



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA



ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

Departamento de Ingeniería Mecánica

Ingeniería de Vehículos Automóviles

TRABAJO FIN DE GRADO

**“Diseño de una barra estabilizadora activa para un Formula
Student”**

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor: Jesús Barea Alcaide

Tutor: Enrique Carabias Acosta

MÁLAGA, octubre de 2024

RESUMEN DEL PROYECTO

El presente Trabajo de Fin de Grado busca implementar el diseño de la barra estabilizadora en la suspensión del MA24RT, prototipo *Formula Student* del Málaga Racing Team (MART) de la temporada 23/24, con su posterior análisis mediante simulación.

Este proyecto ha sido realizado como miembro del departamento de suspensión, dirección y frenos del equipo, por lo que se ha desarrollado paralelamente mientras se realizaban otras actividades relacionadas con el departamento.

En la primera fase del proyecto se expone brevemente las bases de la competición *Formula Student*, además del tipo de suspensión empleada por el equipo, en el que debe ser implementada la barra estabilizadora. También, se presentan los objetivos que deben cumplirse y la metodología empleada para lograrlos.

Considerando el alcance del proyecto, de los distintos aspectos dinámicos que se pueden dar en las pruebas dinámicas de la competición, el balanceo del monoplaza y su comportamiento en el paso por curva son los de mayor interés. Por tanto, en la siguiente fase se presentan los parámetros generales del monoplaza que influyen en estos aspectos dinámicos: parámetros geométricos, masas del monoplaza, posición del centro de gravedad, neumáticos y parámetros cinemáticos.

Una vez llegados a este punto, se introducen los elementos elásticos que componen la suspensión. Los primeros elementos elásticos considerados son los muelles y los neumáticos. Se describe la influencia de estos en el comportamiento dinámico de la suspensión durante una aceleración, una frenada o en el paso por una irregularidad del asfalto. Se analiza la rigidez de los muelles en función de la frecuencia en marcha del monoplaza. A partir de los valores estipulados de dicha frecuencia en documentos como "*Race Car Vehicle Dynamics*" de William y Douglas Miliken, se selecciona una combinación de rigidez de muelle y *Motion Ratio* que cumpla con los objetivos.

En cuanto al comportamiento en curva, los elementos elásticos de la suspensión son los que absorben el momento de balanceo generado por la fuerza centrífuga que actúa sobre el centro de gravedad del coche al tomar una curva. Por lo que, la rigidez de estos elementos influirá en cuanto balancea el vehículo, a mayor rigidez menor balanceo del monoplaza por cada g de aceleración lateral. Así, se procede a calcular las rigideces a balanceo que aportan tanto los muelles como los neumáticos. De nuevo, se establece un valor objetivo de gradiente de balanceo para el monoplaza (grados de balanceo por cada g de aceleración lateral) que se rige mediante una tabla de valores estipulados por el documento citado en el párrafo anterior como en el comportamiento en marcha. Dicho valor objetivo de gradiente de

balanceo se compara con el obtenido mediante la rigidez aportada por los muelles y neumáticos, determinándose la necesidad de implementar un elemento elástico como la barra estabilizadora, ya que, actúa sobre la rigidez a balanceo de la suspensión, sin modificar el resto de los aspectos dinámicos del monoplaça. De este modo, se alcanza el valor objetivo de gradiente de balanceo, así como la rigidez a balanceo que se debe aportar.

La cuarta fase del proyecto se centra en explicar los diferentes diseños de barra estabilizadora. En primer lugar, se muestran los distintos tipos que pueden implementarse y, realizándose un análisis cualitativo de los modelos, se concluye que una barra estabilizadora en Z, cuyo principio de trabajo es a flexión resulta ser la mejor opción. Tras definir el modelo, se exponen los distintos modos de aportación de rigidez de la barra estabilizadora, estos son: rigidez fija, rigidez regulable y rigidez activa. El primer diseño que se muestra es el diseño de rigidez fija, el cual es el más básico y sirve como base de los demás modelos, presentándose como un modelo compacto y ligero conocido como "Blade Style", en el que se aporta la rigidez mediante la geometría y posición de las placas del modelo. En cuanto al diseño de rigidez regulable, se presentan dos diseños, uno similar al anterior con la implementación de la posibilidad de intercambiar las placas para variar la rigidez aportada, y otro diseño, en el que se introduce un mecanismo de tornillo sin fin-corona, que permite girar la posición de las placas del modelo, variando así, la rigidez aportada por la barra estabilizadora. Finalmente, se presenta el diseño de la barra estabilizadora activa, que se basa en el diseño de rigidez regulable con el mecanismo de tornillo sin fin en el que se implementa un motor eléctrico, conectado mediante una correa, que será el encargado de mover las palas a la posición requerida de rigidez aportada en cada momento de la vuelta al circuito. Además, en esta fase se diseña el mecanismo de tornillo sin fin-corona, se calcula el rendimiento de este y se realiza el cálculo de la rigidez a aportar por la barra estabilizadora activa en cada momento mediante la telemetría del monoplaça en competiciones anteriores.

En la última fase del proyecto, se lleva a cabo la simulación de las placas en los diferentes modos de funcionamiento mediante el método de elementos finitos (MEF), a través del programa de simulación *SolidWorks Simulation*. En esta fase se detalla el modelo de simulación realizado, desde las condiciones de contorno y el mallado del sólido hasta la selección del material empleado. La simulación se basa en calcular la rigidez aportada a flexión por la barra estabilizadora en sus diferentes posiciones mediante la obtención de una deformación en las placas al someterla a un valor determinado de fuerza aplicada. Finalmente, se realiza un análisis de los resultados obtenidos mediante la simulación en comparación con los cálculos empleados de rigidez a aportar en anteriores apartados.

Palabras Clave: *Formula Student, sistema de suspensión, barra estabilizadora, rigidez, balanceo*

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	FORMULA SAE/STUDENT	1
1.1.1	Historia de la competición	1
1.1.2	Eventos de la competición	2
1.1.3	Normativa general.....	5
1.2	MÁLAGA RACING TEAM.....	6
1.3	SISTEMAS DE SUSPENSIÓN EMPLEADO EN EL MA24RT	8
2	OBJETIVOS.....	10
3	METODOLOGÍA	12
4	DATOS GENERALES.....	14
4.1	PARÁMETROS GEOMÉTRICOS.....	14
4.2	PARÁMETROS MÁSICOS	15
4.3	CENTRO DE GRAVEDAD	19
4.3.1	Centro de Gravedad Total.....	19
4.3.2	Centro de Gravedad de la Masa Suspendida	21
4.4	PARÁMETROS CINEMÁTICOS.....	22
4.5	NEUMÁTICOS.....	26
5	ELEMENTOS ELÁSTICOS DE LA SUSPENSIÓN: MUELLES Y NEUMÁTICOS. ANÁLISIS A BALANCEO SIN BARRA ESTABILIZADORA.....	28
5.1	COMPORTAMIENTO EN MARCHA.....	29
5.1.1	Frecuencias naturales y rigideces en marcha	29
5.1.2	Cálculo de la rigidez en rueda	31
5.1.3	Cálculo de la rigidez y frecuencia en marcha	34
5.2	COMPORTAMIENTO EN CURVA.....	35
5.2.1	Gradiente de balanceo objetivo.....	35
5.2.2	Rigidez a balanceo de los muelles y neumáticos	36

5.2.3	Transferencia lateral de carga.....	38
5.2.4	Valor del gradiente de balanceo sin barra estabilizadora.....	41
6	ELEMENTOS ELÁSTICOS DE LA SUSPENSIÓN: BARRA ESTABILIZADORA.....	43
6.1	SELECCIÓN DE LA BARRA ESTABILIZADORA.....	43
6.1.1	Principio de funcionamiento de la barra estabilizadora en Z.....	46
6.1.2	Cálculo de rigidez en la barra estabilizadora en Z.....	47
6.2	BARRA ESTABILIZADORA DE RIGIDEZ FIJA.....	51
6.2.1	Diseño ARB de rigidez fija.....	52
6.2.2	Cálculo de la rigidez aportada por la ARB a partir de la geometría de las placas.....	54
6.3	BARRA ESTABILIZADORA DE RIGIDEZ REGULABLE.....	55
6.3.1	Diseños ARB de rigidez regulable.....	56
6.3.2	Cálculo del diseño del mecanismo tornillo sin fin-corona.....	60
6.4	BARRA ESTABILIZADORA ACTIVA.....	62
6.4.1	Diseño ARB de rigidez activa.....	63
6.4.2	Cálculo de la rigidez a aportar por la ARB de rigidez activa.....	66
6.4.3	Cálculo del rendimiento del tornillo sin fin.....	68
6.5	OTROS ELEMENTOS EMPLEADOS.....	73
7	ANÁLISIS DE LA DEFORMACIÓN DE LA BARRA ESTABILIZADORA POR POSICIÓN.....	75
7.1	MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	75
7.2	SOLIDWORKS SIMULATION.....	75
7.3	MODELO DE SIMULACIÓN DE LA BARRA ESTABILIZADORA.....	76
7.3.1	Inicio del estudio de simulación.....	76
7.3.2	Definición de las propiedades del material.....	76
7.3.3	Mallado del sólido.....	77
7.3.4	Condiciones de contorno.....	78
7.3.5	Análisis de los resultados.....	83
8	CONCLUSIONES.....	86

9	LÍNEAS FUTURAS	88
10	BIBLIOGRAFÍA.....	89
	ANEXO: PLANOS.....	91

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Circuito del Skidpad.....	3
Figura 2: Foto de equipo con el MA21RT en Formula Student Spain.....	7
Figura 3: Presentación del MA23RT en la Escuela de Ingenierías de la UMA.....	8
Figura 4: Sistema de suspensión MA24RT con barra estabilizadora.....	9
Figura 5: Parámetros geométricos sobre el MA23RT.....	14
Figura 6: Modelado de masas de un cuarto del vehículo.....	16
Figura 7: Reparto de masas sobre el MA22RT.....	17
Figura 8: Localización del centro de gravedad total del vehículo sobre el eje vertical.....	20
Figura 9: Vista lateral del MA23RT, coordenadas del centro de gravedad.....	21
Figura 10: Ejes del sistema de coordenadas.....	22
Figura 11: Centro instantáneo de rotación (CIR).....	23
Figura 12: Centro de balanceo (CB).....	23
Figura 13: Representación esquemática del balanceo del MA22RT alrededor de su eje de balanceo al girar a la izquierda.....	24
Figura 14: Efecto “jacking”.....	25
Figura 15: Curva de máxima adherencia lateral del neumático con la carga vertical en rueda.....	27
Figura 16: Valores objetivos de frecuencia en marcha para diferentes tipos de vehículos.....	30
Figura 17: Modelo de un cuarto de vehículo.....	31
Figura 18: Sistema suspensión del MA24RT en la posición de reposo.....	32
Figura 19: Valores estipulados de gradiente de balanceo para distintos tipos de vehículos.....	36
Figura 20: Modelo de la suspensión de un eje.....	36
Figura 21: Esquema transferencias laterales de carga para el eje delantero.....	38
Figura 22: Transferencia lateral de carga de la masa no suspendida.....	39
Figura 23: Transferencia lateral de carga de la masa suspendida.....	40
Figura 24: Funcionamiento barra estabilizadora tipo U.....	44
Figura 25: Barra estabilizadora en Z.....	44
Figura 26: Modelo simplificado de la barra estabilizadora en Z de la suspensión del MA24RT.....	46
Figura 27: Funcionamiento de la barra estabilizadora en Z de la suspensión del MA24RT.....	47
Figura 28: Diseño de la barra estabilizadora de rigidez fija.....	52
Figura 29: Vista explosionada del diseño de la barra estabilizadora de rigidez fija.....	53
Figura 30: Diseño de la barra estabilizadora de rigidez fija integrada en la parte frontal del MA24RT ..	54
Figura 31: Vista en planta de la barra estabilizadora en el modo de rigidez “blanda”.....	55

Figura 32: Vista en planta de la barra estabilizadora en el modo de rigidez “dura”	55
Figura 33: Diseño de la barra estabilizadora de rigidez regulable mediante cambio de placas	56
Figura 34: Vista explosionada del diseño de la barra estabilizadora de rigidez regulable mediante cambio de placas.....	57
Figura 35: Vista explosionada del diseño de la barra estabilizadora de rigidez regulable mediante giro de las placas	58
Figura 36: Diseño de la barra estabilizadora de rigidez regulable mediante giro de las placas	59
Figura 37: Diseño de la estabilizadora de rigidez regulable integrada en la parte frontal del MA24RT .	60
Figura 38: Diseño del tornillo sin fin	62
Figura 39: Diseño de la barra estabilizadora de rigidez activa	64
Figura 40: Diseño de la estabilizadora de rigidez activa integrada en la parte frontal del MA24RT	65
Figura 41: Vista explosionada del diseño de la barra estabilizadora de rigidez activa	66
Figura 42: Telemetría del prototipo anterior en el Autocross de Formula Student Germany 2023.....	67
Figura 43: Telemetría del prototipo anterior en la Endurance de Formula Student Germany 2023	67
Figura 44: Motor eléctrico ODrive Robotics Dual Shaft Motor-D5065 270KV	69
Figura 45: Modelo de mecanismo de tornillo sin fin-corona representado sobre el sistema de coordenadas	69
Figura 46: Modelo de fuerzas del mecanismo tornillo sin fin-corona.....	70
Figura 47: Gráfica del coeficiente de fricción con respecto a la velocidad de deslizamiento	72
Figura 48: Barra estabilizadora de rigidez activa conectada por la barra actuadora al balancín.....	73
Figura 49: Vista en plano de la barra estabilizadora de rigidez activa conectada por la barra actuadora al balancín	74
Figura 50: Balancín modificado debido a la implementación de la barra estabilizadora	74
Figura 51: Interfaz de SolidWorks Simulation	76
Figura 52: Biblioteca de materiales de SolidWorks Simulation	77
Figura 53: Mallado del sólido	77
Figura 54: Sujeciones del modelo de simulación de la pieza	78
Figura 55: Conjunto de barra estabilizadora y barra actuadora	79
Figura 56: Carga externa en posición de mínima rigidez aportada por la barra estabilizadora.....	82
Figura 57: Carga externa en posición de máxima rigidez aportada por la barra estabilizadora.....	82
Figura 58: Simulación de las placas de la estabilizadora en posición de mínima rigidez aportada.....	83
Figura 59: Simulación de las placas de la estabilizadora en posición de máxima rigidez aportada	84
Figura 60: Gráfica de la posición de la ARB en grados de giro con respecto a la posición de mínima rigidez con respecto a la aceleración lateral de la curva.....	84

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Parámetros geométricos del monoplaza	15
Tabla 2: Parámetros máxicos totales del monoplaza.....	18
Tabla 3 Distribución de la masa no suspendida del monoplaza	18
Tabla 4: Distribución de la masa suspendida del monoplaza	18
Tabla 5: Parámetros máxicos totales del monoplaza.....	19
Tabla 6: Distancia de los ejes al centro de gravedad total en el eje longitudinal del monoplaza	20
Tabla 7: Altura del centro de gravedad total del monoplaza	21
Tabla 8: Distancia de los ejes al centro de gravedad de la masa suspendida en el eje longitudinal del monoplaza	21
Tabla 9: Altura del centro de gravedad de la masa suspendida del monoplaza	22
Tabla 10: Altura de los centros de balanceo delantero y trasero. Distancia entre el CG y el centro de balanceo para el coche en reposo.	26
Tabla 11: Valores de Motion Ratio delanteros y traseros.....	33
Tabla 12: Valores de rigideces de los muelles delanteros y traseros.....	33
Tabla 13: Valor de las rigideces y frecuencias en marcha en todas las posibles combinaciones de parámetros.....	34
Tabla 14: Combinación de rigidez de muelle y Motion Ratio seleccionada para el MA24RT	35
Tabla 15: Rigidez a balanceo para la configuración elegida en cada eje.....	37
Tabla 16: Rigidez a balanceo de los neumáticos	37
Tabla 17: Rigidez a balanceo para cada eje	38
Tabla 18: Gradiente de balanceo ofrecido por muelles y neumáticos.....	41
Tabla 19: Selección barra estabilizadora para el MA24RT	45
Tabla 20: Reparto de rigideces a balanceo entre ejes sin barra estabilizadora	47
Tabla 21: Valores de rigidez a aportar por la barra estabilizadora en cada tipo de curva	68
Tabla 22: Cálculo de la fuerza y deformación producida en la barra estabilizadora según la aceleración lateral de la curva.....	81

1 INTRODUCCIÓN

1.1 FORMULA SAE/STUDENT

La Formula SAE es una competición automovilística diseñada por la SAE (*Society of Automotive Engineers*) en la que estudiantes de ingeniería de todo el mundo compiten por diseñar, fabricar y desarrollar el mejor vehículo monoplaza. A diferencia de las competiciones automovilísticas mundialmente conocidas como la Fórmula 1, la Formula SAE premia, no solo la mejor respuesta dinámica de los vehículos diseñados por los estudiantes, sino también el mejor diseño ingenieril hecho por los mismos. [14]

1.1.1 Historia de la competición

En el año 1980, el profesor *Ron Matthews* de la Universidad de Texas (UT), creó la nueva rama de estudiantes de SAE de la UT. Él y otros tres compañeros del comité (*Mike Best, Robert Edwards y Jhon Tellkamp*), basándose en la competición *Mini Indy SAE*, la cual organizaba carreras de asfalto con motores *Briggs & Stratton* de 5-hp, decidieron emprender un nuevo formato de carreras de asfalto con una normativa renovada. Así, en 1981 crearon la primera edición de la Formula SAE cuya principal novedad fue la libertad de elección de un motor de cuatro tiempos con el diámetro de inyección limitado a una pulgada.

En esta primera edición albergó a cuatro universidades diferentes: Stevens Institute (NJ), University of Tulsa (OK), University of Cincinnati (OH) y The University of Texas at Austin (UT) y se desarrollaron cuatro pruebas dinámicas (Acceleration, Maneuverability, Endurance y Fuel Economy) y dos pruebas estáticas (Appearance y Engineering and Design Creativity).

En la segunda edición de Formula SAE, en 1982, se realizó una importante modificación en las reglas de la competición al introducirse la necesidad de llevar una suspensión en la cuatro ruedas. En 1983, se eliminó la clase *Briggs & Stratton* y el año siguiente fue el último en el que la Universidad de Texas ejerció como anfitriona del evento. Así mismo, en ese mismo año se realizó otra reseñable modificación en la normativa, introduciendo un sistema de penalización a aquellos equipos que antepusiesen el comportamiento del motor a su eficiencia.

Seguidamente, en el año 1985 se le quiso dar más relevancia a las pruebas estáticas introduciendo un sistema de puntuación que las considerase más. Además, se introdujo una nueva modalidad en las pruebas estáticas, *cost report*, donde se debía reflejar el coste de la fabricación de cada monoplaza.

Las dimensiones de la competición siguieron aumentando con el paso de los años hasta el punto de que, en el año 1997, participó la primera universidad de fuera de América. La Universidad de Leeds, UK, realizó un trabajo excepcional en su primer año en la Formula SAE y, consecuentemente, en 1998 tuvo la primera competición de la Formula SAE albergada fuera de Norte América. Esta competición fue llamada Formula Student y fue desarrollada en Reino Unido con la ayuda de *IMeche*. En ella, las Universidades de *Leeds*, *Birmingham* y *Hertfordshire* compitieron con algunas universidades estadounidenses y más de 400 personas acudieron al evento.

La internacionalización de la Formula SAE se había convertido en una realidad y, a partir de ese año, se generaron nuevas competiciones en otros países como Australia, Alemania, Italia o Japón.

En 2006, *Dartmouth College* creó el evento de combustible alternativo *Formula Hybrid*, basado en el mismo modelo de monoplazas que en la Formula SAE, pero con baterías eléctricas que complementasen al motor de gasolina. Finalmente, en 2013 la modalidad de vehículo eléctrico se hizo realidad, creando el nuevo evento *Formula SAE Electric*.

1.1.2 Eventos de la competición

La competición consta de dos tipos de pruebas: estáticas y dinámicas. En ellas se evalúan, por un lado, el diseño y el plan de producción del monoplaza y, por el otro, los distintos comportamientos dinámicos del vehículo (aceleración, frenada, comportamiento en curva) y tanto la resistencia como la eficiencia del vehículo. [6]

1.1.2.1 Pruebas estáticas

Las pruebas estáticas suman un total de 325 puntos. A continuación, se explica brevemente cada una de ellas y su puntuación:

- **Business Plan Presentation Event:** Esta prueba evalúa la capacidad de un equipo para desarrollar un plan de negocio, logístico, de producción o técnico para convencer a un jurado de que invertiría en él. **Valoración: 75 puntos.**

- **Cost and Manufacturing Event:** Los alumnos deberán ser capaces de justificar ante el jurado los costes y la fabricación del monoplaza. Además, deberán presentar un cost report donde se resuman todos los costes de la fabricación del vehículo. A mayor exactitud se otorgará una mayor puntuación. **Valoración: 100 puntos.**

- **Engineering Design Event:** En esta última prueba estática, el equipo debe defender el diseño de su monoplaza y justificarlo, poniendo en práctica los conocimientos ingenieriles adquiridos

durante su formación. El equipo que mejor justifique el uso de estos conocimientos sobre el diseño realizado ganará esta prueba. **Valoración: 150 puntos.**

1.1.2.2 Pruebas dinámicas

Existen cinco prueba dinámicas entre las cuales se reparten un total de 675 puntos. Estas son:

- **Acceleration Event:** En esta prueba se evalúa la capacidad del vehículo de acelerar en un tramo recto de 75 m sin imperfecciones. Lógicamente, obtendrá una mayor puntuación el equipo que recorra este tramo en el menor tiempo. La parte frontal del monoplaza se situará a 0,3 m de la línea de salida. El tiempo empezará a correr en el momento en el que el monoplaza cruce dicha línea y se parará cuando cruce la línea de meta. Cada equipo tiene cuatro intentos que deben repartir equitativamente entre dos pilotos. **Valoración: 75 puntos.**
- **Skidpad Event:** En dicha prueba se mide la capacidad del monoplaza para girar sobre una superficie plana al tomar una curva de radio constante. El circuito se muestra en la Figura 1.

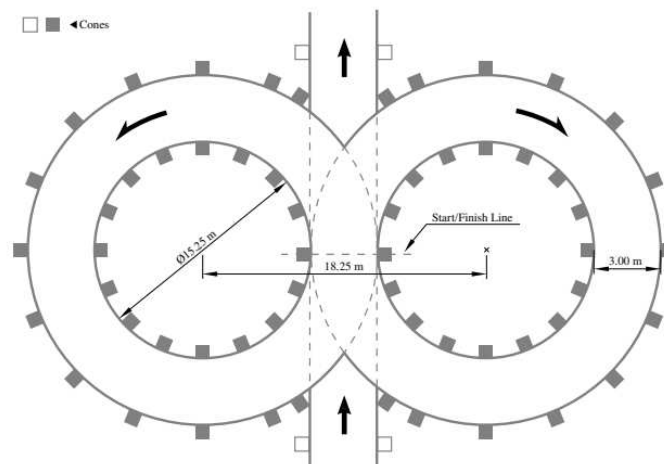


Figura 1: Circuito del Skidpad.

El monoplaza entrará en el circuito y tomará la curva de la derecha dos veces seguidas, la segunda será cronometrada. Inmediatamente después tomará la curva de la izquierda otras dos veces y, nuevamente, la segunda será cronometrada. Como en el *Acceleration Event*, cada equipo cuenta con cuatro intentos, dos para cada piloto. **Valoración: 75 puntos.**

- **Autocross Event:** Se trata de una prueba cronometrada en la que el monoplaza deberá realizar una vuelta del circuito en el menor tiempo posible. El circuito consta de numerosas curvas y tramos rectos combinados entre sí de forma que la velocidad media del vehículo nunca supere los 50 km/h. En esta prueba se ponen a prueba, tanto las capacidades de los dos pilotos que participan por cada equipo, como la capacidad del coche para responder correctamente antes

las exigencias del circuito. Como en las anteriores pruebas, cada equipo tendrá cuatro oportunidades y dos pilotos a su elección. **Valoración: 100 puntos.**

- **Endurance Event:** En este evento, el coche se someterá a una prueba de resistencia y fiabilidad. Siguiendo un trazado similar al del *Autocross*, en el *Endurance* el monoplaza debe completar con éxito un número de vueltas equivalente a completar aproximadamente 22 kilómetros. A mitad de recorrido se debe realizar un cambio de piloto quien debe finalizar la prueba. Debido a la complejidad del circuito, las velocidades medias no suelen superar los 50 km/h y las velocidades más altas alcanzadas rondan los 100 km/h. **Valoración: 325 puntos.**
- **Efficiency Event:** En esta prueba se evalúa la eficiencia del combustible utilizado durante la prueba del *Endurance*. Para ello, se calcula la media entre la cantidad de energía utilizada y la distancia recorrida. Para vehículos eléctricos como el MA24RT, se medirá la energía eléctrica restante en las baterías tras concluir la prueba. **Valoración: 100 puntos.**

1.1.2.3 Inspecciones técnicas

Es importante tener en cuenta que para que el monoplaza pueda realizar las pruebas dinámicas primero debe pasar unas inspecciones técnicas. Con ello se busca evaluar si el monoplaza cumple con los requisitos recogidos en la normativa de la Formula SAE. Estas inspecciones técnicas son las siguientes:

- **Technical and Safety Scrutineering:** El vehículo es inspeccionado para evaluar si cumple con los requisitos de seguridad recogidos en la normativa de la Formula SAE. Incluye el equipamiento del piloto y el adecuado montaje del habitáculo del piloto para que este pueda salir en menos de 5 segundos.
- **Electrical Scrutineering:** Para los monoplazas eléctricos, se realiza una inspección técnica del sistema eléctrico del monoplaza. Se debe asegurar que todos los elementos eléctricos necesarios para el correcto funcionamiento del vehículo se encuentren en buen estado y funcionen correctamente.
- **Brake Test:** El sistema de frenado del coche debe ser capaz de detener por completo las cuatro ruedas a la vez tras una aceleración de aproximadamente 2g en línea recta. Se debe poder demostrar que las cuatro ruedas quedan completamente bloqueadas y que el motor sigue funcionando.
- **Rain Test:** Se comprobará que el vehículo funciona correctamente bajo la lluvia al ser rociado con agua artificial durante dos minutos.
- **Tilt Test:** El vehículo será inclinado primero 45° para comprobar que no existe ninguna fuga de fluidos y después a 60° para comprobar que no vuelca con esta inclinación asegurando su estabilidad.

1.1.3 Normativa general

La normativa es el documento redactado por miembros de la FSAE que recoge las reglas de la competición, tanto a nivel técnico, como a nivel administrativo y ético. Este documento se va actualizando cada año, y es el que marca las pautas que deben seguir los equipos para que todos ellos compitan en igualdad de condiciones.

De todos los puntos que incluye la normativa, nos centramos en el apartado *T-General Technical Requirements* de la normativa, ya que, es donde se pueden encontrar las normas que afectan a los distintos aspectos técnicos del monoplaza. En concreto, los puntos en los que atañen a la suspensión del monoplaza son:

“T2 GENERAL DESIGN REQUIREMENTS”

“T2.2 Ground Clearance”

T2.2.1 – *“The minimum static ground clearance of any portion of the vehicle, other than the tires, including a driver, must be 30 mm. If an active suspension system is installed, the static ground clearance is measured in the lowest adjustable position.”*

La distancia mínima estática al suelo de cualquier parte del vehículo, que no sean los neumáticos, incluido el piloto, deber ser de 30 mm. Si se instala un sistema de suspensión activa, la distancia se mide en la posición ajustable más baja.

“T2.5 Suspension”

T2.5.1 – *“The vehicle must be equipped with fully operational front and rear suspension systems including shock absorbers and a usable wheel travel of at least 50 mm and a minimum jounce of 25 mm with driver seated.”*

El vehículo debe estar equipado con sistemas de suspensión delantera y trasera plenamente operativos, incluidos amortiguadores, y un recorrido útil de las ruedas de al menos 50 mm y un rebote mínimo de 25 mm con el piloto sentado.

T2.5.2 – *“All suspension mounting points must be visible at technical inspection, either by direct view or by removing any covers.”*

Todos los puntos de montaje de la suspensión deben ser visibles en la inspección técnica, ya sea por visión directa o retirando cualquier cubierta.

“T2.6 Wheels”

T2.6.1 – *“Any wheel mounting system that uses a single retaining nut must incorporate a device to prevent loosening of the nut and the wheel. A second nut (“jam nut”) does not meet these requirements.”*

Todo sistema de montaje de ruedas que utilice una sola tuerca de retención debe incorporar un dispositivo que impida que se aflojen la tuerca y la rueda. Una segunda tuerca (“contratuerca”) no cumple estos requisitos.

T2.6.2 – *“Wheel lug bolts, drive pegs and studs must be made of steel or titanium. The team must be able to show good engineering practice and providing adequate strength by calculations. Wheel lug bolts, drive pegs and studs must not be hollow.”*

Los pernos de las ruedas deben ser de acero o titanio. El equipo debe poder demostrar mediante cálculos la buena práctica de ingeniería y la resistencia adecuada. Estos elementos no deben ser huecos.

“T2.9 Wheelbase”

T2.9.1 – *“The vehicle must have a wheelbase of at least 1525 mm.”*

El vehículo debe tener una distancia entre ejes de al menos 1525 mm.

“T2.10 Track and Rollover Stability”

T2.10.1 – *“The smaller track of the vehicle (front or rear) must be no less than 75 % of the larger track.”*

La vía menor del vehículo (delantera o trasera) no debe ser inferior al 75% de la vía mayor.

T2.10.2 – *“The track and center of gravity of the vehicle must combine to provide adequate rollover stability.”*

La vía y el centro de gravedad del vehículo deben combinarse para proporcionar una estabilidad adecuada en caso de vuelco.

1.2 MÁLAGA RACING TEAM

Málaga Racing Team, también conocido de forma abreviada como MART, es el equipo de Formula Student que representa a la Universidad de Málaga (UMA). El equipo está formado actualmente por más de 70 estudiantes de más de 18 grados y posgrados que trabajan de forma cooperada en la construcción de un monoplace de competición.

El equipo fue formado en 2017 por un grupo de reducido de estudiantes de la Escuela de Ingenierías. No fue hasta 2021, que se presentó el primer coche competitivo de combustión del equipo, denominado como MA21RT. Dicho prototipo nació tras muchos intentos previos, horas de pasión y dedicación y

mucha ilusión por su diseño y fabricación. El MA21RT participó en la competición de Formula Student Spain en Montmeló para mostrar el resultado de la perseverancia y años de trabajo, en la Figura 2 se muestra una instantánea del equipo en el evento.



Figura 2: Foto de equipo con el MA21RT en Formula Student Spain

En 2022, se presentó el MA22RT, que representa la evolución del primer monoplaza desarrollado. En este se realizaron mejoras en el diseño y fabricación del coche para hacerlo más competitivo con una mayor optimización de recursos. Fue el monoplaza que abrió las puertas del equipo al mundo compitiendo fuera de España, en este caso, participando en Formula Student Netherlands, en el circuito de Assen.

El MA23RT desarrollado en la temporada 22-23, marca un hito significativo para el equipo debido a los cambios sustanciales en este modelo. Presentando nuevas mejoras en el diseño, incremento del rendimiento y la implementación de un paquete aerodinámico al completo, como se muestra en la Figura 3. Dicho prototipo participó en Formula Student Germany, la “madre de las competiciones” celebrada en Hockenheimring a la cual asisten los mejores equipos del mundo. Además, también participó en Formula Student Spain, obteniendo un segundo puesto en la clasificación general de la competición.

La nueva temporada 23-24 se presenta como un nuevo gran reto para el equipo, debido a que se desarrolla el primer monoplaza eléctrico. Para ello se debe sustituir el motor de combustión por una unidad de potencia eléctrica compuesta por motor eléctrico, inversor y batería. Lo que implica tener que pasar la exigente normativa correspondiente a dicha unidad de potencia. Por lo que el objetivo del equipo

en este primer año de desarrollo tratará de ser capaz de cumplir con la normativa y poder competir en las competiciones asistidas.



Figura 3: Presentación del MA23RT en la Escuela de Ingenierías de la UMA

1.3 SISTEMAS DE SUSPENSIÓN EMPLEADO EN EL MA24RT

La suspensión de un vehículo es el conjunto de conjuntos y elementos que se encargan de absorber y amortiguar las irregularidades que se producen al circular sobre el asfalto, lo que evita que las oscilaciones que se originan en las ruedas debido a las distintas condiciones de marcha se transmitan a los ocupantes del vehículo.

La suspensión intenta mantener en todo momento el contacto de las ruedas con el suelo para cualquier condición de marcha. De este modo se logra mejorar el guiado y la adherencia de las ruedas, lo que mejora el confort y la estabilidad del vehículo.

La suspensión está formada por los tres grupos de elementos siguientes:

- Componentes elásticos
- Elementos de amortiguación y estabilidad
- Componentes de fijación y guiado

El sistema de suspensión empleado en el MA24RT, se muestra en la Figura 4, es una suspensión de doble trapecio con barra *pushrod* conectada al trapecio inferior, en el que el elemento principal en este

tipo de suspensión es el conjunto muelle-amortiguador, dicho conjunto está formado por un resorte helicoidal, también conocido como muelle, y un amortiguador.

Para que el movimiento vertical de la rueda se transmita al conjunto muelle-amortiguador, es necesario el uso de la barra *pushrod*. Este elemento se encuentra anclado en sus dos extremos. Por un lado, se ancla al trapecio inferior de la suspensión y, por el otro, al balancín. Consecuentemente, todo movimiento vertical en las ruedas es transmitido por la *pushrod* al balancín.

El balancín es el elemento que, anclado por un único punto al chasis, puede girar libremente en torno a él. Así, las oscilaciones verticales de la rueda son transmitidas por la *pushrod* al balancín, el cual, girando alrededor de su punto de apoyo, transmite ese movimiento al conjunto muelle-amortiguador.

Los trapecios son los elementos que unen el chasis a la rueda. Estos elementos permiten trabajar a cada rueda de manera independiente. Su geometría tiene una gran importancia en el comportamiento cinemático del vehículo pues son los que determinan el centro instantáneo de rotación de la suspensión.

Finalmente, el último elemento que se puede encontrar en la suspensión del MA24RT es la barra estabilizadora. Este elemento conecta las dos ruedas de un eje y trabaja en paralelo al conjunto muelle-amortiguador. Es anclado por cada extremo a los balancines, izquierdo y derecho, de las dos suspensiones de un eje. En este trabajo se estudiará y desarrollará la necesidad de la introducción de la barra estabilizadora al sistema de suspensión empleado en el MA24RT.

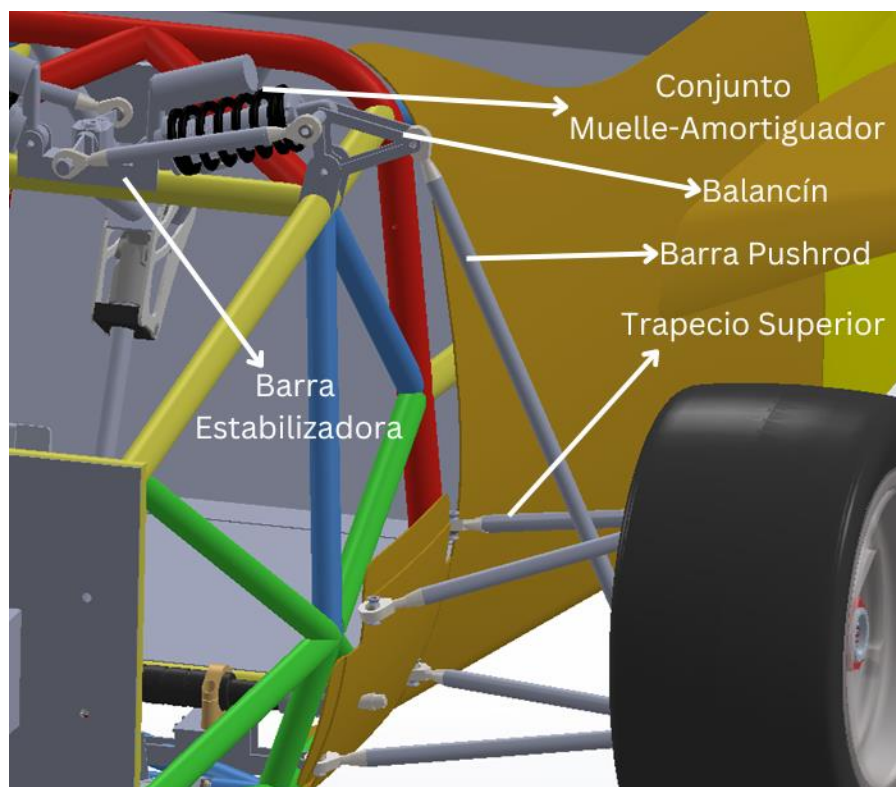


Figura 4: Sistema de suspensión MA24RT con barra estabilizadora

2 OBJETIVOS

El principal objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es el diseño de una barra estabilizadora activa que se desarrolle en consonancia con la suspensión del monoplaza MA24RT.

Para llevar a cabo el diseño de la barra estabilizadora activa, se debe analizar previamente la dinámica de un vehículo tipo *Formula Student* como el propio MA24RT, incidiendo en el estudio del comportamiento del monoplaza a lo largo de su paso por curva. Debido a ello, en este proyecto se ha evaluado el comportamiento del vehículo con una suspensión ya diseñada y como mejorar dicho comportamiento, buscando compenetrar el confort del piloto con la mejora de la respuesta dinámica del vehículo.

La finalidad de la implementación de una barra estabilizadora en el monoplaza es la de tener un mayor control sobre el comportamiento dinámico del monoplaza, ya que se añade un elemento mecánico más capaz de alterar este comportamiento. En el caso de que la barra estabilizadora sea regulable, además se consigue un mayor rango de modificación en el set-up, antes de que el monoplaza se ponga en marcha, debido a que, según la posición seleccionada en la barra estabilizadora, el comportamiento del vehículo será diferente. Mientras que, si es activa, este comportamiento dinámico podría ser variado con el monoplaza en movimiento, variando la posición de la barra estabilizadora en cada curva para que la respuesta dinámica en el paso por curva del monoplaza sea la óptima, produciéndose el máximo agarre de los neumáticos.

Para el cumplimiento, con éxito, del alcance del proyecto, se deben lograr los siguientes objetivos:

- **Selección de los muelles en cada eje:** Se seleccionará la configuración de los resortes helicoidales, también conocidos como muelles, que implementen un mejor comportamiento dinámico en marcha, dado por la frecuencia en marcha obtenida a partir de las rigideces aportada por los muelles en cada eje.
- **Estudio del balanceo del monoplaza sin barra estabilizadora:** Se realizará un análisis de la rigidez a balanceo que aportan los elementos elásticos de la suspensión, sin la inclusión de la barra estabilizadora, muelles y neumáticos.
- **Estudio e implementación del diseño de la barra estabilizadora:** Se estudiará y justificará el diseño de la barra estabilizadora. Analizando el comportamiento a flexión de ella y la rigidez a balanceo que aporta para que el monoplaza se comporte dentro de los parámetros óptimos de balanceo.

- **Estudio e implementación del mecanismo activo de la barra estabilizadora:** Se analizará el mecanismo implementado en la barra estabilizadora para que actúe de forma activa. Justificando el diseño del mecanismo y la selección de los diferentes componentes empleados.

3 METODOLOGÍA

A continuación, se van a enumerar los pasos seguidos para el cumplimiento de los objetivos marcados en el apartado anterior. Se pueden diferenciar hasta cinco fases diferentes que se han ido completando de forma secuencial, estas son:

1. En primer lugar, se ha comenzado con una primera fase de adaptación al entorno del monoplaza MA24RT. Al mismo tiempo, se ha realizado un estudio tanto de la literatura proporcionada por el equipo, como la obtenida de forma autónoma, para adquirir los conocimientos necesarios que se compete en el proyecto. Además de familiarizarse con el programa de *SolidWorks* y su paquete de simulación.
2. Una vez han sido asimilados los conceptos en torno al comportamiento en marcha y en curva del automóvil, se ha procedido a analizar los parámetros generales del coche que influyen directamente sobre dichos comportamientos. Posteriormente, mediante el uso de la herramienta Excel, se ha creado un modelo cuantitativo para estudiar la rigidez de los muelles para distintas frecuencias en marcha y, estableciendo un valor objetivo para la frecuencia, se han determinado las rigideces que deben establecerse en cada eje. Seguidamente, se han calculado las rigideces a balanceo que aportan los elementos elásticos de la suspensión sin barra estabilizadora (muelles y neumáticos) y, marcando un valor objetivo para el gradiente de balanceo del coche, se ha determinado el uso de una barra estabilizadora como elemento que aporte rigidez a balanceo sin influir en otros aspectos dinámicos. Finalmente, en esta segunda fase se ha establecido el cálculo de la rigidez a balanceo que la barra estabilizadora debe aportar.
3. Tras los cálculos de rigideces, se han estudiado las diferentes opciones posibles de barra estabilizadora que pueden ser implementadas en un monoplaza de carreras y, realizando un estudio sobre ello, se ha concluido que la mejor opción resulta ser la barra estabilizadora en Z, cuyo principio de funcionamiento es a flexión. A continuación, se ha desarrollado el cálculo a realizar para obtener la rigidez a flexión que aporta este tipo de barra estabilizadora. Tras ello, se realiza un diseño base de barra estabilizadora de rigidez fija, que aporta rigidez mediante la geometría y posición de las placas del conjunto ("*Blade Style*"), a partir de la cual se han desarrollado los diseños de rigidez regulable y activa. El primer diseño de rigidez regulable permite intercambiar las placas para variar la rigidez aportada por la barra estabilizadora, mientras que el otro diseño implementa un mecanismo de tornillo sin fin-corona que permite girar la posición de las placas para cambiar la rigidez aportada. Finalmente, a partir de este último diseño se lleva a cabo el diseño de rigidez activa, introduciendo un motor eléctrico al conjunto

que es el encargado de producir el giro de las placas, conectado mediante una correa al eje del tornillo sin fin.

4. En paralelo con el diseño de la barra estabilizadora, se realiza el diseño del mecanismo de tornillo sin fin-corona empleado en la barra estabilizadora de rigidez activa, y el cálculo de rendimiento de dicho mecanismo. Además, del cálculo de la rigidez por la barra estabilizadora activa en cada momento a partir de la telemetría del monoplaza en competiciones anteriores.
5. En el último paso, se lleva a cabo la simulación de las placas en los diferentes modos de funcionamiento mediante el método de elementos finitos (MEF), a través del programa de simulación SolidWorks Simulation. En este último apartado se detalla el modelo de simulación realizado, desde las condiciones de contorno y el mallado del sólido hasta la selección del material empleado. Finalmente, se realiza un análisis de los resultados obtenidos mediante la simulación en comparación con los cálculos empleados de rigidez a aportar en anteriores apartados.

4 DATOS GENERALES

En este apartado se definen los parámetros generales del monoplaza que influyen en el comportamiento del monoplaza, realizándose posteriormente, a partir de estos, el cálculo y dimensionamiento de los elementos elásticos de la suspensión y los parámetros de balanceo del coche. [2]

4.1 PARÁMETROS GEOMÉTRICOS

En primer lugar, se describen los parámetros geométricos del monoplaza (Figura 5), estos no vienen a ser más que la distancia entre los centros de los ejes de las ruedas. Se definen como:

- **Batalla (Wheelbase):** Distancia longitudinal entre los ejes de las ruedas delanteras y traseras.
- **Vía (Track):** Distancia entre los centros de las ruedas de un lado con respecto a los del otro, en este caso se diferencia la distancia dada en el tren delantero con respecto a la del tren trasero, ya que esta puede ser distinta.



Figura 5: Parámetros geométricos sobre el MA23RT

En general, los vehículos con una batalla corta son ágiles, y por lo tanto tienen un mejor comportamiento en curva y en los circuitos revirados, mientras que, si la batalla es larga, el vehículo será más estable en las rectas cuando se mueva a altas velocidades. En este caso interesará que el monoplaza sea lo más corto posible, ya que los circuitos de Formula Student, son circuitos estrechos y de muchas curvas, en el único caso que interesaría un monoplaza más largo sería en la prueba de aceleración, ya que nos enfrentamos ante una larga recta. En el caso de la vía, interesa que sea lo más ancha posible, ya que la transferencia de pesos transversal se reduce con el incremento de vía, además una vía ancha reduce el balanceo en curva. En el caso de la Formula Student, no está limitado el ancho de vía, pero debido a los estrechos y revirados circuitos, la distancia de ancho de vía debe estar alrededor de los 1,2 m.

Estos parámetros son diseñados con respecto a las limitaciones dadas por la normativa de la Formula Student, en el caso de la batalla la distancia no puede ser inferior a los 1525 mm.

Batalla [m]	L	1,57
Vía delantera [m]	t_f	1,23
Vía trasera [m]	t_r	1,23

Tabla 1: Parámetros geométricos del monoplace

Tanto la batalla como la vía son parámetros fundamentales en la transferencia de pesos longitudinal y transversal, respectivamente. En este caso, al centrarnos en el balanceo del vehículo, se priorizará el enfoque en la transferencia lateral de carga. Más adelante se presentará la incidencia de estos datos en los cálculos realizados.

4.2 PARÁMETROS MÁSICOS

Continuamos, con los parámetros másicos, la masa total de un monoplace se puede dividir en dos tipos de masas, estas son:

- **Masa suspendida (Sprung Mass):** Como indica su nombre, se define como la masa del monoplace que se encuentra en suspensión. En ella tendremos en cuenta pues elementos como el chasis, motores (si no se encuentra en la rueda, posible caso en el monoplace eléctrico), batería, aerodinámica, piloto, etc.
- **Masa no suspendida (Unsprung Mass):** En este tipo, nos encontramos ante el caso opuesto, incluiremos todos los componentes del monoplace que se encuentren en contacto con el suelo, estos vienen a ser principalmente el ensamblaje de la rueda, básicamente la propia rueda, neumático, mangueta, frenos, ejes, etc.

Además, se podría definir un tercer tipo de masa, denominada como masa intermedia, que es la que se encuentra comprendida entre ambas, ya que se apoya entre elementos de la masa suspendida y la masa no suspendida, como pueden ser los componentes de la suspensión como el conjunto muelle-amortiguador, balancines o la barra push/pull, estos por un lado se encuentran anclados al chasis (masa suspendida), y por otro al ensamblaje de la rueda (masa no suspendida). A modo de simplificación del modelo, normalmente lo que se realiza es una división equitativa de la masa de estos elementos entre las masas suspendida y no suspendida.

Una vez definidas las masas suspendida y no suspendida, es importante destacar la influencia que tiene una sobre la otra. Empleando el modelado de un cuarto de vehículo que se muestra en la Figura 6, en el que M_S y M_{NS} se refieren a la masa suspendida y no suspendida respectivamente, y donde K_t y K_s

hacen referencia a la rigidez radial del neumático y a la rigidez de la suspensión respectivamente (ignorando la influencia del amortiguador en este estudio).

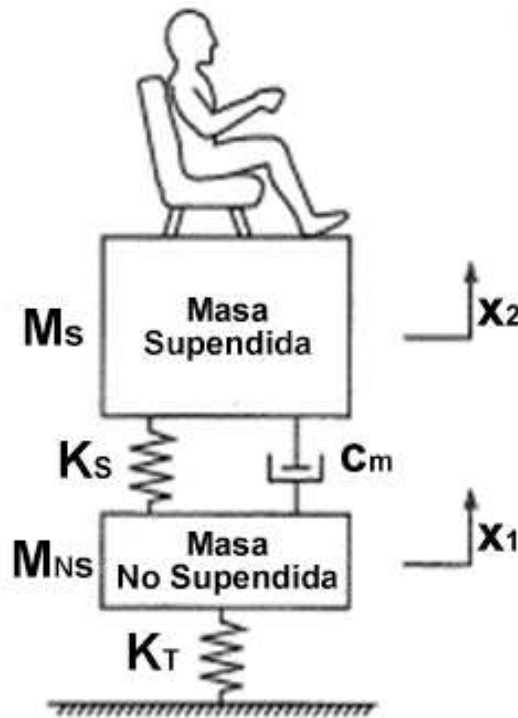


Figura 6: Modelado de masas de un cuarto del vehículo

El vehículo al pasar por encima de una imperfección de la superficie de la carretera produce una compresión de los neumáticos, esta compresión se traduce en una fuerza sobre la masa no suspendida la cual respondería con un movimiento propio. Las ecuaciones que rigen este fenómeno por cada rueda son: [9]

$$M_{NS} \cdot \ddot{x}_1 = -K_t \cdot x_1 + K_s \cdot (x_2 - x_1) \quad (1)$$

$$M_S \cdot \ddot{x}_2 = -K_s \cdot (x_2 - x_1) \quad (2)$$

Despejando las aceleraciones de la masa suspendida y de la masa no suspendida se obtiene:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{K_t x_1}{M_{NS}} - \frac{M_S \ddot{x}_2}{M_{NS}} \quad (3)$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{K_t x_1}{M_S} - \frac{M_{NS} \ddot{x}_1}{M_S} \quad (4)$$

Se puede observar que, al aumentar la masa suspendida se produce un aumento en la aceleración de la masa no suspendida y una disminución en la aceleración de la masa suspendida. Por otro lado, al disminuir la masa no suspendida se produce un aumento de la aceleración de la masa no suspendida y una reducción de la aceleración de la masa suspendida.

Como consecuencia, de cara a disponer de una suspensión eficaz que absorba rápidamente las irregularidades del terreno y se agarre bien a la superficie, es necesario tener un ratio de masa suspendida/masa no suspendida alto, de forma que la aceleración de la masa no suspendida sea lo más alta posible. Lógicamente, la solución más óptima de cara a aumentar dicho ratio es reducir al mínimo posible la masa no suspendida, ya que, la otra opción es aumentar la masa suspendida lo que implicaría un aumento de masa del monoplaza que no interesa en ningún caso.

Por otro lado, de cara al análisis del comportamiento dinámico del vehículo, uno de los factores claves a tener en cuenta es el reparto de masas en estático entre el eje delantero y trasero, ya que estos valores afectan directamente a la posición del centro de gravedad, el cual se analizará profundamente en el próximo apartado.

En un monoplaza de Formula Student de tracción trasera en el que el motor se encuentra lo más centrado posible, la distribución de masas debe ser llevada ligeramente hacia el eje trasero, por lo que una buena configuración de distribución de masas es tener un reparto de 45/55 (Figura 7). Esto quiere decir que la masa sustentada por el eje delantero es del 45% de la masa total, mientras que el eje trasero sustentará el 55% de la masa total.



Figura 7: Reparto de masas sobre el MA22RT

En el caso de nuestro monoplaza es posible alterar la distribución de masas de dos formas. Una de ellas es modificando la precarga introducida a los muelles, mientras que la otra es ajustando la longitud de las barras push. Dichos cambios, además, afectan a la altura e inclinación del monoplaza, por lo que habrá que buscar una solución que no afecte a dichos parámetros de forma negativa, y por otro lado cumpla con el objetivo de reparto de distribución de masas.

Tras haber realizado el ajuste de la distribución de masas, el reparto de masas en estático de nuestro monoplaza con piloto incluido (aproximadamente 70 kg) queda de la siguiente forma entre ejes:

Masa Total Vehículo [kg]	M_T	320,0
Masa Eje Delantero (Front) [kg]	M_F	144,0
Masa Eje Trasero (Rear) [kg]	M_R	176,0

Tabla 2: Parámetros máxicos totales del monoplaza

Asumiendo que la masa se reparte de forma equitativa en ambos ejes debido a la simetría transversal del monoplaza, la masa sustentada por cada rueda será la mitad de la masa soportada por el respectivo eje.

Para el cálculo de la masa no suspendida, se han pesado todos los elementos pertenecientes al ensamblaje de una de las ruedas del eje delantero y eje trasero, entre ellos destacamos la rueda, mangueta y frenos. Consideramos que la masa de los elementos es igual para cada lado del monoplaza. Además, se han pesado también, los componentes de la suspensión delantera y trasera, incluyendo en este caso los triángulos de suspensión, barra push, balancín y conjunto muelle-amortiguador. El valor de masa total de estos elementos se ha dividido a partes iguales entre la masa suspendida y masa no suspendida, quedando de la siguiente forma la ecuación del cálculo de la masa no suspendida:

$$M_{NS_Rueda} = M_{Rueda} + \frac{M_{Suspensión}}{2} \quad (5)$$

Masa No Suspendida por rueda del Eje Delantero [kg]	$M_{NS_Rueda_F}$	7,0
Masa No Suspendida por rueda del Eje Trasero [kg]	$M_{NS_Rueda_R}$	8,0

Tabla 3 Distribución de la masa no suspendida del monoplaza

Por otro lado, la masa suspendida por rueda en cada eje se estimará a partir de la diferencia entre la masa total del eje y la masa no suspendida del correspondiente eje del monoplaza.

$$M_{S_Rueda} = M_{rueda} - M_{NS_Rueda} \quad (6)$$

Masa Suspendida por rueda del Eje Delantero [kg]	$M_{S_Rueda_F}$	65,0
Masa Suspendida por rueda Eje Trasero [kg]	$M_{S_Rueda_R}$	80,0

Tabla 4: Distribución de la masa suspendida del monoplaza

En resumen, de forma general, los valores globales de masa suspendida con piloto incluido y masa no suspendida son los siguientes:

Masa Total [kg]	M_T	320,0
Masa Suspendida Total [kg]	M_S	290,0
Masa No Suspendida Total [kg]	M_{NS}	30,0

Tabla 5: Parámetros máxicos totales del monoplaza

4.3 CENTRO DE GRAVEDAD

El centro de gravedad (CG), también conocido como centro de masas, es el punto donde se puede considerar que toda la masa del vehículo es concentrada, por lo tanto, todas las fuerzas que ejerce la gravedad sobre los distintos elementos que forman el coche, producen un momento nulo en ese punto.

Es importante conocer la localización del centro de gravedad, ya que determina la distribución de peso entre la parte delantera y trasera del vehículo. Además, la altura del centro de gravedad con respecto a la superficie del asfalto es un parámetro fundamental en los grados de balanceo que sufre el monoplaza en las curvas, como también en la cantidad de peso que se transfiere tanto longitudinalmente entre las ruedas de diferentes ejes a largo de la aceleración y frenado, como transversalmente entre ruedas de diferentes lados durante el giro en una curva. [2]

4.3.1 Centro de Gravedad Total

Comenzamos estimando la posición en la que se sitúa el centro de gravedad total en nuestro monoplaza, con respecto a los tres ejes geométricos del mismo:

- **Eje transversal (y):**

Se considera que el centro de gravedad sobre el eje transversal se encuentra en todo momento sobre el plano de simetría del monoplaza, por lo cual, se considera que su coordenada y siempre es cero, simplificando así el análisis en estático sobre 2 dimensiones (eje x-z).

- **Eje longitudinal (x):**

La posición del centro de gravedad sobre el eje longitudinal vendrá dada por la distribución de pesos analizada en el anterior apartado. En el reparto seleccionado el 55% del peso recae sobre el eje trasero, mientras que el 45% restante es aguantado por el eje delantero, por lo que, conociendo la batalla del monoplaza, el valor de la distancia entre cada eje y el centro de gravedad es:

$$a = 0,55 \cdot L \quad (7)$$

$$b = 0,45 \cdot L \quad (8)$$

Dist. Eje Delantero a CG [m]	a	0,8635
Dist. Eje Trasero a CG [m]	b	0,7065

Tabla 6: Distancia de los ejes al centro de gravedad total en el eje longitudinal del monoplaza

- **Eje vertical (z):**

Únicamente faltaría por calcular la altura del centro de gravedad del coche, para ello se emplea el método de levantar el eje trasero, produciendo así un ángulo (θ) entre la línea que une el eje delantero y trasero con la horizontal, como se muestra en la Figura 8. Para realizar dicho método se debe sustituir el conjunto muelle-amortiguador por un elemento rígido que mantenga el vehículo en altura. [2]

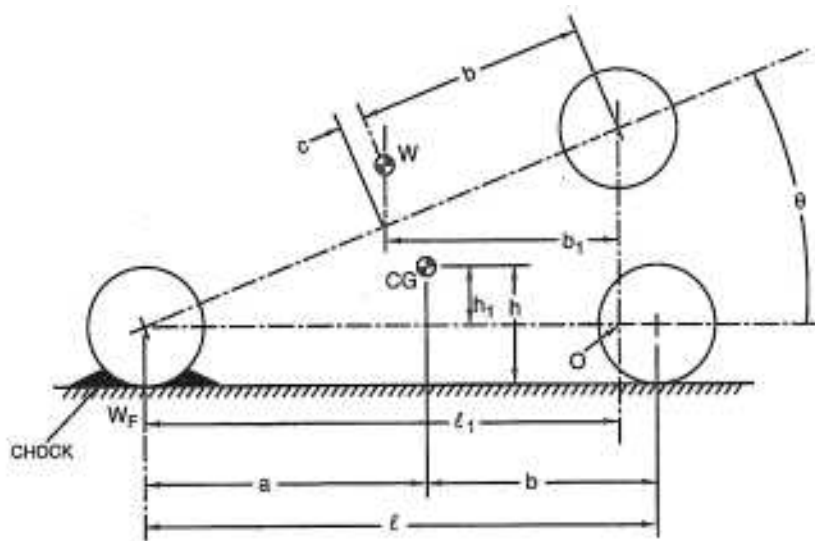


Figura 8: Localización del centro de gravedad total del vehículo sobre el eje vertical

Dicho ángulo se puede calcular de diferentes formas, en este caso emplearemos varios métodos trigonométricos para asegurarnos de que el valor obtenido experimentalmente tiene el menor error posible, para posteriormente poder estimar un valor correcto de la altura del centro de gravedad, ya que este valor será clave en los cálculos posteriores desarrollados en el proyecto.

La altura sobre el eje central de la rueda y el centro de gravedad viene dada por la siguiente ecuación:

$$h_1 = \frac{M_F \cdot L - M_T \cdot b}{M_T \cdot \tan \theta} \quad (9)$$

Por lo que, sumándole la altura del centro de la rueda (R_L) a la anterior altura calculada, se obtiene la altura del centro de gravedad sobre el suelo:

$$h = R_L + h_1 \quad (10)$$

Los resultados obtenidos son representados en la Tabla 7, y serán empleados en cálculos posteriores del proyecto.

Altura Centro de Gravedad [m]	h	0,30
-------------------------------	---	------

Tabla 7: Altura del centro de gravedad total del monoplaza

En la Figura 9, se muestran los parámetros del centro de gravedad con respecto al modelo del MA23RT.

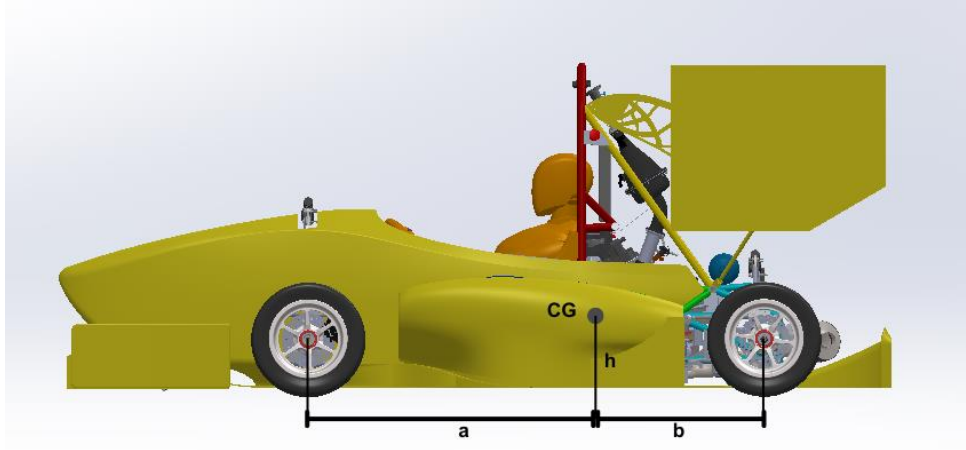


Figura 9: Vista lateral del MA23RT, coordenadas del centro de gravedad

4.3.2 Centro de Gravedad de la Masa Suspendida

Continuamos estimando la posición en la que se sitúa el centro de gravedad de la masa suspendida del vehículo, con respecto a los tres ejes geométricos del mismo. El cálculo se realiza de forma totalmente matemática, basándose en el centro de gravedad total del vehículo y los pesos de la masa suspendida y no suspendida.

- **Eje transversal (y):**

Se mantiene la consideración tomada en el centro de gravedad total. Por lo que se considera que su coordenada y siempre es cero, simplificando así el análisis en estático sobre 2 dimensiones (eje x-z).

- **Eje longitudinal (x):**

Las ecuaciones (11) y (12) calculan la posición longitudinal del centro de gravedad de la masa suspendida, tanto a partir del eje delantero como del eje trasero:

$$b_s = \frac{M_T \cdot b - M_{NS_F} \cdot L}{M_S} \quad (11)$$

$$a_s = L - b_s \quad (12)$$

Dist. Eje Delantero a CG [m]	a_s	0,8662
Dist. Eje Trasero a CG [m]	b_s	0,7038

Tabla 8: Distancia de los ejes al centro de gravedad de la masa suspendida en el eje longitudinal del monoplaza

- **Eje vertical (z):**

La altura del centro de gravedad de la masa suspendida viene dada por la siguiente ecuación, en la que R_L es la altura con respecto a la tierra del centro de la rueda del eje delantero y trasero:

$$h_s = \frac{M_T}{M_S} \cdot h - \frac{M_{NS_F}}{M_S} \cdot R_{L_F} - \frac{M_{NS_R}}{M_S} \cdot R_{L_R} \quad (13)$$

Altura Centro de Gravedad [m]	h_s	0,31
-------------------------------	-------	------

Tabla 9: Altura del centro de gravedad de la masa suspendida del monoplaza

4.4 PARÁMETROS CINEMÁTICOS

Pasamos a evaluar parámetros más específicos de la suspensión del monoplaza, estos son primordiales para poder analizar el comportamiento de balanceo del coche. Dichos parámetros cinemáticos son el eje de balanceo (Figura 10), los centros de balanceo de cada eje y la distancia entre el propio eje de balanceo y el centro de gravedad, conocido como el brazo de palanca del momento de balanceo.

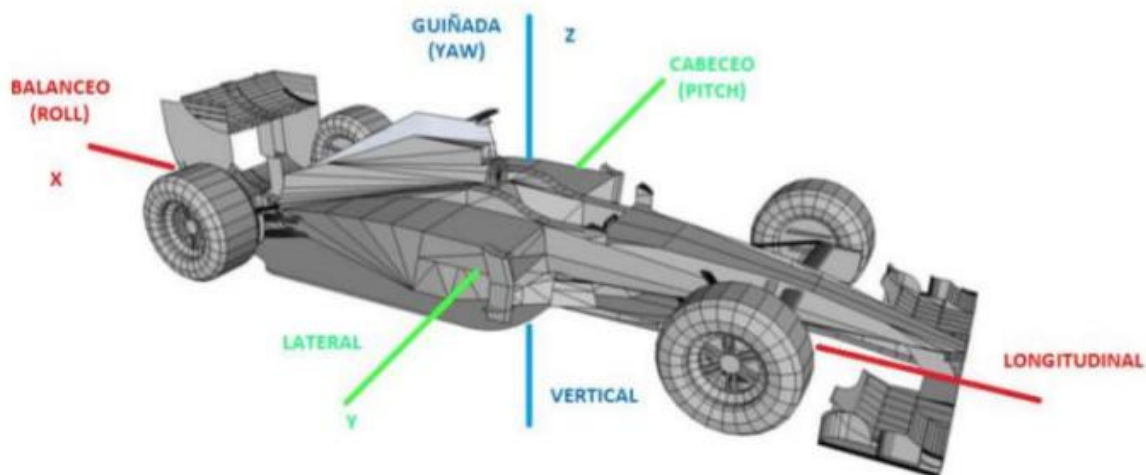


Figura 10: Ejes del sistema de coordenadas

- **Eje de balanceo:** es descrito como el eje alrededor del cual el coche balancea al pasar por una curva, este eje se conforma a partir de la recta longitudinal que une los centros de balanceo de cada eje. Por lo que para poder definirlo es necesario situar primero dichos puntos geométricos.
- **Centro de balanceo (CB):** es el punto alrededor del cual rota el chasis cuando comprimimos una de las suspensiones, siendo este un punto determinado por la geometría de la suspensión de cada eje del monoplaza. Cada eje tiene su propio centro y pueden ser diferentes entre ellos. La unión de los centros determina el eje de balanceo.

Para el cálculo del centro de balanceo, en primer lugar, hay que calcular el centro instantáneo de rotación (CIR) de cada rueda. El CIR no es más que el punto respecto al cual gira lateralmente la rueda al comprimirse o extenderse la suspensión. En nuestro caso, para el MA24RT, disponemos de un sistema de suspensión independiente de doble triángulo, por lo que el CIR se encuentra en el punto de corte de la prolongación de los trapecios mediante una línea imaginaria, como se muestra en la Figura 11. [19]

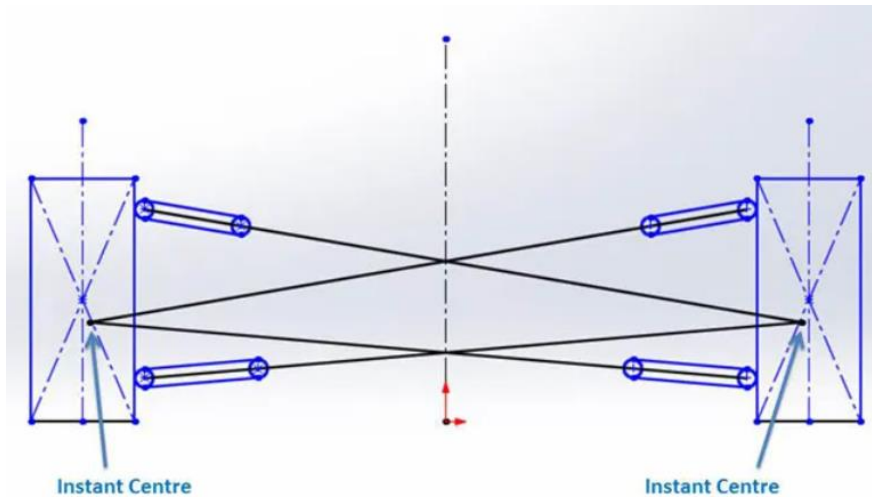


Figura 11: Centro instantáneo de rotación (CIR)

Una vez obtenidos los CIR, para hallar el centro de balanceo, se formarán dos rectas de la unión de cada uno de los CIR con el centro de huella de contacto con el asfalto de su respectiva rueda, obteniéndose el centro de balanceo como el punto de corte entre las rectas resultantes, como en la Figura 12. [19]

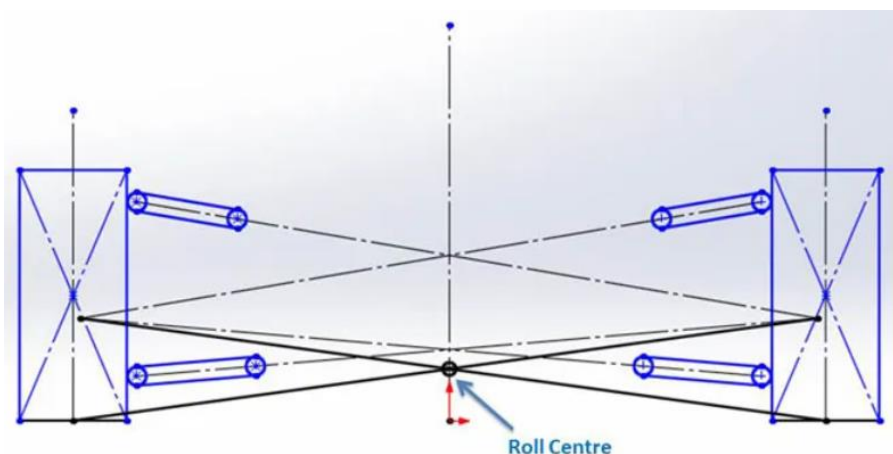


Figura 12: Centro de balanceo (CB)

Continuamos con el análisis de dichos parámetros cinemáticos en el comportamiento a balanceo del monoplaza. El balanceo del coche es debido a que al pasar por una curva se produce una fuerza centrífuga aplicada sobre el centro de gravedad de la masa suspendida del coche igual a la siguiente

ecuación (en la que m es la masa suspendida del coche en kilo gramos; v es la velocidad en metros por segundos; y r es el radio de la curva en metros):

$$F (N) = m * \frac{v^2}{r} \quad (14)$$

Como se muestra en la Figura 13, la fuerza centrífuga genera sobre el eje de balanceo un momento, denominado como momento de balanceo, que vendrá dado por el valor de dicha fuerza por la distancia que separa el centro de gravedad de la masa suspendida del eje de balanceo, dicha distancia es conocida como el brazo de palanca del momento de balanceo.

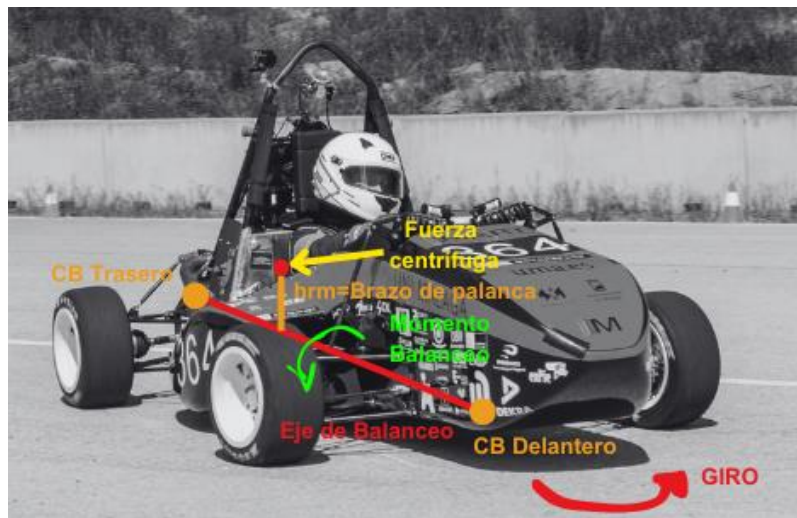


Figura 13: Representación esquemática del balanceo del MA22RT alrededor de su eje de balanceo al girar a la izquierda

Si la posición del centro de gravedad se encuentra sobre el eje de balanceo, una aceleración lateral no produciría ninguna inclinación lateral en el chasis, trabajando el vehículo como si no tuviera suspensión, ya que todos los esfuerzos serían transportados por los miembros rígidos de la suspensión como son los triángulos y las rótulas. De forma general, el centro de gravedad se situará por encima del eje de balanceo, por lo que una aceleración lateral provocará una rotación del chasis hacia el exterior de la curva, cuanto mayor sea el brazo de palanca, mayor será la inclinación producida en el chasis, y mayor será la transferencia de carga transportada por los elementos elásticos, como los muelles y barra estabilizadora.

En coches de competición como los Formula Student, se busca que la altura del centro de balanceo se encuentre lo más pegado al suelo, ya sea por encima o por debajo del suelo. Situar el centro de balanceo bajo, provoca que el brazo de palanca sea grande por lo que la transferencia de carga transportada será en gran medida por los elementos elásticos de la suspensión, pudiendo regularse así a partir de las rigideces seleccionadas en dichos elementos mencionados anteriormente, además, otra ventaja importante es que se evita el efecto del “jacking”, el cual es un efecto que produce el levantamiento del

chasis alterando la geometría de los triángulos producido por el par de balanceo en curva, como se observa en la Figura 14 [15], provocando variaciones en el ángulo de caída de las ruedas contrarias a las producidas por el balanceo, en las que en algunos casos puede producirse una inclinación positiva de la rueda exterior, lo que induce a una importante reducción de la adherencia. Siendo el ángulo de caída (“*camber*”), el ángulo de inclinación que presenta la rueda con respecto al eje vertical de la misma desde la vista frontal.

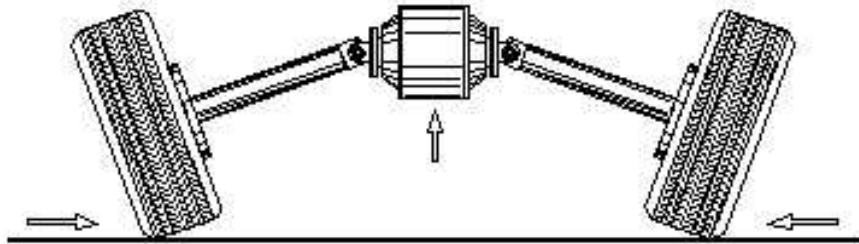


Figura 14: Efecto “jacking”

Como se ha mencionado anteriormente, al tomar una curva se produce una transferencia de carga, en nuestro caso como el centro de gravedad se encuentra en una posición más alta que el eje de balanceo, la transferencia se dirigirá desde el interior hacia el exterior, por lo que los muelles del lado interior se expanden y los del exterior se comprimen. La carga vertical que soportan las ruedas exteriores aumenta, mientras que, las que soportan las interiores disminuyen. Hasta el instante en el que el momento generado por esta diferencia de carga vertical entre las ruedas exteriores e interiores, compense con el momento de balanceo generado por la aceleración lateral a la que está sometida el coche, y se produzca equilibrio de momentos.

El reparto del par de balanceo entre el eje delantero y trasero viene dado por la resistencia a balanceo que ejerce cada eje, cuanto mayor sea la resistencia de un eje sobre el otro, mayor transferencia de carga se producirá sobre él, por lo que antes perderá la adherencia sobre el asfalto, si dicho eje es el delantero diríamos que se produciría subviraje, mientras que si es el eje trasero se produciría sobreviraje.

Los parámetros de los que depende principalmente el reparto del par de balanceo son la distribución de pesos en estático, las alturas de los centros de balanceo de cada eje y las rigideces de los ejes aportados por los muelles y barra estabilizadora. La influencia de los parámetros anteriores varía de la siguiente forma:

- **Distribución de pesos en estático:** Cuanto mayor sea el reparto en un eje, mayor será la transferencia de cargas dada en ese eje, por lo que antes perderá la adherencia sobre el asfalto.

En nuestro caso, el reparte se aproxima a un 45/55, lo que implica que genera un efecto de sobreviraje.

- **Altura del centro de balanceo:** Si el centro de balanceo se encuentra lo más bajo posible, el brazo de palanca será mayor, por lo que el momento generado en dicho eje es mayor, provocando una mayor transferencia de carga. Normalmente, la altura del centro de balanceo en el eje delantero es menor que la del eje trasero, obteniéndose un eje de balanceo de altura descendente desde el eje trasero al delantero, provocando así este parámetro un efecto de subviraje sobre el monoplaza, de carácter equilibrador.
- **Rigidez de los elementos elásticos:** Cuanto mayor sea la rigidez de un eje sobre el otro, mayor transferencia de carga se producirá en dicho eje. Este parámetro es el más determinante en el reparto del par de balanceo, ya que es el más configurable, al poder variar la rigidez de los muelles y barra estabilizadora entre otros parámetros.

A continuación, se presenta la altura de los centros de balanceo delantero y trasero del MA24RT y la distancia entre el centro de gravedad y el eje de balanceo para el monoplaza en reposo.

Altura del CB del Eje Delantero [m]	h_{CB_F}	0,071
Altura del CB del Eje Trasero [m]	h_{CB_R}	0,077
Dist. CG al Eje de Balanceo [m]	h_{RM}	0,2357

Tabla 10: Altura de los centros de balanceo delantero y trasero. Distancia entre el CG y el centro de balanceo para el coche en reposo.

4.5 NEUMÁTICOS

Existen dos funciones principales para los neumáticos. La primera consiste en asegurar un buen contacto entre la rueda y el suelo. De esta forma, la capacidad de un vehículo para acelerar, frenar y cambiar de dirección depende directamente de la fuerza de fricción generada entre la huella de contacto del neumático y el asfalto. Esta fuerza está directamente relacionada con el peso que debe soportar la rueda mediante los coeficientes de adherencia entre el neumático y el suelo. Como la evaluación de este parámetro no es objeto de este proyecto, tan solo se dejará mencionado.

No obstante, es importante entender como la curva de adherencia de los neumáticos influye en el comportamiento dinámico del monoplaza. En la Figura 15, se puede observar una gráfica que representa la relación entre el máximo agarre lateral del neumático con la fuerza vertical en rueda y lo compara con el coeficiente de fricción básico de $\mu=1$ (línea discontinua). A medida que aumenta la fuerza vertical en rueda el máximo agarre lateral aumenta, pero cada vez más despacio. Esto es lo que se conoce como

la sensibilidad del neumático. De hecho, llega un punto en el que se produce un máximo en la curva, a partir del cual el máximo agarre lateral empieza a disminuir con la fuerza vertical en rueda. [4]

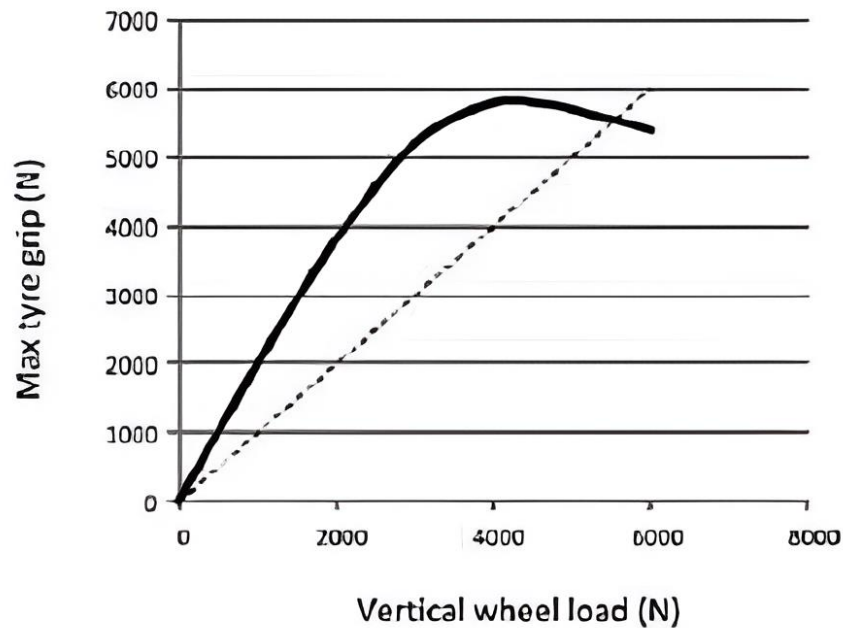


Figura 15: Curva de máxima adherencia lateral del neumático con la carga vertical en rueda.

Por otro lado, la segunda función que debe cumplir un neumático es la de proporcionar un contacto suave con el terreno. Este contacto depende de su rigidez. Esta rigidez varía considerablemente en función de distintos parámetros como la presión de inflado, la temperatura o el ángulo de caída de la rueda.

Los neumáticos empleados en el MA24RT son el modelo “Hoosier FSAE 16.0x7.5-10 LC0”, en condición de funcionamiento la rigidez radial del neumático es aproximadamente de unos 115 N/mm.

5 ELEMENTOS ELÁSTICOS DE LA SUSPENSIÓN: MUELLES Y NEUMÁTICOS. ANÁLISIS A BALANCEO SIN BARRA ESTABILIZADORA.

Los elementos elásticos de la suspensión son aquellos que “convierten” la energía que se le transmite en deformación. Existen varios tipos, en este caso, destacamos los muelles, neumáticos y, además, también se puede considerar la barra estabilizadora como uno de ellos. Estos son los elementos elásticos que influirán en el análisis dinámico de nuestro monoplaza. Dichos elementos definen una serie de rigideces que se emplearán más adelante, las cuáles son las siguientes:

- **Rigidez del muelle (Spring Rate, K_s):** Rigidez propia del resorte helicoidal. Dicho valor normalmente es constante y depende de la constitución del muelle. Se obtiene como la fuerza por unidad de desplazamiento que se produce en el muelle, generalmente dicha relación es lineal, y se mide en N/m.
- **Rigidez en el centro de la rueda (Wheel Rate, K_w):** Es la rigidez sobre el eje de la rueda en relación al chasis, es decir, carga vertical en rueda por unidad de desplazamiento vertical relativo al centro de la rueda con el chasis. Se calcula mediante la rigidez del muelle junto al ratio de desplazamiento (*Motion ratio*). Generalmente es menor que la rigidez del muelle, es decir, el movimiento vertical de la rueda es mayor que el desplazamiento del muelle.
- **Rigidez del neumático (Tyre Rate, K_t):** Es la rigidez propia del neumático, es decir, la rigidez vertical del neumático expresada como, la carga vertical por unidad de desplazamiento del neumático.
- **Rigidez en marcha (Ride Rate, K_r):** Es la rigidez en el centro de la rueda combinada con la rigidez del neumático, representa la rigidez efectiva del chasis con respecto al asfalto, y es expresada como, la carga vertical por unidad de desplazamiento vertical relativo de la huella de contacto de la rueda con el chasis. Para un neumático infinitamente rígido, la rigidez en marcha sería igual a la rigidez en el centro de la rueda. Para el caso real, la rigidez en marcha es siempre menor que la rigidez en el centro de la rueda.
- **Rigidez al balanceo (Roll Rate):** Es el momento que resiste el monoplaza por grado de balanceo. El término puede ser aplicado por separado en cada eje de forma individual o al vehículo al completo. Dicha rigidez al balanceo depende principalmente de la rigideces de los elementos elásticos y al ancho de vía del monoplaza.

En este apartado se analizará por separado el comportamiento en marcha y en curva, debido a que en cada uno de estos no actúan los mismos elementos elásticos, por lo que el estudio será diferente en cada caso.

En primer lugar, a partir del análisis dinámico del comportamiento en marcha del monoplaza que se realiza en el siguiente apartado, se selecciona una combinación fija de muelles en base a la frecuencia natural a la que debe funcionar el monoplaza. Dicha selección tiene influencia sobre los cálculos de la rigidez necesaria en la barra estabilizadora, que es el cálculo objetivo.

Continuamos con el comportamiento en curva, en este caso, si tiene influencia la rigidez aportada por la barra estabilizadora, aunque en este primer análisis, se realizará sin tener en cuenta dicha rigidez. Los cálculos se basarán, al igual que en el comportamiento en marcha, en un parámetro objetivo, dicho parámetro es el gradiente de balanceo del monoplaza. A partir de él se obtendrá si la rigidez aportada por los muelles y neumáticos es suficiente, o es necesaria la introducción de barras estabilizadoras al monoplaza para mejorar el comportamiento a balanceo.

5.1 COMPORTAMIENTO EN MARCHA

En este comportamiento se abarca la respuesta que realiza la suspensión del monoplaza al paso por las irregularidades del asfalto. Los elementos elásticos que modifican el comportamiento del monoplaza para este caso son los muelles. Por lo que, en este apartado, se va a estudiar la selección de los muelles más adecuados para obtener la mejor respuesta dinámica teniendo en cuenta los datos generales del monoplaza presentados anteriormente. [10]

5.1.1 Frecuencias naturales y rigideces en marcha

En vehículos de competición el principal objetivo de los muelles es conseguir, de forma independiente para cada rueda, el mejor agarre de la huella de contacto de los neumáticos en su paso por las irregularidades del terreno.

El primer paso para determinar la rigidez que deben tener los muelles de cada eje es elegir la frecuencia en marcha deseada para el vehículo. Se llama frecuencia en marcha a la frecuencia natural no amortiguada del vehículo en marcha. Esto es, la velocidad con la que la suspensión se mueve verticalmente hacia arriba y luego baja hasta el mismo punto de partida al pasar por una irregularidad del terreno. Si la suspensión no estuviese amortiguada, en cuanto el vehículo entrase en un modo oscilatorio, seguiría oscilando con el mismo modo durante el tiempo.

Al elevar la frecuencia natural de la suspensión, se puede hacer un análisis de cómo responderá ante imperfecciones del terreno o situaciones de aceleración o frenada. Cuanto mayor sea la frecuencia en marcha, más rígido será el viaje para el piloto.

Existen una serie de valores objetivos para la frecuencia en marcha óptima en función de las características del vehículo, como se muestra en la Figura 16.

0.5-1.0Hz - Passenger cars, typical OEM
 1.0-1.5Hz - Typical lowering springs
 1.5-2.0Hz - Rally Cars
 1.5-2.5Hz - Non-Aero racecars, moderate downforce
 Formula cars
 2.5-3.5Hz - Moderate downforce racecars with up to
 50% total weight in max downforce
 capability
 3.5-5.0+Hz - High downforce racecars with more
 than 50% of their weight in max
 downforce

Figura 16: Valores objetivos de frecuencia en marcha para diferentes tipos de vehículos

El MA24RT, es considerado como un monoplaza de carreras con una carga aerodinámica moderada. Por lo que, el valor de frecuencia en marcha deseada para cada eje estará entre los 1,5-2,5 Hz.

Por otro lado, también se debe cumplir que la frecuencia en marcha de cada eje no sea la misma. Esto se debe a que el desfase en el movimiento vertical de cada eje, causado por el retraso temporal entre eje delantero y trasero al contactar primero la rueda delantera con cualquier imperfección del terreno, da lugar a una situación de cabeceo en el vehículo.

En coches de carreras se utilizan relaciones de amortiguamiento altas, además el confort es un parámetro secundario, por lo que hace que se empleen frecuencias en marcha superiores en el eje delantero. Las relaciones de amortiguamiento altas reducen la cantidad de oscilación resultante de los baches del asfalto, reduciendo la necesidad de una conducción plana. Por otro lado, tener frecuencias en marcha superiores en el eje delantero permite una respuesta transitoria más rápida y eficaz de entrada en curva, una menor variación de la altura del eje frontal del monoplaza (la aerodinámica suele ser más sensible al cabeceo en la parte delantera del coche) y permite tener una mejor tracción trasera a la salida de las curvas para coches de tracción trasera como es el MA24RT. La diferencia de frecuencia en marcha entre el eje delantero y trasero debe rondar en torno al 10%, siendo superior el valor de frecuencia en el eje delantero por las ventajas descritas anteriormente.

Una vez especificado los objetivos a satisfacer tanto el intervalo de frecuencia en el que se quiere trabajar como la relación de frecuencias entre ejes, se puede calcular la rigidez en marcha para un cuarto del coche. La expresión de la frecuencia natural de la masa suspendida para cada rueda es la siguiente, siendo K_R la rigidez en marcha y M_S la masa suspendida:

$$F_{NS} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_R}{M_S}} \quad (15)$$

5.1.2 Cálculo de la rigidez en rueda

Como se ha explicado anteriormente en el apartado, la rigidez en marcha es la combinación en serie de la rigidez en rueda y la rigidez del neumático. Es destacable aclarar que, como los neumáticos no son infinitamente rígidos, tienen un papel importante en la frecuencia natural de la masa suspendida y es por ello por lo que se ha empleado el valor de la rigidez en marcha para el cálculo de la frecuencia en marcha del vehículo. [4]

En la Figura 17, se muestra un modelo sistemático de un cuarto del vehículo. En ella se indican dos modos de vibración. En nuestro caso seleccionamos el primer modo que representa la vibración relativa entre la masa suspendida y el suelo.

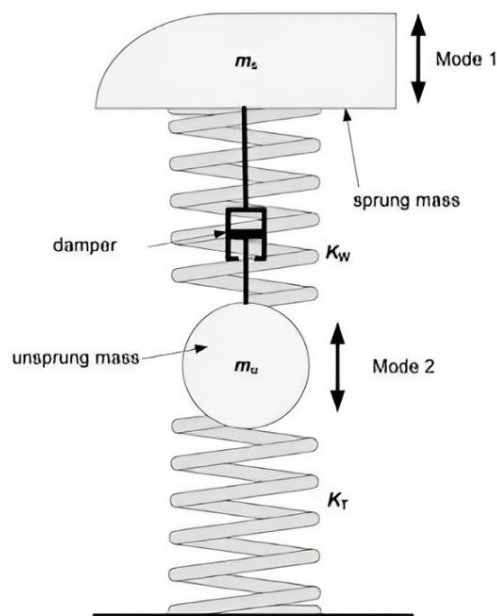


Figura 17: Modelo de un cuarto de vehículo

La rigidez en marcha viene dada por la asociación serie de la rigidez del neumático (K_T) y la rigidez en rueda (K_W):

$$\frac{1}{K_R} = \frac{1}{K_W} + \frac{1}{K_T} \quad (16)$$

Para poder calcular el valor de rigidez en marcha, falta por obtener el parámetro de rigidez en rueda definido por las rigideces del muelle junto al ratio de desplazamiento.

En primer lugar, dicho ratio de desplazamiento, también conocido como *Motion Ratio*, es un valor que indica la relación entre el movimiento de la rueda y la deformación que sufre el resorte. Como consecuencia de este valor, la rigidez del muelle y la rigidez en cada rueda toman valores diferentes. La expresión del *Motion Ratio* es:

$$MR = \frac{\Delta z \text{ Rueda}}{\Delta x \text{ Muelle}} \quad (17)$$

Para la suspensión del MA24RT, el valor del *Motion Ratio* viene determinado por el elemento de unión entre el conjunto muelle-amortiguador y la barra *pushrod*. A este elemento se le conoce como balancín (Rocker) y es la pieza de la suspensión que se encarga de transformar el movimiento vertical de la rueda en un movimiento lineal en el conjunto muelle-amortiguador.

El sistema de suspensión conformado por el conjunto muelle-amortiguador, balancín y barra pushrod del MA24RT se muestra en la Figura 18. Es importante que los tres elementos se encuentren sobre el mismo plano para evitar cualquier fenómeno de flexión.

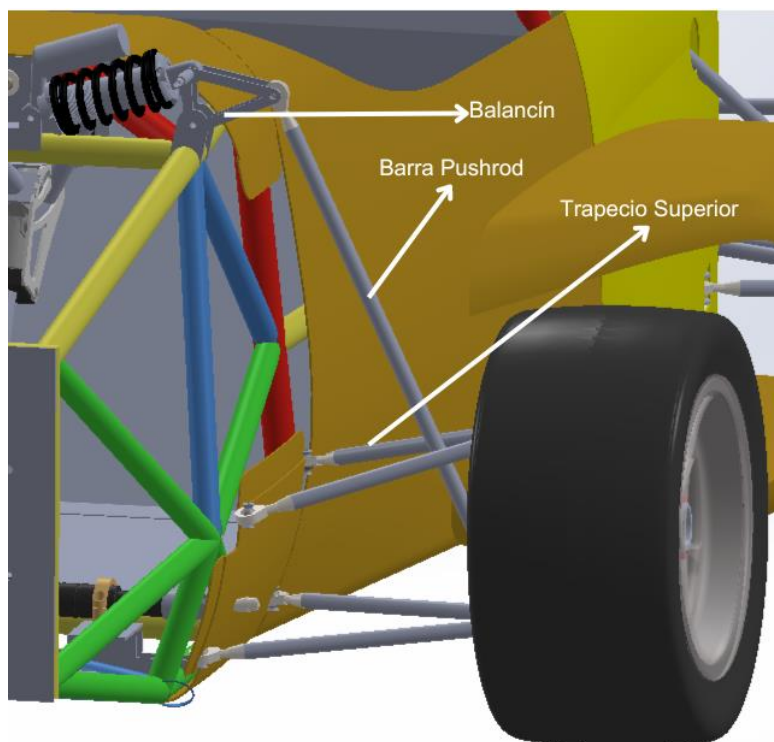


Figura 18: Sistema suspensión del MA24RT en la posición de reposo

Todo movimiento vertical en rueda, Δz , se traduce en una compresión/extensión del muelle, $\frac{\Delta x}{MR}$. Debido a que, tanto por normativa como por buena respuesta dinámica, interesa un desplazamiento mayor en rueda que en el muelle, el MR debe ser mayor que 1. Como primera aproximación, el *Motion Ratio* puede tomar el valor de división de los brazos del balancín siendo estos L_1 y L_2 , $MR = L_2/L_1$. Sin embargo, para una suspensión con sistema pushrod como la de este modelo esta aproximación no es suficientemente correcta.

La evolución entre el movimiento vertical en rueda y deformación del muelle deja de ser lineal para este tipo de suspensiones. Así, el *Motion Ratio* varía y, concretamente para esta suspensión, lo hace de

manera progresiva. Esto quiere decir que, a medida que se comprime más el conjunto muelle-amortiguador el *Motion Ratio* disminuye, resultando en un aumento de la rigidez de la suspensión.

A continuación, se analiza la relación que tiene la rigidez en rueda con la rigidez del muelle, a través del *Motion Ratio*. Partiendo de la ecuación (17) y considerando que $\Delta z = \frac{Fz}{Kw}$ y $\Delta x = \frac{Fs}{Ks}$ donde Δz es el desplazamiento vertical en rueda, Δx es el desplazamiento del muelle, Fz y Fs , son la fuerza vertical en rueda y la fuerza en el muelle, respectivamente, se obtiene la siguiente expresión:

$$K_S = MR \cdot K_W \cdot \frac{F_S}{F_Z} \quad (18)$$

Tomando momentos en el punto de anclaje del balancín al chasis y considerando la aproximación de $MR = L_2/L_1$ se tiene:

$$F_S \cdot L_1 = F_Z \cdot L_2 \rightarrow \frac{F_S}{F_Z} = \frac{L_2}{L_1} = MR \quad (19)$$

Finalmente, sustituyendo en la ecuación (18) se resulta la expresión que relaciona la rigidez del muelle con la rigidez en rueda:

$$K_S = K_W \cdot MR^2 \quad (20)$$

Como se ha descrito anteriormente, la aproximación tomada sobre las longitudes de los brazos del balancín para obtener el *Motion Ratio* no es suficientemente correcta, por lo que, para calcular los valores de *Motion Ratio* en estático, se ha implementado el sistema de suspensión del MA24RT en el software *OptimumKinematics*, el cuál muestra un valor más preciso. En este caso se han introducido los parámetros necesarios para calcular los valores de *Motion Ratio* en las dos posiciones posibles tanto del balancín delantero como del trasero, obteniéndose, por lo tanto, dos valores de *Motion Ratio* en estático para el sistema de suspensión del eje delantero y otros dos del eje trasero.

Motion Ratio Delantero	MR _F	1,30; 2,28
Motion Ratio Trasero	MR _R	1,77; 2,31

Tabla 11: Valores de *Motion Ratio* delanteros y traseros

Por otro lado, en cuanto a la rigidez del muelle, el rango de rigideces de los muelles se encuentra entre los 150-500 lb/in, pero, en este caso, en principio se limita a los valores de rigidez que el equipo tiene a disposición, que son los siguientes tres valores de rigideces:

Rigidez del muelle [lb/in]	K _S	350; 400; 450
----------------------------	----------------	---------------

Tabla 12: Valores de rigideces de los muelles delanteros y traseros

5.1.3 Cálculo de la rigidez y frecuencia en marcha

Se continúa analizando la combinación los posibles parámetros a seleccionar para obtener la mejor respuesta dinámica teóricamente del monoplaza. Para ello se desarrolla la siguiente tabla, en la que se estudia cada combinación posible de valores de rigidez del muelle (K_s) con valores de *Motion Ratio* (MR):

Eje Delantero				Eje Trasero				%F _{NS}
K _S	MR	K _R	F _{NS}	K _S	MR	K _R	F _{NS}	
350	1,30	27474	3,27	350	1,77	16684	2,30	29,76
					2,31	10429	1,82	44,46
				400	1,77	18674	2,43	25,69
					2,31	11765	1,93	41,02
				450	1,77	20585	2,55	21,98
					2,31	13066	2,03	37,84
	2,28	10680	2,04	350	1,77	16684	2,30	-12,66
					2,31	10429	1,82	10,92
				400	1,77	18674	2,43	-19,19
					2,31	11765	1,93	5,39
				450	1,77	20585	2,55	-25,14
					2,31	13066	2,03	0,30
400	1,30	30348	3,44	350	1,77	16684	2,30	33,17
					2,31	10429	1,82	47,16
				400	1,77	18674	2,43	29,29
					2,31	11765	1,93	43,88
				450	1,77	20585	2,55	25,76
					2,31	13066	2,03	40,86
	2,28	12043	2,17	350	1,77	16684	2,30	-6,09
					2,31	10429	1,82	16,12
				400	1,77	18674	2,43	-12,24
					2,31	11765	1,93	10,91
				450	1,77	20585	2,55	-17,85
					2,31	13066	2,03	6,11
450	1,30	33035	3,59	350	1,77	16684	2,30	35,94
					2,31	10429	1,82	49,35
				400	1,77	18674	2,43	32,23
					2,31	11765	1,93	46,21
				450	1,77	20585	2,55	28,85
					2,31	13066	2,03	43,31
	2,28	13371	2,28	350	1,77	16684	2,30	-0,69
					2,31	10429	1,82	20,39
				400	1,77	18674	2,43	-6,53
					2,31	11765	1,93	15,45
				450	1,77	20585	2,55	-11,84
					2,31	13066	2,03	10,90

Tabla 13: Valor de las rigideces y frecuencias en marcha en todas las posibles combinaciones de parámetros

Para dar como válido la combinación de rigidez del muelle y *Motion Ratio*, se deben cumplir 3 condiciones. Por un lado, que las frecuencias delanteras y traseras se encuentren entre 1,5 y 2,5 Hz, por el otro, que la relación de frecuencias entre la delantera y trasera sea superior en el eje delantero entre el 8-12%.

Dichas condiciones, se cumplen para 3 combinaciones, en este caso se selecciona la combinación más rígida que corresponde a unas frecuencias en marcha mayores, y sacrifica confort por respuesta dinámica del monoplaza, por lo que finalmente la combinación seleccionada se muestra en la Tabla 14:

Eje Delantero	Rigidez del Muelle Delantero [lb/in]	K_{S_F}	450
	Motion Ratio Delantero	MR_F	2,28
Eje Trasero	Rigidez del Muelle Delantero [lb/in]	K_{S_R}	450
	Motion Ratio Trasero	MR_R	2,31

Tabla 14: Combinación de rigidez de muelle y *Motion Ratio* seleccionada para el MA24RT

5.2 COMPORTAMIENTO EN CURVA

En el apartado 4.4, comportamiento en marcha tan solo se había tenido en cuenta la influencia de los muelles y neumáticos en el giro alrededor del eje lateral o de cabeceo del coche durante la aceleración, frenada o en su paso por imperfecciones del terreno.

En este apartado, se va a estudiar y analizar la influencia de estos elementos en la rigidez que aportan al giro del coche a lo largo del eje longitudinal, la rigidez a balanceo, el reparto de dicha rigidez en cada eje y su importancia en el comportamiento dinámico del coche. Además, como se indicó anteriormente, en el comportamiento en curva si tiene influencia la rigidez aportada por la barra estabilizadora, pero antes de todo se planteará la necesidad o no de emplear barras antibalanceo. [10]

5.2.1 Gradiente de balanceo objetivo

De la misma manera que en el comportamiento en marcha, para la selección de la rigidez del muelle y el *Motion Ratio*, se estipuló un rango de frecuencia en marcha objetivo para cada eje en función de las características del vehículo, para determinar la rigidez a balanceo que debe tener cada eje es importante establecer un valor objetivo.

El parámetro cuyo valor está normalizado que se utiliza para fijar un objetivo a balanceo de los elementos elásticos de la suspensión es el gradiente de balanceo (*Roll Gradient*). Este valor expresa los grados que el chasis balancea por cada “g” de aceleración lateral, por tanto, se mide en ($^{\circ}/g$). Este parámetro es lineal, pero puede no ser fijo durante el comportamiento dinámico del monoplaza, al variar los valores de rigideces o del brazo de palanca que afectan directamente al valor obtenido de gradiente de balanceo.

Tal y como ocurre con las frecuencias, no existe un método para establecer el valor objetivo. Sin embargo, existen unos valores estipulados en función del tipo de vehículo del que se trate, como se muestra en la Figura 19. Como es lógico, un menor valor de gradiente de balanceo quiere decir que se produce menos balanceo del chasis, y, por tanto, se obtiene como resultado un vehículo más rígido contra el balanceo. Por contrario, un alto gradiente de balanceo produce una respuesta más rápida del coche en condiciones transitorias, a expensas de perder agarre mecánico en los baches de las curvas.

- 0.2 – 0.7 deg/g for stiff higher downforce cars
- 1.0 – 1.8 deg/g for low downforce sedans

Figura 19: Valores estipulados de gradiente de balanceo para distintos tipos de vehículos

Como se indicó anteriormente, el MA24RT es considerado un monoplaza de carreras con un carga aerodinámica moderada o baja. Así que, aplicando el mismo criterio que con las frecuencias, el valor de gradiente de balanceo deseado estará entre 0,7 y 1 °/g.

5.2.2 Rigidez a balanceo de los muelles y neumáticos

Antes de comenzar a calcular la rigidez a balanceo que aportan los muelles, recordamos una serie de definiciones de parámetros que emplearemos a continuación: [4]

- **Momento de balanceo (Roll Couple, M_B):** Es el momento creado por la fuerza centrífuga al entrar el coche en una curva (Nm). Es el producto de dicha fuerza por la distancia entre el centro de gravedad (punto de aplicación de la fuerza) y el eje de balanceo (eje sobre el que balancea el coche).
- **Rigidez a balanceo (Roll Rate, K_ϕ):** Se trata de una medida que indica el momento de balanceo necesario para que produzca un balanceo de 1° (Nm/°). Esta rigidez al balanceo del coche lo proporcionan los muelles, los neumáticos y las barras estabilizadoras.

Para calcular la rigidez a balanceo que aportan los muelles, es importante considerar el modelo de la Figura 20:

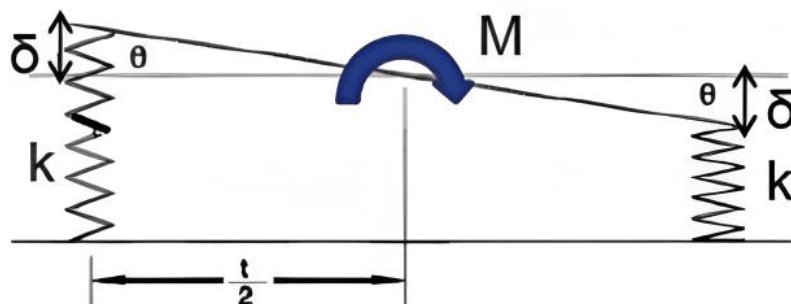


Figura 20: Modelo de la suspensión de un eje

Se puede observar en el modelo de la suspensión, como cada resorte representa la rigidez del muelle en rueda, y no considera la rigidez del neumático que se considerará por separado. El desplazamiento del centro de la rueda viene representado por δ , el ángulo de balanceo por θ , $t/2$ representa la mitad del ancho de vía y M el momento de balanceo.

$$\begin{aligned}
 \text{Fuerza vertical en rueda: } F &= K_W \cdot \delta; \text{ siendo } \delta \cong \frac{t}{2} \cdot \theta \rightarrow \\
 \rightarrow F &= K_W \cdot \frac{t}{2} \cdot \tan \theta; \\
 M_\phi &= F \cdot \frac{t}{2} \cdot 2 \rightarrow M_\phi = K_W \cdot \frac{t^2}{2} \cdot \theta; \\
 \text{Rigidez de balanceo en rueda: } K_{\phi W} &= \frac{K_W \cdot t^2 \cdot \pi}{2 \cdot 180}
 \end{aligned} \tag{21}$$

A partir de las ecuaciones anteriores, se calcula la rigidez a balanceo que aportan los muelles en el eje delantero y trasero, los cuáles se exponen en la Tabla 15:

	Rigidez del muelle [lb/in]	Motion Ratio	Rigidez en rueda [N/m]	Rigidez a balanceo [Nm/°]
Eje Delantero	450	2,28	15159,87	198,52
Eje Trasero	450	2,31	14768,66	193,40

Tabla 15: Rigidez a balanceo para la configuración elegida en cada eje

Actuando de la misma manera sobre la rigidez de los neumáticos, se obtiene una rigidez a balanceo de los neumáticos:

Rigidez neumáticos [N/m]	Rigidez a balanceo [Nm/°]
113300	1483,71

Tabla 16: Rigidez a balanceo de los neumáticos

Una vez calculadas las rigideces a balanceo que aportan los elementos elásticos de la suspensión (muelles y neumáticos) por separado, es necesario ver la rigidez a balanceo que aportan conjuntamente para cada eje. Para calcularlo, al igual que se hizo para el cálculo de la rigidez en marcha, se tendrá en cuenta la conexión en serie de las rigideces a balanceo en rueda y del neumático. La expresión de la rigidez a balanceo en cada eje es:

$$K_{\phi a} = \frac{K_{\phi t} \cdot K_{\phi W a}}{K_{\phi t} + K_{\phi W a}} \tag{22}$$

Donde:

- $K_{\phi a}$: Rigidez a balanceo para un eje (Nm/°)
- $K_{\phi W a}$: Rigidez a balanceo en rueda para un eje (Nm/°)
- $K_{\phi t}$: Rigidez a balanceo del neumático (Nm/°)

Rigidez a balanceo eje delantero [Nm/°]	Rigidez a balanceo eje trasero [Nm/°]
175,10	171,10

Tabla 17: Rigidez a balanceo para cada eje

5.2.3 Transferencia lateral de carga

Antes de evaluar si la rigidez a balanceo en cada eje es suficiente para obtener un gradiente de balanceo óptimo, es importante explicar más a fondo las transferencias laterales de carga que se producen entre las ruedas de un mismo eje cuando el coche entra en una curva. [4]

En el apartado, se explicó un modelo simplificado de la transferencia lateral de carga. En él se detallaba como cuando un coche toma una curva de radio r con una velocidad v , el centro de masas recibe una fuerza denominada como fuerza centrífuga. Esta fuerza, genera un momento alrededor del eje de balanceo. Para este modelo simplificado, la transferencia de cargas entre la rueda exterior e interior sería igual a ese momento dividido entre la vía del coche.

Sin embargo, para ser más precisos, se puede diferenciar tres tipos de transferencias laterales de carga para cada eje (Figura 21): Transferencia lateral de la masa no suspendida, transferencia lateral de la masa suspendida geométrica y transferencia lateral de la masa suspendida elástica.

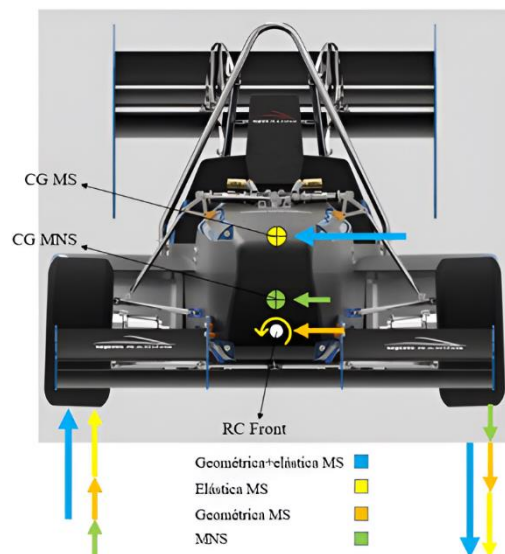


Figura 21: Esquema transferencias laterales de carga para el eje delantero

5.2.3.1 Transferencia lateral de la masa no suspendida

La transferencia lateral de la masa no suspendida es la correspondiente a las aceleraciones que sufren los elementos de la masa no suspendida, es decir, los elementos que se encuentran en contacto con el suelo, como se muestra en la Figura 22.

Se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$\Delta F_{ZMNS} = \frac{M_{NS} \cdot A_y \cdot g \cdot CG_{MNS}}{T} \quad (23)$$

Donde:

- M_{NS} : Masa no suspendida (kg)
- A_y : Aceleración lateral (g)
- g : Aceleración gravitatoria (m/s^2)
- CG_{MNS} : Distancia del CG de la masa no suspendida con respecto al suelo (m)
- T : Ancho de vía (m)

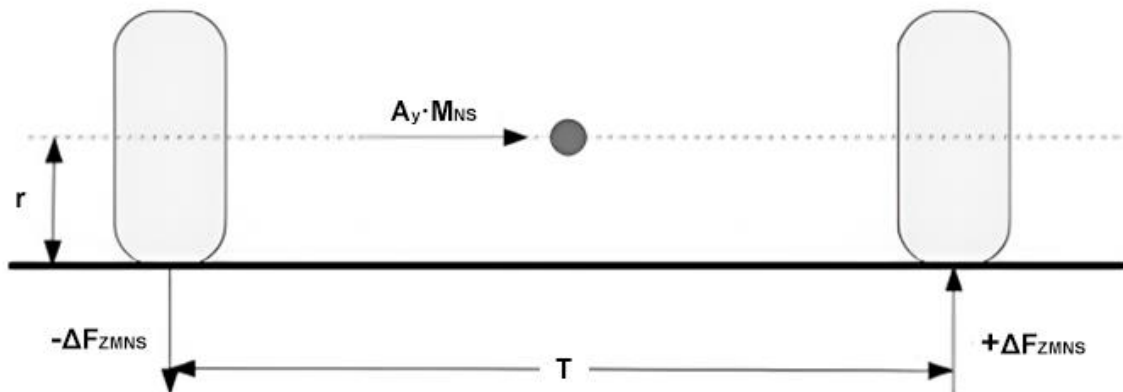


Figura 22: Transferencia lateral de carga de la masa no suspendida

5.2.3.2 Transferencia lateral de la masa suspendida

En la Figura 23, se muestra cómo la fuerza lateral que experimenta la masa suspendida, aplicada en el centro de gravedad del coche, se puede dividir en una fuerza más un momento aplicado sobre el eje de balanceo en un punto concreto del mismo.

De esta manera, la fuerza lateral aplicada sobre el eje de balanceo no genera ningún momento y, por lo tanto, tampoco genera ningún movimiento de balanceo en los muelles. Así, esta fuerza se transmite directamente por los brazos de la suspensión hasta la rueda. A esta transferencia lateral de carga se le conoce como transferencia lateral de la masa suspendida geométrica.

La distribución entre los ejes depende únicamente de la posición del centro de gravedad sobre el eje longitudinal. Se expresa como:

$$\Delta F_{ZMSG_a} = \frac{M_{S_a} \cdot A_y \cdot g \cdot h_{CB_a}}{T_a} \quad (24)$$

Donde:

- h_{CB_a} : Altura del centro de balanceo para cada eje (m)
- M_{S_a} : Masa suspendida en un eje (kg)

Es importante controlar que esta transferencia de carga no sea demasiado alta pues, como se puede ver en la ecuación (24), tan solo puede ser modificada por la geometría de la suspensión variando la posición del centro de balanceo.

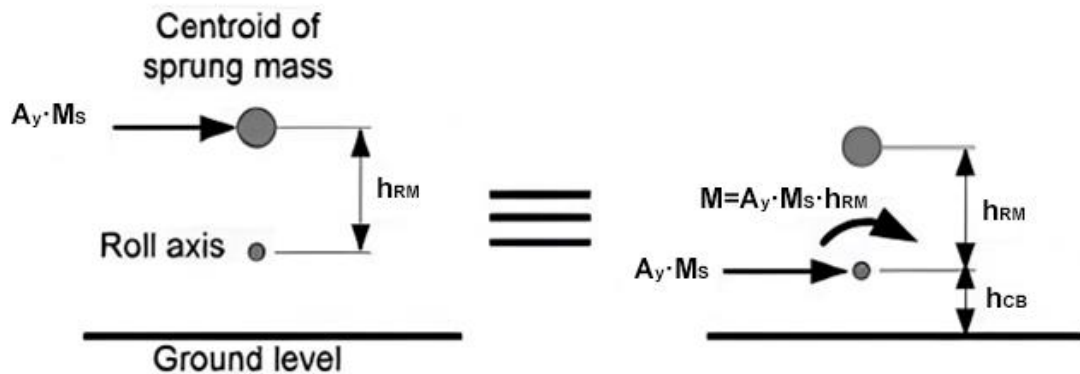


Figura 23: Transferencia lateral de carga de la masa suspendida

Por otro lado, el momento de balanceo aplicado sobre el eje de balanceo si genera un balanceo del coche y, por consiguiente, es reaccionado por los muelles y demás elementos elásticos de la suspensión. En este caso, la cantidad de momento de balanceo que es absorbido por cada eje depende de la distribución de rigideces a balanceo en cada eje.

La transferencia lateral de la masa suspendida elástica viene dada por la siguiente expresión:

$$\Delta F_{ZMSE_a} = \frac{M_{S_a} \cdot A_y \cdot g \cdot h_{RM} \cdot \left(\frac{K_{\phi_a}}{K_{\phi_F} + K_{\phi_R}} \right)}{T_a} \quad (25)$$

Donde:

- M_{S_a} : Masa suspendida total (kg)
- h_{RM} : Distancia entre el centro de gravedad y el eje de balanceo (m)
- $\frac{K_{\phi_a}}{K_{\phi_F} + K_{\phi_R}}$: Distribución de rigidez a balanceo en cada eje

Como se puede identificar en la ecuación (25), para modificar la cantidad de carga que se transfiere elásticamente en cada eje, basta simplemente con modificar la rigidez a balanceo que absorbe cada eje. De esta forma, cuando un eje absorbe una mayor cantidad de transferencia lateral de carga, debido a la sensibilidad de los neumáticos, pierde antes la adherencia con el suelo. Como consecuencia, una forma directa de alterar el viraje del coche es modificar la rigidez a balanceo ofrecida por muelles, neumáticos y barras antibalanceo.

5.2.4 Valor del gradiente de balanceo sin barra estabilizadora

En este apartado se va a analizar el valor de gradiente de balanceo obtenido por la suspensión del MA24RT, teniendo como únicos elementos elásticos los muelles y los neumáticos. Se ha estudiado el valor de rigidez a balanceo que ambos elementos aportan a la suspensión de cada eje. Una vez tras haber determinado la cantidad de transferencia lateral de carga que es absorbida por estos elementos, se va a analizar si la rigidez a balanceo que aportan proporciona un gradiente de balanceo dentro del rango óptimo, que recordemos que es entre 0,7 y 1°/g.

El momento de balanceo por cada g de aceleración lateral generado por la transferencia lateral elástica para cada eje viene dado por la siguiente expresión:

$$\frac{M_B}{A_y} = M_S \cdot g \cdot h_{RM} \cdot \left(\frac{K_{\phi a}}{K_{\phi F} + K_{\phi R}} \right) \quad (26)$$

Dividiendo este momento por la rigidez de balanceo en cada eje, en la ecuación (27) se obtiene el gradiente a balanceo del monoplaza.

$$RG = \frac{M_S \cdot g \cdot h_{RM}}{K_{\phi Total}} \quad (27)$$

Siendo:

- RG : Gradiente de balanceo (°/g)
- $K_{\phi Total} = K_{\phi F} + K_{\phi R}$: Rigidez a balanceo total (Nm/°)

El valor calculado de gradiente de balanceo teniendo de aceleración lateral 1 g, se muestra en la Tabla 18:

Aceleración lateral (g)	Gradiente de balanceo (°/g)
1,00	1,94

Tabla 18: Gradiente de balanceo ofrecido por muelles y neumáticos

Como se puede observar, el gradiente de balanceo se encuentra muy por encima del rango objetivo que se encuentra entre $0,7-1^\circ/g$, por lo que hace falta aumentar la rigidez a balanceo del monoplaza. Para ello se pueden aplicar alguno de los siguientes métodos.

En primer lugar, una manera de aumentar la rigidez a balanceo es actuar directamente sobre los muelles. De esta forma, se aumentaría la rigidez en rueda y, por lo tanto, se aumentaría la rigidez a balanceo. Sin embargo, aumentar la rigidez de los muelles no solo afecta a la rigidez a balanceo, sino que también afecta a la rigidez vertical de la suspensión, es decir, a la frecuencia en marcha del vehículo. Como consecuencia, no interesa actuar directamente sobre ellos.

Por otro lado, se puede modificar la rigidez a balanceo actuando sobre los neumáticos, ya sea variando su presión de inflado o temperatura de trabajo. No obstante, esta modificación también alteraría otros parámetros tanto dinámicos como cinemáticos. Además, la aportación de los neumáticos a la rigidez a balanceo es mucho menor que la de los muelles o barras estabilizadoras por lo que alterar su rigidez tendría un efecto menor sobre la rigidez total.

Finalmente, se plantea el uso de otro elemento elástico, denominado como barra estabilizadora. Este elemento trabajaría paralelamente a los muelles, y lo haría solo cuando se produzca transferencia lateral de carga, es decir, situaciones de balanceo en el paso por curva. Dichas barras conectan las dos ruedas de un mismo eje y trabajan cuando una rueda se comprime o extiende más que la otra. Además de reducir el balanceo del coche, las barras antibalanceo puede usarse como método para alterar la rigidez a balanceo de cada eje y, consecuentemente, la distribución lateral de carga.

Tras analizar los posibles métodos de aumentar la rigidez a balanceo del monoplaza, concluimos que la mejor forma de hacerlo para conseguir el gradiente de balanceo objetivo es mediante la introducción de barras estabilizadoras.

6 ELEMENTOS ELÁSTICOS DE LA SUSPENSIÓN: BARRA ESTABILIZADORA.

Una vez tras haber detallado los cálculos de balanceo, que concluyen en la necesidad de implementar un nuevo elemento elástico, denominado como barra estabilizadora. Debido a que es necesario el aumento de rigidez en ambos ejes, para obtener un valor de gradiente de balanceo más bajo dentro del rango objetivo, sin influir en otros aspectos como el comportamiento dinámico en marcha.

En primer lugar, este apartado se centra en evaluar el tipo de barra estabilizadora a implementar en el monoplaza, donde se exponen las respectivas ventajas e inconvenientes de cada uno de los tipos de barra antibalanceo, para llevar a cabo la selección de ella.

Finalmente, tras seleccionar el tipo de barra estabilizadora, se describe el principio de funcionamiento de ella, así como el método de cálculo de rigideces en dicho tipo de barra estabilizadora y las posibles geometrías de diseño a implementar. Desde el diseño más básico, una barra estabilizadora de rigidez fija, hasta un diseño más complejo de barra estabilizadora activa, pasando por los diseños de barra estabilizadora de rigidez regulable.

6.1 SELECCIÓN DE LA BARRA ESTABILIZADORA

Destacamos dos tipos de barras estabilizadoras, las más comunes conocidas como barras estabilizadoras en U, y, por otro lado, las que se emplean en gran medida en vehículos de competición denominadas como barras estabilizadoras en Z. [17]

En ambos casos las barras estabilizadoras conectan las dos ruedas de un eje, trabajando en paralelo junto a los muelles y se conectan a la suspensión mediante los balancines. Como se ha indicado anteriormente, las barras estabilizadoras solo trabajan en el momento que se produce transferencia lateral de carga. En el paso del coche por una imperfección del terreno, al acelerar o frenar, ambas ruedas se desplazan lo mismo y en el mismo sentido. Como consecuencia, la barra estabilizadora puede girar libremente en su punto de anclaje al chasis sin ofrecer resistencia alguna. Sin embargo, en el momento en el que las ruedas de un eje se desplacen en sentidos opuestos, el movimiento de los balancines desplaza ambos extremos de la barra estabilizadora en sentidos contrarios, provocando que la barra estabilizadora funcione oponiéndose, produciendo resistencia a dicho movimiento.

En el caso de la barra estabilizadora en U, dicha resistencia será otorgada debido a la torsión de la parte inferior de la barra, como se muestra en la Figura 24. En el que cada una de las barras de los extremos de la barra estabilizadora están conectadas al movimiento de la suspensión de una de las ruedas en un mismo eje del vehículo.

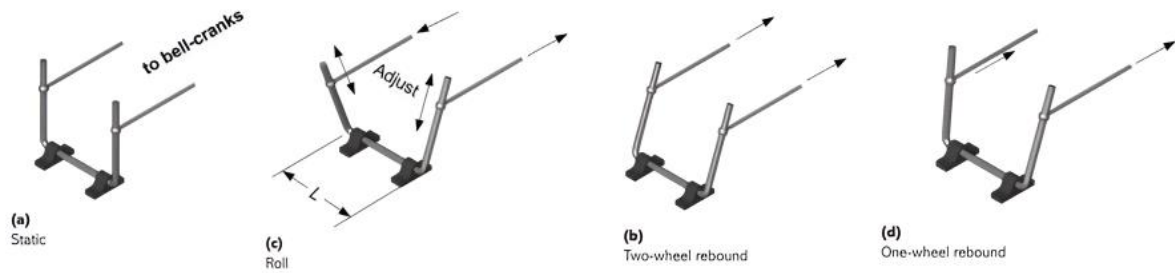


Figura 24: Funcionamiento barra estabilizadora tipo U

Mientras que, en la barra estabilizadora en Z (Figura 25), el funcionamiento es bastante similar, este tipo de barra estabilizadora tienen la característica de que, a diferencia de las barras en U, su principio de trabajo es a flexión en vez de a torsión.

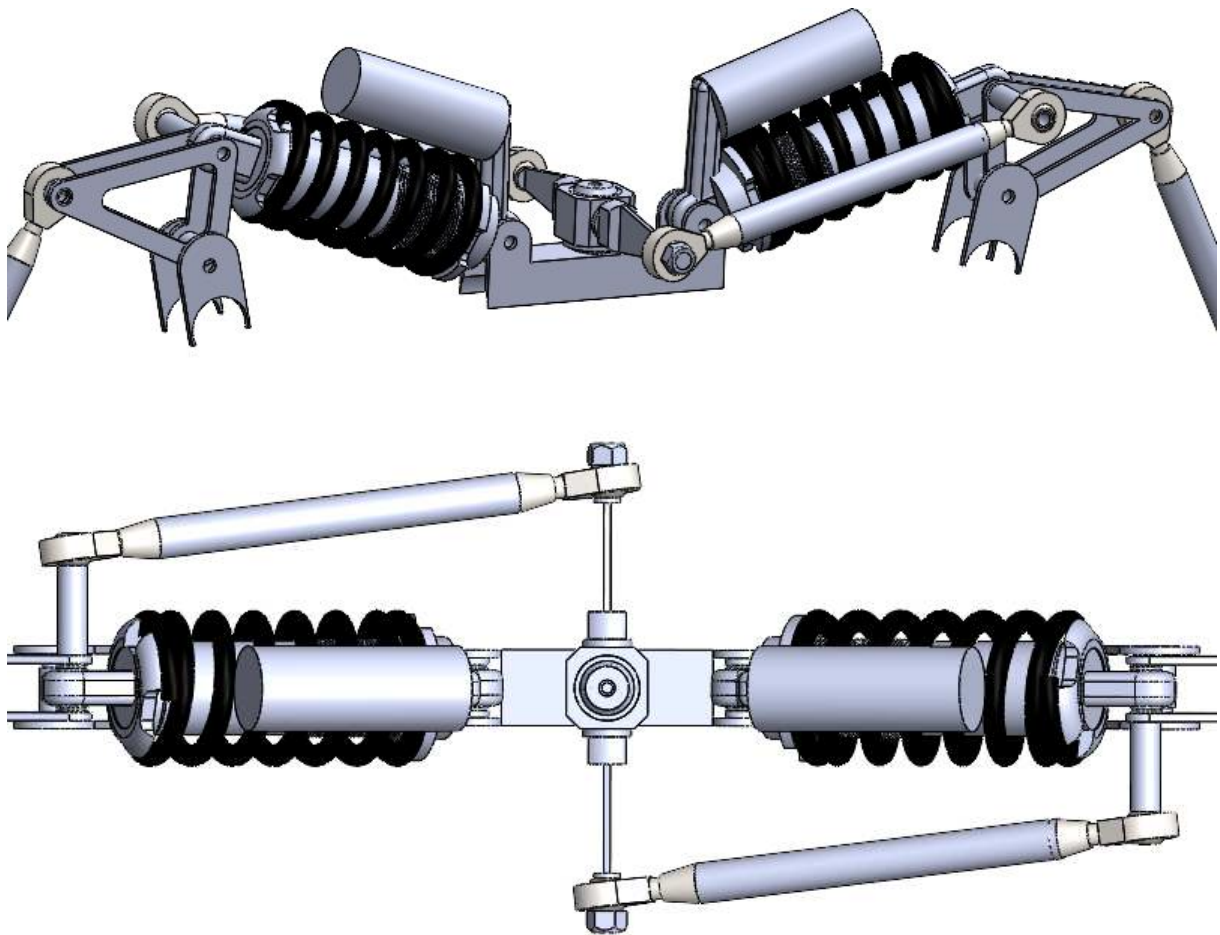


Figura 25: Barra estabilizadora en Z

Las barras en Z son menos habituales que las barras en U por su mayor complejidad de diseño. Sin embargo, al igual que en las barras en U, cuando ambas ruedas se desplazan de la misma manera, ya sea por coger un bache o al acelerar o frenar, las barras en Z deben poder girar libremente sobre su punto de anclaje al chasis. Mientras que, cuando se produzca una transferencia lateral de carga, un

extremo de la barra en Z flectará en un sentido y el otro lo hará en el sentido contrario, descargando la rueda exterior y cargando la interior.

Al momento de elegir el tipo de barra estabilizadora a emplear para el MA24RT, ya sea en U o Z, es importante considerar cual resulta más conveniente según una serie de criterios. Por tanto, se va a analizar las ventajas e inconvenientes de ambos tipos.

Por un lado, las barras en U son más simples tanto de diseñar como de fabricar. Esto presenta una ventaja competitiva frente a las barras en Z, las cuales tienen una complejidad superior. Además, como las barras en U son más comunes que las barras en Z, tanto en vehículos de competición como de pasajeros, se tiene mayor información sobre ellas, facilitando su diseño.

Por otro lado, las barras en Z necesitan menos espacio que las barras en U para su montaje. Las barras en U suelen ir por debajo del chasis, necesitando una cierta distancia entre la propia barra y el suelo, implicando una complicada accesibilidad a ella. En cambio, las barras en Z pueden ser montadas sobre el propio chasis en un espacio comprimido. Además, las barras en Z pueden proporcionar una rigidez a balanceo igual o mayor que las barras en U con un menor tamaño. Esto implica, no solo ahorro en espacio, sino que también en peso, siendo estos factores muy importantes y determinantes en el ámbito de los vehículos de competición. Finalmente, es destacable comentar, que las barras en U se comercializan a gran escala y su adquisición resulta bastante más barata en comparación con las barras en Z, ya que, estas no se comercializan debido a que cada diseño difiere mucho del anterior. Por lo que están hechas a medida para cada coche y, por tanto, deben ser mecanizadas, encareciendo el precio en gran medida.

	Montaje	Peso	Coste	Documentación	Acces.	Total
Estabilizadora en U	✗	✗	✓	✓	✗	✗
Estabilizadora en Z	✓	✓	✗	✗	✓	✓

Tabla 19: Selección barra estabilizadora para el MA24RT

Como se ha descrito anteriormente y se muestra en la tabla, cada tipo de barra estabilizadora tiene sus pros y contras. Debido a que uno de los principales problemas es que el diseño de la barra estabilizadora debe ser ajustado tanto al chasis como al sistema de suspensión, ya en una fase avanzada del desarrollo, provocando que el diseño de la barra esté limitado en espacio. Es por tanto que lo que principalmente nos ha llevado a decantarnos por una barra estabilizadora en Z, es que es un diseño menos pesado y más compacto que requiere de menos espacio, además, siendo más adaptable su ubicación sobre el monoplaza.

6.1.1 Principio de funcionamiento de la barra estabilizadora en Z

En primer lugar, se debe entender el funcionamiento de la barra estabilizadora en Z. En la Figura 26, se muestra la planta del sistema esquematizado formado por los muelles, amortiguadores, balancines y barra estabilizadora en reposo. Representando el sistema de suspensión de un eje. [11]

Como se puede observar en el modelo, la barra estabilizadora está conectada al balancín mediante una barra actuadora. Así, el movimiento del balancín en cada extremo marca el movimiento tanto del conjunto muelle-amortiguador, como de la estabilizadora en paralelo.

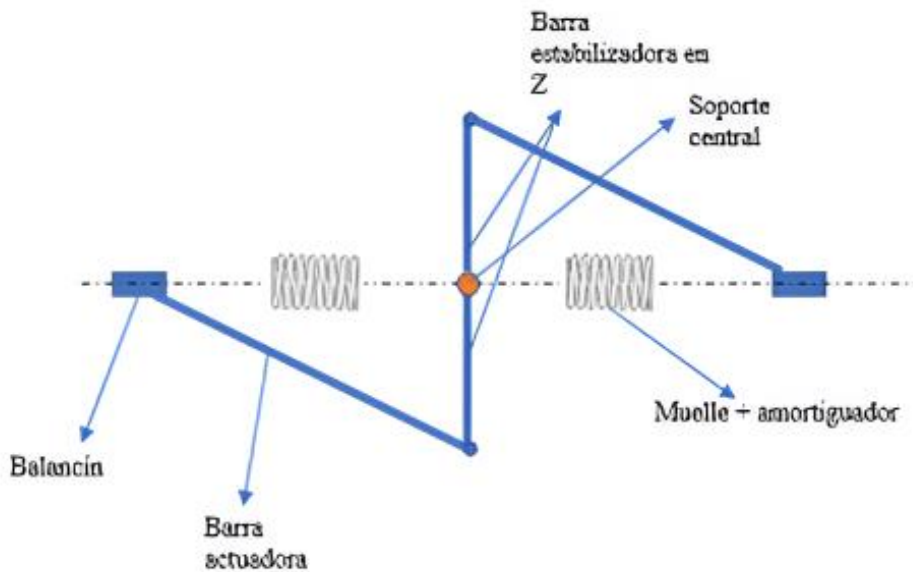


Figura 26: Modelo simplificado de la barra estabilizadora en Z de la suspensión del MA24RT

En la Figura 27, se representan dos casos diferentes que se pueden dar en función del movimiento relativo de las dos ruedas de un eje.

En el primer caso se refleja cuando ambas ruedas de un eje se desplazan lo mismo y en el mismo sentido, es decir, una situación de aceleración, frenada o paso por una imperfección del terreno. En este caso, la suspensión se comprimirá o extenderá de la misma manera. Esto se traducirá en un movimiento simétrico de los balancines y, por tanto, en una deformación idéntica en cada muelle. De esta forma, la barra estabilizadora podrá girar libremente gracias al uso de un soporte central en el que conectan las dos mitades que la forman. Para esta situación, como se describió anteriormente, al no producirse ninguna transferencia lateral de carga, se considera que la barra estabilizadora no trabaja.

En el segundo caso, se presenta la reacción de la suspensión en un eje ante el paso del coche por una curva. Para este caso, se produce una transferencia lateral de carga desde la rueda interior, hacia el exterior. Consecuentemente, la masa suspendida balancea hacia la rueda exterior. Esto se traduce en un movimiento asimétrico de los balancines y, como resultado, la suspensión izquierda se comprime

mientras que la derecha se extiende. Si no hubiese barra estabilizadora, la situación se quedaría tal cual se ha explicado. Introduciendo la barra estabilizadora en Z, como el movimiento de los balancines es asimétrico, la barra actuadora (barra que conecta el balancín con la barra estabilizadora) en un lado “empujará” a la estabilizadora, haciéndola flectar en un sentido, mientras que la otra, traccionada por su barra actuadora y para que se produzca equilibrio de momentos en el soporte central, flectará en el sentido contrario. Por lo tanto, la barra estabilizadora conectada a la suspensión comprimida tratará de estirla mientras que la conectada a la suspensión extendida la comprimirá, reduciendo así el balanceo de la masa suspendida.

Además, otro caso en el que la barra estabilizadora interviene es en el paso del monoplaza por baches asimétricos, se da básicamente cuando una rueda pasa sobre un bache mientras que la rueda del lado opuesto se mantiene sin alterarse o pasa sobre un hundimiento del asfalto, en este caso la barra estabilizadora endurecerá la suspensión, ya que al actuar la estabilizadora se suma su efecto al del elemento elástico del muelle y al del amortiguador.

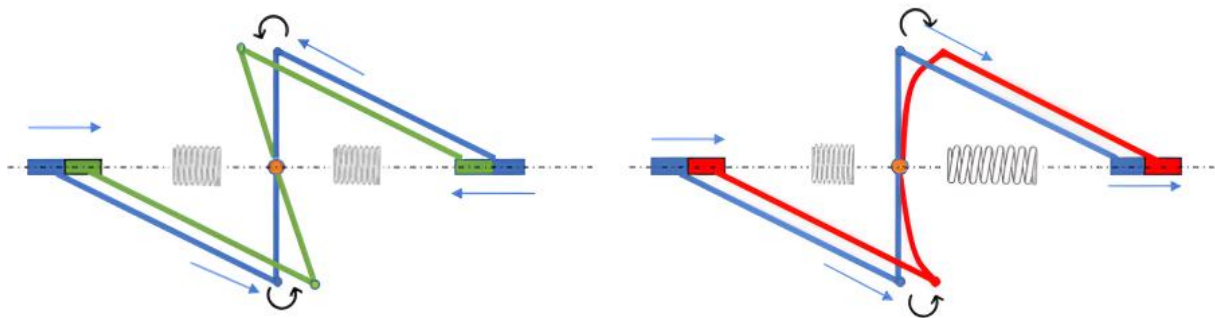


Figura 27: Funcionamiento de la barra estabilizadora en Z de la suspensión del MA24RT

6.1.2 Cálculo de rigidez en la barra estabilizadora en Z

En primer lugar, se calcula la rigidez a balanceo que deben aportar las barras estabilizadoras clásicas en $\text{Nm}/^\circ$. Para conocer dicha rigidez, es necesario calcular la rigidez total a balanceo que debe tener cada eje para cumplir con el objetivo.

Como se indica en la ecuación (27), el gradiente de balanceo en cada eje es el momento de balanceo que absorbe cada eje entre su rigidez a balanceo. Antes de nada, es importante ver qué distribución de rigidez a balanceo existe entre el eje delantero y trasero sin barras estabilizadoras.

Rigidez a balanceo, Eje delantero ($\text{Nm}/^\circ$)	Rigidez a balanceo, Eje trasero ($\text{Nm}/^\circ$)	Rigidez a balanceo Total ($\text{Nm}/^\circ$)	% Eje Delantero	% Eje Trasero
175,10	171,10	346,20	50,58 %	49,42 %

Tabla 20: Reparto de rigideces a balanceo entre ejes sin barra estabilizadora

Cuando el coche balancea, lo hace aproximadamente igual en el eje delantero y el eje trasero, de hecho, el cálculo de gradiente de balanceo viene determinado por la suma de rigideces en ambos ejes. Esto significa que, en el momento en que el reparto de rigideces a balanceo entre ejes no sea equitativo, aquel cuya rigidez a balanceo sea mayor estará sufriendo una mayor transferencia lateral de carga pues la deformación de cada eje debe ser la misma. Debido a que, a mayor diferencia de carga entre ruedas de un mismo eje, menor es su adherencia, la capacidad máxima de agarre lateral de los neumáticos de ese eje será menor y las ruedas de ese eje deslizarán antes.

Para el MA24RT sin estabilizadora, el eje delantero tiene una rigidez un poco mayor, pero el reparto se aproxima a un reparto equitativo (50/50) de la rigidez a balanceo del coche. Esto significa que las ruedas delanteras perderán la adherencia a la vez que las ruedas traseras haciendo que el monoplaza no tenga ni un comportamiento subvirador ni sobrevirador. En principio, interesa mantener este comportamiento dinámico ligeramente subvirador, ya que, es más fácil de controlar para pilotos inexpertos, con tan solo ralentizar un poco la marcha se puede volver a tomar el control del vehículo. Aunque teóricamente esto sea lo ideal, a la hora de poner a punto el monoplaza puede variar, debido a que la opinión del piloto es la condición más importante, siendo cada estilo de pilotaje muy distinto entre sí.

Teniendo en cuenta que el reparto de pesos en estático entre cada eje es 45% eje delantero y 55% eje trasero se buscará variar el reparto de rigidez a balanceo para cada eje con estabilizadoras en la suspensión sea aproximadamente el mismo, 55% delante y 45% detrás.

Otra condición a tener en cuenta es el reparto de rigidez aportada por el muelle y la barra estabilizadora en un eje, este debe ser lo más próximo a un reparto equitativo (50/50), ya que, sobrecargar uno de los elementos provocaría que el sistema no funcione de forma correcta, por ejemplo, si se sobrecarga la barra estabilizadora, el sistema podría dejar de funcionar como un sistema de suspensión independiente y pasar a funcionar como un eje rígido, en el que el paso de una rueda por un bache haga levantar la rueda del lado opuesto del eje, haciendo que dicha rueda pierda contacto con el asfalto cuando no se ha visto afectada por alguna imperfección.

Como se ha especificado anteriormente, se aumentará el valor de la rigidez a balanceo en cada eje, para que el vehículo cumpla el objetivo de tener un gradiente de balanceo entre $0,7-1^\circ/g$. Este aumento de rigideces se puede lograr alterando la rigidez de cualquiera de los tres elementos elásticos de las suspensiones. Sin embargo, como ya se ha mencionado en el punto anterior, la mejor forma de actuar sobre la rigidez a balanceo de un eje es modificar la rigidez que ofrecen las barras estabilizadoras pues tan solo alteran el comportamiento a balanceo del coche.

En este caso optamos por determinar un gradiente de balanceo objetivo de 1°/g, obteniendo como resultado un valor de rigidez a balanceo total deseado:

$$K_{\phi DES} = \frac{M_S \cdot 9,81 \cdot h_{RM}}{RG_{Objetivo}} \quad (28)$$

Siendo:

- $RG_{Objetivo}$: Gradiente de balanceo objetivo, en este caso 1°/g
- $K_{\phi DES} = K_{\phi DES,F} + K_{\phi DES,R}$: Rigidez a balanceo total deseada (Nm/°)

Como se ha mencionado anteriormente, el reparto de rigideces se mantiene por lo que:

$$\begin{aligned} K_{\phi DES,F} &= 0,55 \cdot K_{\phi DES} \\ K_{\phi DES,R} &= 0,45 \cdot K_{\phi DES} \end{aligned} \quad (29)$$

Una vez aplicado el reparto de rigideces en los diferentes ejes, continuamos obteniendo el valor de rigidez a balanceo a aportar por la estabilizadora en cada eje (Nm/°), tras ser despejado dicho valor de la ecuación en la que se analiza el modelo al completo de la suspensión incluyendo la rigidez a balanceo de los neumáticos:

$$K_{\phi ARB} = \frac{K_{\phi DES} \cdot K_{\phi T}}{K_{\phi T} - K_{\phi DES}} - K_{\phi W} \quad (30)$$

Además, se comprueba la relación de rigidez aportada por la barra estabilizadora con respecto a los muelles, la cual no debe alejarse en gran medida del reparto equitativo.

$$\% \text{ Rigidez ARB} = \frac{K_{\phi ARB}}{K_{\phi W} + K_{\phi ARB}} \cdot 100 \quad (31)$$

Hasta ahora se ha realizado el cálculo de la rigidez a balanceo que deben aportar las barras estabilizadoras clásicas, expresado como el momento de balanceo absorbido por ellas por cada grado de balanceo del coche. Sin embargo, es necesario convertir dicha rigidez de torsión a flexión.

La rigidez a flexión (N/mm) de la barra estabilizadora expresa la fuerza que es necesaria aplicar para que su flecha sea igual a 1 mm. Para ello, es necesario conocer el *Motion Ratio* de la estabilizadora. [11]

$$K_{ARB} = \frac{F_{Actuadora} (N)}{flecha (mm)} \quad (32)$$

Uno de los métodos de cálculo es pasar la rigidez necesaria a aportar por una barra estabilizadora clásica a la rigidez necesaria a aportar a flexión por un barra estabilizadora en Z, mediante el *Motion Ratio* de la estabilizadora. Consecuentemente, se define el *Motion Ratio* de la estabilizadora como:

$$MR_{ARB} = \frac{f}{\text{°Roll}} \quad (33)$$

Donde:

- f : Flecha de la barra en Z para una carga determinada (mm)
- °Roll : Grados de balanceo del chasis

Considerando que el momento flector en la estabilizadora es:

$$M_{ARB} = K_{ARB} \cdot f \cdot b \quad (34)$$

Siendo:

- b : Brazo sometido a flexión de la estabilizadora (m)
- M_{ARB} : Momento flector en la barra estabilizadora (Nm)

Sustituyendo el *Motion Ratio* de la estabilizadora:

$$M_{ARB} = K_{ARB} \cdot M_{ARB} \cdot \text{°Roll} \cdot b \rightarrow \frac{M_{ARB}}{\text{°Roll}} \left(\frac{Nm}{\text{°Roll}} \right) = K_{ARB} \cdot MR_{ARB} \cdot b \quad (35)$$

De esta forma, se ha encontrado una relación entre la rigidez a balanceo que aporta la estabilizadora y la rigidez a flexión que debe tener. Sin embargo, para poder relacionar ambas rigideces es necesario volver a multiplicar dicho valor por el *Motion Ratio* de la estabilizadora. Esto se debe a que dichos valores han sido calculados en paralelo a la rigidez a balanceo que aportan los muelles y, como estas rigideces han sido consideradas en el centro de la rueda, la ecuación (34) debe sufrir dicha transformación.

La ecuación final que relaciona la rigidez a balanceo de la estabilizadora con su rigidez a flexión es:

$$K_{ARB} = \frac{K_{\phi_{ARB}}}{MR_{ARB}^2 \cdot b} \quad (36)$$

De la ecuación anterior, se puede concluir que la rigidez a flexión de la estabilizadora depende de su *Motion Ratio* y de su longitud. Así mismo, el *Motion Ratio* depende a su vez del brazo de la estabilizadora.

Por otro lado, en nuestro caso, se puede aplicar otro método de cálculo debido a que el *Motion Ratio* de la estabilizadora coincide con el *Motion Ratio* de los muelles, al estar anclados en el mismo punto del balancín.

Básicamente es basar el cálculo a partir de la relación de rigidez aplicada entre los muelles y la barra estabilizadora, por ejemplo, si el reparto es totalmente equitativo, la barra estabilizadora debería aportar la misma rigidez que el muelle, en el caso, de que el muelle sea de 78,8 N/mm (450 lb/in) pues la barra estabilizadora tendría dicha rigidez y, por tanto, generaría una flecha en la placa de la barra equivalente a la deformación del resorte.

En primer lugar, por tanto, se selecciona el reparto de rigidez aplicada por muelles y barra estabilizadora:

$$\% \text{ Rigidez ARB} = \text{Selección entre } 25 - 75 \% \quad (37)$$

$$\% \text{ Rigidez Muelle} = 100 - \% \text{ Rigidez ARB}$$

Tras ello, se continúa calculando tanto la rigidez a flexión como la rigidez a balanceo aportada por la barra estabilizadora, a partir del porcentaje seleccionado anteriormente:

$$K_{ARB} = \% \text{ Rigidez ARB} \cdot K_S \quad (38)$$

$$K_{\phi ARB} = \% \text{ Rigidez ARB} \cdot K_{\phi W}$$

Una vez obtenidas las rigideces de la barra estabilizadora, se verifica si el valor de gradiente de balanceo se encuentra dentro del rango óptimo, calculando en primer lugar la rigidez a balanceo de la suspensión en total en cada eje, a partir de la siguiente ecuación:

$$K_{\phi a} = \frac{1}{\frac{1}{K_{\phi W} + K_{\phi ARB}} + \frac{1}{K_{\phi T}}} \quad (39)$$

Finalmente, se comprueba a través de la ecuación (27), el valor del gradiente de balanceo.

6.2 BARRA ESTABILIZADORA DE RIGIDEZ FIJA

El primer diseño realizado, y a su vez el diseño más básico, a partir del cual se basan los otros diseños de barras estabilizadoras, es el denominado como barra estabilizadora de rigidez fija. Esto es debido a que únicamente tendrá la capacidad de implementar un solo valor de rigidez.

No es recomendable emplear este tipo de barra, ya que, no permite modificar el reparto de rigideces a balanceo entre cada eje y, por tanto, transformar el comportamiento dinámico del vehículo, buscando la mejor respuesta para cada piloto, por lo que no se aprovecharía uno de los grandes beneficios que se tiene al implementar la barra estabilizadora al monoplaça, aunque, si el cálculo es efectivo mejorará el comportamiento dinámico en curva del monoplaça con respecto al coche sin barra antibalanceo.

6.2.1 Diseño ARB de rigidez fija

Como se ha descrito en el anterior apartado, a partir de este primer diseño se realizan los siguientes diseños de barras estabilizadoras más complejas.

El diseño de barra estabilizadora de rigidez fija se muestra en la Figura 28. Como se puede observar dicha figura, la barra estabilizadora en Z se basa en un modo denominado como “Blade Style”, al traducirlo al español, algo así como un estilo basado en placas. Estas placas son los elementos que sobresalen a los laterales de la base de la barra estabilizadora. Además, son las encargadas de generar la rigidez que se busca aportar por la barra estabilizadora, variando tanto su posición como geometría, el cálculo de rigidez se realiza a partir de la flecha que se genera en el punto más lejano de la pala, este cálculo se analizará detalladamente en el próximo apartado.

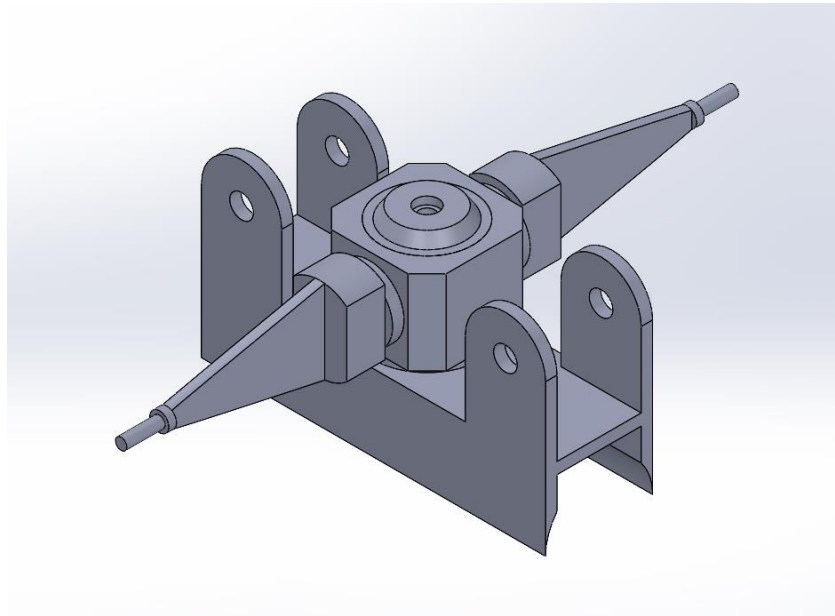


Figura 28: Diseño de la barra estabilizadora de rigidez fija

Las principales características del diseño de las placas son:

- **Espesor de la placa:** Este es uno de los valores de diseño más importantes, debido a que se encuentra elevado al cubo en el cálculo de la rigidez a flexión, por lo que un pequeño cambio de espesor provocaría una gran variación del valor de rigidez. A mayor espesor, mayor será la rigidez de la barra estabilizadora.
- **Longitud del brazo:** Mide la distancia generada entre el punto de aplicación de la fuerza y el punto de empotramiento. Es el otro valor de diseño importante, ya que, al igual que el espesor, se encuentra elevado al cubo en la ecuación correspondiente al cálculo de la rigidez a flexión de la placa. En este caso, al contrario que en el espesor, un aumento de longitud implicaría una menor rigidez de la placa.

- **Forma triangular:** La geometría más básica que se podría utilizar sería una pala de placa plana, que equivale a una viga rectangular con sección constante, dicha geometría queda bastante lejos de ser la óptima en cuanto a resistencia y peso. Por lo que, se emplea una placa de sección variable en forma triangular, manteniendo constante el espesor de la placa. Como el momento flector en una viga en voladizo aumenta linealmente desde el punto de aplicación de la fuerza hasta su empotramiento, al disponer de una placa de sección variable que aumente linealmente a medida que aumenta el momento flector, permite optimizar la geometría de la pieza, restándole peso y material, a la vez que garantiza que la pieza resista los esfuerzos que dicho momento genera en ella.

A continuación, se muestra en la Figura 29 una vista explosionada por piezas de la barra estabilizadora de rigidez fija, en ella se pueden diferenciar la base de la barra estabilizadora, el soporte central con su respectivo rodamiento interno, las placas y la tapa del conjunto.

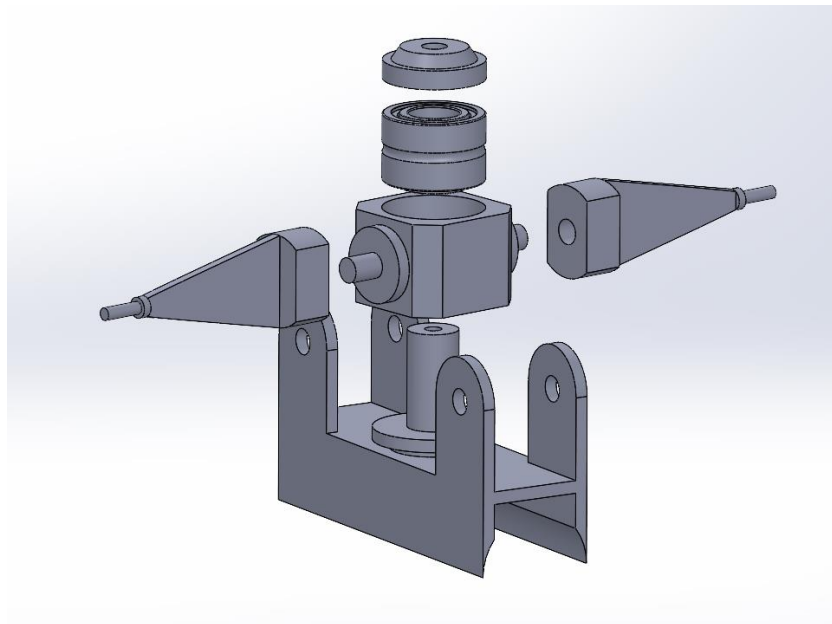


Figura 29: Vista explosionada del diseño de la barra estabilizadora de rigidez fija

La base de la barra estabilizadora alojará, a través de su eje central, el soporte central giratorio del conjunto con su respectivo rodamiento interior, que permite girar al soporte central alrededor de su eje vertical. A dicha base se ancla por ambos lados los conjuntos muelle-amortiguador, a partir de los pasantes situado a los laterales de la base, además, la base es fijada mediante una soldadura a lo largo de su parte inferior por un tubo del chasis del monoplaza.

Por otro lado, el soporte central es anclado mediante un tornillo a dicho eje vertical de la base de la barra estabilizadora. Entre el tornillo y el soporte central se utiliza una tapa y un rodamiento interior para evitar la fricción entre estos elementos.

Por último, se muestra en la Figura 30, una vista de la parte frontal del monoplaza MA24RT, en la que se integra el diseño de barra estabilizadora de rigidez fija.

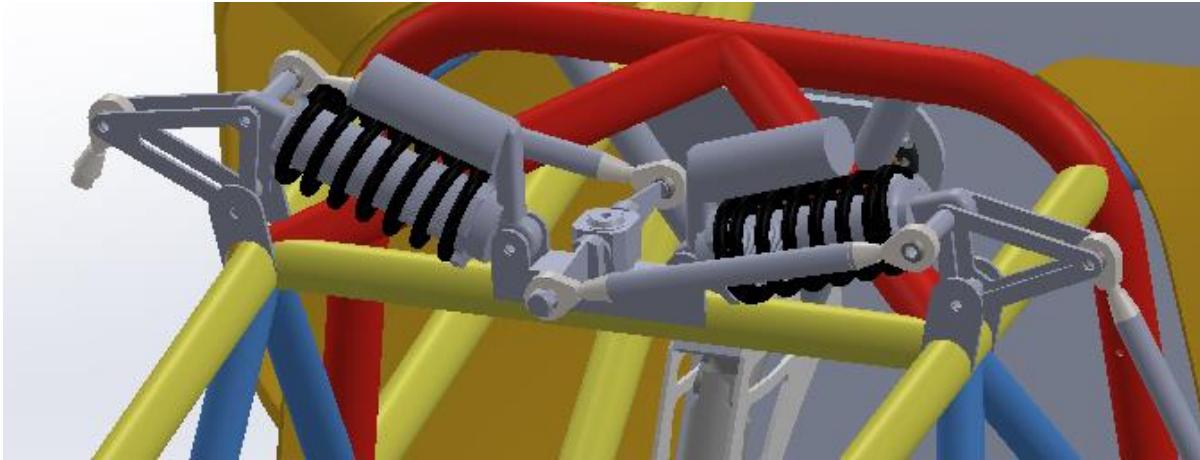


Figura 30: Diseño de la barra estabilizadora de rigidez fija integrada en la parte frontal del MA24RT

6.2.2 Cálculo de la rigidez aportada por la ARB a partir de la geometría de las placas

Tras ser seleccionada la rigidez a balanceo aportada por la barra estabilizadora, con su correspondiente rigidez a flexión, se plantea el cálculo de la placa para que aporte la rigidez deseada. [18]

Dicho cálculo se basa en la ecuación de la rigidez a flexión de la barra estabilizadora, ecuación (32), dependiendo de la fuerza actuadora y la flecha. En la que la fuerza, será la aplicada en el experimento de estudio y la flecha vendrá dada la siguiente ecuación, correspondiente a la dada por una viga de sección constante que se encuentra empotrada a uno de sus lados y libre al otro.

$$\text{Flecha: } y(L) = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{F}{K_{ARB}} \rightarrow K_{ARB} = \frac{3 \cdot E \cdot I}{L^3} \quad (40)$$

Donde:

- E : Módulo de elasticidad del material aplicado
- I : Inercia de la geometría de la pieza

La inercia depende de la geometría de la pieza dada por la siguiente ecuación:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (41)$$

Donde:

- b : Espesor de la placa
- h : Longitud de la placa

En las siguientes figuras se muestran los posibles modos de posición de la barra estabilizadora, que provocarán una alteración del valor de la inercia, en la Figura 31 se observa la configuración “blanda” debido a que el espesor es de un valor reducido, por lo que la inercia tendrá un valor menor y, por tanto, la rigidez también será de un valor menor. En la Figura 32 se muestra, el caso opuesto, la configuración “dura”, ya que, el espesor es de un valor mayor, por lo que tanto la inercia como la rigidez de la barra tendrán un valor más grande.

Bladed Canti-lever side view (softest setting)

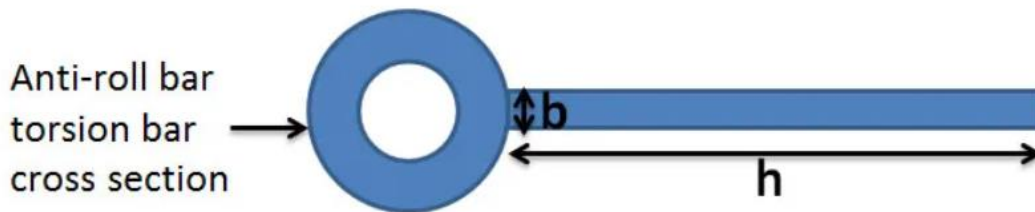


Figura 31: Vista en planta de la barra estabilizadora en el modo de rigidez “blanda”

Bladed Canti-lever side view (stiffest setting)

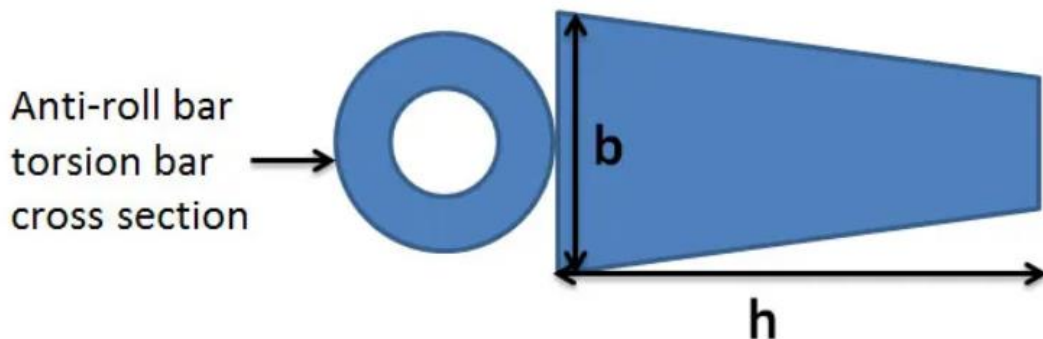


Figura 32: Vista en planta de la barra estabilizadora en el modo de rigidez “dura”

6.3 BARRA ESTABILIZADORA DE RIGIDEZ REGULABLE

La rigidez regulable en la barra estabilizadora se puede lograr de varias formas, en este caso, se realizarán dos diseños diferentes empleando dos maneras de obtener la posibilidad de alternar la rigidez de la barra antibalanceo.

Poder alternar la rigidez de la barra estabilizadora permite modificar el reparto de rigideces a balanceo entre cada eje y, por tanto, transformar el comportamiento dinámico del vehículo, a un comportamiento más o menos subvirador/sobrevirador, buscando la mejor respuesta para cada piloto.

En este caso, únicamente se permite cambiar la rigidez de la barra antes de poner en marcha el monoplaza, siendo una nueva modificación a realizar en el setup del vehículo. Permitiendo ajustar el balanceo del monoplaza dentro de un rango analizado según las curvas del circuito.

Por ejemplo, estableciendo una rigidez para que, en la curva de máximo balanceo, el balanceo del monoplaza sea de 2° , provocando así que la variación de “camber” dinámico se mantenga dentro de unos parámetros correctos, en los que al establecer un “camber” estático negativo en el vértice de dicha curva de máximo balanceo, el contacto con la rueda exterior sea máximo (camber de 0°) obteniendo una adherencia máxima. Mientras que, en las otras curvas del circuito no se tendrá dicha adherencia máxima, pero estará próximo a ello, ya que, la variación de “camber” dinámica para un monoplaza de Formula Student es baja, aproximadamente de unos $\pm 0,7^\circ$ por grados de balanceo del monoplaza.

En primer lugar, se desarrolla el diseño de la barra estabilizadora para poder cambiar las placas de la barra, permitiendo así introducir placas de diferentes geometrías y, por tanto, diferentes rigideces.

Por otro lado, se desarrolla el diseño de la barra estabilizadora permitiendo el giro de la pala mediante un mecanismo mecánico. Dependiendo de la posición de la placa se aportará más o menos rigidez al balanceo del monoplaza.

6.3.1 Diseños ARB de rigidez regulable

6.3.1.1 *Diseño ARB de rigidez regulable mediante cambio de placas*

En este primer diseño, no hay mucha modificación en cuanto al diseño con respecto a la barra estabilizadora de rigidez fija, el diseño unificado se muestra en la Figura 33, mientras que en la Figura 34 se muestra una vista explosionada del diseño.

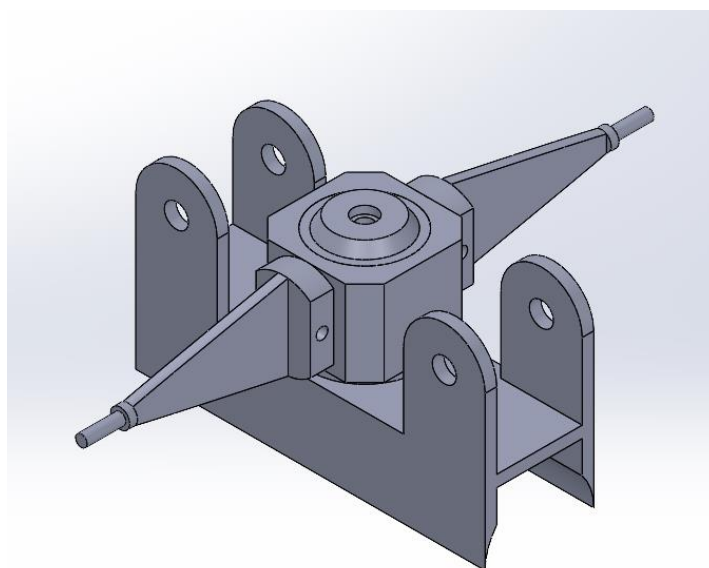


Figura 33: Diseño de la barra estabilizadora de rigidez regulable mediante cambio de placas

El principal cambio de diseño se basa en que las placas van alojadas al soporte central giratorio. Las placas se fijan mediante una unión tornillo-tuerca, dicho tornillo atraviesa tanto a la placa como al soporte central. Dicho método de fijación permite que el cambio de rigidez se pueda producir de forma rápida y efectiva. Por el contrario, será necesario fabricar tantos números de placas como valores de rigideces se requieran.

Por lo demás, en cuanto al funcionamiento y montaje, mantiene las propiedades de la barra estabilizadora de rigidez fija. Además, de mantener las mismas piezas como se muestra en la vista explosionada del conjunto de la barra estabilizadora.

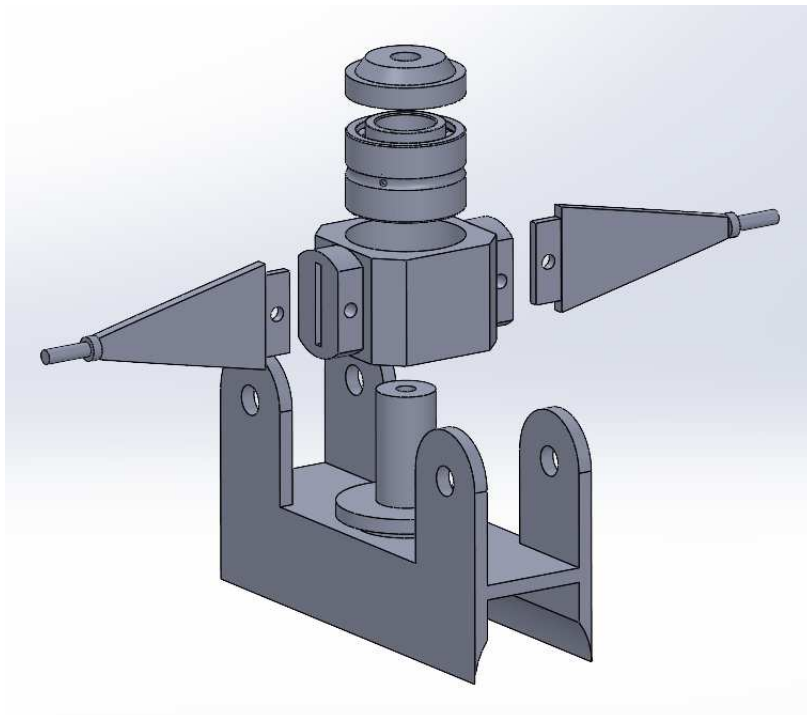


Figura 34: Vista explosionada del diseño de la barra estabilizadora de rigidez regulable mediante cambio de placas

6.3.1.2 Diseño ARB de rigidez regulable mediante giro de las placas

En este caso el diseño de la barra estabilizadora sufre un cambio de concepto en el diseño, por lo que se diferencia en gran medida con respecto a los diseños realizados anteriormente. Principalmente dicho cambio de concepto se debe a que para poder ejecutar el giro de las placas se ha decidido implementar un mecanismo de tornillo sin fin. Dicho mecanismo se ha implementado en la zona central del conjunto de la barra estabilizadora, teniendo que rediseñar el concepto del diseño.

Se implementa un mecanismo de tornillo sin fin-corona principalmente por la propiedad que puede tener de irreversibilidad. En este caso se diseña el mecanismo para que la irreversibilidad se encuentre entre sus propiedades, para fijar el giro del mecanismo cuando la barra estabilizadora esté en funcionamiento. Por otro lado, otra de las ventajas del mecanismo es que se puede ajustar a las dimensiones tan limitadas

sobre las que se debe realizar el diseño. Además, se aplica una alta reducción que se adapta a la características del tornillo sin fin, y una transmisión suave entre ejes que se cruzan al transmitir el movimiento.

En la Figura 35, se muestra el diseño explosionado de la barra estabilizadora regulable mediante el giro de la placas. Se puede observar el cambio de concepto de diseño mencionado anteriormente y, además, el mecanismo de tornillo sin fin.

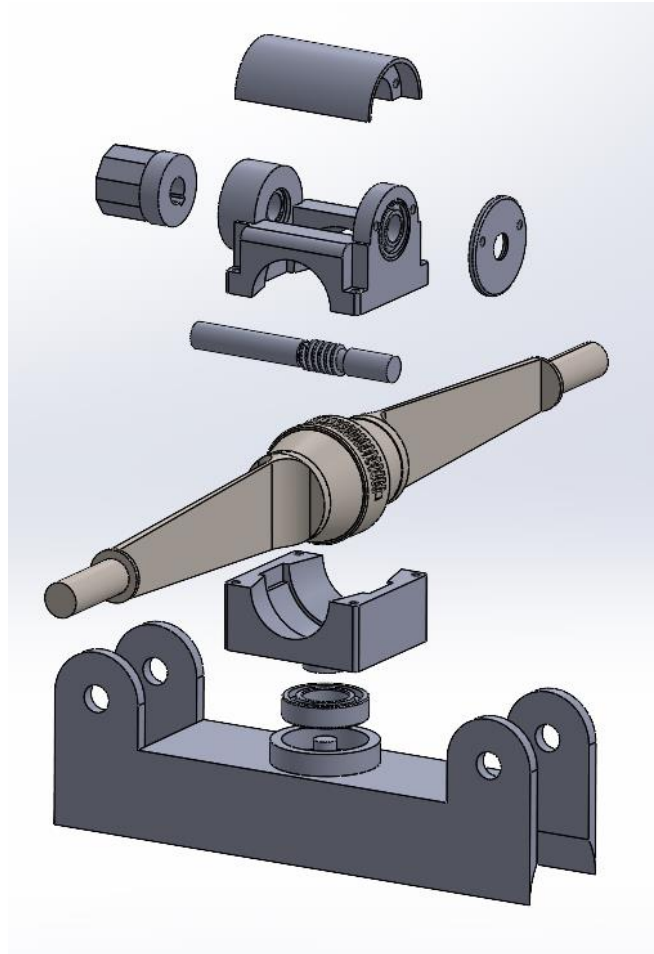


Figura 35: Vista explosionada del diseño de la barra estabilizadora de rigidez regulable mediante giro de las placas

Como se observa en la Figura 35, el principal cambio, debido a la implementación del mecanismo de tornillo sin fin, es que las placas pasan de ser dos piezas independientes para cada lado del eje a ser una única pieza. A la parte céntrica de dicha pieza se le dibujan los huecos de la envolvente del tornillo sin fin para permitir un rango de giro máximo de 45° , permitiendo así que la barra pueda trabajar tanto en el modo de máxima rigidez como en el de mínima rigidez posible. Por otro lado, la pieza que sostiene las placas en su zona central tendrá un diseño en forma de cuerpo de cono para ser alojadas de forma inequívoca en un soporte central que mantenga rígida a dicha pieza en él. Además, se muestra un diseño de las placas más refinado en el que la zona más próxima al empotramiento de las placas, que deben

soportar mayor tensiones, tienen una sección mayor con un espesor superior que se reduce a lo largo de la placa hasta el espesor uniforme dado en el final de la placa.

En cuanto al mecanismo del tornillo sin fin-corona, se ha intentado implementar diseños comercializados, como por ejemplo los reductores de tornillo sin fin o los conjuntos normalizados de tornillo sin fin-corona comerciales, pero debido a que el espacio es muy reducido, no hay ningún diseño que se ajuste a los parámetros requeridos para ser implementado en la barra estabilizadora. Por lo que se ha procedido a diseñar un mecanismo de tornillo sin fin-corona que se ajuste a dichos parámetros, los cálculos de diseño que se han empleado son descritos en el apartado 6.3.2.

El eje del tornillo sin fin es alojado en el soporte superior de conjunto de la barra estabilizadora. A cada lado del tornillo se le implementa un rodamiento interior para que el eje sea fijado permitiéndole el giro. Además, en uno de sus extremos se ha implementado una manivela de rueda de mano que permite girar el eje del tornillo sin fin para variar la posición de las placas para que se pueda ajustar a la posición deseada.

En este diseño desaparece el eje vertical alargado de la base de la barra estabilizadora, ya que es inviable llevarlo a cabo debido a la unificación de las palas, sustituyéndose por un alojamiento el cual permite el giro del soporte inferior de las palas mediante un rodamiento interior. A dicha base se ancla por ambos lados los conjuntos muelle-amortiguador, a partir de los pasantes situado a los laterales de la base, además, la base es fijada mediante una soldadura a lo largo de su parte inferior por un tubo del chasis del monoplaza.

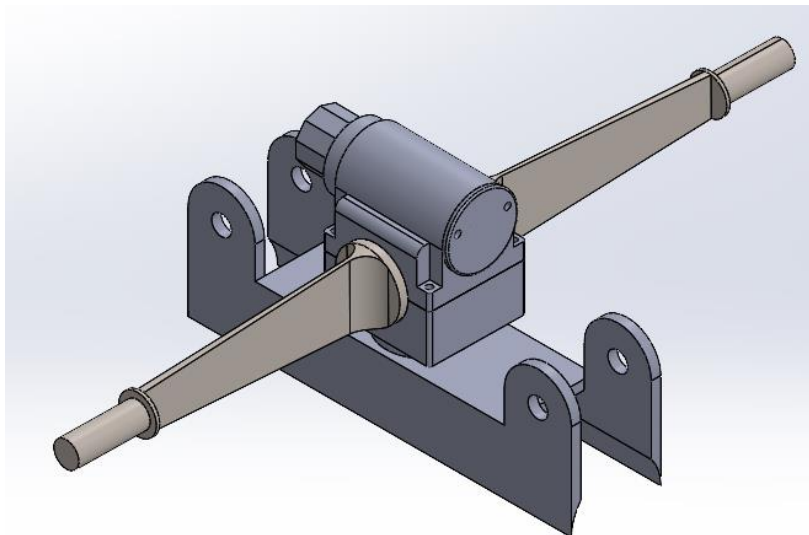


Figura 36: Diseño de la barra estabilizadora de rigidez regulable mediante giro de las placas

Como se ha mencionado anteriormente, y se observa en la Figura 36, el soporte central giratorio pasa a dividirse en dos partes, las denominadas como soporte superior e inferior. Dichas partes alojan en su

interior la pieza de las placas. La unión de los soportes se realiza mediante tornillos, los cuáles se encuentra en cada una de las esquinas de los soportes para asegurar con solvencia el alojamiento de las palas. Además de alojar la pieza de las placas, también son encajados en el soporte superior los rodamientos del eje del tornillo sin fin.

Finalmente, se destaca que a la pieza del soporte superior se le acoplará varias tapas para que no se introduzcan partículas ni en el mecanismo ni en los rodamientos que puedan provocar un mal funcionamiento o un mayor desgaste de la piezas del mecanismo por erosión al estar expuesto al exterior.

En la Figura 37, se muestra una vista de la parte frontal del monoplaza MA24RT, en la que se integra el diseño de barra estabilizadora de rigidez regulable mediante el giro manual de las placas del conjunto.

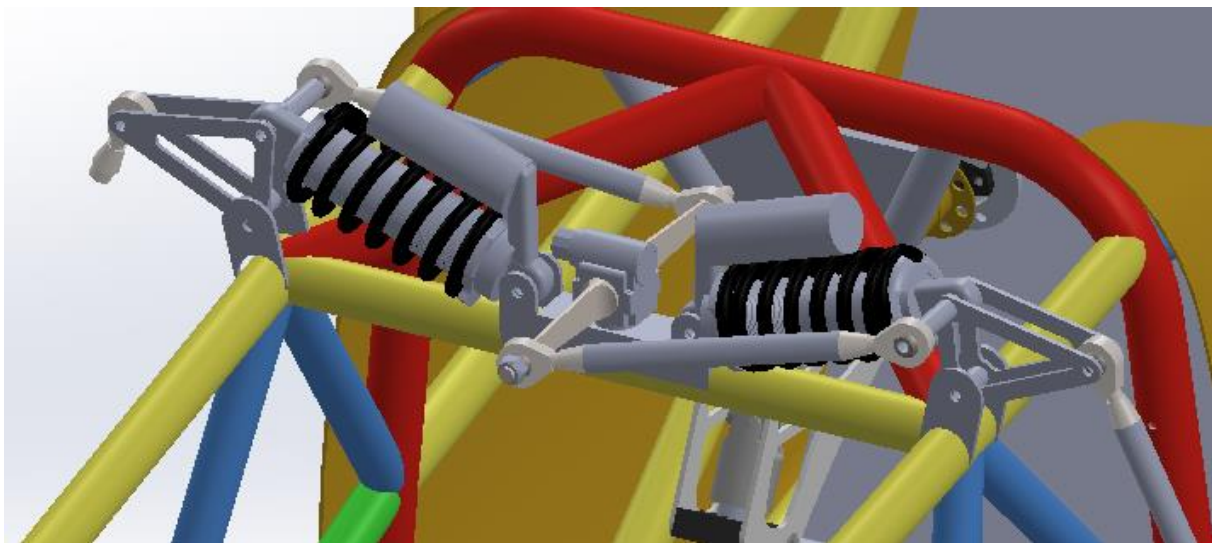


Figura 37: Diseño de la estabilizadora de rigidez regulable integrada en la parte frontal del MA24RT

6.3.2 Cálculo del diseño del mecanismo tornillo sin fin-corona

Comenzamos el diseño del tornillo sin fin, de la Figura 38, estableciendo el ángulo hélice del tornillo (β) para que se cumpla la condición de irreversibilidad, esto se da cuando la entrada por la rueda no hace que gire el tornillo sin fin, y se cumple cuando se da la siguiente condición:

$$F_{tt} \leq 0 \rightarrow \frac{\cos \phi_n}{\mu} < \tan \beta \rightarrow \beta \geq 84^\circ \quad (42)$$

Siendo:

- F_{tt} : La fuerza tangencial transmitida
- ϕ_n : Ángulo de presión normal del diente
- μ : Coeficiente de rozamiento dinámico
- β : Ángulo hélice del tornillo

El valor del ángulo hélice del tornillo se aproxima en primera instancia mediante la siguiente ecuación:

$$\beta \cong 90 - (6 \cdot Z_t) \quad (43)$$

Por lo que el número de entradas del tornillo sin fin (Z_t) será de 1 entrada, para que el valor del ángulo sea mayor o igual a 84° y se cumpla así la condición de irreversibilidad. Mientras que el ángulo de presión normal del diente dado es de $14,5^\circ$.

Tras ello, se decide implementar un módulo del tornillo sin fin-corona de 1/2, debido a que las dimensiones del mecanismo deben ajustarse a la barra estabilizadora que se centra en un espacio muy reducido de trabajo.

A continuación, se definen los parámetros de diseño tanto del tornillo sin fin como de la corona, mediante las ecuaciones de procedimiento de diseño de este tipo de mecanismos descritos en el libro “*Máquinas, Cálculos de taller*” por A. L. Casillas: [1]

Parámetros de diseño del tornillo:

Número de entradas del tornillo sin fin: $Z_t = 1$ entrada;

Paso: $P = \pi \cdot m = 1,5708$ mm;

Altura del filete: $h = 1,08$ mm;

Diámetro primitivo: $D_{p,t} = 6$ mm;

Diámetro exterior: $D_{e,t} = 7$ mm;

Diámetro interior: $D_{i,t} = 4,83$ mm;

Espesor filete: $e = \frac{P}{2} = 0,785$ mm;

Longitud roscada: $LR = P \cdot \left(4,5 + \left(\frac{Z_r}{50}\right)\right) = 8,64$ mm;

Radio de la cabeza: $r = 0,05 \cdot P = 0,08$ mm

(44)

Parámetros de diseño de la corona:

Número de dientes de la corona: $Z_r = 50$ dientes;

Paso: $P = \pi \cdot m = 1,5708$ mm;

Altura del diente: $H = 1,08$ mm;

Diámetro primitivo: $D_{p,r} = 25$ mm;

Diámetro exterior: $D_{e,r} = 26$ mm;

$$\begin{aligned} \text{Diámetro mayor: } D_1 &= 26,75 \text{ mm;} \\ \text{Ancho corona: } A &= 6 + 2,38 \cdot P = 9,74 \text{ mm;} \\ \text{Distancia entre centros: } &= \frac{D_{p,r} + D_{p,t}}{2} = 15,5 \text{ mm;} \\ \text{Radio de la cabeza: } r &= 0,25 \cdot P = 0,39 \text{ mm} \end{aligned}$$

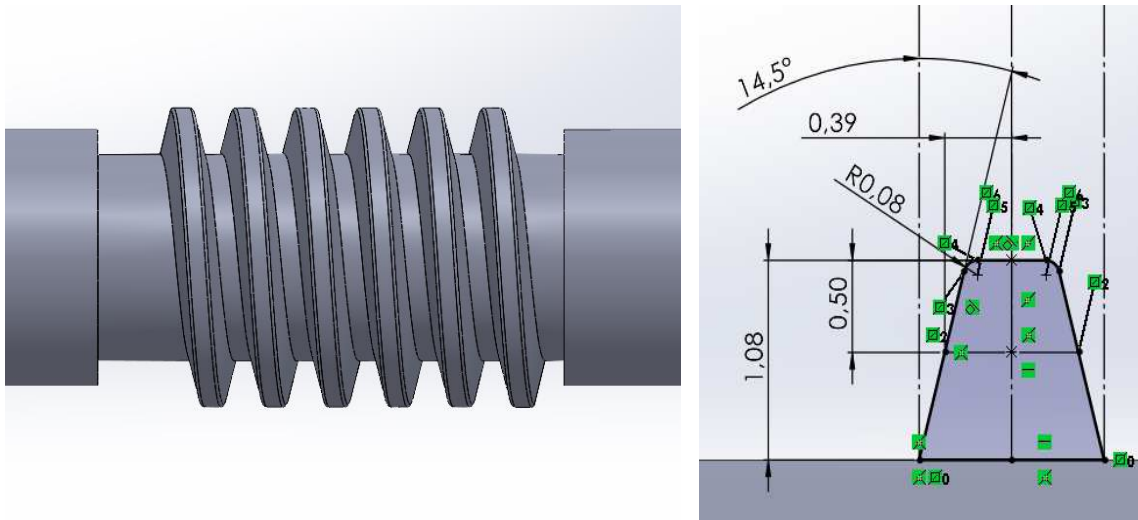


Figura 38: Diseño del tornillo sin fin

Por último, se definen las características del avance. El avance representa la distancia recorrida en la dirección axial del tornillo sin fin por un punto sobre el engrane acoplado por cada revolución completa del sinfín, y es igual a:

$$L = Z_t \cdot P = 1,5708 \text{ mm} \quad (45)$$

Por otro lado, el ángulo de avance del tornillo sin fin, que es el complementario del ángulo de hélice del propio tornillo, se obtiene a partir del avance anterior y del diámetro de paso, además se obtiene el ángulo de hélice a partir del ángulo de avance del tornillo:

$$\begin{aligned} \lambda &= \arctan\left(\frac{L}{\pi \cdot D_{p,t}}\right) = 4,76^\circ \\ \beta + \lambda &= 90^\circ \rightarrow \beta = 90^\circ - \lambda = 85,24^\circ \end{aligned} \quad (46)$$

6.4 BARRA ESTABILIZADORA ACTIVA

En este apartado se analiza el último diseño de barra estabilizadora, y a su vez el más complejo, denominada como barra estabilizadora activa. El diseño se basa en gran medida en el concepto presentado anteriormente como barra estabilizadora regulable mediante el giro de las placas.

La barra estabilizadora activa permite variar la rigidez aportada tanto antes de poner el monoplaza en marcha como una vez puesto el monoplaza en marcha, lo que permite ajustar la rigidez de la barra estabilizadora para cada curva del circuito, de ahí el adjetivo de “activa”. [20]

La rigidez de la estabilizadora es variada según cada curva mediante un motor eléctrico controlado por una centralita electrónica que recibe datos de los sensores de parámetros del coche como pueden ser las RPM del motor, velocidad del automóvil, posición y movimiento del volante y de los pedales del acelerador y freno, sensores de la suspensión como la altura y movimiento de los muelles... Esto permite aportar la rigidez óptima de la barra para cada curva y obtener así la máxima adherencia de los neumáticos a lo largo de todo el circuito, al maximizar la superficie de contacto de los neumáticos con el asfalto en todo momento. Este control de la centralita no será objeto de estudio de este trabajo, sino únicamente el diseño y los cálculos que hacen viable el funcionamiento del mecanismo mediante el par generado por el motor eléctrico.

La principal desventaja de la instalación de una barra estabilizadora activa es que, al no haber inclinación del vehículo, el piloto pierde información de la velocidad de paso por curva lo que implica riesgos importantes, ya que, al superar cierta velocidad puede afectar a la seguridad del piloto en el caso de perder el control del vehículo, de ahí que sea un dispositivo eliminado en ciertas competiciones importantes como la Fórmula 1.

6.4.1 Diseño ARB de rigidez activa

En la barra estabilizadora de rigidez activa el dispositivo que hace cambiar la posición de las placas de la barra y, por tanto, la rigidez aportada por la barra antibalanceo, es un motor eléctrico. En contraposición del cambio manual mediante una manivela de rueda de mano que se ejerce en la barra estabilizadora regulable mediante el giro de las placas. Por lo que el principal problema es la instalación de dicho motor eléctrico, para que trabaje en consonancia con el conjunto de la barra estabilizadora.

En primer lugar, se trata de sustituir el mecanismo de tornillo sin fin-corona por un conjunto formado por un reductor de tornillo sin fin con su respectivo motor eléctrico, lo cual supondría tener un mecanismo más efectivo de giro de las placas, pero la instalación de dicho conjunto es inviable debido a que las medidas de los conjuntos comerciales son mucho mayores que las requeridas en la instalación del monoplaza, por lo que no hay hueco para ser llevado a cabo.

Por lo que, se decide mantener el mecanismo de tornillo sin fin-corona diseñado anteriormente. Debido a que se ajusta a los parámetros de dimensiones tan reducidas que se requiere, manteniendo la propiedad de irreversibilidad que permite bloquear el giro de las placas, aunque estas se vean sometidas a otras fuerzas, como es el caso.

Se muestra en la Figura 39, el diseño de la barra estabilizadora de rigidez activa, como se ha mencionado anteriormente, se basa en el diseño de la barra estabilizadora regulable mediante el giro de placas, ya que, la variabilidad de la rigidez vendrá dada por el mismo mecanismo, pero con la instalación del motor eléctrico en consonancia con el conjunto de la barra estabilizadora.

La conexión entre el eje del tornillo sin fin y el motor eléctrico se realiza mediante una correa, ya que, la conexión de forma directa no es viable, debido a que no hay suficiente espacio para que el motor eléctrico se coloque sobre el conjunto de la barra estabilizadora, ya que colisiona con el conjunto muelle-amortiguador, como se puede observar en la Figura 40. Además, situar el motor por encima del conjunto de la barra estabilizadora dificultaría la visión del piloto, así que, aunque sea la mejor posición para que el motor gire en consonancia con la barra, no es viable llevar a cabo la instalación del motor eléctrica en esa posición.

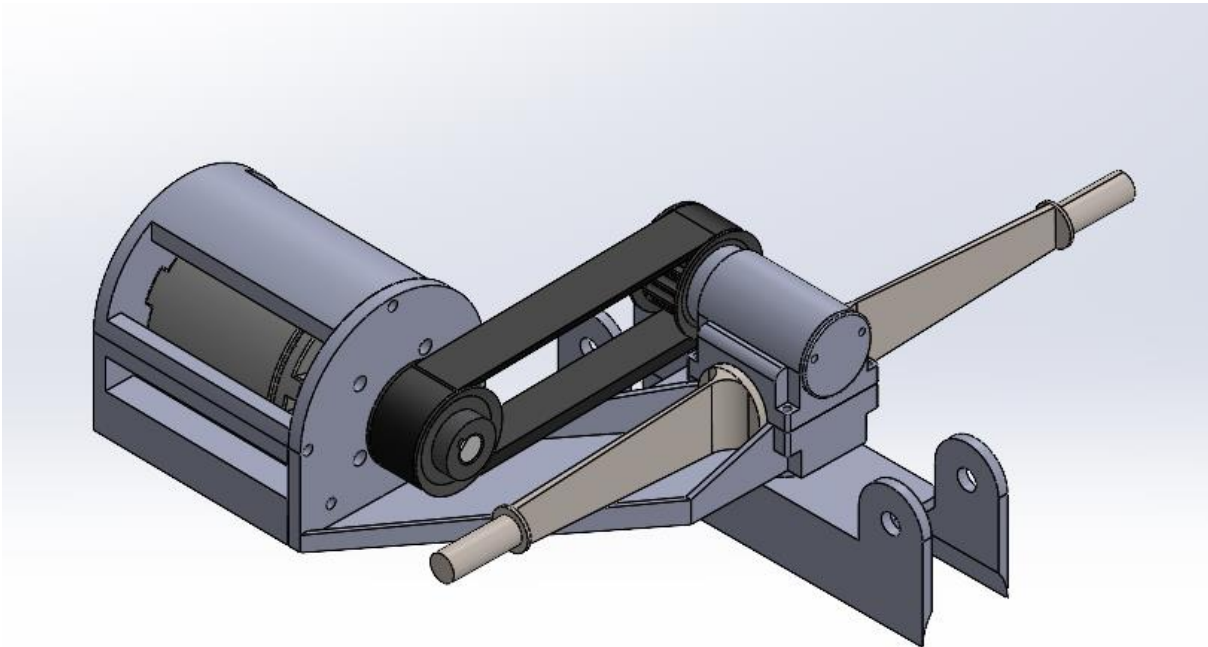


Figura 39: Diseño de la barra estabilizadora de rigidez activa

Para llevar a cabo la conexión del motor eléctrico se ha decidido sacar el motor hacia “fuera” del *cockpit*, debido a que es la mejor posibilidad viable y efectiva por motivos de espacio. A causa de que el diseño de la barra estabilizadora se ha llevado a cabo sobre un diseño de chasis y sistema de suspensión en una fase de diseño avanzada, por lo que no es posible la modificación de ellos, teniendo que ajustarse a los puntos de anclajes diseñados y los espacios libres de elementos del monoplaza.

Por otro lado, para que la conexión del motor eléctrico con el eje del tornillo sin fin mediante correa se encuentre “en consonancia”, el conjunto de la barra debe girar lo mismo que el motor eléctrico, por lo que el soporte del motor debe estar unido al conjunto de la barra antibalanceo. Dicha unión se efectúa a través de la pieza del soporte inferior de la barra estabilizadora que es rediseñada, ofreciendo una placa sobre la que se fijará, mediante uniones atornilladas, el motor eléctrico y el soporte del propio motor que alojará a su vez el *encoder* del motor. El *encoder* es la pieza que ubica la posición en la que se encuentra el motor eléctrico, es esencial para poder llevar a cabo el control del motor.

Además, la placa de fijación del motor eléctrico es diseñada para que al realizar el montaje se pueda tensar la correa, llegando a la tensión de funcionamiento óptima, evitando así un funcionamiento no deseado de ella, ya que, al quedar poco tensa la correa sufre desaceleraciones repentinas seguidas de aceleraciones que pueden provocar la rotura de la correa.

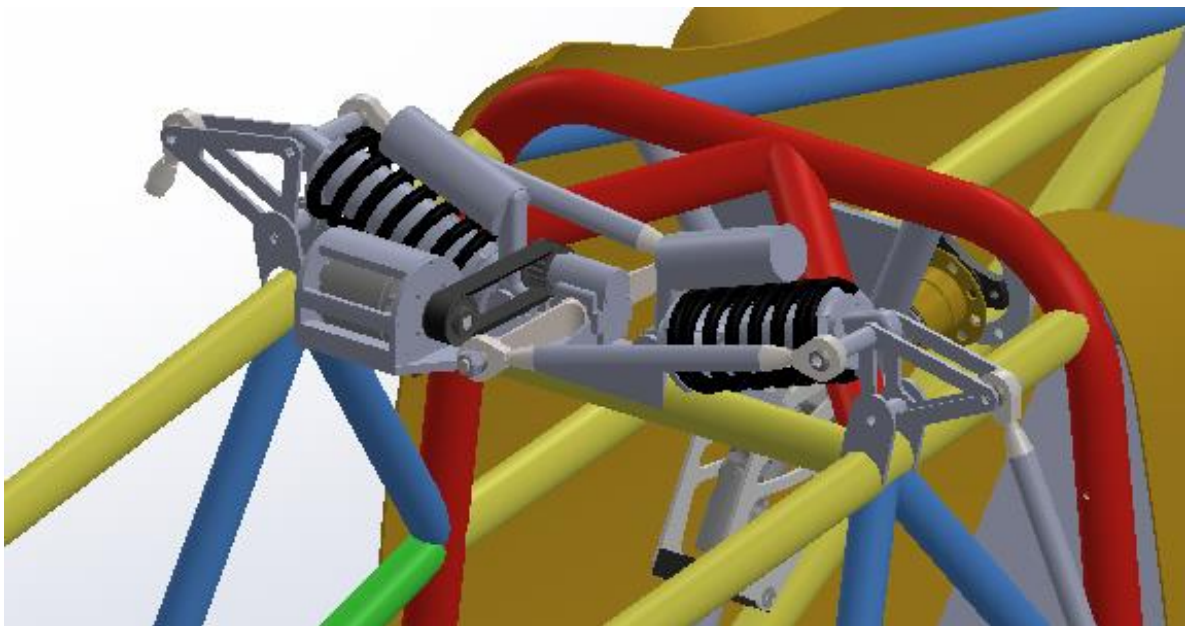


Figura 40: Diseño de la estabilizadora de rigidez activa integrada en la parte frontal del MA24RT

Como se muestra en la Figura 40, la posición del motor eléctrico no es la solución más óptima aerodinámicamente, ya que, es un elemento que se encuentra en primer plano de interferencia con el aire, lo que provocaría una mayor resistencia contra el avance, por lo que tendría que llevarse a cabo un rediseño del morro del monoplaza para conservar al conjunto de la barra estabilizadora y motor eléctrico dentro de él. Si se hubiera dado el caso de poder llevar el motor eléctrico hacia “dentro” del *cockpit*, no sería necesario el rediseño del morro, ya que, el conjunto ya quedaría resguardado por el paquete aerodinámico diseñado, pero por motivos de espacio, no es viable llevarse a cabo dicho posicionamiento.

Finalmente, se muestra en la Figura 41, una vista explosionada de los elementos que conforman el diseño de la barra estabilizadora de rigidez activa.

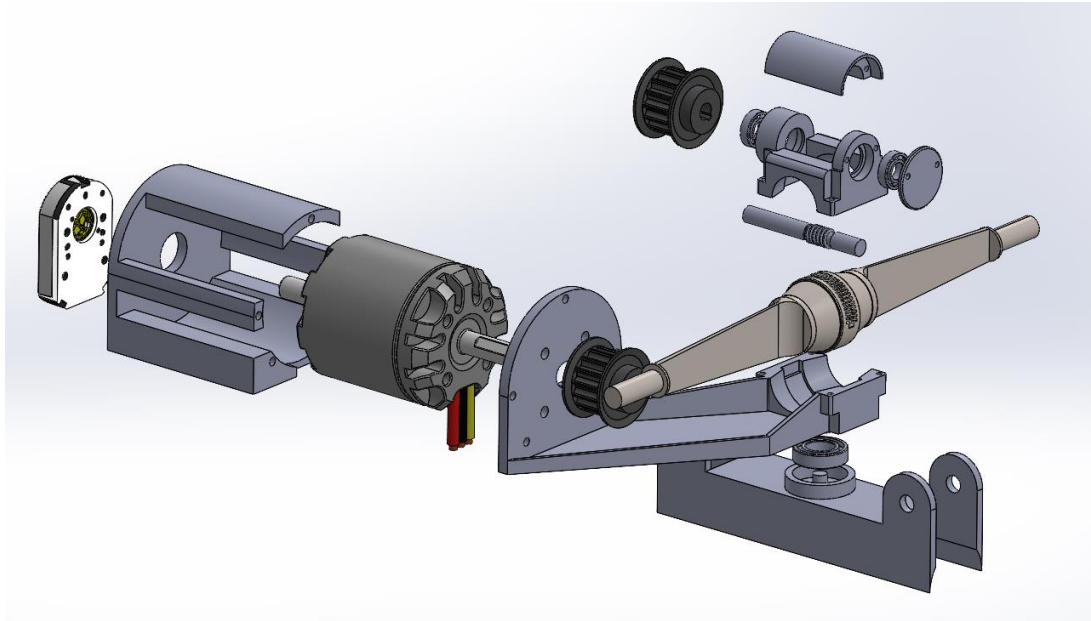


Figura 41: Vista explosionada del diseño de la barra estabilizadora de rigidez activa

6.4.2 Cálculo de la rigidez a aportar por la ARB de rigidez activa

En este apartado se lleva a cabo el cálculo de rigidez a aportar por la barra estabilizadora activa para que el balanceo total del monoplaza sea de $1,2^\circ$ en cada curva, no perdiendo la sensación de balanceo, pero a su vez aprovechando el control del balanceo producido para mejorar el comportamiento en curva del monoplaza. Dicho balanceo de $1,2^\circ$ corresponde con una variación de *camber* de 1° según el análisis del sistema de suspensión realizado en *OptimumKinematics*, por lo que el ángulo de caída de la rueda se deberá establecer en dicho valor, para que, en cada vértice de la curva, el neumático se encuentre en posición de máxima adherencia al estar toda la huella de este en contacto con el asfalto, y poder tomar así la curva a la mayor velocidad permitida por el vehículo.

Para estimar las aceleraciones laterales en valores de *g* en las diferentes curvas a las que se ve sometido el monoplaza a lo largo de un *Autocross* y una *Endurance* en una competición de Formula Student, se recoge la telemetría que experimentó el monoplaza de la anterior temporada en la competición de Formula Student Germany 2023, a través de los sensores del monoplaza recogido por el software *RaceStudio 3*. En la Figura 42 y Figura 43 se muestran las aceleraciones laterales en *g* dadas a lo largo del *Autocross* y la *Endurance* mencionadas.

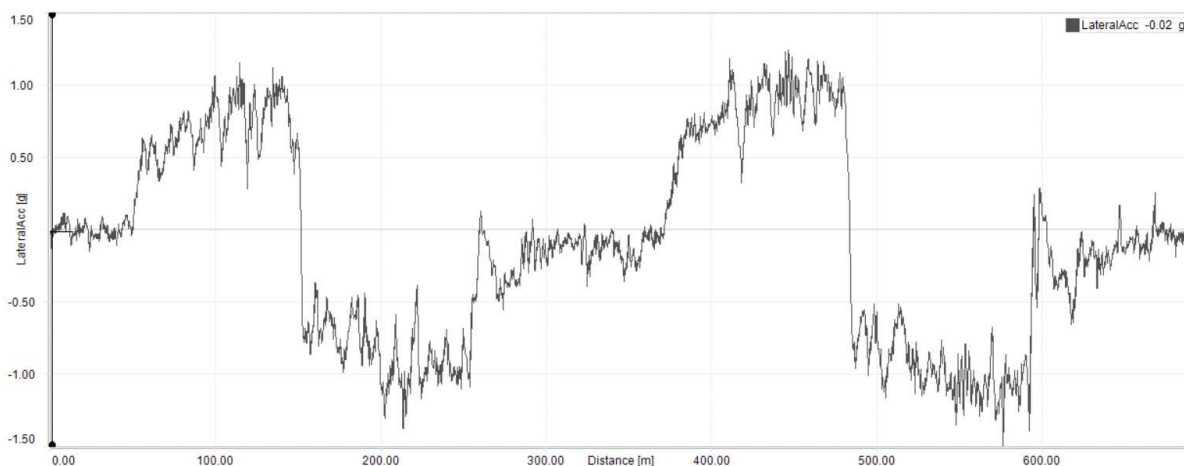


Figura 42: Telemetría del prototipo anterior en el Autocross de Formula Student Germany 2023

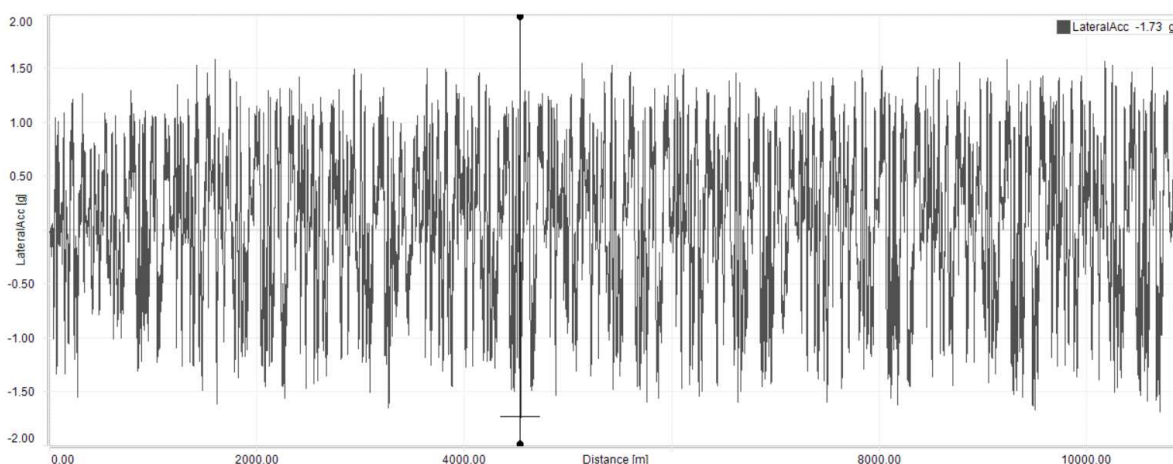


Figura 43: Telemetría del prototipo anterior en la Endurance de Formula Student Germany 2023

Como se observa en las telemetrías, el monoplaza trabaja aproximadamente hasta un valor máximo de aceleración lateral de unos 1,7 g. Por lo que, se busca que en la posición de máxima rigidez de la barra estabilizadora el balanceo total del monoplaza sea de $1,2^\circ$, conociendo que la aceleración lateral máxima de la curva son los mencionados 1,7 g y que, como máximo la barra estabilizadora puede aportar un 75% de rigidez con respecto a la rigidez total del monoplaza en cada eje. Mientras que, en la posición de mínima rigidez se establecerá el mismo criterio en el que la barra estabilizadora como mínimo aplica un 25% de la rigidez total aportada en el monoplaza.

Siguiendo las ecuaciones (27), (37), (38) y (39) del apartado 6.1.2, se realiza el cálculo de la rigidez a balanceo que debe aportar la barra estabilizadora para que se cumpla que el balanceo del monoplaza sea de $1,2^\circ$ en cada tipo de curva según la aceleración lateral en g que se produzca en el coche. En la Tabla 21, se muestran dichos valores de rigidez a aportar por la barra estabilizadora, además de la rigidez total establecida entre muelles y estabilizadora en cada eje del monoplaza.

Aceleración Lateral (g)	Gradiente de Balanceo (°/g)	%Rig _{ARB_F}	%Rig _{ARB_R}	K _{φARB_F} (Nm/°)	K _{φARB_R} (Nm/°)	K _{φF} (Nm/°)	K _{φR} (Nm/°)
0,8 o menor	1,50	30	25	85,08	64,47	238,10	219,69
0,9	1,33	35	30	106,90	82,89	253,28	232,92
1,0	1,20	40	35	132,35	104,14	270,54	247,84
1,1	1,09	45	40	162,43	128,93	290,32	264,81
1,2	1,00	50	45	198,52	158,24	313,23	284,27
1,3	0,92	55	50	242,64	193,40	340,05	306,82
1,4	0,86	60	55	297,79	236,38	371,91	333,25
1,5	0,80	65	60	368,69	290,10	410,34	364,67
1,6	0,75	70	65	463,22	359,17	457,64	402,63
1,7	0,71	75	70	595,57	451,27	517,26	449,41

Tabla 21: Valores de rigidez a aportar por la barra estabilizadora en cada tipo de curva

Como se puede observar en la Tabla 21, la posición de mínima rigidez se establecerá tanto para curvas de 0,8 g como para curvas de menor fuerza centrífuga. Por tanto, para curvas de menos de 0,8 g, el balanceo total del monoplaza será menor a 1,2°, por lo que en el vértice de dichas curvas no se alcanzará el máximo contacto de la huella del neumático con el asfalto perdiendo un poco de rendimiento. Una vez se supere dicho valor de aceleración lateral, se adaptará la posición de la barra estabilizadora para aportar una mayor rigidez mediante el giro producido por el motor eléctrico. Como máximo se podrá girar hasta la posición de máxima rigidez aportada por la barra estabilizadora que coincide con una curva de 1,7 g de aceleración lateral y una aportación de rigidez de la barra estabilizadora del 75% de la rigidez total establecida en conjunto con la rigidez aportada por el muelle. El cambio de posición de la barra estabilizadora debe ser controlado por una centralita eléctrica, la cual mediante sensores obtiene la aceleración lateral producida en el monoplaza y manda la señal de variar la posición al motor eléctrico que es el encargado de llevarlo a cabo. Además, como se puede ver en la tabla anterior, el porcentaje de rigidez aportada por la barra estabilizadora con respecto a la conjunta del muelle y estabilizadora, es siempre de un 5% superior en el eje delantero que en el trasero. Dicho reparto se establece para obtener una relación entre ejes más cercana al 55/45 a favor del eje delantero, y así tener un monoplaza de comportamiento ligeramente subvirador, pero este reparto es un punto inicial, ya que, puede cambiar según las preferencias del piloto y sus características de manejo del monoplaza.

6.4.3 Cálculo del rendimiento del tornillo sin fin

En primer lugar, se presenta el motor eléctrico seleccionado para llevar a cabo el funcionamiento del mecanismo, es el "Dual Shaft Motor – D5065 270KV" de la empresa ODrive Robotics, de la Figura 44.

La principal causa por la que se ha seleccionado es que es un motor de pequeño tamaño que es capaz de generar un par destacable de 2 Nm a 8640 rpm, lo que corresponde a unos 1801 W. [7]



Figura 44: Motor eléctrico ODrive Robotics Dual Shaft Motor-D5065 270KV

Continuamos con el análisis de fuerzas producido en el mecanismo de tornillo sin fin-corona, por lo que antes de todo vamos a considerar un sistema de referencia formado por los ejes “x” y “z” que coincidan con las direcciones axiales de la corona y del tornillo sin fin respectivamente, como en el modelo de la Figura 45. Por un lado, se tiene la fuerza “W” que el sinfín ejerce sobre la corona debido al par transmitido a su eje por parte del motor eléctrico correspondiente. [16]

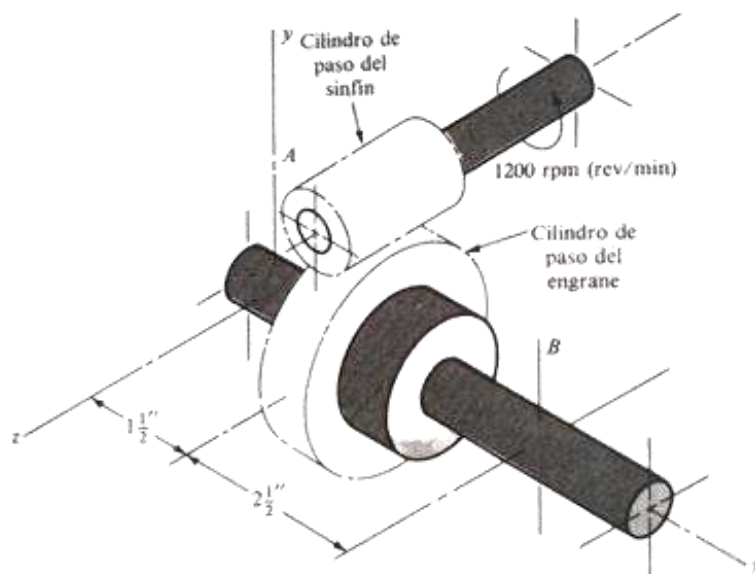


Figura 45: Modelo de mecanismo de tornillo sin fin-corona representado sobre el sistema de coordenadas

A partir de la Figura 45 y Figura 46 se analizan los sentidos de las tres componentes de la fuerza W , éstas son W_x , W_y y W_z . Con el sinfín girando tal y como se muestra en la figura de arriba está claro que " W_x " tiene sentido positivo sobre el eje x (+ i). En cuanto a la componente del eje y , el sinfín trata de alejar de sí a la corona mientras gira, empujándola hacia abajo, de modo que W_y tendrá sentido negativo (- j). Por último, para conocer el sentido de W_z vamos a suponer que el sinfín es un tornillo convencional, pero fijo, es decir, que no avanza ni retrocede al girarlo en un sentido o en el contrario. Como la rosca del tornillo sin fin es a derechas, al girarlo en el sentido indicado en la figura se movería si pudiera hacia la izquierda, en el sentido del eje z positivo. Pero como realmente el tornillo es fijo, quien realmente se mueve es la tuerca correspondiente, es decir, la corona, que lo hará en el sentido contrario, o sea, en el sentido negativo del eje z , por tanto, la componente W_z tiene sentido negativo (- k).

Por otro lado, el movimiento relativo entre un tornillo sin fin y los dientes de la corona es de deslizamiento, de modo que existe también una fuerza de rozamiento (Wr), contenida en el plano que forman los ejes del sinfín y de la corona (plano " xz "), tal que Wr_x tiene el mismo sentido que W_x , mientras que Wr_z tiene sentido contrario a W_z .

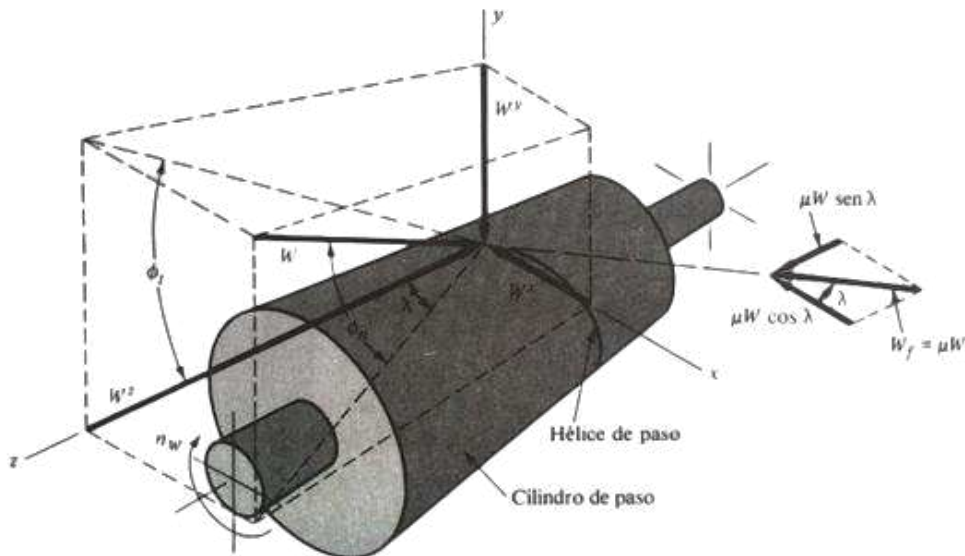


Figura 46: Modelo de fuerzas del mecanismo tornillo sin fin-corona

En resumen, la fuerza total Wt será la suma vectorial de las fuerzas descritas anteriormente:

$$Wt = (W_x + Wr_x) \cdot i - W_y \cdot j + (-W_z + Wr_z) \cdot k \quad (47)$$

Una vez razonados los sentidos de las componentes de todas las fuerzas, se pasa a calcular los módulos de estas. Inicialmente se determina el valor absoluto de la componente del eje x de la fuerza total (Wt_x), dicha fuerza viene dada por la potencia producida por el motor eléctrico y la velocidad a la que se produce, mediante la siguiente ecuación:

$$Wt_x = W_x + Wr_x = \frac{P}{v_t} = \frac{1801}{2,71} = 663,51 \text{ N} \quad (48)$$

$$\text{Siendo: } v_t = n_t \cdot \frac{D_{p,t}}{2} = 8640 \cdot \frac{2\pi \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{2} = 2,71 \text{ m/s}$$

El siguiente paso es determinar el valor de W despejando dicho valor de la ecuación de la fuerza total en la componente del eje x (Wt_x), ecuación (48). A partir de la figura anterior se deduce que:

$$\begin{aligned} W_x &= W \cdot \cos \phi_n \cdot \sen \lambda \\ Wr_x &= \mu \cdot W \cdot \cos \lambda \end{aligned} \quad (49)$$

$$Wt_x = W \cdot [(\cos \phi_n \cdot \sen \lambda) + (\mu \cdot \cos \lambda)]$$

$$\text{siendo: } \phi_n = 14,5^\circ; \lambda = 4,76^\circ; Wt_x = 663,51 \text{ N}$$

Para despejar W se necesita conocer el valor de coeficiente de rozamiento (μ). Para ello se ha de tener en cuenta que mientras en los engranes rectos el movimiento de un diente en relación al diente que engrana es de rodadura pura en el punto de paso, por lo que la velocidad en ese punto es la misma para ambos engranes, en el caso de los engranajes de tornillo sin fin resulta que el movimiento relativo entre el tornillo y los dientes de la corona es de deslizamiento, por lo que las velocidades son diferentes. A dicha suma de ambas velocidades se le llama velocidad de deslizamiento, y precisamente el coeficiente de rozamiento es función directa de dicha velocidad.

$$\begin{aligned} \text{Velocidad paso sinfín: } v_t &= n_t \cdot \frac{D_{p,t}}{2} = \\ &= 8640 \cdot 2\pi \cdot \frac{6 \cdot 10^{-3}}{2} = 162,86 \frac{\text{m}}{\text{min}} \end{aligned}$$

$$\text{Velocidad de rotación de la corona: } \frac{n_r}{n_t} = \frac{Z_t}{Z_r} \rightarrow$$

$$\rightarrow n_r = 8640 \cdot \frac{1}{50} = 172,8 \text{ rpm} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \text{Velocidad paso corona: } v_r &= n_r \cdot \frac{D_{p,r}}{2} = \\ &= 172,8 \cdot 2\pi \cdot \frac{25 \cdot 10^{-3}}{2} = 13,57 \frac{\text{m}}{\text{min}} \end{aligned}$$

$$\text{Velocidad de deslizamiento: } v_s = 162,86 \cdot i - 13,57 \cdot k \rightarrow$$

$$\rightarrow |v_s| = 163,42 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

Una vez calculada la velocidad de deslizamiento se obtiene el coeficiente de rozamiento a partir de la gráfica de la Figura 47 que depende de dicha velocidad de deslizamiento:

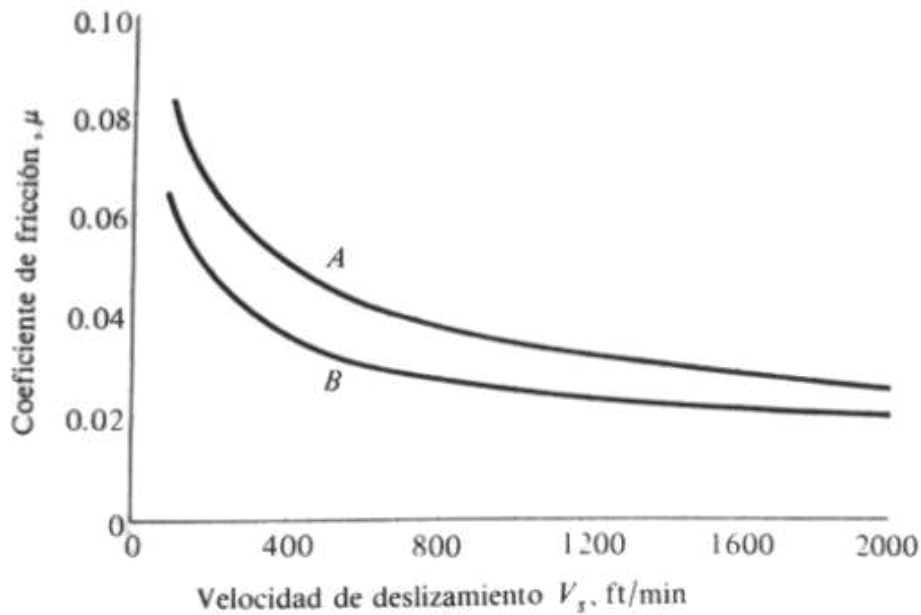


Figura 47: Gráfica del coeficiente de fricción con respecto a la velocidad de deslizamiento

Dicha gráfica es el resultado de muchos experimentos que han puesto de manifiesto que el coeficiente de fricción depende directamente de la velocidad de deslizamiento. Para el típico caso de tornillo sin fin de acero templado, corona de bronce fosforado y velocidad relativa de deslizamiento de 163,42 m/min, lo que equivale a 536,17 ft/min, a partir de la curva B de la gráfica anterior se obtiene un valor aproximado de coeficiente de fricción de unos 0,03.

Para un cálculo más exacto del coeficiente de fricción a partir de la velocidad de deslizamiento, se aplica la siguiente ecuación a partir de la cual se desarrolla la gráfica mostrada anteriormente:

$$\mu = \frac{0,208}{v_s^{0,36}} \quad 21 \leq v_s \leq 910 \rightarrow \text{Acero} + \text{Bronce} \left(v_s \text{ en } \frac{m}{min} \right) \quad (51)$$

$$\mu = \frac{0,208}{163,42^{0,36}} = 0,0332$$

Por tanto, ya es posible calcular el valor de "W" dado por la ecuación

(49).

$$W = \frac{663,51}{(\cos 14,5^\circ \cdot \sin 4,76^\circ) + (0,0332 \cdot \cos 4,76^\circ)} = 5849,80 \text{ N} \quad (52)$$

Finalmente, se calcula tanto la potencia de entrada y rozamiento como el rendimiento del mecanismo:

$$\begin{aligned}
 Pot_{Entrada} &= W \cdot (\cos \phi_n \cdot \cos \beta + \mu \cdot \sen \beta) \cdot v_t = \\
 &= 5849,80 \cdot (\cos 14,5 \cdot \cos 85,24 + 0,0332 \cdot \sen 85,24) \cdot 2,7 = 1798,11 \text{ W} \\
 Pot_{Rozamiento} &= \mu \cdot W \cdot \frac{v_t}{\sen \beta} = 0,0332 \cdot 5849,80 \cdot \frac{2,71}{\sen 85,24^\circ} = 528,14 \text{ W} \\
 e &= \frac{Pot_{Entrada} - Pot_{Rozamiento}}{Pot_{Entrada}} = \frac{1798,11 - 528,14}{1798,11} = 0,7063 = 70,63 \%
 \end{aligned} \tag{53}$$

El rendimiento del mecanismo es aproximadamente del 70%, este parámetro es esperable, ya que, se prioriza mantener la propiedad de irreversibilidad frente a tener un alto rendimiento.

6.5 OTROS ELEMENTOS EMPLEADOS

En este apartado se presentan los elementos restantes del sistema de suspensión que han tenido que ser modificados por la implementación de la barra estabilizadora o pertenecen al mecanismo de la barra estabilizadora y no han sido descritos en anteriores apartados. El conjunto de la barra estabilizadora activa se presenta en la Figura 48 y Figura 49.

En primer lugar, se destaca el elemento de la barra estabilizadora que conecta al balancín con las palas de la barra estabilizadora, será la encargada de transmitir la fuerza llegada por el balancín a través del neumático hacia la barra estabilizadora. Principalmente la barra actuadora tendrá que soportar el esfuerzo de compresión y tracción al que se ve sometido para transmitir la fuerza. Además, tendrá gran importancia la dirección e inclinación de dicha barra actuadora, ya que, la fuerza será transmitida a lo largo de la barra actuadora, así que, será transmitida con esa misma dirección e inclinación.

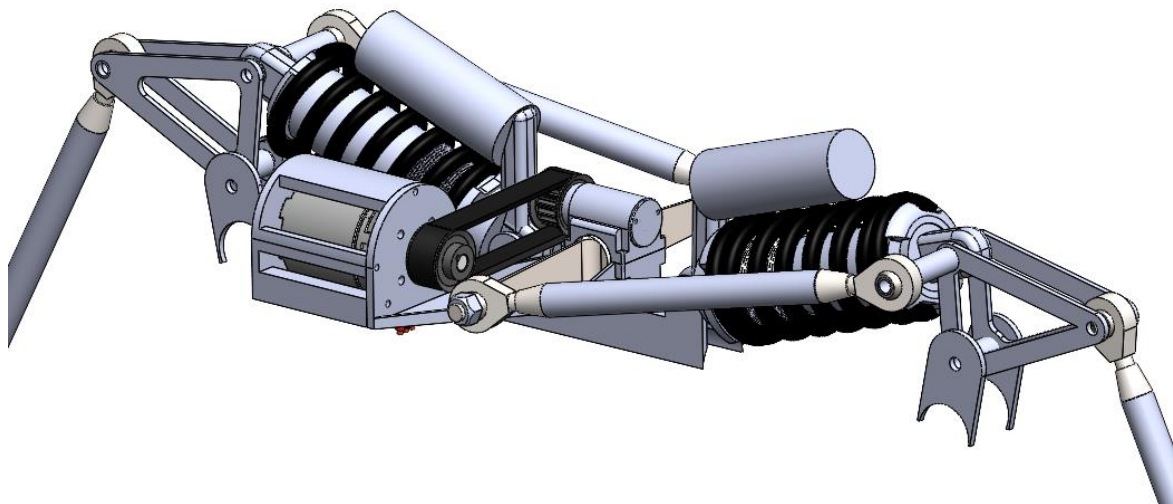


Figura 48: Barra estabilizadora de rigidez activa conectada por la barra actuadora al balancín

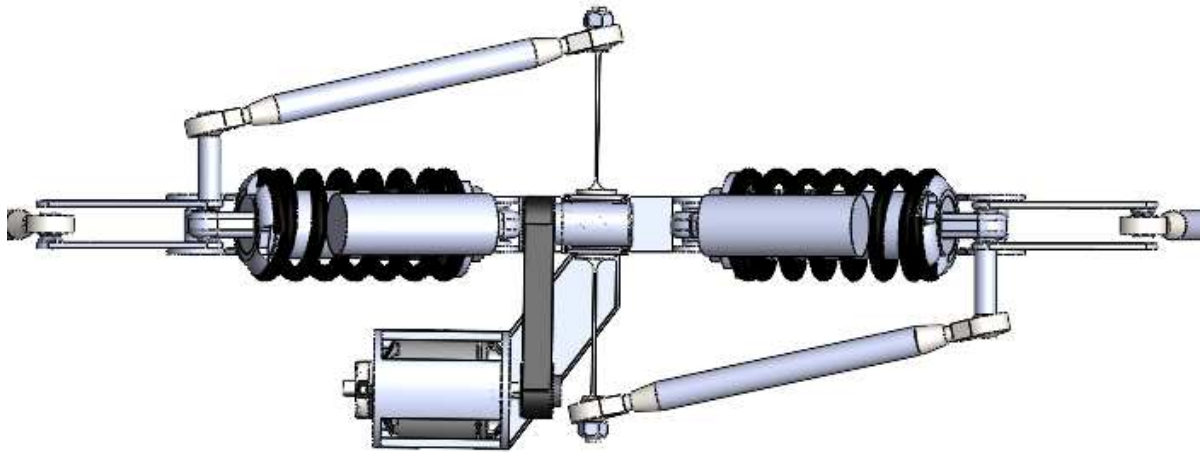


Figura 49: Vista en plano de la barra estabilizadora de rigidez activa conectada por la barra actuadora al balancín

Por otro lado, otro elemento a destacar es el balancín, también conocido como “rocker”, en este caso es un elemento que ya formaba parte del sistema de suspensión del monoplaza, pero ha tenido que ser rediseñado debido a la implementación de la barra estabilizadora. La modificación del balancín se basa en que debe alojar a la barra actuadora, en este caso, como el *Motion Ratio* se mantiene por igual para los muelles y la barra estabilizadora, se decide alargar el punto de anclaje mediante un cilindro por el cual se aloja un tornillo que es el encargado en fijar la barra actuadora y el conjunto muelle-amortiguador al balancín, como se muestra en la Figura 50.

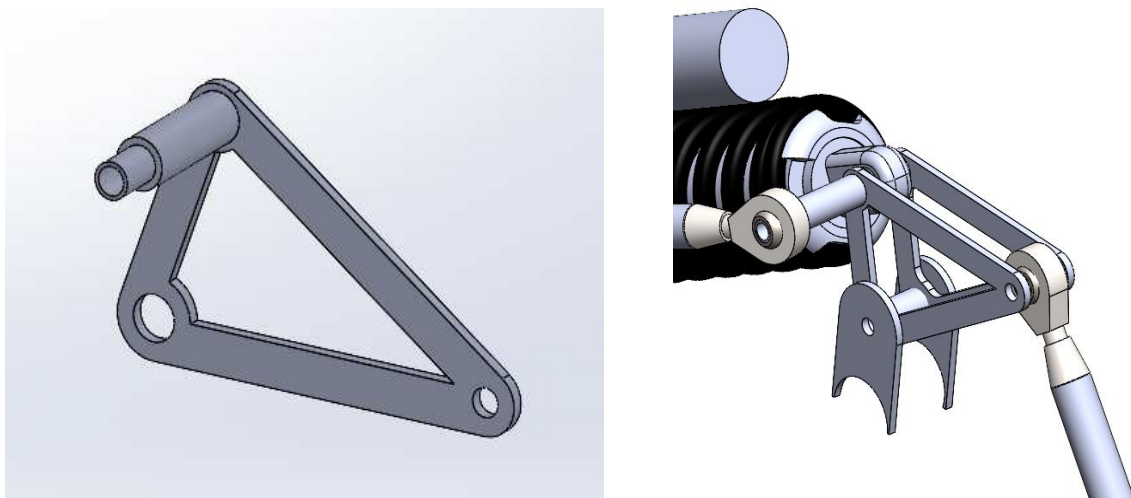


Figura 50: Balancín modificado debido a la implementación de la barra estabilizadora

7 ANÁLISIS DE LA DEFORMACIÓN DE LA BARRA ESTABILIZADORA POR POSICIÓN

En este apartado se van a analizar las deformaciones que sufre la barra estabilizadora para las diferentes posiciones angulares de las placas bajo distintas condiciones de carga. Por lo tanto, se podrá calcular la rigidez a flexión que ofrece cada una de sus posibles configuraciones para posteriormente analizar la mejor disposición posible en cada eje y, finalmente, el gradiente de balanceo final del coche.

7.1 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

El uso del método de elementos finitos (*MEF*) permite la resolución de problemas de gran complejidad estructural en la ingeniería, aunque esa solución no sea del todo “exacta”. Posibilita una idealización matemática que, partiendo de un sistema físico concreto, definido por un sistema de cargas y restricciones determinadas, permite pasar de un número infinito de incógnitas a un número finito de las mismas, relacionadas entre sí por elementos de tamaño finito.

De esta manera, se pueden definir los nodos como los puntos del espacio donde existen ciertos grados de libertad (*GDL*) y acciones del sistema físico. Estos a su vez, definen los puntos de interconexión entre los elementos que forman el mallado final de nuestro sólido.

Los elementos representan, en forma matricial, la relación que existe entre los grados de libertad de cada nodo que lo componen. A esta matriz se le denomina “matriz de rigidez, y es la que permitirá hallar, de forma aproximada como ya se ha mencionado anteriormente, las tensiones y deformaciones en el interior de cada elemento. Estos pueden ser lineales, superficiales o volumétricos pudiendo estar en espacios bidimensionales o tridimensionales.

7.2 SOLIDWORKS SIMULATION

SolidWorks Simulation es un software de simulación, perteneciente al ecosistema de programas de *SolidWorks*. Este software emplea un paquete de herramientas de análisis estructural fáciles de usar que utilizan el análisis de elementos finitos (*MEF*) para predecir el comportamiento físico real de un producto mediante la prueba virtual de modelos CAD. El paquete proporciona capacidades de análisis estáticos lineales y no lineales, y de análisis dinámicos.

En este caso, se centrará el uso del software en la posibilidad que ofrece para realizar análisis estructurales de carácter estáticos lineales.

7.3 MODELO DE SIMULACIÓN DE LA BARRA ESTABILIZADORA

A continuación, se describen los diferentes pasos a realizar para el correcto análisis de la barra estabilizadora en *SolidWorks Simulation*.

7.3.1 Inicio del estudio de simulación

En primer lugar, se abre la pieza a la que se tiene que abordar el estudio de simulación desde el programa de *SolidWorks*. Una vez dentro con el modelo de la pieza, se activa el complemento correspondiente a *SolidWorks Simulation*, el cual despliega una pestaña propia, denominada *Simulation*.

En la Figura 51, se muestra la interfaz del programa, en el que se pincha en el apartado “Nuevo estudio” para iniciar un nuevo estudio de simulación, el cual en este caso se caracteriza como una simulación general de análisis estático.

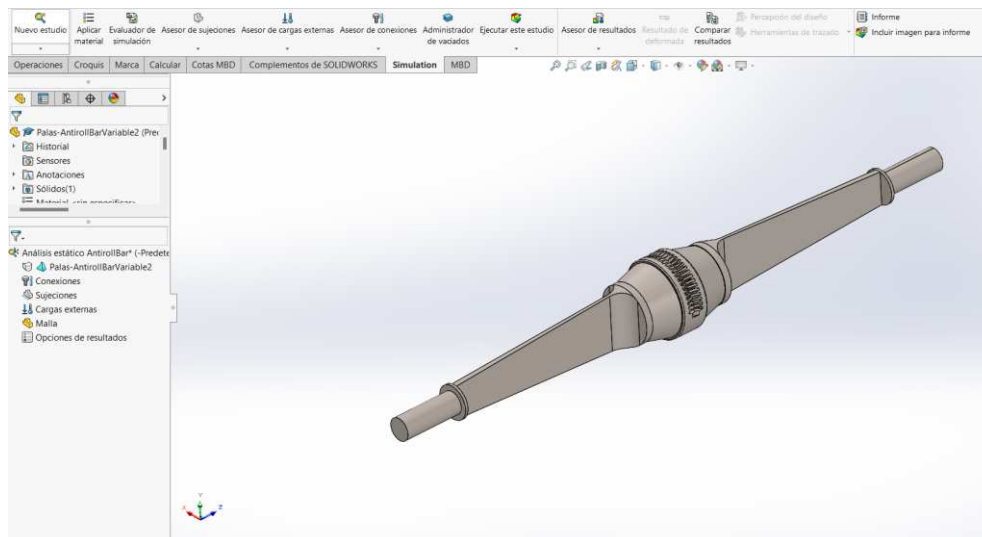


Figura 51: Interfaz de SolidWorks Simulation

7.3.2 Definición de las propiedades del material

Tras iniciar el estudio de simulación, se procede a asignarle las propiedades del material con el que va a ser realizado el estudio, para posteriormente ser fabricado.

El material seleccionado es el *Acero AISI 4130* debido a que no es un material caro que posee buenas propiedades de resistencia y rigidez y, además, es un material ampliamente utilizado y conocido, el cual, es fácilmente soldable y suele haber un gran stock de diferentes diámetros de tubos disponibles por lo que, en principio, no se demorará demasiado el tiempo del pedido.

El programa contiene una biblioteca de los materiales más empleados, como se muestra en la Figura 52. En ella se relaciona el material con sus propiedades, que serán posteriormente empleados en los cálculos que el programa realiza en el estudio de simulación de la pieza.

En este caso el Acero AISI 4130 se encuentra en la biblioteca con dos diferentes tratamientos térmicos, el recocido y la normalización. En este estudio se ha seleccionado el acero normalizado, ya que, es un tratamiento térmico menos costoso en la que se obtiene una mayor resistencia de la pieza.

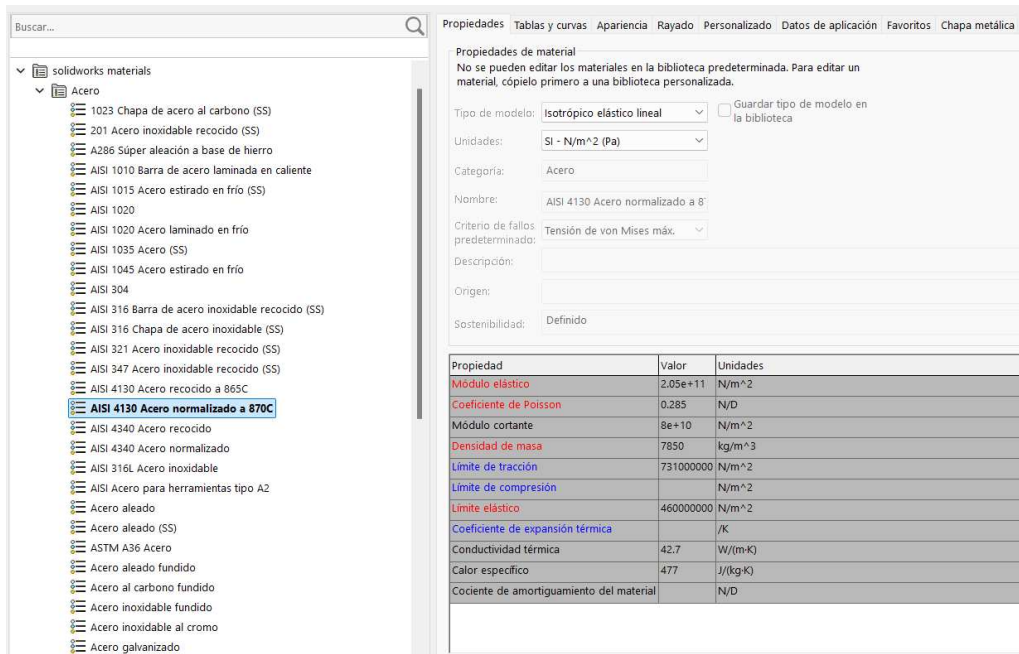


Figura 52: Biblioteca de materiales de SolidWorks Simulation

7.3.3 Mallado del sólido

Una vez definido el material de la pieza, se procede a realizar el mallado de la pieza. Se define la malla a lo largo de toda pieza, la densidad de la malla se define como fina. Los parámetros de mallado son definidos a partir del tipo “malla estándar”, dichos elementos de la malla tienen un tamaño global de 1,5 mm y una tolerancia de 0,075 mm. Los detalles de la malla confirman que esta es de buena calidad, debido a que el porcentaje de elementos con cociente de aspecto menor a 3 es del 93,2%, y, por otro lado, el porcentaje de elementos con cociente de aspecto superior a 10 es del 0,23%. Por lo que no ha sido necesario llevar a cabo un refinado mayor en la zona de estudio. Además, que la simulación se realiza con una velocidad relativamente alta. En la Figura 53, se muestra el mallado del sólido que va a ser simulada.

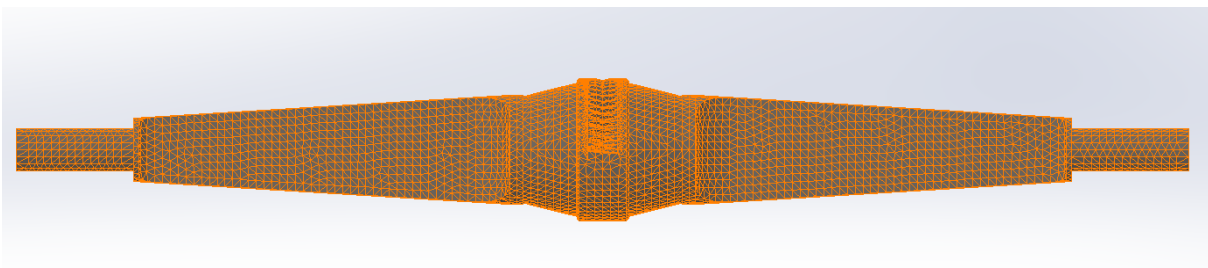


Figura 53: Mallado del sólido

7.3.4 Condiciones de contorno

En este apartado se van a definir las condiciones de contorno en las que se encuentra el sólido y caracterizan la simulación que se va a llevar a cabo. Estas condiciones son: Sujeciones y cargas externas a los que está sometida la pieza.

En primer lugar, se definen las sujeciones de la pieza que son del tipo “geometría fija”. En el modelo de simulación la zona fijada de la pieza es la parte central en forma de cono, como se muestra en la Figura 54, la cual permite el alojamiento entre los soportes del conjunto. Aunque en el funcionamiento del conjunto dicha parte de la pieza no estará totalmente fija en el conjunto, ya que permite el giro de esta, siendo realmente el tornillo sin fin el elemento que fija la pieza a simular.

Mediante las sujeciones implementadas, la estabilizadora quedará completamente fijada, imposibilitando cualquier movimiento de traslación o rotación. Así, en una situación en la que una rueda se desplace de forma diferente a la otra del mismo eje, dando lugar a que la estabilizadora se encuentre en condiciones de trabajo, la estabilizadora flexará, de acuerdo con la ecuación de la elástica, una cantidad dependiente de la posición en la que se haya instalado.

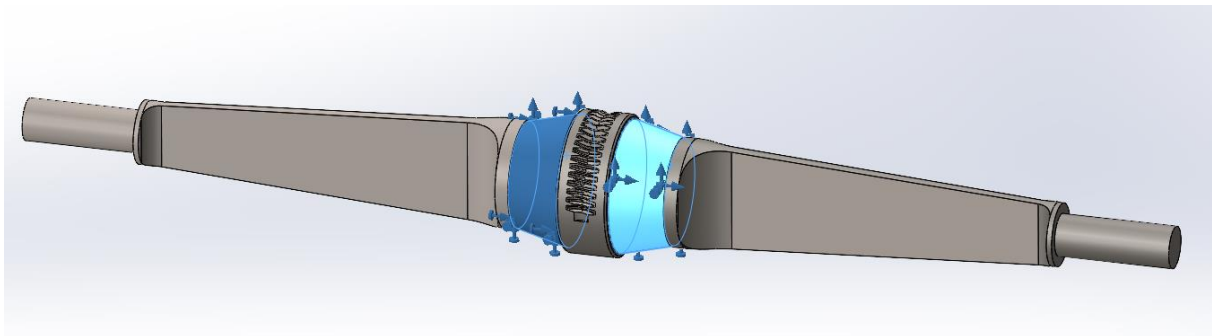


Figura 54: Sujeciones del modelo de simulación de la pieza

Por otro lado, en cuanto a las cargas externas, debido a las distintas posiciones que puede tener la barra estabilizadora, de cara a explicar dichas fuerzas escogidas, es necesario distinguir los posibles casos que se pueden presentar a la hora de ajustar la rigidez a balanceo que se quiere obtener.

Antes de todo, se va a entrar en más detalle del porqué al girar la posición de la barra estabilizadora se aumenta la rigidez de esta. El aumento de rigidez es debido por dos motivos:

- El vector fuerza que transmite la barra actuadora a la estabilizadora para un instante concreto es siempre el mismo.
- Al variar la posición de la estabilizadora se cambia el ángulo entre la cara plana de las placas y el vector fuerza generado con la dirección de la barra actuadora.

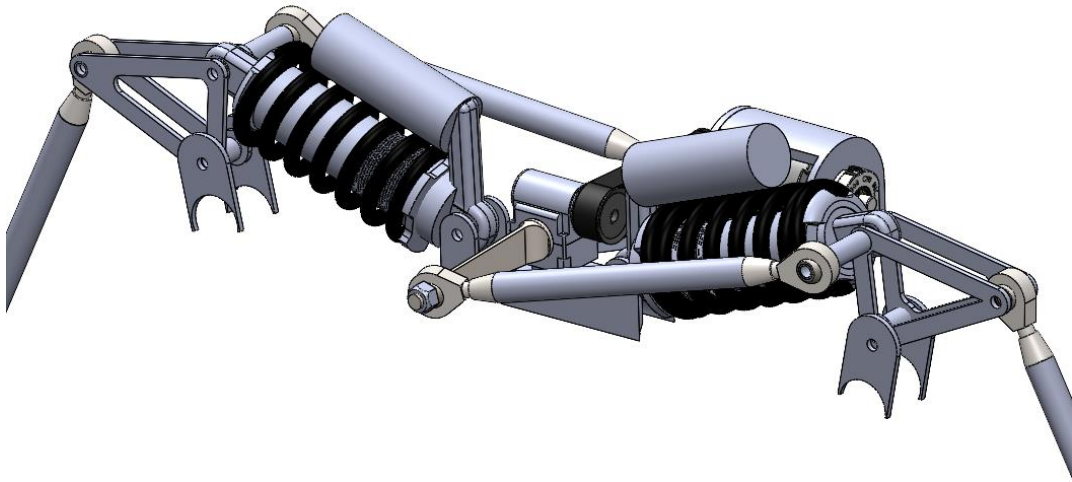


Figura 55: Conjunto de barra estabilizadora y barra actuadora

En la Figura 55, se puede observar el sistema barra estabilizadora y actuadora, cuando la estabilizadora se encuentra en posición de mínima rigidez, el vector fuerza y la cara plana de las placas de la barra antibalanceo son perpendiculares. Como consecuencia, la fuerza transmitida por la barra actuadora genera flexión simple.

La flexión generará una deformación de la estabilizadora en el sentido de la fuerza. La ecuación que calcula la deformación en cada punto de las placas de la estabilizadora es la ecuación elástica. Teniendo en cuenta el sistema de referencia global, dicha ecuación queda:

$$\frac{d^2 x'}{dz'^2} = \frac{M_{z'}(z')}{E \cdot I_{y'}(z')} \quad (54)$$

Siendo:

- $M_{z'}(z')$: Momento flector generado por la fuerza de la barra actuadora ($F_{x'}$) en función de la coordenada longitudinal de la barra estabilizadora.
- E : Módulo de Young.
- $I_{y'}(z')$: Momento de inercia en y en función de la coordenada longitudinal de la barra estabilizadora.

Por otro lado, en el momento que cambias la posición de la estabilizadora, la fuerza transmitida por la barra actuadora deja de generar flexión simple y, en su lugar, genera una flexión simple oblicua. El ángulo α es el giro que se produce entre la cara plana de las placas de la estabilizadora y el vector fuerza transmitido por la actuadora. Consecuentemente, la fuerza de la actuadora se descompone en una fuerza en dirección x' y una fuerza en dirección y' .

$$\begin{aligned}
 F_{x'} &= F_{act} \cdot \cos(\alpha) \\
 F_{y'} &= F_{act} \cdot \sin(\alpha)
 \end{aligned}
 \tag{55}$$

Dichas fuerza generarán un momento flecto en distintas direcciones y, por consiguiente, su suma vectorial será el momento resultante.

$$\begin{aligned}
 M_{x'} &= F_{y'} \cdot (b - z) \\
 M_{y'} &= F_{x'} \cdot (b - z)
 \end{aligned}
 \tag{56}$$

Finalmente, la barra estabilizadora se deformará por tanto en dos direcciones. Teniendo en cuenta la expresión anterior, la deformación de la barra estabilizadora para el caso de flexión simple será:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 x'}{dz'^2} &= \frac{M_{y'}(z')}{E \cdot I_{y'}(z')} \\
 \frac{d^2 y'}{dz'^2} &= \frac{M_{x'}(z')}{E \cdot I_{x'}(z')}
 \end{aligned}
 \tag{57}$$

Es importante considerar que, debido a que el momento de inercia en la dirección x' es mucho mayor que en la dirección y' , y que el momento flector en y' es mayor que en x' , la deformación en x' será mucho mayor que en y' . Esta diferencia en la deformación se va acentuando a medida que se va alejando del punto de aplicación de la fuerza pues el momento de inercia se va haciendo cada vez menor en y' y mayor en x' . Este hecho recae directamente sobre la rigidez de la estabilizadora pues, a medida que el ángulo α va aumentando, mayor será la rigidez.

En cuanto a la barra estabilizadora activa tendrá tantas posiciones como tipos de curvas a tomar, en este caso, en el estudio empleado en el apartado 6.4.2, en el que se busca que el balanceo total del monopla sea de $1,2^\circ$, se concluye que la curva de mayor aceleración lateral dada en una competición de Formula Student es de $1,7 \text{ g}$, por lo que en esta situación se establecerá la posición de máxima rigidez aportada por la barra estabilizadora, mientras que, la posición de mínima rigidez se dará en curvas de $0,8 \text{ g}$ o menor aceleración lateral. En valores intermedios de aceleración lateral en curva, se buscará mantener los $1,2^\circ$ de balanceo girando la barra estabilizadora a la posición que más concuerde con el objetivo. Dichos casos son recogidos en la Tabla 21 del apartado 6.4.2, la cual muestra la cantidad de rigidez a aportar por la barra estabilizadora según el tipo de curva a realizar.

En este análisis de simulación de la pieza, nos centramos únicamente en un solo eje, en este caso en el eje delantero. Para obtener, por tanto, los valores de carga externa para cada caso de curva, es necesario realizar el cálculo de la transferencia lateral de la masa suspendida elástica, dado en la ecuación (25) del apartado 5.2.3.2, que dependerá del momento de balanceo generado en cada tipo de curva.

Tras ello se calcula la rigidez a flexión a aportar por la estabilizadora, a partir de la ecuación (38) del apartado 6.1.2, y se calcula la fuerza que soportará la barra estabilizadora, que viene dado por el valor de transferencia lateral de masa suspendida elástica por el *Motion Ratio* delantero y por el porcentaje de rigidez aportada por la barra estabilizadora con respecto a la rigidez total entre los muelles y la propia barra estabilizadora. Finalmente, se calcula la deformación de los muelles y la barra estabilizadora que, al estar ambos elementos relacionados en paralelo por el mismo punto del balancín, será igual para ambos elementos elásticos. Dichos valores son recogidos ordenados por el valor de aceleración lateral producido en la curva, en la Tabla 22:

Aceleración Lateral (g)	Gradiente Balanceo (°/g)	%Rig _{ARB_F}	Momento Balanceo (N/m)	$\Delta F_{ZMSE_F} * MR_f$ (N)	K_{ARB_F} (N/mm)	F_{ARB} (N)	$\delta_{ARB/Muelle}$ (mm)
0,8	1,50	30	536,49	519,34	33,77	155,80	4,61
0,9	1,33	35	603,55	585,20	42,43	204,82	4,83
1,0	1,20	40	670,61	651,41	52,54	260,56	4,96
1,1	1,09	45	737,67	718,04	64,48	323,12	5,01
1,2	1,00	50	804,73	785,19	78,81	392,60	4,98
1,3	0,92	55	871,80	852,99	96,32	469,14	4,87
1,4	0,86	60	938,86	921,61	118,21	552,96	4,68
1,5	0,80	65	1005,92	991,29	146,36	644,34	4,40
1,6	0,75	70	1072,98	1062,38	183,88	743,67	4,04
1,7	0,71	75	1140,04	1135,40	236,42	851,55	3,60

Tabla 22: Cálculo de la fuerza y deformación producida en la barra estabilizadora según la aceleración lateral de la curva

Como se observa en la anterior tabla, se recogen los valores relacionados de rigidez a flexión a aportar por la barra estabilizadora según la fuerza generada en la barra actuadora a partir de la aceleración lateral producida en la curva para que el balanceo total del monoplaza sea de 1,2°, y finalmente, se recoge la deformación que debe darse en las placas de la barra estabilizadora.

El análisis se realiza principalmente sobre las dos posiciones más relevantes, estas son la posición de mínima y máxima rigidez aportada por la barra estabilizadora.

- **Posición de mínima rigidez ($\alpha= 0^\circ$):**

En este caso, nos encontramos ante un caso de flexión simple, en el que la dirección de la fuerza generada a través de la barra actuadora es perpendicular a la cara plana de las placas de la barra estabilizadora. La fuerza es unidireccional de módulo 155,80 N, como se muestra en la Figura 56, la cual se aplica en la dirección anteriormente mencionada, y distribuida a lo largo de todo el perímetro de la parte más externa de la barra estabilizadora donde se fija la barra actuadora a la barra estabilizadora.

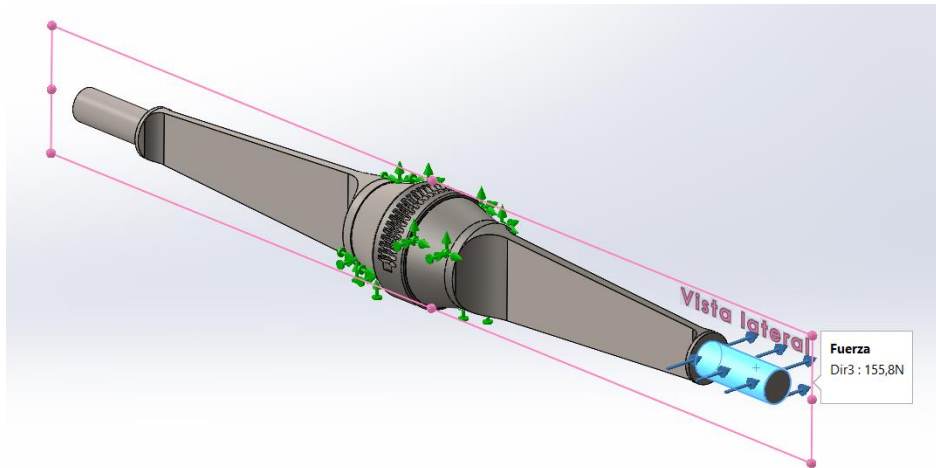


Figura 56: Carga externa en posición de mínima rigidez aportada por la barra estabilizadora

- **Posición de máxima rigidez ($\alpha = 82^\circ$):**

En el caso opuesto, la posición de máxima rigidez aportada por la barra estabilizadora se da cuando las placas de esta son giradas en $82,2^\circ$ con respecto a la posición de mínima rigidez. Este caso es de flexión simple oblicua, en el que la fuerza de la barra actuadora de módulo $851,55 \text{ N}$, se divide en los ejes de x' e y' como se indica en la ecuación (55):

$$F_{x'} = 851,55 \cdot \cos(82,2^\circ) = 118,51 \text{ N}$$

$$F_{y'} = 851,55 \cdot \sin(82,2^\circ) = 843,26 \text{ N} \quad (58)$$

La fuerza se aplica de la misma forma que en el anterior caso, pero con la división de la fuerza en los dos ejes correspondientes, como se muestra en la Figura 57.

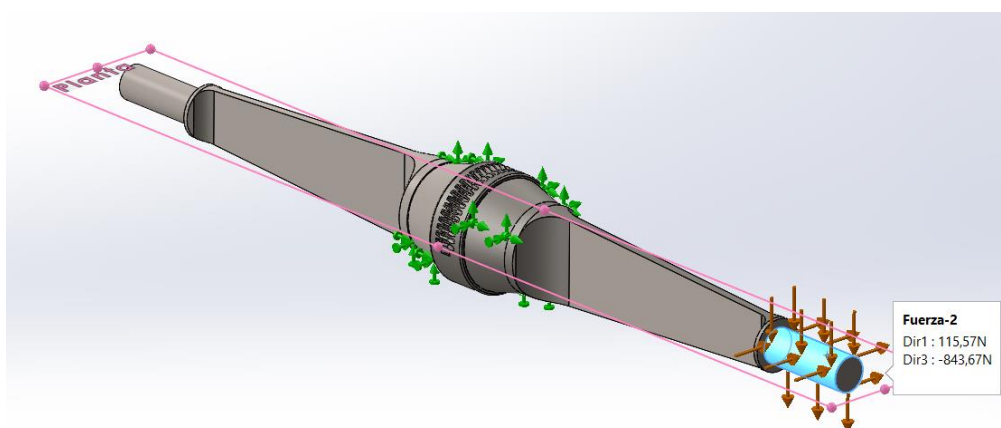


Figura 57: Carga externa en posición de máxima rigidez aportada por la barra estabilizadora

En el caso de estudio de posiciones intermedias, se mantendrá el mismo criterio de definición de fuerzas realizado en este último caso de posición de máxima rigidez, pero con el respectivo cambio de ángulo y módulo de fuerza de la barra actuadora.

7.3.5 Análisis de los resultados

Una vez definidos los parámetros previos a la simulación como son la selección del material empleado, el mallado del sólido y las condiciones de contorno, se continúa con la ejecución del estudio empleando un análisis estático realizado por el método de elementos finitos con la información descrita anteriormente. En este estudio, los resultados se centran en ver cuánto se desplaza de forma resultante la placas de la barra estabilizadora según la fuerza aplicada, para verificar que la rigidez aportada por esta sea la correcta.

Para la posición de mínima rigidez aportada por la barra estabilizadora, Figura 58, la simulación muestra que la flecha máxima producida es de 4,60 mm para una fuerza resultante de 155,80 N, por lo que la rigidez obtenida para la posición de mínima rigidez es de 33,87 N/mm. La rigidez estimada en el cálculo es de 33,77 N/mm, por lo que existe un margen pequeño de error de:

$$\% \text{ error} = \frac{33,87 - 33,77}{33,77} \cdot 100 = 0,30 \% \quad (59)$$

El error producido entre el valor simulado y el de cálculo es muy pequeño, pero en todo caso siempre debe ser superior la rigidez de simulación, debido a que en ningún caso el monoplaza debe balancear más de lo previsto, ya que se produciría una mayor variación de ángulo de caída al esperado, y podría producirse *camber* positivo en curva, el cual no es un comportamiento dinámico óptimo para el monoplaza.

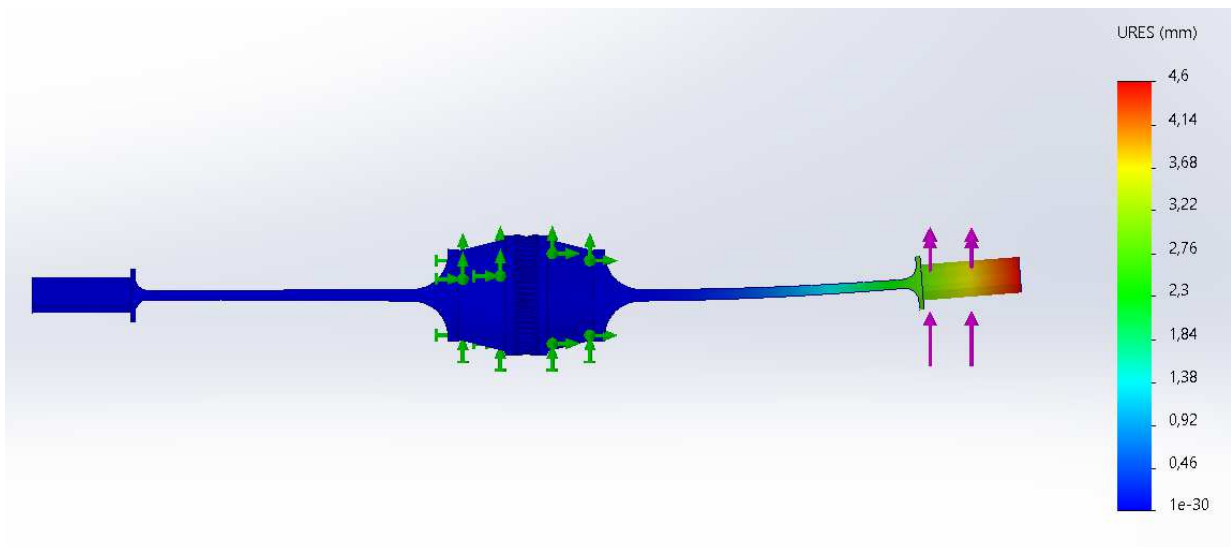


Figura 58: Simulación de las placas de la estabilizadora en posición de mínima rigidez aportada

Por otro lado, la posición de máxima rigidez aportada por la barra estabilizadora, Figura 59, se da cuando las placas de esta son giradas en 82° con respecto a la posición de mínima rigidez, la simulación muestra que la flecha máxima producida es de 3,60 mm para una fuerza resultante de 851,55 N, distribuida en

dos ejes a partir del ángulo de giro de las placas como se analiza en el anterior apartado, por lo que la rigidez obtenida para la posición de mínima rigidez es de 236,54 N/mm. Mientras que, la rigidez estimada en el cálculo es de 236,42 N/mm, por lo que el error en este caso es residual, debido a que se ha seleccionado la posición de la barra con respecto a la deformación que debía producirse al aplicar la fuerza conocida.

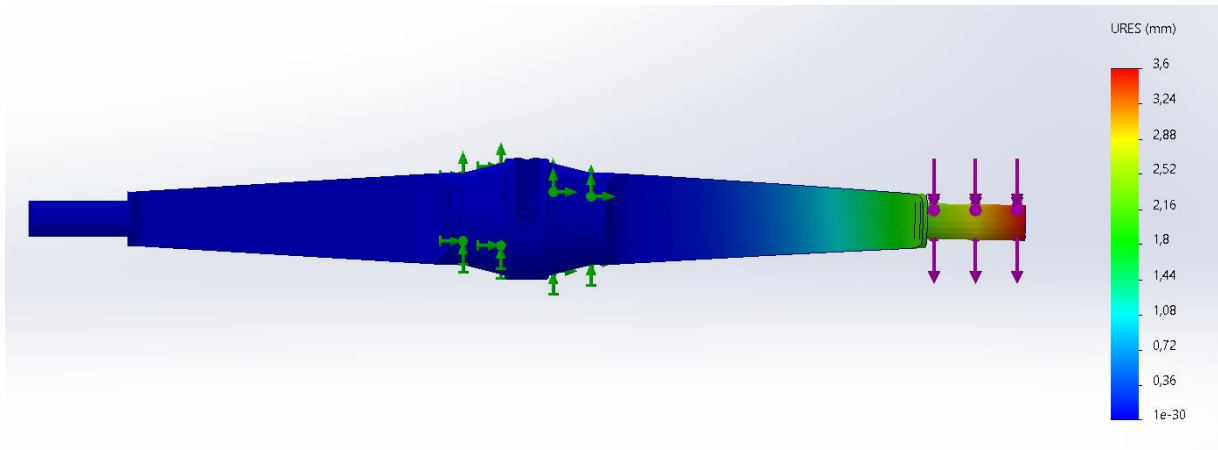


Figura 59: Simulación de las placas de la estabilizadora en posición de máxima rigidez aportada

Por último, se lleva a cabo la simulación para diferentes posiciones intermedias de la barra estabilizadora para obtener una gráfica que relacione la posición de la barra estabilizadora en grados de giro con respecto a la posición de mínima rigidez con respecto a la aceleración lateral producida en el monoplaza al tomar una curva.

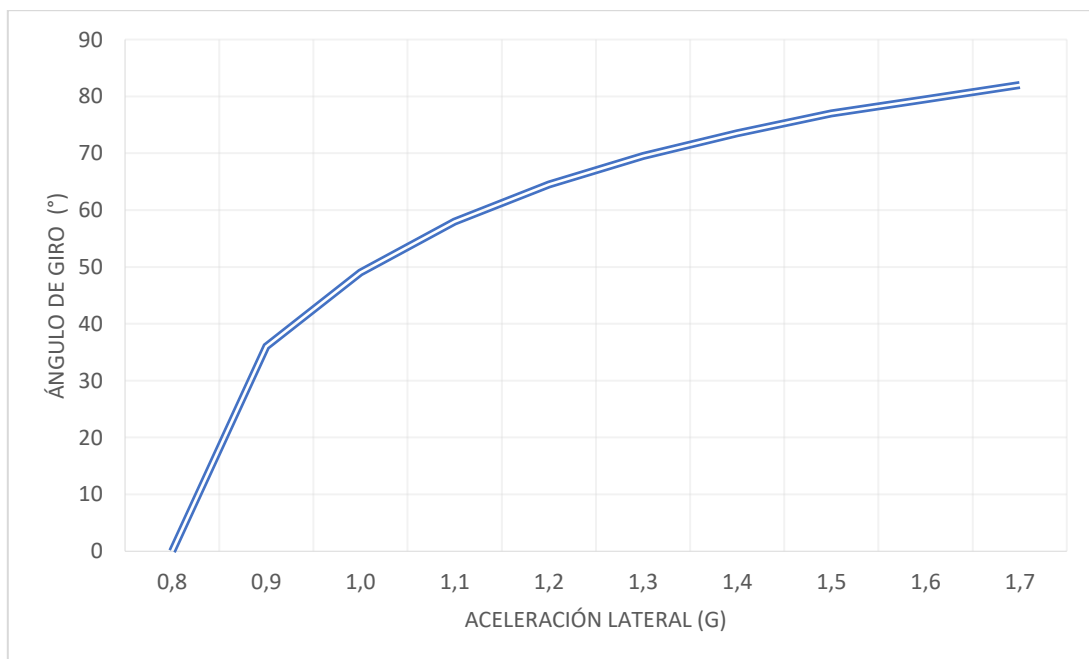


Figura 60: Gráfica de la posición de la ARB en grados de giro con respecto a la posición de mínima rigidez con respecto a la aceleración lateral de la curva

Como se puede observar en la Figura 60, no es una relación lineal, sino que la implementación de rigidez es mayor en los últimos grados de giro que en los primeros. Por lo que, en los primeros grados de giro, se tendrán que aumentar más grados para notar la influencia del cambio de rigidez, mientras que en los últimos grados de posición hay que ser mucho más preciso, ya que, un ligero cambio puede producir una gran variación de rigidez en el eje.

Dicha gráfica, se introduciría como dato a la centralita eléctrica, para que mandará la señal de variar la posición al motor eléctrico del conjunto, y así trabajar con rigideces óptimas de la barra estabilizadora a lo largo de todas las curvas del circuito. En el caso de curvas de menor valor a 0,8 g, se mantendría la posición de rigidez mínima, balanceando menos el coche de lo deseado.

8 CONCLUSIONES

La realización de un Trabajo de Fin de Grado de estas características ha supuesto a nivel personal un continuo aprendizaje a todos los niveles. La oportunidad de formar parte de un equipo como MART me ha introducido en una dinámica de trabajo como la que me puedo encontrar en el día de mañana, solucionando problemas de ingeniería para cumplir con las necesidades y los objetivos de todas las áreas que lo integran.

La experiencia de crear y desarrollar un monoplaza de competición tipo Formula Student es un reto en sí mismo, y permite desarrollar y aplicar los conocimientos técnicos adquiridos durante la formación del alumno a un caso real. Así mismo, me ha permitido ampliar los conocimientos técnicos a nivel automovilístico, así como en áreas de análisis estructural, diseño de piezas y análisis de modelos vehiculares mediante el uso de programas técnicos específicos.

El primer diseño de un monoplaza eléctrico que ha realizado MART en la temporada 23/24, implementando un sistema de propulsión eléctrico desde cero formado por un motor eléctrico, inversor y batería, ha supuesto un gran desafío para todas los departamentos que integra el equipo, incluyendo al departamento de suspensiones, dirección y frenos. Este ha logrado diseñar un nuevo sistema de suspensión que se adecúa de manera óptima a los requerimientos cinemáticos y dinámicos del monoplazas, a expensas de la instalación de un nuevo elemento elásticos como es la barra estabilizadora.

Como consecuencia, ha sido necesario evaluar de manera exhaustiva, la necesidad o no de implementar al sistema de suspensión una barra antibalanceo para conseguir mejores resultados dinámicos ante el paso del monoplaza por una curva, optimizando el balanceo del mismo.

Para evaluar la rigidez de los muelles en cada eje que proporciona una mejor frecuencia en marcha del monoplaza, así como la rigidez a balanceo que estos y los neumáticos aportan de cara a poder determinar la necesidad de implementar un barra estabilizadora, ha sido necesario desarrollar un modelo cuantitativo para lo cual ha sido de gran utilidad la flexibilidad que ofrece una hoja de cálculo como Excel.

Llevar a cabo tres tipos de diseños (rigidez fija, regulable y activa), ha permitido comprender las ventajas y desventajas que ofrecen cada uno de los diferentes diseños. Además, de los diferentes requisitos para llevar a cabo el diseño de cada uno, y los métodos de cálculo de la rigidez a aportar por las diferentes barras estabilizadoras en cada caso.

Finalmente, el uso de un software de análisis estructural mediante el método de elementos finitos como *SolidWorks Simulation*, ha permitido estudiar las deformaciones en la barra estabilizadora bajo diferentes

situaciones de carga, dependiendo del tipo de curva a tomar. Analizándose la posición óptima de la barra estabilizadora a partir de la aceleración lateral producida en el monoplaza al tomar la curva. En la que la rigidez aportada por la barra antibalanceo provoca que, en cada vértice de la curva, el neumático se encuentre en posición de máxima adherencia al estar toda la huella de este en contacto con el asfalto, y poder tomar así la curva a la mayor velocidad permitida por el monoplaza.

Así, este proyecto ha permitido desarrollar una metodología para el diseño y análisis de dispositivos de control del balanceo del monoplaza, pudiendo ser aplicada para el análisis de otros elementos de la suspensión, así como otros mecanismos de control del balanceo.

9 LÍNEAS FUTURAS

En base a lo estudiado en el proyecto, se exponen, a continuación, una serie de propuestas para continuar desarrollando el tema investigado, así como propuestas de mejora a largo plazo para el análisis de la dinámica del monoplaza al tomar una curva.

En primer lugar, este proyecto se ha realizado paralelamente con la fabricación del monoplaza MA24RT. Por lo que, el MA23RT ha sido utilizado de referencia para el diseño, fabricación y montaje de los elementos elásticos de la suspensión: muelles y barra estabilizadora.

A corto plazo, se plantea poner a prueba el desarrollo realizado en este Trabajo Fin de Grado y llevar a cabo la fabricación e implementación de la barra estabilizadora al MA24RT. Se ha decidido introducir una barra estabilizadora regulable, debido a que la barra estabilizadora activa necesita ser controlada para ser un elemento elástico efectivo y, dicho control necesita un estudio digno de realizar en otro proyecto de fin de grado. Por otro lado, se plantea el estudio del comportamiento dinámico en curva del monoplaza en pista para analizar que configuración de la barra estabilizadora proporciona una mejor respuesta a balanceo y dinámica en el vehículo. Además, es muy probable que ciertos parámetros como las masas, la posición del centro de gravedad o la posición en estático de los centros de balanceo cambien en la realidad con respecto al diseño. Por tanto, los cálculos variarán de la respuesta real del monoplaza y, en tal caso, es necesario reconfigurar, no solo la rigidez aportada por la barra estabilizadora, sino quizás también la rigidez de los muelles en cada eje.

Finalmente, a largo plazo, una vez asentadas las bases de funcionamiento de la barra estabilizadora y los criterios que deben considerarse para su diseño, se propone la optimización del mismo de cara a conseguir un rango más amplio de rigideces para poder así, obtener una mayor flexibilidad en el montaje, pudiéndose adaptar mejor a los requisitos del piloto y del reglaje final del monoplaza.

10 BIBLIOGRAFÍA

Documentos escritos

- [1] López Casillas, A. (2008). *Máquinas, Cálculos de Taller*.
- [2] Milliken, W. F., & Milliken, D. L. (1994). *Race Car Vehicle Dynamics*.
- [3] Rouelle, C. (2007). *Race Car Engineering & Data acquisition. Seminar OPTIMUM G*.
- [4] Seward, D. (2014). *Race Car Design*.
- [5] Smith, C. (1978). *Tune to Win: The Art and Science of Race Car Development and Tuning*.

Manuales/Catálogos

- [6] FSAE. (2024). *Formula Student Rules*.
- [7] ODrive, R. (2024). *ODrive Dual Shaft Motor - D5065 270kv*. Obtenido de <https://shop.odriverobotics.com/products/odrive-custom-motor-d5065>
- [8] *SolidWorks Simulation Student Guide*. (2022).

Proyectos de investigación e informes

- [9] Fernández, G. O. (2015). *Diseño del sistema muelle-amortiguador para vehículo de Formula Student*.
- [10] Giaraffa, M. (2017). *Optimum G Tech Tip: Springs and Dampers*.
- [11] Ibáñez Vaquero, G. (Septiembre de 2019). *Análisis de la barra estabilizadora de la suspensión de un vehículo tipo Formula Student*.
- [12] Rajeev, N. (Marzo de 2019). *Natural Frequency, Ride Frequency and their Influence in Suspension System Design*. Obtenido de <https://www.ijera.com/papers/vol9no3/Series-3/K0903036064%20.pdf>

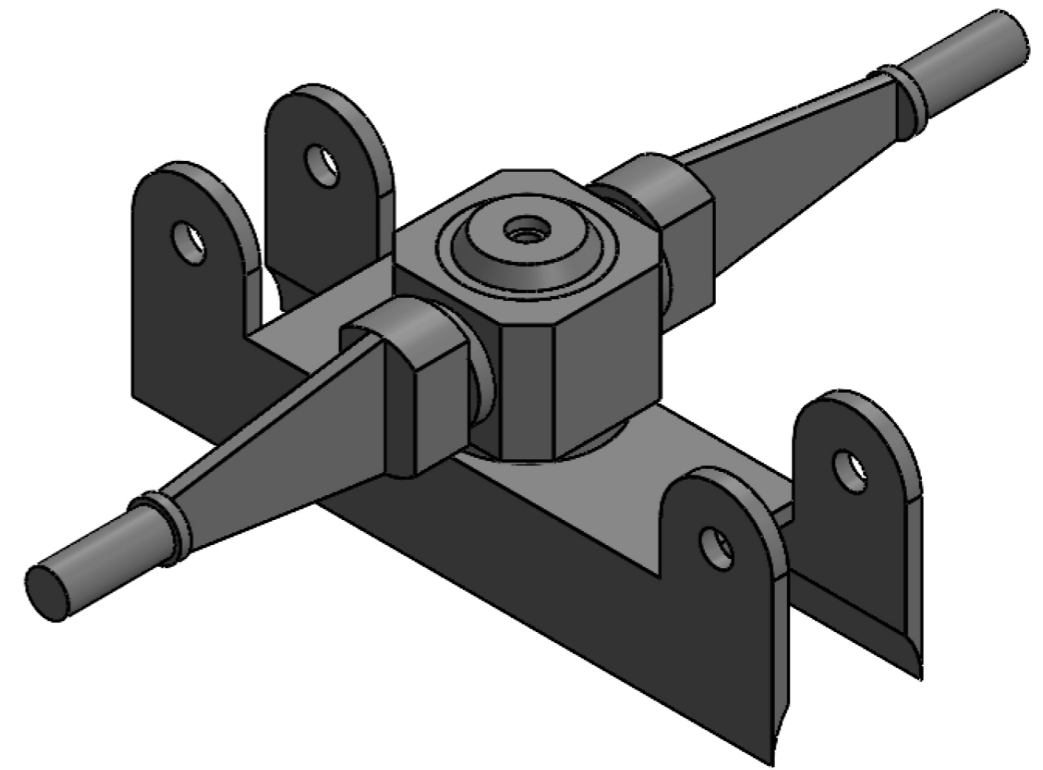
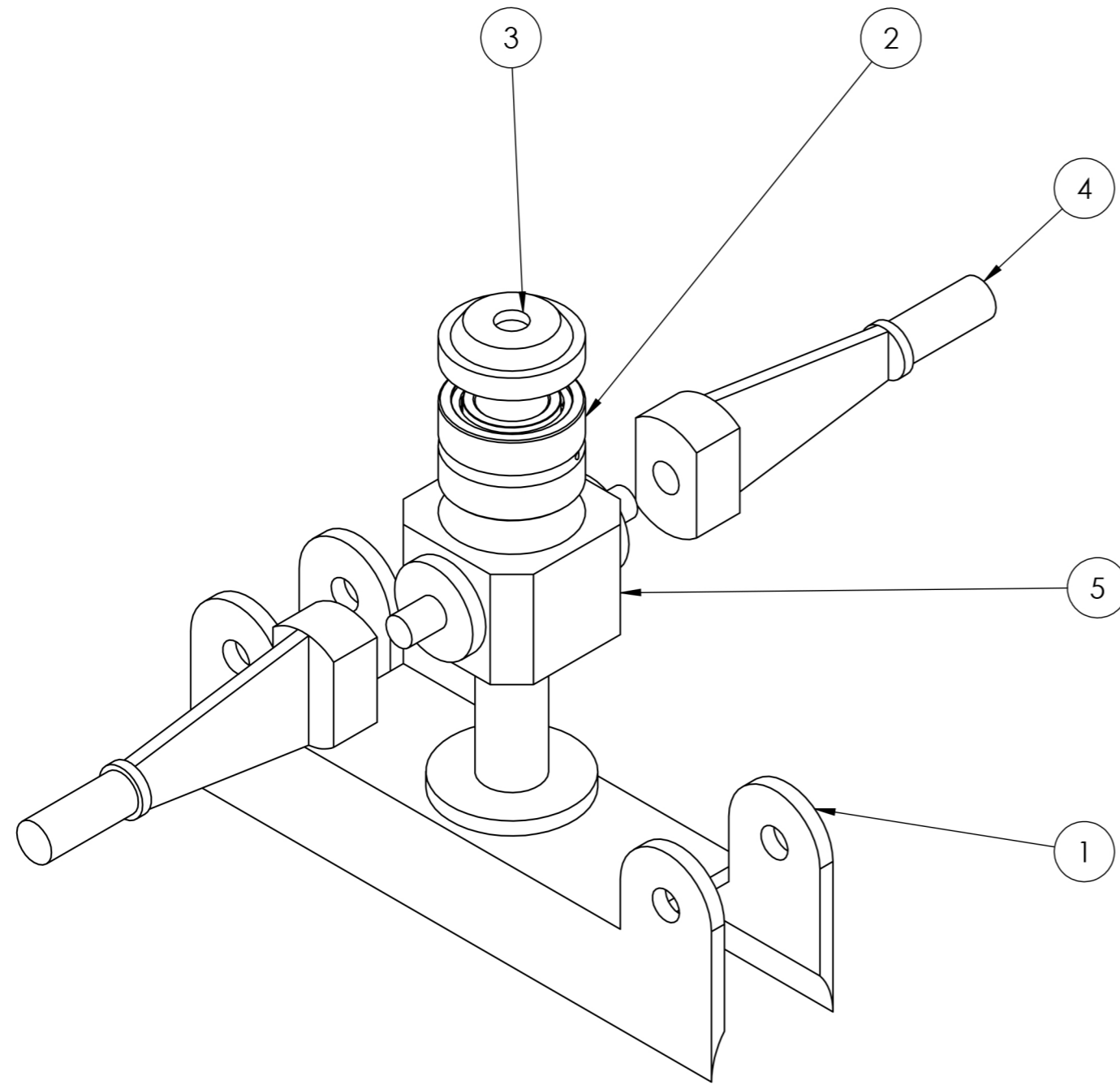
Páginas Web

- [13] *Efecto de balanceo y del eje de balanceo en la adherencia*. (2007). Obtenido de <https://www.km77.com/tecnica/bastidor/balanceo/t01.asp>

- [14] FSAE. (2017). *History of Formula SAE*. Obtenido de <https://www.fsaonline.com/page.aspx?pageid=c4c5195a-60c0-46aa-acbf-2958ef545b72>
- [15] García Velasco, C. (2017). *ZonaGravedad*. Obtenido de <https://www.zonagravedad.com/modules.php?name=News&file=article&sid=760>
- [16] Hernández, D. (2015). *Apuntes caseros de Ingeniería Técnica Industrial*. Obtenido de <https://dhernaez73.wordpress.com/2015/08/16/fuerzas-en-engranajes-sinfin-corona-ii/>
- [17] *Roll Stabilizers*. (2019). Obtenido de https://www.formula1-dictionary.net/roll_stabilizers.html
- [18] Suspension, S. (2018). *Anti Roll Bars*. Obtenido de <https://suspensionsecrets.co.uk/anti-roll-bars-2/>
- [19] Suspension, S. (2018). *Roll Centre and Roll Moment*. Obtenido de <https://suspensionsecrets.co.uk/roll-centre-and-roll-moment/>
- [20] *Tecnología del Automóvil*. (2024). Obtenido de <https://www.tecnologia-automovil.com/barra-estabilizadora-activa/>

ANEXO: PLANOS

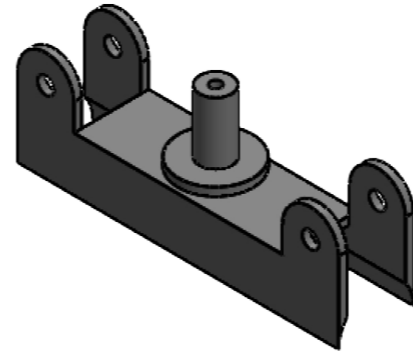
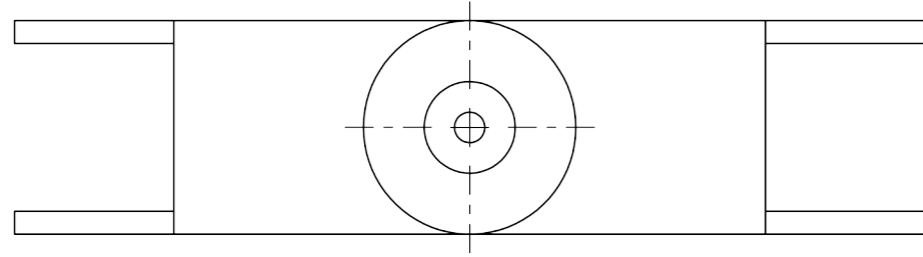
1.	Ensamblaje de la barra estabilizadora de rigidez fija	1
2.	Piezas 1-2-3-4-5 de la barra estabilizadora de rigidez fija.....	2
3.	Ensamblaje de la barra estabilizadora de rigidez regulable	3
4.	Piezas 1-2-4-5-6-7 de la barra estabilizadora de rigidez regulable	4
5.	Piezas 3-8 de la barra estabilizadora de rigidez regulable	5
6.	Ensamblaje de la barra estabilizadora de rigidez activa.....	6
7.	Piezas 1-2-5-7 de la barra estabilizadora de rigidez activa	7
8.	Piezas 3-4-6-8-10-12 de la barra estabilizadora de rigidez activa.....	8
9.	Piezas 9-11 de la barra estabilizadora de rigidez activa	9



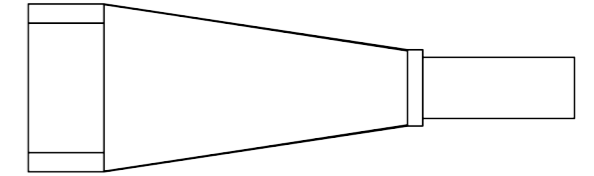
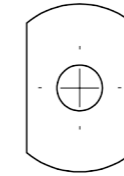
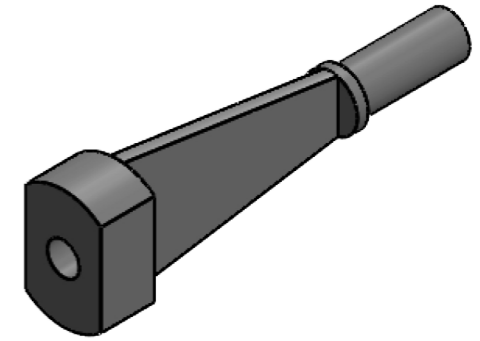
N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	CANTIDAD
1	Base	1
2	Rodamiento	1
3	Tapa Superior	1
4	Palas	2
5	Soporte Central	1

ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES		 UNIVERSIDAD DE MURCIA uma.es		Diseño de una barra estabilizadora para un Formula Student	
NOMBRE: Jesús Barea Alcaide		FECHA: Octubre 2024		TÍTULO: Barra estabilizadora fija	
DIBUJ.:		APROB.:		N.º DE DIBUJO: Ensamblaje	
CALID.:		FIRMA: Jesús Barea Alcaide <small>Firmado digitalmente por Jesús Barea Alcaide Fecha: 2024.10.07 12:29:10 +02'00'</small>		A3	
PESO:		ESCALA: 1:1		HOJA 1 DE 2	

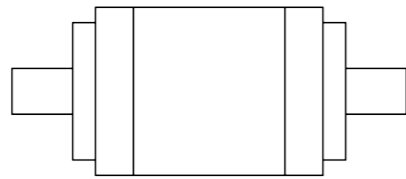
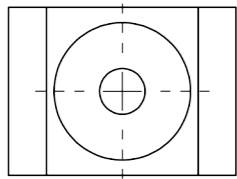
1



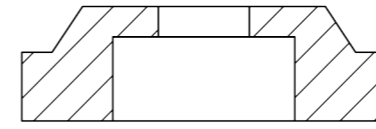
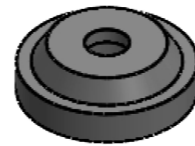
4



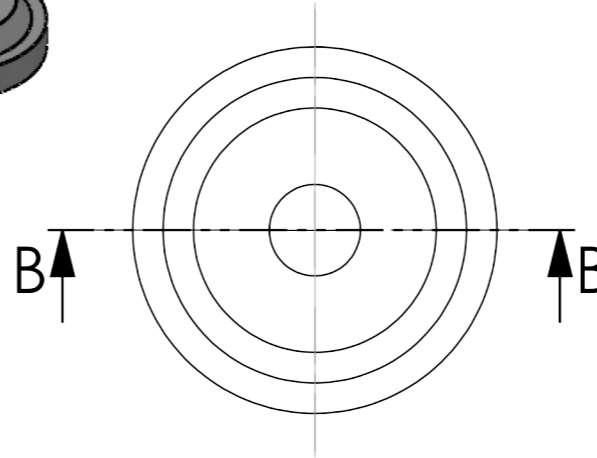
5



3
Escala 2:1

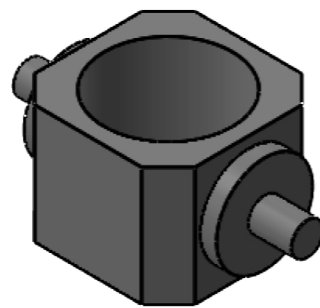
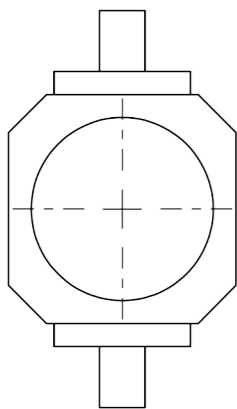
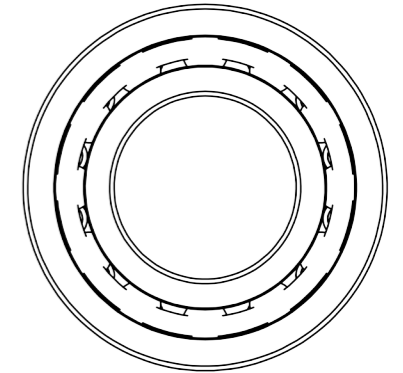
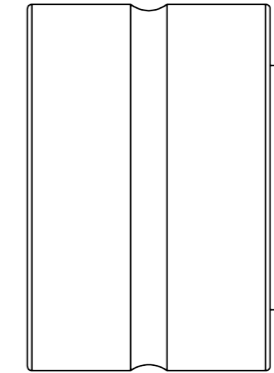


SECCIÓN B-B

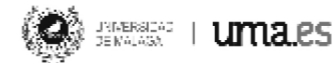


2

Escala 2:1

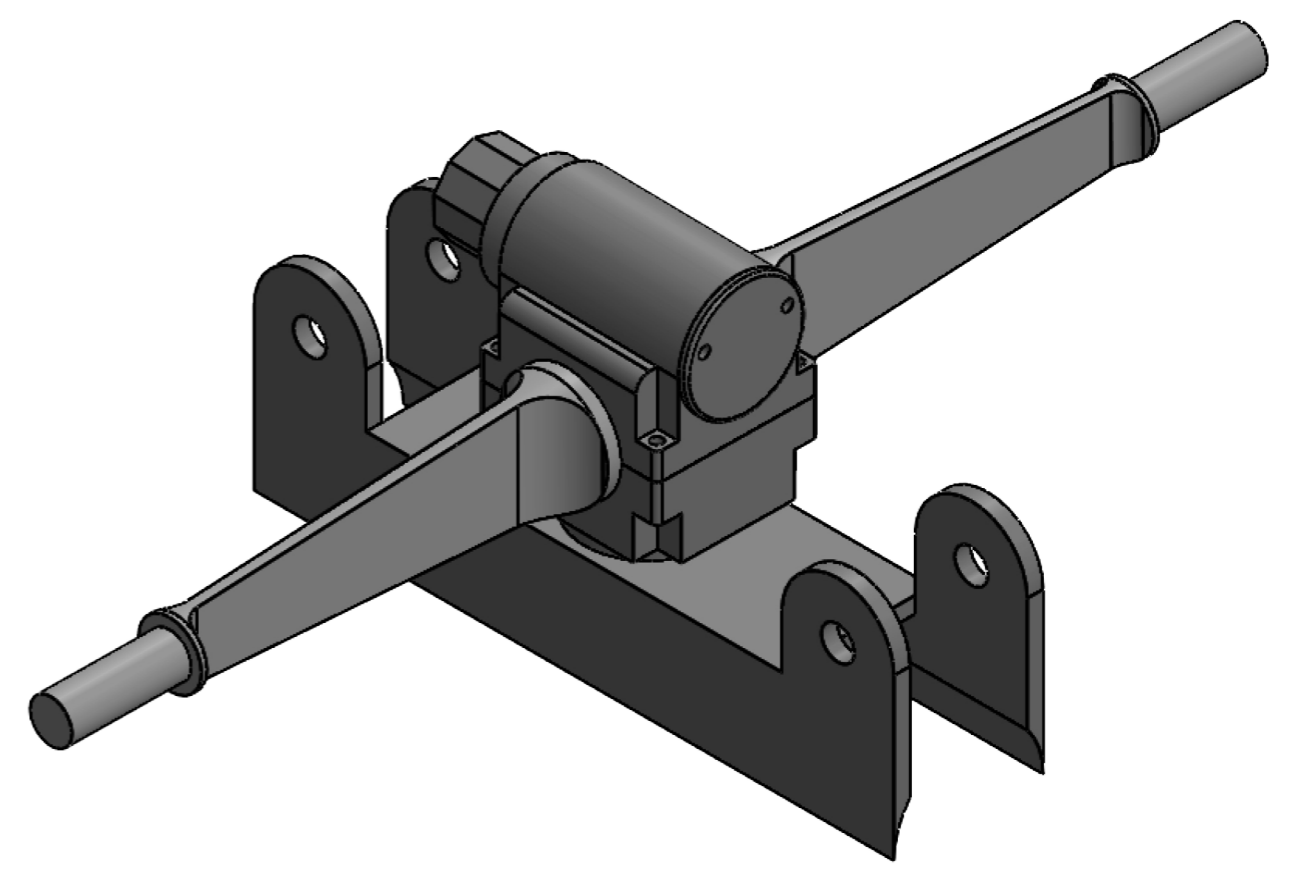
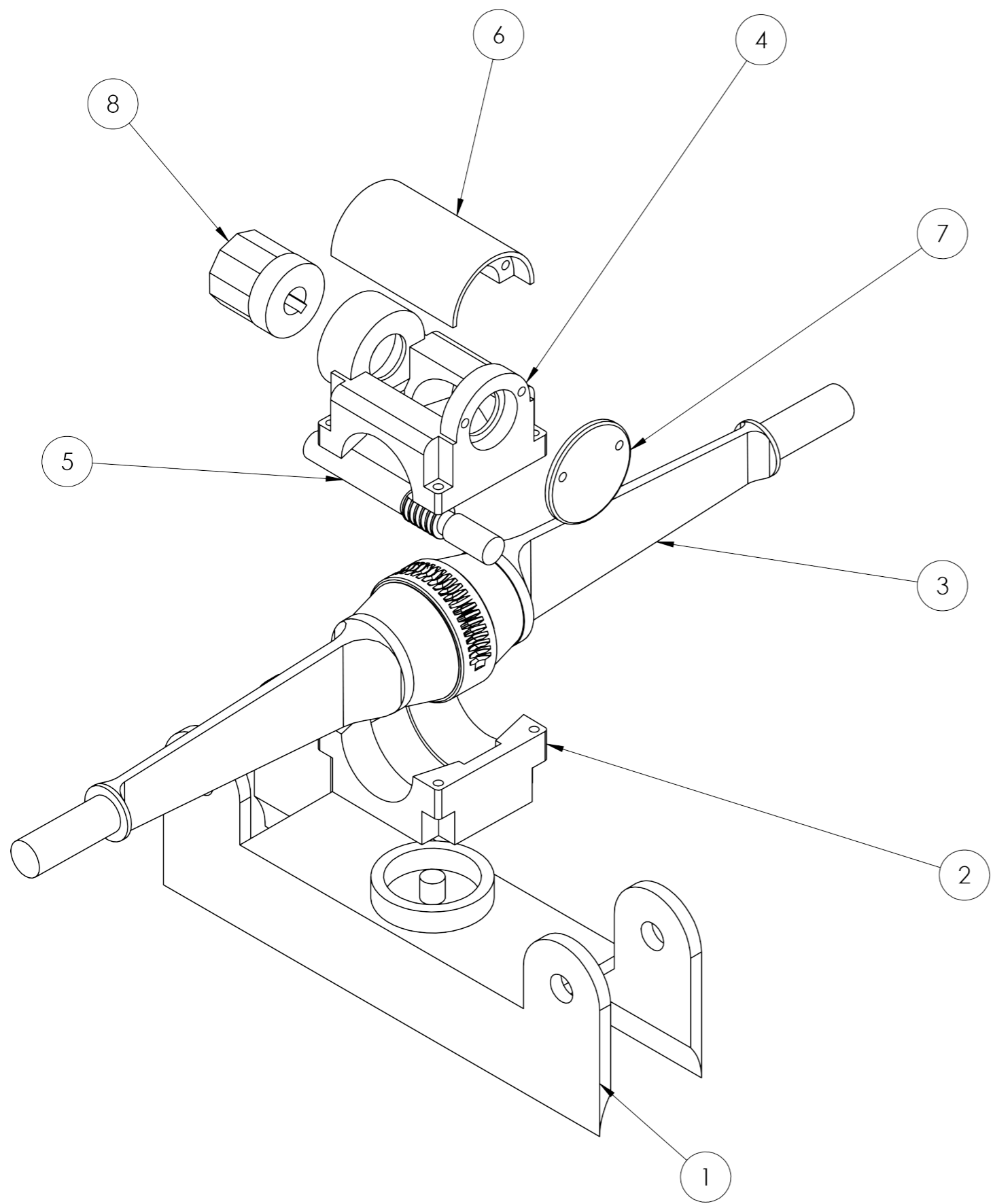


ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES



Diseño de una barra estabilizadora para un Formula Student

NOMBRE	FECHA	TÍTULO:
Jesús Barea Alcaide	Octubre 2024	Barra estabilizadora fija
APROB.		
CALID.	FIRMA	N.º DE DIBUJO
	Jesús Barea Alcaide	Piezas 1-2-3-4-5
	Firmado digitalmente por Jesús Barea Alcaide Fecha: 2024.10.07 12:29:26 +02'00'	A3
	PESO:	ESCALA:1:1
		HOJA 2 DE 2



N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	CANTIDAD
1	Base	1
2	Soporte Inferior	1
3	Placas	1
4	Soporte Superior	1
5	Tornillo Sin Fin	1
6	Tapa Superior	1
7	Tapa Lateral	1
8	RoscaGiro-AntirollBarVariable2	1

ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES		 UNIVERSIDAD DE MALAGA uma.es		Diseño de una barra estabilizadora para un Formula Student	
NOMBRE: Jesús Barea Alcaide		FECHA: Octubre 2024		TÍTULO: Barra estabilizadora regulable	
DIBUJ.:		APROB.:		N.º DE DIBUJO: Ensamblaje	
CALID.:		FIRMA: Jesús Barea Alcaide <small>Firmado digitalmente por Jesús Barea Alcaide Fecha: 2024.10.07 12:29:42 +02'00'</small>		ESCALA: 1:2	
PESO:		ESCALA: 1:2		HOJA 1 DE 3	

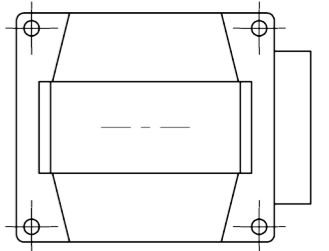
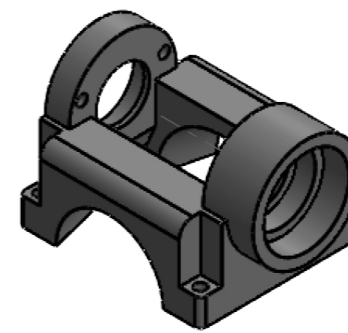
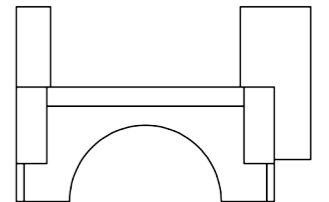
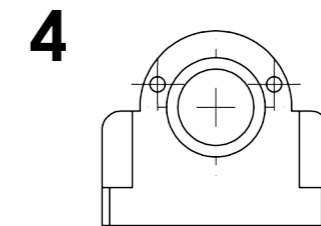
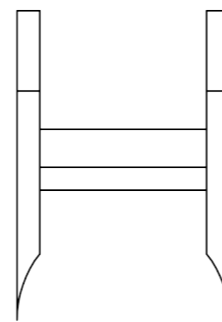
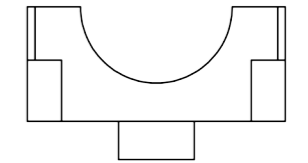
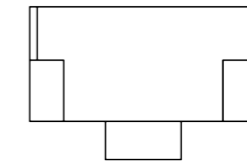
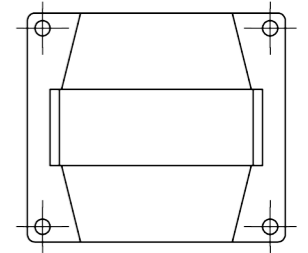
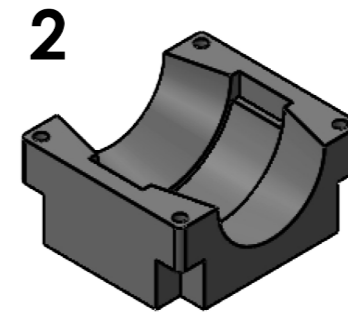
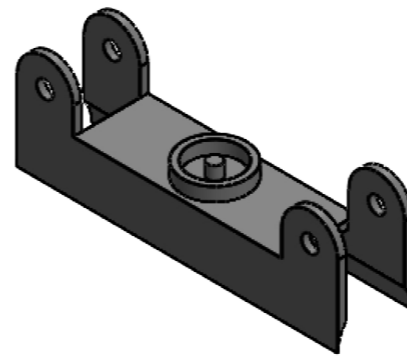
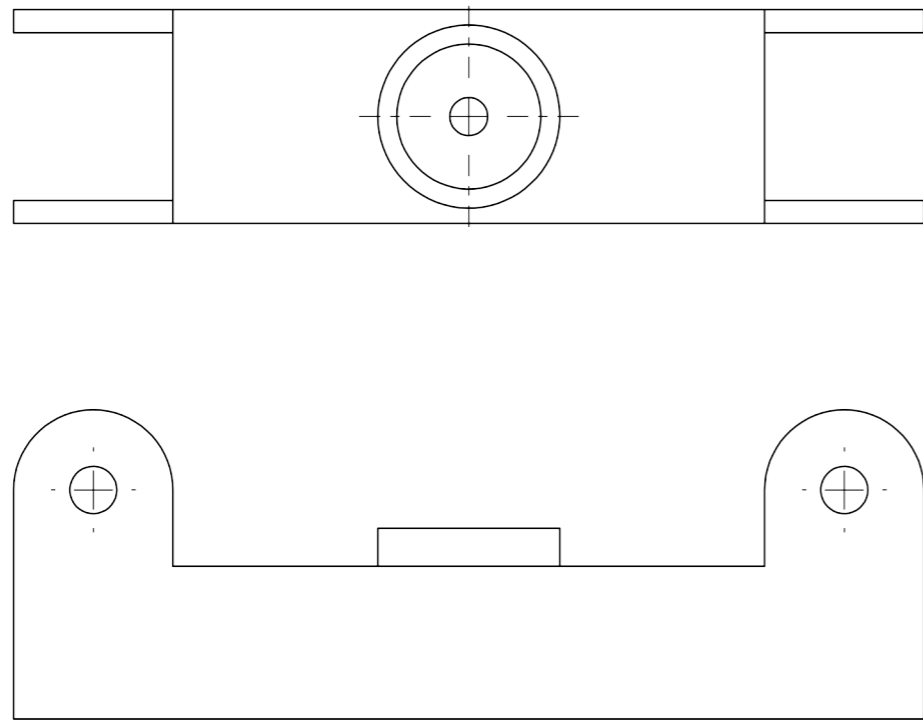
8 7 6 5 4 3 2 1

F E D C B A

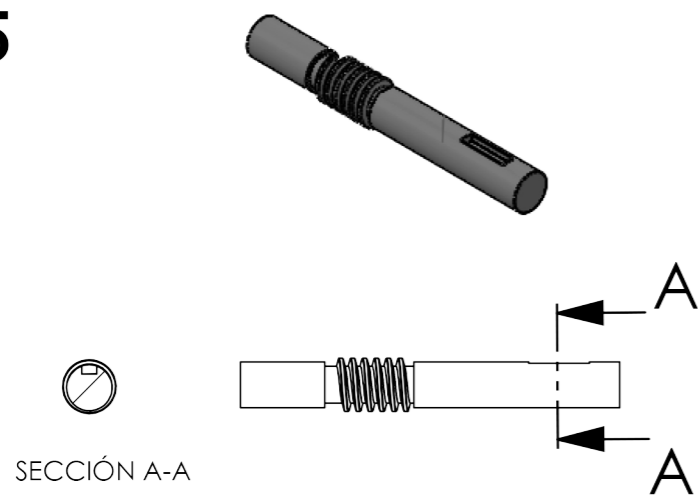
8 7 6 5 4 3 2 1

F E D C B A

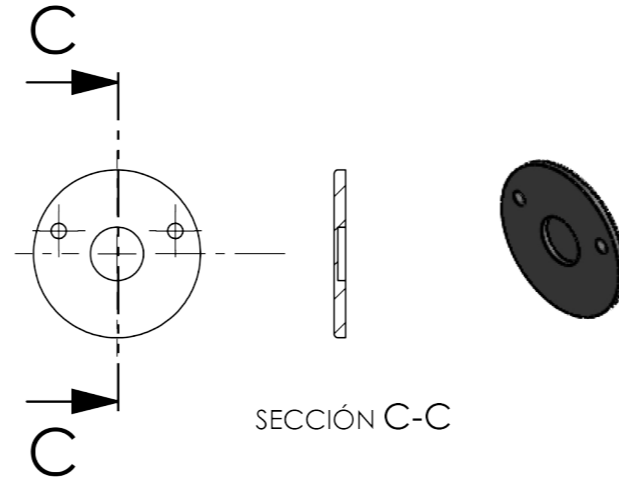
1
Escala 1:2



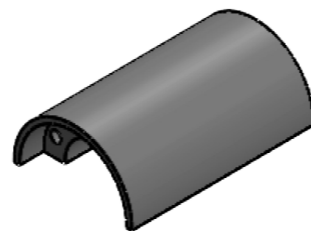
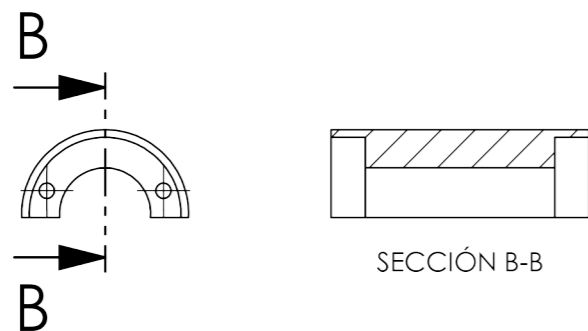
5



7

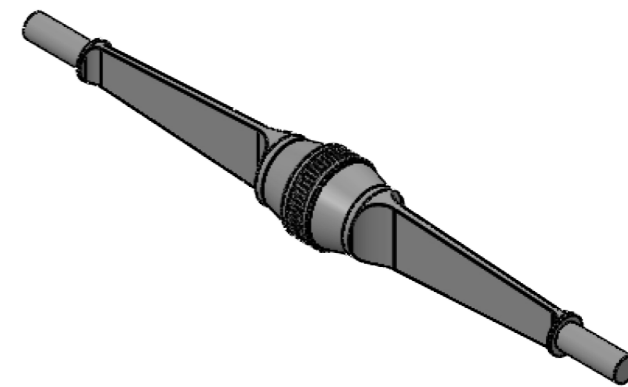
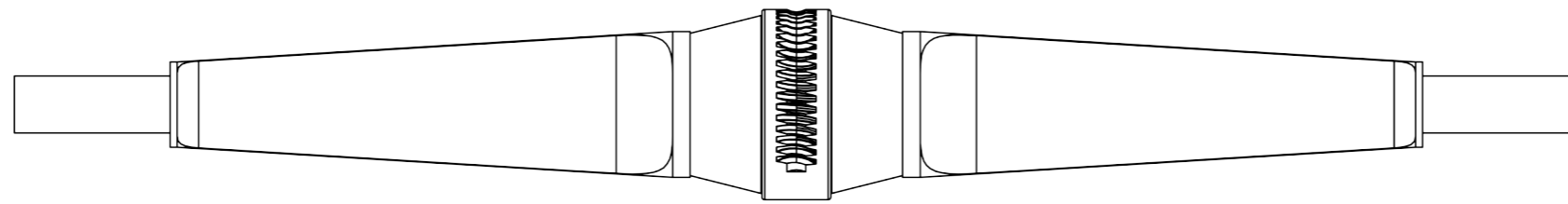
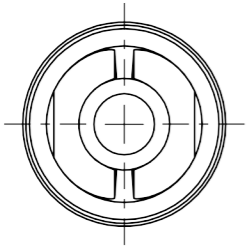


6

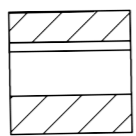
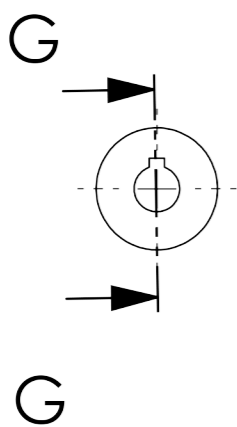


ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES		uma.es		Diseño de una barra estabilizadora para un Formula Student	
NOMBRE: Jesús Barea Alcaide		FECHA: Octubre 2024		TÍTULO: Barra estabilizadora regulable	
DIBUJ.:		APROB.:		N.º DE DIBUJO: Piezas 1-2-4-5-6-7	
CALID.:		FIRMA: Jesús Barea Alcaide <small>Firmado digitalmente por Jesús Barea Alcaide Fecha: 2024.10.07 12:29:59 +02'00'</small>		A3	
PESO:		ESCALA: 1:1		HOJA 2 DE 3	

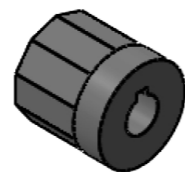
3



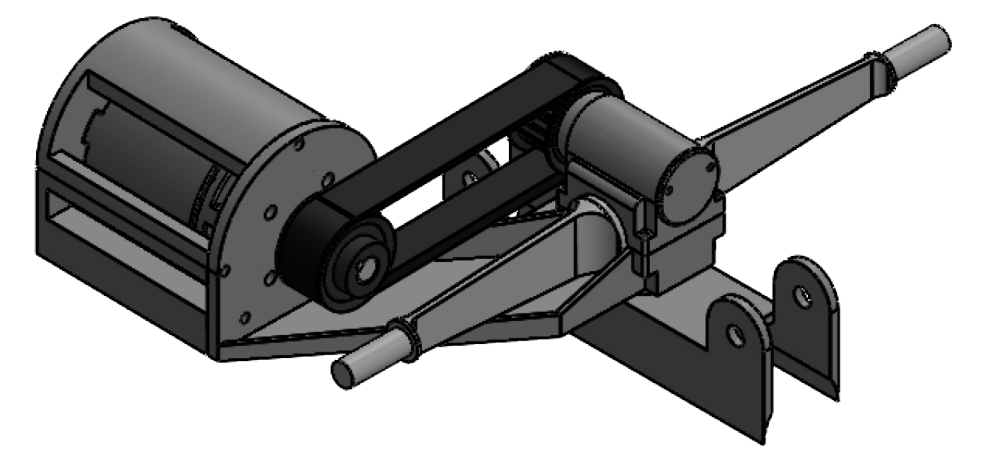
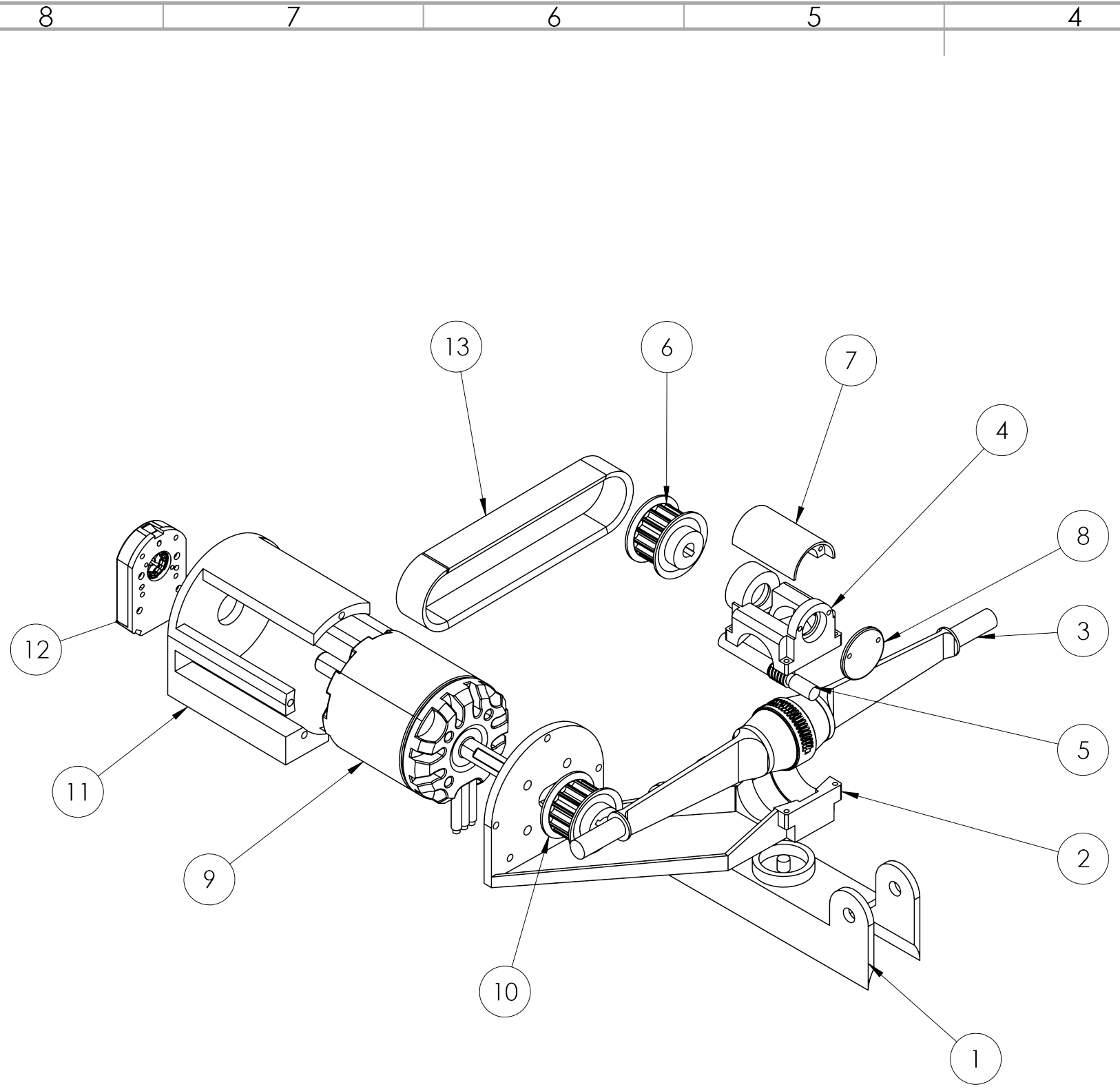
8



SECCIÓN G-G



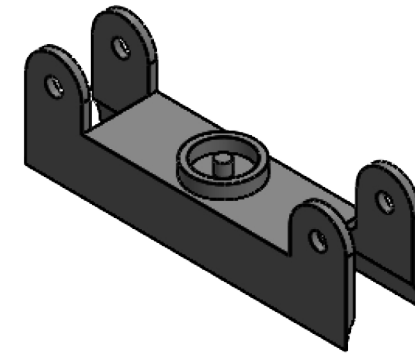
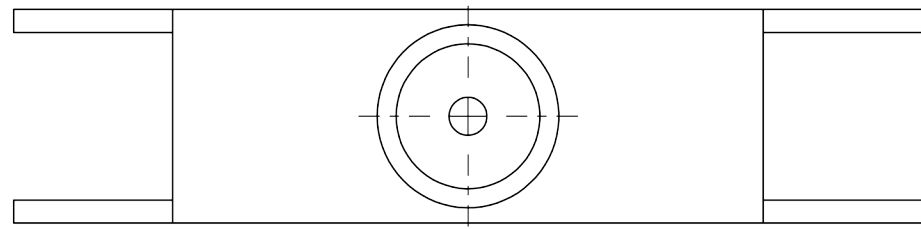
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES				Diseño de una barra estabilizadora para un Formula Student	
DIBUJ.	Jesús Barea Alcaide	FECHA	Octubre 2024	TÍTULO: Barra estabilizadora regulable	
APROB.					
CALID.		FIRMA	Jesús Barea Alcaide <small>Firmado digitalmente por Jesús Barea Alcaide Fecha: 2024.10.07 12:30:19 +0200</small>	N.º DE DIBUJO	A3
		PESO:		ESCALA:1:2	HOJA 3 DE 3



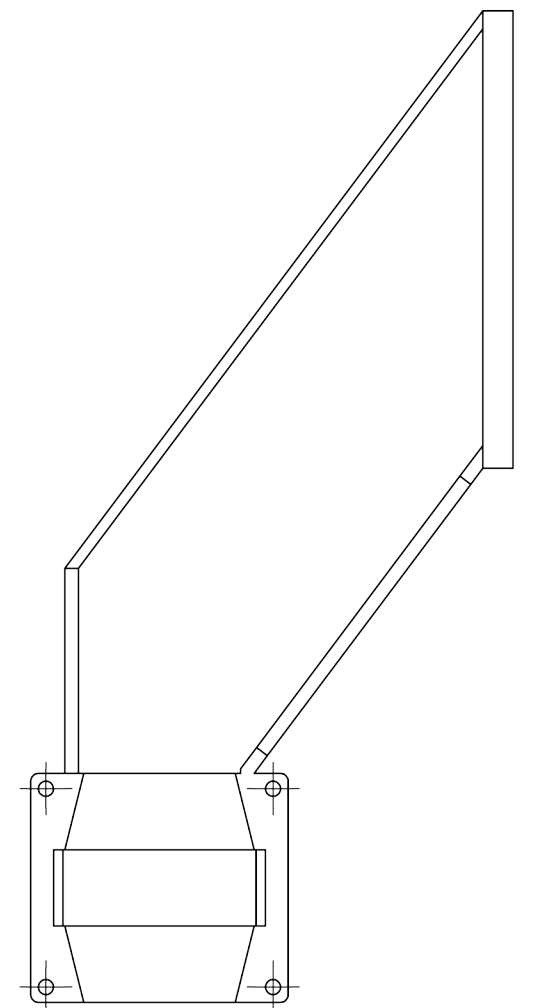
N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	CANTIDAD
1	Base	1
2	Soporte Inferior	1
3	Placas	1
4	Soporte Superior	1
5	Tornillo Sin Fin	1
6	Polea del Tornillo Sin Fin	1
7	Tapa Superior	1
8	Tapa Lateral	1
9	ODrive Dual Shaft Motor - D5065 270KV	1
10	Polea del Motor Eléctrico	1
11	Tapa Motor	1
12	Encoder	1
13	Correa	1

ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES		 uma.es		Diseño de una barra estabilizadora para un Formula Student	
NOMBRE: Jesús Barea Alcaide		FECHA: Octubre 2024		TÍTULO: Barra estabilizadora activa	
DIBUJ.:		APROB.:		N.º DE DIBUJO:	
CALID.:		FIRMA: Jesús Barea Alcaide <small>Firmado digitalmente por Jesús Barea Alcaide Fecha: 2024.10.07 12:30:33 +02'00'</small>		Ensamblaje	
PESO:		ESCALA: 1:2		HOJA 1 DE 4	

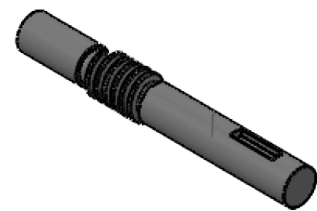
1



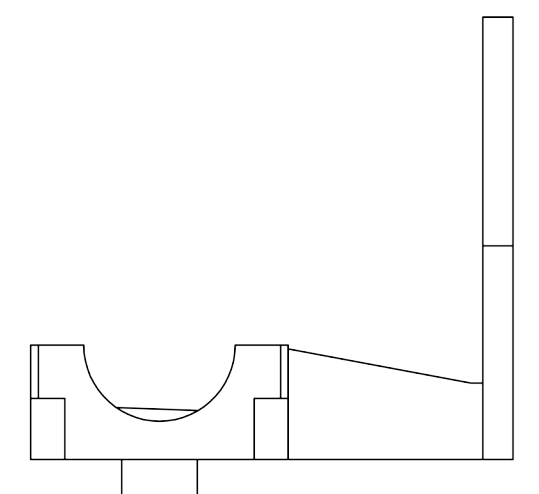
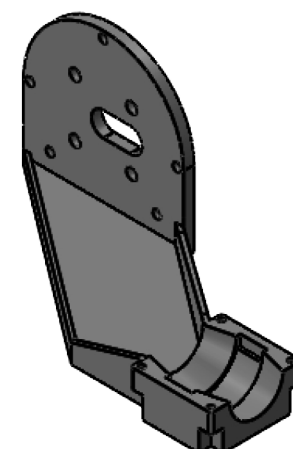
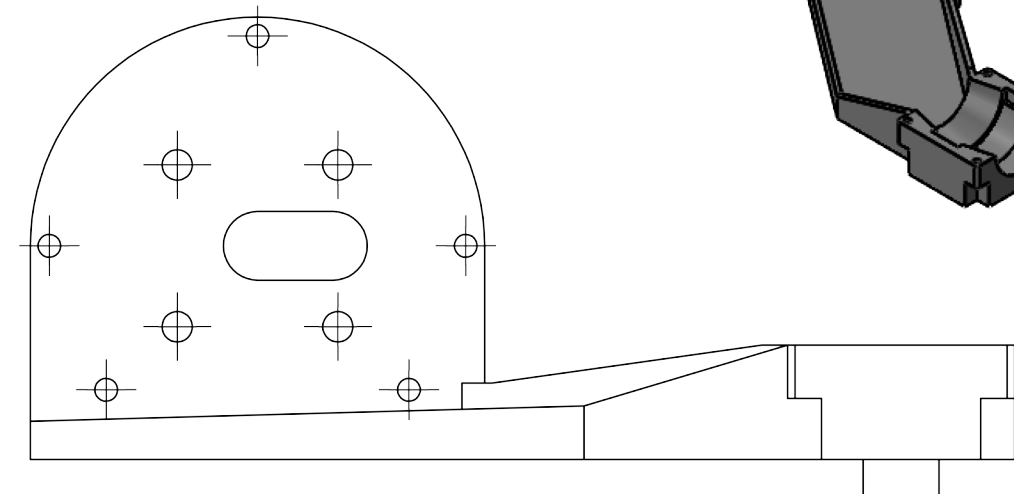
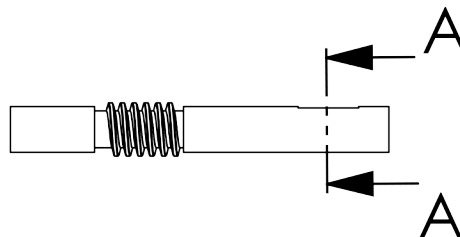
2



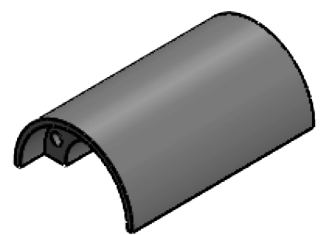
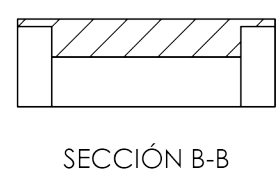
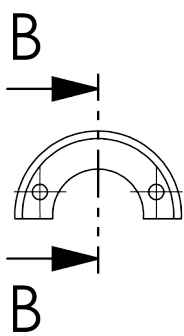
5



SECCIÓN A-A



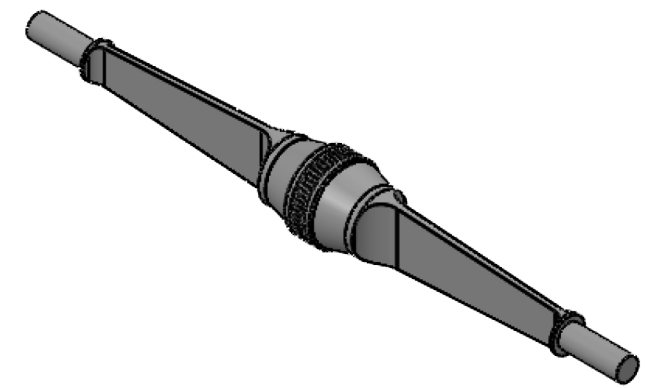
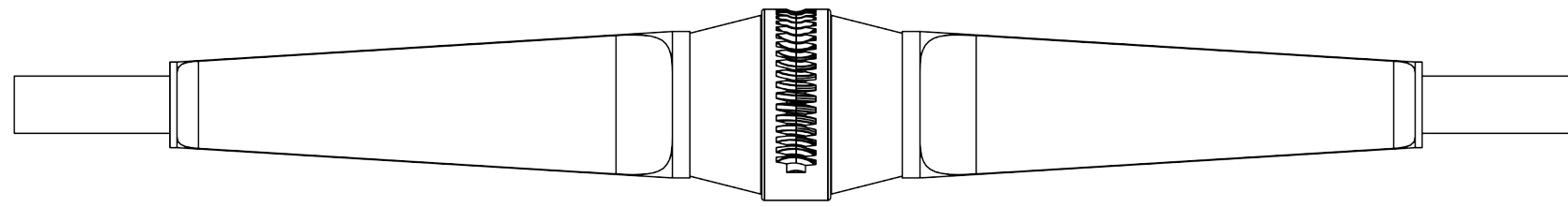
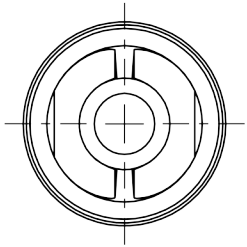
7



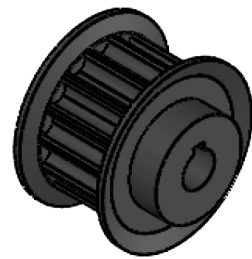
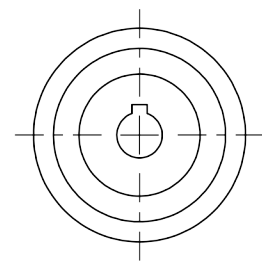
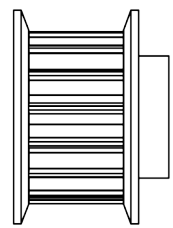
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES		 UNIVERSIDAD DE MALAGA uma.es		Diseño de una barra estabilizadora para un Formula Student	
NOMBRE Jesús Barea Alcaide		FECHA Octubre 2024		TÍTULO: Barra estabilizadora activa	
DIBUJ. Jesús Barea Alcaide		APROB.		N.º DE DIBUJO Piezas 1-2-5-7	
CALID.		FIRMA Jesús Barea Alcaide		ESCALA: 1:1	
PESO:		Firmado digitalmente por Jesús Barea Alcaide Fecha: 2024.10.07 12:30:49 +02'00'		HOJA 2 DE 4	

A3

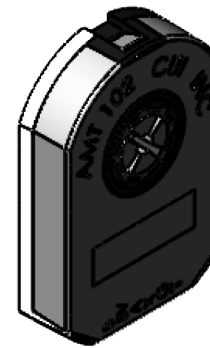
3



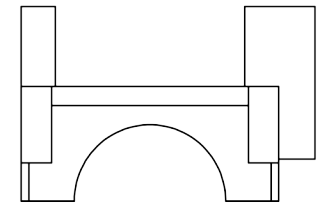
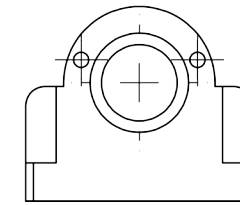
6



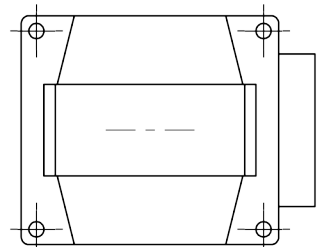
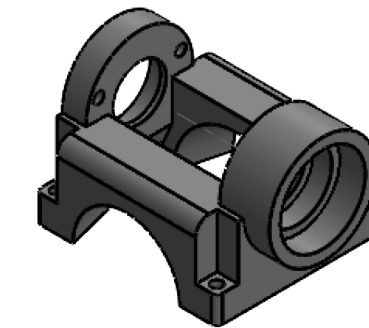
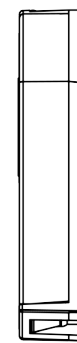
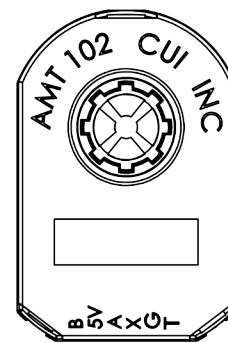
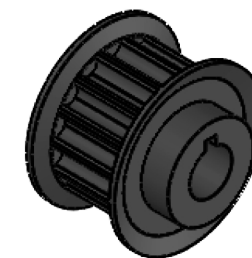
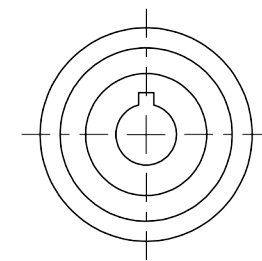
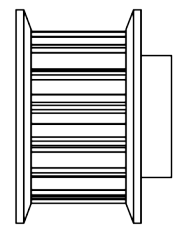
12



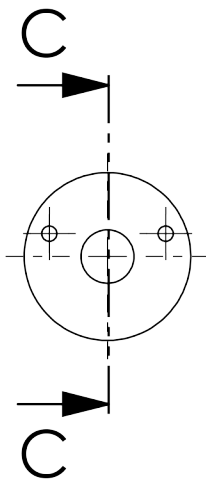
4



10



8

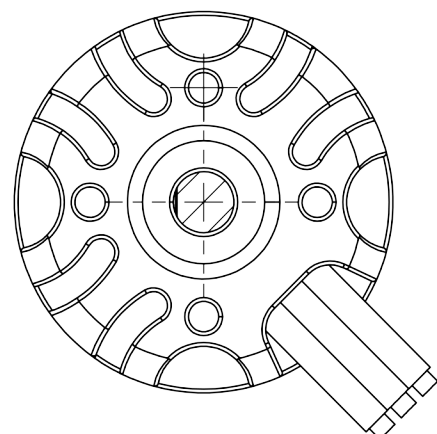


SECCIÓN C-C

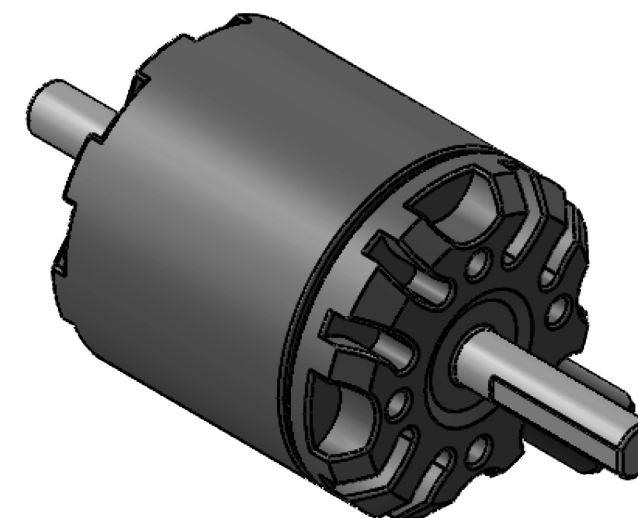
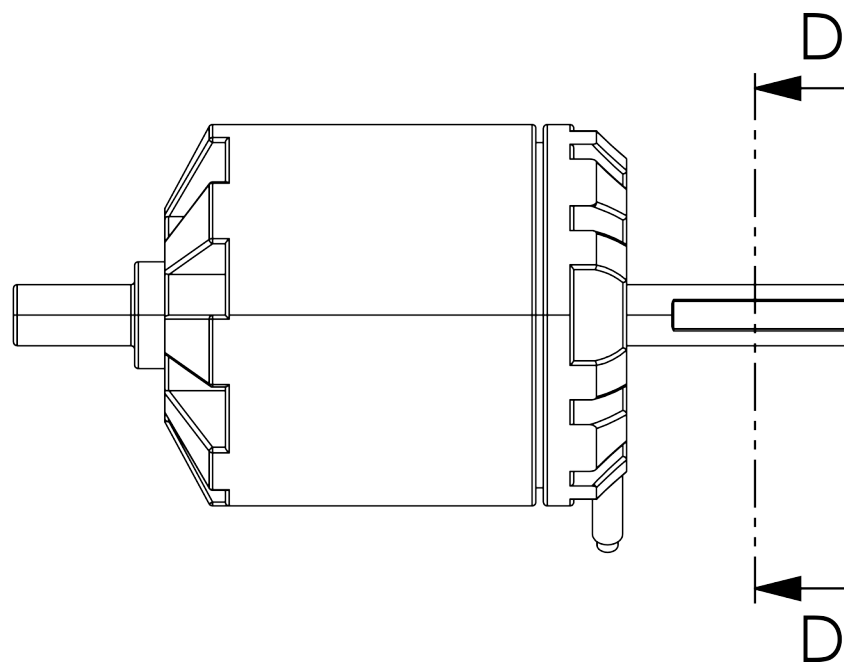


ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES		 uma.es		Diseño de una barra estabilizadora para un Formula Student	
NOMBRE: Jesús Barea Alcaide		FECHA: Octubre 2024		TÍTULO: Barra estabilizadora activa	
DIBUJ.:		APROB.:		N.º DE DIBUJO: Piezas 3-4-6-8-10-12	
CALID.:		FIRMA: Jesús Barea Alcaide <small>Firmado digitalmente por Jesús Barea Alcaide Fecha: 2024.10.07 12:31:07 +02'00'</small>		ESCALA: 1:2	
PESO:		HOJA 3 DE 4		A3	

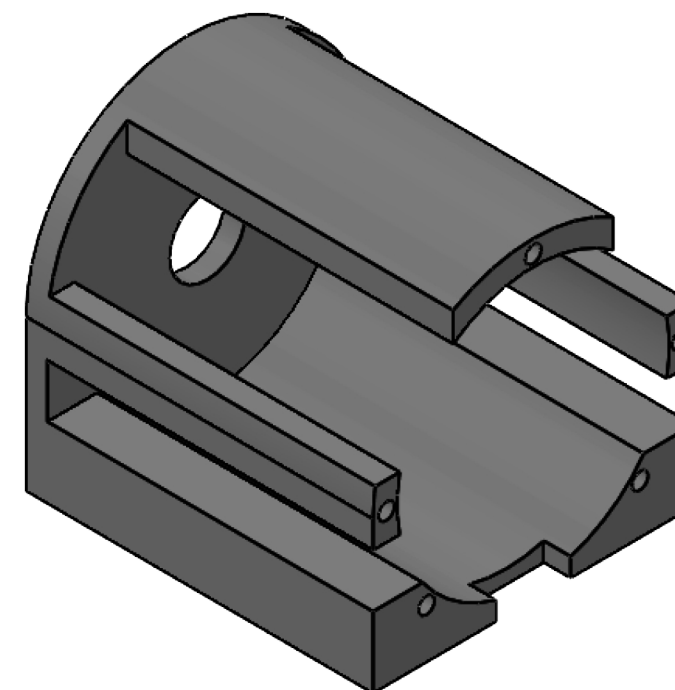
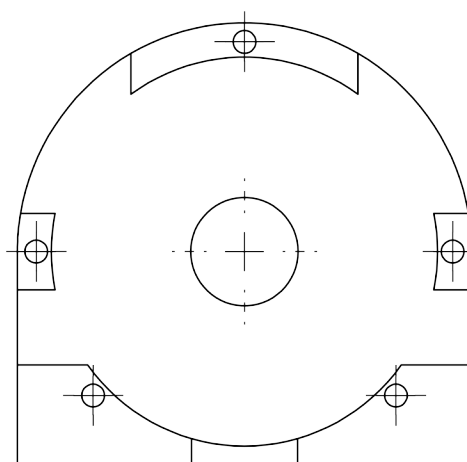
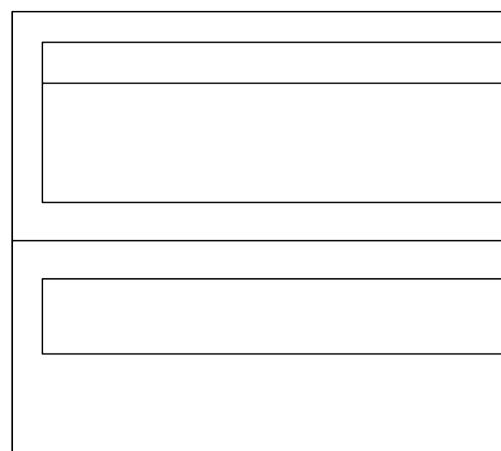
9



SECCIÓN D-D



11



ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES		 UNIVERSIDAD DE ALABAMA uma.es		Diseño de una barra estabilizadora para un Formula Student	
NOMBRE Jesús Barea Alcaide		FECHA Octubre 2024		TÍTULO: Barra estabilizadora activa	
APROB.		FIRMA Jesús Barea Alcaide		N.º DE DIBUJO Piezas 9-11	
CALID.		<small>Firmado digitalmente por Jesús Barea Alcaide Fecha: 2024.10.07 12:31:25 +02'00'</small>		ESCALA: 1:2	
PESO:		ESCALA: 1:2		HOJA 4 DE 4	

A3