, “Capacity Trends and Limits of Optical Communication Networks,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 100, n.º 5, págs. 1035-1055, mayo de 2012. DOI: 10.1109/JPROC.2012.2182970 (vid. pág. 7).
- [18] D. J. Richardson, J. M. Fini y L. E. Nelson, “Space-division multiplexing in optical fibres,” *Nature Photonics*, vol. 7, n.º 5, págs. 354-362, mayo de 2013. DOI: 10.1038/nphoton.2013.94 (vid. pág. 9).
- [19] G. P. Agrawal, *Fiber-Optic Communication Systems*, 1.ª ed. Wiley, sep. de 2021. DOI: 10.1002/9781119737391 (vid. págs. 9, 12, 17, 20, 22, 24).
- [20] *802.11-2020 - IEEE Standard for Information Technology–Telecommunications and Information Exchange between Systems - Local and Metropolitan Area Networks–Specific Requirements - Part 11 Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) S*. New York: IEEE, 2021, OCLC: 1244448204 (vid. págs. 10, 49).

- [21] D. J. Richardson, “New optical fibres for high-capacity optical communications,” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 374, n.º 2062, pág. 20140441, mar. de 2016. DOI: 10.1098/rsta.2014.0441 (vid. págs. 10, 14).
- [22] S. Evangelides et al., “Polarization multiplexing with solitons,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 10, n.º 1, págs. 28-35, ene. de 1992. DOI: 10.1109/50.108732 (vid. pág. 11).
- [23] J. P. Gordon y H. Kogelnik, “PMD fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 97, n.º 9, págs. 4541-4550, abr. de 2000. DOI: 10.1073/pnas.97.9.4541 (vid. págs. 12, 13, 22).
- [24] D. Lavery et al., “Digital Coherent Receivers for Long-Reach Optical Access Networks,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 31, n.º 4, págs. 609-620, feb. de 2013. DOI: 10.1109/JLT.2012.2224847 (vid. pág. 12).
- [25] R. Ryf et al., “High-Spectral-Efficiency Mode-Multiplexed Transmission Over Graded-Index Multimode Fiber,” en *2018 European Conference on Optical Communication (ECOC)*, Rome: IEEE, sep. de 2018, págs. 1-3. DOI: 10.1109/ECOC.2018.8535536 (vid. pág. 12).
- [26] K. Shibahara et al., “Dense SDM (12-Core x 3-Mode) Transmission Over 527 km With 33.2-ns Mode-Dispersion Employing Low-Complexity Parallel MIMO Frequency-Domain Equalization,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 34, n.º 1, págs. 196-204, ene. de 2016. DOI: 10.1109/JLT.2015.2463102 (vid. pág. 12).
- [27] T. Mizuno e Y. Miyamoto, “High-capacity dense space division multiplexing transmission,” *Optical Fiber Technology*, vol. 35, págs. 108-117, feb. de 2017. DOI: 10.1016/j.yofte.2016.09.015 (vid. pág. 12).
- [28] T. Hayashi, “Ultra-Dense Space-Division-Multiplexing Optical Fibers,” en *21st Opto-Electronics and Communications Conference (OECC) held jointly with 2016 International Conference on Photonics in Switching (PS)*, 2016, págs. 1-3 (vid. págs. 12, 14).
- [29] G. Rademacher et al., “High Capacity Transmission With Few-Mode Fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 37, n.º 2, págs. 425-432, ene. de 2019. DOI: 10.1109/JLT.2018.2870038 (vid. pág. 12).
- [30] B. J. Puttnam et al., “High Data-Rate and Long Distance MCF Transmission With 19-Core  $C + L$  band Cladding-Pumped EDFA,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 38, n.º 1, págs. 123-130, ene. de 2020. DOI: 10.1109/JLT.2019.2946879 (vid. pág. 12).
- [31] G. M. Saridis et al., “Survey and Evaluation of Space Division Multiplexing: From Technologies to Optical Networks,” *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 17, n.º 4, págs. 2136-2156, 2015. DOI: 10.1109/COMST.2015.2466458 (vid. pág. 12).
- [32] S. Fan y J. M. Kahn, “Principal modes in multimode waveguides,” *Optics Letters*, vol. 30, n.º 2, pág. 135, ene. de 2005. DOI: 10.1364/OL.30.000135 (vid. págs. 13, 22, 27).

- [33] M. B. Shemirani et al., “Principal Modes in Graded-Index Multimode Fiber in Presence of Spatial- and Polarization-Mode Coupling,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 27, n.º 10, págs. 1248-1261, mayo de 2009. DOI: 10.1109/JLT.2008.2005066 (vid. págs. 13, 22).
- [34] G. Milione, D. A. Nolan y R. R. Alfano, “Determining principal modes in a multimode optical fiber using the mode dependent signal delay method,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 32, n.º 1, pág. 143, ene. de 2015. DOI: 10.1364/JOSAB.32.000143 (vid. pág. 13).
- [35] W. Xiong et al., “Principal modes in multimode fibers: exploring the crossover from weak to strong mode coupling,” *Optics Express*, vol. 25, n.º 3, pág. 2709, feb. de 2017. DOI: 10.1364/OE.25.002709 (vid. págs. 13, 22).
- [36] E. Forestieri y L. Vincetti, “Exact evaluation of the Jones matrix of a fiber in the presence of polarization mode dispersion of any order,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 19, n.º 12, págs. 1898-1909, dic. de 2001. DOI: 10.1109/50.971683 (vid. págs. 13, 22).
- [37] T. Hayashi et al., “Record-Low Spatial Mode Dispersion and Ultra-Low Loss Coupled Multi-Core Fiber for Ultra-Long-Haul Transmission,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 35, n.º 3, págs. 450-457, feb. de 2017. DOI: 10.1109/JLT.2016.2614000 (vid. págs. 13, 30, 31, 41).
- [38] T. Hayashi, “Multicore optical fiber and multicore optical fiber cable,” US20210003774A1, <https://patents.google.com/patent/US20210003774A1/en?q=US20210003774>, ene. de 2021 (vid. págs. 13, 23).
- [39] A. Tarighat et al., “Fundamentals and challenges of optical multiple-input multiple-output multimode fiber links [Topics in Optical Communications],” *IEEE Communications Magazine*, vol. 45, n.º 5, págs. 57-63, mayo de 2007. DOI: 10.1109/MCOM.2007.358849 (vid. pág. 14).
- [40] R.-J. Essiambre et al., “Breakthroughs in Photonics 2012: Space-Division Multiplexing in Multimode and Multicore Fibers for High-Capacity Optical Communication,” *IEEE Photonics Journal*, vol. 5, n.º 2, págs. 0701307-0701307, abr. de 2013. DOI: 10.1109/JPHOT.2013.2253091 (vid. pág. 14).
- [41] Q. Kang et al., “Accurate modal gain control in a multimode erbium doped fiber amplifier incorporating ring doping and a simple LP<sub>01</sub> pump configuration,” *Optics Express*, vol. 20, n.º 19, pág. 20835, sep. de 2012. DOI: 10.1364/OE.20.020835 (vid. pág. 15).
- [42] Z. Laszczych y G. Soboń, “Dispersion management of a nonlinear amplifying loop mirror-based erbium-doped fiber laser,” *Optics Express*, vol. 29, n.º 2, pág. 2690, ene. de 2021. DOI: 10.1364/OE.416107 (vid. pág. 15).
- [43] N. Wang et al., “Low-crosstalk few-mode EDFAs using retro-reflection for single-mode fiber trunk lines and networks,” *Optics Express*, vol. 27, n.º 24, pág. 35962, nov. de 2019. DOI: 10.1364/OE.27.035962 (vid. pág. 15).

- [44] T. Sakamoto et al., “Characteristics of Randomly Coupled 12-core Erbium-Doped Fiber Amplifier,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 39, n.º 4, págs. 1186-1193, feb. de 2021. DOI: 10.1109/JLT.2020.3047614 (vid. pág. 15).
- [45] R. Nasiri Mahalati, D. Askarov y J. M. Kahn, “Adaptive Modal Gain Equalization Techniques in Multi-Mode Erbium-Doped Fiber Amplifiers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32, n.º 11, págs. 2133-2143, jun. de 2014. DOI: 10.1109/JLT.2014.2314746 (vid. pág. 15).
- [46] W. Klaus et al., “Free-Space Coupling Optics for Multicore Fibers,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 24, n.º 21, págs. 1902-1905, nov. de 2012. DOI: 10.1109/LPT.2012.2217490 (vid. pág. 16).
- [47] R. Ryf et al., “Low-Loss Mode Coupler for Mode-Multiplexed transmission in Few-Mode Fiber,” en *National Fiber Optic Engineers Conference*, Los Angeles, California: OSA, 2012, PDP5B.5. DOI: 10.1364/NFOEC.2012.PDP5B.5 (vid. pág. 16).
- [48] Y. Tottori, T. Kobayashi y M. Watanabe, “Low Loss Optical Connection Module for Seven-Core Multicore Fiber and Seven Single-Mode Fibers,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 24, n.º 21, págs. 1926-1928, nov. de 2012. DOI: 10.1109/LPT.2012.2219305 (vid. pág. 16).
- [49] F. E. Doany et al., “Multichannel High-Bandwidth Coupling of Ultradense Silicon Photonic Waveguide Array to Standard-Pitch Fiber Array,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 29, n.º 4, págs. 475-482, feb. de 2011. DOI: 10.1109/JLT.2010.2088110 (vid. pág. 16).
- [50] P. Mitchell et al., “57 Channel (19×3) Spatial Multiplexer Fabricated using Direct Laser Inscription,” en *Optical Fiber Communication Conference*, San Francisco, California: OSA, 2014, M3K.5. DOI: 10.1364/OFC.2014.M3K.5 (vid. pág. 16).
- [51] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*. Elsevier, 2019. DOI: 10.1016/C2018-0-01168-8 (vid. págs. 17-19, 21).
- [52] M. Cvijetic, “Optical Transport System Engineering,” en *Wiley Encyclopedia of Telecommunications*, J. G. Proakis, ed., 1.ª ed., Wiley, abr. de 2003. DOI: 10.1002/0471219282.eot332 (vid. pág. 19).
- [53] Z. Fang et al., *Fundamentals of Optical Fiber Sensors*, 1.ª ed. Wiley, ago. de 2012. DOI: 10.1002/9781118381717 (vid. pág. 19).
- [54] I. B. Djordjevic, “Propagation Effects in Optical and Wireless Communications Channels, Noise Sources, and Channel Impairments,” en *Advanced Optical and Wireless Communications Systems*, Cham: Springer International Publishing, 2018, págs. 31-207. DOI: 10.1007/978-3-319-63151-6\_2 (vid. págs. 21, 23).
- [55] M. Skorobogatiy et al., “Analysis of general geometric scaling perturbations in a transmitting waveguide: fundamental connection between polarization-mode dispersion and group-velocity dispersion,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 19, n.º 12, pág. 2867, dic. de 2002. DOI: 10.1364/JOSAB.19.002867 (vid. pág. 22).

- [56] S. Ö. Arik, K. P. Ho y J. M. Kahn, "Delay Spread Reduction in Mode-Division Multiplexing: Mode Coupling Versus Delay Compensation," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 33, n.º 21, págs. 4504-4512, nov. de 2015. DOI: 10.1109/JLT.2015.2475422 (vid. pág. 23).
- [57] K. P. Ho y J. M. Kahn, "Statistics of Group Delays in Multimode Fiber With Strong Mode Coupling," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 29, n.º 21, págs. 3119-3128, nov. de 2011. DOI: 10.1109/JLT.2011.2165316 (vid. págs. 23, 27, 38).
- [58] S. Ö. Arik, D. Askarov y J. M. Kahn, "Effect of Mode Coupling on Signal Processing Complexity in Mode-Division Multiplexing," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 31, n.º 3, págs. 423-431, feb. de 2013. DOI: 10.1109/JLT.2012.2234083 (vid. pág. 23).
- [59] S. García, M. Ureña e I. Gasulla, "Bending and twisting effects on multicore fiber differential group delay," *Optics Express*, vol. 27, n.º 22, pág. 31 290, oct. de 2019. DOI: 10.1364/OE.27.031290 (vid. pág. 23).
- [60] R. Ryf et al., "Coupled-Core Transmission Over 7-Core Fiber," en *2019 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC)*, mar. de 2019, págs. 1-3 (vid. pág. 23).
- [61] R. Ryf et al., "Mode-Division Multiplexing Over 96 km of Few-Mode Fiber Using Coherent 6x6 MIMO Processing," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 30, n.º 4, págs. 521-531, feb. de 2012. DOI: 10.1109/JLT.2011.2174336 (vid. pág. 23).
- [62] J. M. Kahn, K.-P. Ho y M. B. Shemirani, "Mode Coupling Effects in Multi-Mode Fibers," en *Optical Fiber Communication Conference*, Los Angeles, California: OSA, 2012, OW3D.3. DOI: 10.1364/OFC.2012.OW3D.3 (vid. pág. 23).
- [63] K.-P. Ho y J. M. Kahn, "Mode Coupling and its Impact on Spatially Multiplexed Systems," en *Optical Fiber Telecommunications*, Elsevier, 2013, págs. 491-568. DOI: 10.1016/B978-0-12-396960-6.00011-0 (vid. págs. 23-26, 28).
- [64] K.-P. Ho y J. M. Kahn, "Mode-dependent loss and gain: statistics and effect on mode-division multiplexing," *Optics Express*, vol. 19, n.º 17, pág. 16 612, ago. de 2011. DOI: 10.1364/OE.19.016612 (vid. pág. 27).
- [65] J. Lee e Y. Chung, "Statistical PMD emulator using variable DGD elements," en *Optical Fiber Communication Conference and Exhibit*, Anaheim, CA, USA: Opt Soc. America, 2002, págs. 375-376. DOI: 10.1109/OFC.2002.1036427 (vid. pág. 27).
- [66] A. Eghbali et al., "Optimal Least-Squares FIR Digital Filters for Compensation of Chromatic Dispersion in Digital Coherent Optical Receivers," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32, n.º 8, págs. 1449-1456, abr. de 2014. DOI: 10.1109/JLT.2014.2307916 (vid. pág. 28).
- [67] K. Iwashita y N. Takachio, "Chromatic dispersion compensation in coherent optical communications," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 8, n.º 3, págs. 367-375, mar. de 1990. DOI: 10.1109/50.50733 (vid. pág. 28).

- [68] D. A. A. Mello et al., "Impact of Polarization- and Mode-Dependent Gain on the Capacity of Ultra-Long-Haul Systems," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 38, n.º 2, págs. 303-318, ene. de 2020. DOI: 10.1109/JLT.2019.2957110 (vid. págs. 29, 38).
- [69] P. Poggiolini, "The GN Model of Non-Linear Propagation in Uncompensated Coherent Optical Systems," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 30, n.º 24, págs. 3857-3879, dic. de 2012. DOI: 10.1109/JLT.2012.2217729 (vid. pág. 29).
- [70] P. Poggiolini et al., "The GN-Model of Fiber Non-Linear Propagation and its Applications," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32, n.º 4, págs. 694-721, feb. de 2014. DOI: 10.1109/JLT.2013.2295208 (vid. pág. 29).
- [71] K. Choutagunta, I. Roberts y J. M. Kahn, "Efficient Quantification and Simulation of Modal Dynamics in Multimode Fiber Links," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 37, n.º 8, págs. 1813-1825, abr. de 2019. DOI: 10.1109/JLT.2018.2889675 (vid. págs. 29, 30).
- [72] K. Choutagunta et al., "Modal Dynamics in Spatially Multiplexed Links," en *2019 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC)*, mar. de 2019, págs. 1-3 (vid. págs. 29, 30).
- [73] K. Choutagunta y J. M. Kahn, "Dynamic Channel Modeling for Mode-Division Multiplexing," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 35, n.º 12, págs. 2451-2463, jun. de 2017. DOI: 10.1109/JLT.2017.2656821 (vid. pág. 30).
- [74] K. Choutagunta et al., "Characterizing Mode-Dependent Loss and Gain in Multimode Components," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 36, n.º 18, págs. 3815-3823, sep. de 2018. DOI: 10.1109/JLT.2018.2851184 (vid. pág. 30).
- [75] S. Ralph et al., "Intelligent receivers for multimode fiber: optical and electronic equalization of differential modal delay," en *The 15th Annual Meeting of the IEEE Lasers and Electro-Optics Society*, vol. 1, Glasgow, UK: IEEE, 2002, págs. 295-296. DOI: 10.1109/LEOS.2002.1134044 (vid. pág. 32).
- [76] *IEEE 802.3 standard for Ethernet*. New York: IEEE, 2016, OCLC: 1017937152 (vid. pág. 32).
- [77] E. Ip et al., "Coherent detection in optical fiber systems," *Optics Express*, vol. 16, n.º 2, pág. 753, 2008. DOI: 10.1364/OE.16.000753 (vid. págs. 32, 35, 36).
- [78] M. S. Faruk y S. J. Savory, "Digital Signal Processing for Coherent Transceivers Employing Multilevel Formats," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 35, n.º 5, págs. 1125-1141, mar. de 2017. DOI: 10.1109/JLT.2017.2662319 (vid. págs. 33, 34).
- [79] B. Inan et al., "DSP complexity of mode-division multiplexed receivers," *Optics Express*, vol. 20, n.º 10, pág. 10 859, mayo de 2012. DOI: 10.1364/OE.20.010859 (vid. págs. 33, 36).
- [80] K.-P. Ho y J. Kahn, "Spectrum of Externally Modulated Optical Signals," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 22, n.º 2, págs. 658-663, feb. de 2004. DOI: 10.1109/JLT.2004.824453 (vid. págs. 32, 42).

- [81] B. Gul y F. Ahmad, "Review of FBG and DCF as dispersion management unit for long haul optical links and WDM systems," *Optical and Quantum Electronics*, vol. 55, n.º 6, pág. 557, jun. de 2023. DOI: 10.1007/s11082-023-04852-3 (vid. pág. 34).
- [82] J. A. P. Morgado y A. V. T. Cartaxo, "Laser Optimization Guidelines for Dispersion Supported Transmission Systems Operating at Arbitrary Bit Rates," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 26, n.º 13, págs. 1807-1816, jul. de 2008. DOI: 10.1109/JLT.2007.913591 (vid. pág. 34).
- [83] Q. Sui, A. P. T. Lau y C. Lu, "Fast and Robust Blind Chromatic Dispersion Estimation Using Auto-Correlation of Signal Power Waveform for Digital Coherent Systems," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 31, n.º 2, págs. 306-312, ene. de 2013. DOI: 10.1109/JLT.2012.2231400 (vid. pág. 34).
- [84] M. Kuschnerov et al., "Adaptive Chromatic Dispersion Equalization for Non-Dispersion Managed Coherent Systems," en *Optical Fiber Communication Conference and National Fiber Optic Engineers Conference*, San Diego, California: OSA, 2009, OMT1. DOI: 10.1364/OFC.2009.OMT1 (vid. pág. 34).
- [85] C. Fludger et al., "Coherent Equalization and POLMUX-RZ-DQPSK for Robust 100-GE Transmission," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 26, n.º 1, págs. 64-72, ene. de 2008. DOI: 10.1109/JLT.2007.912128 (vid. págs. 35, 36).
- [86] B. Spinnler, "Equalizer Design and Complexity for Digital Coherent Receivers," *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 16, n.º 5, págs. 1180-1192, sep. de 2010. DOI: 10.1109/JSTQE.2009.2035931 (vid. pág. 36).
- [87] S. O. Arik, D. Askarov y J. M. Kahn, "Adaptive Frequency-Domain Equalization in Mode-Division Multiplexing Systems," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32, n.º 10, págs. 1841-1852, mayo de 2014. DOI: 10.1109/JLT.2014.2303079 (vid. págs. 37, 38).
- [88] S. Randel et al., "Complexity analysis of adaptive frequency-domain equalization for MIMO-SDM transmission," en *39th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC 2013)*, sep. de 2013, págs. 1-3. DOI: 10.1049/cp.2013.1540 (vid. pág. 38).
- [89] S. O. Arik, J. M. Kahn y K.-P. Ho, "MIMO Signal Processing for Mode-Division Multiplexing: An overview of channel models and signal processing architectures," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 31, n.º 2, págs. 25-34, mar. de 2014. DOI: 10.1109/MSP.2013.2290804 (vid. pág. 38).
- [90] K. Guan, P. J. Winzer y M. Shafik, "BER Performance of MDL-Impaired MIMO-SDM Systems With Finite Constellation Inputs," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 26, n.º 12, págs. 1223-1226, jun. de 2014. DOI: 10.1109/LPT.2014.2318684 (vid. págs. 38, 41).
- [91] Y. Tian et al., "Quantification of MDL-induced signal degradation in MIMO-OFDM mode-division multiplexing systems," *Optics Express*, vol. 24, n.º 17, pág. 18948, ago. de 2016. DOI: 10.1364/OE.24.018948 (vid. págs. 38, 41).

- [92] R. S. B. Ospina et al., “MDG and SNR Estimation in SDM Transmission Based on Artificial Neural Networks,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 40, n.º 15, págs. 5021-5030, ago. de 2022. DOI: 10.1109/JLT.2022.3174778 (vid. pág. 38).
- [93] R. S. B. Ospina et al., “Mode-Dependent Loss and Gain Estimation in SDM Transmission Based on MMSE Equalizers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 39, n.º 7, págs. 1968-1975, abr. de 2021. DOI: 10.1109/JLT.2020.3044266 (vid. pág. 38).
- [94] E. S. Chou y J. M. Kahn, “Successive Interference Cancellation on Frequency-Selective Channels With Mode-Dependent Gain,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 40, n.º 12, págs. 3729-3738, jun. de 2022. DOI: 10.1109/JLT.2022.3150355 (vid. págs. 38, 49).
- [95] S. Gong et al., “Near-ML Detection Based on Multilevel SINR Thresholding for Mode Division Multiplexing Transmission With Mode-Dependent Loss,” *IEEE Access*, vol. 9, págs. 20136-20142, 2021. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3054783 (vid. pág. 38).
- [96] E.-M. Amhoud, G. R.-B. Othman e Y. Jaouen, “Design criterion of space-time codes for SDM optical fiber systems,” en *2016 23rd International Conference on Telecommunications (ICT)*, Thessaloniki, Greece: IEEE, mayo de 2016, págs. 1-5. DOI: 10.1109/ICT.2016.7500473 (vid. pág. 38).
- [97] Y. Q. Hei et al., “Orthogonal STBC for MDL Mitigation in Mode Division Multiplexing System With MMSE Channel Estimation,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 35, n.º 10, págs. 1858-1867, mayo de 2017. DOI: 10.1109/JLT.2017.2654259 (vid. pág. 38).
- [98] G. H. Golub y J. H. Welsch, “Calculation of Gauss quadrature rules,” *Mathematics of computation*, vol. 23, n.º 106, págs. 221-230, 1969 (vid. pág. 45).
- [99] J. C. Wheeler, “Modified moments and Gaussian quadratures,” *Rocky Mountain Journal of Mathematics*, vol. 4, n.º 2, jun. de 1974. DOI: 10.1216/RMJ-1974-4-2-287 (vid. pág. 45).
- [100] S. Benedetto y E. Biglieri, *Principles of Digital Transmission with wireless applications*. New York: Kluwer Academic, 1999 (vid. pág. 45).
- [101] G. Tzimpragos et al., “A Survey on FEC Codes for 100 G and Beyond Optical Networks,” *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 18, n.º 1, págs. 209-221, 2016. DOI: 10.1109/COMST.2014.2361754 (vid. pág. 48).
- [102] B. P. Smith et al., “Staircase Codes: FEC for 100 Gb/s OTN,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 30, n.º 1, págs. 110-117, ene. de 2012. DOI: 10.1109/JLT.2011.2175479 (vid. pág. 48).
- [103] L. M. Zhang y F. R. Kschischang, “Staircase Codes With 6 % to 33 % Overhead,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32, n.º 10, págs. 1999-2002, mayo de 2014. DOI: 10.1109/JLT.2014.2316732 (vid. pág. 48).
- [104] A. Alvarado et al., “Replacing the Soft-Decision FEC Limit Paradigm in the Design of Optical Communication Systems,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 33, n.º 20, págs. 4338-4352, oct. de 2015. DOI: 10.1109/JLT.2015.2450537 (vid. pág. 48).

- [105] A. Alvarado et al., “Corrections to “Replacing the Soft-Decision FEC Limit Paradigm in the Design of Optical Communication Systems” [no. 20, Oct 15 4338-4352],” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 34, n.º 2, págs. 722-722, ene. de 2016. DOI: 10.1109/JLT.2015.2505671 (vid. pág. 48).
- [106] A. Alvarado et al., “On the Impact of Optimal Modulation and FEC Overhead on Future Optical Networks,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 34, n.º 9, págs. 2339-2352, mayo de 2016. DOI: 10.1109/JLT.2016.2517699 (vid. pág. 48).