



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA



ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación.

Área de Conocimiento: Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras.

TRABAJO FIN DE GRADO

APLICACIÓN DE SOFTWARE DLUBAL A CÁLCULO DE INESTABILIDADES EN ESTRUCTURAS METÁLICAS CON FINES DOCENTES.

APPLICATION OF DLUBAL SOFTWARE TO CALCULATION OF BUCKLING OF STEEL STRUCTURES FOR TEACHING PURPOSES.

Grado en

Ingeniería Mecánica.

Autor: Emilio Talavera Campos.

Tutor: José Sandino Egea.

MÁLAGA, Enero de 2.024.

Resumen

El presente documento tiene como principal finalidad aportar una parte del estudio y cálculo en estructuras metálicas a una guía didáctica. Dicha guía está destinada a cualquier persona con conocimientos básicos de Resistencia de Materiales, Teoría de Estructuras y Estructuras Metálicas. Su uso principal será en la asignatura impartida en la Escuela de Ingenierías Industriales de Málaga de Estructuras Metálicas, como un apoyo práctico a los contenidos teóricos que se puedan aprovechar tanto a nivel formativo dentro de la asignatura, como a nivel profesional en el futuro del alumnado.

La utilización de RFEM de la compañía Dlubal para la realización de este proyecto, y de la guía, es principalmente por el gran potencial del software, ya que ofrece una interfaz y modo de trabajos muy intuitivos y una flexibilidad que, para el usuario, es una gran ventaja respecto sus competidores. Trabajar con este software es cómodo, fácil y rápido, lo que para un uso tanto educativo como profesional es una opción muy a tener en cuenta.

El estudio se centra en los fenómenos de inestabilidades en barras, en concreto frente al pandeo lateral. Este modo de pandeo no es sencillo de predecir con cálculos manuales, y su procedimiento es largo y tedioso, por lo que el apoyo en una herramienta de cálculo agiliza su estudio y previene de errores.

Al tratarse de una guía didáctica, se plantea apoyándose en ejercicios de examen o de apuntes de la asignatura, de modo que el alumno consiga ver los distintos casos posibles, con ayuda de explicaciones extra, para que no sea una simple guía de instrucciones, sino que se logre entender y dominar lo que se está haciendo en el programa. Además, el alumno puede utilizarla para auto-comprobar ejercicios de clase.

Los ejercicios utilizados componen los casos de interacción de pandeo por flexión con pandeo lateral, otro plantea una serie de modificaciones para dominar el software y aprender las herramientas disponibles, y por último, un caso de diseño de dimensionamiento para escoger un perfil, como ejemplo de ejercicio recurrente en el plano laboral.

Palabras Clave

Algunas de las palabras clave que se utilizan en el proyecto son:

- RFEM
- Dlubal
- Barra
- Prontuario
- Pandeo
- Inestabilidad
- Pandeo Lateral
- Pandeo por Flexión

Abstract

The main purpose of this document is to contribute a portion of the study and calculation in metal structures to an instructional guide. This guide is intended for anyone with basic knowledge of Strength of Materials, Theory of Structures, and Metal Structures. Its primary use will be in the subject taught at the School of Industrial Engineering in Malaga on Metal Structures, serving as practical support for the theoretical content that can be utilized both for educational purposes within the subject and professionally in the future careers of the students.

The use of Dlubal's RFEM for the completion of this project and the guide is mainly due to the great potential of the software, offering an interface and working mode that are very intuitive and flexible, which is a significant advantage for the user compared to its competitors. Working with this software is comfortable, easy, and fast, making it a highly valuable option for both educational and professional use.

The study focuses on the phenomena of instabilities in bars, specifically addressing lateral buckling. This mode of buckling is not easy to predict with manual calculations, and its procedure is lengthy and tedious. Hence, utilizing a calculation tool streamlines its study and prevents errors.

As this is an instructional guide, it is structured based on examination exercises or class notes. This approach enables the student to observe different possible scenarios with extra explanations so that it's not merely a set of instructions but aims to facilitate understanding and mastery of what is being done in the program. Additionally, students can use it for self-checking class exercises.

The exercises used encompass cases of interaction between flexural buckling and lateral buckling. Another set introduces a series of modifications to master the software and learn the available tools. Finally, there is a case for design and sizing to choose a profile, as an example of a recurrent exercise in the professional field.

Key Words

Some of the key words used in the project are:

- RFEM
- Dlubal
- Bar
- Handbook
- Buckling
- Instability
- Lateral Buckling
- Buckling by Bending

Definiciones y abreviaturas

- N: Newton.
- m: Metro.
- Cortante: Esfuerzo interno o resultante de las tensiones paralelas a la sección transversal de un prisma mecánico como por ejemplo una viga o un pilar.
- Momento flector: Momento de fuerza resultante de una distribución de tensiones sobre una sección transversal de un prisma mecánico flexionado o una placa que es perpendicular al eje longitudinal a lo largo del que se produce la flexión.
- Clicar: Pulsar el botón del ratón para acceder virtualmente a otra sección.
- Pandeo: Cambio repentino en la forma de un componente estructural bajo carga, como el arqueamiento de una columna bajo compresión o el arrugamiento de una placa bajo corte.
- Pandeo lateral: Modo de pandeo de un elemento a flexión que involucra deflexión normal al plano de flexión y, de manera simultánea, giro alrededor del centro de corte.
- Dlubal: Compañía desarrolladora de varios softwares entre ellos RFEM basado en el cálculo estructural.
- RFEM: Programa desarrollado por la compañía Dlubal basado en el análisis por elementos finitos.

Índice

1. Agradecimientos	1
2. Objetivos	2
3. Introducción	3
4. Metodología y plan de trabajo	4
5. Ejercicio 1.	5
6. Ejercicio 2.	38
6.1. Resolución caso Axil+Flexión con los parámetros predeterminados de RFEM	40
6.2. Resolución despreciando Axil y modificando los parámetros de cálculo de RFEM para la metodología de clase.	57
6.3. Resolución manual para el caso simplificado con axil despreciable.	64
7. Ejercicio 3.	73
7.1. Modelado y dimensionamiento con RFEM.	76
7.2. Resolución manual perfil HEA 500.	93
8. Conclusiones.	113
9. Bibliografía.	115

1. Agradecimientos

En esta breve sección, quiero agradecer enormemente el apoyo de todas las personas que han pasado estos años, cada uno aportando su grano de arena, para ayudar a construirme personal y profesionalmente. Gracias a todos esos compañeros que, entre todos, descubrimos que el trabajo en equipo nos hace ganar a todos nuestra batalla individual.

Por supuesto, gracias a mi familia, por darme los medios y preparar el camino para enfrentarme al mundo, sin importar que los medios sean los mejores, y sabiendo que una situación desfavorable no es más que la puerta a un gran aprendizaje.

Por otra parte, mis más sinceros agradecimientos a mi tutor y excelente profesor José Sandino Egea, por haber puesto confianza en mí para este proyecto, ayudándome en todo lo que he necesitado, y sobre todo, aportando toda su paciencia en todo el proceso.

También, agradecer a cada uno de los componentes del Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación que me han aportado los conocimientos necesarios para llevar a cabo este proyecto, y al que pretendo aportar con él mi granito de arena.

Por último, agradecer y mucho la ayuda del Servicio Técnico del software RFEM, cuyo trato ha sido siempre excelente, rápido y de una enorme calidad.

2. Objetivos

El objetivo principal de este proyecto es ofrecer una aportación para la guía de utilización del software RFEM, de la compañía Dlubal, en la asignatura de Estructuras Metálicas. En concreto, el estudio de los efectos de inestabilidad referidos al pandeo lateral, la cual se introdujo brevemente en la guía y dicho proyecto sirve como análisis en profundidad sobre este campo.

Con ello, el alumno podrá adquirir las habilidades necesarias y conocer las herramientas que ofrece el software para su dominio, tanto educativa como profesionalmente. Así, el alumno podrá hacer uso de él para comprobar resultados, ya que los ejercicios expuestos se han obtenido de exámenes y apuntes de la asignatura, y por otro lado, tener una excelente guía para cualquier uso profesional posterior que pudiera necesitar. Además, el alumno puede corroborar los cálculos de forma manual, los cuales se han plasmado en la guía siguiendo el Eurocódigo 3.

Por otra parte, adquirir personalmente la habilidad de enfrentarse a un software y desglosar todas sus opciones, haciendo un estudio profundo mediante el manual, pruebas y resolución de problemas con el Servicio Técnico. Esta habilidad la considero muy importante en la actualidad, ya que el uso de software de todo tipo es algo recurrente en el plano laboral de un ingeniero.

3. Introducción

En este presente Proyecto Fin de Grado se abordará el estudio profundo del campo de las inestabilidades en estructuras, concretamente las relativas al pandeo lateral. Este tipo de inestabilidad puede resultar fatal en una estructura, en la que aparecerán deformaciones transversales y giros torsores dentro del elemento que falle.

En la actualidad, la mayor parte de edificaciones y proyectos civiles resultan efectivos gracias al apoyo de software de cálculo. Estos software permiten sin necesidad de cálculos manuales realizar el estudio cambiando la geometría, materiales, hipótesis, e incluso normativa al gusto del usuario de forma rápida y sin errores. Por todo ello, el aprendizaje y la destreza con estas herramientas es algo muy favorable para un ingeniero.

Cabe destacar que el uso de un software es una simple herramienta de cálculo, la cual sin respaldo de conocimientos teóricos no sirve de nada, por lo que es de gran importancia adquirir una buena formación previa antes de entrar a utilizar cualquier herramienta de cálculo, lo que permitirá no solo realizar un proyecto plasmando correctamente sus requisitos, sino también analizar y evaluar los resultados de una forma objetiva, para poder hacer una toma de decisiones con la importancia que los proyectos civiles requieren.

También, tener en cuenta que tanto la normativa, como las condiciones y métodos de cálculo, están en constante evolución y cambios, por ende es un punto a favor actualizarse y mantenerse informado para aportar al proyecto la máxima calidad posible.

Por todas estas razones, se pretende elaborar la presente fracción de la guía aportando la mayor habilidad didáctica, con el fin de que una vez trabajada, se adquieran las habilidades que se pretenden aportar de la manera más efectiva, ayudando al aprendizaje del proceso que se lleva a cabo para el diseño de estructuras metálicas.

4. Metodología y plan de trabajo

La metodología a seguir es la realización de cada uno de los ejercicios en RFEM, junto con su correspondiente comprobación manual.

Se realiza primero el modelado, incluyendo geometría, condiciones de contorno y cargas. Después se configura el módulo adicional RC-STEEL EC3 que se encarga de realizar los cálculos y comprobaciones estructurales, atendiendo al Eurocódigo 3. Una vez calculado, se analizan los resultados de forma que se entiendan y se sepan trabajar. Por último, se añade la comprobación manual de dichos resultados para poder corroborarlos con el aprendizaje obtenido en la asignatura.

El proceso trae consigo el aprendizaje de la herramienta de cálculo, comprobación e investigación sobre qué cálculos hay detrás de los resultados ofrecidos por el software, apoyándose tanto en el Eurocódigo 3 como en el manual, y por último la intención de plasmarlo de una forma clara, sencilla y didáctica para el uso posterior que va a tener.

5. Ejercicio 1.

(Exámen Ordinario 13/09/2019-Estructuras Metálicas-Grado en Ingeniería Mecánica - Continuación)

Realice la comprobación de pandeo lateral del tramo central de la viga sabiendo que las barras inclinadas son perfiles laminados HEB-140 y la barra horizontal que recibe las cargas es un perfil laminado IPE-270. El acero de las barras es un S275JR. La unión de las barras inclinadas con la barra horizontal se realiza mediante una articulación. Desprecie el peso propio de los perfiles metálicos. Considere las cargas puntuales como acciones variables (sobrecarga), en valor característico y por tanto sin mayorar. Los puntos de aplicación de cargas puntuales son puntos de arriostramiento frente a fenómenos de inestabilidad. Ambos perfiles HEB-140 son clase 1.

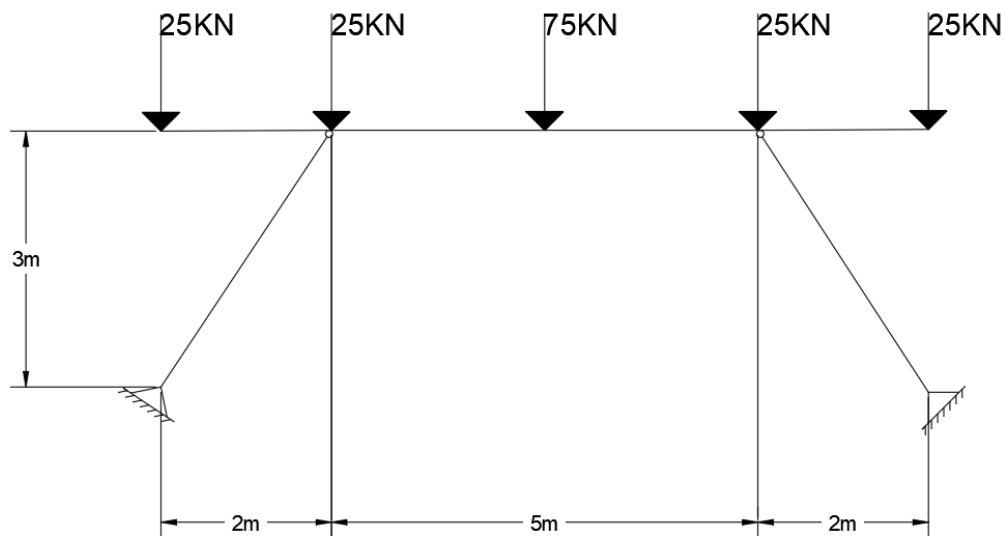


Figura 1: Dimensiones y esquema de la estructura.

IPE	CARACTERÍSTICAS DIMENSIONALES Y MECÁNICAS DE LA SERIE														
	IPE	Dimensiones						Sección A cm ²	Peso G Kg/m	Propiedades de la Sección					
		Referido al eje y-y			Referido al eje z-z					Referido al eje y-y			Referido al eje z-z		
		h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	r mm	d mm			I _y cm ⁴	W _y cm ³	I _y cm	I _z cm ⁴	W _z cm ³	I _z cm
IPE 80	80	46	3.8	5.2	5	59.6	7.64	6	80.14	20.03	3.24	8.49	3.69	1.05	
IPE 100	100	55	4.1	5.7	7	74.6	10.32	8.1	171	34.2	4.07	15.9	5.79	1.24	
IPE 120	120	64	4.4	6.3	7	93.4	13.2	10.4	318	53	4.9	27.7	8.65	1.45	
IPE 140	140	73	4.7	6.9	7	112.2	16.4	12.9	541	77.3	5.74	44.9	12.3	1.65	
IPE 160	160	82	5	7.4	9	127.2	20.1	15.8	869	109	6.58	68.3	16.7	1.84	
IPE 180	180	91	5.3	8	9	146	23.9	18.8	1,320	146	7.42	101	22.2	2.05	
IPE 200	200	100	5.6	8.5	12	159	28.5	22.4	1,940	194	8.26	142	28.5	2.24	
IPE 220	220	110	5.9	9.2	12	177.6	33.4	26.2	2,770	252	9.11	205	37.3	2.48	
IPE 240	240	120	6.2	9.8	15	190.4	39.1	30.7	3,890	324	9.97	284	47.3	2.69	
IPE 270	270	135	6.6	10.2	15	219.6	45.9	36.1	5,790	429	11.2	420	62.2	3.02	
IPE 300	300	150	7.1	10.7	15	248.6	53.8	42.2	8,360	557	12.5	604	80.5	3.35	
IPE 330	330	160	7.5	11.5	18	271	62.6	49.1	11,770	713	13.7	788	98.5	3.55	
IPE 360	360	170	8	12.7	18	298.6	72.7	57.1	16,270	904	15	1,040	123	3.79	
IPE 400	400	180	8.6	13.5	21	331	84.5	66.3	23,130	1,160	16.5	1,320	146	3.95	
IPE 450	450	190	9.4	14.6	21	378.8	98.8	77.6	33,740	1,500	18.5	1,680	176	4.12	
IPE 500	500	200	10.2	16	21	426	116	90.7	48,200	1,930	20.4	2,140	214	4.31	
IPE 550	550	210	11.1	17.2	24	467.6	134	106	67,120	2,440	22.3	2,670	254	4.45	
IPE 600	600	220	12	19	24	514	156	122	92,080	3,070	24.3	3,390	308	4.66	

Figura 2: Prontuario perfiles IPE.

Resolución con RFEM

Para la resolución del siguiente ejercicio, se hará uso del modelo de la estructura ya realizado en un TFG anterior que compone también la guía, en el cual se estudió el fenómeno de pandeo por flexión de los pilares que sujetan la viga. Una vez rescatado el modelo, se pide estudiar el fenómeno de pandeo lateral en el tramo central de la viga, que corresponde al tramo que se encuentra entre los pilares.

En primer lugar, hay que identificar cómo denomina el programa al tramo central de la viga. Para ello, basta con situar el cursor encima del tramo que interese, o pinchar sobre él y aparecerá indicado en la parte inferior -Figura 3-. En este caso, sería la “Barra 3”.

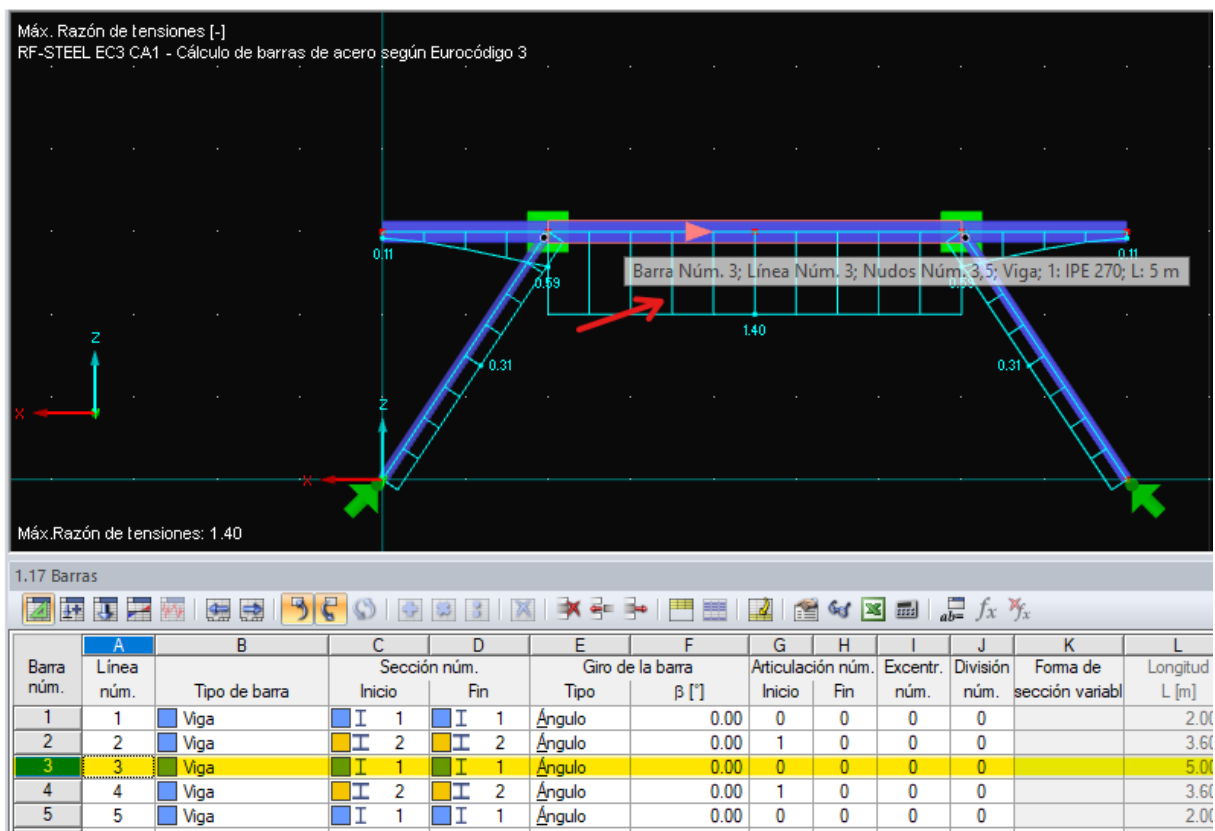


Figura 3: Indicación sobre el tramo central de la viga: “Barra 3”.

En segundo lugar, se hará uso de nuevo del módulo RF-STEEL EC3, en el que, con el fin de terminar de introducir los datos necesarios para el estudio del pandeo lateral, es necesario incluir en el software los **arriostramientos** a los que se somete la viga, debido a que los distintos puntos de arriostramiento son un dato de relevante importancia para la resistencia frente al pandeo lateral, ya que son el factor que define la longitud de pandeo y, por tanto, la mejor herramienta para reducirlo. En el enunciado se indica que estos puntos se corresponden con los puntos donde están aplicadas las cargas. Los dos puntos de los apoyos con los pilares ya cuentan como arriostramiento, mientras que los de los extremos no afectan. Por lo que solo sería necesario introducir el del punto central de la viga.

Para introducir el arriostramiento, primero se abre el módulo RF-STEEL EC3 -*Figura 4-* y se configura respecto a la guía de RF-STEEL EC3 si no se ha hecho previamente.

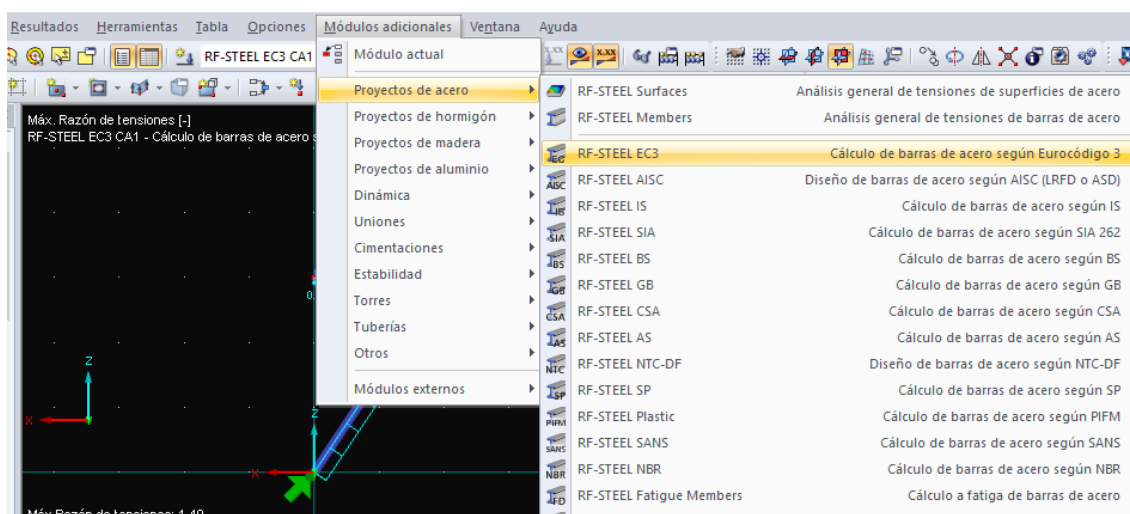


Figura 4: Acceso al módulo RF-STEEL EC3.

Por último, se selecciona a la izquierda el apartado “Coacciones laterales intermedias” y, una vez dentro, se activa en la Barra 3, suponiéndose de tipo “Lateral y torsional”, ya que no se especifican datos adicionales sobre el arriostamiento -Figura 5-.

Además de esas dos opciones, también se puede modificar el número de puntos de arriostamiento en la casilla de “Número”, indicándose a su derecha el valor de “ $x_1 = 0.500$ ”. Este valor indica que su posición es igual a “Longitud (L) $\times 0.500$ ”, es decir, en la mitad del tramo. Si se eleva el número de arriostamientos se sigue indicando la proporción equitativa en los datos “ x_1, x_2, \dots ”, no pudiéndose modificar dichos valores.

De este modo, al ser el único cambio en el ejercicio respecto la configuración detallada anteriormente en la guía, se procede a pulsar el botón inferior de “Calcular”.

Barra núm.	A	B	C	D	E	F	G
Barra núm.	Coacciones laterales	Tipo de coacción	Longitud L [m]	Número	x1	x2	x3
1	<input type="checkbox"/>		2.000				
2	<input type="checkbox"/>		3.606				
3	<input checked="" type="checkbox"/>	Lateral y torsiona	5.000	1	0.500		
4	<input type="checkbox"/>	Lateral y torsional	3.606				
5	<input type="checkbox"/>	Lateral (ala inferior)	2.000				

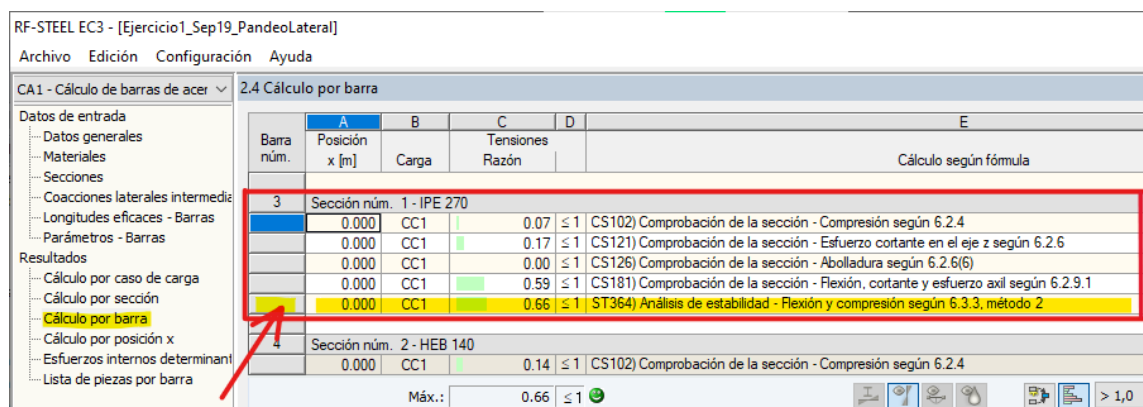
Relativo (0 ... 1)

Configuración - Barra núm. 3	
Sección	1 - IPE 270
Coacciones laterales	<input checked="" type="checkbox"/>
Tipo de coacción	Lateral y torsional
Longitud de barra	5.000 m
Número de coacciones laterales intermedias	1
Posición de la coacción lateral núm. 1	x1 0.500

Figura 5: Introducción arriostamiento punto central.

Análisis de resultados

Una vez se ha realizado el cálculo, para acceder a los resultados de un tramo de barra, hay que ir al apartado “Cálculo por barra” de la izquierda. Una vez dentro, se utiliza el “Scroll” del ratón para llegar al apartado de “Barra 3”, en el que pinchando con doble click en el rectángulo gris de la izquierda se accede a los datos referentes a la comprobación que se busque. En este caso, para el estudio del pandeo lateral de la pieza, sería la comprobación “Análisis de estabilidad - Flexión y compresión según 6.3.3, método 2”. -Figura 6-.



Barra núm.	A	B	C	D	E
	Posición x [m]	Carga	Tensiones Razón		Cálculo según fórmula
3	Sección núm. 1 - IPE 270				
	0.000	CC1	0.07	≤ 1	CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4
	0.000	CC1	0.17	≤ 1	CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2.6
	0.000	CC1	0.00	≤ 1	CS126) Comprobación de la sección - Abolladura según 6.2.6(6)
	0.000	CC1	0.59	≤ 1	CS181) Comprobación de la sección - Flexión, cortante y esfuerzo axil según 6.2.9.1
	0.000	CC1	0.66	≤ 1	ST364) Análisis de estabilidad - Flexión y compresión según 6.3.3, método 2
4	Sección núm. 2 - HEB 140				
	0.000	CC1	0.14	≤ 1	CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4

Figura 6: Acceso a datos de cálculo de la Barra 3.

Un detalle importante es que, a diferencia del primer ejemplo que se vió en la guía para pandeo lateral, este es un caso donde hay axil aparte del flector. El software siempre que haya axil lo va a tener en cuenta, sea cual sea su valor, realizando la comprobación del apartado “6.3.3” del Eurocódigo 3 como bien indica, en lugar de la del apartado “6.3.2.1 y 6.3.2.3”, en las que se comprueba exclusivamente el pandeo lateral, sin combinación de efectos axiales. Esto se debe a que para el software no supone más cómputo de cálculo incluirlo en lugar de comprobar si es relevante el efecto del axil, ya que el resultado es prácticamente el mismo que cuando es despreciable, y además es más preciso.

Para acceder a la fórmula que aplica RFEM, que corresponde a la comprobación de “Interacción de Flexión + Compresión”, hay que bajar hasta el fondo de los datos -Figura 7-, en la que la primera es “respecto al eje y-y”, y la segunda “respecto al eje z-z”, con el resultado que en este caso es **0.66**, por lo que el tramo resiste ante fenómenos de inestabilidad, y en especial, el pandeo lateral.

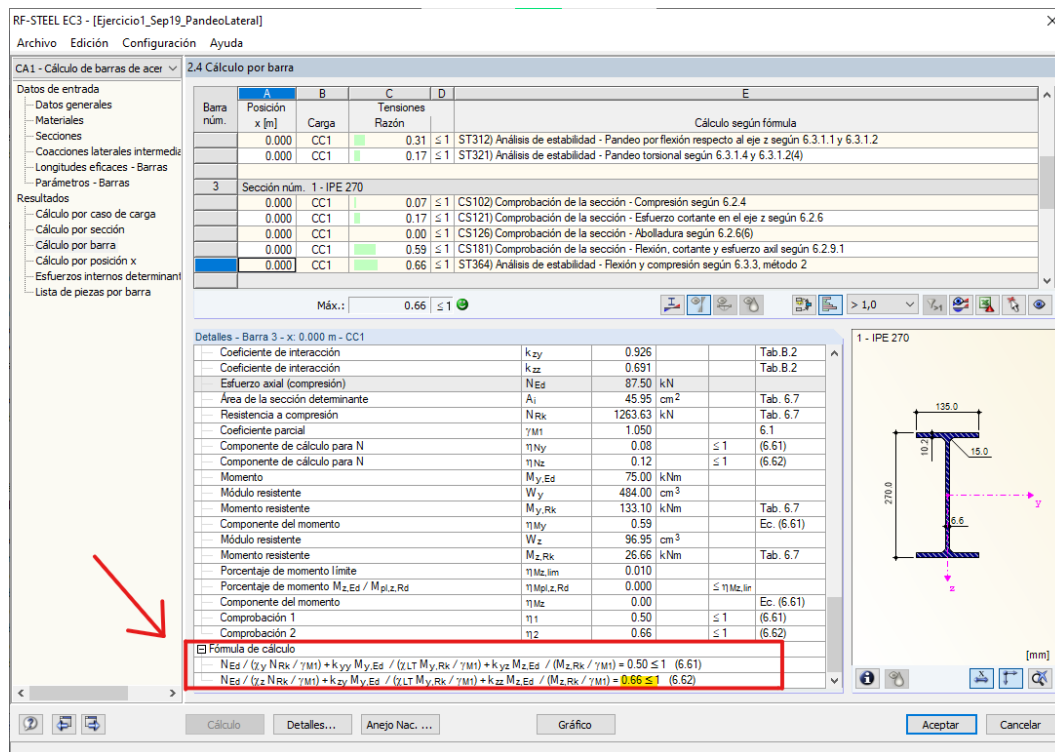


Figura 7: Comprobación Flexión+Compresión según apartado 6.3.3.

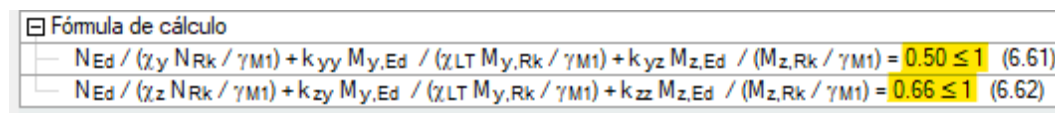


Figura 8: Ecuación comprobación Flexión+Compresión según apartado 6.3.3.

Para finalizar, como último cambio, se introducirá en el cálculo el valor del Momento Crítico M_{cr} obtenido con la ecuación vista en clase, junto con los datos ofrecidos por RFEM. Dicho resultado se detalla en el siguiente apartado. Esto se debe a que hay diversas formas de obtener el Momento Crítico, todas igualmente válidas ya que el resultado final es similar y a efectos de toma de elección de barras no hay cambio. Por tanto, para introducirlo, se pincha abajo en “Detalles”, posteriormente se entra en el apartado “Estabilidad”, se selecciona “Definición manual en ventana 1.5”, y aceptamos. -Figura 9-

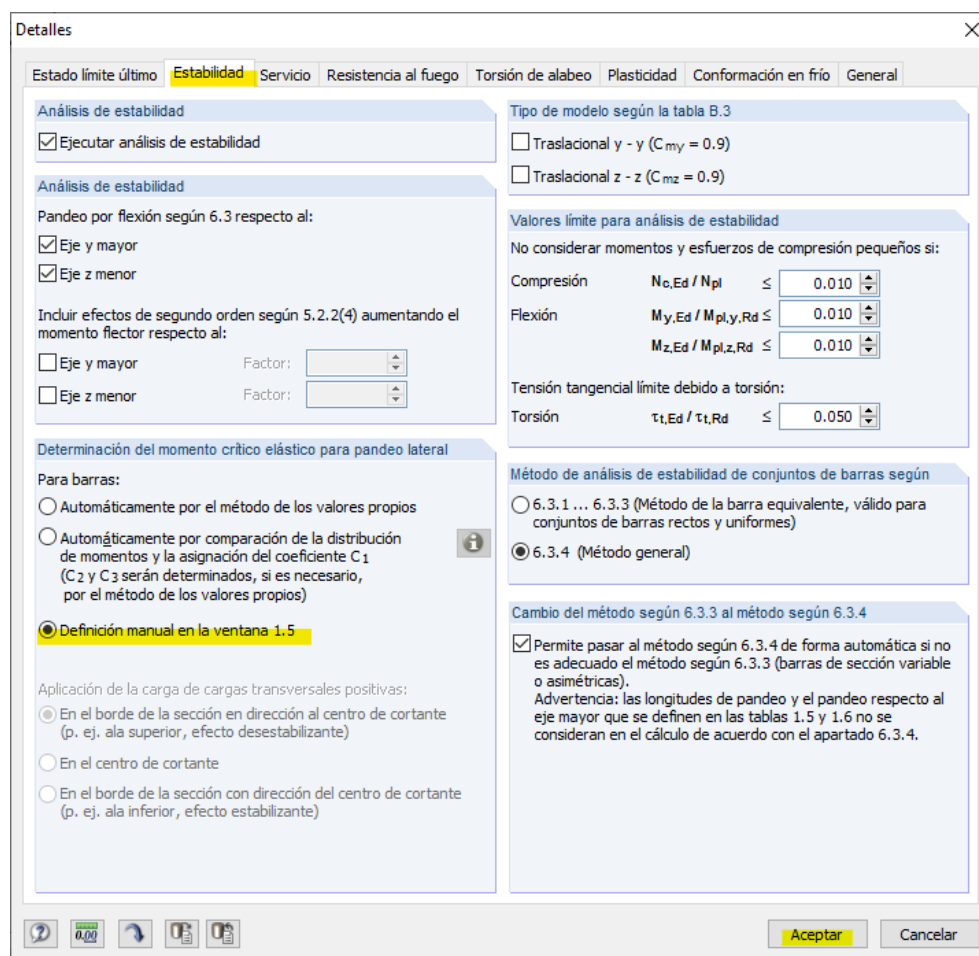


Figura 9: Activar la definición manual del Momento Crítico.

Tras ello, se va al apartado 1.5 “Longitudes eficaces - Barras”, y se introduce el valor calculado en la Barra 3, en este caso $M_{cr} = 607,18 \text{ kNm}$, y se vuelve a Calcular el modelo. *Figura 10-*.

The screenshot shows the '1.5 Longitudes eficaces - Barras' window in RF-STEEL EC3. The main table lists five bars with their respective effective lengths and critical moments. Bar 3 is highlighted in yellow, and its critical moment of 607.18 kNm is also highlighted in yellow. A red box highlights the 'M_{cr} [kNm]' column for Bar 3, and a red arrow points from this box to the 'M_{cr} [kNm]' field in the 'Configuración - Barra núm. 1' dialog box, which also shows the value 607.18. The dialog box includes a table of parameters for the IPE 270 section, such as length, effective lengths, and critical moments.

Barra núm.	Pandeo posible	Pandeo respecto al eje y	Pandeo respecto al eje z	Pandeo lateral y pandeo flexotorsional	M _{cr} [kNm]	L _w [m]	L _t [m]	Comentario
1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	100.00	2.000	2.000	
2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	100.00	3.606	3.606	
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	607.18	2.500	2.500	
4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	100.00	3.606	3.606	
5	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	100.00	2.000	2.000	

Configuración - Barra núm. 1		IPE 270	
Sección		1 - IPE 270	
Longitud	L	2.000 m	
Pandeo posible		<input checked="" type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/> Pandeo respecto al eje y posible		<input checked="" type="checkbox"/>	
Factor de longitud eficaz	k _{cr,y}	1.000	
Longitud eficaz	L _{cr,y}	2.000 m	
<input type="checkbox"/> Pandeo respecto al eje z posible		<input checked="" type="checkbox"/>	
Factor de longitud eficaz	k _{cr,z}	1.000	
Longitud eficaz	L _{cr,z}	2.000 m	
<input type="checkbox"/> Pandeo lateral posible		<input checked="" type="checkbox"/>	
Factor de longitud eficaz (tipo de coacción)	k _z	1.0	
Momento	M _{cr}	100.00 kNm	
Longitud de pandeo lateral	L _w	2.000 m	
Longitud torsional	L _t	2.000 m	
Comentario			

Figura 10: Introducción manual del Momento Crítico.

Así pues, los datos iniciales y los calculados necesarios, se encuentran en dicho apartado. Al tratarse de una comprobación de flexión, compresión y pandeo lateral, primero se encuentran los resultados referidos a los ejes Y y Z, y posteriormente los relativos al pandeo lateral (LT) -*Figura 11*-. Además del resto de datos utilizados en la comprobación como coeficientes, axiles y momentos tanto de diseño como resistentes, y otros datos secundarios utilizados para el cálculo. En este punto también es interesante verificar que el dato del Momento Crítico ha cambiado por el que se ha introducido.

Detalles - Barra 3 - x: 0.000 m - CC1			
— Coeficiente de imperfección	α_z	0.340	
— Coeficiente auxiliar	Φ_z	1.082	
— Coeficiente de reducción	χ_z	0.627	
— Canto de la sección	h	270.0	mm
— Ancho de la sección	b	135.0	mm
— Criterio	h/b	2.00	
— Curva de pandeo	CP _{LT}	b	
— Coeficiente de imperfección	α_{LT}	0.340	
Momento crítico elástico para pandeo lateral	M_{cr}	607.18	kNm
— Módulo resistente	W _y	484.00	cm ³
— Esbeltez	λ_{LT}	0.468	
— Parámetro	$\lambda_{LT,0}$	0.400	
— Parámetro	β	0.750	
— Coeficiente auxiliar	Φ_{LT}	0.594	
— Coeficiente de reducción	χ_{LT}	0.973	
— Coeficiente de corrección	k _c	0.618	
— Factor de modificación	f	0.851	
— Coeficiente de reducción	$\chi_{LT,mod}$	1.000	

Figura 11: Conjunto de resultados referidos al pandeo lateral.

Resolución manual

Todas las fórmulas expuestas a continuación han sido obtenidas del Eurocódigo 3 para demostrar que el cálculo que emplea RFEM está basado en dicha norma

Una vez resuelto el modelo con RFEM, se procede a dar una comprobación de los cálculos internos que realiza el software. Para ello, hay que tener en cuenta que RFEM, y en concreto el módulo RF-STEEL EC3, se basa en la normativa plasmada en el Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero, correspondiendo el pandeo a la norma UNE-EN 1993-1-1:2010-12.

Otro apunte inicial es que, dentro de los dos tipos de ejercicios estudiados en la asignatura, este ejemplo corresponde al caso completo de “Compresión acompañada de flexión sin torsión”, mientras que el primer ejemplo correspondía a un caso sin esfuerzo axial. Debido a esto en este caso, según la norma, no basta con solo comprobar si resiste al Momento aplicado, sino que se estudia la interacción entre el pandeo por flexión soportado en cada uno de los ejes junto con el pandeo lateral.

Por tanto, para comenzar con la comprobación frente a inestabilidades, se toman para resolver las ecuaciones 6.61 y 6.62 que indica RFEM del apartado 6.3.3, que corresponden con la interacción entre pandeo lateral y, el eje fuerte (y-y) o el débil (z-z), respectivamente, en este caso.

Respecto eje y:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_Y \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}/\gamma_{M1}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}/\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (1)$$

Respecto eje z:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_Z \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}/\gamma_{M1}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}/\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (2)$$

Donde:

- N_{Ed} : Axil soportado en la barra.
- N_{Rk} : Axil resistente de la sección.
- χ_y : Coeficiente reductor de pandeo eje y.
- χ_z : Coeficiente reductor de pandeo eje z.
- χ_{LT} : Coeficiente de reducción para pandeo lateral.
- γ_{M1} : Coeficiente parcial para la resistencia de la sección neta, publicado en el Anexo Nacional= 1,05
- $k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$: Coeficientes de interacción.
- $M_{y,Ed}$: Valor de cálculo del momento respecto eje y.
- $M_{z,Ed}$: Valor de cálculo del momento respecto eje z.
- $M_{y,Rk}$: Valor de cálculo del momento resistente respecto eje y.
- $M_{z,Rk}$: Valor de cálculo del momento resistente respecto eje z.

Esfuerzos internos máximos de cálculo, o de diseño

Para comenzar, se toman primero los datos directos que se conocen, es decir, los esfuerzos máximos de diseño a los que se encuentra sometido el tramo de la barra. Estos se pueden calcular manualmente, aunque en este caso el diagrama de flectores se da como dato, y el axil corresponde a la componente $F1x$ del apartado ya resuelto anteriormente donde se estudió el pilar de la estructura.

Por ello, en este caso, se procede a recoger estos datos desde el mismo software para una mayor facilidad de comprobación, ya que todos los datos necesarios para el cálculo, ya sean referidos a la sección, material o estructura, están contemplados en el mismo apartado de resultados. **NOTA: No son los que aparecen en el desplegable “Esfuerzos internos de cálculo”.**
-Figura 12-

RF-STEEL EC3 - [Ejercicio1_Sep_PandeoLateral]

Archivo Edición Configuración Ayuda

CA1 - Cálculo de barras de acer 2.4 Cálculo por barra

Barra núm.	Posición x [m]	Carga	Tensiones Razón	
3	0.000	CC1	0.07 ≤ 1	CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4
	0.000	CC1	0.17 ≤ 1	CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2.6
	0.000	CC1	0.00 ≤ 1	CS126) Comprobación de la sección - Abolladura según 6.2.6(i)
	0.000	CC1	0.59 ≤ 1	CS181) Comprobación de la sección - Flexión, cortante y esfuerzo axil según 6.2.9.1
	0.000	CC1	0.66 ≤ 1	ST364) Análisis de estabilidad - Flexión y compresión según 6.3.3, método 2
4	0.000	CC1	0.14 ≤ 1	CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4

Máx.: 0.89 ≤ 1

Detalles - Barra 3 - x: 0.000 m - CC1

- Propiedades del material - Acero S 275 JRI DB SE-A:2007-10
- Propiedades de la sección - IPE 270
- Esfuerzos internos de cálculo**
- Clasificación de la sección - Clase 1
- Razón de tensiones

Propiedad	Valor	Unidad	Referencia
Carga crítica elástica para pandeo torsional	$N_{cr,T}$	2687.27	kN
Esbeltez	λ_T	0.686	> 0.2
Curva de pandeo	BC_z	b	6.3.1.2(4)
Coefficiente de imperfección	α_z	0.340	Tab. 6.1
Coefficiente auxiliar	Φ_T	0.818	6.3.1.2(1)
Coefficiente de reducción	χ_T	0.792	Ec. (6.49)
Módulo de elasticidad	E	21000.00	kN/cm ²
Momento de inercia	I_y	5790.00	cm ⁴
Longitud eficaz de la barra	$L_{cr,y}$	5.000	m
Fuerza elástica de pandeo por flexión	$N_{cr,y}$	4800.18	kN
Área de la sección	A	45.95	cm ²
Límite elástico	f_y	27.50	kN/cm ²
Esbeltez	λ_y	0.513	> 0.2
Curva de pandeo	BC_y	a	6.3.1.2(4)
Coefficiente de imperfección	α_y	0.210	Tab. 6.1
Coefficiente auxiliar	Φ_y	0.664	6.3.1.2(1)
Coefficiente de reducción	χ_y	0.920	Ec. (6.49)

1 - IPE 270

Figura 12: Conjunto de datos en desplegables.

Para tomar dato de los esfuerzos de diseño que se utilizan en la comprobación, hay que irse al desplegable “Razón de tensiones”. Dentro de él, se encuentran al final del conjunto de datos. -Figura 13-.

Detalles - Barra 3 - x: 0.000 m - CC1			
— Coeficiente de interacción	k_{zy}	0.926	
— Coeficiente de interacción	k_{zz}	0.691	
— Esfuerzo axial (compresión)	N_{Ed}	87.50	kN
— Área de la sección determinante	A_i	45.95	cm ²
— Resistencia a compresión	N_{Rk}	1263.63	kN
— Coeficiente parcial	γ_{M1}	1.050	
— Componente de cálculo para N	ηN_y	0.08	
— Componente de cálculo para N	ηN_z	0.12	
— Momento	$M_{y,Ed}$	75.00	kNm
— Módulo resistente	W_y	484.00	cm ³
— Momento resistente	$M_{y,Rk}$	133.10	kNm
— Componente del momento	ηM_y	0.59	
— Módulo resistente	W_z	96.95	cm ³
— Momento resistente	$M_{z,Rk}$	26.66	kNm
— Porcentaje de momento límite	$\eta M_{z,lim}$	0.010	
— Porcentaje de momento $M_{z,Ed} / M_{pl,z,Rd}$	$\eta M_{pl,z,Rd}$	0.000	
— Componente del momento	ηM_z	0.00	
— Comprobación 1	η_1	0.50	
— Comprobación 2	η_2	0.66	

Figura 13: Esfuerzos de diseño para la comprobación.

Por lo que se tiene que:

- $N_{Ed} = 87,50$ kN.
- $M_{y,Ed} = 75$ kNm. (Correspondiente a la sección que apoya sobre el pilar)
- $M_{z,Ed} = 0$ kNm.

El dato de $M_{z,Ed}$ no aparece por ser 0 su valor.

Capacidad resistente de la sección para cada caso

En segundo lugar, se calculan los esfuerzos que puede llegar a resistir. Para ello, como se indica en la última columna de las comprobaciones, la cual corresponde al apartado del Eurocódigo 3, se toma en cuenta la “Tabla 6.7” -Figura 14-. En este caso, tomando como dato también del software, que es barra tipo **Clase 1**.

Tabla 6.7 – Valores para $N_{Rk} = f_y \cdot A_i$, $M_{i,Rk} = f_y W_i$ y $\Delta M_{i,Ed}$

Clase	1	2	3	4
A_i	A	A	A	A_{eff}
W_y	$W_{pl,y}$	$W_{pl,y}$	$W_{el,y}$	$W_{eff,y}$
W_z	$W_{pl,z}$	$W_{pl,z}$	$W_{el,z}$	$W_{eff,z}$
$\Delta M_{y,Ed}$	0	0	0	$e_{N,y} N_{Ed}$
$\Delta M_{z,Ed}$	0	0	0	$e_{N,z} N_{Ed}$

Figura 14: Tabla 6.7 del Eurocódigo 3.

$$N_{Rk} = f_y \cdot A \rightarrow N_{Rk} = 275 \cdot 4595 = 1263625N = \mathbf{1263,63 \text{ kN}} \quad (3)$$

$$M_{y,Rk} = f_y \cdot W_{pl,y} \rightarrow M_{y,Rk} = 275 \cdot 10^3 \cdot 484 \cdot 10^{-6} = \mathbf{133,1 \text{ kNm}} \quad (4)$$

$$M_{z,Rk} = f_y \cdot W_{pl,z} \rightarrow M_{z,Rk} = 275 \cdot 10^3 \cdot 96,95 \cdot 10^{-6} = \mathbf{26,66 \text{ kNm}} \quad (5)$$

Donde:

- A : Área de la sección en mm^2 .
- f_y : Límite elástico de la sección en $MPa = N/mm^2$
- $W_{pl,i}$: Momento resistente elástico en cm^3

Coefficients de reducción por pandeo χ_Y , χ_Z , χ_{LT}

En este caso, al estudiarse la interacción entre el pandeo por flexión y el pandeo lateral, será necesario obtener todos los coeficientes de reducción, tanto los referidos al eje fuerte y débil, como el lateral.

Por consiguiente, el primer paso es obtener la curva de pandeo. Para lo que RFEM toma la “Tabla 6.2” del Eurocódigo 3 -Figura 15-.

Tabla 6.2 – Elección de la curva de pandeo para cada sección transversal

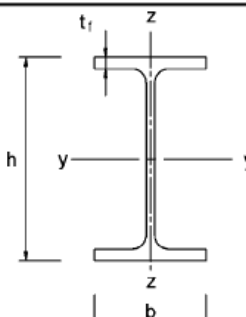
Sección transversal	Límites	Pandeo alrededor del eje	Curva de pandeo	
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y - y	a
			z - z	b
	$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y - y	b
			z - z	c
		$t_f > 100 \text{ mm}$	y - y	d
			z - z	c

Figura 15: Tabla 6.2 del Eurocódigo 3, perfiles laminados.

Eje y-y

$$\text{Curva de pandeo} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} > 1,2 = \frac{270}{135} = 2 \\ t_f = 10,2 \text{ mm} \leq 40 \text{ mm} \\ \text{Perfil laminado en I} \end{array} \right\} \text{ Curva a} \rightarrow \alpha_y = \mathbf{0,21}$$

Eje z-z

$$\text{Curva de pandeo} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} > 1,2 = \frac{270}{135} = 2 \\ t_f = 10,2 \text{ mm} \leq 40 \text{ mm} \\ \text{Perfil laminado en I} \end{array} \right\} \text{ Curva b} \rightarrow \alpha_z = \mathbf{0,34}$$

Para escoger el valor del coeficiente de imperfección α de las curvas de pandeo, se consulta la Tabla 6.1 del Eurocódigo 3 -*Figura 16*-.

Tabla 6.1 – Coeficientes de imperfección para las curvas de pandeo

Curva de pandeo	a ₀	a	b	c	d
Coeficiente de imperfección α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Figura 16: Tabla 6.1 del Eurocódigo 3.

Una vez se tiene la curva de pandeo, se calcula la esbeltez λ y el coeficiente auxiliar Φ , para posteriormente llegar al coeficiente de reducción χ . Todo ello tanto del eje fuerte, o eje Y; como del eje débil, o eje Z. Para lo cual, RFEM se apoya en el apartado 6.3.1.2 del Eurocódigo 3, el cual corresponde al caso general.

$$\bar{\lambda}_i = \frac{\beta_i \cdot L}{93,91 \cdot i_i \cdot \epsilon} \quad (6)$$

Donde:

- λ_i : Esbeltez reducida de la sección.
- β_i : β de pandeo dependiente de las coacciones en los extremos de la barra, corresponde a 1, -*Figura 17*-.
- L : Longitud de la barra (mediante Pitágoras o proporcionado por RFEM)(mm).
- i_i : Radio de giro de la sección (mm).
- ϵ : $\sqrt{\frac{235}{f_y}}$, donde f_y es el límite elástico de la barra ($\frac{N}{mm^2}$)

Al considerarse como apoyos libres los extremos del tramo de la Barra 3, se toma para ambos $\beta = 1$.

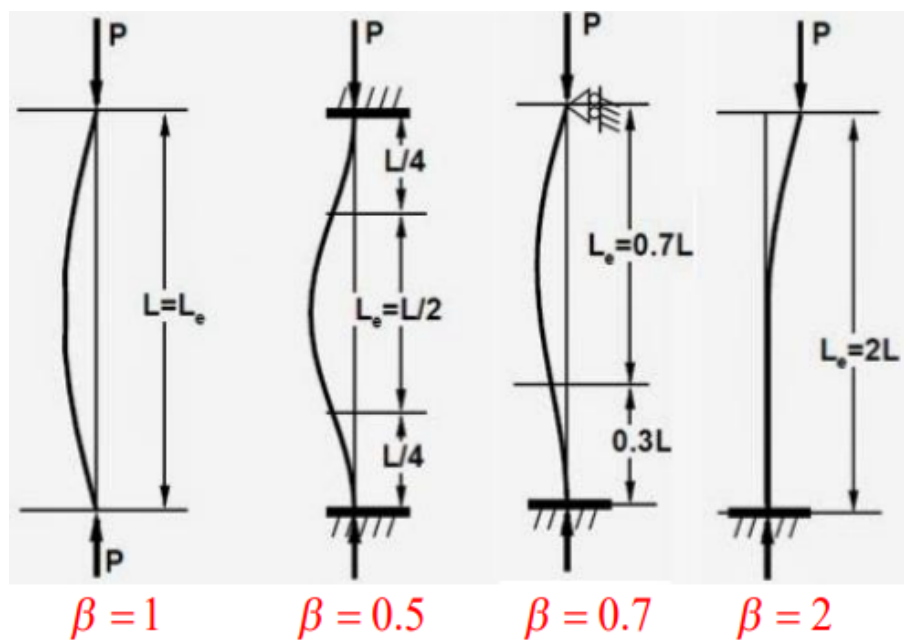


Figura 17: Tipo de coacciones laterales para el coeficiente β

Eje y-y

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\frac{1 \cdot 2500}{112,3}}{93,91 \cdot \sqrt{\frac{235}{275}}} = \mathbf{0,513} \quad (7)$$

Eje z-z

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\frac{1 \cdot 2500}{30,2}}{93,91 \cdot \sqrt{\frac{235}{275}}} = \mathbf{0,953} \quad (8)$$

A continuación, con los datos ya obtenidos de la esbeltez y la curva de pandeo, se calcula el coeficiente auxiliar Φ . Para ello, se sigue la formulación del caso general del apartado 6.3.1.2.

$$\Phi_i = 0,5 \cdot [1 + \alpha_i \cdot (\bar{\lambda}_i - 0,2) + \bar{\lambda}_i^2] \quad (9)$$

Ya se tienen todos los datos, por lo que se procede al cálculo.

Eje y-y

$$\Phi_y = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,513 - 0,2) + 0,513^2] = \mathbf{0,664} \quad (10)$$

Eje z-z

$$\Phi_z = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,953 - 0,2) + 0,953^2] = \mathbf{1,082} \quad (11)$$

Una vez se han obtenido estos coeficientes, se puede calcular el coeficiente de reducción χ , que es el que finalmente se utilizará en comprobación.

$$\chi_i = \frac{1}{\Phi_i + \sqrt{\Phi_i^2 - \bar{\lambda}_i^2}} \quad (12)$$

Eje y-y

$$\chi_y = \frac{1}{0,664 + \sqrt{0,664^2 - 0,513^2}} = \mathbf{0,920} \quad (13)$$

Eje z-z

$$\chi_z = \frac{1}{1,082 + \sqrt{1,082^2 - 0,953^2}} = \mathbf{0,627} \quad (14)$$

Queda por calcular el referido al pandeo lateral, χ_{LT} , el cual no sigue el procedimiento general como en los casos anteriores.

Con relación al cálculo del coeficiente de reducción de pandeo lateral, χ_{LT} , cabe destacar que en la normativa del Eurocódigo 3, hay un apartado de “Caso general” correspondiente al 6.3.2.2,-*Figura 18*-, y entre el resto, el apartado 6.3.2.3 para el caso de “Secciones de perfiles laminados o secciones soldadas equivalente”,-*Figura 19*-, el cual contiene alguna diferencia con el fin de afinar más el cálculo en ese caso. Ambos ofrecen un resultado válido y similar, pero en el caso de RFEM, se apoya en el apartado 6.3.2.3 para tener un cálculo lo más específico posible. En clase, se suele tomar el camino del caso general, de ahí que se pueda ver algún término distinto.

Diferencias con extractos de la norma tomada del Eurocódigo 3:

6.3.2.2 Curvas de pandeo lateral-Caso general

- (1) A menos que se especifique lo contrario, véase el apartado 6.3.2.3, para elementos de sección transversal constante sometidos a flexión, el valor de χ_{LT} , para la esbeltez adimensional apropiada, $\bar{\lambda}_{LT}$ debería determinarse mediante:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{con} \quad \chi_{LT} \leq 1,0 \quad (6.56)$$

donde

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

α_{LT} es un coeficiente de imperfección

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

M_{cr} es el momento crítico elástico de pandeo lateral.

- (2) M_{cr} se obtiene considerando las características de la sección transversal bruta y teniendo en cuenta las condiciones de carga, la distribución real de momentos flectores y los arriostramientos laterales.

NOTA El coeficiente de imperfección α_{LT} correspondiente a la curva de pandeo apropiada puede obtenerse del anexo nacional. En la tabla 6.3 se dan los valores recomendados para dicho coeficiente α_{LT} .

Figura 18: Extracto del apartado 6.3.2.2 del Eurocódigo 3.

6.3.2.3 Curvas de pandeo lateral para secciones de perfiles laminados o secciones soldadas equivalentes

- (1) Para secciones transversales de perfiles laminados o secciones soldadas equivalentes sometidas a flexión, los valores de χ_{LT} para la correspondiente esbeltez adimensional pueden determinarse conforme a:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ siendo } \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (6.57)$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

NOTA El anexo nacional puede dar los valores de los parámetros $\bar{\lambda}_{LT,0}$ y β , y dar cualquier limitación de validez en relación al canto de la viga o la relación h/b . Para secciones transversales de perfiles laminados o secciones soldadas equivalentes se recomiendan los siguientes valores:

$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$ (valor máximo)

$\beta = 0,75$ (valor mínimo)

Figura 19: Extracto del apartado 6.3.2.3 del Eurocódigo 3.

Por consiguiente, como se muestra en la norma, se toma para el cálculo la siguiente ecuación:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ siendo } \rightarrow \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (15)$$

Donde:

- $\bar{\lambda}_{LT,0}$: Esbeltez límite, cuyo valor máximo es 0,4. (Se utilizará para Φ_{LT})
- β : Parámetro cuyo valor mínimo es 0,75.

Así pues, lo primero sería calcular la esbeltez lateral, λ_{LT} , y el coeficiente auxiliar Φ_{LT} .

Para la esbeltez lateral, λ_{LT} , se toma la ecuación que aparece en el apartado 6.3.2.2 del Eurocódigo 3:

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} \rightarrow \text{Clase 1: } [W_y = W_{pl,y}] \rightarrow \sqrt{\frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad (16)$$

Donde:

- $W_{pl,y}$: Obtenido de prontuario = $484 \cdot 10^3 mm^3$
- f_y : Límite elástico = $275 N/mm^2$
- M_{cr} : Momento crítico elástico de pandeo lateral.

Este parámetro se puede calcular de diversos modos, dependiendo de la normativa y método, siendo todos igualmente válidos a nivel resultado. El módulo RF-STEEL 3 ofrece tres opciones-*Figura 9*. La primera de ellas (Automáticamente) resulta de un método algo más complejo de comprobar; la segunda utiliza la ecuación del “Anexo Nacional Austriaco”; y la tercera corresponde a la ”Definición manual”, es decir, que el usuario introduzca el valor. Se escoge esta opción para tener más facilidad de comprobar el resultado utilizando los conceptos de la asignatura, pero cualquiera de las tres opciones es igual de válida. Así pues, se utiliza la ecuación de los apuntes de la asignatura para perfiles doble T simétricos:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi}{K_\phi \cdot L} \cdot \sqrt{E \cdot G \cdot I_z \cdot I_t} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{K^2} \cdot (1 + C_2^2)} \pm C_2 \cdot \frac{\pi}{K} \right] \quad (17)$$

Donde:

- L : Distancia entre inmovilizaciones a desplazamientos transversales y a giro torsional = $2500mm$
- K_ϕ : Coacción al giro en extremos en el plano perpendicular al de flexión {

$K_\phi = 1 \rightarrow$ Apoyos que permiten giro	}	$K_\phi = 1 \rightarrow$ Apoyos que permiten giro
$K_\phi = 0,5 \rightarrow$ Imposibilitado en extremos		
$K_\phi = 0,7 \rightarrow$ Uno libre y otro imposible		
$K_\phi = 2 \rightarrow$ Empotrado-libre (Voladizo)		

- I_z : Inercia respecto al eje débil = $419,9 \cdot 10^4 mm^4$
- I_t : Módulo de torsión = $15,94 \cdot 10^4 mm^4$
- I_w : Módulo de alabeo = $70,58 \cdot 10^9 mm^6$
- : K :

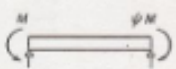
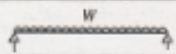
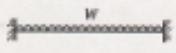
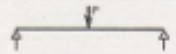
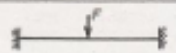
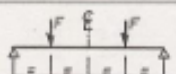
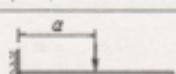
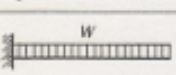
$$K = k_\phi \cdot L \cdot \sqrt{\frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_w}} = 1 \cdot 2500 \cdot \sqrt{\frac{81000 \cdot 15,94 \cdot 10^4}{210000 \cdot 70,58 \cdot 10^9}} \rightarrow \mathbf{K = 2,33} \quad (18)$$

- C_1 : Coeficiente dependiente de condiciones de contorno y carga. Si únicamente existen M_f en extremos y $K_\phi = 1$ se haría con la siguiente ecuación:

$$C_1 = 1,88 - 1,40 \cdot \psi + 0,52 \cdot \psi^2 \not\geq 2,7 \quad (19)$$

En este caso, que se tiene $K_\phi = 1$ y $\psi = -0,88$, se aproxima el valor sabiendo que se compone de un caso de flectores en sus extremos y carga puntual central, que consultando la tabla usada en la asignatura-*Figura 20*-, se adopta un valor de $\mathbf{C_1 = 2,7}$.

- C_2 : Coeficiente dependiente del punto o zona de aplicación de carga en la sección, también varía según contorno y tipo de carga. Si la carga se aplica en el baricentro o no existe carga transversal, el coeficiente C_2 adopta el valor de 0. Coincidiendo dichas premisas con las que se obtienen en el ejercicio por lo que dicho coeficiente adoptará el valor de $\mathbf{C_2 = 0}$.

Tipo de carga y condiciones de apoyo	Diagrama de momentos flectores	Valor de k_g	Valores de coeficientes		
			c_1	c_2	c_3
	$\psi = +1$	1,0 0,7 0,5	1,000 1,000 1,000	-	1,000 1,113 1,114
	$\psi = +3/4$	1,0 0,7 0,5	1,141 1,270 1,305	-	0,998 1,565 2,283
	$\psi = +1/2$	1,0 0,7 0,5	1,323 1,473 1,514	-	0,992 1,856 2,271
	$\psi = +1/4$	1,0 0,7 0,5	1,563 1,739 1,785	-	0,977 1,831 2,235
	$\psi = 0$	1,0 0,7 0,5	1,879 2,092 2,150	-	0,939 1,473 2,150
	$\psi = -1/4$	1,0 0,7 0,5	2,281 2,538 2,609	-	0,855 1,340 1,857
	$\psi = -1/2$	1,0 0,7 0,5	2,704 3,009 3,093	-	0,676 1,059 1,546
	$\psi = -3/4$	1,0 0,7 0,5	2,927 3,009 3,093	-	0,266 0,575 0,837
	$\psi = -1$	1,0 0,7 0,5	2,752 3,063 3,149	-	0,000 0,000 0,000
			1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652	0,753 1,070
		1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432	1,730 3,050
		1,0 0,5	1,565 0,938	1,257 0,715	2,540 4,800
		1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410	1,120 1,890
		1,0 $k_g=2$	$1,28a$	0,84	
		1,0 $k_g=2$	2,05		

Valores de los coeficientes c_1 , c_2 y c_3 correspondientes a los valores del factor k_g con $k_g=1$

Figura 20: Tabla para la aproximación del coeficiente C1.

Una vez se han obtenido todos los datos y coeficientes, se sustituye en la ecuación para obtener M_{cr} :

$$M_{cr} = 2,7 \cdot \frac{\pi}{1 \cdot 2500} \cdot \sqrt{210000 \cdot 81000 \cdot 419,9 \cdot 10^4 \cdot 15,94 \cdot 10^4}. \quad (20)$$

$$\cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{2,33^2} \cdot (1 + 0^2)} \pm 0 \cdot \frac{\pi}{2,33} \right] \rightarrow \mathbf{M_{cr} = 607,73 \text{ kNm}} \quad (21)$$

Una vez obtenido el valor del Momento Crítico, se puede determinar λ_{LT} , junto con el resto de datos:

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{484 \cdot 10^3 \cdot 275}{607,18 \cdot 10^6}} \rightarrow \overline{\lambda}_{LT} = \mathbf{0,47} \quad (22)$$

A continuación, al igual que para el caso general, se procede a calcular el coeficiente Φ_{LT} , siendo la ecuación la descrita en el apartado 6.3.2.3 del Eurocódigo 3, la cual contiene algún cambio respecto la del caso general como el coeficiente $\beta = 0,75$, y el valor de $\lambda_{LT,0} = 0,4$:

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT} \cdot (\overline{\lambda}_{LT} - \overline{\lambda}_{LT,0}) + \beta \cdot \overline{\lambda}_{LT}^2] \quad (23)$$

El único parámetro que queda por determinar es el coeficiente de imperfección α_{LT} , proveniente de la curva de pandeo. Para ello, RFEM se apoya en la Tabla 6.5 del Eurocódigo 3-*Figura 21*-, y posteriormente la Tabla 6.3 para el coeficiente de imperfección-*Figura 22*-.

Tabla 6.5 – Recomendaciones para la elección de la curva de pandeo lateral para secciones transversales utilizando la ecuación (6.57)

Sección transversal	Límites	Curva de pandeo
Secciones en I laminadas	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c
Secciones en I soldadas	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d

Figura 21: Tabla 6.5 del Eurocódigo 3, curva de pandeo lateral.

Tabla 6.3 – Valores recomendados para el coeficiente de imperfección para las curvas de pandeo lateral

Curva de pandeo	a	b	c	d
Coeficiente de imperfección α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Figura 22: Tabla 6.3 del Eurocódigo 3, coeficiente de imperfección según curva de pandeo.

$$\text{Curva de pandeo} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} \leq 2 = \frac{270}{135} = 2 \\ \text{Perfil laminado en I} \end{array} \right\} \text{ Curva b} \rightarrow \alpha_{LT} = \mathbf{0,34}$$

Por lo que sustituyendo en la ecuación del coeficiente Φ_{LT} :

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,47 - 0,4) + 0,75 \cdot 0,47^2] = \mathbf{0,594} \quad (24)$$

Y por último, ya podría calcularse el coeficiente de reducción por pandeo χ_{LT} :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,594 + \sqrt{0,594^2 - 0,75 \cdot 0,47^2}} = \mathbf{0,973} \rightarrow \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq 1,0722 \end{cases} \quad (25)$$

Coefficientes de interacción $k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$

Por último, queda hallar los coeficientes de interacción. Para ello, la normativa del Eurocódigo 3 indica que hay dos “métodos alternativos” cuyo resultado es igual de válido, indicados en el ANEXO A y en el ANEXO B, respectivamente. En este caso, RFEM se apoya en el segundo método alternativo (Anexo B), concretamente en la Tabla B2-*Figura 23*.

Tabla B.2 – Coeficientes de interacción k_{ij} para elementos susceptibles a deformación por torsión

Coeficientes de interacción	Hipótesis de cálculo	
	Características elásticas de las secciones Secciones clases 3 y 4	Características plásticas de las secciones Secciones clases 1 y 2
k_{yy}	k_{yy} de la tabla B.1	k_{yy} de la tabla B.1
k_{yz}	k_{yz} de la tabla B.1	k_{yz} de la tabla B.1
k_{zy}	$\begin{cases} 1 - \frac{0,05\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \\ \geq 1 - \frac{0,05}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \end{cases}$	$\begin{cases} 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \\ \geq 1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \end{cases}$ <p>para $\bar{\lambda}_z < 0,4$:</p> $k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
k_{zz}	k_{zz} de la tabla B.1	k_{zz} de la tabla B.1

Figura 23: Tabla B2 del Eurocódigo 3, Anexo B.

Como indica la Tabla B2 -*Figura 23*-, Es necesario consultar la Tabla B1 -*Figura 24*-, ya que el único coeficiente que varía respecto esta sería k_{zy} .

Tabla B.1 – Coeficientes de interacción k_{ij} para elementos no susceptibles a deformaciones por torsión

Coeficientes de interacción	Tipo de sección	Hipótesis de cálculo	
		Características elásticas de las secciones Secciones clases 3 y 4	Características plásticas de las secciones Secciones clases 1 y 2
k_{yy}	Secciones I Secciones huecas rectangulares	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	Secciones I Secciones huecas rectangulares	k_{zz}	$0,6 k_{zz}$
k_{zy}	Secciones I Secciones huecas rectangulares	$0,8 k_{yy}$	$0,6 k_{yy}$
k_{zz}	Secciones I	$C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	Secciones huecas rectangulares		$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
Para secciones I y H y para secciones huecas rectangulares sometidas a axil y a flexión uniaxial $M_{y,Ed}$, se puede tomar $k_{zy} = 0$.			

Figura 24: Tabla B1 del Eurocódigo 3, Anexo B.

Si se observan las ecuaciones, se puede ver que los datos necesarios para su obtención ya son conocidos a excepción de los coeficientes de momento equivalente uniforme C_{mi} , que se obtienen según la Tabla B3-*Figura 25*- para cada caso: Eje Y, Eje Z y Lateral.

Tabla B.3 – Factores de momento uniforme equivalente $C_{m,0}$ en las tablas B.1 y B.2


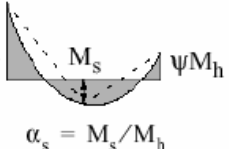
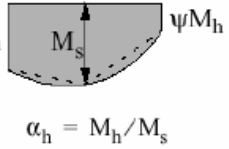
Ley de momentos	rango		C_{my} y C_{mz} y C_{mLT}	
			carga uniforme	carga puntual
 M ψM	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 M_h M_s ψM_h $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
$-1 \leq \psi < 0$		$0,1(1-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	
 M_h M_s ψM_h $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,90 - 0,10\alpha_h(1+2\psi)$
Para elementos con modo de pandeo traslacional, se debería tomar el factor de momento equivalente como $C_{my} = 0,9$ o $C_{mz} = 0,9$, respectivamente				
C_{my} , C_{mz} y C_{mLT} se deberían calcular considerando la ley de momentos que existe entre los puntos que estén arriostrados, conforme a lo que sigue:				
Factor del momento	Eje de flexión	Puntos arriostrados en dirección		
C_{my}	y-y	z-z		
C_{mz}	z-z	y-y		
C_{mLT}	y-y	y-y		

Figura 25: Tabla B3 del Eurocódigo 3, Anexo B.

Para todas las ecuaciones: Clase 1 y Secciones en I

■ k_{yy} :

La ecuación se toma de la Tabla B1, para Clase y Secciones en I:

$$k_{yy} = \left[C_{my} \cdot \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Y \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right) \right] \leq \left[C_{my} \cdot \left(1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Y \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right) \right] \quad (26)$$

Todos los datos son conocidos, solo falta calcular el Coefficiente C_{my} , que se obtiene de la Tabla B3 con las siguientes premisas:

$$C_{my} \left\{ \begin{array}{l} \Psi_y = \frac{M}{M} = 1 \\ \alpha_{sy} = \frac{M_{s,y}}{M_{h,y}} = \frac{65,63}{-75} = -0,875 \\ \text{Carga puntual} \end{array} \right\} -0,8 \cdot \alpha_{sy} \geq 0,4 \rightarrow \mathbf{C_{my} = 0,7} \geq 0,4 \checkmark$$

Por tanto, sustituyendo en la ecuación:

$$k_{yy} = \left[0,7 \cdot \left(1 + (0,513 - 0,2) \cdot \frac{87,5}{0,92 \cdot 1263,63/1,05} \right) \right] \leq; \quad (27)$$

$$\leq \left[0,7 \cdot \left(1 + 0,8 \cdot \frac{87,5}{0,92 \cdot 1263,63/1,05} \right) \right] \quad (28)$$

$$\mathbf{k_{yy} = 0,717} < 0,744 \checkmark \quad (29)$$

■ k_{zz} :

De nuevo, se toma la ecuación de la Tabla B1, Clase 1 y Sección en I:

$$k_{zz} = \left[C_{mz} \cdot \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Z \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right) \right] \leq \left[C_{mz} \cdot \left(1 + 1,4 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Z \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right) \right] \quad (30)$$

Al igual que en el caso de k_{yy} , todos los datos son conocidos a excepción del Coefficiente C_{mz} . Sabiendo que no hay momento flector aplicado en el eje Z , y que el reparto de momentos es lineal (no hay α_s) llando a la Tabla B3 se obtiene:

$$C_{mz} \left\{ \begin{array}{l} \Psi_z = \frac{M}{M} = 0 \\ \text{Carga lineal} \end{array} \right\} 0,6 + 0,4 \cdot \Psi_z \geq 0,4 \rightarrow \mathbf{C_{mz} = 0,6} \geq 0,4 \checkmark$$

Por tanto, sustituyendo en la ecuación:

$$k_{zz} = \left[0,6 \cdot \left(1 + (2 \cdot 0,953 - 0,6) \cdot \frac{87,5}{0,627 \cdot 1263,63/1,05} \right) \right] \leq; \quad (31)$$

$$\left[0,6 \cdot \left(1 + 1,4 \cdot \frac{87,5}{0,627 \cdot 1263,63/1,05} \right) \right] \quad (32)$$

$$\mathbf{k_{zz} = 0,691} < 0,697 \checkmark \quad (33)$$

■ k_{yz} :

En este caso, se vuelve a consultar la Tabla B1, aunque como se puede ver, el cálculo es muy sencillo:

$$k_{yz} = 0,6 \cdot k_{zz} = 0,6 \cdot 0,691 \rightarrow \mathbf{k_{yz} = 0,414} \quad (34)$$

■ k_{zy} :

Este es el único caso en el que se consulta la Tabla B2 en lugar de la Tabla B1. Al igual que en los demás casos, el apartado de Clase 1 y Sección en I:

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Z \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right] \geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Z \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right] \quad (35)$$

Una vez más, falta el dato del coeficiente C_{mLT} , que nuevamente se consulta en la Tabla B3. Este caso vuelve a ser de carga lineal entre el momento de mayor valor y el de menor, por lo que no hay α_s , y el resto:

$$C_{mLT} \left\{ \begin{array}{l} \Psi_{y,LT} = \frac{65,63}{-75} = -0,875 \\ \text{Carga lineal} \end{array} \right\} 0,6 + 0,4 \cdot \Psi_z \geq 0,4 \rightarrow \mathbf{C_{mLT} = 0,25} \not\geq 0,4$$

En este caso, no se cumple la condición ya que el resultado es menor que 0,4, por lo que se toma como valor para C_{mLT} 0,4, que es el mínimo que se acepta.

$$\mathbf{C_{mLT} = 0,4} \quad (36)$$

Por lo que ya se puede sustituir en la ecuación:

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1 \cdot 0,953}{(0,4 - 0,25)} \cdot \frac{87,5}{0,627 \cdot 1263,63/1,05} \right] \geq; \quad (37)$$

$$\geq \left[1 - \frac{0,1}{(0,4 - 0,25)} \cdot \frac{87,5}{0,627 \cdot 1263,63/1,05} \right] \quad (38)$$

$$\mathbf{k_{zy} = 0,926} > 0,923 \checkmark \quad (39)$$

Finalmente, una vez obtenidos todos los datos y coeficientes necesarios para la comprobación, solo queda sustituir en las ecuaciones 6,61 y 6,62 vistas al inicio de la resolución, con lo que se comprobaría el efecto de la interacción entre el pandeo por flexión y el pandeo lateral en cada uno de los ejes de la viga:

Respecto eje y:

$$\frac{87,5}{0,92 \cdot 1263,63/1,05} + 0,717 \cdot \frac{75}{0,973 \cdot 133,1/1,05} + 0,414 \cdot \frac{0}{26,66/1,05} \leq 1 \quad (40)$$

Respecto eje z:

$$\frac{87,5}{0,627 \cdot 1263,63/1,05} + 0,926 \cdot \frac{75}{0,973 \cdot 133,1/1,05} + 0,691 \cdot \frac{0}{26,66/1,05} \leq 1 \quad (41)$$

Con lo que el resultado sería:

Respecto eje y:

$$\mathbf{0,51} \leq 1 \quad \checkmark \quad (42)$$

Respecto eje z:

$$\mathbf{0,67} \leq 1 \quad \checkmark \quad (43)$$

Por lo tanto, se puede concluir que la viga cumple el análisis a efectos de inestabilidad en ambos ejes, teniendo en cuenta la interacción entre pandeo por flexión y el pandeo lateral.

6. Ejercicio 2.

(Examen Ordinario 27/06/2019-Estructuras Metálicas-Grado en Ingeniería Mecánica)

Dada la estructura de la -Figura 26-, realice la comprobación frente a fenómenos de inestabilidad a pandeo lateral de la barra AB, la cual es una viga con perfil IPE-300 de 4 metros de longitud. Conectada a ella se encuentra una barra de perfil IPE-100 formando 45° a modo de tirante, por medio de una articulación. Dicho punto de unión se corresponde con un punto de arriostramiento efectivo frente a inestabilidades. Sobre la viga hay aplicada una carga uniformemente repartida cuyo valor es de $q_d = 20 \text{ kN/m}$ (Carga de diseño). Los nudos son articulaciones perfectas. Se desprecia el peso propio de los perfiles metálicos. Acero de las barras tipo S275 JR.

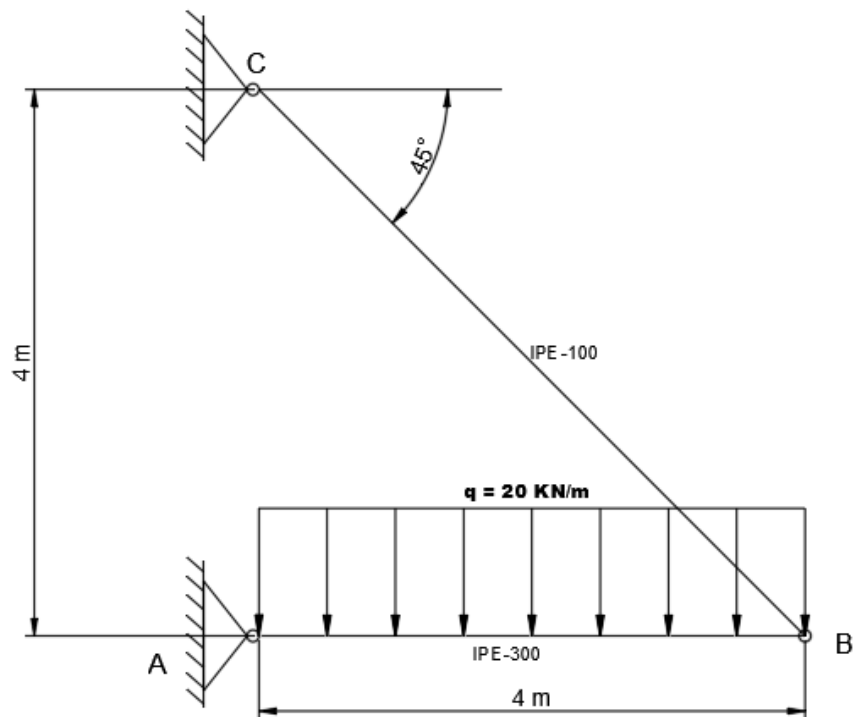


Figura 26: Dimensiones y esquema de la estructura.

IPE	CARACTERÍSTICAS DIMENSIONALES Y MECÁNICAS DE LA SERIE														
	IPE	Dimensiones						Sección A cm ²	Peso G Kg/m	Propiedades de la Sección					
		Referido al eje y-y			Referido al eje z-z					Referido al eje y-y			Referido al eje z-z		
		h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	r mm	d mm			I _y cm ⁴	W _y cm ³	I _y cm	I _z cm ⁴	W _z cm ³	I _z cm
IPE 80	80	46	3.8	5.2	5	59.6	7.64	6	80.14	20.03	3.24	8.49	3.69	1.05	
IPE 100	100	55	4.1	5.7	7	74.6	10.32	8.1	171	34.2	4.07	15.9	5.79	1.24	
IPE 120	120	64	4.4	6.3	7	93.4	13.2	10.4	318	53	4.9	27.7	8.65	1.45	
IPE 140	140	73	4.7	6.9	7	112.2	16.4	12.9	541	77.3	5.74	44.9	12.3	1.65	
IPE 160	160	82	5	7.4	9	127.2	20.1	15.8	869	109	6.58	68.3	16.7	1.84	
IPE 180	180	91	5.3	8	9	146	23.9	18.8	1,320	146	7.42	101	22.2	2.05	
IPE 200	200	100	5.6	8.5	12	159	28.5	22.4	1,940	194	8.26	142	28.5	2.24	
IPE 220	220	110	5.9	9.2	12	177.6	33.4	26.2	2,770	252	9.11	205	37.3	2.48	
IPE 240	240	120	6.2	9.8	15	190.4	39.1	30.7	3,890	324	9.97	284	47.3	2.69	
IPE 270	270	135	6.6	10.2	15	219.6	45.9	36.1	5,790	429	11.2	420	62.2	3.02	
IPE 300	300	150	7.1	10.7	15	248.6	53.8	42.2	8,360	557	12.5	604	80.5	3.35	
IPE 330	330	160	7.5	11.5	18	271	62.6	49.1	11,770	713	13.7	788	98.5	3.55	
IPE 360	360	170	8	12.7	18	298.6	72.7	57.1	16,270	904	15	1,040	123	3.79	
IPE 400	400	180	8.6	13.5	21	331	84.5	66.3	23,130	1,160	16.5	1,320	146	3.95	
IPE 450	450	190	9.4	14.6	21	378.8	98.8	77.6	33,740	1,500	18.5	1,680	176	4.12	
IPE 500	500	200	10.2	16	21	426	116	90.7	48,200	1,930	20.4	2,140	214	4.31	
IPE 550	550	210	11.1	17.2	24	467.6	134	106	67,120	2,440	22.3	2,670	254	4.45	
IPE 600	600	220	12	19	24	514	156	122	92,080	3,070	24.3	3,390	308	4.66	

Figura 27: Prontuario perfiles IPE

6.1. Resolución caso Axil+Flexión con los parámetros predeterminados de RFEM

En este ejemplo, se mostrará primero el resultado que ofrece RFEM con los parámetros por defecto, y posteriormente, se realizarán modificaciones para personalizar el modo de cálculo y alguno de los parámetros, con el fin de que se pueda utilizar la misma metodología que en clase y se pueda utilizar el software para auto-comprobar ejercicios de clase. Recaltar que los resultados de cualquiera de los métodos son igual de válidos, el objetivo de este ejemplo es terminar de tener todas las herramientas para personalizar el estudio frente a inestabilidades a pandeo lateral.

Modelado de la estructura

Para comenzar, se crea un Nuevo Proyecto como se indicó anteriormente en la guía en el apartado de “Modelado Común”, eliminando los materiales y seleccionando “Acero S275 JR”. Tras esto, se procede a introducir las barras con sus respectivos perfiles pinchando en “Nueva barra individual”, y escogiendo “Perfiles en I” dentro de “Laminados” dentro de la biblioteca de secciones. -Figura 28-

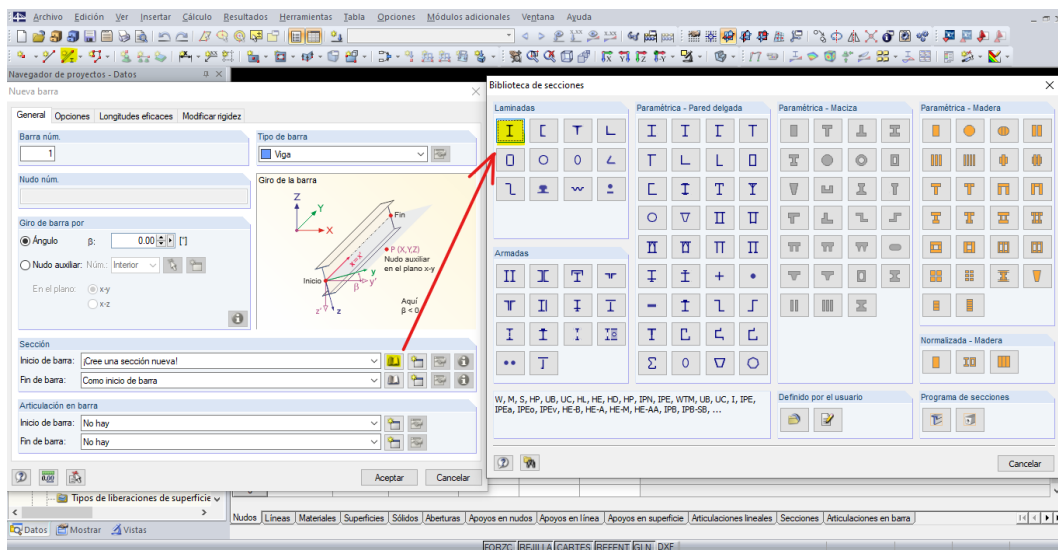


Figura 28: Introducir nueva barra IPE

Una vez dentro, se escoge la sección IPE-300 y se pulsa “Aceptar”.

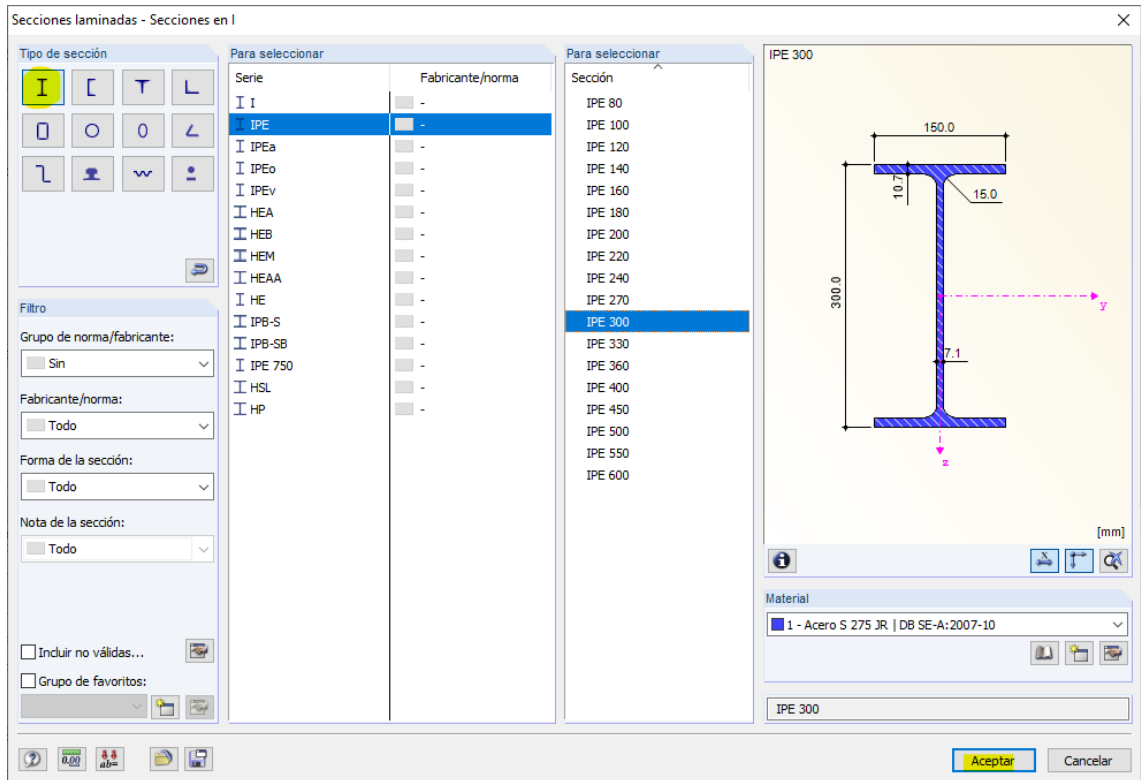


Figura 29: Selección de IPE 300

Se comprueba que se ha seleccionado la opción de que el final de la barra sea como el principio y se pulsa “Aceptar”.

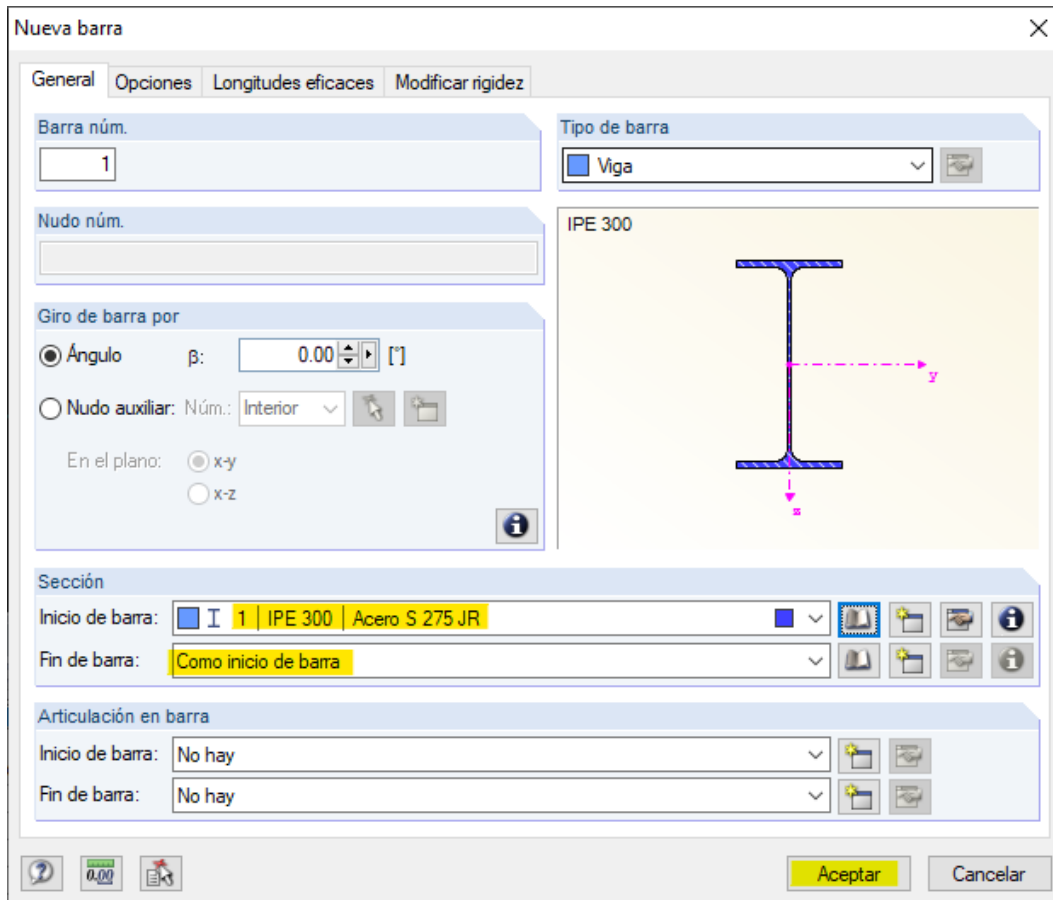


Figura 30: Comprobación de la sección

Queda introducir los nudos de los extremos de la barra, teniendo en cuenta que se está trabajando con el Eje X en su proyección negativa. Así pues el Punto A corresponde con $[0,0,0]$ -Figura 31- ; y el punto B con la coordenada $[-4,0,0]$ -Figura 32-.



Figura 31: Primer nodo, Punto A

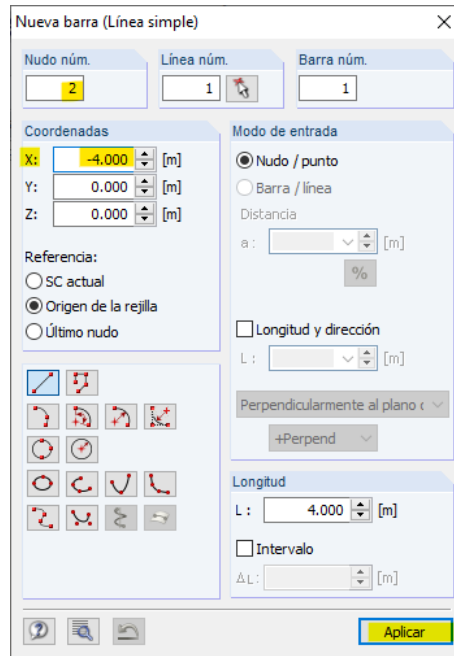


Figura 32: Segundo nodo, Punto B

Por lo que quedaría la viga AB introducida.

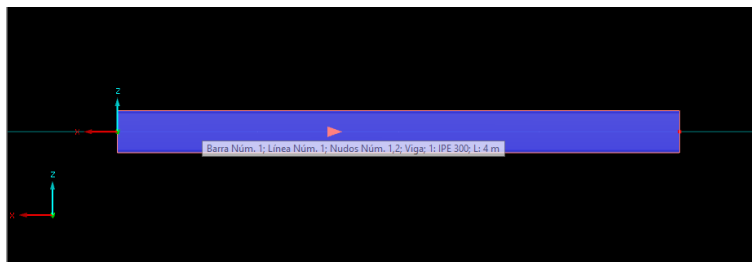


Figura 33: Viga AB de perfil IPE300 y 4m de longitud

Del mismo modo, se introduce la barra tirante BC. En este caso es una IPE100 y forma 45° con la Viga AB, por lo que sus nodos serán el punto B $[-4,0,0]$ y el punto C $[0,0,4]$. -Figura 34-.

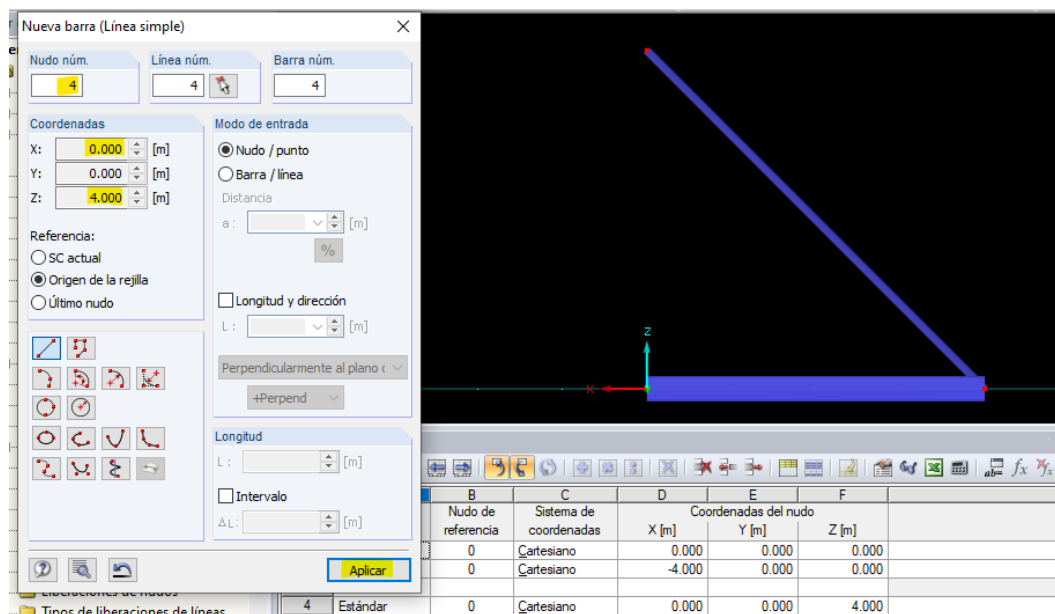


Figura 34: Tirante IPE100 a 45°

Una vez introducidas las barras, hay que articular su punto de unión e introducir los apoyos.

Para articular la unión, hay que tener en cuenta cuál es el inicio y final del tirante, esto se puede ver dejando el cursor encima de la barra, lo que muestra el sentido de la barra con una flecha. Se pincha con el botón izquierdo sobre la Barra 2 y se entra en “Editar Barra”. Puesto que se ha introducido como inicio de la barra el punto B, se articula el “Inicio de barra” activando el “Giro en Y” en “Global” -Figura 35-.

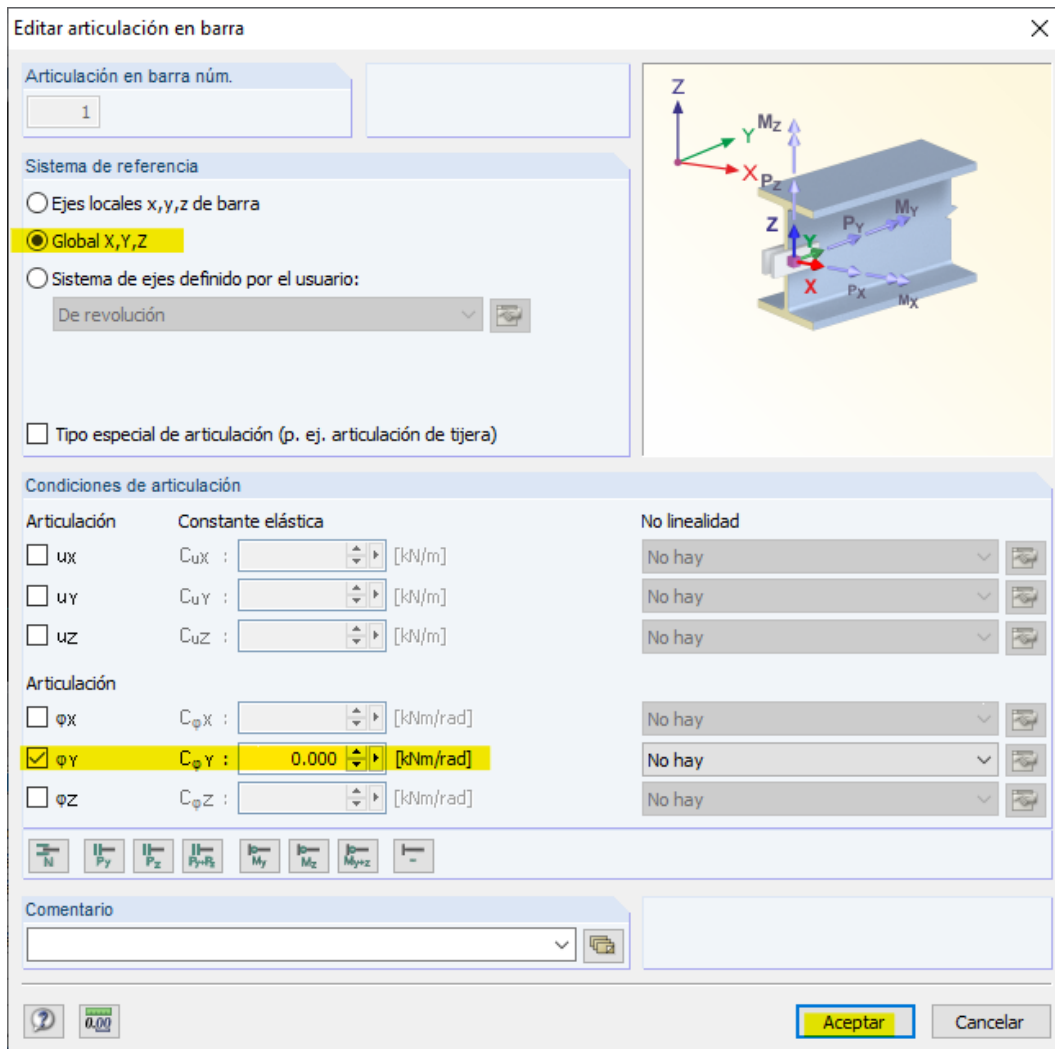


Figura 35: Tirante IPE100 a 45°

Tras articular la barra, se introducen los apoyos de la estructura del mismo modo que se ha visto en el resto de ejemplos. En este caso, en el punto A y C se tienen apoyos articulados que permiten “Giro en X” y “Giro en Y”, ambos rotados -90° respecto el Eje Y. Por tanto primero se pone un apoyo articulado en cada punto y posteriormente se hace click derecho sobre los apoyos y se entra en “Editar apoyo en el nudo” -Figura 36-. Una vez dentro, se introducen los datos referidos anteriormente. -Figura 37-.

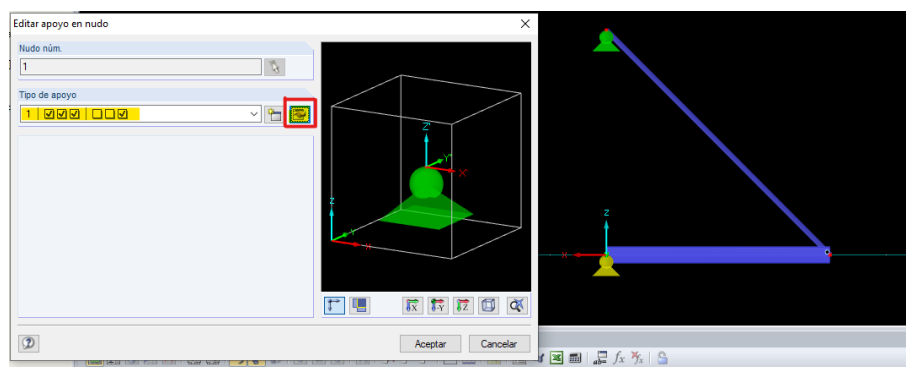


Figura 36: Disposición apoyos en punto A y C

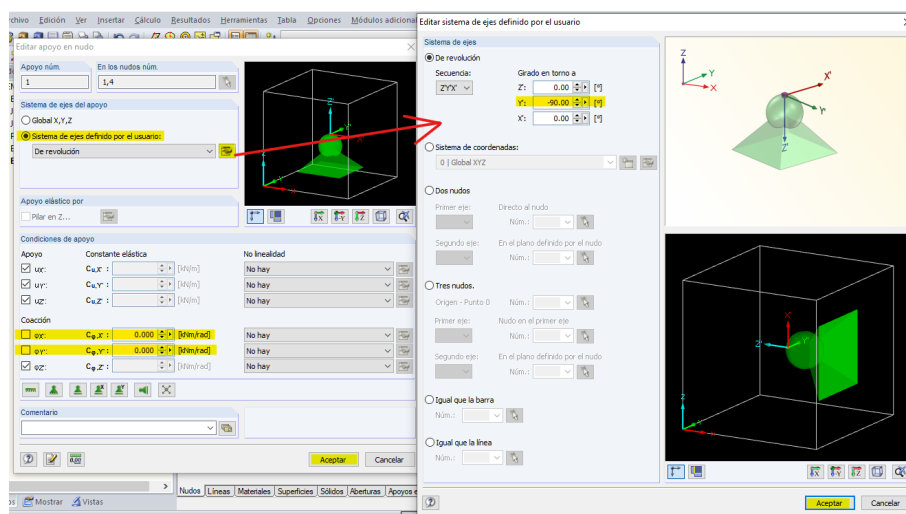


Figura 37: Características de los apoyos en A y C

Para finalizar con los apoyos, recordar que RFEM trabaja en 3D, por lo que es conveniente poner un apoyo en el punto B que restrinja el “Desplazamiento en Y”, para trabajar en el plano XZ. Por consiguiente, se añade otro apoyo en el punto B y se aplican las características. -*Figura 38*-.

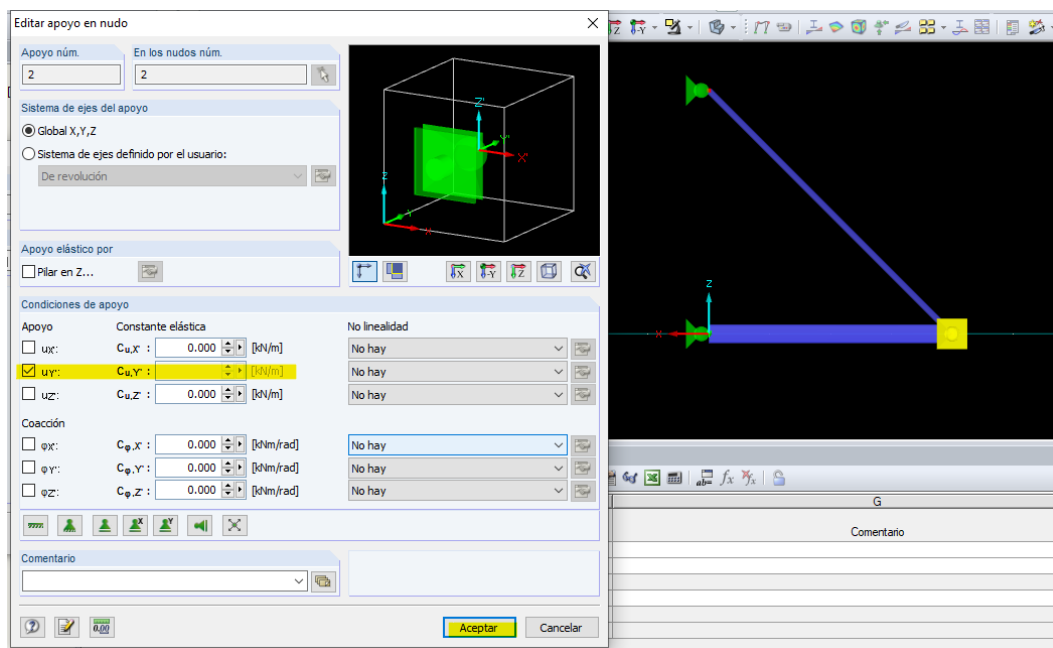


Figura 38: Características apoyo en B

El siguiente paso, y último para terminar el modelado, es introducir la carga lineal de valor $q_d = 20 \text{ kN/m}$ sobre la viga AB. Para ello, se entra en “Insertar>Carga>3.2 Cargas en barras>Gráficamente” -Figura 39-.

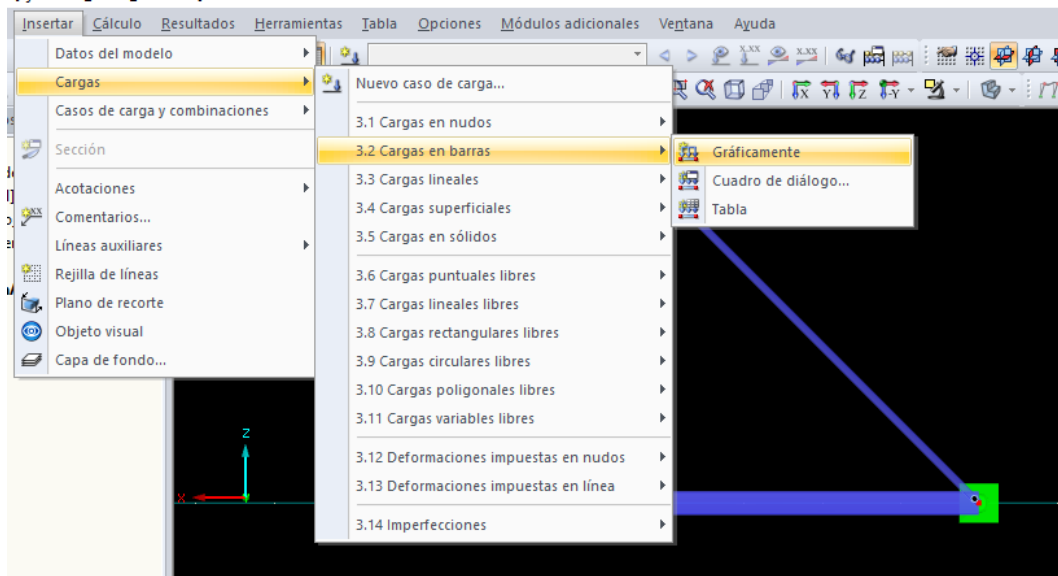


Figura 39: Insertar carga en barra

Aparecerá la ventana donde se crea el caso de carga, si no se tiene creado previamente, en la que se nombra y, en este caso, se desactiva la casilla de “Peso Propio”, ya que indica el enunciado que se desprece el peso de la estructura. -Figura 40-.

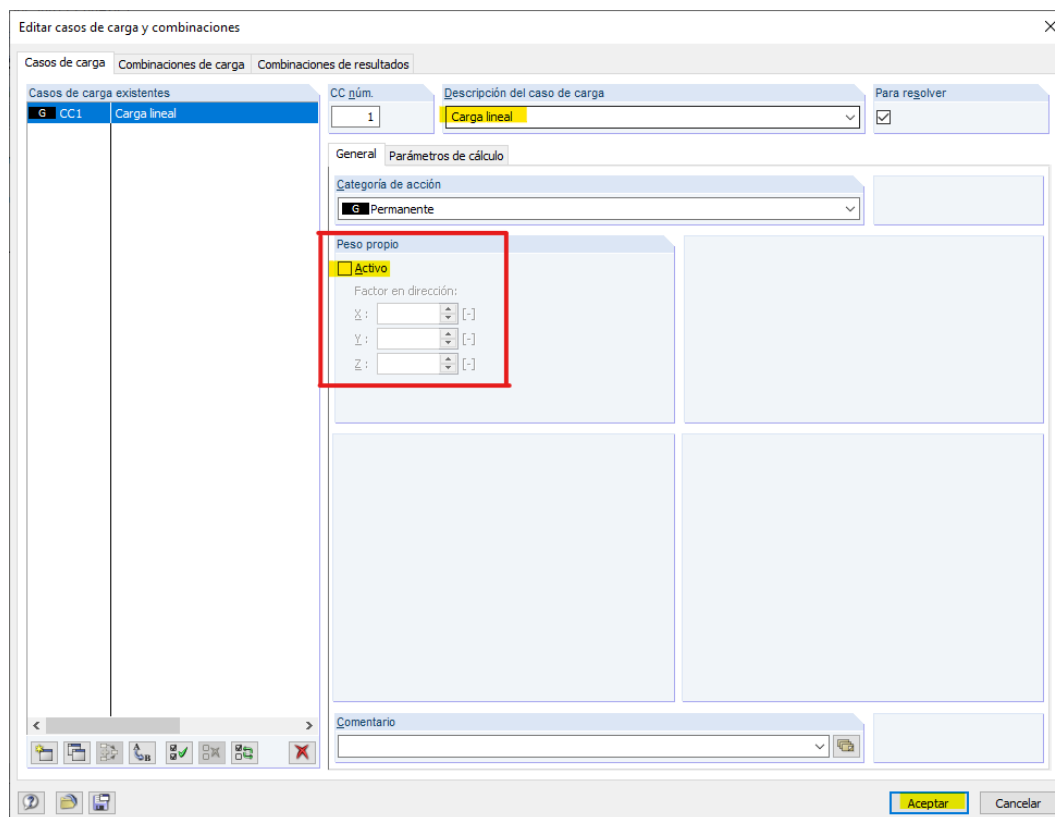


Figura 40: Crear Caso de Carga y desactivar Peso propio de la estructura

Una vez se ha creado el caso de carga, aparece la ventana que permite introducir la carga lineal, que al ser descendente se pone como valor -20KN/m en el sentido del Eje Z. -Figura 41-.

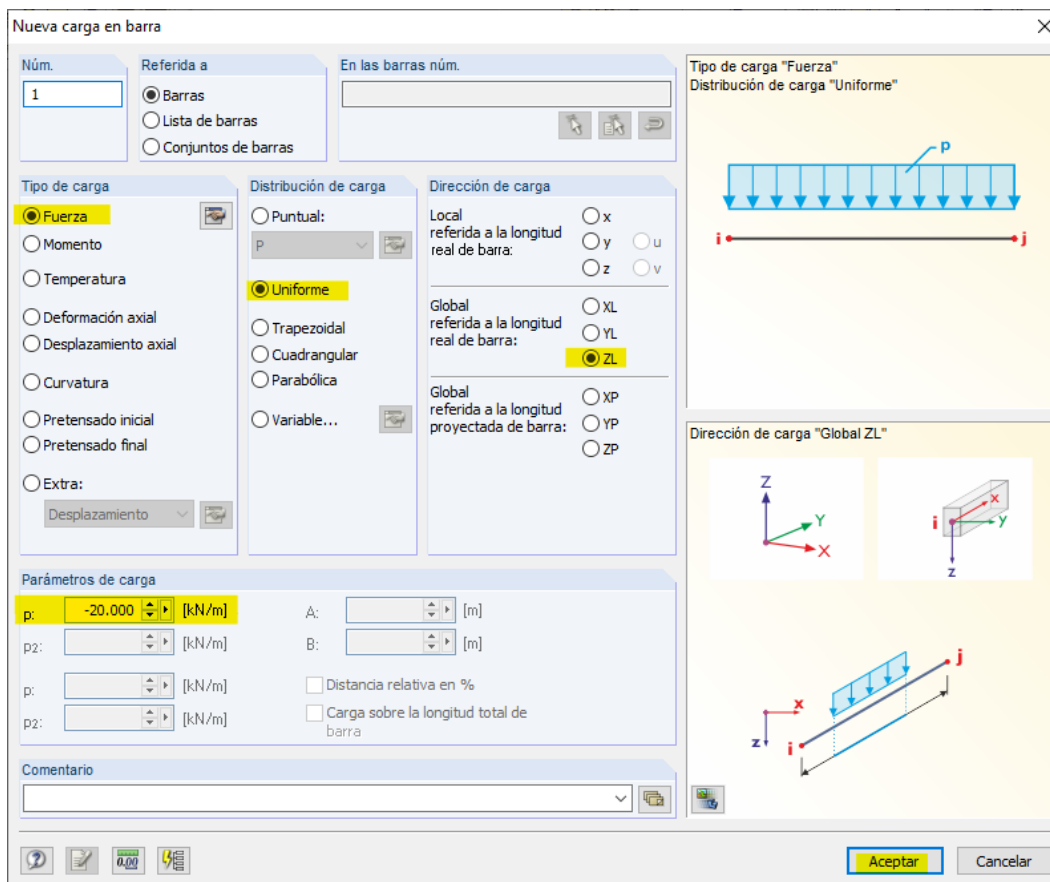


Figura 41: Características de la carga lineal sobre la viga AB

Se pincha encima de la Barra 1 con el botón izquierdo para que se introduzca la carga, y posteriormente se pulsa en la parte superior la casilla de “Mostrar resultados” para que calcule el modelo. -Figura 42-.

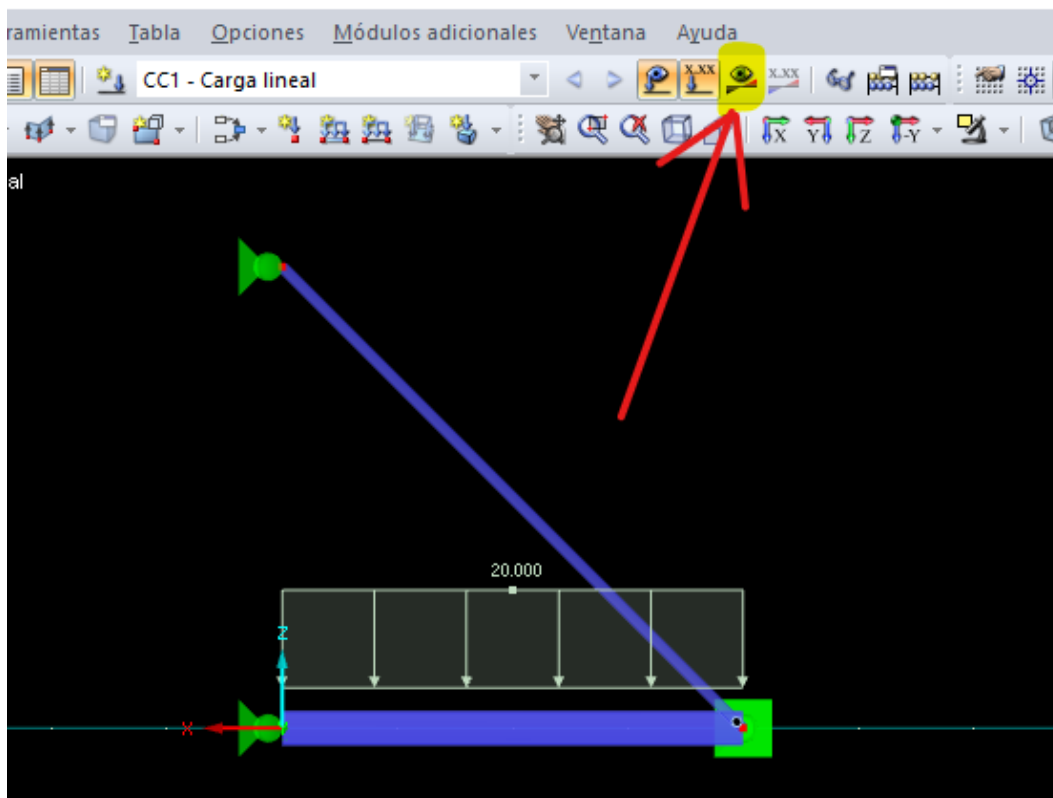


Figura 42: Modelo final de la estructura

Un buen modo de comprobar si está todo bien introducido es revisar que los esfuerzos internos se corresponden con los calculados manualmente. En este caso debe haber esfuerzo axial en la viga AB de valor $N_{AB} = 40 \text{ kN}$ y en el tirante de $N_{BC} = 56,57 \text{ kN}$, además de flector en la viga AB de $M_{yAB} = 40 \text{ kNm}$ en su punto medio. Un modo de comprobar estos resultados es en la esquina inferior izquierda en el apartado “Resultados”, y dentro de él, “Barras>Esfuerzos Internos”.

El siguiente paso para comprobar la inestabilidad frente a pandeo lateral sería abrir el módulo RF-STEEL EC3 dentro de la pestaña “Módulos adicionales” y configurarlo del mismo modo que en ejercicios anteriores. De este modo, se selecciona el caso de carga y se desplaza a la parte derecha, seleccionando también todas las barras para el estudio -Figura 43-. Recordar también introducir el valor de los coeficientes γ_{M0} y γ_{M1} , cuyo valor es de 1,050, dentro de “Editar Anejo Nacional (AN)”. Una vez hecho esto, se pincha en “Calcular”.

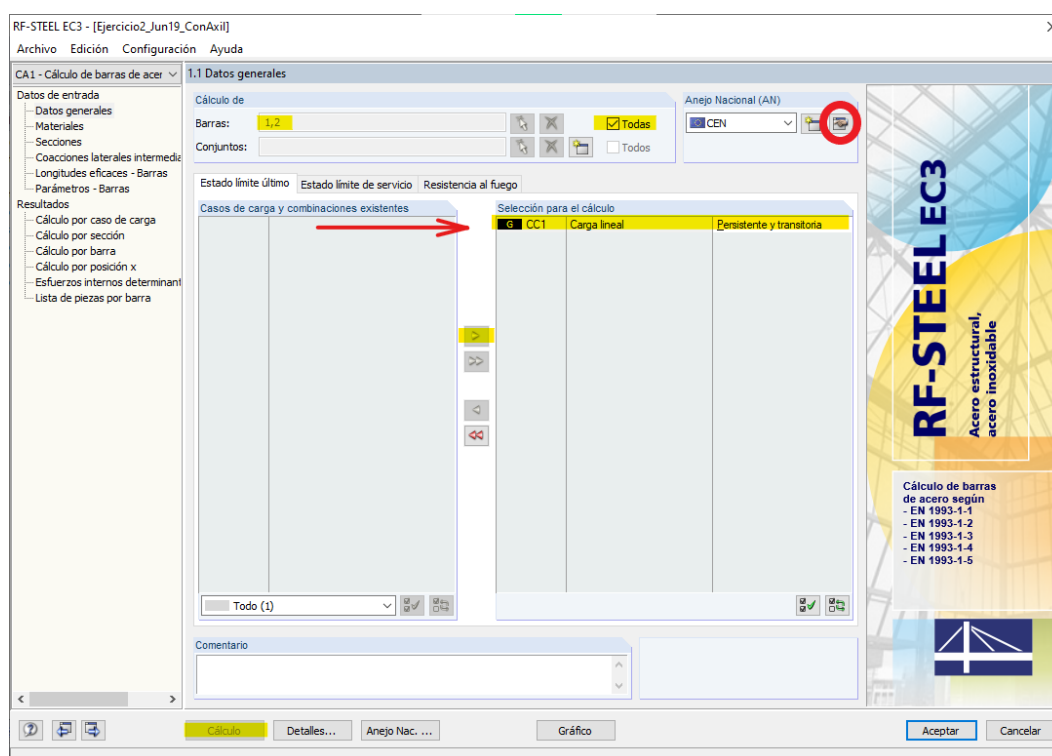


Figura 43: Configuración Módulo RF-STEEL EC3

Tras esto, se vuelve a introducir el valor del Momento Crítico M_{cr} manualmente, para lo cual se sigue la misma metodología que en los casos anteriores. Se entra en el apartado “Detalles” de la parte inferior, y se selecciona dentro de la pestaña “Estabilidad” la opción “Definición manual en la ventana 1.5” y “Aceptar” -Figura 44-.

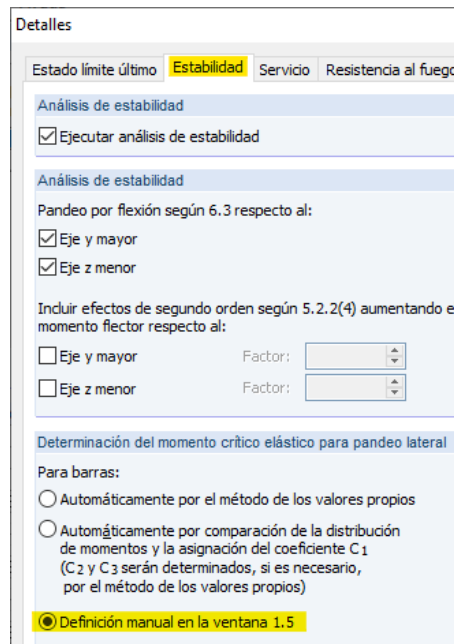


Figura 44: Activar Definición manual del valor del Momento crítico.

Una vez hecho esto, se entra en la ventana 1.5 “Longitudes eficaces - Barras” y se introduce el valor en la Barra 1 del Momento crítico calculado con la ecuación vista en clase, que en este caso da un resultado de $M_{cr} = 180,65 \text{ kNm}$. -Figura 45- y se vuelve a calcular el modelo.

RF-STEEL EC3 - [Ejercicio2_Jun19_ConAxil]
 Archivo Edición Configuración Ayuda

CA1 - Cálculo de barras de acer ▾ 1.5 Longitudes eficaces - Barras

Barra núm.	A Pandeo posible	B Pandeo respecto al eje y		C Pandeo respecto al eje z		E Posible	F Pandeo lateral y pandeo flexotorsional		H Posible	I Pandeo lateral y pandeo flexotorsional		
		Posible	$k_{cr,y}$	$L_{cr,y}$ [m]	$k_{cr,z}$		$L_{cr,z}$ [m]	k_z		M_{cr} [kNm]	L_w [m]	L_T [m]
1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1.000	4.000	<input checked="" type="checkbox"/>	1.000	4.000	<input checked="" type="checkbox"/>	1.0	180.65	4.000	4.000
2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1.000	5.657	<input checked="" type="checkbox"/>	1.000	5.657	<input checked="" type="checkbox"/>	1.0	100.00	5.657	5.657

Figura 45: Introducción del valor del Momento crítico en la ventana 1.5

Resultados

Por consiguiente, se pasa a evaluar los resultados. Recordar que este es un caso donde hay Axil+Flexión en la Barra AB, por lo que RFEM en su configuración inicial realiza el cálculo según el apartado 6.3.3 del Eurocódigo 3, donde el axil se tiene en cuenta aunque pueda ser despreciable su efecto, utilizando para su comprobación las ecuaciones 6.61 y 6.62 vistas en el ejemplo anterior.

Para ver los resultados, se pincha en el apartado “Cálculo por barra” y dentro de la Barra 1, se hace doble click en la última comprobación “Análisis de estabilidad - Flexión y compresión según 6.3.3, método 2”. -Figura 46-

CA1 - Cálculo de barras de acer

2.4 Cálculo por barra

Barra num.	Posición x [m]	Carga	Tensiones Razón	D	E
					Cálculo según fórmula
	0.000	CC1	0.03 ≤ 1		CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4
	0.000	CC1	0.10 ≤ 1		CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2.6
	0.000	CC1	0.00 ≤ 1		CS126) Comprobación de la sección - Abolladura según 6.2.6(6)
	1.714	CC1	0.24 ≤ 1		CS181) Comprobación de la sección - Flexión, cortante y esfuerzo axil según 6.2.9.1
	0.000	CC1	0.03 ≤ 1		ST301) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje y, según 6.3.1.1 y 6.3.1.2(4)
	0.000	CC1	0.07 ≤ 1		ST312) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje z según 6.3.1.1 y 6.3.1.2
	0.000	CC1	0.04 ≤ 1		ST321) Análisis de estabilidad - Pandeo torsional según 6.3.1.4 y 6.3.1.2(4)
	0.571	CC1	0.40 ≤ 1		ST364) Análisis de estabilidad - Flexión y compresión según 6.3.3, método 2

Máx.: 0.40 ≤ 1

Detalles - Barra 1 - x: 0.571 m - CC1

Ancho de la sección	b	150.0	mm		
Criterio	h/b	2.00		≤ 2	Tab. 6.5
Curva de pandeo	CP _{LT}	b			Tab. 6.5
Coefficiente de imperfección	α _{LT}	0.340			
Momento crítico elástico para pandeo lateral	M _{cr}	180.65	kNm		
Módulo resistente	W _y	628.40	cm ³		
Esbeltez	λ _{LT}	0.978			
Parámetro	λ _{LT,0}	0.400			
Parámetro	β	0.750			
Coefficiente auxiliar	φ _{LT}	0.957			
Coefficiente de reducción	γ _{LT}	0.713			
Tipo de estructura respecto al eje y	Tipo	Intraslacionz			
Distribución de momentos	Diagr. M _y	3) Máx. en v.			
Coefficiente del momento	v _y	0.000			
Momento	M _{h,y}	0.00	kNm		
Momento	M _{s,y}	40.00	kNm		
Razón M _{h,y} / M _{s,y}	α _{h,y}	0.000			
Tipo de carga	Carga z	Carga unif. c			Tab. B.3
Coefficiente del momento	C _{my}	0.950			Tab. B.3
Tipo de estructura respecto al eje z	Tipo	Intraslacionz			Tabla B.3
Distribución de momentos	Diagr. M _z	1) Lineal			Tab. B.3
Coefficiente del momento	v _z	0.000			Tab. B.3

1 - IPE 300

M _{cr}	180.65	kNm
W _y	628.40	cm ³
λ _{LT}	0.978	
λ _{LT,0}	0.400	
β	0.750	
φ _{LT}	0.957	
γ _{LT}	0.713	

Figura 46: Resultados referidos al pandeo lateral de la Barra AB

Por lo que se puede concluir, según el resultado, que la Barra AB soporta las solicitaciones frente a inestabilidades de la interacción entre pandeo por flexión y pandeo lateral, ya que el valor del coeficiente es de **0,35** para la combinación de pandeo lateral y el “eje y-y”, y de **0,40** para la referida al “eje z-z”. -Figura 47-.

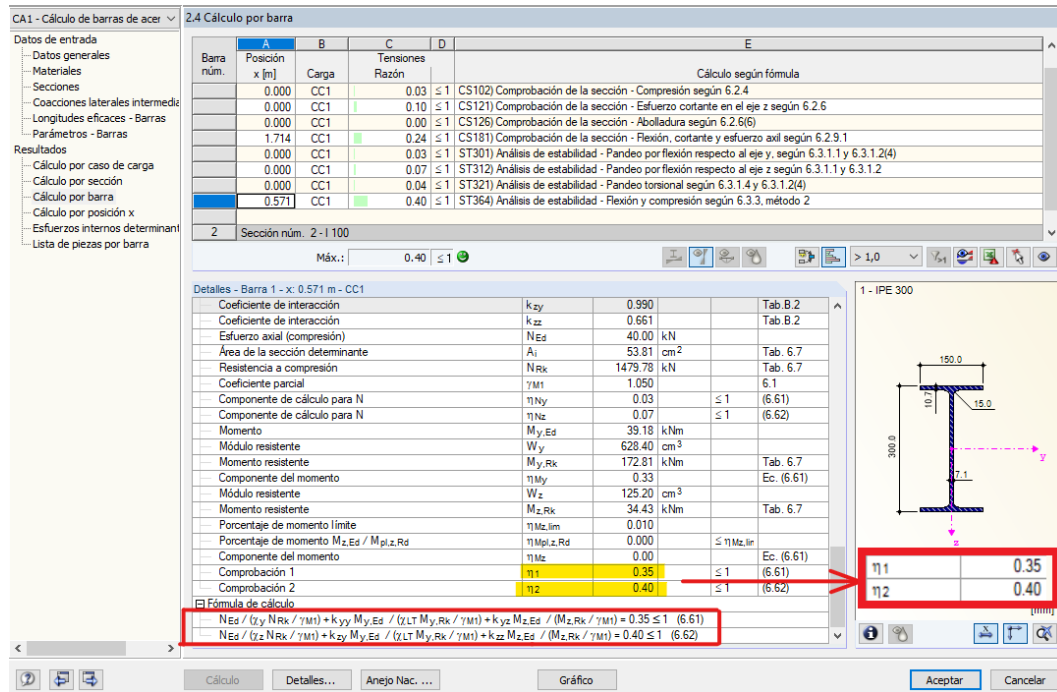


Figura 47: Resultados de la interacción entre pandeo por flexión y lateral de la Barra AB

6.2. Resolución despreciando Axil y modificando los parámetros de cálculo de RFEM para la metodología de clase.

Una vez visto como trabaja RFEM con su configuración por defecto, saber que también se puede adaptar y configurar totalmente para que utilice otro método de comprobación, como el “Caso general” utilizado en clase, el cual es más conservador.

También se procederá a anular el efecto del axil dado que, según las comprobaciones pertinentes, se puede despreciar en el cálculo y así la comprobación resulta mucho más sencilla, como se ha visto en clase. Este punto tiene el fin de que se pueda adaptar RFEM para su utilización como herramienta para comprobar resultados en ejercicios de clase.

Anular axil

El primer paso sería verificar que el axil no es influyente, para ello se aplica la comprobación de la sección para “Clase 1 y Secciones en I simétrica respecto el eje z-z”:

$$N_{Ed} > \min \begin{cases} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \\ 0,5 \cdot \frac{h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \end{cases} \quad (44)$$

Obteniendo los datos necesarios del prontuario de perfiles IPE o, del mismo software, y sustituyendo:

$$N_{Ed} > \min \begin{cases} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \cdot 5380 \cdot \frac{275 \cdot 10^{-3}}{1,05} = 352,26 \text{ kN} \\ 0,5 \cdot \frac{249 \cdot 7,1 \cdot 275 \cdot 10^{-3}}{1,05} = \mathbf{231,51 \text{ kN}} \end{cases} \quad (45)$$

Por tanto:

$$N_{Ed} = 40 \text{ kN} \not> 231,51 \text{ kN} \quad \underline{\text{No es influyente.}} \quad (46)$$

Una vez comprobado que no es influyente en el cálculo, el siguiente paso es hacer alguna modificación en el modelo para anular el axil. Para ello hay que entender primero cómo funciona la estructura con esa carga lineal aplicada. Al aplicarse esa carga hace que la barra “descienda”, haciendo actuar al tirante BC que retiene ese apoyo B para que no descienda, y al estar inclinado, se genera una fuerza en la dirección de la Barra AB hacia la izquierda, siendo esa fuerza el axil de 40 kN de compresión.

Para anular ese efecto, hay que forzar que no actúe el tirante. Eso se consigue no permitiendo que la Barra AB “descienda” por la carga que se le aplica, en otras palabras, poner un apoyo en el extremo B de la Barra AB que no permita su desplazamiento en Z.

Una vez entendido el cambio, se aconseja abrir una copia nueva del modelo utilizando “Guardar como...”. Con el modelo abierto, se edita el apoyo que se puso anteriormente con las nuevas solicitaciones. Para ello se posiciona el cursor encima del apoyo y click con el botón derecho para entrar en “Editar apoyo” -Figura 48-. O pinchar en el icono de “Nuevo apoyo en nudo”.

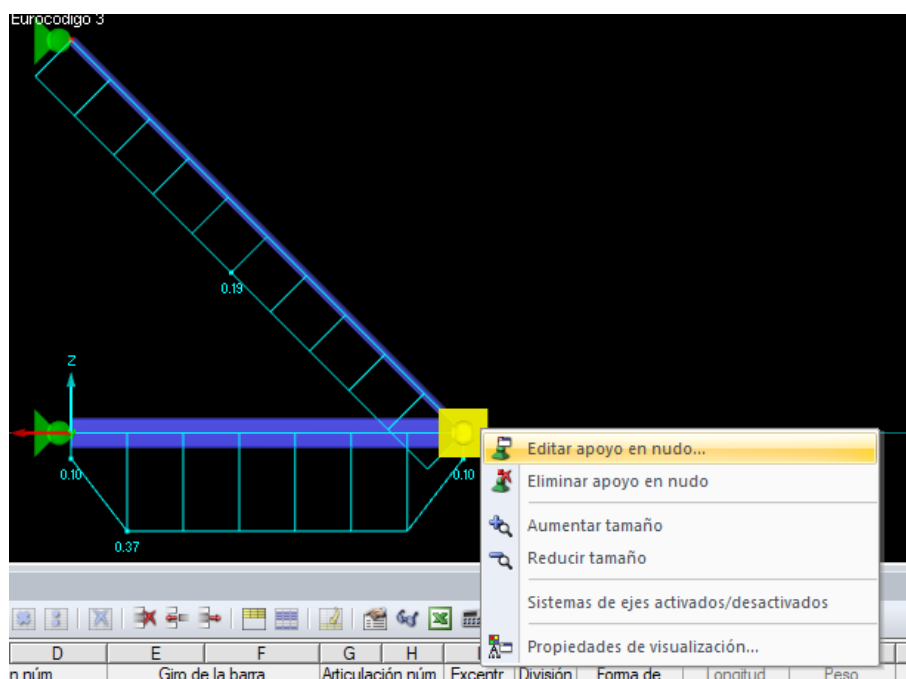


Figura 48: Editar apoyo en el punto B de la Barra AB

Cuando se abra el menú, se cambia el apoyo por uno de tipo “Articulado fijo” desde el desplegable. -Figura 49-

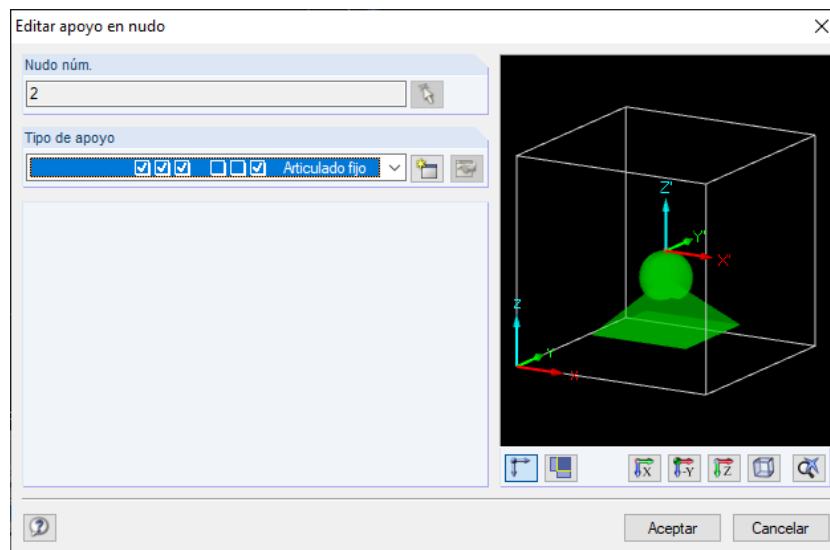


Figura 49: Apoyo Articulado fijo.

Con el apoyo articulado fijo en el punto B, se vuelve a pinchar en “Mostrar resultados” para que recalculé el modelo y, posteriormente, se vuelve a abrir el módulo RF-STEEL EC3. -Figura 50-

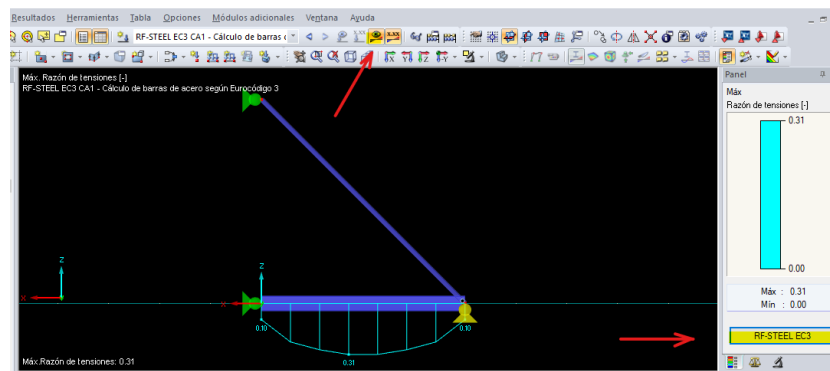


Figura 50: Recalcular modelo

Una vez dentro de RF-STEEL EC3, hay que pinchar en “Datos generales”, donde se abrirá la primera ventana que se utilizó en la configuración del módulo. Dentro de ella, en el apartado “Anejo Nacional (AN)” se encuentra el apartado donde se puede modificar la normativa a utilizar y, dentro de la que se elija, configurar qué metodología de cálculo se quiere seguir y qué parámetros se quieren modificar. Para entrar en la configuración se pincha en “Editar Anejo Nacional (AN)...”. -Figura 51-

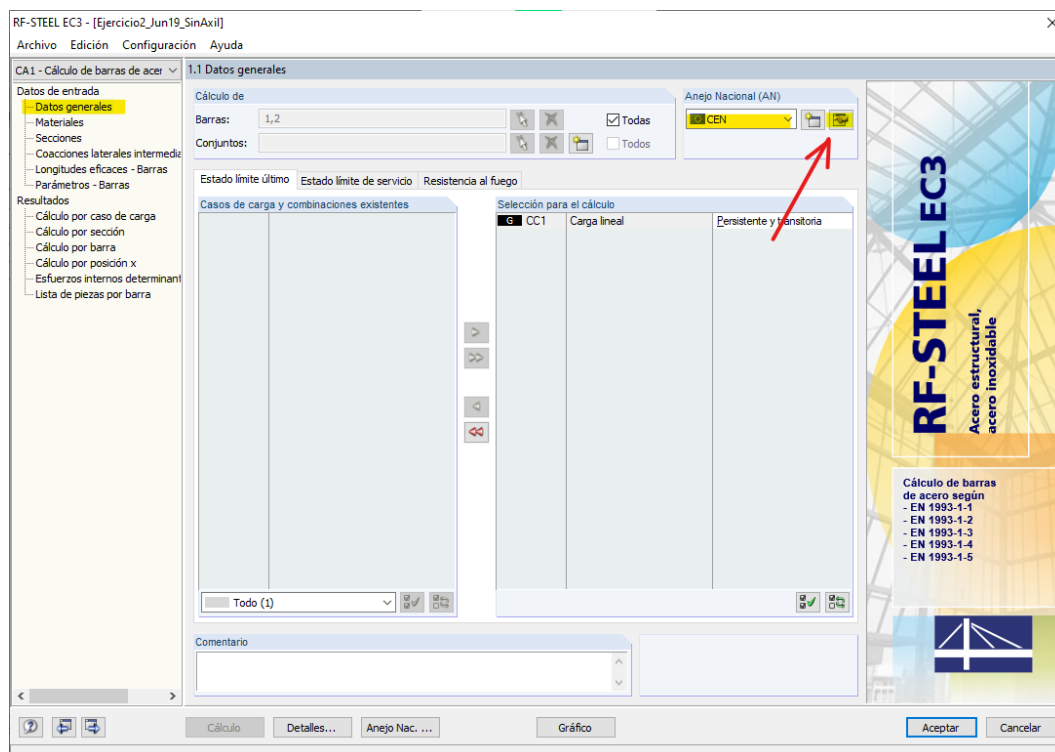


Figura 51: Abrir la configuración del Anejo Nacional.

Dentro de este menú se pueden configurar todos los parámetros y métodos, no sólo con respecto al pandeo lateral, sino en general. Además, se debe comprobar que se han introducido los valores de γ_{M0} y γ_{M1} como 1,05. En este caso, el único cambio que se necesita hacer es activar la opción dentro del apartado de curvas de pandeo “Siempre según la ec. (6.56) Caso general (conservador)”. -Figura 52-

Parámetros del Anejo Nacional - CEN

Base: Acero inoxidable (EN 1993-1-4) Conformación en frío (EN 1993-1-3)

Coeficientes parciales según 6.1, nota 2B

Para la resistencia de secciones γ_{M0} : 1.050

Para la resistencia de barras al fallo de estabilidad (cálculo de barras), así como la resistencia de la sección al fallo de estabilidad (cálculo de la sección según la teoría de 2º orden) γ_{M1} : 1.050

Para la resistencia de las secciones a rotura por tracción γ_{M2} : 1.250

Límites en servicio (flechas) según 7.2

Combinación de acciones (tabla A1.4 UNE EN 1990):

		Voladizos	
Característica	L / 300	L _c / 150	
Frecuente	L / 200	L _c / 100	
Cuasipermanente	L / 200	L _c / 100	

Configuración de cálculo frente al fuego

Factor parcial para la situación de incendio $\gamma_{M,fi}$: 1.000

Cortante según 6.2.6(3) y abolladura según UNE EN 1993-1-5

Factor η : 1.200

Parámetros para pandeo lateral

Coeficientes de imperfección de curvas de pandeo lateral según la tabla 6.3:

Coeficiente de imperfección α_{LT}

Curva de pandeo

a:	0.210
b:	0.340
c:	0.490
d:	0.760

Parámetros para Φ_{LT} según 6.3.2.3(1):

	Secciones I laminadas	Secciones I soldadas
$\bar{\lambda}_{LT,0}$:	0.400	0.400
β :	0.750	0.750

Usar el factor f para modificar χ_{LT} según 6.3.2.3(2)

Determinar las curvas de pandeo lateral para 6.3.2 y 6.3.3:

- Siempre según la ec. (6.56) Caso general (conservador)
- Siempre según la ec. (6.57) Secciones laminadas o uniformemente equivalentes
- Si es posible, según la ec. (6.57), de lo contrario según la ec. (6.56)

Determinar factores de interacción para 6.3.3(4) según el método:

- 1 según anexo A
- 2 según anexo B

Método general según 6.3.4

- Habilitar también para secciones que no sean en I
- Siempre usar el método general para análisis de estabilidad según 6.3.4 (no aplicable si existe flexión respecto al eje z)
- Usar la curva europea de pandeo lateral según [3]

[3] Naumes, J., Strohmann, I., Ungermann, D., Sedlacek, G.: Die neuen Stabilitätsnachweise im Stahlbau nach Eurocode 3. Stahlbau 77 (2008), S. 748-761
- Usar método adaptado según [4] (habilitar flexión doble)

[4] Naumes, J., Feldmann, M., Sedlacek, G.: Biegeknicke und Biegedrillknicke von Stäben und Stabsystemen auf einheitlicher Grundlage. Stahlbau 70 (2010)
- Usar interpolación según la ec. (6.66)

Aceptar Cancelar

Figura 52: Modificación en la configuración del Anejo Nacional.

Con este cambio se utiliza la siguiente metodología, vista en clase: -*Figura 53*.-

6.3.2.2 Curvas de pandeo lateral-Caso general

- (1) A menos que se especifique lo contrario, véase el apartado 6.3.2.3, para elementos de sección transversal constante sometidos a flexión, el valor de χ_{LT} , para la esbeltez adimensional apropiada, $\bar{\lambda}_{LT}$ debería determinarse mediante:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{con } \chi_{LT} \leq 1,0 \quad (6.56)$$

donde

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

α_{LT} es un coeficiente de imperfección

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

M_{cr} es el momento crítico elástico de pandeo lateral.

Figura 53: Extracto apartado 6.3.2.2, Ecuación 6.56, Caso general, del Eurocódigo 3.

Este método es utilizado también generalmente para el estudio de pandeo por flexión. En este caso, donde se está utilizando para el pandeo lateral, es la metodología mas conservadora, y la curva de pandeo que se toma, además de las ecuaciones utilizadas, tienen algunos cambios.

Una vez efectuado el cambio, se vuelve a pinchar en “Cálculo” para obtener los nuevos resultados.

Análisis de resultados.

Una vez recalculado el modelo, se vuelve a seleccionar a “Barras” a la izquierda en el menú de “Resultados”, y dentro de la Barra 1, se puede ver que la comprobación que se realiza en este caso, al no tener axil, es de “Pandeo lateral según 6.3.2.1 y 6.3.2.2 - Sección general”. Ya no realiza la interacción entre el pandeo por flexión y el pandeo lateral, por lo que la comprobación queda más sencilla. -Figura 54-.

Archivo Edición Configuración Ayuda

CA1 - Cálculo de barras de acer 2.4 Cálculo por barra

Datos de entrada

Barra num.	Posición x [m]	Carga	Tensiones Razón	Cálculo según fórmula
1	2.000	CC1	0.24 ≤ 1	CS111) Comprobación de la sección - Flexión respecto al eje y, según 6.2.5 - Clase 1 ó 2
	0.000	CC1	0.10 ≤ 1	CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2.6
	0.000	CC1	0.00 ≤ 1	CS126) Comprobación de la sección - Abolladura según 6.2.6(6)
	2.000	CC1	0.24 ≤ 1	CS141) Comprobación de la sección - Flexión y esfuerzo cortante según 6.2.5 y 6.2.8
	2.000	CC1	0.36 ≤ 1	ST333) Análisis de estabilidad - Pandeo lateral según 6.3.2.1 y 6.3.2.2 - Sección general
2	0.000	CC1	0.00 ≤ 1	CS100) Esfuerzos internos insignificantes

Máx.: 0.36 ≤ 1

Detalles - Barra 1 - x: 2.000 m - CC1

- Propiedades del material - Acero S 275 JR | DB SE-A:2007-10
- Propiedades de la sección - IPE 300
- Esfuerzos internos de cálculo
- Clasificación de la sección - Clase 1
- Razón de tensiones

Canto de la sección	h	300.0 mm		
Ancho de la sección	b	150.0 mm		
Criterio	h/b	2.00	≤ 2	Tab. 6.4
Curva de pandeo	BCLT	a		Tab. 6.4
Coefficiente de imperfección	α_{LT}	0.210		Tab. 6.3
Momento crítico elástico para pandeo lateral	M_{cr}	180.65 kNm		
Módulo resistente	W_y	628.40 cm ³		
Límite elástico	f_y	27.50 kN/cm ²		3.2.1
Esbeltez	λ_{LT}	0.978		6.3.2.2(1)
Coefficiente auxiliar	Φ_{LT}	1.060		6.3.2.2(1)
Coefficiente de reducción	χ_{LT}	0.681		Ec. (6.56)
Coefficiente parcial	γ_{M1}	1.050		6.1
Momento resistente de cálculo a pandeo lateral	$M_{b,Rd}$	112.06 kNm		Ec. (6.55)
Momento	$M_{y,Ed}$	40.00 kNm		
Razón de tensiones	η	0.36	≤ 1	(6.54)

Fórmula de cálculo

$M_{y,Ed} / M_{b,Rd} = 0.36 \leq 1$ (6.54)

1 - IPE 300

Cálculo Detalles... Anejo Nac. ... Gráfico Aceptar Cancelar

Figura 54: Resultados del modelo con axil despreciable y metodología de “Caso general”.

Se puede ver que el resultado es prácticamente el mismo, $0,36 \approx 0,40$, siendo algo más conservador al salir un coeficiente menor.

6.3. Resolución manual para el caso simplificado con axil despreciable.

Todas las fórmulas expuestas a continuación han sido obtenidas del Eurocódigo 3 para demostrar que el cálculo que emplea RFEM está basado en dicha norma

Para proceder al cálculo manual del perfil, hay que volver a tener en cuenta que el módulo RF-STEEL EC3 de RFEM se apoya en el Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero, correspondiendo el pandeo a la norma UNE-EN 1993-1-1:2010-12. En este caso, la comprobación se realiza siguiendo las indicaciones del apartado “6.3.2.1” para la obtención del índice de comprobación, y como se ha escogido en la configuración que se ha detallado anteriormente, el apartado “6.3.2.2” para la toma de la curva de pandeo respecto la ecuación 6.56.

Dicho esto, el primer paso es tomar la ecuación 6.54 del apartado “6.3.2.1” para calcular el índice de comprobación:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (47)$$

Donde:

- M_{Ed} : Valor de cálculo del momento, es decir, el momento de diseño aplicado al perfil.
- $M_{b,Rd}$: Resistencia de cálculo a flexión frente a pandeo lateral.

Para el obtener el valor del Momento de diseño M_{Ed} , se puede consultar desde RFEM en la pestaña de resultados, desplegando el apartado de “Esfuerzos internos”. O bien, se puede obtener manualmente a través de un prontuario, sabiendo que es una “viga biapoyada con carga uniforme de valor q ”: -Figura 55-.

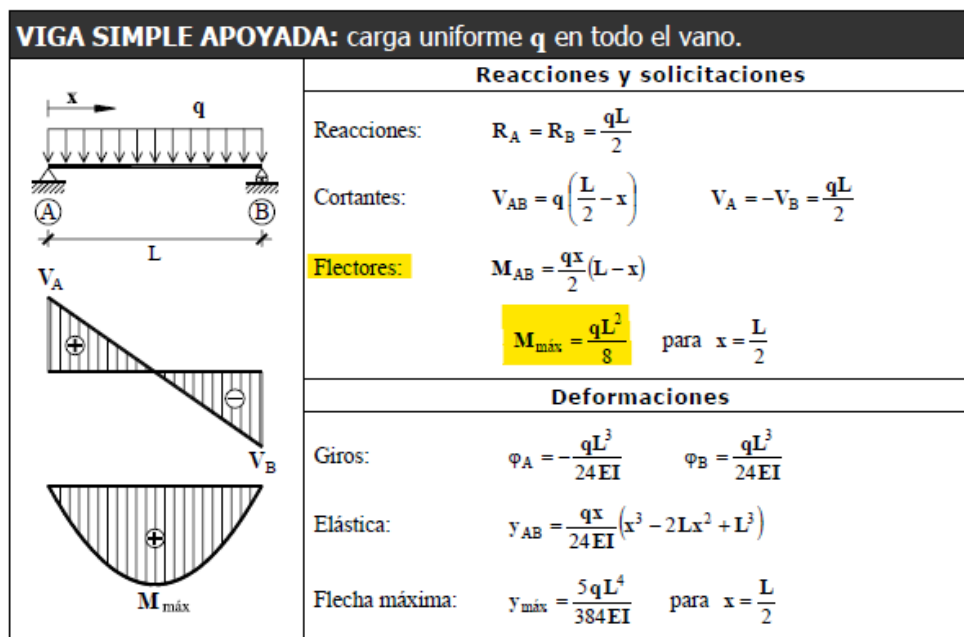


Figura 55: Prontuario para el caso de “Viga biapoyada con cargal uniforme q en todo el vano”.

Por lo que, susituyendo los valores del caso en la Barra AB quedaría:

$$M_{Ed} = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{20 \cdot 4^2}{8} = 40 \text{ kNm} \quad (48)$$

Ahora se procede a obtener el valor de la Resistencia de cálculo a flexión frente a pandeo lateral $M_{b,Rd}$. Para ello, se plantea primero la ecuación 6.55 del Eurocódigo 3:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (49)$$

Donde:

- χ_{LT} : Coeficiente de reducción para pandeo lateral.
- W_y : Módulo resistente para la sección donde:
 - $W_y = W_{pl,y}$ para secciones transversales de Clases 1 y 2.
 - $W_y = W_{el,y}$ para secciones transversales de Clase 3.
 - $W_y = W_{eff,y}$ para secciones transversales de Clase 4.
- f_y : límite elástico de la barra ($\frac{N}{mm^2}$).
- γ_{M1} : Coeficiente parcial para la resistencia de la sección neta, publicado en el Anexo Nacional= 1,05

Obtención del coeficiente de reducción para pandeo lateral χ_{LT}

En este caso, a diferencia del ejemplo anterior, se ha impuesto que RFEM utilice la ecuación 6.56 del método 6.3.2.2 “Curvas de pandeo lateral - Caso general”, la cual sería la siguiente:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} \quad \text{siendo } \chi_{LT} \leq 1,0 \quad (50)$$

Donde:

- Φ_{LT} : Coeficiente auxiliar según el método 6.3.2.2.
- λ_{LT} : Esbeltez reducida lateral.

Primero se obtiene el valor de la esbeltez reducida λ_{LT} . Para ello, al igual que en los ejemplos anteriores, se toma la ecuación del método 6.3.2.2 del Eurocódigo 3:

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} \rightarrow \text{Clase 1: } [W_y = W_{pl,y}] \rightarrow \sqrt{\frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad (51)$$

Donde:

- $W_{pl,y}$: Obtenido de prontuario = $628,40 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$
- f_y : Límite elástico = 275 N/mm^2
- M_{cr} : Momento crítico elástico de pandeo lateral.

Para el cálculo del Momento crítico de pandeo lateral M_{cr} , se utiliza la misma metodología vista en los ejemplos anteriores, mediante la siguiente ecuación:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi}{K_\phi \cdot L} \cdot \sqrt{E \cdot G \cdot I_z \cdot I_t} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{K^2} \cdot (1 + C_2^2)} \pm C_2 \cdot \frac{\pi}{K} \right] \quad (52)$$

Donde:


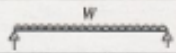
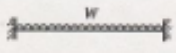
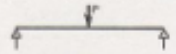
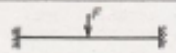
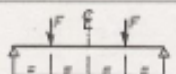
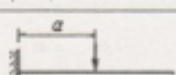
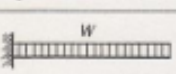
- L : Distancia entre inmovilizaciones a desplazamientos transversales y a giro torsional = 4000 mm
- K_ϕ : Coacción al giro en extremos en el plano perpendicular al de flexión {

$K_\phi = 1 \rightarrow$ Apoyos que permiten giro $K_\phi = 0,5 \rightarrow$ Imposibilitado en extremos $K_\phi = 0,7 \rightarrow$ Uno libre y otro imposible $K_\phi = 2 \rightarrow$ Empotrado-libre (Voladizo)	}	$K_\phi = 1 \rightarrow$ Apoyos que permiten giro
--	---	---
- G : Módulo de elasticidad transversal $\rightarrow G = E/2,6$.
- I_z : Inercia respecto al eje débil = $604 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

- I_t : Módulo de torsión = $20,1 \cdot 10^4 mm^4$
- I_w : Módulo de alabeo = $125,9 \cdot 10^9 mm^6$
- : K :

$$K = k_\phi \cdot L \cdot \sqrt{\frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_w}} \rightarrow K = 1 \cdot 4000 \cdot \sqrt{\frac{\frac{210000}{2,6} \cdot 20,1 \cdot 10^4}{210000 \cdot 125,9 \cdot 10^9}} = \mathbf{3,134} \quad (53)$$

- C_1 : Coeficiente dependiente de condiciones de contorno y carga. En este caso, que se tiene $K_\phi = 1$ y siendo un caso de viga biapoyada con carga uniforme, la cual equivale a una carga resultante puntual en el centro de la viga, consultando la tabla usada en la asignatura-*Figura 56*-, se adopta un valor de $\mathbf{C_1 = 1,132}$.
- C_2 : Coeficiente dependiente del punto o zona de aplicación de carga en la sección, también varía según contorno y tipo de carga. Si la carga se aplica en el baricentro o no existe carga transversal, el coeficiente C_2 adopta el valor de 0. Coincidiendo dichas premisas con las que se obtienen en el ejercicio por lo que dicho coeficiente adoptará el valor de $\mathbf{C_2 = 0}$.

Tipo de carga y condiciones de apoyo	Diagrama de momentos flectores	Valor de k_g	Valores de coeficientes		
			c_1	c_2	c_3
	$\psi = +1$	1,0 0,7 0,5	1,000 1,000 1,000	-	1,000 1,113 1,114
	$\psi = +3/4$	1,0 0,7 0,5	1,141 1,270 1,305	-	0,998 1,565 2,283
	$\psi = +1/2$	1,0 0,7 0,5	1,323 1,473 1,514	-	0,992 1,856 2,271
	$\psi = +1/4$	1,0 0,7 0,5	1,563 1,739 1,785	-	0,977 1,831 2,235
	$\psi = 0$	1,0 0,7 0,5	1,879 2,092 2,150	-	0,939 1,473 2,150
	$\psi = -1/4$	1,0 0,7 0,5	2,281 2,538 2,609	-	0,855 1,340 1,857
	$\psi = -1/2$	1,0 0,7 0,5	2,704 3,009 3,093	-	0,676 1,059 1,546
	$\psi = -3/4$	1,0 0,7 0,5	2,927 3,009 3,093	-	0,266 0,575 0,837
	$\psi = -1$	1,0 0,7 0,5	2,752 3,063 3,149	-	0,000 0,000 0,000
			1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652	0,753 1,070
		1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432	1,730 3,050
		1,0 0,5	1,565 0,938	1,257 0,715	2,540 4,800
		1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410	1,120 1,890
		1,0 $k_g=2$	$1,28a$	0,84	
		1,0 $k_g=2$	2,05		

Valores de los coeficientes c_1 , c_2 y c_3 correspondientes a los valores del factor k_g con $k_g=1$

Figura 56: Tabla para la aproximación del coeficiente C1.

Una vez se han obtenido todos los datos y coeficientes, se sustituye en la ecuación para obtener M_{cr} :

$$M_{cr} = 1,132 \cdot \frac{\pi}{1 \cdot 4000} \cdot \sqrt{210000 \cdot \frac{210000}{2,6} \cdot 604 \cdot 10^4 \cdot 20,1 \cdot 10^4}. \quad (54)$$

$$\cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{3,134^2} \cdot (1 + 0^2)} \pm 0 \cdot \frac{\pi}{3,134} \right] \rightarrow M_{cr} = \mathbf{180,65 \text{ kNm}} \quad (55)$$

Una vez obtenido el valor del Momento Crítico, se puede determinar $\bar{\lambda}_{LT}$, junto con el resto de datos:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{628,4 \cdot 10^3 \cdot 275}{180,65 \cdot 10^6}} = \mathbf{0,978} \quad (56)$$

A continuación, a diferencia del ejemplo anterior y siguiendo las modificaciones de configuración en la metodología de cálculo de RC-STEEL EC3, para la obtención del Coefficiente auxiliar Φ_{LT} se toma nuevamente de la ecuación 6.56 del método 6.3.2.2:

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (57)$$

El único parámetro que queda por determinar es el coeficiente de imperfección α_{LT} , proveniente de la curva de pandeo. En este caso, RFEM se apoya en la Tabla 6.4 del Eurocódigo 3-*Figura 57*-, a diferencia del ejemplo anterior que tomaba la Tabla 6.5, y posteriormente la Tabla 6.3 para el coeficiente de imperfección-*Figura 58*-.

Tabla 6.4 – Recomendaciones para la elección de la curva de pandeo lateral para secciones transversales utilizando la ecuación (6.56)

Sección transversal	Límites	Curva de pandeo
Secciones en I laminadas	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Secciones en I soldadas	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Otras secciones transversales	–	d

Figura 57: Tabla 6.4 del Eurocódigo 3, curva de pandeo lateral.

Tabla 6.3 – Valores recomendados para el coeficiente de imperfección para las curvas de pandeo lateral

Curva de pandeo	a	b	c	d
Coefficiente de imperfección α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Figura 58: Tabla 6.3 del Eurocódigo 3, coeficiente de imperfección según curva de pandeo.

$$\text{Curva de pandeo } \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} \leq 2 = \frac{300}{150} = 2 \\ \text{Perfil laminado en I} \end{array} \right\} \text{ Curva a} \rightarrow \alpha_{LT} = \mathbf{0,21}$$

Nota: Se puede ver la diferencia, ya que en el ejemplo anterior, por la metodología, se tomaba la “curva b” y por ende el coeficiente de imperfección $\alpha_{LT} = 0,34$.

Por lo que sustituyendo en la ecuación del coeficiente Φ_{LT} :

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,978 - 0,2) + 0,978^2] = \mathbf{1,06} \quad (58)$$

Y por último, ya podría calcularse el coeficiente de reducción por pandeo χ_{LT} :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{1,06 + \sqrt{1,06^2 - 0,978^2}} = \mathbf{0,681} \leq 1,0 \quad (59)$$

Ya se tienen todos los datos para el cálculo de $M_{b,Rd}$, por lo que sustituyendo quedaría:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_{pl,y} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,681 \cdot 628400 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{275 \cdot 10^{-3}}{1,05} \quad (60)$$

$$\mathbf{M_{b,Rd} = 112,06 \text{ kNm}} \quad (61)$$

Ya se puede realizar la comprobación obteniendo la razón de tensiones:

$$\eta = \frac{M_{ed}}{M_{b,Rd}} \rightarrow \eta = \frac{40}{112,06} = 0,35695 \approx \mathbf{0,36} \quad (62)$$

Como conclusión, se ha comprobado que todos los métodos son igual de válidos a nivel resultado, pudiendo configurar RF-STEEL EC3 al método deseado por el usuario para realizar cualquier tipo de comprobación. Así pues, ya sea para comprobación de ejercicios de clase o, para el uso del software en el ámbito laboral, estas son todas las herramientas disponibles para el estudio de análisis de estabilidad frente a pandeo lateral.

7. Ejercicio 3.

(Ejercicio de Diseño para dimensionar el Perfil HEA dadas las solicitaciones de carga y su geometría.)

Dimensionar la Barra AB para que cumpla las solicitaciones de carga ante fenómenos de pandeo lateral, siguiendo las siguientes características:

- Perfil HEA de Acero S-275.
- Pilar Empotrado-Apoyado en ambos planos. $L=8m$.
- Cargas:
 - Axil compresión: 400 kN ($8m$, en la punta.); 800 kN ($5,5m$)
 - Transversales: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Lineales: } 50\text{ kN/m (Uniforme sobre el ala exterior.)} \\ \text{Puntuales: } 19\text{ kN (4m) En la dirección del EJE Y.} \end{array} \right.$
- Esfuerzos:

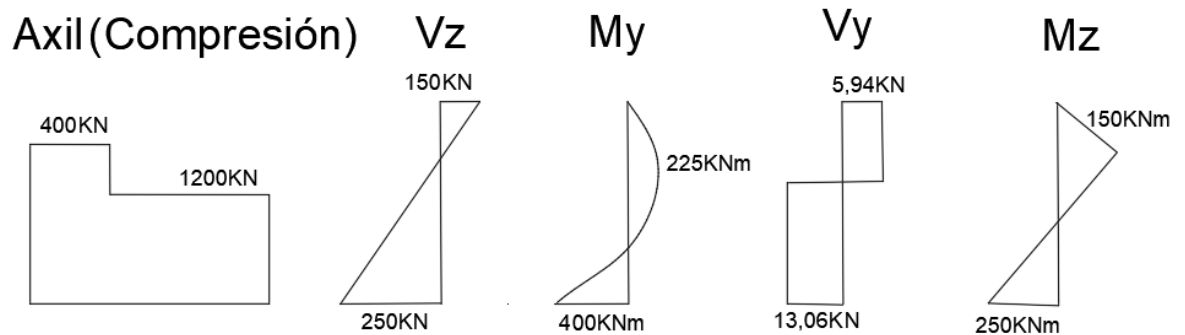


Figura 59: Esfuerzos a los que se somete la Barra AB.

- Esquema y dimensiones:

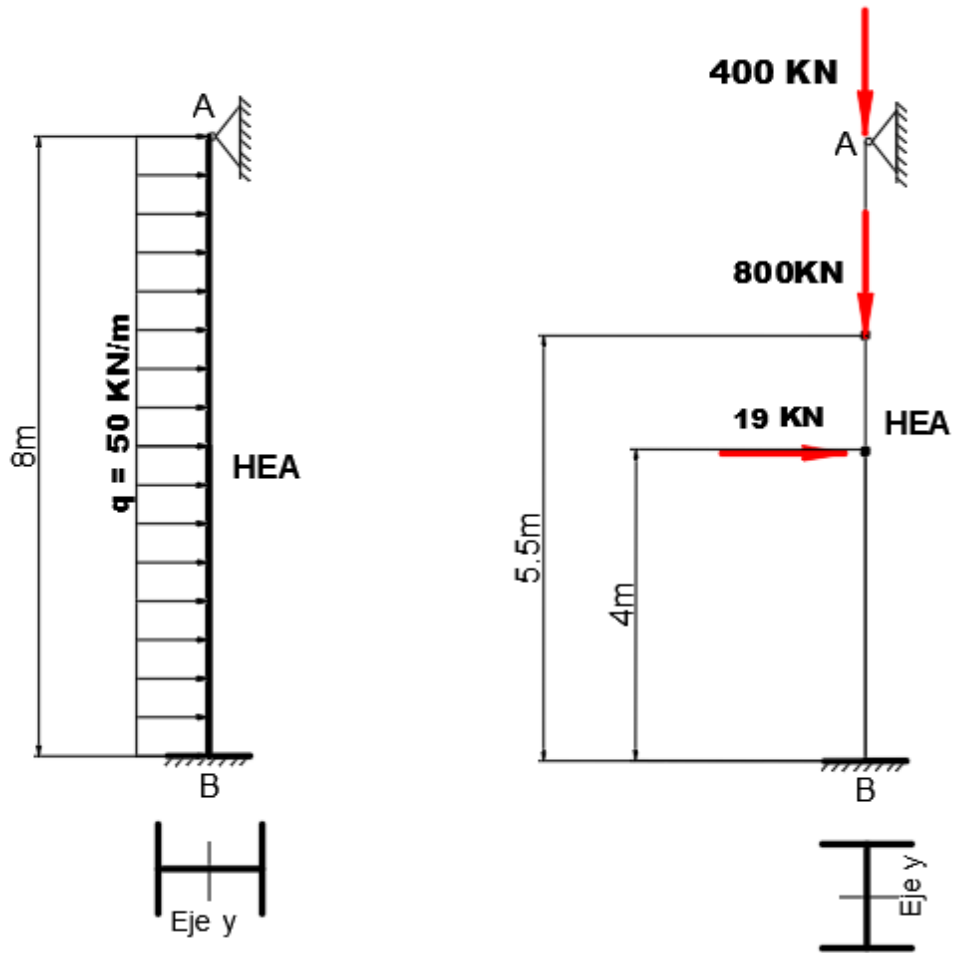


Figura 60: Dimensiones y esquema de la estructura.

Pontuario perfiles HEA.

HEA	CARACTERÍSTICAS DIMENSIONALES Y MECÁNICAS DE LA SERIE													
	HEA	Dimensiones					Sección	Peso	Propiedades de la Sección					
		h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	r mm			d mm	Referido al eje y-y			Referido al eje z-z	
ly cm ⁴	Wy cm ³	iy cm	Iz cm ⁴	Wz cm ³	iz cm									
HEA 100	96	100	5	8	12	56	21.2	16.7	349	72.8	4.06	134	26.8	2.51
HEA 120	114	120	5	8	12	74	25.3	19.9	606	106	4.89	231	38.5	3.02
HEA 140	133	140	5.5	8.5	12	92	31.4	24.7	1,030	155	5.73	389	55.6	3.52
HEA 160	152	160	6	9	15	104	38.8	30.4	1,670	220	6.57	616	76.9	3.98
HEA 180	171	180	6	9.5	15	122	45.3	35.5	2,510	294	7.45	925	103	4.52
HEA 200	190	200	6.5	10	18	134	53.8	42.3	3,690	389	8.28	1,340	134	4.98
HEA 220	210	220	7	11	18	152	64.3	50.5	5,410	515	9.17	1,950	178	5.51
HEA 240	230	240	7.5	12	21	164	76.8	60.3	7,760	675	10.8	2,770	231	6
HEA 260	250	260	7.5	12.5	24	177	86.8	68.2	10,450	836	11	3,670	282	6.5
HEA 280	270	280	8	13	24	196	97.3	76.4	13,670	1,010	11.9	4,760	340	7
HEA 300	290	300	8.5	14	27	208	113	88.3	18,260	1,260	12.7	6,310	421	7.47
HEA 320	310	300	9	15.5	27	225	124	97.6	22,930	1,480	13.6	6,990	466	7.51
HEA 340	330	300	9.5	16.5	27	243	133	105	27,690	1,680	14.4	7,740	496	7.46
HEA 360	350	300	10	17.5	27	261	143	112	33,090	1,890	15.2	7,890	526	7.43
HEA 400	390	300	11	19	27	298	159	125	45,070	2,310	16.8	8,560	571	7.34
HEA 450	440	300	11.5	21	27	344	178	140	63,720	2,900	18.9	9,470	631	7.29
HEA 500	490	300	12	23	27	390	198	155	86,970	3,550	21	10,370	691	7.24
HEA 550	540	300	12.5	24	27	438	211.8	166	111,932	4,150	23	10,819	721	7.15
HEA 600	590	300	13	25	27	486	226.6	178	141,208	4,790	25	11,271	751	7.05

Figura 61: Prontuario Perfiles HEA.

7.1. Modelado y dimensionamiento con RFEM.

En este ejercicio se abordará el dimensionamiento de un perfil conociendo las solicitaciones de carga a las que está sometido y su geometría. Este procedimiento es largo y tedioso de realizar con cálculos a mano, ya que consiste en realizar las comprobaciones del perfil uno a uno hasta que se cumplan los requisitos de diseño. Además de que, en el ámbito laboral, es una práctica recurrente debido a que lo que se suele conocer son cargas y geometría, y se busca posteriormente el perfil que se adapte, no es tan común conocer a priori el perfil. Por todo ello, el uso de software de cálculo como Dlubal, o manejo de hojas de cálculo, facilitan enormemente esta actividad y previenen muchos errores.

Modelado de la estructura.

Para comenzar, se crea un Nuevo Proyecto como se indicó anteriormente en la guía en el apartado de “Modelado Común”, eliminando los materiales y seleccionando “Acero S275 JR”. Tras esto, se procede a introducir la Barra AB pinchando en “Nueva barra individual”, y escogiendo “Perfiles en I” dentro de “Laminados” de la biblioteca de secciones. Una vez dentro, hay que irse a la “Serie HEA”. -*Figura 62-*

En este caso, se va a comenzar por un **HEA-450**. Realmente se puede empezar por cualquiera ya que después, cambiar y comprobar el perfil es muy rápido y en principio no sabemos, sin cálculos estimativos, qué perfil cumplirá para ir más directos.

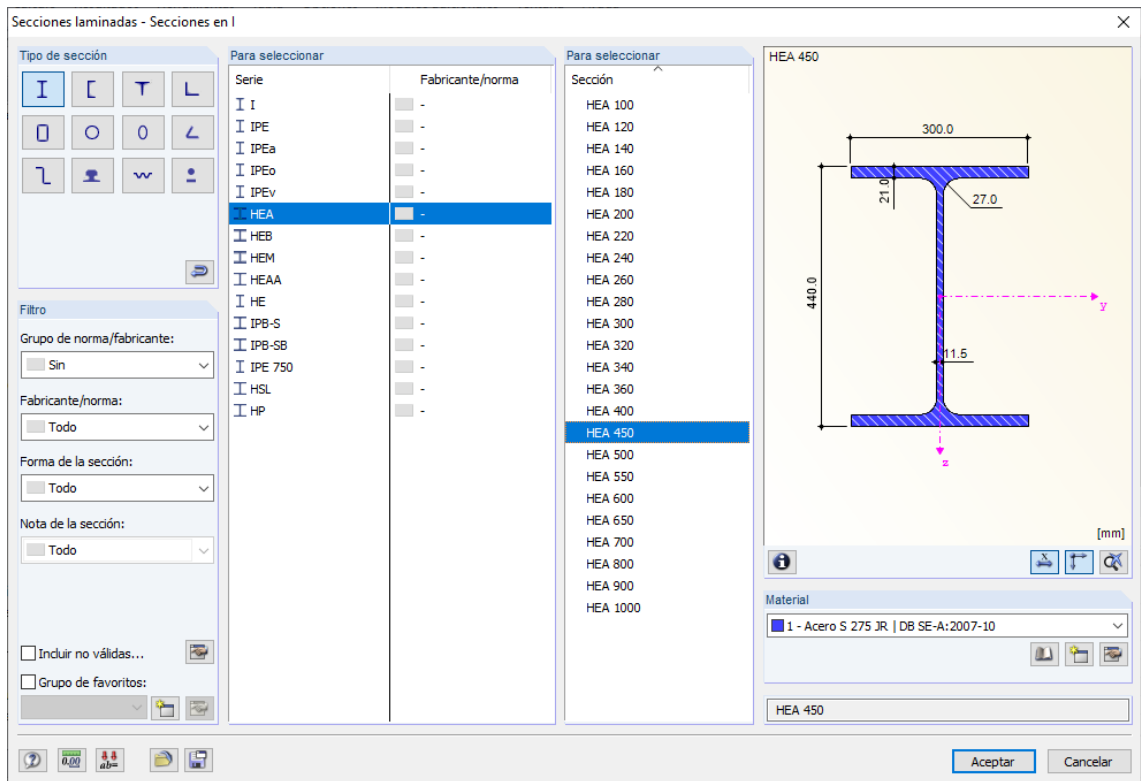


Figura 62: Introducir perfil HEA-450.

Una vez elegido el perfil HEA, se introducen los nudos que corresponden a los extremos de la barra, en este caso, Punto A $[0,0,8]$ m y Punto B $[0,0,0]$ m.

Con el pilar ya modelado, se crean los nudos donde están aplicadas las cargas. Para ello, se pincha en “Nuevo nudo” y, del mismo modo que se han introducido los nudos de la barra, se introduce el Nudo 3 $[0,0,4]$ m, para la carga transversal; y el Nudo 4 $[0,0, 5.5]$ m, para el axil de compresión. -Figura 63-

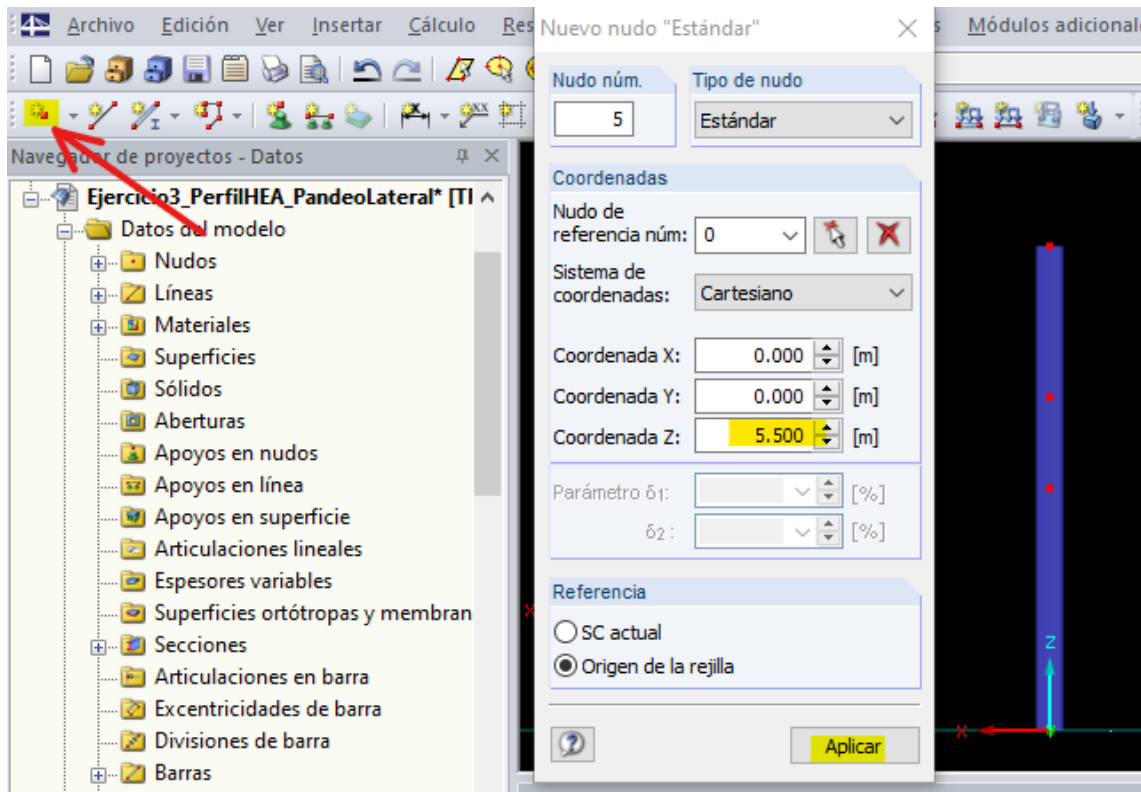


Figura 63: Introducir nudos donde se aplican las cargas.

El siguiente paso es introducir los apoyos. Según el enunciado, en el Punto B el pilar está empotrado, y en el Punto A se encuentra Articulado fijo en ambos planos, por lo que, tras introducir desde “Nueva apoyo en nudo” uno tipo Empotrado en el Punto $[0,0,0]$, se introduce uno “Articulado fijo” en el Punto $[0,0,8]$ m. Después, se pincha con el botón derecho sobre el nudo articulado, y se entra en “Editar apoyo en nudo”, para introducir las restricciones que simulen un apoyo articulado en ambos planos. Esto implica restringir solamente el desplazamiento lineal en dirección X e Y. -Figura 64-

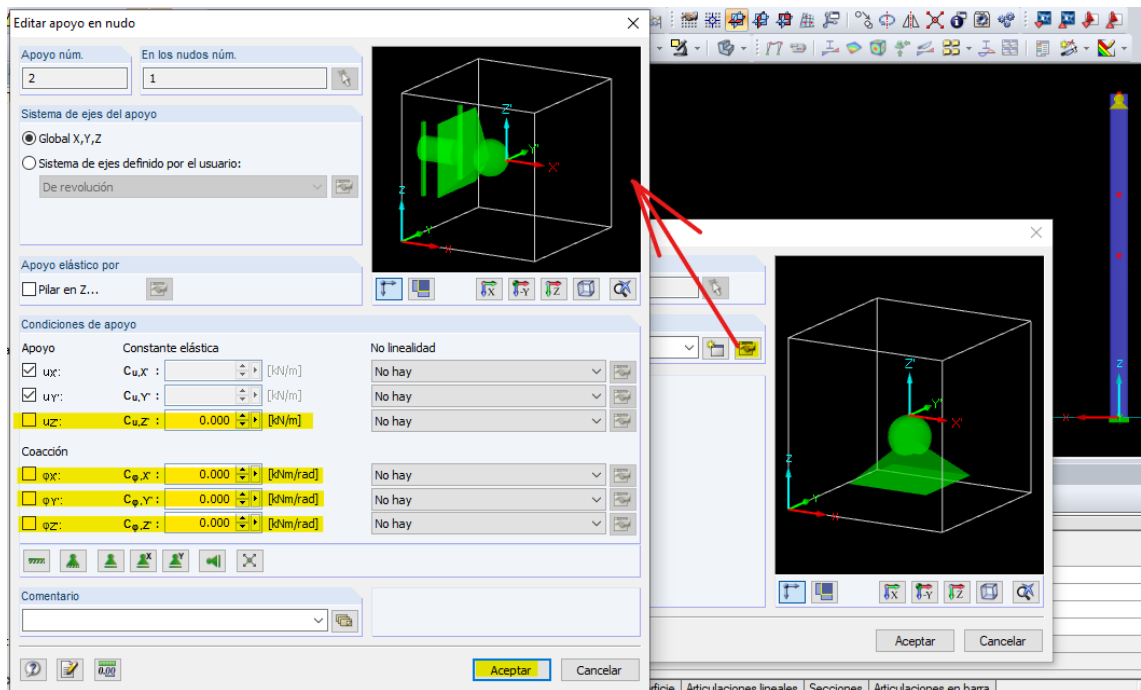


Figura 64: Apoyo articulado del Punto A.

Para finalizar el modelo, solo queda introducir las cargas. Primero se van a introducir las cargas puntuales en los nudos preparados previamente, y después la carga uniforme lineal.

Se pincha en Insertar>Cargas>3.1 Cargas en nudos>Gráficamente. Se abre el menú de “Casos de carga”, donde hay que desactivar la casilla de “Peso propio”, al igual que en los anteriores ejemplos, y tras nombrarlo, se pincha en “Aceptar”. Ahora se abre el menú de cargas puntuales. Primero se introducen las cargas en la directriz de Z que corresponden al axil de compresión. Estas cargas son $Pz1 = -800 \text{ kN}$ en $L = 5,5\text{m}$ y $Pz2 = -400 \text{ kN}$ en $L = 8\text{m}$. -Figura 65-

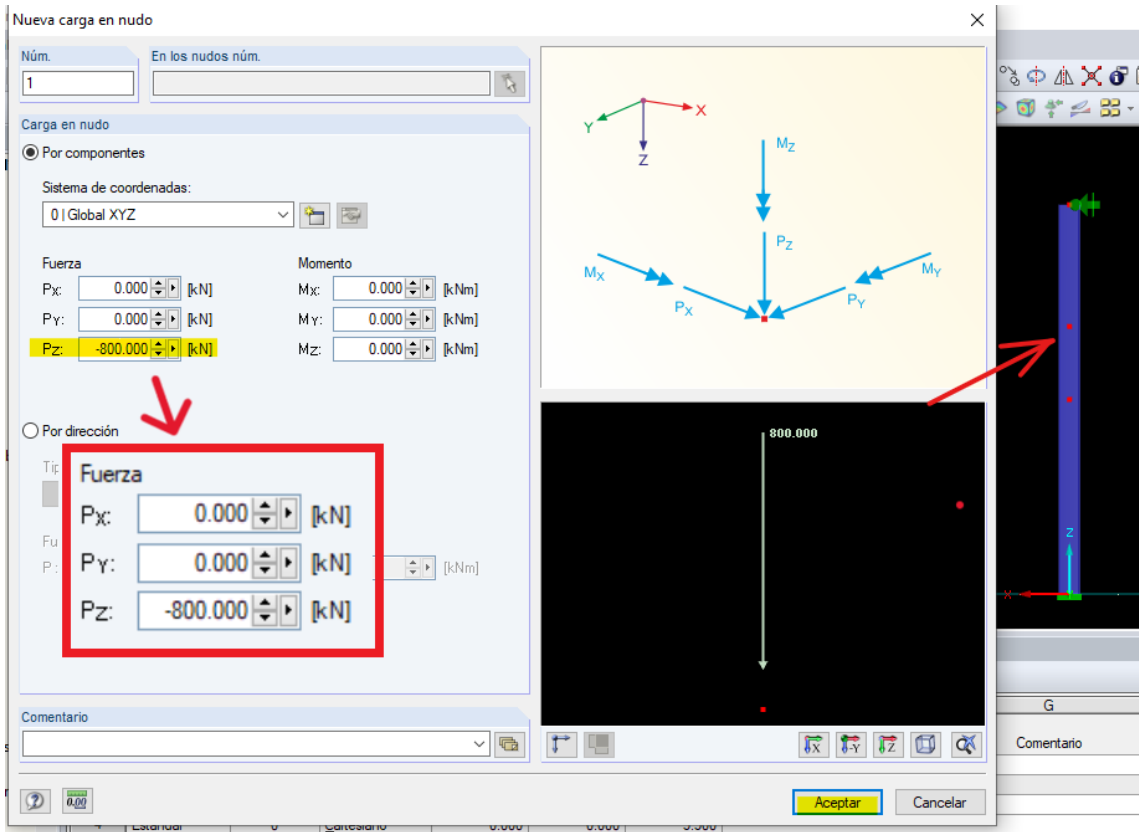


Figura 65: Introducir carga axial de compresión.

Para introducirla, solo hay que pinchar sobre el nudo que se creó previamente a la altura de 5,5m, para la carga de -800 kN, y repetir el proceso para la carga de -400 kN, introduciendo esta última en el extremo superior del pilar en el Punto A.

Tras las cargas axiales, se introduce la carga en dirección Y de $P_y = 19$ kN a 4m, justo en el punto central del pilar. Para ello, es aconsejable pinchar arriba en “Vista en dirección X” para tener una disposición más favorable, y del mismo modo que antes se introduce la carga en el nudo. -Figura 66-

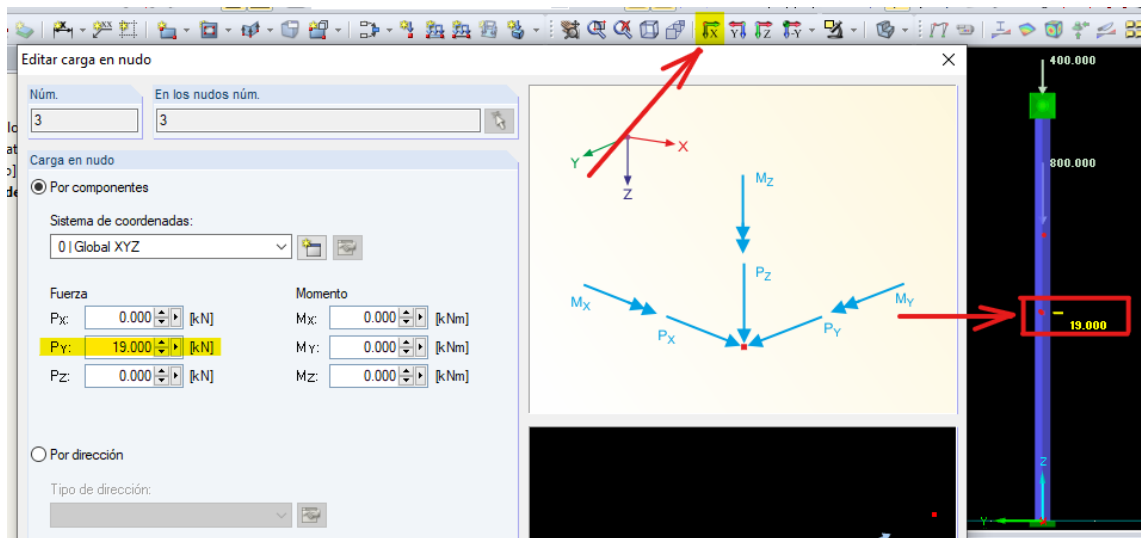


Figura 66: Introducir carga lateral.

Por último, solo quedaría la carga uniforme lineal sobre el ala del pilar. Para ello se pincha en Insertar>Cargas>Cargas en Barras>Gráficamente. Importante no entrar en “Cargas lineales”, sino en “Cargas en barras”, ya que puede generar errores.

Se configura pinchando en **XL** como dirección de la carga tipo “Global”. Y se introduce el valor de $q = -50 \text{ kN/m}$, se pincha en “Aceptar” y se pulsa en la barra para que se introduzca. -Figura 67-.

Con ello ya estaría terminado el modelo, por lo tanto, se pincha el icono de “Mostrar resultados” para calcularlo.

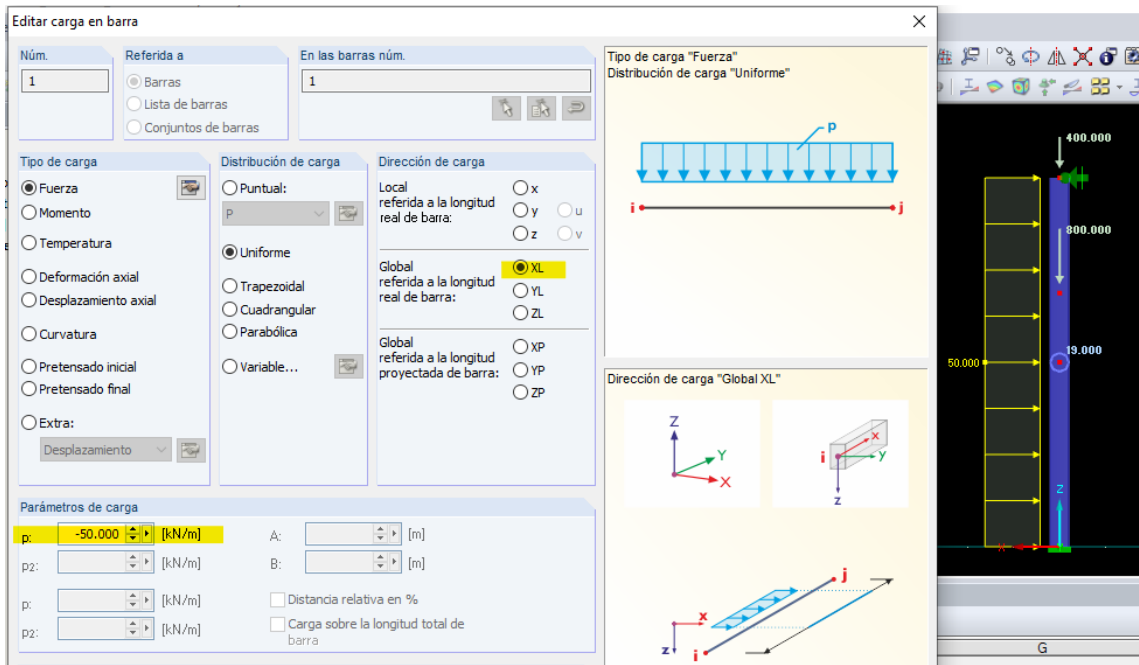


Figura 67: Introducir carga uniforme lineal sobre el ala.

Una vez se ha calculado el modelo, para verificar que están todas las cargas correctamente introducidas y aprovechando que el enunciado ofrece los diagramas de esfuerzos, se pincha en la esquina inferior izquierda en “Resultados”, y tras ello, en los desplegable “Barras>Esfuerzos internos”. Dentro están todos los diagramas de esfuerzos. En algún caso como V_z y M_y no coinciden exactamente por muy poco. No hay problema ya que depende en algún caso del prontuario que se toma para el cálculo, siendo el valor prácticamente el mismo. -Figura 68-

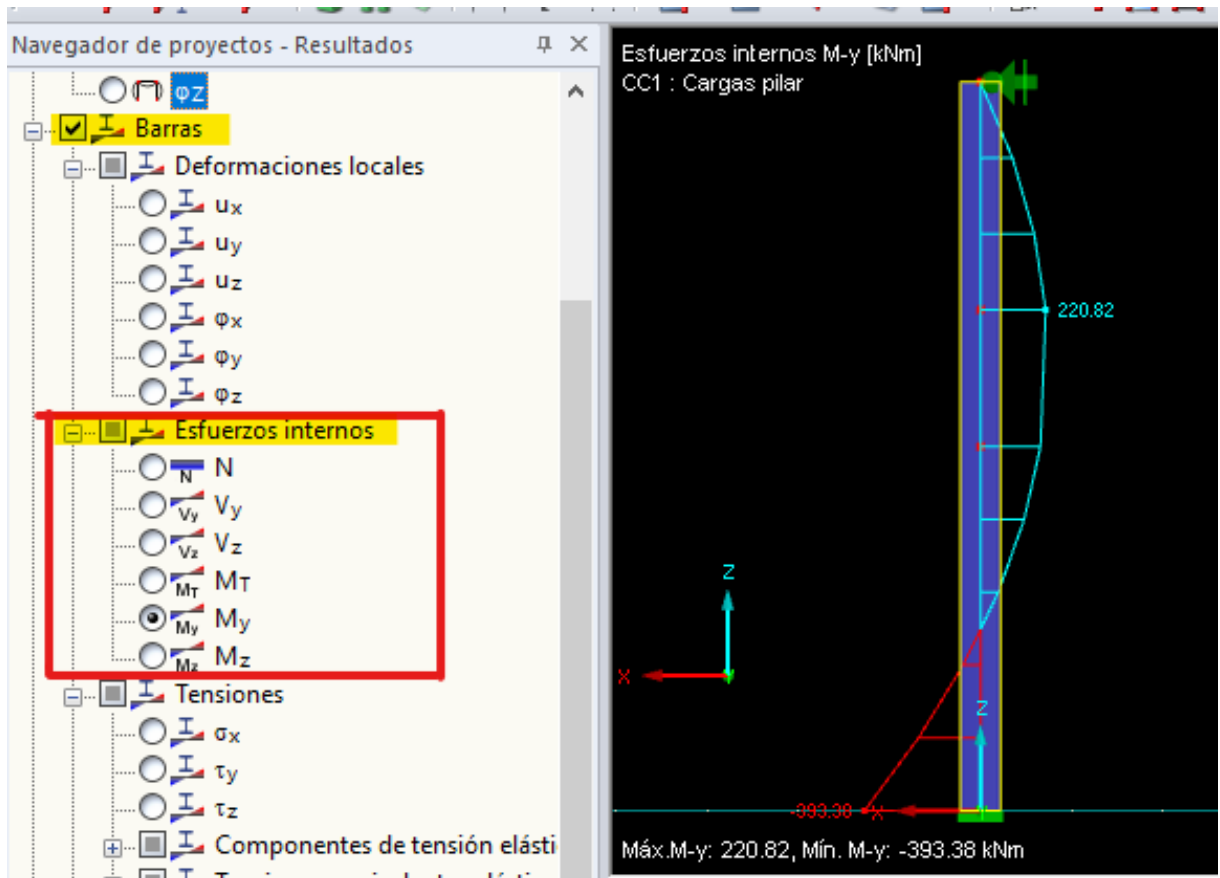


Figura 68: Comprobar diagramas de esfuerzos del pilar desde “Resultados”.

Para realizar la comprobación frente al pandeo lateral, se utiliza nuevamente el módulo RF-STEEL EC3 con la configuración que se vió en la guía. Dentro de “Editar Anejo Nacional (AN)” se escoge la configuración por defecto para la metodología de cálculo. Únicamente hay que añadir el valor de los coeficientes γ_{M0} y γ_{M1} , siendo este 1,05 como en el resto de ejemplos. -Figura 69-.

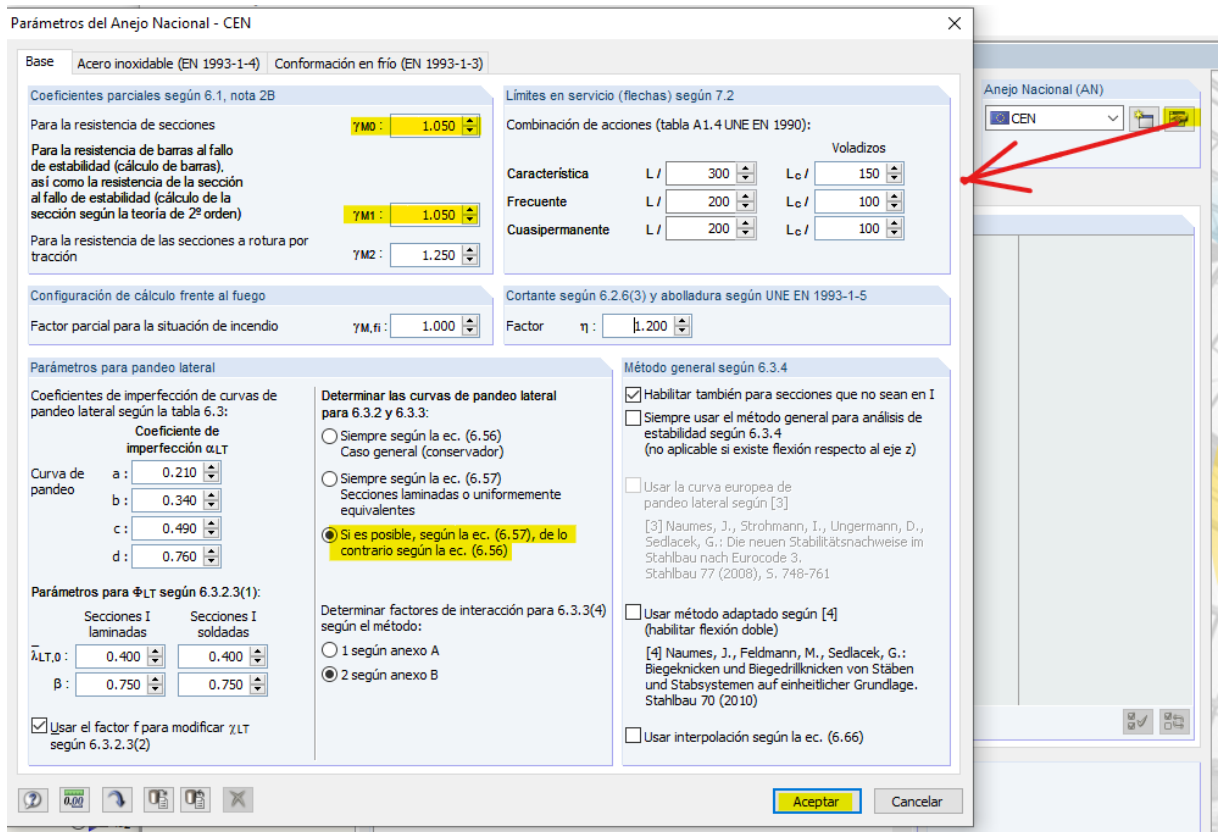


Figura 69: Configuración de la metodología para el cálculo.

El otro paso en la configuración es, como en el resto de ejemplos, activar desde el botón inferior “Detalles” la introducción manual del Momento crítico M_{cr} dentro de la pestaña “Estabilidad”. Tras ello, hay que irse al apartado “1.5 Longitudes eficaces - Barras” de la izquierda. -Figura 70-.

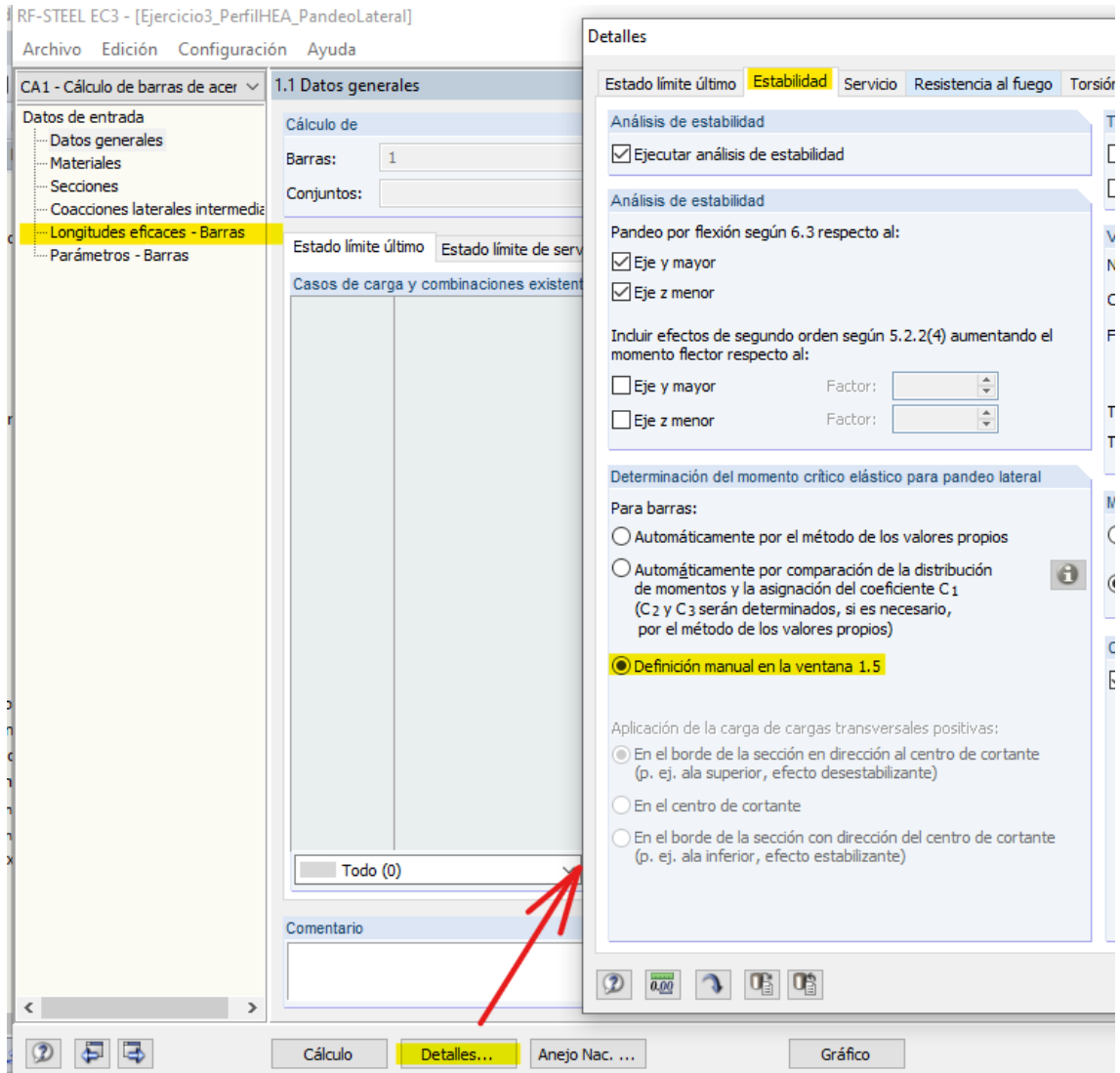


Figura 70: Configuración para introducir el valor de Momento Crítico manualmente.

Antes de introducir el valor del Momento crítico M_{cr} , tener en cuenta que, al estar en un ejercicio de diseño donde se van a comprobar distintos perfiles, es recomendable elaborar una Hoja de cálculo para calcular el valor del Momento Crítico de cada uno de forma rápida y previniendo errores. Para ello, se puede hacer uso de Excel, donde en este caso se han introducido los perfiles HEA 450, 500 y 550, junto con los datos que proporciona RFEM. -Figura 71-.

CÁLCULO DEL MOMENTO CRÍTICO						
Datos comunes		$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi}{K_\phi \cdot L} \cdot \sqrt{E \cdot G \cdot I_z \cdot I_t} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{K^2} \cdot (1 + C_2^2)} \pm C_2 \cdot \frac{\pi}{K} \right]$ $K = k_\phi \cdot L \cdot \sqrt{\frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_w}}$				
L	8000 mm					
E	210000 Mpa					
G	81000 Mpa					
C1	3,009 Viene de tomar $\Psi = -223/400$, y $k_\phi = 0,7$. Tabla: 3,009 siendo el mayor valor de todos los casos					
k ϕ	0,7					
Datos que varían con la sección						
HEA	Iz	It	Iw	K	Mcr	(KNm)
450	94650000	2438000	4,148E+12	2,666357423	5168349643	5168,349643
500	103700000	3093000	5,643E+12	2,574873063	6220081748	6220,081748
550	108200000	3515000	7,189E+12	2,431920154	7014060520	7014,06052

Figura 71: Hoja de cálculo para el Momento Crítico de los distintos perfiles.

Se obtiene que, para cada perfil, el valor del Momento crítico será:

$$\text{HEA 450} \rightarrow M_{cr} = 5168,35 \text{ kNm.} \quad (63)$$

$$\text{HEA 500} \rightarrow M_{cr} = 6220,08 \text{ kNm.} \quad (64)$$

$$\text{HEA 550} \rightarrow M_{cr} = 7014,07 \text{ kNm.} \quad (65)$$

Una vez hecho esto, ahora si se introduce el valor de $M_{cr} = 5168,35 \text{ kNm}$ para el perfil HEA-450 -Figura 72-. Y se le da a “Calcular” para obtener los resultados del modelo.

RF-STEEL EC3 - [Ejercicio3_PerfilHEA_PandeoLateral]
 Archivo Edición Configuración Ayuda

CA1 - Cálculo de barras de acer 1.5 Longitudes eficaces - Barras

Barra núm.	Pandeo respecto al eje y		Pandeo respecto al eje z			Pandeo lateral y pandeo flexotorsional						
	A Pandeo posible	B Posible	C k _{cr,y}	D L _{cr,y} [m]	E Posible	F k _{cr,z}	G L _{cr,z} [m]	H Posible	I k _z	J M _{cr} [kNm]	K L _w [m]	L L _T [m]
1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1.000	8.000	<input checked="" type="checkbox"/>	1.000	8.000	<input checked="" type="checkbox"/>	1.0	5168.35	8.000	8.000...

Figura 72: Hoja de cálculo para el Momento Crítico de los distintos perfiles.

Resultados del modelo y fase de dimensionamiento.

Para comprobar el resultado, se pincha en el apartado de “Cálculo por Barras”, y la última comprobación indica la comprobación de “Flexión y compresión según 6.3.3, método 2”. Una vez se entra dentro de ella, se puede ver como no cumple debido a que aparece en color rojo, e indica que el valor de la comprobación es $1,10 > 1$, el cual corresponde a la comprobación de interacción entre pandeo por flexión en el eje z-z y pandeo lateral. -Figura 73-.

Del mismo modo, ver que indica que la comprobación se realiza en la longitud $L=2.5 \text{ m}$, lo cual se ve en la primera columna izquierda. Este es el nudo que se encuentra a 5,5m de la base y corresponde al más desfavorable.

Tras esto, el procedimiento para dimensionar el perfil es sencillo, se va avanzando a través de los siguientes perfiles, introduciendo en cada uno su valor de Momento Crítico, hasta que se cumplan los requisitos de diseño del proyecto.

RF-STEEL EC3 - [Ejercicio3_PerfilHEA_PandeoLateral]

Archivo Edición Configuración Ayuda

CA1 - Cálculo de barras de acer 2.4 Cálculo por barra

Datos de entrada

- Datos generales
- Materiales
- Secciones
- Coacciones laterales intermedia
- Longitudes eficaces - Barras
- Parámetros - Barras

Resultados

- Cálculo por caso de carga
- Cálculo por sección
- Cálculo por barra**
- Cálculo por posición x
- Esfuerzos internos determinan
- Lista de piezas por barra

Barra núm.	A Posición x [m]	B Carga	C Tensiones Razón	D	E
1	Sección núm. 1 - HEA 450				
	2.500	CC1	0.26	≤ 1	CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4
	8.000	CC1	0.25	≤ 1	CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2
	4.000	CC1	0.01	≤ 1	CS123) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje y, según 6.2
	0.000	CC1	0.00	≤ 1	CS126) Comprobación de la sección - Abolladura según 6.2.6(6)
	8.000	CC1	0.37	≤ 1	CS221) Comprobación de la sección - Flexión biaxial, cortante y esfuerzo axial
	0.000	CC1	0.09	≤ 1	ST301) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje y, según 6.
	0.000	CC1	0.19	≤ 1	ST312) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje z según 6.3
	0.000	CC1	0.12	≤ 1	ST322) Análisis de estabilidad - Pandeo torsional según 6.3.1.4 y 6.3.1.2
	2.500	CC1	1.10	> 1	ST364) Análisis de estabilidad - Flexión y compresión según 6.3.3, método 2

Máx.: 1.10 > 1

Detalles - Barra 1 - x: 2.500 m - CC1

Coeficiente de interacción	k_{yz}	0.728		Tab. B.2
Coeficiente de interacción	k_{zy}	0.779		Tab. B.2
Coeficiente de interacción	k_{zz}	1.213		Tab. B.2
Esfuerzo axial (compresión)	N_{Ed}	1200.00	kN	
Área de la sección determinante	A_i	178.00	cm ²	Tab. 6.7
Resistencia a compresión	N_{Rk}	4782.76	kN	Tab. 6.7
Coeficiente parcial	γ_{M1}	1.050		6.1
Componente de cálculo para N	ηN_y	0.28	≤ 1	(6.61)
Componente de cálculo para N	ηN_z	0.58	≤ 1	(6.62)
Momento	$M_{y,Ed}$	393.38	kNm	
Módulo resistente	W_y	3233.19	cm ³	
Momento resistente	$M_{y,Rk}$	856.79	kNm	Tab. 6.7
Componente del momento	ηM_y	0.48		Ec. (6.61)
Momento	$M_{z,Ed}$	28.47	kNm	
Módulo resistente	W_z	966.27	cm ³	
Momento resistente	$M_{z,Rk}$	256.06	kNm	Tab. 6.7
Componente del momento	ηM_z	0.12		Ec. (6.61)
Comprobación 1	η_1	0.64	≤ 1	(6.61)
Comprobación 2	η_2	1.10	> 1	(6.62)

Fórmula de cálculo

$N_{Ed} / (\gamma_y N_{Rk} / \gamma_{M1}) + k_{yy} M_{y,Ed} / (\gamma_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}) + k_{yz} M_{z,Ed} / (M_{z,Rk} / \gamma_{M1}) = 0.64 \leq 1$ (6.61)

$N_{Ed} / (\gamma_z N_{Rk} / \gamma_{M1}) + k_{zy} M_{y,Ed} / (\gamma_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}) + k_{zz} M_{z,Ed} / (M_{z,Rk} / \gamma_{M1}) = 1.10 > 1$ (6.62)

Cálculo Detalles... Anejo Nac. ... Gráfico

Figura 73: Resultados para el perfil HEA-450.

Perfil HEA 500.

Para cambiar el perfil, se vuelve al modelo del pilar, y se pincha con el botón derecho en la barra para entrar en “Editar barra”. Una vez dentro del menú, se pincha en “Editar sección en inicio de barra”. Posteriormente, se entra en el icono de “Perfiles HEA” y se selecciona **HEA-500**. -Figura 74-.

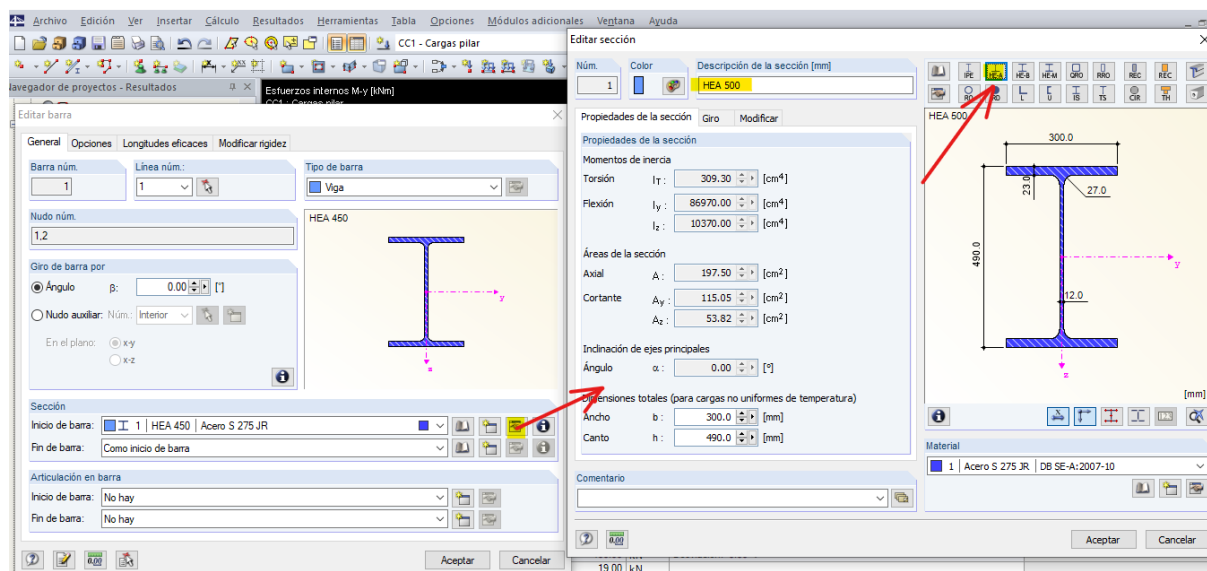


Figura 74: Cambiar perfil a HEA-500.

Se le da a “Aceptar” y se vuelve a pinchar en el icono de “Mostrar resultados” para recalculer el modelo.

A continuación, se vuelve a abrir el módulo RF-STEEL EC3 y se cambia el valor del Momento Crítico, siendo esta vez $M_{cr} = 6220,08 \text{ kNm}$ para el perfil HEA-500. Tras ello, se vuelve a dar a “Calcular”.

Se abre nuevamente el módulo RF-STEEL EC3 y se comprueba que, en este caso, ya cumple, dado que el valor se ha reducido hasta un coeficiente de $0,97 > 1$. -Figura 75-. Con esto, se puede ir concluyendo que, a priori, a partir del perfil HEA 500 van a cumplir las solicitaciones, pero que el perfil HEA 500 se queda muy al límite, por lo que es conveniente continuar para ver cómo evoluciona la comprobación.

2.4 Cálculo por barra

Barra núm.	A Posición x [m]	B Carga	C Tensiones Razón	D	E Cálculo según fórmula
	2.500	CC1	0.24	≤ 1	CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4
	8.000	CC1	0.22	≤ 1	CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2.6
	4.000	CC1	0.01	≤ 1	CS123) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje y, según 6.2.6
	0.000	CC1	0.00	≤ 1	CS126) Comprobación de la sección - Abolladura según 6.2.6(6)
	8.000	CC1	0.26	≤ 1	CS221) Comprobación de la sección - Flexión biaxial, cortante y esfuerzo axial según 6.2.10 y 6.2.9
	0.000	CC1	0.08	≤ 1	ST301) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje y, según 6.3.1.1 y 6.3.1.2(4)
	0.000	CC1	0.18	≤ 1	ST312) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje z según 6.3.1.1 y 6.3.1.2
	0.000	CC1	0.11	≤ 1	ST322) Análisis de estabilidad - Pandeo torsional según 6.3.1.4 y 6.3.1.2
	2.500	CC1	0.97	≤ 1	ST364) Análisis de estabilidad - Flexión y compresión según 6.3.3, método 2

Máx.: 0.97 ≤ 1

Detalles - Barra 1 - x: 2.500 m - CC1

Coeficiente de interacción	k_{yy}	0.546		Tab. B.2
Coeficiente de interacción	k_{yz}	0.698		Tab. B.2
Coeficiente de interacción	k_{zy}	0.801		Tab. B.2
Coeficiente de interacción	k_{zz}	1.163		Tab. B.2
Esfuerzo axial (compresión)	N_{Ed}	1200.00	kN	
Área de la sección determinante	A_i	197.50	cm ²	Tab. 6.7
Resistencia a compresión	N_{Rk}	5308.43	kN	Tab. 6.7
Coeficiente parcial	γ_{M1}	1.050		6.1
Componente de cálculo para N	ηN_y	0.25	≤ 1	(6.61)
Componente de cálculo para N	ηN_z	0.53	≤ 1	(6.62)
Momento	$M_{y,Ed}$	392.30	kNm	
Módulo resistente	W_y	3971.32	cm ³	
Momento resistente	$M_{y,Rk}$	1052.40	kNm	Tab. 6.7
Componente del momento	ηM_y	0.39		Ec. (6.61)
Momento	$M_{z,Ed}$	28.47	kNm	
Módulo resistente	W_z	1059.91	cm ³	
Momento resistente	$M_{z,Rk}$	280.88	kNm	Tab. 6.7
Componente del momento	ηM_z	0.11		Ec. (6.61)
Comprobación 1	η_1	0.54	≤ 1	(6.61)
Comprobación 2	η_2	0.97	≤ 1	(6.62)

Fórmula de cálculo

$N_{Ed} / (\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}) + k_{yy} M_{y,Ed} / (\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}) + k_{yz} M_{z,Ed} / (M_{z,Rk} / \gamma_{M1}) = 0.54 \leq 1$ (6.61)

$N_{Ed} / (\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}) + k_{zy} M_{y,Ed} / (\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}) + k_{zz} M_{z,Ed} / (M_{z,Rk} / \gamma_{M1}) = 0.97 \leq 1$ (6.62)




Figura 75: Resultados perfil HEA-500.

Perfil HEA 550

Nuevamente se repite el proceso editando el perfil, tomando en este caso un HEA 550, y modificando el Momento crítico, siendo $M_{cr} = 7014,07 \text{ kNm}$ para este perfil. Una vez se tengan los cambios realizados, se vuelve a recalcular el modelo, obteniendo para este caso: -Figura 76-

2.4 Cálculo por barra					
Barra núm.	A	B	C	D	E
	Posición x [m]	Carga	Tensiones Razón		Cálculo según fórmula
1	Sección núm. 1 - HEA 550				
	2.500	CC1	0.22	≤ 1	CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4
	8.000	CC1	0.20	≤ 1	CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2.6
	4.000	CC1	0.01	≤ 1	CS123) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje y, según 6.2.6
	0.000	CC1	0.00	≤ 1	CS126) Comprobación de la sección - Abolladura según 6.2.6(6)
	8.000	CC1	0.21	≤ 1	CS221) Comprobación de la sección - Flexión biaxial, cortante y esfuerzo axial según 6.2.10 y 6.2.9
	0.000	CC1	0.08	≤ 1	ST301) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje y, según 6.3.1.1 y 6.3.1.2(4)
	0.000	CC1	0.17	≤ 1	ST312) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje z según 6.3.1.1 y 6.3.1.2
	0.000	CC1	0.10	≤ 1	ST322) Análisis de estabilidad - Pandeo torsional según 6.3.1.4 y 6.3.1.2
	2.500	CC1	0.89	≤ 1	ST364) Análisis de estabilidad - Flexión y compresión según 6.3.3, método 2
Máx.:			0.89	≤ 1	

Detalles - Barra 1 - x: 2.500 m - CC1					
Coeficiente de interacción	k_{yz}	0.683			Tab. B.2
Coeficiente de interacción	k_{zy}	0.812			Tab. B.2
Coeficiente de interacción	k_{zz}	1.139			Tab. B.2
Esfuerzo axial (compresión)	N_{Ed}	1200.00	kN		
Área de la sección determinante	A_i	211.80	cm^2		Tab. 6.7
Resistencia a compresión	N_{Rk}	5696.46	kN		Tab. 6.7
Coeficiente parcial	γ_{M1}	1.050			6.1
Componente de cálculo para N	ηN_y	0.23		≤ 1	(6.61)
Componente de cálculo para N	ηN_z	0.50		≤ 1	(6.62)
Momento	$M_{y,Ed}$	391.46	kNm		
Módulo resistente	W_y	4650.55	cm^3		
Momento resistente	$M_{y,Rk}$	1232.39	kNm		Tab. 6.7
Componente del momento	ηM_y	0.33			Ec. (6.61)
Momento	$M_{z,Ed}$	28.47	kNm		
Módulo resistente	W_z	1108.02	cm^3		
Momento resistente	$M_{z,Rk}$	293.63	kNm		Tab. 6.7
Componente del momento	ηM_z	0.10			Ec. (6.61)
Comprobación 1	η_1	0.48		≤ 1	(6.61)
Comprobación 2	η_2	0.89		≤ 1	(6.62)
Fórmula de cálculo					
$N_{Ed} / (\gamma_y N_{Rk} / \gamma_{M1}) + k_{yy} M_{y,Ed} / (\gamma_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}) + k_{yz} M_{z,Ed} / (M_{z,Rk} / \gamma_{M1}) = 0.48 \leq 1$ (6.61)					
$N_{Ed} / (\gamma_z N_{Rk} / \gamma_{M1}) + k_{zy} M_{y,Ed} / (\gamma_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}) + k_{zz} M_{z,Ed} / (M_{z,Rk} / \gamma_{M1}) = 0.89 \leq 1$ (6.62)					

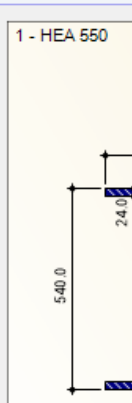


Figura 76: Resultados perfil HEA-550.

Se obtiene para el perfil HEA 550 un coeficiente de $0,89 > 1$. Con lo cual se ha reducido considerablemente.

Conclusiones y toma de decisión.

Una vez se ha realizado el estudio y se han recogido los datos, se puede concluir que, para las solicitaciones del pilar HEA, se necesita al menos un perfil HEA 500 para que cumpla a efectos de inestabilidades a pandeo lateral más pandeo por flexión.

Tras la recogida de datos, es el ingeniero encargado del proyecto el que tiene que evaluar las distintas soluciones en función de los requisitos del proyecto. De este modo, no se puede determinar en este caso con los datos que hay si se puede considerar válido el HEA 500 con un coeficiente de 0,97, o hay que ponerse más del de la seguridad e irse a un HEA-550 con un coeficiente de 0,89, o incluso seguir comprobando perfiles.

Para la comprobación manual de los cálculos, se tomará el HEA 500 al ser el primero que cumple.

Para finalizar, recalcar como se ha podido ver la ventaja que se tiene al utilizar un software para calcular, modificar y personalizar cualquier estudio de cualquier proyecto, teniendo una gran importancia a nivel laboral la destreza con estas herramientas de cálculo, pero sin olvidar entender y dominar los fundamentos teóricos para tomar las decisiones finales y, tener control y dominio sobre la herramienta.

7.2. Resolución manual perfil HEA 500.

Todas las fórmulas expuestas a continuación han sido obtenidas del Eurocódigo 3 para demostrar que el cálculo que emplea RFEM está basado en dicha norma

Una vez dimensionado el perfil, se procede a la comprobación manual del perfil HEA 500, dado que es el primer perfil en cumplir los requisitos de diseño. Para ello, se tomará de nuevo la normativa que se ha escogido el RF-STEEL EC3: Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero, correspondiendo el pandeo a la norma UNE-EN 1993-1-1:2010-12.

En cuanto al método, se ha utilizado el referido en el apartado 6.3.3 de dicha normativa donde, para la comprobación, se apoya en las ecuaciones 6.61 y 6.62, ya que estudian la interacción de pandeo lateral junto con pandeo por flexión en el eje fuerte (Eje y-y), y en el eje débil (Eje z-z), respectivamente.

Respecto eje y:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_Y \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}/\gamma_{M1}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}/\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (66)$$

Respecto eje z:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_Z \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}/\gamma_{M1}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}/\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (67)$$

Donde:

- N_{Ed} : Axil soportado en la barra.
- N_{Rk} : Axil resistente de la sección.
- χ_y : Coeficiente reductor de pandeo eje y.
- χ_z : Coeficiente reductor de pandeo eje z.
- χ_{LT} : Coeficiente de reducción para pandeo lateral.
- γ_{M1} : Coeficiente parcial para la resistencia de la sección neta, publicado en el Anexo Nacional= 1,05
- $k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$: Coeficientes de interacción.
- $M_{y,Ed}$: Valor de cálculo del momento respecto eje y.
- $M_{z,Ed}$: Valor de cálculo del momento respecto eje z.
- $M_{y,Rk}$: Valor de cálculo del momento resistente respecto eje y.
- $M_{z,Rk}$: Valor de cálculo del momento resistente respecto eje z.

Esfuerzos internos máximos de cálculo, o de diseño

Para comenzar, se toman primero los datos directos que se conocen, es decir, los esfuerzos máximos de diseño a los que se encuentra sometida la barra. Estos se pueden calcular manualmente mediante prontuarios, pero en este caso se tomarán del mismo software.

Los datos son los máximos de la totalidad de la barra, por lo que no son los que se encuentran en “Esfuerzos internos de cálculo”, los cuales corresponden al nudo L=2,5m. Se puede acceder a ellos dentro de los desplegables de la comprobación, en el apartado de “Razón de tensiones”, al final del conjunto de datos: -Figura 77-

Esfuerzo axial (compresión)	N_{Ed}	1200.00	kN		
Área de la sección determinante	A_i	197.50	cm ²		Tab. 6.7
Resistencia a compresión	N_{Rk}	5308.43	kN		Tab. 6.7
Coficiente parcial	γ_{M1}	1.050			6.1
Componente de cálculo para N	ηN_y	0.25		≤ 1	(6.61)
Componente de cálculo para N	ηN_z	0.53		≤ 1	(6.62)
Momento	$M_{y,Ed}$	392.30	kNm		
Módulo resistente	W_y	3971.32	cm ³		
Momento resistente	$M_{y,Rk}$	1052.40	kNm		Tab. 6.7
Componente del momento	ηM_y	0.39			Ec. (6.61)
Momento	$M_{z,Ed}$	28.47	kNm		
Módulo resistente	W_z	1059.91	cm ³		
Momento resistente	$M_{z,Rk}$	280.88	kNm		Tab. 6.7

Figura 77: Esfuerzos internos en el nudo L=2,5m de la Barra AB.

Por lo que los que interesan referentes a la comprobación son axil y flexores:

- $N_{Ed} = 1200$ kN.
- $M_{y,Ed} = 392,3$ kNm.
- $M_{z,Ed} = 28,47$ kNm.

Capacidad resistente de la sección para cada caso.

En segundo lugar, se calculan los esfuerzos que puede llegar a resistir. Para ello, teniendo en cuenta que la barra es tipo **Clase 2**, y apoyándose en la “Tabla 6.7” del Eurocódigo 3 como se vió anteriormente, los resultados serían los siguientes: -Figura 78-

Resistencia a compresión	N_{Rk}	5308.43	kN	Tab. 6.7
Coeficiente parcial	γ_{M1}	1.050		6.1
Componente de cálculo para N	ηN_y	0.25		≤ 1 (6.61)
Componente de cálculo para N	ηN_z	0.53		≤ 1 (6.62)
Momento	$M_{y,Ed}$	392.30	kNm	
Módulo resistente	W_y	3971.32	cm ³	
Momento resistente	$M_{y,Rk}$	1052.40	kNm	Tab. 6.7
Componente del momento	ηM_y	0.39		Ec. (6.61)
Momento	$M_{z,Ed}$	28.47	kNm	
Módulo resistente	W_z	1059.91	cm ³	
Momento resistente	$M_{z,Rk}$	280.88	kNm	Tab. 6.7

Figura 78: Capacidad resistente en la sección L=2.5m

Por tanto:

$$N_{Rk} = 5308,43 \text{ kN} \quad (68)$$

$$M_{y,Rk} = f_y \cdot W_{pl,y} = 265 \cdot 10^3 \cdot 3971,32 \cdot 10^{-6} \rightarrow M_{y,Rk} = 1052,4 \text{ kNm} \quad (69)$$

$$M_{z,Rk} = f_y \cdot W_{pl,z} = 265 \cdot 10^3 \cdot 1059,91 \cdot 10^{-6} \rightarrow M_{z,Rk} = 280,88 \text{ kNm} \quad (70)$$

Donde:

- f_y : Límite elástico de la sección en $MPa = N/mm^2$ (**265 MPa para CLASE 2**)
- $W_{pl,i}$: Momento resistente elástico en cm^3

Coefficients de reducción por pandeo χ_Y , χ_Z , χ_{LT}

En este caso, al estudiarse la interacción entre el pandeo por flexión y el pandeo lateral, será necesario obtener todos los coeficientes de reducción, tanto los referidos al eje fuerte y débil, como el lateral.

Por consiguiente, el primer paso es obtener la curva de pandeo. Para lo que RFEM toma la “Tabla 6.2” del Eurocódigo 3 -Figura 79-.

Tabla 6.2 – Elección de la curva de pandeo para cada sección transversal

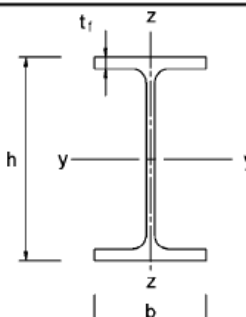
Sección transversal	Límites	Pandeo alrededor del eje	Curva de pandeo	
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y - y	a
			z - z	b
		$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$	y - y	b
			z - z	c
$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y - y	b	
		z - z	c	
$h/b \leq 1,2$	$t_f > 100 \text{ mm}$	y - y	d	
		z - z	c	

Figura 79: Tabla 6.2 del Eurocódigo 3, perfiles laminados.

Eje y-y

$$\text{Curva de pandeo} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} > 1,2 = \frac{490}{300} = 1,63 \\ t_f = 23\text{mm} \leq 40\text{mm} \\ \text{Perfil laminado en I} \end{array} \right\} \text{Curva a} \rightarrow \alpha_y = \mathbf{0,21}$$

Eje z-z

$$\text{Curva de pandeo} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} > 1,2 = \frac{490}{300} = 1,63 \\ t_f = 23\text{mm} \leq 40\text{mm} \\ \text{Perfil laminado en I} \end{array} \right\} \text{Curva b} \rightarrow \alpha_z = \mathbf{0,34}$$

Una vez se tiene la curva de pandeo, se calcula la esbeltez λ y el coeficiente auxiliar Φ , para posteriormente llegar al coeficiente de reducción χ . Todo ello tanto del eje fuerte, o eje Y; como del eje débil, o eje Z. Para lo cual, RFEM se apoya en el apartado 6.3.1.2 del Eurocódigo 3, el cual corresponde al caso general.

$$\bar{\lambda}_i = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,i}}} \quad (71)$$

Donde:

- λ_i : Esbeltez reducida de la sección.
- A : Área de la sección en mm^2 . $\rightarrow \mathbf{A = 19750 \text{ mm}^2}$
- $N_{cr,i}$: Esfuerzo axial crítico elástico.

$$N_{cr,i} = \frac{\pi^2 \cdot I_i \cdot E}{L^2} \quad (72)$$

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot I_y \cdot E}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 86970 \cdot 10^4 \cdot 21000 \cdot 10^{-2}}{8000^2} \rightarrow \mathbf{N_{cr,y} = 28164,9 \text{ kN}} \quad (73)$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot I_z \cdot E}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 10370 \cdot 10^4 \cdot 21000 \cdot 10^{-2}}{8000^2} \rightarrow \mathbf{N_{cr,z} = 3358,29 \text{ kN}} \quad (74)$$

Por tanto, la esbeltez reducida de cada eje será:

Eje y-y

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{19750 \cdot 265}{28164,9}} \rightarrow \bar{\lambda}_y = \mathbf{0,434} \quad (75)$$

Eje z-z

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{19750 \cdot 265}{3358,29}} \rightarrow \bar{\lambda}_z = \mathbf{1,257} \quad (76)$$

A continuación, con los datos ya obtenidos de la esbeltez y la curva de pandeo, se calcula el coeficiente auxiliar Φ . Para ello, se sigue la formulación del caso general del apartado 6.3.1.2.

$$\Phi_i = 0,5 \cdot [1 + \alpha_i \cdot (\bar{\lambda}_i - 0,2) + \bar{\lambda}_i^2] \quad (77)$$

Ya se tienen todos los datos, por lo que se procede al cálculo.

Eje y-y

$$\Phi_y = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,434 - 0,2) + 0,434^2] = \mathbf{0,619} \quad (78)$$

Eje z-z

$$\Phi_z = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (1,257 - 0,2) + 1,257^2] = \mathbf{1,47} \quad (79)$$

Una vez se han obtenido estos coeficientes, se puede calcular el coeficiente de reducción χ , que es el que finalmente se utilizará en comprobación.

$$\chi_i = \frac{1}{\Phi_i + \sqrt{\Phi_i^2 - \bar{\lambda}_i^2}} \quad (80)$$

Eje y-y

$$\chi_y = \frac{1}{0,619 + \sqrt{0,619^2 - 0,434^2}} = \mathbf{0,944} \quad (81)$$

Eje z-z

$$\chi_z = \frac{1}{1,47 + \sqrt{1,47^2 - 1,257^2}} = \mathbf{0,448} \quad (82)$$

Queda por calcular el referido al pandeo lateral, χ_{LT} , el cual no sigue el procedimiento general como en los casos anteriores, por la configuración escogida en el software.

Coefficiente de reducción de pandeo lateral χ_{LT}

Para el cálculo del coeficiente de reducción de pandeo lateral, se vuelve a tomar la metodología que utiliza Dlubal por defecto. Esta metodología corresponde al apartado 6.3.2.3 para el caso de “Secciones de perfiles laminados o secciones soldadas equivalente” del Eurocódigo 3.

Por tanto, la forma de calcular el coeficiente es mediante la siguiente ecuación:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \overline{\lambda}_{LT}^2}} \text{ siendo } \rightarrow \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\overline{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (83)$$

Donde:

- $\overline{\lambda}_{LT,0}$: Esbeltez límite, cuyo valor máximo es 0,4. (Se utilizará para Φ_{LT})
- β : Parámetro cuyo valor mínimo es 0,75.

Así pues, lo primero sería calcular la esbeltez lateral, λ_{LT} , y el coeficiente auxiliar Φ_{LT} .

Para la esbeltez lateral, λ_{LT} , se toma la ecuación que aparece en el apartado 6.3.2.2 del Eurocódigo 3:

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad (84)$$

Donde:

- W_y : Obtenido de Dlubal = $3971 \cdot 10^3 mm^3$
- f_y : Límite elástico = $265 N/mm^2$
- M_{cr} : Momento crítico elástico de pandeo lateral.

Este parámetro se puede calcular de diversos modos, dependiendo de la normativa y método, siendo todos igualmente válidos a nivel resultado. El módulo RF-STEEL 3 ofrece tres opciones-*Figura 9*. La primera de ellas (Automáticamente) resulta de un método algo más complejo de comprobar; la segunda utiliza la ecuación del “Anexo Nacional Austriaco”; y la tercera corresponde a la ”Definición manual”, es decir, que el usuario introduzca el valor. Se escoge esta opción para tener más facilidad de comprobar el resultado utilizando los conceptos de la asignatura, pero cualquiera de las tres opciones es igual de válida. Así pues, se utiliza la ecuación de los apuntes de la asignatura para perfiles doble T simétricos:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi}{K_\phi \cdot L} \cdot \sqrt{E \cdot G \cdot I_z \cdot I_t} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{K^2} \cdot (1 + C_2^2)} \pm C_2 \cdot \frac{\pi}{K} \right] \quad (85)$$

Donde:

- L : Distancia entre inmovilizaciones a desplazamientos transversales y a giro torsional = $8000 mm$
- K_ϕ : Coacción al giro en extremos en el plano perpendicular al de flexión {

$K_\phi = 1 \rightarrow$ Apoyos que permiten giro	}	$K_\phi = 0, 7 \rightarrow$ Fijo-Articulado
$K_\phi = 0, 5 \rightarrow$ Imposibilitado en extremos		
$K_\phi = 0, 7 \rightarrow$ Uno libre y otro imposible		
$K_\phi = 2 \rightarrow$ Empotrado-libre (Voladizo)		

- I_z : Inercia respecto al eje débil = $10370 \cdot 10^4 mm^4$
- I_t : Módulo de torsión = $309,3 \cdot 10^4 mm^4$
- I_w : Módulo de alabeo = $5643 \cdot 10^9 mm^6$
- : K :

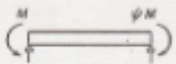
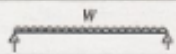

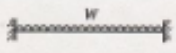

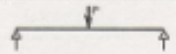

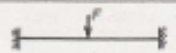

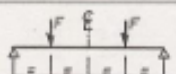
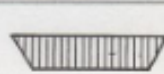
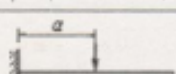

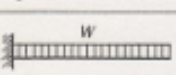

$$K = k_\phi \cdot L \cdot \sqrt{\frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_w}} \rightarrow K = 0,7 \cdot 8000 \cdot \sqrt{\frac{81000 \cdot 309,3 \cdot 10^4}{210000 \cdot 5643 \cdot 10^9}} = \mathbf{2,57} \quad (86)$$

- C_1 : Coeficiente dependiente de condiciones de contorno y carga. Si únicamente existen M_f en extremos y $K_\phi = 1$ se haría con la siguiente ecuación:

$$C_1 = 1,88 - 1,40 \cdot \psi + 0,52 \cdot \psi^2 \not\geq 2,7 \quad (87)$$

En este caso, que se tiene $K_\phi = 0,7$ y $\psi = -0,5575$, se aproxima el valor sabiendo que se compone de un caso de flectores en sus extremos, que consultando la tabla usada en la asignatura-*Figura 80*-, se adopta un valor de $\mathbf{C_1 = 3,009}$.

- C_2 : Coeficiente dependiente del punto o zona de aplicación de carga en la sección, también varía según contorno y tipo de carga. Si la carga se aplica en el baricentro o no existe carga transversal, el coeficiente C_2 adopta el valor de 0. Coincidiendo dichas premisas con las que se obtienen en el ejercicio por lo que dicho coeficiente adoptará el valor de $\mathbf{C_2 = 0}$.

Tipo de carga y condiciones de apoyo	Diagrama de momentos flectores	Valor de k_g	Valores de coeficientes		
			c_1	c_2	c_3
	$\psi = +1$	1,0 0,7 0,5	1,000 1,000 1,000	-	1,000 1,113 1,114
	$\psi = +3/4$	1,0 0,7 0,5	1,141 1,270 1,305	-	0,998 1,565 2,283
	$\psi = +1/2$	1,0 0,7 0,5	1,323 1,473 1,514	-	0,992 1,856 2,271
	$\psi = +1/4$	1,0 0,7 0,5	1,563 1,739 1,785	-	0,977 1,831 2,235
	$\psi = 0$	1,0 0,7 0,5	1,879 2,092 2,150	-	0,939 1,473 2,150
	$\psi = -1/4$	1,0 0,7 0,5	2,281 2,538 2,609	-	0,855 1,340 1,857
	$\psi = -1/2$	1,0 0,7 0,5	2,704 3,009 3,093	-	0,676 1,059 1,546
	$\psi = -3/4$	1,0 0,7 0,5	2,927 3,009 3,093	-	0,266 0,575 0,837
	$\psi = -1$	1,0 0,7 0,5	2,752 3,063 3,149	-	0,000 0,000 0,000
			1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652	0,753 1,070
		1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432	1,730 3,050
		1,0 0,5	1,565 0,938	1,257 0,715	2,540 4,800
		1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410	1,120 1,890
		1,0 $k_g=2$	$1,29a$	0,84	
		1,0 $k_g=2$	2,05		

Valores de los coeficientes c_1 , c_2 y c_3 correspondientes a los valores del factor k_g con $k_g=1$

Figura 80: Tabla para la aproximación del coeficiente C1.

Una vez se han obtenido todos los datos y coeficientes, se sustituye en la ecuación para obtener M_{cr} :

$$M_{cr} = 3,009 \cdot \frac{\pi}{0,7 \cdot 8000} \cdot \sqrt{210000 \cdot 81000 \cdot 10370 \cdot 10^4 \cdot 309,3 \cdot 10^4}. \quad (88)$$

$$\cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{2,57^2} \cdot (1 + 0^2)} \pm 0 \cdot \frac{\pi}{2,57} \right] \rightarrow \mathbf{M_{cr} = 6227 \text{ KNm}} \quad (89)$$

Una vez obtenido el valor del Momento Crítico, se puede determinar λ_{LT} , junto con el resto de datos:

$$\overline{\lambda_{LT}} = \sqrt{\frac{3971 \cdot 10^3 \cdot 265}{6227 \cdot 10^6}} = \mathbf{0,411} \quad (90)$$

A continuación, al igual que para el caso general, se procede a calcular el coeficiente Φ_{LT} , siendo la ecuación la descrita en el apartado 6.3.2.3 del Eurocódigo 3, la cual contiene algún cambio respecto la del caso general como el coeficiente $\beta = 0,75$, y el valor de $\lambda_{LT,0} = 0,4$:

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT} \cdot (\overline{\lambda_{LT}} - \overline{\lambda_{LT,0}}) + \beta \cdot \overline{\lambda_{LT}}^2] \quad (91)$$

El único parámetro que queda por determinar es el coeficiente de imperfección α_{LT} , proveniente de la curva de pandeo. Para ello, RFEM se apoya en la Tabla 6.5 del Eurocódigo 3-*Figura 81*-, y posteriormente la Tabla 6.3 para el coeficiente de imperfección-*Figura 82*-.

Tabla 6.5 – Recomendaciones para la elección de la curva de pandeo lateral para secciones transversales utilizando la ecuación (6.57)

Sección transversal	Límites	Curva de pandeo
Secciones en I laminadas	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c
Secciones en I soldadas	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d

Figura 81: Tabla 6.5 del Eurocódigo 3, curva de pandeo lateral.

Tabla 6.3 – Valores recomendados para el coeficiente de imperfección para las curvas de pandeo lateral

Curva de pandeo	a	b	c	d
Coeficiente de imperfección α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Figura 82: Tabla 6.3 del Eurocódigo 3, coeficiente de imperfección según curva de pandeo.

$$\text{Curva de pandeo} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} \leq 2 = \frac{490}{300} = 1,63 \\ \text{Perfil laminado en I} \end{array} \right\} \text{ Curva b} \rightarrow \alpha_{LT} = \mathbf{0,34}$$

Por lo que sustituyendo en la ecuación del coeficiente Φ_{LT} :

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,411 - 0,4) + 0,75 \cdot 0,411^2] = \mathbf{0,565} \quad (92)$$

Y por último, ya podría calcularse el coeficiente de reducción por pandeo χ_{LT} :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,565 + \sqrt{0,565^2 - 0,75 \cdot 0,411^2}} = \mathbf{0,996} \rightarrow \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq 2,43 \end{cases} \quad (93)$$

Coefficientes de interacción $k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$

Por último, queda hallar los coeficientes de interacción. Para ello, la normativa del Eurocódigo 3 indica que hay dos “métodos alternativos” cuyo resultado es igual de válido, indicados en el ANEXO A y en el ANEXO B, respectivamente. En este caso, RFEM se apoya en el segundo método alternativo (Anexo B), concretamente en la Tabla B2-*Figura 83*.

Tabla B.2 – Coeficientes de interacción k_{ij} para elementos susceptibles a deformación por torsión

Coeficientes de interacción	Hipótesis de cálculo	
	Características elásticas de las secciones Secciones clases 3 y 4	Características plásticas de las secciones Secciones clases 1 y 2
k_{yy}	k_{yy} de la tabla B.1	k_{yy} de la tabla B.1
k_{yz}	k_{yz} de la tabla B.1	k_{yz} de la tabla B.1
k_{zy}	$\left[1 - \frac{0,05\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,05}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$	$\left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ <p>para $\bar{\lambda}_z < 0,4$:</p> $k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
k_{zz}	k_{zz} de la tabla B.1	k_{zz} de la tabla B.1

Figura 83: Tabla B2 del Eurocódigo 3, Anexo B.

Como indica la Tabla B2 -*Figura 83*-, Es necesario consultar la Tabla B1 -*Figura 84*-, ya que el único coeficiente que varía respecto esta sería k_{zy} .

Tabla B.1 – Coeficientes de interacción k_{ij} para elementos no susceptibles a deformaciones por torsión

Coeficientes de interacción	Tipo de sección	Hipótesis de cálculo	
		Características elásticas de las secciones Secciones clases 3 y 4	Características plásticas de las secciones Secciones clases 1 y 2
k_{yy}	Secciones I Secciones huecas rectangulares	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	Secciones I Secciones huecas rectangulares	k_{zz}	$0,6 k_{zz}$
k_{zy}	Secciones I Secciones huecas rectangulares	$0,8 k_{yy}$	$0,6 k_{yy}$
k_{zz}	Secciones I	$C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	Secciones huecas rectangulares		$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
Para secciones I y H y para secciones huecas rectangulares sometidas a axil y a flexión uniaxial $M_{y,Ed}$, se puede tomar $k_{zy} = 0$.			

Figura 84: Tabla B1 del Eurocódigo 3, Anexo B.

Si se observan las ecuaciones, se puede ver que los datos necesarios para su obtención ya son conocidos a excepción de los coeficientes de momento equivalente uniforme C_{mi} , que se obtienen según la Tabla B3-*Figura 85*- para cada caso: Eje Y, Eje Z y Lateral.

Tabla B.3 – Factores de momento uniforme equivalente $C_{m,0}$ en las tablas B.1 y B.2

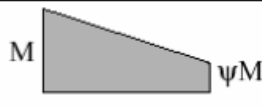
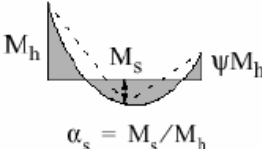
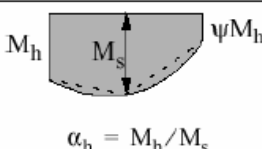
Ley de momentos	rango		C_{my} y C_{mz} y C_{mLT}	
			carga uniforme	carga puntual
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
$-1 \leq \psi < 0$		$0,1(1-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	
 $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,90 - 0,10\alpha_h(1+2\psi)$
Para elementos con modo de pandeo traslacional, se debería tomar el factor de momento equivalente como $C_{my} = 0,9$ o $C_{mz} = 0,9$, respectivamente				
C_{my} , C_{mz} y C_{mLT} se deberían calcular considerando la ley de momentos que existe entre los puntos que estén arriostrados, conforme a lo que sigue:				
Factor del momento	Eje de flexión	Puntos arriostrados en dirección		
C_{my}	y-y	z-z		
C_{mz}	z-z	y-y		
C_{mLT}	y-y	y-y		

Figura 85: Tabla B3 del Eurocódigo 3, Anexo B.

Para todas las ecuaciones: Clase 2 y Secciones en I

■ k_{yy} :

La ecuación se toma de la Tabla B1, para Clase y Secciones en I:

$$k_{yy} = \left[C_{my} \cdot \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Y \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right) \right] \leq \left[C_{my} \cdot \left(1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Y \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right) \right] \quad (94)$$

Todos los datos son conocidos, solo falta calcular el Coficiente C_{my} , que se obtiene de la Tabla B3 con las siguientes premisas:

$$C_{my} \left\{ \begin{array}{l} \Psi_y = \frac{M}{M} = 0 \\ \alpha_{sy} = \frac{M_{s,y}}{M_{h,y}} = \frac{203,85}{-392,3} = -0,520 \\ \text{Carga uniforme distribuida} \end{array} \right\} 0,1 - 0,8 \cdot \alpha_{sy} \geq 0,4 \rightarrow \mathbf{C_{my} = 0,516} \geq 0,4 \checkmark$$

Por tanto, sustituyendo en la ecuación:

$$k_{yy} = \left[0,516 \cdot \left(1 + (0,434 - 0,2) \cdot \frac{1200}{0,944 \cdot 5308,43/1,05} \right) \right] \leq; \quad (95)$$

$$\leq \left[0,7 \cdot \left(1 + 0,8 \cdot \frac{1200}{0,944 \cdot 5308,43/1,05} \right) \right] \quad (96)$$

$$k_{yy} = \mathbf{0,546} < 0,620 \checkmark \quad (97)$$

■ k_{zz} :

De nuevo, se toma la ecuación de la Tabla B1, Clase 1 y Sección en I:

$$k_{zz} = \left[C_{mz} \cdot \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Z \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right) \right] \leq \left[C_{mz} \cdot \left(1 + 1,4 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Z \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right) \right] \quad (98)$$

Al igual que en el caso de k_{yy} , todos los datos son conocidos a excepción del Coefficiente C_{mz} . Sabiendo que no hay momento flector aplicado en el eje Z , y que el reparto de momentos es lineal (no hay α_s) lendo a la Tabla B3 se obtiene:

$$C_{mz} \left\{ \begin{array}{l} \Psi_z = \frac{M}{M} = 0 \\ \alpha_{sz} = \frac{M_{s,y}}{M_{h,y}} = \frac{23,77}{-28,47} = -0,835 \\ \text{Carga puntual} \end{array} \right\} -0,8 \cdot \alpha_{sz} \geq 0,4 \rightarrow C_{mz} = \mathbf{0,668} \geq 0,4 \checkmark$$

Por tanto, sustituyendo en la ecuación:

$$k_{zz} = \left[0,668 \cdot \left(1 + (2 \cdot 1,257 - 0,6) \cdot \frac{1200}{0,448 \cdot 5308,43/1,05} \right) \right] \leq; \quad (99)$$

$$\left[0,668 \cdot \left(1 + 1,4 \cdot \frac{1200}{0,448 \cdot 5308,43/1,05} \right) \right] \quad (100)$$

$$k_{zz} = 1,345 \not\leq \mathbf{1,163} \quad \mathbf{X} \quad (101)$$

■ k_{yz} :

En este caso, se vuelve a consultar la Tabla B1, aunque como se puede ver, el cálculo es muy sencillo:

$$k_{yz} = 0,6 \cdot k_{zz} = 0,6 \cdot 1,163 = \mathbf{0,698} \quad (102)$$

■ k_{zy} :

Este es el único caso en el que se consulta la Tabla B2 en lugar de la Tabla B1. Al igual que en los demás casos, el apartado de Clase 1 y Sección en I:

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Z \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right] \geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_Z \cdot N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right] \quad (103)$$

Una vez más, falta el dato del coeficiente C_{mLT} , que nuevamente se consulta en la Tabla B3. Este caso vuelve a ser de carga lineal entre el momento de mayor valor y el de menor, por lo que no hay α_s , y el resto:

$$C_{m,LT} \left\{ \begin{array}{l} \Psi_{LT} = \frac{M}{M} = 0 \\ \alpha_{s,LT} = \frac{M_{s,y,LT}}{M_{h,y,LT}} = \frac{203,85}{-392,3} = -0,520 \\ \text{Carga uniforme distribuida} \end{array} \right\} 0,1 - 0,8 \cdot \alpha_{sLT} \geq 0,4 \rightarrow \mathbf{C_{mLT} = 0,516 \geq 0,4 \checkmark}$$

Por lo que ya se puede sustituir en la ecuación:

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1 \cdot 1,257}{(0,516 - 0,25)} \cdot \frac{1200}{0,448 \cdot 5308,43/1,05} \right] \geq; \quad (104)$$

$$\geq \left[1 - \frac{0,1}{(0,516 - 0,25)} \cdot \frac{1200}{0,448 \cdot 5308,43/1,05} \right] \quad (105)$$

$$k_{zy} = 0,750 \not\geq \mathbf{0,801 \quad X} \quad (106)$$

Finalmente, una vez obtenidos todos los datos y coeficientes necesarios para la comprobación, solo queda sustituir en las ecuaciones 6,61 y 6,62 vistas al inicio de la resolución, con lo que se comprobaría el efecto de la interacción entre el pandeo por flexión y el pandeo lateral en cada uno de los ejes de la viga:

Respecto eje y:

$$\frac{1200}{0,944 \cdot 5308,43/1,05} + 0,546 \cdot \frac{392,3}{0,996 \cdot 1052,4/1,05} + 0,698 \cdot \frac{28,47}{280,88/1,05} \leq 1 \quad (107)$$

Respecto eje z:

$$\frac{1200}{0,448 \cdot 5308,43/1,05} + 0,801 \cdot \frac{392,3}{0,996 \cdot 1052,4/1,05} + 1,163 \cdot \frac{28,47}{280,88/1,05} \leq 1 \quad (108)$$

Con lo que el resultado sería:

Respecto eje y:

$$\mathbf{0,54} \leq 1 \checkmark \quad (109)$$

Respecto eje z:

$$\mathbf{0,97} \leq 1 \checkmark \quad (110)$$

Por lo tanto, se puede concluir que la viga cumple el análisis a efectos de inestabilidad en ambos ejes, teniendo en cuenta la interacción entre pandeo por flexión y el pandeo lateral.

8. Conclusiones.

En definitiva, por un lado se tiene que, en cuanto al estudio que se ha realizado acerca de las inestabilidades referidas al pandeo lateral, los puntos destacables son:

- El software RFEM es una potente herramienta de cálculo que facilita en gran medida el cálculo en estructuras, simplificando y optimizando algo tan complejo como el estudio del pandeo lateral. Es sencillo de manejar y se pueden aplicar modificaciones rápidamente, lo que resulta en una óptima velocidad de trabajo, lo cual siempre es una gran ventaja. Esto se puede aplicar también al módulo RF-STEEL EC3, con el que trabajar, adaptar, y sobre todo la muestra de resultados y parámetros de cálculo, así como la gran cantidad de información que ofrece, como por ejemplo los apartados de la normativa de cada parámetro, es sin duda de agradecer a nivel usuario.
- El proceso de diseño para el dimensionamiento es muy rápido por los puntos anteriormente citados, por lo que es una ventaja para tener en cuenta el software en proyectos personales o profesionales. Esta ventaja debe ir siempre acompañada de una buena formación técnica para la rápida evaluación y toma de decisiones.
- Se puede configurar y adaptar el software para la corrección de ejercicios de clase para el alumno, ya que aunque la metodología que usa RFEM por defecto sea distinta, permite personalizar casi la totalidad de parámetros, lo que aporta una gran flexibilidad al usuario.
- A nivel competencia, otros software similares como CYPE, también trabajados en la asignatura, utilizan una metodología de trabajo más guiada, lo que limita en algunos casos las opciones, siendo todos los software de este ámbito igualmente válidos en cuanto resultado para su uso.

Por otro lado, mencionar también a nivel personal las aptitudes y puntos destacables que han supuesto este proyecto, como son:

- Experiencia de realización de material didáctico. Ha sido muy gratificante intentar ponerme en la piel del alumno, pretendiendo aportar la información de la manera en que a mí me gustaría recibirla, de la forma más sencilla y clara, con la gracia de saber que estás aportando valor a otras personas. Además, al tratarse de una guía realizada por varias personas, intentar adaptarlo en estilo como en un trabajo de equipo.
- Ampliar mis conocimientos en el área y solventar problemas. Por una parte me ha ayudado como experiencia de un trabajo real por la investigación, organización de ideas y trabajo, resolución de problemas con el Servicio Técnico, manuales y demás fuentes de información. Por otro, la aplicación y ampliación de mis conocimientos acerca del pandeo lateral en estructuras metálicas y su integración en software de cálculo.
- Destreza con software y herramientas de cálculo. Un punto que considero muy importante a nivel laboral para un ingeniero, la de enfrentarte desde cero con un software hasta dominarlo, ya que en el ámbito laboral hoy en día se trabaja principalmente con estas herramientas y, en muchas ocasiones, sin conocimientos previos.
- Aprendizaje del procesador de texto LaTeX. En un primer momento, puede parecer que por trabajar mediante elaboración de código va a ser complejo de utilizar, pero cuando se controlan las funciones principales, su uso es muy rápido y su resultado de una muy buena calidad. En comparación con la competencia consolidada, como Microsoft Word, me ha parecido una opción muy a tener en cuenta por su potencial y rapidez de trabajo.

9. Bibliografía.

- Apuntes de la asignatura Estructuras Metálicas del Grado en Ingeniería Mecánica impartido en la Escuela de Ingenierías Industriales de la Universidad de Málaga.
- Argüelles, R. / Arriaga, F. / Atienza J.R. Estructuras de acero: Uniones y sistemas estructurales (II). BELLISCO Ediciones Técnicas y Científicas. Madrid, 2000.
- Gracia Villa, Luis. Estructuras de acero Luis Gracia Villa, Elena Ibarz Montaner . [Zaragoza] [s.n.] D.L. 2011
- Código Técnico de la Edificación. Real Decreto 470/2021 por el que se aprueba el Código Estructural, reglamentación que regula las estructuras de hormigón, de acero y mixtas de hormigón-acero
- UNE-EN 1993-1-3:2012 Eurocódigo 3 (Proyectos de Estructuras de Acero)
- <https://editor.codecogs.com/>
- <http://www2.dis.ulpgc.es/~lalvarez/teaching/pi/latex/TutorialLatex.pdf>
- <https://manualdelatex.com/>
- <https://www.dlupal.com/>