

Estudio de la severidad del fading para el modelo κ - μ shadowed

Celia García-Corrales, Francisco J. Cañete, José F. Paris

celia@ic.uma.es, francis@ic.uma.es, paris@ic.uma.es

Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones. Universidad de Málaga. Andalucía Tech. 29071 Málaga

Abstract- The Amount of Fading (AoF) is a performance measure for describing the severity of fading in wireless channels. A recent statistical fading model, the *shadowed* model, has proved to suit properly in radio environments as well as in underwater acoustic communications. Besides, it has a clear physical interpretation and good analytical properties.

In this work, we present and study the expression of the AoF for the *shadowed* model and the influence of each of its parameters. By means of it, the AoF for the related distributions: one-sided Guassian, Rayleigh, Rice, Nakagami- m , and Rice shadowed, are derived in an easy way.

Measurements of ultrasonic underwater acoustic channels are used to validate the expression and fitting with *shadowed* model and Rice model, as an example of a classical model, are discussed.

I. INTRODUCCIÓN

En los escenarios inalámbricos donde el transmisor, el receptor o los elementos presentes en el medio se mueven, la propagación de las ondas utilizadas como portadoras de información es especialmente compleja. Para caracterizar el canal en estas situaciones, es más práctico seguir un enfoque basado en formular modelos matemáticos que proporcionen una estimación razonable de la señal esperada en el receptor desde un punto de vista estadístico. Los modelos de desvanecimiento rápido o *fading*, estudian las variaciones bruscas debidas a la obstrucción producida por obstáculos en la trayectoria y, sobre todo, a la propagación multicamino.

El modelo de fading *shadowed* propuesto en [1], permite analizar escenarios con existencia o no de señal directa (*LOS* y *NLOS*), donde la señal recibida puede considerarse formada por varios grupos de señales multicamino, pudiendo existir una componente principal en cada grupo cuya amplitud puede fluctuar. Este modelo incluye a distribuciones muy utilizadas para el modelado estadístico de canal: Rayleigh, Rice, Nakagami- m , y Rice *shadowed*. Su aplicación a escenarios tanto radio como de comunicaciones subacuáticas ha arrojado muy buenos resultados [1, 2]. Distintos parámetros de prestaciones de sistemas inalámbricos se han calculado y analizado para este modelo: la probabilidad de bloqueo [1], la probabilidad de error de bit [1], la capacidad ergódica [3], estadísticos de segundo orden [4], parámetros en presencia de transmisores interferentes [5] o en sistemas con múltiples entradas y salidas (MIMO) [6].

Siguiendo la línea de estudio de nuevas expresiones de parámetros para este modelo, una magnitud basada en estadísticos de segundo orden que resulta simple pero efectiva para cuantificar el desvanecimiento, tanto en

sistemas de entrada y salida única (SISO) como múltiple (MIMO), es la severidad del desvanecimiento, denominado en inglés "*amount of fading*" (AoF) [7,8]. En esta comunicación se deriva su expresión para el modelo *shadowed* y se valida con medidas de canales acústicos subacuáticos (UAC).

El resto del documento se organiza de la siguiente forma. En la sección II se introduce el parámetro severidad del desvanecimiento (AoF) y cómo determinarlo a partir de medidas y del modelo estadístico del canal. En la sección III, tras un breve resumen del modelo *shadowed*, se presenta la expresión de su AoF y se analiza la influencia de cada uno de sus parámetros κ , μ y m . Asimismo se derivan, a partir de dicha expresión, el AoF de las distribuciones relacionadas. En la sección IV se utilizan medidas de canales UAC para validar la expresión presentada, comparando los resultados con los del modelo de Rice, como ejemplo de una de las distribuciones clásicas. Para finalizar, en la sección V se incluyen las conclusiones más importantes.

II. SEVERIDAD DEL FADING

El parámetro de prestaciones que describe la severidad del desvanecimiento, AoF, se obtiene con los momentos centrales de primer y segundo orden de la relación señal-ruido (SNR) de la señal recibida [7]. Si la SNR instantánea en el receptor se denota como γ , AoF representa una medida de la dispersión de γ y se determina como:

$$AoF = \frac{Var[x]}{(E[x])^2} = \frac{E[x^2] - \bar{x}^2}{\bar{x}^2} \quad (1)$$

donde $\bar{x} = E[x]$ corresponde a la SNR media del canal.

Cuando se dispone de medidas, el desvanecimiento se caracteriza a partir de las fluctuaciones de la envolvente de la señal recibida, α . Haciendo uso de esta magnitud, la SNR instantánea en el receptor se puede escribir:

$$x = \bar{x} r^2 / E[r^2] = \bar{x} r^2 / \Omega^2 \quad (2)$$

siendo $\Omega = E[r^2]$ la ganancia en potencia media del canal. Se asume que la potencia media de ruido recibido es constante.

Sustituyendo en la Ec. 1, AoF a partir de las medidas representa la dispersión de la distribución de la ganancia en potencia del canal [7]:

$$AoF = \frac{Var[x]}{\bar{x}^2} = \frac{Var[r^2]}{\Omega^2} \quad (3)$$

El desvanecimiento experimentando por el canal será menor cuanto menor sea AoF, término que es independiente

de la potencia media de la señal recibida. Si $AoF = 0$, el canal no sufre desvanecimiento.

Cuando el canal se caracteriza con un modelo estadístico, AoF puede expresarse en términos de la función generadora de momentos (MFG) de γ como [7]:

$$AoF = \frac{d^2 M_x(s)/ds^2 \Big|_{s=0} - (dM_x(s)/ds) \Big|_{s=0}}{(dM_x(s)/ds) \Big|_{s=0}^2} \quad (4)$$

Una vez elegido el modelo estadístico de canal, la MGF correspondiente permite determinar la expresión de AoF en función de los parámetros del modelo. Los valores de estos parámetros para un canal concreto se obtendrán del ajuste con las medidas, lo que normalmente se realiza mediante un proceso de optimización entre la función de distribución (CDF) estimada a partir de las muestras medidas y la CDF analítica del modelo.

La comparación del valor de AoF así obtenido con el extraído directamente de las medidas, servirá como un nuevo factor para observar la bondad del modelo.

III. AOF PARA EL MODELO κ - μ SHADOWED

En el modelo $|\sim$ shadowed [1] la señal que llega al receptor se considera la suma de varios grupos de ondas, cada uno compuesto de señales multicamino con potencias idénticas y una componente dominante de cierta amplitud, que puede fluctuar como consecuencia de obstrucciones. Este modelo físico de propagación tiene relación directa con los parámetros que definen la distribución:

- $|\$: Representa la relación entre la potencia total de las componentes dominantes respecto a la potencia total de las componentes multicamino ($|\geq 0$).
- \sim : Representa el número de grupos de ondas que llegan al receptor. Aunque el número de grupos debería ser un número natural, este parámetro puede tomar cualquier valor no negativo, lo que permite una distribución más general y flexible ($\sim \geq 0.5$).
- m : Representa el parámetro de forma de la variable aleatoria Nakagami- m con la que se asocia la fluctuación en la amplitud de todas las componentes dominantes ($m \geq 0$, $m \neq 0$ indica no fluctuación).

El modelo $|\sim$ shadowed incluye a las distribuciones más utilizadas para el modelado estadístico de canal inalámbrico y presenta expresiones analíticas cerradas para la densidad de probabilidad y otras funciones relevantes.

A partir de la expresión de la MGF de γ para este modelo [1, ec. 5]

$$M_x(s) = \frac{(-\sim)^m m^m (1+|\sim)^{\sim}}{\bar{x}^{\sim} (\sim + m)^m} \frac{\left(s - \frac{\sim(1+|\sim)}{\bar{x}} \right)^{m-\sim}}{\left(s - \frac{\sim(1+|\sim)}{\bar{x}} - \frac{m}{\sim + m} \right)^m} \quad (5)$$

y haciendo uso de la Ec. 4, se encuentra que AoF para la distribución $|\sim$ shadowed viene dado por:

$$AoF = \frac{1}{\sim} \frac{1+2|\sim}{(1+|\sim)^2} + \frac{1}{m} \frac{|\sim|^2}{(1+|\sim)^2} = \frac{1}{\sim} \left[1 - \frac{|\sim|^2}{(1+|\sim)^2} \right] + \frac{1}{m} \frac{|\sim|^2}{(1+|\sim)^2} \quad (6)$$

La expresión se puede escribir como dos sumandos dependientes, pero de forma opuesta, de la relación entre la potencia total de las componentes dominantes frente a las componentes multicamino ($|\sim$). Además, el primero está

relacionado con el número de grupos de ondas que llegan al receptor (\sim) y el segundo con el grado de fluctuación de las componentes dominantes (m). A continuación se analiza la severidad del desvanecimiento en función de estos tres parámetros:

- *Influencia de \sim* : AoF aumenta cuanto menor es el número de grupos de ondas que llegan al receptor. La dependencia inversa con este parámetro se manifiesta con claridad cuando hay predominio de la potencia de las componentes multicamino ($|\sim < 1$) (Fig. 1.a y Fig. 2). A medida que crece la potencia en las componentes dominantes, su peso es cada vez menor (Fig. 1.b y Fig. 2).

- *Influencia de m* : AoF aumenta cuanto mayor es la fluctuación de las componentes dominantes (m bajo). Para que su efecto sea importante, es necesario que haya predominio claro de la potencia de las componentes dominantes ($|\sim$ alto), como se muestra en la Fig. 1.b.

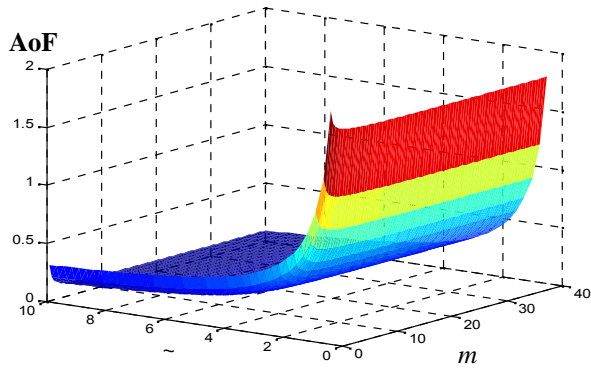
- *Influencia de $|\sim$* : Viene representada por un peso entre 0 y 1 en ambos sumandos, pero con tendencias opuestas y complementarias. El primer sumando contribuye a AoF de forma importante (peso más cercano a 1) cuando no hay un claro predominio de las componentes dominantes ($|\sim$ bajos). Su efecto está modulado por el número de grupos de ondas que llegan al receptor a través de una dependencia inversa, como se aprecia en la Fig. 3 y Fig. 1.a. A medida que la potencia se concentra en las componentes dominantes ($\kappa \gg 1$), el peso pasa a recaer en el segundo sumando, siendo clave entonces el grado de fluctuación (Fig. 1.b). El máximo de AoF en función de $|\sim$ se da para $|\sim = 0$, quedando el inverso de \sim , lo que corresponde con el modelo de Nakagami- m . Este mismo valor se consigue para el caso especial $m = \sim$.

El modelo $|\sim$ shadowed incluye a los modelos de fading más populares y a partir de la expresión obtenida se puede extraer el AoF de cada distribución, como se presenta en la Tabla I. En dicha tabla, bajo el nombre de cada modelo, aparecen entre paréntesis sus parámetros (en caso de tenerlos) y, en las columnas adyacentes, la relación con los parámetros del modelo $|\sim$ shadowed.

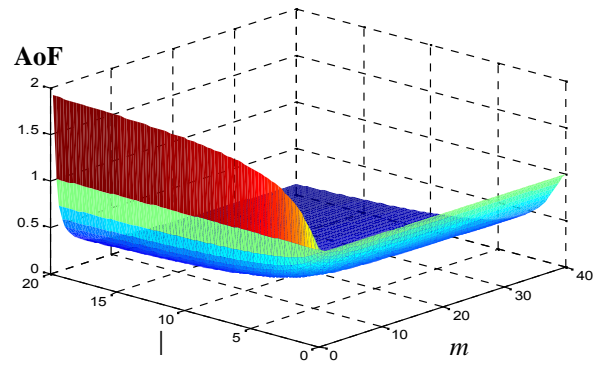
TABLA I
AOF PARA OTROS MODELOS DE FADING A PARTIR DE Ec. 6

Modelo de fading	\sim	$ \sim$	m	Expresión de AoF
One-sided Gaussian	0.5	$\rightarrow 0$	$\rightarrow \infty$	2 [7]
Rayleigh	1	$\rightarrow 0$	$\rightarrow \infty$	1 [7]
Nakagami- m (m)	m	$\rightarrow 0$	$\rightarrow \infty$	$1/m$ [7]
Rice (K)	1	K	$\rightarrow \infty$	$(1+2K)/(1+K)^2$ [7]
κ - μ ($ \sim$ y \sim)	\sim	$ \sim$	$\rightarrow \infty$	$(1+2 \sim)^{\sim-1}/(1+ \sim)^2$ [9]
Rice shadowed (K y m)	1	K	m	$(1+2K+m^{-1}K^2)/(1+K)^2$

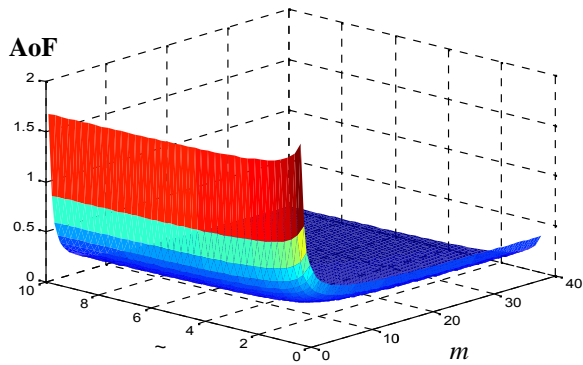
El modelo de Rice puede adaptarse a escenarios con severidad del fading entre 0 y 1, los modelos Nakagami- m y $|\sim$ entre 0 y 2, y los modelos Rice shadowed y $|\sim$ shadowed permiten ajustar cualquier valor, al igual que la distribución de Weibull [7, 8], incluso desvanecimientos muy profundos ($\gg 2$), lo que conllevaría valores de $m < 0.5$.



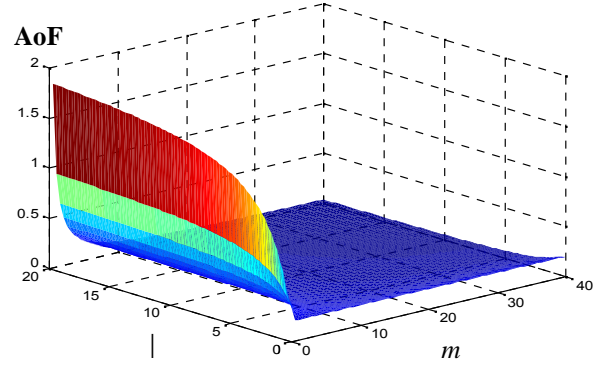
(a) $| = 0.5$. Predominio de las componentes multicamino



(a) $\sim = 1$. Un grupo de ondas



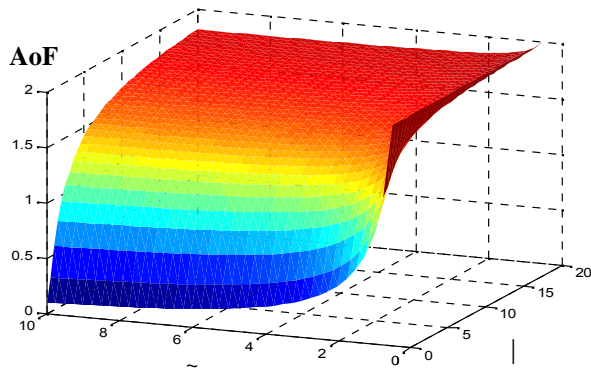
(b) $| = 10$. Predominio de las componentes dominantes



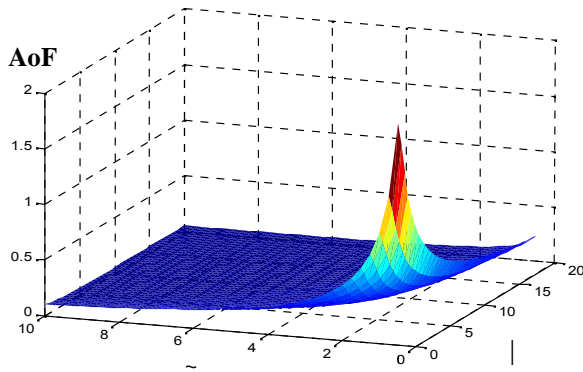
(b) $\sim = 5$. Cinco grupos de ondas

Fig. 1. AoF en modelo $| \sim shadowed$ para $|$ fijo

Fig. 3. AoF en modelo $| \sim shadowed$ para \sim fijo



(a) $m = 0.5$. Grado de obstrucción elevado



(a) $m = 20$. Grado de obstrucción pequeño

Fig. 2. AoF en modelo $| \sim shadowed$ para m fijo

En la Fig. 4 aparece la expresión de AoF del modelo $| \sim shadowed$ en función de los términos de AoF de modelos a los que engloba, presentados en la Tabla 1.

$$AoF = \underbrace{\frac{1}{\mu} \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2}}_{Rice} + \underbrace{\frac{1}{m} \left(\frac{\kappa}{1+\kappa} \right)^2}_{Nakagami-m \text{ Rice shadowed}}$$

Fig. 4. Relación del AoF del modelo $| \sim shadowed$ con otros modelos

IV. AOF EN MEDIDAS DE CANALES UAC

Para mostrar la validez de la expresión obtenida se van a utilizar medidas de canales acústicos subacuáticos, recogidas en 2013 en aguas del Mar Mediterráneo (la Algameca Chica, Cartagena). Pertenecen a la campaña de medidas UCEX llevada a cabo entre la Universidad de Málaga y la compañía SAES. En este experimento se midieron canales de frecuencia ultrasónica (señales acústicas de 32 kHz, 64 kHz y 128 kHz), donde emisor y receptor se colocaron a diferentes distancias (50m, 100m y 200m) y los transductores a varias profundidades (3m, 6m y 9m) en zonas donde la profundidad del mar variaba entre 14m y 30m. El detalle del proceso de medida, la instrumentación utilizada, las configuraciones concretas de cada canal, etc. se pueden consultar en [2].

Los canales medidos se procesaron para determinar los parámetros del modelo $| \sim shadowed$ ($|$, \sim y m) y del modelo Rice (K), tomando este último como ejemplo de modelo clásico utilizado en entornos UAC [10]. Se realizó el ajuste entre la función de distribución (CDF) estimada de las medidas y la CDF analítica del modelo correspondiente,

presentando un error menor el modelo $| \sim shadowed$ [2]. Los nombres dados a los canales medidos y los valores de los parámetros extraídos para ambos modelos se presentan en la Tabla II, donde se incluye el valor de AoF extraído directamente de las medidas, así como los valores de AoF calculados a partir de los parámetros de cada modelo usando las expresiones presentadas.

TABLA II
PARÁMETROS DE LOS MODELOS $| \sim shadowed$ Y RICE
PARA CANALES UAC MEDIDOS EN [2] JUNTO CON AoF
MEDIDO Y CALCULADO

Canal UAC	AoF med	Modelo $ \sim shadowed$				Modelo Rice	
		\sim	$ $	m	AoF	K	AoF
A6-32	0.80	0.92	2.33	1.86	0.82	0.55	0.87
A6-64	0.57	1.00	2.90	3.18	0.62	1.71	0.60
A6-128	0.51	1.27	9.56	1.67	0.63	3.44	0.40
B6-32	0.86	0.91	3.03	2.15	0.74	0.21	0.97
B6-64	0.76	0.94	1.89	1.32	0.93	0.00	1
B6-128	0.75	1.01	1.99	1.86	0.79	1.01	0.75
C3-64	0.20	0.90	7.66	18.68	0.28	5.67	0.28
C9-32	0.60	1.13	4.06	2.45	0.58	2.64	0.47
C9-64	0.93	1.02	0.03	6.32	0.98	0.03	1
C9-128	0.85	1.04	1.56	2.39	0.76	1.29	0.68

La severidad de fading medida se encuentra entre 0.2 y 0.9, por debajo del valor correspondiente al modelo de Rayleigh. Con este rango, el modelo de Rice resulta una buena elección, ya que permite acomodar escenarios con severidad entre 0 y 1. En él se considera un único grupo de ondas multicamino con una componente directa determinista. Cuanto mayor es el parámetro K , mayor potencia presentará la componente directa y menor será el AoF asociado, como se observa en la Fig. 5.

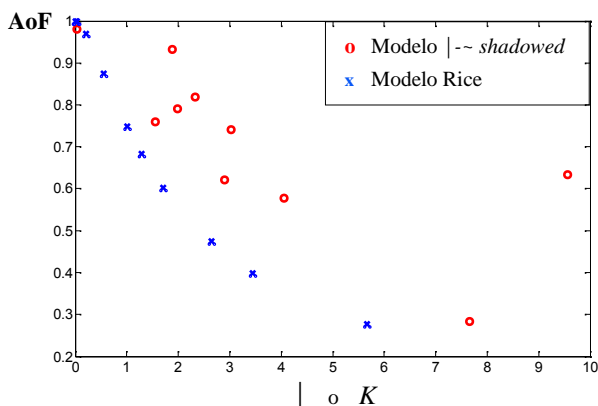


Fig. 5. AoF calculado para canales UAC en [2].

El modelo $| \sim shadowed$ puede ajustar cualquier grado de severidad del desvanecimiento. Dado que presenta tres parámetros, \sim , $|$ y m , la dependencia del AoF con $|$ no es tan clara como en el modelo de Rice, pero sí se observa una tendencia de que valores altos de $|$, asociados a una potencia mayor de las componentes dominantes, conllevan valores menores de AoF en la mayoría de los casos, como se aprecia en la Fig. 5. El canal A6-128 es el que más se aparta de esa tendencia, presentando AoF de 0.63 con un alto valor de $|$ (9.56) pero mucha fluctuación ($m = 1.67$). Si se define:

$$Desviacion (\%) = \frac{AoF_{modelo} - AoF_{medidas}}{AoF_{medidas}} \times 100 \quad (7)$$

en este canal el modelo $| \sim shadowed$ ajusta la medida con una desviación del 23.5% (el segundo peor valor), aunque con el modelo de Rice no es mucho mejor, -21.6%.

El canal con menor fading medido es el C3-64, que representaría el escenario de mayor línea de visión directa (LOS). Ambos modelos lo ajustan con la mayor desviación frente al valor medido, 40%.

El conjunto de canales C9-x, que corresponden a los enlaces de mayor distancia (200m) y mayor profundidad de los transductores (9m), se ajustan mejor con el modelo $| \sim shadowed$. En concreto el C9-32 se desvía un -3.3% frente al -21.7% de Rice. En los casos donde Rice consigue mejor aproximación, como el B6-128 y A6-64, la desviación con $| \sim shadowed$ se mantiene baja (0% frente a 5.3% y 5.3% frente a 8.8% respectivamente).

V. CONCLUSIONES

Se ha presentado y analizado la expresión de la severidad del desvanecimiento o fading, AoF, para el modelo de canal $| \sim shadowed$. A partir de ella, se han derivado las expresiones correspondientes para las distribuciones que engloba el modelo. Su utilidad se ha validado con medidas de canales UAC y los resultados se han comparando con el modelo de Rice, como ejemplo de modelo clásico aplicable al entorno. El ajuste de esta magnitud con las medidas ha resultado en media mejor con el modelo $| \sim shadowed$.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido posible gracias a los proyectos TEC2014-57901-R del Plan Nacional de Investigación, P11-TIC-8238 financiado por la Junta de Andalucía y la colaboración con la empresa SAES, Sociedad Anónima Electrónica Submarina.

REFERENCIAS

- [1] J.F. Paris, "Statistical characterization of κ - μ shadowed fading", *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, vol. 63, n° 2, pp. 518-526, Feb. 2014.
- [2] F.J. Cañete, J. López-Fernández, C. García-Corrales, A. Sánchez, E. Robles, F.J. Rodrigo, J.F. Paris, "Measurement and modeling of narrowband channels for ultrasonic underwater communications", *Sensors*, vol. 16, n° 2, p. 256, Feb. 2016.
- [3] C. García-Corrales, F.J. Cañete, J.F. Paris, "Capacity of μ shadowed fading channels", *International Journal of Antennas and Propagation*, article ID 975109, 8 pages, 2014.
- [4] S.L. Cotton, "Second-order statistics of μ shadowed fading channels", *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, vol. 65, n° 10, pp. 8715-8720, Oct. 2016.
- [5] S. Kumar, "Approximate outage probability and capacity for μ shadowed fading", *IEEE Wireless Communications Letters*, vol. 4, n° 3, pp 301-304, Jun. 2015.
- [6] E. Salahat, A. Hakam, "Maximal ratio combining diversity analysis of underwater acoustic communications subject to κ - μ shadowed fading channels", in *Proceeding of IECON2016 - Conference IEEE Industrial Electronics Society*, Florence, Italy, Oct. 2016, pp. 7185-7189.
- [7] M.K. Simon and M-S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*, John Wiley & Sons, 2005.
- [8] P.M. Shankar, "Fading and shadowing in wireless systems", Springer, 2012.
- [9] M.D. Yacoub, "The μ and the μ distribution," *IEEE Antennas Propagation Magazine*, vol. 49, no. 1, pp. 68-81, Feb. 2007.
- [10] R. Hicheri, M. Pätzold, B. Talha, N. Youssef, "A study on the distribution of the envelope and the capacity of underwater acoustic channels", in *Proceeding of ICCS-2014 IEEE International Conference on Communication Systems*, Macau, China, Nov. 2014, pp. 394-399.