Tema 08:
Cálculo de secciones rectangulares de hormigón armado solicitadas a flexo-compresión recta

CONTENIDO:

1. INTRODUCCIÓN

En este tema resolveremos las ecuaciones seccionales obtenidas en el tema anterior, para el caso particular de una sección rectangular en flexo-compresión recta, tanto desde el punto de vista del dimensionamiento como desde el de comprobación.

En el cálculo de secciones de hormigón se conoce siempre la geometría de la sección (b y h; ancho y canto respectivamente) y las resistencias de cálculo de los materiales (f_{cd} y f_{yd}), y pueden presentarse dos problemas:

Dimensionamiento

En este problema se conoce, además de la geometría de la sección (b y h; ancho y canto respectivamente) y las resistencias de cálculo de los materiales (f_{cd} y f_{yd}), los esfuerzos de cálculo que solicitan a la sección (N_d y M_d). Las incógnitas son las secciones A_{s1} y A_{s2} (ω_1 y ω_2) de las armaduras.

Este problema es, en general, indeterminado, por lo que entre todas las solicitaciones posibles habrá que buscar la más económica; es decir, la de menor armadura, lo que se consigue aprovechando los materiales al máximo.

Comprobación

En este problema se conoce, además de la geometría de la sección (b y h; ancho y canto respectivamente), las resistencias de cálculo de los materiales (f_{cd} y f_{yd}) y las secciones, A_{s1} y A_{s2}, de las armaduras. Las incógnitas son los esfuerzos de agotamiento de la sección (N_u y M_u).

Si conocemos los esfuerzos de cálculo M_d y N_d , diremos que la sección se encuentra en buenas condiciones de seguridad cuando $M_d \leq M_u$ y $N_d \leq N_u$.

En este tema emplearemos las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad adimensionales. Una vez resuelto el problema en magnitudes adimensionales, deshacemos el cambio de variables para obtener las magnitudes físicas.

En el problema de dimensionamiento, una vez obtenidas las cuantías mecánicas de las armaduras, las secciones de las mismas las obtenemos de la forma:

$$\omega_1 = \frac{A_{s1} \cdot f_{yd}}{U_c} \Rightarrow A_{s1} = \omega_1 \frac{U_c}{f_{yd}}$$

$$\omega_2 = \frac{A_{s2} \cdot f_{yd}}{U_c} \Rightarrow A_{s2} = \omega_2 \frac{U_c}{f_{yd}}$$

Recordemos que en el caso de que estas secciones sean inferiores a las mínimas[1], habrá de disponerse estas últimas.

En el problema de comprobación, una vez obtenidos los esfuerzos de agotamiento adimensionales de la sección, los esfuerzos físicos los obtenemos de la forma:

$$\mu_1 = \frac{M_1}{U_c \cdot d} \Rightarrow M_1 = \mu_1 \cdot U_c \cdot d \qquad \text{ó} \qquad \mu_2 = \frac{M_2}{U_c \cdot h} \Rightarrow M_2 = \mu_2 \cdot U_c \cdot h$$

$$\nu = \frac{N_u}{U_c} \Rightarrow N_u = \nu \cdot U_c$$

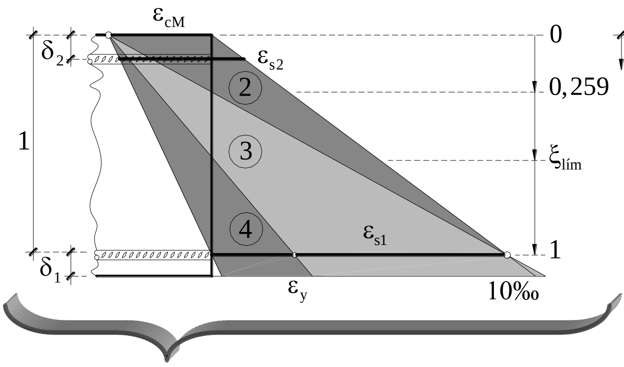
donde en el caso de flexión $U_c = b \cdot d \cdot f_{cd}$ y el momento M_1 está referido a la armadura inferior ó de tracción, y en el caso de compresión $U_c = b \cdot h \cdot f_{cd}$ y el momento M_2 está referido a la armadura superior ó más comprimida. El momento de agotamiento (mayorado) referido al baricentro de la sección de hormigón será por tanto:

[1] Ver tema 6, apartado 5 "Cuantías límites de las armaduras".

$$M_u = M_1 - N_u \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) \qquad ó \qquad M_u = N_u \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) - M_2$$

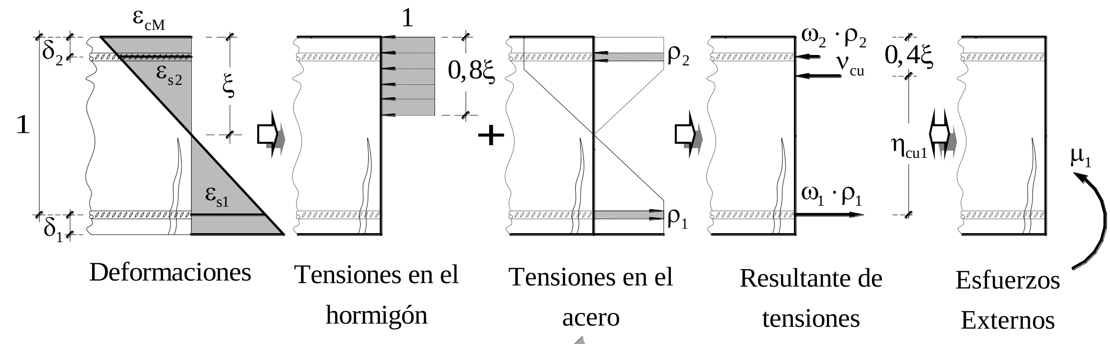
2. FLEXIÓN SIMPLE

Una sección sometida a flexión simple, en el estado límite último de agotamiento resistente se encontrará en el dominio de deformación 2, 3 ó 4. Las ecuaciones que gobiernan el cálculo de secciones en estos dominios, son las que se muestran a continuación:

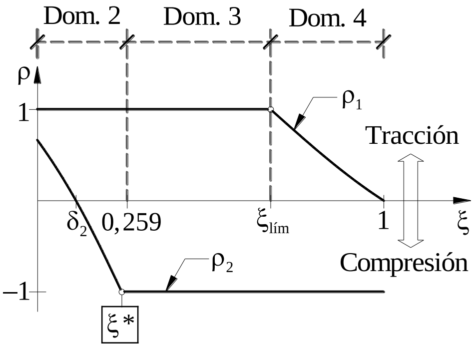


$$0 = \underbrace{0{,}8 \cdot \xi}_{\nu_{cu}} + \omega_2 \cdot \rho_2 - \omega_1 \cdot \rho_1$$

$$\mu_1 = \underbrace{\underbrace{0{,}8 \cdot \xi}_{\nu_{cu}} \cdot \underbrace{(1 - 0{,}4 \cdot \xi)}_{\eta_{cu1}}}_{\mu_{cu1}} + \omega_2 \cdot \rho_2 (1 - \delta_2)$$



B 400S	δ_2	γ_s=1,15	γ_s=1,00
ξ^*	0,05	0,099	0,117
	0,10	0,199	0,233
	0,15	0,298	0,350
	0,27	0,542	0,636
	0,34	0,668	0,784
$\xi_{lím}$		0,668	0,636



B 500S	δ_2	γ_s=1,15	γ_s=1,00
ξ^*	0,05	0,132	0,175
	0,10	0,264	0,350
	0,15	0,396	0,525
	0,18	0,465	0,617
	0,22	0,583	0,773
$\xi_{lím}$		0,517	0,583

En los dominios 2 y 4, como ya se ha puesto de manifiesto en los capítulos anteriores, no se aprovechan íntegramente las capacidades resistentes del hormigón y del acero:

- En el dominio 2 se alcanza el agotamiento de la armadura de tracción (ε_{s1} = 10‰ $\Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yd} \Rightarrow \rho_1 = 1$), pero debido a la escasa profundidad de la fibra neutra ($\xi < 0.259$), la sección está trabajando a tracción, y solo una zona pequeña a compresión, sin alcanzarse el agotamiento del hormigón a flexión (ε_{cu} < 3'5‰).
- En el dominio 4 ocurre todo lo contrario. La profundidad de la fibra neutra es grande. Casi toda la sección está sometida a compresión, por lo que el hormigón se aprovecha al máximo, alcanzándose el agotamiento del hormigón a flexión (ε_{cu} = 3'5‰). En cambio la armadura de tracción trabaja a una tensión inferior a su resistencia de cálculo ($\varepsilon_{s1} < \varepsilon_y \Rightarrow \sigma_{s1} < f_{yd} \Rightarrow \rho_1 < 1$), y no alcanza el agotamiento (ε_{s1} < 10‰). Además se corre el riesgo de rotura brusca por aplastamiento del hormigón, sin aviso, al ser muy pequeña la deformación de la armadura traccionada.

- En cambio en el dominio 3 la tensión de la armadura de tracción es igual a su resistencia de cálculo ($\varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_y \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yd} \Rightarrow \rho_1 = 1$). En la fibra más comprimida del hormigón se alcanza la deformación última en flexión (ε_{cu} = 3'5‰), y una buena parte de la sección trabaja a compresión. Se aprovechan al máximo, por lo tanto, las capacidades resistentes del acero y del hormigón. En este dominio la solución óptima se presenta cuando $x = x_{lim}$ ($\xi = \xi_{lim}$), al alcanzar la zona comprimida la máxima profundidad conservando el acero su resistencia de cálculo.

2.1 Dimensionamiento

Para resolver el problema de dimensionamiento hacemos $M_1 = M_d$ y tenemos dos ecuaciones (las ecuaciones de equilibrio) con tres incógnitas: ξ, ω_1 y ω_2 (no consideramos como incógnita los valores de ρ_1 y ρ_2 , ya que de ser éstos distintos de uno, podemos obtener sus valores a partir de las ecuaciones de compatibilidad, en función de la profundidad de la fibra neutra ξ).

El problema es, como se ha comentado anteriormente, indeterminado, por lo que entre todas las soluciones posibles habrá que buscar la más económica, es decir, la de menor armadura. Para ello haremos trabajar a la sección, siempre que podamos, en el límite del dominio 3 y 4; es decir, fijando el valor de la profundidad de la fibra neutra en $x = x_{lim}$ ($\xi = \xi_{lím}$). Esto será posible siempre que el momento actuante sobre la sección, M_1 (μ_1), supere el máximo momento que es capaz de soportar el hormigón sin que la armadura de tracción deje de trabajar a su límite elástico, que corresponde a una profundidad de la fibra neutra $x=x_{lim}$ ($\xi = \xi_{lím}$), por lo que a dicho momento se le denomina momento límite, $M_{lím}$ ($\mu_{lím}$). Para momentos $M_1 \leq M_{lím}$ ($\mu_1 \leq \mu_{lím}$), la sección se encontrará trabajando en los dominios 2 ó 3, el hormigón por sí solo soporta el momento exterior M_1 (μ_1), y no se necesitará armadura de compresión. Para momentos $M_1 > M_{lím}$ imponemos que la deformación última de la sección corresponda con el límite del dominio 3 y 4 ($\xi = \xi_{lím}$), y el exceso del momento exterior $M_1 - M_{lím}$ ($\mu_1 - \mu_{lím}$), que no es capaz de soportar el hormigón, hacemos que lo soporte la armadura de compresión.

El momento límite será:

$$M_{lím} = 0{,}8 \cdot f_{cd} \cdot b\cdot \cdot x_{lím} (d - 0{,}4 \cdot x_{lím}) \quad \Leftrightarrow \quad \mu_{lím} = 0{,}8 \cdot \xi_{lím} (1 - 0{,}4 \cdot \xi_{lím})$$

y el axil de compresión límite:

$$N_{lím} = 0{,}8 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x_{lím} \quad \Leftrightarrow \quad \nu_{lím} = 0{,}8 \cdot \xi_{lím}.$$

En la Tabla 2-1 se muestran los valores de la profundidad de la fibra neutra límite, del axil límite y del momento límite, para los distintos tipos de acero y niveles de control.

	B 400S		B 500S	
	γ_s=1,15	γ_s=1,00	γ_s=1,15	γ_s=1,00
$\xi_{lím}$	0,668	0,636	0,617	0,583
$\nu_{lím}$	0,534	0,509	0,493	0,467
$\mu_{lím}$	0,392	0,380	0,372	0,358

Tabla 2-1: Valores límites

Por lo tanto en el problema de dimensionamiento en flexión simple, pueden presentarse dos casos, en función del momento exterior que solicita a la sección.

CASO DFS-I[2]: $\mu_1 \leq \mu_{lím}$

Por lo que se ha comentado anteriormente, en esta situación no será necesaria armadura de compresión ($\omega_2 = 0$), al ser el hormigón capaz de soportar por sí solo el momento exterior μ_1. Las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$0 = 0{,}8 \cdot \xi - \omega_1$$

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi)$$

De la ecuación de momento obtenemos la profundidad de la fibra neutra:

$$\xi = 1{,}25 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_1}\right)$$

Conocido el valor de la profundidad de la fibra neutra, ξ, sabremos en qué dominio nos encontramos, que evidentemente será el 2 ó el 3.

El valor de la cuantía mecánica de acero en tracción, lo obtenemos de la ecuación de equilibrio de fuerzas, una vez que conocemos ya el valor de ξ:

$$\omega_1 = 0{,}8 \cdot \xi \Rightarrow \omega_1 = \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_1}\right)$$

CASO DFS-II: $\mu_1 > \mu_{lím}$

Cuando el momento exterior $M_1 > M_{lím}$ ($\mu_1 > \mu_{lím}$), el hormigón no es capaz de soportarlo por sí solo, sin que la profundidad de la fibra neutra alcance el dominio 4, donde la armadura de tracción deja de trabajar a su límite elástico. En esta situación, la armadura más económica se obtiene, como se ha comentado anteriormente, imponiendo que $\xi = \xi_{lím}$, y colocando la armadura de compresión necesaria para absorber el exceso de momento que no es capaz de soportar el hormigón. Además, para esta profundidad de la fibra neutra, no solo la armadura de tracción trabaja a su límite elástico, sino que, para los recubrimientos normales, también lo hace la armadura de compresión ($\rho_1 = \rho_2 = 1$):

Las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$0 = \nu_{lim} + \omega_2 - \omega_1$$

$$\mu_1 = \omega_{lim} + \omega_2 (1 - \delta_2)$$

De la ecuación de equilibrio de momento se obtiene la cuantía mecánica de la armadura de compresión:

$$\omega_2 = \frac{\mu_1 - \mu_{lim}}{1 - \delta_2}$$

y de la ecuación de equilibrio de fuerzas la cuantía mecánica de la armadura de tracción:

$$\omega_1 = \nu_{lim} + \omega_2$$

2.1.1 Canto mínimo sin armadura de compresión.

Cuando se conozcan el ancho de la sección, b, el tipo de hormigón y el momento actuante M_d ($M_d = M_1$), se puede determinar el canto útil mínimo para que la sección no necesite armadura de compresión.

Este canto útil mínimo se determina imponiendo que la sección se agote en el límite de los dominios 3 y 4, con un valor de la profundidad de la fibra neutra $\xi = \xi_{lím}$; es decir, haciendo $M_d = M_{lim}$:

---

[2] Los distintos casos de dimensionamiento y comprobación lo denotaremos con un prefijo compuesto de tres letras que nos indicarán:

1.- C: Comprobación	D: Dimensionamiento
2.- F: Flexión	C: Compresión
3.- S: Simple	C: Compuesta

seguido del número (expresado en números romanos) que indica el caso en el que nos encontramos. Así por ejemplo CASO DFS-I, indica el Primer caso del problema de Dimensionamiento a Flexión Simple.

$$\left.\begin{array}{l}\mu_{lim} = \dfrac{M_{lim}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \\ M_{lim} = M_d\end{array}\right\} \Rightarrow d_{min} = \sqrt{\dfrac{M_d}{\mu_{lim} \cdot f_{cd} \cdot b}}$$

Cuando lo que se conozca sea la relación canto útil/ancho (d/b), el canto útil mínimo será:

$$\left.\begin{array}{l}\mu_{lim} = \dfrac{M_{lim}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \Leftrightarrow \mu_{lim} = \dfrac{M_{lim}}{\dfrac{b}{d} \cdot d^3 \cdot f_{cd}} \\ M_{lim} = M_d\end{array}\right\} \Rightarrow d_{min} = \sqrt[3]{\dfrac{M_d}{\mu_{lim} \cdot f_{cd}} \cdot \dfrac{d}{b}}$$

Para estas secciones, como se ha dicho anteriormente, no es necesario la colocación de armadura de compresión, $\omega_2 = 0$ (únicamente se coloca la armadura mínima de compresión[¡Error! Marcador no definido. pág. ¡Error! Marcador no definido.]), la armadura necesaria a tracción será $\omega_1 = \nu_{lim}$, y la secciones se agotarán con $\xi = \xi_{lím}$. Si colocamos un canto útil mayor, $d > d_{mím}$, el momento exterior será menor que el momento límite, $\mu_1 < \mu_{lím}$, la profundidad de la fibra neutra disminuirá, $\xi < \xi_{lím}$, y estaremos desaprovechando el hormigón a costa de disminuir la cantidad de acero. Por el contrario si utilizamos un canto útil menor, $b < b_{mím}$, el momento exterior será mayor que el momento límite, $\mu_1 > \mu_{lím}$, la profundidad de la fibra neutra será $\xi = \xi_{lím}$, y será necesario colocar armadura de compresión que absorba el exceso de momento $\mu_1 - \mu_{lím}$.

2.1.2 Ancho mínimo sin armadura de compresión.

Al igual que para el canto útil mínimo, cuando se conozcan el canto útil de la sección, d, el tipo de hormigón y el momento actuante M_d ($M_d = M_1$), se puede determinar el ancho mínimo para que la sección no necesite armadura de compresión.

Este ancho mínimo se determina imponiendo que la sección se agote en el límite de los dominios 3 y 4, con un valor de la profundidad de la fibra neutra $\xi = \xi_{lím}$; es decir, haciendo $M_d = M_{lím}$:

$$\left.\begin{array}{l}\mu_{lím} = \dfrac{M_{lím}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \\ M_{lím} = M_d\end{array}\right\} \Rightarrow b_{mín} = \dfrac{M_d}{\mu_{lím} \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

Cuando lo que se conozca sea la relación canto útil/ancho (d/b), el ancho mínimo será:

$$\left.\begin{array}{l}\mu_{lím} = \dfrac{M_{lím}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \Leftrightarrow \mu_{lím} = \dfrac{M_{lím}}{b^3 \cdot \left(\dfrac{d}{b}\right)^2 \cdot f_{cd}} \\ M_{lím} = M_d\end{array}\right\} \Rightarrow b_{mín} = \sqrt[3]{\dfrac{M_d}{\mu_{lím} \cdot \left(\dfrac{d}{b}\right)^2 \cdot f_{cd}}}$$

Para el ancho mínimo podemos hacer el mismo razonamiento que para el canto útil mínimo. Estas secciones, como se ha dicho anteriormente, no necesitan armadura de compresión, $\omega_2 = 0$ (únicamente se coloca la armadura mínima de compresión[ver nota 1 en pág. 2]), la armadura necesaria a tracción será $\omega_1 = \nu_{lim}$, y se agotarán con $\xi = \xi_{lím}$. Si colocamos un ancho mayor, $b > b_{mím}$, el momento exterior será menor que el momento límite, $\mu_1 < \mu_{lím}$, la profundidad de la fibra neutra disminuirá, $\xi < \xi_{lím}$, y estaremos desaprovechando el hormigón a costa de disminuir la cantidad de acero. Por el contrario si utilizamos un ancho menor, $b < b_{mím}$, el momento exterior será mayor que el momento límite, $\mu_1 > \mu_{lím}$, la profundidad de la fibra neutra será $\xi = \xi_{lím}$, y será necesario colocar armadura de compresión que absorba el exceso de momento $\mu_1 - \mu_{lím}$.

En la página siguiente se muestra un diagrama de bloques con los pasos necesarios para el dimensionamiento de una sección a flexión simple.

Dimensionamiento a flexión simple

Determinación de los valores de cálculo:

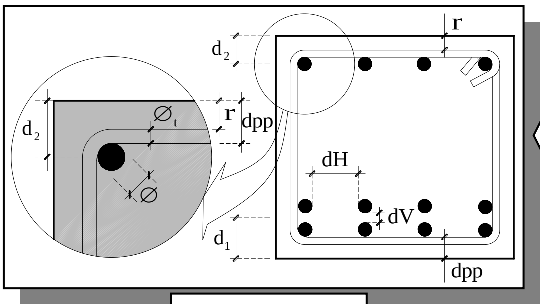
$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c}; \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \quad M_d = \gamma_f \cdot M$$

Ver Ficha 05

Cálculo de las cuantías límites:

$A_{s1,mín}$ y $A_{s2,mín}$

Ver Ficha 06



Ver Ficha 04 para valores de r y dpp

Cálculo de los recubrimientos:

$$d_1 = d_2 \geq \begin{cases} r + \varnothing_t + \frac{1}{2}\varnothing \\ dpp + \frac{1}{2}\varnothing \end{cases}$$

Cálculo de las magnitudes adimensionales:

$$\delta_2 = \frac{d_2}{d}$$

$$M_1 = M_d \Rightarrow \mu_1 = \frac{M_1}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

Cálculo de los valores límites:

$$\xi_{lim} = \frac{1}{1 + 1,43 \cdot 10^{-3} \cdot f_{yd}} \quad \begin{cases} \nu_{lim} = 0,8 \cdot \xi_{lim} \\ \mu_{lim} = 0,8 \cdot \xi_{lim} \cdot (1 - 0.4 \cdot \xi_{lim}) \end{cases}$$

	B 400S		B 500S	
	γ_s=1,15	γ_s=1,00	γ_s=1,15	γ_s=1,00
$\xi_{lím}$	0,668	0,636	0,617	0,583
$\nu_{lím}$	0,534	0,509	0,493	0,467
$\mu_{lím}$	0,392	0,380	0,372	0,358

$$\mu_1 < \mu_{lim}$$

Si: D.F.S.-I

$$\xi = 1,25 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_1}\right)$$

$$\omega_2 = 0$$

$$\omega_1 = 0,8 \cdot \xi$$

No: D.F.S.-II

$$\xi = \xi_{lim}$$

$$\omega_2 = \frac{\mu_1 - \mu_{lim}}{1 - \delta_2}$$

$$\omega_1 = \nu_{lim} + \omega_2$$

$$A_{s1} = \omega_1 \frac{b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s2} = \omega_2 \frac{b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

2.2 Comprobación

En los problemas de comprobación se conocen todas las dimensiones geométricas de la sección y sus armaduras, así como las resistencias de cálculo de los materiales y el momento de cálculo M_d. El problema consiste en comprobar que el momento de agotamiento de la sección, M_u, es inferior o igual al de cálculo, M_d ($M_u \geq M_d$); es decir, la incógnita de nuestro problema es el momento de agotamiento de la sección M_u .

Para resolver el problema hacemos $M_1 = M_u$ en nuestras ecuaciones de equilibrio, y tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas: ξ y μ_1 (recordamos que no consideramos como incógnitas las variables ρ_1 y ρ_2 porque tenemos dos ecuaciones de compatibilidad que nos dan los valores de éstas en función de la profundidad de la fibra neutra ξ). Por lo tanto el problema tiene solución única.

La resolución explícita de este sistema de ecuaciones es compleja y lo más cómodo es recurrir a procesos iterativos de cálculo. Éstos consistirán en general en predecir el dominio en el que se agota la sección y buscar en este dominio la profundidad de la fibra neutra, ξ, para la cual se cumplen las ecuaciones de equilibrio. Esta ξ será la que determine el diagrama de deformación de agotamiento, y una vez obtenido éste podremos determinar los esfuerzos (en este caso el momento flector) de agotamiento. Recordemos que a cada diagrama de deformación le corresponde un único esfuerzo exterior (en general N y M) que está en equilibrio con dicho diagrama.

Para la determinación del dominio en el que se agota la sección, fijémonos en la ecuación de equilibrio de fuerzas, en el supuesto de que ambas armaduras trabajasen a su resistencia de cálculo ($\sigma_{s1} = \sigma_{s2} = f_{yd}$). En este caso la contribución del hormigón sería:

$$0 = \nu_{cu} + \omega_2 - \omega_1 \Rightarrow \nu_{cu} = \omega_1 - \omega_2$$

Si la armadura superior no trabajara a su límite elástico ($\rho_2 < 1$), la contribución del hormigón sería:

$$\nu_{cu} = \omega_1 - \rho_2 \cdot \omega_2 \Rightarrow \nu_{cu} > \omega_1 - \omega_2$$

Y por último, si la armadura inferior no trabajara a su límite elástico ($\rho_1 < 1$), la contribución del hormigón sería:

$$\nu_{cu} = \rho_1 \cdot \omega_1 - \omega_2 \Rightarrow \nu_{cu} < \omega_1 - \omega_2$$

Por lo tanto el valor de $\omega_1 - \omega_2$ es un indicador de la magnitud de la contribución del hormigón, ν_{cu} , y éste lo es a su vez del dominio en el cual se va a agotar la sección. Por lo tanto en función del valor de $\omega_1 - \omega_2$ pueden presentarse tres casos en la comprobación de secciones sometidas a flexión simple.

CASO CFS-I: $\omega_1 - \omega_2 < 0$

Como la contribución real del hormigón, ν_{cu}, no puede ser nunca menor que cero, para que se cumpla el equilibrio de fuerza, tiene que ser $\rho_2 < 1$, produciéndose el agotamiento de la sección, para los recubrimientos normales, en el dominio 2 ($\xi < 0{,}259$). El brazo mecánico del paquete de compresión en el hormigón será $\eta_{cu1} = (1 - 0{,}4 \cdot \xi)$, por lo que $\eta_{cu1} \geq 0{,}9$, que coincide prácticamente con el de la armadura de compresión. Podemos obtener un valor aproximado del momento de agotamiento si admitimos que esto último es cierto; es decir, que tanto el paquete de compresión como la armadura de compresión tienen aproximadamente el mismo brazo mecánico, e igual a 1 - δ_2,, las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$0 = \nu_{cu} + \rho_2 \cdot \omega_2 - \omega_1$$

$$\mu_1 = \left(\nu_{cu} + \rho_2 . \omega_2\right) \cdot \left(1 - \delta_2\right)$$

De la ecuación de equilibrio de fuerza obtenemos que:

$$\nu_{cu} + \rho_2 \cdot \omega_2 = \omega_1$$

y sustituyendo en la ecuación de equilibrio de momento se obtiene finalmente que :

$$\mu_1 = \omega_1 \cdot \left(1 - \delta_2\right)$$

El razonamiento que se ha hecho produce unos resultados muy aproximados, estando además del lado de la seguridad (se obtiene un momento de agotamiento un poco menor del que realmente agota a la sección), ya que la simplificación que se ha realizado equivale a despreciar la contribución del hormigón. Efectivamente, si despreciamos la contribución del hormigón, ($\nu_{cu} = 0$ y $\mu_{cu1} = 0$) las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$0 = \rho_2 \cdot \omega_2 - \omega_1$$

$$\mu_1 = \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

de la ecuación de equilibrio de fuerzas obtenemos que:

$$\rho_2 \cdot \omega_2 = \omega_1$$

y sustituyendo en la ecuación de equilibrio de momento se obtiene que:

$$\mu_1 = \omega_1 \cdot (1 - \delta_2)$$

Del resultado obtenido se desprende que una determinada sección de hormigón armado con una armadura de tracción dada, no aumenta su momento de agotamiento al aumentar la armadura de compresión, una vez que ésta ha alcanzado el valor de la armadura de tracción. Es decir, el momento de agotamiento de todas las secciones de la Fig. 2-1 es el mismo.

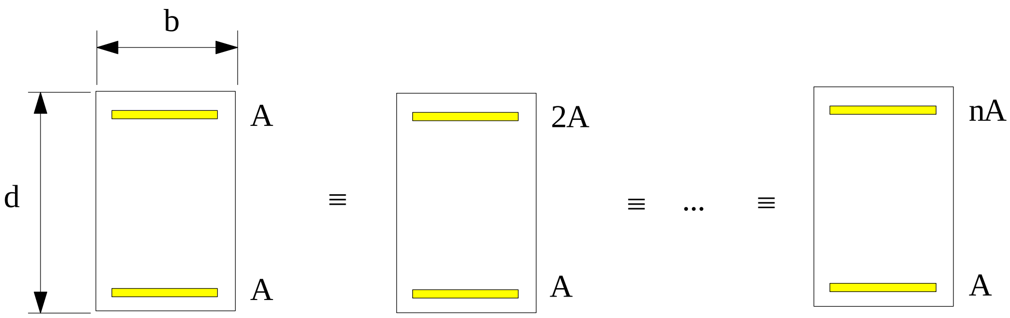


Fig. 2-1

Además, el momento de agotamiento depende únicamente de la cuantía de tracción.

CASO CFS-II: $0 \leq \omega_1 - \omega_2 \leq \nu_{lim}$

En esta situación la contribución del hormigón, ν_{cu}, va a ser inferior a $\nu_{lím}$, y por lo tanto la sección se agotará con un valor de la profundidad de la fibra neutra $\xi \leq \xi_{lím}$, alcanzando el valor de $\xi_{lím}$ cuando $\omega_1 - \omega_2 = \nu_{lim}$. Por lo tanto la sección se agotará en el dominio 2 ó 3.

Podemos hacer una primera distinción en función de que exista o no armadura de compresión[3].

CASO CFS-II.a: $\omega_2 = 0$

En este caso las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$0 = 0{,}8 \cdot \xi - \omega_1$$

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi)$$

De la ecuación de equilibrio de fuerzas obtenemos la profundidad de la fibra neutra en el agotamiento:

$$\xi = \frac{\omega_1}{0{,}8}$$

y de la ecuación de equilibrio momentos obtenemos, una vez conocido ξ, el valor del momento de agotamiento:

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi)$$

CASO CFS-II.b: $\omega_2 > 0$

[3] Recordamos que en la práctica toda sección debe tener una cantidad mínima de armadura de compresión.

Las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

Si $\xi < \xi^*$

$$0 = 0,8 \cdot \xi + \rho_2 \cdot \omega_2 - \omega_1$$

$$\mu_1 = 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) + \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

Si $\xi \geq \xi^*$

$$0 = 0,8 \cdot \xi + \omega_2 - \omega_1$$

$$\mu_1 = 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

Como cabe la posibilidad de que la sección se agote con un valor de ξ mayor que ξ^*, empezamos suponiendo que la sección se agotará con un valor de $\xi \geq \xi^*$. En esta situación, de la ecuación de equilibrio de fuerzas obtenemos el valor de la profundidad de la fibra neutra:

$$\xi' = \frac{\omega_1 - \omega_2}{0,8}$$ [4]

Según el valor de ξ' obtenido pueden presentarse dos casos:

CASO CFS-II.b1: $\xi' \geq \xi^*$

En este caso el valor obtenido de ξ' es correcto, ya que para éste efectivamente sucede que $\rho_2 = 1$, y por lo tanto $\xi = \xi'$, y el momento de agotamiento será:

$$\mu_1 = 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

CASO CFS-II.b2: $\xi' < \xi^*$

En este caso el valor obtenido de ξ' no es correcto, ya que la armadura de compresión no trabaja a su límite elástico ($\rho_2 < 1$). El valor de ξ será:

$$\xi = \frac{\omega_1 - \rho_2 \cdot \omega_2}{0,8} > \frac{\omega_1 - \omega_2}{0,8} = \xi'$$

es decir, ξ' es una cota inferior del valor de ξ que agota a la sección, y una cota superior será ξ^*. Por lo tanto el valor de ξ que agota a la sección estará comprendido entre $\xi_{inf} < \xi < \xi_{sup}$ siendo en principio, $\xi_{inf} = \xi'$ y $\xi_{sup} = \xi^*$. Como no conocemos el valor de ρ_2 es necesario recurrir al siguiente proceso iterativo:

❶ Suponer un valor de ξ comprendido entre $\xi_{inf} < \xi < \xi_{sup}$. A este valor supuesto lo denotaremos por ξ''.

❷ Calcular el valor de ρ_2 para la ξ'' supuesta. Este valor lo denotaremos también por ρ''_2, y será:

Si $0 \leq \xi'' \leq 0,259$ $\Rightarrow$ Dominio 2 $\Rightarrow$ $\rho''_2 = \dfrac{2.000}{f_{yd}} \dfrac{\xi'' - \delta_2}{1 - \xi''}$

Si $0,259 \leq \xi'' \leq \xi_{lím}$ $\Rightarrow$ Dominio 3 $\Rightarrow$ $\rho''_2 = \dfrac{700}{f_{yd}} \dfrac{\xi'' - \delta_2}{\xi''}$

❸ Evaluar el error que se comete con la ξ'' supuesta. Este error será:

$$\text{error} = 0,8 \cdot \xi'' + \rho''_2 \cdot \omega_2 - \omega_1$$

---

[4] Denotamos a este valor de la profundidad de la fibra neutra con una comilla, ξ', porque este valor coincidirá únicamente con el valor de la profundidad de la fibra neutra de agotamiento cuando las dos armaduras trabajen a su límite elástico, y por lo tanto $\rho_1 = \rho_2 = 1$.

❹ Si el error cometido en valor absoluto es menor que el error con el que queremos calcular (por ejemplo menor que 0,001), damos por bueno el valor de ξ'' y ρ''_2 de esta última iteración ; es decir, hacemos $\xi = \xi''$ y $\rho_2 = \rho''_2$.

En caso contrario volvemos a iterar teniendo en cuenta que:

- Si error > 0, la ξ'' supuesta es mayor que la que agota a la sección, y sustituimos ξ_{sup} por el valor de la ξ'' supuesta.
- Si error < 0, la ξ'' supuesta es menor que la que agota a la sección, y sustituimos ξ_{inf} por el valor de la ξ'' supuesta.

❺ Con el valor de ξ y ρ_2 de la última iteración obtenemos el momento de agotamiento.

$$\mu_1 = 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot \rho_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

CASO CFS-III: $\nu_{lim} < \omega_1 - \omega_2$

En esta situación la contribución del hormigón, ν_{cu} , va a ser superior a $\nu_{lím}$, y por lo tanto la sección se agotará con un valor de la profundidad de la fibra neutra $\xi \geq \xi_{lim}$. Por lo tanto la sección se agotará en el dominio 4 y las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$0 = 0,8 \cdot \xi + \omega_2 - \rho_1 \cdot \omega_1$$

$$\mu_1 = 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

De la ecuación de equilibrio de fuerzas obtenemos el valor de la profundidad de la fibra neutra $\xi = \frac{\rho_1 \cdot \omega_1 - \omega_2}{0,8} < \frac{\omega_1 - \omega_2}{0,8}$; es decir $\frac{\omega_1 - \omega_2}{0,8}$ es una cota superior del valor de ξ, y una cota inferior será ξ_{lim}. Por lo tanto el valor de ξ que agota a la sección estará comprendido entre $\xi_{inf} < \xi < \xi_{sup}$, siendo en principio $\xi_{inf} = \xi_{lim}$ y $\xi_{sup} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{0,8} < 1$ [5]. De nuevo como no conocemos el valor de ρ_1 es necesario recurrir al siguiente proceso iterativo:

❶ Suponer un valor de ξ comprendido entre $\xi_{inf} < \xi < \xi_{sup}$. Al igual que en el caso anterior a este valor supuesto lo denotaremos por ξ''.

❷ Calcular el valor de ρ_1 para la ξ'' supuesta. Este valor lo denotaremos también por ρ''_1, y será (por encontrarnos en el dominio 4):

$$\rho''_1 = \frac{700}{f_{yd}} \frac{1 - \xi''}{\xi''}$$

❸ Evaluar el error que se comete con la ξ'' supuesta. Este error será:

$$\text{error} = 0,8 \cdot \xi'' + \omega_2 - \rho''_1 \cdot \omega_1$$

❹ Si el error cometido en valor absoluto es menor que el error con el que queremos calcular (por ejemplo menor que 0.001), damos por bueno el valor de ξ'' de esta última iteración ; es decir, hacemos $\xi = \xi''$ y $\rho_1 = \rho''_1$.

En caso contrario volvemos a iterar teniendo en cuenta que:

- Si error > 0, la ξ'' supuesta es mayor que la que agota a la sección, y sustituimos ξ_{sup} por el valor de la ξ'' supuesta.
- Si error < 0, la ξ'' supuesta es menor que la que agota a la sección, y sustituimos ξ_{inf} por el valor de la ξ'' supuesta.

❺ Con el valor de ξ de la última iteración obtenemos el momento de agotamiento.

---

[5] Como en flexión simple la resultante de las fuerzas interiores tiene que ser nula, ya que no existe ningún axil exterior aplicado, es necesario que la armadura inferior trabaje a tracción, para que así el esfuerzo de tracción que absorbe ésta contrarreste los esfuerzos de compresión que absorben el hormigón y la armadura superior o de compresión. Así pues en flexión simple no es posible que la profundidad de la fibra neutra de agotamiento sea superior a 1

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

A continuación se muestra un diagrama de bloques con los pasos necesarios para comprobación de una sección a flexión simple.

Comprobación a flexión simple

Determinación de los valores de cálculo:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}; \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \quad M_d = \gamma_f \cdot M$$

Ver Ficha 05

Cálculo de las magnitudes adimensionales:

$$\delta_2 = \frac{d_2}{d}$$

$$\omega_1 = \frac{A_{s1} \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \quad \text{y} \quad \omega_2 = \frac{A_{s2} \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

Cálculo de los valores límites:

$$\xi_{lím} = \frac{1}{1 + 1{,}43 \cdot 10^{-3} \cdot f_{yd}} \quad \begin{cases} \nu_{lím} = 0{,}8 \cdot \xi_{lím} \\ \mu_{lím} = 0{,}8 \cdot \xi_{lím} \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi_{lím}) \end{cases}$$

	B 400S		B 500S	
	γ_s=1,15	γ_s=1,00	γ_s=1,15	γ_s=1,00
$\xi_{lím}$	0,668	0,636	0,617	0,583
$\nu_{lím}$	0,534	0,509	0,493	0,467
$\mu_{lím}$	0,392	0,380	0,372	0,358

Cálculo de ξ^*

$$\xi^* = \frac{f_{yd} + 2.000 \cdot \delta_2}{f_{yd} + 2.000} \quad (\text{Dominio } 2)$$

$$\xi^* = \frac{700 \cdot \delta_2}{700 - f_{yd}} \quad (\text{Dominio } 3 \text{ y } 4)$$

B 400S	δ_2	γ_s=1,15	γ_s=1,00
ξ^*	0,05	0,191	0,208
	0,10	0,233	0,250
	0,15	0,298	0,350
	0,27	0,542	0,636
	0,34	0,668	0,784

B 500S	δ_2	γ_s=1,15	γ_s=1,00
ξ^*	0,05	0,220	0,240
	0,10	0,264	0,350
	0,15	0,396	0,525
	0,18	0,465	0,617
	0,22	0,583	0,773

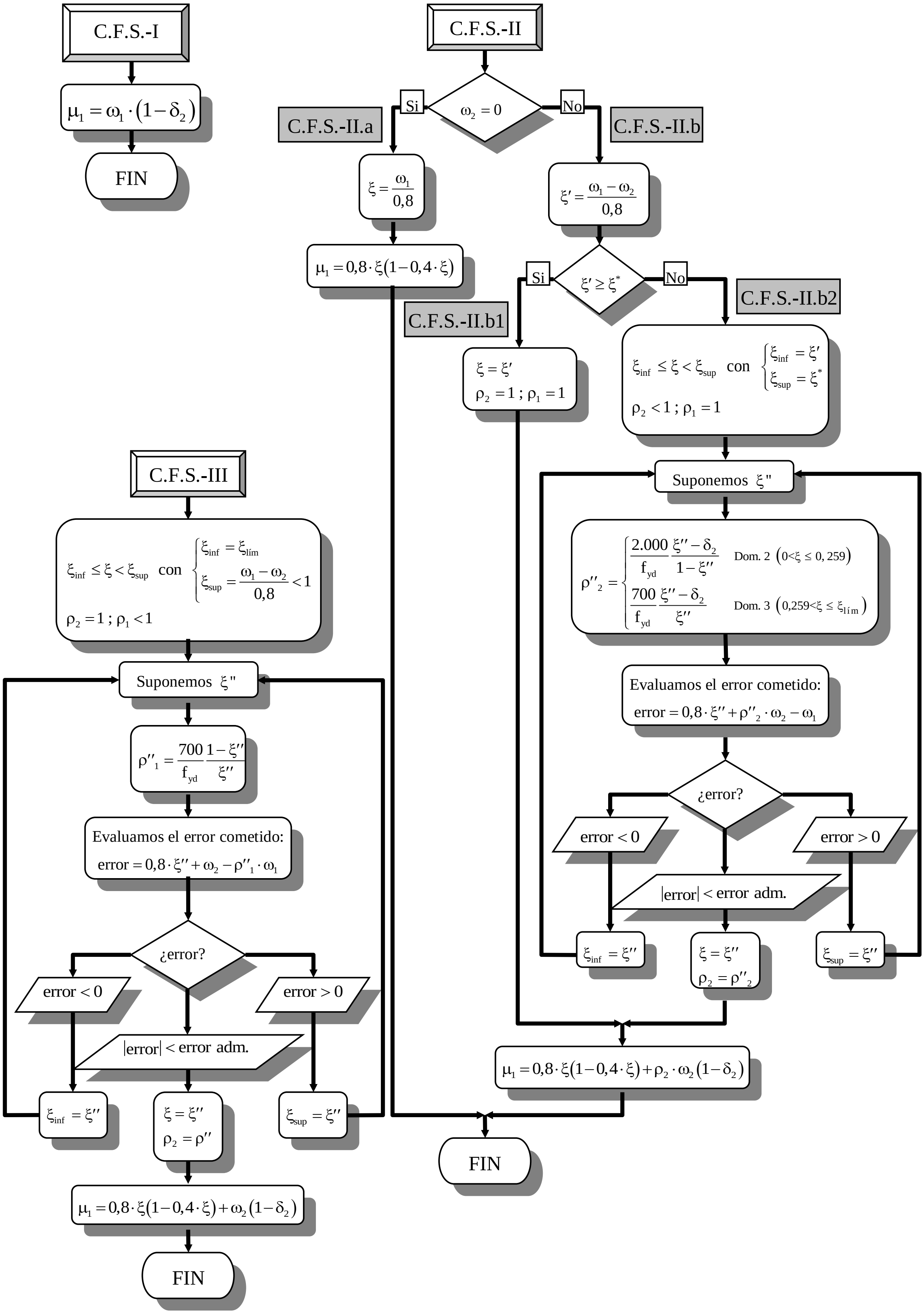
¿$\omega_1 - \omega_2$?

$\omega_1 - \omega_2 \le 0$ → C.F.S.-I

$0 < \omega_1 - \omega_2 \le \nu_{lím}$ → C.F.S.-II

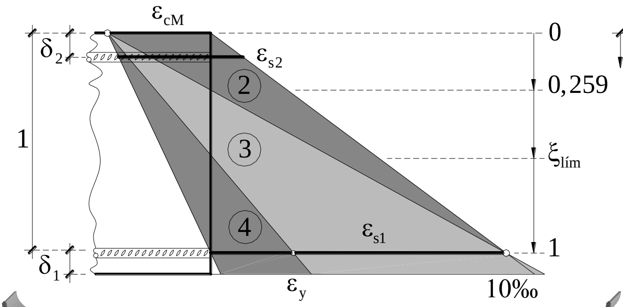
$\nu_{lím} < \omega_1 - \omega_2$ → C.F.S.-III

$$M_1 = \mu_1 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \Rightarrow M_u = M_1$$


C.F.S.-I
μ1 = ω1 · (1 − δ2)
FIN
C.F.S.-II
ω2 = 0
Si
No
C.F.S.-II.a
C.F.S.-II.b
ξ = ω1 / 0,8
ξ' = (ω1 − ω2) / 0,8
μ1 = 0,8 · ξ(1 − 0,4 · ξ)
ξ' ≥ ξ*
Si
No
C.F.S.-II.b1
C.F.S.-II.b2
ξ = ξ'
ρ2 = 1 ; ρ1 = 1
ξinf ≤ ξ < ξsup con ξinf = ξ', ξsup = ξ*
ρ2 < 1 ; ρ1 = 1
Suponemos ξ"
ρ''2 = 2.000/fyd · (ξ'' − δ2)/(1 − ξ'') Dom. 2 (0<ξ ≤ 0,259)
700/fyd · (ξ'' − δ2)/ξ'' Dom. 3 (0,259<ξ ≤ ξlím)
Evaluamos el error cometido:
error = 0,8 · ξ'' + ρ''2 · ω2 − ω1
¿error?
error < 0
error > 0
|error| < error adm.
ξinf = ξ''
ξ = ξ''
ρ2 = ρ''2
ξsup = ξ''
μ1 = 0,8 · ξ(1 − 0,4 · ξ) + ρ2 · ω2(1 − δ2)
FIN
C.F.S.-III
ξinf ≤ ξ < ξsup con ξinf = ξlím, ξsup = (ω1 − ω2)/0,8 < 1
ρ2 = 1 ; ρ1 < 1
Suponemos ξ"
ρ''1 = 700/fyd · (1 − ξ'')/ξ''
Evaluamos el error cometido:
error = 0,8 · ξ'' + ω2 − ρ''1 · ω1
¿error?
error < 0
error > 0
|error| < error adm.
ξinf = ξ''
ξ = ξ''
ρ2 = ρ''
ξsup = ξ''
μ1 = 0,8 · ξ(1 − 0,4 · ξ) + ω2(1 − δ2)
FIN

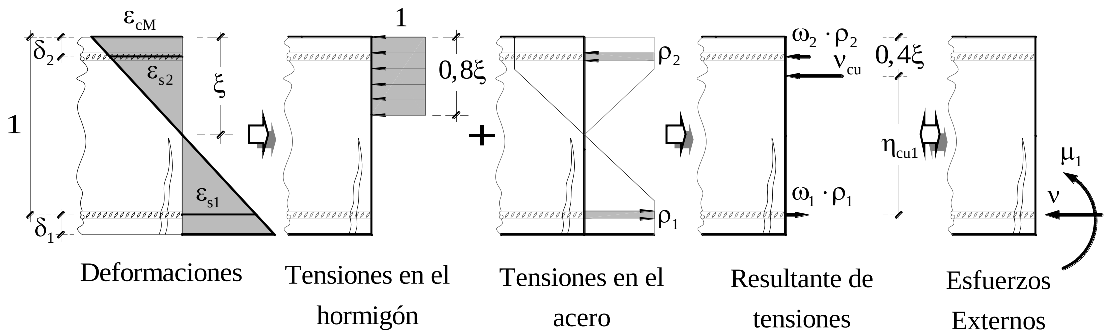
3. FLEXIÓN COMPUESTA

Una sección sometida a flexión compuesta estará solicitada por un momento flector y un axil, ó lo que es lo mismo por un axil con una determinada excentricidad e_0, y se agotará en el dominio de deformación 2, 3 ó 4. Las ecuaciones, que gobiernan el cálculo de secciones en estos dominios, para los aceros y recubrimientos normales, son las que se muestran a continuación:

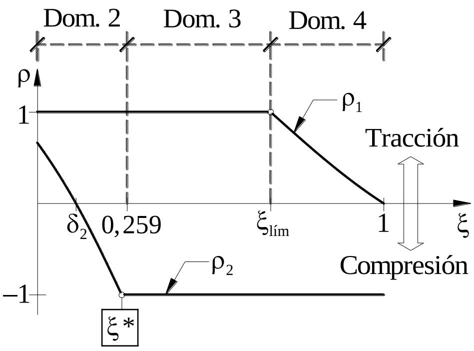


$$\nu = \underbrace{0,8\cdot\xi}_{\nu_{cu}} + \omega_2\cdot\rho_2 - \omega_1\cdot\rho_1$$

$$\mu_1 = \underbrace{\underbrace{0,8\cdot\xi}_{\nu_{cu}}\cdot\underbrace{(1-0,4\cdot\xi)}_{\eta_{cu1}}}_{\mu_{cu1}} + \omega_2\cdot\rho_2(1-\delta_2)$$



B 400S	δ_2	γ_s=1,15	γ_s=1,00
ξ^*	0,05	0,099	0,117
	0,10	0,199	0,233
	0,15	0,298	0,350
	0,27	0,542	0,636
	0,34	0,668	0,784
$\xi_{lím}$		0,668	0,636



B 500S	δ_2	γ_s=1,15	γ_s=1,00
ξ^*	0,05	0,132	0,175
	0,10	0,264	0,350
	0,15	0,396	0,525
	0,18	0,465	0,617
	0,22	0,583	0,773
$\xi_{lím}$		0,517	0,583

Las secciones sometidas a compresión compuesta están igualmente solicitadas por un momento flector y un axil. En el caso de flexión compuesta es predominante el esfuerzo de flexión frente al de compresión, y en el caso de compresión compuesta es predominante el esfuerzo de compresión frente al de flexión. En el momento de calcular una sección solicitada por un momento flector y un axil, necesitamos conocer algún criterio que nos permita decidir si nos encontramos en un problema de flexión compuesta ó de compresión compuesta. Desgraciadamente esto únicamente se puede saber una vez que hemos calculado el diagrama de deformación última de la sección, y por lo tanto no conocemos un procedimiento exacto que dados unos esfuerzos nos determine el tipo de solicitación al que está sometida la sección. No obstante se puede establecer el siguiente criterio aproximado.

En dimensionamiento distinguiremos el caso de flexión compuesta del de compresión compuesta, en función del valor de la excentricidad e_0:

- Cuando la excentricidad es grande (como orden de magnitud podemos decir $e_0 \geq \frac{h}{4}$) se tratará de un problema de flexión compuesta.

- Cuando la excentricidad es pequeña (como orden de magnitud podemos decir $e_0 < \frac{h}{4}$) se tratará de un problema de compresión compuesta.

En comprobación nos encontraremos en un problema de compresión compuesta cuando, según se verá más adelante, $\nu - \omega_2 > 0{,}8$.

Todo lo dicho para el caso de flexión simple es aplicable al caso de flexión compuesta, es más, el caso de flexión simple es un caso particular del de flexión compuesta, haciendo $\nu = 0$ ($N = 0$, ó lo que es lo mismo, $e_0 = \infty$). Siguiendo el mismo razonamiento que se hizo en flexión simple se puede concluir que:

- En el dominio 2 no se aprovecha la resistencia del hormigón.
- En el dominio 4 no se aprovecha la resistencia de la armadura de tracción.
- En el dominio 3 se aprovechan simultáneamente las resistencias del hormigón y del acero.

Una diferencia importante de la flexión compuesta con respecto a la flexión simple, es que para este tipo de solicitación, el dominio 4 adquiere una mayor importancia. Como en flexión compuesta no se tienen que equilibrar las compresiones con las tracciones, debido a la existencia de un axil exterior aplicado sobre la sección, si los esfuerzos exteriores pueden absorberse sin necesidad de disponer armadura de tracción (armadura inferior), el dominio 4 se convierte en el dominio más interesante para el dimensionamiento, tal como veremos en el caso DFC-IIb.

3.1 Dimensionamiento

Para resolver el problema de dimensionamiento hacemos $M_1 = M_d + N_d \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)$ y $N = N_d$ en las ecuaciones de equilibrio en flexión compuesta, y tenemos dos ecuaciones (las ecuaciones de equilibrio) con tres incógnitas: ξ, ω_1, y ω_2.

El problema, al igual que todo problema de dimensionamiento de secciones de hormigón, es indeterminado, por lo que entre todas las soluciones posibles habrá que buscar la más económica. El razonamiento para elegir la solución más económica es el mismo que en el caso de flexión simple, y pueden presentarse dos casos:

CASO DFC-I: $\mu_1 \leq \mu_{lím}$

En esta situación el hormigón por sí solo es capaz de soportar el momento exterior, sin que la armadura de tracción deje de trabajar a su límite elástico, y por lo tanto no es necesaria la armadura de compresión. Las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$\nu = 0{,}8 \cdot \xi - \omega_1$$

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi)$$

De la ecuación de equilibrio de momento obtenemos el valor de la profundidad de la fibra neutra.

$$\xi = 1{,}25 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_1}\right)$$

y una vez conocida ξ, de la ecuación de equilibrio de fuerza obtenemos el valor de la cuantía mecánica en tracción.

$$\omega_1 = 0{,}8 \cdot \xi - \nu$$

En función del valor de ω_1 pueden presentarse dos casos:

CASO DFC-Ia: $\omega_1 \geq 0$

En este caso la solución obtenida es correcta y por lo tanto las cuantías de armaduras (de cálculo) serán:

$$\omega_2 = 0$$

$$\omega_1 = 0{,}8 \cdot \xi - \nu$$

CASO DFC-Ib: $\omega_1 < 0$

En este caso hacemos $\omega_1 = 0$ (recordemos que siempre han de colocarse las cuantías mínimas), y esto significa que no solo la sección de hormigón es capaz de soportar por sí sola los esfuerzos de cálculo, sino que para el axil ν la sección de hormigón soporta un momento mayor que μ_1.

CASO DFC-II: $\mu_1 > \mu_{lím}$

En esta situación el hormigón por sí solo no es capaz de soportar este momento exterior sin que la armadura de tracción deje de trabajar a su límite elástico. La solución más económica se obtiene haciendo $\xi = \xi_{lim}$ y colocando la armadura de compresión necesaria para absorber el exceso de momento que no es capaz de soportar el hormigón, al igual que se hacía en el caso DFS-II (recordemos que para $\xi = \xi_{lim}$, y para los recubrimientos normales, tanto la armadura de tracción como la de compresión trabajan a su límite elástico: $\rho_1 = \rho_2 = 1$).

Las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$\nu = \nu_{lim} + \omega_2 - \omega_1$$

$$\mu_1 = \mu_{lim} + \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

De la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la cuantía de la armadura de compresión:

$$\omega_2 = \frac{\mu_1 - \mu_{lim}}{1 - \delta_2}$$

y de la ecuación de equilibrio de fuerzas la cuantía mecánica de la armadura de tracción.

$$\omega_1 = \nu_{lim} + \omega_2 - \nu$$

Dependiendo del valor obtenido de ω_1, pueden presentarse dos casos:

CASO DFC-II.a: $\omega_1 \geq 0$

Si $\omega_1 \geq 0$ la solución obtenida es correcta, y por lo tanto las cuantías de las armaduras serán:

$$\omega_2 = \frac{\mu_1 - \mu_{lim}}{1 - \delta_2}$$

$$\omega_1 = \nu_{lim} + \omega_2 - \nu$$

CASO DFC-II.b: $\omega_1 < 0$

Si $\omega_1 < 0$ la armadura inferior trabaja a compresión, situación que no es posible con el diagrama de deformación adoptado en el cálculo ($\xi = \xi_{lim}$). Esto significa que la profundidad de la fibra neutra tiene que aumentar, agotándose la sección en un dominio superior al dominio 3 ($\xi > \xi_{lim}$), sin necesidad de armadura de tracción. Por lo tanto volvemos a calcular la sección en el dominio 4, sin armadura de tracción. Las ecuaciones de equilibrio son:

$$\nu = 0{,}8 \cdot \xi + \omega_2$$

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

De la ecuación de equilibrio de fuerzas obtenemos:

$$\omega_2 = \nu - 0{,}8 \cdot \xi$$

y sustituyendo ω_2 en la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene:

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi) + (\nu - 0{,}8 \cdot \xi) \cdot (1 - \delta_2)$$

Resolviendo esta última ecuación de segundo grado se obtiene la profundidad de la fibra neutra:

$$\xi = 1{,}25 \cdot \delta_2 \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\nu \cdot (1 - \delta_2) - \mu_1}{0{,}5 \cdot \delta_2^2}} \right)$$

En función del valor obtenido de ξ pueden presentarse dos nuevos casos:

CASO DFC-II.b.1 $\xi_{lim} < \xi \leq 1+\delta_1$

Estrictamente hablando el valor de ξ tiene que estar comprendido entre $\xi_{lim} < \xi \leq 1$, ya que las ecuaciones que hemos planteado son las correspondientes al dominio 4. Sin embargo, la ausencia de armadura inferior implica que estas ecuaciones son válidas hasta un valor de ξ igual a:

$$\xi = \frac{h}{d} = \frac{d+d_1}{d} = 1+\delta_1$$

ya que hasta este valor de la profundidad de la fibra neutra, las ecuaciones de equilibrio no cambian, al seguir siendo:

- ✓ $\rho_2 = 1$
- ✓ Paquete de compresiones: $\nu_{cu} = 0{,}8 \cdot \xi$
- ✓ Brazo mecánico del paquete de compresiones: $\eta_{cu1} = 1 - 0{,}4 \cdot \xi$

Por lo tanto si el valor obtenido de ξ está comprendido entre $\xi_{lím} \leq \xi \leq 1+\delta_1$, la solución obtenida es correcta y la cuantía mecánica de la armadura superior será:

$$\omega_2 = \nu - 0{,}8 \cdot \xi$$

En función de esta cuantía se pueden presentar dos nuevos casos:

CASO DFC-II.b.1.a: $\omega_2 \geq 0$

La solución obtenida es correcta y por lo tanto las cuantías de acero necesarias serán:

$\omega_2 = \nu - 0{,}8 \cdot \xi$

$\omega_1 = 0$

CASO DFC-II.b.1.b: $\omega_2 < 0$

En este caso hacemos $\omega_2 = 0$ y $\omega_1 = 0$, y la sección no se agota para los esfuerzos dados.

CASO DFC-II.b.2 $\xi > 1+\delta_1$

Por el contrario si $\xi > 1+\delta_1$, no se trata de un problema de flexión compuesta, sino de compresión compuesta y hay que resolver el problema por el procedimiento que se describirá para compresión compuesta.

En la página siguiente se muestra un diagrama de bloques con los pasos necesarios para dimensionamiento de una sección a flexión compuesta.

Dimensionamiento a flexión compuesta

Determinación de los valores de cálculo:

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c}; \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \quad M_d = \gamma_f \cdot M; \quad N_d = \gamma_f \cdot N$$

Ver Ficha 05

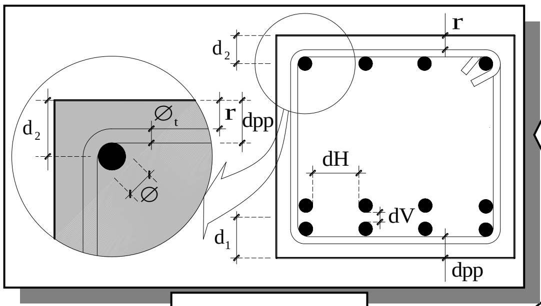
Cálculo de las cuantías límites:

$A_{s1,mín}$ ($A_{s1,máx}$) y $A_{s2,mín}$ ($A_{s2,máx}$)

Ver Ficha 06

Cálculo de los recubrimientos:

$$d_1 = d_2 \geq \begin{cases} r + \varnothing_t + \frac{1}{2}\varnothing \\ dpp + \frac{1}{2}\varnothing \end{cases}$$



Ver Ficha 04 para valores de r y dpp

Cálculo de las magnitudes adimensionales:

$$\delta_2 = \frac{d_2}{d}$$

$$M_1 = M_d + N_d\left(d - \frac{h}{2}\right) \Rightarrow \mu_1 = \frac{M_1}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$N = N_d \Rightarrow \qquad \nu = \frac{N}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

Cálculo de los valores límites:

$$\xi_{lim} = \frac{1}{1 + 1,43 \cdot 10^{-3} \cdot f_{yd}} \begin{cases} \nu_{lim} = 0,8 \cdot \xi_{lim} \\ \mu_{lim} = 0,8 \cdot \xi_{lim} \cdot (1 - 0.4 \cdot \xi_{lim}) \end{cases}$$

	B 400S		B 500S	
	γ_s=1,15	γ_s=1,00	γ_s=1,15	γ_s=1,00
$\xi_{lím}$	0,668	0,636	0,617	0,583
$\nu_{lím}$	0,534	0,509	0,493	0,467
$\mu_{lím}$	0,392	0,380	0,372	0,358

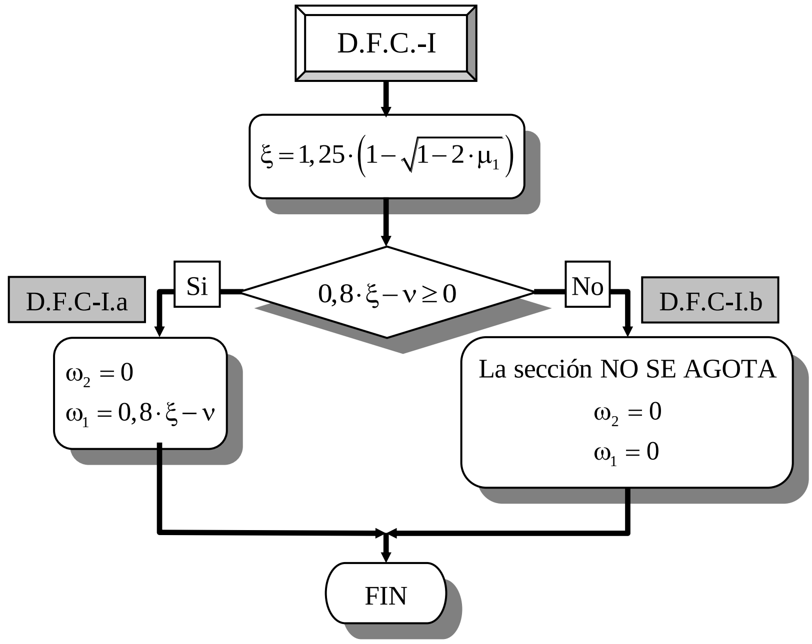
$$\mu_1 < \mu_{lim}$$

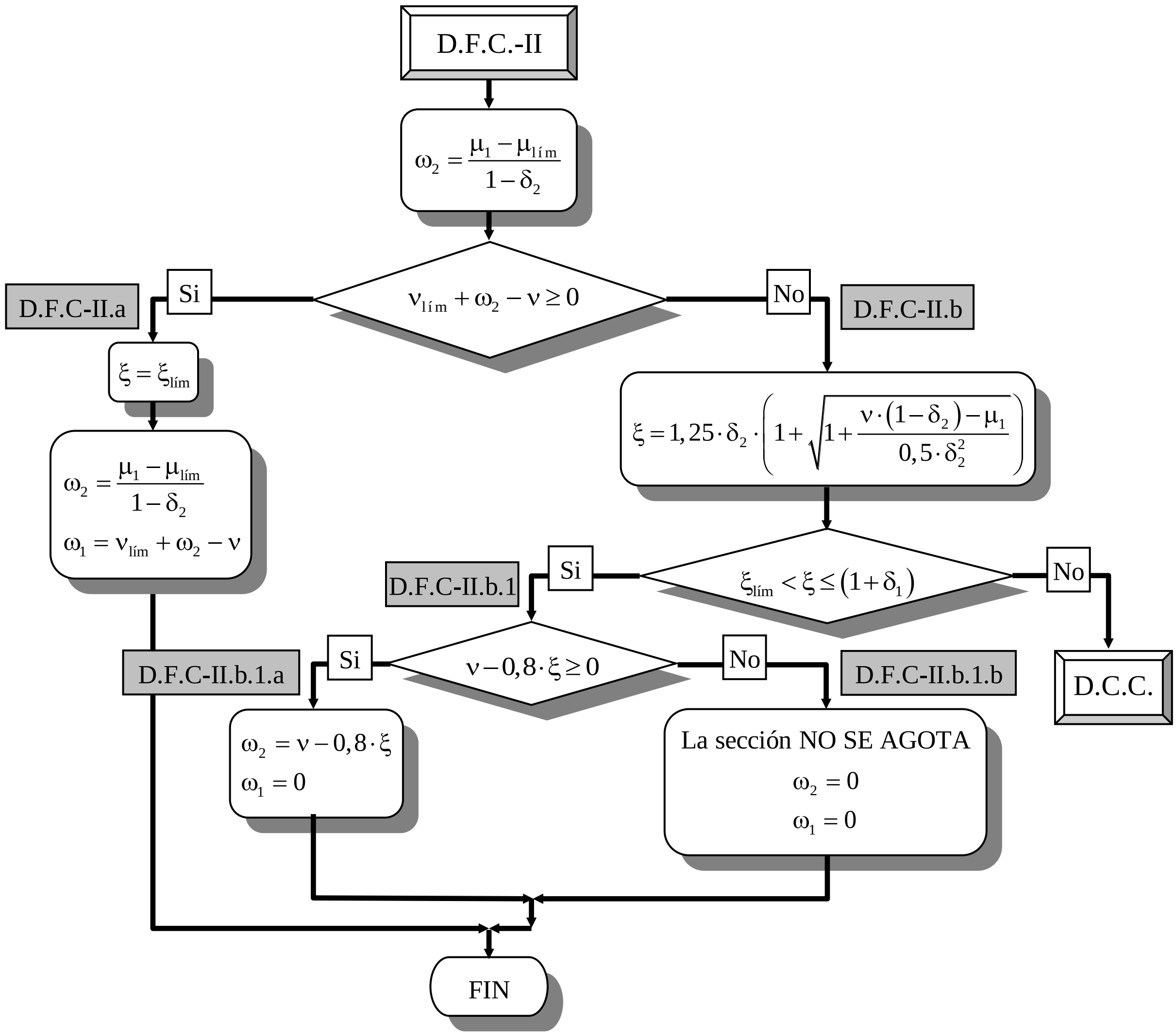
Si → D.F.C.-I

No → D.F.C.-II

$$A_{s1} = \omega_1 \frac{b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s2} = \omega_2 \frac{b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$


D.F.C.-I
$\xi = 1,25 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_1}\right)$
Si
$0,8 \cdot \xi - \nu \geq 0$
No
D.F.C-I.a
D.F.C-I.b
$\omega_2 = 0$
$\omega_1 = 0,8 \cdot \xi - \nu$
La sección NO SE AGOTA
$\omega_2 = 0$
$\omega_1 = 0$
FIN


D.F.C.-II
$\omega_2 = \frac{\mu_1 - \mu_{lím}}{1 - \delta_2}$
Si
$\nu_{lím} + \omega_2 - \nu \geq 0$
No
D.F.C-II.a
D.F.C-II.b
$\xi = \xi_{lím}$
$\omega_2 = \frac{\mu_1 - \mu_{lím}}{1 - \delta_2}$
$\omega_1 = \nu_{lím} + \omega_2 - \nu$
$\xi = 1,25 \cdot \delta_2 \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\nu \cdot (1 - \delta_2) - \mu_1}{0,5 \cdot \delta_2^2}}\right)$
D.F.C-II.b.1
Si
$\xi_{lím} < \xi \leq (1 + \delta_1)$
No
D.C.C.
D.F.C-II.b.1.a
Si
$\nu - 0,8 \cdot \xi \geq 0$
No
D.F.C-II.b.1.b
$\omega_2 = \nu - 0,8 \cdot \xi$
$\omega_1 = 0$
La sección NO SE AGOTA
$\omega_2 = 0$
$\omega_1 = 0$
FIN

3.2 Comprobación

Como en todo problema de comprobación se conocen todas las dimensiones geométricas de la sección y sus armaduras, así como las resistencias de cálculo de los materiales y los esfuerzos de cálculo que solicitan a la sección: N_d y M_d. El problema consiste en comprobar que los esfuerzos de agotamiento de la sección, N_u y M_u, son inferiores ó iguales a los de cálculo: $N_d \leq N_u$ y $M_d \leq M_u$; es decir, las incógnitas de nuestro problema son los momentos de agotamiento de la sección N_u y M_u.

Para resolver el problema hacemos $N = N_u$ y $M = M_u$ en nuestras ecuaciones de equilibrio, y tenemos dos ecuaciones con tres incógnitas: ξ, ν y μ_1. Por lo tanto el problema, al contrario de lo que sucedía en flexión simple, no tiene solución única, sino que existen infinitas combinaciones de ν y μ_1 que agotan a la sección.

En la práctica, para resolver el problema suele hacerse una de las tres suposiciones siguientes:

❶ Comprobar con el axil de cálculo dado:

Hacemos $N_u = N_d$ y calculamos el momento de agotamiento M_u. Si $M_d \leq M_u$ estaremos en buenas condiciones de seguridad.

❷ Comprobar con el momento de cálculo dado.

Hacemos $M_u = M_d$ y calculamos el axil de agotamiento N_u. Si $N_d \leq N_u$ la sección se encontrará en buenas condiciones de seguridad.

❸ Comprobar con la excentricidad dada.

Hacemos $e_0 = \dfrac{M_d}{N_d} = \dfrac{M_u}{N_u}$ y calculamos el axil de agotamiento N_u. El momento de agotamiento será $M_u = e_0 . N_u$. Si $N_d \leq N_u$, también se verificará que $M_d \leq M_u$ ($N_d \leq N_u \Leftrightarrow N_d \cdot e_0 \leq N_u \cdot e_0 \Leftrightarrow M_d \leq M_u$) , y diremos que la sección se encuentra en buenas condiciones de seguridad.

En lo que sigue resolvemos el problema de comprobación admitiendo la primera suposición de las comentadas; es decir, admitiremos que el axil de agotamiento es el axil de cálculo y calcularemos el momento de agotamiento. Por lo tanto para resolver el problema tenemos dos ecuaciones (las ecuaciones de equilibrio) y dos incógnitas: ξ y μ_1.

Al igual que sucedía en flexión simple, y en general en todo problema de comprobación, la resolución explícita de este sistema de ecuaciones es compleja y lo más cómodo es recurrir a procesos iterativos de cálculo. De nuevo estos procesos iterativos consistirán, en general, en predecir el dominio en el que se agota la sección y buscar en este dominio la profundidad de la fibra neutra, ξ, para la cual se cumplen las ecuaciones de equilibrio. Esta ξ será la que determine el diagrama de deformación de agotamiento, y una vez obtenido éste podremos determinar los esfuerzos de agotamiento (en este caso $N_u = N_d$ y M_u). Recordemos que a cada diagrama de deformación le corresponde un único esfuerzo exterior (en general N y M) que está en equilibrio con dicho diagrama.

Para la determinación del dominio en el que se agota la sección, fijémonos, de nuevo, en la ecuación de equilibrio de fuerzas, en el supuesto de que ambas armaduras trabajasen a su resistencia de cálculo ($\sigma_{s1} = \sigma_{s2} = f_{yd}$). En este caso la contribución del hormigón sería:

$$\nu = \nu_{cu} + \omega_2 - \omega_1 \quad \Rightarrow \quad \nu_{cu} = \omega_1 - \omega_2 + \nu$$

Si la armadura superior no trabajara a su límite elástico ($\rho_2 < 1$), la contribución del hormigón sería:

$$\nu_{cu} = \omega_1 - \rho_2 \cdot \omega_2 + \nu \Rightarrow \nu_{cu} > \omega_1 - \omega_2 + \nu$$

Y por último, si la armadura inferior no trabajara a su límite elástico ($\rho_1 < 1$), la contribución del hormigón sería:

$$\nu_{cu} = \rho_1 \cdot \omega_1 - \omega_2 + \nu \Rightarrow \nu_{cu} < \omega_1 - \omega_2 + \nu$$

Por lo tanto el valor de $\omega_1 - \omega_2 + \nu$ es un indicador de la magnitud de la contribución del hormigón, ν_{cu}, y éste lo es a su vez del dominio en el cual se va a agotar la sección. Por lo tanto en función del valor de $\omega_1 - \omega_2 + \nu$ pueden presentarse tres casos en la comprobación de secciones sometidas a flexión compuesta.

CASO CFC-I: $\omega_1 - \omega_2 + \nu < 0$

Como la contribución real del hormigón, ν_{cu}, no puede ser nunca menor que cero, para que se cumpla el equilibrio de fuerza, tiene que ser $\rho_2 < 1$, produciéndose el agotamiento de la sección en el dominio 2 ($\xi < 0{,}259$). El brazo mecánico del paquete de compresión en el hormigón será $\eta_{cu1} = (1 - 0{,}4.\xi)$, por lo que $\eta_{cu1} \geq 0.9$, que coincide prácticamente con el de la armadura de compresión. De nuevo, al igual que sucedía en flexión simple, podemos obtener un valor aproximado del momento de agotamiento si admitimos que esto último es cierto; es decir, que tanto el paquete de compresión como la armadura de compresión tienen aproximadamente el mismo brazo mecánico, e igual a $1 - \delta_2$, las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$\nu = \nu_{cu} + \rho_2 \cdot \omega_2 - \omega_1$$

$$\mu_1 = \left(\nu_{cu} + \rho_2 . \omega_2\right) \cdot \left(1 - \delta_2\right)$$

De la ecuación de equilibrio de fuerza obtenemos que:

$$\nu_{cu} + \rho_2 \cdot \omega_2 = \omega_1 + \nu$$

y sustituyendo en la ecuación de equilibrio de momento se obtiene finalmente que:

$$\mu_1 = (\omega_1 + \nu) \cdot \left(1 - \delta_2\right)$$

El razonamiento que se ha hecho produce unos resultados muy aproximados, estando además del lado de la seguridad (se obtiene un momento de agotamiento un poco menor del que realmente agota a la sección), ya que la simplificación que se ha realizado equivale a despreciar la contribución del hormigón. Efectivamente, si despreciamos la contribución del hormigón, ($\nu_{cu} = 0$ y $\mu_{cu1} = 0$) las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$\nu = \rho_2 \cdot \omega_2 - \omega_1$$

$$\mu_1 = \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot \left(1 - \delta_2\right)$$

de la ecuación de equilibrio de fuerzas obtenemos que:

$$\rho_2 \cdot \omega_2 = \omega_1 + \nu$$

y sustituyendo en la ecuación de equilibrio de momento se obtiene que :

$$\mu_1 = \left(\omega_1 + \nu\right) \cdot \left(1 - \delta_2\right)$$

Del resultado obtenido se desprende que el momento de agotamiento depende únicamente de la cuantía de tracción y del axil aplicado.

CASO CFC-II: $0 \leq \omega_1 - \omega_2 + \nu \leq \nu_{lim}$

En esta situación la contribución del hormigón, ν_{cu}, va a ser inferior a $\nu_{lím}$, y por lo tanto la sección se agotará con un valor de la profundidad de la fibra neutra $\xi \leq \xi_{lim}$, alcanzando el valor de ξ_{lim} cuando $\omega_1 - \omega_2 + \nu = \nu_{lim}$. Por lo tanto la sección se agotará en el dominio 2 ó 3.

Al igual que en flexión simple, podemos hacer una primera distinción en función de que exista o no armadura de compresión.

CASO CFC-II.a: $\omega_2 = 0$

En este caso las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$\nu = 0{,}8 \cdot \xi - \omega_1$$

$$\mu_1 = 0{,}8, \xi \cdot \left(1 - 0{,}4 \cdot \xi\right)$$

De la ecuación de equilibrio de fuerzas obtenemos la profundidad de la fibra neutra en el agotamiento:

$$\xi = \frac{\omega_1 + \nu}{0{,}8}$$

y de la ecuación de equilibrio momentos obtenemos, una vez conocido ξ, el valor del momento de agotamiento:

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi)$$

CASO CFS-II.b: $\omega_2 > 0$

Las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

Si $\xi < \xi^*$

$$\nu = 0{,}8 \cdot \xi + \rho_2 \cdot \omega_2 - \omega_1$$
$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi) + \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

Si $\xi \geq \xi^*$

$$\nu = 0{,}8 \cdot \xi + \omega_2 - \omega_1$$
$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

Como cabe la posibilidad de que la sección se agote con un valor de ξ mayor que ξ^*, empezamos suponiendo que la sección se agotará con un valor de $\xi \geq \xi^*$. En esta situación, de la ecuación de equilibrio de fuerzas obtenemos el valor de la profundidad de la fibra neutra:

$$\xi' = \frac{\omega_1 - \omega_2 + \nu}{0{,}8}$$

Según el valor de ξ' obtenido pueden presentarse dos casos:

CASO CFC-II.b.1: $\xi' \geq \xi^*$

En este caso el valor obtenido de ξ' es correcto, ya que para ésta efectivamente sucede que $\rho_2 = 1$, y por lo tanto $\xi = \xi'$, y el momento de agotamiento será:

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

CASO CFC-II.b.2: $\xi' < \xi^*$

En este caso el valor obtenido de ξ' no es correcto, ya que la armadura de compresión no trabaja a su límite elástico ($\rho_2 < 1$). El valor de ξ será:

$$\xi = \frac{\omega_1 - \rho_2 \cdot \omega_2 + \nu}{0{,}8} > \frac{\omega_1 - \omega_2 + \nu}{0{,}8} = \xi'$$

es decir, ξ' es una cota inferior del valor de ξ que agota a la sección, y una cota superior será ξ^*. Por lo tanto el valor de ξ que agota a la sección estará comprendido entre $\xi_{inf} < \xi < \xi_{sup}$ siendo en principio, $\xi_{inf} = \xi'$ y $\xi_{sup} = \xi^*$. Como no conocemos el valor de ρ_2 es necesario recurrir al siguiente proceso iterativo:

❶ Suponer un valor de ξ comprendido entre $\xi_{inf} < \xi < \xi_{sup}$. Al igual que en flexión simple, y en general en todo proceso iterativo donde supongamos un valor de ξ, a este valor supuesto lo denotaremos por ξ''.

❷ Calcular el valor de ρ_2 para la ξ'' supuesta. Este valor lo denotaremos también por ρ''_2, y será:

- Si $0 \leq \xi'' \leq 0{,}259$ $\Rightarrow$ Dominio 2 $\Rightarrow$ $\rho''_2 = \dfrac{2.000}{f_{yd}} \dfrac{\xi'' - \delta_2}{1 - \xi''}$
- Si $0{,}259 \leq \xi'' \leq \xi_{lím}$ $\Rightarrow$ Dominio 3 $\Rightarrow$ $\rho''_2 = \dfrac{700}{f_{yd}} \dfrac{\xi'' - \delta_2}{\xi''}$

❸ Evaluar el error que se comete con la ξ'' supuesta. Este error será:

$$\text{error} = 0{,}8 \cdot \xi + \rho_2 \cdot \omega_2 - \omega_1 - \nu$$

❹ Si el error cometido en valor absoluto es menor que el error con el que queremos calcular (por ejemplo menor que 0.001), damos por bueno el valor de ξ y ρ_2 de esta última iteración.

En caso contrario volvemos a iterar teniendo en cuenta que:

- Si error > 0, la ξ supuesta es mayor que la que agota a la sección, y sustituimos ξ_{sup} por el valor de la ξ supuesta.
- Si error < 0, la ξ supuesta es menor que la que agota a la sección, y sustituimos ξ_{inf} por el valor de la ξ supuesta.

❺ Con el valor de ξ y ρ_2 de la última iteración obtenemos el momento de agotamiento.

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot \rho_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

CASO CFC-III: $\nu_{lim} < \omega_1 - \omega_2 + \nu$ y $-\omega_2 + \nu \le 0{,}8$ [6]

En esta situación la contribución del hormigón, ν_{cu} , va a ser superior a $\nu_{lím}$, y por lo tanto la sección se agotará con un valor de la profundidad de la fibra neutra $\xi > \xi_{lim}$. Pero por otro lado, al ser $-\omega_2 + \nu \le 0{,}8$, implica que la contribución del hormigón va a ser inferior a la que corresponde para $\xi = 1$. Por lo tanto la sección se agotará en el dominio 4 ($\xi_{lím} < \xi \le 1$) y las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$\nu = 0{,}8 \cdot \xi + \omega_2 - \rho_1 \cdot \omega_1$$

$$\mu_1 = 0{,}8 \cdot \xi \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

De la ecuación de equilibrio de fuerzas obtenemos el valor de la profundidad de la fibra neutra $\xi = \dfrac{\rho_1 \cdot \omega_1 - \omega_2 + \nu}{0{,}8} < \dfrac{\omega_1 - \omega_2 + \nu}{0{,}8}$; es decir, $\dfrac{\omega_1 - \omega_2 + \nu}{0{,}8}$ es una cota superior del valor de ξ, y una cota inferior será ξ_{lim}. Por lo tanto el valor de ξ que agota a la sección estará comprendido entre $\xi_{inf} < \xi < \xi_{sup}$, siendo en principio $\xi_{inf} = \xi_{lim}$ y $\xi_{sup} = \dfrac{\omega_1 - \omega_2 + \nu}{0{,}8}$. De nuevo como no conocemos el valor de ρ_1 es necesario recurrir al siguiente proceso iterativo:

❶ Suponer un valor de ξ comprendido entre $\xi_{inf} < \xi < \xi_{sup}$. A este valor lo denotaremos por ξ''

❷ Calcular el valor de ρ_1 para la ξ supuesta. A este valor lo denotaremos por ρ''_1:

$$\rho''_1 = \frac{700}{f_{yd}} \frac{1 - \xi''}{\xi''}$$

❸ Evaluar el error que se comete con la ξ'' supuesta. Este error será:

$$\text{error} = 0{,}8 \cdot \xi'' + \omega_2 - \rho''_1 \cdot \omega_1 - \nu$$

❹ Si el error cometido en valor absoluto es menor que el error con el que queremos calcular (por ejemplo menor que 0.001), damos por bueno el valor de supuesta ξ'' de esta última iteración ; es decir, hacemos $\xi = \xi''$.

En caso contrario volvemos a iterar teniendo en cuenta que:

- Si error > 0, la ξ'' supuesta es mayor que la que agota a la sección, y sustituimos ξ_{sup} por el valor de la ξ'' supuesta.
- Si error < 0, la ξ'' supuesta es menor que la que agota a la sección, y sustituimos ξ_{inf} por el valor de la ξ'' supuesta.

❺ Con el valor de ξ de la última iteración obtenemos el momento de agotamiento.

---

[6] En el caso $-\omega_2 + \nu > 0{,}8$, para que se cumpla la ecuación de equilibrio de fuerzas, tiene que ser $0{,}8\xi - \omega_1 > 0{,}8$, y entonces $\xi > 1$. Por lo tanto para $-\omega_2 + \nu > 0{,}8$ no se trata de un problema de flexión compuesta sino de compresión compuesta.

$$\mu_1 = 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) + \omega_2 \cdot (1 - \delta_2)$$

A continuación se muestra un diagrama de bloques con los pasos necesarios para la comprobación de una sección a flexión compuesta. Como la flexión simple es un caso particular de la flexión compuesta, haciendo $\nu = 0$ (N =0), este diagrama contiene al de flexión simple, y puede utilizarse para la comprobación de este tipo de solicitación haciendo en él $\nu = 0$.

Comprobación a flexión compuesta

Determinación de los valores de cálculo:

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c};\quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s};\quad M_d = \gamma_f \cdot M;\quad N_d = \gamma_f \cdot N$$

Ver Ficha 05

Cálculo de las magnitudes adimensionales:

$$\delta_2 = \frac{d_2}{d}$$

$$\omega_1 = \frac{A_{s1}\cdot f_{yd}}{b\cdot d\cdot f_{cd}} \quad \text{y} \quad \omega_2 = \frac{A_{s2}\cdot f_{yd}}{b\cdot d\cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{b\cdot d\cdot f_{cd}}$$

Cálculo de los valores límites:

$$\xi_{lim} = \frac{1}{1+1,43\cdot 10^{-3}\cdot f_{yd}} \begin{cases} \nu_{lim} = 0,8\cdot\xi_{lim} \\ \mu_{lim} = 0,8\cdot\xi_{lim}\cdot(1-0.4\cdot\xi_{lim}) \end{cases}$$

	B 400S		B 500S	
	γ_s=1,15	γ_s=1,00	γ_s=1,15	γ_s=1,00
$\xi_{lím}$	0,668	0,636	0,617	0,583
$\nu_{lím}$	0,534	0,509	0,493	0,467
$\mu_{lím}$	0,392	0,380	0,372	0,358

Cálculo de ξ^*

$$\xi^* = \frac{f_{yd} + 2.000\cdot\delta_2}{f_{yd}+2.000} \quad (\text{Dominio } 2)$$

$$\xi^* = \frac{700\cdot\delta_2}{700 - f_{yd}} \quad (\text{Dominio } 3)$$

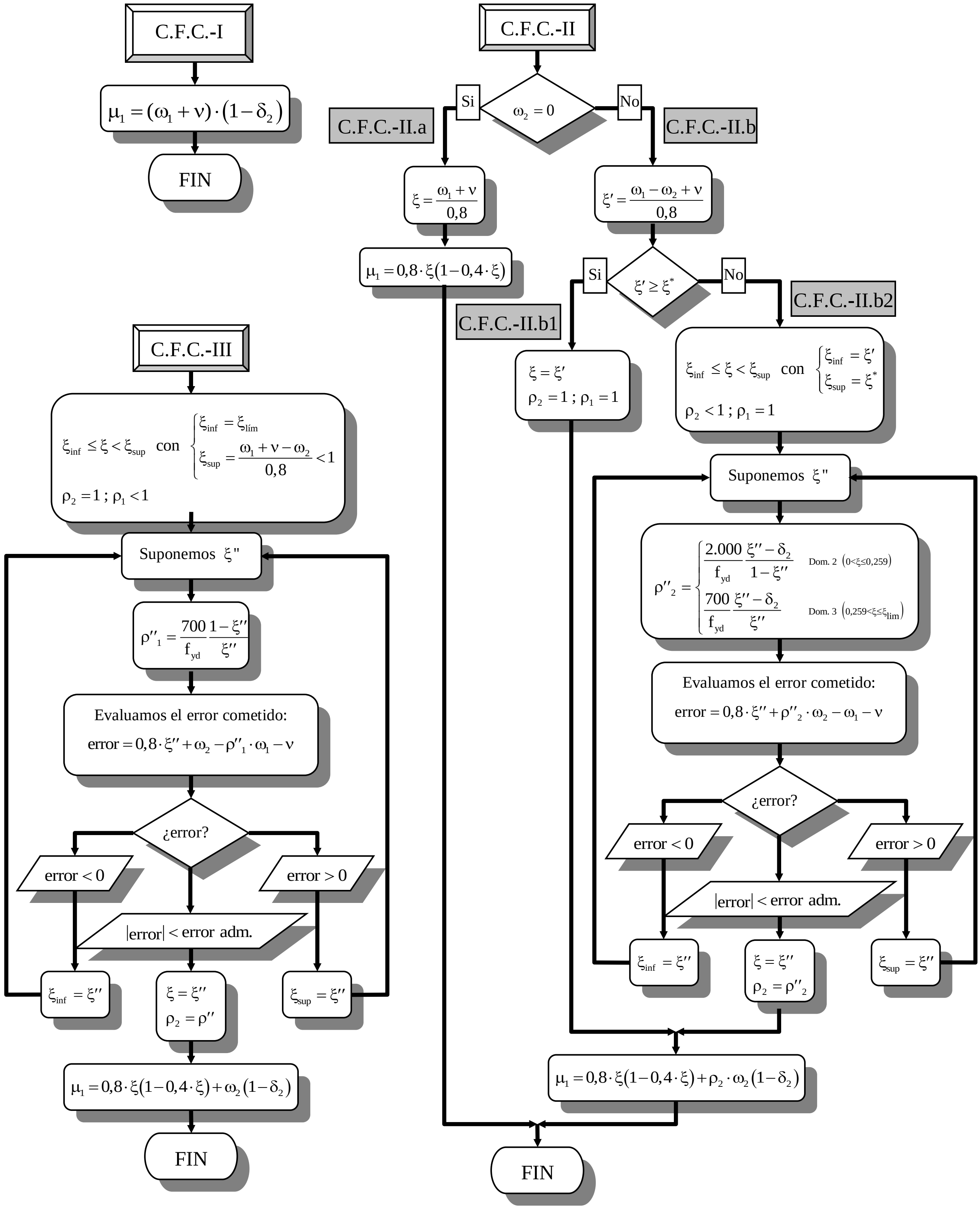
B 400S	δ_2	γ_s=1,15	γ_s=1,00
ξ^*	0,05	0,191	0,208
	0,10	0,233	0,250
	0,15	0,298	0,350
	0,27	0,542	0,636
	0,34	0,668	0,784

B 500S	δ_2	γ_s=1,15	γ_s=1,00
ξ^*	0,05	0,220	0,240
	0,10	0,264	0,350
	0,15	0,396	0,525
	0,18	0,465	0,617
	0,22	0,583	0,773

$$¿\omega_1 - \omega_2 + \nu?$$

- $\omega_1 - \omega_2 + \nu \le 0$ → C.F.C.-I
- $0 < \omega_1 - \omega_2 + \nu \le \nu_{lim}$ → C.F.C.-II
- $\nu_{lím} < \omega_1 - \omega_2 + \nu$ y $-\omega_2 + \nu \le 0,8$ → C.F.C.-III

$$M_1 = \mu_1\cdot b\cdot d^2\cdot f_{cd} \Rightarrow M_u = M_1 - N_d\left(d - \frac{h}{2}\right)$$


C.F.C.-I
μ1 = (ω1 + ν)·(1 − δ2)
FIN
C.F.C.-II
ω2 = 0
Si
No
C.F.C.-II.a
C.F.C.-II.b
ξ = (ω1 + ν)/0,8
ξ′ = (ω1 − ω2 + ν)/0,8
μ1 = 0,8·ξ(1 − 0,4·ξ)
ξ′ ≥ ξ*
C.F.C.-II.b1
C.F.C.-II.b2
ξ = ξ′
ρ2 = 1 ; ρ1 = 1
ξinf ≤ ξ < ξsup con ξinf = ξ′, ξsup = ξ*
ρ2 < 1 ; ρ1 = 1
Suponemos ξ"
ρ″2 = 2.000/fyd · (ξ″ − δ2)/(1 − ξ″) Dom. 2 (0<ξ≤0,259)
ρ″2 = 700/fyd · (ξ″ − δ2)/ξ″ Dom. 3 (0,259<ξ≤ξlim)
Evaluamos el error cometido:
error = 0,8·ξ″ + ρ″2·ω2 − ω1 − ν
¿error?
error < 0
error > 0
|error| < error adm.
ξinf = ξ″
ξ = ξ″
ρ2 = ρ″2
ξsup = ξ″
μ1 = 0,8·ξ(1 − 0,4·ξ) + ρ2·ω2(1 − δ2)
FIN
C.F.C.-III
ξinf ≤ ξ < ξsup con ξinf = ξlím, ξsup = (ω1 + ν − ω2)/0,8 < 1
ρ2 = 1 ; ρ1 < 1
Suponemos ξ"
ρ″1 = 700/fyd · (1 − ξ″)/ξ″
Evaluamos el error cometido:
error = 0,8·ξ″ + ω2 − ρ″1·ω1 − ν
¿error?
error < 0
error > 0
|error| < error adm.
ξinf = ξ″
ξ = ξ″
ρ2 = ρ″
ξsup = ξ″
μ1 = 0,8·ξ(1 − 0,4·ξ) + ω2(1 − δ2)
FIN

4. COMPRESIÓN SIMPLE

Una sección sometida a compresión simple estará solicitada por un axil de compresión aplicado en el baricentro de la sección de hormigón ($e_0 = 0$), y se agotará en el límite del dominio 5 con $\xi = \infty$, y por lo tanto con un diagrama de deformación uniforme de valor $\varepsilon = 2‰$.

En la práctica nunca se tendrá una solicitación de compresión simple, ya que la instrucción EHE (Art. 42.2.1) obliga a considerar una excentricidad mínima, debida a la incertidumbre en la posición del punto de aplicación del esfuerzo axil (ver Figura 4-01), de valor el mayor de los dos siguientes:

$$e_0 \geq \begin{cases} \dfrac{h}{20} \\ 2 \text{ cm.} \end{cases}$$

donde la excentricidad debe ser contada a partir del centro de gravedad de la sección bruta en la dirección más desfavorable de las direcciones principales, y solo en una de ella.

Figura 4-01. Error en el replanteo de pilares que provoca una excentricidad accidental en el eje de los pilares

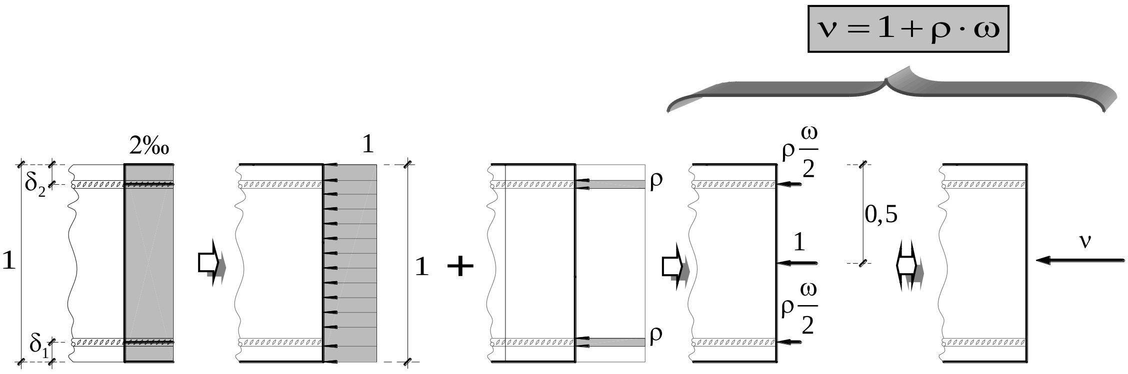
No obstante puede calcularse una sección rectangular en compresión simple siempre que se aumente convenientemente el coeficiente parcial de mayoración de las acciones. Este aumento puede ser:

$$\gamma'_f = \gamma_f \frac{a+50}{a} \geq \frac{9}{8}\gamma_f$$

donde *a* es la menor dimensión de la sección (b ó h) expresada en milímetros.

4.1 Dimensionamiento

Al dimensionar una sección de hormigón en compresión simple se adopta armadura simétrica en las dos caras (inferior y superior), ya que de lo contrario la sección no será simétrica, y al ser solicitada con una compresión centrada el diagrama de deformación no será uniforme. Por lo tanto, haciendo $\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{2}\omega$ la ecuación de equilibrio de fuerzas queda de la forma:



Deformaciones | Tensiones en el hormigón | Tensiones en el acero | Resultante de tensiones | Esfuerzos Externos

Como se observa en el diagrama de deformación de la sección, la deformación de las armaduras será: $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{s2} = 2‰$, por lo tanto la máxima tensión con la que podrá trabajar el acero será:

$$\sigma_{s1} = \sigma_{s2} = E_s \cdot \varepsilon_s = 2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}002 \Rightarrow \sigma_{s1} = \sigma_{s2} = 400 \frac{N}{mm}$$

Esto implica que si $f_{yd} > 400 \frac{N}{mm}$ habrá que considerar $\rho = \rho_1 = \rho_2 = \frac{400}{f_{yd}} < 1$, ó lo que es más fácil, hacer $\rho = \rho_1 = \rho_2 = 1$ y $f_{yd} = 400 \frac{N}{mm}$. Por el contrario, si $f_{yd} \leq 400 \frac{N}{mm}$, se tendrá $\rho = \rho_1 = \rho_2 = 1$.

A la vista de la ecuación de equilibrio se pueden presentar dos casos:

CASO DCS-I: $\nu < 1$

En este caso $\omega = 0$[7] y la sección no está agotada; es decir, la sección de hormigón es capaz de soportar por si sola un axil de compresión mayor al de cálculo.

CASO DCS-II: $\nu \geq 1$

En este caso el hormigón no es capaz de soportar por sí solo la compresión de cálculo, y es necesario colocar armadura que ayude a soportar esta compresión. La armadura total a disponer en las dos caras será:

$$\omega = \nu - 1$$

4.2 Comprobación

Tal como se ha comentado anteriormente, sólo tendrá sentido comprobar una sección a compresión simple, si la armadura dispuesta es simétrica en las dos caras, ya que de lo contrario el diagrama de deformación no es uniforme, y se procedería a comprobar en compresión compuesta.

El axil de agotamiento se obtiene directamente de la ecuación de equilibrio de fuerzas:

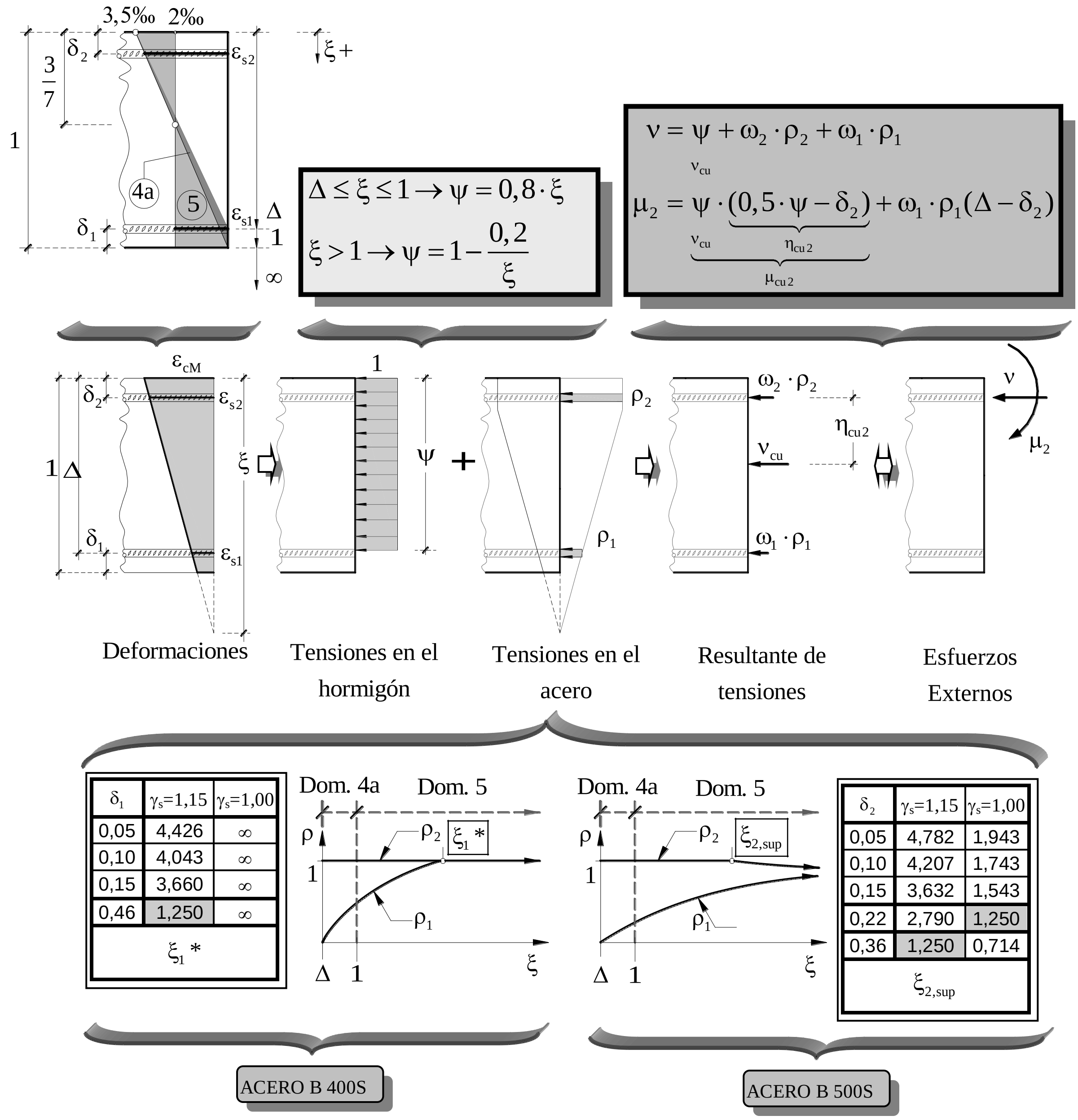
$$\nu = 1 + \omega$$

[7] Volvemos a recordar que estas cuantías son las de cálculo, y que siempre se tendrán que colocar unas cuantías mínimas.

5. COMPRESIÓN COMPUESTA

Una sección sometida a compresión compuesta, al igual que en flexión compuesta, estará solicitada por un momento flector y un axil, ó lo que es lo mismo, por un axil con una determinada excentricidad e_0, y se agotará en el dominio de deformación 4a ó 5; es decir, con las dos armaduras trabajando a compresión. Las ecuaciones que gobiernan el cálculo de secciones en estos dominios para los aceros y recubrimientos normales, son las que se muestran en la Fig. 5-1.

En el apartado 3 se muestra la forma de distinguir la solicitación de flexión compuesta de la de compresión compuesta.



δ_1	γ_s=1,15	γ_s=1,00
0,05	4,426	∞
0,10	4,043	∞
0,15	3,660	∞
0,46	1,250	∞
ξ_1 *		

δ_2	γ_s=1,15	γ_s=1,00
0,05	4,782	1,943
0,10	4,207	1,743
0,15	3,632	1,543
0,22	2,790	1,250
0,36	1,250	0,714
$\xi_{2,sup}$		

5.1 Dimensionamiento

Como se muestra en las ecuaciones de equilibrio, el momento exterior, μ_2, debe ser absorbido por el hormigón, que aporta un momento μ_{cu2}, y por la armadura inferior, que contribuye con un momento igual a: $\rho_1\cdot\omega_1\cdot(\Delta-\delta_2)$. El máximo momento que puede absorber el hormigón respecto a la armadura superior, que denotaremos como $\mu_{2,lím}$, se produce cuando toda la sección está comprimida, y vale:

$$\mu_{2,\lim} = 0,5 - \delta_2$$

cuyos valores, para los recubrimientos normales, se muestran en la Tabla 5-1.

δ_2	0,05	0,10	0,15
$\mu_{2,\text{lím}}$	0,450	0,400	0,350

Tabla 5-1

En el problema de dimensionamiento a compresión compuesta pueden presentarse dos casos, función del momento exterior, μ_2, respecto de $\mu_{2,\text{lím}}$:

CASO D.C.C.-I: $\mu_2 \leq \mu_{2,\lim}$

En esta situación el hormigón es capaz de soportar por sí solo el momento exterior, y por lo tanto no es necesario colocar armadura inferior. En el agotamiento será $\Psi \leq 1$ (para $\Psi = 1$ será $\mu_{cu2} = \mu_{2,\lim}$), y las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$\nu = \psi + \omega_2$$

$$\mu_2 = \psi \cdot (0.5 \cdot \psi - \delta_2)$$

De la ecuación de equilibrio de momentos obtenemos la profundidad de la fibra neutra:

$$\psi = \delta_2 \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\mu_2}{0,5 \cdot \delta_2^2}}\right)$$

Obtenida la profundidad del paquete de compresiones, podemos determinar la profundidad de la fibra neutra:

- Si $\psi \leq 0,8$

  $$\xi = \frac{\psi}{0,8}$$

- Si $\psi > 0,8$

  $$\xi = \frac{0,2}{1 - \psi}$$

Estrictamente hablando el valor de tiene que estar comprendido entre $\Delta \leq \xi < \infty$, sin embargo la ausencia de armadura inferior hace que la solución sea válida también en el intervalo $\xi_{\lim} \leq \xi < \Delta$, aunque en este último caso se trataría de un problema de flexión compuesta, en vez de compresión compuesta (aunque con idéntica solución). Por lo tanto el rango de variación de ξ será: $\xi_{\lim} \leq \xi < \infty$.

En el caso en que $\xi^* \leq \xi \leq \xi_{\text{lím}}$, la solución seguiría siendo válida, aunque para soportar los esfuerzos externos estamos disponiendo armadura superior en compresión sin agotar la resistencia del hormigón, obteniéndose una solución más económica dimensionando en flexión compuesta. Por lo tanto para $\xi < \xi_{\lim}$ tendremos que dimensionar la sección en flexión compuesta.

Una vez obtenido el valor de ξ entrando en la ecuación de equilibrio de fuerzas se obtiene la cuantía de la armadura superior:

$$\omega_2 = \nu - \psi$$

En función del valor obtenido de ω_2 pueden presentarse dos situaciones:

CASO DCC-I.a: $\omega_2 \geq 0$; es decir: $\nu - \psi \geq 0$

En este caso el valor obtenido de la cuantía superior es correcto, y por lo tanto la solución del problema es:

$$\omega_2 = \nu - \psi$$

$\omega_1 = 0$

CASO DCC-I.b: $\omega_2 < 0$; es decir: $\nu - \psi < 0$

En este caso el valor obtenido de la cuantía superior es incorrecto, ya que éste implica que la armadura superior trabaja a tracción en vez de a compresión, lo cual no puede ser con el diagrama de deformación adoptado en los cálculos. En este caso hacemos $\omega_2 = 0$, y por lo tanto la solución del problema es:

$\omega_2 = 0$

$\omega_1 = 0$

no agotándose la sección para los esfuerzos de cálculo.

CASO DCC-II: $\mu_{2,\lim} < \mu_2$

En esta situación el hormigón, por sí solo, no es capaz de soportar el momento exterior, y es necesario disponer armadura inferior que absorba el exceso de momento exterior.

La armadura más económica se obtiene obligando a la sección a que se deforme con un diagrama de deformación uniforme de valor 2‰, es decir, dimensionando con $\xi = \infty$, para obligar a que las dos armaduras trabajen a la máxima tensión posible (esto siempre será posible al ser la sección no uniforme).

Las ecuaciones de equilibrio quedan de la forma:

$$\nu = 1 + \omega_2 + \omega_1$$

$$\mu_2 = \mu_{2,\lim} + \omega_1 \cdot (\Delta - \delta_2)$$

donde hemos admitido que $\rho_1 = \rho_2 = 1$, situación que será cierta siempre y cuando $f_{yd} \le 400 \dfrac{N}{mm^2}$ (ver apartado 4.1). En el caso en que $f_{yd} > 400 \dfrac{N}{mm^2}$, haríamos $\rho_1 = \rho_2 = \dfrac{400}{f_{yd}}$, ó lo que es más cómodo, impondríamos que $f_{yd} = 400 \dfrac{N}{mm^2}$.

De la ecuación de momento obtenemos la cuantía de la armadura inferior:

$$\omega_1 = \frac{\mu_2 - \mu_{2,\lim}}{\Delta - \delta_2}$$

y una vez obtenida ω_1, de la ecuación de equilibrio de fuerzas obtenemos la cuantía de la armadura superior:

$$\omega_2 = \nu - 1 - \omega_1$$

cuantía que tiene que salir positiva, ya que $\nu - 1 > \omega_1$. Efectivamente, tal como se muestra en la Fig. 5-2, para que el momento exterior respecto de la armadura superior, $\mu_2 = \nu \cdot \eta_2$, sea superior al momento límite, $\mu_{2,\lim}$, tiene que ser $\nu > 1$, y tanto mayor cuanto mayor sea la excentricidad baricentral e_0 ($\eta_0 = \dfrac{e_0}{h}$). Como la armadura inferior actúa con un brazo mecánico, $\Delta - \delta_2$, muy superior al del axil exterior, $\eta_2 = \dfrac{e_2}{h}$, la armadura inferior aumenta en menor proporción que lo hace la diferencia $\nu - 1$.

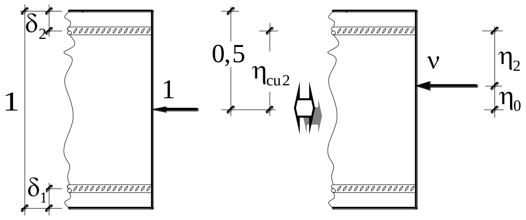


Fig. 5-2

A continuación se muestra un diagrama de bloques con los pasos necesarios para el dimensionamiento de una sección a compresión compuesta.

Dimensionamiento a compresión compuesta

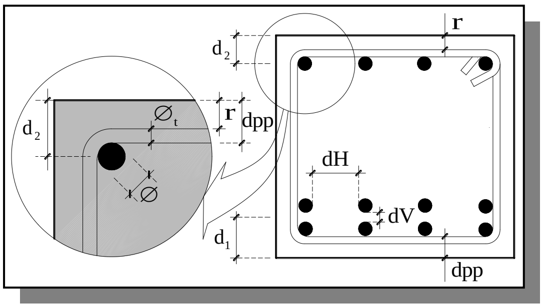
Determinación de los valores de cálculo:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}; \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \quad M_d = \gamma_f \cdot M; \quad N_d = \gamma_f \cdot N$$

Ver Ficha 05

Cálculo de las cuantías límites: $A_{s1,\text{mín}}$ ($A_{s1,\text{máx}}$) y $A_{s2,\text{mín}}$ ($A_{s2,\text{máx}}$)

Ver Ficha 06



Ver Ficha 04 para valores de r y dpp

Cálculo de los recubrimientos:

$$d_1 = d_2 \geq \begin{cases} r + \varnothing_t + \frac{1}{2}\varnothing \\ dpp + \frac{1}{2}\varnothing \end{cases}$$

Cálculo de las magnitudes adimensionales:

$$\delta_2 = \frac{d_2}{h}$$

$$M_2 = N_d \left(\frac{h}{2} - d_2\right) - M_d \Rightarrow \mu_2 = \frac{M_2}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$$

$$N = N_d \Rightarrow \qquad \nu = \frac{N}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

Cálculo de los valores límites:

$$\mu_{2,\text{lím}} = 0,5 - \delta_2$$

¿$\mu_2 < \mu_{2,\text{lím}}$?

Si:

$$\psi = \delta_2 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\mu_2}{0,5 \cdot \delta_2^2}}\right)$$

Si $\psi \leq 0,8$

$$\xi = \frac{\psi}{0,8}$$

Si $\psi > 0,8$

$$\xi = \frac{0,2}{1-\psi}$$

¿$\xi \geq \xi_{\text{lím}}$?

No: D.F.C

Si: ¿$\nu - \psi \geq 0$?

Si: DCC-I.a

$$\omega_2 = \nu - \psi$$
$$\omega_1 = 0$$

No: DCC-I.b

NO SE AGOTA

$$\omega_2 = 0$$
$$\omega_1 = 0$$

No: DCC-II

$$\omega_1 = \frac{\mu_2 - \mu_{2,\text{lím}}}{\Delta - \delta_2}$$

$$\omega_2 = \nu - 1 - \omega_1$$

En DCC-II: $f_{yd} \leq 400 \frac{N}{mm^2}$

$$A_{s1} = \omega_1 \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s2} = \omega_2 \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

5.2 Comprobación

Como en todo problema de comprobación se conocen todas las dimensiones geométricas de la sección y sus armaduras, así como las resistencias de cálculo de los materiales y los esfuerzos de cálculo que solicitan a la sección: N_d y M_d. El problema consiste en comprobar que los esfuerzos de agotamiento de la sección, N_u y M_u, son inferiores ó iguales a los de cálculo: $N_d \leq N_u$ y $M_d \leq M_u$; es decir, las incógnitas de nuestro problema son los momentos de agotamiento de la sección N_u y M_u.

Para resolver el problema hacemos $N = N_u$ y $M = M_u$ en nuestras ecuaciones de equilibrio, y tenemos dos ecuaciones con tres incógnitas: ξ, ν y μ_2. Por lo tanto el problema, al igual de lo que sucedía en flexión compuesta, no tiene solución única, sino que existen infinitas combinaciones de ν y μ_2 que agotan a la sección.

En la práctica, para resolver el problema se hace una de las tres suposiciones que se hacían en flexión compuesta:

❶ Comprobar con el axil de cálculo dado:

Hacemos $N_u = N_d$ y calculamos el momento de agotamiento M_u. Si $M_d \leq M_u$ estaremos en buenas condiciones de seguridad.

❷ Comprobar con el momento de cálculo dado.

Hacemos $M_u = M_d$ y calculamos el axil de agotamiento N_u. Si $N_d \leq N_u$ la sección se encontrará en buenas condiciones de seguridad.

❸ Comprobar con la excentricidad dada.

Hacemos $e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{M_u}{N_u}$ y calculamos el axil de agotamiento N_u. El momento de agotamiento será $M_u = e_0.N_u$. Si $N_d \leq N_u$, también se verificará que $M_d \leq M_u$ ($N_d \leq N_u \Leftrightarrow N_d \cdot e_0 \leq N_u \cdot e_0 \Leftrightarrow M_d \leq M_u$) , y diremos que la sección se encuentra en buenas condiciones de seguridad.

En lo que sigue resolvemos el problema de comprobación admitiendo la primera suposición de las comentadas; es decir, admitiremos que el axil de agotamiento es el axil de cálculo y calcularemos el momento de agotamiento. Por lo tanto para resolver el problema tenemos dos ecuaciones (las ecuaciones de equilibrio) y dos incógnitas: ξ y μ_2.

Como se comentó en el apartado 3 nos encontraremos en un problema de compresión compuesta cuando, $\nu - \omega_2 > 0{,}8 \cdot \Delta$[8]. Esta cota nos establece que la profundidad de la fibra neutra va a ser superior al canto útil. Sin embargo es necesario establecer también una cota superior, ya que una sección de hormigón armado tiene acotado el máximo axil que puede soportar al valor: $\nu = 1 + \omega_2 + \omega_1$. Por lo tanto si $\nu - \omega_2 - \omega_1 > 1$, la sección no podrá soportar el axil ν. Si sucede que $\nu - \omega_2 - \omega_1 = 1$, la sección soportará el axil ν con un valor de la profundidad de la fibra neutra $\xi = \infty$, siendo por tanto el momento de agotamiento (respecto a la armadura superior) $\mu_2 = (0{,}5 - \delta_2) + \omega_1 \cdot (\Delta - \delta_2)$. Por último, si $\nu - \omega_2 - \omega_1 < 1$ la sección soportará el axil ν con un valor de la profundidad de la fibra neutra comprendida entre $\Delta < \xi < \infty$.

En este último caso, la resolución explícita del sistema de ecuaciones, para determinar la profundidad de la fibra neutra y el momento de agotamiento, es compleja y lo más cómodo es recurrir a procesos iterativos de cálculo. En este caso se busca un valor de ψ, comprendido en el intervalo $0{,}8 \cdot \Delta < \psi < 1$, para el cual se cumplen las ecuaciones de equilibrio.

El procedimiento de iteración sería el siguiente:

❶ Suponer un valor de la profundidad del paquete de compresiones, ψ, comprendida en el intervalo $\underbrace{0{,}8 \cdot \Delta}_{\psi_{inf}} < \psi < \underbrace{1}_{\psi_{sup}}$,. A este valor de ψ supuesto lo denotaremos por ψ''.

❷ Calculamos la profundidad de la fibra neutra que provoca este paquete de compresiones:

[8] Estamos adimensionalizando con h. En el caso de flexión donde adimensionalizábamos con d, la condición equivalente es: $\nu - \omega_2 > 0{,}8$.

- Si $\psi'' \leq 0,8$

  $$\xi'' = \frac{\psi''}{0,8}$$

- Si $\psi'' > 0,8$

  $$\xi'' = \frac{0,2}{1-\psi''}$$

❸ Calcular los valores de ρ_2 y ρ_1 para la ξ''. A estos valores lo denotaremos también por ρ''_2 y ρ''_1

Dominio 4-a:

$$\rho''_2 = 1$$

$$\rho''_1 = \frac{700}{f_{yd}} \frac{\xi'' - \Delta}{\xi''}$$

Dominio 5:

$$\rho''_2 = \frac{400}{f_{yd}} \frac{\xi'' - \delta_2}{\xi'' - \frac{3}{7}}$$

$$\rho''_1 = \frac{400}{f_{yd}} \frac{\xi'' - \Delta}{\xi'' - \frac{3}{7}}$$

Teniendo en cuenta que si $\rho'' > 1$ (tanto ρ_1 como ρ_2) se hace $\rho'' = 1$.

❹ Evaluar el error que se comete con la ξ'' supuesta. Este error será:

$$\text{error} = \psi'' + \omega_2 \cdot \rho''_2 + \omega_1 \cdot \rho''_1 - \nu$$

❺ Si el error cometido en valor absoluto es menor que el error con el que queremos calcular (por ejemplo menor que 0,001), damos por bueno el valor de ψ'' de esta última iteración.

En caso contrario volvemos a iterar teniendo en cuenta que:

- Si error > 0, la ψ supuesta es mayor que la que agota a la sección, y sustituimos ψ_{sup} por el valor de la ψ supuesta.
- Si error < 0, la ψ supuesta es menor que la que agota a la sección, y sustituimos ψ_{inf} por el valor de la ψ supuesta.

❻ Con el valor de ψ de la última iteración obtenemos el momento de agotamiento.

$$\mu_2 = \psi \cdot (0,4 \cdot \psi - \delta_2) + \rho_1 \cdot \omega_1 \cdot (\Delta - \delta_2)$$

A continuación se muestra un diagrama de bloques con los pasos necesarios para la comprobación de una sección a compresión compuesta.

Comprobación a compresión compuesta

Ver Ficha 05

Determinación de los valores de cálculo:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}; \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \quad M_d = \gamma_f \cdot M; \quad N_d = \gamma_f \cdot N$$

Cálculo de las magnitudes adimensionales:

$$\delta_2 = \frac{d_2}{d} \qquad \Delta = \frac{d}{h}$$

$$\omega_1 = \frac{A_{s1} \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \quad \text{y} \quad \omega_2 = \frac{A_{s2} \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

$\nu - \omega_2 \leq 0{,}8 \cdot \Delta$ → Si → **D.F.C**

No

¿$\nu - \omega_2 - \omega_1$?

- $\nu - \omega_2 - \omega_1 > 1$: La sección no puede soportar el esfuerzo axil
- $\nu - \omega_2 - \omega_1 = 1$:

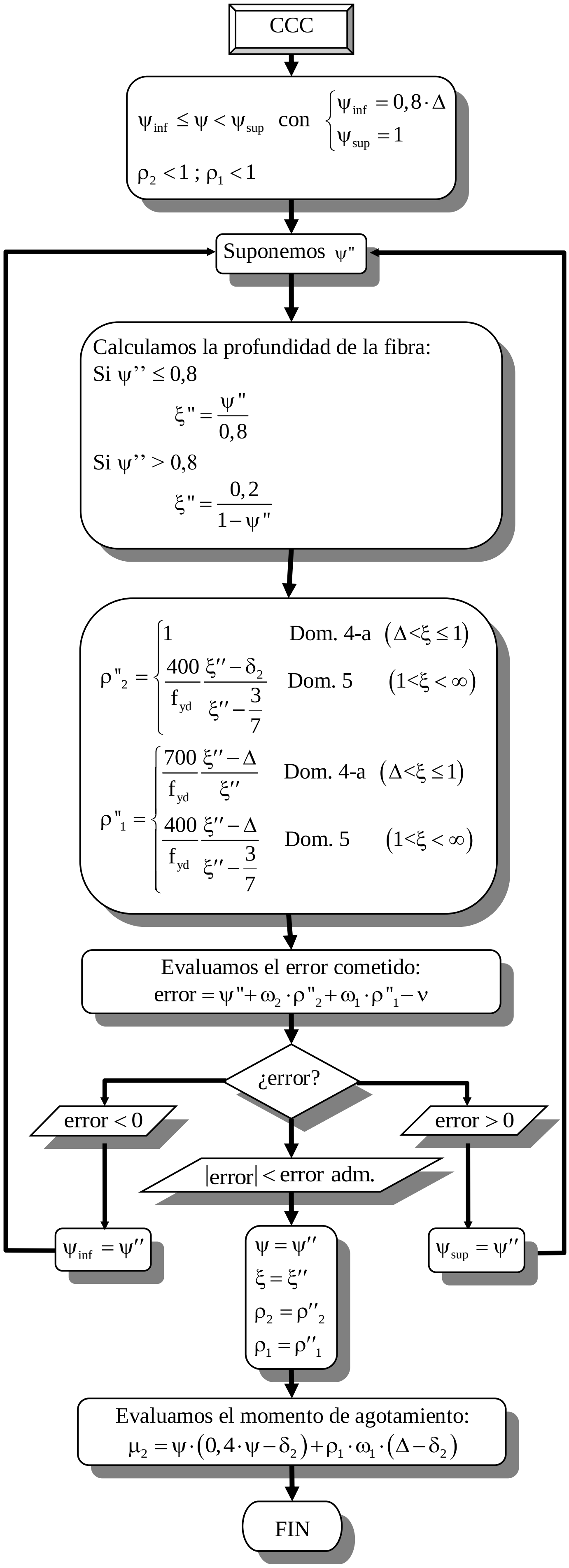
$$\xi = \infty$$

$$\left.\begin{array}{l} \rho_2 = 1 \\ \rho_2 = 1 \end{array}\right\} \text{con } f_{yd} \leq 400 \frac{N}{mm^2}$$

$$\mu_2 = \underbrace{(0{,}5 - \delta_2)}_{\mu_{2,\text{lím}}} + \omega_1 \cdot (\Delta - \delta_2)$$

- $\nu - \omega_2 - \omega_1 < 1$: **C.C.C**

$$M_1 = \mu_2 \cdot b \cdot h^2 \cdot f_{cd} \Rightarrow M_u = N_d \left(\frac{h}{2} - d_2\right) - M_2$$


CCC
$\psi_{inf} \le \psi < \psi_{sup}$ con $\begin{cases}\psi_{inf} = 0,8\cdot\Delta \\ \psi_{sup} = 1\end{cases}$
$\rho_2 < 1$; $\rho_1 < 1$
Suponemos ψ''
Calculamos la profundidad de la fibra:
Si $\psi'' \le 0,8$
$\xi'' = \frac{\psi''}{0,8}$
Si $\psi'' > 0,8$
$\xi'' = \frac{0,2}{1-\psi''}$
$\rho''_2 = \begin{cases} 1 & \text{Dom. 4-a } (\Delta < \xi \le 1) \\ \frac{400}{f_{yd}}\frac{\xi''-\delta_2}{\xi''-\frac{3}{7}} & \text{Dom. 5 } (1 < \xi < \infty)\end{cases}$
$\rho''_1 = \begin{cases} \frac{700}{f_{yd}}\frac{\xi''-\Delta}{\xi''} & \text{Dom. 4-a } (\Delta < \xi \le 1) \\ \frac{400}{f_{yd}}\frac{\xi''-\Delta}{\xi''-\frac{3}{7}} & \text{Dom. 5 } (1 < \xi < \infty)\end{cases}$
Evaluamos el error cometido:
$\text{error} = \psi'' + \omega_2\cdot\rho''_2 + \omega_1\cdot\rho''_1 - \nu$
¿error?
error < 0
error > 0
$|\text{error}| < \text{error adm.}$
$\psi_{inf} = \psi''$
$\psi = \psi''$
$\xi = \xi''$
$\rho_2 = \rho''_2$
$\rho_1 = \rho''_1$
$\psi_{sup} = \psi''$
Evaluamos el momento de agotamiento:
$\mu_2 = \psi\cdot(0,4\cdot\psi - \delta_2) + \rho_1\cdot\omega_1\cdot(\Delta - \delta_2)$
FIN

BIBLIOGRAFÍA:

- EHE-08. Instrucción de Hormigón Estructural
- Jiménez Montoya y otros. "Hormigón armado". GG.
- Calavera, J. "Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón (en masa, armado y pretensado)". INTEMAC.
- Calavera, J. "Cálculo, construcción patología y rehabilitación de forjados de edificación.". INTEMAC.