UNIVERSIDAD DE MÁLAGA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
DEPARTAMENTO DE FINANZAS Y CONTABILIDAD

TESIS DOCTORAL

ANÁLISIS Y MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO EN CARTERAS DE ACTIVOS FINANCIEROS ILÍQUIDOS EMITIDOS POR EMPRESAS

Realizada por: EDUARDO TRIGO MARTÍNEZ

Dirigida por: RAFAEL MORENO RUIZ

Málaga, 2009

A mis padres, con todo mi cariño.

ÍNDICE 1

ÍNDICE DE GRÁFICOS 9

ÍNDICE DE TABLAS 11

AGRADECIMIENTOS 13

INTRODUCCIÓN 15

CAPÍTULO I. EL RIESGO EN LAS ENTIDADES FINANCIERAS. EL RIESGO DE CRÉDITO 21

1. Riesgos financieros 21

1.1. Riesgo de mercado 22

1.1.1. Riesgo de tipo de interés 22

1.1.2. Riesgo de tipo de cambio 24

1.1.3. Riesgo de variación en el precio de las acciones 25

1.1.4. Riesgo de variación en el precio de los activos reales 25

1.2. Riesgo de crédito 26

1.3. Riesgo de liquidez 27

1.3.1. Riesgo de liquidez de la estructura económica 27

1.3.2. Riesgo de liquidez de la estructura financiera 27

1.4. Riesgo operativo 28

1.4.1. Riesgo operativo interno o de fallo operativo 28

1.4.2. Riesgo operativo externo o estratégico 30

1.5. Otros riesgos financieros 30

2. Crédito, riesgo y riesgo de crédito 32

3. Elementos del crédito 37

3.1. Activos financieros 37

3.1.1. Activos ilíquidos 38

3.1.2. Activos expuestos al riesgo de crédito 39

3.1.2.1. Préstamos 40

3.1.2.2. Líneas de crédito 40

3.1.2.3. Empréstitos de obligaciones 41

3.1.2.4. Activos financieros derivados 42

3.1.2.4.1. Contratos a plazo o *forward* 44

3.1.2.4.2. Contratos de futuro 47

3.1.2.4.3. Contratos de opción 47

3.1.2.4.4. Contratos de permuta financiera o *swaps* 52

3.1.2.4.5. Otros activos financieros derivados no representados en el balance de situación de la entidad financiera 53

3.2. Deudores. Las empresas privadas 53

3.2.1. Características relevantes en la medición del riesgo de crédito de las grandes empresas 55

3.2.2. Características relevantes en la medición del riesgo de crédito de las pequeñas y medianas empresas 57

CAPÍTULO II. SISTEMAS DE MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO. CONCEPTO, ELEMENTOS Y APLICACIONES. 61

1. Concepto y diseño de un sistema de medición del riesgo de crédito 61

1.1. Definición de la variable aleatoria “pérdida asociada al riesgo de crédito” 62

1.2. Definición del suceso impago 66

1.3. Determinación de la amplitud del horizonte temporal empleado en la medición del riesgo de crédito 71

1.4. Determinación del sistema empleado en la medición del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros 73

1.5. Definición de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito 77

1.6. Determinación de los métodos y/o modelos empleados en la obtención del valor de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito 78

1.7. Determinación de las medidas del riesgo de crédito 80

1.8. Determinación de sistema de validación 84

2. Aplicaciones de un sistema de medición del riesgo de crédito 87

2.1. Aplicaciones internas de un sistema de medición del riesgo de crédito 87

2.1.1. Análisis del riesgo de crédito 87

2.1.2. Valoración del riesgo de crédito 90

2.1.3. Gestión del riesgo de crédito 91

2.1.3.1. Selección de proyectos de inversión 91

2.1.3.2. Dotación de provisiones y asignación del capital por el riesgo de crédito 93

2.1.3.3. Control y supervisión del riesgo de crédito 98

2.1.3.4. Obtención de la cartera de activos financieros óptima 102

2.1.4. Gestión de personal 104

2.2. Aplicaciones externas de un sistema de medición del riesgo de crédito 108

3. Instrumentos de gestión del riesgo de crédito 108

CAPÍTULO III. VARIABLES FUNDAMENTALES EMPLEADAS EN LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO 111

1. Variable aleatoria "estado en el que se encuentra en el deudor" 111

1.1. Características 111

1.2. Métodos y modelos 112

1.2.1. Modelos teóricos 116

1.2.2. Métodos empíricos 120

1.2.3. Modelos empíricos 127

1.3. Variables explicativas 128

1.3.1. Variables propias de la empresa 128

1.3.1.1. Variables cuantitativas 128

1.3.1.1.1. Ratios financieros 129

1.3.1.1.2. Flujos de caja 131

1.3.1.1.3. Variables relacionadas con los activos financieros emitidos por la empresa deudora que se negocian en mercados financieros 132

1.3.1.2. Variables cualitativas 133

1.3.2. Otras variables explicativas 135

2. Variable "exposición al riesgo de crédito" 136

2.1. Características 136

2.2. Variable en los préstamos 138

2.3. Variable en las líneas de crédito 138

2.4. Variable en los empréstitos de obligaciones 142

2.5. Variable en los activos financieros derivados 142

2.6. Variable en otros activos financieros no representados en el balance de situación de la entidad financiera 146

3. Variable aleatoria "pérdida en caso de impago" 146

3.1. Características 146

3.2. Métodos y modelos 149

3.2.1. Modelos basados en el valor actual de los flujos netos de caja que se producen en el proceso de recuperación 150

3.2.2. Métodos y modelos basados en la información que proporcionan los mercados de los activos financieros 153

3.2.2.1. Activos emitidos por deudores en estado de impago 153

3.2.2.2. Activos emitidos por deudores en un estado distinto al impago 155

3.3. Variables explicativas 157

3.3.1. Variables explicativas del riesgo idiosincrásico 158

3.3.1.1. Variables relacionadas con el deudor 158

3.3.1.2. Variables relacionadas con el activo financiero 160

3.3.2. Variables explicativas del riesgo sistemático 162

3.3.3. Variables que dependen de la entidad financiera 163

CAPÍTULO IV. MÉTODOS Y MODELOS DE MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO DE LOS ACTIVOS FINANCIEROS 165

1. Introducción 165

2. Métodos basados en el factor humano 165

2.1. Métodos basados únicamente en el factor humano 166

2.2. Sistemas basados en el factor humano y en normas 167

3. Modelos estadísticos 168

3.1. Modelos estadísticos univariantes 168

3.1.1. Análisis de tendencias 170

3.1.2. Análisis de ratios financieros 170

3.1.3. Test de clasificación dicotómica 171

3.1.4. Análisis de los ratios de probabilidad 173

3.1.5. Medidas de descomposición del balance de situación 175

3.2. Modelos estadísticos multivariantes 179

3.2.1. Análisis discriminante 179

3.2.1.1. Concepto, tipos y reglas de clasificación 179

3.2.1.2. Aplicación a la medición del riesgo de crédito 185

3.2.2. Modelos de regresión 191

3.2.2.1. Modelo de probabilidad lineal 191

3.2.2.2. Modelos logístico y probabilístico 195

3.2.3. Modelos de supervivencia 201

4. Modelos de aprendizaje de máquinas 206

4.1. Modelos de inteligencia artificial 206

4.2. Modelos de redes neuronales artificiales 208

4.2.1. Concepto, elementos, propiedades y clasificación de las redes neuronales artificiales. El perceptrón multicapa 208

4.2.2. Aplicación a la medición del riesgo de crédito 220

4.3. Modelos de árboles de decisión 224

5. Sistemas de clasificación crediticia 233

5.1. Sistemas de clasificación crediticia externos 234

5.2. Sistemas de clasificación crediticia internos 242

CAPÍTULO V. MODELOS DE MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDTO EN CARTERAS DE ACTIVOS FINANCIEROS 251

1. Introducción 251

2. Modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora 254

2.1. Trabajos académico-teóricos. El modelo de Merton y sus ampliaciones 255

2.2. Trabajos académico-empíricos 265

2.3. Modelos prácticos 267

2.3.1. Determinación de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" 268

2.3.2. Determinación de la distribución de probabilidad conjunta de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" para dos deudores cualesquiera de la cartera 271

2.4. Ventajas e inconvenientes 277

3. Modelos econométricos 278

4. Modelos de intensidad. Modelos de intensidad estática. 285

4.1. Relación entre la medición del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros y la del riesgo de suscripción básico en una cartera de pólizas de seguro 286

4.2. Modelo de intensidad estática básico 289

4.3. Ampliaciones del modelo de intensidad estática básico 299

4.3.1. Definición de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" 300

4.3.2. Definición de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago 303

4.3.3. Análisis de sectores: dependencia estocástica y estimación de parámetros 306

4.3.4. Modelos alternativos de determinación de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" 308

4.3.4.1. Modelos basados en la función generatriz de cumulantes 309

4.3.4.2. Modelos basados en la función característica 310

4.3.4.3. Modelos basados en el desarrollo en serie de potencias del logaritmo y de la potencia de una función 311

4.3.5. Medidas de riesgo y principios de asignación de capital 312

CAPÍTULO VI. EL CAPITAL EN LAS ENTIDADES FINANCIERAS, EL PROCESO DE ABSORCIÓN DE RIESGOS Y LAS MEDIDAS DE RIESGO Y DE RENDIMIENTO 315

1. El capital en las entidades financieras 315

1.1. Concepto y funciones del capital en las entidades financieras 315

1.2. La Absorción de riesgos en las entidades financieras 317

1.2.1. El proceso de absorción de riesgos 317

1.2.2. Características de las principales partes con intereses en la entidad financiera 320

1.2.2.1. Accionistas y acreedores 320

1.2.2.2. Gestores, agencias de clasificación crediticia, y organismos de supervisión y control de la actividad financiera 324

1.3. Clasificación del capital 329

2. Determinación y asignación del capital 335

2.1. Métodos y modelos agregados de asignación del capital 337

2.1.1. Métodos basados en referencias 337

2.1.2. Modelos basados en los beneficios de la entidad financiera 338

2.1.3. Modelos basados en el valor de los activos de la entidad financiera 344

2.2. Modelos estructurales de asignación del capital 345

2.2.1. Medidas del riesgo de crédito 346

2.2.1.1. Medidas del riesgo de crédito de un activo financiero 347

2.2.1.2. Medidas del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros 348

2.2.1.2.1. Concepto y axiomas de coherencia 348

2.2.1.2.2. Medidas basadas en los momentos de la variable aleatoria 351

2.2.1.2.3. Medidas basadas en los percentiles de la distribución de probabilidad 355

2.2.1.2.4. Medidas basadas en la cola de la distribución de probabilidad 357

2.2.1.2.5. Medias espectrales de riesgo 362

2.2.2. Principios de asignación del capital 366

2.2.2.1. Criterios de asignación del capital: tipología y axiomas de coherencia 368

2.2.2.2. Principios de asignación basados en la covarianza 375

2.2.2.3. Principios de asignación basados en el teorema de Euler 379

3. Medidas de rendimiento 380

3.1. Medidas de rentabilidad 381

3.1.1. Medidas de rentabilidad basadas en información contable 382

3.1.2. Medidas de rentabilidad basadas en información de los mercados financieros 385

3.1.3. Medidas de rentabilidad ajustadas al riesgo 388

3.1.3.1. Clasificación 388

3.1.3.2. Rentabilidad ajustada al riesgo de un activo financiero 392

3.1.3.3. Rentabilidad ajustada al riesgo de una unidad de negocio 399

3.2. Medidas de beneficio. Medidas de beneficio ajustadas al riesgo 405

CONCLUSIONES 409

ANEXO. LA FUNCIÓN GENERATRIZ DE PROBABILIDAD DE UNA VARIABLE ALEATORIA 435

BIBLIOGRAFÍA 437

Gráfico 1.1. ***Perfil de pérdidas y ganancias del comprador de un contrato a plazo*** 45

Gráfico 1.2. ***Perfil de pérdidas y ganancias del vendedor de un contrato a plazo*** 46

Gráfico 1.3. ***Cuadro resumen del perfil de pérdidas y ganancias del comprador y del vendedor de una opción de compra y de venta*** 51

Gráfico 4.1. ***Representación gráfica de la neurona artificial más habitual en la literatura especializada sobre la medición del riesgo de crédito por medio de redes neuronales artificiales*** 211

Gráfico 4.2. ***Clasificación de las redes neuronales artificiales.*** 215

Gráfico 4.3. ***Representación gráfica de un perceptrón multicapa con una capa oculta*** 217

Gráfico 4.4. ***Representación gráfica de un árbol de decisión. Algoritmo de divisiones iterativas.*** 225

Gráfico 5.1. ***Representación gráfica de la cuantía que obtiene el acreedor de una empresa al vencimiento de su crédito*** 257

Gráfico 5.2. ***Representación gráfica del valor de las acciones de la empresa al vencimiento del crédito*** 260

Gráfico 5.3. ***Representación gráfica del proceso de fracaso empresarial y de la distancia al impago en un modelo estructural de medición del riesgo de crédito.*** 270

Gráfico 5.4. ***Representación gráfica de la dependencia entre los estados en los que se encuentran dos deudores en un modelo estructural de medición del riesgo de crédito.*** 272

Gráfico 5.5. ***Modelo multifactorial de Moody's KMV para determinar el coeficiente de correlación entre los valor de los activos de dos empresas*** 275

Gráfico 6.1. ***Relaciones relevantes entre el capital disponible, el económico y los requisitos de capital*** 333

Gráfico 6.2. ***Relaciones entre el capital disponible y el capital económico*** 335

Tabla 4.1. Distribución de probabilidad de una muestra emparejada 175

Tabla 4.2. Medidas de descomposición del balance de situación de una empresa 177

Tabla 4.3. Distribución de probabilidad de los modelos de regresión logística y probabilística 195

Tabla 4.4. Distribución de probabilidad del modelo de regresión logística 196

Tabla 4.5. Distribución de probabilidad del modelo de regresión probabilística 197

Tabla 5.1. Cobertura del riesgo de crédito por medio de la compra de una opción de venta sobre los activos de la empresa deudora 258

Tabla 6.1. Resumen del capital virtual considerado desde el punto de vista de las distintas partes con intereses en la entidad financiera 331

Con estas líneas quiero tener unas palabras de agradecimiento para todos aquéllos que han aportado algo a este trabajo, ya sea a través del suyo propio, de sus sugerencias, del tiempo que no hemos podido compartir o, simplemente, por un gesto o palabra de ánimo. En concreto, quisiera mostrar mi agradecimiento a mis compañeros del Departamento de Finanzas y Contabilidad de la Universidad de Málaga, especialmente a los que componen el área de Finanzas Cuantitativas y Técnicas Actuariales, de la que formo parte, y, singularmente, a Rafael Moreno y Olga Gómez, sin quienes no hubiese podido realizar esta tesis doctoral. También quisiera agradecer a los compañeros de Biblioteca, Hemeroteca y Reprografía la ayuda que me han proporcionado, y al personal de la que ha sido durante los últimos años la cafetería de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales lo bien que me han alimentado durante este tiempo, pero, sobre todo, sus ánimos. Y, cómo no, quisiera agradecer a mis amigos y a mi familia la comprensión que han mostrado por el tiempo que no hemos podido compartir.

El objeto del presente trabajo de investigación es el análisis y la medición del riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos emitidos por empresas en el ámbito de las entidades bancarias.

De todos los activos financieros, se han elegido éstos porque se asume la hipótesis de trabajo de que la medición del riesgo de crédito asociado a los mismos es más compleja que la del riesgo de crédito asociado a los activos líquidos.

Asimismo, de todos los deudores, se ha elegido a las empresas porque son los deudores cuyo riesgo de crédito asociado es el más estudiado en la literatura especializada y su medición puede llevarse a cabo empleando la mayoría de los métodos y modelos que se han propuesto con tal fin.

La oportunidad de este trabajo viene determinada por el contexto en el que se lleva a cabo, dentro del cual se pueden destacar las circunstancias siguientes:

1. La reforma de la regulación financiera internacional, iniciada, para las entidades bancarias, con la normativa establecida en el Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea –Basilea II-, de reciente implantación, en la que la medición y gestión de los riesgos financieros a los que están expuestas dichas entidades tiene una trascendental importancia.

2. La fase de expansión que el ciclo crediticio ha experimentado en los últimos años y la brusca contracción que ha sufrido después y que se sigue soportando en la actualidad.

   Entre los diversos factores causantes de dicha fase de expansión es posible identificar la incorrecta medición por las entidades bancarias del riesgo de crédito al que han quedado expuestas al invertir en activos financieros ilíquidos, lo que ha provocado efectos negativos tanto en la economía real –burbuja inmobiliaria- como en la financiera (excesivo endeudamiento de las empresas y las familias).

3. La actual crisis financiera internacional, iniciada precisamente en el sector bancario con la emisión de activos financieros ilíquidos de dudosa recuperación y su posterior difusión al resto del sistema financiero por medio de su titulización, la cual ha llevado a la quiebra a importantes entidades financieras y ha perjudicado gravemente la solvencia y viabilidad de otras muchas, poniendo en serio peligro la estabilidad del propio sistema financiero y en cuestión la labor que llevan a cabo las agencias de clasificación crediticia y los organismos de supervisión y control de la actividad financiera. Asimismo, dicha crisis financiera está teniendo graves consecuencias tanto en la economía real –destrucción de tejido empresarial e incremento del desempleo- como en la financiera (reducción del crédito a las empresas e incremento de la deuda pública).

Los objetivos del presente trabajo de investigación son los siguientes:

1. Analizar los instrumentos que las entidades bancarias tienen disponibles para medir el riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos con el fin de garantizar su solvencia, estabilidad y viabilidad a un cierto nivel, que será el consensuado por las partes con intereses en la misma.
2. Analizar los instrumentos que las entidades bancarias tienen disponibles para gestionar y valorar el riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos con dicho fin.
3. Determinar los instrumentos que permiten medir el riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos teniendo en cuenta sus características.
4. Determinar los instrumentos que permiten gestionar y valorar el riesgo de crédito de dichos activos en función de sus características.
5. Determinar si dichos instrumentos de medición, gestión y valoración pueden ser utilizados por la entidad bancaria con el fin de garantizar su solvencia, estabilidad y viabilidad a un cierto nivel.
6. Si dichos instrumentos de medición, gestión y valoración de los riesgos financieros permiten lograr la solvencia, la estabilidad y la viabilidad de la entidad bancaria a un cierto nivel, identificar cuáles han sido las principales razones por las que las entidades bancarias no los han utilizado –o lo han hecho incorrectamente-, causando la actual crisis financiera internacional, proponiendo medidas para que no vuelvan a producirse crisis de este tipo.

Con el fin de lograr dichos objetivos, se asumen las siguientes hipótesis de trabajo:

1. El riesgo de crédito tiene sus propias características, que lo diferencian del resto de los riesgos financieros a los que puede quedar expuesta una entidad bancaria y que deben considerarse en su análisis, medición y gestión.
2. La medición y la gestión del riesgo de crédito al que la entidad bancaria queda expuesta al invertir en activos financieros ilíquidos es más compleja que la de los activos líquidos.
3. Los instrumentos que proporciona la Matemática Actuarial, que vienen siendo utilizados en la medición del riesgo de suscripción básico o técnico de las entidades aseguradoras o en la determinación de la prima del reaseguro, son extrapolables a la medición del riesgo de crédito, constituyendo, en particular, un marco metodológico idóneo para medir el riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos.

4. La teoría de la agencia proporciona un marco teórico adecuado para estudiar las relaciones que se producen entre las distintas partes con intereses en la entidad bancaria.

La realización del presente trabajo de investigación ha requerido la adopción de un enfoque interdisciplinar, conjugando el punto de vista económico, el actuarial y el estadístico y matemático.

El trabajo se estructura como se expone a continuación.

En el primer capítulo se estudian los principales riesgos a los que están expuestas las entidades bancarias, prestando especial atención al riesgo de crédito. Para ello, se parte de la definición de los conceptos de crédito y de riesgo y, a continuación, se analizan aquellos elementos del crédito que tienen una mayor influencia en el riesgo de crédito al que puede estar expuesta una entidad financiera. Así, se exponen, en primer lugar, los activos financieros que la entidad puede tener en su estructura económica, con especial atención a sus características de liquidez y exposición al riesgo de crédito, y, en segundo lugar, los deudores, identificando las características de las grandes empresas por un lado, y de las pequeñas y medianas empresas por otro, que son relevantes para la medición del riesgo de crédito.

En el segundo capítulo se analizan los sistemas de medición del riesgo de crédito. Tras exponer su concepto, se estudian los principales elementos que los componen –los cuales deben definirse antes de su puesta en marcha- y sus principales aplicaciones, prestando especial atención al análisis, la valoración y la gestión del riesgo de crédito. Por último, se analizan los principales instrumentos que la entidad financiera puede emplear en la gestión de dicho riesgo.

En el tercer capítulo se analizan las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito: el “estado en el que se encuentra el deudor”, la “pérdida en caso de impago” y la “exposición al riesgo de crédito”. Así, se exponen sus principales características, los métodos y modelos que pueden emplearse para obtener su distribución de probabilidad y las principales variables explicativas que pueden utilizarse en dichos métodos y modelos, considerando de forma específica cada tipo de activo financiero en el caso de la variable exposición.

En el capítulo cuarto se analizan los métodos y modelos que pueden emplearse en la medición del riesgo de crédito de los activos financieros, los cuales se caracterizan porque no tienen en cuenta los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad. Así, se exponen los métodos basados en el factor humano, los modelos estadísticos –tanto univariantes como multivariantes- y los modelos de aprendizaje de máquinas. La finalidad de todos estos modelos es establecer

un sistema de clasificación crediticia que permita a la entidad financiera clasificar adecuadamente el riesgo de crédito al que está expuesta, por lo que, en el último epígrafe de este capítulo, se estudian los sistemas de clasificación crediticia, tanto externos como internos.

En el capítulo quinto se analizan los modelos que pueden utilizarse en la medición del riesgo de crédito de las carteras de activos financieros, caracterizados porque tienen en cuenta los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad.

Tras exponer brevemente los modelos que, con carácter general, pueden emplearse para determinar la estructura de dependencia entre dos o más variables aleatorias –los basados en variables latentes, los basados en distribuciones de probabilidad ponderadas y los basados en funciones cópula-, se exponen los principales modelos medición del riesgo de crédito en las carteras, los cuales son los basados en el valor de los activos de la empresa deudora, los econométricos y los de intensidad, prestándose especial atención a los primeros, pues constituyen un marco natural para medir el riesgo de crédito de las empresas, y a los últimos, por la similitud que presentan con los modelos que se utilizan en la matemática de los seguros no-vida.

En el capítulo sexto se estudia cómo las entidades financieras utilizan el capital para absorber los riesgos financieros a los que están expuestas.

Tras exponer el concepto de capital y las funciones que realiza en las empresas, se analiza el proceso de absorción de riesgos en las entidades financieras. Para ello, se distingue entre el capital físico y el virtual, se determina la función que cada uno de estos capitales tiene en dicho proceso y se estudia la percepción que cada una de las partes con intereses en la entidad financiera tiene del capital virtual, para lo cual se emplea el marco teórico que proporciona la teoría de la agencia.

A continuación se estudian los métodos y modelos que las entidades financieras emplean en la determinación y asignación del capital, distinguiéndose entre los agregados y los estructurales. En estos últimos modelos, se analizan las medidas del riesgo de crédito y los principios de asignación de capital, con especial atención a los axiomas que éstos deben cumplir para ser coherentes.

Asimismo, se estudian las medidas de rendimiento que las entidades financieras pueden emplear en el análisis, la valoración y la gestión del riesgo de crédito, distinguiéndose entre las medidas de rentabilidad y las de beneficio. En ambos tipos de medidas se presta una atención especial a aquéllas que son ajustadas al riesgo, las cuales, por las características que presenta la actividad financiera, son las más adecuadas para dichas aplicaciones de los sistemas de medición del riesgo de crédito.

En las conclusiones se exponen los principales hallazgos y aportaciones que se realizan en este trabajo, así como las principales líneas de investigación que se desea desarrollar en el futuro.

Por último, antes de la bibliografía, se incluye un breve anexo sobre la función generatriz de probabilidad de una variable aleatoria, la cual, junto con otras funciones generatrices tales como, por ejemplo, la de momentos o la de cumulantes, es un instrumento muy utilizado en los modelos de intensidad estática.

1. RIESGOS FINANCIEROS

Al realizar su actividad habitual, los agentes que componen un sistema económico deben tomar decisiones sobre el gasto que realizan en bienes de inversión y de consumo, las cuales dependen de factores de diversa naturaleza.

En función de la relación existente entre el nivel de gasto y la renta que tienen disponible después de tomar dichas decisiones, estos agentes pueden clasificarse en los dos grupos siguientes:

1. El compuesto por aquellos agentes cuyo gasto es superior a la renta que tienen disponible y que, por tanto, tienen un déficit de recursos financieros, por lo que se les denomina unidades de gasto con déficit.

   Con el fin de cubrir el déficit que tienen, dichos agentes emiten unos activos financieros, denominados primarios, cuyas características se adaptan, generalmente, a sus necesidades.

2. El formado por aquellos agentes cuyo gasto es inferior a la renta disponible y, por consiguiente, tienen un exceso de recursos financieros, por lo que se les denomina unidades de gasto con superávit.

   Estos agentes mantienen una parte del exceso de renta en su poder y el resto lo ceden temporalmente a las unidades de gasto con déficit a cambio de una remuneración y asumiendo un riesgo.

La transferencia de recursos financieros desde las unidades de gasto con superávit a las unidades de gasto con déficit se realiza a través del sistema financiero, que está formado por todos aquellos instrumentos, instituciones y mercados que participan en dicha transferencia. Su eficiencia depende del volumen de recursos financieros transferidos y del grado de satisfacción de las necesidades de los agentes que participan en el mismo.

La eficiencia de dicho sistema se ve incrementada por un grupo de instituciones, denominadas entidades financieras, que, por medio de las actividades de mediación e intermediación, reducen los inconvenientes con que se encuentra la transferencia de recursos financieros de las unidades de gasto con superávit a las unidades de gasto con déficit.

Por medio de la actividad de mediación, las entidades financieras ponen en contacto a las unidades de gasto con superávit con las unidades de gasto con déficit, reduciendo los costes de búsqueda, información y transacción que ambas partes deben soportar para llevar a cabo dicha transferencia. A través de la actividad de intermediación, las

entidades financieras reducen los costes mencionados más arriba y transforman los activos financieros primarios en otros activos financieros, denominados secundarios, que tienen unas características de rentabilidad, riesgo y liquidez que se adaptan mejor a las necesidades de las unidades de gasto con superávit.

Al llevar a cabo estas actividades, las entidades financieras soportan, en mayor o menor medida dependiendo de la labor que realicen, una serie de riesgos denominados financieros.

Los principales riesgos financieros a los que están expuestas las entidades financieras son los de mercado, de crédito, de liquidez y operativo. Además, las entidades financieras pueden estar expuestas a otros riesgos financieros entre los que destacan el riesgo legal y el riesgo de insolvencia.

1.1. RIESGO DE MERCADO

Es el riesgo de que una o más variables relevantes para la entidad financiera, cuyo valor depende de los mercados financieros, evolucionen de forma adversa a las expectativas de ésta, provocándole pérdidas.

Para que las pérdidas sean efectivas deben darse los dos requisitos siguientes:

1. Las variables deben experimentar una variación que conlleve consecuencias económicas negativas para la entidad financiera y esta variación debe producirse dentro del horizonte temporal considerado por la misma para la liquidación de las operaciones financieras. En caso contrario, las pérdidas serán potenciales, pero no efectivas o reales.
2. Dicha variación no debe producir en otras operaciones financieras un beneficio de cuantía igual o similar a las pérdidas en cuestión. De ser así, los beneficios obtenidos en unas se compensarían con las pérdidas sufirdas en las otras y viceversa.

Atendiendo a la naturaleza de esas variables cuyo valor depende de los mercados financieros, se distingue entre los riesgos de tipo de interés, de tipo de cambio, de variación en el precio de las acciones y de variación en el precio de los activos reales.

1.1.1. RIESGO DE TIPO DE INTERÉS

Es el riesgo de que una variación en los tipos de interés provoque pérdidas en las operaciones financieras que realiza la entidad financiera.

Estas pérdidas se producen principalmente por las tres razones siguientes:

1. La influencia que tiene una variación de los tipos de interés en el tanto medio efectivo de coste de las fuentes de financiación empleadas por la entidad, en el tanto medio efectivo de rentabilidad de las inversiones realizadas por la misma o en ambos.

   La variación de los tipos de interés afecta al tanto medio efectivo de coste de las fuentes de financiación o al tanto medio efectivo de rentabilidad de las inversiones, cuando las fuentes de financiación y las inversiones se consideran individualmente y sus respectivos tantos efectivos dependen de un determinado tipo de interés del mercado. Éste es el caso de los créditos y las inversiones indizadas a un tipo de interés.

   Sin embargo, si las fuentes de financiación y las inversiones en las que se encuentran materializadas las mismas se consideran conjuntamente, una variación de los tipos de interés afecta solamente a la rentabilidad neta que la entidad financiera obtiene cuando los vencimientos de las inversiones y de las fuentes de financiación son distintos.

   Así, cuando el vencimiento de las inversiones es mayor que el de las fuentes de financiación empleadas para realizarlas, un incremento de los tipos de interés conlleva que el tanto medio efectivo de coste de las fuentes de financiación sea, finalmente, mayor que el previsto inicialmente por la entidad financiera, provocando una disminución de la rentabilidad neta del conjunto de las operaciones financieras, exponiendo a la entidad al denominado “riesgo de refinanciación”.

   Por el contrario, cuando el vencimiento de las inversiones es menor que el de las fuentes de financiación empleadas para realizarlas, un descenso en los tipos de interés conlleva que el tanto medio efectivo de rentabilidad obtenido por las inversiones sea, finalmente, inferior que el previsto inicialmente por la entidad financiera, provocando una disminución de la rentabilidad neta del conjunto de las operaciones financieras, exponiendo a la entidad al denominado “riesgo de reinversión”.

   La entidad financiera también se expone a los riesgos expuestos más arriba en aquellas operaciones financieras que incluyen determinadas cláusulas como, por ejemplo, la de cancelación anticipada en los créditos y en las inversiones, y la entidad financiera no ha previsto una penalización que le compense por los posibles perjuicios que le puede ocasionar el ejercicio de estas cláusulas por parte de sus clientes. En concreto, si, con posterioridad a la formalización de la operación

financiera, las condiciones vigentes en el mercado cambian y el deudor o el acreedor pueden encontrar en el mercado una operación similar con unas condiciones más ventajosas, podrían ejecutar dicha cláusula perjudicando a la entidad financiera.

2. La variación de los tipos de interés afecta al valor de mercado de los activos financieros.

   Uno de los métodos que con frecuencia se utilizan en la valoración de un activo, ya sea real o financiero, es el método del valor actual neto, en cuyo caso, un desplazamiento hacia arriba de la estructura temporal de tipos de interés –un incremento de los mismos- produce un decremento del valor actual de los flujos netos de caja que produce dicho activo, generando una disminución del valor del activo financiero en cuestión, y viceversa. Por tanto, existe una relación inversa entre el valor de los tipos de interés y el valor de los activos.

   En este sentido, cuando una entidad financiera negocia continuamente activos financieros en uno o varios mercados financieros secundarios, un incremento de los tipos de interés provoca un descenso en el valor de mercado de dichos activos, exponiendo a la entidad financiera al denominado “riesgo de precio”, sobre todo si los activos financieros son de renta fija.

3. La existencia de una relación directa entre el valor que presentan los tipos de interés y el resultado que la entidad financiera obtiene de la operación financiera. Éste es el caso de los activos financieros derivados en los que el activo subyacente es un tipo de interés.

1.1.2. RIESGO DE TIPO DE CAMBIO

Es el riesgo de que una variación en la relación entre dos monedas ocasione pérdidas en las operaciones financieras que la entidad financiera lleva a cabo.

El riesgo de tipo de cambio afecta a las entidades financieras que operan en mercados financieros internacionales empleando fuentes de financiación y realizando inversiones denominadas en monedas distintas a su moneda nacional.

Estas pérdidas se producen principalmente por las dos razones siguientes:

1. El tipo de cambio influye en el tanto medio efectivo de coste de las fuentes de financiación denominadas en moneda extranjera, en el tanto medio efectivo de rentabilidad de las inversiones denominadas en moneda extranjera, o incluso en ambos.

Si se consideran individualmente, el tanto medio efectivo de coste de las fuentes de financiación y el tanto medio efectivo de rentabilidad de las inversiones, denominadas ambas en moneda extranjera, se ven afectados por la variación del tipo de cambio, debido a que los cobros y los pagos están indizados a dicho tipo.

Cuando se consideran conjuntamente las fuentes de financiación y las inversiones se produce una situación similar. En este caso, los pagos que la entidad financiera realiza en un determinado momento por las fuentes de financiación denominadas en moneda extranjera se compensan con los cobros que obtiene en ese momento por las inversiones denominadas en esa misma moneda, de forma que una variación en el tipo de cambio sólo afectará a la diferencia entre ambos.

Asimismo, si el vencimiento de las inversiones denominadas en moneda extranjera es distinto al de las fuentes de financiación denominadas en moneda extranjera, la entidad financiera estará expuesta, además, al riesgo de tipo de interés de dicha moneda.

2. El resultado que la entidad financiera obtiene de la operación financiera depende directamente del tipo de cambio, tal y como ocurre, por ejemplo, en los activos financieros derivados en los que el activo subyacente es un tipo de cambio.

1.1.3. RIESGO DE VARIACIÓN EN EL PRECIO DE LAS ACCIONES

Es el riesgo de que una variación en el valor de mercado de las acciones de una empresa provoque pérdidas en las operaciones que realiza la entidad financiera.

Estas pérdidas se producen principalmente porque el resultado de la operación financiera depende del valor de mercado de la acción en un determinado momento, siendo el caso de las acciones que se negocian contínuamente en los mercados financieros secundarios o de los activos financieros derivados en los que el activo subyacente es una acción.

1.1.4. RIESGO DE VARIACIÓN EN EL PRECIO DE LOS ACTIVOS REALES

Es el riesgo de que una variación en el valor de mercado de un activo real provoque pérdidas en las operaciones que realiza la entidad financiera.

Al igual que en el riesgo de variación en el precio de las acciones, estas pérdidas se producen principalmente porque el resultado de la operación financiera depende del valor de mercado que tiene un activo real en un determinado momento, tal y como es el

caso, por ejemplo, de los activos financieros derivados en los que el activo subyacente es un activo real.

1.2. RIESGO DE CRÉDITO

El riesgo de crédito se trata con detalle en el segundo epígrafe de este capítulo. En este epígrafe se exponen una serie de riesgos que están estrechamente relacionados con el de crédito, porque, aunque las causas que los provocan sean distintas, o bien las consecuencias económicas que conlleva su acaecimiento son las mismas, o bien son sinónimos en determinados supuestos.

En este sentido, los riesgos soberano y de crédito son sinónimos cuando el deudor es un banco central, un estado o una entidad perteneciente al sector público de un país.

Por su parte, el riesgo de crédito no debe confundirse con los dos riesgos financieros siguientes:

1. El riesgo de país.

   Es el riesgo de que en un país se produzca una crisis económica, financiera, política o social que afecte negativamente a todos aquellos créditos que la entidad financiera tiene con deudores que tienen su domicilio en dicho país y que son ajenos al sector público.

   En relación con la crisis económica o financiera de un país, cabe señalar que ésta puede provocar que se incremente la probabilidad de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente el valor impago[1] o puede imposibilitar la transferencia de fondos desde ese país por parte del deudor, lo cual puede deberse a restricciones legales o a la suspensión de la convertibilidad de la moneda nacional del país en cuestión.

   Por ello, una práctica habitual, aunque criticable, de las agencias de clasificación crediticia es clasificar a los deudores de un país en una categoría crediticia igual o inferior a aquélla en la que se han clasificado tanto el estado de dicho país como los activos financieros emitidos por el mismo.

2. El riesgo de ejecución.

   Es el riesgo de que el resultado de una operación sea distinto a lo inicialmente establecido en un contrato, aunque ambas partes hayan cumplido con sus

[1] Respecto a dicha variable aleatoria, véase el epígrafe 1.5 del segundo capítulo, así como el epígrafe 1 del tercer capítulo.

obligaciones, y se debe fundamentalmente a la existencia de problemas en la liquidación del mismo.

El riesgo de ejecución se presenta con mayor frecuencia en las transacciones con activos reales, en las que una de las partes se obliga a entregar un activo en una fecha y un lugar establecidos a priori, y el cumplimiento de esta obligación depende de la labor que lleven a cabo los intermediarios que existen entre el acreedor y el deudor, además del riesgo de crédito de este último.

Dicho riesgo es específico de cada una de las transacciones que se llevan a cabo entre el acreedor y el deudor, siendo mayor cuanto mayor es el número de intermediarios que existen entre ambos.

1.3. RIESGO DE LIQUIDEZ

Es el riesgo de que una falta de liquidez neta ocasione pérdidas a la entidad financiera. Dicha falta de liquidez puede deberse a problemas en la estructura económica o en la financiera, por lo que se distingue entre riesgo de liquidez de la estructura económica y de la financiera, respectivamente.

1.3.1. RIESGO DE LIQUIDEZ DE LA ESTRUCTURA ECONÓMICA

El concepto de riesgo de liquidez de la estructura económica es distinto atendiendo al mercado financiero en el que se negocien los activos financieros que componen la estructura económica de la entidad financiera. Así, en el caso de los activos financieros negociados en mercados financieros al contado, el riesgo de liquidez de la estructura económica es el riesgo de que la entidad financiera no pueda vender dichos activos financieros a un precio razonable como consecuencia de una falta de liquidez de estos mercados.

Por el contrario, en el supuesto de los activos financieros negociados en mercados financieros derivados, es el riesgo de que la entidad financiera no pueda deshacer una posición tomada con anterioridad sin sufrir pérdidas significativas.

1.3.2. RIESGO DE LIQUIDEZ DE LA ESTRUCTURA FINANCIERA

Es el riesgo de que la entidad financiera no pueda financiarse a un coste aceptable o, en última instancia, de que no tenga acceso a ninguna fuente de financiación.

La principal causa de este riesgo es la pérdida de la confianza que los agentes que operan en los mercados financieros tienen depositada en la entidad financiera, la cual puede estar motivada por diversos factores, tales como, por ejemplo, un descenso brusco de la clasificación crediticia de la entidad.

La situación expuesta en el párrafo anterior puede desencadenar una serie de sucesos que afectan negativamente a la liquidez de la estructura financiera de la entidad financiera. En concreto, los inversores pueden no renovar sus inversiones o incluso liquidarlas antes de su vencimiento, los deudores que no hayan dispuesto de su crédito hasta el límite pueden animarse a hacerlo, y puede incrementarse el coste y las garantías de aquellos créditos que contemplen esta posibilidad y en los que la entidad financiera sea deudora.

1.4. RIESGO OPERATIVO

Es el riesgo de que la entidad financiera que opera en un determinado sector experimente pérdidas como consecuencia de un suceso que no puede calificarse como riesgo de mercado, de crédito o de liquidez.

Como puede observarse, el riesgo operativo es un concepto ambiguo, por lo que corresponde a la dirección de la entidad financiera su delimitación. No obstante, el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea proporciona la definición siguiente: "*El riesgo operativo se define como el riesgo de pérdida resultante de una falta de adecuación o de un fallo de los procesos, el personal y los sistemas internos o bien de acontecimientos externos. Esta definición incluye el riesgo legal (jurídico), pero excluye el riesgo estratégico y de reputación*"[2].

Crouhy, Galai y Mark (2001), pp. 478-482, distinguen entre el riesgo operativo interno o de fallo operativo y el riesgo operativo externo o estratégico, dependiendo de si este riesgo proviene de elementos internos o externos a la empresa, respectivamente.

1.4.1. RIESGO OPERATIVO INTERNO O DE FALLO OPERATIVO

Es el riesgo de que una entidad financiera que opera en un área de negocio llevando a cabo una determinada estrategia empresarial experimente pérdidas producidas como consecuencia de fallos en el personal, los procesos, las técnicas o la tecnología que utiliza en el desarrollo de su actividad.

[2] Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (2003), p. 125.

Estas pérdidas pueden ser producidas por los diversos elementos que la entidad financiera necesita para llevar a cabo su actividad, por lo que dentro de este riesgo se distingue, a su vez, entre los cuatro siguientes:

1. Riesgo del factor humano.

   Es el riesgo de que la entidad financiera experimente pérdidas porque el comportamiento del personal no es el esperado.

   Las pérdidas pueden ser provocadas porque el personal carece de las habilidades necesarias para desempeñar su trabajo –ya sea por falta de conocimientos o de experiencia-, por errores humanos, por incumplimiento de las normas, procedimientos y reglas establecidos por la entidad financiera, por desfalco o por fraude.

2. Riesgo de los procesos.

   Es el riesgo de que la entidad financiera experimente pérdidas porque emplee normas, procedimientos y reglas que no sean adecuados, o porque se produzcan fallos en los mismos.

3. Riesgo técnico o de modelo.

   Es el riesgo de que la entidad financiera experimente pérdidas porque los métodos y modelos que emplea para llevar a cabo su actividad son erróneos.

   Las causas de error más comunes son que el modelo es incorrecto –ya sea o bien porque las hipótesis asumidas en el mismo son erróneas, o bien porque se omiten variables explicativas importantes-, la estimación de los parámetros del modelo es incorrecta, la información disponible para la estimación del modelo es insuficiente o su implementación es inadecuada.

   La exposición de la entidad financiera a dicho riesgo es mayor cuanto mayor es la complejidad de la labor de intermediación financiera que realiza y mayor es la complejidad de los métodos y modelos que emplea en el desempeño de dicha labor.

4. Riesgo tecnológico.

   Es el riesgo que de la entidad financiera experimente pérdidas por un funcionamiento deficiente de los sistemas informáticos y de telecomunicaciones que utiliza para llevar a cabo su actividad.

1.4.2. RIESGO OPERATIVO EXTERNO O ESTRATÉGICO

Es el riesgo de que la entidad financiera experimente pérdidas como consecuencia de la puesta en práctica de una estrategia empresarial que es inadecuada para responder a factores externos que escapan de su control tales como, por ejemplo, la actuación de la competencia, las catástrofes naturales y los factores legales, políticos o sociales.

El riesgo operativo externo incluye el denominado "riesgo de dependencia externa", que es el riesgo de que se produzcan fallos en las personas, procesos, técnicas o tecnologías de aquellas empresas en las que la entidad financiera delega alguna de las actividades que lleva a cabo en el desarrollo de su actividad, ocasionándoles pérdidas.

1.5. OTROS RIESGOS FINANCIEROS

Además de los riesgos financieros que se han expuesto más arriba, las entidades financieras están expuestas a otros entre los que destacan los dos siguientes:

1. Riesgo legal.

   Las operaciones se documentan en contratos que conllevan derechos y obligaciones para las partes que los suscriben. El riesgo legal es el riesgo de que una entidad financiera experimente pérdidas como consecuencia de la falta de claridad en dichos contratos o de la imposibilidad de cumplimiento de los mismos.

   Las situaciones que dan lugar al riesgo legal son diversas. Una de ellas se produce cuando la entidad financiera obtiene ganancias de una determinada operación que son de una cuantía elevada y el deudor argumenta trabas de tipo legal con el objeto de no cumplir con las obligaciones establecidas en el contrato.

   La exposición al riesgo legal es mayor en aquellas entidades financieras que operan en mercados financieros no organizados, caracterizados porque no existen ni contratos estandarizados ni cámara de compensación, y en los que las condiciones de la operación se fijan de mutuo acuerdo entre las partes que suscriben el contrato.

2. Riesgo de insolvencia de la entidad financiera.

   Es el riesgo de que los recursos financieros que la entidad financiera tiene en su estructura financiera no sean suficientes para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que queda expuesta en el desarrollo de su actividad.

Todos los riesgos financieros que acaban de exponerse están interrelacionados entre sí. Así, el riesgo de mercado se relaciona, por una parte, con el de liquidez, dado que una

entidad financiera que opera en mercados financieros organizados puede experimentar pérdidas de elevada cuantía si se produce una evolución adversa de las variables de mercado, lo que puede llevarle a liquidar en condiciones desfavorables los activos financieros que posee en su estructura económica con el fin de satisfacer los márgenes que le exigirán las cámaras de compensación de estos mercados financieros, pudiendo ver reducida la capacidad que tiene para captar recursos financieros como consecuencia de la desconfianza de estos mercados.

Por otra parte, el riesgo de mercado se relaciona con el de crédito, ya que, por ejemplo, una entidad financiera que opera en mercados financieros no organizados de activos financieros derivados puede experimentar pérdidas el supuesto de que se produzca una variación de las variables de mercado que le sea favorable la entidad financiera y que suponga para los deudores de la misma una pérdida de cuantía tan elevada que sean incapaces de cumplir con sus obligaciones.

Respecto al riesgo de crédito, éste se relaciona, por un lado, con el de liquidez, pues el impago de uno o más deudores pueden traer consigo que la entidad financiera se vea en la necesidad de liquidar en condiciones desfavorables los activos financieros que tiene en su estructura económica, lo que en condiciones extremas puede incluso afectar a la capacidad que tiene dicha entidad de captar recursos financieros, debido a la desconfianza de los agentes que operan en los mercados financieros; y, por otro, con el riesgo de mercado cuando la entidad financiera negocia activos financieros de forma continua, en cuyo caso un descenso en la clasificación crediticia de los deudores provoca un descenso en el valor de mercado de estos activos financieros.

Asimismo, el riesgo operativo se relaciona principalmente con el de liquidez, especialmente cuando, como consecuencia del acaecimiento del primer riesgo, la entidad financiera experimenta pérdidas de elevada cuantía que traen consigo la desconfianza en esta entidad de los agentes que operan en los mercados financieros, afectando a la capacidad que dicha entidad tiene de captar recursos financieros.

Por último, todos los riesgos financieros que se han expuesto más arriba están relacionados con el riesgo de insolvencia de la entidad financiera, puesto que el acaecimiento de estos riesgos pueden ocasionarle pérdidas de tal cuantía que absorban todos los recursos financieros que la entidad tiene en su estructura financiera, provocando su insolvencia.

Los riesgos financieros no son exclusivos de las entidades financieras, dado que las empresas no financieras que operan en mercados financieros también están expuestas a estos riesgos. No obstante, los principales riesgos a los que están expuestas las entidades

no financieras son los denominados “riesgos de negocio”, los cuales son el conjunto de riesgos específicos de la empresa, de la industria o sector y de los mercados en los que este tipo de empresas desarrollan su actividad. Por tanto, la exposición de las empresas no financieras a los riesgos financieros es secundaria.

2. CRÉDITO, RIESGO Y RIESGO DE CRÉDITO

Un crédito es, en sentido amplio, una cesión temporal de un bien económico con la esperanza de recuperarlo en un momento futuro[3].

Los créditos presentan un conjunto de elementos comunes entre los que destacan los siguientes:

1. La existencia de dos partes: una que cede temporalmente un bien, denominada acreedor, y otra que lo recibe, denominada deudor.
2. El objeto de la cesión es un bien económico, de naturaleza real o financiera, que, en la mayoría de las ocasiones, es dinero o algo que le resulta equivalente.
3. El acreedor tiene la esperanza de recuperar el bien en un momento futuro, el cual puede estar determinado o no.

   El significado etimológico de la palabra crédito es confianza, de forma que la esperanza del acreedor se basa en la confianza que tiene sobre el deudor, las características de la cesión o los acuerdos establecidos en ésta. En este sentido, el crédito conlleva un derecho de cobro para el acreedor y una obligación de pago para el deudor, siendo un activo financiero para el primero y un pasivo para el segundo.
4. El establecimiento de una remuneración a favor del acreedor cuya finalidad es compensarle por la renuncia temporal al bien cedido.

En cuanto al riesgo, es un concepto que tiene significados y connotaciones diferentes dependiendo del contexto en el que se sitúe, tal y como señalan Crouhy, Mark y Galai (2001). No obstante, a efectos del presente trabajo se consideran las definiciones de riesgo de los autores y entidades siguientes:

1. El Diccionario de la Lengua Española define el riesgo como “la contingencia o proximidad de un daño”.

[3] Al respecto véanse, entre otros, González Catalá (1995), p. 303, y Suárez Suárez (1998), p. 360.

2. La International Actuarial Association (2004), p. 26, define el riesgo como "la posibilidad de acaecimiento de un suceso que tendrá un impacto sobre los objetivos. Se mide en términos de consecuencias y probabilidad"[4].
3. Peña (2002), p. 7, cita a Bankers Trust que proporciona la definición siguiente: "Riesgo es la variación potencial en el valor económico de una cartera de inversiones".
4. Según Bessis (2002), p. 11, "los riesgos son incertidumbres cuyo resultado son variaciones adversas de la rentabilidad o en pérdidas"[5].
5. Según Leonard (1998), p. 105, "el riesgo es una medida de la incertidumbre". Además, este autor subraya lo siguiente "En el transcurso de los años, el término riesgo ha ganado connotaciones negativas […]. Hablando estrictamente, el riesgo no es ni bueno ni malo: sólo significa que el resultado es incierto […]"[6].

Todas estas definiciones de riesgo tienen una serie de elementos comunes entre los que destacan los dos siguientes:

1. La existencia de una incertidumbre de carácter objetivo, que es susceptible de ser medida y cuantificada.
2. Aunque Leonard señale expresamente que el riesgo no tiene connotaciones negativas, en el ámbito financiero este concepto se relaciona con la posibilidad de un resultado negativo, el cual puede ser la disminución de la rentabilidad o, incluso, una pérdida.

Si se consideran estos dos elementos puede decirse que el riesgo de crédito proviene de la incertidumbre de carácter objetivo que el acreedor tiene sobre la pérdida que le puede ocasionar el incumplimiento, por parte del deudor, de las obligaciones establecidas en el crédito.

No obstante, tal y como señala Bessis (2002), pp. 13-15, el riesgo de crédito de los activos financieros que componen la estructura económica de la entidad financiera presenta dos vertientes en función de la cartera a la que pertenezcan dichos activos financieros, las cuales dan lugar a sendas definiciones de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito"[7]. Así, el riesgo de crédito de los activos financieros que componen la cartera de inversión tiene su origen en la incertidumbre existente sobre un

[4] Traducción libre del autor.
[5] Traducción libre del autor.
[6] Traducción libre del autor.
[7] Respecto a la definición de dicha variable aleatoria, véase el epígrafe 1.1. del segundo capítulo.

único suceso, que es el impago, el cual puede producir una disminución en el valor económico de los activos financieros.

En cambio, el riesgo de crédito de los activos financieros que componen la cartera de negociación procede de la incertidumbre existente sobre varios sucesos que afectan al valor económico del activo financiero y que son, principalmente, la disminución de la categoría crediticia del deudor –incluyendo entre otros, el suceso impago- y el incremento del diferencial entre el tanto de rentabilidad que proporciona el activo financiero y el que proporcionan los activos financieros libres de riesgo.

Desde el punto de vista histórico, el riesgo de crédito es el más antiguo de los riesgos financieros, tal y como señalan Caouette, Altman y Narayanan (1998), p. 1, al citar al código de Hammurabi, en el que se establecen una serie de normas que regulan el crédito, dejando constancia escrita de la existencia del riesgo de crédito en la antigua Babilonia, 1.800 años antes de Cristo.

Sin embargo, a pesar de su antigüedad, el riesgo de crédito no despierta el interés de los académicos y profesionales hasta mediados de la década de los noventa. Una muestra de ello es la escasez de publicaciones que existe sobre este riesgo hasta la fecha, tal y como señala Kao (2000), pp. 50-51.

Según Saunder y Allen (2002), pp. 1-3, el creciente interés que el riesgo de crédito despierta en los académicos, los profesionales y los organismos de supervisión y control de la actividad financiera, se debe a las razones siguientes:

1. La legislación aplicable a las entidades financieras, que les obliga a tener en su estructura financiera unos recursos financieros que sean suficientes para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que quedan expuestas en el desarrollo de su actividad.
2. El fenómeno de la desintermediación financiera.
3. El incremento de la competencia entre los intermediarios financieros y, como consecuencia de ello, la reducción de los márgenes de intermediación.
4. El incremento estructural de los impagos.
5. Los cambios que han experimentado los activos que garantizan la devolución de los créditos, los cuales, en el ámbito del riesgo de crédito, reciben la denominación de colateral. En los últimos años el valor medio esperado de estos activos ha disminuido, incrementándose su dispersión.

6. El incremento, tanto en número como en cuantía, de las operaciones que no tienen representación en el balance de situación de las entidades financieras.
7. Los avances en la informática y las telecomunicaciones, los cuales facilitan el tratamiento automatizado de la información.

La falta de interés en el riesgo de crédito puede deberse a sus características que hacen que su medición y gestión sea más complicada que la de otros riesgos financieros como, por ejemplo, el de mercado, el cual sea, probablemente, el riesgo financiero más estudiado hasta el momento. Así, comparando los riesgos de crédito y de mercado se ponen de manifiesto una serie de diferencias entre las que destacan las cuatro siguientes:

1. La información que las entidades financieras tienen disponible para medir el riesgo de crédito es escasa o, por lo menos, no es tan abundante como la información disponible para medir el riesgo de mercado.

   Las principales razones de esta falta de información son las dos siguientes:

   a) Los sucesos relacionados con el riesgo de crédito en general, y con el impago en particular, son poco frecuentes.

      Esto supone que el número de observaciones disponibles para la determinación de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito es reducido, complicando la utilización de los métodos y modelos empleados en la medición del riesgo de crédito.

   b) La información sobre las variables explicativas de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito está disponible en momentos del tiempo que distan bastante entre sí.

      Éste es el caso de las cuentas anuales de las empresas, que se publican con periodicidad anual, o de los informes sobre variables macroeconómicas y sectoriales elaborados por diversas entidades públicas y privadas, los cuales se publican con periodicidad anual, trimestral o mensual.

   Esta falta de información se agrava por el hecho de que numerosos activos financieros expuestos al riesgo de crédito son ilíquidos[8].

2. La amplitud del horizonte temporal empleado en la medición del riesgo de crédito es mayor que la utilizada en la medición del riesgo de mercado.

[8] Respecto a los activos financieros ilíquidos, véase el epígrafe 3.1.1 de este capítulo.

En la medición del riesgo de crédito se toma, generalmente, un año o incluso un periodo de amplitud superior, mientras que en el riesgo de mercado es de días o semanas. Las principales consecuencias de esta diferencia son las dos siguientes:

a) Las aproximaciones que se utilizan con frecuencia en la medición del riesgo de mercado no son válidas para la medición del riesgo de crédito.

b) La información utilizada para la medición del riesgo de crédito debe abarcar numerosos años y varios ciclos económicos para que los modelos empleados en la medición del riesgo de crédito tengan una validez similar a los utilizados en el riesgo de mercado, lo cual se debe a la amplitud del horizonte temporal empelado en la medición del riesgo de crédito y a la infrecuencia de los fenómenos relacionados con este riesgo.

3. La distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" se caracteriza por ser asimétrica positiva –o a la derecha- y leptocúrtica, mientras que la de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de mercado" se caracteriza por ser simétrica y mesocúrtica, lo que supone que:

   a) Las medidas empleadas en la medición del riesgo de mercado no son adecuadas para la medición del riesgo de crédito y, por consiguiente, las aproximaciones que, con frecuencia, se utilizan en la medición del riesgo de mercado para obtener estas medidas tampoco son adecuadas en la medición del riesgo de crédito.

   b) Los modelos de gestión del riesgo de mercado en carteras de activos financieros tales como, por ejemplo, el de valoración de activos financieros por medio de la cartera de mercado – C*apital Assets Pricing Model* en lengua inglesa, o *CAPM* de forma abreviada- asumen la hipótesis de que la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de mercado" es normal, que se caracteriza por ser simétrica y mesocúrtica. No obstante, la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" presenta otras características, como se acaba de indicar, las cuales deberían considerarse en los modelos empleados en la gestión del riesgo de crédito.

4. La importancia que el riesgo idiosincrásico tiene en el riesgo total de un activo financiero es mayor en el riesgo de crédito que en el de mercado.

   Esta diferencia se debe a que el riesgo de crédito depende de una serie de factores que son específicos de cada deudor, mientras que en el riesgo de mercado depende de una serie de factores que son comunes a los activos financieros. Por tanto, la

dependencia entre las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito" de cada uno de los activos financieros de una cartera es menor que la de las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de mercado".

Las principales consecuencias de la baja dependencia que presentan las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito" de cada uno de los deudores de la cartera son las dos siguientes:

a) El coste de oportunidad que tiene una cartera de activos financieros concentrada o, lo que es lo mismo, poco diversificada, es mayor en la gestión del riesgo de crédito que en la del de mercado.

b) Para que la cobertura del riesgo de crédito sea efectiva, los activos financieros derivados empleados en su cobertura deben tener activos subyacentes que presenten una alta dependencia con los activos financieros que están expuestos a dicho riesgo.

   Sin embargo, la dependencia entre los activos financieros expuestos al riesgo de crédito y la mayoría de los activos financieros que se negocian en la actualidad en los mercados financieros de contado o de derivados no es de este tipo, siendo la principal razón de que surjan activos financieros derivados en los que el subyacente es, precisamente, el riesgo de crédito de un activo o deudor.

3. ELEMENTOS DEL CRÉDITO

Los principales elementos de los que depende el riesgo de crédito son el activo financiero y el deudor. Ambos elementos influyen en los valores que presentan las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, siendo decisivos en la misma.

3.1. ACTIVOS FINANCIEROS

Los activos financieros pueden definirse como "los títulos (o, cada vez más, simples anotaciones contables) emitidos por las unidades económicas de gasto, que constituyen un medio de mantener riqueza para quienes los poseen y un pasivo para quienes los generan" [9].

[9] Rodríguez Sáiz, Parejo, Cuervo y Calvo (2003), p. 4.

3.1.1. ACTIVOS ILÍQUIDOS

La liquidez es una de las características de los activos financieros –junto con la rentabilidad y el riesgo-, la cual depende de la facilidad con la que pueden ser convertidos en dinero de forma fácil, rápida y sin pérdidas significativas de valor.

Los activos financieros pueden presentar diversos grados de liquidez. No obstante, cuando dicha característica se emplea como criterio de clasificación suelen distinguirse dos categorías, que se corresponden con los casos extremos que pueden presentarse, y que son las siguientes:

1. Activos financieros líquidos, que se caracterizan por presentar un alto grado de liquidez proporcionada por la negociación en mercados financieros secundarios que se caracterizan, a su vez, por ser amplios, flexibles y profundos.

   Estos activos financieros son, fundamentalmente, la mayoría de los que se negocian en los mercados secundarios organizados, incluidos los de renta variable que se negocian en las bolsas de valores.

2. Activos financieros ilíquidos, que son aquéllos que se caracterizan porque, o bien carecen de liquidez debido a que no se negocian en ningún mercado financiero secundario, o bien su grado de liquidez es reducido, lo cual se debe principalmente a que se negocian en mercados secundarios que carecen de las características de amplitud, flexibilidad y profundidad.

El grado de liquidez de un activo financiero depende, fundamentalmente, de:

1. Las características del mercado financiero en el que se negocia.

   La liquidez del activo será menor cuanto menor sea el volumen de negociación que existe en el mercado financiero en cuestión.

   Los volúmenes de negociación bajos pueden ser el resultado de una situación coyuntural como, por ejemplo, una crisis económica o financiera; o pueden ser el resultado de una situación estructural producida porque el mercado financiero carece de la amplitud, flexibilidad y profundidad necesarias para que los activos financieros que se negocian en él sean líquidos.

2. Las características del propio activo financiero.

   Así, existe una relación directa entre los grados de liquidez y de estandarización de un activo financiero, la cual está vinculada, a su vez, con el mercado financiero en el que se emite o negocia el activo financiero, de forma que los activos que se emiten o

negocian en mercados financieros organizados, en los que las caracteríticas del activo las establece la cámara de compensación, son más líquidos que los que se emiten o negocian en mercados financieros no organizados, en los que las características del activo las establecen el comprador y el vendedor de mutuo acuerdo.

Las principales implicaciones que la falta de liquidez de los activos financieros tiene para la medición del riesgo de crédito son las tres siguientes:

1. Se carece de la información que los mercados financieros proporcionan para la medición del riesgo de crédito, o dicha información no es fiable.
2. Se carece de del instrumento de valoración de los activos financieros que los mercados financieros proporcionan a través del precio de mercado, o este precio no puede utilizarse como una estimación fiable del valor del activo.
3. Si no existe mercado financiero, la venta del activo financiero no puede utilizarse como instrumento de gestión del riesgo de crédito.

3.1.2. ACTIVOS EXPUESTOS AL RIESGO DE CRÉDITO

Considerando el concepto de riesgo de crédito expuesto en el segundo epígrafe de este capítulo, los activos financieros expuestos al mismo son todos aquéllos activos financieros en los que la entidad financiera tiene una incertidumbre de carácter objetivo sobre la pérdida que le puede ocasionar el incumplimiento por parte del deudor de las obligaciones establecidas en el activo financiero.

La naturaleza del activo financiero es de gran importancia en la medición del riesgo de crédito porque de ella depende la cuantía de la exposición al riesgo de crédito, representada por la variable "exposición al riesgo de crédito", y la pérdida que experimenta la entidad financiera en el supuesto de que se produzca el impago del deudor, representada por la variable aleatoria "pérdida en caso de impago"[10].

A efectos de la medición del riesgo de crédito, los activos financieros que componen la estructura económica de la entidad financiera pueden clasificarse atendiendo a diversos criterios de clasificación entre los que destacan, por un lado, su pertenencia a la cartera de inversión o a la de negociación, y, por otro, su representación o no en el balance de situación de la entidad.

[10] Respecto a las dichas variables, véase el epígrafe 1.5 del segundo capítulo sobre definición de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito y los epígrafes 2 y 3 del tercer capítulo sobre la variable "exposición al riesgo de crédito" y la variable aleatoria "pérdida en caso de impago".

3.1.2.1. PRÉSTAMOS

Un préstamo es, generalmente, una operación financiera de prestación simple y contraprestación compuesta[11], en la que el acreedor –denominado prestamista- se compromete a entregar una determinada cantidad de dinero al deudor –denominado prestatario- y éste último se obliga a devolver dicha cantidad de la forma pactada en la operación financiera, junto con los intereses, comisiones y los gastos que ocasione dicha operación.

Los prestamistas pueden ser de diversa naturaleza, aunque lo habitual es que sea una entidad bancaria o un establecimiento financiero de crédito, en cuyo caso el préstamo se denomina bancario y se documenta en un contrato denominado póliza de préstamo. Asimismo, los prestatarios pueden ser empresas privadas, economías domésticas o pertenecer al sector público.

Los préstamos, salvo los sindicados, no suelen negociarse directamente en los mercados financieros secundarios, y forman parte de la cartera de inversión de las entidades bancarias, que, generalmente, los mantienen en su estructura económica hasta su vencimiento y los valoran empleando el valor contable.

3.1.2.2. LINEAS DE CRÉDITO

Una línea de crédito, o simplemente crédito[12], es una operación en la que una parte –denominada cedente- se compromete a ceder a otra –denominada cesionario- bienes económicos hasta un límite, el cual puede estar prefijado o no, mientras que la otra parte se compromete a devolver dichos bienes según las condiciones pactadas.

Atendiendo a la naturaleza del cedente, las líneas de crédito pueden clasificarse en los dos tipos siguientes:

1. Las líneas de crédito comercial, en las que el cedente es generalmente una empresa no financiera que concede a sus clientes un aplazamiento en el pago de los bienes que entrega o de los servicios que presta, dando lugar a lo que en el ámbito empresarial se denomina crédito a proveedores.

[11] No obstante, pueden darse préstamos en los que la prestación y la contraprestación son simples, en cuyo caso reciben la denominación de préstamos elementales o simples.

[12] Nótese que tal y como señala Suárez Suárez (1998), p. 360, el término crédito se utiliza en sentido estricto para hacer referencia a la modalidad de crédito que se expone en este epígrafe.

Aunque es menos habitual que el crédito a proveedores, las líneas de crédito también pueden darse cuando los clientes entregan a la empresa una determinada cantidad de dinero a cuenta de las compras de bienes o la prestación de servicios que esperan obtener en el futuro, dando lugar a lo que en el ámbito empresarial se denomina anticipo de clientes. En este caso la empresa es el cesionario y el cliente es el cedente.

2. Las líneas de crédito bancario, en las que el cedente es una entidad bancaria y el cesionario es cualquier otro agente económico.

   Estas líneas de crédito son operaciones financieras de prestación y contraprestación compuestas en la que la entidad bancaria se compromete a poner a disposición de su cliente cantidades de dinero hasta un límite y durante un periodo de tiempo establecido a priori, cobrando periódicamente intereses por las cantidades dispuestas y una comisión, denominada de disponibilidad, por la parte no dispuesta.

   El crédito bancario se documenta en un contrato, denominado póliza de crédito, y se instrumenta por medio de una cuenta corriente, que habitualmente es de crédito unilateral y tipo de interés no recíproco, ambos a favor de la entidad bancaria. El cliente de la entidad financiera puede llevar a cabo los cobros y los pagos que estime oportunos, los cuales se irán registrando en la cuenta corriente, siempre y cuando no se supere el límite prefijado en la misma.

Al igual que los préstamos bancarios, las líneas de crédito bancarias no suelen negociarse directamente en los mercados financieros secundarios, y forman parte de la cartera de inversión de las entidades bancarias, que, generalmente, los mantienen en su estructura económica hasta su vencimiento y los valoran empleando el valor contable.

3.1.2.3. EMPRÉSTITOS DE OBLIGACIONES

Un empréstito es un préstamo de un importe elevado que se divide en un gran número de préstamos de menor cuantía e iguales características, que son amortizados según un plan prefijado y que son ofrecidos al público general con la finalidad de captar la financiación tanto de los inversores institucionales como de los pequeños inversores.

Las partes alícuotas en las que se divide el importe total de un empréstito se denominan genéricamente obligaciones, aunque en función de sus características económico-financieras, fiscales y jurídicas pueden recibir otras denominaciones tales como, por ejemplo, bonos, cédulas, pagarés y participaciones.

La figura del deudor de un empréstito de obligaciones coincide con la del emisor, el cual puede ser una empresa privada o una entidad del sector público, mientras que los acreedores pueden ser cualquiera de los agentes que forman parte del sistema financiero.

Los empréstitos de obligaciones se negocian generalmente en los mercados secundarios y cuando componen la estructura económica de la entidad financiera forman parte de su cartera de negociación. Estas entidades suelen mantener dichos activos en su estructura económica hasta el final del horizonte temporal que hayan prefijado, el cual puede ser igual o inferior a su vencimiento, y los valoran empleando el valor de mercado.

3.1.2.4. ACTIVOS FINANCIEROS DERIVADOS[13]

Un activo financiero derivado es aquél cuyo valor depende de una o más variables subyacentes, las cuales pueden ser activos reales o financieros.

Los activos financieros derivados se emiten y se negocian en mercados financieros que pueden ser organizados y no organizados. Rodríguez Sáiz, Parejo, Cuervo y Calvo (2003), p. 19, definen estos mercados financieros de la forma siguiente:

- "Se llama mercado organizado aquel en el que se comercia con muchos títulos de forma simultánea en un solo lugar generalmente y bajo una serie específica de normas y reglamentos".
- "Un mercado no organizado, por el contrario, es aquél en que, […] se intercambian activos directamente entre agentes o intermediarios sin necesidad de definir el sitio donde tiene lugar la transacción […]. Las condiciones de precio y cantidad las fijan libremente las partes y no se precisa la intervención de un agente mediador, aunque éste pueda existir".

Desde el punto de vista de la medición del riesgo de crédito, tanto los mercados organizados de activos financieros derivados como los no organizados presentan una serie de diferencias. Así, el riesgo de crédito al que están expuestos los agentes que operan en los mercados financieros organizados está limitado por una serie de mecanismos entre los que destacan los dos siguientes:

[13] En este epígrafe se sigue básicamente a Hull (2003), pp. 1-10, 24-27, 36-37, 125-127, 140-143, 145-146 y 637-639.

1. Los agentes que suscriben un contrato no se relacionan directamente entre sí, si no por medio de una cámara de compensación, que asume el riesgo de crédito de ambas partes.

   No obstante, esta cámara establece una serie de mecanismos cuya finalidad es limitar el riesgo de crédito que asume, destacando los dos siguientes:

   a) La constitución de garantías iniciales por ambas partes que garanticen el cumplimiento de sus obligaciones mediante un depósito de dinero o, si la cámara lo permite, a través de la cesión temporal de activos financieros.

      La constitución de esta garantía supone la apertura de una cuenta corriente entre la cámara de compensación y cada uno de los agentes que operan en el mercado financiero cuyo saldo inicial es igual al importe de la garantía en cuestión.

   b) La liquidación diaria de pérdidas y ganancias, de forma que el resultado positivo de dicha liquidación incrementará el saldo de la cuenta corriente que la cámara mantiene con cada uno de los agentes que operan en el mercado financiero y viceversa.

      Además, si la pérdida experimentada por un agente al final de la sesión supera el porcentaje de la garantía inicial establecido en la normativa que regula el funcionamiento del mercado financiero, la cámara de compensación puede exigirle al agente en cuestión la constitución de una garantía adicional, denominada complementaria, cuya finalidad es que el saldo de la cuenta corriente sea igual o superior al importe de la garantía inicial.

2. La normativa que regula el funcionamiento del mercado financiero puede limitar la variación que puede experimentar de una sesión a otra los precios de los activos financieros, con la finalidad de limitar las pérdidas máximas que pueden experimentar los agentes que operan en el mercado financiero o, por lo menos, lograr que dichas pérdidas se produzcan de forma paulatina.

Los mercados financieros no organizados carecen de todos estos mecanismos y el resultado efectivo que obtiene cada una de las partes del activo financiero depende de la solvencia de la otra, por lo que ambas quedan expuestas mutuamente al riesgo de crédito de su contrapartida.

Los activos financieros derivados se formalizan en contratos de los que se derivan derechos y obligaciones para ambas partes, y pueden clasificarse en función de diversos criterios entre los que destacan, por una parte, los derechos y obligaciones establecidos

en los contratos y, por otra, los mercados financieros en los que se emiten y negocian dichos activos financieros.

Dichos activos se exponen con mayor detalle que el resto de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito porque la metodología de valoración de un tipo de activos financieros derivados –las opciones- se emplea en un tipo de modelos de medición del riesgo de crédito (los basados en el valor de los activos de la empresa deudora[14]).

3.1.2.4.1. CONTRATOS A PLAZO O *FORWARD*

Un contrato a plazo es un activo financiero derivado que se emite y se negocia en un mercado financiero no organizado y en el que se establece un acuerdo para comprar o vender un activo real o financiero –denominado activo subyacente-, por un precio prefijado –denominado precio a plazo o *forward*- en una fecha futura (denominada fecha de entrega).

El comprador de un contrato a plazo se obliga a comprar el activo subyacente en las condiciones especificadas en el mismo, obteniendo un resultado que es igual al flujo neto de caja que produce el contrato en la fecha de entrega, el cual es la diferencia entre el precio que tiene el activo subyacente en el mercado de contado en esta fecha y el precio a plazo. Este resultado viene dado por la expresión siguiente:

$$R_c(t) = P(t) - F$$

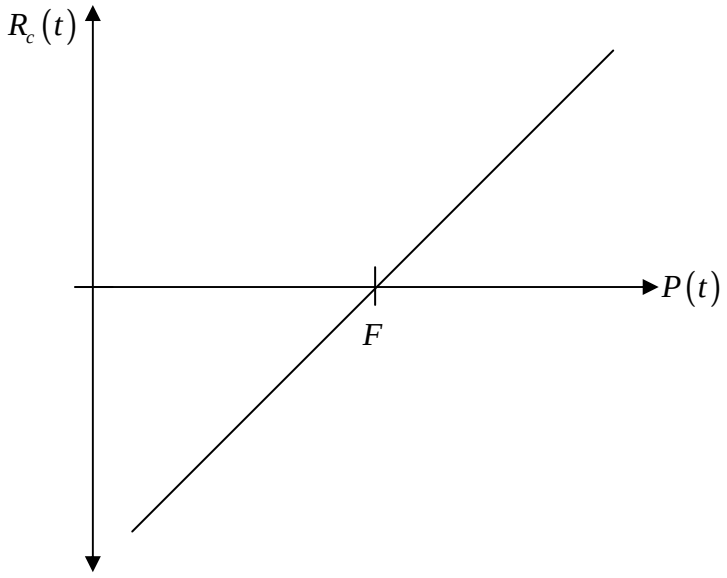
Donde:

- $R_c(t)$ es el resultado que obtiene el comprador del contrato a plazo en la fecha de entrega, representada por t.
- $P(t)$ es el precio del activo subyacente en el mercado de contado en la fecha de entrega.
- F es el precio a plazo o *forward*.

El comprador de un contrato a plazo tiene un perfil de pérdidas y ganancias alcista que puede representarse por medio del gráfico siguiente:

[14] Respecto a dichos modelos, véase el epígrafe 2 del capítulo quinto.

Gráfico 1.1: *Perfil de pérdidas y ganancias del comprador de un contrato a plazo.*



Fuente: Hull, J. C. (2003), p. 4.

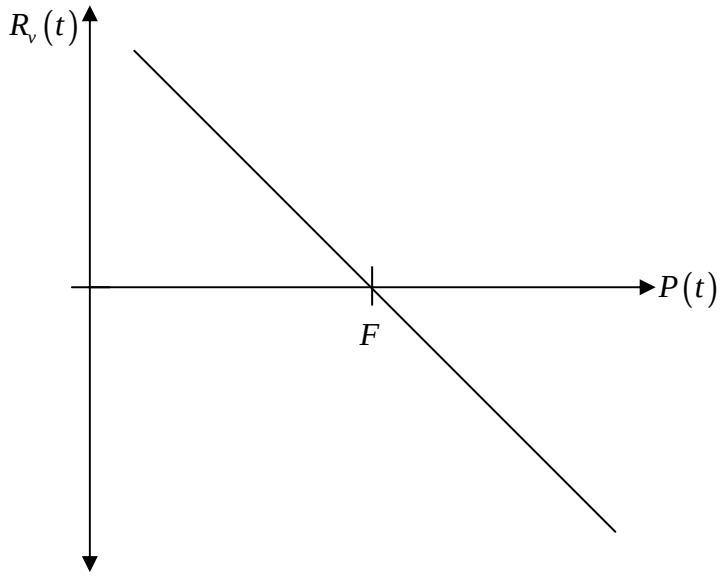
Por su parte, el vendedor de un contrato a plazo se obliga a vender el activo subyacente en las condiciones especificadas en el mismo, obteniendo un resultado que es igual al flujo neto de caja que produce el contrato en la fecha de entrega, el cual es la diferencia entre el precio a plazo y el precio que tiene el activo subyacente en el mercado de contado en esta fecha. Este resultado viene dado por la expresión siguiente:

$$R_v(t) = F - P(t)$$

Siendo $R_v(t)$ el resultado que obtiene el vendedor del contrato a plazo en la fecha de entrega.

El vendedor de un contrato a plazo tiene un perfil de pérdidas y ganancias bajista que puede representarse por medio del gráfico siguiente:

Gráfico 1.2: *Perfil de pérdidas y ganancias del vendedor de un contrato a plazo.*



Fuente: Hull, J. C. (2003), p. 4.

La suma de los resultados que obtienen los agentes que suscriben un contrato a plazo es cero. Esto se debe a que ambos resultados son simétricos respecto del eje horizontal, por lo que en el supuesto de que el comprador del contrato a plazo obtenga una ganancia, su cuantía es igual a la de la pérdida que experimenta el vendedor y viceversa, siendo un juego de suma cero.

3.1.2.4.2. CONTRATOS DE FUTURO

Un contrato de futuro es un activo financiero derivado que se emite y se negocia en un mercado financiero organizado y en el que se establece un acuerdo para comprar o vender un activo real o financiero –denominado subyacente-, por un precio prefijado –denominado precio de futuro- en una fecha futura (denominada fecha de entrega).

Como puede observarse, los contratos a plazo se emiten y negocian en mercados financieros no organizados, mientras que los contratos de futuro se emiten y negocian en mercados financieros organizados.

El elemento diferenciador entre un tipo de contrato u otro es el tipo de mercado financiero en el que se emite y negocia el activo financiero. Por tanto, todo lo expuesto más arriba para el flujo neto de caja que se obtiene en la fecha de entrega, el resultado y el perfil de pérdidas y ganancias, tanto del comprador como del vendedor de un contrato a plazo, es válido para el comprador y el vendedor de un contrato de futuro, con la salvedad de que en lugar del precio a plazo se tiene el de futuro.

3.1.2.4.3. CONTRATOS DE OPCIÓN

Un contrato de opción es un acuerdo por el que una parte, denominada comprador, adquiere, mediante el pago de una prima, el derecho a comprar o vender un activo real o financiero –activo subyacente-, a un precio prefijado –precio de ejercicio de la opción-, en o hasta una fecha determinada –fecha de ejercicio-, mientras la otra parte, denominada vendedor, queda a la espera de lo que decida el comprador.

Los contratos de opción pueden clasificarse en función de diversos criterios, no excluyentes entre sí, entre los que destacan los dos siguientes:

1. Los derechos que adquiere el comprador de la opción, que permite distinguir entre:
    a) Opciones de compra –*call* en lengua inglesa-, que son aquéllas en las que el comprador de la opción tiene el derecho a comprar el activo subyacente en las condiciones especificadas en el contrato.
    b) Las opciones de venta –*put* en lengua inglesa-, que son aquéllas en las que el comprador de la opción tiene el derecho a vender el activo subyacente en las condiciones especificadas en el contrato.
2. El momento en el que el comprador puede ejercitar sus derechos, que permite distinguir, a su vez, entre:

a) Opciones europeas, que son aquéllas en las que el comprador sólo puede ejercer su derecho en la fecha de entrega.

b) Opciones americanas, que son aquéllas en las que el comprador puede ejercer su derecho en cualquier momento, desde la compra de la opción hasta la fecha de entrega.

En el caso de una opción de compra, su comprador adquiere, mediante el pago de una prima, el derecho a comprar el activo subyacente en las condiciones especificadas en el contrato de opción.

El flujo neto de caja que obtiene el comprador depende del valor que tenga el activo subyacente en el mercado de contado en la fecha de ejercicio, pudiendo darse las dos situaciones siguientes:

1. El valor del activo subyacente es mayor que el precio de ejercicio de la opción, en cuyo caso el comprador, que tiene el derecho a comprar el activo subyacente al precio establecido en la opción, se verá beneficiado por el ejercicio de la misma y la ejecutará, obteniendo un flujo neto de caja igual a la diferencia entre el valor del activo subyacente y el precio de ejercicio de la opción.
2. El valor del activo subyacente es igual o menor que el precio de ejercicio de la opción, en cuyo caso el comprador, que tiene el derecho pero no la obligación de comprar el activo subyacente al precio establecido en la opción, se verá perjudicado por el ejercicio de la misma y no la ejecutará, obteniendo un flujo neto de caja igual a cero.

Con independencia de cuál sea el valor del activo subyacente, la expresión que permite obtener el flujo neto de caja que obtiene el comprador de una opción de compra es:

$$FNC_c^c(t) = \max\left[P(t) - PE, 0 \right]$$

Donde:

– $FNC_c^c(t)$ es el flujo neto de caja que el comprador de la opción obtiene en la fecha de ejercicio.

– PE es el precio de ejercicio de dicha opción.

Asimismo, el comprador deberá de pagar la prima de la opción de compra a su emisión, por lo que el resultado que obtiene es la diferencia entre el flujo neto de caja y la prima:

$$R_c^c(t) = FNC_c^c(t) - p_c$$

Siendo $R_c^c(t)$ el resultado que el comprador de la opción obtiene en la fecha de ejercicio y p_c la prima de la opción de compra.

El comprador de una opción de compra tiene un perfil de pérdidas y ganancias alcista con limitación de pérdidas.

En cuanto al vendedor de una opción de compra, éste se obliga mediante el cobro de una prima a vender, a petición del comprador, el activo subyacente en las condiciones especificadas en el contrato de opción.

El flujo neto de caja que el vendedor obtiene es el opuesto al del comprador y viene dado por la expresión siguiente:

$$FNC_c^v(t) = \min\left[0,\ PE - P(t)\right]$$

Siendo $FNC_c^v(t)$ el flujo de caja que el vendedor de la opción obtiene en la fecha de ejercicio.

Asimismo, el vendedor cobra una prima por la emisión de la opción de compra en concepto de compensación por la cuantía del flujo neto de caja que, en su caso deberá desembolsar. Por tanto, el resultado que obtiene el vendedor es la suma del flujo neto de caja y la prima:

$$R_c^v(t) = FNC_c^v(t) + p_c$$

Donde $R_c^v(t)$ es el resultado que obtiene el vendedor de la opción en la fecha de ejercicio de la misma.

El vendedor de una opción de compra tiene un perfil de pérdidas y ganancias bajista con limitación de ganancias.

En lo que se refiere al comprador de una opción de venta, adquiere, mediante el pago de una prima, el derecho a vender el activo subyacente en las condiciones especificadas en el contrato de opción.

El flujo neto de caja que obtiene el comprador depende del valor que tenga el activo subyacente en el mercado de contado en la fecha de ejercicio, pudiéndose dar las dos situaciones siguientes:

– El valor del activo subyacente es menor que el precio de ejercicio de la opción, en cuyo caso el comprador, que tiene el derecho a vender el activo subyacente al precio establecido en la opción, se verá beneficiado por el ejercicio de la misma y la ejecutará, obteniendo un flujo neto de caja igual a la diferencia entre el precio de ejercicio de la opción y el precio del activo subyacente.

– El valor del activo subyacente es igual o mayor que el precio de ejercicio de la opción, en cuyo caso el comprador, que tiene el derecho pero no la obligación de vender el activo subyacente al precio establecido en la opción, se verá perjudicado por el ejercicio de la misma y no la ejecutará, obteniendo un flujo neto de caja igual a cero.

Con independencia de cual sea el valor del activo subyacente, la expresión que permite obtener el flujo neto de caja que obtiene el comprador es la siguiente:

$$FNC_v^c(t) = \max\left[PE - P(t), 0\right]$$

Asimismo, el comprador deberá pagar la prima de la opción de compra a su emisión, por lo que el resultado que obtiene es la diferencia entre el flujo neto de caja y la prima:

$$R_v^c(t) = FNC_v^c(t) - p_v$$

Siendo p_v la prima de la opción de venta.

El comprador de una opción de venta tiene un perfil de pérdidas y ganancias bajista con limitación de pérdidas.

Respecto al vendedor de una opción de venta, éste se obliga, mediante el cobro de una prima, a comprar, a petición del comprador, el activo subyacente en las condiciones especificadas en el contrato de opción.

El flujo neto de caja que el vendedor obtiene es el opuesto al del comprador y viene dado por la expresión siguiente:

$$FNC_v^v(t) = \min\left[0, P(t) - PE\right]$$

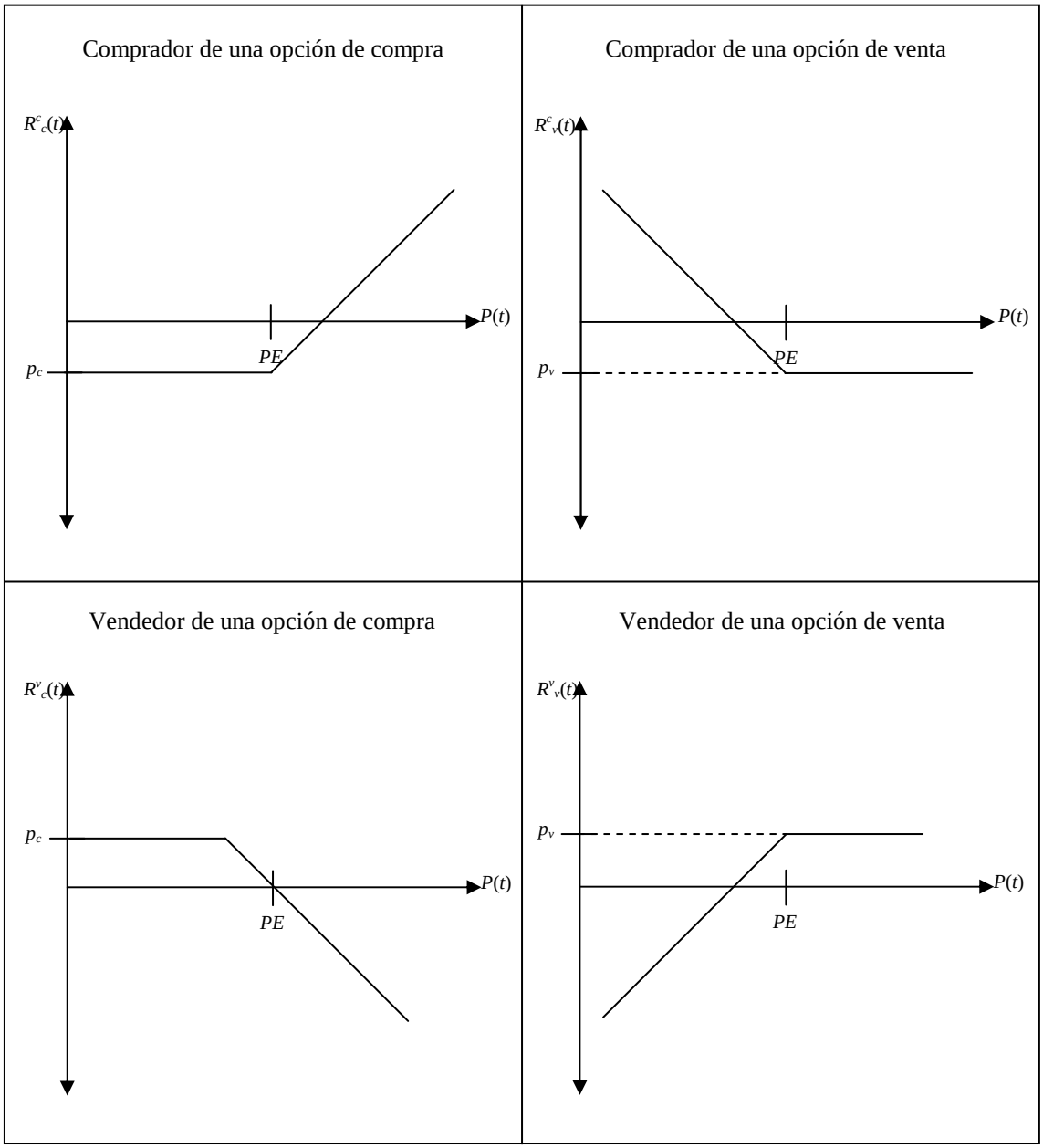
Asimismo, el vendedor cobra una prima por la emisión de la opción de venta en concepto de compensación por la cuantía del flujo neto de caja que, en su caso, deberá desembolsar. Por tanto, el resultado que obtiene el vendedor es la suma del flujo neto de caja y la prima:

$$R_v^v(t) = FNC_v^v(t) + p_v$$

El vendedor de una opción de venta tiene un perfil de pérdidas y ganancias alcista con limitación de ganancias.

A modo de resumen, los resultados que obtienen el comprador y el vendedor de una opción de compra y de venta se representan en el cuadro siguiente:

Gráfico 1.3: *Cuadro resumen del perfil de pérdidas y ganancias del comprador y del vendedor de una opción de compra y de venta*



Fuente: Bluhm, Overbeck y Wagner (2003), p. 129.

Ambos resultados son simétricos respecto del eje horizontal, por lo que la ganancia que obtiene el comprador de la opción es igual a la pérdida que experimenta el vendedor de la opción y viceversa, siendo un juego de suma cero. Por tanto, la suma de los resultados que obtienen los dos agentes –comprador y vendedor de una opción, ya sea de compra o de venta- es cero.

En cuanto a los activos financieros derivados expuestos más arriba, esto es, los contratos a plazo, de futuro y de opción, éstos pueden tener como activo subyacente un activo real o financiero.

En el supuesto de que el activo subyacente sea financiero, puede ser un tipo de interés, un tipo de cambio, un activo financiero de renta fija, uno de renta variable o un índice bursátil. Además, los contratos de opción pueden tener como activo subyacente a otros contratos de futuro y el riesgo de crédito asociado a un deudor o a otro activo financiero[15].

Asimismo, los activos financieros derivados que se emiten y negocian en mercados financieros no organizados y en los que el activo subyacente es un tipo de interés reciben denominaciones específicas, tales como *FRA* –abreviatura de *Forward Rate Agreement*- en el caso de los contratos a plazo, y *cap* y *floor*, en el caso de las opciones de compra y de venta, respectivamente.

3.1.2.4.4. CONTRATOS DE PERMUTA FINANCIERA O *SWAPS*

Un contrato de permuta financiera es un activo financiero derivado que se emite y se negocia en mercados financieros no organizados y en el que dos partes establecen un acuerdo para intercambiar un conjunto de flujos netos de caja en el futuro, estableciendo en el momento de la formalización del contrato las fechas en las que se llevará a cabo el intercambio de dichos flujos netos de caja y el método que se empleará para determinar la cuantía de los mismos.

Estos contratos pueden considerarse como una sucesión en el tiempo de contratos a plazo, dado que un contrato a plazo produce un único flujo de caja que vence en un único momento futuro, mientras que un contrato de permuta financiera produce uno o más flujos de caja que vencen en uno o más momentos futuros.

Los contratos de permuta financiera pueden tener como activo subyacente un tipo de cambio, un tipo de interés o el riesgo de crédito asociado a otro activo financiero.

Todos los activos financieros derivados que se han expuesto más arriba forman parte de la cartera de negociación de las entidades financieras, las cuales los valoran empleando el valor de mercado.

[15] Como resultado del proceso de innovación que están experimentando los mercados financieros también pueden encontrarse activos financieros derivados en los que el subyacente es el tiempo meteorológico, la energía y los siniestros cubiertos por contratos de seguro. Al respecto, véase, por ejemplo, Hull (2003), pp. 678-683.

Los activos financieros derivados emitidos en mercados financieros organizados suelen negociarse en mercados secundarios y las entidades financieras los mantienen en su estructura económica hasta el final del horizonte temporal prefijado, el cual suele ser inferior a su fecha de entrega (o de ejercicio, según el activo).

Por el contrario, los activos financieros derivados emitidos en mercados financieros no organizados no suelen negociarse en mercados secundarios, dado que, al ser activos no estandarizados, suele ser complejo encontrar contrapartida, por lo que las entidades financieras los mantienen en su estructura económica hasta el vencimiento.

3.1.2.4.5. OTROS ACTIVOS FINANCIEROS NO REPRESENTADOS EN EL BALANCE DE SITUACIÓN DE LA ENTIDAD FINANCIERA

Además de todos los activos financieros derivados que se han expuesto más arriba, las entidades financieras suscriben con sus clientes una serie de contratos que conllevan obligaciones que no se representan en su balance de situación.

Dichos contratos conllevan para la entidad financiera el pago a una tercera persona de un capital, cuya cuantía se determina en función de los términos fijados en el contrato, en el supuesto de que se produzca el suceso especificado en el mismo, el cual generalmente está relacionado con el riesgo de crédito del cliente. Este es el caso de las cartas de crédito y de diversos tipos de garantías tales como, por ejemplo, los avales bancarios.

Estos activos financieros forman parte de la cartera de inversión de las entidades financieras, las cuales los mantienen en su estructura económica hasta su vencimiento y suelen valorarlos empleando el valor nominal que figura en el contrato.

3.2. DEUDORES. LAS EMPRESAS PRIVADAS

Como se ha expuesto más arriba, el deudor es la parte del crédito que recibe temporalmente el bien objeto del mismo. A efectos del presente trabajo, los deudores se clasifican en las empresas privadas, las familias y el sector público.

La naturaleza del deudor es de gran importancia en la medición del riesgo de crédito porque de ella dependen las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito[16].

[16] En relación con dichas variables, véase el epígrafe 1.5 del segundo capítulo.

Dicha naturaleza influye en la definición de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor"[17], en los métodos y modelos, ya sean empíricos o teóricos, que pueden emplearse en la determinación de su distribución de probabilidad, en las variables explicativas que pueden utilizarse en estos modelos y en la muestra o población que puede emplearse en la determinación de sus parámetros.

Asimismo, la naturaleza del deudor también influye en la variable aleatoria "pérdida en caso de impago"[18], ya que de ésta depende la capacidad que tiene la entidad financiera para exigirle al deudor el cumplimiento de sus obligaciones en caso de impago, salvaguardando de esa forma sus intereses.

En este sentido, la entidad financiera puede recurrir a la justicia con la finalidad de solicitar un concurso de acreedores cuando el deudor es una empresa privada o una familia, lo cual no ocurre cuando éste es una entidad pública.

De todos los deudores que se han expuesto más arriba, el riesgo de crédito más estudiado es el de las empresas privadas, por lo que a continuación se exponen las características de este tipo de empresas que son más relevantes para la medición de dicho riesgo.

El sector privado está formado por las empresas cuyo capital es de propiedad privada, con independencia de que este capital pertenezca a personas físicas o jurídicas[19].

Las empresas[20] pueden clasificarse en función de diversos criterios, que no son excluyentes entre sí,

Uno de los criterios más importantes es el tamaño, en función del cual se distingue entre empresas grandes, medianas y pequeñas. No obstante, en muchas ocasiones las clasificaciones que se obtienen empleando este criterio de clasificación son imprecisas, lo que se debe, fundamentalmente, a que la utilización de distintas variables y unidades de medida en la definición de los criterios da lugar a que éstos sean heterogéneos, sobre todo cuando las empresas comercializan bienes y servicios en varios países y son clasificadas en función de los criterios que habitualmente se utilizan en los mimos.

[17] Respecto a la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", véase el epígrafe 1 del tercer capítulo.
[18] Respecto a la variable aleatoria "pérdida en caso de impago", véase el epígrafe 3 del tercer capítulo.
[19] Respecto al concepto de empresa, la evolución del mismo y el concepto de empresa privada, véase Bueno, Cruz y Durán (1987).
[20] Salvo que expresamente se diga lo contrario, de aquí en adelante el término empresa hace referencia a las empresas privadas.

Considerando dichas dificultades, el criterio de clasificación que se utiliza en el presente trabajo es el establecido por el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea[21], que emplea un criterio basado en los tres elementos siguientes:

1. El tamaño de la empresa, medido por el importe anual de sus ventas.
2. La exposición de la entidad financiera al riesgo de crédito de la empresa.
3. El método utilizado por la entidad financiera en la medición el riesgo de crédito de la empresa.

En función de los criterios expuestos más arriba, este organismo establece la siguiente clasificación de empresas:

1. Las grandes empresas, que son aquéllas cuyo importe anual de ventas es igual o superior a cincuenta millones de euros.
2. Las pequeñas y medianas empresas, que son aquéllas cuyo importe anual de ventas es inferior a cincuenta millones de euros.

   Dicho organismo distingue, a su vez, entre dos tipos de pequeñas y medianas empresas: uno compuesto por aquellas empresas con un importe anual de ventas inferior a cincuenta millones de euros, y otro tipo formado por aquellas empresas en las que, además, la entidad financiera presenta una exposición al riesgo de crédito inferior a un millón de euros y emplea una metodología de medición de este riesgo similar a la que se emplea en las familias.

Esta clasificación es relevante por las diferencias que presentan las grandes y las pequeñas y medianas empresas en la medición del riesgo de crédito.

3.2.1. CARACTERÍSTICAS RELEVANTES EN LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO DE LAS GRANDES EMPRESAS

Las principales características de las grandes empresas que son relevantes para la medición del riesgo de crédito son las siguientes:

1. Las carteras de activos financieros cuyos deudores son grandes empresas se caracterizan por estar compuestas por un número reducido de activos financieros de elevada cuantía, lo que, en comparación con otras carteras de activos financieros como, por ejemplo, las compuestas por créditos a las pequeñas y medianas empresas, conlleva las diferencias siguientes:

[21] Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (2003), pp. 21, 48, 50 y 58.

a) El rendimiento que la entidad financiera obtiene por este tipo de activos financieros es mayor, lo cual se debe a que los costes de análisis y medición del riesgo de crédito son principalmente fijos, mientras que los ingresos que proporcionan los activos financieros expuestos al riesgo de crédito son variables, dependiendo fundamentalmente de la cuantía de los mismos.

b) Las variables "exposición al riesgo de crédito" y "pérdida asociada al riesgo de crédito" pueden presentar valores elevados, de forma que, en el peor de los casos, el impago del deudor puede afectar negativamente a la solvencia de la entidad financiera.

c) Los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad en este tipo de carteras son cuantiosos, por lo que la concentración tiene un coste muy alto para la entidad.

2. Desde el punto de vista de la información disponible para la entidad financiera, las grandes empresas se caracterizan por ser más transparentes, lo cual se debe a las dos razones siguientes:

   a) Tanto las entidades financieras como otros agentes de los mercados financieros como, por ejemplo, las agencias de clasificación crediticia, llevan recopilando información sobre el riesgo de crédito de las grandes empresas durante un periodo amplio, por lo que la información que existe para la medición de este riesgo es suficiente, incluyendo uno o más ciclos económicos completos.

   b) Las grandes empresas se caracterizan por la facilidad que tienen para acceder a los mercados financieros, los cuales proporcionan una fuente de información importante para la medición del riesgo de crédito.

      En este sentido, los mercados financieros primarios y organizados proporcionan a la entidad financiera información por medio de las clasificaciones que emiten las agencias de clasificación crediticia y de la información económico-financiera que la empresa debe presentar ante los organismos de supervisión y control para que éstos autoricen la emisión de los activos financieros.

      Por su parte, los mercados financieros secundarios y organizados proporcionan información a través de los precios de los activos financieros emitidos por la empresa y de la información económico-financiera que ésta debe proporcionar a los organismos de supervisión y control con la finalidad de que éstos no revoquen su autorización de negociación de dichos activos.

3. En la medición del riesgo de crédito de las grandes empresas, las entidades financieras suelen emplear sistemas ascendentes[22], así como métodos y modelos ajustados al mercado[23].

4. Las variables fundamentales en la medición de riesgo de crédito de las grandes empresas presentan unos valores propios que son distintos a los de otro tipo de deudores.

   Así, la probabilidad de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente el valor impago en las grandes empresas es menor que en las pequeñas y medianas empresas. En cambio, la dependencia entre las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" de dos grandes empresas cualesquiera es mayor que la de dos pequeñas y medianas empresas.

5. La mayoría de los activos financieros emitidos por grandes empresas se caracterizan porque se negocian directamente en mercados financieros secundarios, los cuales constituyen en sí mismos un instrumento de valoración del riesgo de crédito y proporcionan instrumentos de gestión de dicho riesgo.

3.2.2. CARACTERÍSTICAS RELEVANTES EN LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO DE LAS PEQUEÑAS Y MEDIANAS

Las principales características de las pequeñas y medianas empresas que son relevantes para la medición del riesgo de crédito son las siguientes:

1. Las carteras de activos financieros cuyos deudores son pequeñas y medianas empresas se caracterizan por estar compuestas por numerosos activos financieros de reducida cuantía, lo que, en comparación con otras carteras de activos financieros como, por ejemplo, las compuestas por créditos a las grandes empresas, implica las diferencias siguientes:

   a) El rendimiento que la entidad financiera obtiene por este tipo de activos financieros es menor como consecuencia de las razones que se han expuesto más arriba para las grandes empresas.

   b) Los valores que presentan las variables "exposición al riesgo de crédito" y "pérdida asociada al riesgo de crédito" son reducidos y, por consiguiente, el impago de un deudor no afecta a la solvencia de la entidad financiera.

[22] En relación con dichos sistemas, véase el epígrafe 1.4 del segundo capítulo.
[23] En relación con dichos métodos y modelos, véase el epígrafe 1.1 del segundo capítulo.

c) Este tipo de carteras se ven muy beneficiadas por la diversificación.

2. Desde el punto de vista de la información disponible para la entidad bancaria, las pequeñas y medianas empresas se caracterizan por ser opacas, lo cual se debe a los tres motivos siguientes:

   a) Las entidades bancarias han empezado a recopilar recientemente información sobre el riesgo de crédito de las pequeñas y medianas empresas. Asimismo, se da la circunstancia de que este tipo de entidades son las únicas que tienen acceso a este tipo de información, lo que constituye una de sus ventajas competitivas. Sin embargo, dicha información no abarca uno o más ciclos económicos completos, por lo que todavía no es suficiente.

   b) Los requisitos de información que la legislación contable y mercantil le exige a las grandes empresas son más rigurosos que los exigidos a las pequeñas y medianas empresas, por lo que la cantidad y la calidad de la información económico-financiera que las entidades bancarias disponen de este último tipo de empresas es menor.

   c) Las pequeñas y medianas empresas se caracterizan por la dificultad que tienen para acceder a los mercados de capitales, los cuales proporcionan abundante información sobre las empresas.

3. En la medición del riesgo de crédito de las pequeñas y medianas empresas, las entidades financieras suelen emplear sistemas descendentes[24], así como métodos y modelos de impago[25].

4. Las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito presentan unos valores propios en las pequeñas y medianas empresas.

   Como se ha expuesto más arriba, la probabilidad de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente el valor impago en las pequeñas y medianas empresas es mayor que en las grandes empresas, mientras que la dependencia entre las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" de dos empresas pequeñas y medianas cualesquiera es menor que la de dos empresas grandes. Además, estas diferencias son mayores cuanto menor es el tamaño de la pequeña y mediana empresa, tal y como se documenta en el trabajo de Dietsch y Petey (2004).

[24] En relación con dichos sistemas, véase el epígrafe 1.4 del segundo capítulo.
[25] En relación con dichos métodos y modelos, véase el epígrafe 1.1 del segundo capítulo.

5. La mayoría de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito y emitidos por las pequeñas y medianas empresas se caracterizan porque no se negocian directamente en los mercados financieros secundarios, lo que dificulta la medición, gestión y valoración del riesgo de crédito de estos activos financieros.

   Este es el caso de la mayoría de los activos financieros que componen la cartera de inversión de la entidad financiera, tales como, por ejemplo, los préstamos y las líneas de crédito a las pequeñas y medianas empresas.

1. CONCEPTO Y DISEÑO DE UN SISTEMA DE MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

La medición del riesgo de crédito se lleva a cabo en las entidades financieras por medio de un sistema que puede ser más o menos complejo en función de las necesidades y objetivos de la entidad.

El concepto de sistema de medición del riesgo de crédito es complejo porque está compuesto por numerosos elementos que están interrelacionados. Además, este concepto es confuso en muchas ocasiones, debido a que los elementos que lo componen, o bien son parecidos, o bien reciben denominaciones similares.

Dicha situación se ve agravada por la circunstancia de que las entidades financieras adaptan estos sistemas a sus necesidades, de forma que no todos están compuestos por los mismos elementos y en el supuesto de que lo estén, pueden recibir denominaciones distintas o tomar valores diferentes.

Por el contrario, la finalidad de un sistema de medición del riesgo de crédito está clara: proporcionar de forma directa o indirecta, exacta o aproximada, una o más medidas que le permitan a la entidad financiera cuantificar el riesgo de crédito de los activos financieros que tiene en su estructura económica o de cualquiera de los subconjuntos que se pueden formar con éstos.

En este sentido, el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea[1] se pronuncia de la forma siguiente: "*en líneas generales, un modelo de riesgo de crédito abarca todas las políticas, procedimientos y prácticas usados por una entidad financiera para estimar la función de distribución de una cartera de activos financieros expuestos al riesgo de crédito*" [2].

Por tanto, un sistema de medición del riesgo de crédito incluye todas las estrategias, políticas, normas, procedimientos, reglas, métodos y modelos, así como todos los elementos materiales, inmateriales y humanos relacionados de algún modo con todos ellos, que la entidad financiera emplea para obtener una o más medidas que permitan cuantificar el riesgo de crédito al que queda expuesta en el desarrollo de su actividad.

Como puede observarse, los sistemas de medición del riesgo de crédito están compuestos por numerosos elementos. No obstante, en el presente trabajo sólo se consideran los métodos y modelos que se emplean en los mismos.

[1] Basel Comittee on Banking Supervision (1999), p. 14.
[2] Traducción libre del autor.

En este contexto, dichos métodos son los procedimientos que la entidad financiera emplea en la medición del riesgo de crédito, constituyendo un conjunto de pasos que se han de ejecutar de forma ordenada y sucesiva para lograr esa finalidad. Asimismo, los modelos son esquemas teóricos que se expresan matemáticamente y se emplean para representar de forma simplificada el riesgo de crédito o alguna de sus facetas.

El diseño de un sistema de medición del riesgo de crédito requiere tomar una serie de decisiones sobre los elementos que lo componen y de las que dependen en gran medida los resultados que proporciona el mismo.

Los principales elementos que deben considerarse en dicho proceso de decisión son las siguientes:

1. Definición de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito".
2. Definición del suceso impago.
3. Determinación de la amplitud del horizonte temporal empleado en la medición del riesgo de crédito.
4. Determinación del tipo de sistema de medición del riesgo de crédito.
5. Definición de las variables fundamentales empleadas en la medición del riesgo de crédito.
6. Determinación de los métodos y/o modelos empleados para obtener el valor de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito.
7. Determinación de las medidas del riesgo de crédito.
8. Determinación del sistema de validación.

1.1 DEFINICIÓN DE LA VARIABLE ALEATORIA "PÉRDIDA ASOCIADA AL RIESGO DE CRÉDITO"

Esta variable representa la pérdida que experimenta una entidad financiera como consecuencia del acaecimiento del riesgo de crédito.

Dicha pérdida puede referirse a todos los activos financieros expuestos al riesgo de crédito que componen la estructura económica de la entidad financiera o a cualquiera de los subconjuntos que pueden formarse con los mismos, siendo los más relevantes los pertenecientes a una unidad de negocio o línea de producto[3], a una cartera, un deudor o

[3] En adelante, en aras de una mayor sencillez, se va a utilizar el término unidad de negocio para designar cada uno de los elementos que componen el organigrama de la entidad financiera, y en los que ésta divide y organiza la actividad que lleva a cabo.

un activo financiero. No obstante, en adelante sólo se hace referencia, salvo que se indique lo contario, a los activos financieros y las carteras.

Con independencia del conjunto al que se refiera, la pérdida asociada al riesgo de crédito se determina comparando el valor de los activos financieros en dos momentos del tiempo distintos. La diferencia entre estos momentos es el horizonte temporal que la entidad financiera emplea en la medición del riesgo de crédito, y la pérdida asociada al mismo viene dada por la diferencia entre los valores que los activos financieros tienen al final y al principio de dicho horizonte temporal.

Desde el punto de vista estadístico, la pérdida asociada al riesgo de crédito es un proceso estocástico y como tal depende de dos dimensiones: el tiempo y el valor de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito.

El tiempo es, por naturaleza, una variable aleatoria cuantitativa, con distribución de probabilidad continua, siendo su campo de definición los números reales positivos. No obstante, a efectos de la medición del riesgo de crédito, es frecuente discretizar esta variable aleatoria, siendo el campo de definición de la variable los números enteros positivos, cuando la amplitud de los periodos no se fracciona, mientras que si se fracciona viene dado por los números racionales positivos.

La distribución de probabilidad finito-dimensional del proceso estocástico “pérdida asociada al riesgo de crédito” es infinita numerable cuando la variable tiempo es discreta, e infinita no-numerable cuando dicha variable es continua.

Por su parte, el valor de los activos financieros en un momento del tiempo es una variable aleatoria cuantitativa con una distribución de probabilidad que, con carácter general, es continua, y cuyo campo de definición es el conjunto de los números reales positivos.

La distribución de probabilidad finito-dimensional del proceso estocástico “pérdida asociada al riesgo de crédito” depende de diversos factores relacionados con las dos variables aleatorias que se acaban de exponer.

Los principales factores relativos al tiempo son la amplitud del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito y, si se asume la hipótesis de que dicho proceso no es estacionario, el instante en el que se lleva a cabo la medición. Por su parte, los factores relacionados con el valor de los activos financieros son numerosos y serán expuestos a lo largo del presente trabajo.

En el presente trabajo, el proceso estocástico “pérdida asociada al riesgo de crédito” se va a estudiar para un valor concreto de la variable aleatoria “tiempo” –generalmente, el final del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del

riesgo de crédito-, por lo que, salvo que se indique lo contario, recibe el tratamiento de variable aleatoria en lugar del de proceso estocástico.

Atendiendo a los sucesos relacionados con el riesgo de crédito que pueden afectar al valor que tienen los activos financieros al final del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito, la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" puede definirse de dos formas que dan lugar a sendos métodos y modelos de medición del riesgo de crédito:

1. Una es la disminución del valor de un activo financiero producida por un único suceso: el impago. Los métodos y modelos en los que se utiliza esta definición se denominan de impago (*Default Models* en lengua inglesa o *DM* de forma abreviada).

2. Otra es la disminución del valor de un activo financiero producida por una serie de sucesos, que son principalmente la disminución en la categoría crediticia del deudor y el incremento del diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad que proporciona el activo financiero y el que proporciona un activo libre de riesgo, la cual da lugar a los métodos y modelos ajustados al mercado (*Mark-to-Market Models* en lengua inglesa o *MTM* de forma abreviada).

Estos dos tipos de métodos y modelos presentan una serie de diferencias entre las que destacan cuatro siguientes:

1. La variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" toma valores distintos.

   En los métodos y modelos de impago se trata de una variable aleatoria dicotómica que presenta dos valores: el impago y el pago. Por tanto, aunque en el sistema de clasificación crediticia empleado por la entidad financiera se distingan más de dos categorías, en estos métodos y modelos sólo son relevantes los dos valores mencionados, los cuales se corresponden, respectivamente, con la categoría crediticia impago y el resto de las categorías crediticias que distinga la entidad.

   Por el contrario, en los métodos y modelos ajustados al mercado, la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" puede tomar tantos valores como categorías se distingan en el sistema de clasificación crediticia empleado por la entidad financiera (cada categoría crediticia se corresponde con un valor de la variable, por lo que todas las categorías son relevantes en la medición del riesgo de crédito).

2. La sensibilidad de las medidas del riesgo de crédito a la amplitud del horizonte temporal empleado en la medición del mismo, la cual es mayor en los métodos y modelos de impago que en los ajustados al mercado.

Esta diferencia de sensibilidad se debe a que, en los métodos y modelos de impago, la entidad financiera sólo experimenta la pérdida asociada al riesgo de crédito cuando el impago acaece dentro del horizonte temporal considerado por ésta para la medición del riesgo de crédito, aunque el impago se produzca un instante después. Por el contrario, en los métodos y modelos ajustados al mercado la pérdida asociada al riesgo de crédito puede producirse aunque el impago del deudor no se haya producido en el horizonte temporal empleado por la entidad financiera para medir este riesgo, ya que ésta puede ser consecuencia de una disminución de la categoría crediticia del deudor o de un incremento en el diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad del activos financieros y el de un activo libre de riesgo que refleje la incertidumbre que los inversores tienen sobre la capacidad de pago del deudor.

Por ello, es práctica habitual entre las entidades financieras que utilizan métodos y modelos de impago incrementar la probabilidad de impago de los deudores en función del vencimiento de sus activos financieros con el fin de compensar esta diferencia de sensibilidad. Sin embargo, esta práctica resulta arbitraria y poco científica.

3. El método de valoración de los activos financieros que la entidad financiera tiene en su estructura económica.

   Los métodos y modelos de impago son más adecuados para valorar los activos financieros empleando el valor contable, mientras que los ajustados al mercado son más adecuados para emplear el valor de mercado.

4. Los métodos y modelos de cálculo empleados en la determinación de las medidas de riesgo de crédito.

   Los métodos de cálculo que se utilizan para determinar las medidas del riesgo de crédito en los métodos y modelos de impago son, con carácter general, menos complejos, consumiendo menos tiempo y recursos humanos, materiales e inmateriales que los que requieren los métodos y modelos ajustados al mercado, lo cual se debe, fundamentalmente, a que requieren menos información y las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito pueden presentar menos valores.

La decisión sobre cuál es la definición de la variable aleatoria “pérdida asociada al riesgo de crédito” y, por consiguiente, de qué tipo de métodos y modelos son más adecuados para una entidad financiera no resulta fácil, ya que ambos tipos presentan ventajas e inconvenientes. En la mayoría de las ocasiones, esta decisión depende de diversas circunstancias entre las que destacan las necesidades y objetivos de la entidad, la información disponible sobre los deudores y los activos financieros, y la liquidez de estos últimos.

Por sus características, los métodos y modelos de impago son apropiados para medir el riesgo de crédito de aquellos activos financieros que no se negocian en mercados financieros secundarios –o éstos son ilíquidos e ineficientes- y que la entidad financiera prevé mantener en la cartera hasta su vencimiento. Éste es el caso de la mayor parte de los préstamos y de las líneas de crédito que componen la cartera de inversión de la entidad.

Por el contrario, los métodos y modelos ajustados al mercado son apropiados para medir el riesgo de crédito de aquellos activos financieros que se negocian en mercados financieros –preferiblemente líquidos y eficientes-, cabiendo tanto la posibilidad de que la entidad financiera prevea mantenerlos en su cartera hasta su vencimiento como hasta otro momento distinto, prefijado o no. Tal es el caso de la mayoría de los empréstitos de obligaciones y de los activos financieros derivados que componen la cartera de negociación de la entidad.

1.2 DEFINICIÓN DEL SUCESO IMPAGO

El impago es un suceso que se define como la omisión del pago de una deuda vencida, es decir, la no entrega en el momento pactado de un bien económico –que generalmente es de naturaleza monetaria, aunque también puede ser de naturaleza real- por parte de quien se ha obligado a ello previamente.

En el ámbito empresarial, el suceso impago está estrechamente relacionado con el proceso de fracaso empresarial, cuya última fase es la desaparición de la empresa como tal.

El proceso de fracaso empresarial presenta una gran complejidad, debido a que depende de numerosos elementos entre los que se dan múltiples relaciones de distinto tipo, atraviesa por diversos estados y puede tener distintos finales. Por ello, las entidades financieras emplean en la práctica diversas definiciones del suceso impago que se corresponden con los distintos estados que pueden darse en el proceso de fallo o fracaso empresarial.

Con independencia del grado de complejidad que presente el proceso de fracaso empresarial, su origen viene dado por uno o más sucesos empresariales adversos que pueden ser de tipo económico o de tipo financiero.

Los sucesos de tipo económico pueden ser provocados por factores sistemáticos, tales como la evolución de las variables macroeconómicas generales o de las específicas de la industria o sector en el que la empresa lleva a cabo su actividad, o por factores idiosincrásicos.

En cuanto a los sucesos de tipo financiero, éstos se deben principalmente a que la empresa tiene una estructura financiera inadecuada o a una política de distribución de beneficios errónea que, en última instancia, influyen en la capacidad que ésta tiene para devolver los recursos financieros que ha captado o para captar nuevos recursos.

Dependiendo de cuál sea la duración e importancia de los sucesos empresariales de tipo económico y financiero, éstos pueden ocasionar dificultades económicas o financieras en la empresa.

Ambos tipos de dificultades están estrechamente interrelacionadas. Así, por ejemplo, una empresa que presenta inicialmente una estructura económica y una estructura financiera óptimas puede presentar dificultades económicas si obtiene sucesivamente resultados netos operativos escasos como consecuencia de un suceso empresarial adverso de tipo económico. Además, esta empresa puede presentar dificultades financieras si dichos resultados netos operativos son insuficientes para financiar las inversiones que requiere la estructura económica, financiándolas con recursos ajenos que cada vez tienen un vencimiento menor y un coste mayor.

Por su parte, una empresa que presenta inicialmente una estructura económica y una estructura financiera óptimas puede presentar dificultades financieras si la mayoría de los recursos financieros que utiliza tienen un coste que está indizado, produciéndose un suceso empresarial adverso de tipo financiero consistente en el incremento del índice de referencia. La empresa también puede presentar dificultades económicas si los recursos que genera la estructura económica se destinan, en primer lugar, al pago de la amortización financiera de los recursos ajenos y, en segundo lugar, a la financiación de las inversiones que necesita la estructura económica, siendo ésta última insuficiente.

No obstante, las relaciones que se producen entre la estructura económica y la financiera de las empresas no suelen ser tan fáciles de distinguir como en estos ejemplos, de forma que con frecuencia resulta difícil diferenciar el fracaso empresarial que se debe exclusivamente a las dificultades económicas del que se debe a las dificultades financieras. Por ello, la mayoría de los trabajos que tratan sobre el fracaso empresarial no distinguen entre estos tipos de dificultades[4].

Una vez que los gestores de la empresa son conscientes de la existencia de dificultades económicas o financieras, pueden llevar a cabo una serie de acciones sobre la estructura económica y la financiera con la finalidad de solventarlas, dependiendo el éxito de las mismas de la flexibilidad de la empresa.

[4] No obstante, existen excepciones como el trabajo de Andrade y Kaplan (1998).

La flexibilidad de la estructura económica de la empresa depende de la flexibilidad de sus costes y del grado de disponibilidad de los activos que componen la estructura económica, concretándose en una serie de acciones entre las que destacan la disminución de los costes empresariales, la utilización de las reservas materializadas en los activos líquidos, la reducción de los inventarios y la enajenación de los elementos del activo fijo que no son necesarios para el núcleo principal del negocio empresarial.

Por su parte, la flexibilidad de la estructura financiera de la empresa depende de la capacidad que tenga para captar recursos ajenos, emitir recursos propios y distribuir beneficios, concretándose en la realización de un conjunto de acciones entre las que destaca la solicitud de nuevos créditos, la disposición, en aquellos créditos que así lo contemplen, de los recursos financieros hasta el límite establecido en el crédito, la reestructuración de los créditos, la realización de ampliaciones de capital y la omisión o la reducción de los beneficios distribuidos.

La empresa retornará a su estado inicial de equilibrio si una o más de las acciones que se acaban de exponer tienen éxito. En caso contrario, la empresa pasará de su estado actual de "empresa con dificultades económicas o financieras" a uno o más de los estados ulteriores del proceso de fracaso empresarial, los cuales son los siguientes:

1. El impago privado, que es un estado en el que la empresa impaga uno o más de los créditos que tiene con sus acreedores sin que la noticia trascienda al público general, de forma que sólo son conscientes de esta circunstancia ella misma y dichos acreedores.

   Es frecuente la empresa y dichos acreedores negocien la reestructuración del crédito, es decir, la modificación de las condiciones iniciales del crédito con el fin de que la empresa, en su situación actual, pueda hacer frente a las obligaciones derivadas del crédito.

2. La suspensión de pagos[5], que es un estado en el que la empresa carece de los recursos líquidos necesarios para hacer frente a los pagos que tiene que hacer a corto plazo en concepto de créditos, declarando públicamente el impago con el fin de acogerse a una legislación específica que le permita negociar con los acreedores la reestructuración de los créditos.

3. La quiebra, que es un estado en el que el conjunto de los bienes y derechos de la empresa son insuficientes para hacer frente a sus obligaciones, declarándose públicamente el impago de la empresa.

[5] Desde la promulgación de la ley 22/2003, el ordenamiento jurídico español integra este estado y el de quiebra en uno denominado concurso de acreedores.

La quiebra puede ser solicitada por los acreedores, por la propia empresa o por ambos, dependiendo de cuál sea la legislación específica que sea aplicable. Asimismo, su finalidad puede ser la liquidación de la empresa o, si existen expectativas de que ésta pueda generar recursos a corto o medio plazo que le permitan superar esta situación, la ejecución de un plan de viabilidad que generalmente conlleva la reestructuración de los créditos y que puede ser propuesto por los acreedores, las autoridades judiciales o los gestores de la empresa.

4. La liquidación, que es un estado en el que los bienes y derechos de la empresa se enajenan de forma ordenada y los recursos financieros obtenidos se destinan al pago de los créditos de la empresa en el orden establecido por la legislación específica que sea aplicable.

5. La adquisición o la fusión, que son estados a los que la empresa puede llegar por diversos motivos, uno de los cuales es la elusión del proceso de fallo empresarial.

Los estados "empresa solvente", "empresa con dificultades económicas o financieras", "impago privado" y "suspensión de pagos" se comunican con el resto de estados. El estado "quiebra" comunica con todos los estados excepto con el estado "suspensión de pagos". Por último, los estados "liquidación" y "adquisición y fusión" son estados sin retorno.

Algunos estados del proceso de fracaso empresarial son más fáciles de observar que otros. Así, los estados "suspensión de pagos", "quiebra", "liquidación", y "adquisición y fusión" son públicos y por consiguiente fáciles de observar, mientras que en los estados "impago privado" y "empresa con dificultades económicas o financieras" ocurre todo lo contrario.

La definición de impago que la entidad financiera puede emplear en la medición del riesgo de crédito puede basarse en uno o más de los estados del proceso de fallo empresarial, de ahí la gran diversidad de definiciones de impago que pueden emplear estas entidades[6].

Al respecto, el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea propone una definición de impago para los sistemas de clasificación internos que las entidades financieras pueden emplear en la determinación de los requisitos de capital, la cual incluye los estados expuestos más arriba[7]:

[6] A título ilustrativo, nótese que si en la definición de impago se emplean uno o más de los cinco estados del proceso de fallo empresarial expuestos más arriba, además del estado "dificultades económicas o financieras", pueden obtenerse hasta sesenta y tres definiciones de impago distintas.
[7] Basel Comittee on Banking Supervision (2001a), p. 30.

"Se considera que un impago ha ocurrido con respecto a un deudor en particular cuando uno o más de los eventos siguientes haya tenido lugar:

- *Se determina que es improbable que el deudor cumpla por completo con las obligaciones contraídas (principal, intereses u honorarios).*
- *Un suceso de pérdida asociada al riesgo de crédito asociado a cualquiera de las obligaciones del deudor, tales como la dotación de una provisión específica, o la reestructuración en dificultades implicando la condonación o el aplazamiento del principal, los intereses, o los honorarios.*
- *El deudor se retrasó más de noventa días en cualquiera de sus obligaciones crediticias.*
- *El deudor ha solicitado quiebra o una protección similar de sus acreedores."*[8]

Un aspecto que es necesario considerar en la definición del impago es el fenómeno que supone la secuencia temporal y la frecuencia con la que suelen presentarse los distintos estados del proceso de fracaso empresarial, dado que unos sucesos se presentan antes que otros, siendo generalmente más frecuentes los que se presentan antes. En este sentido, el estado "dificultades económicas o financieras" se produce antes y es más frecuente que el estado "quiebra".

Este fenómeno puede conllevar que las diversas definiciones de impago presenten distintas sensibilidades al proceso de fracaso empresarial dependiendo de cuál sea la amplitud de la definición de impago y la secuencia temporal de los estados empleados en la misma. Así, por ejemplo, las definiciones de impago que sólo se basan en el estado "dificultades económicas o financieras" son más sensibles a este proceso que aquéllas que sólo se basan en el estado "quiebra".

La sensibilidad que presenta la definición de impago al proceso de fracaso empresarial puede afectar al sistema de medición del riesgo de crédito empleado por la entidad financiera, debido a que influye en las distribuciones de probabilidad de las variables fundamentales empleadas en la medición del riesgo de crédito. No obstante, la atención que hasta el momento ha recibido este fenómeno por parte de la literatura especializada ha sido escasa.

[8] Traducción libre del autor.

1.3 DETERMINACIÓN DE LA AMPLITUD DEL HORIZONTE TEMPORAL EMPLEADO EN LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

El horizonte temporal empleado por la entidad financiera para la medición del riesgo de crédito –en adelante simplemente horizonte temporal- es la diferencia entre los dos momentos en los que se determina el valor de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito con la finalidad de compararlos y determinar la pérdida asociada a este riesgo que ha experimentado la entidad.

La amplitud de este horizonte temporal es relevante para la medición, ya que cuanto mayor es dicha amplitud mayor es el valor de las medidas del riesgo de crédito.

La principales posibilidades que, a este respecto, emplean las entidades financieras en la medición del riesgo de crédito son las dos siguientes:

1. Una sola amplitud para todos los activos financieros de la cartera, que generalmente es igual a un año, aunque existen entidades que emplean otras amplitudes, las cuales oscilan entre dos y cinco años.
2. Una amplitud distinta para cada uno de los activos financieros que componen la cartera, siendo el tiempo que resta para el vencimiento del activo o el que la entidad necesita para su liquidación ordenada. En la literatura especializada esta posibilidad se denomina “enfoque del periodo de liquidación”.

Las principales ventajas que conlleva emplear una amplitud de un año en el horizonte temporal es que, en dicho periodo:

1. Las entidades financieras pueden llevar a cabo acciones con el objetivo de captar recursos financieros que sean aptos para absorber la pérdida asociada al riesgo de crédito.
2. Dichas entidades pueden llevar a cabo acciones de reducción y transferencia del riesgo de crédito, empleando los diversos instrumentos de gestión del riesgo de crédito que pueden utilizarse con tal fin.
3. Asimismo, preparan sus cuentas anuales y planifican su presupuesto.
4. Se miden los riesgos de crédito de los activos financieros con un vencimiento igual o inferior a un año para su renovación y la de los que tienen un vencimiento mayor al año para su supervisión y control.
5. Se publica información útil para la medición del riesgo de crédito.

   Con esta periodicidad, la mayoría de las empresas están obligadas a depositar las cuentas anuales en el Registro Mercantil, las agencias de clasificación crediticia publican trabajos empíricos sobre el riesgo de crédito de sus clientes, y numerosos

organismos tanto públicos como privados publican trabajos con información sobre variables macroeconómicas, así como sobre industrias y sectores de actividad.

6. La determinación de la pérdida asociada al riesgo de crédito y de las variables fundamentales en la medición del mismo no es factible para amplitudes mayores, debido a las características que presenta el riesgo de crédito y a que las entidades financieras carecen de información empírica suficiente.

Por el contrario, los principales inconvenientes que supone emplear dicha amplitud de un año como horizonte temporal son las siguientes:

1. La utilización de esta amplitud es una decisión arbitraria y pragmática que se debe más al establecimiento de unas hipótesis simplificadoras que a criterios científicos.
2. Dicha amplitud resulta más adecuada para algunas aplicaciones de los sistemas de medición del riesgo de crédito –medición del riesgo de crédito empleando métodos y modelos ajustados al mercado, por ejemplo- que para otras (gestión del riesgo de crédito, así como su control y supervisión).
3. La mayoría de los activos financieros que componen la cartera de inversión no se negocian directamente en mercados financieros secundarios, por lo que su liquidación por medio de la venta no puede realizarse en periodos iguales o inferiores al año.
4. La liquidación de los activos financieros impagados requiere, con frecuencia, periodos superiores al año[9].

En lo que se refiere al enfoque del periodo de liquidación, las principales razones que llevan a las entidades financieras a emplearlo son que prevén mantener en la cartera los activos financieros hasta su vencimiento y que no se negocian en mercados financieros secundarios (o éstos son ineficientes o ilíquidos).

Sin embargo, para que los sistemas de medición del riesgo de crédito basados en dicho enfoque tengan la misma fiabilidad que los que emplean una amplitud anual se requiere que la entidad financiera haya recopilado una mayor información empírica, la cual no está disponible en muchas ocasiones.

La elección de una amplitud u otra depende de diversos factores, entre los que destacan la definición de la variable aleatoria “pérdida asociada al riesgo de crédito” que emplee la entidad financiera, las características que presenten los activos financieros –fundamentalmente, el periodo que la entidad prevé mantenerlos en la cartera, los instrumentos que pueden emplearse en la gestión de su riesgo de crédito y la liquidez de

[9] A este respecto, véase el epígrafe 4 del tercer capítulo.

los mercados financieros secundarios en los que se negocian- y las aplicaciones que la entidad le dé al sistema de medición del riesgo de crédito.

Así, las características que presenta un horizonte temporal de amplitud anual lo hacen adecuado para aquellas entidades financieras que emplean métodos y modelos ajustados al mercado, prevén mantener en su cartera los activos financieros durante un periodo inferior a su vencimiento, pueden gestionar el riesgo de crédito de los activos empleando cualquiera de los instrumentos que existen a tal efecto y los activos se negocian en mercados financieros secundarios.

Por el contrario, las características que presenta el enfoque del periodo de liquidación lo hacen adecuado para aquellas entidades financieras que emplean métodos y modelos de impago, prevén mantener en su cartera los activos financieros hasta el vencimiento de los mismos, carecen de determinados instrumentos para gestionar el riesgo de crédito de los activos y éstos no se negocian en mercados financieros secundarios.

1.4 DETERMINACIÓN DEL TIPO DE SISTEMA DE MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

Los sistemas de medición del riesgo de crédito pueden clasificarse, en función de su naturaleza, en agregados y estructurales.

Los sistemas de medición de riesgo agregados son sistemas descendentes[10], en los que se determina directamente el riesgo total al que está expuesta toda una entidad financiera o una determinada área de negocio.

La mayor parte de este riesgo total se debe a los riesgos financieros a los que está expuesta la entidad financiera –fundamentalmente los riesgos de crédito, de mercado y operacional-, aunque puede incluir otros riesgos que puede ser financieros o no.

Los principales métodos y modelos que se emplean en los sistemas de medición de riesgo agregados son los métodos basados en referencias –*benchmarking* en lengua inglesa-, los modelos basados en los beneficios o los flujos de caja de la entidad

[10] El término descendente es una traducción libre del autor del término en lengua inglesa *top-down*, que se utiliza en la literatura especializada para indicar que la medición de los riesgos financieros se lleva a cabo agrupando los activos financieros que posee la entidad financiera en diversas categorías, las cuales se establecen en función de diversos criterios, tales como, por ejemplo, todos los activos de la entidad, los que pertenecen a una determinada unidad de negocio o cartera, o aquéllos en los que las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito presentan valores similares.
Como su propio nombre indica, en estos sistemas, la medición de los riesgos financieros se realiza de forma descendente, iniciándose en el riesgo financiero total de dichas categorías y descendiendo a través de los riesgos financieros hasta llegar a los distintos riesgos a los que está expuesto cada uno de los activos financieros que componen cada categoría.

financiera y los basados en el valor de los activos de la entidad. Todos estos métodos y modelos se exponen en el capítulo sexto del presente trabajo.

Los sistemas agregados de medición del riesgo total se emplean fundamentalmente en la medición de los riesgos de negocio a los que están expuestas las empresas no financieras. Su aplicación a la medición de los riesgos financieros a los que están expuestas las entidades financieras es menor y se limita a la evaluación de las áreas de negocio de la entidad, la toma de decisiones estratégicas –tales como, por ejemplo, la compra-venta de unidades de negocio- o la validación de los sistemas de medición de riesgos financieros de tipo estructural.

Las principales razones de la escasa aplicación que los sistemas agregados tienen en la medición de los riesgos financieros son las limitaciones que presentan en la medición de estos riesgos. Entre estas limitaciones destacan las dos siguientes:

1. Son incapaces de determinar los riesgos financieros a los que una entidad financiera queda expuesta en una o más operaciones financieras concretas.
2. Son insensibles a la composición que presentan los elementos objeto de análisis (áreas de negocio y carteras de activos financieros).

En lo que se refiere a los sistemas estructurales de medición de riesgo total, son sistemas ascendentes[11] en los que el riesgo financiero total se mide en dos fases. En la primera se miden los riesgos de crédito, de mercado y operativo a los que la entidad financiera está expuesta en cada área de negocio, y en la segunda se agregan estos riesgos financieros con el fin de determinar el riesgo financiero total al que está expuesta la entidad financiera.

Por tanto, estos sistemas miden de forma indirecta el riesgo financiero total y requieren, a su vez, de sistemas de medición de los riesgos de crédito, mercado y operativo.

Los sistemas estructurales de medición del riesgo de crédito pueden clasificarse en función de sus características en ascendentes y descendentes.

En los sistemas ascendentes de medición del riesgo de crédito se mide el riesgo de crédito de cada uno de los activos financieros que componen la cartera, determinando el valor de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito. A continuación, se obtiene la medida total del riesgo de crédito agregando el riesgo de

[11] El término ascendente es una traducción libre del autor del término en lengua inglesa *bottom-up*, que se utiliza en la literatura especializada para indicar que la medición de los riesgos financieros a los que está expuesta la entidad financiera se realiza midiendo cada uno de los riesgos financieros asociados a cada uno de los activos financieros que componen la cartera para, a continuación, agregar estos riesgos obteniendo el riesgo total de la cartera. Como su propio nombre indica, la medición de los riesgos financieros en estos sistemas se lleva a cabo de forma ascendente, iniciándose en cada uno de los riesgos financieros a los que está expuesto un activo y finalizándose en el riesgo financiero total de la cartera.

crédito de todos los activos que la componen, lo que requiere emplear algún modelo que permita determinar la estructura de dependencia que existe entre el riesgo de crédito de todos estos activos.

Los sistemas ascendentes presentan una serie de ventajas e inconvenientes en la medición del riesgo de crédito[12].

La principal ventaja es que permiten medir el riesgo de crédito de una cartera de activos financieros considerando los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad (o lo que es lo mismo, el coste que conlleva la concentración).

Los principales inconvenientes son los dos siguientes:

1. La utilización de estos sistemas para obtener las medidas del riesgo de crédito es, con carácter general, más compleja que la de los modelos descendentes[13].
2. La determinación de la estructura de dependencia de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito requiere información que, en muchas ocasiones, la entidad financiera no tiene disponible.

Las características que presentan los sistemas ascendentes los hacen adecuados para la medición del riesgo de crédito de las grandes empresas.

Por su parte, los sistemas descendentes de medición del riesgo de crédito son aquéllos en los que los activos financieros de una cartera se clasifican en categorías, que por hipótesis se asume que son homogéneas y estacionarias, con el fin de que el número de elementos de cada una sea suficiente para emplear métodos y modelos que permitan determinar el valor de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito.

La hipótesis de homogeneidad asume que las características de los activos financieros que son relevantes para la medición del riesgo de crédito son similares en todos los activos que están clasificados en la misma categoría y diferentes para aquéllos clasificados en categorías distintas. Asimismo, asumir la hipótesis de que las categorías son estacionarias implica que las características de los activos financieros de una categoría no varían con el transcurso del tiempo. Como se expone más abajo, estas hipótesis son, cuando menos, cuestionables.

Las principales ventajas de los sistemas de medición del riesgo de crédito descendentes son las dos siguientes:

[12] En relación con las ventajas e inconvenientes de los modelos ascendentes y descendentes, véase, por ejemplo, Kaskowitz, Kiplalov, Lundstedt y Mingo (2002).
[13] A este respecto, véase el epígrafe 1.7 del presente capítulo sobre determinación de las medidas del riesgo de crédito.

1. La implantación de estos sistemas exige unos requisitos de información y unos recursos humanos, materiales e inmateriales que son mínimos.
2. La obtención de las medidas del riesgo de crédito por medio de estos sistemas es fácil.

   Asumiendo una serie de hipótesis simplificadoras, las cuales son, básicamente, la independencia estocástica de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, tanto de un activo financiero concreto como de los distintos activos financieros que componen la cartera, y sobre la homogeneidad y el tamaño de la cartera, dichas medidas pueden obtenerme directamente por medio de expresiones algebraicas.

Los principales inconvenientes que presentan estos sistemas son los siguientes:

1. La asunción de la hipótesis de homogeneidad imposibilita medir exactamente el riesgo de crédito de un determinado activo financiero, ya que los valores que presentan las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito no son los propios del activo financiero, sino los valores medios de la categoría en la que ha sido clasificado.
2. Los trabajos empíricos realizados ponen de manifiesto que el comportamiento de las categorías es no estacionario, lo que supone que el riesgo de crédito se sobrevalora en las etapas de expansión económica y se infravalora en las de recesión.
3. El riesgo de crédito total de la cartera se obtiene sumando el de todas las categorías, asumiendo implícitamente la hipótesis de que la estructura de dependencia del riesgo de crédito es lineal y que la correlación es perfecta y positiva (coeficiente de correlación igual a la unidad).

   Lógicamente, la estructura de dependencia del riesgo de crédito no tiene porqué ser necesariamente lineal, y, de serlo, el coeficiente de correlación es inferior a la unidad. Por tanto, las medidas de riesgo de crédito que proporcionan los sistemas descendentes no consideran los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad financiera, sobrevalorando el riesgo al que está expuesta, ya que, de todos los escenarios posibles, considera el más pesimista.

Los modelos de medición del riesgo de crédito descendentes se utilizan generalmente en la medición del riesgo de crédito de las familias, así como de las pequeñas y medianas empresas.

En comparación con los sistemas de medición de los riesgos financieros agregados, los sistemas estructurales requieren definir los elementos que se exponen en los tres epígrafes siguientes.

1.5 DEFINICIÓN DE LAS VARIABLES FUNDAMENTALES EN LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

Las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito son aquéllas que se emplean en la medición del mismo, las cuales pueden estar relacionadas con los sucesos que dan lugar al riesgo de crédito, o con el valor que puede presentar la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" cuando aquéllos se producen.

La definición de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito depende de las características del activo financiero, del deudor y del sistema de medición del riesgo de crédito.

Las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito son las tres siguientes:

- La variable "estado en el que se encuentra el deudor de un activo financiero al final del horizonte temporal considerado por la entidad financiera para la medición del riesgo de crédito" o simplemente "estado en el que se encuentra el deudor", que representa la situación en la que, desde el punto de vista de la medición del riesgo de crédito, se encuentra del deudor del activo financiero.

  Se trata de una variable aleatoria cualitativa, con distribución de probabilidad de tipo discreto y cuyo campo de definición es un subconjunto de los números enteros positivos.

  En los métodos y modelos de impago es una variable aleatoria dicotómica y su campo de definición comprende los valores cero y uno, mientras que en los métodos y modelos ajustados al mercado está definida en el conjunto de los números enteros positivos que existen entre el cero y el número de categorías distintas al impago que tenga el sistema de clasificación crediticia empleado por la entidad financiera para la medición del riesgo de crédito (ambos inclusive).

- La variable "exposición al riesgo de crédito" –*Exposition at Default* en lengua inglesa, o *EAD* de forma abreviada- representa el valor económico que, desde el punto de vista de la medición del riesgo de crédito, tiene un activo financiero en un determinado momento, que no es otra cosa que la pérdida máxima que la entidad financiera puede experimentar si se produce el impago del deudor [14].

  Se trata de una variable cuantitativa, que puede ser aleatoria o cierta, y cuyo campo de definición es, generalmente, el conjunto de los números reales positivos. Cuando

[14] Nótese que la pérdida efectiva que la entidad financiera experimentará como consecuencia del acaecimiento del riesgo de crédito también depende de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago".

esta variable es aleatoria, su distribución de probabilidad puede ser tanto continua como discreta, y cuando es cierta su valor puede ser constante o variable.

– La variable "pérdida en caso de impago"–*Loss Given Default* en lengua inglesa, o *LGD* de forma abreviada- representa la pérdida en términos relativos, es decir, como porcentaje de la variable "exposición al riesgo de crédito", que la entidad financiera experimenta cuando se produce el impago del deudor.

  Ésta es una variable aleatoria cuantitativa, con distribución de probabilidad de tipo continuo, y cuyo campo de definición son los números reales positivos comprendidos entre el cero y el uno (ambos inclusive).

La definición de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito también requiere definir la estructura de dependencia entre estas variables.

Así, la medición del riesgo de crédito de un solo activo financiero requiere definir la estructura de dependencia que dichas variables presentan para ese activo. Además, la medición del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros requiere determinar la estructura de dependencia entre las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito de todos los activos financieros que la componen.

1.6 DETERMINACIÓN DE LOS MÉTODOS Y/O MODELOS EMPLEADOS EN LA OBTENCIÓN DEL VALOR DE LAS VARIABLES FUNDAMENTALES EN LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

El valor de todas las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito que son aleatorias puede determinarse empleando distintos métodos y modelos.

El número y la naturaleza de los métodos y modelos que pueden emplearse en un sistema de medición del riesgo de crédito dependen en gran medida del número de variables fundamentales que se desee representar, así como de la definición de estas variables, principalmente de su estructura de dependencia. En este sentido, un sistema de medición del riesgo de crédito puede emplear un método o modelo distinto para determinar el valor de cada una de las variables fundamentales, o bien un único modelo que determine el valor de todas ellas.

La entidad financiera debe considerar dos dimensiones para esta elección, las cuales pueden representarse en un plano cuyo eje horizontal está relacionado con la forma en la que la entidad mide el riesgo de crédito de un activo financiero, mientras que el eje vertical está relacionado con el modo en el que agrega el riesgo de crédito de cada uno de los activos que componen la cartera para medir el riesgo de crédito de esta última.

La dimensión horizontal depende fundamentalmente de la definición de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito de los activos financieros. Los aspectos de esta definición que tienen una mayor influencia en la elección de los métodos y modelos son los dos siguientes:

1. La definición de las variables fundamentales como aleatorias o ciertas, ya que es práctica habitual en muchos sistemas de medición del riesgo de crédito asumir la hipótesis simplificadora de que una o más de estas variables son ciertas, aunque en la realidad sean aleatorias. Tal es el caso de las variables "exposición al riesgo de crédito" y "pérdida en caso de impago" de un activo financiero.
2. La definición de la estructura de dependencia de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito de los activos financieros.

   En el supuesto de que dos o más de estas variables sean aleatorias es necesario definir si son o no estocásticamente independientes entre sí y, en su caso, el tipo de estructura de dependencia que existe entre ellas.

Por su parte, la dimensión vertical depende principalmente del tipo de sistema de medición del riesgo de crédito empleado por la entidad financiera.

Los sistemas de medición del riesgo de crédito ascendentes requieren que se determine cómo se agrega el riesgo de crédito de cada uno de los activos financieros que componen la cartera con el fin de obtener el riesgo de crédito total de esta última, lo que se lleva a cabo especificando la estructura de dependencia que el riesgo de crédito tiene en los activos.

En cambio, los sistemas descendentes no requieren especificar la estructura de dependencia del riesgo de crédito de los activos financieros que componen la cartera, ya que, como se ha expuesto más arriba, ésta es lineal y tiene una correlación perfecta y positiva.

Una vez que la entidad financiera ha especificado estas dos dimensiones está en disposición de elegir uno o más de los métodos y modelos que pueden emplearse para obtener el valor de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito entre aquéllos que están disponibles en cada caso, los cuales se exponen del tercer al quinto capítulo del presente trabajo.

En su elección la entidad financiera también debe considerar que los métodos son siempre empíricos, pudiendo ser objetivos o subjetivos, mientras que los modelos son siempre objetivos y pueden ser tanto empíricos como teóricos.

Además, en la elección de los modelos la entidad financiera debe considerar qué variables explicativas se emplean en el modelo, los métodos de estimación de sus

parámetros y la muestra o la población que va a utilizar tanto en la estimación de estos parámetros como en la validación del modelo.

Al respecto, la entidad financiera debe tener en cuenta que en los modelos teóricos las variables explicativas vienen dadas por el propio modelo, mientras que en los empíricos es necesario determinar estas variables, lo cual se lleva a cabo por medio de la experiencia o de los métodos y modelos que existen con este fin.

1.7 DETERMINACIÓN DE LAS MEDIDAS DEL RIESGO DE CRÉDITO

La entidad financiera también debe determinar las medidas del riesgo de crédito y los métodos de cálculo de estas medidas que utilizará en el sistema de medición del riesgo de crédito.

La medición del riesgo de crédito requiere determinar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito", que es la medida natural de cualquier variable aleatoria.

Sin embargo, los académicos, los profesionales y los organismos de supervisión y control de la actividad financiera suelen emplear otras medidas del riesgo de crédito, lo que se debe fundamentalmente a dos razones: la dificultad que presenta la obtención de esta distribución de probabilidad y las aplicaciones que estas medidas del riesgo de crédito tienen en la gestión del mismo.

Las medidas del riesgo de crédito se exponen en el capítulo sexto del presente trabajo, por lo que en este epígrafe se exponen los métodos que la entidad financiera puede emplear para obtener el valor de estas medidas.

Los principales métodos que la entidad financiera puede emplear para obtener el valor de las medidas del riesgo de crédito son las expresiones de cálculo, los métodos estadísticos y los numéricos. De todos estos métodos, el preferible es el primero, ya que proporciona el valor exacto de las medidas del riesgo de crédito. No obstante, la obtención de estas expresiones es más difícil cuanto mayor es la complejidad del modelo, y su existencia no está siempre asegurada, por lo que en muchas ocasiones la entidad financiera tiene que recurrir a los otros dos métodos de cálculo para obtener dicho valor.

En cuanto a los métodos estadísticos, el principal utilizado en la obtención de las medidas del riesgo de crédito es el que en la literatura especializada recibe la denominación de aproximación analítica (también denominada aproximación media-varianza). En este método se asume la hipótesis de que la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" de una cartera de activos financieros tiene una

distribución de probabilidad que es desconocida, pero a la que se le puede ajustar cualquiera de distribuciones de probabilidad teóricas empleadas en estadística con el fin de obtener las medidas del riesgo de crédito.

La obtención del valor de estas medidas se lleva a cabo por medio de las cuatro fases siguientes:

1. La elección de una distribución de probabilidad teórica para obtener el valor de las medidas del riesgo de crédito.

   Esta distribución de probabilidad debe ser lo más parecida posible a la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" de la cartera, la cual se caracteriza por ser asimétrica a la derecha, leptocúrtica y con una cola gruesa.

   Por ello, es práctica habitual en la medición del riesgo de crédito emplear distribuciones de probabilidad con dos parámetros, que son más flexibles que las de uno. Dentro de estas distribuciones de probabilidad, una de las más empleadas en la medición del riesgo de crédito es la distribución de probabilidad beta, que, como es sabido, se caracteriza por estar definida en el conjunto de los números reales comprendidos entre el cero y el uno (ambos inclusive)[15].

2. La determinación de la esperanza matemática y de la varianza de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" de la cartera.

   La media aritmética de esta variable aleatoria puede obtenerse fácilmente empleando la propiedad aditiva de la esperanza matemática de una variable aleatoria que es, a su vez, la suma de una serie de variables aleatorias[16].

   Por su parte, la obtención de la varianza de dicha variable aleatoria requiere asumir hipótesis sobre la estructura de dependencia de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, fundamentalmente, sobre si estas variables son o no estocásticamente independientes entre sí y, en su caso, sobre el tipo de estructura de dependencia.

3. La determinación de los parámetros de la distribución de probabilidad teórica, para lo cual se emplean la esperanza matemática y la varianza de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" [17].

[15] A este respecto véase, por ejemplo, Bluhm, Overbeck y Wagner (2003), pp. 37-40.
[16] A este respecto véase el capitulo sexto del presente trabajo.
[17] Nótese que, además de determinar el valor de las magnitudes empleadas en la medición del riesgo de crédito, este método permite la estimación de los parámetros de la distribución de probabilidad teórica.

Para ello, se igualan las esperanzas matemáticas y las varianzas de la distribuciones de probabilidad teórica y de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito", obteniéndose un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas que permite determinar los parámetros distribución de probabilidad teórica.

4. La obtención de las medidas del riesgo de crédito por medio de la distribución de probabilidad teórica.

La principal ventaja de la aproximación analítica es que permite obtener las medidas del riesgo de crédito de forma fácil y con unos recursos humanos, materiales e inmateriales mínimos.

El principal inconveniente de la aproximación analítica es que se trata de un método que presenta una alta exposición al riesgo de modelo o técnico, debido fundamentalmente a que:

1. Las hipótesis asumidas en la obtención de la varianza de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" de la cartera, ya que, con el fin de obtener una expresión de cálculo simple, se suele asumir la hipótesis de que o bien las variables "exposición al riesgo de crédito" y "pérdida en caso de impago" son ciertas, o bien todas las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito son estocásticamente independientes entre sí, hipótesis que raramente se cumplen en la realidad.

2. La distribución de probabilidad teórica en general, y su cola en particular, dependen de la distribución de probabilidad elegida y de los parámetros[18], lo cual supone un gran inconveniente, dado que numerosas medidas del riesgo de crédito están definidas en la cola de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito".

En lo que se refiere a los métodos numéricos, éstos utilizan algoritmos para la obtención de las medidas del riesgo de crédito. Dentro de éstos se encuentran los métodos de simulación, entre los que destaca el denominado método de Monte Carlo.

El método de simulación de Monte Carlo consiste en obtener sucesivos valores de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" de la cartera. Para ello se generan escenarios en los que se asignan valores a las variables explicativas del riesgo de crédito que, por medio de modelos, permiten obtener el valor de las variables fundamentales en la medición de este riesgo, los cuales, a través de otros modelos,

[18] Nótese que la estimación de los parámetros se lleva a cabo sólo con dos valores de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" de la cartera –la esperanza matemática y la varianza-, lo que no asegura que esta distribución de probabilidad coincida con la distribución de probabilidad teórica para el resto de los valores de ambas distribuciones.

permiten obtener el valor de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" de la cartera.

Esta operación se repite el número de veces que sea necesario para obtener la precisión que la entidad financiera desea en la medida del riesgo de crédito. A continuación se tabulan los valores de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" de la cartera obteniéndose la distribución de probabilidad simulada de esta variable aleatoria, la cual se utiliza para obtener la medida del riesgo de crédito.

Asimismo, todos estos modelos se estiman empleando la información empírica que la entidad financiera tiene disponible sobre las variables explicativas y las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito.

Las principales ventajas del método de simulación de Monte Carlo son las siguientes:

1. La flexibilidad, ya que permite obtener las medidas del riesgo de crédito con independencia de la complejidad de la cartera y de los modelos empleados.
2. La exactitud, dado que su exposición al riesgo de modelo o técnico es menor que la de la aproximación analítica[19]. No obstante, la exactitud de la simulación depende de las hipótesis asumidas en la misma y de la validez de los modelos utilizados, por lo que no está exento de dicho riesgo.
3. La entidad financiera puede elegir el grado de precisión con el que desea obtener las medidas del riesgo de crédito.
4. Permite obtener medidas del riesgo de crédito que consideran la estructura de dependencia de las variables fundamentales en la medición de este riesgo.

Los principales inconvenientes del Método de simulación de Monte Carlo son los siguientes:

1. Asume hipótesis que son cuestionables en el riesgo de crédito.
2. Consume gran cantidad de tiempo y de recursos humanos, materiales e inmateriales.
3. El incremento de la precisión en las medidas del riesgo de crédito o de la complejidad de la cartera incrementan más que proporcionalmente el tiempo y los recursos que consume.

[19] Esto se debe a que la simulación de Monte Carlo considera todos los valores de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" de la cartera, en lugar de los dos –esperanza matemática y varianza- que considera la aproximación analítica.

1.8 DETERMINACIÓN DEL SISTEMA DE VALIDACIÓN

Por último, la entidad financiera debe determinar el sistema de validación, cuya finalidad es comprobar que las variables fundamentales en la medición del reisgo de crédto y las medidas de dicho riesgo que proporciona a priori el sistema de medición del riesgo de crédito coinciden con los valores empíricos que éstas presentan a posteriori, las cuales, lógicamente, son inobservables a priori.

Atendiendo a su finalidad, los sistemas de validación pueden clasificarse en:

1. Sistemas de validación interna, cuyo fin es comprobar que el sistema de medición del riesgo de crédito es adecuado para los usos que la entidad financiera hace del mismo.
2. Sistemas de validación reguladora, cuya finalidad es comprobar que el sistema de medición del riesgo de crédito en general, y las medidas del riesgo de crédito en particular, son adecuados para determinar los requisitos de capital que el organismo de supervisión y control le exige a la entidad financiera en función de su riesgo de crédito.

Con independencia de cuál sea su finalidad, estos sistemas están compuestos por estrategias, políticas, normas, procedimientos, reglas, métodos y modelos de validación. No obstante, el presente trabajo se limita a exponer estos dos últimos.

Los métodos y modelos de validación se clasifican, en función de cómo ésta se lleva a cabo, en los tres siguientes:

1. Los métodos y modelos cuantitativos de validación directa, en los que la validez de los métodos y modelos empleados en la obtención de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito –en adelante, por simplicidad, métodos y modelos principales- se determina por medio de criterios cuantitativos en los que se comparan los valores de las variables fundamentales y de las medidas del riesgo de crédito que proporcionan a priori los métodos y modelos principales con los valores empíricos que estas variables presentan a posteriori.

   No obstante, debido a las características que presenta el riesgo de crédito[20], los métodos y modelos cuantitativos de validación directa presentan limitaciones importantes, por lo que se hace necesario complementar sus resultados con los obtenidos utilizando otros métodos de validación.

2. Los métodos cuantitativos de validación indirecta son todos aquéllos en los que la validez de los métodos y modelos principales se determina por medio de criterios

[20] Las características del riesgo de crédito se pusieron de manifiesto en el epígrafe 2 del primer capítulo.

cuantitativos distintos a los empleados en los métodos y modelos cuantitativos de validación directa.

Los métodos cuantitativos de validación indirecta se utilizan principalmente para determinar cuál es la sensibilidad de los métodos y modelos principales a los distintos elementos que los componen, así como para detectar valores extraños y desviaciones sistemáticas entre los resultados que proporcionan los métodos y modelos principales y los que proporcionan otros métodos y modelos que se toman como referencia.

3. Los métodos cualitativos de validación, en los que la validez de los métodos y modelos principales se determina empleando diversos criterios cualitativos.

Los modelos cuantitativos de validación directa que en la actualidad suscitan un mayor interés en la literatura especializada son los que se utilizan en la validación de las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito" de una cartera y "estado en el que se encuentra el deudor", mientras que los que se utilizan en la validación de las variables aleatorias "exposición al riesgo de crédito" y "pérdida en caso de impago" suscitan un interés menor.

Los principales métodos de validación directa de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" son el análisis de las tablas de contingencia, el perfil de precisión acumulada –*cumulative accuracy profile* en lengua inglesa, o *CAP* de forma abreviada- y la curva de característica operativa del receptor (*receiver operating characteristic curve* en lengua inglesa o, simplemente, *ROC curve*). Asimismo, dado que estos dos últimos métodos se basan en curvas y, por tanto, son gráficos, es frecuente que sobre ellos se definan estadísticos que permitan cuantificar la validez de los métodos y modelos principales, siendo los principales el ratio de precisión –*accurracy ratio* en lengua inglesa o *AR* de forma abreviada- y el área bajo la curva (*area under curve* en lengua inglesa o, simplemente, *AUC*), respectivamente.

Las tablas de contingencia se exponen brevemente en el capítulo cuarto del presente trabajo, mientras que la exposición del perfil de precisión acumulada y de la curva característica del receptor, así como de sus principales estadísticos excede los límites del presente trabajo[21].

Por su parte, los principales modelos de validación directa de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" de una cartera son los propuestos por López y

[21] Respecto al perfil de precisión acumulada, la curva de característica operativa del receptor y sus estadísticos véase, por ejemplo, Engelmann, Hayden y Tasche (2003).

Saidenberg (2000) y Berkowitz (2001). No obstante, la exposición de estos modelos también excede los límites del presente trabajo[22].

En cuanto a los métodos cuantitativos de validación indirecta, los principales son los siguientes:

1. Los sistemas de medición del riesgo de crédito agregados, expuestos en el epígrafe 1.4 de este capítulo.

   Tal y como se ha expuesto en este epígrafe, aunque estos sistemas no sean adecuados para la medición del riesgo de crédito, sí lo son para la validación de los métodos y modelos principales.

2. El análisis de sensibilidad de los modelos principales a las hipótesis, que consiste en analizar la variación que experimentan las variables fundamentales y las medidas del riesgo de crédito cuando se asumen hipótesis distintas a las utilizadas inicialmente en estos modelos.

3. El análisis de sensibilidad de los modelos principales a las variables explicativas –"*stress testing*" en lengua inglesa-, que consiste en analizar la variación que experimentan las variables fundamentales y las medidas del riesgo de crédito cuando las variables explicativas de estos modelos toman valores extremos y poco probables, los cuales previsiblemente pueden afectar negativamente a la solvencia de la entidad financiera.

4. El análisis de estabilidad de los modelos principales, el cual consiste en analizar la variación que experimentan las variables fundamentales y las medidas del riesgo de crédito cuando se utilizan muestras o poblaciones distintas a las empleadas inicialmente en la estimación de los parámetros de los modelos principales.

   Dichas muestras o poblaciones pueden corresponder al mismo intervalo temporal de la muestra de estimación –en lengua inglesa estas muestras reciben la denominación de "*out of sample*"- o a un intervalo temporal distinto al de ésta (en lengua inglesa estas muestras reciben la denominación de "*out of time*"). Con estas muestras o poblaciones, el análisis de estabilidad determina la capacidad de generalización y el carácter estacionario o no del modelo.

En lo que se refiere a los métodos cualitativos de validación, los principales criterios que éstos emplean son los siguientes:

1. El grado de control y supervisión del sistema de medición del riesgo de crédito.

[22] Berkowitz propone un modelo general de validación de modelos de medición de los riesgos financieros. Para una aplicación de este modelo a la validación de los modelos de medición del riesgo de crédito véase, por ejemplo, Frerichs y Löffler (2003).

El control y la supervisión puede llevarla a cabo la propia entidad financiera –interno- o el organismo de supervisión y control de la actividad financiera (externo).

2. El grado de integración del sistema de medición del riesgo de crédito en la gestión de la entidad financiera.
3. El grado de documentación de los distintos elementos que componen el sistema de medición del riesgo de crédito.
4. La adecuación del sistema de medición del riesgo de crédito y de los medios humanos, materiales e inmateriales a las aplicaciones de este sistema y a la complejidad de la actividad financiera que desarrolla esta entidad.
5. La ausencia de conflictos de intereses entre los elementos personales implicados en el sistema de medición del riesgo de crédito.

2. APLICACIONES DE UN SISTEMA DE MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

La información que proporcionan los sistemas de medición del riesgo de crédito puede emplearse en diversas aplicaciones que, atendiendo a sus usuarios, pueden clasificarse en internas y externas.

2.1 APLICACIONES INTERNAS DE UN SISTEMA DE MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

Las aplicaciones internas de los sistemas de medición del riesgo de crédito se caracterizan porque sus usuarios son internos a la entidad financiera, fundamentalmente los gestores y el personal de la misma.

Las aplicaciones de este tipo que se consideran en el presente trabajo son el análisis del riesgo de crédito, su valoración, su gestión, así como la gestión del personal.

Todas estas aplicaciones requieren emplear abundante información que es proporcionada por los sistemas de medición del riesgo de crédito y los sistemas de información contable.

2.1.1 ANÁLISIS DEL RIESGO DE CRÉDITO

El análisis del riesgo de crédito consiste en identificar y descomponer los elementos de los que depende.

Esta aplicación de los sistemas de medición del riesgo de crédito debe conciliar dos objetivos principales: por un lado, sintetizar en un número reducido de variables toda la

información relativa a este riesgo; y, por otro, permitir descomponer estas variables en todas aquéllas de las que depende dicho riesgo.

El análisis del riesgo de crédito puede llevarse a cabo en distintos niveles de la entidad financiera, de forma que, dependiendo del grado de agregación considerado, puede analizarse el riesgo de crédito de un activo financiero, un cliente, una cartera, una unidad de negocio o la totalidad de la entidad.

Con independencia del nivel al que se realice, este análisis suele ser similar e incluye un análisis descriptivo y otro de sensibilidad.

El análisis descriptivo del riesgo de crédito se realiza por medio de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, las medidas de riesgo y las de rendimiento (estas dos últimas se exponen en el capítulo sexto del presente trabajo).

Las medidas de riesgo que debe incluir este análisis son medidas de la pérdida esperada, de la inesperada –ambas del activo financiero y de la cartera- y del grado de diversificación.

Asimismo, dicho análisis debe incluir las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito que permiten obtener todas estas medidas de riesgo: estado en el que se encuentra el deudor, exposición al riesgo de crédito y pérdida en caso de impago. Si la naturaleza es estas variables es cierta, el análisis debe incluir sus valores, ya sean constantes o variables, mientras que si es aleatoria debe incluir su distribución de probabilidad, medidas estadísticas y estructura de dependencia con el resto de las variables aleatorias de las que depende el riesgo de crédito.

Para este último tipo de variables fundamentales, el análisis también debe incluir las variables explicativas que los métodos y modelos de medición del riesgo de crédito emplean en su obtención, así como su valor.

En relación con las medidas de rendimiento, el análisis del riesgo de crédito debe incluir las medidas de rentabilidad y las de beneficio. A este respecto, el análisis también debe incluir:

1. Todos los ingresos presentes y futuros que la entidad financiera prevea obtener, ya sean directos –comisiones e intereses- o indirectos (ventas cruzadas de activos y de servicios financieros).
2. Todos los costes presentes y futuros en los que incurra la entidad, ya sean reales –costes de administración, gestión, control y supervisión, etcétera- o financieros (el interés básico o precio del dinero, la pérdida esperada y el coste de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada).

Igualmente, el análisis debe incluir todos los límites establecidos por la entidad financiera para las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, las medidas de riesgo y las de rendimiento con el fin de gestionar el riesgo de crédito.

En cuanto al análisis de sensibilidad, supone identificar los elementos cuya variación tiene una mayor influencia en el riesgo de crédito, cuantificando la misma.

Ambos análisis se materializan en un informe que suele emplearse en otras aplicaciones de los sistemas de medición del riesgo de crédito como, por ejemplo, el control y la supervisión del riesgo de crédito.

El grado de agregación considerado en el análisis del riesgo de crédito –activo financiero, cliente, cartera, unidad de negocio o entidad financiera- afecta fundamentalmente a los aspectos de este riesgo en los que se centra dicho análisis.

Así, el análisis del riesgo de crédito de los activos financieros se lleva a cabo empleando los métodos y modelos de medición del riesgo de crédito utilizados por la entidad financiera y debe centrarse en los aspectos de este riesgo que dependen de las características del activo financiero, los cuales son, esencialmente, las variables exposición al riesgo de crédito y pérdida en caso de impago, así como en sus variables explicativas.

Por su parte, el análisis del riesgo de crédito de los clientes se realiza agregando todos aquellos activos financieros en los que el cliente es deudor y la entidad financiera es acreedora, y debe centrarse en los aspectos del riesgo de crédito que dependen de las características del cliente, los cuales están relacionados, fundamentalmente, con la variable aleatoria estado en el que se encuentra el deudor y con sus variables explicativas.

En cuanto al análisis del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros, se lleva a cabo agregando todos los clientes o todos los activos financieros que la componen y debe centrarse en los aspectos del riesgo de crédito que dependen de la cartera, los cuales se relacionan, principalmente, con el beneficio que la diversificación del riesgo de crédito supone para la entidad, o, lo que es lo mismo, el coste que la concentración conlleva.

Dicho beneficio depende fundamentalmente de dos factores: el grado de concentración o diversificación de la cartera y la estructura de dependencia del riesgo de crédito.

En consecuencia, el análisis del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros debe permitir la identificación de:

1. Aquellos activos en los que la variable exposición al riesgo de crédito presenta un valor mayor y que, por tanto, fomentan la concentración de la cartera.

2. Las áreas geográficas y los sectores de actividad que tienen un mayor peso en la cartera y que, por consiguiente, incrementan la dependencia del riesgo de crédito.

El análisis del riesgo de crédito de una unidad de negocio se realiza agregando todas las carteras de activos financieros que la componen, y, al igual que el análisis del riesgo de crédito de una cartera, debe centrarse en el beneficio que la diversificación del riesgo de crédito supone para la entidad. Lo mismo ocurre en el análisis del riesgo de crédito de la totalidad de la entidad financiera.

2.1.2 VALORACIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

La valoración del riesgo de crédito depende del tipo de cartera que se considere. Así, en los activos financieros que forman parte de la cartera de inversión implica determinar el precio financiero que la entidad financiera debe cobrar a sus clientes. Por el contrario, la valoración del riesgo de crédito en los activos financieros que forman parte de la cartera de negociación supone determinar el valor que estos activos deben tener en función de dicho riesgo.

En el supuesto de que la entidad financiera utilice un enfoque moderno del negocio bancario y el precio o valor de los activos financieros se establezcan en función de los riesgos financieros a los que ésta queda expuesta al incorporarlos a la cartera, el principal instrumento que la entidad puede emplear para determinar dicho precio o valor es la rentabilidad ajustada al riesgo sobre el capital[23], en cuyo caso la valoración del riesgo de crédito también recibe la denominación de fijación de precios basada en el riesgo (*risk based pricing* en lengua inglesa o *RBP* de forma abreviada).

Además de la fijación de precios basada en el riesgo, la rentabilidad ajustada al riesgo sobre el capital tiene diversas aplicaciones en la medición y la gestión del riesgo de crédito tales como, por ejemplo, servir de criterio en la selección de proyectos de inversión, o de límite basado en el riesgo en el control y la supervisión de este riesgo.

Con independencia de que los activos financieros pertenezcan a un tipo de cartera u otro, la valoración del riesgo de crédito requiere que la entidad financiera haya realizado previamente un análisis de este riesgo, ya que su determinación requiere determinar, a su vez, las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito y las medidas de este riesgo.

[23] En relación con la rentabilidad ajustada al riesgo sobre el capital, véase el epígrafe 3.1.3. del capítulo sexto.

2.1.3 GESTIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

La gestión del riesgo de crédito conlleva todas aquellas acciones que la entidad financiera lleva a cabo con la finalidad de obtener una rentabilidad adecuada al riesgo –de crédito, lógicamente- que está dispuesta a asumir en función de su perfil de aversión al riesgo, limitar el acaecimiento de este riesgo y mitigar las consecuencias negativas asociadas al mismo.

Las principales acciones que conlleva la gestión de dicho riesgo son la selección de proyectos de inversión, la determinación de provisiones y la asignación del capital por el riesgo de crédito, el control y supervisión de este riesgo y la determinación de la cartera de activos financieros óptima.

2.1.3.1 SELECCIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN

La actividad principal que llevan a cabo las entidades bancarias es la concesión de crédito a sus clientes, por lo que la selección de proyectos de inversión en este tipo de entidades consiste fundamentalmente en su selección. Debido a que esta actividad es una actividad financiera de intermediación, la selección de proyectos de inversión no sólo implica la selección de créditos, sino también la de riesgos y la de la estructura financiera de la entidad.

Las entidades financieras llevan a cabo la selección de proyectos de inversión en dos niveles diferenciados: el estratégico y el táctico. En este último nivel, la selección de proyectos de inversión se realiza por medio de la política de aceptación de créditos, cuyos criterios de aceptación varían en función de cuál sea el punto de vista desde el que la entidad financiera considera el negocio bancario.

Así, el criterio selección empleado en aquellas entidades bancarias con un enfoque tradicional del negocio bancario es el de incorporar a la entidad financiera todos aquellos créditos cuyos valores de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, así como de las medidas de este riesgo y de rendimiento, se encuentren dentro de los límites prefijados por la entidad, de forma que todos los créditos que cumplen este criterio son susceptibles de ser incorporados a la entidad.

Lógicamente, la entidad bancaria debe establecer previamente los límites de dichas variables y medidas, lo cual puede realizarse en función de la combinación deseada de riesgo-rendimiento, de su grado de aversión al riesgo y del resto de criterios que considere oportuno.

Por otra parte, el criterio de selección utilizado en aquellas entidades bancarias con un enfoque moderno del negocio bancario es el de incorporar a la entidad financiera todos

aquellos créditos que proporcionen una rentabilidad ajustada al riesgo mayor que el tanto de rentabilidad mínimo que los gestores le exigen a las inversiones de la entidad financiera y que, por consiguiente, generan valor para los propietarios de la entidad.

Este último criterio de selección presenta una mayor flexibilidad que el empleado por las entidades bancarias con un enfoque tradicional, permitiendo que un mayor número de créditos sean susceptibles de ser incorporados a la entidad.

En este sentido, el criterio de selección utilizado en las entidades bancarias con un enfoque moderno permite:

1. Determinar el precio que la entidad financiera debe cobrar a su cliente en función de los riesgos financieros a los que queda expuesta al incorporar el crédito a su cartera –fijación de precios basada en el riesgo-, de forma que el crédito cumpla con dicho criterio de selección, todo ello en un entorno de mercados financieros inelásticos[24] en los que la entidad financiera actúa fundamentalmente como fijadora de precios.

2. Modificar todas aquellas características del crédito, del deudor, o de ambos que sean susceptibles de ser modificadas con la finalidad de que el proyecto de inversión cumpla con el criterio de selección mencionado más arriba, todo ello en un entorno de mercados financieros que, o bien están regulados, o bien son elásticos[25], de forma que la entidad no puede influir, o tiene una influencia limitada, en el precio que le cobra al cliente.

   En este contexto, el personal de la entidad financiera puede incrementar, sin modificar el precio, tanto el valor que el crédito crea para los propietarios como su rentabilidad ajustada al riesgo. Para ello, deberá reducir el valor de las medidas de riesgo, para lo cual puede emplear cualquiera de los instrumentos de gestión del riesgo de crédito que se exponen al final del presente capítulo.

Por lo que respecta al nivel estratégico, la selección de proyectos de inversión supone la entrada y/o salida de la entidad financiera de determinadas unidades de negocio, lo cual puede llevarse a cabo con diversos fines tales como, por ejemplo, la creación de valor para sus propietarios (o, en su caso, la reducción de la destrucción de este valor). Para ello, en principio, la entidad deberá invertir en aquellas unidades de negocio con una rentabilidad ajustada al riesgo mayor que el tanto de rentabilidad mínimo que los gestores le exigen a las inversiones de la entidad.

[24] Los mercados financieros inelásticos se caracterizan por una reducida sensibilidad de la demanda a las variaciones de los precios.
[25] Los mercados financieros elásticos se caracterizan porque la demanda es sensible a las variaciones de precios.

No obstante, desde el punto de vista de la medición y la gestión del riesgo de crédito, uno de los principales aspectos que deben considerarse en la selección de proyectos de inversión a nivel estratégico es el efecto que la entrada y/o salida de las unidades de negocio tiene en las medidas de riesgo agregadas de toda la entidad financiera. Esto se debe a que pueden existir unidades de negocio con una rentabilidad ajustada al riesgo menor que el tanto mínimo exigido por los gestores, pero que actúen como coberturas naturales de aquéllas que constituyen el núcleo del negocio de la entidad, con lo cual, aunque no generen el suficiente valor para los propietarios de la entidad, su incorporación y mantenimiento está justificada porque conllevan una reducción neta de los riesgos financieros a los que está expuesta la misma.

2.1.3.2 DOTACIÓN DE PROVISIONES Y ASIGNACIÓN DE CAPITAL POR EL RIESGO DE CRÉDITO

La dotación de las provisiones y la asignación de capital por el riesgo de crédito tienen la finalidad de mitigar las consecuencias negativas asociadas a este riesgo, formando parte del proceso de absorción de riesgos que el capital tiene en las entidades financieras, el cual se expone en el capítulo sexto del presente trabajo.

En dicho proceso, el capital de las entidades financieras se clasifica, en función de su finalidad, en virtual y físico. Además, el capital virtual se descompone en las pérdidas esperada e inesperada asociada a estos riesgos, mientras que el capital físico se descompone en los recursos financieros aptos para absorber la pérdida esperada y los aptos para absorber la pérdida inesperada.

Las entidades financieras tienen la necesidad de constituir provisiones y asignar capital por el riesgo de crédito debido, fundamentalmente, al carácter aleatorio que presenta el fenómeno impago.

Así, si el riesgo de crédito se mide individualmente para un activo financiero, este fenómeno es aleatorio porque existe incertidumbre sobre si se producirá o no; y si se mide para el conjunto de una cartera de activos financieros, dicho fenómeno también es aleatorio porque existe incertidumbre sobre el número de veces que se producirá[26].

El carácter aleatorio del impago conlleva que se produzcan diferencias entre el acaecimiento de los ingresos y el coste del riesgo de crédito que el activo financiero conlleva para la entidad, en el momento en el que se producen estos ingresos y costes, y

[26] Nótese que, por muy buena que sea la clasificación crediticia de los deudores de la cartera, siempre existe la posibilidad de que se produzca al menos un impago, pues, de no ser así, los activos financieros no estarían expuestos al riesgo de crédito y la entidad financiera no tendría la necesidad de medir y gestionar este riesgo.

en su cuantía. Todas estas diferencias deben tenerse en cuenta para garantizar la solvencia y la viabilidad de la entidad financiera.

Así, si el impago se considera individualmente para un activo financiero, los ingresos que la entidad financiera obtiene del mismo le deben permitir cubrir todos los costes que supone para ella, incluidos los asociados al riesgo de crédito, los cuales son la pérdida esperada y el coste de los recursos aptos para absorber la pérdida inesperada, ambas asociadas a este riesgo. Por tanto, el activo financiero será susceptible de ser incorporado a la entidad financiera siempre que los ingresos que genera sean mayores o iguales a los costes.

Por otra parte, si los activos financieros que componen una cartera se consideran de forma conjunta, los ingresos que la entidad financiera obtiene de todos estos activos deben permitir cubrir todos los costes que conllevan, incluidos los asociados al riesgo de crédito, por lo que la solvencia y la viabilidad de la entidad financiera sólo estará garantizada cuando estos ingresos sean mayores o iguales a los costes. En este último supuesto puede ocurrir que unos activos financieros subvencionen a otros, de forma que los ingresos que proporcionan los primeros cubran el coste de los segundos, con los problemas de selección adversa que ello supone.

La dotación a las provisiones por el riesgo de crédito es el instrumento que las entidades financieras emplean para retener los recursos financieros que son aptos para absorber la pérdida esperada asociada a este riesgo con la finalidad de que estos recursos estén disponibles para absorberla cuando se produzca.

Dicho instrumento es en sí un proceso que consta de dos etapas:

1. La determinación de la pérdida esperada asociada al riesgo de crédito, que requiere determinar el valor actual esperado de la pérdida asociada a este riesgo, el cual depende de la definición de la variable aleatoria pérdida asociada a dicho riesgo empleada por la entidad financiera.

   En el supuesto de que esta variable se defina como la disminución del valor económico que experimenta un activo financiero por un único suceso –el impago-, dicho valor actual esperado es un capital financiero-aleatorio por ser inciertos el hecho de si se produce o no su vencimiento, el momento en el que, en su caso, se produciría, y su cuantía.

   Por el contrario, si dicha variable se define como la disminución del valor económico que experimenta un activo financiero por una serie de sucesos –los cuales son, fundamentalmente, la disminución de la categoría crediticia del deudor y el incremento del diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad que proporciona el activo financiero y el de uno libre de riesgo- dicho valor actual esperado es una

renta financiero-aleatoria, ya que se desconoce en qué periodos de maduración vencen términos, el momento dentro del periodo de maduración en el que se produciría el vencimiento y la cuantía del término.

2. La acumulación de recursos financieros aptos para absorber la pérdida esperada con el fin de que estén disponibles para absorberla.

   Dicha acumulación se lleva a cabo reteniendo una parte de los ingresos que el activo financiero le proporciona a la entidad financiera y requiere determinar el valor actual esperado de los mismos, ya que éstos son una renta financiero-aleatoria, por ser incierta, al menos, su duración.

Lógicamente, si el riesgo de crédito de un activo financiero se considera individualmente, el valor actual esperado de los ingresos debe ser como mínimo mayor o igual que el de la pérdida esperada asociada al riesgo de crédito que supone a la entidad financiera para que sea susceptible de ser incorporado a la misma.

En cambio, si el riesgo de crédito se considera conjuntamente para los activos financieros de una cartera, el valor actual esperado de los ingresos que proporcionan todos los activos que la componen debe ser como mínimo mayor o igual que la pérdida esperada asociada al riesgo de crédito de todos ellos, con el fin de garantizar la solvencia y la viabilidad de la entidad financiera.

En cualquier caso, la diferencia entre unos valores actuales esperados y otros deberá ser mayor cuanto mayor sea la incertidumbre asociada a los activos, medida a través de la pérdida inesperada, y cuanto mayor sea el grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad que tengan los gestores.

La dotación de provisiones por el riesgo de crédito en una cuantía insuficiente tiene consecuencias importantes para la entidad financiera, debido, fundamentalmente, a que la pérdida esperada asociada al riesgo de crédito es, junto al interés básico o precio del dinero y el coste de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada, uno de los principales costes financieros que la entidad soporta al conceder créditos a sus clientes.

La no determinación de esta pérdida, o su infravaloración, implica que la entidad financiera no considera el coste total que el activo financiero supone para ella, lo que puede llevarle a comercializar activos por un precio inferior a los costes de producción y puede acarrearle pérdidas, dependiendo de cuáles sean los ingresos que proporciona el activo y el montante no considerado de la pérdida esperada. Además, esto supone que la entidad no acumula suficientes recursos financieros aptos para absorber esta pérdida, descapitalizándose, lo que en última instancia puede afectar a su solvencia.

Todas estas circunstancias se ven agravadas por el carácter cíclico de la pérdida asociada al riesgo de crédito. Así, la entidad financiera puede comercializar activos financieros por un precio inferior a los costes de producción durante las etapas de expansión del ciclo económico, cuando la pérdida asociada al riesgo de crédito es menor, sin ser consciente de las pérdidas implícitas que soporta. Por el contrario, las pérdidas que en la etapa anterior eran implícitas se hacen explícitas en las etapas de recesión, cuando dicha pérdida es mayor.

En lo que se refiere al capital económico[27], las entidades financieras lo necesitan porque, con carácter general, la cuantía de la pérdida total asociada al riesgo de crédito no coincide con la de la pérdida esperada. Así, si la pérdida total es inferior a la pérdida esperada, la entidad habrá retenido los recursos financieros aptos para absorber la pérdida esperada que serán suficientes para absorber la pérdida total, con lo cual su solvencia estará garantizada.

En cambio, si la pérdida total es superior a la pérdida esperada, se produce una pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito. En este supuesto, los recursos financieros aptos para absorber la pérdida esperada sólo absorberán una parte de la pérdida total, de forma que la solvencia de la entidad financiera sólo estará garantizada si ésta cuenta con recursos financieros adicionales, los cuales son aquéllos aptos para absorber la pérdida inesperada.

Por tanto, tal y como expone en el proceso de absorción de riesgos, el capital que la entidad financiera necesita para absorber la pérdida total asociada al riesgo de crédito y poder llevar a cabo su actividad en los mercados financieros está compuesto por los recursos financieros aptos para absorber la pérdida esperada, retenidos por medio de la constitución de provisiones por el riesgo de crédito, y los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada, formados principalmente por los recursos propios de la entidad y los activos financieros híbridos emitidos por la misma.

Asimismo, la asignación de capital económico es el proceso por el que se asigna a un activo financiero una parte del capital económico total de la entidad financiera en función de las características del mismo y de la cartera de activos financieros de la que forma parte.

Dicho proceso consta de varias etapas entre las que destacan las siguientes:

1. La determinación del capital económico de la entidad financiera.

[27] En relación con el capital económico, véase el epígrafe 1.3 del capítulo sexto.

2. La determinación de la contribución al riesgo cada uno de los activos de la entidad, que miden su exposición al riesgo considerando los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad.
3. La descomposición de las contribuciones al riesgo[28] en la pérdida esperada y la inesperada asociadas a los riesgos financieros del activo.
4. La asignación al activo financiero de una parte de los recursos financieros que la entidad financiera tiene disponibles y son aptos para absorber la pérdida inesperada, o, si todos éstos han sido asignados con anterioridad a otros activos, la captación de nuevos recursos por medio de los instrumentos que la entidad tiene disponible a tal efecto, fundamentalmente, la retención de beneficios, la ampliación de capital y la emisión de activos financieros híbridos.

La contribución al riesgo de un activo financiero tiene un notable interés en la medición y gestión del riesgo de crédito, siendo numerosas sus aplicaciones. Así, desde el punto de vista de la mitigación de las consecuencias negativas asociadas a este riesgo, su principal aplicación es la determinación de la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito considerando los beneficios que la diversificación de los riesgos supone para la entidad y la asignación, o en su caso captación, de los recursos financieros aptos para absorber esta pérdida. Otras aplicaciones son el análisis del riesgo de crédito, así como el resto de las acciones de gestión de este riesgo que se exponen al final de este capítulo.

Respecto a los costes asociados al riesgo de crédito, una característica que diferencia la pérdida esperada de la inesperada es que la primera es la pérdida que la entidad financiera prevé experimentar, por término medio, en un determinado número de periodos, por lo que no es aleatorio su acaecimiento sino el momento en el que éste se produce y su cuantía; mientras que la segunda es una pérdida contingente, ya que sólo se produce cuando el importe de la pérdida total es mayor que el de la pérdida esperada.

Por ello, los ingresos que el activo financiero le proporciona a la entidad financiera deben cubrir la totalidad de la pérdida esperada, mientras que, en el caso de la pérdida inesperada, sólo deben cubrir el coste de los recursos financieros aptos para absorberla. El no considerar este coste supone que tanto la entidad como los agentes que invierten en ella son neutrales al riesgo, lo que es una hipótesis irreal.

Lógicamente, el coste que estos recursos financieros tienen para la entidad depende de la rentabilidad exigida por los inversores, la cual depende, a su vez, del riesgo que éstos perciban. Ambos serán mayores cuanto mayor sea la probabilidad de que la pérdida

[28] En relación con las contribuciones al riesgo, véase el epígrafe 2.2.2 del capítulo scxto.

total supere la pérdida esperada y los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada deban utilizarse.

2.1.3.3 CONTROL Y SUPERVISIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

El control y la supervisión del riesgo de crédito tienen la finalidad de limitar la exposición de la entidad financiera a este riesgo. Además, sirven de sistema de alerta temprana que le permite a la entidad llevar a cabo las acciones que son necesarias para reducir las consecuencias negativas que supone el acaecimiento de dicho riesgo.

Las entidades financieras necesitan controlar y supervisar el riesgo de crédito porque, siempre y cuando quieran garantizar su solvencia y viabilidad, la exposición a este riesgo consume recursos financieros aptos para absorber las pérdidas esperada e inesperada, que se caracterizan por ser limitados y tener un coste que se incrementa más que proporcionalmente cuando se incrementa la exposición a dicho riesgo.

Los principales instrumentos que la entidad financiera puede emplear para el control y la supervisión del riesgo de crédito son los informes y los límites.

Desde el punto de vista de la gestión del riesgo de crédito, un informe es una descripción escrita de alguno de los elementos que intervienen en la medición y gestión de este riesgo, así como de sus componentes, características o cualquier otro aspecto relacionado con el mismo.

Los principales elementos que, a efectos de la gestión del riesgo de crédito, son objeto de informes son los activos financieros, los clientes, las carteras de activos financieros, las unidades de negocio, la totalidad de la entidad financiera, su personal y sus gestores.

La finalidad de los informes de los cinco primeros elementos es el análisis del riesgo de crédito al que está expuesta la entidad financiera con el propósito de su gestión y se consideran a continuación en este epígrafe, mientras que la de los dos últimos es la remuneración de su personal, por lo que se consideran en el epígrafe 2.1.4 de este capítulo.

Asimismo, atendiendo a sus características y finalidad pueden distinguirse los dos tipos de informe siguiente:

1. Los que se realizan puntualmente cuando la entidad financiera estudia la posibilidad de incorporar un elemento a su cartera –selección de un proyecto de inversión-, con la finalidad de analizar su riesgo de crédito y decidir si éste se incorpora o no.
2. Los que se realizan periódicamente mientras el elemento forma parte de la entidad, con el fin de analizar su riesgo de crédito –evaluación o *performance* en lengua

inglesa-, determinar si es necesario llevar a cabo acciones de gestión del riesgo de crédito y cuáles son las acciones más adecuadas.

En cuanto al contenido de estos informes, deben incluir un análisis descriptivo del riesgo de crédito que debería contener las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, las medidas de riesgo y las de rendimiento del elemento objeto del informe, así como un análisis de sensibilidad en el que se incluyan todos aquellos elementos que tienen una influencia significativa en el riesgo de crédito del elemento. Ambos análisis se centrarán en unos u otros aspectos del riesgo de crédito, dependiendo de cuál sea el elemento objeto del informe.

Asimismo, cuando dichos informes incluyen medidas de riesgo y de rendimiento, la evaluación que se lleva a cabo por medio de ellos recibe la denominación de evaluación ajustada al riesgo (*risk adjusted performance* en lengua inglesa).

Por su parte, los límites son valores extremos –máximos o mínimos- que pueden presentar las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, así como las medidas de riesgo y las de rendimiento de los elementos que son objeto de los informes.

Los límites funcionan como sistemas de alerta temprana que permiten identificar todos aquellos elementos que no son deseados por la entidad financiera, bien porque su exposición al riesgo de crédito es mayor que la deseada por la entidad en función de su nivel de aversión al riesgo, o bien porque le proporcionan una rentabilidad ajustada al riesgo insuficiente. Dichos elementos son susceptibles de que la entidad financiera lleve a cabo acciones de gestión del riesgo de crédito tales como, por ejemplo, un control más exhaustivo y periódico, o la utilización de cualquiera de los instrumentos de gestión que se mencionan en el epígrafe 3 de este capítulo.

Los límites utilizados por las entidades financieras han evolucionado conforme éstas han desarrollado sus sistemas de medición del riesgo de crédito, pudiendo clasificarse en tradicionales y modernos en función del grado de desarrollo de estos sistemas.

Los límites tradicionales se basan fundamentalmente en las características del crédito o en las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito. En este tipo de límites cabe distinguir, a su vez, entre:

1. Aquéllos en los que se emplea como límite el valor nominal de los activos financieros, que se usa fundamentalmente en sistemas de medición del riesgo de crédito basados en métodos cualitativos.
2. Aquéllos en los que se emplean como límite las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, que se utilizan principalmente en sistemas que emplean métodos y modelos cuantitativos.

En estos sistemas suele utilizarse como límite las variables exposición al riesgo de crédito –en lugar del valor nominal del activo financiero-, el estado en el que se encuentra el deudor o la pérdida en caso de impago. También es frecuente limitar la exposición a determinadas industrias o sectores con el fin de lograr una menor dependencia del riesgo de crédito.

Por otra parte, los límites modernos, también denominados límites basados en el riesgo –*risk-based limits* en lengua inglesa-, pueden basarse bien en medidas de riesgo, en cuyo caso se trata de límites que se emplean principalmente en la medición del riesgo de crédito, o bien en medidas de rendimiento, en cuyo caso se utilizan fundamentalmente en la determinación de la cartera de activos financieros óptima.

En relación con los límites tradicionales, los modernos presentan la ventaja de que permiten considerar las opciones implícitas en los activos financieros, tanto aquéllas que son a favor de la entidad financiera –constitución de garantías adicionales- como aquéllas que son a favor de sus clientes (amortización anticipada del crédito o incremento de la exposición al riesgo de crédito en aquéllos activos financieros en los que el cliente tiene esta facultad).

Las principales magnitudes que suelen emplearse en los límites basados en las medidas de riesgo son la pérdida esperada, la inesperada y la contribución al riesgo.

Los límites basados en la pérdida esperada son aquéllos en los que se establece un valor máximo de la esperanza matemática de la pérdida asociada al riesgo de crédito (pérdida esperada). Al contrario que los límites tradicionales, que se caracterizan por ser estáticos, los basados en la pérdida esperada relacionan todas las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, lo que permite que sean dinámicos.

De este modo, en el supuesto de que la variable aleatoria pérdida asociada al riesgo de crédito se defina como la disminución del valor económico que experimenta un activo financiero por un único suceso, el impago, la pérdida esperada viene dada por el producto de las tres variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, en cuyo caso resulta inmediato comprobar que, para una pérdida esperada máxima, la exposición al riesgo de crédito del activo financiero está inversamente relacionada con la probabilidad de impago del deudor y la pérdida en caso de impago del activo.

Dicha relación permite que el personal de la red comercial de la entidad financiera pueda llevar a cabo múltiples estrategias de comercialización, tantas como todas las combinaciones posibles de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito que proporcionen una pérdida esperada inferior al límite establecido por la entidad.

Así, por ejemplo, el personal de la entidad financiera puede aprobar un crédito solicitado por un deudor con una probabilidad de impago alta y con una pérdida en caso de impago alta, siempre y cuando su exposición al riesgo de crédito sea moderada; sin embargo, deberá denegar el crédito si su exposición al riesgo de crédito también es alta, salvo que utilice alguno de los instrumentos de gestión del riego de crédito que se mencionan en el epígrafe 3 de este capítulo.

Los límites basados en la pérdida esperada presentan el inconveniente de que son lineales, lo que conlleva, a su vez, los dos inconvenientes siguientes:

1. Dependen sólo de las características del activo financiero y, por tanto, no consideran los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad.
2. En algunos elementos el incremento del valor de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito produce un incremento más que proporcional en su riesgo de crédito.

Por el contrario, los límites basados en la pérdida esperada presentan la ventaja de que la determinación de esta última resulta fácil y rápida (pueden obtenerse de inmediato).

En cuanto a los límites basados en las contribuciones al riesgo, son aquéllos en los que se establece el valor máximo de esta medida de riesgo de crédito.

La principal ventaja de estos límites es que son no lineales y, por tanto, carecen de los inconvenientes que presentan aquéllos basados en la pérdida esperada. No obstante, su determinación conlleva la obtención de la pérdida total asociada al riesgo de crédito, por lo que, dependiendo del modelo empleado para la obtención de esta pérdida, su cálculo es más o menos complejo y lento, y, en la mayoría de las ocasiones, no puede obtenerse inmediatamente.

Respecto a los límites basados en la pérdida inesperada, esta medida de riesgo es el complemento a la contribución al riesgo de la pérdida esperada. Por tanto, todo lo expuesto en el párrafo anterior para los límites basados en las contribuciones al riesgo es válido para los basados en la pérdida inesperada.

En lo que se refiere a los límites basados en las medidas de rendimiento ajustadas al riesgo, éstos son aquéllos en los que se establece un valor mínimo de las medidas de rentabilidad o las de beneficio ajustado al riesgo y se utilizan principalmente para la determinación de la cartera de activos financieros óptima.

2.1.3.4 OBTENCIÓN DE LA CARTERA DE ACTIVOS FINANCIEROS ÓPTIMA

El principal objetivo de la obtención de la cartera de activos financieros óptima es que la entidad financiera tenga una cartera de activos financieros que le proporcione una rentabilidad máxima dado un determinado nivel de riesgo, que es el que la entidad está dispuesta a soportar en función de su grado de aversión al riesgo de insolvencia, o, por el contrario, que la entidad tenga una cartera que le proporcione una rentabilidad prefijada, exponiéndola al mínimo riesgo posible.

En ambos supuestos, la entidad debe considerar todas las restricciones a las que está sujeta, las cuales son, fundamentalmente, los recursos financieros aptos para absorber la pérdida total asociada al riesgo de crédito que tiene disponibles y los requisitos de capital que le exige el organismo de supervisión y control de la actividad financiera.

Con el fin de obtener la cartera de activos financieros óptima, la entidad financiera debe determinar su composición y modificar la de la cartera actual para que coincida con la de la cartera óptima.

La entidad financiera puede determinar la cartera de activos financieros óptima empleando modelos de optimización de la cartera, cuya exposición excede los límites del presente trabajo, mientras que la modificación de la cartera actual puede realizarse por medio de las tres acciones siguientes:

1. La incorporación de nuevos activos a la cartera empleando alguno de los métodos de selección de proyectos de inversión expuestos más arriba.

   El recurso a esta acción está limitado por los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada que la entidad financiera o bien tiene disponibles, o bien es capaz de captar o retener.

2. La modificación de las características de los activos financieros que actualmente componen la cartera.

   En este sentido, la entidad financiera puede acordar con el cliente la modificación de las características del crédito con posterioridad a su emisión, puede prever el acaecimiento de determinadas circunstancias –incluyendo en la emisión cláusulas que contemplen la modificación de las características del crédito si se producen dichas circunstancias-, o puede emplear cualquiera de los instrumentos de gestión del riesgo de crédito que se mencionan en el epígrafe 3 de este capítulo.

   Así, por ejemplo, la entidad puede incluir cláusulas de amortización anticipada, de solicitud de garantías adicionales o, en aquellos activos financieros que lo

contemplen, limitar la capacidad que el cliente tiene de incrementar la exposición al riesgo de crédito.

3. La liquidación de los activos financieros que componen la cartera.

   La entidad financiera dispone de diversos instrumentos de gestión del riesgo de crédito que pueden utilizarse con esta finalidad. Entre estos instrumentos y los métodos que pueden utilizarse en la liquidación de los activos financieros puede establecerse una relación que permite distinguir entre:

   a) La liquidación natural de los activos financieros, que consiste en que los activos financieros forman parte de la cartera o bien hasta su vencimiento, o bien hasta su cancelación anticipada, en el supuesto de que estos activos incluyan cláusulas de este tipo.

      Este modo de liquidación de los activos financieros se identifica con una estrategia de "comprar y mantener" –*buy and hold* en lengua inglesa-, caracterizada porque no se utiliza ningún instrumento de gestión del riesgo de crédito y la modificación de la cartera se produce por la mera rotación de los activos que la componen.

   b) La liquidación directa de aquellos activos financieros que se negocian en mercados financieros secundarios por medio del instrumento de gestión del riesgo de crédito que proporciona la venta en estos mercados.

   c) La liquidación indirecta de los activos mediante el instrumento de gestión del riesgo de crédito que proporciona la titulización de activos financieros.

En la mayoría de las ocasiones, la entidad financiera modifica la cartera de activos financieros actual empleando una combinación de dichas acciones.

La capacidad que la entidad financiera tiene de emplear los instrumentos consistentes en la venta en los mercados financieros y la titulización de los activos financieros depende del grado de liquidez de éstos.

Las entidades financieras pueden emplear estos dos instrumentos de gestión del riesgo de crédito para modificar una cartera compuesta por activos financieros líquidos. No obstante, las entidades generalmente preferirán emplear el instrumento que proporciona la venta, ya que la negociación directa de este tipo de activos no presenta problemas relevantes y este instrumento permite modificar la composición de la cartera con una mayor rapidez y un menor coste que la titulización de activos financieros.

Por el contrario, la entidad financiera no puede recurrir a la liquidación directa para modificar una cartera formada por activos financieros ilíquidos, ya que este tipo de liquidación no es factible, bien simplemente porque no puede realizarse, o bien porque

presenta problemas significativos. Por tanto, la única forma que la entidad tiene de liquidar los activos ilíquidos es recurrir a su negociación y liquidación indirecta por medio del instrumento que proporciona la titulización de activos financieros.

2.1.4 GESTIÓN DE PERSONAL

Al igual que en cualquier otro tipo de empresa, el personal de la entidad financiera tiene una gran importancia en el éxito y la viabilidad de la misma. En los sistemas de medición del riesgo de crédito, el personal de la red comercial tiene una gran trascendencia por las tareas de análisis del riesgo de crédito, selección de proyectos de inversión, y de control y supervisión de este riesgo que realiza.

La relación entre el personal de la red comercial –en adelante simplemente personal- y el resto de las partes con intereses en la entidad financiera se caracteriza por la existencia de información asimétrica y por la exposición de estos últimos a los riesgos moral y del factor humano.

La existencia de asimetría de información entre el personal y el resto de las partes con intereses en la entidad financiera se debe a su proximidad con los clientes y a la relación que mantiene con los mismos –de tipo comercial-, lo que le permite ser la parte con intereses en la entidad financiera que mejor conoce los principales elementos del riesgo de crédito: el crédito y el deudor.

La relación entre el personal y la entidad financiera resulta muy beneficiosa para esta última. Así, desde el punto de vista de la medición del riesgo de crédito, es el que mejor conoce el valor que presenta, en cada momento, cada una de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito.

Además, el personal le proporciona a la entidad cuantiosa información de tipo cualitativo, que es costosa de conseguir pero que, en comparación con la información cuantitativa, presenta numerosas ventajas en la medición de este riesgo (sus valores presentan una dispersión menor y las estimaciones de sus parámetros son más estables e incrementan la capacidad clasificadora de los modelos de medición del riesgo de crédito[29]).

Desde el punto de vista de la gestión de riesgo de crédito, el personal proporciona una señal de alerta temprana que permite identificar aquellos activos financieros que suponen una exposición al riesgo de crédito no deseada para la entidad financiera, principalmente, porque su exposición a este riesgo es mayor que la deseada por la entidad en función de su nivel de aversión al riesgo de insolvencia.

[29] Respecto a las ventajas que las variables explicativas de tipo cualitativo tienen sobre las de tipo cuantitativo, véase el epígrafe 1.3.1.2 del tercer capítulo.

No obstante, la relación entre el personal y la entidad financiera no está exenta de costes, los cuales van más allá de la remuneración que aquél percibe por los servicios que presta. Estos costes son principalmente los asociados al riesgo moral y al riesgo de factor humano[30].

El riesgo moral es un concepto que surge en el marco de la teoría de la agencia. Esta teoría estudia todos aquellos contratos formales e informales por medio de los cuales una persona, denominada principal, delega en otra persona, denominada agente, la realización de un conjunto de tareas, otorgándole cierto poder de decisión sobre la realización de las mismas. En dichos contratos, el principal queda expuesto al denominado riesgo moral, el cual se produce cuando éste no diseña correctamente el contrato y existe la posibilidad de que el agente emplee el poder de decisión concedido para favorecer sus propios intereses en detrimento de los del principal.

Desde el punto de vista de la medición y la gestión del riesgo de crédito, los gestores de la entidad financiera delegan en el personal la tarea de captación y mantenimiento de los clientes de la entidad, con el mandato de que sigan sus directrices y creen valor para los propietarios de la entidad, lo que, a su vez, conlleva las tareas siguientes:

1. El análisis inicial del riesgo de crédito, incluyendo la obtención de información fiable que permita identificar y descomponer los elementos de los que depende este riesgo.
2. La gestión del riesgo de crédito, en concreto, la selección de proyectos de inversión –hasta los límites establecidos en sus atribuciones-, así como el control y la supervisión inicial de los activos financieros y de los deudores.

La contraprestación que obtiene el personal es la remuneración pactada en el contrato, la cual suele estar compuesta por una parte fija y otra variable, dependiendo la cuantía de esta última, generalmente, de la productividad del personal, la cual puede determinarse empleando diversas variables.

Los gestores incluyen la remuneración variable en los contratos con el fin de alinear sus intereses con los del personal, reduciendo de este modo el riesgo moral al que están expuestos.

Sin embargo, puede ocurrir que los gestores no sólo no reduzcan el riesgo moral al que están expuestos, sino todo lo contrario, que lo incrementen debido a la creación de estímulos incorrectos en el personal, situación que se produce cuando se utilizan ciertas variables en la determinación de dicha remuneración, tales como, por ejemplo, el volumen de activos financieros captados en un determinado periodo, el beneficio de un

[30] Respecto al riesgo del factor humano, véase el epígrafe 1.4.1 del primer capítulo.

activo financiero o su rentabilidad. Esto se debe a la relación que existe entre estas variables y los riesgos financieros a los que queda expuesta la entidad, por medio de la cual el valor de dichas variables puede incrementarse aumentando estos riesgos.

Por tanto, si los gestores desean reducir el riesgo moral al que están expuestos deben diseñar contratos óptimos que creen incentivos correctos en el personal, de forma que se le remunere por todas aquellas acciones que generan valor para los propietarios de la entidad y se les penalice por todas aquellas que lo destruyen.

Para ello, la remuneración variable del personal debe determinarse empleando medidas ajustadas al riesgo, las cuales, como su propio nombre indica, se caracterizan por considerar la relación expuesta más arriba, reduciendo el riesgo moral al que quedan expuestos los gestores de la entidad financiera. La obtención de estas medidas requiere utilizar la información que proporcionan los sistemas de medición de los riesgos financieros.

En lo que se refiere al riesgo del factor humano, es el riesgo de que la entidad financiera experimente pérdidas porque su personal carece de las habilidades necesarias para desempeñar su trabajo, por errores humanos, por incumplimiento de las normas, procedimientos y reglas establecidos en la entidad, por desfalco o por fraude.

Al contrario que en el riesgo moral, la causa del riesgo de factor humano no es que el personal de la red comercial actúe siguiendo estímulos incorrectos –en cuyo caso los perjuicios causados son responsabilidad de la parte que ha diseñado estos estímulos y no suya-, sino porque el comportamiento de este personal no es el esperado.

Atendiendo a si son específicas o no del riesgo del factor humano, la gestión de este riesgo puede llevarse a cabo por medio de un conjunto de acciones que pueden clasificarse en:

1. Las que son específicas de este riesgo, que incluyen aquéllas que tienen la finalidad de mitigar las consecuencias negativas asociadas al mismo, tales como la dotación de provisiones y la asignación de capital por el riesgo operacional, del cual forma parte el riesgo del factor humano.
2. Las que están relacionadas con otros riesgos como, por ejemplo, el de crédito.

   Entre estas acciones destacan, a su vez, las dos siguientes:

   a) La de control y supervisión de los riesgos de crédito y del factor humano, cuyo fin es limitar la exposición de la entidad financiera a estos dos riesgos y servir de sistema de alerta temprana.

      Los principales instrumentos que la entidad financiera puede emplear para llevar a cabo esta acción son los dos siguientes:

– Los límites.

  La entidad financiera puede limitar su exposición a dichos riesgos delimitando las atribuciones que el personal tiene respecto del análisis del riesgo de crédito, la selección de proyectos de inversión, así como el control y la supervisión del este riesgo.

  El diseño de estas atribuciones debe considerar la necesidad de que el personal sea operativo, los beneficios que conlleva un control de los riesgos más estricto y los costes que supone que todas estas acciones sean realizadas por departamentos especializados.

  Las atribuciones del personal deben especificar la autonomía que tiene este personal, los requisitos que deben cumplir y las acciones que expresamente tiene prohibidas. Muchas de estas atribuciones se establecen empleando los límites establecidos en la gestión del riesgo de crédito, especialmente cuando la entidad financiera utiliza límites basados en el riesgo. Por tanto, estas atribuciones también emplean la información que proporcionan los sistemas de medición del riesgo de crédito.

– Los informes.

  La finalidad de los informes en el riesgo de crédito es su análisis, mientras que en la gestión del personal es determinar el desempeño del mismo, poniendo de manifiesto si cumple correctamente con las funciones que tiene asignadas y, por consiguiente, se comporta como la entidad financiera espera que lo haga.

  Atendiendo a su resultado, los informes dan lugar a la toma de acciones por parte de la entidad financiera. Así, la principal acción que conlleva los resultados positivos son la remuneración del personal. Por el contrario, los resultados negativos pueden motivar que la entidad financiera lleve a cabo diversas acciones entre las que destacan la solicitud de información adicional sobre determinados activos financieros y deudores, la limitación de las atribuciones o la toma de medidas disciplinarias.

  Aunque la finalidad de los informes sobre el personal es la gestión del mismo, en ellos también se utiliza la información que proporcionan los sistemas de medición del riesgo de crédito, sobre todo cuando se utilizan medidas ajustadas al riesgo en la determinación de la remuneración del personal, o cuando su control y su supervisión se realiza por medio de la evaluación basada en el riesgo y/o se establecen límites basados en el riesgo.

2.2 APLICACIONES EXTERNAS DE UN SISTEMA DE MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

Las aplicaciones externas de los sistemas de medición del riesgo de crédito se caracterizan porque sus principales usuarios son externos a la entidad financiera, principalmente, aquellas partes con intereses en la entidad que son distintos a los gestores y al personal, los cuales, en su mayoría, son ajenos a la entidad.

Las aplicaciones de este tipo que se consideran en el presente trabajo son la comunicación con dichas partes, así como el control y la supervisión externa de la entidad financiera por parte de los organismos de supervisión y control de la actividad financiera.

Los sistemas de medición del riesgo de crédito le proporcionan a la entidad financiera abundante información sobre su exposición al riesgo de crédito que puede utilizar para informar sobre su exposición a este riesgo a las distintas partes con intereses en la entidad, tales como, por ejemplo, los accionistas, los acreedores, las agencias de clasificación crediticia y los organismos de supervisión y control.

Asimismo, los sistemas de medición del riesgo de crédito pueden ser utilizados por los organismos de supervisión y control de la actividad financiera para llevar a cabo la actividad que tienen encomendada, de forma que puedan tomar las medidas de supervisión y control que estimen oportunas en función de la información que proporcionen dichos sistemas.

3. INSTRUMENTOS DE GESTIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

La entidad financiera puede emplear diversos instrumentos de gestión del riesgo de crédito cuando en la selección de proyectos de inversión o en el control y la supervisión del riesgo de crédito detecta exposiciones con un riesgo mayor al deseado de acuerdo con su nivel de aversión al riesgo de insolvencia, o cuando en la obtención de la cartera de activos financieros óptima se detectan exposiciones que proporcionan un rendimiento inferior al que resulta deseable en función de su riesgo.

Atendiendo a si su adopción requiere o no el acuerdo entre el cliente y la entidad financiera, los instrumentos de gestión del riesgo de crédito pueden clasificarse en tradicionales – lo requieren- y modernos (no lo requieren).

Los instrumentos tradicionales gestionan el riesgo de crédito modificando el valor de las variables fundamentales en la medición del mismo. Por ello, un primer aspecto que debe considerarse en la utilización de los mismos es si el valor de estas variables puede modificarse.

La variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" depende del deudor y, por consiguiente, no es modificable, salvo que cambien sus circunstancias.

Una práctica habitual en algunas entidades financieras es la de sustituir la probabilidad de impago del deudor por la del avalista en el supuesto de que exista este último. Estas entidades consideran que la inclusión de avales bancarios y personales en el activo financiero es un instrumento de gestión del riesgo de crédito que modifica la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor". Sin embargo, la inclusión de estos avales no modifica esta variable aleatoria sino la "pérdida en caso de impago", ya que las obligaciones del avalista surgen cuando el deudor incumple las suyas, lo cual implica que se ha producido el impago.

Por su parte, la variable "exposición al riesgo de crédito" depende del activo financiero, siendo modificable. Así, cuando esta variable es cierta la entidad financiera puede modificarla simplemente con cambiar el valor nominal del activo financiero, mientras que si es aleatoria puede incluir una cláusula de amortización anticipada a favor de la entidad financiera o limitar la capacidad que tiene el cliente de incrementar la exposición al riesgo de crédito, en el supuesto de que los activos financieros incluyan esta posibilidad.

En cuanto a la "pérdida en caso de impago", también depende del activo financiero y es modificable.

Los instrumentos de gestión del riesgo de crédito que la entidad financiera puede emplear para modificar el valor de dicha variable son de dos tipos:

1. Instrumentos de reducción del riesgo de crédito.

   La entidad financiera puede incrementar los bienes reales y/o financieros afectos a la devolución del crédito -colateral-, garantizando esta última, o puede compensar la exposición al riesgo de crédito del activo financiero impagado con aquéllos en los que el cliente figure como acreedor y la entidad como deudora (cláusulas de compensación en caso de impago o *netting* en lengua inglesa)[31].

2. Instrumentos de transferencia del riesgo de crédito.

   La entidad financiera puede asegurar el crédito o incluir en el activo financiero avales bancarios o personales que garanticen su devolución. En ambos casos la entidad transfiere el riesgo de crédito a una tercera persona (el asegurador o el avalista, respectivamente).

[31] En relación con el colateral y las cláusulas de compensación en caso de impago, véase el epígrafe 3.3.1.2 del tercer capítulo.

El último instrumento tradicional de gestión del riesgo de crédito que se considera es la venta de los activos financieros, que permite modificar tanto la variable "exposición al riesgo de crédito" como la "pérdida en caso de impago", dependiendo de si la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presenta el valor pago o el impago, respectivamente. La disponibilidad de este instrumento depende de la existencia de mercados financieros secundarios en los que se negocien los activos financieros.

En lo que se refiere a los instrumentos modernos de gestión del riesgo de crédito, se caracterizan por ser instrumentos de transferencia del riesgo y no requerir el acuerdo entre el cliente y la entidad financiera.

Los principales instrumentos de este tipo son los activos financieros derivados en los que el subyacente es el riesgo de crédito y la titulización de activos financieros. La exposición de ambos instrumentos excede los límites del presente trabajo.

1. VARIABLE "ESTADO EN EL QUE SE ENCUENTRA EL DEUDOR"

1.1 CARACTERÍSTICAS

La variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" representa la situación crediticia que el deudor del activo financiero presenta al final del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito.

Los principales elementos de un sistema de medición del riesgo de crédito que influyen en las características de esta variable aleatoria –su distribución de probabilidad- son los siguientes:

1. La definición de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito".
2. La definición del suceso impago, pues aquellas definiciones del suceso impago que emplean estados del proceso de fracaso empresarial más amplias pueden concentrar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria en el suceso impago.

   Esta relación es contrastada empíricamente en el trabajo de Hayden (2003), el cual concluye que, si bien la utilización de distintas definiciones del suceso impago tiene efecto en la distribución de probabilidad de la variable aleatoria, éste no es estadísticamente significativo.
3. La amplitud del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito, ya que las variables "tiempo" –amplitud del horizonte temporal- y "estado en el que se encuentra el deudor" están relacionadas de forma que cuanto mayor es el valor de la primera, mayor es la probabilidad de que la segunda presente el valor impago.

Los principales características de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" que son relevantes para la medición del riesgo de crédito son los valores que puede presentar y su estructura de dependencia.

Como se ha mencionado más arriba, los valores que presenta esta variable aleatoria dependen de la definición de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito".

Así, cuando esta última variable aleatoria se define como la disminución del valor económico de un activo financiero producida por un único suceso, el impago, la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presenta dos valores posibles, el pago y el impago, en cuyo caso su distribución de probabilidad se determina por medio de los métodos y modelos de impago.

Por el contrario, si la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" se define como la disminución del valor económico de un activo financiero producida por una serie de sucesos que son, fundamentalmente, la disminución en la clasificación crediticia del deudor y el incremento del diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad que proporciona el activo financiero y el de un activo libre de riesgo, la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presenta tantos valores como categorías se consideren en el sistema de clasificación crediticia empleado por la entidad financiera (incluida la categoría impago). En este caso, la distribución de probabilidad de esta variable aleatoria se determina por medio de los métodos y modelos ajustados al mercado.

En cuanto a la estructura de dependencia, la medición del riesgo de crédito considerando los beneficios que la diversificación de este riesgo supone para la entidad requiere su determinación para las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" de dos deudores cualesquiera de la cartera, así como entre estas variables y el resto de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito.

1.2 MÉTODOS Y MODELOS

La finalidad de los métodos y modelos empleados en la determinación de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito en general, y de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" en particular, es obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria en cuestión.

En los métodos y modelos de impago, la obtención de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" implica la determinación de la probabilidad de impago del deudor. Una vez obtenida esta probabilidad, la probabilidad de pago se obtiene como el complemento a la unidad de la anterior, de forma que esta distribución de probabilidad queda totalmente determinada.

Por su parte, en los métodos y modelos ajustados al mercado, la obtención de dicha distribución de probabilidad supone la determinación de la matriz de transición entre las distintas categorías crediticias (en adelante simplemente matriz de transición)[1].

Ésta es una matriz en la que se disponen por filas y columnas ordenadas, generalmente, de menor a mayor riesgo de crédito, las categorías crediticias en las que la entidad financiera clasifica a sus deudores, de forma que en las filas se dispone la categoría

[1] En cuanto a los sistemas de clasificación crediticia que pueden emplearse en la medición del riesgo de crédito, véase el epígrafe 5 del capítulo cuarto.

crediticia en la que se clasifica al deudor al principio del horizonte temporal y en las columnas la categoría en la que se clasifica al final.

Los elementos de una matriz de transición son las probabilidades de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente un determinado valor al final del horizonte temporal –estado de llegada-, condicionada a que tenga un determinado valor al principio de este horizonte temporal (estado de salida). Por tanto, es una matriz estocástica.

Las matrices de transición tienen una serie de características que se deben a su naturaleza estocástica y a las características del riesgo de crédito, destacando las cuatro siguientes:

1. El valor de los elementos de la matriz, al ser probabilidades, está comprendido en los números reales que existen entre el cero y el uno (ambos inclusive). Además, la suma de los elementos que componen cada una de las filas es la unidad.
2. El impago es un estado absorbente, lo que supone que la probabilidad de que el estado de llegada presente un determinado valor, condicionada a que el estado de salida presente el valor impago, es uno cuando el estado de llegada es el impago y cero cuando es otro estado.
3. La probabilidad de que el estado de llegada presente el valor impago, condicionada a que el estado de salida presente un determinado valor, debe crecer monótonamente a través de las distintas categorías crediticias.
4. La probabilidad de transición ha de ser mayor cuanto más cercanos se encuentren el estado de salida y el llegada (propiedad de monotonía de la fila hacia la diagonal y de monotonía de la columna hacia la diagonal).

Los métodos y modelos empleados en la determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" pueden clasificarse en función de diversos criterios, que no son excluyentes entre sí y que en muchas ocasiones están estrechamente relacionados, entre los que se encuentran, además del expuesto en el epígrafe 1.1. del segundo capítulo, los siguientes:

1. Atendiendo a la información empleada para determinar el valor de la variable aleatoria, se distinguen los métodos y modelos siguientes:
   a) Los métodos y modelos que utilizan la información histórica que proporcionan de forma explícita un cierto conjunto de variables explicativas.
   b) Los modelos que utilizan la información que se encuentra implícita en el diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad del activo financiero y el de un activo libre de riesgo.

c) Los modelos que utilizan la información que se encuentra implícita en el valor de los activos de la empresa deudora.

Este criterio de clasificación es relevante para la medición del riesgo de crédito porque permite identificar no sólo las fuentes de información empleadas por los métodos y modelos, sino también su naturaleza. Así, mientras que la naturaleza del primer tipo de información es retrospectiva, la del resto es prospectiva, ya que se basan en las expectativas que los inversores tienen sobre el diferencial indicado y sobre el valor de los activos de la empresa deudora, respectivamente.

2. Atendiendo al tipo de medida de probabilidad que proporcionan, se distingue entre los métodos y modelos que proporcionan una medida de probabilidad física o real y los modelos que proporcionan una media de probabilidad neutral al riesgo (o riesgo-neutral).

   Los métodos y modelos que proporcionan una probabilidad física o real asumen la hipótesis de que los inversores son adversos al riesgo, lo cual implica que el tanto efectivo de rentabilidad que le exigen a un activo financiero debe ser mayor cuanto mayores sean tanto los riesgos financieros a los que quedan expuestos al invertir en el activo como su propio grado de aversión al riesgo.

   Por el contrario, los modelos que proporcionan una probabilidad neutral al riesgo asumen la hipótesis de que los inversores son neutrales al riesgo, lo que supone que el tanto efectivo de rentabilidad que le exigen a un activo financiero es el de un activo libre de riesgo, con independencia de los riesgos financieros a los que queden expuestos.

   Las medidas de probabilidad neutral al riesgo se utilizan, fundamentalmente, en la valoración de los activos financieros derivados, que se caracterizan porque siempre que se toma una posición que proporciona una determinada corriente de flujos de caja es posible realizar una operación de cobertura que proporcione la misma corriente de flujos de caja pero en sentido opuesto, lo cual puede llevarse a cabo directamente, tomando una posición en otro activo financiero, o indirectamente, replicando esta última corriente de flujos de caja por medio de la combinación de dos o más activos. Esto permite que a partir de cualquier posición tomada en activos financieros derivados pueda construirse una cartera libre de riesgo, de forma que la exposición a los riesgos financieros asociados a estos activos es una decisión propia de los inversores, que no depende de los mercados financieros y que, por consiguiente, no debe ser remunerada por los mismos.

   Por tanto, los precios y las probabilidades que se obtienen empleando las medidas de probabilidad neutral al riesgo pueden emplearse en la valoración de los activos

financieros derivados, facilitándola, ya que no es necesario determinar la estructura temporal del diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad de estos activos y el de los activos libre de riesgo.

Sin embargo, dichos precios y probabilidades no son apropiados para la valoración –ni para la gestión ni para la medición de los riesgos financieros- de aquellos activos financieros en los que no es posible construir una cartera libre de riesgo, tal y como es el caso de la mayoría de los activos que componen la cartera de inversión, la cual está compuesta, principalmente, por las líneas de crédito y los préstamos.

3. Atendiendo al tratamiento que recibe el estado del ciclo económico, se distingue entre los métodos empleados en los sistemas de clasificación crediticia que emplean una "filosofía a través del ciclo", y los métodos y modelos utilizados en los sistemas de clasificación crediticia que emplean una "filosofía puntual"[2,3].

   En los métodos y modelos del primer tipo, la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" representa cuál es la situación crediticia en la que se encuentra el deudor en el peor estado del ciclo económico –de ahí que la variable considere dicha situación a través de este ciclo-, mientras que en los métodos y modelos del segundo tipo representa la situación en la que se encuentra el deudor en un momento concreto del estado del ciclo económico, que es el final del horizonte temporal considerado por la entidad financiera.

4. Atendiendo a cómo se determina la dependencia de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" para dos deudores cualesquiera de la cartera, se distinguen los modelos siguientes:

   a) Los modelos en los que se asume la hipótesis de que dichas variables son estocásticamente independientes entre sí y que, por tanto, no consideran la dependencia, los cuales se exponen en el capítulo cuarto del presente trabajo.

   b) Los modelos en los que se considera dicha dependencia, que se exponen en el capítulo quinto del presente trabajo.

      Estos modelos pueden clasificarse, a su vez, en unifactoriales y multifactoriales, en función de si se utilizan una o más variables explicativas para representar el riesgo sistemático de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

[2] El término filosofía es utilizado por algunos autores como, por ejemplo, Rösch (2005), para referirse al modo en el que se considera el efecto que el estado del ciclo económico tiene en la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

[3] Las principales diferencias que existe entre los sistemas de clasificación crediticia que emplean una y otra filosofía se exponen en el epígrafe 5.2 del capítulo cuarto.

Los modelos unifactoriales presentan una propiedad, denominada de invariancia ante carteras, que es relevante para la determinación de los requisitos de capital que los organismos de supervisión y control le exigen a las entidades financieras en función de los riesgos financieros a los que están expuestas, por lo que han sido adoptados por el Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea para la determinación de los requisitos de capital de las entidades bancarias.

La propiedad de invariancia ante carteras consiste en que el requisito de capital de una cartera infinitamente homogénea[4] depende exclusivamente de las características de los activos financieros que la componen[5].

Además, el requisito de capital de una cartera que no es infinitamente homogénea puede obtenerse añadiéndole al requisito de capital de una cartera infinitamente homogénea de las mismas características un determinado importe, denominado ajuste por una cartera de activos financieros granular –*granularity adjustment* en lengua inglesa-, que depende del grado de heterogeneidad de la cartera.

1.2.1 MODELOS TEÓRICOS

Los modelos teóricos de determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" –en adelante simplemente modelos teóricos- son esquemas teóricos expresados matemáticamente en los que la relación entre ésta variable aleatoria y las variables explicativas se establece por medio de una teoría que explica el proceso de fracaso empresarial.

Atendiendo a la definición del suceso impago utilizada por los modelos teóricos, éstos pueden clasificarse en los dos tipos siguientes:

1. Aquéllos en los que el impago se define como la quiebra de la empresa, de forma que este suceso se produce cuando el valor de los activos de la empresa es inferior al de las deudas.

2. Aquéllos en los que el impago se define como la suspensión de pagos de la empresa.

   Estos modelos consideran que la empresa está compuesta por unos recursos líquidos iniciales que se incrementan durante el desarrollo de su actividad por la entrada de los flujos de caja que generan los bienes y derechos de la empresa, y disminuyen por la salida de los flujos de caja que son necesarios para hacer frente a sus

[4] Una cartera infinitamente homogénea es aquélla en la que el máximo valor posible de la variable "exposición al riesgo de crédito de un activo financiero" de la cartera tiende a cero cuando el número de activos financieros que la componen tiende a infinito.
[5] Respecto a la propiedad de invariancia ante carteras, véase, por ejemplo, Gordy (2002a).

obligaciones. La diferencia entre los flujos de entrada y los de salida permite definir un tercer tipo, los flujos netos de caja de cada periodo.

La finalidad de los recursos líquidos iniciales es la de absorber los flujos netos de caja negativos, de forma que el suceso impago se produce cuando se extinguen dichos recursos.

Los principales modelos teóricos en los que el impago se define como la quiebra de la empresa son los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora, los cuales se exponen en el capítulo quinto.

En cuanto a los modelos teóricos en los que el impago se define como la suspensión de pagos se clasifican en función del tipo de empresa en aquéllos que se emplean en la medición del riesgo de crédito de las entidades aseguradoras y los que se emplean en otros tipos de empresas, ya sean o no financieras.

Las principales diferencias entre unos modelos y otros son las definiciones de los recursos líquidos iniciales, de los flujos de entrada y de los de salida, así como el modelo utilizado para determinar cuándo se extinguen estos recursos.

Los modelos que tradicionalmente se emplean medición del riesgo de crédito de las entidades aseguradoras son los denominados modelos de teoría de la ruina, los cuales son modelos actuariales cuya finalidad es determinar la solvencia de las entidades aseguradoras.

Para ello, estos modelos determinan la probabilidad de que una entidad aseguradora que tiene un determinado superávit inicial de recursos líquidos, cobra unos flujos de caja en concepto de ingresos por primas de seguro y paga unos flujos de caja en concepto de siniestros asegurados, no pueda hacer frente a estos siniestros porque su cuantía es superior a los recursos líquidos acumulados y a los ingresos por primas de seguro que la entidad tiene en un determinado periodo.

La teoría de la ruina fue propuesta inicialmente en Lundberg (1903), quien propuso el siguiente modelo para determinar el superávit de recursos líquidos que una entidad aseguradora tiene en un determinado momento:

$$X(t) = X(0) + c \cdot t - \sum_{i=1}^{N(t)} Z_i$$

Donde:

- $X(t)$ y $X(0)$ son los superávits de recursos líquidos que la entidad tiene en los momentos *t*-ésimo e inicial, respectivamente.
- *c* es el flujo de caja que la entidad cobra por unidad de tiempo en concepto de primas de seguro.

- t es la amplitud del horizonte temporal considerado en la medición de la solvencia de la entidad.
- $N(t)$ es el número de siniestros que se producen en una cartera de pólizas de seguro durante el horizonte temporal.
- Z_i, $i = 1,\ 2,\ ...,\ N(t)$, es el flujo de caja que la entidad paga en concepto de cuantía del siniestro *i*-ésimo de la cartera.

Las diversas hipótesis que pueden asumirse sobre los procesos estocásticos flujo de caja que la entidad cobra en concepto de primas de seguro, número de siniestros que se producen en una cartera de seguros y cuantía de cada uno de estos siniestros dan lugar a distintos modelos de teoría de la ruina.

En todos estos modelos, la solvencia de la entidad aseguradora puede determinarse empleando diversas medidas entre las que destacan el tiempo de ruina ($\tau = \inf\left\{X(t) < 0\right\}$), la probabilidad de ruina ($P(\tau < \infty)$) y el déficit esperado en caso de ruina ($w\left(X_{\tau-}, X_{\tau}\right)$).

Los modelos de teoría de la ruina son un área prolífica de la matemática actuarial. No obstante, su exposición detallada excede los límites del presente trabajo, pudiéndo encontrarse una revisión actual de estos modelos en Asmunssen (2000). Asimismo, dichos modelos están relacionados con la valoración de opciones financieras y por consiguiente con los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora, tal y como demuestran Gerber y Shiu (1998).

La aplicación de los modelos de teoría de la ruina a otras empresas distintas a las entidades aseguradoras ha sido escasa o nula, lo cual se debe, fundamentalmente, a que los numerosos procesos productivos que se producen en las otras empresas incrementan excesivamente la complejidad de los mismos.

Uno de los trabajos en los que se aplica un modelo de teoría de la ruina a la medición del riesgo de crédito de otras entidades financieras es el de Santomero y Vinso (1977), que aplican este tipo de modelos a una muestra de bancos comerciales de los Estados Unidos de América, mientras que no se tiene constancia de que estos modelos se hayan aplicado a empresas no financieras.

En lo que se refiere a los modelos teóricos en los que el impago se define como la suspensión de pagos y que se aplican a la medición del riesgo de crédito de las empresas no financieras, cabe distinguir, por un lado, el propuesto en los trabajos de Beaver (1966) y Blum (1974) y, por otro lado, el propuesto por Wilcox (1976).

En el modelo propuesto por Beaver (1966), el riesgo de crédito de la empresa depende de los recursos líquidos que tenga en un determinado momento. Este autor establece una serie de relaciones entre dichos recursos líquidos y los cuatro elementos siguientes:

1. La cuantía inicial de los recursos líquidos, de forma que cuanto mayor es esta cuantía menor es el riesgo de crédito de la empresa.
2. Los flujos netos de caja provenientes de las operaciones.
3. Los créditos en los que la empresa es deudora.
4. Las inversiones de la empresa.

Estos tres últimos elementos influyen en el primero. Así, mientras que el segundo elemento añade o detrae recursos líquidos de los iniciales, el tercero y el cuarto solamente los detraen.

Además de todos estos elementos, el trabajo de Blum (1974) añade la industria en la que la empresa desarrolla su actividad y la variabilidad tanto de sus beneficios como de los créditos en los que figura como deudora.

Beaver y Blum establecen estas relaciones pero no proponen ningún modelo que permita determinar cuándo se extinguen los recursos líquidos iniciales, limitándose a utilizar dichas relaciones para la selección de los ratios financieros que son más apropiados en la elaboración de un modelo empírico de medición del riesgo de crédito. Así, Beaver utiliza los ratios seleccionados para llevar a cabo el test de clasificación dicotómica y el análisis de los ratios de probabilidad, mientras que Blum utiliza los ratios seleccionados para realizar un análisis discriminante múltiple de tipo lineal.

En cuanto al trabajo de Wilcox (1976), asume las hipótesis siguientes:

1. Los recursos líquidos iniciales están formados por el valor de liquidación neto de la empresa.
2. Los flujos de entrada son la diferencia entre el beneficio neto obtenido en un periodo y los beneficios que se reparten en el mismo, los cuales dependen de la rentabilidad de la empresa y de su política de reparto de beneficios, respectivamente.
3. Los flujos de salida son el incremento del valor contable de los activos de la empresa menos el incremento del valor de liquidación de dichos activos, los cuales dependen de las políticas de inversión y gestión de la empresa.

A partir de estos elementos, dicho autor desarrolla un modelo que permite determinar el valor de liquidación neto que la empresa tiene en un determinado momento a partir del

valor de liquidación neto que tiene en el momento inicial, la media de los flujos netos de caja, su varianza y el tamaño de la apuesta que realiza la empresa[6].

1.2.2 MÉTODOS EMPÍRICOS

La formulación de una teoría general sobre el proceso de fracaso empresarial que permita determinar de forma precisa el estado en el que se encuentra el deudor y tenga validez universal entraña una gran dificultad, siendo una tarea pendiente hasta el momento, fundamentalmente, por la complejidad que presenta este proceso. Por ello, es frecuente determinar la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" por medio de métodos y modelos empíricos.

Los métodos empíricos de determinación de esta variable aleatoria –en adelante simplemente métodos empíricos- emplean la información empírica que la entidad financiera dispone sobre el riesgo de crédito[7] para determinar la frecuencia de cada uno de los sucesos relacionados con el riesgo de crédito que puede presentar esta variable aleatoria.

Así, en los métodos de impago esta información permite determinar la frecuencia de impago, la cual suele utilizarse para estimar la probabilidad de impago, y en los métodos ajustados al mercado permite determinar la matriz de frecuencias de transición entre categorías crediticias, la cual suele utilizarse, a su vez, para estimar la matriz de probabilidades de transición entre categorías crediticias.

En la literatura especializada, los trabajos empíricos sobre métodos de impago obtienen las frecuencias de impago empleando diversos elementos, entre los que destacan los deudores y el valor de los activos financieros[8] -determinado, generalmente, por medio de su valor nominal-, y también, si bien con menos frecuencia, los valores de las emisiones de los activos financieros.

En este sentido, debe tenerse en cuenta que la diferencia entre la frecuencia del número de deudores impagados y la del valor de los activos financieros impagados será menor cuanto mayor grado de homogeneidad presente el valor de los activos que componen la muestra o la población empleada para obtener estas frecuencias. Además, la desviación típica de la frecuencia del número de deudores impagados es menor que la del valor de

[6] El tamaño de la apuesta es un concepto que utiliza dicho autor para representar el incremento o la disminución de carácter aleatorio que los recursos líquidos de la empresa pueden experimentar en un determinado periodo.

[7] Con frecuencia las entidades financieras acumulan esta información durante varios periodos y la organizan en cohortes, que están compuestas por todos aquellos activos financieros que presentan una característica común en un determinado año.

[8] Aunque en estos trabajos no se mencione expresamente, las frecuencias de impago que se obtienen empleando los deudores se refieren al número de deudores impagados, mientras que las que se obtienen empleando el valor de los activos financieros se refieren al valor de los activos financieros impagados.

los activos impagados, dado que el valor de esta última depende de dos variables: el número de deudores impagados y el valor de los activos financieros impagados.

Una vez que se han puesto de manifiesto las principales diferencias entre ambas frecuencias, se utiliza la denominación frecuencia de impago para referirse indistintamente a las dos, tal y como es habitual en los trabajos empíricos.

Las frecuencias de impago pueden clasificarse empleando diversos criterios, que no son excluyentes entre sí y entre los que destacan los dos siguientes:

1. La amplitud del horizonte temporal empleado en su obtención, en función del cual se distingue, a su vez, entre:

   a) La frecuencia marginal o anual de impago –*marginal mortality rate* en lengua inglesa o *MMR* de forma abreviada-, que indica la proporción del número de deudores –o del valor de los activos financieros- que componen una determinada cohorte al principio de un año concreto y que presentan el estado impago al final del mismo.

   b) La frecuencia acumulada, o de periodo superior al año, de impago –*cumulative mortality rate* en leguna inglesa o simplemente *CMR*-, que indica la proporción del número de deudores -o del valor de los activos financieros- que componen una cohorte al principio de un año y que presentan el estado impago al final de un determinado número de años.

2. El número de cohortes empleadas en su obtención, en función del cual se distingue, a su vez, entre:

   a) Las frecuencias marginal y acumulada de impago correspondientes a una cohorte concreta.

   b) Las frecuencias marginal y acumulada de impago medias de una serie de cohortes, que proporcionan el valor medio que presentan estas frecuencias en un determinado número de cohortes.

La determinación correcta de todas estas frecuencias requiere la utilización de una serie de conceptos surgidos del análisis de la mortalidad o la supervivencia, los cuales son ampliamente utilizados en la matemática de los seguros de vida, por lo que en la literatura especializada se dice que estas frecuencias se obtienen empleando metodología actuarial. Estos conceptos fueron aplicados por primera vez a la medición del riesgo de crédito en el trabajo de Altman (1989).

Así, la frecuencia marginal de impago que presenta el año *t*-ésimo en la cohorte *y*-ésima –representada por $MMR(t)_y$ - puede determinarse por medio de la expresión siguiente:

$$MMR(t)_y = \frac{\begin{array}{c}\text{Número de deudores -o valor de los activos financieros-}\\ \text{de la cohorte } y\text{-ésima expuestos al riesgo de crédito y que presentan}\\ \text{el estado de impago al final del año } t\text{-ésimo}\end{array}}{\begin{array}{c}\text{Número de deudores -o valor de los activos financieros-}\\ \text{de la cohorte } y\text{-ésima expuestos al riesgo de crédito y que presentan}\\ \text{cualquier estado distinto al impago al principio del año } t\text{-ésimo}\end{array}} \quad (3.1)$$

Por su parte, la determinación de la frecuencia acumulada de impago requiere definir el concepto de frecuencia de supervivencia –*survival rate* en lengua inglesa o *SR* de forma abreviada-, que indica la proporción del número de deudores –o del valor de los activos financieros- que componen una cohorte al principio de un año y que se encuentran en un estado distinto al impago al final del mismo, siendo el complemento a la unidad de la frecuencia marginal de impago.

La expresión que permite obtener la frecuencia de supervivencia es la siguiente:

$$SR(t)_y = 1 - MMR(t)_y \quad (3.2)$$

Donde $SR(t)_y$ es la frecuencia de supervivencia que presenta el año *t*-ésimo en la cohorte *y*-ésima.

Una vez obtenidas las frecuencias de supervivencia de cada uno de los años que componen el periodo para el que se desea obtener la frecuencia acumulada de impago, se obtiene esta última por medio de la expresión siguiente[9]:

$$CMR(T)_y = 1 - \prod_{s=1}^{T} SR(t)_y = 1 - \prod_{s=1}^{T} \left[1 - MMR(t)_y\right] \quad (3.3)$$

Siendo $CMR(T)_y$ la frecuencia acumulada de impago para *T* años en la cohorte *y*-ésima.

---

[9] Nótese que puede establecerse una correspondencia entre todas las frecuencias que se exponen más arriba y varias probabilidades empleadas en la matemática de los seguros de vida.
Así, la frecuencia marginal de impago se corresponde con la probabilidad anual de fallecimiento a la edad *x* –representada por q_x -, la frecuencia de supervivencia con la probabilidad anual de supervivencia a la edad *x* –representada por p_x - y la frecuencia acumulada de impago con la probabilidad de que una persona de edad *x* fallezca antes de alcanzar la edad *k* (representada por ${}_{/k-x}q_x$). Todas estas probabilidades vienen dadas por las expresiones siguientes:

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}, \qquad p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} = 1 - q_x, \qquad {}_{/k-x}q_x = \frac{\sum_{s=0}^{k-1-x} d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_k}{l_x}$$

Donde d_s es el número de fallecimientos que se producen a la edad *s* y l_s es el número de personas vivas en la edad *s*.
Asimismo, el producto de la expresión (3.3) se corresponde con la probabilidad de que una persona de edad *x* alcance con vida la edad *k* –representada por ${}_{k-x}p_x$ -, la cual viene dada por la expresión siguiente:

$${}_{k-x}p_x = \prod_{s=x}^{k-1} p_x = \frac{l_k}{l_x}$$

En cuanto a las frecuencias marginal y acumulada de impago medias de una serie de cohortes, la frecuencia marginal de impago media que presenta el año *t*-ésimo en *n* cohortes – representada por $\overline{MMR}(t)$ - viene dada por la expresión siguiente:

$$\overline{MMR}(t) = \sum_{y=1}^{n} w_y \cdot MMR(t)_y \qquad (3.4)$$

Siendo w_y, $y = 1, 2, ..., n$, la ponderación de la frecuencia marginal de impago de la cohorte *y*-ésima, la cual dependerá del número de deudores o del valor de los activos financieros de dicha cohorte. En el caso de que las frecuencias medias que se deseen obtener fuesen, en realidad, medias aritméticas simples, dichas ponderaciones serían constantes e iguales a la unidad.

De forma similar a las frecuencias de una cohorte, una vez obtenidas las frecuencias marginales de impago medias en *n* cohortes, la frecuencia acumulada de impago para *T* años en *n* cohortes –representada por $\overline{CMR}(T)$– se obtiene sustituyendo en la expresión (3.3) las frecuencias marginales de impago que presenta el año *t*-ésimo en la cohorte *y*-ésima por las correspondientes frecuencias marginales de impago medias.

La mayoría de los trabajos sobre métodos empíricos tienen por objeto los empréstitos de obligaciones que se emiten al público y se negocian en mercados financieros organizados.

Los trabajos empíricos más destacados que tienen por objeto activos financieros de esta naturaleza son los de Hickman (1958) y Atkinson y Simpson (1967), que fueron los primeros trabajos de este tipo, el de Altman (1989), por las razones que se han expuesto más arriba, y los que publican periódicamente las agencias de clasificación crediticia, tales como, por ejemplo, Emery, *et al*. (2008) y Standard and Poors (2008).

Otros trabajos empíricos tienen por objeto determinados activos financieros de esta naturaleza, tales como los clasificados en las categorías crediticias que componen el grado de especulación[10]. Entre estos trabajos destacan los de Altman y Nammacher (1985), Asquith, Mullins y Wolf (1989), Altman y Kishore (1997) y Derosa-Farag, Blau, Matousek y Chandra (1999).

En cuanto a los trabajos empíricos que tienen por objeto activos financieros distintos de los empréstitos de obligaciones que se emiten al público, son menos numerosos debido, fundamentalmente, a la dificultad que conlleva recopilar la información necesaria para llevarlos a cabo.

[10] En cuanto a las categorías crediticias que componen el grado de especulación, véase el epígrafe 5.1 del capítulo cuarto.

Una vez salvada esta dificultad, se han realizado trabajos cuyo objeto son los empréstitos de obligaciones emitidos de forma privada, entre los que destacan los de la Society of Actuaries (1996) y Carey (1998), y los préstamos sindicados que se negocian en mercados secundarios organizados, entre los que destaca el de Altman y Suggitt (1997).

En lo que se refiere a los métodos empíricos ajustados al mercado, suponen una generalización de los de impago, ya que, en lugar de considerar dos estados, el pago y el impago, consideran tantos estados como categorías tenga el sistema de clasificación crediticia empleado por la entidad financiera.

La frecuencia de transición de la categoría crediticia *i*-ésima a la *j*-ésima para *T* años en la cohorte *y*-ésima –representada por $p_{ij}^{y}(T)$- viene dada por la expresión siguiente:

$$p_{ij}^{y}(T) = \frac{\begin{array}{c}\text{Número de deudores -o valor de los activos financieros- de la cohorte } y\text{-ésima} \\ \text{expuestos al riesgo de crédito y clasificados en la categoría crediticia } j\text{-ésima} \\ T \text{ años después de la constitución de esta cohorte}\end{array}}{\begin{array}{c}\text{Número de deudores -o valor de los activos financieros- de la cohorte } y\text{-ésima} \\ \text{expuestos al riesgo de crédito y clasificados en la categoría crediticia } i\text{-ésima} \\ \text{al principio de esta cohorte}\end{array}}$$

Siendo $p_{ij}^{y}(T)$ la frecuencia marginal de impago cuando el estado *j*-ésimo es el impago y $T=1$, y la frecuencia acumulada de impago cuando $T>1$.

Por su parte, la frecuencia de transición media de la categoría crediticia *i*-ésima a la *j*-ésima para *T* años en *n* cohortes –representada por $\overline{p_{ij}^{y}}(T)$- viene dada por la expresión siguiente:

$$\overline{p_{ij}^{y}}(T) = \sum_{y=1}^{n} w_{y}^{'} \cdot p_{ij}^{y}(T)$$

Donde $w_{y}^{'}$, $y=1, 2, ..., n$, es la ponderación de la frecuencia de transición de cada cohorte, las cuales se determinan de la misma forma que las ponderaciones de la expresión (3.4).

Los trabajos sobre métodos empíricos ajustados al mercado son menos numerosos que los de los métodos de impago y, al igual que éstos, tienen por objeto son los empréstitos de obligaciones que se emiten al público y se negocian en mercados financieros organizados.

Atendiendo a si los autores son académicos o profesionales, los trabajos sobre métodos empíricos ajustados al mercado pueden clasificarse en aquéllos que son obra de los académicos, entre los que destaca el de Altman y Kao (1992), y los realizados por las agencias de clasificación crediticia, principalmente Moody's y Standard and Poors. Las

principales diferencias y similitudes entre ambos tipos de trabajo se ponen de manifiesto en los trabajos de Altman (1998), y Caouette, Altman y Narayanan (1998).

Las principales diferencias conciernen a la definición del suceso impago y la muestra de activos financieros. Esta última suele diferir en el periodo considerado, los países en los que los deudores tienen sito su domicilio social o realizan la mayor parte de sus actividades y los tipos de activos financieros que se incluyen dentro de cada una de las clases de activos financieros expuestas más arriba.

Asimismo, los trabajos empíricos realizados por los académicos y las agencias de clasificación crediticia externa presentan una serie de diferencias entre las que destacan las cuatro siguientes:

1. Los académicos obtienen las frecuencias empleando los deudores, el valor de los activos financieros o ambos, mientras que las agencias de clasificación crediticia sólo utilizan los deudores.

2. La metodología empleada en la elaboración de las cohortes.

   Las agencias de clasificación crediticia utilizan una metodología en la elaboración de las cohortes que Moody's denomina de cohortes dinámicas y Standard and Poor's de grupos estáticos (*static pools* en lengua inglesa).

   En la metodología que emplean las agencias, la cohorte de un determinado año está compuesta por todos aquellos activos financieros clasificados al principio de ese año en cada una de las categorías consideradas en el sistema de clasificación crediticia de la agencia, con independencia del número de años que hayan transcurrido desde su emisión, de forma que las categorías crediticias de una misma cohorte incluyen unos activos financieros de reciente emisión y otros cuyo vencimiento está próximo. Asimismo, cuando nueva la información empírica pone de manifiesto cambios en la categoría crediticia de un deudor, ésta se retropropaga hacia atrás a todas las cohortes pasadas de las que el deudor ha formado parte.

   Por el contrario, la mayoría de los trabajos empíricos que los académicos han realizado desde la publicación del trabajo de Altman (1989) emplean la misma metodología de elaboración de las cohortes.

   En esta metodología, la cohorte de un determinado año está formada por todos los activos financieros que se han emitido ese año, los cuales se clasifican en alguna de las categorías del sistema de clasificación crediticia, de forma que todos los activos que forman una cohorte tienen la misma madurez, lo que permite registrar los cambios de clasificación crediticia que se producen en el horizonte temporal considerado en el trabajo en cuestión.

Los autores de ambas metodologías presentan distintos argumentos a favor del uso de cada una de ellas.

El principal argumento de las agencias de clasificación crediticia a favor de la primera metodología es que permite obtener cohortes con una composición similar a la de la cartera de activos financieros media que tienen los inversores que operan en los mercados financieros, por lo que éstos pueden utilizar sus frecuencias para estimar los resultados que sus carteras producirán en el futuro.

Por su parte, el principal argumento de Altman a favor de la segunda metodología es que pone de manifiesto de una forma más clara el efecto madurez –o efecto *aging* en lengua inglesa- que experimentan los activos financieros de cada cohorte.

El efecto madurez no es otra cosa que la relación que existe entre el grado de madurez de un activo financiero y la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", el cual depende, fundamentalmente, de la naturaleza del activo financiero y del riesgo de crédito del deudor.

Así, en los emisores de empréstitos de obligaciones clasificados en alguna de las categorías crediticias que componen el grado de inversión[11] se observa que existe una relación positiva entre el grado de madurez del activo financiero y la probabilidad de impago del deudor, la cual puede deberse a la relación que existe entre las variables "estado en el que se encuentra el deudor" y "tiempo".

Por el contrario, en los emisores de este tipo de activos que han sido clasificados en alguna de las categorías crediticias que forman el grado de especulación se observa que esta relación es positiva en un primer momento, alcanzando un máximo a partir del cual pasa a ser negativa, lo que puede deberse al proceso de selección que se produce en este tipo de deudores.

3. Las agencias de clasificación crediticia incluyen en sus sistemas la categoría retirado –categoría *withdraw* en lengua inglesa-, en la cual clasifican todos aquellos activos financieros que dejan de calificar por alguna razón ajena al riesgo de crédito, mientras que los académicos no incluyen esta categoría.

   Los académicos argumentan que la inclusión de la categoría retirado implica que las frecuencias que obtienen las agencias de clasificación crediticia presentan un sesgo, en concreto, son superiores a las que obtendrían si no incluyesen esta categoría en sus sistemas de clasificación crediticia.

[11] En relación con las categorías crediticias que componen los grados de inversión y especulación, véase el epígrafe 5.1 del capítulo cuarto.

Este sesgo puede ilustrarse por medio de una cohorte compuesta por un determinado número de deudores y en la que se asume la hipótesis de que el número de deudores que cada año presenta el estado impago es constante.

La frecuencia marginal de impago que esta cohorte presenta un determinado año viene dada por la expresión (3.1), la cual, si se asume esta hipótesis, presenta cada año un valor mayor, ya que el numerador de la expresión permanece constante mientras que su denominador decrece paulatinamente como consecuencia de los activos financieros que son clasificados en la categoría retirado.

4. Las clasificaciones crediticias realizadas por los académicos se basan en los activos financieros, mientras que las de las agencias se basan en una clasificación ficticia del deudor, que en lengua inglesa recibe la denominación de *estimated senior rating.*

   Las clasificaciones crediticias que las agencias emiten de los activos financieros son una medida de la variable aleatoria "·pérdida asociada al riesgo de crédito", por lo que, en realidad, tienen en cuenta las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" y "pérdida en caso de impago".

   Las agencias tratan de eliminar el efecto de esta última variable aleatoria empleando dicha clasificación ficticia, que es una medida de la pérdida esperada asociada al deudor en el supuesto de que todos los activos financieros que haya emitido presenten las mismas características: prioridad normal en el orden de prelación de los acreedores y carecer de garantías adicionales.

   Las agencias determinan la clasificación ficticia del deudor considerando las características de su estructura financiera y la práctica que ellas mismas llevan a cabo para emitir las clasificaciones crediticias de los diversos activos financieros emitidos por un mismo deudor en función de sus características, práctica que en lengua inglesa recibe la denominación de *notching*.

1.2.3 MODELOS EMPÍRICOS

Los modelos empíricos de determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" son esquemas teóricos expresados matemáticamente en los que la relación entre esta variable aleatoria y sus variables explicativas se establece de forma empírica.

Los principales modelos empíricos que no consideran el beneficio que la diversificación del riesgo de crédito supone para la entidad financiera son los modelos estadísticos y los de aprendizaje de máquinas, los cuales se exponen en el capítulo cuarto del presente trabajo, mientras que los principales modelos empíricos que consideran dicho beneficio

son los modelos econométricos y los de intensidad, los cuales se exponen en el capítulo quinto del presente trabajo.

1.3 VARIABLES EXPLICATIVAS

Las variables explicativas que pueden emplearse para determinar el valor de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" son muy diversas.

Como se ha expuesto en el epígrafe 1.6 del segundo capítulo, los modelos teóricos se basan en una teoría que explica el proceso de fracaso empresarial, lo que facilita la elección de las variables explicativas de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor"

Por el contrario, los modelos empíricos se basan en la experiencia para determinar las variables explicativas que son más apropiadas para obtener el valor de dicha variable aleatoria, lo que dificulta la selección de estas variables. Ello se debe a que los métodos y modelos que pueden emplearse en la selección de dichas variables son diversos y a que la complejidad del proceso de fracaso empresarial conlleva que los resultados que proporcionan estos métodos y modelos dependan de la muestra o la población empleada, así como del periodo considerado en los mismos.

Con independencia del método o modelo que se emplee en la determinación del valor de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", sus variables explicativas pueden clasificarse en función de diversos criterios, que no son excluyentes entre sí y entre los que destacan los dos siguientes:

1. La naturaleza de las variables explicativas pudiendo distinguirse entre aquellas variables que representan aspectos propios de la empresa, de la industria o sector en el que desarrolla su actividad, del estado del ciclo económico y de la relación entre la empresa y la entidad financiera.
2. El tipo de variables, las cuales pueden ser o bien cuantitativas, cuyos valores son numéricos, o bien cualitativas, cuyos valores son atributos.

1.3.1 VARIABLES PROPIAS DE LA EMPRESA

1.3.1.1 VARIABLES CUANTITATIVAS

Las principales variables explicativas de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" que representan aspectos propios de la empresa son, fundamentalmente, de tipo cuantitativo, destacando las tres siguientes:

1. Los ratios financieros.

2. Los flujos de caja.
3. Las variables relacionadas con los activos financieros de la empresa deudora, principalmente, acciones y empréstitos de obligaciones, negociados en mercados financieros secundarios.

Mossman, Bell, Swartz y Turtle (1998) llevan a cabo una revisión de los principales trabajos que emplean todos estos tipos de variables explicativas, estudiando su capacidad para determinar el valor de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", ya sean solas o junto con otras variables explicativas.

1.3.1.1.1 RATIOS FINANCIEROS

Los ratios financieros son cocientes entre dos o más magnitudes económico-financieras de la empresa que tienen alguna relación administrativa, económica o financiera, de forma que su valor determina el desempeño de la empresa en un aspecto concreto de la actividad empresarial. Estas magnitudes pueden ser de tipo flujo –gastos e ingresos- o de tipo stock –bienes, derechos y obligaciones-, obteniéndose de las cuentas anuales de la empresa, las cuales pueden haber sido ajustadas previamente o no.

Los ratios financieros fueron las primeras variables explicativas empleadas en los modelos empíricos de determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", siendo las más utilizadas en este tipo de modelos.

Los primeros trabajos que utilizan los ratios financieros con esta finalidad son el de Beaver (1966), que emplea varios modelos estadísticos univariantes, y el de Altman (1968), que emplea un modelo estadístico multivariante.

Desde la publicación de estos trabajos son numerosos los académicos y los profesionales que han utilizado los ratios financieros para determinar el valor de dicha variable aleatoria. Para ello, han empleado diversos ratios, los han medido con distintas magnitudes y han realizado diversos ajustes en las cuentas anuales de las empresas con el fin de mejorar su capacidad clasificadora.

Atendiendo a qué aspectos de la actividad empresarial miden, los ratios financieros se clasifican en: patrimoniales, económicos, financieros –que incluyen los de endeudamiento y los de liquidez- y de rotación.

Los ratios financieros que componen cada una de estas categorías son numerosos y su exposición excede los límites del presente trabajo[12].

Además de su valor, las principales medidas de los ratios financieros que se han empleado en la literatura especializada son las dos siguientes:

1. Las de estabilidad, que miden la dispersión que los ratios financieros presentan en el periodo considerado.

   Los principales trabajos de este tipo son los de Dambolena y Khoury (1980) y el de Betts y Belhoul (1987), que emplean diversas medidas de estabilidad, entre las que destaca la desviación típica. No obstante, los resultados de estos trabajos indican que dichas medidas y el valor de los ratios financieros son variables explicativas complementarias entre sí.

2. El cociente entre el valor que el ratio financiero tiene en la empresa y el valor medio que presenta en la industria o sector en el que ésta desarrolla su actividad.

   Este cociente considera las diferencias que existen entre los valores medios de los ratios financieros de empresas que pertenecen a distintas industrias o sectores, siendo útil en aquellos casos en los que se tiene una muestra o población formado por un conjunto heterogéneo de empresas.

   Los principales trabajos en los que se ha empleado dicho cociente son los de Izan (1984), y el de Platt y Platt (1991). Ambos trabajos señalan la utilidad de esta magnitud.

Respecto a los ajustes que se llevan a cabo en las cuentas anuales con carácter previo al cálculo de los ratios financieros, son principalmente de dos tipos:

1. Los que ajustan los elementos que figuran en el balance de situación de la empresa con un valor contable que difiere significativamente de su valor real, o que simplemente no figuran en el balance porque en la actualidad no afectan al patrimonio de la empresa, aunque pueden afectarlo en el futuro, cuya finalidad es considerar todas estas circunstancias, de forma que la capacidad clasificadora de los ratios no se vea afectada.

   Ejemplos de trabajos en los que se llevan a cabo dichos ajustes en las cuentas anuales son los de Elam (1975), que se ajustan por el efecto del arrendamiento financiero, y el de Altman, Hadelman y Narayanan (1977), que se ajustan por el efecto de diversas prácticas contables.

[12] Chen y Shimerda (1981) realizan una revisión general de todos los ratios financieros. Por su parte, Dimitras, Zanakis y Zoupounidis (1996) revisan los principales trabajos en los que se determina el valor de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" empleando ratios financieros.

2. Los que consideran el efecto que la inflación tiene sobre las cuentas anuales.

   La mayoría de los trabajos en los que se emplean ratios financieros para determinar el valor de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" los calculan empleando el valor contable a precio histórico que las magnitudes económico-financieras tienen en las cuentas anuales.

   No obstante, algunos académicos proponen calcular estos ratios utilizando el valor contable a precio actual de las magnitudes económico-financieras, lo que requiere deflactar el valor contable a precio histórico de estas magnitudes. De esa forma se considera el efecto que la inflación tiene en las cuentas anuales.

   Los principales trabajos que realizan este tipo de ajuste son los de Ketz (1978), Mensah (1983), y Keasy y Watson (1986). Los resultados de estos trabajos indican que los ratios financieros calculados empleando las magnitudes económico-financieras a precios históricos y a precios actuales son variables explicativas que no son complementarias entre sí. Por tanto, la utilización de estas últimas no incrementa la capacidad clasificadora de los modelos de determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

   Esto puede deberse a que los ratios financieros proporcionan un método para deflactar las magnitudes económico-financieras de la empresa, tal y como señala Whittington (1980). Además, aunque los ratios financieros calculados empleando magnitudes económico-financieras a precios históricos presenten una menor capacidad explicativa que los que emplean precios actuales, estos últimos presentan el inconveniente de los costes que conlleva la obtención de estos precios, que pueden ser mayores que los beneficios derivados de una mayor exactitud en los modelos.

1.3.1.1.2 FLUJOS DE CAJA

La variable explicativa flujos de caja se obtiene realizando una o más operaciones aritméticas en las magnitudes financieras de la empresa, principalmente, en aquéllas que son flujos –cobros y pagos-, los cuales pueden clasificarse en función de su origen o destino en: de la explotación u ordinarios, de la financiación y de la inversión.

Los flujos de caja se emplean como variable explicativa de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" en los modelos teóricos en los que el suceso impago se define como la suspensión de pagos de la empresa y en diversos modelos empíricos.

En este último tipo de modelos, los principales trabajos que utilizan esta variable aleatoria son los de Casey y Bartczak (1984), Gentry, Newbold y Whitford (1985), Aziz

y Lawson (1989) y Charitou, Neophytou, Charalambous (2004). Asimismo, Gombola, Haskins, Ketz y Williams (1987) realizan una revisión bibliográfica de los trabajos que utilizan los flujos de caja como variable explicativa de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", solos y en combinación con los ratios financieros.

La mayoría de estos trabajos coinciden en la utilidad de los flujos caja en la determinación de dicha variable aleatoria, ya sean solos o junto con los ratios financieros.

1.3.1.1.3 VARIABLES RELACIONADAS CON ACTIVOS FINANCIEROS EMITIDOS POR LA EMPRESA Y NEGOCIADOS EN MERCADOS FINANCIEROS

Las variables relacionadas con los activos financieros emitidos por la empresa y negociados en mercados financieros se utilizan en los modelos siguientes:

1. Los modelos teóricos en los que el suceso impago se define como la quiebra de la empresa y en los que el valor de los activos de la empresa deudora puede determinarse por medio del valor de mercado de sus acciones.
2. Los modelos empíricos en los que se utiliza el valor de mercado de los créditos de la empresa deudora para determinar el diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad de estos activos financieros y el de los activos libres de riesgo.
3. Los modelos empíricos que utilizan medidas de los activos financieros emitidos por la empresas y sus ratios financieros.
4. Los modelos empíricos que utilizan unicamente medidas de los activos financieros emitidos por la empresa

Entre los trabajos en los que se emplean este último tipo de modelos empíricos destacan los siguientes:

– Aharony, Jones y Swary (1980), y Clark y Weinstein (1983) que emplean diversas medidas de aquellos activos financieros que emite la empresa deudora y se negocian en los mercados financieros[13], encontrando relación entre todas estas medidas y la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

– Zavgren, Dugan y Reeve (1988), y Dugan y Forsyth (1995) estudian dichas medidas y estudian la información que proporcionan, llegando a la conclusión de que incorporan la información económico-financiera que proporcionan las cuentas

[13] Entre estas medias destacan el volumen de negociación que los activos tienen en los mercados, las medidas de rentabilidad y las de riesgo.

anuales de la empresa –la cual también está presente en los ratios financieros y los flujos de caja- y, además, incorporan otra información que, generalmente, es de tipo cualitativo.

Así, en el trabajo de Dugan y Forsyth (1995), esta información cualitativa viene dada por las noticias negativas que la prensa económica publica incesantemente sobre la empresa.

1.3.1.2 VARIABLES CUALITATIVAS

Las variables explicativas propias de la empresa de tipo cualitativo se emplean principalmente en los modelos empíricos de determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

Los trabajos que utilizan estas variables son menos numerosos que los que utilizan las de tipo cuantitativo, lo que se debe fundamentalmente a que la información cualitativa es más difícil de recopilar que la cuantitativa, ya que con frecuencia o se publica parcialmente o simplemente no se publica.

Atendiendo a su naturaleza, las variables explicativas utilizadas en la determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" pueden clasificarse en las dos categorías siguientes:

1. Aquéllas relacionadas con la estructura organizacional, las características del personal directivo y el grado de planificación de la empresa deudora.

   La relación entre estas variables explicativas y el proceso de fracaso empresarial fue enunciada inicialmente en el trabajo de Argenti (1986), contrastándose empíricamente en diversos trabajos, entre los que destacan los de Keasy y Watson (1987), y Grunert, Norden y Weber (2002).

   Según todos estos autores, la causa del proceso de fracaso empresarial es una serie de defectos de la empresa relacionados con las variables explicativas expuestas más arriba, que antes o después conllevan la comisión uno o más errores graves, los cuales se ponen de manifiesto en las variables explicativas de tipo cuantitativo, y cuyo desenlace final es el suceso impago.

   En este sentido, las empresas que tienen una mayor propensión al fracaso empresarial presentan las tres características siguientes:

   a) La estructura organizativa se caracteriza porque la alta dirección está compuesta por un número reducido de altos directivos, que están vinculados con los propietarios de la empresa y desempeñan sus tareas de forma autoritaria.

b) El personal de la alta y de la media dirección se caracteriza por carecer de las habilidades necesarias para desempeñar correctamente su trabajo, debido, generalmente, a una escasa formación y experiencia –tanto profesional como en la industria o sector en el que la empresa desarrolla su actividad-, por carecer de las habilidades sociales necesarias para desempeñar su puesto –tales como, por ejemplo, la de liderazgo- y por una alta rotación.

c) Escasa planificación.

   En concreto, las funciones de planificación estratégica, presupuestación y planificación de tesorería están poco desarrolladas o simplemente no existen. Además, en las pequeñas y medianas empresas se carece de una planificación de la sucesión que garantice su continuidad.

2. Aquellas variables relacionadas con los sistemas de información y control de la empresa deudora, de forma que aquellas empresas que carecen o tienen poco desarrollados estos sistemas son más propensas al fracaso empresarial.

   El sistema de información al que la literatura especializada le presta mayor atención es el de contabilidad, ya que este sistema que proporciona la información económico-financiera que permite obtener la mayoría de las variables que se han expuesto más arriba y sus defectos pueden ser aprovechados por los gestores para manipular esta información cuando la empresa se encuentre inmersa en el proceso de fracaso empresarial con el fin de ocultarlo a terceras personas.

   Los principales trabajos en los que se estudia la relación que existe entre el sistema de contabilidad de la empresa y este proceso son los de Whittred y Zimmer (1984), y Keasy y Watson (1987, 1988).

   Dichos trabajos contrastan empíricamente no sólo esta relación, sino también la adecuación del sistema de contabilidad de la empresa a la actividad que lleva a cabo, y la disponibilidad y manipulación de las cuentas anuales.

   Para estudiar la relación entre la disponibilidad de las cuentas anuales y el proceso de fracaso empresarial, dichos trabajos emplean como variable explicativa los intervalos que transcurren entre los momentos en los que la empresa presenta las cuentas anuales preliminares, las auditadas y las definitivas, mientras que para estudiar la relación entre la manipulación de las cuentas anuales y dicho proceso emplean como variables explicativas el retraso en la presentación de las cuentas anuales en el registro destinado a tal efecto, el número de salvedades en las cuentas anuales auditadas, el número de auditores distintos que examinan las cuentas anuales y el tipo de auditor que lleva a cabo la auditoría, distinguiendo entre auditor local o empresa de auditoría nacional y/o multinacional.

Todos los trabajos expuestos más arriba concluyen que las variables explicativas de tipo cualitativo presentan menos valores y una dispersión menor que las de tipo cuantitativo, y ponen de manifiesto los beneficios que conlleva emplear variables cualitativas, dado que su utilización, junto con las de tipo cuantitativo, incrementa la capacidad clasificadora de los modelos; sin embargo, no valoran los costes que conlleva obtener la información necesaria para emplear dichas variables, los cuales suelen ser superiores que los asociados a las variables de tipo cuantitativo, por lo que no es posible obtener una conclusión sobre la conveniencia de utilizar el primer tipo de variables en la determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

1.3.2 OTRAS VARIABLES EXPLICATIVAS

Las variables explicativas relacionadas con la industria o sector en el que la empresa desarrolla su actividad pueden ser tanto de tipo cuantitativo como cualitativo, distinguiéndose las relacionadas con la industria o sector –por ejemplo, la posición de la industria o sector en el mercado en general, su estructura, el grado de competencia, el potencial de crecimiento y los riesgos legales- y las referidas a la posición de la empresa en dicha industria o sector (por ejemplo, el área geográfica en el que la empresa lleva a cabo sus actividades, la cuota de mercado, las previsiones de ventas, el grado de diversificación de su actividad y el nivel de dependencia de clientes o proveedores específicos).

En cuanto a las variables explicativas relacionadas con el estado del ciclo económico, son principalmente de tipo cuantitativo, siendo las más utilizadas el gasto público, el nivel de ahorro, el precio de la vivienda, el producto interior bruto, la tasa de desempleo, los tipos de cambio y los de interés.

Por último, en las variables explicativas relacionadas con el vínculo existente entre la entidad financiera y la empresa deudora se distingue, en función de su naturaleza, entre las de tipo cuantitativo, entre las que destaca la información que la entidad financiera tiene de los créditos de la empresa en general, y sobre las líneas de crédito en particular –posición deudora o acreedora de la empresa, saldo medio dispuesto, saldos máximo y mínimo, y excedidos de crédito-; y las de tipo cualitativo, destacando las mediciones subjetivas que el personal de la entidad financiera lleva a cabo sobre el riesgo de crédito de la empresa.

2. VARIABLE "EXPOSICIÓN AL RIESGO DE CRÉDITO"

2.1 CARACTERÍSTICAS

La variable "exposición al riesgo de crédito" representa el valor económico que, desde el punto de vista de la medición del riesgo de crédito, tiene un activo financiero en un determinado momento, que no es otra cosa que la pérdida máxima que la entidad financiera puede experimentar si se produce el impago del deudor.

Los principales elementos de un sistema de medición del riesgo de crédito que influyen en las características de esta variable son la definición de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito", la definición del suceso impago y la amplitud del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición de este riesgo.

La definición de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" determina los sucesos relacionados con el riesgo de crédito que afectan al valor económico del activo financiero y, por consiguiente, a las características y al valor de la variable "exposición al riesgo de crédito".

En los modelos de impago, esta variable puede ser aleatoria o cierta en función de la naturaleza del activo financiero, mientras que en los modelos ajustados al mercado es siempre aleatoria, ya que depende, a su vez, de dos variables aleatorias: el "estado en el que se encuentra el deudor" y el "diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad del activo financiero y el de uno libre de riesgo".

Esta última variable aleatoria se define como la rentabilidad adicional que los inversores le exigen a los activos financieros expuestos a uno o más riesgos financieros para que les proporcionen la misma utilidad que los activos libres de riesgo, siendo una variable aleatoria cuantitativa que tiene una distribución de probabilidad de tipo continuo y que está definida en los números reales positivos.

Los valores que puede tomar la variable aleatoria "diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad del activo financiero y el de un activo libre de riesgo" dependen de la naturaleza y las características de los activos financieros, de los deudores, de los mercados financieros, así como de las expectativas que los inversores que operan en estos mercados tienen sobre todos los elementos anteriores.

De forma similar a la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", las características de la variable "exposición al riesgo de crédito" también dependen de la definición del suceso impago y de la amplitud del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito.

A efectos de la medición del riesgo de crédito, la variable "exposición al riesgo de crédito" suele descomponerse en las dos variables siguientes:

1. La "exposición actual al riesgo de crédito", que es una variable cierta que representa el valor económico que, desde el punto de vista de la medición del riesgo de crédito, tiene un activo financiero en el momento actual, el cual suele coincidir con el límite inferior del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito.

   El valor de esta variable siempre es positivo, ya que el riesgo de crédito es un riesgo financiero asimétrico[14], siendo el mayor de los dos valores siguientes: cero o el valor económico del activo financiero.

2. La "exposición futura al riesgo de crédito", que generalmente es una variable aleatoria que representa el incremento que, desde el punto de vista de la medición del riesgo de crédito, puede experimentar el valor económico de un activo financiero durante un periodo cuya amplitud suele coincidir con la del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito.

   El incremento que puede experimentar el valor económico de un activo financiero depende de un conjunto de variables cuya naturaleza varía en función de cuál sea el activo financiero. Además, como consecuencia del carácter asimétrico del riesgo de crédito, en este incremento sólo se consideran aquellas variaciones en las que el valor económico del activo financiero sea positivo.

La naturaleza del activo financiero expuesto al riesgo de crédito influye en las características de la variable "exposición al riesgo de crédito", en los métodos y modelos que pueden emplearse para obtener su valor y en las variables explicativas que pueden utilizarse en estos modelos. Por ello, a continuación se exponen todos estos elementos para cada uno de los activos financieros considerados en el epígrafe 3.1.2 de primer capítulo.

[14] El riesgo de crédito es un riesgo financiero asimétrico porque el valor económico de un activo financiero debe ser positivo para que la entidad financiera esté expuesta a este riesgo. Los préstamos, las líneas de crédito y los empréstitos de obligaciones cumplen siempre esta condición. Sin embargo, el valor económico de los activos financieros derivados que se negocian en mercados financieros no organizados puede ser positivo o negativo, dependiendo de cuál sea el valor de un conjunto de variables que suelen depender, a su vez, de los mercados financieros. La entidad financiera estará expuesta al riesgo de crédito de estos activos cuando su valor sea positivo, mientras que si es negativo será su contrapartida la que estará expuesta a este riesgo.

2.2 LA VARIABLE EN LOS PRÉSTAMOS

Los académicos, los profesionales y los organismos de supervisión y control de la actividad financiera suelen asumir la hipótesis de que la "exposición al riesgo de crédito" en los préstamos es una variable cierta.

No obstante, estos activos pueden tener diversas características que hacen que la "exposición futura al riesgo de crédito" sea una variable aleatoria, entre las que destacan la facultad que tiene el deudor de cancelar anticipadamente la deuda, la indización de la contraprestación o la posibilidad de que la deuda se incremente durante la duración de la operación.

En cualquier caso, la forma más simple de determinar el valor de la variable "exposición al riesgo de crédito" en los préstamos es por medio del saldo financiero de la operación, el cual puede obtenerse confeccionando su cuadro de amortización.

2.3 LA VARIABLE EN LAS LÍNEAS DE CRÉDITO

La "exposición al riesgo de crédito" en las líneas de crédito es una variable aleatoria, debido a la facultad que tiene el deudor de reducir o incrementar, según sus necesidades, el importe de la deuda hasta el límite establecido en la póliza.

Dicha variable aleatoria y el "estado en el que se encuentra el deudor" son estocásticamente dependientes entre sí, tal y como demuestra la relación empírica observada por los académicos, los profesionales y los organismos de supervisión y control de la actividad financiera, la cual pone de manifiesto que cuanto menor es la categoría crediticia del deudor mayor es el valor que presenta la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito". En el caso extremo de que el deudor presente el estado impago, la variable exposición puede presentar un valor igual, o incluso superior, al límite establecido en la póliza de crédito[15].

Desde el punto de vista teórico, esta relación puede justificarse argumentando que aquellos deudores que experimentan una disminución en su categoría crediticia y necesitan captar recursos financieros prefieren utilizar la financiación que les proporciona una línea de crédito concedida con anterioridad, ya que en el caso de la línea de crédito pueden acceder directamente a esta fuente de financiación y su tanto efectivo de coste suele ser menor[16].

[15] La exposición al riesgo de crédito puede ser mayor al límite establecido en la póliza de credito bien por los costes del proceso de recuperación, o bien porque la entidad financiera permite que las disposiciones excedan dicho límite.

[16] A este respecto véase, por ejemplo, el trabajo de Agarwal, Ambrose y Liu (2006).

El principal método empleado en la determinación del valor de la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito" de las líneas de crédito consiste en aproximar este valor por medio de uno equivalente a cierto que resume toda la información contenida en la distribución de probabilidad de esta variable aleatoria y que recibe la denominación de exposición equivalente a un préstamo (*Loan Equivalente Exposure* en lengua inglesa o *LEE* de forma abreviada). Dicho valor recibe esta denominación por la similitud que los valores de las variables "exposición al riesgo de crédito" presentan en los préstamos y en los créditos.

La exposición equivalente a un préstamo en las líneas de crédito se obtiene realizando una o más operaciones algebraicas sobre los diversos elementos de la línea de crédito. En estas operaciones, la incertidumbre que existe sobre el valor de la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito" se representa multiplicando bien el límite o bien el saldo no dispuesto de la línea de crédito por un porcentaje denominado factor de conversión del crédito (*Credit Conversión Factor* en lengua inglesa o *CCF* de forma abreviada)[17].

Cuando el factor de conversión del crédito se aplica sobre el límite, el valor de la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito" es:

$$EAD = CCF \cdot L_{t-1}$$

Donde:

- EAD es la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito".
- L_{t-1} es la variable cierta límite de la línea de crédito al principio del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito.

La principal ventaja de este método es que los factores de conversión del crédito están definidos con independencia de cuál sea el valor del límite.

Por el contrario, su principal inconveniente es que el valor de la variable aleatoria se determina utilizando únicamente el límite y no la información que la entidad financiera dispone sobre el grado de utilización de la línea de crédito, en concreto sobre las variables "saldo dispuesto" y "saldo no dispuesto", las cuales son significativas para representar la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito", tal y como han puesto de manifiesto diversos estudios empíricos[18].

[17] Atendiendo al trabajo consultado y al elemento de la línea de crédito sobre el que se aplique el factor de conversión del crédito, éste puede recibir otras denominaciones tales como factor de conversión –*Conversión Factor* en lengua inglesa o *CF* de forma abreviada- y equivalente a préstamo (*Loan Equivalent* en lengua inglesa o simplemente *LEQ*).
[18] A este respecto véase, por ejemplo, Araten y Jacobs (2001) y Taplin, To y Hee (2007).

Por su parte, cuando el factor de conversión del crédito se aplica sobre el saldo no dispuesto, el valor de la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito" es:

$$EAD = SD_{t-1} + CCF \cdot \left(L_{t-1} - SD_{t-1} \right) \qquad (3.5)$$

Siendo SD_{t-1} el saldo dispuesto al principio del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito, que coincide con la variable "exposición actual al riesgo de crédito", y cuyo valor se obtiene de los registros contables de la entidad financiera.

Como puede observarse, el segundo sumando de la expresión (3.5) es la variable aleatoria "exposición futura al riesgo de crédito". Esta variable representa el incremento que el saldo dispuesto por el deudor experimenta en el periodo considerado, el cual ha de ser, lógicamente, mayor o igual a cero, aproximándose por medio del producto del factor de conversión del crédito y el saldo no dispuesto.

La principal ventaja de este método es que considera toda la información disponible sobre la línea de crédito, mientras que los principales inconvenientes son los dos siguientes:

1. La variable "exposición al riesgo de crédito" se relaciona linealmente con las variables límite y saldo dispuesto, siendo el factor de conversión del crédito la pendiente de la línea recta, lo que supone, a su vez, los dos inconvenientes siguientes[19]:
   a) Cuando el saldo dispuesto es igual al límite la expresión que permite obtener el factor de conversión del crédito es una división por cero, por lo que su valor está indefinido.
   b) Dicho factor es inestable cuando el saldo dispuesto es aproximadamente igual al límite.
2. Los factores de conversión del crédito pueden presentar dos tipos de valores extraños:
   a) Valores negativos, que se obtienen cuando, un instante antes del impago del deudor, el valor de la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito" es menor que el saldo dispuesto al principio del horizonte temporal.
   b) Valores superiores a la unidad, los cuales se obtienen cuando el valor de esta variable aleatoria es mayor que el límite.

[19] Nótese que operando en la última expresión se obtiene:

$$CCF = \frac{EAD - SD_{t-1}}{L_{t-1} - SD_{t-1}}$$

Debido a las características que el riesgo de crédito presenta en las líneas de crédito, ambos tipos de valores, pese a ser extraños a la naturaleza del activo, se producen con cierta frecuencia. Además, la relación lineal mencionada más arriba establece relaciones entre las variables que difícilmente se producen en la realidad.

Con el fin de salvar estos inconvenientes, Moral (2006) propone diversas soluciones para aquellos factores de conversión del crédito que presentan valores extraños, y Tapplin, To y Hee (2007) proponen diversas modificaciones en la expresión (3.5) en las que dichos factores se sustituyen por otras variables que no presentan valores extraños.

Los factores de conversión del crédito que pueden emplear las entidades bancarias son los propuestos en los distintos enfoques que contempla la normativa de determinación de los requisitos de capital y los obtenidos por ellas mismas.

En el caso de que la entidad financiera opte por obtener sus propias estimaciones, el procedimiento que debe llevar a cabo para obtener los factores de conversión del crédito es el mismo con independencia de que éstos se apliquen sobre el límite o sobre el saldo no dispuesto.

Dicho procedimiento consiste en que la entidad financiera asigna las líneas de crédito que componen su cartera a distintas subcarteras en función de las características de los activos financieros y de los deudores, estimando a continuación el factor de conversión del crédito de cada subcartera. Para ello, pueden emplearse distintas variables explicativas y diversos métodos de estimación.

Además de las que haya utilizado para segmentar la cartera, las principales variables explicativas que la entidad financiera puede utilizar para obtener los factores de conversión del crédito son el vencimiento de la línea de crédito, el límite, el saldo dispuesto, el no dispuesto, la categoría crediticia del deudor y las variables macroeconómicas.

En cuanto a los métodos de estimación de dichos factores, en función del número de observaciones empleadas en la estimación y de la amplitud del horizonte temporal, la entidad financiera puede aplicar varios métodos entre los que destacan: el método de la amplitud fija, el método de las cohortes y el método de la amplitud variable[20].

[20] Moral (2006) describe dichos métodos y expone las principales ventajas e inconvenientes que cada uno presenta para la medición del riesgo de crédito. Asimismo, demuestra que los factores de conversión del crédito aplicados sobre el límite puede obtenerse a partir de los factores de conversión del crédito aplicados sobre el saldo no dispuesto y el saldo dispuesto expresado como porcentaje del límite.

2.4 LA VARIABLE EN LOS EMPRÉSTITOS DE OBLIGACIONES

Los empréstitos de obligaciones se caracterizan por la dependencia entre los riesgos de crédito y de mercado.

El riesgo de mercado influye en el riesgo de crédito, puesto que la variable "exposición futura al riesgo de crédito" –y por consiguiente la variable "exposición al riesgo de crédito"- depende del precio que los activos financieros tendrán en el futuro en los mercados financieros secundarios, el cual depende, a su vez, de un conjunto de variables entre las que destacan el diferencial entre los tipos de interés de los activos financieros emitidos por el deudor y el de los activos libres de riesgo, los tipos de interés de estos últimos activos financieros y, en su caso, los tipos de cambio.

Del mismo modo, el riesgo de crédito también influye en el riesgo de mercado, ya que un descenso en la categoría crediticia del deudor produce una disminución en el precio que los empréstitos de obligaciones tienen en los mercados financieros secundarios.

Los principales modelos en los que se determina la variable "exposición al riesgo de crédito" y se considera la dependencia entre el riesgo de crédito y el de mercado son los basados en el valor de los activos de la empresa deudora y los de intensidad, los cuales se exponen en el capítulo quinto. Dicha dependencia se considera en diversos trabajos, entre los que destacan el de Barnhill y Maxwell (2002), que emplea el primer tipo de modelo, y el de Jarrow y Turnbull (2000), que emplea el segundo tipo de modelo.

2.5 LA VARIABLE EN LOS ACTIVOS FINANCIEROS DERIVADOS

Los activos financieros derivados que están expuestos al riesgo de crédito son aquéllos que se negocian en los mercados financieros no organizados, tal y como se expuso en el epígrafe 3.1.2.4 del primer capítulo.

El riesgo de crédito al que quedan expuestos dichos activos financieros presenta las dos características siguientes:

1. Al igual que en los empréstitos de obligaciones, es dependiente del riesgo de mercado.
2. Es bidireccional, puesto que tanto la entidad financiera como su contrapartida pueden quedar expuestas al mismo, debido a que el valor económico que el activo financiero derivado tiene para la entidad puede ser positivo o negativo.

   Esta característica es exclusiva de los activos financieros derivados, contrastando con el resto de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito, en los que este riesgo es unidireccional.

Como se ha expuesto más arriba, la variable "exposición al riesgo de crédito" representa la pérdida máxima que la entidad financiera puede experimentar si se produce el impago del deudor, el cual puede ocasionarle a la entidad financiera dos tipos de pérdida en función del momento en el que se produzca:

1. El importe positivo de la liquidación si el impago se produce en alguna de las fechas de liquidación del activo, lo que da lugar al denominado riesgo de liquidación.
2. El coste de sustituir el activo impagado por otro de las mismas características, si el impago se produce en una fecha distinta a las de liquidación, lo que da lugar al denominado riesgo de pre-liquidación. Dicho coste es el precio que el activo que sustituye al impagado tenga en el momento del impago del deudor (en adelante valor de sustitución).

En los activos financieros derivados, la variable "exposición al riesgo de crédito" es aleatoria, ya que la variable "exposición futura al riesgo de crédito" también lo es.

El valor de esta última variable aleatoria depende de la naturaleza del activo y de los valores de un conjunto de variables que, generalmente, están relacionadas con los mercados financieros. Asimismo, la evolución que la esperanza matemática de la variable aleatoria "exposición futura al riesgo de crédito" tiene durante la vida del activo financiero[21] depende de los dos efectos siguientes:

1. El efecto difusión, por medio del cual cuanto mayor es la vida del activo financiero mayor es la variación que puede experimentar dicha variable aleatoria.
2. El efecto amortización, que se produce en aquellos activos financieros derivados que proporcionan flujos de caja periódicos cuyo valor decrece con el transcurso del tiempo.

La naturaleza del activo financiero derivado influye tanto en la variable aleatoria "exposición futura al riesgo de crédito" como en sus variables explicativas, pudiendo distinguirse los casos siguientes:

1. En los contratos a plazo, la esperanza matemática de la exposición futura debe ser mayor cuanto mayor sea la duración del activo financiero debido efecto difusión. Asimismo, las principales variables explicativas son el valor del activo subyacente, el tipo de interés de los activos financieros libres de riesgo y la amplitud del horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito.

[21] En adelante, en aras de la sencillez, la esperanza matemática de la exposición futura.

2. En los contratos de opción, la exposición al riesgo de crédito depende de la posición que la entidad financiera tenga en el contrato, cabiendo dos posibilidades:

   a) La entidad es compradora de una opción, en cuyo caso estará expuesta al riesgo de crédito siempre y cuando esté "en dinero" (*in the money* en lengua inglesa).

   b) La entidad es vendedora de la opción, en cuyo caso no quedará expuesta al riesgo de crédito bajo ninguna circunstancia.

   Si la entidad financiera queda expuesta al riesgo de crédito, la esperanza matemática de la exposición futura debe ser mayor cuanto mayor sea la vida del activo financiero, lo cual se debe al efecto difusión. Asimismo, las principales variables explicativas de la exposición futura al riesgo de crédito son el valor del activo subyacente, el tipo de interés de los activos financieros libres de riesgo y la amplitud del horizonte temporal.

3. En los contratos de permuta financiera, la evolución de la esperanza matemática de las exposición futura y sus variables explicativas dependen de la naturaleza del activo subyacente, el cual puede ser:

   a) Un tipo de interés, en cuyo caso la esperanza matemática de la exposición futura es creciente al principio –aproximadamente durante el primer tercio de la vida del activo financiero derivado- y decreciente posteriormente, lo cual se debe a que en este tipo activos no se transmite el valor nominal, por lo que el efecto difusión predomina al de amortización en un primer momento y después ocurre todo lo contrario.

      En cuanto a las principales variables explicativas de la exposición futura al riesgo de crédito, son la estructura temporal de los tipos de interés y la amplitud del horizonte temporal.

   b) Una divisa, en cuyo caso la esperanza matemática de la exposición futura es siempre creciente debido, fundamentalmente, a que el valor nominal se transmite al vencimiento del activo financiero, por lo que el efecto difusión predomina sobre el de amortización.

      Respecto a las principales variables explicativas de la exposición futura al riesgo de crédito, son la estructura temporal de los tipos de interés de la moneda nacional, de la moneda extranjera, el tipo de cambio entre ambas monedas y el vencimiento del contrato.

Por otra parte, cabe destacar la dependencia entre las variables "exposición al riesgo de crédito" y "estado en el que se encuentra el deudor", debido a que el incremento de la primera variable puede favorecer a la entidad financiera en detrimento de su

contrapartida. Así, si dicho incremento es suficientemente importante, puede afectar negativamente a la solvencia de la contrapartida, produciendo un cambio en su categoría crediticia, y, por consiguiente, en la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

Al igual que en el caso de los empréstitos de obligaciones, los principales modelos en los que se considera la dependencia entre estas dos variables aleatorias son los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora y los de intensidad.

En lo que se refiere a los modelos empleados en la determinación del valor de la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito", los principales son los basados en la exposición equivalente a un préstamo y los que se utilizan habitualmente en la medición del riesgo de mercado.

De forma similar a las líneas de crédito, los modelos basados en la exposición equivalente a un préstamo se basan en el concepto de factor de conversión del crédito, que en los activos financieros derivados se utiliza para aproximar el valor de las dos variables aleatorias siguientes:

1. La "exposición al riesgo de crédito", que viene dada por la expresión siguiente:

   $$EAD = CCF \cdot N$$

   Siendo N el valor nominal del activo financiero derivado.

2. La "exposición futura al riesgo de crédito", en cuyo caso la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito" es:

   $$EAD = V_{t-1} + CCF \cdot N \qquad (3.6)$$

   Siendo V_{t-1} la variable "exposición actual al riesgo de crédito".

   Como puede observarse, el segundo sumando de la expresión (3.6) es el valor de la variable aleatoria "exposición futura al riesgo de crédito".

Dichos factores de conversión del crédito son establecidos, conforme a sus propios procedimientos y criterios, por los organismos de supervisión y control de la actividad bancaria en función de la naturaleza y el vencimiento del activo financiero derivado, así como la naturaleza del activo subyacente.

Asimismo, en el supuesto de que la entidad financiera tenga varios activos financieros derivados con la misma contrapartida e incluyan cláusulas de compensación en caso de impago –*netting*[22] en lengua inglesa-, éstas deben considerarse al determinar el valor de la variable aleatoria "exposición al riesgo de crédito".

[22] A este respecto, véase el epígrafe 3.3.1.2 de este capítulo.

La principal ventaja de los modelos basados en la exposición equivalente a un préstamo es su sencillez, mientras que sus principales inconvenientes son los tres siguientes:

1. Los factores de conversión del crédito son estáticos y no permiten medir de forma adecuada el riesgo de crédito.

   Estos factores no consideran las características de los activos financieros derivados –ni las volatilidades del efecto difusión, ni el efecto amortización-, ni los beneficios que la diversificación tiene en las carteras de activos financieros.

2. No consideran la estructura temporal del riesgo de crédito

3. Las cláusulas de compensación en caso de impago reciben un tratamiento sencillo que no permite considerar ni su complejidad ni los diversos criterios de compensación que se establecen en las mismas, por lo que estos modelos no son adecuados para representarlas.

Respecto a los modelos que se utilizan habitualmente en la medición del riesgo de mercado, se trata de modelos de análisis numérico y de simulación en los que se consideran las diferencias existentes entre el riesgo de crédito y el de mercado. Estos modelos carecen de los inconvenientes de los modelos basados en la exposición equivalente a un préstamo, pero son más complejos.

2.6 LA VARIABLE EN OTROS ACTIVOS FINANCIEROS NO REPRESENTADOS EN EL BALANCE DE SITUACIÓN DE LA ENTIDAD FINANCIERA

La variable “exposición al riesgo de crédito” en otros activos financieros no representados en el balance de situación de la entidad financiera es aleatoria. En este tipo de activos financieros, la variable “exposición actual al riesgo de crédito” es cierta y su valor es cero, mientras que la variable “exposición futura al riesgo de crédito” es aleatoria, y su valor se determina, generalmente, empleando el método de los factores de conversión del crédito, multiplicando este factor por el valor nominal del activo financiero.

3. VARIABLE “PÉRDIDA EN CASO DE IMPAGO”

3.1 CARACTERÍSTICAS

La variable aleatoria “pérdida en caso de impago” representa la pérdida en términos relativos, es decir, como porcentaje de la variable “exposición al riesgo de crédito”, que la entidad financiera pierde cuando se produce el impago del deudor.

Atendiendo a los elementos que se consideran en su determinación, esta variable aleatoria se define de las dos formas siguientes:

1. La pérdida en caso de impago contable, que es el capital pendiente de pago por el deudor, el cual se obtiene de los registros contables de la entidad financiera, de ahí su denominación.

2. La pérdida en caso de impago económica, que viene dada por el capital pendiente de pago por el deudor, los ingresos que la entidad financiera deje de percibir del activo y los costes del proceso de recuperación, siendo ésta la definición que se emplea habitualmente en la medición del riesgo de crédito.

La variable aleatoria "pérdida en caso de impago" depende de las definiciones del suceso impago y de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" que utilice la entidad financiera, lo cual se debe a que el acaecimiento de la pérdida en caso de impago está condicionado a que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente el valor impago y su valor en términos absolutos depende del de la variable "exposición al riesgo de crédito", el cual depende, a su vez, de la definición de la variable aleatoria " pérdida asociada al riesgo de crédito".

Por otra parte, el valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" también depende del proceso de recuperación, que es el proceso que la entidad financiera inicia cuando se produce el impago del deudor con la finalidad de recuperar la mayor cuantía posible del activo financiero.

La duración[23] y el resultado de este proceso dependen de las características del activo financiero, del deudor, de la entidad financiera y del sistema jurídico al que estén sometidos estos dos últimos, así como del procedimiento de recuperación empleado por la entidad, el cual puede ser cualquiera de los siguientes: la reestructuración del activo financiero, su venta, la utilización de los instrumentos de gestión del riesgo de crédito establecidos en el activo financiero o adquiridos por la entidad y el recurso a los procedimientos legales del concurso de acreedores.

Además, el resultado del proceso de recuperación depende de los dos elementos siguientes:

1. Las recuperaciones, que son los activos reales o financieros que, una vez producido el impago del deudor, éste entrega a la entidad con la finalidad de saldar su deuda.

[23] Existen diversos trabajos en los que se analiza la duración del proceso de recuperación, entre los cuales destacan los de Acharya, Bharath y Srinivasan (2004), Carty, *et al*. (1998), Gupton, Gates y Carty (2000), Grippa, Iannotti y Leandri (2005) y Grossman, Brennan y Vento (1998).

Dicha deuda está compuesta por el capital pendiente de pago, que se obtiene generalmente de los registros contables de la entidad, los intereses devengados y no cobrados –incluidos los de mora- y las comisiones bancarias, todos ellos conforme a lo previsto en el contrato.

2. Los costes, que deben incluir todos aquéllos en los que la entidad financiera incurre para recuperar el activo financiero, los cuales son de dos tipos:

   a) Los directos, que se caracterizan por ser imputables directamente a un activo financiero concreto y entre los que se encuentran costes judiciales como, por ejemplo, los costes jurídicos, los notariales y los de otros profesionales independientes cuyos servicios sean necesarios en el proceso judicial.

   b) Los indirectos, que son imputables a dos o más activos, por lo que es necesario establecer un criterio de imputación de costes adecuado a la naturaleza de los mismos. Éste es el caso de los costes administrativos y de los suministros eléctrico y telefónico del área o departamento en el que la entidad financiera lleve a cabo el proceso de recuperación.

Por otra parte, en la medición del riesgo de crédito es frecuente utilizar la variable aleatoria "ratio de recuperación" en lugar de la "pérdida en caso de impago". La primera variable aleatoria es el complemento a la unidad de la segunda y representa el porcentaje de la variable "exposición al riesgo de crédito" que la entidad financiera es capaz de recuperar una vez que finalizado el proceso de recuperación.

La variable aleatoria "pérdida en caso de impago" –o "ratio de recuperación" según se prefiera"- puede definirse de diversas formas a efectos de la medición del riesgo de crédito.

Una de ellas es definir esta variable o bien como una constante, o bien como una variable aleatoria estocásticamente independiente del resto de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, en cuyo caso habitualmente se asume la hipótesis de que se distribuye siguiendo una distribución de probabilidad beta[24].

La principal razón para asumir estas hipótesis es que pueden emplearse modelos de medición del riesgo de crédito más simples en los que en muchas ocasiones las medidas del riesgo de crédito pueden obtenerse por medio de expresiones de cálculo.

Sin embargo, la mayoría de los trabajos empíricos realizados hasta el momento sobre la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" revelan que su distribución de

[24] Esto se debe a que las variables aleatorias "pérdida en caso de impago" y beta tienen el mismo dominio y la función de distribución de la última tiene dos parámetros, lo que le proporciona una gran flexibilidad.

probabilidad se caracteriza por una alta probabilidad de valores cercanos a cero, una dispersión reducida de los valores de la variable a lo largo del recorrido de la misma y, de nuevo, una alta probabilidad de valores cercanos a la unidad.

Por tanto, esta distribución es bimodal y tiene forma de U, lo que implica que las medidas del riesgo de crédito que proporcionan los modelos en los que esta variable aleatoria se representa por medio de su esperanza matemática o de una distribución de probabilidad beta posiblemente sean erróneas, siendo más adecuadas las medidas del riesgo que proporcionan aquellos métodos y modelos que permiten obtener la distribución de probabilidad completa de dicha variable aleatoria.

Los trabajos que emplean dichos métodos y modelos son escasos hasta el momento, limitándose a los de Friedman y Sandow (2003), y Renault y Scaillet (2004).

Otra posibilidad es definir la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" como un proceso estocástico, el cual puede ser estocásticamente independiente del resto de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito o dependiente de una o más de estas variables.

La mayoría de los académicos y los profesionales que definen la pérdida en caso de impago como un proceso estocástico lo hacen como un proceso dependiente de otras variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, generalmente, la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", dependiendo su distribución de probabilidad finito-dimensional de una o más variables aleatorias que representan el riesgo sistemático, lo cual se debe, fundamentalmente, a las dos razones siguientes:

1. Numerosos trabajos empíricos ponen de manifiesto que el riesgo sistemático tiene una notable influencia sobre dicho proceso.
2. La normativa que regula la determinación de los requisitos de capital en las entidades bancarias exige expresamente en uno de sus enfoques, denominado avanzado, la consideración de la dependencia entre las variables aleatorias "pérdida en caso de impago" y "estado en el que se encuentra el deudor".

3.2 MÉTODOS Y MODELOS

La dificultad que la determinación del valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" implica es mayor que la del resto de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, lo cual se debe, fundamentalmente, a que los valores de estas últimas variables se conocen en el horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito, mientras que el valor de la pérdida en caso de impago no se conoce con certeza hasta el final del proceso de recuperación, el

cual tiene una duración extensa que, con frecuencia, supera la amplitud de dicho horizonte temporal.

En consecuencia, la estimación y la validación de los métodos y modelos que se empelan en la determinación de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" suele ser más compleja que la de los utilizados en el resto de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito.

Los principales métodos y modelos empleados en la determinación del valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" son los tres siguientes:

1. Los modelos basados en el valor actual neto de los flujos de caja que se producen en el proceso de recuperación.
2. Los métodos basados en la información que los mercados proporcionan de los activos financieros siguientes:
   a) Aquéllos cuyos deudores se encuentran en estado de impago.
   b) Aquéllos cuyos deudores se encuentra en un estado distinto al impago.

3.2.1 MODELOS BASADOS EN EL VALOR ACTUAL DE LOS FLUJOS NETOS DE CAJA QUE SE PRODUCEN EN EL PROCESO DE RECUPERACIÓN

Los modelos basados en el valor actual de los flujos netos de caja que se producen en el proceso de recuperación –denominados en lengua inglesa *Workout Methods*-, son modelos en los que la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" se obtiene como el complemento a la unidad de la variable aleatoria "ratio de recuperación", la cual se estima por medio de la información empírica y explícita que la entidad financiera dispone sobre el proceso de recuperación.

Los valores de ambas variables aleatorias vienen dados por la expresión siguiente:

$$LGD = 1 - RR = 1 - \frac{\sum_{s=1}^{n} (R_s - C_s) \cdot \prod_{h=1}^{s} (1 + i_h)^{-1}}{EAD^{-}} \qquad (3.7)$$

Expresión en la que:

- LGD y RR son los valores que tienen las variables aleatorias "pérdida en caso de impago" y "ratio de recuperación", respectivamente.
- EAD^{-} es el valor de la variable "exposición al riesgo de crédito" en el instante previo al impago del deudor.

- s es cada uno de los periodos de igual amplitud, generalmente, constante en los que se divide la duración del proceso de recuperación.
- n es el final de periodo de recuperación.
- R_s es la cuantía total de las recuperaciones producidas en el periodo s-ésimo.
- C_s es la cuantía total de los costes imputados al periodo s-ésimo.
- i_h es el tanto de interés utilizado en la valoración de los flujos netos de caja que se producen en el periódo h-ésimo del proceso de recuperación.

La utilización de la información que proporciona el proceso de recuperación requiere que la entidad financiera defina qué criterios empleará en una serie de aspectos de este proceso que influyen en la determinación de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" y entre los que destacan los siguientes:

1. El tratamiento que recibirán los valores extraños de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" –valores inferiores a cero o superiores a uno-, cabiendo las dos posibilidades siguientes:
   a) La censura, que consiste en sustituir el valor original de las observaciones por cero o uno, en función de cuál de los dos esté más próximo a este valor.
   b) El truncamiento, que consiste en eliminar las observaciones que presentan estos valores.
2. El criterio empleado para determinar el final del proceso de recuperación, el cual puede ser:
   a) Económico, en cuyo caso el proceso de recuperación concluye cuando la entidad financiera recupera del activo financiero un porcentaje prefijado de la variable "exposición al riesgo de crédito" como, por ejemplo, un 95%.
   b) Temporal, de forma que dicho proceso finaliza cuando transcurre un intervalo de tiempo prefijado como, por ejemplo, cinco años.
3. Los criterios empleados para valorar las recuperaciones –activos reales o financieros- que la entidad financiera recibirá durante el proceso de recuperación.
4. Los criterios utilizados en la imputación de los costes indirectos de dicho proceso a los distintos activos financieros que resultan impagados.
5. La elección del tanto de interés empleado en la valoración de los flujos netos de caja del proceso de recuperación.

   Los tantos de interés que se han empleado en la literatura especializada con esta finalidad son el tipo establecido en el contrato en el que se documenta el crédito, el

coste de oportunidad de los recursos propios de la entidad financiera, el tanto de interés de los activos financieros libres de riesgo y el tanto efectivo de rentabilidad de los activos de renta fija impagados que se negocian en los mercados financieros.

Todos estos tantos de interés no son, en general, adecuados, ya que el tanto idóneo para valorar los flujos netos de caja del proceso de recuperación debe ser igual al tanto de interés de los activos financieros libres de riesgo más una prima de riesgo que compense a la entidad financiera por el riesgo que asume al invertir en un activo financiero impagado. El problema es que la determinación de dicha prima de riesgo resulta compleja, especialmente en aquellos activos financieros que no se negocian en mercados financieros. No obstante, en los trabajos de Eales y Bosworth (1998) y Maclachlan (2004) se determina dicha prima empleando el modelo de valoración de activos financieros por medio de la cartera de mercado (*Capital Assets Pricing Model* en lengua inglesa, o *CAPM* de forma abreviada).

Los métodos basados en el valor actual de los flujos netos de caja que se producen en el proceso de recuperación se caracterizan por proporcionar una medida de probabilidad física o real, y se emplean en la medición del riesgo de crédito de los activos financieros que componen la cartera de inversión de la entidad financiera, formada principalmente por líneas de crédito y préstamos.

Los principales trabajos que emplean estos métodos y tienen por objeto los préstamos bancarios son los de Asarnow y Edwards (1995), Eales y Bosworth (1998), Hurt y Felsovyani (1998), Moral Turiel y García Baena (2002), y Araten, Jacobs y Varshney (2004).

La principal ventaja de los métodos basados en el valor actual de los flujos netos de caja es que permiten conocer con certeza los flujos netos de caja que se producen en el proceso de recuperación de aquellos activos financieros que o bien no se negocian en los mercados financieros, o bien se negocian en mercados financieros ineficientes, lo que permite, a su vez, determinar los valores de las variables aleatorias “ratio de recuperación” y “pérdida en caso de impago”.

El principal inconveniente de dichos modelos es que existe una serie de aspectos del proceso de recuperación que determinan la variable “pérdida en caso de impago” y en los que pueden emplearse varios criterios sin que esté claro cual es el más adecuado.

3.2.2 MÉTODOS Y MODELOS BASADOS EN LA INFORMACIÓN QUE LOS MERCADOS PROPORCIONAN DE LOS ACTIVOS FINANCIEROS

3.2.2.1 ACTIVOS EMITIDOS POR DEUDORES EN ESTADO DE IMPAGO

Los métodos basados en la información que los mercados proporcionan de los activos financieros cuyos deudores se encuentran en el estado impago son métodos objetivos que emplean la información empírica y explícita que el precio de mercado de los activos impagados proporciona sobre la variable aleatoria "pérdida en caso de impago".

Estos métodos asumen la hipótesis de que los mercados financieros son capaces de estimar correctamente la esperanza matemática del valor actual neto de los flujos de caja que se producen en el proceso de recuperación y que el precio de mercado de los activos financieros impagados es una estimación insesgada de esta esperanza matemática.

En dichos métodos, la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" se obtiene de la diferencia entre el valor de la variable "exposición al riesgo de crédito" de un activo financiero en el instante previo al impago del deudor y su precio en los mercados financieros una vez transcurrido un determinado periodo desde el impago. Por su parte, la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" se obtiene del cociente entre las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito" y "exposición al riesgo de crédito".

El principal elemento que influye en el valor de las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito" y "pérdida en caso de impago" es la amplitud del periodo que transcurre desde el impago del deudor hasta la observación del precio de mercado del activo financiero. Al respecto, los principales criterios que pueden utilizarse para determinar cuándo se observa el precio del activo financiero impagado son los dos siguientes:

1. Un determinado periodo de tiempo después del impago del deudor.

   Dicho periodo suele variar entre quince y sesenta días y, en cualquier caso, debe considerar el horizonte temporal en el que la entidad financiera prevé liquidar los activos financieros impagados, siendo lo suficientemente corto para que no se vea afectada la profundidad de los mercados financieros y lo suficientemente largo para que estos mercados sean capaces de asimilar la nueva información que está disponible después del impago del deudor.

2. Una vez finalizado el proceso de fracaso empresarial.

Los principales trabajos empíricos en los que se emplean los métodos basados en la información que los mercados proporcionan de los activos financieros cuyos deudores

se encuentran en el estado impago son los de Altman y Kishore (1996), Altman, Resti y Sironi (2001), Hu y Perraudin (2002) y Varma, Cantor y Hamilton (2003) –empréstitos de obligaciones-, el de Van de Castle y Keisman (1999) –préstamos bancarios- y el de Gupton, Gates y Carty (2000) (prestamos bancarios sindicados) [25].

Dichos métodos se caracterizan por proporcionar una medida de probabilidad neutral al riesgo y se emplean principalmente en la medición del riesgo de crédito de los activos financieros que componen la cartera de inversión, especialmente cuando la entidad financiera prevé liquidar el activo financiero si se produce el impago del deudor.

La principal ventaja de los métodos basados en la información que los mercados proporcionan de los activos financieros cuyos deudores se encuentran en el estado de impago es que permiten obtener el valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" de aquellos activos financieros que se negocian en mercados financieros secundarios sin excesivas complicaciones.

En relación con los métodos basados en el valor actual neto de los flujos de caja que se producen en el proceso de recuperación, dichos métodos presentan las tres ventajas siguientes:

1. Para un determinado activo financiero, el valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" no depende ni de las características de la entidad financiera ni de su procedimiento de recuperación, siendo igual para todos aquellos acreedores que consideren la misma amplitud para el periodo que transcurre desde el impago del deudor hasta la observación del precio de mercado del activo financiero impagado.
2. No requieren definir los criterios que la entidad financiera empleará en aquellos aspectos del proceso de recuperación que influyen en la determinación de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago", ya que, al contrario que los modelos basados en el valor actual de los flujos de caja, no emplean la información que proporciona dicho proceso.
3. Si la entidad financiera opta por la venta del activo financiero impagado y éste se negocia en un mercado financiero secundario, no tiene que esperar al final del proceso de recuperación

Por su parte, los principales inconvenientes que presentan los métodos basados en la información que los mercados proporcionan de los activos financieros cuyos deudores se encuentran en el estado de impago son los dos siguientes:

[25] Asimismo, en los trabajos de Carty y Lieberman (1996) y Carty *et al*. (1998) se determina el valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" empleando estos métodos y los basados en el valor actual de los flujos netos de caja que se producen en el proceso de recuperación, comparando ambos valores.

1. Se asume la hipótesis de que los mercados en los que se negocian los activos financieros son eficientes, lo cual no siempre es cierto.
2. El precio de mercado que los activos financieros tienen inmediatamente después del impago del deudor suele ser inferior al que tienen durante el resto del proceso de recuperación, debido a que, durante el periodo inicial de este proceso, los mercados financieros son menos profundos y los inversores exigen una prima de riesgo mayor como consecuencia de la existencia de una mayor incertidumbre sobre el futuro del deudor.

3.2.2.2 ACTIVOS EMITIDOS POR DEUDORES EN UN ESTADO DISTINTO AL IMPAGO

Los modelos basados en la información que los mercados proporcionan de los activos financieros cuyos deudores se encuentran en un estado distinto al impago son modelos en los que la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" se obtiene a partir de la información que se encuentra implícita en el precio de mercado de dichos activos.

Atendiendo a su naturaleza, estos modelos pueden clasificarse en los dos tipos siguientes:

1. Los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora, en los que el valor de dicha variable aleatoria se determina empleando los modelos teóricos que se exponen en el epígrafe 2 del capítulo quinto, para lo cual asumen las tres hipótesis siguientes:

   a) La dependencia entre los procesos estocásticos valor de los activos de la empresa deudora y valor de los activos que garantizan la recuperación del crédito, la cual se especifica por medio de su coeficiente de correlación[26].

   b) El riesgo sistemático se representa empleando un factor que es común para las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" y "pérdida en caso de impago".

      Dicho factor permite establecer la dependencia entre estas dos variables aleatorias que se ha observado tanto en los numerosos trabajos empíricos realizados por los académicos y los profesionales que se citan en este epígrafe como por los organismos de supervisión y control de la actividad bancaria.

      Tal es así, que el enfoque avanzado del Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea exige que las entidades financieras consideren en la determinación de sus requisitos de capital la dependencia entre las variables aleatorias "estado en el

[26] Esta hipótesis se asume en el trabajo de Jokivuolle y Peura (2003).

que se encuentra el deudor" y "pérdida en caso de impago", así como el efecto que el riesgo sistemático tiene en esta última variable aleatoria[27].

Los diversos trabajos en los que se asume esta hipótesis se diferencian fundamentalmente en la distribución de probabilidad que emplean para el factor de riesgo sistemático, la cual puede ser normal - Frye (2000b, c)-, logarítmico-normal - Pykthin (2003)- y logit-normal (Düllman y Trapp (2004)).

c) El riesgo sistemático se representa empleando dos factores: uno para la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" y otro para la variable "pérdida en caso de impago".

Los modelos que emplean dos factores de riesgo sistemático son una generalización de los que emplean un solo factor, siendo más complejos pero también más flexibles, ya que permiten considerar la parte del riesgo sistemático que es común a ambas variables aleatorias, la que les es específica, así como el riesgo idiosincrásico de cada una.

En la actualidad, los modelos que asumen esta hipótesis son escasos, limitándose a los propuestos en los trabajos de Chabaane, Laurent y Salomon (2004), y Rösch y Scheule (2005).

2. Los modelos de intensidad, que son modelos empíricos en los que la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" se determina a partir del diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad de los activos financieros emitidos por el deudor y el de los activos libres de riesgo.

   Dentro de este tipo de modelos destaca el trabajo propuesto por Bakshi, Madam y Zhang (2001).

Los modelos basados en la información que los mercados proporcionan de los activos financieros cuyos deudores se encuentran en un estado distinto al impago se caracterizan por proporcionar una medida de probabilidad neutral al riesgo y se utilizan en la medición del riesgo de crédito de los activos financieros que componen la cartera de negociación, formada principalmente por los empréstitos de obligaciones y los activos financieros derivados.

La principal ventaja de estos modelos es que permiten determinar el valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" de aquellos activos financieros en los que la entidad financiera no dispone de información empírica, tal y como es el caso de los activos en los que el impago es un suceso muy infrecuente, como, por ejemplo, los

[27] A este respecto véase Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (2006) párrafos 469 y 468, respectivamente.

emitidos por estados y grandes empresas que son clasificados en una categoría crediticia perteneciente al grado de inversión.

Los principales inconvenientes de dichos modelos son los dos siguientes:

1. Se asume la hipótesis de que los mercados en los que se negocian los activos financieros son eficientes, lo cual no siempre es cierto.
2. Se asume la hipótesis de que el diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad de los activos financieros emitidos por el deudor y el de los activos libres de riesgo retribuye única y exclusivamente el riesgo de crédito, lo cual no es cierto, ya que en realidad este diferencial también retribuye otros riesgos financieros como, por ejemplo, el de liquidez, los cuales no son considerados en estos modelos.

   Incluso, aunque dicha hipótesis fuese cierta, estos modelos requieren asumir hipótesis adicionales con el fin de descomponer el diferencial en las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" y "pérdida en caso de impago".
3. Los resultados están basados en una medida de probabilidad neutral al riesgo, por lo que su obtención para una medida de probabilidad física o real requeriría la estimación de la prima de riesgo que exigen los inversores adversos al riesgo, lo cual puede resultar complejo.

3.3 VARIABLES EXPLICATIVAS

Las variables explicativas que se suelen utilizar en la determinación de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" pueden clasificarse en aquéllas que dependen de las características de la entidad financiera y las que están relacionadas con elementos ajenos a ésta.

A su vez, éstas últimas pueden clasificarse, en función del tipo de riesgo de crédito que representan, en los dos tipos siguientes:

1. Las que representan el riesgo idiosincrásico de la variable aleatoria, las cuales estan relacionadas con los dos elementos de los que depende el riesgo de crédito: el deudor y el activo financiero.
2. Las que representan el riesgo sistemático.

3.3.1 VARIABLES EXPLICATIVAS DEL RIESGO IDIOSINCRÁSICO

3.3.1.1 VARIABLES RELACIONADAS CON EL DEUDOR

Las principales variables explicativas de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" relacionadas con el deudor son las tres siguientes:

1. La composición de sus estructuras económica y financiera, pues están relacionadas con las recuperaciones que la entidad financiera percibe en los distintos procedimientos que puede utilizar en el proceso de recuperación.

   En el caso de que la entidad financiera opte por solicitar la quiebra del deudor, los bienes y derechos que forman su estructura económica, y que no están expresamente afectos a la devolución de ningún crédito, son liquidados con la finalidad de cumplir con las obligaciones derivadas de su estructura financiera.

   Los recursos financieros obtenidos de esta forma se destinan a pagar los créditos que componen los recursos ajenos del deudor en primer lugar, y, una vez devueltos los mismos, se cumple con las obligaciones derivadas de sus recursos propios, siguiendo el orden de prelación establecido en la legislación específica que sea aplicable[28].

   Por tanto, las recuperaciones que recibe la entidad financiera dependen de:

   a) La composición de la estructura económica del deudor, especialmente del valor de liquidación de sus bienes y derechos.

   b) La composición de la estructura financiera del deudor en general, y de su complejidad en particular, especialmente del número y de la cuantía de los créditos que preceden al activo financiero en el orden de prelación de los créditos del deudor.

   Por el contrario, si la entidad financiera opta por otro procedimiento de recuperación como, por ejemplo, la reestructuración del crédito o la suspensión de pagos del deudor, las recuperaciones que recibirá dependerán de la capacidad que tengan los elementos de la estructura económica de generar recursos y de la capacidad que tengan los elementos de la estructura financiera de no consumirlos.

   La mayoría de los trabajos empíricos sobre la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" emplean como variable explicativa la estructura económica del deudor, mientras que la estructura financiera se considera expresamente en el trabajo de Van

[28] Todo ello si se asume la hipótesis de cumplimiento de la regla de prioridad absoluta, que precisamente establece ese orden en el cumplimiento de las obligaciones derivadas de la estructura financiera del deudor.

de Castle y Keisman (1999), que utiliza como variables explicativas los recursos ajenos y los propios que quedan por debajo del crédito del acreedor.

2. La industria o el sector en el que el deudor desarrolla su actividad.

   Los principales trabajos empíricos que relacionan la industria o el sector en el que el deudor desarrolla su actividad con la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" son los de Altman y Kishore (1996), y Varma, Cantor y Hamilton (2003) –empréstitos de obligaciones-; los de Araten, Jacobs y Varshney (2004), y Grunert y Weber (2005) –préstamos bancarios-, y el de Carty, *et al.* (1998) y Grossman, Brennan y Vento (1997) (préstamos bancarios sindicados).

   Los argumentos empleados para justificar esta relación también son diversos.

   Con carácter general la industria o el sector influyen notablemente en el ambiente en el que el deudor desarrolla su actividad, así como en la composición de sus estructuras económica y financiera, que, como se ha expuesto en el punto anterior, también influyen en dicha variable aleatoria.

   En este sentido, y en el contexto de los empréstitos de obligaciones y de los métodos basados en la información que los mercados proporcionan de los activos financieros cuyos deudores se encuentran en el estado impago, Altman, Resti y Sironi (2001) argumentan que dicha relación se debe a la falta de liquidez en estos mercados producida por el incremento en el número de impagos en la industria o sector de actividad, el cual se debe, a su vez, al incremento del riesgo sistemático en dicha industria o sector.

   Dicha situación ocasiona en los mercados financieros un exceso en la oferta de activos financieros impagados que produce una disminución en su valor de mercado y, por consiguiente, un incremento en el valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago".

   Por su parte, Acharya, Bharath y Srinivasan (2004) argumentan que el valor de dicha variable aleatoria depende del estado del ciclo económico específico de la industria o el sector en el que el deudor desarrolla su actividad, esto es, del riesgo idiosincrásico de esta industria o sector.

3. El país y/o el área geográfica en la que el deudor desarrolla su actividad o tiene su sede social, variables que influyen en diversos aspectos del proceso de recuperación.

   En el supuesto de que el procedimiento de recuperación empleado por la entidad financiera sea el concurso de acreedores, ya sea quiebra o suspensión de pagos, el valor de la variable "pérdida en caso de impago" depende de los dos factores siguientes:

a) La legislación que sea aplicable, que depende, a su vez, del país en el que el deudor tenga su sede social.

b) La duración y el resultado del proceso judicial que, incluso dentro de un mismo país, puede depender, a su vez, de la zona geográfica en la que se desarrolle dicho procedimiento, tal y como documentan Grippa, Iannotti y Leandri (2005).

Por otra parte, independientemente del procedimiento de recuperación empleado por la entidad financiera y de la legislación específica que le sea aplicable, dichas variables explicativas influyen en los costes y las recuperaciones que se obtengan del proceso. Así, por ejemplo, las recuperaciones que se reciben en activos reales vienen dadas por su valor de liquidación conforme a los precios vigentes en los mercados de una determinada zona geográfica.

Los principales trabajos empíricos que relacionan la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" con el país y/o zona geográfica en el que el deudor desarrolla su actividad son los Hu y Perraudin (2002), y Varma, Cantor y Hamilton (2003) –empréstitos de obligaciones-, y el de Hurt y Felsovalyi (1998) (préstamos bancarios).

3.3.1.2 VARIABLES RELACIONADAS CON EL ACTIVO FINANCIERO

En cuanto a las variables explicativas de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" relacionadas con el activo financiero, las principales son las cinco siguientes:

1. El tipo de activo financiero.

   Las diferencias que la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" presenta en los distintos activos financieros expuestos al riesgo de crédito se ponen de manifiesto en la mayoría de los trabajos empíricos sobre esta variable aleatoria, muchos de los cuales se han citado más arriba.

   Dichos trabajos empíricos concluyen que, con carácter general, la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" presenta un valor mayor en los empréstitos de obligaciones que en los préstamos bancarios, ya sean sindicados o no.

2. El lugar que el activo financiero ocupa en el orden de prelación de los créditos del deudor (variable que en lengua inglesa recibe la denominación de *seniority*).

   La relación entre esta variable explicativa y la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" es evidente cuando el procedimiento de recuperación empleado por la entidad financiera es la quiebra y se lleva a cabo el proceso descrito más arriba (punto 1 del epígrafe 3.3.1.1).

Según esta relación, cuanto mayor preferencia tenga el activo financiero en el orden de prelación de los créditos del deudor mayor será la probabilidad de que sea devuelto cuando se liquiden los bienes y derechos del deudor. Dicha relación se deduce de los modelos teóricos basados en el valor de los activos de la empresa deudora y se observa en numerosos estudios empíricos, muchos de los cuales se citan en el párrafo siguiente.

Los principales trabajos empíricos en los que se pone de manifiesto la relación entre dicha variable explicativa y la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" son los de Altman y Eberhart (1994), Altman y Kishore (1996), Hu y Perraudin (2002), y Varma, Cantor y Hamilton (2003) –empréstitos de obligaciones-, y el de Carty *et al*. (1998) (préstamos sindicados).

3. La utilización de instrumentos de gestión del riesgo de crédito que reducen directamente el valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago".

   La entidad financiera puede influir directamente en dicha variable aleatoria incluyendo en el activo financiero las cláusulas siguientes:

   a) Aquéllas en las que se establecen los activos reales o financieros del deudor que, con carácter específico o general, están afectos a la devolución del crédito, los cuales reciben denominación de "colateral" en la literatura especializada.

      Los principales trabajos empíricos en los que se pone de manifiesto la relación entre el colateral y la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" son los de Eales y Bosworth (1998), Van de Castle y Keisman (1999), Carvalho y Dermine (2003), Araten, Jacobs y Varshney (2004), y Grunert y Weber (2005) –préstamos bancarios-, y el de Carty *et al*. (1998) (préstamos sindicados).

   b) Aquéllas en las que se establece que, en caso de impago del deudor, la entidad financiera tiene la facultad de compensar el activo financiero impagado con aquellos créditos que tiene con el deudor y cuyo saldo financiero sea a favor de éste.

      Dichas cláusulas reciben la denominación en la literatura especializada de "cláusulas de compensación en caso de impago" –cláusulas de *netting* en lengua inglesa-, siendo frecuentes en los activos financieros derivados que se negocian en mercados no organizados.

4. La utilización de instrumentos de gestión del riesgo de crédito que reducen indirectamente el valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago".

   La entidad financiera puede influir indirectamente en esta variable aleatoria incluyendo en el activo financiero las cláusulas siguientes:

a) Las cláusulas cuya finalidad es avisar del incremento del riesgo de crédito del deudor por medio de una serie de señales de alerta temprana.

b) Las cláusulas que limitan el valor de la variable "exposición al riesgo de crédito" ante el incremento del riesgo de impago del deudor, con la finalidad de reducir el valor de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito"

5. La utilización de instrumentos de gestión del riesgo de crédito que lo transfieren a un tercero.

   Estos instrumentos pueden ser exigidos por la entidad financiera para conceder el crédito, como es el caso de los avales bancarios o personales y los seguros, o pueden ser adquiridos por la entidad financiera con posterioridad a la concesión del crédito, como es el caso de los activos financieros derivados en los que el activo subyacente es un crédito.

3.3.2 VARIABLES EXPLICATIVAS DEL RIESGO SISTEMÁTICO

Respecto a la relación entre el riesgo sistemático y la variable aleatoria "pérdida en caso de impago", se estudia en numerosos trabajos empíricos y teóricos que ponen de manifiesto que es inversa, de forma que cuando el estado del ciclo económico es de expansión el valor de esta variable aleatoria disminuye y viceversa.

Los trabajos teóricos que estudian esta relación emplean principalmente los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora, los cuales se han expuesto más arriba.

En cuanto a los trabajos empíricos que estudian dicha relación, analizan y representan el riesgo sistemático empleando diversos métodos y variables explicativas, siendo las más frecuentes el producto interior bruto, el tanto de interés de los activos financieros libres de riesgo, la tasa de inflación y la probabilidad de impago del deudor.

Los principales trabajos de este tipo son el de Altman, Resti y Sironi (2001) –empréstitos de obligaciones- y los de Araten, Jacobs y Varshney (2004), y Grunert y Weber (2005) –préstamos bancarios-, además de los trabajos que se mencionan a continuación.

El trabajo empírico de Frye (2003) estudia la relación entre el riesgo sistemático y la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" en los activos financieros clasificados en categorías crediticias que pertenecen a distinto grado, demostrando que esta relación es mayor en el grado de inversión que en el de especulación.

Por tanto, los inversores que desean limitar su exposición al riesgo de crédito invirtiendo en activos financieros clasificados en alguna de las categorías crediticias que

pertenecen al grado de inversión deben considerar esta carácterística, ya que, si bien es cierto que en estos activos el valor medio de dicha variable aleatoria es menor que en los activos clasificados en alguna de las categorías crediticias que pertenecen al grado de especulación, también es cierto que presentan una mayor exposición al riesgo sistemático.

Otros trabajos empíricos, entre los que destaca el de Carey y Gordy (2003), estudian los factores que representan el riesgo sistemático de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" y "pérdida en caso de impago", llegando a la conclusión de que, si bien hay unos factores que son comunes a ambas variables aleatorias, también hay otros que son específicos de cada una de ellas, característica contemplada en los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora en los que se consideran dos factores de riesgo sistemático, uno para la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" y otro para la "pérdida en caso de impago", los cuales se han expuesto más arriba.

3.3.3 VARIABLES EXPLICATIVAS QUE DEPENDEN DE ENTIDAD FINANCIERA

En lo que se refiere a las variables explicativas que dependen de las características de la entidad financiera, Grippa, Iannotti y Leandri (2005) señalan que es necesario considerar su efecto en la variable aleatoria "pérdida en caso de impago".

No obstante, la mayoría de los trabajos empíricos sobre esta variable aleatoria no consideran dicho efecto porque se realizan con los datos que proporcionan las agencias de clasificación crediticia o la entidad financiera, los cuales se caracterizan por carecer de este tipo de información, bien porque no tienen acceso a la misma o bien porque no suelen registrarla.

Las principales variables explicativas de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" relacionadas con el acreedor son las tres siguientes:

1. La gestión de la actividad financiera que realice la entidad; en concreto, la estrategia empresarial que lleve a cabo, así como la capacidad de supervisión y el poder de negociación que tenga respecto del deudor.
2. Las características del sistema de medición del riesgo de crédito que emplee la entidad financiera en general, y las definiciones de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" y del suceso impago en particular.
3. El procedimiento de recuperación empleado por la entidad financiera y la gestión del proceso que lleve a cabo, los cuales influyen en la duración y el resultado de dicho proceso.

1. INTRODUCCIÓN

Los métodos y modelos de medición del riesgo de crédito de los activos financieros se caracterizan por no considerar la dependencia entre las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, de forma que no tienen en cuenta los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad.

La finalidad que dichos métodos y modelos tiene para la entidad financiera es la construcción de un sistema de clasificación crediticia interno que le permita clasificar los activos financieros y los deudores en función de la exposición al riesgo de crédito que conllevan para la empresa, y la determinación de la distribución de probabilidad de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito inherente a los mismos. No obstante, los métodos y modelos que se exponen en el presente capítulo se utilizan en la determinación de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", aunque también pueden emplearse para determinar la distribución de probabilidad del resto de las variables fundamentales en la medición de dicho riesgo.

Los principales métodos y modelos de medición del riesgo de crédito de los activos financieros pueden clasificarse en función de su naturaleza en los tres siguientes:

1. Los métodos basados en el factor humano.
2. Los modelos estadísticos.
3. Los modelos de aprendizaje de máquinas.

Los trabajos en los que se lleva a cabo una revisión de estos métodos y modelos, así como de algunos otros menos utilizados en la medición del riesgo de crédito, son numerosos, pudiendo destacarse los de Chesser (1974), Scott (1981), Collins y Green (1982), Dambolena (1983), Zavgren (1983), Altman (1984), Taffler (1984), Whittred y Zimmer (1985), Jones (1987), Keasy y Watson (1991), Rosenberg y Gleit (1994), Dimitras, Zanakis y Zopounidis (1996), Eisenbeis (1996), Altman y Narayanan (1997), Altman y Saunders (1998), Laitinen y Kankaanpää (1999), Galindo y Tamayo (2000), Westgaard y van der Wijst (2001), Daubie y Meskens (2002) Balcaen y Ooghe (2004a), Balcaen y Ooghe (2004b), Allen, DeLong y Saunders (2004).

2. MÉTODOS BASADOS EN EL FACTOR HUMANO

Los métodos basados en el factor humano pueden clasificarse, a su vez, en los métodos basados únicamente en el factor humano y los basados en este factor y en normas.

2.1. MÉTODOS BASADOS ÚNICAMENTE EN EL FACTOR HUMANO

Los métodos basados únicamente en el factor humano son los empleados tradicionalmente por las entidades bancarias, siendo utilizados posteriormente por otras entidades financieras

En dichos métodos, un empleado o grupo de empleados de la entidad financiera analiza un conjunto de variables explicativas de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito y las ponderan en función de su criterio personal con la finalidad de medir el riesgo de crédito del deudor, del activo financiero o de ambos.

Dichos empleados han demostrado, a lo largo de su carrera profesional, poseer las habilidades y la experiencia necesarias para medir el riesgo de crédito de determinados activos financieros y/o deudores, por lo que son considerados expertos en la materia. Asimismo, sus mediciones reflejan las normas, los límites no escritos y la cultura empresarial de la entidad financiera.

Las variables explicativas que emplean dichos expertos son las mismas que se han expuesto en el tercer capítulo. Sin embargo, en el argot y la literatura especializada empleada en los métodos basados en el factor humano, estas variables suelen agruparse en cinco categorías que reciben la denominación de las cinco "Cs" del crédito[1] y que son las siguientes:

1. Capital, que agrupa aquellas variables explicativas, fundamentalmente de tipo cuantitativo, que determinan la situación patrimonial del deudor.
2. Capacidad, que comprende el conjunto de variables explicativas, fundamentalmente de tipo cuantitativo, que determinan los recursos financieros que el deudor es capaz de generar periódicamente, así como su dispersión.
3. Carácter, que agrupa aquellas variables explicativas, principalmente de tipo cualitativo, que determinan la disposición del deudor a cumplir con sus obligaciones.
4. Colateral, que engloba el conjunto de variables explicativas relacionadas con la variable aleatoria "pérdida en caso de impago".
5. Ciclo, que comprende el conjunto de variables explicativas relacionadas con la influencia del estado del ciclo económico en las variables fundamentales en la medición de riesgo de crédito.

[1] Estas variables explicativas también pueden agruparse en tres categorías –carácter, capacidad y colateral-, en cuyo caso se hace referencia a las tres "Cs" del crédito.

Una vez que el experto o los expertos han emitido sus opiniones, la autorización o denegación definitiva del crédito la realiza la persona designada por la entidad financiera para tomar ese tipo de decisiones, la cual puede coincidir con alguno de los expertos, pero en todo caso, el puesto que ocupará en el organigrama de la entidad financiera será mayor cuanto mayor sea el riesgo de crédito al que la entidad queda expuesta en la operación.

Además, las entidades financieras suelen tener departamentos cuya finalidad es el control y la supervisión de los métodos basados en el factor humano, los cuales garantizan que el riesgo de crédito al que dichas entidades quedan expuestas está dentro de sus normas y límites, y que no se producen conflictos de interés entre la concesión de créditos y su cultura empresarial.

2.2. MÉTODOS BASADOS EN EL FACTOR HUMANO Y EN NORMAS

Los métodos de medición del riesgo de crédito basados en el factor humano y en normas son aquéllos en los que la entidad financiera determina el proceso que deben llevar a cabo sus empleados para medir el riesgo de crédito de los activos financieros y de los deudores, estableciendo un conjunto de principios, normas, formularios e instrumentos que éstos deben utilizar con tal fin.

Dichos métodos son más objetivos que los basados únicamente en el factor humano. No obstante, ambos son intensivos en este factor, por lo que suelen presentar los mismos inconvenientes, los cuales son, principalmente, los cinco siguientes:

1. La medición del riesgo de crédito es heterogénea, ya que depende de factores personales del empleado que son ajenos al activo financiero y al deudor, tales como, por ejemplo, el estado anímico y los posibles perjuicios del empleado, o los factores ambientales del lugar en el que se realice la medición del riesgo de crédito.
2. El departamento de medición del riesgo de crédito no controla directamente los métodos basados en el factor humano, lo que dificulta el control y la supervisión, así como la realización de modificaciones.
3. Estos métodos no pueden informatizarse, por lo que el coste, el tiempo y el trabajo que requieren, así como la posibilidad de comisión de errores, son mayores que en el resto de los métodos y modelos de medición del riesgo de crédito.

   La capacidad de medición del riesgo de crédito de los empleados de la entidad financiera es limitada y se adquiere por medio de un proceso de aprendizaje que habitualmente suele ser largo, lo que exige de la entidad un doble proceso de

planificación: el del volumen de créditos y el del personal necesario para medir su riesgo.

4. El proceso de aprendizaje del personal cualificado fomenta un mayor grado de concentración en la cartera, ya que este personal se especializa en la medición del riesgo de crédito de uno o más tipos de activos financieros o deudores.

   Dicha especialización presenta la ventaja de una mayor exactitud en la medición del riesgo de crédito, pero también tiene el inconveniente de que incrementa el grado de concentración de la cartera, ya que el personal prefiere medir el riesgo de crédito de aquellos activos financieros en los que consideran que tienen más habilidades y experiencia.

Los principales trabajos sobre métodos de medición del riesgo de crédito basados en el factor humano, ya sean basados únicamente en el factor humano o en dicho factor y en normas, son los de Libby (1975), Kida (1980), Zimmer (1980), Casey (1983), Houston (1984), Houghton y Sengupta (1984), Chalos (1985) y Somerville y Taffler (1995).

3. MODELOS ESTADÍSTICOS

Los modelos estadísticos pueden clasificarse en univariantes y multivariantes, en función del número de variables explicativas que se emplean simultáneamente en la medición del riesgo de crédito.

3.1. MODELOS ESTADÍSTICOS UNIVARIANTES

Los primeros modelos estadísticos utilizados en la medición del riesgo de crédito de las empresas fueron los modelos univariantes.

Se trata de modelos caracterizados porque en cada momento se emplea una única variable independiente[2], lo cual no significa que el riesgo de crédito se mida empleando una sola variable, sino que, en el caso de que se utilicen dos o más variables, la medición se realizaría de forma secuencial, es decir, midiendo el riesgo por medio de las diferentes variables independientes en primer lugar y, a continuación, agregando los

[2] En adelante se utilizan indistintamente los términos variable explicativa y variable independiente, por un lado, y los términos variable fundamental en la medición del riesgo de crédito y variable dependiente, por otro.

resultados obtenidos en cada una de ellas por medio de un determinado método, el cual proporciona una medida global del riesgo de crédito[3].

Los primeros trabajos en los que se emplean modelos estadísticos univariantes en la medición del riesgo de crédito de las empresas utilizan como variables independientes los ratios financieros, destacando los de Ramster y Foster (1931), Fitzpatrick (1932), Winakor y Smith (1935) y Merwin (1942). Estos trabajos fueron ampliados posteriormente por Beaver (1967, 1968) y Lev (1968, 1974).

La principal ventaja que presentan estos modelos es su sencillez, mientras que sus principales inconvenientes son los siguientes:

1. El riesgo de crédito es un fenómeno complejo y multidimensional, que depende de numerosas variables explicativas, por lo que no puede representarse con exactitud empleando una sola variable.

2. La medición del riesgo de crédito por medio de modelos estadísticos univariantes y dos o más variables independientes requiere que ésta sea secuencial, lo que supone un conflicto cuando dos o más variables proporcionan resultados contrapuestos.

   En este caso es necesario determinar las variables independientes que se utilizan y las que se descartan.

Las principal consecuencia de estos inconvenientes es que los métodos estadísticos univariantes han tenido una escasa aplicación en la medición del riesgo de crédito, que se realiza fundamentalmente por medio de modelos multivariantes –ya sean estadísticos o no-, los cuales carecen de estos inconvenientes.

No obstante, los modelos estadísticos univariantes se utilizan ampliamente en la selección de las variables explicativas, ya que la capacidad explicativa univariante es un requisito para la multivariante.

Los principales trabajos en los que se emplean modelos estadísticos univariantes en la selección de las variables explicativas del riesgo de crédito y que, posteriormente, utilizan modelos multivariantes en su medición son los de Deakin (1972), Elam (1975), Casey y Bartzack (1984), Laitinen (1992) y Pompe y Bilderbeck (2004).

[3] Respecto a los métodos que pueden utilizarse en los modelos univariantes para agregar el resultado que proporcionan las distintas variables independientes y obtener una medida global de medición del riesgo de crédito, véase, por ejemplo, Tamari (1964).

3.1.1. ANÁLISIS DE TENDENCIAS

Los primeros trabajos en los que se mide el riesgo de crédito de las empresas y se utilizan modelos estadísticos univariantes son descriptivos, limitándose a analizar la evolución de los ratios financieros utilizados durante un determinado periodo, con la finalidad de determinar si existen diferencias entre las empresas solventes e insolventes, es decir, si existen diferencias entre las empresas deudoras en los que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presenta los valores pago e impago, respectivamente[4].

La principal conclusión que se obtiene en estos trabajos es que los ratios financieros presentan un valor en las empresas solventes distinto del que presentan en las empresas insolventes, diferencia que es mayor cuanto más avanzado se encuentra el proceso de fracaso empresarial o más próximo se encuentra el suceso impago.

3.1.2. ANÁLISIS DE RATIOS FINANCIEROS

El análisis de ratios financieros es uno de los modelos más utilizados en la medición del riesgo de crédito de las empresas y consiste en comparar el valor que un determinado ratio presenta en la empresa con el que tiene en una muestra o población de empresas, de forma que si es mayor –o menor, dependiendo del ratio financiero de que se trate- la empresa se clasifica como solvente (y en caso contrario como insolvente, lógicamente).

Los ratios utilizados pueden ser una serie temporal de los ratios financieros de la empresa, o una muestra o población transversal de los ratios de un conjunto de empresas, las cuales suelen ser de la misma industria o sector que la empresa objeto de análisis.

Las hipótesis asumidas, las limitaciones y los usos de los ratios financieros como modelo de medición del riesgo de crédito son analizados en el trabajo de Whittington (1980), pp. 222-226.

Las principales conclusiones que se obtienen en este trabajo son las siguientes:

1. La relación de proporcionalidad entre las variables que componen el denominador y el numerador del ratio financiero supone asumir las hipótesis de que entre ambos conjuntos de variables existe una relación lineal y de que la ordenada en el origen de esta relación es cero.

[4] El trabajo de Elam (1975) realiza una revisión de todos estos trabajos.

Además, este autor demuestra que un ratio financiero es similar a una regresión lineal univariante estimada por el método de los mínimos cuadrados ordinarios, en la que el término constante es cero.

2. El cociente entre los valores medios que presentan en la muestra o población el numerador y el denominador del ratio financiero permite obtener la pendiente de la recta de regresión del modelo lineal, lo que simplifica los cálculos.

A ese respecto, McDonalds y Morris (1984) llevan a cabo un trabajo empírico en el que comparan el modelo de regresión lineal general con el de los ratios financieros, empleando en cada modelo dos muestras transversales de empresas: una compuesta por empresas de la misma industria o sector y otra formada por empresas pertenecientes a industrias o sectores distintos.

Los resultados del trabajo indican que la capacidad de clasificación del modelo de regresión lineal de los ratios en la primera muestra es superior a la del modelo de regresión lineal general, lo que confirma la validez de los ratios financieros como modelo de medición del riesgo de crédito, al menos en empresas de la misma industria o sector.

La principal ventaja del análisis de ratios financieros es su simplicidad, mientras que sus principales inconvenientes son que no permite determinar los ratios financieros que son más adecuados para la medición del riesgo de crédito ni la validez de la clasificación o predicción obtenida con su uso.

El primer trabajo en el que se determinan cuáles son los ratios financieros más adecuados para la medición del riesgo de crédito es el de Beaver (1966), en el que se determinan estos ratios empleando el test de clasificación dicotómica y el análisis de los ratios de probabilidad.

3.1.3. TEST DE CLASIFICACIÓN DICOTÓMICA

El test de clasificación dicotómica es un método que permite clasificar las observaciones de una muestra o población en dos grupos, para lo cual se procede de la forma siguiente:

1. Se divide la muestra o población en dos o más muestras: una de estimación y una o más de comprobación.
2. Se disponen los elementos de la muestra de estimación en una matriz.

En las filas de esta matriz se disponen los diversos elementos de la muestra y en sus columnas se disponen los valores que presentan las variables explicativas en cada cada uno de ellos.

3. Se ordenan los elementos de la matriz de forma creciente o decreciente utilizando como criterio el valor de la variable explicativa que se desea emplear para la clasificación (en el caso de la medición del riesgo de crédito, el valor de un ratio financiero).

4. Se examina visualmente la tabla y se determina el umbral o punto de corte que minimiza los errores de tipo I y II[5].

5. Se clasifican los elementos de la muestra o muestras de comprobación.

   En función de la variable explicativa, se clasifican como solventes –insolventes- las empresas en las que el valor del ratio financiero es mayor o igual –menor- que el umbral o punto de corte y viceversa[6].

6. Se determina el porcentaje de errores cometidos en la muestra de comprobación. Si este porcentaje es mayor que el prefijado se modifica el punto de corte y se repiten los pasos quinto y sexto.

Las principales ventajas del test de clasificación dicotómica son las dos siguientes: su sencillez y que el análisis de los errores de clasificación por medio de tablas de contingencia permite determinar cuáles son los ratios financieros más adecuados para la medición del riesgo de crédito.

En cuanto a los inconvenientes, los principales son los dos siguientes:

1. La dificultad que conlleva la determinación del punto de corte óptimo, ya que se obtiene clasificando a posteriori una muestra de empresas expuestas al riesgo de crédito, no considera la proporción de empresas solventes e insolventes en la muestra o población, ni el coste de los errores de tipo I y II.

   En la literatura especializada se proponen diversas soluciones para solventar el inconveniente que supone emplear una muestra a posteriori.

   Así, Beaver (1966) propone dividir la muestra de empresas en dos partes, una denominada submuestra 1 y otra denominada submuestra 2, obtener el punto de

[5] El error de tipo I se comete cuando se clasifica como solvente una empresa que resulta insolvente, mientras que el error de tipo II se comete cuando se clasifica como insolvente una empresa solvente.
[6] En adelante, por sencillez, sólo se utiliza el término punto de corte.

corte óptimo para cada una de ellas y aplicar el punto de corte de la submuestra 1 para clasificar la submuestra 2 y viceversa.

Por su parte, Pompe y Bilderbeek (2004) proponen un método más sofisticado.

2. Carece de métodos y medidas de validación.

   No obstante, la diferencia entre los diferentes valores del punto de corte y del ratio financiero puede utilizarse como indicador del grado de validez de la clasificación.

3.1.4. ANÁLISIS DE LOS RATIOS DE PROBABILIDAD

El análisis de los ratios de probabilidad es un modelo empleado por Beaver (1966) con el fin de contrastar los resultados que proporciona el test de clasificación dicotómica.

Dicho análisis proporciona una medida que relaciona el suceso impago con el valor de un determinado ratio financiero, la cual no es otra que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor, condicionado al ratio financiero".

La probabilidad asociada a esta variable aleatoria se obtiene por medio del teorema de la probabilidad condicionada, siendo:

$$P\left(X = x_i / R = r_j\right) = \frac{P\left(X = x_i ; R = r_j\right)}{P\left(R = r_j\right)} = \frac{P\left(X = x_i\right) \cdot P\left(R = r_j / X = x_i\right)}{P\left(R = r_j\right)} \qquad (4.1)$$

Donde:

- $P\left(X = x_i / R = r_j\right)$ es la probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor, condicionada al ratio financiero".
- $P\left(X = x_i ; R = r_j\right)$ es la probabilidad conjunta de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" y "ratio financiero".
- $P\left(R = r_j\right)$ es la probabilidad marginal de la variable aleatoria "ratio financiero".
- $P\left(X = x_i\right)$ es la probabilidad marginal de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", la cual presenta el valor cero cuando el estado del deudor es el pago y uno cuando es el impago.
- $P\left(R = r_j / X = x_i\right)$ es la probabilidad de la variable aleatoria "ratio financiero, condicionado al estado en el que se encuentra el deudor".

Todas estas probabilidades pueden obtenerse representando la muestra de empresas en dos histogramas: uno para las empresas en las que se produce el suceso pago y otro para aquéllas en las que se produce el impago.

En el eje de abcisas de estos histogramas se representa los valores de un determinado ratio financiero y en el de ordenadas las frecuencias relativas de aquellas empresas cuyo ratio financiero presentan estos valores.

La probabilidad de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente el valor pago –o el impago- puede estimarse observando el histograma de las empresas en las que se ha producido el suceso pago (o el impago). Asimismo, la probabilidad de que la variable aleatoria "ratio financiero, condicionado al estado en el que se encuentra el deudor" presente un determinado valor puede estimarse observando el valor de este ratio financiero en el histograma de las empresas en las que se ha producido el suceso pago (o impago).

A partir de estas probabilidades se definen los ratios siguientes:

$$\text{Ratio a priori} = \frac{P(X=1)}{P(X=0)} \qquad (4.2)$$

$$\text{Ratio de probabilidad} = \frac{P(R=r_j / X=1)}{P(R=r_j / X=0)}$$

$$\text{Ratio a posteriori} = \frac{P(X=1/R=r_j)}{P(X=0/R=r_j)}$$

Todos estos ratios se relacionan por medio de la expresión siguiente:

$$\text{Ratio a priori} \times \text{Ratio de probabilidad} = \text{Ratio a posteriori} \qquad (4.3)$$

En el trabajo de Beaver se utiliza una muestra emparejada, es decir, una muestra en la que por cada empresa en la que se produce el suceso impago se selecciona otra en la que se produce el suceso pago de características similares (a ser posible que pertenezca a la misma industria o sector y que tenga el mismo tamaño).

Las distribuciones de probabilidad de la muestra o población original y de la muestra emparejada difieren, siendo la de esta última:

Tabla 4.1: *Distribución de probabilidad de una muestra emparejada*

x_i	$P(X = x_i)$
0	0,5
1	0,5

Como puede observarse en las expresiones (4.2) y (4.3), esta circunstancia afecta a los ratios a priori y a posteriori, pero no al de probabilidad, por lo que dicho autor mide el riesgo de crédito utilizando este último ratio.

Estos ratios tienen la siguiente interpretación:

- Los valores de los ratios de probabilidad inferiores a la unidad conllevan que la probabilidad de que la variable aleatoria "ratio financiero, condicionado al estado en el que se encuentra el deudor" presente el valor impago es menor que la probabilidad de que presente el valor pago, indicando la solvencia de la empresa y viceversa.
- Los valores de los ratios a posteriori inferiores a la unidad suponen que la probabilidad de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor, condicionado al ratio financiero" presente el valor impago es menor que la probabilidad de que presente el valor pago, indicando la solvencia de la empresa y viceversa.

Como puede observarse, en este último ratio la variable condicionada es una de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito y la condicionante es la única información que se conoce a priori con certeza. Asimismo el ratio de probabilidad está directamente relacionado con el ratio a posteriori, por lo que determinando el primero puede obtenerse el segundo.

3.1.5. MEDIDAS DE DESCOMPOSICIÓN DEL BALANCE DE SITUACIÓN

El análisis de descomposición es un modelo que permite descomponer un elemento en las partes que lo forman, determinando si se producen variaciones en estas partes, su tamaño y las causas que las provocan.

La aplicación del análisis de descomposición a la medición del riesgo de crédito de las empresas se lleva a cabo fundamentalmente en los trabajos de Lev (1968, 1974), en los que este autor aplica este modelo a los balances de situación de las empresas deudoras, obteniendo un conjunto de medidas que denomina medidas de descomposición del balance de situación. Dicho autor también menciona la posibilidad de aplicar dicho

modelo a otros estados económico-financieros tales como, por ejemplo, la cuenta de pérdidas y ganancias y el estado de origen y aplicación de fondos.

La información que utiliza el análisis de descomposición es una serie temporal o una muestra o población transversal de los balances de situación de un conjunto de empresas pertenecientes a la misma industria o sector.

La descomposición más simple que puede realizarse en el caso de una serie temporal de los balances de situación de una empresa, es descomponer estos balances en las estructuras económica y financiera, dividendo cada una en las masas patrimoniales de circulante y fijo.

Las medidas de descomposición del balance de situación que se obtienen procediendo de esta forma son las dos siguientes:

1. La medida de descomposición de la estructura económica:

$$I_a = \sum_{i=1}^{2} q_i \cdot \ln \cdot \frac{q_i}{p_i}, \quad i = 1,\ 2 \tag{4.4}$$

   Expresión en la que:

   - I_a es la medida de descomposición de la estructura económica.
   - q_i es el porcentaje que supone la masa patrimonial *i*-ésima de la estructura económica en el balance de situación del año $X+1$.

     Donde el subíndice *i* presenta el valor uno cuando la masa patrimonial es el circulante y el dos cuando es el fijo.
   - p_i es el porcentaje que supone la masa patriomonial *i*-ésima de la estructura económica en el balance de situación del año X.

2. La medida de descomposición de la estructura financiera:

$$I_p = \sum_{i=1}^{2} q_i \cdot \ln \cdot \frac{q_i}{p_i}, \quad i = 1,\ 2 \tag{4.5}$$

   Siendo I_p la medida de descomposición de la estructura financiera.

Ambas medidas de descomposición pueden generalizarse fácilmente descomponiendo las estructuras económica y financiera en tres o más masas patrimoniales con sólo cambiar el límite superior de los respectivos sumatorios.

Las masas patrimoniales del balance de situación de un determinado año, expresadas en porcentaje, pueden representarse por medio de la siguiente tabla de doble entrada:

Tabla 4.2: *Medidas de descomposición del balance de situación de una empresa*

	Activo $(j=1)$	Pasivo $(j=2)$	Total
Circulante $(i=1)$	p_{11}	p_{12}	$p_{1.}$
Fijo $(i=2)$	p_{21}	p_{22}	$p_{2.}$
Total	$p_{.1}=\frac{1}{2}$	$p_{.2}=\frac{1}{2}$	$p_{..}=1$

Tabla en la que el subíndice *j* se utiliza para designar las estructuras económica ($j=1$) y financiera ($j=2$) del balance de situación.

La medida total de descomposición del balance de situación se define a partir de las dos medidas anteriores, siendo la siguiente[7]:

$$I_b = I_a + I_p = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} q_{ij} \cdot \ln \frac{q_{ij}}{p_{ij}} \qquad (4.6)$$

Donde:

- I_b es la medida total de descomposición del balance de situación.
- q_{ij} es el porcentaje que supone la masa patrimonial *i*-ésima de la estructura *j*-ésima en el balance de situación del año $X+1$.
- p_{ij} es el porcentaje que supone la masa patrimonial *i*-ésima de la estructura *j*-ésima en el balance de situación del año X .

Operando en la expresión (4.6) se obtiene la siguiente:

$$I_b = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} 2q_{i1} \cdot \ln \frac{2q_{ij}}{2p_{ij}} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} 2q_{i2} \cdot \ln \frac{2q_{i2}}{2p_{i2}} \qquad (4.7)$$

Como puede observarse en esta última expresión, la medida total de descomposición del balance de situación es una medida aritmética ponderada de las medidas de descomposición de cada una de las masas patrimoniales componen el balance de situación.

[7] Lev multiplica el valor del balance de situación por dos con la finalidad de que la medida total de descomposición del balance de situación presente el valor cero cuando no se haya producido ninguna variación en las masas patrimoniales.

Esta medida de descomposición puede tomar los dos valores siguientes:

1. $I_b = 0$, si $q_{ij} = p_{ij}$, $\quad i = 1,\ 2$, $\quad j = 1,\ 2$

   En cuyo caso no se produce ninguna variación en las masas patrimoniales de los balances de situación considerados en el análisis.

2. $I_b \neq 0$, si $q_{ij} \neq p_{ij}$, $\quad i = 1,\ 2$, $\quad j = 1,\ 2$

   En este supuesto se producen variaciones en las masas patrimoniales de estos balances.

   La inspección de los sumandos que componen la expresión (4.7) permite identificar las masas patrimoniales en las que se han producido variaciones y su estudio las causas que las han provocado.

El análisis de descomposición también puede llevarse a cabo con una muestra o población transversal de los balances de situación de un conjunto de empresas que pertenecen a una misma industria o sector, en cuyo caso la medida total de descomposición del balance de situación viene dada por una expresión similar a la (4.7), teniendo la misma interpretación.

Las principales ventajas de la medida total de descomposición de balance son las dos siguientes:

1. Cumple la propiedad aditiva, lo que permite obtenerla a partir de las medidas de descomposición de las distintas masas patrimoniales que forman el balance de situación de la empresa.
2. No requiere asumir hipótesis sobre cuáles son las variables explicativas y cómo se relacionan.

El principal inconveniente de la medida total de descomposición del balance es que indica si se ha producido o no variación y su tamaño, pero no indica ni su dirección ni sus causas.

Así, por ejemplo, si se produce una variación en el activo circulante, la medida de descomposición del balance lo indica, cuantificando su tamaño, pero no señala si es un incremento o un decremento y mucho menos sus causas.

La medida de descomposición total del balance de situación puede utilizarse como modelo de medición del riesgo de crédito y, además, como variable explicativa[8].

[8] Respecto a la utilización de dicha medida como variable explicativa, véase, por ejemplo, los trabajos de Moyer (1977), y Barniv y Raveh (1989).

3.2. MODELOS ESTADÍSTICOS MULTIVARIANTES

Los modelos estadísticos multivariantes se caracterizan porque emplean de forma simultánea dos o más variables explicativas en la medición del riesgo de crédito.

Los principales modelos estadísticos multivariantes empleados en la medición del riesgo de crédito son el análisis discriminante, los modelos de regresión y los de supervivencia.

3.2.1. ANÁLISIS DISCRIMINANTE

3.2.1.1. CONCEPTO, TIPOS Y REGLAS DE CLASIFICACIÓN

El análisis discriminante múltiple es un modelo estadístico multivariante que permite clasificar los elementos de una muestra o población en dos o más grupos mediante la utilización de una serie de reglas de clasificación.

No obstante, con el fin de simplificar la exposición, en el presente trabajo sólo se considera el supuesto de dos grupos, los formados por aquellas empresas deudoras en las que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presenta los valores pago e impago, respectivamente.

Los modelos de análisis discriminante pueden clasificarse en función de su naturaleza en los tipos siguientes:

1. El análisis discriminante paramétrico, en el que las reglas de clasificación son paramétricas.

   Atendiendo a la naturaleza de estas reglas se distingue, a su vez, entre:

   a) Análisis discriminante lineal.

   b) Análisis discriminante cuadrático.

   Ambos modelos se exponen más abajo.

2. El análisis discriminante no paramétrico, en el que las reglas de clasificación son no paramétricas.

   La exposición de estos modelos excede los límites del presente trabajo.

Los modelos de análisis discriminante paramétrico asumen una serie de hipótesis sobre los elementos de la muestra o población entre las que destacan las tres siguientes:

1. Los elementos se clasifican en dos grupos que se conocen a priori. Estos grupos se caracterizan por ser discretos, identificables y mutuamente excluyentes entre sí.
2. Los elementos de cada grupo están definidos por una serie de características, las cuales se representan por *k* variables aleatorias.
3. La función de distribución de las *k* variables aleatorias condicionada a que estos elementos pertenezcan a uno de los grupos es elíptica[9].

El análisis discriminante múltiple lineal divide el espacio muestral o poblacional en dos grupos de elementos por medio de una regla de clasificación lineal que puede obtenerse mediante dos planteamientos distintos que, si se asumen una serie de hipótesis, proporcionan el mismo resultado.

El primer planteamiento consiste en determinar la regla de clasificación que maximiza la distancia entre los elementos que componen los grupos establecidos a priori, empleando como unidad de medida el cociente entre la media aritmética de los elementos que componen cada uno de los grupos y su desviación típica.

Este planteamiento no se expone porque la variedad de las reglas de clasificación que proporciona es menor que el planteamiento que se expone a continuación.

El segundo planteamiento consiste en determinar la regla de clasificación que permite minimizar el coste medio esperado asociado a los errores de clasificación de la muestra o población, el cual viene dado por la expresión siguiente (en notación matricial):

$$E(C) = \int_{\mathbf{x}_i \in G_1} c(g_1/g_2) \cdot P(g_2 \cap \mathbf{x}_i) \cdot d\mathbf{x}_i + \int_{\mathbf{x}_i \in G_2} c(g_2/g_1) \cdot P(g_1 \cap \mathbf{x}_i) \cdot d\mathbf{x}_i \qquad (4.8)$$

Expresión en la que:

- $E(C)$ es el coste medio esperado asociado a los errores de clasificación.
- $\mathbf{x}_i$ es un vector $(1 \times k)$ con las variables explicativas que definen los elementos de la muestra o población.
- $c(g_h/g_j)$ es el coste que conlleva clasificar en el grupo *h*-ésimo un elemento que pertenece al grupo *j*-ésimo.

[9] Las funciones de distribución elípticas son aquéllas que quedan totalmente definidas por el vector de la esperanza matemática y la matriz de varianzas-covarianzas.
La función de distribución elíptica más importante en la teoría es la normal multivariante. Aunque no es la única, esta función de distribución también es la más utilizada en la práctica, ya que, como señala Lo (1986), el resto proporciona reglas de clasificación más complejas.

Donde los subíndices *h* y *j* presentan el valor uno para el primer grupo establecido a priori y el dos para el segundo.

- $P\left(g_j \cap \mathbf{x}_i\right)$ es la probabilidad conjunta de que un elemento del grupo *j*-ésimo esté definido por las características establecidas en un vector aleatorio que presenta el valor $\mathbf{x}_i$.

  Aplicando el teorema de la probabilidad condicionada, esta probabilidad conjunta puede expresarse de la forma siguiente:

  $$P\left(g_j \cap \mathbf{x}_i\right) = P\left(\mathbf{x}_i / g_j\right) \cdot P\left(g_j\right)$$

  Donde:

  - $P\left(\mathbf{x}_i / g_j\right)$ es la probabilidad de que un elemento de la muestra o población esté definido por las características establecidas en un vector aleatorio que presenta el valor $\mathbf{x}_i$, condicionado a que dicho elemento pertenezca al grupo *j*-ésimo.
  - $P\left(g_j\right)$ es la probabilidad marginal de que un elemento de la muestra o población pertenezca al grupo *j*-ésimo (también denominada probabilidad a priori).

La minimización del coste medio esperado de los errores de clasificación de la muestra o población se lleva a cabo expresando las probabilidades conjuntas de la expresión (4.8) en función de las probabilidades condicionadas y resolviendo un problema de optimización matemática cuya solución es la siguiente:

$$\frac{dE(C)}{d\mathbf{x}_i} = c\left(g_1/g_2\right) \cdot P\left(\mathbf{x}_i/g_2\right) \cdot P\left(g_2\right) - c\left(g_2/g_1\right) \cdot P\left(\mathbf{x}_i/g_1\right) \cdot P\left(g_1\right) = 0 \qquad (4.9)$$

Como puede observarse, este problema de optimización matemática se resuelve comparando el coste medio esperado que conlleva clasificar en el primer grupo un elemento que pertenece al segundo grupo con el coste medio esperado que supone clasificar en el segundo grupo un elemento que pertenece al primero, de forma que los elementos de la muestra o población se clasifican en aquel grupo en el que el coste medio esperado de los errores de clasificación es menor.

Operando en la expresión (4.9) se obtienen las reglas de clasificación del análisis discriminante paramétrico que permiten clasificar un elemento de la muestra o población definido por las características establecidas en un vector aleatorio que presenta el valor $\mathbf{x}_i$ en uno de los grupos establecidos a priori, las cuales son las siguientes (en notación matricial):

– Regla 1. El elemento de la muestra o población se clasifica en el primer grupo si:

$$\frac{P(\mathbf{x}_i/g_1)}{P(\mathbf{x}_i/g_2)} \geq \frac{c(g_1/g_2)\cdot P(g_2)}{c(g_2/g_1)\cdot P(g_1)} \qquad (4.10)$$

– Regla 2. El elemento de la muestra o población se clasifica en el segundo grupo si:

$$\frac{P(\mathbf{x}_i/g_1)}{P(\mathbf{x}_i/g_2)} < \frac{c(g_1/g_2)\cdot P(g_2)}{c(g_2/g_1)\cdot P(g_1)} \qquad (4.11)$$

Ambas reglas de clasificación son válidas con independencia de cuál sea la función de distribución del fenómeno aleatorio que supone que los elementos de la muestra o población estén definidos por las características establecidas en el vector aleatorio $\mathbf{x}_i$, condicionado a que dichos elementos pertenezcan a cada uno de los grupos establecidos a priori. Además, pueden emplearse siempre que se conozcan los costes que conlleva clasificar estos elementos en un grupo distinto al que pertenecen y los valores de las probabilidades marginales que tienen los elementos de la muestra o población de pertenecer a cada uno de los grupos considerados.

En el análisis discriminante múltiple se asumen habitualmente una serie de hipótesis sobre los costes y las probabilidades marginales entre las que destacan las siguientes:

1. Los costes y las probabilidades son ciertos y constantes, de forma que el cociente que figura en el miembro de la derecha de las expresiones (4.10) y (4.11) es una cantidad cierta y constante que se representa por *y*.

2. El coste que conlleva clasificar en un grupo los elementos de la muestra o población que pertenecen a otro grupo es igual para todos los grupos establecidos a priori, es decir:

   $$c(g_1/g_2) = c(g_2/g_1)$$

   La asunción de esta hipótesis conlleva que el cociente *y* no es otra cosa que el cociente de la probabilidad marginal de que los elementos pertenezcan al grupo 2 entre la probabilidad marginal de que pertenezcan al grupo 1.

3. El modelo de análisis discriminante se estima empleando una muestra emparejada de empresas, lo que supone que las probabilidades marginales que tienen los elementos de la muestra o población de pertenecer a cada uno de los grupos considerados a priori es:

   $$P(g_1) = P(g_2) = 0{,}5$$

   La asunción de esta hipótesis implica que el cociente *y* es igual a la unidad.

Estas dos últimas hipótesis se asumen en los primeros trabajos en los que el análisis discriminante múltiple se emplea en la medición del riesgo de crédito de las empresas.

En cuanto a las hipótesis que se asumen sobre la función de distribución del fenómeno aleatorio consistente en que los elementos de la muestra o población estén definidos por las características establecidas en el vector aleatorio $\mathbf{x}_i$, condicionado a que dichos elementos pertenezcan a cada uno de los grupos establecidos a priori, son diversas y permiten obtener distintos modelos de análisis discriminante múltiple paramétrico.

La hipótesis habitual es asumir que esta función de distribución es una normal multivariante con vector esperanza matemática $(1\times k)$ representado por $\boldsymbol{\mu}_i$ y una matriz de varianzas-covarianzas $(k\times k)$ representada por $\boldsymbol{\Sigma}_i$, $i=1,\ 2$.

Así, si se asume la hipótesis de que la matriz de varianzas-covarianzas de los elementos de la muestra o población que componen los grupos establecidos a priori es la misma, es decir, $\boldsymbol{\Sigma}_1=\boldsymbol{\Sigma}_2=\boldsymbol{\Sigma}$, se obtiene el análisis discriminante múltiple lineal.

Sustituyendo en las expresiones (4.10) y (4.11) las probabilidades de que los elementos de la muestra o población estén definidos por las características establecidas en el vector aleatorio $\mathbf{x}_i$, condicionado a que dichos elementos pertenezcan a los dos grupos establecidos a priori, por las expresiones que proporciona la normal multivariante para estas probabilidades, se obtienen las reglas de clasificación del análisis discriminante múltiple lineal, las cuales son las siguientes (en notación matricial):

– Regla 3. El elemento de la muestra o población se clasifica en el primer grupo si:

$$\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\cdot(\boldsymbol{\mu}_1-\boldsymbol{\mu}_2)\geq \ln y+\frac{\boldsymbol{\mu}_1^{\mathbf{T}}\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\cdot\boldsymbol{\mu}_1-\boldsymbol{\mu}_2^{\mathbf{T}}\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\cdot\boldsymbol{\mu}_2}{2}=y^*$$

– Regla 4. El elemento de la muestra o población se clasifica en el segundo grupo si:

$$\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\cdot(\boldsymbol{\mu}_1-\boldsymbol{\mu}_2)< \ln y+\frac{\boldsymbol{\mu}_1^{\mathbf{T}}\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\cdot\boldsymbol{\mu}_1-\boldsymbol{\mu}_2^{\mathbf{T}}\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\cdot\boldsymbol{\mu}_2}{2}=y^*$$

Expresiones en las que $\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\cdot(\boldsymbol{\mu}_1-\boldsymbol{\mu}_2)$ suele representarse por $\mathbf{b}$.

Como puede observarse, ambas reglas de clasificación consisten en comparar el producto del vector aleatorio $\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}$ y $\mathbf{b}$, denominado puntuación discriminante, con el punto de corte –representado por y^*-, para cada uno de los elementos de la muestra o población, de forma que se clasifican en el primer grupo si la puntuación discriminante es mayor o igual que el punto de corte y en el segundo en el caso contrario.

Asimismo, estas reglas de clasificación son lineales, ya que la puntuación discriminante viene dada por el producto $\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{b}$, que es una función lineal denominada función discriminante.

El modelo de análisis discriminante múltiple que se acaba de obtener coincide con el que se obtiene en el primer planteamiento expuesto más arriba cuando $y = 1$.

Por el contrario, si se asume la hipótesis de que la matriz de varianzas-covarianzas de los elementos de la muestra o población que componen los dos grupos establecidos a priori son distintas, es decir, $\mathbf{\Sigma}_1 \neq \mathbf{\Sigma}_2$, se obtiene el análisis discriminante múltiple cuadrático.

Las reglas de clasificación del análisis discriminante múltiple cuadrático se obtienen procediendo de forma similar al lineal y son las siguientes (en notación matricial):

– Regla 5. El elemento de la muestra o población se clasifica en el primer grupo si:

$$\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}} \cdot \left(\mathbf{\Sigma}_1^{-1} - \mathbf{\Sigma}_2^{-1}\right) \cdot \mathbf{x}_i - 2 \cdot \left(\boldsymbol{\mu}_1^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{\Sigma}_1^{-1} - \boldsymbol{\mu}_2^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{\Sigma}_2^{-1}\right) \cdot \mathbf{x}_i + \boldsymbol{\mu}_1^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{\Sigma}_1^{-1} \cdot \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{\Sigma}_2^{-1} \cdot \boldsymbol{\mu}_2$$
$$\geq -2 \cdot \ln y - \ln\left(\left|\Sigma_1\right| \cdot \left|\Sigma_2^{-1}\right|\right) = y^*$$

– Regla 6. El elemento de la muestra o población se clasifica en el segundo grupo si:

$$\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}} \cdot \left(\mathbf{\Sigma}_1^{-1} - \mathbf{\Sigma}_2^{-1}\right) \cdot \mathbf{x}_i - 2 \cdot \left(\boldsymbol{\mu}_1^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{\Sigma}_1^{-1} - \boldsymbol{\mu}_2^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{\Sigma}_2^{-1}\right) \cdot \mathbf{x}_i + \boldsymbol{\mu}_1^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{\Sigma}_1^{-1} \cdot \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{\Sigma}_2^{-1} \cdot \boldsymbol{\mu}_2$$
$$< -2 \cdot \ln y - \ln\left(\left|\Sigma_1\right| \cdot \left|\Sigma_2^{-1}\right|\right) = y^*$$

Como puede observarse, ambas reglas de clasificación son cuadráticas, ya que lo es la función discriminante que figura en el miembro de la izquierda.

Con independencia de que el análisis discriminante múltiple sea lineal o cuadrático, la puntuación discriminante divide el espacio muestral o poblacional en dos subespacios que se corresponden con cada uno de los grupos establecidos a priori, lo cual se debe a las razones siguientes:

1. Transforma un espacio *k*-dimensional formado por las variables aleatorias que representan las características que definen los elementos de la muestra o población en un espacio unidimensional que viene dado por la puntuación discriminante.

   En general, el fenómeno por el que un espacio de *k*-dimensiones –espacio original- se transforma en otro espacio de *r* dimensiones –espacio transformado-, $k > r$, se denomina reducción del espacio transformado.

2. Maximiza la desviación típica entre cada uno de los grupos establecidos a priori, mientras que minimiza la desviación típica de los elementos que componen cada uno de los grupos considerados.

3.2.1.2. APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DISCRIMINANTE A LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

Los primeros trabajos en los que se aplica el análisis discriminante múltiple a la medición del riesgo de crédito de las empresas utilizan una regla de clasificación lineal, se realizan sobre una muestra de empresas industriales de los Estados Unidos de América y su objetivo es la clasificación de estas empresas en función de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", distinguiéndose dos grupos, uno en el que esta variable aleatoria presenta el valor pago y otro en el que presenta el valor impago.

El primer trabajo de este tipo fue el de Altman (1968), y a éste le siguieron los trabajos de Deakin (1972), Edmister (1972) y Blum (1974).

Las diferencias más destacables entre estos trabajos son las siguientes:

1. La finalidad con la que se lleva a cabo el trabajo.
2. Los métodos y modelos que se utilizan en la medición del riesgo de crédito, además del análisis discriminante múltiple.
3. Las muestras de empresas utilizadas.

   Las principales diferencias son el número de elementos de la muestra, el tamaño de las empresas, la industria o el sector en el que desarrollan su actividad, el momento en el que se obtiene la muestra y la amplitud del horizonte temporal empleado en la medición del riesgo de crédito.

   Todos estos trabajos utilizan como método de selección la muestra emparejada. No obstante, se diferencian en los criterios empleados para seleccionar las empresas en las que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presenta el valor pago y en las variables empleadas para llevar a cabo el emparejamiento.
4. La selección de las variables independientes.

   La mayoría de las variables independientes que se emplean en estos estudios son ratios financieros.

No obstante, estos trabajos se diferencian en los métodos y modelos empleados en la selección de los ratios financieros y en las unidades empleadas en su medición (el valor, la media aritmética o la tendencia que presentan estos ratios).

5. La definición de las funciones discriminantes.

   Estas funciones se diferencian principalmente en los tres aspectos siguientes:

   a) El número de funciones discriminantes utilizadas en la medición del riesgo de crédito, cabiendo fundamentalmente dos posibilidades: la utilización de una única función discriminante para todo el horizonte temporal o la utilización de tantas funciones discriminantes como años tenga dicho horizonte.

   b) El número y las variables independientes que componen dicha función.

   c) El valor de los coeficientes de dichas funciones, los cuales son específicos de las muestras empleadas en la estimación del modelo de análisis discriminante.

6. El método utilizado para la determinación el punto de corte.

7. Los métodos y modelos de validación del modelo de análisis discriminante múltiple.

Dichos trabajos, y en especial el de Altman (1968), presentan una serie de deficiencias que fueron puestas de manifiesto por un conjunto de trabajos publicados con posterioridad, destacando los de Johnson (1970), Joy y Tollefson (1975), Moyer (1977), Eisenbeis (1977, 1978b), Altman y Eisenbeis (1978), Joy y Tollefson (1978), Altman, Avery, Eisenbeis y Sinkey (1981) y Rosenberg y Gleit (1994).

Las deficiencias específicas del análisis discriminante múltiple están relacionadas con la incorrecta aplicación de este modelo a la medición del riesgo de crédito, siendo los principales errores que se comenten los siguientes:

1. La definición errónea de los grupos a clasificar.

   El análisis discriminante múltiple asume la hipótesis de que los grupos a clasificar son discretos, identificables y mutuamente excluyentes entre sí, hipótesis que se incumplen con frecuencia en la medición del riesgo de crédito.

   Los principales supuestos en los que se incumplen estas hipótesis son los tres siguientes:

   a) Los sistemas de medición del riesgo de crédito que emplean un modelo de impago y se aplican a la selección de proyectos de inversión, en concreto, a la concesión de créditos.

En tal caso es habitual que los grupos establecidos a priori se definan en función de los créditos solicitados por los clientes y concedidos por la entidad financiera, distinguiéndose dos grupos: los pagados y los impagados.

No obstante, esto supone ignorar un tercer grupo formado por los créditos solicitados por los clientes y no concedidos por la entidad financiera, con el consiguiente sesgo que esto supone en un modelo estadístico como el análisis discriminante múltiple[10].

b) Los sistemas de medición del riesgo de crédito que emplean un modelo ajustado al mercado en el que los grupos son las clasificaciones crediticias establecidas artificialmente por una agencia de clasificación crediticia.

   En tal caso es imposible diferenciar los errores de clasificación que se deben a que las categorías crediticias son erróneas o a que la clasificación que realiza el modelo de análisis discriminante múltiple es incorrecta.

c) Los grupos se establecen por medio de la discretización de una variable continua, lo que presenta los mismos problemas que el punto b).

2. El incumplimiento de la hipótesis de normalidad multivariante.

   Como se ha expuesto más arriba, en el análisis discriminante se asume la hipótesis de que la función de distribución de las variables independientes condicionada a que los elementos pertenezcan a uno de los grupos establecidos a priori es elíptica con carácter general, y normal multivariante en particular. Sin embargo, esta hipótesis no suele cumplirse realmente en la medición del riesgo de crédito.

   Las soluciones que se proponen en la literatura especializada son fundamentalmente dos:

   a) Asumir la hipótesis de que la clasificación a posteriori de los elementos de la muestra o población puede aproximarse por medio de la que proporciona el análisis discriminante, procediéndose como si se cumpliese la hipótesis de normalidad multivariante, aunque en realidad no se cumpla.

   b) Transformar las variables independientes con el fin de incrementar su normalidad univariante.

      No obstante, esta solución presenta, a su vez, dos inconvenientes:

[10] La influencia que los créditos solicitados por los clientes y no concedidos por la entidad financiera tiene en los modelos de medición del riesgo de crédito es el objeto de la inferencia de rechazo. A este respecto véase, por ejemplo, Feelders (2003).

- La transformación puede cambiar la relación existente entre las variables independientes.
- La normalidad univariante es una condición necesaria pero insuficiente para la multivariante, por lo que la primera no garantiza la segunda.

Un inconveniente adicional es que los test estadísticos empleados para determinar la igualdad de las matrices de varianzas-covarianzas, y los modelos utilizados para determinar la importancia de las variables independientes en función de su contribución a la capacidad clasificadora de la función discriminante, asumen la hipótesis de normalidad multivariante, por lo que su incumplimiento influye en los resultados que proporcionan dichos modelos.

3. El incumplimiento de la hipótesis de igualdad de las matrices de varianzas-covarianzas.

   La asunción de dicha hipótesis no depende sólo de cuál sea la regla de clasificación que se desee emplear –lineal o cuadrática-, sino también de otros factores entre los que destacan el tamaño de la muestra o población, el número de variables independientes, la diferencia entre las medias aritméticas de los grupos y la dispersión de los elementos que los componen.

   Así, la regla de clasificación lineal es más apropiada cuanto menor es el tamaño de la muestra o población, mayores sean el número de variables independientes y la diferencia entre las medias aritméticas de los grupos, y menor la dispersión de los elementos que componen cada uno de grupos. En caso contrario, la regla cuadrática es más apropiada.

   Además, el incumplimiento de dicha hipótesis también influye en el test estadístico de la diferencia entre las medias aritméticas de los grupos, la reducción del espacio transformado, y los métodos y modelos empleados en la determinación de la importancia de las variables independientes en función de su contribución a la capacidad clasificadora de la función discriminante.

4. La dificultad que presenta la interpretación económica del signo y del valor absoluto de los coeficientes de las variables independientes, puesto que no son únicos[11].

5. La dificultad que supone la reducción dimensional, cuya finalidad es maximizar la distancia entre las medias aritméticas de los grupos, minimizando el número de variables independientes que componen la función discriminante.

[11] En el análisis discriminante múltiple, sólo el cociente de los parámetros de la función discriminante son únicos.

Los modelos de reducción dimensional se basan en la contrastación de la hipótesis de igualdad entre las medias aritméticas de los grupos y en la contribución de las variables independientes a la lambda de Wilk u otros estadísticos relacionados[12].

No obstante, dichos modelos no siempre son apropiados para eliminar las variables independientes, por lo que éstas también pueden eliminarse atendiendo a su contribución a la capacidad clasificadora de la función discriminante.

Los principales métodos y modelos que se utilizan para determinar dicha contribución se exponen en el trabajo de Eisenbeis (1977), en el que, además, se señalan sus principales ventajas e inconvenientes.

6. La dificultad que conlleva la elección del punto de corte óptimo.

   El punto de corte óptimo del análisis discriminante depende de los dos elementos siguientes:

   a) Los costes que conlleva clasificar en un grupo los elementos de la muestra o población que pertenecen a otro grupo.

   b) Las probabilidades marginales que tienen los elementos de la muestra o población de pertenecer a cada uno de los grupos considerados a priori.

   La determinación de estos costes es compleja por dos razones:

   a) El coste de los errores de tipo I –clasificación de una empresa insolvente como solvente- requiere determinar el valor de las variables “exposición al riesgo de crédito” y “pérdida en caso de impago”.

   b) El coste de los errores de tipo II –clasificación de una empresa solvente como insolvente- requiere determinar el coste de oportunidad que la denegación del crédito tiene para la entidad financiera, el cual, en el peor de los casos, es la pérdida económica asociada a la pérdida del cliente.

   En cuanto a la determinación de las probabilidades marginales, conlleva principalmente dos problemas:

   a) La dificultad que supone la elección de un método de estimación adecuado.

      En los trabajos mencionados estas probabilidades suelen estimarse por medio de las frecuencias relativas de cada uno de los grupos considerados. Sin embargo, este método de estimación sólo es adecuado para las muestras aleatorias de

[12] En relación con la lambda de Wilk y otros estadísticos relacionados, véase Altman, Avery, Eisenbeis y Sinkey (1981) p. 43-44.

empresas y no para las muestras emparejadas que son las que se emplean en estos trabajos.

b) La variabilidad de dichas probabilidades, debido al carácter no estacionario del riesgo de crédito.

Con posterioridad a los trabajos en los que se exponen las deficiencias que presenta el análisis discriminante como modelo estadístico para la medición del riesgo de crédito se publican otros trabajos en los que se emplean medidas para tratar de solventar dichas deficiencias.

Entre estos trabajos destaca el de Altman, Haldeman y Narayanan (1977), cuyos aspectos más relevantes son los siguientes:

1. Se incrementa la normalidad univariante y se reducen los valores extremos de las variables independientes por medio de su transformación logarítmica.
2. Se ajusta la información contable con la finalidad de considerar el efecto que tiene la realización de determinado tipo de operaciones por parte de la empresa tales como, por ejemplo, el arrendamiento financiero[13].
3. Las variables independientes se determinan considerando su contribución a la capacidad clasificadora de la función discriminante para lo cual se utilizan los métodos y modelos que existen para tal fin.
4. Se estudia qué regla de clasificación es la más adecuada para la medición del riesgo de crédito, para lo cual determina la igualdad de la matriz de varianzas-covarianzas por medio de diversos test estadísticos.
5. Aunque se asumen las hipótesis de que las probabilidades marginales que los elementos de la muestra o población tienen de pertenecer a los grupos pago e impago son iguales a 0,5 y que los costes de los errores de tipo I y II son los mismos, el trabajo analiza el efecto que estas hipótesis producen en el coste medio esperado de los errores de clasificación.
6. Se considera el grupo formado por los créditos solicitados por los clientes y no concedidos por la entidad financiera.

En cuanto a las ventajas e inconvenientes que el análisis discriminante presenta en la medición del riesgo de crédito, las principales ventajas son las siguientes:

1. La carencia de relación funcional entre las variables dependiente e independientes.

[13] Al respecto véase Elam (1975).

2. Su extensa aplicación en la determinación del valor de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" hace que se tome como referencia en la validación de otros métodos y modelos de medición del riesgo de crédito.
3. La multicolinealidad de las variables independientes no afecta a los resultados del análisis discriminante, aunque afecta a:
   a) La inversión de las matrices de varianzas-covarianzas.
   b) Los resultados de los métodos y modelos empleados para determinar la contribución de estas variables a la capacidad clasificadora de la función discriminante.

      En concreto, cuanto mayor es esta multicolinealidad menor es el grado de coincidencia entre los resultados que proporcionan dichos métodos y modelos.
4. Los parámetros muestrales del análisis discriminante son estimadores máximo-verosímiles y consistentes de los parámetros poblacionales. Por tanto, cuando el número de elementos de la muestra tiende a infinito, los parámetros muestrales tienden a los poblacionales.

En cuanto a los principales inconvenientes del análisis discriminante, se han expuesto cuando se han presentado las deficiencias específicas de este modelo estadísico para la medición del riesgo de crédito.

3.2.2. MODELOS DE REGRESIÓN

3.2.2.1. MODELO DE PROBABILIDAD LINEAL

El modelo de probabilidad lineal es un modelo de regresión lineal multivariante en el que el fenómeno aleatorio se representa por medio de una variable dependiente dicotómica que presenta el valor uno cuando acaece el fenómeno y el cero en caso contrario.

Dicho modelo viene dado por la expresión siguiente (en notación matricial):

$$y_i = \mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i + \varepsilon_i, \qquad i = 1,\ 2,\ ...,\ n$$

Donde:

- y_i es el valor que la variable dependiente presenta en el elemento *i*-ésimo de la muestra o población.
- $\mathbf{b}^{\mathbf{T}}$ es un vector $(1 \times k)$ con los coeficientes del modelo de probabilidad lineal.

– $\mathbf{x}_i$ es un vector aleatorio $(k \times 1)$ con los valores que las variables independientes presentan en el elemento *i*-ésimo de la muestra o población.

– ε_i es el error aleatorio del elemento *i*-ésimo de la muestra o población.

Los valores que la variable dependiente y el error aleatorio presentan para cada uno de los elementos que componen la muestra o población sólo se conocen a posteriori, por lo que la utilización del modelo de probabilidad lineal con fines de predicción requiere comparar la puntuación crediticia –la cual viene dada por el producto $\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i$- con el punto de corte –que es un valor constante representado por y^*-, de forma que la variable dependiente presenta el valor cero cando $\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i < y^*$ y el valor uno cuando $\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i \geq y^*$.

La estimación de los parámetros del modelo de probabilidad lineal puede llevarse a cabo por medio del método de los mínimos cuadrados ordinarios, para lo cual es necesario asumir una serie de hipótesis sobre el comportamiento del error aleatorio, entre las que destacan las siguientes:

1. Su esperanza matemática es cero.
2. Su varianza es constante (hipótesis de homocedasticidad).
3. No existe autocorrelación.

La estimación de los parámetros del modelo de probabilidad lineal por medio del método de los mínimos cuadrados ordinarios presenta una serie de ventajas entre las que destacan las siguientes:

1. El coeficiente de regresión lineal puede utilizarse para determinar el grado de bondad del ajuste del modelo a los elementos de la muestra o población.
2. Las estimaciones son insesgadas y consistentes si se cumple la primera hipótesis[14].
3. Las estimaciones son eficientes si se cumple la segunda hipótesis[15].

Además, el cumplimiento de la primera hipótesis conlleva una serie de consecuencias para la determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" entre las que destacan los dos siguientes[16]:

[14] Se dice que la estimación de un parámetro es insesgada cuando la esperanza matemática del parámetro coincide con el verdadero valor del parámetro y se dice que la estimación de dicho parámetro es consistente cuando la estimación del parámetro converge al verdadero valor del parámetro al tender el número de elementos de la muestra o población a infinito.

[15] Se dice que la estimación de un parámetro es eficiente cuando la varianza del parámetro estimado es la menor de las varianzas que pueden presentar la estimación de todos los parámetros posibles.

[16] Al respecto véase, entre otros, a Altman, Avery, Eisenbeis y Sinke (1981) y Maddala (1999).

1. La puntuación crediticia proporciona la probabilidad de impago del deudor, es decir: $P\left(y_i = 1/\mathbf{x}_i\right) = p_i = \mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i$.

   Lógicamente, la probabilidad de pago del deudor se obtiene como el complemento a la unidad de la puntuación crediticia.

2. La existencia de heterocedasticidad, ya que la varianza del error aleatorio viene dada por la siguiente función de las variables independientes:

   $$Var\left(\varepsilon_i / X_i\right) = \left(1 - \mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i\right) \cdot \left(\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i\right) = f\left(\mathbf{x}_i\right).$$

   Esta consecuencia implica que la estimación de los parámetros del modelo de probabilidad lineal por medio del método de los mínimos cuadrados ordinarios es ineficiente, lo que supone un inconveniente para su utilización en la medición del riesgo de crédito.

   Dicho inconveniente puede solucionarse estimando estos parámetros por medio del método de los mínimos cuadrados generalizados, el cual, debido a sus propiedades asintóticas, proporciona estimaciones más eficientes que las del método de los mínimos cuadrados en muestras o poblaciones con numerosos elementos.

   Sin embargo, en muestras o poblaciones con un número reducido de elementos no puede afirmarse que las estimaciones que proporciona el método de los mínimos cuadrados generalizados sean más eficientes que las del método de los mínimos cuadrados ordinarios, y, en cualquier caso, el número de cálculos que requiere el primer método es mayor que el del segundo.

Los principales trabajos en los que se utiliza el modelo de probabilidad lineal en la medición del riesgo de crédito de las empresas son los de Horrigan (1966), Meyer y Pifer (1970), Collins (1980) y Laitinen (1993).

Las principales ventajas del modelo de probabilidad lineal son las dos siguientes:

1. Los parámetros pueden estimarse fácilmente empleando el método de los mínimos cuadrados ordinarios (aunque sea una estimación ineficiente).

2. Los parámetros indican el signo y el efecto en valor absoluto que una variación en el valor de las variables independientes provoca en la dependiente.

   En el modelo de probabilidad lineal, este efecto es proporcional al parámetro, siendo:

   $$\frac{dp_i}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i\right) = b$$

Los principales inconvenientes del modelo de probabilidad lineal son los siguientes:

1. La relación lineal entre las variables dependiente e independientes es una hipótesis que con frecuencia no se cumple en la medición del riesgo de crédito.

2. La existencia de heterocedasticidad supone que las estimaciones que proporciona el método de los mínimos cuadrados ordinarios son ineficientes.

   Asimismo, la utilización del método de los mínimos cuadrados generalizados incrementa los cálculos y no garantiza la obtención de unas estimaciones eficientes, sobre todo en muestras de tamaño reducido.

3. Las variables independientes tienen un ratio de compensación constante, característica que no es deseable en la medición del riesgo de crédito[17].

   El ratio de compensación indica qué variación debe experimentar una variable independiente para compensar el efecto que la variación de otra variable independiente produce en la dependiente, de forma que el valor de esta última permanezca constante.

   En el modelo de probabilidad lineal este ratio es:

   $$\left.\frac{dx_r}{dx_s}\right|_{dp_i=0} = -\frac{b_s}{b_r} \qquad r = 1,\ 2,\ ...,\ k\ ,\ \ s = 1,\ 2,\ ...,\ k\ ,\ \ r \neq s$$

4. La puntuación crediticia puede presentar valores extraños –inferiores a cero o superiores a uno- en algunos elementos de la muestra o población, lo que, a su vez, conlleva los los tres inconvenientes siguientes:

   a) La puntuación crediticia no puede interpretarse como una probabilidad, puesto que su valor no pertenece al intervalo $[0,1]$.

   b) La esperanza matemática del error aleatorio puede presentar valores distintos a cero, en cuyo caso se incumple la hipótesis necesaria para que el método de los mínimos cuadrados ordinarios proporcione estimaciones insesgadas y consistentes.

   c) En el método de los mínimos cuadrados generalizados pueden haber pesos con valores irreales.

   Los dos primeros inconvenientes suelen solucionarse por medio de la censura de los elementos que presentan valores extraños, sustituyendo la puntuación crediticia por cero o uno, en función de cuál de los valores le resulte más próximo.

[17] Véase Laitinen y Laitinen (2000), p. 332.

En cuanto al tercer inconveniente, suele solucionarse mediante el truncamiento de estos elementos, eliminándolos.

3.2.2.2. MODELOS LOGÍSTICO Y PROBABILÍSTICO

Los modelos de regresión logística y probabilística son modelos de regresión multivariante en los que el fenómeno aleatorio se representa por medio de una variable dependiente observable –representada por y_i- que depende de una variable dependiente inobservable –representada por y_i^*-, cuyo valor viene dado por la expresión siguiente (en notación matricial):

$$y_i^* = \mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i + \varepsilon_i, \qquad i = 1,\ 2,\ ...,\ n \tag{4.12}$$

Donde:

- $\mathbf{b}^{\mathbf{T}}$ es un vector $(1 \times k)$ con los coeficientes del modelo de regresión multivariante.
- $\mathbf{x}_i$ es un vector aleatorio $(k \times 1)$ con el valor que las variables independientes presentan en el elemento *i*-ésimo de la muestra o población.
- ε_i es el error aleatorio del elemento *i*-ésimo de la muestra o población.

La variable dependiente observable presenta el valor uno cuando acaece el fenómeno objeto de estudio y el cero en caso contrario, relacionándose con la variable dependiente inobservable de la forma siguiente:

$$y_i = \begin{cases} 0, & \text{si } y_i^* \leq 0 \\ 1, & \text{si } y_i^* > 0 \end{cases}$$

La distribución de probabilidad de la variable dependiente observable se obtiene por medio de dicha expresión, siendo:

Tabla 4.3. Distribución de probabilidad de los modelos de regresión logística y probabilística

y_i	$P(y_i)$
0	$P(y_i = 0) = P(y_i^* \leq 0 / \mathbf{x}_i) = P(\varepsilon_i \leq -\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i) = F(-\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i) = 1 - p_i$
1	$P(y_i = 1) = P(y_i^* > 0 / \mathbf{x}_i) = P(\varepsilon_i > -\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i) = 1 - F(-\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i) = p_i$

Como puede observarse en la tabla 4.2, el valor que presenta la variable dependiente observable depende de la comparación de una puntuación crediticia, la cual viene dada

por el producto $-\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i$, con el punto de corte, que es la variable aleatoria ε_i, de forma que si la puntuación crediticia es igual o inferior al punto de corte aleatorio la variable dependiente observable presenta el valor cero y el uno en caso contrario.

Asimismo, puede establecerse una analogía entre el análisis discriminante, el modelo de probabilidad lineal y los modelos de regresión logística y probabilística, ya que en todos estos modelos estadísticos se compara una puntuación crediticia, la cual se obtiene multiplicando los parámetros del modelo por las variables independientes, con un punto de corte, que puede ser cierto o aleatorio. Por ello, estos modelos estadísticos también suelen denominarse modelos de puntuación crediticia (o modelos de *credit scoring* en lengua inglesa).

Las hipótesis asumidas sobre la distribución de probabilidad del error aleatorio permiten obtener distintos modelos de regresión multivariante.

Así, si se asume la hipótesis de que esta distribución de probabilidad es logística se obtiene el modelo de regresión logística, también denominado *logit*.

Sustituyendo la función de distribución logística[18] en las expresiones que figuran en la tabla 4.2 y operando se obtiene la distribución de probabilidad que proporciona el modelo de regresión logística, la cual es la siguiente:

Tabla 4.4. Distribución de probabilidad que proporciona el modelo de regresión logística

y_i	$P(y_i)$
0	$P(y_i=0)=F\left(-\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i\right)=\dfrac{1}{1+e^{\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i}}$
1	$P(y_i=1)=1-F\left(-\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i\right)=\dfrac{e^{\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i}}{1+e^{\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i}}$

El modelo de regresión logística es una transformación logística del modelo de probabilidad lineal, ya que este último se obtiene aplicando la inversa de la función de distribución logística a la expresión que proporciona el modelo de regresión logística para la probabilidad de que la variable dependiente observable presente un determinado valor.

[18] La función de distribución logística viene dada por la expresión siguiente:

$$F(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$$

Así, en el caso de que esta variable presente el valor cero puede comprobarse que:

$$F^{-1}(p_i) = \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i$$

Por el contrario, si se asume la hipótesis de que la distribución de probabilidad del error aleatorio es una normal univariante se obtiene el modelo de regresión probabilítica, también denominado *probit* o *normit*.

Sustituyendo la función de densidad normal[19] en las expresiones que figuran en la tabla 4.2 se obtiene la distribución de probabilidad que proporciona el modelo de regresión probabilística, la cual es el siguiente:

Tabla 4.5. Distribución de probabilidad que proporciona el modelo de regresión probabilística

y_i	$P(y_i)$
0	$P(y_i=0) = F(-\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i) = 1 - F(\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i) = \int_{\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(z-\mu)^2}{\sigma^2}} \cdot dz$
1	$P(y_i=1) = 1 - F(-\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i) = F(\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i) = \int_{-\infty}^{\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(z-\mu)^2}{\sigma^2}} \cdot dz$

El modelo de regresión probabilística, al igual que el logístico, es una transformación normal del modelo de probabilidad lineal, ya que puede comprobarse que:

$$F^{-1}(p_i) = N^{-1}(p_i) = \mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i$$

Siendo N^{-1} la inversa de la función de distribución normal.

Los modelos de regresión logística y probabilística presentan diversas diferencias y similitudes.

Entre las similitudes destaca que las distribuciones de probabilidad de ambos modelos son simétricas, monótonas crecientes, casi lineales en el centro y presentan dos asíntotas: una por la izquierda en el valor cero y otra en la derecha en el valor uno.

Las principales diferencias entre ambos modelos son las siguientes:

[19] La función de densidad normal viene dada por la expresión siguiente:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

1. La función de distribución del modelo de regresión probabilística queda por encima del modelo de regresión logística en las colas.
2. La varianza del modelo de regresión probabilística puede ser constante o variable, mientras que la del modelo de regresión logística siempre es constante e igual a 3,29.
3. La obtención de la distribución de probabilidad en el modelo de regresión probabilística requiere integrar, mientras que la modelo de regresión logística no.

En cuanto a los coeficientes de los modelos de regresión logística y probabilística, pueden estimarse empleando diversos métodos, entre los que destaca el de la máxima verosimilitud, en cuyo caso la medición del grado de ajuste del modelo de regresión a los elementos de la muestra o población puede llevarse a cabo por medio del ratio de la máxima verosimilitud.

En ambos modelos, el signo de los coeficientes indica el sentido del efecto que una variación en el valor de las variables independientes produce en la dependiente observada, mientras que su valor absoluto no puede interpretarse directamente como la magnitud de dicho efecto, como puede observarse obteniendo la derivada de la probabilidad de que la variable dependiente observada presente un determinado valor como, por ejemplo, el cero, respecto a una de las variables independientes:

$$\frac{d}{dx}\left(p_i\right) = f\left(-\mathbf{b}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}_i\right) \cdot b$$

En cuanto a los primeros trabajos en los que el modelo de regresión logística se aplica a la medición del riesgo de crédito, destacan los de de Chesser (1974), Martin (1977) y West (1985) en el caso de las empresas financieras, y los de Ohlson (1980), Zavgren (1985), Platt y Platt (1991) y Westgaard y Van der Wijst (2001) en el caso de las empresas no financieras.

Las principales ventajas del modelo de regresión logística son las siguientes:

1. Las probabilidades que proporciona este modelo pertenecen al intervalo $[0,1]$ y, por consiguiente, pueden interpretarse como tales sin necesidad de llevar a cabo operaciones adicionales (censura y truncamiento).
2. La relación entre las variables dependiente e independientes es no lineal, lo cual es una ventaja en un fenómeno como el riesgo de crédito en el que dicha relación es con frecuencia no proporcional.
3. En comparación con el análisis discriminante, presenta las dos ventajas siguientes:

a) El signo de los coeficientes indican el sentido del efecto que una variación de las variables independientes produce en la dependiente.

b) La estimación de los parámetros es más robusta, aunque también es cierto que es menos eficiente.

4. En relación con el modelo de regresión probabilística, la determinación de la distribución de probabilidad no requiere integrar, lo que facilita su obtención.

Los principales inconvenientes del modelo regresión logística son los siguientes:

1. Requiere cálculos más complejos que el modelo de probabilidad lineal, ya que la relación entre las variables dependiente e independientes es no lineal y el método de estimación de los parámetros más utilizado es el de la máxima verosimilitud.

   No obstante, la importancia de este inconveniente es menor en la actualidad que la que tenía antaño, lo cual se debe fundamentalmente a la utilización de ordenadores y a la existencia de paquetes informáticos específicos que llevan a cabo estos cálculos de forma rápida y sencilla.

2. Los valores absolutos de los coeficientes no pueden interpretarse directamente como la magnitud del efecto que una variación de las variables dependientes produce en la dependiente.

3. La varianza del error aleatorio es constante, lo que implica asumir implícitamente la hipótesis de homocedasticidad, la cual no siempre es cierta en un fenómeno como el riesgo de crédito.

4. La inversa de las probabilidades que proporciona el modelo de regresión logística tiene un ratio de compensación[20] entre las variables independientes constante, el cual viene dado por la expresión siguiente:

$$\left.\frac{dx_r}{dx_s}\right|_{dF^{-1}(p_i)=0} = -\frac{b_r}{b_s} \qquad r = 1,\ 2,\ ...,\ k\ ,\ \ s = 1,\ 2,\ ...,\ k\ ,\ \ r \neq s$$

   La posibilidad de compensar el efecto que la variación de una variable independiente produce en la dependiente con la variación de otra variable independiente supone un inconveniente que han intentado solucionar diversos autores.

[20] El ratio de compensación de la variable independiente *r*-ésima respecto de la *s*-ésima indica el cambio que tiene que experimentar primera variable para compensar el efecto que la variación de la segunda variable independiente tiene en la dependiente.

Así, Laitinen y Laitinen (2000) proponen modificar la puntuación crediticia del modelo de regresión logística empleando una combinación cuadrática de las variables independientes en lugar de una combinación lineal.

Este trabajo es ampliado por Bernhardsen (2001), que propone un modelo en el que la puntuación crediticia viene dada por una transformación de Box-Cox de las variables independientes, lo que permite la introducción de parámetros de posición y escala para cada una de estas variables.

Los modelos propuestos en estos trabajos son generalizaciones del modelo de regresión logística y proporcionan ratios de compensación que no son constantes. Ambos modelos se aplican a una muestra de empresas y se comparan sus resultados con los del modelo de regresión logística, proporcionando clasificaciones más exactas.

En cuanto al modelo de regresión probabilística, su aplicación a la medición del riesgo de crédito de las empresas ha sido menor que la del modelo de regresión logística debido, fundamentalmente, a que su utilización requiere cálculos más complejos y los resultados que proporcionan ambos modelos son similares.

Los primeros trabajos en los que este modelo estadístico se utiliza en la medición del riesgo de crédito de las empresas son los de Zmijhewski (1985), y Gentry, Newbold y Whitford (1985).

Respecto a las ventajas e inconvenientes que presenta el modelo de regresión probabilística, resulta válido todo lo expuesto más arriba para el modelo de regresión logística con las dos excepciones siguientes:

1. La obtención de la distribución de probabilidad requiere integrar, lo que complica los cálculos.
2. La varianza del error aleatorio puede ser constante o variable, lo que supone una ventaja cuando este error no cumple la hipótesis de homocedasticidad.

   A este respecto, Lennox (1999) propone un modelo de regresión probabilística en el que la varianza del error aleatorio es una función exponencial de las variables independientes, siendo, por tanto, variable.

   Los resultados de este trabajo indican que el modelo de regresión probabilística con heterocedasticidad proporciona clasificaciones más exactas que el modelo de análisis discriminante y los modelos de regresión logística y probabilística con homocedasticidad, diferencia que es mayor cuanto menos lineal es la relación entre las variables dependiente e independientes.

3.2.3. MODELOS DE SUPERVIVENCIA

Los modelos de análisis discriminante, de probabilidad lineal y los de regresión logística y probabilística son modelos estáticos, los cuales presentan un conjunto de características relevantes para la medición del riesgo de crédito:

1. La variable dependiente en estos modelos es la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

   Así, los modelos estáticos permiten determinar el estado en el que se encontrará el deudor al final del horizonte temporal empleado por la entidad financiera para la medición del riesgo de crédito siempre y cuando la amplitud de este horizonte sea inferior o igual a la del periodo empleado en la estimación de los parámetros del modelo. Sin embargo, no permiten determinar el estado en el que se encontrará el deudor más allá de dicho horizonte.

2. Cuando se utilizan para clasificar elementos que no son contemporáneos a la muestra o población empleada en su estimación se asume implícitamente la hipótesis de que el fenómeno aleatorio es estacionario.

3. Son modelos transversales que se estiman empleando una muestra o población de elementos que pertenecen a un intervalo, el cual puede ser más o menos amplio.

Estas características conlleva una serie de inconvenientes para la medición del riesgo de crédito entre los que destacan los tres siguientes:

1. Los modelos estáticos no utilizan toda la información disponible para la medición del riesgo de crédito, lo que supone un inconveniente un fenómeno como éste, caracterizado por ser infrecuente y abarcar un periodo amplio.

2. El riesgo de crédito es un fenómeno que, por naturaleza, es no estacionario. Por tanto, su medición empleando modelos estáticos requiere estimar un modelo para cada periodo del ciclo crediticio, lo que supone, a su vez, diversos inconvenientes.

3. Los modelos estáticos en un contexto multiperiodo proporcionan probabilidades que son sesgadas e inconsistentes[21].

Una alternativa a los modelos estáticos son los de supervivencia, que son aquéllos en los que la variable dependiente es la variable aleatoria "tiempo que falta hasta que la variable aleatoria estado en el que se encuentra el deudor presenta un determinado

[21] A este respecto véase Shumway (2001), pp. 106-111.

valor" y se caracterizan por ser modelos longitudinales en los que se asume implícitamente la hipótesis de que el fenómeno aleatorio es no estacionario.

El valor de dicha variable aleatoria en la medición del riesgo de crédito suele ser el impago, en cuyo caso se tiene la variable aleatoria "tiempo que falta hasta que la variable aleatoria estado en el que se encuentra el deudor presente el valor impago" (representanda por *T*).

A partir de esta última variable aleatoria se definen una serie de funciones entre las que destacan las siguientes:

1. La función de distribución del impago –representada por $F(t)$-, que proporciona la probabilidad de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente el valor impago dentro de un intervalo de t periodos de amplitud, es decir, $F(t)=P(T\le t)$.

2. La función de densidad del impago –representada por $f(t)$–, que es la derivada de la función de distribución del impago, esto es, $f(t)=F'(t)$.

3. La función de distribución del pago –representada por $S(t)$-, que proporciona la probabilidad de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente el valor pago al final de un intervalo de t periodos de amplitud, siendo el complemento a la unidad de la función de distribución del impago, es decir, $S(t)=P(T>t)=1-F(t)$.

4. La función de riesgo –*hazard function* en lengua inglesa-, que proporciona la probabilidad de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente el valor impago en un periodo de amplitud infinitesimal, condicionada a que dicha variable aleatoria presente el valor pago un instante antes.

   La función de riesgo se representa por $h(t)$ y viene dada por la expresión siguiente:

$$h(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{p(t<T\le t+1/T>t)}{\Delta t}=\frac{f(t)}{S(t)}=-\frac{S'(t)}{S(t)}=-\frac{d\left[\ln S(t)\right]}{dt}$$

   La función de riesgo puede interpretarse como la propensión marginal que el deudor tiene en un determinado momento de pasar al estado impago, condicionada a que hasta este momento se ha encontrado en el estado pago, por lo que también recibe la denominación de tanto instantáneo de impago.

   Además, definiendo distintas funciones de riesgo pueden obtenerse diversos modelos de supervivencia.

Los modelos de supervivencia que se emplean con mayor frecuencia en la medición del riesgo de crédito son los modelos de riesgo en tiempo discreto y los modelos de riesgo proporcional, sobre todo los de este segundo tipo y, dentro de éstos, el modelo de Cox[22], el cual, por sus características, tiene una amplia aplicación tanto en la teoría como en la práctica.

En los modelos de riesgo proporcional, la función instantánea de riesgo viene dada por la expresión siguiente (en notación matricial):

$$h\left(t,\mathbf{x}_i\right)=h_0\left(t\right)\cdot\psi\left(\mathbf{x}_i\right),\qquad i=1,\ 2,\ ...,\ n$$

Donde:

- t es el tiempo que falta hasta que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presenta el valor impago.
- $\mathbf{x}_i$ es un vector aleatorio $\left(k\times 1\right)$ con el valor que presentan las variables independientes en el elemento *i*-ésimo de la muestra o población.
- $h_0\left(t\right)$ es una función del tiempo que falta hasta que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente el valor impago, denominada función de riesgo base, y es la parte no paramétrica de la función de riesgo.
- $\psi\left(\mathbf{x}_i\right)$ es una función de las variables independientes, siendo la parte paramétrica de la función de riesgo.

Una vez definida la función de riesgo, la funciones de distribución del pago y del impago pueden obtenerse fácilmente por medio de las expresiones siguientes:

$$S\left(t\right)=e^{-\int_0^t h(u)\cdot du}$$

$$F\left(t\right)=1-S\left(t\right)=1-e^{-\int_0^t h(u)\cdot du}$$

En el modelo de Cox, la parte paramétrica es una función exponencial, de forma que la función de riesgo viene dada por la expresión siguiente (en notación matricial):

$$h\left(t\right)=h_0\left(t\right)\cdot e^{\mathbf{b}^{\mathbf{T}}\cdot\mathbf{x}_i}$$

Donde:

[22] A este respecto, véase Cox (1972).

- $\mathbf{b}^{\mathbf{T}}$ es un vector $(1\times k)$ con los coeficientes de la parte paramética de la función de riesgo, los cuales suelen estimarse empleando el método de la máxima verosimilitud.
- $\mathbf{x}_i$ es un vector aleatorio $(k\times 1)$ con el valor que presentan las variables independientes en el elemento *i*-ésimo de la muestra o población.

Los principales trabajos que han utilizado los modelos de supervivencia en la medición del riesgo de crédito son los de Lane, Looney y Wansley (1986), Whalen (1991) y Cole y Gunther (1995) en el caso de las empresas financieras, y los de Luoma y Laitinen (1991), Shumway, (2001) y Glennon y Nigro (2005) en el caso de las empresas no financieras.

De todos estos trabajos, los de Lane, Looney y Wansley (1986), Luoma y Laitinen (1991) y Whalen (1991) emplean el modelo de Cox, mientras que en el resto se utilizan otros modelos de supervivencia.

Las principales ventajas de los modelos de supervivencia son las siguientes:

1. La variable dependiente es la variable aleatoria "tiempo que falta hasta que la variable aleatoria estado en el que se encuentra el deudor presenta el valor impago", lo que supone que no se considera explícitamente el valor de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

   Así, el valor que presenta la variable dependiente al inicio del periodo de estimación es el mismo para todos los elementos de la muestra o población, lo cual supone una ventaja para la medición del riesgo de crédito por las dos razones siguientes:

   a) La validez de los parámetros estimados en estos modelos es, en principio, mayor que la de los modelos estáticos, en los que los elementos de la muestra o población se clasifican atendiendo al valor que presenta la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

   b) La estimación de los parámetros no requiere un número mínimo de elementos de la muestra o población en los que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente un determinado valor (por ejemplo, el impago).

2. En ellos se asume implícitamente la hipótesis de que el riesgo de crédito es un fenómeno no estacionario.

3. No asumen ninguna hipótesis sobre la distribución de probabilidad de las variables independientes, considerando su evolución a lo largo del tiempo.

Esto supone una importante ventaja en un fenómeno como el riesgo de crédito en el que la mayoría de estas variables se caracterizan por variar a lo largo del tiempo.

4. Permiten la utilización de los tipos de datos siguientes:

   a) Los datos censurados, que son aquéllos afectados por fenómenos distintos a aquél que es objeto de estudio.

      Ése es el caso de los elementos de la muestra o la población en los que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" cambia de valor debido a un fenómeno ajeno al riesgo de crédito (por ejemplo, la fusión o escisión del deudor, o la finalización de su objeto social).

   b) Los datos incompletos, que son aquéllos en los que el fenómeno objeto de estudio se inicia antes del periodo empleado para la estimación de los parámetros del modelo –datos incompletos por la izquierda-, finaliza después –datos incompletos por la derecha- o se inicia antes y termina después (datos incompletos por la izquierda y por la derecha).

5. La relación entre las variables dependiente e independientes es conocida, lo que permite determinar el signo y el valor absoluto del efecto que una variación de las segundas tiene en la primera.

6. Permiten obtener la estructura temporal del riesgo de crédito.

   Para ello basta con representar en un sistema de coordenadas cartesianas la variable aleatoria "tiempo que falta hasta que la variable aleatoria estado en el que se encuentra el deudor presenta el valor impago" en el eje de abscisas y las probabilidades asociadas a estos valores en el eje de ordenadas.

Los principales inconvenientes de los modelos de supervivencia son los siguientes:

1. Su finalidad no es la clasificación de los elementos de una muestra o población en dos o más categorías establecidas a priori.

   Sin embargo, pueden utilizarse con tal objeto si los elementos de la muestra o población se asignan a estas categorías en función del valor que presente la probabilidad de la variable aleatoria "tiempo que falta hasta que la variable aleatoria estado en el que se encuentra el deudor presenta el valor impago".

2. Sus resultados se ven afectados por la multicolinealidad de las variables independientes. No obstante, este problema no es exclusivo de estos modelos, sino que también afecta en mayor o menor medida a los modelos estáticos.

3. Su validez depende de la homogeneidad del fenómeno aleatorio, siendo mayor cuanto mayor es su homogeneidad, lo cual es un inconveniente en el estudio de un fenómeno como el riesgo de crédito, caracterizado por la heterogeneidad.

4. La estimación de los parámetros es más compleja que en los modelos estáticos, debido, fundamentalmente, a que los valores de las variables dependiente e independientes varían con el tiempo y a que el método de estimación suele ser el de la máxima verosimilitud, en cuyo caso la función de verosimilitud es no lineal.

   No obstante, la importancia que este inconveniente tiene en la actualidad es menor que la de antaño, ya que los modelos de supervivencia pueden estimarse utilizando los paquetes informáticos.

5. Se asume implícitamente la hipótesis de que, con independencia del valor de las variables independientes, el fenómeno aleatorio se produce más tarde o más temprano.

   Esto se debe a que la función de distribución del pago tiende a cero cuando la variable aleatoria "tiempo que falta hasta que la variable aleatoria estado en el que se encuentra el deudor presenta el valor impago" tiende a infinito, es decir:

   $$\lim_{t\to\infty} S(t) = 0 .$$

   Cole y Gunter (1995) solucionan este inconveniente proponiendo un modelo de supervivencia en el que se trata de forma independiente el suceso del impago y el tiempo que transcurre hasta su acaecimiento, lo cual presenta la ventaja adicional de que permite utilizar diferentes variables explicativas para cada uno de estos fenómenos.

4. MODELOS DE APRENDIZAJE DE MÁQUINAS

Los modelos de aprendizaje de máquinas pueden clasificarse en función del algoritmo que emplean en la medición del riesgo de crédito en modelos de inteligencia artificial, de redes neuronales artificiales y de árboles de decisión.

4.1. MODELOS DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Los modelos de inteligencia artificial deducen, principalmente por inducción, el procedimiento que llevan a cabo los mejores empleados de la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito, reproduciéndolo mediante un programa informático.

El principal elemento de estos modelos es una base de datos, denominada de conocimiento, que está compuesta por un conjunto de reglas, de algoritmos y de variables dependientes e independientes.

Las reglas, denominadas de producción, son del tipo "si … entonces …", estableciendo relaciones de causa y efecto entre las variables dependientes e independientes, de la forma siguiente:

si "el grado de apalancamiento financiero del deudor es mayor o igual a x"
entonces "el crédito resulta impagado"

Atendiendo a su finalidad, se distinguen los dos tipos siguientes de algoritmos:

a) Los de adquisición de conocimiento, cuyo objetivo es imitar el proceso que llevan a cabo los mejores empleados de la entidad financiera en la medición del riesgo de crédito.

   Estos algoritmos son desarrollados conjuntamente por estos empleados y los expertos en inteligencia artificial, de forma que los primeros describen los procedimientos que emplean en la determinación del valor de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito y los segundos los transcriben en reglas de producción.

b) Los de aprendizaje, cuya finalidad es la creación de reglas de producción adicionales que adapten automáticamente el modelo de inteligencia artificial a las nuevas situaciones.

Las entradas del modelo de inteligencia artificial son las variables explicativas y sus salidas son las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito. Ambos tipos de variables se relacionan por medio de numerosas reglas de producción, las cuales no tienen porque ser necesariamente secuenciales.

La mayoría de los modelos de inteligencia artificial han sido desarrollados por empresas consultoras que no han revelado la metodología utilizada en su desarrollo, por lo que la bibliografía sobre esta materia es escasa.

No obstante, los trabajos de Caouette, Altman y Narayanan (1998), Hand y Henley (1997) y Lyn (1998) exponen estos modelos de medición del riesgo de crédito, citando bibliografía.

La principal ventaja de los modelos de inteligencia artificial es que permiten conocer cómo se obtienen los resultados[23], mientras que sus principales inconvenientes son los tres siguientes:

1. La transcripción de los procedimientos que llevan a cabo los mejores empleados de la entidad financiera para medir el riesgo de crédito en reglas de producción requiere mucho tiempo y esfuerzo.
2. La programación de los algoritmos es costosa y difícil.
3. La capacidad de adaptación de estos modelos a los cambios es limitada, por lo que necesitan ser actualizados constantemente, con el coste que ello implica.

La principal consecuencia de estos inconvenientes es que la aplicación de los modelos de inteligencia artificial a la medición del riesgo de crédito es limitada. No obstante, se han aplicado con éxito a otras facetas del negocio crediticio menos variables, tales como, por ejemplo, la detección del fraude en las tarjetas de crédito, en la que los delincuentes siguen habitualmente determinados patrones de comportamiento.

4.2. MODELOS DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES

4.2.1. CONCEPTO, ELEMENTOS, PROPIEDADES Y CLASIFICACIÓN DE LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES. EL PERCEPTRÓN MULTICAPA

Las redes neuronales artificiales son un modelo no paramétrico que trata de reproducir la inteligencia humana imitando el funcionamiento del cerebro humano y de sus unidades básicas: las neuronas.

El cerebro humano está formado por redes de conexiones complejas que conectan numerosas neuronas biológicas, las cuales están formadas por los elementos básicos siguientes: unas dentritas, un núcleo o soma, un axón y una sinápsis.

El funcionamiento de una neurona biológica es sencillo y consta de las tres fases siguientes:

1. La entrada, en la que la neurona recibe impulsos electroquímicos por medio de las dentritas. Estos impulsos no son recibidos por todas las dentritas, y si se reciben, no tienen porqué ser al mismo tiempo

[23] Nótese que todos los modelos de aprendizaje de máquinas no presentan esta ventaja. Tal es el caso de los modelos de redes neuronales artificiales, las cuales se exponen en el epígrafe siguiente.

2. El proceso, en el que los impulsos recibidos por la neurona se transmiten al núcleo, donde son agregados y comparados con un umbral, denominado nivel de activación. Si los impulsos superan el nivel de activación se envía otro impulso por medio del axón, en caso contrario, no se envía ningún impulso
3. La salida, en la que la neurona manda un impulso a las neuronas que están conectadas a ella, denominadas "neuronas vecinas", las cuales pueden recibir el impulso por medio del axón, en cuyo caso el impulso permanece inalterado, o por medio de la sinápsis que excita –incrementa- o inhibe –reduce- el impulso.

De forma similar al cerebro humano, las redes neuronales artificiales están formadas por una o varias redes de elementos conectados entre sí imitando el funcionamiento de las neuronas biológicas, denominados neuronas artificiales, procesadores elementales o nodos, los cuales son dispositivos de cálculo simple que reciben unas entradas, realizan una serie de operaciones y proporcionan un resultado.

La neurona artificial más general está compuesta por los elementos siguientes:

1. Las entradas que recibe la neurona *i*-ésima de la red neuronal artificial en un momento determinado –representadas por $x_j(t)$-, que son los elementos utilizados por la neurona para producir el resultado y que pueden ser variables independientes o el resultado de otras neuronas.
2. Los pesos sinápticos de la neurona *i*-ésima –representados por w_{ij}, $j = 1, 2, ..., m$-, cuya finalidad es determinar la influencia de las entradas en el potencial postsináptico –representado por $h_i(t)$- ponderando el valor de este último.
3. La regla de propagación –representada por $\sigma\left[w_{ij}, x_j(t)\right]$-, que es una función que determina el valor del potencial postsináptico a partir de las entradas y de los pesos postsinápticos.

   Las funciones que pueden utilizarse como regla de propagación son varias como, por ejemplo, la distancia euclidiana, el producto ponderado o la suma ponderada. En esta última función los pesos sinápticos reciben las denominaciones de excitadores o inhibidores en función de si el valor de los mismos es positivo o negativo, respectivamente.

   Asimismo, es frecuente añadir un elemento adicional, denominado nivel de excitación o umbral –representado por θ-, cuya finalidad es aumentar –o reducir- el potencial postsináptico en una cantidad constante.
4. La función de activación o de entrada (representada por $f_i\left[a_i(t-1), h_i(t)\right]$).

Dicha función determina el estado de la neurona en un determinado momento –representado por $a_i(t)$- a partir del estado de la neurona en el momento anterior y del potencial postsináptico, el cual puede ser de activación o no.

Las funciones de activación son habitualmente deterministas, continuas y monótonas crecientes, tales como, por ejemplo, las funciones identidad, escalón, sigmoideas y sinusoidales.

5. La función salida –representada por $F_i\left[a_i(t)\right]$-, la cual es una función que proporciona el resultado de la neurona artificial a partir de su estado actual.

   Estas funciones pueden ser deterministas, tales como las expuestas más arriba para la función de activación, o estocásticas como, por ejemplo, la función de distribución normal.

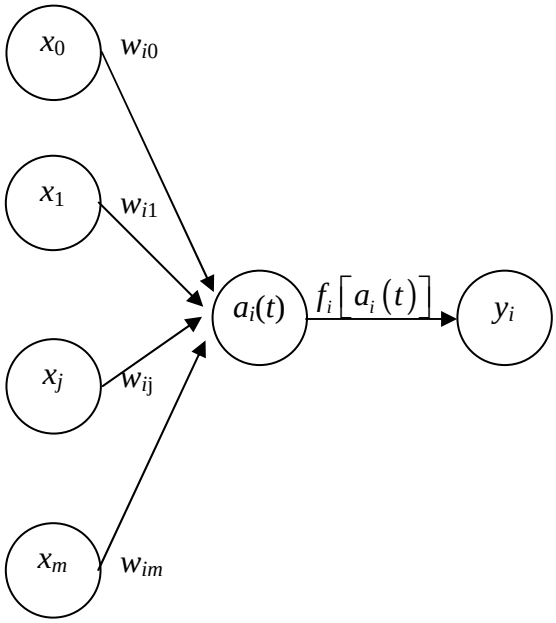
6. El resultado que proporciona la neurona *i*-ésima –representado por $y_i(t)$-, que es una de las variables dependientes del modelo de red neuronal artificial si la neurona pertenece a la capa de salida, o la entrada de otra neurona conectada a la neurona en cuestión si esta forma parte de una capa oculta.

El resultado que proporciona la neurona artificial *i*-ésima de una capa –véase más abajo- compuesta por *n* neuronas artificiales con *m* entradas viene dado por la expresión siguiente:

$$y_i(t) = F_i\left\{ f_i\left\{a(t-1), \sigma\left[w_{ij}, x_j(t)\right]\right\}\right\} \qquad (4.13)$$

El modelo de neurona artificial más habitual en la medición del riesgo de crédito es aquél en el que la regla de propagación es la suma ponderada, se incluye un nivel de excitación, la función de activación depende sólo del potencial postsináptico y la función de salida es la identidad. Este modelo puede representarse por medio del gráfico siguiente:

Gráfico 4.1. *Representación gráfica de la neurona artificial más habitual en la medición del riesgo de crédito.*



Fuente: Elaboración propia.

El resultado de esta red neuronal artificial viene dado por la expresión siguiente:

$$y_i = f_i\left(\sum_{j=1}^{m} w_{ij} \cdot x_i - \theta\right) = f_i\left(\sum_{j=0}^{m} w_{ij} \cdot x_i\right), \quad w_{i0} = -1, \quad x_0 = \theta \qquad (4.14)$$

Los elementos que componen la arquitectura de una red neuronal artificial son una estructura, unas conexiones y unos algoritmos.

La estructura de una red neuronal artificial está compuesta por dos o más capas, que se definen como el conjunto de neuronas que están en un mismo nivel de la red neuronal artificial.

En la estructura de una red neuronal artificial se distinguen tres tipos de capas. Una primera, denominada “de entrada”, que está compuesta por una o más neuronas artificiales con las variables independientes, y una última capa, denominada “de salida”, que está formada por una o más neuronas que proporcionan el valor de las variables dependientes, es decir, el resultado de la red neuronal artificial.

Entre estas dos capas pueden existir una o más capas formadas por una o más neuronas que reciben la denominación de “ocultas” porque no se relacionan con el entorno.

El número de neuronas artificiales de la capa de entrada depende del número de variables independientes, el de la capa de salida depende del número de variables dependientes y el de la capa oculta lo elige el diseñador de la red neuronal.

Las estructuras de las redes neuronales artificiales pueden clasificase en función de diversos criterios de clasificación, no excluyentes entre sí, entre los que destacan los siguientes:

1. Atendiendo al número de capas se distingue entre dos tipos de estructura:

   a) La monocapa, formada por la capa de entrada y una única capa de neuronas que proporciona el resultado de la red neuronal artificial.

   b) La multicapa, formada por una cada de entrada y dos o más capas de neuronas artificiales, de forma que la red neuronal artificial tiene una o más capas ocultas.

2. Atendiendo al sentido en el que circulan los flujos de información en la red neuronal artificial también se distinguen dos tipos de estructura:

   a) La unidireccional, en la que los flujos de información circulan en un solo sentido desde la capa de entrada hacia la de salida.

   b) La recurrente o retroalimentada, en la que los flujos de información circulan en cualquier sentido, desde la capa de entrada hacia la de salida, pero también desde la capa de salida hacia la de entrada y de unas neuronas a otras, ya sean de la misma capa o de capas distintas.

Por su parte, las conexiones de la red neuronal artificial unen las neuronas artificiales con las variables dependientes, las independientes y el resto de neuronas artificiales, tanto de una misma capa como de capas distintas.

En cuanto a los algoritmos de la red neuronal artificial, son un conjunto finito y ordenado de operaciones que permiten el funcionamiento de la red neuronal artificial, distinguiéndose en función de su finalidad los dos tipos siguientes:

a) Los que permiten que las neuronas funcionen como dispositivos de cálculo simple, proporcionando los resultados a partir de los elementos expuestos más arriba.

b) Aquéllos en los que se determina el valor de los pesos sinápticos empleando un proceso, denominado de entrenamiento, y una muestra o población de elementos.

   En estos algoritmos la muestra o población suele dividirse en dos partes:

   – La que se emplea para determinar el valor de los pesos sinápticos, denominada muestra de entrenamiento,

– La que se utiliza para determinar el grado de acierto de la red neuronal artificial en la clasificación una vez finalizado su proceso de entrenamiento, denominada muestra de comprobación.

Los procesos de entrenamiento de la red neuronal artificial pueden clasificarse en función de cómo se llevan a cabo en los dos siguientes:

1. Los procesos supervisados, en los que se utilizan dos vectores para cada uno de los elementos de la muestra de entrenamiento: uno con las variables independientes y otro con las variables dependientes observadas.

   Este proceso consiste en llevar a cabo las operaciones siguientes para cada uno de los elementos de la muestra: se introduce el vector aleatorio con las variables independientes en la red neuronal artificial, se obtiene su resultado, se determina error cometido, comparando este resultado con el segundo vector aleatorio, y se modifica el valor de los pesos sinápticos con la finalidad de reducir dicho error.

2. Los modelos no supervisados, en los que se utiliza un único vector con el valor de las variables independientes para cada uno de los elementos de la muestra y los algoritmos modifican los pesos sinápticos con el objeto de determinar las relaciones existentes entre las variables dependientes y las independientes.

Las redes neuronales artificiales pueden funcionar en función de si en un determinado momento emplean los dos algoritmos o sólo el primero en los dos modos siguientes:

1. El de aprendizaje, que se caracteriza porque en él se emplean las dos clases de algoritmos y el valor de los pesos sinápticos es variable.

2. El de recuerdo, que se caracteriza porque en él sólo se utiliza la primera clase de algoritmos y el valor de los pesos sinápticos es fijo.

El modo de aprendizaje permite obtener tres de las cuatro propiedades principales de las redes neuronales artificiales, las cuales son:

1. La convergencia, por medio de la cual cuanto mayor es el número de veces que se repite el proceso de entrenamiento de la red neuronal artificial menor es la diferencia entre su resultado y el valor observado de las variables dependientes, produciéndose una convergencia entre ambos valores.

2. El aprendizaje, que consiste en que la red neuronal artificial obtiene el valor de los pesos sinápticos que minimiza su función de coste –véase más abajo- por medio del proceso de entrenamiento.

3. La abstracción, por medio de la cual la red neuronal artificial determina las relaciones ocultas existentes entre las variables dependientes e independientes por mediante el proceso de entrenamiento, de forma que a partir de las segundas obtiene las primeras.

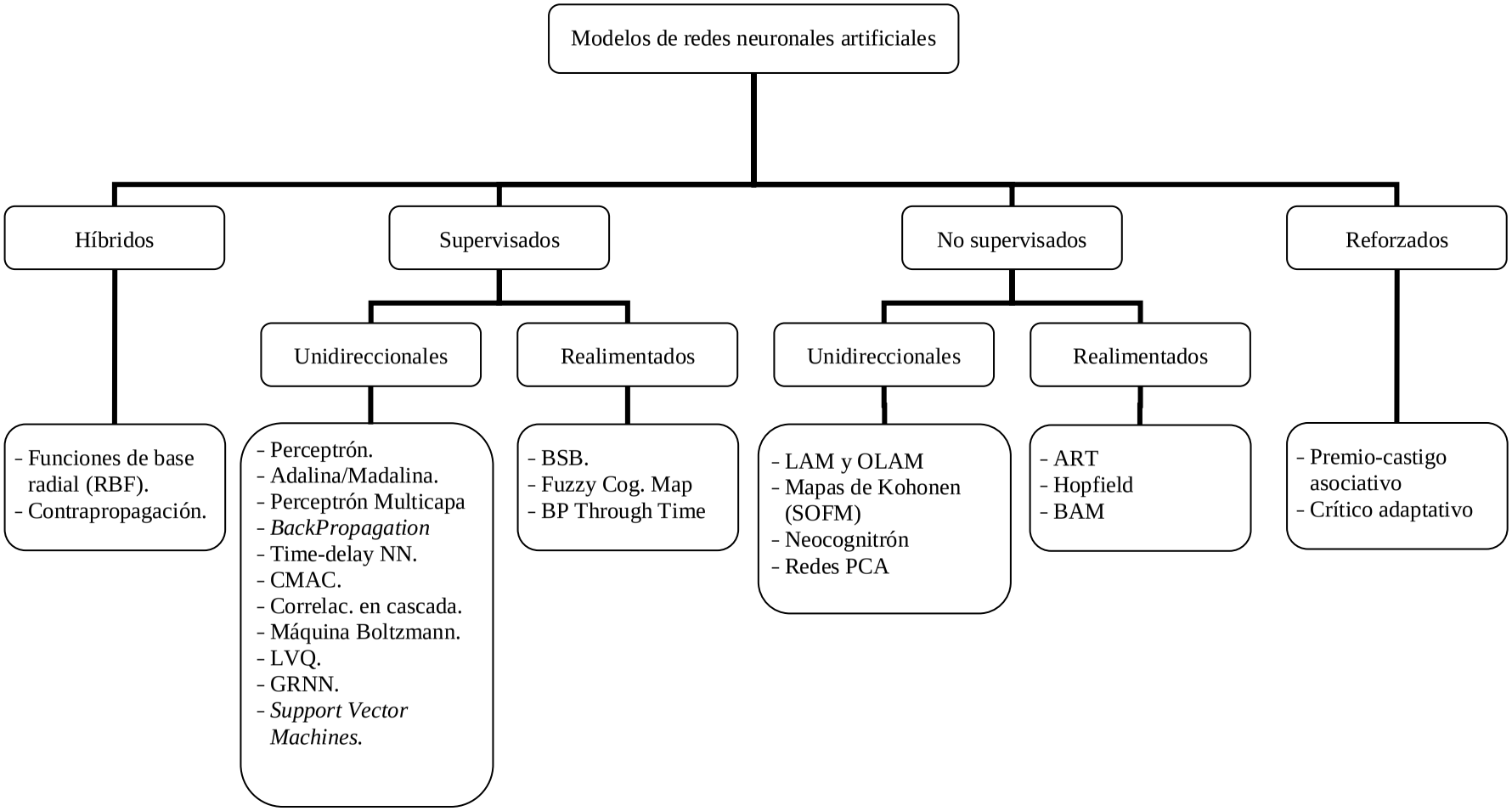
Por su parte, el modo de recuerdo permite obtener la última propiedad principal de las redes neuronales artificiales, la cual es la propiedad de generalización.

En esta propiedad se asume la hipótesis de que las relaciones que existen en la muestra de entrenamiento entre las variables dependientes e independientes son las mismas que se dan en cualquier otro tipo de muestras y consiste en que la red que se obtiene de la muestra de entrenamiento empleando el proceso de aprendizaje es aplicable a cualquier otro tipo de muestra o población.

Las redes neuronales artificiales pueden clasificarse atendiendo a sus características, su estructura y los algoritmos que emplean.

En este sentido, Martín del Brío y Sanz Molina (2001) establecen una clasificación de las redes neuronales artificiales en función de sus algoritmos de aprendizaje y de los sentidos en los que circulan los flujos de información, la cual representarse esquemáticamente por medio del gráfico siguiente:

Gráfico 4.2. *Clasificación de las redes neuronales artificiales*



Fuente: Martín del Brío, B., A. Sanz Molina (2001)

Por su importancia histórica y su extensa aplicación práctica, el principal tipo de red neuronal artificial es el perceptrón multicapas.

Las principales características del perceptrón multicapas son las siguientes:

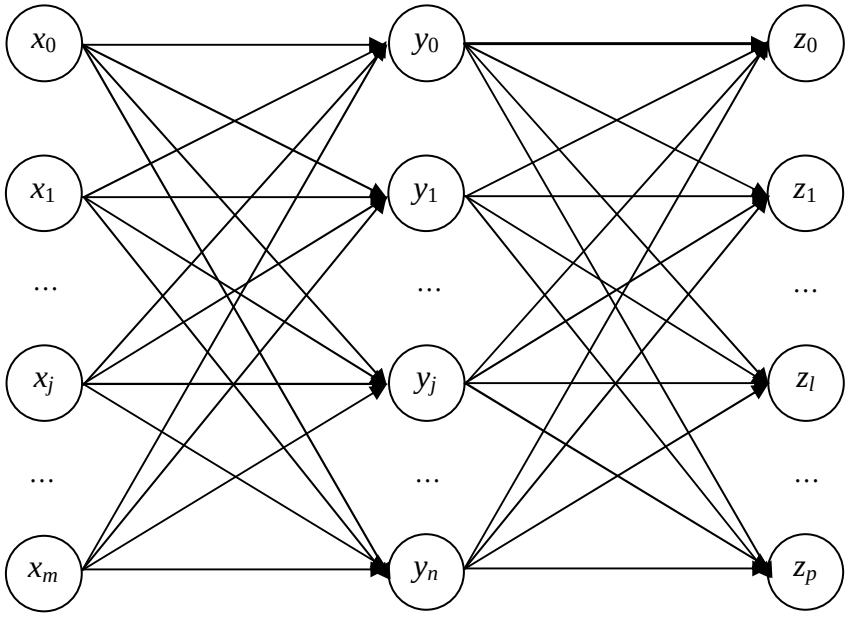
1. Se trata de una red neuronal artificial unidireccional y multicapas.
2. Está compuesta por neuronas artificiales en las que la regla de propagación es la suma ponderada.
3. Incluye un nivel de excitación.
4. La función de activación es una función lineal que sólo depende del potencial postsináptico .
5. La función de salida es una función identidad.

El resultado que proporciona la neurona artificial *l*-ésima de la capa de salida de un perceptrón multicapa compuesto por una capa de entrada con *m* variables independientes, una capa oculta con *n* neuronas artificiales y una capa de salida con *p* variables dependientes viene dada por la siguiente expresión:

$$z_l = f_l\left(\sum_{j=0}^{n} w_{lj} \cdot y_j\right) = f_l\left\{\sum_{j=0}^{n} w_{lj} \cdot \left[f_j\left(\sum_{i=0}^{m} w_{ji} \cdot x_i\right)\right]\right\}, \quad l = 1, 2, \ldots, p \qquad (4.15)$$

La representación gráfica de esta red neuronal artificial es la siguiente:

Gráfico 4.3. *Representación gráfica de un perceptrón multicapa con una capa oculta*



Fuente: Elaboración propia

El proceso de entrenamiento del perceptrón multicapa se lleva a cabo por medio de un proceso supervisado en el que suele utilizarse un algoritmo denominado de retropropagación de errores.

Dicho algoritmo se basa en un modelo de descenso por el gradiente, su función de coste[24] es el error cuadrático medio de los errores de clasificación y su objetivo es determinar los pesos sinápticos que minimizan la función de coste para todos los elementos de la muestra de entrenamiento.

El error cuadrático medio de la clasificación del elemento *s*-ésimo de la muestra de entrenamiento viene dado por la expresión siguiente:

$$E_s = \frac{1}{2} \cdot \sum_{l=1}^{p} \left[c_{sl} - z_{sl} \right]^2 , \quad s = 1, 2, \ldots, q \qquad (4.16)$$

Siendo c_{sl} el valor observado en la variable dependiente *l*-ésima del elemento *s*-ésimo de la muestra de entrenamiento.

La suma del error cuadrático medio de la clasificación de los elementos de la muestra de entrenamiento es:

[24] La finalidad de la función de coste es determinar el coste de los errores de clasificación, midiendo el grado de eficiencia de la red neuronal artificial.

$$E = \sum_{s=1}^{q} E_s = \frac{1}{2} \cdot \sum_{s=1}^{q} \sum_{l=1}^{p} \left[c_{sl} - z_{sl} \right]^2 \qquad (4.17)$$

La función de activación del perceptrón multicapa es continua y derivable, de forma que la variación que la suma del error cuadrático medio de los elementos de la muestra de entrenamiento experimenta ante una variación en el valor de los pesos sinápticos de la capa de salida –representados por w_{lj}- se obtiene por medio de la derivada del error respecto de los pesos, la cual viene dada por la expresión siguiente:

$$\frac{dE}{dw_{lj}} = -\sum_{s=1}^{q} \left(c_{sl} - z_{sl} \right) \cdot f_l' \cdot y_j = -\sum_{s=1}^{q} \delta_{sl} \cdot y_j \,, \quad \begin{cases} l = 0,\ 1,\ ...,\ p \\ j = 0,\ 1,\ ...,\ n \end{cases} \qquad (4.18)$$

Donde:

– $f_l' = \dfrac{df_l(x)}{dw_{lj}}$.

– $\delta_{sl} = \left(c_{sl} - z_{sl} \right) \cdot f_l'$.

Del mismo modo, la variación que la suma del error cuadrático medio de los elementos de la muestra de entrenamiento experimenta ante una variación en el valor de los pesos sinápticos de la capa oculta –representados por w_{ji}- se obtiene mediante la derivada del error respecto de los pesos, la cual viene dada por la expresión siguiente:

$$\frac{dE}{dw_{ji}} = -\sum_{s=1}^{q} \sum_{j=0}^{n} \left(c_{sl} - z_{sl} \right) \cdot f_l' \cdot w_{lj} \cdot f_j' \cdot x_{si} \,, \quad \begin{cases} j = 0,\ 1,\ ...,\ n \\ i = 0,\ 1,\ ...,\ m \end{cases}$$

Expresión en la que:

– $f_j' = \dfrac{df_j(x)}{dw_{ji}}$.

– x_{si} son los valores que presentan las variables independientes en cada uno de los elementos de la muestra de entrenamiento.

Reordenando y sustituyendo los elementos de esta última expresión se obtiene:

$$\frac{dE}{dw_{ji}} = \sum_{s=1}^{q} \left(c_{sl} - z_{sl} \right) \cdot f_l' \cdot \sum_{j=0}^{n} w_{lj} \cdot f_j' \cdot x_{si} = \sum_{s=1}^{q} \delta_{sl} \sum_{j=0}^{n} w_{lj} \cdot f_j' \cdot x_{si} = \sum_{s=1}^{q} \delta_{sj} \cdot x_{si} \qquad (4.19)$$

Siendo $\delta_{sj} = \delta_{sl} \sum_{j=0}^{m} w_{lj} \cdot f_j'$.

El valor de los pesos sinápticos de la capa de salida en un determinado momento del proceso de aprendizaje –representado por *t*- se obtiene por medio de la "regla de Widrow-Hoff" o "regla delta", cuya expresión es:

$$w_{lj}(t) = w_{lj}(t-1) - \alpha \cdot \frac{dE}{dw_{lj}} = w_{lj}(t-1) - \alpha \cdot \delta_{lj} \cdot y_k \,, \quad 0 < \alpha < 1 \qquad (4.20)$$

Siendo α una constante, denominada ratio de aprendizaje, cuyo objeto es controlar la variación que experimentan los pesos sinápticos y la duración del proceso de entrenamiento.

En esta última expresión, suele ser habitual incluir un término adicional, denominado momento, cuya finalidad es reducir la duración del proceso de entrenamiento, obteniéndose la expresión siguiente:

$$w_{lj}(t) = w_{lj}(t-1) - \alpha \cdot \left.\frac{dE}{dw_{lj}}\right|_{t} - \beta \cdot \left.\frac{dE}{dw_{lj}}\right|_{t-1} \,, \quad 0 < \beta < 1 \qquad (4.21)$$

Esta última expresión recibe la denominación de "regla delta generalizada", ya que coincide con la expresión (4.20) para $\beta = 0$.

Como puede observarse, el proceso de entrenamiento del perceptrón multicapa se realiza en dos etapas:

1. Se obtiene el resultado de las neuronas que componen la capa de salida para cada uno de los elementos de la muestra de entrenamiento.
2. Se obtiene la suma del error cuadrático medio de la muestra de entrenamiento, minimizándose, para lo cual se modifican los pesos sinápticos de las capas de salida y oculta.

   Dicho error es propagado desde atrás –capa de salida- hacia delante –capa de entrada-, de ahí que el algoritmo reciba el nombre de "retropropagación de errores".

El proceso de entrenamiento que se acaba de describir se denomina *epoch* y se repite el número de veces que sea necesario para lograr el criterio de parada establecido a priori en la red neuronal artificial, el cual puede ser un determinado número de *epochs* o que el error cuadrático medio sea menor o igual que el error máximo establecido a priori.

Asimismo, la inicialización del proceso de entrenamiento del perceptrón multicapa requiere determinar el valor inicial de los pesos sinápticos de todas las capas, lo que puede llevarse a cabo aleatoriamente o fijando valores concretos que, generalmente, son positivos y cercanos a cero.

4.2.2. APLICACIÓN A LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO

Las principales aplicaciones de las redes neuronales artificiales son tres:

1. La clasificación de los elementos de una muestra o población.

   Las redes neuronales artificiales pueden utilizarse en la resolución de dos problemas de clasificación:

   a) La supervisada, en la que los elementos de la muestra o población se asignan a dos o más categorías cuyo número y características están prefijadas.

   b) La no supervisada, en la que los elementos de la muestra o población se asignan a dos o más categorías que dependen de los elementos de la muestra o población –número y características- y de los parámetros especificados en la red neuronal artificial, por lo que la red neuronal artificial más que resolver un problema de clasificación resuelve uno de agrupación.

2. La aproximación de funciones.

3. La memoria asociativa, por medio de la cual la red neuronal artificial proporciona un patrón de salida previamente memorizado a partir de las variables independientes, lo cual puede utilizarse, a su vez, en las aplicaciones siguientes:

   a) El procesamiento de información difusa, errónea, incompleta o ruidosa.

   b) El reconocimiento sonoro de palabras y el visual de caracteres o palabras.

Las redes neuronales artificiales se han aplicado a múltiples facetas de la economía financiera, entre ellas la medición del riesgo de crédito[25].

Como se ha expuesto más arriba, la red neuronal artificial más empleada es el perceptrón multicapa, lo que se debe fundamentalmente a su extensa aplicación práctica tanto en la economía como en otras ciencias.

Así, los principales trabajos empíricos en los que se aplica este tipo de red neuronal artificial a la medición del riesgo de crédito son los de Hawley, Jonson y Raina (1990), Herbert (1992), Salchenberger, Cinar y Lash (1992), Tam y Kiang (1992), Coats y Fant (1993), Martín del Brío y Serrano Cinca (1993), Atlman, Marco y Varetto (1994), Podding (1995), Desai, Crook y Overstreet (1996), Barniv, Agarwal y Leach (1997), Yang, Platt y Platt (1999), West (2000) y Charalambous, Charitou y Kaourou (2001).

[25] Respecto a la aplicación de las redes neuronales artificiales al ámbito de la economía financiera, véanse, por ejemplo, Trippi y Turban (1993) y Refenes (1995).

No obstante, el perceptrón multicapa presenta una serie de inconvenientes para la medición del riesgo de crédito, por lo que muchos trabajos –entre ellos algunos de los citados en el párrafo anterior- emplean otras redes neuronales artificiales entre las que destacan las siguientes:

1. La de correlación en cascada, empleada por Lacher, Coats, Sharma y Fant (1995).
2. Las de funciones de base radial, empleada por West (2000) y Charalambous, Charitou y Kaourou (2001).
3. Las de mapas autoorganizados de Kohonen, empleado por Martín del Brío y Serrano Cinca (1993, 1995).
4. Las de mezcla de expertos, empleada por West (2000).
5. Las modulares, empleadas por Desai, Crook y Overstreet (1996).
6. Las probabilísticas, empleadas por Yang, Platt y Platt (1997).
7. Las del tipo *"learning vector quantization"*, empleadas por Podding (1995) y Charalambous, Charitou y Kaourou (2001).

En lo que se refiere a las ventajas e inconvenientes que las redes neuronales artificiales presentan para la medición del riesgo de crédito, las principales ventajas son las cuatro siguientes:

1. No requieren asumir hipótesis sobre la relación funcional entre las variables debido, fundamentalmente, a que son modelos no paramétricos.

   Además, algunas redes neuronales artificiales como, por ejemplo, el perceptrón multicapa con una capa oculta, pueden emplearse para aproximar cualquier tipo de función, por lo que, en el caso de qu exista, la relación funcional puede aproximarse por medio de la red neuronal artificial.

2. Permiten realizar clasificaciones no lineales de los elementos de una muestra o población, lo que resulta útil en un fenómeno como el riesgo de crédito, caracterizado por la existencia de relaciones no lineales entre las variables dependientes e independientes.

3. La propiedad de aprendizaje permite que las redes neuronales artificiales puedan adaptarse fácilmente a nuevas situaciones.

   Así, su adaptación a los cambios producidos en la muestra o población original, o su aplicación a otras muestras o poblaciones sólo requiere repetir el proceso de entrenamiento.

4. La propiedad de adaptación permite que las redes neuronales artificiales proporcionen buenos resultados utilizando información difusa, errónea, incompleta o ruidosa, lo cual resulta útil en un fenómeno como el riesgo de crédito, caracterizado porque la información presenta estas características.

Los inconvenientes más relevantes que, con carácter general, presentan las redes neuronales artificiales son los siguientes:

1. Al igual que en la mayoría de los modelos no paramétricos, la determinación de los pesos sinápticos requiere una muestra o población con numerosos elementos.

   Esto supone un inconveniente en un fenómeno como el riesgo de crédito, caracterizado porque la información que las entidades financieras disponen es, con frecuencia, limitada, aspecto que en el caso de las redes neuronales artificiales se ve agravado por el hecho de que el proceso de entrenamiento requiere que la muestra o población se divida en dos o más partes: una de entrenamiento y una o más de comprobación.

2. Las redes neuronales artificiales presentan las características siguientes:

   a) La falta de transparencia, ya que se desconoce el procedimiento utilizado para obtener los resultados intermedios y los finales, siendo similar a una caja negra, en la que se conocen las entradas y las salidas, ignorándose lo que sucede dentro.

   b) La reducida capacidad de explicación del fenómeno objeto de estudio, debido fundamentalmente a las dos razones siguientes:

      – Se desconoce el peso que las variables independientes tienen en el resultado final.

      – El signo y el valor absoluto de los pesos sinápticos carece de significado económico.

   c) La inestabilidad de su resultado, que depende de la estructura, de los parámetros del algoritmo empleado en el proceso de entrenamiento, de las variables independientes y de los valores iniciales de los pesos sinápticos.

      Por ello, aunque se disponga de la misma muestra o población, es posible que no pueda reproducirse un resultado obtenido con anterioridad en una red neuronal artificial.

3. La determinación del número de capas ocultas y del número de neuronas de cada capa es compleja.

Los problemas que son capaces de resolver las redes neuronales artificiales dependen de la estructura de las mismas, existiendo trabajos que proporcionan reglas que permiten determinar el número de capas ocultas en función de las características del problema a resolver, pero que no determinan de forma objetiva qué número de neuronas debe tener cada una de estas capas[26].

En general, el número de neuronas se determina por medio de reglas heurísticas o de métodos de prueba y error, aunque existen tipos de redes neuronales artificiales como, por ejemplo, el de correlación en cascada, en los que la estructura de la red –número de capas ocultas y neuronas de cada capa- se determina por medio de métodos iterativos.

4. El número de neuronas ocultas y de variables dependientes e independientes aumenta exponencialmente el número de conexiones de la red neuronal artificial, incrementando la duración del proceso de entrenamiento y del tiempo de cálculo, los cuales pueden llegar a ser prohibitivos.

   Este inconveniente puede solucionarse empleando diversos métodos, destacando la compartición de pesos, el decaimiento de pesos o el podado de la red.

5. La determinación del valor óptimo de los parámetros del proceso de entrenamiento es compleja.

   Al igual que en el número de neuronas de las capas ocultas, no existe un método objetivo que permita determinar el valor de estos parámetros, fijándose por medio de reglas heurísticas o de métodos de prueba y error.

6. Las redes neuronales artificiales están expuestas al fenómeno, denominado sobreentrenamiento, por medio del cual cuanto mayor es el número de veces que se repite el proceso de entrenamiento con una muestra o población, mayor es la posibilidad de que la red neuronal artificial memorice los elementos, en cuyo caso el error que se comete en la muestra o población de entrenamiento es cada vez menor, mientras que el que comete con otras muestras o poblaciones es cada vez mayor, reduciéndose la capacidad de generalización de la red neuronal.

   Los métodos que pueden utilizarse para solucionar este inconveniente son varios, destacando la parada temprana del proceso de aprendizaje o la limitación de la estructura de la red neuronal artificial.

[26] A este respecto véase, por ejemplo, Lippman (1987), y Hush y Horne (1993).

Por su parte, el perceptrón multicapa presenta unos inconvenientes específicos como consecuencia de la utilización del algoritmo de retropropagación de errores, entre los que destacan los dos siguientes:

1. El algoritmo no garantiza que el resultado corresponda a un mínimo global de la función de coste, en cuyo caso corresponderá a un mínimo local, circunstancia que es más frecuente en las muestras de entrenamiento multi-modales.
2. El algoritmo no es eficiente, ya que los pesos sinápticos pueden mostrar una trayectoria oscilatoria.

4.3. MODELOS DE ÁRBOLES DE DECISIÓN

Los árboles de decisión son unos modelos no paramétricos y secuenciales, cuya finalidad es descomponer un proceso de toma de decisiones complejo en un conjunto de decisiones más simples.

Para ello, se divide la muestra o población en dos o más grupos en función de un determinado criterio, con el objeto de que sean más homogéneos que los originales. Los grupos obtenidos se dividen, a su vez, en otros dos o más subgrupos en función de otro criterio, con el fin de que sean más homogéneos que los primeros.

El proceso se repite el número de veces que sea necesario para alcanzar la finalidad expuesta más arriba, que en la medición del riesgo de crédito no es otro que la clasificación de los deudores en una de las categorías predeterminadas en función de sus características.

La finalidad del diseño de un árbol de decisión es obtener una estructura que sea lo más simple posible, fácilmente actualizable, que clasifique la muestra de entrenamiento de forma exacta y que sea generalizable, es decir, que cuando se aplique a muestras distintas de la de entrenamiento proporcione resultados aceptables.

Atendiendo al número de grupos que se obtienen de las sucesivas divisiones, los árboles de decisión se clasifican en:

1. Binarios, que son aquéllos en los que se obtienen dos grupos.
2. No binarios, que son aquéllos en los que se obtienen más de dos grupos.

   La obtención de estos árboles es más compleja que la de los binarios, por lo que son menos empleados. Además, cualquier árbol de decisión no binario puede obtenerse por medio de una combinación de árboles binarios, por lo que en adelante sólo se consideran estos últimos.

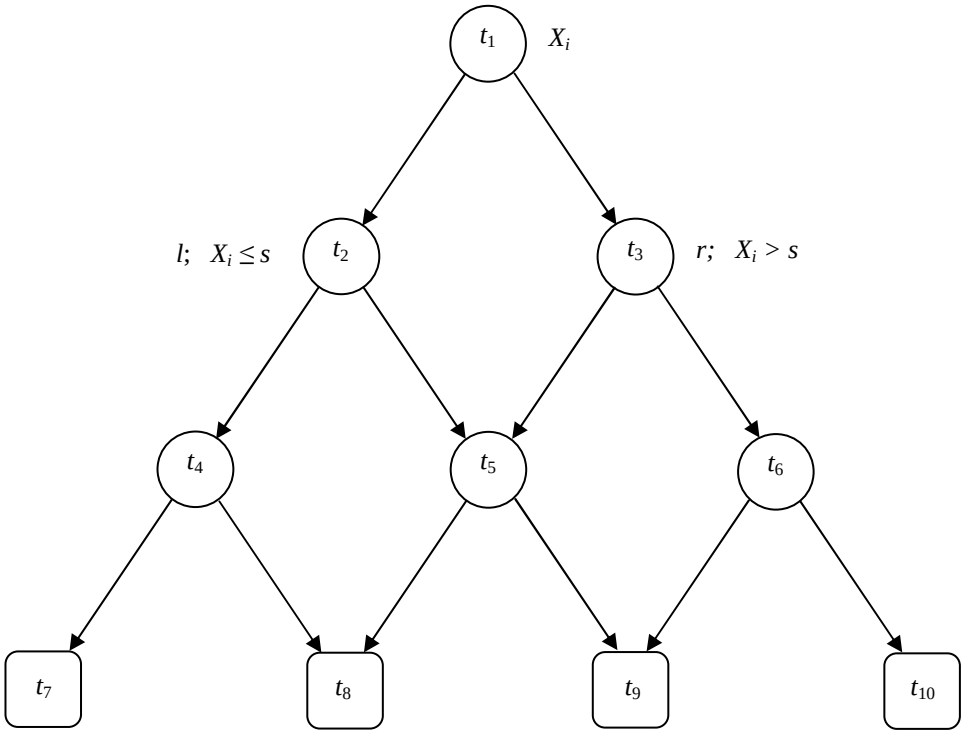
Los algoritmos que pueden emplearse para la construcción de un árbol de clasificación son los tres siguientes:

1. Los ascendentes, que son aquéllos en los que la construcción del árbol se inicia en las categorías definidas a priori, finalizando en la muestra o población.
2. Los descendentes, que son aquéllos en los que la construcción del árbol se inicia en la muestra o población y finaliza en las categorías definidas a priori.
3. Los híbridos, que son una combinación de los dos anteriores.

De todos estos algoritmos, los que más se emplean son los descendentes, dentro de los cuales el más utilizado en la medición del riesgo de crédito es el algoritmo de divisiones iterativas (re*cursive partitioning algorithm* en lengua inglesa o *RPA* de forma abreviada).

Las diversas divisiones que se llevan a cabo en un árbol de decisión binario y descendente pueden representarse gráficamente dando lugar a una figura similar a un árbol, de ahí su nombre.

Gráfico 4.4. *Representación gráfica de un árbol de decisión. Algoritmo de divisiones iterativas*



Fuente: Elaboración propia

La representación gráfica de un árbol de decisión permite distinguir entre los dos elementos siguientes:

1. Los nodos, que representan cada uno de los puntos en los que se realiza una división o que son el resultado de una división anterior.

   Los nodos pueden clasificarse en función de diversos criterios que no son excluyentes entre sí y entre los que destacan:

   a) Atendiendo a si en el nodo se realiza una división o procede de una división se distingue entre:

      – Los nodos padres, que son aquéllos en los que se realiza una división.

      – Los nodos hijos, que son aquéllos que proceden de una división.

   b) Atendiendo a sus características se distingue entre:

      – La raíz, que es el punto donde se inicia el árbol, estando formada por los elementos de la muestra o población.

      – Los nodos terminales u hojas, que son aquéllos que proceden de una división y en los que no se lleva a cabo ninguna división, asignándose sus elementos a una de las categorías predefinidas.

      – Los nodos no terminales, son aquéllos que proceden de una división y en los que se lleva a cabo otra división.

      En la raíz se realiza la primera división, por lo que es un nodo padre pero no hijo, las hojas son nodos hijos pero no padres y los nodos no terminales son nodos hijos y padres.

2. Las ramas, que son cada una de las líneas que unen dos nodos cualesquiera.

En el algoritmo de divisiones iterativas, la división del nodo padre *t*-ésimo en el que existen *m* variables independientes X_i, todas ellas continuas y de tipo cuantitativo, se lleva a cabo determinando el valor *s* de cada una de ellas que permite dividir los elementos de la muestra o población en dos nodos hijos, caracterizados por ser más homogéneos que su nodo padre, de forma que:

1. Los elementos se asignan al nodo hijo de la izquierda –representado por *l*- si $X_i \leq s$.
2. Los elementos se asignan al nodo hijo de la derecha –representado por *r*- si $X_i > s$.

De todas aquellas variables independientes que pueden utilizarse en la división del nodo padre se utiliza la que proporciona un mayor grado de homogeneidad en los dos nodos

hijos. Este proceso se repite el número de veces que sea necesario para cumplir la regla de parada prefijada (véase más abajo en este mismo epígrafe).

Por último, los nodos terminales se asignan a una de las categorías predeterminadas en función del criterio establecido para ello.

Cualquier algoritmo de divisiones sucesivas consta de las tres reglas siguientes: una de división, una de parada y una de asignación.

La regla de división, como su propio nombre indica, tiene la finalidad de dividir los nodos padres en dos nodos hijos más homogéneos, lo que supone maximizar su homogeneidad tras *n* divisiones.

Con carácter general, el grado de homogeneidad de los nodos se maximiza en la siguiente división, es decir, $n=1$. No obstante, Breiman, Friedman, Olshen y Stone (1984) señalan que resulta más conveniente maximizar el grado de homogeneidad de los nodos hijos tras un determinado número de divisiones, con lo que, además de la inmediata, se consigue la mejora tras un determinado número de divisiones.

Las principales reglas de división que se emplean en la maximización del grado de homogeneidad de los nodos hijos en la siguiente división son las que se basan en la distancia de Kolmogorov-Smirnov –basada en el estadístico que lleva dicho nombre- y las que se basan en la medida de la impuridad del nodo.

Estas últimas determinan la variación que una nueva división del árbol de decisión produce en su grado de homogeneidad por medio de una medida de impuridad –puridad- del nodo padre y de los nodos hijos, de forma que el incremento que experimenta esta medida es mayor cuanto mayor es la heterogeneidad –homogeneidad- del nodo padre y menor es la de los nodos hijos

La variación de la medida de impuridad del nodo *t*-ésimo cuando se divide empleando el valor *s* en la variable X_i -representada por $\Delta i(t,s)$- viene dada por la expresión siguiente:

$$\Delta i(t,s) = i(t) - i(l)\cdot P(l) - i(r)\cdot P(r) \qquad (4.22)$$

Donde:

- i es la función de impuridad utilizada en la regla de división, entre las que destacan el índice de impuridad básico, el índice de Gini, el índice de entropía y aquélla basada en el resultado del estadístico chi cuadrado[27].
- P es la probabilidad de que un elemento del nodo padre pertenezca a cada uno de los nodos hijos.
- *l* y *r* son el nodo hijo de la derecha y el de la izquierda, respectivamente.

La determinación de la variable independiente y de su valor que permite dividir el nodo padre maximizando el grado de homogeneidad de los nodos hijos se obtiene maximizando la expresión (4.22), lo que permite minimizar la medida de impuridad total del árbol de decisión, ya que se demuestra que:

$$\Delta I(t,s) = \Delta i(t,s) \cdot P(t)$$

Expresión en la que:

- $\Delta I(t,s)$ es la variación que se produce en la medida de impuridad total del árbol de decisión *T* al dividir el nodo *t*-ésimo empleando el valor s en la variable X_i.
- $P(t)$ es la probabilidad de que un elemento de la muestra o población sea clasificado en dicho nodo.

En cuanto a las reglas de parada, su finalidad es limitar el tamaño del árbol de decisión indicando cuando un nodo es terminal o no.

Las reglas de parada pueden clasificarse en las dos categorías siguientes:

1. Las que limitan directamente el crecimiento del árbol de decisión, que son aquéllas en las que la división se realiza siempre que el descenso en la medida de impuridad total del árbol de decisión sea mayor que un determinado punto de corte establecido a priori –representado por β-, de forma que la parada del árbol de decisión se produce cuando:

   $$\max_{s \in X_i} \Delta I(v,s) < \beta$$

   Siendo *v* el nodo padre.

   Estas reglas de parada son simples pero presentan diversos inconvenientes[28].

[27] Para un resumen de las funciones de impuridad, véase Thomas, Edelman y Crook (2002) pp. 55-59. Para un tratamiento en mayor profundidad, véase Breiman, Friedman, Olsen y Stone (1984) pp. 92-129 y Hand (1997) pp. 68-71.

[28] En relación con dichos inconvenientes, véase Breiman, Friedman, Olshen y Stone (1984), pp. 59-92.

2. Las de podado del árbol de decisión, que fueron propuestas inicialmente por Breiman, Friedman, Olshen y Stone (1984) para salvar los inconvenientes de las reglas expuestas en el punto anterior[29].

   En estas reglas, o bien no se fija regla de parada, o bien se establece un punto de corte muy bajo, con la finalidad de que el árbol de decisión crezca indefinidamente hasta que se ajuste perfectamente a la muestra de entrenamiento

   Los árboles de decisión obtenidos de esta forma se caracterizan por poseer una capacidad de generalización limitada, por lo que a continuación se podan sus ramas con el objeto de reducir su tamaño y obtener el árbol de decisión óptimo.

Dichos autores proponen una de las reglas de podado más utilizadas en la práctica, la cual consiste en eliminar todas aquellas ramas cuya complejidad tiene un coste que no se ve compensado por la disminución en el coste medio esperado de las clasificaciones erróneas que realiza el árbol de decisión.

Esta regla de podado requiere emplear una medida del coste de la complejidad del árbol de decisión, la cual viene dada por la expresión siguiente:

$$R_\alpha(T) = R(T) + \alpha \cdot \left|\tilde{T}\right| \qquad (4.23)$$

Donde:

- $R_\alpha(T)$ es la medida del coste de la complejidad del árbol de decisión *T*.
- $R(T)$ es el coste medio esperado de los errores de la clasificación.
- α es el coste asociado a la mayor complejidad del árbol.
- $\tilde{T}$ es el número de nodos terminales del árbol.

Como puede observarse, esta medida es una combinación lineal del coste medio esperado de los errores de clasificación del árbol de decisión y del coste de la complejidad del mismo.

A continuación se determina el árbol de decisión que minimiza la expresión (4.23) para un determinado valor de α, lo que se lleva a cabo resolviendo el siguiente problema de optimización matemática:

[29] En el ámbito de los árboles de decisión, el término podar significa eliminar un nodo padre y todos sus nodos hijos, es decir, todos los nodos hijos que están por debajo del nodo padre en la estructura del árbol de decisión.
En relación con las reglas de podado del árbol de decisión véase, por ejemplo, Breiman, Friedman, Olshen y Stone (1984), pp. 59-92.

$$R_\alpha\left[T(\alpha)\right] = \min_{T \le T_{\max}} R_\alpha(T)$$

Expresión en la que:

- $T(\alpha)$ es el árbol de decisión que minimiza la medida del coste de la complejidad del árbol de decisión para un determinado valor de α.
- T son cada uno de los árboles de decisión que pueden obtenerse podando los nodos del árbol de decisión obtenido tras el proceso de divisiones iterativas (representado por $T_{\max}$).

El valor del α tiene una influencia decisiva en la solución de este problema de optimización y, por consiguiente, en el árbol de decisión óptimo, ya que cuando es cero el árbol de decisión óptimo coincide con el obtenido tras el proceso de divisiones iterativas, es decir, $R_\alpha\left[T(0)\right] = T_{\max}$, mientras que cuanto mayor es el valor de α mayor es la similitud que existe entre el árbol de decisión y la raíz del árbol de decisión, esto es, $R_\alpha\left[T(\alpha)\right] = T_{Raiz}$.

El principal inconveniente de esta regla de parada es que el coste medio esperado de las clasificaciones erróneas del árbol de decisión depende de la muestra empleada, de forma que cuando se utiliza la muestra de entrenamiento suele ser frecuente que $R(T_{\max}) = 0$, lo cual significa que las estimaciones de este coste son sesgadas y optimistas.

Las soluciones propuestas para salvar dicho inconveniente son principalmente las dos siguientes:

1. Dividir la muestra o población inicial $-\ell$- en dos submuestras: una de entrenamiento $-\ell_1$- y otra de comprobación (ℓ_2). A continuación la muestra de entrenamiento se utiliza para obtener el árbol de decisión y la de comprobación para obtener los errores y podar el árbol.
2. Generalizar la solución anterior repitiendo el proceso un determinado número de veces, por ejemplo, *v*, de la forma siguiente:
   - Se divide la muestra o población inicial en *v* submuestras de tamaño similar, las cuales se representan por ℓ_1, ℓ_2, ..., ℓ_v.
   - Se obtienen *n* muestras de entrenamiento, formadas por las nuestras $\ell_1 - \ell_n$, y $n - v$ muestras de comprobación, formadas por las $\ell_{n+1} - \ell_v$.
   - Se repite el proceso realizado en la primera solución para cada uno de los pares de muestras anteriores.

– Se analizan los resultados obtenidos y, en función de las necesidades, se determina el árbol de decisión óptimo, el cual puede ser, por ejemplo, aquél cuyo coste medio esperado de los errores sea menor.

Respecto a las reglas de asignación, su finalidad es la de asignar los nodos terminales a una de las categorías predeterminadas, lo cual se lleva a cabo empleando, básicamente, dos criterios:

1. El nodo se asigna a aquella categoría con un mayor número de observaciones[30].
2. El nodo se asigna a aquella categoría en la que se minimice el coste medio esperado de los errores en la clasificación.

En el caso de que el número de categorías predeterminadas sea dos –por ejemplo, que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" presente los valores pago e impago-, el coste medio esperado de clasificar los elementos de un nodo terminal en una categoría distinta a la que pertenecen viene dado por la expresión siguiente:

$$r(t) = C(c_1/c_2) \cdot P(t \cap c_2) + C(c_2/c_1) \cdot P(t \cap c_1) \qquad (4.24)$$

Expresión en la que:

– $r(t)$ es el coste medio esperado de los errores de clasificación asociados al nodo terminal *t*-ésimo.

– $C(c_h/c_j)$ es el coste que supone clasificar en la categoría *h*-ésima un elemento de la muestra que pertenece a la categoría *j*-ésima.

  Donde los subíndices *h* y *j* presentan el valor uno para la primera categoría y el dos para la segunda.

– $P(t \cap c_j)$ es la probabilidad del suceso conjunto consistente en que los elementos de la muestra clasificados en el nodo terminal *t*-ésimo pertenezcan a la categoría *j*-ésima.

Aplicando el teorema de la probabilidad condicionada, la probabilidad del suceso conjunto puede expresarse de la forma siguiene:

$$P(t \cap c_j) = P(t/c_j) \cdot P(c_j)$$

Donde:

[30] Se demuestra esta regla de asignación coincide con la siguiente cuando:
– $C(c_1/c_2) = C(c_2/c_1) = 1$.
– $p(c_1) = p(c_2) = 0{,}5$.

– $P\left(t/c_j\right)$ es la probabilidad de que un elemento de la muestra sea clasificado en el nodo terminal *t*-ésimo, condicionada a que este elemento pertenezca a la categoría *j*-ésima.

– $P\left(c_j\right)$ es la probabilidad marginal de que un elemento de la muestra pertenezcan a la categoría *j*-ésima.

Dichas probabilidades pueden obtenerse, a su vez, por medio de las expresiones siguientes:

$$P\left(t/c_j\right)=\frac{n_j\left(t\right)}{N_j},\qquad P\left(c_j\right)=\frac{N_j}{N}$$

Siendo:

– $n_j\left(t\right)$ el número de elementos de la muestra que acaban clasificados en el nodo *t-ésimo* y que pertenecen a la categoría *j-ésima.*

– N_j el número de elementos de la muestra que acaban clasificados en el nodo *t-ésimo*.

– N el número de elementos de la muestra.

El coste medio esperado de los errores de clasificación asociados al nodo terminal *t-ésimo* se obtiene expresando las probabilidades conjuntas de la expresión (4.24) en función de las probabilidades condicionadas y viene dado por la expresión siguiente:

$$\begin{aligned} r\left(t\right) &= C\left(c_1/c_2\right)\cdot P\left(t/c_2\right)\cdot P\left(c_2\right)+C\left(c_1/c_2\right)\cdot P\left(t/c_1\right)\cdot P\left(c_1\right) \\ &= C\left(c_1/c_2\right)\cdot\frac{n_2\left(t\right)}{N_2}\cdot\frac{N_2}{N}+C\left(c_2/c_1\right)\cdot\frac{n_1\left(t\right)}{N_1}\cdot\frac{N_1}{N} \end{aligned}$$

Asimismo, el coste medio esperado total de los errores de clasificación del árbol de decisión se obtiene sumando el coste medio esperado de los errores de clasificación asociado a cada uno de los nodos que forman el árbol de decisión, siendo:

$$R\left(T\right)=\sum_{t\in\tilde{T}}r\left(t\right)$$

En lo que se refiere a los trabajos en los que se aplica el algoritmo de divisiones iterativas a la medición del riesgo de crédito, destacan los de Marais, Patell, y Wolfson (1984), Frydman, Altman y Kao (1985), Srinivasan y Kim (1987), y Daubie, Levecq y Meskens (2002).

Las principales ventajas de los modelos de árboles de decisión son las siguientes:

1. Son modelos no paramétricos.

2. Pueden representarse gráficamente.
3. Permiten la división del espacio muestral en espacios que no tienen porqué ser conexos entre sí.
4. Son simples y fáciles de comprender, controlar, mantener y usar.
5. Admiten el uso de información incompleta, ruidosa y con errores sistemáticos.
6. Permiten la utilización de variables independientes cuantitativas, ya sean continuas o discretas, cualitativas o una combinación de ambas. Asimismo, una variable independiente puede emplearse en más de una división.

Los principales inconvenientes de los modelos árboles de decisión son los siguientes:

1. Asumen la hipótesis de que las categorías predeterminadas son discretas, identificables y que no se superponen entre sí.
2. Realizan una división ortogonal del espacio muestral, lo que supone un inconveniente cuando presenta una estructura diagonal.
3. No permiten determinar la importancia que cada una de las variables independientes tiene en la clasificación de los elementos en las categorías predeterminadas.
4. Las reglas de división son secuenciales, con el inconveniente que ello supone cuando se utilizan reglas de parada basadas en el podado del árbol de decisión, puesto que la eliminación de un nodo padre conlleva la eliminación de todos los nodos hijos que quedan por debajo.
5. Las reglas de parada que limitan directamente el crecimiento del árbol de decisión proporcionan árboles de decisión óptimos que se ajustan con exceso a la muestra de entrenamiento, presentando una capacidad de generalización limitada y menoscabando los resultados de las otras muestras.
6. La determinación del árbol de decisión óptimo resulta difícil, dependiendo de numerosos elementos, muchos de los cuales son difíciles de determinar, destacando las probabilidades marginales, el coste asociado a la mayor complejidad del árbol o el coste de clasificar en una categoría los elementos que pertenecen a otra.

5. SISTEMAS DE CLASIFICACIÓN CREDITICIA

Un sistema de clasificación crediticia está formado por todos aquellos procedimientos, reglas, métodos y modelos, así como todos los elementos materiales, inmateriales y humanos que una entidad financiera emplea para asignar un crédito o un deudor a dos o

más categorías crediticias predeterminadas en función de las características del crédito, del deudor o de ambos.

El principal elemento de dichos sistemas son las categorías crediticias, que están formadas por créditos o deudores que son homogéneos desde el punto de vista de la medición del riesgo de crédito. Estas categorías pueden definirse empleando una o más variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, de forma que aquellos créditos o deudores que componen una categoría se caracterizan porque las medidas de estas variables presentan valores similares, mientras que las que pertenecen a categorías distintas se caracterizan porque presentan valores distintos.

La asignación de los créditos o los deudores a las categorías que componen un sistema de clasificación crediticia puede llevarse a cabo empleando cualquiera de los métodos y modelos que se exponen en este capítulo o en el siguiente.

Los sistemas de clasificación crediticia pueden clasificarse atendiendo a diversos criterios de clasificación no excluyentes entre sí, entre los que destaca la naturaleza del emisor de la clasificación, en función del cual se distingue entre los sistemas de clasificación crediticia externos y los internos.

5.1. SISTEMAS DE CLASIFICACIÓN CREDITICIA EXTERNOS

Los sistemas de clasificación crediticia externos son sistemas basados en el factor humano que utilizan las agencias de clasificación crediticia o de *rating* para emitir sus clasificaciones.

La actividad de las agencias de clasificación crediticia se inicia en los Estados Unidos de América a principios del siglo XX con la elaboración de clasificaciones crediticias sobre de empréstitos de obligaciones emitidos por empresas industriales, siendo éste el país donde se ha extendido más el uso de estas clasificaciones, las cuales son empleadas tanto por los inversores como por los organismos de supervisión y control de la actividad financiera. Con posterioridad, la utilización de este tipo de clasificaciones se ha extendido a otros activos financieros, deudores y países[31].

Atendiendo a la naturaleza de los deudores y de los activos financieros sobre los que emiten clasificaciones, las agencias de clasificación crediticia pueden clasificarse en los dos tipos siguientes:

[31] Para un breve recorrido histórico sobre las clasificaciones crediticias externas, véase, por ejemplo, Cantor y Packer (1994) en el caso de los créditos emitidos por empresas, y Cantor y Packer (1995) en el caso de los créditos emitidos por países.

1. Las de propósito general, que emiten clasificaciones crediticias con independencia de cuál sea la naturaleza del deudor o del activo financiero, destacando Moody's, Standard and Poor's, Fitch, Duff and Phelps y McCarthy, Crissanti y Maffei
2. Las de propósito específico, que emiten clasificaciones crediticias sobre determinados tipos de deudores, destacando IBCA y Thomson Bankwatch, que califican entidades bancarias, y M.A. Best, que califica entidades aseguradoras.

Todas estas agencias de clasificación crediticia tienen su domicilio social en los Estados Unidos de América.

El sector de las agencias de clasificación crediticia ha experimentado un proceso de concentración empresarial en los últimos años de forma que, en la actualidad, las principales agencias de clasificación crediticia de dicho país son Moody's, Standard and Poor y Fitch, siendo las dos primeras las más importantes[32].

Dichas agencias de clasificación crediticia tienen sucursales o alianzas estratégicas con otras que tienen su domicilio social en otras partes del mundo, principalmente en Europa, Asia y Latinoamérica, donde coexisten con agencias de clasificación crediticia oriundas de esos lugares[33].

Las clasificaciones elaboradas por las agencias de clasificación crediticia pueden clasificarse, en función del objeto clasificado, en los dos tipos siguientes:

1. Las del emisor, caracterizadas porque proporcionan una medida del riesgo de crédito del deudor sin considerar las características de ninguno de los activos financieros que ha emitido.

   Atendiendo a la naturaleza del deudor, puede distinguirse, a su vez, las clasificaciones crediticias de las empresas, de las contrapartidas de los activos financieros derivados negociados en mercados no organizados y de los países.

2. Las de la emisión, caracterizadas por proporcionar una medida del riesgo de crédito del deudor y del activo financiero considerando las características de ambos.

   Atendiendo al vencimiento del activo financiero, puede distinguirse, a su vez, entre las clasificaciones crediticias siguientes:

   a) Las de largo plazo, caracterizadas porque el vencimiento de los activos financieros es mayor a un año, realizándose principalmente sobre los activos

[32] En la actualidad, Moody's, Standard and Poor's y Fitch son propiedad de Dun and Bradstreet, McGraw-Hill y FIMALAC, respectivamente.

[33] En relación con las agencias de clasificación crediticia que operan en América, Asia y Europa, véase, por ejemplo, Basel Committee on Banking Supervisión (2000a), pp. 21-27.

siguientes: empréstitos de obligaciones, bonos, cédulas, certificados de depósito con vencimiento a largo plazo, préstamos sindicados y acciones con derechos preferentes.

b) Las de corto plazo, caracterizadas porque el vencimiento es menor o igual a un año, realizándose sobre certificados de depósito con vencimiento a corto plazo y pagarés (o cualquier otra denominación que reciban estos activos financieros).

Además de estos activos financieros, las agencias de clasificación crediticia también emiten clasificaciones sobre los fondos de titulización hipotecaria, los de titulización de activos y las pólizas de seguro en las que ha acaecido el riesgo objeto de cobertura.

Las agencias de clasificación crediticia emplean unas escalas formadas por una serie de categorías crediticias, ordenadas de menor a mayor riesgo de crédito, que son representadas por un conjunto de letras, números y signos.

Dichas agencias suelen emplear dos escalas de clasificación crediticia, una para los activos financieros con vencimiento a largo plazo y otra para los que tienen vencimiento a corto plazo, y, aunque son similares, cada agencia emplea su propia escala.

Así, la escala de largo plazo de Standard and Poor's distingue las categorías siguientes: AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC, CC, C y D. Los activos financieros con un riesgo de crédito menor se clasifican en la categoría crediticia AAA, y aquéllos en los que el deudor se encuentra en el estado impago se clasifican en la D.

Además, como el riesgo de crédito no se distribuye de forma homogénea dentro de cada categoría, Standard and Poor's, añade los modificadores + y – desde la categoría AA hasta la B, los cuales indican que el activo financiero se encuentra en la parte superior o inferior de la categoría, respectivamente.

En cuanto a su escala de corto plazo, Standard and Poor's distingue las categorías A, B, C y D, de forma que en la categoría A se clasifican los activos financieros con un riesgo de crédito menor y en la D se clasifican los activos financieros en los que el deudor se encuentra en estado de impago. Al igual que en la escala de largo plazo, Standard and Poor's añade los modificadores 1, 2 y 3 en la categoría A para indicar el mayor o menor riesgo de crédito de los activos financieros asignados a la misma.

Asimismo, Standard and Poor's distingue la categoría crediticia retirado –categoría *withdraw* en lengua inglesa o *NR* de forma abreviada-, en la que se clasifican todos aquellos activos financieros que dejan de ser clasificados por causas ajenas al riesgo de crédito, entre las que destacan la amortización anticipada o el vencimiento del activo financiero, la absorción, adquisición, conversión o fusión del deudor, o la imposibilidad

por parte de la agencia de clasificación crediticia externa de recopilar la información necesaria para llevar a cabo la revisión de la clasificación crediticia.

Atendiendo al tratamiento que reciben por parte de los organismos de supervisión y control de la actividad financiera, las categorías crediticias se clasifican en dos tipos:

1. Las que componen el grado de inversión que, dependiendo de la agencia de clasificación crediticia y del organismo de supervisión y control, abarca desde la categoría AAA hasta la BBB, ambas inclusive.
2. Las que componen el grado de especulación, que comprende desde la categoría BB hasta la D.

Los créditos y los deudores clasificados en el grado de inversión se caracterizan porque poseen un riesgo de crédito medio-bajo, por lo que el tratamiento que reciben por parte de los organismos de supervisión y control es más favorable que el recibido por los que pertenecen al grado de especulación, caracterizados porque poseen un riesgo de crédito medio-alto.

Atendiendo a si el deudor las solicita o no, las clasificaciones crediticias pueden clasificarse en los dos tipos siguientes:

1. Las solicitadas por los deudores, caracterizadas porque el deudor solicita la clasificación crediticia, paga los honorarios de su emisión en función de la tarifa establecida por la agencia y, a cambio, adquiere los derechos de una entrevista con el equipo de trabajo –véase más abajo- con el fin de proporcionarle información privada relevante y, en algunas agencias, a apelar si no está de acuerdo con la clasificación crediticia.
2. Las no solicitadas por los deudores, caracterizadas porque el deudor no solicita la clasificación, no paga los honorarios de su emisión y no adquiere los dos derechos expuestos más arriba.

Las agencias de clasificación crediticia distinguen las clasificaciones solicitadas de las no solicitadas empleando otros modificadores distintos de los expuestos más arriba.

Las políticas que las agencias de clasificación crediticia siguen en la emisión de las clasificaciones crediticias no solicitadas varían de una agencia a otra.

Las dos agencias de clasificación crediticia más importantes –Moody's y Standard and Poor's- emiten clasificaciones crediticias para todos los activos financieros emitidos en los Estados Unidos de América y registrados en la *Security Exchange Commission* –

SEC-[34], ya sean solicitadas o no, mientras que siguen políticas distintas en el caso de otros créditos y deudores.

Los honorarios que perciben las agencias de clasificación crediticia por la emisión de las clasificaciones crediticias consisten en un porcentaje del importe del crédito, con un importe mínimo y otro máximo, que varía en función de la agencia, del crédito y del deudor.

El proceso que llevan a cabo las agencias de clasificación crediticia para la emisión de las clasificaciones crediticias es similar, aunque no idéntico, y varía en función de la naturaleza del crédito y del deudor.

El proceso de clasificación crediticia de los créditos con vencimiento a largo plazo emitidos por empresas emplea información pública y privada, iniciándose con la asignación de un equipo de trabajo cuya composición depende de la agencia de clasificación crediticia, si bien está generalmente formado por dos o más analistas –uno principal y uno o más suplentes- y un equipo de apoyo.

La primera tarea del equipo de trabajo es recopilar toda aquella información necesaria para emitir la clasificación crediticia, la cual incluye:

1. Información sobre el deudor, la cual es, a su vez, de dos tipos:

    a) De carácter público, la cual está formada por información económico-financiera del deudor, de las variables macroeconómicas del país en el que tiene ubicada su sede social, de la industria o sector en el que desarrolla su actividad y de la posición competitiva en esta industria o sector (posicionamiento en el mercado y grado de eficiencia operativa).

    b) De carácter privado, la cual está formada por la información que el equipo de trabajo recopila en la entrevista que lleva a cabo con la alta dirección del deudor –en el supuesto de que éste solicite la clasificación crediticia-, y en la que evalúa el desempeño de la dirección, la calidad de los sistemas de información de la empresa, su capacidad de generación de recursos financieros, su grado de endeudamiento, la composición de sus estructuras económica y financiera, la adecuación de los pagos esperados a los cobros esperados y la flexibilidad financiera.

[34] Véase http://www.sec.gov.

2. Información sobre el crédito, básicamente sobre sus características, las de los activos que garantizan su devolución, las garantías adicionales y su orden de prelación respecto del resto de los activos financieros emitidos por el deudor.

Una vez recopilada toda esta información, el resto del proceso de emisión de la clasificación crediticia depende de la agencia, siendo a grandes rasgos el que se expone a continuación.

El analista –sólo o junto con sus suplentes- analiza la información recopilada, realiza una propuesta de clasificación crediticia y la presenta a un comité –en el momento de su realización o un determinado periodo de tiempo después-, el cual emite la clasificación crediticia. La composición de este comité depende de la agencia, la cual también influye en si el resultado de la clasificación se publica sin que el deudor pueda apelar, o bien se lo comunica para que, en el caso de que exista disconformidad, apele y aporte información privada nueva que sea útil para solucionar la desavenencia.

El riesgo de crédito de un activo financiero o deudor varía con el transcurso del tiempo. Por ello, las agencias de clasificación crediticia revisan sus clasificaciones tanto de forma periódica –al menos una vez al año, o con una frecuencia menor si así lo estiman necesario- como no periódica (en cualquier momento, si se produce un hecho relevante que pueda afectar a la clasificación).

Las agencias asignan los activos financieros a una categoría especial durante el tiempo que dura la revisión, la cual indica que el deudor o el activo financiero están siendo revisados, variando su denominación de unas agencias a otras. Por ejemplo, Standard and Poor's utiliza la denominación de *Credit Watch* y distingue cuatro previsiones: positiva, negativa, en desarrollo y estable (*positive*, *negative*, *developing y stable* en lengua inglesa).

En lo que se refiere a las ventajas e inconvenientes de las clasificaciones crediticias externas, las principales ventajas son las tres siguientes:

1. Miden el riesgo de crédito de los activos financieros y de los deudores de distinta naturaleza por medio de una escala homogénea que es fácil de entender por todos los agentes participantes en los mercados financieros.
2. Son medidas del riesgo de crédito que han demostrado un alto grado de fiabilidad a lo largo del tiempo y cuya validez es aceptada, con carácter general, por los agentes que participan en los mercados financieros, entre los que se encuentran los organismos de supervisión y control de la actividad financiera.

3. Las agencias de clasificación crediticia tienen incentivos para emitir clasificaciones crediticias fiables, ya que su principal ingreso son los honorarios que cobran en concepto de emisión de las clasificaciones crediticias, las cuales son solicitadas por los deudores siempre que sean demandadas por los agentes que participan en los mercados financieros. A su vez, estos agentes demandarán dichas clasificaciones siempre que sean medidas fiables del riesgo de crédito.

Respecto a estas dos últimas ventajas cabe señalar que numerosos académicos, profesionales y organismos de supervisión y control las están cuestionando a raíz de los sucesos acaecidos en los mercados financieros durante los últimos años entre los que cabe destacar la crisis asiática y, más recientemente, la crisis financiera internacional.

Los principales inconvenientes de las clasificaciones crediticias externas son los tres siguientes:

1. La frecuencia con la que las agencias de clasificación crediticia revisan las clasificaciones no tiene porqué ser la más adecuada para obtener una medida actual del riesgo de crédito.

   Es más, estas agencias suelen ser reacias a realizar disminuciones en las clasificaciones crediticias solicitadas porque pueden perjudicar al deudor, que es uno de sus principales clientes. Por ello, sólo disminuyen estas clasificaciones cuando las circunstancias del activo financiero o del deudor proporcionan razones ampliamente justificadas para ello.

2. Las diferencias existentes entre las clasificaciones crediticias elaboradas por las distintas agencias, aunque se establezca una correspondencia entre sus escalas[35].

   Estas diferencias dependen fundamentalmente de las agencias de clasificación crediticia comparadas. Así, las clasificaciones crediticias emitidas por Moody's y Standard and Poor's presentan un mayor grado de coincidencia, mientras que las de Ficth son las que presentan un mayor grado de divergencia.

   Las principales razones de estas diferencias son las siguientes:

   a) Las imperfecciones del mercado de clasificaciones crediticias provocadas, principalmente, por la competencia entre las agencias, el fenómeno de la compra de clasificaciones crediticias y su uso con fines reguladores (véase más abajo).

[35] Estas diferencias pueden apreciarse en el trabajo de Ederington y Yawitz (1987), p. 14, en el que se presentan las clasificaciones crediticias emitidas por Moody's, Standard and Poor's, Duff and Phelps Fitch y McCarthy, Crisanti y Maffei para empréstitos de obligaciones emitidos por treinta empresas de los Estados Unidos de América, incluyéndose entre paréntesis la clasificación crediticia que le es equivalente según la escala de Standard and Poor's.

b) La categoría crediticia a la que se asigna el activo financiero o el deudor.

Las diferencias entre las clasificaciones crediticias emitidas por las agencias son menores en los activos financieros que pertenecen al grado de inversión que en los que pertenecen al grado de especulación, y dentro de esta últimas son mayores cuanto la clasificación crediticia más se aproxima al estado impago.

c) La naturaleza del activo financiero emitido.

Las diferencias son mayores en aquellos activos financieros cuya clasificación se ha iniciado recientemente como, por ejemplo, los fondos de titulización de activos y los de titulización hipotecaria, lo cual se debe, principalmente, a que la metodología de elaboración de estas clasificaciones está menos elaborada que la empleada en otros tipos de activos financieros como, por ejemplo, los empréstitos de obligaciones.

3. Las clasificaciones crediticias externas son utilizadas por los organismos de supervisión y control de la actividad financiera con fines reguladores, lo que, a su vez, supone los dos inconvenientes siguientes[36]:

a) La creación de una demanda artificial de clasificaciones crediticias externas.

Esto se debe, fundamentalmente, a la legislación específica aplicable a determinados tipo de entidades financieras que o bien les obliga a mantener en su estructura económica activos financieros pertenecientes al grado de inversión, o bien otorga a estos activos un trato más favorable que el que reciben los pertenecientes al grado de especulación.

Esta situación promueve un fenómeno, denominado compra de clasificaciones crediticias externas, que consiste en que los emisores intentan por todos los medios que sus activos financieros sean clasificados en aquellas categorías crediticias que pertenecen al grado de inversión.

De este modo, dichos emisores se aseguran la demanda por parte de las entidades financieras que tienen la necesidad de invertir en activos financieros pertenecientes al grado de inversión y resultan beneficiados de un tanto efectivo de coste menor en esta fuente de financiación, puesto que cuanto mayor es la clasificación crediticia menor es el riesgo de crédito que perciben los inversores y, por consiguiente, también debe ser menor la prima de riesgo que los inversores le exigen al activo financiero.

[36] A este respecto véase White (2001).

b) La limitación de la oferta de clasificaciones crediticias, ya que los organismos de supervisión y control de la actividad financiera deben acreditar a las agencias para que sus clasificaciones crediticias puedan utilizarse para la determinación de los requisitos de capital.

   Estas agencias reciben la denominación de *National Recongized Statistical Rating Organization* en los Estados Unidos de América –o *NRSRO* de forma abreviada-, y la de Instituciones Externas de Evaluación del Crédito en el Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea (*External Credit Rating Institution* en lengua inglesa, o *ECAI* de forma abreviada).

   El proceso de acreditación consiste en que la agencia de clasificación crediticia debe cumplir una serie de requisitos cuya finalidad es demostrar que dispone de la experiencia y de los recursos materiales, inmateriales y humanos necesarios para elaborar clasificaciones crediticias fiables.

   La exigencia de estos requisitos desincentiva la competencia en el mercado de clasificaciones crediticias por los siguientes motivos:

   – Crean una barrera de entrada basada en unos criterios que, aunque están relacionados, no prueban la fiabilidad de las clasificaciones crediticias emitidas por las agencias acreditadas.

   – Desincentivan la innovación en la medición del riesgo de crédito, ya que fomentan agencias de clasificación crediticia con antigüedad y gran tamaño, en lugar de agencias que desarrollen metodologías de medición que permitan obtener clasificaciones crediticias fiables.

5.2. SISTEMAS DE CLASIFICACIÓN CREDITICIA INTERNOS

Los sistemas de clasificación crediticia internos son aquéllos que utilizan las entidades financieras en la elaboración de las clasificaciones crediticias internas.

Dichos sistemas de clasificación crediticia y los externos presentan una serie de diferencias y similitudes. Entre las similitudes destacan que ambos utilizan las mismas variables explicativas y los mismos métodos y modelos de determinación del valor de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito.

En cuanto a las diferencias entre los sistemas de clasificación crediticia externos e internos, la principal diferencia a efectos de la medición del riesgo de crédito es la

filosofía empleada en la elaboración de las clasificaciones crediticias, distinguiéndose las dos siguientes:

1. La filosofía "a través del ciclo" –*through the cycle* en lengua inglesa o *TTC* de forma abreviada-, en la que la clasificación crediticia se emite considerando cuál sería la situación del deudor en el peor estado del ciclo económico.

   Esta filosofía la utilizan fundamentalmente las agencias de clasificación crediticia, las cuales determinan la clasificación crediticia que tendrá el deudor en el peor estado del ciclo económico por medio de un procedimiento que se desconoce con exactitud.

   No obstante, lo que sí se conoce son las directrices que estas agencias siguen en la emisión de las clasificaciones crediticias, las cuales son, principalmente, las tres siguientes:

   a) Las clasificaciones crediticias se emiten empleando un horizonte temporal de largo plazo, aunque no se conozca con exactitud.

   b) Las clasificaciones crediticias consideran la estructura temporal del riesgo de crédito, así como la variación que ésta experimenta en función del estado del ciclo económico.

   c) La política de migración de las clasificaciones crediticias sopesa dos objetivos contrapuestos: la oportunidad y la estabilidad de los cambios en las clasificaciones crediticias. Por ello, las agencias de clasificación crediticia filtran de alguna manera que no hacen pública la información que en cada momento tienen disponible del deudor.

2. La filosofía puntual o en función de las condiciones actuales del deudor –*point in time* en lengua inglesa o simplemente *PIT*-, en la que la clasificación crediticia se emite considerando el riesgo de crédito del deudor en un momento concreto del ciclo económico, que es el actual.

   La filosofía puntual o en función de las condiciones actuales del deudor –en adelante simplemente filosofía puntual- es la que utilizan principalmente las entidades financieras, que emiten clasificaciones crediticias empleando un horizonte temporal de corto plazo – generalmente un año- y modelos estadísticos, de aprendizaje de máquinas, basados en el valor de los activos de la empresa, econométricos, o de intensidad.

La influencia que tiene la utilización de una filosofía u otra depende de la relación que exista entre el riesgo de crédito del deudor y el estado del ciclo económico, la cual es

mayor en los deudores que pertenecen al grado de especulación que en los que pertenecen al grado de inversión.

Las diferencias entre estas dos filosofías se deben fundamentalmente a las aplicaciones de las categorías crediticias que proporcionan.

Así las clasificaciones crediticias que se obtienen de la filosofía a través del ciclo son empleadas en la medición y la gestión elemental del riesgo de crédito por aquellos agentes que, en muchas ocasiones, tienen pocos recursos humanos, materiales e inmateriales para la medición de este riesgo, que tienen un horizonte temporal de largo plazo y buscan una medida del riesgo de crédito que sea estable y fácil de comprender.

Por su parte, las clasificaciones crediticias que se obtienen de la filosofía puntual son empleadas por las entidades financieras, que las utilizan en la medición, valoración y gestión avanzada del riesgo de crédito –selección de proyectos de inversión, control y supervisión, y obtención de la cartera de activos financieros óptima-, necesitando una medida que refleje el riesgo de crédito al que la entidad está expuesta en cada momento.

Los principales trabajos que analizan las diferencias que existen entre las clasificaciones crediticias que proporcionan las filosofías a través del ciclo y puntual son los de Carey y Hrycay (2001), Altman y Rijke (2004), y Löffler (2004).

Asimismo, los trabajos que estudian las diferencias en el capital económico y los requisitos de capital que se obtienen empleando ambas filosofías son numerosos debido a las implicaciones que ello tiene en la regulación que las entidades bancarias deben cumplir, destacando los de Allen y Saunders (2002), Cantor, Mahoney y Mann (2003), Catarineu-Rabell, Jackson y Tsomocos (2003), Estrella (2004), Rösch (2005), y Gordy y Howell (2006).

Según estos trabajos, el capital económico y los requisitos de capital que se obtienen empleando la filosofía a través del ciclo son más estables que los que se obtienen empleando la puntual. Es más, los requisitos de capital que se obtienen empleando la filosofía puntual presentan un fenómeno, denominado pro-cíclico –o simplemente cíclico-, que consiste en su incremento cuando el estado del ciclo crediticio es de recesión.

Además de la filosofía empleada en la elaboración de las clasificaciones crediticias, otras diferencias relevantes entre los sistemas de clasificación crediticia externos y los externos son las siguientes:

1. Las agencias de clasificación crediticia son entidades especializadas que no están vinculadas con el activo financiero o su emisor, por lo que no asumen ningún riesgo

en la emisión de las clasificaciones crediticias externas, las cuales son, en principio, imparciales.

En cambio, las clasificaciones crediticias internas son emitidas fundamentalmente por entidades bancarias, las cuales son entidades especializadas en la intermediación financiera que están vinculadas con el deudor del crédito, de forma que el beneficio y el riesgo que obtienen y asumen, respectivamente, dependen de la exactitud de las clasificaciones crediticias que elaboran, por lo que no son imparciales.

2. Las agencias publican las clasificaciones crediticias externas y el proceso que llevan a cabo para emitirlas[37], mientras que las entidades bancarias no publican ni las clasificaciones crediticias internas, que son ignoradas incluso por sus clientes, ni el proceso que realizan para elaborarlas, dado que se considera una ventaja competitiva respecto de sus competidores, siendo ambos privados.

3. El resultado que obtiene una agencia de clasificación crediticia viene dado por la diferencia entre los ingresos que obtienen, fundamentalmente, de la emisión de las clasificaciones crediticias solicitadas –cuyo importe se establece en función de la tarifa prefijada por la agencia- y los costes que conllevan la emisión de estas clasificaciones.

   Por el contrario, el resultado que una entidad bancaria obtiene viene dado por la diferencia entre el valor actual esperado de los ingresos que proporcionan los créditos y los costes asociados a los mismos, entre ellos los asociados al riesgo de crédito, los cuales son la perdida esperada asociada a este riesgo y coste de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada.

4. La remuneración que percibe el personal que elabora las clasificaciones crediticias externas –el comité de clasificación crediticia y el analista o analistas asignados al activo financiero o al emisor- es independiente de la clasificación crediticia final que obtenga el crédito o el deudor.

   Sin embargo, las clasificaciones crediticias internas son realizadas por el personal de la red comercial de la entidad bancaria o las unidades de concesión o de revisión de créditos, en función cuál sea la fase del proceso de clasificación crediticia en la que se encuentre el crédito o el deudor, el porcentaje que suponga su cuantía en el

[37] Uno de los requisitos que exige el Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea a una agencia de clasificación crediticia para concederle la acreditación de institución externa de evaluación del crédito es que publique, aunque sólo sea en líneas generales, el proceso que lleva a cabo para obtener las clasificaciones crediticias que emite.

importe total de la cartera de activos financieros, la unidad de negocio y la entidad financiera.

En el caso del personal de la red comercial, su remuneración tiene una parte variable que depende de los objetivos comerciales fijados por los gestores de la entidad financiera, cuya finalidad es reducir el riesgo moral al que están expuestos estos últimos al delegar en este personal ciertas tareas del negocio bancario. Sin embargo, si la remuneración variable no se diseña correctamente puede incentivar al personal de la red comercial a clasificar a los créditos y los deudores en unas clasificaciones crediticias con un riesgo menor al que verdaderamente queda expuesta la entidad financiera, exponiendo a los gestores al riesgo moral expuesto en el epígrafe 2.1.4 del segundo capítulo.

5. Los usuarios de las clasificaciones crediticias externas son diversos, siendo fundamentalmente los inversores institucionales, los finales y los organismos de supervisión y control de la actividad financiera. Todos estos usuarios utilizan estas clasificaciones en diversas aplicaciones.

   En cambio, los usuarios de las clasificaciones crediticias internas son los empleados de la entidad financiera, que utilizan estas clasificaciones en las diversas aplicaciones que tienen los sistemas de medición del riesgo de crédito, las cuales se han expuesto en el epígrafe 2.1 del segundo capítulo.

6. Las entidades financieras poseen, con frecuencia, un departamento de revisión de créditos que resuelve los conflictos que pueden producirse al emitir las clasificaciones crediticias internas entre el personal de los distintos departamentos, manteniendo la cultura empresarial de estas entidades, especialmente cuando los sistemas de clasificación crediticia emplean métodos basados en el factor humano.

   Por el contrario, las agencias de clasificación crediticia carecen de este departamento y sus funciones las realiza el comité de clasificación crediticia.

7. Las agencias de clasificación crediticia obtienen información privada del deudor por medio de la entrevista que lleva a cabo el analista o analista, mientras que las entidades bancarias obtienen esta información mediante la documentación que le solicitan al deudor.

Por otra parte, los sistemas de clasificación crediticia internos que emplean las distintas entidades financieras también presentan una serie de diferencias y similitudes entre ellos.

Los principales trabajos que analizan dichas diferencias y similitudes son los de English y Nelson (1998), Treacy y Carey (1998, 2000) y Basel Comittee on Banking Supervisión (2000a, 2000b).

Según estos trabajos, las principales similitudes entre los sistemas de clasificación crediticia internos que utilizan las distintas entidades financieras son sus aplicaciones a la medición del riesgo de crédito. Además, al igual que las similitudes entre los sistemas de clasificación crediticia externos y los internos, las variables explicatavias, así como los métodos y modelos que utilizan todos estos sistemas son similares.

Las principales diferencias entre los sistemas de clasificación crediticia internos que emplean las distintas entidades financieras se deben a las aplicaciones que tienen en la medición del riesgo de crédito y la unidad de negocio a la que corresponden los créditos y los deudores clasificados, destacando las siguientes:

1. La definición de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" y del suceso impago.
2. La amplitud del horizonte temporal.
3. Los elementos del crédito clasificados, los cuales pueden ser el crédito, el deudor o ambos. Habitualmente se clasifica al crédito por una parte, o al crédito y al deudor por otra.
4. El número de dimensiones utilizadas en aquellos sistemas en los que se clasifica al crédito y al deudor, el cual permite distinguir entre:
   a) Los sistemas unidimensionales, caracterizados porque la medición del riesgo de crédito se lleva a cabo por medio de la pérdida esperada asociada al riesgo de crédito, la cual resume en una única dimensión las distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" y "pérdida en caso de impago".
   b) Los sistemas bidimensionales, caracterizados porque la medición del riesgo de crédito se realiza por medio de dos dimensiones, las cuales corresponden a las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" y "pérdida en caso de impago", respectivamente.
5. El número y la definición de las categorías crediticias.

   La complejidad de un sistema de clasificación crediticia depende del número de categorías que tenga, siendo más complejo cuanto mayor sea el número de categorías crediticias y viceversa.

El número de categorías crediticias que tiene un sistema de clasificación crediticia está relacionado con sus aplicaciones, las cuales pueden clasificarse de forma ascendente en función del número de categorías que requiere el sistema en las siguientes: la fijación de precios basada en el riesgo, la determinación de la cartera de activos financieros óptima, el control y la supervisión interna del riesgo de crédito, la dotación de provisiones y la asignación de capital por dicho riesgo y el control y la supervisión externa por parte de los organismos de supervisión y control de la actividad financiera.

A este respecto debe considerarse que la utilización de un sistema con un número inadecuado de categorías crediticias conlleva diversos inconvenientes entre los que destacan los dos siguientes:

a) La clasificación de un crédito en más de una categoría cuando el sistema de clasificación crediticia tiene un número de categorías mayor que el necesario para las aplicaciones en las que se utiliza.

b) La composición heterogénea de las categorías cuando el sistema de clasificación crediticia tiene un número de categorías menor que el necesario para las aplicaciones en las que se utiliza.

6. La distribución de los créditos en la escala de clasificación crediticia.

   La situación idónea es que los créditos que componen la cartera de la entidad financiera estén distribuidos uniformemente en la escala de clasificación crediticia. No obstante, esta situación no siempre es posible, debido a que, o bien la cartera no está suficientemente diversificada y los créditos se concentran en una o mas categorías crediticias, o bien el diseño del sistema de clasificación crediticia es inadecuado.

7. Los métodos y modelos de determinación del valor de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito que emplea el sistema de clasificación crediticia.

   Las entidades financieras utilizan métodos basados en el factor humano, principalmente, cuando el coste que conlleva el impago del deudor y el valor actual esperado de los ingresos que espera obtener del crédito son altos, de forma que el primero es cubierto por el segundo, tal y como ocurre en el caso de los créditos a las grandes empresas y a los países.

   En cambio, estas entidades emplean modelos estadísticos, de aprendizaje de máquinas, basados en el valor de los activos de la empresa deudora, econométricos

y de intensidad cuando el coste que supone el impago del deudor y el valor actual esperado de los ingresos que espera obtener del crédito son bajos, como es el caso de los créditos al consumo, y a las pequeñas y medianas empresas, ya que el coste que la emisión de la clasificación crediticia tiene en estos modelos es menor que el que tiene en los métodos basados en el factor humano.

8. La procedencia de la información privada empleada en el sistema de clasificación crediticia.

   La información privada puede ser recopilada por la entidad financiera o proceder de las agencias de clasificación crediticia, en cuyo caso debe establecerse una correspondencia entre las categorías crediticias de las agencias y las de la entidad financiera, la cual se lleva a cabo por medio de un procedimiento que en lengua inglesa recibe la denominación de *mapping*.

   La situación ideal es que la entidad financiera recopile su propia información privada que refleje las características del riesgo de crédito al que está expuesta. Sin embargo, la mayoría de las entidades han empezado a recopilar esta información recientemente en un formato adecuado para la medición del riesgo de crédito, mientras que esta medición requiere, por sus características, un gran número de observaciones y un periodo de observación amplio que, a ser posible, abarque varios ciclos económicos, por lo que es frecuente que la información privada recopilada por la entidad no sea suficiente para la medición del riesgo de crédito al que está expuesta.

   En este supuesto, una solución es el establecimiento de una correspondencia entre las categorías crediticias de la entidad financiera y las de las agencias de clasificación crediticia con el fin de emplear la información que publican estas últimas, la cual cumple con los requisitos necesarios para la medición del riesgo de crédito. No obstante, esta solución presenta diversos inconvenientes entre los que destacan los siguientes:

   a) Las agencias de clasificación crediticia y las entidades financieras emplean filosofías distintas en la elaboración de las categorías crediticias.

   b) La composición de las carteras de activos financieros de las agencias de clasificación crediticia y de las entidades financieras es distinta. Las primeras están compuestas, principalmente, por empréstitos de obligaciones emitidos por grandes empresas ubicadas en los Estados Unidos de América, mientras que las segundas están compuestas por los créditos que conceden a sus clientes.

c) El establecimiento de dicha correspondencia empleando métodos basados en el factor humano es un proceso subjetivo, mientras que si se utilizan otros métodos y modelos está expuesta a diversos sesgos[38].

9. La unidad funcional de la entidad financiera que elabora la clasificación crediticia.

   Atendiendo a la entidad financiera, la unidad de negocio, el porcentaje que el crédito supone en la cartera y la fase del proceso de emisión en la que se encuentre, la clasificación crediticia puede ser emitida por el personal de la red comercial, la unidad de concesión de créditos o la de revisión.

   En principio, la clasificación crediticia es emitida por el personal de la red comercial o la unidad de concesión de créditos en función de la unidad de negocio y del porcentaje que el crédito suponga en la cartera. Generalmente, el personal de la red comercial clasifica los créditos al consumo, y a las pequeñas y medianas empresas, mientras que la unidad de concesión de créditos clasifica los créditos a las grandes empresas y a los países.

   En el supuesto de que exista, la unidad de revisión de créditos revisa los créditos clasificados previamente y resuelve las discrepancias que puedan surgir entre el personal de la red comercial y la unidad de concesión de créditos.

En lo que se refiere a las ventajas e inconvenientes de los sistemas de clasificación crediticia internos, las principales ventajas son las dos siguientes:

1. Pueden adaptarse a las características y las necesidades de la entidad financiera.
2. Reflejan las características del riesgo de crédito al que está expuesta la entidad siempre que ésta recopile información suficiente sobre los créditos y los deudores que componen su cartera.

En cuanto a los principales inconvenientes, destacan los dos siguientes:

a) En la actualidad la mayoría de las entidades financieras no han recopilado información suficiente para elaborar sistemas de clasificación crediticia fiables.

b) El riesgo moral al que quedan expuestas las diversas partes con intereses en la entidad financiera cuando las clasificaciones crediticias influyen en la remuneración del personal de la red comercial y sus contratos no se diseñan correctamente.

[38] A este respecto véase Carey y Hrycay (2001).

1. INTRODUCCIÓN

Los modelos de medición del riesgo de crédito en carteras de activos financieros se caracterizan por considerar la dependencia entre las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, de forma que tienen en cuenta los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad.

Dichos modelos tienen la finalidad de proporcionar tanto medidas de dependencia de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito como la pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera considerando los beneficios que la diversificación de dicho riesgo supone para la entidad. Sin embargo, en el presente trabajo sólo se considera la dependencia entre las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" de cada uno de los deudores que componen la cartera de la entidad.

Los principales modelos que la entidad financiera puede emplear para determinar la estructura de dependencia entre las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito en general, y entre las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" de cada uno de los deudores que componen la cartera en particular, son los tres siguientes:

1. Los modelos basados en variables latentes.
2. Los modelos basados en distribuciones de probabilidad ponderadas.
3. Los modelos basados en funciones cópula.

En los modelos basados en variables latentes, la estructura de dependencia de las variables aleatorias que son estocásticamente dependientes entre sí puede establecerse bien por medio de una única variable latente como, por ejemplo, un índice que representa el estado del ciclo económico, o bien por medio de dos o más variables latentes –generalmente, una para cada variable aleatoria- como, por ejemplo, los valores de los activos de las empresas deudoras.

Por su parte, en los modelos basados en distribuciones de probabilidad ponderadas se asumen las hipótesis siguientes:

1. Las variables aleatorias están idénticamente distribuidas y, además, son estocásticamente independientes entre sí para un determinado valor de cada uno de los parámetros de la función de distribución (hipótesis de independencia condicionada).
2. Los parámetros de dichas funciones de distribución son aleatorios.
3. Dichos parámetros dependen de una serie de variables subyacentes que son comunes a todos ellos.

Por tanto, en dichos modelos, la estructura de dependencia entre las variables aleatorias se establece por medio de las variables subyacentes.

Las funciones de cuantía que se utilizan con mayor frecuencia en la medición del riesgo de crédito son la de Bernoulli, en cuyo caso se suele asumir la hipótesis de que el parámetro se distribuye como una distribución de probabilidad beta, normal o logística; y la de Poisson, siendo habitual asumir la hipótesis de que el parámetro se distribuye como una gamma[1]. Por su parte, las variables subyacentes más habituales suelen ser macroeconómicas y de la industria o sector del deudor.

En cuanto a los modelos basados en funciones cópulas, se asume la hipótesis de que la distribución de probabilidad *n*-dimensional de un fenómeno aleatorio se descompone en dos partes:

1. La que describe el comportamiento individual de cada una de las variables aleatorias, representada por medio de sus distribuciones de probabilidad marginales.
2. La que describe la estructura de dependencia de las variables aleatorias, representada mediante una función denominada cópula.

Dicha descomposición se basa en el teorema de Sklar, en el que se demuestra que, dada la función de distribución conjunta de un fenómeno aleatorio *n*-dimensional y las funciones de distribución marginales de cada uno de los fenómenos aleatorios unidimensionales, entonces existe al menos una función cópula para la que se cumple la siguiente relación:

$$F(x_1, \ldots, x_n) = P(X_1 \leq x_1, \ldots, X_n \leq x_n) = C\left[F_1(x_1), \ldots, F_n(x_n)\right] \qquad (5.1)$$

Donde:

- $F(x_1, \ldots, x_n)$ es la función de distribución conjunta *n*-dimensional.
- $F_i(x_i)$, $i = 1, \ldots, n$, es la función de distribución marginal de la variable aleatoria unidimensional *i*-ésima.
- $C\left[F_1(x_1), \ldots, F_n(x_n)\right]$ es la función cópula[2].

Y al contrario, si C es una función cópula y $F_i(x_i)$ es una función de distribución marginal, la función de distribución conjunta viene dada por la expresión (5.1).

[1] La distribución de probabilidad ponderada de la familia Poisson-Gamma es la que se utiliza habitualmente en la matemática de los seguros no-vida para modelizar el número de siniestros.

[2] Lógicamente, no todas las funciones pueden emplearse para obtener la distribución de probabilidad conjunta *n*-dimensional de un fenómeno aleatorio, por lo que las funciones cópulas deben poseer una serie de propiedades. A este respecto véase, por ejemplo, McNeil, Frey y Embrechts (2005), p. 185.

Asimismo, la función cópula que hace posible ambas relaciones es única si las funciones de distribución marginales son continuas.

La aplicación de las funciones cópula en la medición de los riesgos financieros en general, y del riesgo de crédito en particular, es reciente, constituyendo un instrumento muy versátil para determinar la estructura de dependencia de aquellas variables aleatorias que son estocásticamente dependientes entre sí.

Así, a partir de las funciones de distribución marginales de las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito" de cada uno de los activos financieros que componen la cartera y de la función de distribución conjunta de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" es posible identificar la función cópula asociada a dicha función de distribución conjunta; y, lo que es aún más importante, pueden obtenerse nuevas funciones de distribución conjuntas por medio de funciones de distribución marginales y de funciones cópula conocidas.

Con independencia de cómo se determine la estructura de dependencia de los deudores de la cartera, los principales modelos de medición del riesgo de crédito en carteras de activos financieros que se han propuesto en la literatura especializada son los modelos basados en el valor de los activos de la empresa, los modelos econométricos y los modelos de intensidad.

Las similitudes entre dichos modelos se deben precisamente a la utilización del mismo modelo para determinar la estructura de dependencia de los deudores de la cartera. Esta estructura puede determinarse empleando cualquiera de los métodos expuestos más arriba, salvo en el caso de los modelos de intensidad, en los que no pueden utilizarse los modelos basados en variables latentes. No obstante, en cada uno de los modelos de medición del riesgo de crédito que se consideran en el presente trabajo se utiliza el modelo de determinación dicha estructura de dependencia inherente al mismo.

Respecto a las diferencias entre los modelos de medición del riesgo de crédito en carteras, se deben fundamentalmente a las distintas hipótesis que se asumen sobre el tipo de distribución finito-dimensional del proceso estocástico "estado en el que se encuentra el deudor", la amplitud de los periodos empleados en la obtención de este proceso, la relación de causalidad que se establece entre dicho proceso y las variables subyacentes, así como la función de distribución de estas variables:

1. En los modelos basados en el valor de los activos de la empresa, la distribución de probabilidad finito-dimensional del proceso estocástico "estado en el que se encuentra el deudor" es infinita no numerable, los periodos son de amplitud infinitesimal, y se establece una relación de causalidad de tipo microeconómico

entre dicho proceso y una variable latente –el valor de los activos de la empresa-, cuya distribución se asume normal.

2. En los modelos econométricos, la distribución de probabilidad finito-dimensional del proceso estocástico "estado en el que se encuentra el deudor" es infinita numerable, los periodos son de amplitud finita, y se establece una relación de causalidad de tipo macroeconómico entre dicho proceso y una variable latente –el estado del ciclo económico-, cuya distribución se asume logística.

3. En los modelos de intensidad, la distribución de probabilidad finito-dimensional del proceso estocástico "estado en el que se encuentra el deudor" es infinita no numerable, los periodos pueden ser de amplitud infinitesimal –modelos de intensidad dinámica- o finita –modelos de intensidad estática-, y la relación entre este proceso y las variables subyacentes se establece empíricamente, sin que se establezca ninguna relación de causalidad.

Los principales trabajos en los que se realiza una revisión de los modelos empleados en los sistemas de medición del riesgo de crédito de carteras son los de Altman y Saunders (1998), Crouhy, Galai y Mark (2000), Gordy (2000), Kao (2000), Crouhy, Galai y Mark (2001), Nickell, Perraudin y Varotto (2001), Allen y Saunders (2002), Bluhm, Overbeck y Wagner (2003), Duffie y Singleton (2003), Schmidt y Stute (2003), Allen, DeLong y Saunders (2004), Lando (2004), y McNeil, Frey y Embrechts (2005).

2. MODELOS BASADOS EN EL VALOR DE LOS ACTIVOS DE LA EMPRESA DEUDORA

Los "modelos basados en el valor de los activos de la empresa"[3], también denominados "modelos de activos contingentes" o simplemente "estructurales", son modelos teóricos que emplean la información que proporcionan los mercados financieros organizados sobre el precio de las acciones de las empresas deudoras para determinar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" y la distribución de probabilidad conjunta de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" correspondientes a dos deudores cualesquiera de la cartera.

Los fundamentos de los modelos basados en el valor de los activos de la empresa se encuentran en el trabajo publicado por Merton en 1974, en el que se demuestra que las

[3] Dicha denominación se debe a que la mayoría de estos modelos emplean el valor de los activos de la empresa como variable principal en la medición del riesgo de crédito. No obstante, existe un número reducido de dichos modelos que utilizan los recursos generados por la empresa como variable principal en la medición de dicho riesgo. En relación con estos últimos modelos, véase, por ejemplo, Goldstein, Ju y Leland (2001).

acciones y los créditos de una empresa con una determinada estructura financiera son opciones financieras cuyo activo subyacente son los activos de dicha empresa.

2.1. TRABAJOS ACADÉMICO-TEÓRICOS. EL MODELO DE MERTON Y SUS AMPLIACIONES

El modelo de Merton se basa en las hipótesis siguientes[4]:

1. Los mercados de capitales son perfectos, los inversores no pueden influir en el precio de los activos financieros –son tomadores de precio- y los activos financieros se negocian de forma continua y son perfectamente divisibles.
2. El tanto instantáneo de interés que proporcionan los activos libres de riesgo –representado por *r*- es cierto y constante.
3. El valor de los activos de la empresa sigue un movimiento browniano geométrico cuyos parámetros, la esperanza matemática del valor de los activos de la empresa –representada por μ– y la desviación típica del valor de dichos activos –representada por σ_A–, son ciertos y constantes.
4. Las decisiones de la dirección de la empresa son independientes de la composición de la estructura financiera y su finalidad es maximizar el valor de la misma, por lo que se cumple el teorema de Modigliani y Miller[5].
5. No se consideran ni el ahorro fiscal derivado de los pagos en concepto de intereses por los recursos ajenos utilizados ni los costes del proceso de fracaso empresarial.
6. Se cumple la regla de prioridad absoluta de los acreedores sobre los accionistas, esto es, en el supuesto de quiebra y posterior liquidación de la empresa, los accionistas no cobran ninguna cantidad hasta que los acreedores no hayan recibido todas las cantidades que se les adeudan.

Además de las que se acaban de señalar, Merton asume la hipótesis de que la estructura financiera de la empresa es simple, teniendo la composición siguiente: los recursos propios están formados por acciones de una sola clase y los recursos ajenos por un empréstito de bonos emitido al descuento con vencimiento en el momento T[6]. Por tanto,

[4] A este respecto véanse, entre otros, Merton (1974), p. 450, y Black y Scholes (1973), p. 640.
[5] A este respecto, véase Modigliani y Miller (1958).
[6] En la literatura sobre modelos estructurales, los créditos de la empresa se representan por medio de bonos. Por ello, a lo largo de la exposición se utilizan ambos términos de forma indistinta.
Asimismo, en dichos modelos el término bono se utiliza para referirse a cualquier activo financiero de renta fija emitido por una empresa, por lo que en este trabajo se utiliza esta denominación. No obstante, en función de sus características económicas, financieras, fiscales y jurídicas, dichos activos pueden recibir la denominación de bonos, cédulas, pagarés u obligaciones.

la igualdad de las estructuras económica y financiera de la empresa en un determinado momento viene dada por la expresión siguiente:

$$A_t \equiv E_t + B_t \qquad (t \leq T) \qquad (5.2)$$

Donde A_t es el valor de los activos de la empresa, E_t es el precio de las acciones en un mercado financiero secundario y B_t es el precio de los bonos, todos ellos referidos al momento *t*.

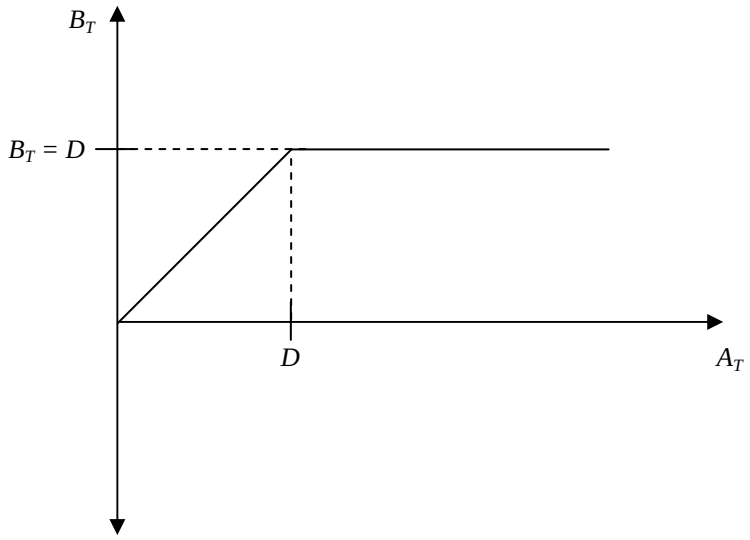
En el modelo de Merton, el impago de un deudor se produce cuando el valor de los activos de la empresa en la fecha de vencimiento de los bonos es inferior al valor nominal de los bonos (representado por *D*)[7]. La cuantía que perciben los acreedores de la empresa dependerá del valor de los activos de la empresa al vencimiento de los bonos, cabiendo las dos posibilidades siguientes:

1. El valor de los activos de la empresa es mayor o igual que el valor nominal de los bonos, en cuyo caso los accionistas tienen un incentivo para que la empresa cumpla con sus obligaciones, dado que la diferencia entre el valor de los activos y el valor nominal de los bonos es de su propiedad. Los acreedores de la empresa recibirán un cobro cuya cuantía es igual al valor nominal del bono.
2. El valor de los activos de la empresa es menor que el valor nominal de los bonos, en cuyo caso la empresa no cumplirá con sus obligaciones a su vencimiento, produciéndose el impago. Los acreedores ejecutarán las garantías del crédito, la empresa se liquidará y recibirán un cobro de cuantía igual al valor de los activos de la empresa en ese momento. Con carácter general, los accionistas no invertirán en la empresa la cantidad necesaria para que ésta realice el pago, puesto que realizando cualquier otra inversión obtendrán un tanto efectivo de rentabilidad mayor.

El valor de los bonos a su vencimiento como función del valor de los activos de la empresa en dicho momento se representa en el gráfico siguiente:

[7]En el modelo de Merton también se asume la hipótesis de que no existe prima de amortización y, por tanto, el valor de reembolso de los bonos al vencimiento coincide con su valor nominal.

Gráfico 5.1. *Representación gráfica de la cuantía que obtiene el acreedor de una empresa al vencimiento de su crédito.*



Fuente: Elaboración propia

Dicho gráfico representa el perfil de pérdidas y ganancias del vendedor de una opción de venta cuyo activo subyacente son los activos de la empresa, el precio de ejercicio es igual al valor nominal de los bonos y la fecha de entrega es la fecha de vencimiento de los mismos[8].

Los acreedores de la empresa son vendedores de una opción con las características mencionadas, y si desean eliminar el riesgo al que están expuestos deberán cerrar la posición que tienen abierta por medio de una operación de las mismas características pero en sentido inverso. En concreto, deberán comprar una opción de venta sobre los activos de la empresa, en cuyo caso recibirán al vencimiento del bono un cobro de cuantía igual al valor nominal del bono con independencia de cuál sea el valor de los activos de la empresa, tal y como se muestra en la tabla siguiente:

[8] A este respecto, véase, por ejemplo, Hull (2002), p. 184-186, 210-214.

Tabla 5.1. *Cobertura del riesgo de crédito por medio de la compra de una opción de venta sobre los activos de la empresa deudora.*

t	*Valor de los activos de la empresa*	*Flujos de caja del acreedor*	*Flujo neto de caja del acreedor*
0	A_0	$-B_0$ (crédito) $-P_0$ (prima opción)	$-B_0 - P_0$
T	$A_T \geq D$	$+D$ (crédito) 0 (liquidación opción)	$+D$
T	$A_T < D$	$+A_T$ (crédito) $+D - A_T$ (liquidación opción)	$+D$

Fuente: Bluhm, Overbeck y Wagner (2003), p.135, y elaboración propia.

Esta misma conclusión puede obtenerse expresando la cuantía que percibirán los acreedores de la empresa al vencimiento del bono y operando, tal y como se muestra a continuación.

$$B_T = \min\left(A_T, D\right) = D - \max\left(D - A_T, 0\right) \rightarrow D = B_T + \max\left(D - A_T, 0\right) \qquad (5.3)$$

En esta última expresión puede observarse cómo la percepción con certeza de un cobro de cuantía igual al valor nominal del bono puede descomponerse en el valor del bono a su vencimiento más es flujo de caja que proporciona una opción de venta sobre los activos de la empresa[9].

Al considerarse el gráfico 5.1, la tabla 5.1 y la expresión (5.3) se deduce que el precio que tienen que pagar los acreedores de la empresa para eliminar el riesgo de crédito al que están expuestos es el precio o prima de la opción de venta sobre los activos de la misma, la cual puede obtenerse por cualquiera de los métodos o modelos empleados para determinar el precio de una opción en la teoría de valoración de opciones.

Asumiendo las hipótesis necesarias en la aplicación de la fórmula de Black-Scholes para la valoración de opciones europeas en las que no se prevé ningún pago de dividendos en el horizonte temporal considerado[10] y empleando la valoración neutral al riesgo, el precio de una opción de venta sobre los activos de la empresa viene dado por la expresión siguiente:

$$P_0 = f\left(A_0,\ \sigma_A,\ D,\ r,\ T\right) = D \cdot e^{-r \cdot T} \cdot N\left(-d_2\right) - A_0 \cdot N\left(-d_1\right) \qquad (5.4)$$

[9] A este respecto, véase, por ejemplo, Hull (2002), p. 231-240.
[10] Respecto a las hipótesis necesarias para aplicar dicha fórmula, véase Black y Scholes (1973), p. 640.

Donde P_0 es el precio o prima de la opción de venta en el momento 0, $\mu = r$, N es la función de distribución normal y los valores de d_1 y d_2 vienen dados por las expresiones siguientes:

$$d_1 = \frac{\ln {A_0}/{D} + \left(r + {\sigma_A^2}/{2} \right) \cdot T}{\sigma_A \sqrt{T}}; \qquad d_2 = \frac{\ln {A_0}/{D} + \left(r - {\sigma_A^2}/{2} \right) \cdot T}{\sigma_A \sqrt{T}} = d_1 - \sigma_A \sqrt{T}$$

Operando en la expresión (5.4) el precio o prima de la opción de venta –en definitiva, la prima por el riesgo de crédito- puede descomponerse en sus elementos, que son la probabilidad de que el valor de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" sea impago y la variable aleatoria "pérdida en caso de impago". Asimismo, también puede obtenerse el tanto efectivo de rentabilidad que los créditos deben de proporcionar atendiendo al riesgo de crédito de la empresa, así como el diferencial que debe de existir entre dicho tanto efectivo y el de los activos libres de riesgo[11].

El principal inconveniente de la expresión (5.4) es que ni el valor de los activos de la empresa ni el parámetro de la desviación típica de los mismos son observables directamente en los mercados financieros. No obstante, en la literatura especializada se han propuesto diversos métodos y modelos con el fin de solucionar este inconveniente.

Un método consiste en utilizar la igualdad (5.2) y obtener el valor de los activos de la empresa por medio de la suma del valor de mercado de las acciones y el de los créditos de la misma. Sin embargo, este método presenta, a su vez, el inconveniente de que un gran número de los créditos de una empresa no se negocian en mercados financieros, por lo que su valor de mercado no puede determinarse objetivamente. El valor de dichos créditos puede determinarse empleando otros métodos, pero no tiene porqué coincidir con el valor de mercado (en el supuesto de que exista).

Jones, Mason, y Rosenfeld (1984) realizan una aplicación empírica de este método. Dichos autores obtienen una serie temporal del valor de los activos de la empresa sumando el valor de mercado de las acciones y el de los créditos que se negocian en los mercados financieros y estimando el valor de mercado de los créditos que no se negocian en los mercados financieros. A continuación utilizan esta serie temporal del valor de los activos de la empresa para obtener el parámetro de la desviación típica de los mismos.

Otro planteamiento que puede emplearse para determinar el valor de los activos de la empresa y el parámetro de la desviación típica de los mismos es considerar la cuestión desde la perspectiva de los accionistas, en cuyo caso el valor de las acciones al

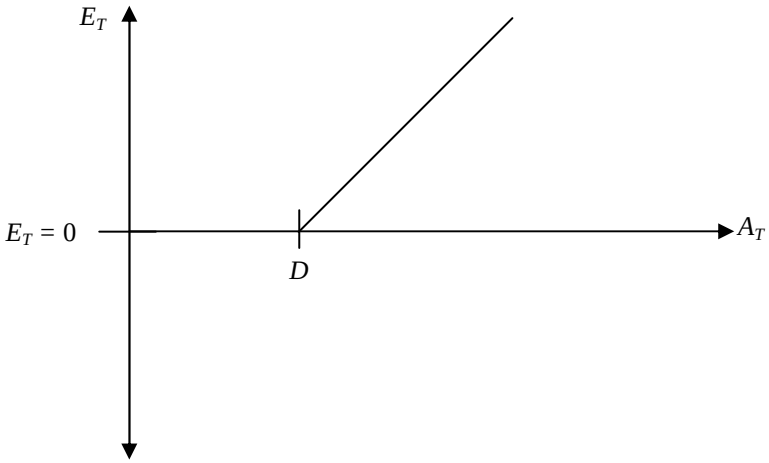
[11] A este respecto véase, por ejemplo, Crouhy, Mark y Galai (1998), p. 41.

vencimiento de los bonos también depende del valor de los activos de la empresa, distinguiéndose dos situaciones posibles:

1. El valor de los activos de la empresa es mayor o igual que el valor nominal de los bonos, en cuyo caso el valor de las acciones es igual a la diferencia entre el valor de los activos de la empresa y el valor nominal de los bonos.
2. El valor de los activos de la empresa es menor que el valor nominal de los bonos, de forma que las acciones no tienen ningún valor.

El valor de una acción al vencimiento de los bonos como función del valor de los activos de la empresa en dicho momento se representa en el gráfico siguiente:

Gráfico 5.2: *Representación gráfica del valor de las acciones de la empresa al vencimiento del crédito.*



Fuente: Elaboración propia.

Este gráfico representa el flujo de caja que recibe en la fecha de entrega el comprador de una opción de compra cuyo activo subyacente son los activos de la empresa, el precio de ejercicio es el valor nominal del bono y la fecha de entrega es la fecha del vencimiento del bono[12]. Por tanto, el valor de las acciones es igual al precio o prima de una opción de compra sobre los activos de la empresa (representado por C_0).

Asumiendo las hipótesis necesarias para la aplicación de la fórmula de Black-Scholes a la valoración de opciones europeas en las que no se prevé ningún pago de dividendos en el horizonte temporal considerado por el inversor y empleando la valoración neutral al riesgo, el precio o prima de dicha opción de compra es:

$$C_0 = f\left(A_0,\ \sigma_A,\ D,\ r,\ T\right) = A_0 \cdot N\left(d_1\right) - D \cdot e^{-r \cdot T} \cdot N\left(d_2\right) \qquad (5.5)$$

[12] A este respecto véase, por ejemplo, Hull (2002), p. 184-186, 210-214.

La igualdad entre el valor de las acciones de la empresa y el valor de una opción de compra sobre los activos de la misma permite obtener el valor de los activos de la empresa a partir del valor de mercado de las acciones de la misma, invirtiendo –en el supuesto de que sea posible- la expresión (5.5). En concreto, el valor de los activos de la empresa es:

$$A_0 = f^{-1}\left(C_0,\ \sigma_A,\ D,\ r,\ T\right) \qquad (5.6)$$

Esta expresión tiene una ecuación y dos incógnitas –el valor de los activos de la empresa y el parámetro de la desviación típica de los mismos-, por lo que las soluciones son infinitas. No obstante, existen diversos métodos que permiten obtener una única solución.

Uno es un método no paramétrico en el que dichas incógnitas se obtienen en dos etapas:

1. Se asigna un valor inicial al parámetro de la desviación típica del valor de los activos de la empresa y se obtiene una serie temporal del valor de los activos de la empresa utilizando la expresión (5.6) y una serie temporal del valor de mercado de las acciones, la cual debe obtenerse con carácter previo.
2. Se emplea la serie temporal obtenida para la estimación del parámetro de la desviación típica del valor de los activos de la empresa, repitiéndose el proceso hasta que dicho parámetro converge a un determinado valor.

Dicho método se aplica en los trabajos empíricos de Ronn y Verma (1986), y Vassalou y Xing (2004).

Otro es un método paramétrico en el que se aplica el lema de Itô para obtener la relación estructural entre el parámetro de las desviaciones típicas de dos procesos estocásticos que siguen un movimiento browniano geométrico[13]. En este método el parámetro de la desviación típica del valor de los activos de la empresa viene dado por la expresión siguiente:

$$\sigma_E = \eta_{E,A} \cdot \sigma_A, \qquad \text{con} \qquad \eta_{E,A} = \frac{\partial E}{\partial A} \cdot \frac{A}{E} \qquad (5.7)$$

Donde σ_E es el parámetro de la desviación típica del valor de las acciones de la empresa y $\eta_{E,A}$ es la elasticidad instantánea entre el valor de las acciones de la empresa y el valor de los activos de la misma.

Las expresiones (5.6) y (5.7) forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que, una vez resuelto, permiten obtener el valor de los activos de la empresa y el parámetro de la desviación típica de los mismos.

[13] A este respecto, véanse, entre otros, Bluhm, Wagner y Oberbeck (2003), p. 138-141, Crouhy, Galai y Mark (2001), p. 366-368, y Lando (2004), p. 42-43, para la obtención de dicha relación.

Este método se aplica, entre otros, en los trabajos de Galai y Masulis (1976), Crouhy y Galai (1994), y Delianedis y Geske (1998).

El último método propuesto en la literatura especializada para obtener el valor de los activos de la empresa y el parámetro de la desviación típica de los mismos es la aplicación del método de la máxima verosimilitud propuesto en el trabajo de Duan (1994). Dicho método es aplicado en el trabajo empírico de Ericcson y Reneby (2001).

La validez que el modelo de Merton tiene para proporcionar las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito depende del cumplimiento de algunas de las hipótesis asumidas con el fin de simplificarlo, de las cuales las principales son las siguientes:

1. La hipótesis de que el impago del deudor sólo puede producirse al vencimiento del crédito, la cual es irreal, dado que dicho suceso puede acaecer en cualquier momento.

   Los modelos basados en el valor de los activos de la empresa en los que se asume la hipótesis de que el impago del deudor puede producirse en cualquier momento reciben la denominación de modelos de barrera o de primer paso. En dichos modelos, el impago del deudor se produce en el momento en el que el valor de los activos de la empresa es inferior a un determinado nivel (denominado barrera).

   El valor de la barrera puede ser constante o variable, en cuyo caso puede determinarse de forma exógena o endógena.

   Los modelos estructurales de barrera variable y exógena se caracterizan porque el valor de la misma se determina fuera del modelo. Entre ellos destaca el modelo de Black y Cox (1976), que fue el primer modelo de barrera y al que le siguieron muchos otros, algunos de los cuales se mencionan a continuación.

   Los modelos estructurales de barrera variable y endógena se caracterizan porque el valor de la barrera se determina en el propio modelo, siendo la solución al problema propuesto en el mismo. Atendiendo al método empleado para determinar el valor de la barrera, dentro de estos modelos se distinguen los dos tipos siguientes:

   a) Los modelos de estructura financiera óptima de la empresa, en los que se determina el grado de endeudamiento de la empresa que maximiza su valor, considerando el efecto positivo que tiene sobre el valor de la empresa el ahorro fiscal que suponen los pagos en concepto de intereses por los recursos ajenos empleados y el efecto negativo que tienen sobre dicho valor los costes del proceso de fracaso empresarial.

      Dentro de este tipo de modelos destacan los trabajos de Leland (1994, 1998), Leland y Toft (1996) y Hilberink y Rogers (2002).

b) Los modelos de pago estratégico de la deuda o de renegociación, en los que se asume la hipótesis de incumplimiento de la regla de prioridad absoluta de los acreedores de la empresa sobre los accionistas. Estos modelos se caracterizan porque los accionistas consideran los costes de la quiebra para determinar cuál es el momento de impago óptimo. En este momento intentarán renegociar las deudas que tienen con los acreedores ofreciéndoles un pago cuya cuantía será inferior al importe del crédito y superior al importe que recibirán los acreedores en el supuesto de liquidación. Dicho pago es la barrera endógena, la cual se obtiene empleando principalmente modelos de teoría de juegos.

   Atendiendo a la amplitud de los periodos, dichos modelos pueden clasificarse en aquellos de amplitud discreta, entre los que destaca el trabajo de Anderson y Sundaresan (1996), y aquellos de amplitud infinitesimal, entre los que destacan los trabajos de Anderson, Sundaresan y Tychon (1996), y Mella-Barral y Perraudin (1997).

2. La hipótesis de una empresa con una estructura financiera excesivamente simplista, en la que los recursos propios están compuestos por acciones de una sola clase y los recursos ajenos por un empréstito de bonos emitidos al descuento.

   La complejidad que la estructura financiera de las empresas presenta en la realidad es mayor, dado que los recursos propios y los ajenos están compuestos por diversos activos financieros de características variadas.

   Los principales activos financieros distintos de los mencionados más arriba que pueden formar parte de la estructura financiera de una empresa y que se han considerado en los modelos estructurales son los siguientes:

   a) Los empréstitos de bonos con pago periódico de intereses y diferentes prioridades en el orden de prelación de los créditos de la empresa.

      Geske (1977) representa la estructura financiera de la empresa empleando un modelo de opciones compuestas y demuestra que el modelo de Merton es un caso particular de dicho modelo. Con posterioridad, Geske y Johnson (1984) corrigen y amplían este trabajo, y Chen (2003) incluye en el modelo tipos de interés estocásticos, considera múltiples periodos y proporciona un algoritmo de cálculo eficiente.

   b) Los empréstitos de bonos con cláusula de amortización anticipada y los empréstitos de bonos convertibles en acciones.

      A este respecto destacan los trabajos de Brennan y Schwartz (1977, 1980) e Ingersoll (1977a, 1977b).

3. La asunción de la hipótesis de que la esperanza del valor de los activos de la empresa y los recursos ajenos son constantes conlleva asumir implícitamente la hipótesis de que el grado de endeudamiento es no estacionario.

   La mayoría de las empresas mantienen un grado de endeudamiento cuyo valor depende tanto de sus propias características como de las del país y la industria o sector en el que llevan a cabo sus actividades, realizando en su estructura financiera las modificaciones que sean necesarias para mantener constante dicho grado de endeudamiento, por lo que dicha hipótesis también es irreal.

   Entre los trabajos en los que se considera un grado de endeudamiento estacionario destacan, entre otros, los trabajos de Ho y Singer (1982), y Collin-Dufresne y Goldstein (2001).

4. La hipótesis de que el tanto instantáneo de interés que proporcionan los activos financieros libres de riesgo es cierto y constante, lo cual tampoco es realista, dado que el comportamiento de dicho tanto es estocástico.

   Los trabajos más notables en los que se proponen modelos estructurales con tantos instantáneos de interés estocásticos son los tres siguientes:

   a) Kim, Ramaswamy y Sundaresan (1993), que proponen un modelo estructural basado en el valor de los flujos de caja de la empresa y en el que tanto instantáneo de interés sigue la dinámica propuesta por Cox, Ingersoll y Ross (1985).

   b) Skimko, Tejima y van Deventer (1993), que amplían el modelo de Merton asumiendo la hipótesis de que el tanto instantáneo de interés es estocástico y sigue la dinámica propuesta por Vasicek (1977).

   c) Longstaff y Schwartz (1995), que proponen un modelo estructural de barrera o de primer paso en el que el tanto instantáneo de interés sigue la dinámica propuesta por Vasicek (1977). Con posterioridad, dicho modelo ha sido ampliado por Bryis y de Varenne (1997), y Hsu, Saá-Requejo y Santa-Clara (2002), entre otros.

5. La hipótesis de cumplimiento de la regla de prioridad absoluta de los acreedores de la empresa sobre los accionistas.

   Además de los modelos de pago estratégico de la deuda o de renegociación, uno de los primeros trabajos en los que se relaja esta hipótesis es el de Longstaff y Schwartz (1995).

6. Se ignora el efecto del ahorro fiscal derivado de los pagos en concepto de intereses por los recursos ajenos utilizados y el efecto de los costes del proceso de fracaso empresarial.

   Además de los modelos de estructura financiera óptima expuestos más arriba, uno de los primeros trabajos que relaja esta hipótesis es el de Brennan y Schwartz (1978).

2.2. TRABAJOS ACADÉMICO-EMPÍRICOS

Los trabajos académico-empíricos tienen como finalidad contrastar la validez empírica de los modelos propuestos en los trabajos académico-teóricos, son menos numerosos que estos últimos y miden principalmente el riesgo de crédito de los empréstitos de obligaciones. Estas dos últimas características se deben, a su vez, a la información empírica disponible para llevarlos a cabo, la cual es escasa, corresponde, en la mayoría de las ocasiones, a empréstitos de obligaciones y no ha estado al alcance de los académicos hasta hace poco tiempo.

Atendiendo a los objetivos que persiguen, los trabajos académico-empíricos sobre modelos estructurales pueden clasificarse en los tres tipos siguientes:

1. Los que tratan de determinar su capacidad para medir el riesgo de crédito de las empresas.

   Los principales trabajos académico-empíricos con este objetivo son el trabajo de Jones, Mason y Rosenfeld (1984), en el que se comparan los resultados del modelo de Merton con un método rudimentario de medición del riesgo de crédito, siendo el primer trabajo empírico sobre modelos estructurales; y los trabajos de Anderson y Sundaresan (2000), así como de Eom, Helwege y Huang (2000) que contrastan empíricamente, aunque de forma distinta, la validez de los modelos propuestos en los distintos trabajos académico-teóricos expuestos.

2. Los trabajos en los que se asume la hipótesis de que el diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito y el de los activos financieros libres de riesgo –en adelante, en aras de la sencillez, diferencial por los riesgos financieros de los activos- se debe sólo al riesgo de crédito.

   En dichos trabajos se emplean los modelos estructurales para obtener la estructura temporal teórica de la prima por el riesgo de crédito de los activos financieros, que posteriormente se compara con la estructura temporal del diferencial por los riesgos

financieros de los activos obtenida empíricamente, la cual se obtiene empleando la información que proporcionan los mercados financieros.

A este respecto destacan los trabajos de Sarig y Warga (1989), y Helwege y Turner (1999) en los que se emplea el modelo de Merton para obtener la estructura temporal de la prima por el riesgo de crédito, así como el trabajo de Wei y Guo (1997) en el que además se emplea el modelo propuesto en el trabajo de Longstaff y Schwartz (1995).

Las conclusiones que obtienen dichos trabajos pueden resumirse en que la prima por el riesgo de crédito de los activos financieros que pertenecen al grado de inversión presenta una estructura temporal creciente, mientras la de los activos financieros que pertenecen al grado especulativo presenta una estructura temporal decreciente o con forma de joroba. Esto contrasta con la estructura temporal empírica del diferencial por los riesgos financieros de los activos, las cuales son planas para los activos financieros que pertenecen al grado de inversión y decrecientes para los activos financieros que pertenecen al grado especulativo.

Además, en estos trabajos se pone de manifiesto uno de los principales inconvenientes que, desde el punto de vista empírico, se les atribuye a los modelos estructurales, el cual es que infravaloran el riesgo de crédito, siendo el sesgo mayor cuando menor es la amplitud del horizonte temporal considerado por el inversor en la medición del mismo.

3. Los trabajos en los que se trata de determinar los componentes del diferencial por los riesgos financieros de los activos.

   Las discrepancias entre la estructura temporal teórica y empírica de la prima por el riesgo de crédito de los activos financieros ha motivado que muchos académicos se cuestionen la validez de la hipótesis señalada en el apartado anterior y realicen trabajos cuya finalidad es la determinación de los componentes de dicho diferencial.

   En este sentido destacan los trabajos de Ericsson y Renault (2006), y Ericsson y Reneby (2001), en los que se proponen que las discrepancias se deben a que, además del riesgo de crédito, el diferencial por los riesgos financieros de los activos remunera otros riesgos como, por ejemplo, el de liquidez.

   Por su parte, Delianedis y Geske (2001) consideran que dicho diferencial remunera, además del riesgo de crédito y el de liquidez, el riesgo asociado a un conjunto de elementos entre los que destacan la variable aleatoria “pérdida en caso de impago”, el efecto impositivo, la posibilidad de saltos en el valor de los activos de la empresa deudora y otros factores que dependen de los mercados financieros.

Por último, Colin-Dufresne, Goldstein y Martin (2001), y Huang y Huang (2003) analizan el diferencial por los riesgos financieros de los activos con el fin de determinar cuáles son sus componentes.

Las conclusiones que se obtienen en todos estos trabajos tienen como elemento común que una parte del diferencial por los riesgos financieros de los activos se debe al riesgo de crédito. No obstante, su importancia es menor que la que se atribuyó inicialmente en los primeros trabajos académico-empíricos.

2.3. MODELOS PRÁCTICOS

En muchas ocasiones, las entidades financieras tienen dificultades para la implantación de los modelos de medición del riesgo de crédito debido a su complejidad matemática, a la dificultad que presenta la estimación de sus parámetros o a la carencia de información suficiente, en cuyo caso una opción es solicitar a una empresa consultora especializada en el desarrollo de modelos de medición del riesgo de crédito –un "vendedor de modelo" - la implantación de uno de sus modelos, los cuales reciben en el presente trabajo la denominación de modelos prácticos y que están, generalmente, basados en alguno de los modelos teóricos preexistentes.

Atendiendo al uso que realizan de los modelos estructurales teóricos y a los vendedores de modelos que los desarrollan, los modelos estructurales prácticos pueden clasificarse en los tres siguientes:

1. Moody's KMV[14] ha desarrollado varios modelos para la medición del riesgo de crédito de aquellas empresas cuyas acciones se negocian en los mercados financieros secundarios. En concreto, ha desarrollado un modelo denominado "Credit Monitor"[15] que permite determinar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra un deudor", y otro modelo denominado "Portfolio Manager"[16] que permite determinar la distribución de probabilidad conjunta de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" para dos deudores cualesquiera de la base de datos que dicha empresa consultora mantiene.

[14] Estos modelos fueron desarrollados por la empresa KMV antes de su adquisición por la empresa Moody's en abril de 2002.

[15] Recientemente, Moody's KMV ha desarrollado un producto basado en la metodología de Credit Monitor denominado "Credit Edge", cuya principal diferencia respecto al primero es que permite obtener de forma actualizada dichas probabilidades a través de Internet. A este respecto véase http://www.moodyskmv.com/products/standAlone_creditRisk.html.

[16] Otros productos desarrollados por Moody's KMV y basados en la metodología empleada en Portfolio Manager son "Deal Analizer" y "BaselCalc". La principal diferencia entre estos productos es su finalidad. A este respecto véase http://www.moodyskmv.com/products/portCredit_riskMeasurement.html.

2. Riskmetrics Group ha desarrollado una metodología de medición del riesgo de crédito denominada "CreditMetrics"[17] que permite obtener la distribución de probabilidad conjunta de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" para dos deudores cualesquiera cuyas acciones se negocien en un mercado financiero secundario, para lo cual emplea un modelo similar a Portfolio Manager pero menos elaborado.

3. Moody's KMV ha desarrollado una metodología de medición del riesgo de crédito de las pequeñas y medianas empresas denominada "Riskcalc"[18], que se basa en modelos de puntuación crediticia en los que las principales variables explicativas son la información económico-financiera de la empresa y la distancia al impago media de la industria o sector al que pertenece la misma, la cual se obtiene empleando un modelo estructural. Los coeficientes y las variables explicativas utilizados son específicos de los países o zonas geográficas para los que la metodología Riskcalc está disponible.

Los modelos estructurales prácticos más elaborados son los desarrollados por Moody's KMV. Por ello, a continuación, se exponen los modelos empleados por dicha empresa consultora en la determinación de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra un deudor" y la distribución de probabilidad conjunta de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra un deudor" para dos deudores cualesquiera en el supuesto más simple, que es aquél en el que el deudor sólo puede encontrase en dos estados –pago e impago- al final del horizonte temporal considerado por la entidad financiera para la medición del riesgo de crédito. No obstante, dichos modelos pueden generalizarse fácilmente en el supuesto de que en dicha variable aleatoria se consideren más de dos estados.

2.3.1. DETERMINACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LA VARIABLE ALEATORIA "ESTADO EN EL QUE SE ENCUENTRA EL DEUDOR"

La determinación de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra un deudor" se realiza en el modelo de Mooody's KMV empleando el modelo de Kealhofer y Vasicek, que es una modificación del modelo de Merton en la que se considera que la empresa reparte beneficios periódicamente y tiene una

[17] En relación con la documentación técnica de CreditMetrics, véase Gupton, Finger y Bhatia (1997).
[18] En relación con la documentación técnica de Riskcalc, véase el trabajo de Falkenstein, Boral y Carty (2000), en el que se expone el modelo original y se estiman los parámetros para el caso de las empresas de los Estados Unidos de América, y el trabajo de Stein, Lozano, Carty y Soriano (2001), en el que los parámetros de dicho modelo se estiman para el caso de las empresas españolas.

estructura financiera compleja formada por deudas a corto plazo, deudas a largo plazo, empréstitos de obligaciones convertibles en acciones, acciones preferentes y acciones comunes.

Dicho modelo proporciona la esperanza matemática de la probabilidad de impago de la empresa, condicionada al valor de los activos de la empresa, al parámetro de la desviación típica de dicho valor y al grado de endeudamiento de la empresa. Por ello, Moody's KMV denomina a esta esperanza matemática como frecuencia de impago esperada –*Expected Default Frequency* en lengua inglesa, o *EDF* de forma abreviada-, la cual es una medida cardinal del riesgo de crédito de la empresa, cuyo valor depende únicamente de sus características.

En comparación con otras magnitudes empleadas en la medición del riesgo de crédito, la frecuencia de impago esperada presenta la ventaja de que su valor puede obtenerse de forma dinámica a partir de las expectativas que los agentes que operan en los mercados financieros tienen sobre la evolución futura del precio de las acciones de la empresa, en el supuesto de que dichas acciones se negocien en un mercado financiero secundario organizado y su valor pueda utilizarse para obtener el valor de los activos de la empresa.

Si las acciones de la empresa deudora no se negocian en ningún mercado financiero secundario organizado, la frecuencia de impago esperada puede obtenerse empleando la información económico-financiera de la empresa, así como cualquier otra información pública que esté disponible. No obstante, la periodicidad con la que se obtiene dicha información es muy superior a la diaria, por lo que se pierde la ventaja señalada más arriba.

El proceso que Moody's KMV emplea para obtener la frecuencia de impago esperada consta de las tres etapas siguientes:

1. Estimación del valor de los activos de la empresa y del parámetro de la desviación típica de los mismos.
2. Determinación de la distancia al impago.
3. Obtención de la frecuencia de impago esperada.

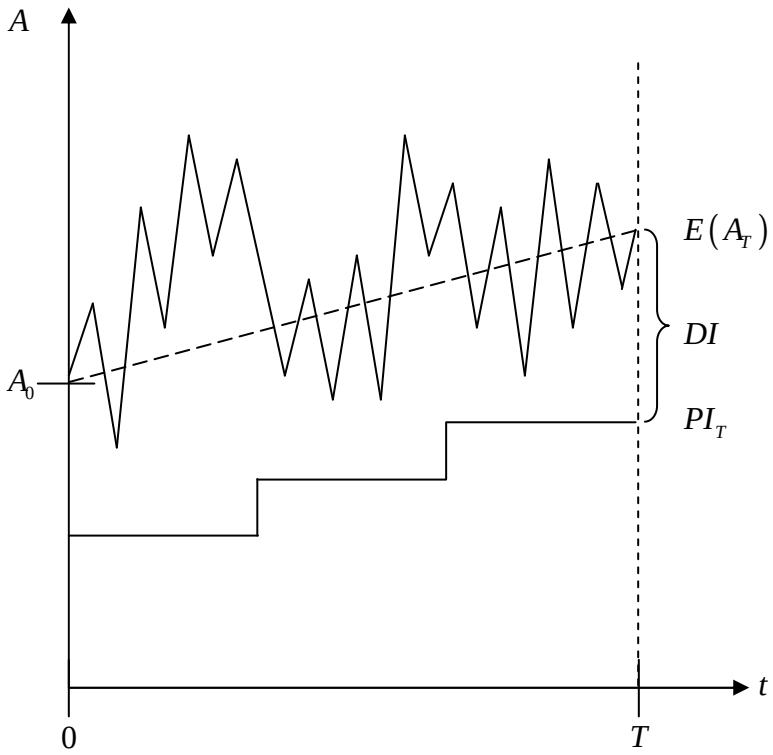
En la primera etapa se estiman el valor de los activos de la empresa y el parámetro de su desviación típica por medio de la información que proporciona un mercado financiero secundario. Para ello se emplean las expresiones (5.6) y (5.7) expuestas más arriba y un método de cálculo iterativo.

En la segunda etapa, se asume la hipótesis de que el fracaso empresarial es un proceso y que el impago se produce cuando el valor de los activos de la empresa es inferior a un determinado valor que recibe la denominación de punto de impago. Moody's KMV

obtiene una medida del riesgo de crédito de la empresa, denominada distancia al impago, que indica la distancia entre la esperanza matemática del valor de los activos de la empresa y el punto de impago, medida por medio del número de desviaciones típicas del valor de los activos de la empresa y expresada en tanto por ciento.

El proceso de fracaso empresarial y la distancia al impago se representan en el gráfico siguiente:

Gráfico 5.3. *Representación gráfica del proceso de fracaso empresarial y de la distancia al impago en un modelo estructural de medición del riesgo de crédito.*



Asimismo, la expresión que permite obtener la distancia al impago es la siguiente:

$$DI = \frac{E(A_T) - PI_T}{A_0 \cdot \sigma_A}$$

Donde:

- DI es la distancia al impago.
- T es el horizonte temporal considerado por el inversor, cuyo valor puede definirse entre 1 y 5 años.
- $E(A_T)$ es la esperanza matemática del valor de los activos de la empresa al final del horizonte temporal empleado en la medición del riesgo de crédito y que,

considerando las hipótesis asumidas más arriba sobre el mismo, viene dada por la expresión siguiente:

$$E\left(A_T\right) = A_0 \cdot e^{\left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T + \sigma_A \sqrt{T} \cdot Z_T}$$

Expresión en la que $\mu = r$ y Z_T es una variable aleatoria con distribución de probabilidad normal estándar, esto es, $N\left(0,1\right)$.

– PI_T es el punto de impago, cuyo valor, según la experiencia de Moody's KMV, se encuentra entre el valor de las deudas a corto plazo y el valor total de las deudas, por lo que esta empresa consultora estima dicho punto por medido de la expresión siguiente:

$$PI_T = DCP_C + 0,5 \cdot DLP_T$$

Expresión en la que DCP_C es el valor de las deudas a corto plazo y DLP_T es el valor de las deudas a largo plazo.

En la tercera etapa la frecuencia de impago esperada se obtiene empleando la distancia al impago. Para ello, Moody's KMV dispone de una base de datos con información empírica sobre empresas solventes e insolventes que comprende un periodo de tiempo amplio y que está organizada países y por industrias o sectores. Esta base de datos se utiliza para determinar la frecuencia de impago esperada de todas aquellas empresas que tienen una misma distancia al impago, para lo cual se aplica el método de Laplace:

$$\text{Frecuencia de impago esperada} = \frac{\text{Número de empresas con la misma distancia al impago al final del horizonte temporal considerado que han impagado}}{\text{Número total de empresas con la misma distancia al impago al final del horizonte temporal considerado}}$$

Moody's KMV determina la frecuencia de impago esperada empleando una distribución de frecuencias empírica porque afirma que la distancia al impago no se distribuye siguiendo ninguna funciones de distribución teóricas que se utilizan habitualmente, tales como, por ejemplo, la función de distribución normal o la logarítmico-normal.

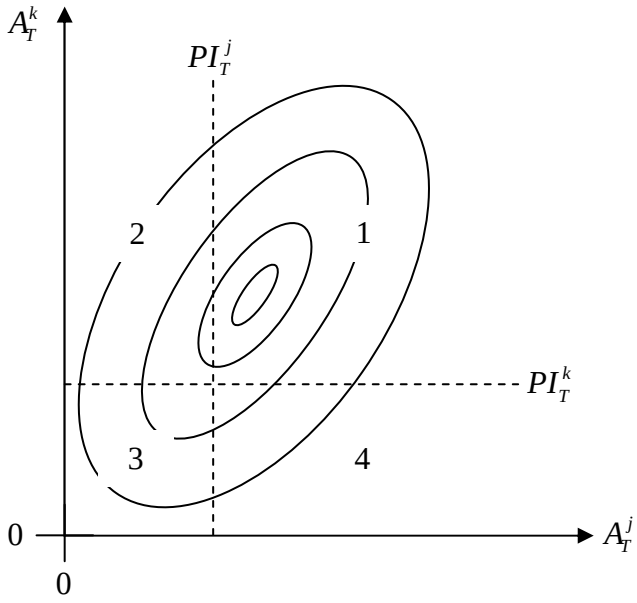
2.3.2. DETERMINACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD CONJUNTA DE LAS VARIABLES ALEATORIAS "ESTADO EN EL QUE SE ENCUENTRA EL DEUDOR" PARA DOS DEUDORES CUALESQUIERA DE LA CARTERA

La determinación de la distribución de probabilidad conjunta de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra un deudor" de dos empresas cualesquiera requiere ampliar el planteamiento expuesto en el epígrafe anterior al caso de dos empresas, de

forma que el impago de cada una de ellas se producirá cuando el valor sus activos sea inferior a sus respectivos puntos de impago.

A continuación se representan gráficamente el valor de los activos y los puntos de impago de dos empresas deudoras (en el eje de abscisas los de la empresa *j* y en el eje de ordenadas los de la empresa *k*). En el gráfico, también puede observarse que los elementos que influyen en la estructura de dependencia entre el impago de dichas empresas son: los valores de los activos de las empresas, los parámetros de las desviaciones típicas de los mismos y la dependencia entre el valor de dichos activos.

Gráfico 5.4. Representación gráfica de la dependencia entre los estados en los que se encuentran dos deudores en un modelo estructural de medición del riesgo de crédito.



Fuente: Allen y Saunders (2002), p.161.

En el gráfico 5.4 se distinguen las áreas siguientes:

- El área 1, en la que no se produce ningún impago, de forma que $P\left(A_T^j > PI_T^j \cap A_T^k > PI_T^k\right) = P\left(I_j = 0 \cap I_k = 0\right)$.
- El espacio formado por el área 2, en el que $P\left(A_T^j \le PI_T^j \cap A_T^k > PI_T^k\right) = P\left(I_j = 1 \cap I_k = 0\right)$, y el espacio formado por el área 4, en el que $P\left(A_T^j > PI_T^j \cap A_T^k \le PI_T^k\right) = P\left(I_j = 0 \cap I_k = 1\right)$. Ambos espacios se caracterizan porque el estado de una de las dos empresas es de impago.
- El área 3, en el que ambas empresas se encuentran en estado de impago, de forma que $P\left(A_T^j \le PI_T^j \cap A_T^k \le PI_T^k\right) = P\left(I_j = 1 \cap I_k = 1\right)$.

Donde:

1. A_T^h es el valor de los activos de la empresa *h*-ésima.
2. PI_T^h es el punto de impago de la empresa *h*-ésima.
3. I_h es la variable aleatoria "estado en el que se encuentra deudor *h*-ésimo de una cartera de activos financieros", la cual presenta el valor cero cuando el deudor presenta el estado pago y el uno cuando presenta el estado impago.

Asimismo, el subíndice *h* presenta el valor *j* cuando se refiere a una empresa y el valor *k* cuando se refiere a la otra.

Como puede observarse en dicho gráfico, la dependencia entre los sucesos impago de ambas empresas está relacionada con la dependencia del valor de los activos de las mismas.

La distribución de probabilidad de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra un deudor *h*-ésimo de una cartera de activos financieros" para las dos empresas sigue una distribución de Bernoulli de parámetro p_h, su esperanza matemática es $E(I_h) = p_h$ y su desviación típica es $\sigma_h = \sqrt{p_h \cdot (1 - p_h)}$.

Asimismo, la dependencia entre estas dos variables aleatorias puede expresarse por medio de su coeficiente de correlación, que viene dado por la expresión siguiente:

$$\rho_{j,k}^I = \frac{\sigma_{j,k}^I}{\sigma_j^I \cdot \sigma_k^I} = \frac{E(I_j, I_k) - p_j \cdot p_k}{\sqrt{p_j \cdot (1 - p_j) \cdot p_k \cdot (1 - p_k)}} \qquad (5.8)$$

Expresión en la que $\rho_{j,k}^I$ es el coeficiente de correlación de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor *h*-ésimo de una cartera de activos financieros" para las empresas *j*-ésima y *k*-ésima de la cartera de activos financieros, y $\sigma_{j,k}^I$ es su covarianza.

Como puede observarse en esta última expresión, la obtención del coeficiente de correlación entre las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor *h*-ésimo de una cartera de activos financieros" para las empresas *j*-ésima y *k*-ésima de la cartera de activos financieros requiere la determinación de la distribución de probabilidad conjunta de dichas variables aleatorias, la cual, puede obtenerse por medio de la expresión que figura a continuación si se asume la hipótesis de que la distribución de probabilidad conjunta de la variable aleatoria "valor de los activos de la empresa *h*-ésima de una cartera de activos financieros" para las empresas *j*-ésima y *k*-ésima de la cartera de activos financieros es una normal bivariante.

$$f(I_j, I_k) = N_2\left[N^{-1}(p_j), N^{-1}(p_k), \rho_{j,k}^A\right] \qquad (5.9)$$

Donde:

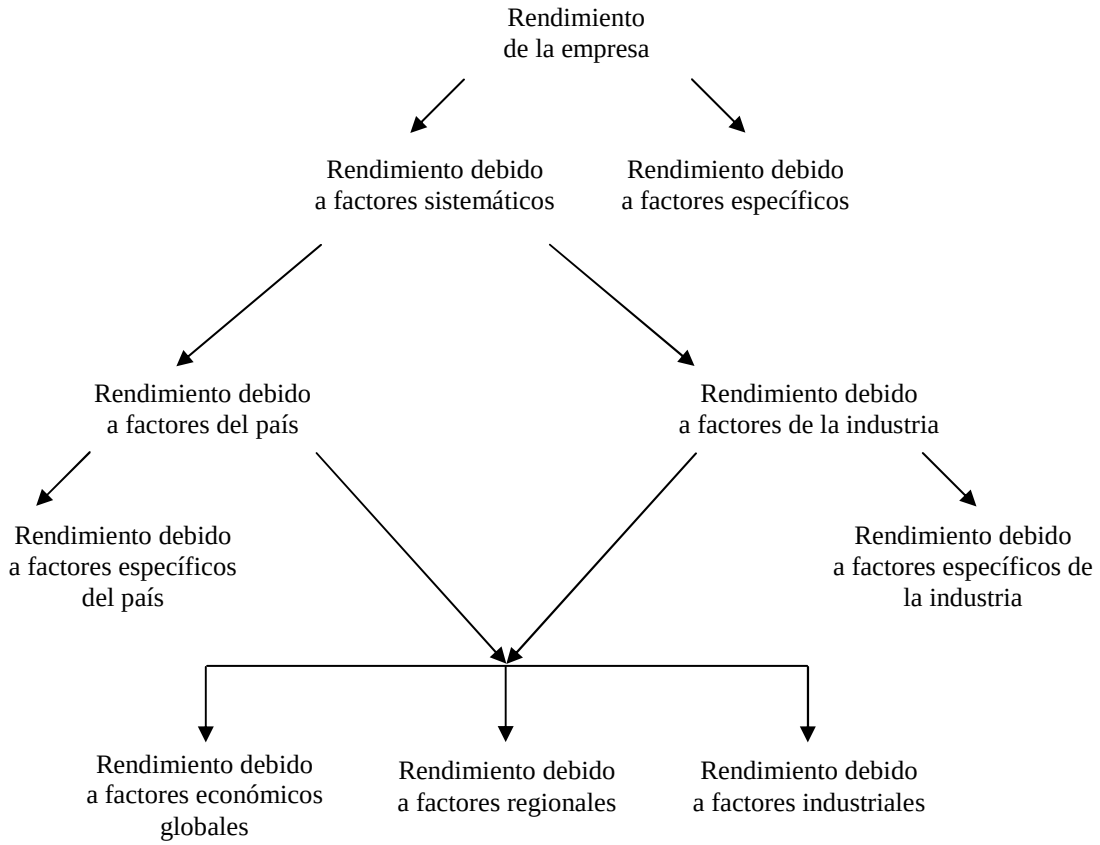
- $f\left(I_j, I_k\right)$ es la función de distribución conjunta de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor *h*-ésimo de una cartera de activos financieros" para las empresas *j*-ésima y *k*-ésima de la cartera.
- N_2 es la función de distribución normal bivariante.
- N^{-1} es la inversa de una función de distribución normal.
- $\rho_{j,k}^{A}$ es el coeficiente de correlación de las variables aleatorias "valor de los activos de la empresa *h*-ésima de una cartera" para las empresas *j*-ésima y *k*-ésima de la cartera, siendo el único elemento cuyo valor se desconoce para determinar $f\left(I_j, I_k\right)$.

Moody's KMV emplea un modelo multifactorial[19], denominado *Global Correlation Model*, en la estimación del coeficiente de correlación del valor de los activos de dos empresas cualesquiera. Estos modelos se caracterizan porque los valores de los activos de las empresas no se relacionan entre sí de forma directa, si no que se relacionan indirectamente por medio de una serie de variables subyacentes. En comparación con otros métodos de estimación, dichos modelos presentan dos ventajas: la disminución de los errores muestrales y la reducción del número de coeficientes de correlación que es necesario estimar.

En el modelo utilizado por Moody's KMV, los valores de los activos de las empresas se determinan a partir del logaritmo de sus rendimientos, los cuales se relacionan con una serie de variables subyacentes por medio de un proceso que consta de las tres etapas que se exponen a continuación.

[19] En relación con los modelos multifactoriales, véase por ejemplo Elton, Gruber, Brown y Goetzmann (2003), p. 364-399.

Gráfico 5.5. Modelo multifactorial de Moody's KMV para determinar el coeficiente de correlación entre los valores de los activos de dos empresas.



En la primera etapa, el rendimiento de los activos de una empresa se descompone en sus partes sistemática e idiosincrásica:

$$r_k = \beta_k \cdot \phi_k + \varepsilon_k$$

Donde:

- r_k es el rendimiento de los activos de la empresa *k*-ésima de la cartera.
- β_k es el peso que el factor de riesgo sistemático tiene en el rendimiento de los activos de la empresa *k*-ésima de la cartera.
- ϕ_k es un factor que mide el riesgo sistemático en el rendimiento de los activos de la empresa *k*-ésima de la cartera.
- ε_k es un factor que mide el riesgo idiosincrásico en el rendimiento de los activos de la empresa *k*-ésima de la cartera.

En la segunda etapa, el factor que mide el riesgo sistemático se descompone en los países y las industrias o sectores en los que la empresa lleva a cabo sus actividades. Este factor es específico de la empresa e indica el rendimiento que deben proporcionar sus activos en función del riesgo sistemático que conllevan:

$$\phi_k = \sum_{c=1}^{45} w_{kc} \cdot r_c + \sum_{i}^{61} w_{ki} \cdot r_i$$

Expresión en la que:

- w_{kc} es el peso que el país *c* tiene en la empresa *k.*
- r_c es el rendimiento que las empresas ubicadas en el país *c* obtienen del valor de sus activos.
- w_{ki} es el peso que la industria *i* tiene en la empresa *k.*
- r_i es el rendimiento que las empresas que desarrollan su actividad en la industria *i* obtienen de sus activos.

Asimismo, se verifica que:

$$\sum_{c=1}^{45} w_{kc} = \sum_{i=1}^{61} w_{ki} = 1$$

En la tercera etapa, el rendimiento del valor de los activos de la empresa que se debe a cada uno de los países y a cada una de las industrias o sectores se descompone en el rendimiento del valor de los activos de la empresa debido a un conjunto de variables económicas globales, regionales y sectoriales que son comunes a todos los países y a todas las industrias o sectores, para lo cual se emplea una metodología similar a la utilizada en la segunda etapa.

Una vez que se han llevado a cabo las operaciones que se acaban de exponer, el rendimiento del valor de los activos de una empresa viene dado por la siguiente expresión:

$$r_k = \sum_{G=1}^{2} \beta_{kG} \cdot r_G + \sum_{R=1}^{5} \beta_{kR} \cdot r_R + \sum_{S=1}^{7} \beta_{kS} \cdot r_S + \sum_{c=1}^{45} \beta_{kc} \cdot \varepsilon_c + \sum_{i=1}^{61} \beta_{ki} \cdot \varepsilon_i + \varepsilon_k \qquad (5.10)$$

Donde:

- β_{kG}, β_{kR} y β_{kS} son la parte del rendimiento de los activos de la empresa que se debe a las variables económicas globales, regionales y sectoriales, respectivamente.
- r_G, r_R y r_S son los rendimientos asociados a las variables económicas globales, regionales y sectoriales, respectivamente.
- β_{kc} y β_{ki} son la parte del rendimiento de los activos de la empresa que se deben a variables idiosincrásicas de cada país y de cada industria o sector, respectivamente.
- ε_c y ε_i son el rendimiento debido a las variables idiosincrásicas de cada país y de cada industria, respectivamente.

A partir de esta última expresión pueden obtenerse la varianza de la variable aleatoria "rendimiento del valor de los activos de la empresa *k*-ésima de una cartera" y la covarianza de las variables aleatorias "rendimiento del valor de los activos de la empresa *h*-ésima de una cartera" para las empresas *j*-ésima y *k*-ésima de la cartera:

$$\sigma_k^A = \sqrt{\sum_{G=1}^{2} \beta_{kG}^2 \cdot \sigma_G^2 + \sum_{R=1}^{5} \beta_{kR}^2 \cdot \sigma_R^2 + \sum_{S=1}^{7} \beta_{kS}^2 \cdot \sigma_S^2 + \sum_{c=1}^{45} \beta_{kc}^2 \cdot \sigma_c^2 + \sum_{i=1}^{2} \beta_{ki}^2 \cdot \sigma_i^2 + \varepsilon_k^2}$$

$$\sigma_{j,k}^A = \sum_{G=1}^{2} \beta_{jG} \cdot \beta_{kG} \cdot \sigma_G^2 + \sum_{R=1}^{5} \beta_{jR} \cdot \beta_{kR} \cdot \sigma_R^2 + \sum_{S=1}^{7} \beta_{jS} \cdot \beta_{kS} \cdot \sigma_S^2 + \sum_{c=1}^{45} \beta_{jc} \cdot \beta_{kc} \cdot \sigma_c^2 + \sum_{i=1}^{2} \beta_{ji} \cdot \beta_{ki} \cdot \sigma_i^2$$

Asimismo, el coeficiente de correlación de las variables aleatorias "rendimiento del valor de los activos de la empresa *h*-ésima de una cartera de activos financieros" para las empresas *j*-ésima y *k*-ésima de la cartera pueden obtenerse por medio de la expresión siguiente:

$$\rho_{j,k}^A = \frac{\sigma_{j,k}^A}{\sigma_j^A \cdot \sigma_k^A}$$

Siendo el significado de estas variables el mismo que el de las que figuran en la expresión (5.8), pero referidas a la variable aleatoria "rendimiento del valor de los activos de la empresa *h*-ésima de una cartera de activos financieros".

2.4. VENTAJAS E INCONVENIENTES

Las principales ventajas de los modelos estructurales son dos: proporcionan un marco teórico para la medición del riesgo de crédito y, en el supuesto de que las acciones de la empresa deudora se negocien en un mercado financiero organizado, permiten la valoración dinámica del riesgo de crédito.

Los principales inconvenientes de los modelos estructurales son los tres siguientes:

1. La dificultad que presenta la estimación de los parámetros, en concreto, del valor de los activos de la empresa y el parámetro de su desviación típica. Prueba de ello es que pueden emplearse diversos métodos en la estimación de dichos parámetros.

2. La asunción de la hipótesis de que el valor de los activos de la empresa sigue un proceso de difusión, fundamentalmente un movimiento browniano geométrico, lo que conlleva que la probabilidad de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" tome el valor impago tiende a cero cuando la amplitud del horizonte temporal considerado para la medición del riesgo de crédito tiende a cero.

   Los principales enfoques que se han propuesto para solucionar este inconveniente se basan en las dos hipótesis siguientes:

a) La información que los mercados financieros disponen sobre el valor de los activos de la empresa es incompleta debido a que es inexacta o se recibe con retraso, lo que crea incertidumbre sobre el valor real de dichos activos. Dentro de esta línea de investigación destaca el trabajo de Duffie y Lando (2001).

b) El acaecimiento de saltos en el valor de los activos de la empresa, los cuales pueden producirse siguiendo un proceso de salto puro, tal y como se propone en el trabajo de Mason y Bhattacharya (1981), o un proceso de difusión con saltos, tal y como se proponen en los trabajos de Schönbucher (1996) y Zhou (1997, 2001).

3. La utilización de la valoración neutral al riesgo implica que la probabilidad de que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" tome el valor impago es neutral al riesgo.

   Dichas probabilidades se obtienen asumiendo la hipótesis de que los inversores son neutrales al riesgo, esto es $\mu = r$, y su valor es mayor que el de las probabilidades físicas o reales, en las que se asume la hipótesis de que los inversores son adversos al riesgo, de forma que $\mu > r$. La obtención de las probabilidades físicas o reales en los modelos estructurales requiere determinar la prima por el riesgo de crédito, lo que requiere la estimación de variables adicionales[20].

3. MODELOS ECONOMÉTRICOS

Las probabilidades que componen las matrices de transición entre categorías crediticias que publican las agencias de clasificación crediticia o que elaboran las entidades financieras se estiman empleando información que abarca varios periodos, de amplitud generalmente anual, siendo el valor medio de los valores que presentan estas probabilidades en función del estado del ciclo económico en cada uno de los periodos empleados para su estimación y, por tanto, estas matrices de transición entre categorías crediticias no están condicionadas al estado que presenta el ciclo económico en un determinado periodo.

No obstante, los estudios empíricos ponen de manifiesto que existe una relación entre las probabilidades que componen dichas matrices de transición y el estado del ciclo económico, en virtud de la cual las probabilidades de impago de los deudores se incrementan cuando el estado del ciclo económico es de recesión y disminuyen cuando el estado del ciclo económico es de expansión.

[20] La empresa consultora Moody's KMV propone una metodología para obtener dicho diferencial. A ese respecto, véase, por ejemplo, Bohn (2000a), p. 58-60.

Los modelos econométricos emplean dicha relación y las matrices de transición entre categorías crediticias elaboradas por las agencias de clasificación crediticia o las entidades financieras –las cuales reciben en la literatura especializada la denominación de matrices "incondicionadas" , aunque en sentido estricto no lo sean- para obtener las matrices de transición entre categorías crediticias condicionadas a un estado del ciclo económico.

Los trabajos realizados a este respecto indican que los modelos econométricos presentan mayor utilidad en la medición del riesgo de crédito de los deudores clasificados en una categoría crediticia perteneciente al grado especulativo que en la de aquellos deudores clasificados en una categoría crediticia perteneciente al grado de inversión, debido a que la sensibilidad de la probabilidad de impago al estado del ciclo económico es mayor en el primer tipo de deudores que en el segundo.

El primer modelo econométrico de medición del riesgo de crédito en carteras de activos financieros, propuesto por Wilson (1997a, b), permite obtener, si se dispone de la suficiente información, la matriz de transición entre categorías crediticias condicionada a un estado del ciclo económico por medio de las tres etapas siguientes:

1. Estimación de las probabilidades de impago de los deudores, condicionadas a un estado del ciclo económico.
2. Determinación de la matriz de transición entre categorías crediticias, condicionada a un estado del ciclo económico.
3. Obtención de la distribución de probabilidad incondicionada de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera".

En la primera etapa, se utiliza el, denominado "modelo de riesgo sistemático multifactorial", en el que la probabilidad de impago de un deudor, condicionada a un estado del ciclo económico, se estima empleando la función logística y un índice que representa el estado del ciclo económico de una industria de un país:

$$p_{j,t} = \frac{1}{1+e^{-y_{j,t}}}$$

Donde:

- $p_{j,t}$ es la probabilidad de impago del deudor, condicionada al estado de la industria o sector *j*-ésimo de un país en el momento *t*-ésimo.
- $y_{j,t}$ es un índice que representa el estado en el que se encuentra esta industria o sector.

La elección de la función logística para la determinación de la probabilidad de impago del deudor, condicionada a un estado del ciclo económico, se debe principalmente a las dos razones siguientes:

1. Está definida para el conjunto de los números reales comprendidos entre cero y uno, ambos inclusive, lo que la hace adecuada para que los valores que proporciona puedan utilizarse como probabilidades.
2. De todas las funciones empleadas por Wilson, la función logística es la que proporciona un coeficiente de correlación mayor entre las probabilidades de impago de los deudores, condicionadas a un estado del ciclo económico, y la distribución de frecuencias del impago de dichos deudores.

El índice que representa el estado del ciclo económico en el que se encuentra la industria o sector de un país se obtiene por medio de modelo multifactorial en el que se distinguen las dos partes siguientes:

1. La que representa el riesgo sistemático, que depende de un conjunto de variables macroeconómicas tales como, por ejemplo, el gasto público, el nivel de ahorro, el precio de la vivienda, el producto interior bruto, la tasa de desempleo, los tipos de cambio y los tipos de interés.
2. La que representa el riesgo idiosincrásico, la cual depende de una serie de conmociones o de innovaciones producidas en la economía que no pueden ser explicadas por el valor de las variables macroeconómicas y que, por tanto, son un error aleatorio.

Dicho índice viene dado por la expresión siguiente:

$$y_{j,t} = \beta_{j,0} + \beta_{j,1} \cdot X_{j,1,t} + \beta_{j,2} \cdot X_{j,2,t} + \beta_{j,3} \cdot X_{j,3,t} + \upsilon_{j,t}$$

Expresión en la que:

- $\beta_{j,\,i}$, $i = 1,\ 2,\ 3$, es el coeficiente de la variable macroeconómica *i*-ésima en la industria o sector *j*-ésimo.
- $X_{j,\,i,\,t}$ es el valor de la variable macroeconómica *i*-ésima en el momento *t*-ésimo.
- $\upsilon_{j,\,t}$ es el error aleatorio de la industria o sector *j*-ésimo en el momento *t*-ésimo.

  Respecto a dichos errores aleatorios se asumen las hipótesis de que son estocásticamente independientes entre sí, estocásticamente independientes de las variables macroeconómicas y su función de distribución es una $N\left(0,\ \sigma_j\right)$, siendo σ_j la desviación típica del error aleatorio del estado de la industria o sector *j*-ésimo de un país.

Los estudios realizados por Wilson indican que una sola variable macroeconómica no es suficiente para representar el riesgo sistemático, ya que, dependiendo del país, son necesarias al menos tres variables macroeconómicas para explicar el noventa por ciento de dicho riesgo. Por ello, dicho autor utiliza el modelo multifactorial mencionado más arriba.

La determinación de las variables macroeconómicas se lleva a cabo empleando un modelo econométrico que, en el trabajo publicado por Wilson, es un modelo autorregresivo de segundo orden[21]. Por tanto, el valor de dichas variables viene dado por la expresión siguiente:

$$X_{j,i,t} = k_{i,0} + k_{i,1} \cdot X_{j,i,t-1} + k_{i,2} \cdot X_{j,i,t-2} + \varepsilon_{j,i,t}$$

Donde:

- $k_{i,h}$, $h = 0,\ 1,\ 2$, es coeficiente que se aplica al valor que presenta la variable macroeconómica *i*-ésima *h* periodos antes.
- $X_{j,i,t-h}$ es el valor de dicha variable macroeconómica.
- $\varepsilon_{j,i,t}$ es el error aleatorio de la variable macroeconómica *i*-ésima.

  En dichos errores aleatorios se asume la hipótesis de que son estocásticamente independientes entre sí, estocásticamente independientes de las variables macroeconómicas y su función de distribución es $N\left(0,\ \sigma_{i,j}\right)$, siendo $\sigma_{i,j}$ la desviación típica del error aleatorio de la variable macroeconómica *i*-ésima.

La probabilidad de impago de un deudor, condicionada a un estado del ciclo económico, se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} p_{j,t} = \dfrac{1}{1+e^{-y_{j,t}}} \\ y_{j,t} = \beta_{j,0} + \beta_{j,1} \cdot X_{j,1,t} + \beta_{j,2} \cdot X_{j,2,t} + \beta_{j,3} \cdot X_{j,3,t} + \upsilon_{j,t} \\ X_{j,i,t} = k_{i,0} + k_{i,1} \cdot X_{j,i,t-1} + k_{i,2} \cdot X_{j,i,t-2} + \varepsilon_{j,i,t} \end{cases}$$

La resolución de este sistema de ecuaciones requiere conocer los valores del error aleatorio de la industria o sector *j*-ésimo y del error aleatorio de la variable macroeconómica *i*-ésima para cada una de las variables macroeconómicas consideradas, los cuales vienen dados por el vector aleatorio siguiente:

$$E_t = \begin{pmatrix} \upsilon_t \\ \varepsilon_t \end{pmatrix}$$

[21] Wilson emplea dicho modelo en aras de la sencillez. No obstante, dicho autor reconoce que en la práctica utiliza un modelo *ARIMA(p, d, q)*.

Siendo υ_j el vector de los errores aleatorios de las industrias o sectores y ε_t el de las variables macroeconómicas.

La función de distribución de dicho vector aleatorio es $N(0, \Sigma)$, siendo Σ la matriz de varianzas-covarianzas de los errores aleatorios de la industria o sector y de las variables macroeconómicas, la cual viene dada por la expresión siguiente:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{\upsilon} & \Sigma_{\upsilon,\varepsilon} \\ \Sigma_{\varepsilon,\upsilon} & \Sigma_{\varepsilon} \end{bmatrix}$$

Donde:

- Σ_{υ} es la matriz de varianzas de los errores aleatorios de las industrias o sectores.
- Σ_{ε} es la matriz de varianzas de los errores aleatorios de las variables macroeconómicas.
- $\Sigma_{\upsilon,\varepsilon}$ y $\Sigma_{\varepsilon,\upsilon}$ son las matrices de de covarianzas de los errores aleatorios de las industrias o sectores y de las variables macroeconómicas.

El vector de errores aleatorios de las industrias o sectores y de las variables macroeconómicas se obtienen, empleando la descomposición de Cholesky[22], por medio de la expresión siguiente:

$$E_t = A \times Z_t$$

Siendo A la matriz triangular inferior y Z_t un vector de variables aleatorias cuya función de distribución es $N(0,1)$.

En la segunda etapa, las probabilidades de transición entre categorías crediticias, condicionadas a un estado del ciclo económico de la industria o sector de un país, se obtienen empleando la probabilidad de impago obtenida en la primera etapa. Para ello, en cada categoría crediticia se emplea un índice, denominado de riesgo sistemático, cuyo valor viene dado por el cociente siguiente:

[22] La descomposición de Cholesky consiste en la descomposición de una matriz simétrica definida positiva en dos matrices triangulares, una inferior y otra superior, siendo ésta última matriz la traspuesta de la matriz triangular inferior. Puede expresarse de la forma siguiente:

$$\Sigma = A \times A^T$$

Siendo Σ una matriz simétrica definida positiva y *A* la matriz triangular inferior.
La descomposición de Cholesky se emplea principalmente en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y en la determinación de la estructura de dependencia entre variables aleatorias medida por medio del coeficiente de correlación en el método de Monte Carlo. En la segunda aplicación, dicha descomposición permite simular matrices de covarianzas con las mismas propiedades que Σ, las cuales se obtienen descomponiendo esta última matriz en las matrices triangulares inferior y superior y multiplicando la matriz triangular inferior *A* por un vector de variables aleatorias representado por *Z*.

$$R_t = \frac{SDP_t}{\phi SDP}$$

Expresión en la que:

- SDP_t es la probabilidad de impago de un deudor condicionada a un estado del ciclo económico, esto es $p_{j,t}$.
- ϕSDP es la probabilidad de impago "incondicionada" de un deudor, la cual se obtiene de las clasificaciones crediticias elaboradas por las agencias de clasificación crediticia o las entidades financieras.

El índice de riesgo sistemático pone de manifiesto la diferencia entre las probabilidades condicionada e "incondicionada" y puede tomar los tres valores siguientes:

1. $R_t < 1$: el estado del ciclo económico en el momento *t*-ésimo es de expansión y la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor, condicionada a un estado del ciclo económico", se aleja de la probabilidad de impago incondicionada del deudor, decrementándose esta probabilidad y las probabilidades de disminución de la categoría crediticia, e incrementándose las probabilidades de aumento de la categoría crediticia.
2. $R_t = 1$: el estado del ciclo económico es similar al estado medio del ciclo económico en el periodo empleado por la agencia de clasificación crediticia o la entidad financiera para la estimación de la matriz de transición entre categorías crediticias, lo que supone que las probabilidades de transición entre categorías crediticias, condicionadas a un estado del ciclo económico, coinciden con las probabilidades incondicionadas.
3. $R_t > 1$: el estado del ciclo económico es de recesión y la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor, condicionada a un estado del ciclo económico" se concentra en la probabilidad de impago incondicionada del deudor, incrementándose esta probabilidad y las probabilidades de disminución de la categoría crediticia, y decrementándose las probabilidades de aumento de las categorías crediticias.

La matriz de transición entre categorías crediticias, condicionada a un estado del ciclo económico, se obtiene a partir de la matriz de transición "incondicionada", empleando un algoritmo cuyos elementos principales son el índice de riesgo sistemático y una serie de factores que determinan la sensibilidad de las probabilidades de transición entre categorías crediticias a este índice. Dicho algoritmo está diseñado para que las

características de la matriz obtenida sean las de una matriz de transición entre categorías crediticias[23].

Asumiendo la hipótesis de independencia estocástica entre las matrices de transición, la matriz de transición de un año, condicionada a un estado del ciclo económico, permite obtener la matriz de transición del año *n*-ésimo, condicionada a un estado del ciclo económico, la cual viene dada por la expresión siguiente:

$$M_n = \prod_{i=1}^{n} M\left(\frac{SDP_i}{\phi SDP}\right)$$

Donde:

- M_n es la matriz de transición del año *n*-ésimo, condicionada a un estado del ciclo económico.
- $M\left(\frac{SDP}{\phi SDP}\right)$ es la matriz de transición del periodo *i*-ésimo, condicionada a un estado del ciclo económico.

En la tercera etapa se obtiene la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros". Para ello, se simulan las trayectorias de cada una de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito de cada uno de los activos financieros que componen la cartera empleando el método de Monte Carlo. En el caso de las matrices de transición entre categorías crediticias, se emplea el procedimiento expuesto en las etapas primera y segunda. A continuación se repite el proceso anterior el número de veces que sea necesario para obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" con el nivel de precisión deseado por la entidad financiera.

En lo que se refiere a las ventajas e inconvenientes de los modelos econométricos, las principales ventajas son las siguientes:

1. La distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" se obtiene empleando el método de Monte Carlo, lo que en carteras de activos financieros no diversificadas permite la obtención de distribuciones de probabilidad multimodales y la identificación de valores extremos en dichas distribuciones.
2. Son aplicables a carteras compuestas por activos financieros diversas características. En concreto, pueden emplearse en la medición del riesgo de crédito de los activos

[23] Respecto a las características que debe tener una matriz de transición entre categorías crediticias, véase el epígrafe 1.2 del tercer capítulo.

financieros que componen la cartera de inversión o la de negociación, así como para la medición de dicho riesgo en activos financieros en los que la variable "exposición al riesgo de crédito" sea cierta o aleatoria.

3. La determinación de la matriz de transición entre categorías crediticias, condicionada a un estado del ciclo económico, es flexible. Los modelos econométricos permiten obtener una matriz de transición para cada industria de cada país y las probabilidades de transición entre las categorías crediticias de dichas matrices pueden ajustarse variando los factores que miden la sensibilidad de las mismas al índice de riesgo sistemático.
4. Al ser modelos multifactoriales permiten captar mejor el efecto del riesgo sistemático.

Los principales inconvenientes de los modelos econométricos son los siguientes:

1. Su capacidad para modelizar la dependencia entre los deudores de la cartera depende de la sensibilidad que éstos tengan al estado del ciclo económico, la cual es mayor en aquéllos clasificados en el grado de especulación que los clasificados en el de inversión.
2. Asumen la hipótesis de independencia estocástica de las matrices de transición desde el año 1 al *n*-1, condicionadas a un estado del ciclo económico, para obtener la matriz del año *n*-ésimo, lo cual es una hipótesis irreal.
3. Requieren una gran cantidad de información, ya que, si se desea que sean estadísticamente significativos, se necesita para cada una de las variables macroeconómicas una serie temporal con un número suficiente de periodos.
4. Presentan los inconvenientes habituales de la aplicación del método de simulación de Monte Carlo a problemas con un gran número de variables aleatorias.

4. MODELOS DE INTENSIDAD. MODELOS DE INTENSIDAD ESTÁTICA.

Atendiendo a si la intensidad es de tipo continuo o de tipo discreto, los modelos de intensidad pueden clasificarse en dinámicos o estáticos, respectivamente. La exposición del primer tipo de modelos excede los límites del presente trabajo.

Los modelos de intensidad estática se basan en la metodología empleada en la matemática de los seguros no vida, la cual se basa, a su vez, en la teoría del riesgo colectivo –o teoría colectiva del riesgo-, empleada para determinar la siniestralidad total de una cartera de pólizas de seguro (es decir, la pérdida asociada a esa cartera).

4.1. RELACIÓN ENTRE LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO EN UNA CARTERA DE ACTIVOS FINANCIEROS Y LA DEL RIESGO DE SUSCRIPCIÓN BÁSICO EN UNA CARTERA DE PÓLIZAS DE SEGURO[24]

La medición del riesgo de suscripción básico que una entidad aseguradora asume en una cartera de pólizas de seguro requiere determinar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "siniestralidad total de una cartera de pólizas de seguro", la cual puede obtenerse empleando los dos modelos o teorías siguientes:

1. La teoría del riesgo individual, en la que el valor de la variable aleatoria "siniestralidad total de una cartera de pólizas de seguro" en un determinado periodo –representada por S - se obtiene como la suma de la pérdida asociada a cada una de las pólizas de seguro que componen la cartera:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \qquad (5.11)$$

   Donde:

   – n es la variable cierta de tipo discreto "número de pólizas que componen la cartera de seguro".
   – ξ_i es la variable aleatoria de tipo continuo "pérdida asociada a la póliza i-ésima de una cartera de seguros".

2. La teoría del riesgo colectivo, en la que el valor de la variable aleatoria "siniestralidad total de una cartera de pólizas de seguro" se obtiene como la suma de la pérdida asociada a cada uno de los siniestros que se producen en la cartera de seguros en el periodo considerado:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \xi_i' \qquad (5.12)$$

   Expresión en la que :

   – N es la variable aleatoria de tipo discreto "número de siniestros que se producen en una cartera de seguros".
   – ξ_i' es la variable aleatoria de tipo continuo "pérdida asociada al siniestro i-ésimo que acaezca en la cartera de seguros".

La aplicación de una teoría u otra a la medición del riesgo de suscripción básico en una cartera de pólizas de seguro depende de las características de la cartera en general, y de

[24] A este respecto, véase también Resti (1999), pp. 4-7.

la posibilidad de que en cada periodo se produzca más de un siniestro en cada una de las pólizas que componen dicha cartera en particular.

Así, la teoría del riesgo individual resulta más apropiada para la medición del riesgo de suscripción básico en las carteras de pólizas de seguro del ramo de vida, en las que, según los casos, se cubre la supervivencia, la invalidez y la muerte, dando lugar a los correspondientes estados del asegurado, de los cuales al menos uno, el de muerte, es absorbente, de forma que una vez que el asegurado lo alcanza no puede volver a alcanzar otro estado en un momento posterior.

Solamente si en la póliza se cubren simultáneamente la muerte y la invalidez podrían producirse, a lo sumo, dos siniestros –incluso en un mismo periodo-, lo cual hace relativamente sencilla la determinación de la pérdida asociada a cada una de las pólizas que componen la cartera de seguros.

Por el contrario, la teoría del riesgo colectivo resulta más apropiada para la medición del riesgo de suscripción básico en las carteras de pólizas de seguro del ramos no vida, en las que, salvo determinados casos tales como, por ejemplo, el seguro a primer riesgo, cada póliza puede experimentar varios siniestros en cada periodo. La aplicación de la teoría del riesgo individual para la medición del riesgo de este tipo de carteras resulta más compleja, dado que la determinación de la pérdida asociada a cada una de las pólizas que componen la cartera de seguros requiere determinar tanto el número de siniestros de cada póliza como la cuantía de cada uno de estos siniestros, requiriendo su agregación, lo que conlleva la pérdida de información sobre el número de siniestros de cada póliza y la cuantía de los mismos, puesto que una vez que se obtiene la pérdida asociada a cada una de las pólizas se desconoce el valor de estas variables.

En cualquier caso, estos modelos no son excluyentes entre sí y pueden utilizarse de forma complementaria.

Por su parte, la medición del riesgo de crédito de un activo financiero requiere cuantificar la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" –representada por X_i-, la cual es una variable aleatoria de tipo continuo.

Asimismo, la medición del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros requiere cuantificar la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" –representada por X_C-, la cual se obtiene, con carácter general, como la suma de las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los activos financieros que componen la cartera:

$$X_C = \sum_{i=1}^{n} X_i \qquad (5.13)$$

Siendo n la variable cierta "número de activos financieros que componen la cartera de activos financieros".

Como puede observarse, las expresiones (5.11) y (5.13) son similares, dado que ambas variables aleatorias son la suma de un número cierto –el número de pólizas de seguros y de activos financieros que componen las correspondientes carteras- de variables aleatorias de tipo continuo –las pérdidas asociadas a cada una de las pólizas de seguros y de los activos financieros que componen las respectivas carteras-, por lo que la teoría del riesgo individual puede aplicarse a la medición del riesgo de crédito en una cartera de activos financieros.

No obstante, si bien en la medición del riesgo de crédito por medio de un modelo ajustado al mercado la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" suele tener un valor distinto de cero, ya sea positivo o negativo, en la medición de este riesgo por medio de un modelo de impago[25] el valor de dicha variable aleatoria es cero, siempre y cuando el estado del deudor presente el valor pago, de forma que sólo tienen efecto en la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" todas aquéllas variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" en las que el estado del deudor presente el valor impago. En este caso concreto, la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" puede obtenerse por medio de la expresión siguiente:

$$X_C = \sum_{i=1}^{N} X_i \qquad (5.14)$$

Siendo N la variable aleatoria de tipo discreto "número de impagos en una cartera de activos financieros".

Como puede observarse, las expresiones (5.12) y (5.14) son similares, dado que ambas variables aleatorias son la suma de un número aleatorio –el de siniestros y el de impagos que se producen en las respectivas carteras- de variables aleatorias de tipo continuo –las pérdidas asociadas a cada uno de los siniestros y de los impagos que se producen en las respectivas carteras-, por lo que la teoría del riesgo colectivo puede aplicarse a la medición del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros por medio de un modelo de impago. Es más, en este tipo de modelos resulta más conveniente emplear la teoría del riesgo colectivo que la del riesgo individual, porque, al ser el impago un

[25] Respecto a los modelos ajustados al mercado y los de impago, véase el epígrafe 1.1 del segundo capítulo.

estado absorbente –de manera que no puede producirse más de un impago en un mismo activo financiero- la teoría del riesgo colectivo tiene la ventaja de que requiere sumar un número menor de variables aleatorias.

4.2. MODELO DE INTENSIDAD ESTÁTICA BÁSICO

El primer modelo de intensidad estática aplicado a la medición del riesgo de crédito en carteras de activos financieros fue propuesto por la empresa consultora Credit Suisse First Boston, recibe el nombre comercial de CreditRisk+[26] y en el presente trabajo recibe la denominación de modelo de intensidad estática básico.

En este modelo, la variable aleatoria "número de impagos en una cartera de activos financieros" viene dada por la suma de las variables aleatorias "impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los créditos que componen la cartera:

$$N = \sum_{i=1}^{n} N_i \qquad (5.15)$$

Dichas variables aleatorias presentan el valor cero cuando se produce el pago del activo financiero y el valor uno cuando se produce el impago, tienen la misma distribución de probabilidad –que es una distribución de Bernoulli de parámetro p_i- son estocásticamente independientes entre sí y su función generatriz de probabilidad viene dada por la expresión siguiente[27]:

$$G_Y(z) = 1 + p_i \cdot (z - 1)$$

La probabilidad de que la variable aleatoria "impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" presente el valor uno –representada por p_i- suele obtenerse por medio de un sistema de clasificación crediticia, el cual en función del número de dimensiones empleadas en la medición del riesgo de crédito puede ser[28, 29]:

a) Bidimensional, en cuyo caso la probabilidad se obtiene directamente del sistema.

b) Unidimensional, en cuyo caso la probabilidad puede obtenerse por medio del siguiente cociente:

$$p_i = \frac{X_i^c}{x_i}$$

[26] En relación con la documentación técnica de CreditRisk+, véase Credit Suisse First Boston (1997).
[27] A este respecto véase la expresión (A.5).
[28] Respecto al número de dimensiones empleadas en los sistemas de clasificación crediticia, véase el epígrafe 5.2 del capítulo cuarto.
[29] Aunque los sistemas de clasificación crediticia bidimensionales son más adecuados para medir el riesgo de crédito, numerosas entidades financieras utilizan sistemas unidimensionales. A este respecto véase, por ejemplo, Treacy y Carey (2000), p. 171.

Donde:

- X_i^c es la pérdida empírica media que un activo financiero con las características del activo financiero *i*-ésimo tiene en la categoría crediticia *c*-ésima.
- x_i es la variable "pérdida asociada al impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera".

Asumiendo la hipótesis de independencia estocástica entre las variables aleatorias "impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera", la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "número de impagos en una cartera de activos financieros" –representada por G_N - se obtiene aplicando la expresión (A.3):

$$G_N(z) = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - p_i \cdot (z-1)\right] \tag{5.16}$$

Las carteras de activos financieros expuestos al riesgo de crédito se caracterizan por un número elevado de activos financieros cuya probabilidad de impago es cercana a cero, por lo que esta función generatriz de probabilidad puede aproximarse empleando la función generatriz de probabilidad de una variable aleatoria con distribución de Poisson[30]:

$$G_N(z) \approx e^{\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot (z-1)} \tag{5.17}$$

En relación con esta última expresión cabe destacar los tres aspectos siguientes:

1. En la práctica, esta aproximación proporciona buenos resultados.

   Es más, cuando $p_i = p$, $i = 1, 2, \ldots, n$, la expresión (5.16) es la función generatriz de probabilidad de una variable aleatoria binomial de parámetros *n*, *p*, demostrándose que cuando $n \to \infty$ y $p \to 0$ la distribución de probabilidad de esta variable aleatoria puede aproximarse por medio de la distribución de probabilidad de una variable aleatoria de Poisson de parámetro $\lambda = n \cdot p$.

2. En la expresión (5.17), p_i es la intensidad del proceso de Poisson "número de impagos del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" y no la probabilidad de que la variable aleatoria con distribución de Bernoulli "impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" presente el valor uno.

   No obstante, la intensidad y la probabilidad que se acaban de mencionar son aproximadamente iguales cuando la probabilidad del suceso impago tiende a cero, por lo que en la literatura especializada suelen utilizarse de manera indistinta.

[30] A este respecto véase la expresión (A.6).

3. La variable aleatoria con distribución de Poisson "número de impagos del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" puede tomar valores mayores que uno, lo que supone que un activo financiero puede resultar impagado más de una vez en un determinado periodo.

   Sin embargo, cuando la intensidad del proceso de Poisson tiende a cero la probabilidad de que se produzca un impago múltiple tiende a cero, es decir:

   $$\lim_{p_i \to 0} P\left(N_i > 1\right) = 0 .$$

En cuanto a la variable "pérdida asociada al impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera", se define como una variable cierta, aunque en realidad sea una variable aleatoria, dado que se obtiene del producto de las variables "exposición al riesgo de crédito" y "pérdida en caso de impago", ambas referidas al activo financiero, de las cuales, al menos la segunda, siempre es una variable aleatoria.

Además, se asume la hipótesis de que el impago de un deudor en un activo financiero conlleva el impago de este deudor en todos los activos financieros que dicho deudor mantiene con la entidad financiera, lo que permite agrupar los activos financieros por deudores y definir la variable aleatoria "pérdida asociada al impago del deudor *i*-ésimo de la cartera", la cual es igual a la suma de las variables aleatorias "pérdida asociada al impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los créditos que la entidad financiera tiene con el deudor en cuestión.

La variable "pérdida asociada al impago del deudor *i*-ésimo de la cartera" –representada por $\tilde{x}_i$- se expresa como múltiplo de una unidad de medida básica de la pérdida asociada al impago –representada por *X*-, obteniéndose la variable "pérdida asociada al impago del deudor *i*-ésimo de la cartera expresada como múltiplo de la unidad de medida básica" –representada por ν_i-, la cual viene dada por la expresión siguiente:

$$\nu_i = \begin{cases} \left\lfloor \dfrac{\tilde{x}_i}{X} \right\rfloor & si\ x_i \mod X \le 0,5 \\ \left\lceil \dfrac{\tilde{x}_i}{X} \right\rceil & si\ x_i \mod X > 0,5 \end{cases} , \quad \nu_i \in \nu_j \quad \left(i = 1,\ 2,\ ...,\ n\right)$$

Donde:

- $\left\lfloor \dfrac{\tilde{x}_i}{X} \right\rfloor = \sup\left\{ n \in \mathbb{Z} \Big/ n \le \dfrac{\tilde{x}_i}{X} \right\}$.
- $\left\lceil \dfrac{\tilde{x}_i}{X} \right\rceil = \inf\left\{ n \in \mathbb{Z} \Big/ \dfrac{\tilde{x}_i}{X} \le n \right\}$.
- $\tilde{x}_i \mod X = \tilde{x}_i - \left(\nu_i \times X\right)$.

– v_j, $j = 1, 2, ..., m_X$, es cada uno de los múltiplos de la unidad de medida básica en los que puede expresarse la variable aleatoria "pérdida asociada al impago del deudor *i*-ésimo de la cartera", los cuales reciben la denominación de tramos de cuantía.

Asimismo, la variable "pérdida asociada al impago del deudor *i*-ésimo de la cartera expresada como múltiplo de la unidad de medida básica" de cada uno de los deudores que componen la cartera pueden agruparse en función de su valor, lo que permite definir la variable aleatoria "pérdida asociada a los impagos producidos en el tramo de cuantía *j*-ésimo de la cartera".

El proceso de agrupación anterior también se lleva a cabo con la pérdida empírica media, obteniéndose la variable "pérdida empírica media del deudor *i*-ésimo de la cartera expresada como múltiplo de la unidad de medida básica" (representada por ε_i).

Ambos procesos de discretización introducen un error en el modelo de intensidad estática básico que se produce como consecuencia del redondeo de las variables "pérdida asociada al impago del deudor *i*-ésimo de la cartera" y "pérdida empírica media del deudor *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los deudores que componen la cartera. Así, en el caso de la primera variable, se utiliza $v_i \cdot X$ en lugar de $\tilde{x}_i$. Por ello es frecuente ajustar la intensidad del proceso "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" con el fin de compensar dicho error y conservar el valor original de la pérdida empírica media por medio de la realización del ajuste siguiente:

$$\lambda_i = \gamma_i \cdot p_i, \qquad \text{con } \gamma_i = \frac{\tilde{x}_i}{v_i}$$

La variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" es igual a la suma de las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito del deudor *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los deudores que componen la cartera y viene dada por una expresión similar a la (5.14)[31].

Asimismo, la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del deudor *i*-ésimo de la cartera" se obtiene del producto de la variable "pérdida asociada al impago del deudor *i*-ésimo de la cartera expresada como múltiplo de la unidad de medida básica" –que después del proceso de discretización es un número entero positivo- y la variable aleatoria "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera", siendo:

[31] Nótese que tras el proceso de agrupación descrito más arriba, X_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, representa la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del deudor *i*-ésimo de la cartera" –que según las hipótesis asumidas es la suma de las variables aleatorias "pérdida asociada al impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los activos financieros que dicho deudor tiene con la entidad financiera-, en lugar de la variable aleatoria "pérdida asociada al impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera". Asimismo, *n* representa el número de deudores que componen la cartera de activos financieros, en vez del número de activos financieros de dicha cartera.

$$X_i = \nu_i \cdot N_i, \quad \nu_i \in \mathbb{Z}^+, \; N_i \sim P(\lambda_i)$$

Aplicando las expresiones (A.4) y (A.6) se obtiene la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros":

$$G_{X_C}(z) = e^{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\left(z^{\nu_i}-1\right)} = e^{\sum_{j=1}^{m_X}\lambda_j\left(z^{\nu_j}-1\right)} = e^{\lambda_C\left[P(z)-1\right]} \qquad (5.18)$$

Donde:

- λ_j es la intensidad del proceso "número de impagos del tramo de cuantía *j*-ésimo de la cartera", con $\lambda_j = \sum_{i\in j}\lambda_i$.
- λ_C es la intensidad del proceso "número de impagos de una cartera de activos financieros", con $\lambda_C = \sum_{j=1}^{m_X}\lambda_j = \sum_{i=1}^{n}\lambda_i$.
- $P(z)$ recibe la denominación de polinomio de los tramos de cuantía, siendo:

$$P(z) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i}\cdot\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\cdot z^{\nu_i} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{m_X}\sum_{i\in j}\lambda_i}\cdot\sum_{j=1}^{m_X}\sum_{i\in j}\lambda_i\cdot z^{\nu_i} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{m_X}\lambda_j}\cdot\sum_{j=1}^{m_X}\lambda_j\cdot z^{\nu_j}$$

En la expresión (5.18) pueden observarse las dos circunstancias siguientes:

1. La independencia estocástica de las variables aleatorias "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" permite obtener las intensidades de los procesos "número de impagos del tramo de cuantía *j*-ésimo de la cartera" sumando las intensidades de todos los deudores que pertenecen al mismo tramo de cuantía. Asimismo, esta independencia estocástica permite obtener la intensidad del proceso "número de impagos de una cartera de activos financieros" sumando las intensidades de todos los tramos de cuantía o de todos los deudores de la cartera.
2. La función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" se obtiene de la función generatriz de la variable aleatoria "número de impagos de una cartera de activos financieros" por medio de la expresión siguiente:

$$G_{X_C}(z) = G_N\left[P(z)\right]$$

Esta última expresión pone de manifiesto que el valor de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" depende de dos fuentes de incertidumbre: el número de impagos que se producen en una cartera de activos financieros –representada por la variable aleatoria "número de impagos de una

cartera de activos financieros"- y el tramo de cuantía en el que se produce cada uno de los impagos (representada por el polinomio de los tramos de cuantía).

Una vez que se conoce la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera", su distribución de probabilidad puede obtenerse por medio de la expresión (A.2).

La medición del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros por medio del modelo que se ha expuesto más arriba presenta los dos inconvenientes siguientes:

1. La variable aleatoria con distribución de Poisson "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" se caracteriza porque el valor de la esperanza matemática, de la varianza y del parámetro de la distribución es el mismo. Sin embargo, diversos estudios empíricos demuestran que esta coincidencia no se produce en la realidad[32].
2. Se asume la hipótesis de independencia estocástica entre las variables aleatorias "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los deudores que componen la cartera, ignorándose la estructura de dependencia entre dichas variables, la cual es de gran importancia en la medición del riesgo de crédito.

Estos dos inconvenientes se solventan condicionando los procesos "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" al estado de una serie de sectores[33], para lo cual se define el proceso "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera, condicionado al valor de los sectores", cuya intensidad –representada por $\lambda_i^{\mathbf{s}}$- depende linealmente del valor de los sectores:

$$\lambda_i^{\mathbf{s}} = \sum_{k=0}^{m_k} w_{k,i} \cdot \lambda_i \cdot \frac{S_k}{E(S_k)}, \quad \text{con } 0 \le w_{k,i} \le 1 \text{ y } \sum_{k=0}^{m_k} w_{k,i} = 1 \qquad (5.19)$$

Donde:

- $\mathbf{s}$ es un vector aleatorio $(m_k \times 1)$ de los sectores.
- $w_{k,i}$, $k = 0, 1, ..., m_k$, es el peso que el sector *k*-ésimo tiene en dicha intensidad.
- S_0 es un sector que representa el efecto que el riesgo idiosincrásico tiene en la intensidad del deudor *i*-ésimo de la cartera.
- S_k, $k = 1, 2, ..., m_k$, son los sectores que representan el efecto que el riesgo sistemático tiene en la intensidad del deudor *i*-ésimo de la cartera.

[32] Al respecto véase, por ejemplo, Carty y Lieberman (1997), pp. 9 y 11.

[33] En los modelos de intensidad estática la estructura de dependencia entre las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" se obtiene, de forma indirecta, por medio de la dependencia entre estas variables y una serie de variables subyacentes que reciben la denominación de sectores, los cuales son industrias, áreas geográficas o una combinación de los dos anteriores, que han sido empleados por la entidad financiera en el diseño de su sistema de clasificación crediticia.

Dichos sectores son variables aleatorias estocásticamente independientes entre sí, idénticamente distribuidas, con esperanza matemática igual a uno ($E(S_k)=1$) y con varianza constante ($V(S_k)=\sigma_k^2$).

La esperanza matemática y la varianza de la intensidad del proceso "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera, condicionado al valor de los sectores", para cada uno de los deudores que componen la cartera se obtienen operando en la expresión (5.19) y vienen dadas por las expresiones siguientes:

$$E\left(\lambda_i^{\mathbf{s}}\right)=\lambda_i\,,\qquad V\left(\lambda_i^{\mathbf{s}}\right)=\lambda_i^2\sum_{k=0}^{m_k}w_{k,i}\cdot\frac{V(S_k)}{E(S_k)^2}$$

La función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros, condicionada al valor de los sectores" se obtiene sustituyendo en la expresión (5.18) la intensidad del proceso "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" por la del proceso "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera, condicionado al valor de los sectores" y es:

$$G_{X_C}\left[(z)/\mathbf{s}\right]=e^{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i^{\mathbf{s}}\left(z^{\nu_i}-1\right)}=e^{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=0}^{m_k}w_{k,i}\cdot S_k\cdot\lambda_i\left(z^{\nu_i}-1\right)}=e^{\sum_{k=0}^{m_k}S_k\cdot\lambda_k\left[P_k(Z)-1\right]}\qquad(5.20)$$

Donde:

- λ_k es la intensidad del proceso "número de impagos asociados al sector *k*-ésimo de la cartera", siendo:

$$\lambda_k=\sum_{i=1}^{n}w_{k,i}\cdot\lambda_i$$

- $P_k(z)$ recibe la denominación de polinomio del sector *k*-ésimo de la cartera, el cual, de forma similar al polinomio del tramo de cuantía *j*-ésimo de la cartera, viene dado por la expresión siguiente:

$$P_k(z)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}w_{k,i}\cdot\lambda_i}\cdot\sum_{i=1}^{n}w_{k,i}\cdot\lambda_i\cdot z^{\nu_i}$$

Dicha función generatriz de probabilidad puede expresarse por medio de la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del sector *k*-ésimo de la cartera, condicionada al valor de dicho sector" –representada por $G_{X_k}\left[(z)/S_k\right]$– la cual se obtiene operando en la expresión (5.20):

$$G_{X_C}\left[(z)/\mathbf{s}\right]=e^{\sum_{k=0}^{m_k}S_k\cdot\lambda_k\cdot\left[P_k(z)-1\right]}=\prod_{k=0}^{m_k}e^{S_k\cdot\lambda_k\left[P_k(z)-1\right]}=\prod_{k=0}^{m_k}G_{X_k}\left[(z)/S_k\right]\qquad(5.21)$$

Siendo $e^{S_k \cdot \lambda_k \left[P_k(z)-1\right]} = G_{X_k}\left[(z)/S_k\right]$.

Si se conoce la función de densidad del sector –representada por $f(S_k)$-, la función generatriz de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del sector *k*-ésimo de la cartera" puede obtenerse por medio de la expresión siguiente:

$$G_{X_k}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{X_k}\left[(z)/S_k\right] \cdot f(S_k) \cdot dS_k \qquad (5.22)$$

En el modelo de intensidad estática básico se asume la hipótesis de que la distribución de probabilidad de los sectores es una Gamma de parámetros α_k y β_k, esto es $S_k \sim \Gamma(\alpha_k, \beta_k)$, $k = 1, \ldots, m_k$.

La asunción de esta hipótesis conlleva las tres implicaciones siguientes:

1. La función de densidad de los sectores es:

$$f(S_k) = \frac{1}{\beta_k^{\alpha_k} \cdot \Gamma(\alpha_k)} \cdot S_k^{\alpha_k - 1} \cdot e^{-\frac{S_k}{\beta_k}}$$

2. La esperanza matemática y la varianza de los sectores son:

$$E(S_k) = \alpha_k \cdot \beta_k = 1, \quad V(S_k) = \alpha_k \cdot \beta_k^2 = \sigma_k^2$$

3. Si se conocen la media aritmética y la varianza empírica de los sectores, los parámetros de la función de densidad pueden obtenerse por medio de las expresiones siguientes:

$$\alpha_k = \frac{1}{\sigma_k^2}, \quad \beta_k = \sigma_k^2$$

Asumiendo dicha hipótesis, la expresión (5.22) es la función generatriz de probabilidad de una distribución ponderada de la familia Poisson-Gamma y la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del sector *k*-ésimo de la cartera" tiene la forma de una distribución Binomial Negativa de parámetros α_k y $\frac{1}{1+\beta_k}$, es decir, $X_k \sim BN\left(\alpha_k, \frac{1}{1+\beta_k}\right)$.

Dicho resultado permite solventar los dos inconvenientes expuestos más arriba, ya que, en tal caso:

1. La esperanza matemática y la varianza de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del sector *k*-ésimo de la cartera" vienen dadas por las expresiones siguientes[34]:

[34] A este respecto véase, por ejemplo, Grandell (1997), pp. 3-4.

$$E\left(X_k\right)=E\left(S_k\right),\qquad V\left(X_k\right)=E\left(S_k\right)+V\left(S_k\right)$$

2. La estructura de dependencia entre las variables aleatorias "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" para dos deudores cualesquiera de la cartera, medida por medio del coeficiente de correlación, viene dada por la expresión siguiente:

$$\rho_{i,j}=\frac{p_i\cdot p_j}{\sqrt{\left(1-p_i\right)\left(1-p_j\right)}}\cdot\sum_{k=0}^{m_k}w_{k,i}\cdot w_{k,j}\cdot\frac{V\left(S_k\right)}{E\left(S_k\right)^2}$$

En este supuesto, la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del sector *k*-ésimo de la cartera" es[35]:

$$G_{X_k}\left(z\right)=\left(\frac{\frac{1}{1+\beta_k}}{1-\frac{\beta_k}{1+\beta_k}\cdot P_k\left(z\right)}\right)^{\alpha_k}$$

La función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" se obtiene a partir de las funciones generatrices de probabilidad de las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito del sector *k*-ésimo de la cartera" para cada uno de los sectores considerados:

$$G_{X_C}\left(z\right)=e^{\sum_{i=1}^{n}w_{0,i}\cdot\lambda_i\cdot\left(z^{\nu_i}-1\right)-\sum_{k=1}^{m_k}\frac{1}{\sigma_k^2}\cdot\ln\left[1-\sigma_k^2\sum_{j=1}^{m_X}\sum_{i\in j}w_{k,i}\cdot\lambda_i\cdot\left(z^{\nu_i}-1\right)\right]}$$

Una vez que se conoce la expresión de esta función generatriz de probabilidad, la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" puede obtenerse empleando el algoritmo de Panjer[36].

En lo que se refiere a las ventajas e inconvenientes del modelo de intensidad estático[37], las principales ventajas son las tres siguientes:

1. La reducción del riesgo de modelo o técnico, dado que la estructura de dependencia entre las variables aleatorias "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los deudores que componen la cartera se obtiene empleando

---

[35] Nótese que la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del sector *k*-ésimo de la cartera" tiene una función generatriz de probabilidad similar a la de una binomial negativa –la cual viene dada por la expresión (A.7)- dándose las relaciones siguientes:

$$q=\alpha_k,\qquad p=\frac{1}{1+\beta_k},\qquad 1-p=\frac{\beta_k}{1+\beta_k},\qquad z=P_k\left(z\right)$$

[36] Respecto al algoritmo de Panjer en general, véanse Panjer (1981) y Grandell (1997), pp. 190-191, y en relación con la aplicación de dicho algoritmo al modelo de intensidad estática básico, véanse Credit Suisse First Boston (1997), pp. 38-39 y 48-49, y Gundlach y Lehrbass (2004), pp. 18 y 21-23.

[37] Al respecto, véase también Kurth, Taylor y Wagner (2002).

sectores y un modelo en el que no se establece ninguna relación de causalidad entre dichas variables aleatorias y estos sectores.

2. La distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" se obtiene por medio de una expresión de cálculo, lo que presenta, a su vez, las dos ventajas siguientes:

   a) La distribución de probabilidad de esta variable aleatoria se obtiene de forma exacta y rápida con un simple ordenador personal, lo que permite llevar a cabo análisis de escenarios.

   b) El modelo proporciona la distribución de probabilidad completa de dicha variable aleatoria, lo que permite calcular diversas medidas del riesgo de crédito y obtener las contribuciones al riesgo[38] que proporcionan distintos criterios de asignación de capital, todo ello sin una complejidad excesiva[39].

3. Los requisitos de información son mínimos, al no considerarse el riesgo de mercado.

Los principales inconvenientes del modelo de intensidad estática básico son los siguientes:

1. Es un modelo inadecuado para medir el riesgo de crédito de los activos financieros que se negocian en mercados financieros secundarios, puesto que al ser un modelo de impago no se considera el riesgo de mercado.

2. La variable aleatoria "número de impagos de una cartera de activos financieros" se aproxima empleando un proceso de Poisson, lo que implica que cuando la intensidad del proceso "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" no tiende a cero se presenten los dos inconvenientes siguientes:

   a) La variable aleatoria "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" puede presentar valores mayores que uno, suponiendo que en un periodo pueda producirse un impago múltiple, lo cual no ocurre en la realidad, ya que el impago es un estado absorbente.

   b) La variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" y la contribución al riesgo de crédito de este activo financiero pueden ser mayores que la variable "exposición al riesgo de crédito", lo cual carece de toda lógica.

3. La utilización de la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" para

[38] Respecto a las contribuciones al riesgo, véase el epígrafe 2.2.2 del capítulo sexto.
[39] Respecto a los criterios y los principios de asignación de capital, véase el epígrafe 2.2.2 del capítulo sexto.

obtener la distribución de probabilidad de esta variable requiere que la variable aleatoria "pérdida asociada al impago del deudor *i*-ésimo de la cartera" sea un número entero positivo, lo que introduce la necesidad de expresar esta última variable como múltiplo de una unidad de medida básica llevando a cabo un proceso de discretización. Esto presenta, a su vez, los dos inconvenientes siguientes:

a) La dificultad que supone la elección del valor de la unidad de medida básica, ya que si este valor es pequeño se incrementa el tiempo de cálculo, mientras que si es grande la precisión con la que se obtiene la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" es menor.

b) El proceso de discretización mencionado más arriba requiere definir las variables "exposición al riesgo de crédito" y "pérdida en caso de impago" como ciertas y no permite considerar ni la aleatoriedad de estas variables ni la estructura de dependencia que puede existir entre las distintas variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito.

4. El modelo de intensidad estática básico asume la hipótesis de que los sectores son estocásticamente independientes entre sí, mientras que los trabajos empíricos ponen de manifiesto su dependencia. Asimismo, dicho modelo asume la hipótesis de que la relación que existe entre la intensidad del proceso "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera, condicionado al valor de los sectores" y los sectores es lineal, cuando los trabajos empíricos ponen de manifiesto se dan otras estructuras de dependencia.

5. El algoritmo de Panjer es numéricamente inestable, inestabilidad que se incrementa con el número de deudores que componen la cartera y con el número de sectores empleados en el modelo.

4.3. AMPLIACIONES DEL MODELO DE INTENSIDAD ESTÁTICA BÁSICO

Los modelos de intensidad estática que surgen con posterioridad al modelo de intensidad estática básico tienen fundamentalmente los dos objetivos siguientes:

1. Solventar los principales inconvenientes del modelo de intensidad estática básico, para lo cual:

   a) Se define la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" como la disminución en el valor económico de un activo financiero producida por un suceso, que es la disminución de la categoría

crediticia del deudor, de forma que la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor *i*-ésimo de la cartera" presenta más de dos valores, de los cuales uno es el impago.

b) Se define la variable "pérdida en caso de impago" como aleatoria.

c) Se asume la hipótesis de dependencia estocástica de los sectores.

d) Se emplean métodos alternativos al algoritmo de Panjer, lo que permite obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" con mayor estabilidad y robustez, y, además, permite incorporar las modificaciones mencionadas en los puntos a-c.

2. Ampliar el modelo de intensidad estática básico de forma que permita considerar diversos problemas inherentes a la medición del riesgo de crédito, entre los que destacan:

a) La estimación de los parámetros del modelo.

b) La utilización de diversas medidas del riesgo de crédito y de criterios de asignación del capital.

4.3.1. DEFINICIÓN DE LA VARIABLE ALEATORIA PÉRDIDA ASOCIADA AL RIESGO DE CRÉDITO DE UNA CARTERA DE ACTIVOS FINANCIEROS

Rolfes y Bröker (1998) amplían el modelo de intensidad estática básico proponiendo un modelo de intensidad estática univariante y fácil de implementar en el que la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" se define como la disminución del valor económico de un activo financiero producida por una disminución en la categoría crediticia del deudor, de forma que esta variable aleatoria presenta más de dos valores, de los cuales uno es el estado impago.

Dichos autores asumen la hipótesis de independencia estocástica de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los deudores que componen la cartera y definen las variables aleatorias "ganancia ordinaria asociada al mantenimiento de la clasificación crediticia de los deudores", "ganancia extraordinaria asociada al incremento que experimenta la clasificación crediticia de los deudores" y "pérdida asociada a la disminución que experimenta la clasificación crediticia de los deudores", las cuales vienen dadas por los resultados que los activos financieros le proporcionan a la entidad financiera en cada una de las distintas clasificaciones crediticias que puede presentar el deudor.

La distribución de probabilidad de cualquiera de estas variables aleatorias se determina empleando el modelo de intensidad estática básico y su función generatriz de probabilidad, lo que supone que la variable aleatoria sólo puede tomar valores positivos, dado que la función generatriz de probabilidad sólo está definida para valores positivos de la variable.

Por ello, Rolfes y Bröker determinan la distribución de probabilidad de las dos últimas variables aleatorias por separado, empleando un modelo de intensidad estática básico en el que se sustituye la probabilidad de impago por la de migración entre clasificaciones crediticias.

Por último, dichos autores obtienen la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" por medio de la convolución de las dos variables aleatorias expuestas más arriba, para lo cual asumen la hipótesis de que son estocásticamente independientes entre sí.

Posteriormente, Bröker y Schweizer (2004), amplían este modelo asumiendo la hipótesis de dependencia estocástica de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor *i*-ésimo" para cada uno de los deudores que componen la cartera empleando la metodología propuesta en Bürgisser, *et al.* (1999) y lo utilizan en un principio de asignación de capital basado en el teorema de Euler en el que la medida del riesgo de crédito es la varianza[40].

Los principales inconvenientes del modelo propuesto por Rolfes y Bröker (1998) son los siguientes:

1. No considera que la migración de un deudor desde la categoría crediticia en la que se encuentra al inicio del horizonte temporal al resto de las categorías del sistema de clasificación crediticia son sucesos mutuamente excluyentes entre sí.
2. Ignora la correlación de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor *i*-ésimo de la cartera", lo que conlleva la infravaloración del riesgo de crédito.
3. No considera que los incrementos y los decrementos en las clasificaciones crediticias presentan una correlación negativa.

Binnenhei (2004) propone un modelo de intensidad estática multivariante en el que la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" se define como la disminución del valor económico del activo financiero

[40] Respecto a las medidas del riesgo de crédito y los principios de asignación del capital, véanse los epígrafes 2.2.1 y 2.2.2 del capítulo sexto, respectivamente.

producida por una disminución en la clasificación crediticia del deudor y en el que se solventan todos los inconvenientes del modelo propuesto por Rolfes y Bröker (1998).

Para ello, dicho autor emplea la función generatriz de probabilidad bivariante, la aproximación de Poisson y el concepto de subcarteras homogéneas, las cuales son aquéllas compuestas por todos los activos financieros que tienen la misma exposición al riesgo de crédito y cuyos deudores están clasificados en la misma categoría crediticia.

Binnenhei asume la hipótesis de que los sectores son estocásticamente independientes entre sí y distingue tres tipos de sectores, de forma que, además de los dos tipos del modelo de intensidad estática básico –los que miden el riesgo sistemático y el idiosincrásico del deudor-, distingue un tercero cuya finalidad es permitir que la correlación entre las disminuciones y los incrementos de clasificación crediticia de los deudores sea negativa. Para ello, asume la hipótesis de que la distribución de probabilidad de este último sector es uniforme y está definida en el intervalo [0,2], la de los sectores de riesgo sistemático son una gamma con esperanza matemática igual a la unidad y varianza σ_k^2, $k = 2, 3, ..., N$, y el sector de riesgo idiosincrásico es una constante de valor igual a la unidad.

Dicho autor determina la función generatriz de probabilidad bivariante de las variables aleatorias pérdidas y ganancias de los activos financieros de una subcartera homogénea, condicionada al valor de los sectores. A partir de ésta determina la función generatriz de probabilidad bivariante de las variables aleatorias pérdidas y ganancias de los activos financieros de la cartera, condicionada al valor de los sectores, aplicando la propiedad que presenta este tipo de funciones que permite obtener la función generatriz de probabilidad de una variable aleatoria que, a su vez, es la suma de una serie de variables aleatorias estocásticamente independientes entre sí por medio del producto de estas últimas. Por último, emplea la esperanza matemática de esta última función generatriz de probabilidad para determinar la función generatriz de probabilidad bivariante de la variable aleatoria pérdidas y ganancias de los activos financieros de una cartera.

Binnenhei también propone reducir el número de los tramos de cuantía definiendo su amplitud de forma exponencial, de forma que su incremento permanezca constante, y amplía al caso bivariante el algoritmo de Panjer y los desarrollos en serie de potencias del logaritmo y de la potencia de una función propuestas inicialmente en el trabajo de Giese –véase más abajo-, y las aplica en la función generatriz de probabilidad bivariante de la variable aleatoria "pérdidas y ganancias de los activos financieros de una cartera de activos financieros" para obtener la distribución de probabilidad de la misma.

Por último, dicho autor amplía el modelo expuesto más arriba considerando que la distribución de probabilidad de los sectores que representan el riesgo sistemático es normal con media igual a la unidad y varianza σ_k^2, $k = 2, 3, ..., N$, demostrando que

este cambio no afecta a una de las principales ventajas de los modelos de intensidad estática, la cual es que la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" se obtiene por medio de un método de cálculo eficiente que evita la utilización del método de Monte Carlo.

4.3.2. DEFINICIÓN DE LA VARIABLE ALEATORIA "PÉRDIDA EN CASO DE IMPAGO"

Bürgisser, Kurth y Wagner (2001) amplían el modelo de intensidad estática básico proponiendo un modelo en el que la variable "pérdida en caso de impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" es aleatoria y en el que se considera el efecto de los riesgos sistemático e idiosincrásico tanto en ésta como en la variable aleatoria "número de impagos del activo financiero *i*-ésimo de la cartera". Para ello, la intensidad de esta última variable se descompone en dos partes que corresponden al riesgo sistemático e idiosincrásico del deudor, mientras que la variable aleatoria "pérdida en caso de impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" se descompone en dos variables aleatorias que corresponden al riesgo sistemático e idiosincrásico del activo financiero.

La consideración del riesgo sistemático conlleva la determinación de los tres tipos de dependencia siguientes:

1. La dependencia de las variables aleatorias "número de impagos del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los activos financieros que componen la cartera, cuya estructura se determina asignando al deudor del activo financiero a uno o varios sectores que representan las industrias, las regiones o ambos en los que lleva a cabo su actividad.
2. La dependencia de las variables aleatorias "pérdida en caso de impago del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los activos que componen la cartera, cuya estructura se determina asignando el activo a uno o varios sectores que representan los activos de diversa naturaleza que garantizan su recuperación.
3. La dependencia entre los dos conjuntos de variables anteriores, la cual no se considera, ya que en el modelo se asume la hipótesis de que son estocásticamente independientes entre sí.

Estos autores determinan la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" considerando los riesgos idiosincrásicos del número de impagos y de la pérdida en caso de impago, demostrando que la inclusión de este último riesgo no afecta a dicha función generatriz de probabilidad, que es idéntica a la que se obtiene considerando únicamente el riesgo idiosincrásico del número de impagos –la cual viene dada por la expresión (5.18)- si no

que sólo afecta a la definición de los polinomios de los tramos de cuantía, cuya expresión, en este caso, incorpora la función de densidad del riesgo idiosincrásico de la pérdida en caso de impago.

A continuación, determinan la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" considerando dichos riesgos idiosincrásicos y el riesgo sistemático del número de impagos, para lo cual asumen las hipótesis de que cada deudor es asignado a un solo sector que representa su riesgo sistemático, que la distribución de probabilidad de estos sectores es una gamma con esperanza matemática igual a la unidad y varianza σ_k^2, $k = 1,\ 2,\ ...,\ N$ y que son estocásticamente independientes entre sí, demostrando que la inclusión del riesgo idiosincrásico de la pérdida en caso de impago afecta a los polinomios de los tramos de cuantía de la forma que se ha expuesto más arriba y no a la función generatriz de probabilidad, que es igual que la del modelo de intensidad estática básico. Al igual que en este último modelo, la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" que se obtiene considerando los riesgos idiosincrásicos del número de impagos y de la pérdida en caso de impago y el riesgo sistemático del número de impagos, se obtiene empleando el algoritmo de Panjer.

Por último, dichos autores determinan la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" considerando los riesgos sistemático e idiosincrásico del número de impagos y de la pérdida en caso de impago empleando la convolución multiplicativa de la distribución de probabilidad anterior y la de los sectores a los que se asignan los activos financieros, para lo cual asumen las hipótesis de que éstos se asignan a un solo sector, el cual representa su riesgo sistemático y tiene una distribución de probabilidad logarítmico-normal, así como de independencia estocástica entre los sectores y entre las variables aleatorias que representan el riesgo sistemático del número de impagos y de la pérdida en caso de impago.

A continuación, dichos autores amplían el modelo propuesto en los cinco aspectos siguientes:

1. Asumen la hipótesis de que los deudores y los activos financieros son asignados a varios sectores que representan el riesgo sistemático del número de impagos y de la pérdida en caso de impago, respectivamente.
2. Asumen la hipótesis de dependencia estocástica entre los riesgos sistemáticos del número de impagos y de la pérdida en caso de impago.

3. Consideran el efecto que la aleatoriedad de la pérdida en caso de impago tiene en los activos financieros impagados y determinan la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" compuesta por dos tipos de activos financieros: los expuestos al riesgo de crédito y los impagados.

4. Determinan el límite de la función de distribución de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de un cartera de activos financieros" cuando el número de activos financieros que componen esta cartera tiende a infinito.

5. Proponen un principio de asignación de capital basado en el teorema de Euler en el que la medida de riesgo es la varianza.

   Asimismo, determinan las expresiones que permiten obtener la esperanza y la varianza de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" –pérdidas esperadas e inesperadas- y de la pérdida en caso de impago, y aplican el modelo propuesto a una cartera de activos financieros con un gran número de deudores y a otra con un número reducido.

Kurth, Taylor y Wagner (2002) amplían el modelo anterior considerando la dependencia entre los sectores a los que son asignados los deudores, para lo cual emplean el modelo propuesto por por Bürgisser *et al*. (1999), el cual se expone más abajo, y lo aplican a una cartera de activos financieros obtenida a partir de la información que recopila el Banco Central Italiano, la cual permite clasificar los activos financieros por industrias y áreas geográficas. Asimismo, estos autores emplean un principio de asignación de capital basado en el teorema de Euler en el que la medida de riesgo es el valor en riesgo[41].

Akkaya, Kurth y Wagner (2004) amplían el trabajo de Bürgisser, Kurth y Wagner (2001) empleando la función característica para determinar el límite de la función de distribución de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" cuando el número de activos financieros que la componen tiende a infinito y emplean un principio de asignación de capital en el que se utilizan diversas medidas del riesgo de crédito, en concreto, la varianza, el valor en riesgo y el déficit esperado[42].

[41] Respecto al valor en riesgo, véase el epígrafe 2.2.1.2.3 del capítulo sexto.
[42] Respecto al déficit esperado, véase el epígrafe 2.2.1.2.4 del capítulo sexto.

4.3.3. ANÁLISIS DE SECTORES: DEPENDENCIA ESTOCÁSTICA Y ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Bürgisser, Kurth, Wagner y Wolf (1999) proponen un modelo de intensidad estática en el que se asume la hipótesis de que el riesgo sistemático se representa por medio de un conjunto de sectores estocásticamente dependientes entre sí, empleándolo para determinar la esperanza matemática y la varianza de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" (varianza que resume la información contenida en las varianzas de todos los sectores). A continuación, estos autores igualan dicha varianza con la de un modelo de intensidad estática básico con un sector y emplean este último modelo para obtener la distribución de probabilidad de dicha variable aleatoria.

Bogelein, Hamarle, Rauhmeier y Scheule (2002) proponen un modelo en el que se asumen las hipótesis siguientes:

1. Los activos financieros son asignados a un solo sector, que representa el riesgo sistemático del número de impagos del deudor.
2. Los deudores de un mismo sector son homogéneos, de forma que todos los deudores clasificados en un mismo sector presentan la misma probabilidad de impago.
3. La dependencia de los sectores se debe a la relación que presentan con un conjunto de variables macroeconómicas.

Dichos autores determinan la probabilidad de impago de los deudores por medio de una regresión logística en la que las variables independientes son un conjunto de variables macroeconómicas que representan el riesgo sistemático del sector y una variable que representa el riesgo idiosincrásico del mismo, y estiman los parámetros de dicha regresión empleando el método "*seemingly unrelated regressions*", el cual es un método de estimación que, básicamente, permite considerar la dependencia de los errores aleatorios del modelo de regresión, asumiendo que los de un mismo periodo están correlacionados, mientras que los de periodos distintos son estocásticamente independientes entre sí.

A continuación, determinan las previsiones que el modelo de regresión logística proporciona de las probabilidades de impago de los sectores y analizan los residuos del modelo "*seemingly unrelated regressions*" con la finalidad de definir nuevos sectores, que se caracterizan por tener una baja correlación entre sí y que surgen de la agrupación de aquellos sectores antiguos que presentan una alta correlación entre sí.

Por último, Bogelein, Hamarle, Rauhmeier y Scheule obtienen la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera"

empleando un modelo de intensidad estática básico cuyos parámetros son las previsiones de las probabilidades de impago de los sectores y la desviación típica de los nuevos sectores.

Asimismo, dichos autores emplean un principio de asignación de capital basado en el teorema de Euler en el que la medida de riesgo es el valor en riesgo y comparan los resultados de su modelo con los del modelo de intensidad estática básico.

Boegelein, Hamarle, Knapp y Rösch (2004) emplean el método propuesto en el trabajo de Boegelein, Hamarle, Rauhmaeir y Scheule (2002) y, además, proponen un modelo basado en el valor de los activos de la empresa deudora para determinar la estructura de dependencia entre las probabilidades de impago de los deudores en el que el logaritmo de los rendimientos de los activos de la empresa depende de un conjunto de variables macroeconómicas que representan el riesgo sistemático, de una variable que representa el riesgo idiosincrásico del sector y de otra que representa el riesgo idiosincrásico del deudor.

Rosenow, Weiβbach y Altrock (2004) se centran en la variabilidad que la estimación de los parámetros de un modelo de intensidad estática básico y proponen un modelo de estimación que permite determinar el límite superior de estos parámetros, de forma que las entidades financieras puedan llevar a cabo mediciones prudentes del riesgo de crédito.

A continuación, dichos autores emplean el modelo propuesto por Bürgisser, Kurth, Wagner y Wolf (1999) con las diversas estimaciones de los parámetros del modelo de intensidad estática básico que obtienen utilizando su modelo de estimación –de las más a las menos conservadoras- con el fin de medir el riesgo de crédito de una cartera ficticia, empleando como medida de riesgo el déficit esperado.

Lesko, Schlottmann y Vorgrimler (2001) emplean el análisis de componentes principales para determinar un conjunto de sectores ficticios caracterizados por ser estocásticamente independientes entre sí, -tal y como se asume en las hipótesis del modelo de intensidad estática básico- y el peso que estos sectores tienen en cada uno de los deudores que componen la cartera. A continuación, utilizan el modelo de intensidad estática básico para determinar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera".

Posteriormente, en Lesko, Schlottmann, Vorgrimler (2004), comparan las cuatro estructuras de dependencia entre los sectores que se utilizan con mayor frecuencia en los modelos de intensidad estática, las cuales son las siguientes:

1. Se consideran dos o más sectores formados países, industrias o ambos para los que se asume la hipótesis de que son estocásticamente independientes entre sí.

2. El modelo propuesto por Bürgisser, Kurth, Wagner y Wolf (1999).
3. El modelo de Lesko, Schlottmann y Vorgrimler (2001).
4. Se asumen un solo sector que representa el riesgo sistemático de toda la economía.

Asimismo, comparan los efectos que estas estructuras de dependencia tienen en la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" y en distintas medidas del riesgo de crédito, tales como la esperanza matemática, la desviación típica y diversos percentiles de dicha variable aleatoria.

Vandendorpe, Ho, Vanduffel y Van Dooren (2008) ponen de manifiesto que, en la mayoría de los trabajos sobre modelos de intensidad estática, la estructura de dependencia de las variables aleatorias "número de impagos del deudor *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los deudores que componen la cartera se determina clasificándolos en uno o más sectores que les son comunes y a los que la entidad financiera les asigna un determinado peso en la intensidad del número de impagos, empleando como medida de dependencia el coeficiente de correlación entre dos deudores cualesquiera de la cartera.

Sin embargo, la información empírica que, con frecuencia, dispone la entidad financiera es la correlación entre el número de impagos de los deudores, mientras que desconoce con exactitud tanto los sectores a los que pertenecen como el peso que cada uno de ellos tiene en la intensidad del número de impagos. La obtención de esta información a partir de la matriz de correlaciones entre el número de impagos de los deudores requiere la factorización no negativa de una matriz semidefinida positiva, para la cual estos autores proponen un algoritmo de cálculo.

4.3.4. MODELOS ALTERNATIVOS DE DETERMINACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LA VARIABLE ALEATORIA "PÉRDIDA ASOCIADA AL RIESGO DE CRÉDITO DE UNA CARTERA DE ACTIVOS FINANCIEROS"

Los trabajos en los que la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" se determina empleando métodos alternativos al algoritmo de Panjer pueden clasificarse, en función de los modelos que emplean, en los tres tipos que se exponen a continuación.

4.3.4.1. MODELOS BASADOS EN LA FUNCIÓN GENERATRIZ DE CUMULANTES

El primer tipo de modelo consiste en determinar la función generatriz de cumulantes de la variable aleatoria "perdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" y emplear las aproximaciones "*saddlepoint*" para obtener su distribución de probabilidad.

La aplicación de este tipo de aproximaciones a los modelos de intensidad estática fue propuesta inicialmente en el trabajo de Gordy (2002b), en el que se determina la función generatriz de cumulantes del modelo de intensidad estática básico y se emplea la aproximación "*saddlepoint*" de Lugannani-Rice para obtener la distribución de probabilidad de dicha variable aleatoria, comparándose los resultados obtenidos empleando esta aproximación con los que proporciona el algoritmo de Panjer.

Las principales conclusiones que Gordy obtiene de dichas comparaciones es que, con carácter general, la aproximación de Lugananni-Rice proporciona resultados con una exactitud alta, y que estos resultados y los que proporciona el algoritmo de Panjer son complementarios, ya que en carteras de tamaño grande o mediano la fiabilidad de los primeros es mayor que la de los segundos, mientras que en las carteras pequeñas ocurre todo lo contrario.

Posteriormente, en Gordy (2004), aplica este método en un modelo de intensidad estática en el que la variable "pérdida en caso de impago" se define como aleatoria y utiliza diversas medidas de riesgo tales como el valor en riesgo y el déficit esperado.

Por otra parte, Annaert, *et al.* (2006) cuestionan la idoneidad de la aproximación de Lugannani-Rice para obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" a partir de su función generatriz de cumulantes y proponen la utilización de la aproximación de Barndorff-Nielsen.

Dichos autores comparan los resultados que proporcionan estas dos aproximaciones "*saddlepoint*" y el algoritmo de Panjer, obteniendo las dos conclusiones siguientes:

1. La exactitud de las aproximaciones está inversamente relacionada con los momentos tercero y cuarto de dicha variable aleatoria, relación que es menor cuando mayor es el valor de estos momentos.
2. Al igual que el trabajo de Gordy (2002), la utilización del algoritmo de Panjer en un modelo de intensidad estática básico con un solo sector proporciona resultados exactos y robustos, con independencia del grado de heterogeneidad de la cartera, y

de la asimétría y el apuntamiento de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria en cuestión.

4.3.4.2. MODELOS BASADOS EN LA FUNCIÓN CARACTERÍSTICA

La finalidad del segundo tipo de modelos es determinar la función característica de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" y, una vez obtenida ésta, obtener la distribución de probabilidad de esta variable aleatoria empleando el teorema de la transformada de Fourier.

No obstante, en los modelos de intensidad estática, dicha función característica no es integrable, con carácter general, debido a su naturaleza discreta de estos modelos. Por ello, en la literatura especializada se han propuesto diversos métodos cuyo objeto es obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera", destacando los dos siguientes:

1. El algoritmo de la transformada rápida de Fourier.
2. Una aproximación en la que se emplea los dos primeros momentos de la distribución de probabilidad de dicha variable aleatoria y el de una distribución teórica por una parte, y la relación que existe entre las funciones características de estas dos variables aleatorias por otra.

Los primeros en aplicar la función característica de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" y el teorema de la transformada de Fourier a la obtención de la distribución de probabilidad de esta variable aleatoria son Merino y Nyfeler (2002), que obtienen la función característica de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros, condicionada al valor de los sectores" y, a partir de ella, la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros", sin que sea necesario asumir la hipótesis de que los sectores se distribuyen como una gamma.

Para ello, estos autores aplican la propiedad de linealidad de la transformada de Fourier para obtener la función característica de esta última variable aleatoria empleando un método de Monte Carlo en el que el valor de los sectores se determina utilizando números cuasi-aleatorios, y, una vez obtenida ésta, utilizan el algoritmo de la transformada rápida de Fourier para obtener la distribución de probabilidad de dicha variable aleatoria, de forma que éste algoritmo sólo tenga que llevarse a cabo una vez.

Posteriormente, en Merino y Nyfeler (2004) emplean este método y un principio de asignación de capital basado en el teorema de Euler en el que la medida de riesgo es el déficit esperado.

Por su parte, Reiβ (2003) emplea este método y obtiene la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" utilizando el algoritmo de la transformada rápida de Fourier y la aproximación mencionada más arriba.

Además, dicho autor amplía el modelo de intensidad estática básico en los tres aspectos siguientes:

1. Asume la hipótesis de dependencia estocástica de los sectores, suponiendo que se distribuyen como una distribución de probabilidad logarítmico-normal, cuya estructura de dependencia viene dada por la matriz de varianzas-covarianzas.

   No obstante, en este supuesto, la determinación de la función característica de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" requiere la utilización del método de Monte Carlo, por lo que el modelo de intensidad estática obtenido pierde una de las principales ventajas de este tipo de modelos, la cual es que la distribución de probabilidad de dicha variable aleatoria se obtiene de forma eficiente sin utilizar métodos de simulación.

2. Emplea el modelo de intensidad estática propuesto –de naturaleza discreta- para obtener un modelo de intensidad dinámica (de naturaleza continua).

   Para ello, utiliza un proceso doblemente estocástico de Poisson, en el que la parte paramétrica de su intensidad depende de la distribución de probabilidad conjunta de los sectores, los cuales se asume que se distribuyen como un movimiento Browniano geométrico.

3. Amplia dicho modelo de intensidad dinámica proponiendo un modelo en el que se considera el riesgo de crédito y el de mercado.

4.3.4.3. MODELOS BASADOS EN EL DESARROLLO EN SERIE DEL POTENCIAS DEL LOGARITMO Y DE LA POTENCIA DE UNA FUNCIÓN

En el tercer tipo de modelos se determina una función generatriz de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" –en concreto la de probabilidad y la de momentos- y se emplean los desarrollos en serie de potencias del logaritmo y de la potencia de una función para obtener la distribución de probabilidad de la misma.

Giese (2003) demuestra que la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" puede obtenerse a partir de la función generatriz de momentos de los sectores evaluada en un determinado punto, el cual es el polinomio de los sectores, empleando esta función generatriz de momentos y los desarrollos en serie de potencias del logaritmo y de la potencia de una función para obtener la distribución de probabilidad de dicha variable aleatoria.

Asimismo, dicho autor obtiene la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" empleando la función generatriz de momentos de los sectores, para lo cual asume la hipótesis de que tienen una determinada estructura de dependencia.

Además, Giese emplea un principio de asignación de capital basado en el teorema de Euler en el que la medida de riesgo es el valor en riesgo.

Haaf, Reiβ y Schoenmakers (2004) emplean la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" y los desarrollos en serie de potencias del logaritmo y de la potencia de una función para determinar su distribución de probabilidad. Además, estos autores amplían el modelo de intensidad estática básico considerando que la variable "pérdida en caso de impago" es aleatoria.

4.3.5. MEDIDAS DE RIESGO Y PRINCIPIOS DE ASIGNACIÓN DE CAPITAL

CSFB (1997) determina la contribución al riesgo en la documentación técnica del modelo de intensidad estática básico, para lo cual emplea un principio de asignación de capital basado en la covarianza en el que la medida de riesgo es la varianza. Además, también expone cómo aproximar la contribución al riesgo empleando un principio de asignación de capital basado en la covarianza en el que la medida de riesgo es el valor en riesgo, para lo cual utiliza el concepto de multiplicador de capital[43].

Haaf y Tasche (2002) proporcionan expresiones de cálculo que permiten obtener la contribución al riesgo en un modelo de intensidad estática básico empleando un principio de asignación basado en el teorema de Euler en el que las medidas de riesgo son el valor en riesgo y el déficit esperado.

Kurth y Tasche (2003) proporcionan expresiones de cálculo que permiten obtener contribuciones al riesgo en las que el principio de asignación es el basado en el teorema de Euler y las medidas de riesgo son el valor en riesgo y el déficit esperado, para lo cual asumen las dos hipótesis siguientes:

[43] Respecto al multiplicador de capital, véase el epígrafe 2.2.1.2.2. del capítulo sexto.

1. Los sectores son estocásticamente independientes entre sí, utilizando para ello el modelo de intensidad estática básico.
2. Los sectores son estocásticamente dependientes entre sí, para lo cual emplea el modelo propuesto en el trabajo de Bürgisser, Kurth, Wagner y Wolf (1999).

Asimismo, dichos autores calculan la varianza, el valor en riesgo y el déficit esperado de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" y las contribuciones al riesgo de los activos financieros, para lo cual emplean las expresiones obtenidas previamente.

Tasche (2004) proporciona expresiones de cálculo que permiten obtener la contribución al riesgo. Para ello, dicho autor emplea un principio de asignación basado en el teorema de Euler en el que las medidas de riesgo son el valor en riesgo y el déficit esperado, y un modelo de intensidad estática en el que se asume la hipótesis de que la variable "pérdida en caso de impago" es aleatoria y estocásticamente independiente de los sectores y del número de impagos del deudor. Como se expone en el trabajo de Bürgisser, Kurth y Wagner (2001), dicha hipótesis sólo afecta al polinomio de los tramos de cuantía y no a la función generatriz de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros".

1. EL CAPITAL EN LAS ENTIDADES FINANCIERAS

1.1 CONCEPTO Y FUNCIONES DEL CAPITAL EN LAS ENTIDADES FINANCIERAS

El concepto de capital es amplio, dependiendo su significado del ámbito en el que se considere.

Desde el punto de vista económico, abarca todos aquellos bienes y derechos que utiliza la empresa, junto con el resto de los factores productivos, con el fin de obtener los bienes y servicios que son objeto de su actividad principal.

Desde el punto de vista financiero, comprende todos aquellos recursos financieros que la empresa ha utilizado en la adquisición de dichos bienes y derechos. La captación de estos recursos conlleva para la empresa el nacimiento de una serie de obligaciones respecto de los diferentes agentes que los proporcionan.

El capital desde el punto de vista económico está representado en la estructura económica de la empresa, mientras que desde el punto de vista financiero está representado en la estructura financiera.

El concepto de capital que se utiliza principalmente en el presente trabajo corresponde al punto de vista financiero, desde el cual el capital no sólo cumple la función de financiación, -intrínseca al concepto financiero del mismo- sino también la de absorción de riesgos.

Esta última función consiste en la absorción de las pérdidas que experimenta la empresa como consecuencia de una disminución en el valor de los bienes y derechos que componen su estructura económica, o de un incremento de las obligaciones que componen su estructura financiera, o de ambos. Esta función la desempeñan todos los elementos que componen la estructura financiera, sino solamente aquéllos que son aptos para ello, los cuales son, en su mayoría, los elementos que componen los recursos propios de la empresa.

No obstante, para la absorción de dichas pérdidas, la empresa también puede utilizar otros elementos de su estructura financiera distintos de los recursos propios –como, por ejemplo, la deuda subordinada-[1], e incluso elementos que no forman parte de la misma (como por ejemplo, el valor actual de los resultados esperados del desarrollo de su actividad, en el caso de ciertas entidades financieras).

[1] Resti y Sironi (2007), pp. 677-678, indican los distintos elementos de la estructura financiera que son aptos para la absorción de las pérdidas que una entidad bancaria puede experimentar. Estos autores exponen las condiciones, límites y restricciones para incluir dichos elementos en los requisitos de capital –véase más abajo- y las principales características de los mismos.

La importancia que tienen en una empresa la función de financiación y la de absorción de riesgos depende del tipo de actividad que lleve a cabo. A los efectos del presente trabajo se distingue entre las empresas cuyo objeto principal es la realización de actividades financieras y aquellas cuyo objeto principal son las actividades no financieras (empresas financieras y no financieras, respectivamente).

La determinación de la importancia que las funciones del capital tienen en esos dos tipos de empresas requiere considerar las diferencias que existen entre ambas desde el punto de vista financiero.

Así, las empresas no financieras se caracterizan porque tienen mayores dificultades que las empresas financieras en la captación de recursos financieros, y porque la variabilidad que presenta el valor de los bienes y derechos de la estructura económica y el de las obligaciones de la estructura financiera es menor que la de las empresas financieras. Por ello, la función principal del capital en las empresas no financieras es la de financiación, mientras que la función de absorción de riesgos es secundaria.

Por su parte, las principales características de las empresas financieras son las dos siguientes:

1. Tienen mayor facilidad para captar recursos financieros que las empresas no financieras, lo cual se debe, fundamentalmente, a que su actividad principal consiste en captar determinados tipos de recursos financieros cuya naturaleza depende de la actividad que lleva a cabo la empresa financiera. Cuando estos recursos están disponibles, estas empresas prefieren utilizarlos antes que otras fuentes de financiación porque tienen un menor coste y su utilización les resulta más flexible.

2. El valor de los derechos de su estructura económica y el de las obligaciones de su estructura financiera son mucho más variables que los de las empresas no financieras.

   Ello se debe a que los derechos que componen la estructura económica de las empresas financieras son, en su mayoría, activos financieros, cuyo valor es, habitualmente, más variable que el de los activos reales que componen la estructura económica de las empresas no financieras. En cuanto a las obligaciones que componen la estructura financiera, si bien son de naturaleza financiera en ambos tipos de empresas, el valor de las mismas en las empresas financieras es, generalmente, más variable que en las no financieras, debido a que, con carácter general, la valoración de las obligaciones en el primer tipo de empresas se lleva a cabo a valor de mercado, mientras que en el segundo tipo de empresas se realiza a valor contable. Además, aunque el valor de las obligaciones de ambas empresas se determinara empleando el mismo criterio de valoración, en las empresas financieras

depende de una serie de factores que no afectan a las empresas no financieras. Tal es el caso de las provisiones matemáticas en las entidades aseguradoras del ramo de vida, cuyo valor depende de una serie de factores como, por ejemplo, la mortalidad/supervivencia de los asegurados.

En conclusión, la principal función del capital en las empresas financieras es la de absorción de riesgos, los cuales son de tipo financiero debido a la naturaleza de su actividad, mientras que la función de financiación es secundaria

1.2 LA ABSORCIÓN DE RIESGOS EN LAS ENTIDADES FINANCIERAS

1.2.1 EL PROCESO DE ABSORCIÓN DE RIESGOS

La función de absorción de riesgos que el capital cumple en las entidades financieras conlleva dos cuestiones a resolver.

La primera consiste en la determinación, medición y cuantificación de los distintos riesgos financieros a los que está expuesta la entidad financiera, obteniéndose el capital que la entidad financiera necesita para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que está expuesta y para continuar con la actividad que lleva a cabo en los mercados financieros. Este capital suele calificarse como “virtual”.

La segunda cuestión es la determinación tanto de los elementos de la estructura financiera que son aptos para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que está expuesta la entidad financiera como de la cuantía de los mismos. El resultado es el capital de que la entidad financiera dispone para absorber las pérdidas asociadas a dichos riesgos. Este capital suele denominarse “físico”.

La entidad financiera se encontrará en un estado óptimo cuando la cifra del capital virtual sea la misma que la del físico y la composición de ambos capitales sea la adecuada, situación en la que dicha entidad dispondrá de recursos financieros suficientes para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que está expuesta.

Tanto la determinación del capital virtual como la del físico captan la atención de las diversas partes con intereses en la entidad financiera –*stakeholders* en lengua inglesa-, principalmente los accionistas y determinados acreedores –ver más abajo-, pero también otras partes en las que ambos delegan parte de sus competencias.

La determinación del capital virtual requiere, a su vez, considerar distintas etapas –las cuales se exponen a continuación- en las que puede haber o no coincidencia entre dichas partes.

La primera etapa en el proceso de determinación del capital virtual, en la que suele existir consenso entre las diversas partes interesadas, consiste en la elección de la metodología a aplicar en la medición de los riesgos financieros a los que está expuesta la entidad financiera.

Dado el carácter aleatorio que, generalmente, tienen tanto el valor de los activos financieros que componen la estructura económica de la entidad financiera como el de las obligaciones que componen su estructura financiera, la forma más natural de medir los riesgos financieros a los que está expuesta una entidad financiera es determinar la distribución de probabilidad bien de la pérdida neta asociada a estos riesgos o bien la del valor neto de los activos financieros expuestos a los mismos.

La segunda etapa, en la que también suele existir consenso entre las diversas partes interesadas, consiste en la descomposición de la pérdida asociada a los riesgos financieros en dos partes: la pérdida esperada y la inesperada.

La pérdida esperada es la que la entidad prevé experimentar, en términos medios probables, a medio y largo plazo. La entidad financiera debe considerarla en la medición y gestión de los riesgos financieros a los que está expuesta, ya que, de no hacerlo, asume implícitamente una serie de hipótesis que son irreales. Así, por ejemplo, la no consideración de esta pérdida en una entidad aseguradora del ramo no-vida implicaría que dicha entidad asume la hipótesis de que en un periodo no se produce ningún siniestro, lo que desvirtúa la finalidad de este tipo de contratos de seguro; mientras que en una entidad bancaria supondría asumir la hipótesis de que en un periodo no se produce el impago.

La consideración de la pérdida esperada por parte de la entidad financiera conlleva su inclusión en el precio de los productos financieros que comercializa como un coste más de los mismos –el principal, en los productos de seguros-, debiendo reservar o provisionar los recursos financieros así captados con el fin de que estén disponibles para absorber la pérdida esperada cuando se produzca.

La pérdida inesperada es la cuantía de la pérdida total que excede de la pérdida esperada. La entidad financiera debe considerarla para garantizar su solvencia, ya que los valores de la pérdida total y de la esperada no tienen porqué coincidir, pudiendo darse el caso de que las provisiones constituidas para absorber la primera no sean suficientes para absorber también la segunda.

En efecto, si el valor de la pérdida total es superior al de la esperada, los recursos financieros retenidos por la entidad financiera para cubrir ésta no serán suficientes para absorber la pérdida total, de forma que su solvencia sólo estará garantizada si cuenta con recursos financieros adicionales que sean aptos para absorber la pérdida inesperada.

En consecuencia, las entidades financieras deberían incluir el coste de estos recursos en el precio de los activos financieros que comercializan.

En la tercera y última etapa del proceso de determinación del capital virtual se determinan el valor de las pérdidas esperada e inesperada asociadas a los riesgos financieros a los que está expuesta la entidad financiera.

La determinación del valor de la pérdida esperada no es una tarea excesivamente compleja, pues se trata de una esperanza matemática y no suele implicar conflicto entre las diversas partes interesadas en la entidad financiera.

Sin embargo, la determinación del valor de la pérdida inesperada resulta ser una tarea bastante más compleja, debido a la incertidumbre que, por naturaleza, implica[2], así como a la falta de consenso que, sobre dicha cuestión, existe, en general, entre las distintas partes interesadas (como se pone de manifiesto a continuación).

En lo que se refiere al capital físico, la determinación de los elementos aptos para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros requiere distinguir, de la misma manera que ocurre con el capital virtual, entre:

- Aquéllos que son aptos para absorber la pérdida esperada, los cuales, como se ha dicho más arriba, son las provisiones constituidas a tal fin.
- Los que son aptos para absorber la pérdida inesperada, los cuales son, fundamentalmente, todos los recursos propios de la entidad financiera y aquéllos recursos ajenos cuya devolución no sea exigible por los acreedores.

Sobre esta cuestión existe consenso entre las distintas partes con intereses en la entidad financiera, así como sobre el valor de las provisiones a mantener, dado que debe coincidir con el valor de la pérdida esperada. Sin embargo, no existe consenso entre las distintas partes en cuanto al valor que la entidad financiera debe mantener de los elementos aptos para absorber la pérdida inesperada, debido a que:

- Dicho importe total debe ser mayor o igual que el valor de la pérdida inesperada, y, como se ha dicho, sobre el valor de ésta no hay consenso entre las partes.
- Se producen conflictos de intereses entre las diferentes partes, los cuales son consecuencia de las distintas funciones que para ellas tiene el capital apto para la absorción de las pérdidas inesperadas, de la naturaleza del vínculo que tienen con la entidad financiera y del grado de aversión que presentan al riesgo de insolvencia de la entidad financiera.

[2] Esta incertidumbre se debe fundamentalmente a que no se conocen con certeza cuáles son los parámetros, los modelos y las medidas de riesgo que son adecuadas para la determinación de la pérdida inesperada.

1.2.2 CARACTERÍSTICAS DE LAS PRINCIPALES PARTES CON INTERESES EN LA ENTIDAD FINANCIERA

1.2.2.1 ACCIONISTAS Y ACREEDORES

La principal función que el capital apto para absorber la pérdida inesperada tiene para los accionistas es la de inversión, ya que la mayor parte de este capital está formado por recursos propios de la entidad financiera, aportados por aquéllos de forma directa –capital- o indirecta (beneficios retenidos).

La inversión que realizan los accionistas en la entidad financiera debe tener unas características adecuadas de rentabilidad, riesgo y liquidez. En caso contario, los accionistas tendrán incentivos para liquidar su inversión e invertir los recursos financieros obtenidos en otras inversiones que posean unas características más atractivas.

Los accionistas son propietarios de la entidad financiera, lo que les permite apropiarse de la diferencia entre la rentabilidad económica de las inversiones y el coste efectivo de los recursos ajenos. En consecuencia, siempre que la rentabilidad económica sea mayor que dicho tanto, la rentabilidad que obtienen los accionistas –rentabilidad financiera- será mayor cuanto mayor sea el grado de endeudamiento de la entidad. El incremento de este útimo puede lograrse de diversas formas, siendo una de ellas la reducción de los recursos propios (y, por tanto, del capital apto para absorber la pérdida inesperada).

No obstante, tal y como indica Suárez Suárez (1998) para una empresa –y, por tanto, para una entidad financiera- con unas inversiones que proporcionan una determinada rentabilidad económica, el incremento de la rentabilidad financiera que obtienen los accionistas conlleva un incremento del riesgo financiero al que están expuestos los mismos. En este sentido, los accionistas tienen incentivos para no incrementar indefinidamente el grado de endeudamiento, ya que ello implica un aumento de la probabilidad asociada a la quiebra de la entidad, lo que les supondría la asunción de los costes derivados de dicho suceso.

A ello hay que añadir que el valor de las acciones de una entidad financiera –o de cualquier empresa- puede obtenerse por medio de la prima de una opción de compra sobre sus activos, si se supone que el precio de ejercicio de dicha opción es igual al valor de los recursos ajenos de la empresa[3].

Así, el resultado que un accionista obtiene de su inversión en la fecha de vencimiento de los recursos ajenos de la entidad es el que obtendría el comprador de una opción de

[3] Para ello, pueden emplearse, con carácter general, los modelos de medición del riesgo de crédito basados en el valor de los activos de la empresa deudora, y más concretamente, el modelo propuesto por Merton (1974).

compra sobre los activos de la entidad, dependiendo dicho resultado del valor de éstos. En concreto, si el valor de los activos es mayor o igual que el de los recursos ajenos, los accionistas tienen incentivos para conservar la propiedad de la entidad, ya que una parte del valor de los activos pueden destinarla al cumplimiento de las obligaciones que la entidad tiene con sus acreedores y el resto les corresponde a ellos. En este supuesto, el resultado es positivo, siendo mayor cuanto mayor sea la diferencia entre los dos valores indicados.

Por el contrario, si el valor de los activos de la entidad es menor que el de los recursos ajenos, la entidad sólo podrá cumplir con las obligaciones que tiene con sus acreedores si los accionistas invierten en la entidad una cuantía igual a la diferencia entre dichos valores, lo que, en principio, no es racional desde el punto de vista económico, ya que cualquier otra inversión les proporcionará mayor rentabilidad con menor riesgo. Por tanto, en este caso, los accionistas no tienen incentivos para mantener la propiedad de la entidad financiera, sino que les interesa transmitirla a los acreedores obteniendo un resultado nulo.

Por otra parte, empleando la teoría de valoración de opciones[4] puede demostrarse que la prima de dicha opción de compra sobre los activos de la entidad tiene una relación directa con la rentabilidad y el riesgo de dichos activos (medidos por medio de la esperanza matemática y del parámetro de la desviación típica de la variable aleatoria "valor de los activos de la entidad financiera", respectivamente).

La similitud que existe entre el valor de las acciones y el precio de una opción de compra sobre el valor de los activos –ambos de la entidad financiera- puede utilizarse para determinar la naturaleza del vínculo que existe entre los accionistas y la entidad. Así, si aplicamos las relaciones que aquí se han razonado, los accionistas inctrementan el valor de sus acciones cuando la entidad invierte en activos caracterizados por una rentabilidad y un riesgo altos.

En lo que se refiere a los acreedores[5], la principal función que el capital apto para absorber la pérdida inesperada tiene para ellos en general, y los recursos propios en particular, es la de garantía, puesto que cuanto mayores sean dichos capitales menor será la probabilidad de que les afecten una disminución en el valor de los activos que componen la estructura económica de la entidad financiera, un incremento de las obligaciones que componen su estructura financiera, o ambos.

[4] A este respecto, véase, por ejemplo, Hull (2003), pp. 167-170.

[5] En este epígrafe se consideran todos aquellos acreedores que intercambian flujos financieros puros con la entidad financiera (los obligacionistas, con carácter general para todas las entidad financieras, y los asegurados y los depositarios en el caso de las entidades aseguradoras y las bancarias, respectivamente). Por tanto, no se consideran aquellos acreedores que intercambian con la entidad flujos financieros que están interrelacionados con los económicos (los empleados y los proveedores de la entidad, así como determinados organismos públicos tales como la Agencia Tributaria y la Seguridad Social.).

De igual forma que lo expuesto para el valor de las acciones, el valor de los créditos de la entidad financiera puede obtenerse por medio de la prima de una opción de venta sobre los activos de la entidad, en la que el precio de ejercicio es igual a los recursos ajenos. En concreto, el resultado que un acreedor obtiene de su inversión en la fecha de vencimiento de la misma, es similar al que obtendría el vendedor de una opción de venta sobre los activos de la entidad, dependiendo ambos resultados del valor de los activos.

Nótese que la suma de las posiciones de las dos opciones expuestas más arriba –la compra de una opción de compra sobre los activos de la entidad financiera, en el caso de los accionistas, y la venta de una opción de venta sobre los activos, en el caso de los acreedores- es igual a la posición que tiene un comprador de los activos de la entidad, lo que indica cómo los accionistas y los acreedores se distribuyen el valor de estos activos.

Por las mismas razones que se han expuesto más arriba para los accionistas, si el valor de los activos es mayor o igual que el de los recursos ajenos, el resultado que obtienen los acreedores es el valor de amortización del crédito más la remuneración pactada en el mismo, la cual puede estar determinada –fija o variable- o ser determinable; mientras que si el valor de los activos es menor que el de los recursos ajenos, el resultado es negativo y el importe de la pérdida incluso puede llegar a ser igual al valor de reembolso del crédito. Por tanto, el beneficio que los acreedores obtienen del crédito es, en el mejor de los casos, la remuneración pactada, mientras que la pérdida que sufren es, en el peor de los casos, el valor de reembolso.

Como en el caso de los accionistas, la similitud que existe entre el valor de los créditos y el precio de una opción de venta sobre los activos –ambos de la entidad financiera- puede utilizarse para determinar la naturaleza del vínculo que existe entre los acreedores y la entidad.

Asimismo, si los acreedores desean transferir el riesgo de crédito al que están expuestos, deben comprar una opción de venta sobre los activos de la entidad financiera de las mismas características que la opción que se supone que venden al invertir en los créditos emitidos por ésta. De esta forma, los acreedores de la entidad llevarán a cabo una operación de cobertura del riesgo de crédito al que quedan expuestos y obtendrán el valor de amortización de los créditos más sus rendimientos con independencia de cuál sea el valor de los activos de la entidad.

La prima de una opción de venta sobre los activos de la entidad financiera tiene una relación directa con el riesgo de los mismos –medido mediante su desviación típica-, de forma que cuanto mayor es el riesgo de los activos en los que invierte la entidad mayor es la prima de la opción que los acreedores deben comprar para transferir a una tercera persona el riesgo de crédito al que están expuestos. Los acreedores son conscientes de

esta circunstancia, y sólo llevan a cabo su inversión si la entidad financiera les recompensa por medio de una retribución que incluya una prima en consonancia con el riesgo que asumen.

No obstante, si la entidad financiera incrementa el riesgo de sus activos una vez que la remuneración de los créditos se ha determinado y los acreedores han realizado su inversión, se produce una transferencia de riqueza de los acreedores a los accionistas, ya que se incrementan los valores tanto de las acciones –pues se incrementaría la prima de la opción de compra sobre los activos- como del instrumento que los acreedores deben adquirir para la cobertura del riesgo de crédito (prima de la opción de venta sobre los activos).

Las principales conclusiones que pueden deducirse de lo expuesto en este epígrafe son las dos siguientes:

1. Los accionistas se caracterizan por tener un grado de aversión al riesgo menor que el de los acreedores, lo cual se debe a que reciben una remuneración que mantiene una relación directa con el riesgo de los activos de la entidad financiera; mientras que los acreedores reciben una remuneración que, con carácter general, es independiente del riesgo de estos activos, y, además, en el supuesto de que quieran transferir el riesgo de crédito al que están expuestos, deberían adquirir un instrumento financiero cuyo coste se incrementa con el riesgo de dichos activos.
2. La parte de la distribución de probabilidad del valor de los activos de la entidad financiera que resulta de mayor interés para los accionistas es aquélla en la que su valor es mayor que el de los recursos ajenos –pues eso es lo que les proporciona ganancias-, mientras que para los acreedores es aquélla en la que el valor de dichos activos es menor que el de los recursos ajenos (pues esa situación es la que les produce pérdidas).

1.2.2.2 GESTORES, AGENCIAS DE CLASIFICACÓN CREDITICIA Y ORGANISMOS DE SUPERVISIÓN Y CONTROL DE LA ACTIVIDAD FINANCIERA

Además de los accionistas y los acreedores, existen otras partes interesadas en la entidad financiera, tales como, por ejemplo, los gestores de la entidad financiera, las agencias de clasificación crediticia, y los organismos de supervisión y control de la actividad financiera.

Las relaciones que se establecen entre accionistas y acreedores, por un lado, y este segundo grupo de agentes, por otro, pueden analizarse desde el punto de vista de la teoría de la agencia, la cual se expuso en el epígrafe 2.1.4 del capítulo segundo.

Las principales relaciones de agencia que, a efectos de la determinación de la pérdida inesperada, pueden establecerse en las entidades financieras son las tres que se exponen a continuación.

Una primera relación de agencia es la que existe entre los accionistas y los gestores, por medio de la cual los primeros delegan la tarea de gestión de la entidad financiera en los segundos, con el mandato de que éstos obtengan de su inversión una rentabilidad acorde con el riesgo que asumen. A cambio, los gestores reciben la remuneración previamente pactada con los accionistas, la cual generalmente está compuesta por diversos elementos, que pueden clasificarse atendiendo a distintos criterios, no excluyentes entre sí, y entre los que destacan la naturaleza de la remuneración –monetaria o en especie- y su carácter variable (fija o variable).

Considerando la tarea que los gestores deben llevar a cabo, la principal función que el capital apto para absorber la pérdida inesperada tiene para ellos es la de un recurso financiero más que deben de gestionar adecuadamente, junto con el resto de los recursos financieros de la entidad, para cumplir el mandato recibido de los accionistas.

En el contexto de la relación que vincula a los accionistas y los gestores de la entidad financiera, la rentabilidad que obtienen los primeros depende de los cobros que proporcionan las acciones por una serie de conceptos, entre los que destacan los dividendos y la plusvalía, cuyas cuantías dependen, a su vez, de otras variables como son los beneficios que la entidad financiera genera en un periodo y el incremento del valor de mercado de las acciones.

Los accionistas pueden emplear diversos instrumentos para reducir el riesgo moral al que están expuestos. Uno de estos instrumentos consiste en vincular la remuneración recibida por los gestores con la rentabilidad que ellos obtienen de las acciones, lo que se consigue empleando el valor de las variables de las que, en última instancia, depende la rentabilidad de las acciones –beneficio de la entidad financiera y valor de mercado de

las acciones- en la determinación uno o varios de los elementos que componen la remuneración de los gestores (principalmente, la remuneración variable, ya sea monetaria o en especie). Así, por ejemplo, la remuneración de los gestores de la entidad financiera puede incluir pluses –que pueden ser monetarios o en especie-, cuya concesión o importe se determina en función de los beneficios de la entidad; y opciones sobre acciones, así como otros activos financieros, cuyo valor dependa del incremento que experimente durante un determinado periodo de tiempo el valor de mercado de las acciones de la entidad financiera.

Esta relación existente entre accionistas y gestores puede emplearse, a su vez, para analizar la que vincula a los últimos con la entidad financiera, la cual es similar a la existente entre ésta y los accionistas (analizada en el epígrafe anterior).

Así, los gestores incrementan su satisfacción cuando la entidad invierte en activos caracterizados por una rentabilidad y un riesgo altos, y la parte de la distribución de probabilidad del valor de los activos de la entidad que les resulta de mayor interés es aquélla en la que el valor de los activos es mayor o igual que el de los recursos ajenos.

Pero los gestores, además de la remuneración, esperan satisfacer otras necesidades como la de conseguir un cierto prestigio o alcanzar un determinado estatus social, lo cual requiere, con carácter general, que la entidad realice inversiones con una rentabilidad y un riesgo altos, pudiendo incluso llegar a superar los deseados por los accionistas, de manera que éstos quedan expuestos al riesgo moral.

Además, el grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad financiera que tienen los gestores es menor que el de los accionistas, debido a que la quiebra de la entidad financiera no afecta a su patrimonio –mientras que sí al de los accionistas-, y sus pérdidas se limitan al puesto de trabajo y, en algunos casos, la reputación.

Los accionistas son conscientes de estas diferencias con respecto a los gestores de la entidad financiera y utilizan un conjunto de instrumentos –algunos de los cuales ya se han indicado- con el fin de controlar la gestión que llevan a cabo los gestores y reducir su exposición al riesgo moral. Aún así, la exposición de los accionistas a este riesgo es significativa porque el control de la gestión se ve dificultada por una serie de circunstancias entre las que se encuentran estas dos:

1. Aunque la entidad financiera tenga la obligación de proporcionar información periódica y puntual a los accionistas, así como a otras partes interesadas –empleados, administraciones públicas, entre otros-, los gestores disponen de información a la que no tienen acceso todos ellos, lo que dificulta la labor de control que llevan a cabo los mismos.

2. El horizonte temporal de permanencia de los gestores en la entidad financiera es menor que el de la inversión de los accionistas (sobre todo si las acciones de la entidad forman parte de la cartera de inversión de estos últimos).

   Esta diferencia puede ocasionar que los gestores tomen decisiones que aumenten su satisfacción a corto y medio plazo, incrementando a su vez los riesgos a los que están expuestos los accionistas a largo plazo, sin que los accionistas sean conscientes de ello y puedan tomar las medidas oportunas. Así, por ejemplo, con el fin de obtener pluses o incrementar el valor de los activos financieros que se incluyen en su remuneración, los gestores pueden tomar decisiones que incrementen los beneficios de la entidad financiera o el valor de sus acciones a corto y medio plazo, aumentando el riesgo de insolvencia de la entidad a largo plazo.

Una segunda relación de agencia es la que existe entre los acreedores y las agencias de clasificación crediticia.

Los acreedores, en especial si se trata de pequeños y medianos inversores, carecen con carácter general de la experiencia, los medios y la preparación necesaria para medir el riesgo de crédito de la entidad financiera.

Los acreedores son conscientes de tal circunstancia y emplean las mediciones sobre el riesgo de crédito de la entidad financiera que llevan a cabo empresas especializadas en este tipo de tareas –las agencias de clasificación crediticia-, junto con o en sustitución de las suyas propias. Esto supone que los acreedores delegan en las agencias de clasificación crediticia la tarea de la medición del riesgo de crédito de la entidad, con el mandato de que las mediciones que realizan estas agencias sean fiables.

No obstante, la delegación de esta tarea es un tanto peculiar, ya que los acreedores no retribuyen los servicios de las agencias de clasificación crediticia, sino que son los emisores de los activos financieros los que solicitan la clasificación crediticia y los que la pagan, y son sus gestores los que toman la decisión de la agencia que se contrata. El objetivo de los emisores es que el proceso de emisión de la clasificación crediticia incluya una entrevista con las agencias, que éstas obtengan información privada y emitan una clasificación crediticia más favorable que la que emitirían si únicamente considerasen información pública. De lograrse ese objetivo, los emisores pueden captar recursos financieros con un coste menor que aquéllos que no realizan dicha solicitud.

Como consecuencia de ello, las agencias de clasificación crediticia tienen dos tipos de clientes: los que solicitan y los que usan las clasificaciones crediticias emitidas por la agencia. Esta distinción es la causa de la existencia del riesgo moral en la relación de agencia entre los acreedores y las agencias de clasificación crediticia, ya que, para asegurar el éxito de su actividad, las agencias tienen que lograr un equilibrio entre los

intereses de estos dos tipos de clientes; equilibrio que con frecuencia no se produce porque las agencias son reacias a disminuir las clasificaciones crediticias solicitadas con el objeto de no perjudicar a los clientes que les proporcionan la mayor parte de sus ingresos, resultando perjudicados los acreedores en beneficio de los emisores.

Al igual que los acreedores, la principal función que el capital apto para absorber la pérdida inesperada tiene para las agencias de clasificación crediticia es la de garantía, puesto que, como ya se ha dicho, cuanto mayor sea este capital menor será la probabilidad de insolvencia de la entidad financiera. Lógicamente, esta circunstancia debe ser reflejada por las clasificaciones crediticias que las agencias emiten de la entidad, siendo mejores cuanto mayor sea dicho capital.

En el marco de la relación que vincula a los acreedores y las agencias de clasificación crediticia, es preciso considerar que, al desarrollar su actividad, éstas últimas no asumen ningún tipo de responsabilidad si los inversores sufren pérdidas como consecuencia de la toma de decisiones basadas en sus clasificaciones crediticias. Asimismo, dichas entidades tampoco realizan labores de mediación o intermediación en los mercados financieros, por lo que carecen de carteras de inversión o negociación expuestas al riesgo de crédito de la entidad financiera.

En efecto, las agencias de clasificación crediticia no resultan, en principio, afectadas por la suerte de las entidades financieras cuyo riesgo de crédito miden, salvo que la experiencia sobre la fiabilidad de las clasificaciones crediticias o la rapidez de revisión de las mismas ante el acaecimiento de hechos relevantes –que afecten al riesgo de crédito de la entidad evaluada- mermen su prestigio como emisor de clasificaciones crediticias fiables. En tal caso, los acreedores –así como otros usuarios de las clasificaciones- dejarán de utilizar las clasificaciones crediticias emitidas por la agencia por no considerarlas fiables, y los emisores no podrán utilizarlas para reducir el coste efectivo de sus recursos ajenos, por lo que no estarán dispuestos a asumir los costes de los servicios de la agencia de clasificación crediticia, con las consecuencias que ello implica para la rentabilidad y el riesgo de estas últimas.

Las principales conclusiones que pueden extraerse de lo expuesto son las dos siguientes:

1. El grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad financiera de las agencias de clasificación crediticia es menor que el de los acreedores, ya que sólo resultan afectadas por aquellas desviaciones sistemáticas en las clasificaciones crediticias que dañen su prestigio como emisores de clasificaciones fiables, y no por la insolvencia de un emisor en particular.
2. La parte de la distribución de probabilidad del valor de los activos de la entidad financiera que resulta de mayor interés para las agencias de clasificación crediticia

es, al igual que para los acreedores, aquélla en la que el valor de estos activos es menor que el de los recursos ajenos de la entidad. Esto se debe a que el principal objeto de este tipo de entidades es la medición del riesgo de crédito, el cual acaece cuando el valor de los activos de la entidad financiera es menor que el de los recursos ajenos de la misma.

La última relación de agencia que se considera en el presente trabajo es la que se da entre los acreedores y los organismos de supervisión y control de la actividad financiera.

Por medio de esta relación, los acreedores delegan una parte importante de la tarea de supervisión y control de la actividad financiera en unos organismos públicos que tienen asignada esta tarea entre sus funciones principales, con el mandato de que garanticen que la probabilidad de insolvencia de las entidades que componen el sistema financiero que supervisan está dentro de unos niveles aceptables y de que liquiden ordenadamente aquellas entidades financieras que estimen necesario con el fin de proteger sus intereses como acreedores de la misma.

Al igual que los acreedores y las agencias de clasificación crediticia, la principal función que el capital apto para absorber la pérdida inesperada tiene para los organismos de supervisión y control es la de garantía.

En el contexto de la relación que existe entre los acreedores y los organismos de supervisión y control de la actividad financiera, es necesario considerar que, en la determinación del capital apto para absorber la pérdida inesperada, dichos organismos deben sopesar los dos aspectos siguientes:

1. Los perjuicios que la disminución de este capital conlleva para los acreedores, ya que esta disminución incrementa la probabilidad de insolvencia de la entidad financiera y, por tanto, el coste medio esperado que dicho suceso tiene para los mismos.
2. Los perjuicios que el incremento de dicho capital tiene para:
   - Los accionistas, ya que si este incremento se lleva a cabo mediante el aumento de los recursos propios de la entidad, éstos experimentan una reducción en la rentabilidad que obtienen por sus inversiones, debida, fundamentalmente, al incremento que experimenta el coste del capital medio ponderado de la entidad, puesto que, de todos los recursos que puede utilizar para financiarse, los recursos propios son los que tienen un coste mayor.
   - El resto de los agentes que componen el sistema financiero, ya que la disminución de la rentabilidad de las entidades financieras hace que sean una opción de inversión menos atractiva y reduce el volumen de recursos financieros

disponibles para la actividad de intermediación que llevan a cabo, lo que, en última instancia, reduce el grado de eficiencia del sistema financiero.

Asimismo, en la mayoría de los sistemas financieros desarrollados es habitual que los organismos de supervisión y control de la actividad financiera lleven a cabo el aseguramiento de los créditos que determinados acreedores poseen ante la entidad financiera –principalmente los depositarios de la misma-, de forma que, si se produce la insolvencia de la entidad, estos organismos devuelven el importe de dichos créditos a los acreedores, subrogándose en el lugar que les correspondería ante la entidad financiera. En este supuesto, también es habitual que dichos organismos no aseguren la totalidad de los créditos, sino sólo una parte, que suele ser o bien una cantidad o bien un porcentaje del crédito, los cuales están previamente determinados, con lo que dichos acreedores no transfieren totalmente el riesgo de crédito de la entidad financiera a los organismos de supervisión y control, reteniendo una parte del mismo.

Las principales conclusiones que pueden obtenerse de lo aquí expuesto son dos:

1. Dado que la insolvencia de la entidad financiera es el suceso relacionado con la misma que más preocupa a los organismos de supervisión y control de la actividad financiera, la parte de la distribución de probabilidad del valor de los activos de la entidad que resulta de mayor interés para este tipo de organismos es, de forma similar a lo que ocurre con las agencias de clasificación crediticia, aquélla en la que el valor de estos activos es menor que el de los recursos ajenos de la entidad.
2. Puesto que los acreedores no transfieren la totalidad del riesgo de crédito a los organismos de supervisión y control de la actividad financiera, el grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad financiera que presentan estos organismos es menor que el de los acreedores, de forma que estos últimos quedan expuestos al riesgo moral.

1.3 CLASIFICACIÓN DEL CAPITAL

Desde el punto de vista de la función de absorción de riesgos que lleva a cabo el capital, puede clasificarse atendiendo a diversos criterios, que no son excluyentes entre sí, y entre los que destacan la naturaleza del capital, la finalidad que tiene en la entidad financiera, y la parte interesada en la entidad financiera que lo considera.

El capital puede clasificarse en función de su naturaleza en los capitales virtual y físico.

El capital virtual es aquél que la entidad financiera necesita para absorber los riesgos y poder llevar a cabo su actividad en los mercados financieros, y, dentro del mismo,

pueden, a su vez, distinguirse diversos capitales en función de la finalidad que desempeñan en la entidad.

Una de esas finalidades es determinar el capital que la entidad financiera necesita única y exclusivamente para absorber los riesgos financieros a los que está expuesta. Este capital no es único, ya que cada una de las partes con intereses en la entidad financiera tiene una percepción propia del mismo, que depende de su grado de aversión al riesgo de insolvencia, el cual, como se ha expuesto más arriba, es distinto para cada una de dichas partes.

A pesar de ello, en el ámbito de las entidades financieras sólo se distingue entre:

- Los requisitos de capital, o capital que la entidad financiera necesita para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que está expuesta, considerado desde el punto de vista del organismo de supervisión y control de la actividad financiera.
- Y el capital en riesgo –*capital at risk* en lengua inglesa, o simplemente *CaR*-, que también es el capital que la entidad financiera necesita para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que está expuesta, pero considerado desde el punto de vista del resto de las partes interesadas en la entidad expuestas en el epígrafe 1.2.2 de este capítulo.

Otra de esas finalidades del capital virtual es facilitar que la entidad financiera pueda llevar a cabo su actividad en los mercados financieros, circunstancia que los capitales expuestos en el párrafo anterior no garantizan por sí solos por varias razones.

Una de estas razones es la incertidumbre que los gestores de la entidad financiera tienen sobre cuál es el verdadero valor del capital en riesgo, lo que les puede llevar a no limitar el capital virtual al capital en riesgo e incluir un margen de seguridad que reduzca su incertidumbre sobre el riesgo de insolvencia de la entidad.

Con independencia de que los gestores incluyan o no este margen, otra razón es la distinta percepción que el resto de las partes con intereses en la entidad financiera tienen sobre el capital en riesgo o los requisitos de capital, según corresponda, lo que puede fomentar que los gestores tengan una percepción del capital virtual superior a la del capital en riesgo, la cual está motivada por la consecución de los fines siguientes:

1. El mantenimiento, o incluso incremento, de la capacidad que la entidad financiera tiene de captar recursos financieros de los accionistas y los acreedores, reduciendo de ese modo el riesgo de liquidez de su estructura financiera.
2. La emisión, por parte de las agencias, de las clasificaciones crediticas deseadas por la entidad financiera, de forma que ésta, no sólo pueda captar los recursos

financieros que necesita para operar en los mercados financieros, sino que pueda hacerlo a un coste aceptable.

3. La conservación de la autorización para operar en los mercados financieros concecida por los organismos de supervisión y control de la actividad financiera.

Por todo ello, es habitual que el capital virtual que la entidad financiera necesita desde el punto de vista de los gestores no se limite al capital en riesgo, e incluya un capital adicional, denominado estratégico, que es el que la entidad debe tener, junto con el capital en riesgo, para asegurarse continuar operando en los mercados financieros.

Las dos finalidades principales que tiene el capital virtual –la absorción de las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que la entidad financiera está expuesta y facilitar que pueda llevar a cabo su actividad en los mercados financieros- permite distinguir un tercer capital, denominado capital económico –*economic capital* en lengua inglesa, o simplemente *EC*-, que es el que la entidad financiera necesita para lograr simultáneamente estas dos finalidades. El valor y la composición de este capital no son únicas, y depende de cuál sea la parte interesada en la entidad financiera. Así, en el caso de los gestores de la entidad financiera, está formado por los capitales en riesgo y estratégico; en el de los organismos de supervisión y control, por los requisitos de capital; y en del resto de partes interesadas en la entidad por el capital en riesgo percibido por cada una.

A modo de resumen, todos estos capitales, considerados desde el punto de vista de las distintas partes con intereses en la entidad financiera, se exponen en la tabla siguiente:

Tabla 6.1*: Resumen del capital virtual considerado desde el punto de vista de las distintas partes con intereses en la entidad financiera.*

<table>
<tr><td>Partes con intereses en la entidad financiera</td><td>Accionistas, acreedores y agencias de clasificación crediticia</td><td colspan="2">Gestores de la entidad financiera</td><td>Organismos de supervisión y control de la actividad financiera</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Capital Virtual</td><td rowspan="2">Capital económico (EC)</td><td>Capital en riesgo (CaR)</td><td rowspan="2">Capital económico (EC)</td><td rowspan="2">Requisitos de capital</td></tr>
<tr><td>Capital estratégico</td></tr>
</table>

En cuanto al capital físico, es aquél de que la entidad financiera dispone para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que está expuesta, el cual está compuesto por todos aquellos recursos financieros que la entidad dispone para este fin, por lo que también recibe la denominación de capital disponible.

Todos los capitales expuestos más arriba pueden relacionarse entre sí. De todas estas relaciones, la más importante para la gestión de la entidad financiera es la que se da entre el capital disponible, el económico –considerado desde el punto de vista de los gestores de la entidad financiera- y los requisitos de capital. En esta relación pueden darse las tres situaciones siguientes:

1. El capital disponible es mayor o igual que el económico, y éste último es, a su vez, mayor o igual que los requisitos de capital.

   En todos estos supuestos, la entidad financiera tiene recursos financieros suficientes para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los está expuesta.

   Por tanto, al ser dichos recursos mayores o iguales a los requisitos de capital, el organismo de supervisión y control de la actividad financiera permitirá que la entidad continue operando sin exigirle el cumplimiento de requisitos adicionales a los normales.

2. El capital disponible es menor que el económico, y este último es, a su vez, igual que los requisitos de capital.

   En este caso, los recursos financieros que tiene la entidad financiera son insuficientes para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que está expuesta, y, por tanto, tiene, en general, un déficit de recursos financieros.

   Además, dado que dichos recursos son inferiores a los requisitos de capital que exige el organismo de supervisión y control, puede exigirle a la entidad el cumplimiento de requisitos adicionales a los normales, y/o puede tomar medidas excepcionales, las cuales van desde la intervención hasta la disolución y liquidación de la entidad.

3. El capital disponible es menor que el capital económico, siendo este último, a su vez, mayor que los requisitos de capital.

   En este caso, de forma similar al anterior, los recursos financieros que tiene la entidad financiera son insuficientes para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que está expuesta, existiendo un déficit de recursos financieros.

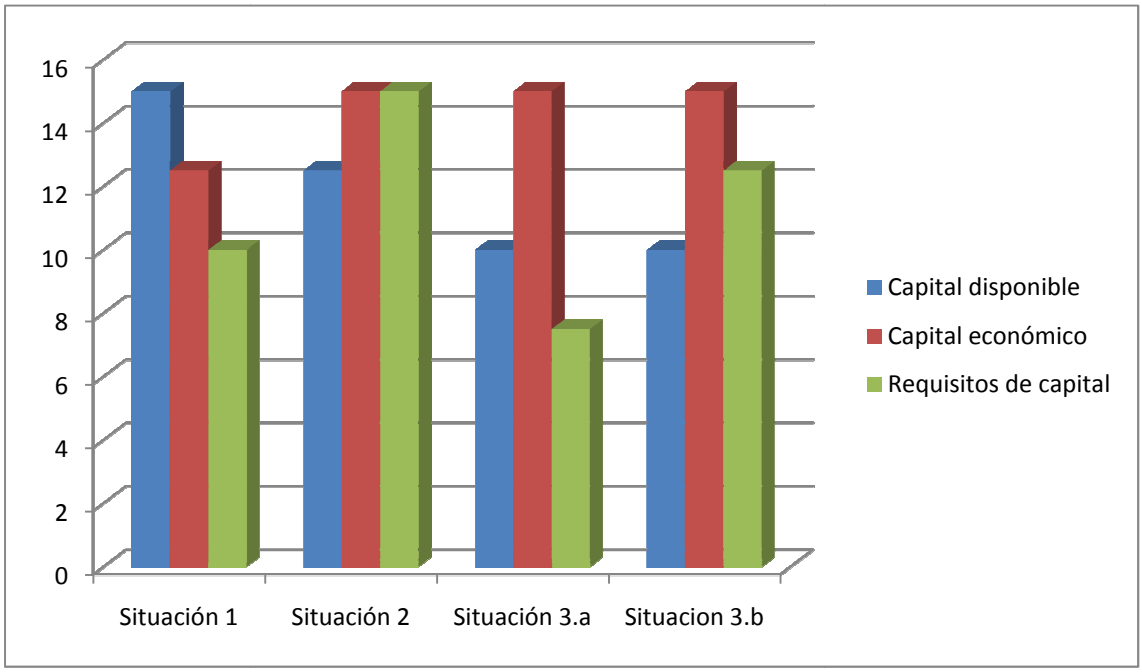
   No obstante, esto no implica forzosamente que dichos recursos financieros deban ser inferiores a los requisitos de capital, por lo que pueden darse cualquiera de las dos situaciones siguientes:

   a) El capital disponible es mayor que los requisitos de capital, con lo cual se tiene la situación expuesta en el primer punto.

b) El capital disponible es menor que los requisitos de capital, con lo cual se tiene la situación expuesta en el segundo punto.

A modo de resumen, estas tres situaciones se exponen en el gráfico siguiente:

Gráfico 6.1*: Relaciones relevantes entre el capital disponible, el económico y los requisitos de capital*



Además de las tres situaciones que se han expuesto más arriba, la combinación de los mencionados capitales puede dar lugar, desde el punto de vista teórico, a una cuarta situación en la que el capital disponible es mayor, igual o menor que el capital económico y éste, a su vez, es menor que los requisitos de capital.

No obstante, esta situación no se da en la práctica, ya que, aunque los gestores de la entidad financiera tengan una percepción muy baja del capital en riesgo, su percepción del capital económico debe ser suficiente para que la entidad pueda continuar realizando sus actividades en los mercados financieros, lo que, desde el punto de vista legal, sólo se producirá cuando este último capital sea mayor o igual que los requisitos de capital establecidos por el organismo de supervisión y control de la actividad financiera. Por tanto, estos requisitos son el valor mínimo que, desde el punto de vista de los gestores de la entidad, debe tener el capital económico.

Asimismo, los gestores de la entidad financiera deberán llevar a cabo diversas acciones en función de la relación que exista entre el capital disponible y el económico –este último considerado desde su punto de vista- con el fin de situar a la entidad en su estado óptimo, relación que puede ser cualquiera de las tres siguientes:

1. El capital disponible es mayor que el económico, con lo cual la entidad financiera estará sobrecapitalizada y su probabilidad de ruina será inferior a la deseada por los gestores, siendo menor cuanto mayor sea la diferencia entre ambos capitales.

   Los gestores deberán aumentar el capital económico para devolver a la entidad financiera a su estado óptimo, para lo cual deberán incrementar su exposición a los riesgos financieros; o, si la liquidez de la entidad lo permite, disminuir el capital físico, reduciendo los elementos de la estructura financiera que son aptos para la absorción de las pérdidas asociadas a los riesgos financieros.

2. El capital disponible es igual que el económico, con lo cual la entidad financiera se encontrará en su estado óptimo y, en principio, los gestores no deberán llevar a cabo ninguna acción.

3. El capital disponible es menor que el económico, con lo cual la entidad financiera estará infracapitalizada y su probabilidad de ruina será superior a la deseada por los gestores, siendo mayor cuanto mayor sea la diferencia entre ambos capitales.

   Los gestores pueden llevar a cabo distintas acciones para devolver a la entidad financiera a su estado óptimo entre las que destacan las dos siguientes:

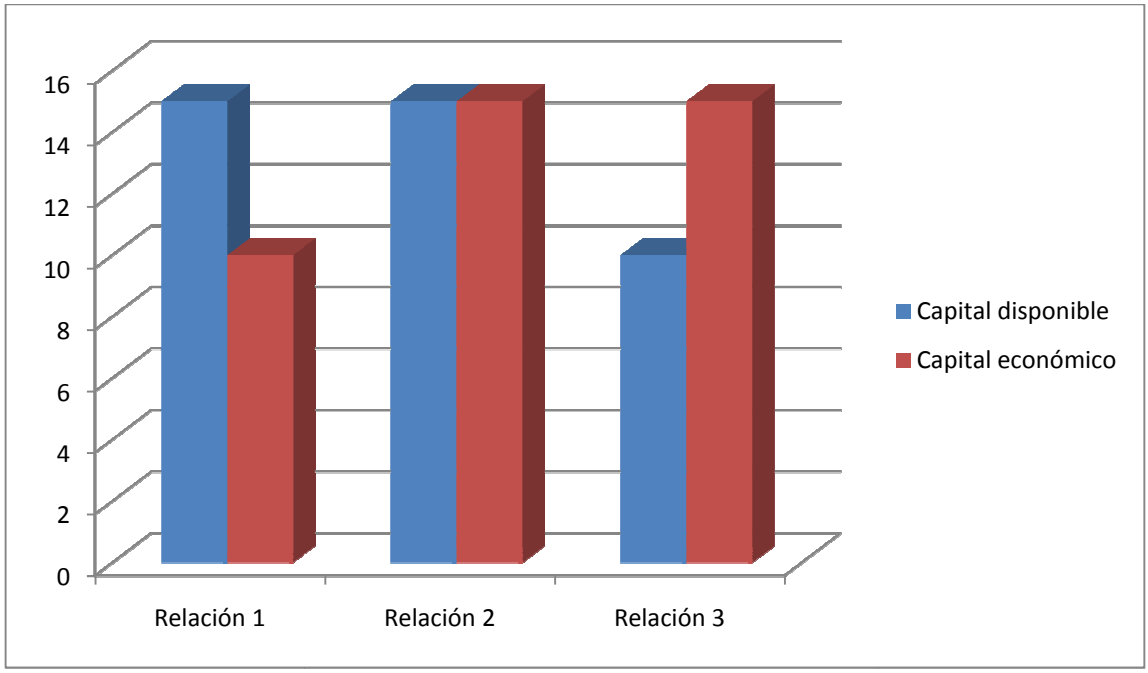
   a) Pueden disminuir el capital económico, reduciendo la exposición que la entidad financiera tiene a los riesgos financieros, lo cual puede conseguirse, bien por medio de la transferencia de los activos financieros expuestos a estos riesgos –por medio de su venta o titulización- o bien por medio de la transferencia de dichos riesgos (lo que puede realizarse empleando los instrumentos de gestión del riesgo de crédito expuestos en el epígrafe 3 del segundo capítulo).

   b) Pueden llevar a cabo acciones que aumenten el capital disponible mediante el aumento de los elementos aptos para la absorción de los riesgos financieros que la entidad financiera ya posee, o la utilización de otros elementos que puedan emplearse con tal fin y que todavía no hayan sido utilizados por la entidad.

      Así, por ejemplo, los gestores pueden realizar una ampliación de capital, o pueden utilizar, si no lo han hecho ya, recursos financieros híbridos.

A modo de resumen estas relaciones se exponen en el gráfico siguiente:

Gráfico 6.2: *Relaciones entre el capital disponible y el económico*



2. DETERMINACIÓN Y ASIGNACIÓN DEL CAPITAL

El proceso que los gestores emplean para determinar el capital económico[6] de la entidad financiera puede llevarse a cabo empleando diversas metodologías, las cuales permiten determinar el capital económico correspondiente a todos o alguno de los riesgos financieros a los que está expuesta una entidad financiera, una unidad de negocio concreta, o un activo financiero determinado.

Asimismo, se denomina asignación de capital al proceso por el que se determina el capital económico que le corresponde a cada unidad de negocio o activo financiero considerando los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros tiene en la entidad. Este proceso recibe esta denominación porque, en definitiva, supone asignar una parte del capital económico total de la entidad financiera –el cual se ha determinado considerando los beneficios de la diversificación- a cada una de las unidades de negocio o activos financieros en función tanto de sus características como de las características de la cartera de la que forma parte.

[6] Con independencia de si es únicamente el capital que la entidad financiera necesita para absorber los riesgos financieros a los que queda expuesta en el desarrollo de su actividad –capital en riesgo- o además incluye el que necesita para lleva a cabo su actividad en los mercados financieros –capital económico-, y de cuál sea la parte con intereses en la entiad financiera que lo considere, en adelante, en aras de la sencillez, el capital que la entidad financiera necesita para absorber dichos riesgos se denomina capital económico, tal y como suele ser habitual en la literatura especializada.

Al igual que en los sistemas de medición de los riesgos financieros, los métodos y modelos de asignación del capital pueden clasificarse en función de su naturaleza en los agregados y los estructurales.

En los métodos y modelos agregados se determina directamente el capital económico total que necesita una entidad financiera o una unidad de negocio en función de todos los riesgos a los que está expuesta –ya sean riesgos financieros o no-; y, posteriormente, lo asignan de forma descendente, es decir, descomponiéndolo en el capital económico que le corresponde a cada uno de los riesgos financieros a los que están expuestas, respectivamente, cada una de las unidades de negocio que componen la entidad, o cada una de las sub-áreas en las que se organiza la unidad de negocio en cuestión.

Por su parte, en los modelos estructurales, el capital económico total que necesita la entidad financiera se determina indirectamente. Para ello, se determinan los capitales económicos que le corresponde a cada uno de los activos financieros que componen una unidad de negocio en función de su exposición a los riesgos financieros, y, ulteriormente, se agregan estos capitales para determinar su capital económico total de la unidad (por tanto, se procede de forma ascendente). A continuación, los capitales económicos que le corresponden a cada una de las unidades de negocio en función de su exposición a estos riesgos se agregan con el fin de determinar el capital económico total de la entidad financiera.

El principal elemento que diferencia a los métodos y modelos agregados de los modelos estructurales es la información que se utiliza en cada uno de ellos, ya que en los primeros se emplea información agregada de la entidad financiera o de una unidad de negocio, mientras que en los segundos se utiliza información sobre las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito de cada uno de los activos financieros que componen la entidad o la unidad de negocio.

Asimismo, cabe señalar que la distinción entre métodos y modelos de asignación del capital económico ascendentes y descendentes es principalmente teórica, puesto que, en la práctica, cualquier proceso de asignación de capital se lleva a cabo en las dos fases siguientes:

a) Una ascendente, en la que los gestores determinan el capital económico total que la entidad financiera necesita en función de los riesgos financieros a los que está expuesta, de su grado de aversión al riesgo y de las restricciones que suponen el resto de las partes interesadas en la entidad.

b) Una descendente, en la que los gestores asignan este capital a cada una de las unidades de negocio de la entidad financiera considerando los beneficios que la diversificación de estos riesgos tiene para la entidad.

2.1 MÉTODOS Y MODELOS AGREGADOS DE ASIGNACIÓN DE CAPITAL

2.1.1 MÉTODOS BASADOS EN REFERENCIAS

La principal referencia que puede utilizar una entidad financiera en la determinación y asignación de su capital económico es su competencia[7]. Por ello, el principal método de asignación del capital económico basado en referencias es el análisis de la competencia –p*eer group analysis* o *market comparables analysis* en lengua inglesa-, el cual requiere comparar los valores que las variables capital económico total y clasificación crediticia presentan en la entidad y los que tienen en los competidores tomados como referencia.

Los datos que la entidad financiera necesita para realizar el análisis de la competencia se obtiene de la información pública y privada que dispone de sí misma, y de la información pública que dispone de sus competidores, realizando una serie de ajustes cuyo objeto es eliminar los efectos que provocan en dicha información las distorsiones contables y las distintas clasificaciones crediticias, con la finalidad de que las magnitudes sean homogéneas y las entidades financieras sean comparables entre sí.

Para utilizar el análisis de la competencia en la asignación del capital a las unidades de negocio de la entidad financiera se requiere cierta homogeneidad entre éstas y los competidores que se utilizan como referencia, por lo que los valores que dichas variables presentan en las unidades de negocio deben compararse con los de aquellos competidores cuya actividad se limita única y exclusivamente a la de la unidad de negocio a la que se asigna capital económico.

Además de los inconvenientes que, con carácter general, presentan los métodos y modelos agregados –los cuales se exponen más abajo-, el análisis de la competencia presenta una serie de inconvenientes propios, entre los que destacan los dos siguientes:

a) Asume implícitamente la hipótesis de que los mercados financieros son eficientes y capaces de medir correctamente los riesgos financieros a los que están expuestas la entidad financiera y sus competidores a partir de las variables expuestas más arriba, hipótesis que en la realidad no tiene porqué cumplirse.

b) Los competidores cuya actividad se limita únicamente a una unidad de negocio de la entidad financiera y que, por tanto, pueden emplearse en la asignación de su capital económico son difíciles de encontrar.

[7] El proceso de asignación del capital requiere tanto la determinación del capital económico total de la entidad financiera considerando los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros tiene para la entidad como la asignación de una parte de este capital a cada una de las unidades de negocio o los activos financieros que la componen en función de sus características. Por ello, en adelante, y por simplicidad en la exposición, se utiliza el término asignación de capital para hacer referencia a la determinación y a la asignación de este capital.

2.1.2 MODELOS BASADOS EN LOS BENEFICIOS DE LA ENTIDAD FINANCIERA

Los modelos de asignación del capital basados en los beneficios asignan este capital empleando una medida de riesgo de los beneficios de la entidad financiera –o de una unidad de negocio-, la cual mide la incertidumbre objetiva que existe sobre si obtendrá beneficios en un determinado periodo de tiempo y, en el supuesto de que los obtenga, sobre cuál será su cuantía.

Por tanto, estos modelos se basan en el efecto de las pérdidas asociadas a los riesgos financieros a los que la entidad financiera está expuesta, que es la variabilidad de los beneficios, en lugar de en sus causas, que son las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito.

El riesgo de beneficio es más amplio que los riesgos financieros, ya que los beneficios que obtiene la entidad financiera, y sus unidades de negocio, dependen de los riesgos financieros a los que todas ellas están expuestas, y de otra serie de circunstancias, por lo que dicho riesgo se ve influenciado tanto por los riesgos financieros como por los no financieros.

No obstante, esto no significa que los modelos basados en los beneficios proporcionen valores del capital económico superiores a los que proporcionan otros métodos y modelos de asignación que sólo consideran los riesgos financieros, sino que, en circunstancias normales, lo habitual es todo lo contrario, puesto que, por las razones que se exponen más abajo, el valor de las medidas de riesgo que se obtiene aplicando los primeros representan un grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad inferior al que representan los segundos.

De todas las partes interesadas en la entidad financiera, el riesgo de beneficio resulta de especial interés para los accionistas y los gestores de la entidad por diversas razones, entre las que destacan las siguientes:

1. La medida de este riesgo es, indirectamente, una medida del riesgo de la remuneración que perciben ambas partes, la cual depende de los beneficios que la entidad obtiene.
2. La parte de la distribución de probabilidad del valor de los activos de la entidad financiera que resulta de interés para la medición del riesgo de beneficio es aquélla en la que el valor de los activos de la entidad financiera es mayor que el de los recursos ajenos y, como se ha expuesto más arriba, esta parte es, a su vez, la que resulta de mayor interés para los accionistas y los gestores de la entidad.

3. La medición del riesgo de beneficio puede llevarse a cabo empleando diversas medidas de riesgo, entre las que se encuentran aquéllas cuyo valor sólo refleja el efecto que los sucesos desfavorables tienen en los beneficios[8].

   Estas medidas son las que mejor representan el carácter asimétrico de la actitud de los accionistas y los gestores frente al riesgo, caracterizada porque el efecto que los sucesos desfavorables relacionados con los beneficios tienen en su grado de satisfacción es mayor que el de los favorables. Por tanto, su satisfacción es menor cuanto mayor es el descenso en los beneficios, mientras que el incremento en su satisfacción que provocan los incrementos en los beneficios son menores que los que ocasionaría una disminución de la misma cuantía.

Una consecuencia de estas tres razones es que las medidas del riesgo de beneficio representan un grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad financiera menor que el resto de medidas de los riesgos financieros, en consonancia con el grado de aversión al riesgo de los accionistas y los gestores de la entidad, el cual es menor que el que presentan los acreedores, las agencias de clasificación crediticia y los organismos de supervisión y control de la actividad financiera, tal y como se ha expuesto más arriba.

La implantación de un modelo de asignación del capital económico basado en los beneficios es un proceso que consta de diversas etapas.

La primera etapa es el diseño del modelo y en ella se definen los elementos que lo componen, entre los que destacan:

1. El riesgo de beneficio, el cual puede definirse como la incertidumbre objetiva que existe sobre si la entidad financiera obtendrá en un determinado periodo los beneficios previstos por los gestores de la misma, o simplemente sobre si dicha entidad obtendrá beneficios de algún tipo.

   Los valores del capital económico que proporcionan los modelos que emplean una definición del riesgo de beneficio u otra son distintos, como puede comprobarse más abajo.

2. El tipo de variable que el modelo va a emplear para la asignación del capital económico, los cuales pueden ser los beneficios, los flujos de caja[9] o los ingresos[10].

[8] Atendiendo a los sucesos que afectan al valor de las medidas de los riesgos financieros, pueden clasificarse en aquéllas en las que este valor se ve afectado tanto por los sucesos favorables como por los desfavorables, y aquéllas en las que sólo los sucesos desfavorables afectan dicho valor.
Diversos autores, tales como, por ejemplo, Dhaene, Goovaerts y Kaas (2003), denominan en lengua inglesa a dichas medidas como "*two-sided*" y "*one-sided risk measures*", respectivamente, denominación que tiene una dificil traducción en lengua española.

[9] A este respecto véase, por ejemplo, Yoshifuji (1997).

Además del tipo, resulta necesario definir la propia variable, ya que estos conceptos no son únicos y su determinación está sujeta a diversos criterios que dependen, fundamentalmente, de aspectos contables y de la finalidad que los gestores deseen darle al modelo.

Así, el beneficio puede definirse como el económico o el financiero y ambos pueden considerarse antes o después de impuestos, mientras que los ingresos pueden definirse como brutos o netos. En este último caso pueden incluirse todos los costes en los que incurre la entidad financiera, determinado tipo de costes, o sólo los directos.

Además, en la etapa de diseño de un modelo de asignación basado en los beneficios debe determinarse la medida de riesgo y el modelo a emplear en la medición del riesgo de beneficio.

La medida del riesgo de beneficio puede ser cualquiera de las medidas de los riesgos financieros que se exponen en el siguiente epígrafe, mientras que el modelo de medición del riesgo de beneficio puede ser cualquiera de los empleados en la medición de los riesgos financieros.

En el ámbito de los modelos de asignación del capital, el resultado que proporciona un modelo basado en los beneficios recibe la denominación de beneficio en riesgo (*earnings at risk* en lengua inglesa o, simplemente, *EaR*).

Considerando lo expuesto más arriba, en el supuesto de que la entidad financiera defina el riesgo de beneficio como la incertidumbre objetiva que existe sobre si obtendrá beneficios de algún tipo en un determinado periodo, mida este riesgo por medio de un modelo paramétrico en el que se asume la hipótesis de que la distribución de probabilidad de la variable aleatoria pérdida que experimenta la entidad en un determinado periodo –representada por ξ- es normal, y la medida de dicho riesgo sea el sea el percentil α-ésimo, el beneficio en riesgo viene dado por la expresión siguiente:

$$EaR(\alpha) = q_{\xi}(\alpha) = E(\xi) + c_{\alpha} \cdot \sigma_{\xi}$$

Donde:

- $EaR(\alpha)$ es el beneficio en riesgo que corresponde al percentil α–ésimo.
- $q_{\xi}(\alpha)$ y c_{α} son, respectivamente, el percentil α–ésimo de la variable aleatoria pérdida que la entidad financiera experimenta en un determinado periodo, y un número real positivo, denominado multiplicador, que permite obtener este percentil

[10] Todas estas variables pueden dar lugar a sendos modelos de asignación basados en los flujos de caja, los beneficios o los ingresos de la entidad financiera. No obstante, en adelante, y por simplicidad en la exposición, se va a utilizar la variable beneficio y los modelos de asignación basados en los beneficios para referirse indistintamente a todas estas variables y modelos.

sumándole a la esperanza matemática de esta variable un determinado número de veces su desviación típica (las indicadas por el multiplicador).

El multiplicador empleado en la medición del riesgo de beneficio es idéntico al multiplicador de capital utilizado en la medición de los riesgos financieros en general, y del riesgo de crédito en particular[11].

– $E(\xi)$ y σ_ξ son, respectivamente, la esperanza matemática y la desviación típica de la variable aleatoria pérdida que la entidad financiera experimenta en un determinado periodo, las cuales pueden estimarse a partir de los datos empíricos que la entidad dispone de sus resultados.

Por el contrario, la definición del riesgo de beneficio como la incertidumbre objetiva que existe sobre si la entidad financiera obtendrá en un determinado periodo los beneficios previstos por sus gestores, en lugar de si obtendrá algún beneficio, provoca un cambio de escala en el beneficio en riesgo, ya que, aunque los beneficios de la entidad sean positivos, la variable aleatoria puede presentar un valor negativo debido a que son inferiores a los previstos por los gestores.

Así, si se mantienen inalteradas el resto de las hipótesis asumidas más arriba, la expresión que permite obtener el beneficio en riesgo asumiendo esta última hipótesis es la siguiente:

$$EaR(\alpha) = q_\xi(\alpha) - E(\xi')$$

Siendo $E(\xi')$ el beneficio esperado por los gestores de la entidad financiera, que no es otra cosa que la esperanza matemática de la variable aleatoria beneficio estimada por los gestores, la cual es la opuesta de la variable aleatoria pérdida que experimenta la entidad.

En el caso de que coincidan las esperanzas matemáticas de las variables aleatorias beneficio y pérdida experimentada por la entidad financiera, se obtiene una de las expresiones que se utilizan habitualmente en la literatura especializada para determinar el beneficio en riesgo, la cual es la siguiente:

$$EaR(\alpha) = q_\xi(\alpha) - E(\xi') = \left[E(\xi) + c_\alpha \cdot \sigma_\xi\right] - E(\xi) = c_\alpha \cdot \sigma_\xi$$

Para ilustrar lo expuesto más arriba puede emplearse un ejemplo similar al propuesto por Saita (2004). En este ejemplo se considera una entidad financiera en la que la esperanza matemática y la desviación típica de la variable aleatoria pérdida es, respectivamente, de 50 y 30 unidades monetarias, el beneficio esperado por los gestores es de 50 unidades monetarias y la medida del riesgo de beneficio es el percentil

[11] Respecto al multiplicador de capital, véase el epígrafe 2.2.1.2.2.

nonagésimo noveno. En este caso, el beneficio en riesgo que se obtiene empleando la primera definición de riesgo de beneficio es de, aproximadamente, 120 unidades monetarias $\left(50+2,33\cdot 30=119,9\approx 120\right)$, mientras que si se emplea la segunda es de, aproximadamente, 70 $\left(2,33\cdot 30=69,9\approx 70\right)$[12].

Como puede observarse en el ejemplo anterior, la utilización de una definición de riesgo de beneficio u otra sólo implica un cambio de origen en el valor del beneficio en riesgo igual a los beneficios esperados por los gestores de la entidad[13].

El modelo paramétrico expuesto más arriba es empleado por Matten (2000), y Resti y Sironi (2007), entre otros, y es el que habitualmente se utiliza en la literatura especializada para determinar el beneficio en riesgo. No obstante, no es el único modelo que puede emplearse con tal fin. Así, por ejemplo, los dos últimos autores también utilizan un modelo de simulación histórica.

La relación que existe entre las variables aleatorias beneficio y pérdida de la entidad financiera pone de manifiesto el vínculo que existe entre el beneficio en riesgo y el capital económico, el cual permite obtener este segundo a partir del primero. Para ello, es necesario asumir la hipótesis de que el capital económico es aquél que la entidad financiera necesita para absorber un descenso continuado de sus beneficios producido durante un determinado periodo por un importe total igual al beneficio en riesgo.

El capital económico depende de cuál sea la amplitud del periodo considerado por la entidad financiera, la cual puede ser cualquiera entre los dos extremos siguientes[14]:

1. La amplitud mínima, igual a la amplitud del periodo empleado por la entidad financiera para la determinación del beneficio en riesgo, en cuyo caso el capital económico coincide con el beneficio en riesgo, es decir, $EC = EaR$

2. La amplitud máxima, igual a la perpetuidad.

   En este supuesto es necesario asumir hipótesis adicionales sobre los valores que presentará el beneficio en riesgo a lo largo del periodo empleado en la determinación del capital económico y sobre el tanto de interés que se utilizará en la actualización de estos valores, siendo las más habituales las siguientes:

[12] Como se sabe, el percentil nonagésimo noveno de una variable aleatoria que se distribuye como una normal se obtiene sumándole a la esperanza matemática de esta variable aleatoria 2,33 veces su desviación típica. Por tanto, en este ejemplo, el multiplicador es 2,33, esto es, $c_\alpha = 2,33$.

[13] Dicho cambio de origen se produce siempre que la esperanza matemática de la variable aleatoria pérdida de la entidad financiera $-E(\xi)$- coincida con la esperanza matemática de la variable aleatoria beneficio, estimado por los gestores de la entidad ($E(\xi')$). En dicho ejemplo puede comprobarse que $E(\xi)=-E(\xi')=50$.

[14] En las expresiones (6.1) y (6.2) se asume un ratio de reparto de dividendos igual a uno. En el caso de que este ratio tenga otro valor en la política de dividendos de la entidad financiera, estas expresiones deberían modificarse convenientemente.

a) Beneficio en riesgo y tanto de interés constante durante todo el periodo, en cuyo caso el capital económico es:

$$EC = EaR \cdot a_{\overline{\infty}|i} = \frac{EaR}{i} \qquad (6.1)$$

b) Beneficio en riesgo creciente en progresión geométrica de razón q y tanto de interés constante durante todo el periodo, en cuyo caso el capital económico es:

$$EC = A_{(EaR,q)\overline{\infty}|i} = \frac{EaR}{i-g} \qquad (6.2)$$

En ambas expresiones:

- i es el tanto de interés empleado para la actualización de los valores del beneficio en riesgo.
- q y g son, respectivamente, la razón de la progresión geométrica y la tasa de variación del beneficio en riesgo.

En cuanto a la elección del tipo de interés, en la literatura especializada se proponen diferentes hipótesis. Así, Matten (2000) emplea el tanto efectivo de rentabilidad de un activo financiero libre de riesgo, mientras que Resti y Sironi (2007) manejan estas tres hipótesis:

1. El coste del capital medio ponderado de la entidad financiera, el cual lo obtienen por medio del ratio precio-beneficio (*Price Earnings Ratio* en lengua inglesa o, simplemente PER).
2. El tanto resultante de la aplicación de un modelo basado en el valor actual de los dividendos de la entidad financiera.
3. El tanto obtenido de la aplicación del modelo de valoración por medio de la cartera de mercado (*Capital Assets Pricing Model* en lengua inglesa o, simplemente, CAPM)[15].

El capital económico que se obtiene empleando el beneficio en riesgo de la forma expuesta más arriba tiene diversas interpretaciones, dependiendo de si se utiliza un tanto de interés u otro. Si es el tanto efectivo de rentabilidad de un activo financiero libre de riesgo, Matten (2000) indica que el capital económico es la cantidad que la entidad financiera tendría que invertir en este activo con el fin de que sus rendimientos puedan destinarse a absorber en su totalidad las pérdidas expresadas por el beneficio en riesgo.

[15] Nótese que Resti y Sironi determinan el coste del capital medio ponderado de la entidad financiera empleado modelos que, más que dicho tanto, permiten obtener solamente el tanto efectivo de coste de los recursos propios, o el de rentabilidad de las acciones de la entidad. Estos autores proceden de esta forma argumentando que, al contrario que en las empresas no financieras, en las entidades financieras no es posible separar las decisiones de financiación e inversión. Al respecto, véase Resti y Sironi (2007), p.736-739.

Por otra parte, si el capital económico se determina empleando el tanto de interés que se obtiene utilizando el modelo de ratio precio-beneficio, o uno basado en el valor actual de los dividendos de la entidad financiera, Saita (2000) señala que el dicho capital económico puede interpretarse como el descenso que experimentaría la capitalización del mercado de las acciones de la entidad financiera ante un descenso en los dividendos iguales al beneficio en riesgo.

Los modelos basados en los beneficios de la entidad financiera presentan una serie de inconvenientes propios, entre los que destaca que son modelos en los que la asignación de capital se lleva a cabo empleando una serie temporal de los beneficios de la entidad –o de cualquiera de las otras variables expuestas más arriba-, lo que conlleva asumir implícitamente la hipótesis de que la variable aleatoria es estacionaria y que los valores que ha presentado en el pasado pueden emplearse para estimar los que presentará el en futuro, hipótesis que no tiene que cumplirse en la realidad.

2.1.3 MODELOS BASADOS EN EL VALOR DE LOS ACTIVOS DE LA ENTIDAD FINANCIERA

Los modelos basados en el valor de los activos de la entidad financiera asignan capital económico empleando, a su vez, los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora –los cuales han sido expuestos en el epígrafe 2 del quinto capítulo-, para lo cual emplean el precio o la prima de una opción de venta en la que el activo subyacente son los activos de la entidad financiera y el precio de ejercicio sus pasivos.

Los principales trabajos que emplean los modelos basados en el valor de los activos de la entidad financiera para la asignación de capital son los dos siguientes:

1. El de Merton y Perold (1993), que asignan capital económico empleando un modelo basado en los activos de la entidad financiera y un criterio de asignación marginal[16].

   Al igual que Tasche (2000, 2004, 2008), dichos autores llegan a la conclusión de que la suma del capital asignado a cada una de las unidades de negocio es inferior al capital económico total de la entidad financiera.

2. Myers y Read (2001) determinan el capital económico asignado a cada una de las unidades de negocio de la entidad financiera por medio del precio -o prima- de una opción de venta en la que el activo subyacente son los activos de la correspondiente unidad de negocio y el precio de ejercicio son sus pasivos, de forma que el valor de la opción depende de los valores de los activos, de los pasivos, de sus varianzas y de sus covarianzas.

[16] En relación con los criterios de asignación en general, y los criterios de asignación marginales en particular, véase el epígrafe 2.2.2. de este capítulo.

Dichos autores demuestran que la suma del capital económico asignado a cada una de las unidades de negocio es igual al capital económico total de la entidad.

En ambos trabajos el capital económico asignado a una unidad de negocio se determina directa o indirectamente, por medio de la diferencia entre el capital económico total de la entidad financiera considerando y sin considerar la unidad de negocio en cuestión. Por ello, Urban (2002), que no distingue entre métodos y modelos de asignación de capital agregados y estructurales, los clasifica dentro de aquéllos que emplean un criterio de asignación marginal.

Los métodos y modelos de asignación del capital económico agregados, al igual que los sistemas de medición de los riesgos financieros, presentan una serie de inconvenientes que no los hacen adecuados para la medición y gestión de los riesgos financieros, destacando los dos siguientes:

1. Se caracterizan porque sus resultados son insensibles a la composición que tienen las carteras de activos financieros de las unidades de negocio.
2. No permiten determinar la parte del capital económico total de la entidad financiera que le corresponde a un determinado activo financiero o cliente.

2.2 MODELOS ESTRUCTURALES DE ASIGNACIÓN CAPITAL

La medición de los riesgos financieros es una tarea compleja que requiere considerar numerosas variables, mientras que su gestión requiere la toma de decisiones sobre un número limitado de opciones que, en la mayoría de las ocasiones, se reducen a dos: llevar a cabo una determinada acción o no. Esto hace que sea necesario utilizar un conjunto de instrumentos que resuman toda la información contenida en estas variables, que sean fáciles de interpretar y que permitan una toma de decisiones eficaz y rápida.

Dichos instrumentos son las medidas del riesgo de un activo financiero y de una cartera de activos financieros. Además, si se desea considerar los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros a los que está expuesto un activo financiero tiene para la entidad es necesario utilizar un principio de asignación de capital, el cual consta de una medida del riesgo de la cartera y de un criterio de asignación de capital.

Las medidas de riesgo, los principios de asignación de capital y los criterios de asignación de capital son válidos, con carácter general, para cualquier riesgo financiero, si bien en el presente trabajo se consideran en el contexto del riesgo de crédito.

2.2.1 MEDIDAS DEL RIESGO DE CRÉDITO

Desde el punto de vista matemático, una medida del riesgo de crédito es una función que le asigna a una variable aleatoria un número real positivo, lo que puede expresarse de la forma siguiente:

$$\rho : X \rightarrow \mathbb{R}^{+}$$

Donde:

- X es una variable aleatoria que representa la exposición al riesgo de crédito que tiene la entidad financiera.
- ρ es la medida del riesgo de crédito, que indica en qué grado la entidad está expuesta al mismo, siendo deseable que su valor sea mayor cuanto mayor sea la exposición.

Desde el punto de vista económico, los valores positivos de una medida de riesgo –o, en su caso, los negativos- indican los activos financieros libres de riesgo o los recursos financieros aptos para absorber las pérdidas que deben añadirse –o que pueden sustraerse- de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito para que la exposición sea aceptable desde la perspectiva de un supervisor externo o interno[17].

Las medidas del riesgo de crédito deben poseer un conjunto de propiedades entre las que se encuentra la mencionada más arriba, dando lugar a los axiomas de coherencia que se exponen más abajo.

Las medidas del riesgo de crédito pueden clasificarse en función de diversos criterios, que no son excluyentes entre sí y entre los que destacan los dos siguientes:

1. Atendiendo a qué dimensión del riesgo de crédito miden se distingue entre:

   a) Aquéllas que miden la pérdida esperada asociada al riesgo de crédito –*Expected Loss* en lengua inglesa, o *EL* de forma abreviada-, que se representan por $\rho_{EL}(X)$ y miden la pérdida asociada al riesgo de crédito que, por término medio, espera experimentar la entidad financiera de un activo financiero o de una cartera de cartera de activos financieros.

   b) Aquéllas que miden la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito –*Unexpected Loss* en lengua inglesa, o *UL* abreviadamente-, que se representan por $\rho_{UL}(X)$ y miden la pérdida asociada al riesgo de crédito de un activo financiero o de una cartera de activos financieros que la entidad financiera prevé que va a exceder de la pérdida esperada.

[17] En adelante, salvo que se diga lo contrario, sólo se hace referencia al supervisor interno.

c) Aquéllas que miden la pérdida total asociada al riesgo de crédito, que se representan por $\rho(X)$ y miden la pérdida asociada al riesgo de crédito de un activo financiero o de una cartera de activos financieros que puede experimentar una entidad financiera, ya sea prevista o no.

Esta medida viene dada por la suma aritmética de las dos anteriores, de forma que:

$$\rho(X) = \rho_{EL}(X) + \rho_{UL}(X) \qquad (6.3)$$

2. Atendiendo al número de activos financieros que considera la medida se distingue entre:

a) Las medidas del riesgo de crédito de un activo financiero, que miden el riesgo de un sólo activo financiero.

b) Las medidas del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros, que miden el riesgo de una cartera compuesta por dos o más activos financieros.

2.2.1.1 MEDIDAS DEL RIESGO DE CRÉDITO DE UN ACTIVO FINANCIERO

La principal medida de la pérdida esperada asociada al riesgo de crédito de un activo financiero es la esperanza matemática de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" –representada por X_i-, la cual viene dada por la expresión siguiente:

$$\rho_{EL}(X) = E(X_i) = \sum_{s=1}^{m_E} P(X_i = x_{i,s}) \cdot x_{i,s} = \sum_{s=1}^{m_E} p_{i,s} \cdot x_{i,s}$$

Donde:

- m_E es el número de estados en los que puede encontrarse el deudor del activo financiero *i*-ésimo, el cual coincide con el número de categorías del sistema de clasificación crediticia de la entidad financiera.
- $x_{i,s}$ es el valor que dicha variable aleatoria tiene cuando el deudor presenta la categoría crediticia *s*-ésima.
- $p_{i,s}$ es la probabilidad asociada a cada uno de estos valores.

En cuanto a la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de un activo financiero, la principal medida es la varianza de la variable aleatoria en cuestión, la cual viene dada por la siguiente expresión:

$$\rho_{UL}(X_i) = \sigma^2_{X_i} = \sum_{s=1}^{m_E} p_{i,s} \cdot \left[x_{i,s} - E(X_i) \right]^2$$

No obstante, a efectos de cálculo, esta varianza también puede obtenerse por medio de esta otra expresión:

$$\sigma_{X_i}^2 = E\left(X_i^2\right) - \left[E\left(X_i\right)\right]^2$$

Aunque esta varianza sea su principal medida, la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de un activo financiero también puede medirse por medio de cualquiera de las medidas de la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros, las cuales se exponen más abajo.

2.2.1.2 MEDIDAS DEL RIESGO DE CRÉDITO DE UNA CARTERA DE ACTIVOS FINANCIEROS

La principal medida de la pérdida esperada asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros es la esperanza matemática de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" (representada por X_C).

Esta esperanza matemática puede obtenerse aplicando la propiedad aditiva de la esperanza matemática de una variable aleatoria que es, a su vez, la suma de una serie de variables aleatorias y viene dada por la expresión siguiente:

$$\rho_{EL}\left(X_C\right) = E\left(X_C\right) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot E\left(X_i\right)$$

Siendo w_i el peso que el activo financiero *i*-ésimo tiene en la cartera.

En cuanto a la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros, puede obtenerse bien directamente, por medio de una medida de la pérdida inesperada asociada a este riesgo, o bien indirectamente, por medio de la diferencia entre las medidas de la pérdida total asociada a dicho riesgo y la de la pérdida esperada asociada al mismo.

En ambos casos, las medidas de la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros pueden ser dinámicas o estáticas. No obstante, las medidas que se utilizan principalmente en la medición del riesgo de crédito son las del segundo tipo, por lo que en el presente trabajo sólo se exponen éstas[18].

2.2.1.2.1 CONCEPTO Y AXIOMAS DE COHERENCIA

La racionalidad económica exige que las medidas de la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros cumplan una serie de requisitos

[18] Respecto a la medidas agregadas dinámicas de medición de los riesgos financieros, véanse, por ejemplo, Cvitanic y Karatzas (1998) y Wan (1999).

que dan lugar a un conjunto de axiomas de coherencia que fueron enunciados por primera vez por Artzner, *et al*. (1997, 1999). No todas estas medidas cumplen dichos axiomas, por lo que aquéllas que los cumplen reciben la denominación de coheretes.

Los axiomas que debe cumplir una medida de riesgo para ser coherente son los cuatro siguientes:

1. Monotonía.

   Sean dos exposiciones al riesgo de crédito, una *x* y otra *y*, caracterizadas porque el riesgo de crédito que presenta la primera exposición es menor que el de la segunda; se dice que una medida de riesgo es monótona si el valor que presenta para la primera exposición es menor que el que presenta para la segunda:

   $$\rho(x) \leq \rho(y), x \leq y \quad \forall\, x, y \in X$$

   Desde el punto de vista económico, la propiedad de monotonía es obvia, ya que las exposiciones con un mayor riesgo deben presentar unas pérdidas mayores que las de menor riesgo, lo que supone que, para que sean aceptables por un supervisor interno, requieren, si no se modifica la exposición, una mayor cuantía de recursos financieros aptos para absorber la pérdida, o, si se modifica la exposición y la cuantía de estos recursos permanece inalterada, una mayor proporción de activos financieros libres de riesgo en la cartera.

2. Homogeneidad positiva o de primer grado.

   Sean una exposición al riesgo de crédito representada por *x* y un número real positivo representado por λ. La medida de riesgo de crédito es homogénea de primer grado si, al llevar a cabo un cambio de escala λ en la exposición al riesgo de crédito, la medida de riesgo que le corresponde a la nueva exposición es λ veces la de la antigua exposición:

   $$\rho(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot \rho(x), \quad \forall\ x \in X,\ \lambda \in \mathbb{R}^{+}$$

   Este axioma establece la proporcionalidad de la medida de riesgo, la cual es una propiedad deseable desde el punto de vista económico, ya que, por un lado, permite expresar el riesgo de crédito en múltiplos de una unidad de medida básica como, por ejemplo, en miles o en millones de euros, y, por otro, permite que las entidades financieras que operan en mercados financieros internacionales puedan emplear una única medida de riesgo con independencia de las monedas en las que estén denominados los activos financieros, sin que esas dos circunstancias afecten a la información que proporciona la medida sobre la exposición al riesgo de crédito de la entidad financiera.

3. Invariancia ante traslaciones.

Sea una exposición al riesgo de crédito representada por *x*; se dice que la medida de riesgo es invariante ante translaciones si al añadir a la exposición al riesgo de crédito un activo financiero –cuyo valor se representa por α- que proporciona, con total certeza, una determinada pérdida –ganancia- al final del horizonte temporal considerado para la medición del riesgo de crédito, la medida de riesgo de la nueva exposición es igual a la de la antigua más dicha pérdida (menos la ganancia).

Así, en el supuesto de que se trate de una pérdida, este axioma puede expresarse de la forma siguiente:

$$\rho(x+\alpha)=\rho(x)+\alpha,\ \forall\ x\in X,\ \alpha\in\ \mathbb{R}^{+}$$

Desde el punto de vista económico, la propiedad de invariancia ante translaciones implica que si se añade a la exposición al riesgo de crédito un activo financiero que produce con total certeza una pérdida –ganancia-, los recursos financieros aptos para absorber la pérdida deben incrementarse –reducirse- en el importe de esa pérdida (ganancia).

4. Subaditividad.

Sean dos exposiciones al riesgo de crédito, una *x* y otra *y*, y una tercera que es la suma de las dos anteriores. Se dice que una medida de riesgo es subaditiva si la medida que corresponde a la suma es menor o igual que la suma de las medidas que corresponden a las exposiciones sumandos:

$$\rho(x+y)\leq\rho(x)+\rho(y),\ \forall\ x,y\in X$$

Este axioma establece los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros debe producir en las medidas de riesgo, proporcionándoles una propiedad muy deseable desde el punto de vista económico, sobre todo desde la perspectiva de la supervisión y control externo de la entidad financiera por parte del organismo correspondiente, ya que, de no cumplirse, pueden darse las dos situaciones siguientes:

a) La fusión de dos entidades financieras cualesquiera requeriría que los requisitos de capital de la nueva entidad fuesen superiores a la suma de los de las dos entidades fusionadas.

b) Una entidad financiera podría reducir sus requisitos de capital dividiendo la actividad que lleva a cabo en dos o más actividades realizadas por entidades financieras de su propiedad, las cuales pueden estas sujetas al control y supervisión del mismo organismo o de otros.

Las principales medidas que permiten obtener, ya sea directa o indirectamente, la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros son las siguientes:

- Las medidas basadas en los momentos de la variable aleatoria.
- Las medidas basadas en los percentiles de la distribución de probabilidad.
- Las medidas basadas en la cola de la distribución de probabilidad.
- Las medidas espectrales de riesgo.

2.2.1.2.2 MEDIDAS BASADAS EN LOS MOMENTOS DE LA VARIABLE ALEATORIA

La principal medida de la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros que está basada en los momentos de la variable aleatoria es la varianza, la cual fue popularizada en la medición del riesgo de mercado por Markowitz[19].

Así pues, la varianza de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" viene dada por la expresión siguiente:

$$\rho_{UL}\left(X_C\right)=V\left(X_C\right)=E\left[X_C-E\left(X_C\right)\right]^2$$

No obstante, a efectos de cálculo, esta varianza también puede obtenerse por medio de esta otra expresión:

$$V\left(X_C\right)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}w_i\cdot w_j\cdot\sigma_{i,j}$$

Donde:

- w_h , $h = i, j$, es la proporción que el activo financiero h-ésimo tiene en la cartera.
- $\sigma_{i,j}$ es la covarianza entre las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito" de los activos financieros i-ésimo y j-ésimo de la cartera. Cuando estas dos variables aleatorias coinciden, en lugar de la covarianza se tiene la varianza:
- $\sigma_{i,j}=\sigma_i^2 \;\forall\; i=j$.

[19] A este respecto véase, por ejemplo, Markowitz (1952).

La varianza de esta variable aleatoria –así como las medidas que pueden obtenerse a partir de ella, tales como la desviación típica[20]- se utilizan ampliamente en la medición del riesgo de crédito por diversas razones, entre las que destacan:

1. Su determinación no es excesivamente compleja.
2. Es una primera aproximación a aquellas medidas del riesgo de crédito en las que la pérdida inesperada se identifica con la dispersión de dicha variable aleatoria.

En este sentido, la desviación típica de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" –representada por σ_{X_C}- permite determinar la pérdida inesperada de esta cartera:

1. Directamente, ya que en sí misma es una medida de dispersión y, por consiguiente, una medida de la pérdida inesperada:

$$\rho_{UL}\left(X_C\right)=\sqrt{V\left(X_C\right)}=\sigma_{X_C}$$

2. Indirectamente, pues permite determinar o aproximar los percentiles de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera".

   Los percentiles son una medida de posición que se utiliza con frecuencia en la medición del riesgo de crédito para determinar la pérdida total asociada al riesgo de crédito de una cartera y pueden obtenerse sumándole a la esperanza matemática de dicha variable aleatoria un determinado número de veces su desviación típica, en cuyo caso esta pérdida es:

$$\rho\left(X_C\right)=E\left(X_C\right)+c_\alpha\cdot\sqrt{V\left(X_C\right)}=q\left(\alpha,X_C\right),\ \alpha\in\ [0,1]$$

   Donde:

   – c_α es un número real positivo que recibe la denominación de multiplicador de capital.

   – $q\left(\alpha,X_C\right)$ es el percentil α-ésimo de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera", valor de esta variable aleatoria deja a su izquierda una probabilidad acumulada de α, es decir:

$$P\left[X_C\le q\left(\alpha,X_C\right)\right]\le\alpha$$

   En este supuesto, la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de una cartera puede obtenerse por medio de la diferencia entre las pérdidas total y esperada, de forma que, sustituyendo y operando en la expresión (6.3), se obtiene:

[20] En adelante, la varianza y la desviación típica de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" se utilizan indistintamente como medidas del riesgo de crédito, dada la estrecha relacion que existe entre ambas.

$$\rho_{UL}\left(X_C\right) = c_\alpha \cdot \sigma_{X_C}$$

El multiplicador de capital se determina habitualmente de dos formas:

1. Asumiendo la hipótesis de que la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" se distribuye siguiendo una función de distribución teórica en la que se conoce el número de veces que hay que multiplicar la desviación típica para que la suma de este producto y la esperanza matemática sea igual al percentil deseado.

   Así pues, si se asume la hipótesis de que esta variable aleatoria se distribuye como una normal, los percentiles del 84, 97,5 y 99,85 por ciento vienen dados, respectivamente, por la suma de la esperanza matemática de dicha variable aleatoria y una, dos y tres veces su desviación típica, lo que deja una probabilidad acumulada del 16, 2,5 y 0,15 por ciento en la cola derecha de la distribución de probabilidad.

2. Aplicando la desigualdad de Chebyshev, la cual, sin asumir ninguna hipótesis sobre la distribución de probabilidad de una variable aleatoria, permite afirmar que la probabilidad del suceso consistente en que la diferencia de la variable aleatoria y su esperanza matemática, considerada en términos absolutos, sea mayor o igual que el producto de un número real –representado por *c*- y la desviación típica de esta variable aleatoria es menor o igual que la inversa del cuadrado de dicho número real, lo que puede expresarse de la forma siguiente:

   $$P\left[\left|X - E\left(X\right)\right| \geq c \cdot \sigma_X\right] = P\left[\left|X\right| \geq E\left(X\right) + c \cdot \sigma_X\right] \leq \frac{1}{c^2}$$

   Asimismo, la probabilidad de que la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" sea mayor o igual que un percentil viene dada por la expresión siguiente:

   $$P\left[X_C \geq q\left(\alpha, X_C\right)\right] = P\left[X_C \geq E\left(X_C\right) + c_\alpha \cdot \sigma_{X_C}\right] = 1 - \alpha$$

   Por identidad de las dos expresiones anteriores, se obtiene:

   $$c \leq \sqrt{\frac{1}{1-\alpha}}$$

   En esta última expresión *c* es el multiplicador de capital (c_α). Por tanto, si la entidad financiera desea determinarlo empleando un criterio de prudencia deberá emplear la expresión siguiente:

   $$c_\alpha \leq \sqrt{\frac{1}{1-\alpha}}$$

En tal caso, el percentil de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" se obtiene de la suma de la esperanza matemática de esta variable aleatoria y el producto de su desviación típica y el multiplicador de capital obtenido de esta forma.

Así pues, los valores del multiplicador de capital que empleando este método permiten obtener los percentiles del 84, 97,5 y 99,85 por ciento dejando las probabilidades acumuladas indicadas en el primer punto en la cola derecha de la distribución de probabilidad, son, respectivamente, del 2,5, 6,32 y 25,82.

Como puede observarse, los resultados que proporcionan estos dos métodos difieren mucho entre sí, siendo, con carácter general, insatisfactorios.

Así, si en el primer método se asume la hipótesis de que la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" es normal, también se asume implícitamente que es simétrica y mesocúrtica, mientras que la distribución de frecuencias de esta variable aleatoria es, generalmente, asimétrica positiva y leptocúrtica, tal y como se expuso en el primer capítulo del presente trabajo.

Esto implica que los valores del multiplicador de capital que proporciona este método son menores que los necesarios y, por tanto, el capital económico y los requisitos de capital son menores que la pérdida inesperada que la entidad financiera puede experimentar, por lo que su probabilidad de ruina es mayor que la deseada por los gestores y los organismos de supervisión y control del a actividad financiera, respectivamente.

Por el contrario, el segundo método introduce un recargo de seguridad considerable, teniendo en cuenta la asimetría y el apuntamiento de la distribución de probabilidad de dicha variable aleatoria.

Por ello, los valores del multiplicador de capital que se obtienen en dicho método son superiores a los necesarios, de modo que el capital económico y los requisitos de capital son mayores que la pérdida inesperada. Esto supone que los recursos financieros aptos para absorber la pérdida total asociada al riesgo de crédito que la entidad financiera tiene disponible son mayores que su exposición a esta pérdida, lo que afecta negativamente a su competitividad, puesto que la mayoría de estos recursos son propios, los cuales se caracterizan porque su tanto efectivo de coste es mayor que el del resto de recursos financieros que la entidad puede emplear.

2.2.1.2.3 MEDIDAS BASADAS EN LOS PERCENTILES DE LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Las medidas de riesgo basadas en los percentiles de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" suponen una segunda aproximación a la medición del riesgo de crédito en la que, además de la dispersión, se considera explícitamente la asimetría y el apuntamiento de esta variable aleatoria.

La principal medida de este tipo es el valor en riesgo –*Value at Risk* en lengua inglesa o *VaR* de forma abreviada-, la cual puede interpretarse desde los dos puntos de vista siguientes:

1. Desde el económico indica la pérdida total máxima asociada al riesgo de crédito que experimentará la entidad financiera en un determinado porcentaje de las exposiciones al riesgo, representado por α, con $\alpha \in [0,1]$, durante el horizonte temporal considerado por ésta para la medición del riesgo de crédito.
2. Desde el estadístico se trata del propio percentil α-ésimo de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera", el cual viene dado por la expresión siguiente:

$$\rho(X_C) = VaR(\alpha, X_C) = q(\alpha, X_C) = \{x \in \mathbb{R} : F(X_C) \geq \alpha\} \qquad (6.4)$$

El valor en riesgo es una medida del riesgo de crédito ampliamente empleada por los profesionales del sector financiero y se utiliza en el Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea, por lo que también es empleada por los organismos de supervisión y control de la actividad bancaria.

La principal ventaja del valor en riesgo es que solventa los inconvenientes que tiene la varianza de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera", los cuales se deben principalmente a la asimetría y el apuntamiento de dicha variable aleatoria, ya que, al ser un percentil, los tiene en cuenta. Por el contrario, sus principales inconvenientes son estos tres:

1. Puede presentar más de un valor cuando el percentil de la variable aleatoria coincide con un átomo de probabilidad[21].

[21] Los átomos de probabilidad son todos aquellos valores de una variable aleatoria que presentan una probabilidad mayor que cero, esto es:

$$P(X = x) > 0$$

Así, la existencia de un átomo de probabilidad en una variable aleatoria supone que su función de distribución no es absolutamente continua.

Esta situación es habitual en la medición del riesgo de crédito debido a la naturaleza discreta de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera", lo que hace necesario distinguir entre:

– Valor en riesgo inferior –representado por $VaR_{\alpha}(X_C)$-, que es la pérdida máxima asociada al riesgo de crédito que experimenta la entidad financiera en las α mejores exposiciones al riesgo, siendo el percentil inferior α-ésimo de dicha variable aleatoria, el cual viene dado por la expresión siguiente:

$$VaR_{\alpha}(X_C) = q_{\alpha}(X_C) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F(X_C) \geq \alpha\} \qquad (6.5)$$

– Valor en riesgo superior –representado por $VaR^{\alpha}(X_C)$-, que es la pérdida mínima asociada al riesgo de crédito que experimenta la entidad financiera en las $1-\alpha$ peores exposiciones al riesgo, siendo el percentil superior α-ésimo de dicha variable aleatoria, el cual viene dado por la expresión siguiente:

$$VaR^{\alpha}(X_C) = q^{\alpha}(X_C) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F(X_C) > \alpha\} \qquad (6.6)$$

El valor de las expresiones (6.4), (6.5) y (6.6) es el mismo en la distribuciones de probabilidad absolutamente continuas, caracterizadas porque la probabilidad de que la variable aleatoria presente cualquier valor es cero, es decir:

$$P(X = x) = 0\,,\ \forall\, x \in X$$

Por el contrario, estas expresiones proporcionan valores distintos en el resto de las distribuciones de probabilidad, en cuyo caso en la literatura especializada suele utilizarse el valor en riesgo inferior como medida del riesgo de crédito.

2. El valor en riesgo proporciona información sobre un sólo valor de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera", el percentil α-ésimo.

   Por tanto, su utilización supone un inconveniente para la entidad financiera, porque no considera la información que proporciona la distribución de probabilidad de dicha variable aleatoria por encima del percentil α-ésimo, exponiéndola a los cúmulos de riesgo que pueden existir a la derecha de este valor, ya que dicha distribución de probabilidad no tiene porqué ser monótona decreciente.

3. No cumple, con carácter general, el axioma de subaditividad y, por consiguiente, no es una medida de riesgo coherente.

   La literatura especializada proporciona numerosos ejemplos que ilustran la falta de subaditividad del valor en riesgo, entre los que destacan los expuestos en los trabajos de Frey y McNeil (2002), y Tasche (2002).

El valor en riesgo es una medida subaditiva cuando la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de" es elíptica, lo que ocurre, por ejemplo, cuando es una normal o cualquier distribución derivada de ésta.

Por tanto, se produce la paradoja de que una medida como ésta, que surge con la finalidad de solventar los inconvenientes que la desviación típica presenta en la medición de los riesgos financieros, sólo es coherente, precisamente, en aquellos casos en los que ésta última medida puede utilizarse en la medición del riesgo de crédito, que son aquéllos en los que la pérdida inesperada puede obtenerse como un múltiplo conocido de la desviación típica.

Este último inconveniente del valor en riesgo ha estimulado la propuesta de numerosas medidas de los riesgos financieros por parte de los académicos y profesionales, que en muchas ocasiones se prestan a confusión por la similitud que existe entre ellas y porque reciben distintas denominaciones en los ámbitos asegurador y bancario.

2.2.1.2.4 MEDIDAS BASADAS EN LA COLA DE LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD[22]

Las principales medidas del riesgo de crédito basadas en la cola de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" son el déficit esperado, la peor esperanza condicionada y la esperanza condicionada a la cola.

Según la terminología introducida por Acerbi, Nordio y Sirtori (2001), el déficit esperado α-ésimo, con $\alpha \in [0,1]$, –*Expected Shortfall* en lengua inglesa, o *ES* de forma abreviada-, se define como la pérdida media asociada al riesgo de crédito que experimentará la entidad financiera en las $1-\alpha$ peores exposiciones al riesgo durante el horizonte temporal considerado por ésta para la medición del riesgo de crédito.

Las expresiones que permiten obtener dicha medida del riesgo de crédito son varias, de las cuales una de las que se utilizan con mayor frecuencia en la literatura especializada se obtiene directamente de la definición expuesta en el párrafo anterior:

$$\rho(X_C) = ES_\alpha(X_C) = (1-\alpha)^{-1} \cdot \int_\alpha^1 F_{X_C}^{\leftarrow}(p) \cdot dp \qquad (6.7)$$

[22] En el presente trabajo se emplea la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" y, por consiguiente, las medidas del riesgo de crédito están referidas a la cola derecha de la distribución de probabilidad de dicha variable. Sin embargo, numerosos trabajos de la literatura especializada consideran la variable aleatoria "valor de una cartera de activos financieros", en cuyo caso las medidas de los riesgos financieros están referidas a la cola izquierda de la distribución de probabilidad de esta variable aleatoria, lo que puede prestarse a confusión.

Donde:

– $ES_\alpha(X_C)$ es el déficit esperado α-ésimo.

– $F_{X_C}^{\leftarrow}(p)$ es la función inversa generalizada de la función F, que, en el supuesto de que sea una función de distribución, es la función percentil, la cual viene dada por la expresión siguiente:

$$F_{XC}^{\leftarrow}(p) = q_p(X_C) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F(X_C) \geq p\}$$

Siendo p la probabilidad de que la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de un activo financiero" presente un determinado valor.

Otra de las expresiones que suelen utilizarse con asiduidad en la literatura especializada es la propuesta inicialmente en el trabajo de Acerbi y Tasche (2002):

$$ES_\alpha(X_C) = (1-\alpha)^{-1} \cdot \left\{ E\left[X_C \cdot \mathbf{1}_{\{X_C > q_\alpha(X_C)\}} \right] + q_\alpha(X_C) \cdot P\left[\left(X_C \leq q_\alpha(X_C) \right) \right] - \alpha \right\} \quad (6.8)$$

Siendo $\mathbf{1}_{X_C \geq q_\alpha(X_C)}$ la función indicador, que presenta el valor uno cuando se produce el suceso $X_C \geq q_\alpha(X_C)$ y cero en el resto de los casos.

En esta última expresión cabe destacar los dos aspectos siguientes:

1. La finalidad del segundo sumando de la expresión que aparece entre llaves es la de corregir el efecto que produce en la medida del riesgo de crédito la existencia de átomos de probabilidad en el percentil α-ésimo de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera".

   Este sumando desaparece cuando la distribución de probabilidad de esta variable aleatoria es absolutamente continua, en cuyo caso:

   $$P\left(X_C \geq q_\alpha(X_C) \right) = 1 - \alpha$$

   En ese caso, el déficit esperado es igual a la media aritmética de aquellos valores de la variable aleatoria que son mayores o iguales al valor en riesgo.

2. Precisamente por ello, aunque el valor en riesgo aparezca en la expresión del déficit esperado, el valor de esta última medida de riesgo es independiente del de la primera y, por consiguiente, no "hereda" sus inconvenientes.

El déficit esperado recibe varias denominaciones alternativas. Así, por ejemplo, Rockafellar y Uryasev (2000, 2002) emplean la de valor en riesgo condicionado -*Conditional Value at Risk* en lengua inglesa, o *CVaR* abreviadamente-, utilizando esta medida de riesgo en la optimización de carteras de activos financieros, y determinan indirectamente su valor por medio de una función que contiene otra medida de riesgo empleada frecuentemente en la optimización de carteras, el arrepentimiento esperado (*Expected Regret* en lengua inglesa). El valor en riesgo condicionado se obtiene

minimizando esta función, lo que requiere resolver un problema de programación matemática.

Empleando la terminología utilizada por dichos autores, la cual difiere levemente de la empleada en las medidas del riesgo de crédito expuestas más arriba, esta función viene dada por la expresión siguiente:

$$F_\beta(\mathbf{x},\alpha) = \alpha + (1+\beta)^{-1} \cdot \int_{y\in\mathbb{R}^m} \left[f(\mathbf{x},\mathbf{y}) - \alpha \right]^+ \cdot p(\mathbf{y}) \cdot d\mathbf{y}$$

Expresión en la que:

- β, $\beta \in [0,1]$, es la probabilidad acumulada de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros" para la que se desea obtener el valor en riesgo condicionado.
- $f(\mathbf{x},\mathbf{y})$, $f(\mathbf{x},\mathbf{y}) \in \mathbb{R}$, es la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera", representada más arriba como X_C, la cual es una función de los activos financieros que componen la cartera, representados por el vector **x**, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, y de los pesos que cada uno de estos activos tiene en la cartera, representados por el vector **y**, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$.
- $\int_{y\in\mathbb{R}^m} \left[f(\mathbf{x},\mathbf{y}) - \alpha \right]^+ \cdot p(\mathbf{y}) \cdot d\mathbf{y}$ es el arrepentimiento esperado, que se define como el rendimiento que una cartera de activos financieros obtiene, por término medio, por debajo de un objetivo fijo o de una cartera que se establece como punto de referencia, la cual se representa por α, con $\alpha \in \mathbb{R}$ [23].

  Asimismo, $[z]^+$ es una función que presenta el valor z cuando $z > 0$ y 0 en el resto de los casos.
- $p(\mathbf{y})$ es la función de densidad del vector aleatorio **y**.

El valor en riesgo condicionado β-ésimo se obtiene, a partir de dicha función, resolviendo el problema de programación lineal siguiente:

$$CVaR(\mathbf{x},\beta) = \min_{\alpha\in\mathbb{R}} F_\beta(\mathbf{x},\alpha)$$

El déficit esperado y el valor en riesgo condicionado son distintas representaciones de la misma medida de riesgo, tal y como se demuestra en el trabajo de Pflug (2000).

En cuanto a la peor esperanza condicionada α-ésima, con $\alpha \in [0,1]$, –*Worst Condicional Expectation* en lengua inglesa, o *WCE* de forma abreviada-, es un caso particular de las medidas de riesgo basadas en escenarios, las cuales se basan en el

[23] En relación con el arrepentimiento esperado, véase, por ejemplo Szegö (2002).

concepto de escenario, entendiéndose por tal todos aquellos resultados de un experimento aleatorio que cumplen una determinada condición.

La peor esperanza condicionada α-ésima fue propuesta por Artzner *et al*. (1997, 1999) para un espacio de probabilidad finito, y ampliada posteriormente por Delbaen (2000) para espacios de probabilidad infinitos, definiéndose como el valor máximo que presenta la esperanza matemática de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros, condicionada a un escenario", para todos aquellos escenarios en los que esta variable aleatoria presenta una medida de probabilidad mayor a un determinado valor, representado por α:

$$\rho(X_C) = WCE_\alpha(X_C) = \max\left[E_P(X_C / A); P(A) > \alpha\right], A \subset \Omega, P \in \wp \qquad (6.9)$$

Donde:

- E_P es el operador esperanza matemática que se obtiene empleando una medida de probabilidad *P*.
- *A* es un subconjunto del espacio de sucesos o resultados del experimento aleatorio –representado por Ω- cuyos elementos cumplen la condición $P(A) > \alpha$.
- *P* es una medida de probabilidad del conjunto de medidas de probabilidad –representado por $\wp$- que pueden emplearse en el espacio de probabilidad.

Al igual que el déficit esperado, la esperanza condicionada a lo peor también puede obtenerse resolviendo un problema de programación matemática, tal y como se demuestra, por ejemplo, en Benati (2003, 2004).

Por último, la esperanza condicionada a la cola α-ésima, con $\alpha \in [0,1]$, –*Tail Conditional Expectation* en lengua inglesa, o *TCE* de forma abreviada-, representada por $TCE(\alpha, X_C)$, es una medida del riesgo de crédito que se define como la pérdida media asociada al riesgo de crédito de todos aquellos valores mayores o iguales al percentil α-ésimo de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" que experimentará la entidad financiera en el horizonte temporal considerado por ésta para la medición del riesgo de crédito:

$$\rho(X_C) = TCE(\alpha, X_C) = E\left[X_C / X_C \geq q_\alpha(X_C)\right]$$

Nótese que la esperanza condicionada a la cola α-ésima es una medida del riesgo de crédito que se define sobre otra, que es el valor en riesgo, por lo que "hereda" los inconvenientes de esta última. En concreto, en las distribuciones de probabilidad de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" que no son absolutamente continuas, es posible distinguir, al igual que en el valor en riesgo, entre las dos esperanzas condicionadas a la cola siguientes:

- La esperanza condicionada a la cola α-ésima inferior, representada por $TCE_{\alpha}(X_C)$, en la que se consideran los valores de la variable aleatoria mayores o iguales que el valor en riesgo α-ésimo inferior:

$$TCE_{\alpha}(X_C) = E\left[X_C / X_C \geq q_{\alpha}(X_C)\right]$$

- La esperanza condicionada a la cola α-ésima superior, representada por $TCE^{\alpha}(X_C)$, en la que se consideran los valores de la variable aleatoria mayores o iguales que el valor en riesgo α-ésimo superior:

$$TCE^{\alpha}(X_C) = E\left[X_C / X_C \geq q^{\alpha}(X_C)\right]$$

Todas estas medidas del riesgo de crédito coinciden en el caso de que la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" tenga una distribución de probabilidad absolutamente continua, mientras que en el resto de los supuestos se pueden relacionar por medio de diversas inecuaciones, tal y como se demuestra en diversos trabajos como, por ejemplo, Acerbi y Tasche (2002).

Respecto a la coherencia de las medidas de riesgo expuestas más arriba, el déficit esperado y la peor esperanza condicionada son medidas de riesgo coherentes, mientras que la esperanza condicionada a la cola no, ya que, al igual que el valor en riesgo, no cumple, con carácter general, el axioma de subaditividad. Asimismo, de esas dos medidas de riesgo coherentes, la que se utiliza con mayor frecuencia en la medición del riesgo de crédito es el déficit esperado, por las razones que se exponen en el próximo epígrafe.

En este sentido, Artzner *et al*. (1999) establecen una relación entre las medidas coherentes de riesgo y las basadas en escenarios, ya que demuestran que una medida de riesgo es coherente si y sólo si existe un conjunto de medidas de probabilidad para las que se cumple:

$$\rho(X) = \max\left[E_P(X_C)\right], P \in \wp \qquad (6.10)$$

Como puede comprobarse, la esperanza condicionada a lo peor α-ésima es una medida coherente de riesgo, ya que la expresión que la define –(6.9)- coincide con la (6.10), para la condición establecida en esta medida de riesgo.

Por su parte, el déficit esperado α-ésimo también puede obtenerse por medio de una medida de riesgo basada en escenarios, para todos aquéllos escenarios que se obtienen empleando información empírica y en los que la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" es mayor que el valor en riesgo:

$$ES_{\alpha}(X_C) = \max\left\{E_P\left[X_C > q_{\alpha}(X_C)\right]\right\}, P \in \wp$$

En esta última medida de riesgo es posible identificar la densidad asociada al escenario máximo, en cuyo caso viene dada por la expresión siguiente:

$$ES_\alpha\left(X_C\right)=E\left[X_C\cdot g_\alpha\left(X_C\right)\right] \qquad (6.11)$$

Expresión en la que $g_\alpha\left(X_C\right)$ es la densidad del escenario máximo asociado al déficit esperado α-ésimo, siendo:

$$g_\alpha\left(X_C\right)=\left(1-\alpha\right)^{-1}\left(\mathbf{1}_{\left\{X_C>q_{\alpha(X_C)}\right\}}+\beta_{X_C}\cdot\mathbf{1}_{\left\{X_C=q_{\alpha(X_C)}\right\}}\right)$$

Donde:

$$\beta_{X_C}=\frac{P\left[X_C\le q_\alpha\left(X_C\right)\right]-\alpha}{P\left[X_C=q_\alpha\left(X_C\right)\right]},\qquad P\left[X_C=q_\alpha\left(X_C\right)\right]>0$$

Nótese que la esperanza matemática de la expresión (6.11) es la expresión (6.8).

Por último, cabe señalar que algunas medidas del riesgo de crédito expuestas más arriba suelen recibir denominaciones distintas en el ámbito asegurador, como puede comprobarse en el trabajo de Denuit, Dhaene, Goovaerts y Kaas (2005). Entre estas medidas destacan:

1. El déficit esperado, que recibe la denominación de valor en riesgo de la cola (T*ail VaR* en lengua inglesa, o *TVaR* de forma abreviada).

   Asimismo, desde el punto de vista del reaseguro, puede interpretarse como la prima de un reaseguro *stop-loss* con retención igual al valor en riesgo α-ésimo[24].

2. La esperanza condicionada a la cola, que recibe la denominación de esperanza de la cola condicionada (*Condicional Tail Expectation* en lengua inglesa, o *CTE* de forma abreviada).

2.2.1.2.5 MEDIDAS ESPECTRALES DE RIESGO

Las medidas espectrales de riesgo, representadas por $M_\phi\left(X_C\right)$, fueron propuestas inicialmente en el trabajo de Acerbi (2002), y vienen dadas por la expresión siguiente:

$$M_\phi\left(X_C\right)=\int_0^1\phi(p)\cdot F_{X_C}^{\leftarrow}\cdot dp$$

Siendo $\phi(p)$ una función que recibe la denominación de espectro de riesgo o función de aversión al riesgo, la cual tiene dominio en el intervalo $[0,1]$.

[24] A este respecto véase, por ejemplo, Denuit, Dhaene, Goovaerts y Kaas (2005), p. 73.

Desde el punto de vista económico, el espectro de riesgo indica el grado de aversión al riesgo de la entidad financiera, de forma que $\phi(p)\cdot dp$ puede interpretarse como el peso que el percentil *p*-ésimo tiene en la medida del riesgo de crédito.

La definición de distintos espectros de riesgo permite obtener diferentes medidas de riesgo, algunas de las cuales resultan ser:

- El déficit esperado, en el que el espectro de riesgo es una función que presenta el valor $\frac{1}{1-\alpha}$ para cualquier $p \geq \alpha$ y cero en el resto de los casos.
- El valor en riesgo, en el que el espectro de riesgo es una función que presenta el valor uno cuando $p = \alpha$ y cero en el resto de los casos.

Como puede observarse, estas dos últimas medidas del riesgo de crédito pueden obtenerse por medio de la misma expresión. Sin embargo, la primera es una medida de riesgo coherente, mientras que la segunda no. Esto permite afirmar que la coherencia de una medida espectral depende del espectro de riesgo, el cual debe cumplir una serie de condiciones que son las siguientes:

1. Ser positivo.

   El espectro de riesgo debe proporcionar valores positivos:

   $$\phi(p) \geq 0\ ,\ \forall\ p \in [0,1]$$

2. Normalización.

   La suma de todos los valores posibles del espectro de riesgo debe ser la unidad:

   $$\int_0^1 \phi(p)\cdot dp = 1$$

3. Monotonía.

   El espectro de riesgo tiene que presentar valores no decrecientes:

   $$\phi(p_1) \leq \phi(p_2),\ \forall\ 0 \leq p_1 \leq p_2 \leq 1$$

Por tanto, en las medidas espectrales del riesgo de crédito puede afirmarse que el cumplimiento de los cuatro axiomas de coherencia por parte de la medida de riesgo se limita al cumplimiento de las tres condiciones que se acaban de exponer por parte del espectro de riesgo.

Nótese que las condiciones 1 y 3 determinan la actitud de la entidad financiera ante el riesgo.

La condición 1 establece la aversión al riesgo de crédito de la entidad financiera y su incumplimiento implica que no es adversa al riesgo, de forma que en aquellos valores en los que $\phi(p) < 0$, prefiere las pérdidas a las ganancias.

La condición 3 establece que la aversión al riesgo de la entidad financiera es mayor cuanto mayores son las pérdidas, de forma que el peso que tienen en la medida del riesgo las pérdidas de mayor cuantía no puede ser menor que el de las de menor cuantía. Esta condición está estrechamente vinculada con el axioma de subaditividad, dado que los espectros de riesgo que la incumplen dan lugar a medidas del riesgo de crédito que no cumplen dicho axioma, por lo que no son coherentes. Éste es el caso del valor en riesgo, en el que $\phi(\alpha) = 1 > 0 = \phi(\alpha \pm \Delta p)$.

En cuanto a la condición 2, es necesaria para que la medida del riesgo cumpla el axioma de invariancia ante translaciones, tal y como afirma Acerbi (2004).

Artzner *et al.* (1997, 1999) demuestran que cualquier combinación lineal de aquellas medidas de riesgo que forman parte de una familia de medidas coherentes de riesgo también es coherente, lo que, en el caso de la familia de medidas coherentes de riesgo formada por el déficit esperado α-ésimo, $\alpha \in [0,1]$, permite definir la clase de medidas de riesgo coherentes siguiente:

$$M_{\phi,c}(X_C) = c \cdot ES(0, X_C) + (1-c) \cdot \int_0^1 \phi(p) \cdot F_{X_C}^{\leftarrow}(p) \cdot dp, \quad c \in [0,1] \quad (6.12)$$

Como puede observarse, las medidas espectrales de riesgo que se han expuesto más arriba se caracterizan porque $c = 0$, con independencia del espectro que las defina y, por consiguiente, de la clase a la que pertenezcan. El resto de las medidas espectrales de riesgo que pueden definirse para dicho espectro se caracterizan por $c \neq 0$, reciben la denominación de singulares y su utilización en la medición del riesgo de crédito es menos frecuente.

Asimismo, cabe destacar que, de todas las medidas espectrales de riesgo que son coherentes, el déficit esperado es la más importante por las razones siguientes:

1. Es la que presenta un valor menor.
2. No puede obtenerse por medio de la combinación lineal de otras medidas espectrales.
3. Los cálculos que conlleva su obtención son menos complejos que los que requiere cualquier otra medida.

Esta última razón es por la que Acerbi (2002) propone obtener las medidas espectrales de riesgo que son coherentes mediante la expresión siguiente:

$$M_\phi(X_C) = \int_0^1 ES_\alpha(X_C) \cdot (1-\alpha) \cdot d\mu(\alpha)$$

Siendo $\mu(\alpha)$ la medida del espectro de riesgo, de forma que $\int_0^p d\mu(\alpha) = \phi(p)$.

Esta última forma de obtener las medias espectrales de riesgo que son coherentes es muy útil si éstas se obtienen por medio de medidas de riesgo basadas en escenarios, ya que permite identificar la densidad del escenario máximo asociado a la medida de riesgo, tal y como demuestra Overbeck (2004) y Overbeck y Sokolova (2008).

Así, la medida de riesgo basada en escenarios que permite obtener una medida espectral de riesgo coherente viene dada por la expresión siguiente:

$$M_\phi(X_C) = \max\left\{E\left[X_C \cdot g_\phi(X_C)\right]\right\}$$

Siendo $g_\phi(X_C)$ la densidad del escenario máximo asociado a la medida espectral de riesgo coherente, la cual viene dada por la expresión siguiente:

$$M_\phi(X_C) = \max\left\{E\left[X_C \cdot g_\phi(X_C)\right]\right\}$$

Por otra parte, cabe reseñar que las medidas de riesgo espectrales son un subconjunto de las medidas de riesgo coherentes que, además de los cuatro axiomas de coherencia, cumplen las dos propiedades siguientes:

1. Aditividad comonótona.

   Sean dos exposiciones al riesgo de crédito comonótonas[25], una *x* y otra *y*, y una tercera que es la suma de las dos anteriores; se dice que una medida de riesgo es aditiva comonótona si la medida de riesgo que corresponde a la tercera exposición es igual a la suma de las medidas de riesgo que corresponden a las dos primeras:

   $$\rho(X+Y) = \rho(X) + \rho(Y),\ \forall\ x, y \in X$$

   La condición de comonotonía aditiva se corresponde con el caso extremo del axioma de subaditividad, en el que la diversificación de una cartera de activos financieros no tiene ningún efecto en la medida del riesgo de crédito, siendo la forma de subaditividad más conservadora de todas las posibles.

[25] Desde el punto de vista matemático, se dice que dos variables aleatorias *X* e *Y* son comonótonas si pueden escribirse como funciones no decrecientes de una misma variable aleatoria *Z*, de forma que:

$X = f(Z)$ y $Y = g(Z)$, $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Como indica Acerbi (2004), p. 180, la comonotonía es un concepto mucho más fiable que la correlación para evaluar la dependencia entre variables aleatorias.

Desde el punto de vista económico, la comonotonía de las variables aleatorias pérdidas –o rendimientos- asociadas a dos activos financieros *X* e *Y* es lo peor que puede ocurrir para gestionar una cartera formada por ambos, ya que ésta no es diversificable.

2. Invariancia ante leyes.

   Una medida del riesgo de crédito es invariante ante leyes si depende únicamente de la función de distribución de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" y no de su espacio de probabilidad, de forma que puede expresarse como su función:

   $$\rho(X) = \rho\left[F_X(\cdot)\right],$$

   O lo que es lo mismo:

   $$\rho(X) = \rho(Y), \forall\ F_X(\cdot) = F_Y(\cdot)$$

   Las medidas que cumplen la propiedad de invariancia ante leyes dependen de la función de distribución de dicha variable aleatoria, que puede estimarse empíricamente por medio de su distribución de frecuencias, y no de su espacio de probabilidad, el cual es un concepto teórico que resulta complejo utilizar en la práctica, siendo una propiedad necesaria para la aplicación práctica de la medida de riesgo a la medición y gestión del riesgo de crédito.

No todas las medidas de riesgo coherentes cumplen estas dos propiedades adicionales, tal y como es el caso de la peor esperanza condicionada, la cual incumple la condición de invariancia ante leyes. Por tanto, aunque esta medida de riesgo pueda emplearse en trabajos teóricos, no debe emplearse en la práctica, ya que presentará valores distintos en todos aquellos casos en los que la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" tenga la misma función de distribución pero distintos espacios de probabilidad.

2.2.2 PRINCIPIOS DE ASIGNACIÓN DE CAPITAL

La exposición que presenta una entidad financiera en una cartera de activos financieros es menor que la que presenta la suma de las exposiciones individuales de cada uno de los activos financieros que la componen, debido a los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad..

Dicho beneficio consiste en que cuanto mayor es el número de activos financieros que componen la cartera y menor es el valor de la variable "exposición al riesgo de crédito" de cada uno de ellos, el peso que las fuentes de riesgo idiosincrásico tienen en el riesgo de crédito de la cartera es menor, de forma que, en última instancia, este último riesgo se debe únicamente a las fuentes de riesgo sistemático.

Por tanto, una entidad financiera que desea determinar la exposición al riesgo de crédito que supone el activo financiero de una cartera considerando el beneficio que la diversificación de este riesgo conlleva para ella debe emplear un principio de asignación

de capital, que permita determinar la pérdida asociada al riesgo de crédito teniendo en cuenta dicho beneficio.

Los principios de asignación de capital están compuestos por los dos elementos siguientes:

1. Una medida del riesgo de crédito de una cartera de activos financieros –en adelante, por brevedad, medida de la pérdida de la cartera-, que determine la exposición al riesgo de crédito que la misma conlleva para la entidad financiera, sintetizando en un único valor toda la información sobre su riesgo de crédito.

2. Un criterio de asignación de capital, que distribuya el beneficio que la diversificación del riesgo de crédito supone para cada uno de los activos que componen la cartera, de una forma que sea económicamente racional y que considere las características del activo financiero y de la cartera.

   Desde el punto de vista económico, un criterio de asignación no es otra cosa que un método que permite descomponer la pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera, la cual considera el beneficio que la diversificación del riesgo de crédito supone para la entidad, en la pérdida asociada al riesgo de crédito de cada uno de los activos financieros que la componen teniendo en cuenta dicho beneficio.

   Desde el punto de vista matemático, un criterio de asignación, representado por Φ, es una función que le asigna al producto de la variable aleatoria unidimensional "medida de la pérdida de la cartera" –representada por ρ- y la variable aleatoria n-dimensional "pérdida asociada al riesgo de crédito de cada uno de los activos financieros que componen la cartera" –representada por **x**-, un vector n-dimensional de números reales "pérdida asociada al riesgo de crédito de cada uno de los activos financieros que componen la cartera considerando el beneficio que la diversificación del riesgo de crédito tiene en los mismos" (representado por **K)**; lo que puede expresarse de la forma siguiente:

$$\Phi(\rho,\ X_1,\ X_2,\ ...,\ X_n) \rightarrow \begin{pmatrix} \Phi_1(\rho,\ X_1,\ X_2,\ ...,\ X_n) \\ \Phi_2(\rho,\ X_1,\ X_2,\ ...,\ X_n) \\ ... \\ \Phi_n(\rho,\ X_1,\ X_2,\ ...,\ X_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ ... \\ K_n \end{pmatrix}$$

La medida de la pérdida de la cartera puede ser cualquiera de las medidas del riesgo de crédito de la cartera que se han expuesto en el epígrafe 2.2.1.2 de este capítulo, mientras que el criterio de asignación de capital puede ser cualquiera de los que se exponen en el siguiente epígrafe.

Lógicamente, la combinación de distintas medidas de la pérdida de la cartera y de distintos criterios de asignación de capital da lugar a diversos principios de asignación

de capital, algunos de los cuales se exponen más abajo. No obstante, con independencia de cuáles sean las medidas y los criterios utilizados, el resultado de un principio de asignación es la contribución al riesgo de crédito del activo financiero.

Atendiendo a las dimensiones que miden del riesgo de crédito y a las aplicaciones que, posteriormente, tienen en la gestión del mismo, las contribuciones al riesgo pueden clasificarse en las siguientes:

1. Las absolutas, representadas por K_i, que es la exposición al riesgo de crédito que un activo financiero supone para la entidad financiera considerando el beneficio que la diversificación de dicho riesgo tiene en el mismo.

   Las contribuciones absolutas vienen dadas por la pérdida asociada al riesgo de crédito del activo teniendo en cuenta dicho beneficio y su principal aplicación es la identificación de los cúmulos de riesgo, que son aquellos activos que incrementan considerablemente la pérdida de la cartera, y de las coberturas, que son aquéllos que la reducen.
2. Las marginales, representadas por k_i, que es la exposición al riesgo de crédito que cada unidad de un activo financiero –ya sea física o monetaria- supone para la entidad financiera considerando el beneficio que la diversificación de dicho riesgo tiene en el mismo.

   Las contribuciones marginales indican la variación que un cambio en el número de unidades de un activo financiero produce en la pérdida asociada al riesgo de crédito, utilizándose, principalmente, para determinar si resulta conveniente incrementar o reducir la exposición a un activo.

3. Las incrementales, que es la exposición al riesgo de crédito que cada unidad –ya sea física o monetaria- de un activo financiero que todavía no forma parte de la cartera supondría para la entidad considerando el beneficio que su inclusión tendría en la diversificación del riesgo de crédito.

   Las contribuciones incrementales son proporcionadas por determinados criterios de asignación de capital como, por ejemplo, el basado en el teorema de Euler –véase más abajo- y su principal aplicación es determinar si resulta conveniente o no incluir en una cartera un activo financiero que todavía no forma parte de ella.

2.2.2.1 CRITERIOS DE ASIGNACIÓN DE CAPITAL: TIPOLOGÍA Y AXIOMAS DE COHERENCIA

Los principales criterios de asignación de capital que se han propuesto en la literatura especializada son los proporcionales, los marginales, los basados en la teoría de los

juegos cooperativos y los basados en el teorema de Euler. Todos ellos se exponen a continuación.

Los criterios de asignación proporcionales se caracterizan porque la contribución al riesgo de crédito de un activo financiero es el cociente entre la medida de la pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero –en adelante, por brevedad, medida de la pérdida del activo financiero- y la suma de la pérdida asociada a cada uno de los activos financieros que componen la cartera:

$$\Phi_i\left(\rho,\ X_1,\ X_2,\ ...,\ X_n\right)=\frac{\rho\left(X_i\right)}{\sum_{j=1}^{n}\rho\left(X_j\right)}$$

Dichos criterios tienen el inconveniente de que no permiten considerar los beneficios que la diversificación del riesgo de crédito tiene en la cartera.

Por su parte, los criterios de asignación marginales se caracterizan porque la contribución al riesgo de crédito de un activo financiero o de una subcartera que forma parte, a su vez, de la cartera de una entidad financiera se determina por medio de la variación que se produce en la medida de la pérdida de la cartera cuando deja de considerarse.

El criterio de asignación marginal más simple ha sido propuesto por diversos autores, entre los que destacan Gupton, Finger y Bhatia (1997), y determina la contribución al riesgo de crédito de un activo financiero mediante la diferencia entre dos medidas de la pérdida de la cartera, una que incluye el activo financiero y otra que no:

$$\Phi_i\left(\rho,\ X_1,\ X_2,\ ...,\ X_n\right)=\rho\left(X_C\right)-\rho\left(X_C-X_i\right),\quad i = 1, 2, \ldots, n$$

La ventaja de este criterio es su facilidad conceptual, mientras que sus inconvenientes son la gran cantidad de tiempo y de recursos que consume –requiere determinar la medida de la pérdida de la cartera sin considerar cada uno de los activos financieros que la componen- y no cumple, con carácter general, con el axioma de agregación lineal –el cual se expone abajo-, tal y como demuestra Tasche (2000, 2004, 2008).

En cuanto a los criterios de asignación basados en la teoría de los juegos cooperativos, en ellos se establece una analogía entre este tipo de juegos y los criterios de asignación.

Los principales elementos de un juego cooperativo son un conjunto de jugadores y una función de coste.

El objetivo de los jugadores es minimizar el coste en el que incurren al participar en el juego, para lo cual deben decidir si forman parte o no de las distintas coaliciones que pueden formarse en el mismo. Además, en estos juegos es frecuente asumir la hipótesis

de que la función de coste es subaditiva, de forma que cuanto mayor es el tamaño de las coaliciones la función le asigna un coste menor a los jugadores.

Una de las principales cuestiones que resuelve la teoría de los juegos cooperativos es la determinación del valor del juego, que no es otra cosa que la asignación del coste total del juego entre los distintos jugadores que forman parte del mismo.

Aunque pueden obtenerse numerosos valores del juego, éstos deben cumplir una serie de propiedades para que sean económicamente racionales, una de las cuales es que debe formar parte del centro del juego, que es el conjunto de coaliciones en las que el coste en el que incurren tanto los jugadores como las propias coaliciones es menor que el coste en el que incurrirían todos ellos considerados individualmente. Por tanto, los individuos y las coaliciones tendrán incentivos para abandonar el juego y si valor no pertenece al centro.

Como puede observarse, puede establecerse una correspondencia entre los juegos cooperativos y los principios de asignación, de forma que en estos últimos los activos financieros son los jugadores, la medida de riesgo es la función de coste y el valor del juego es el vector de contribuciones al riesgo.

La aplicación de la teoría de los juegos cooperativos a los criterios de asignación fue propuesta inicialmente en el trabajo de Denault (2001). Asimismo, los principales criterios de asignación de este tipo se basan en los valores de Shapley y de Aumann-Shapley.

Por último, los criterios de asignación basados en el teorema de Euler se caracterizan porque las contribuciones marginales al riesgo se definen como la derivada de la medida de la pérdida de la cartera respecto de los pesos de los activos financieros que la componen y por emplear este teorema para descomponer la medida de la pérdida de la cartera en las contribuciones absolutas al riesgo de cada uno de los activos financieros que componen la cartera.

La extrapolación del concepto de derivada de una función a la medición del riesgo de crédito permite definir la contribución marginal al riesgo como la derivada de la medida de la pérdida de la cartera respecto del peso que un determinado activo financiero tiene en ella, definición propuesta inicialmente en el trabajo de Littermman (1996) y demostrada posteriormente en los trabajos siguientes:

1. Tasche (2000b, 2004) demuestra que, para una medida de la pérdida de la cartera parcialmente diferenciable respecto al peso que los activos financieros tienen en la cartera y con derivadas continuas, la única definición de las contribuciones marginales al riesgo que es compatible con la rentabilidad ajustada al riesgo es la

derivada de la medida de la pérdida de la cartera respecto al peso de los activos financieros que la componen.

2. Denault (2001) demuestra que, en el contexto de los juegos cooperativos con jugadores fraccionados, y para funciones de coste homogéneas de primer grado, el precio de Aumman-Shapley –esto es, el valor de Aumann-Shapley por unidad de medida de referencia- es la derivada de esta función respecto al grado de presencia de los jugadores en la coalición, lo que, en el contexto de la medición del riesgo de crédito, no es otra cosa que la derivada de la medida de la pérdida de la cartera respecto al peso de los activos financieros que la componen.

3. Kalkbrener (2005) demuestra que si un criterio de asignación cumple los axiomas de agregación lineal, diversificación y continuidad, entonces la contribución marginal al riesgo viene dada por la derivada de la medida de la pérdida de la cartera respecto al peso de los activos financieros que la componen.

De un modo o de otro, todos estos trabajos obtienen la misma definición de las contribuciones marginales al riesgo, la cual permite relacionar la medida de la pérdida de la cartera, las contribuciones absolutas al riesgo y las marginales por medio del teorema de Euler[26].

Dicha definición da lugar al criterio de asignación de Euler en el caso de que la medida de la pérdida de la cartera sea una función homogénea de primer grado, el cual viene dado por la expresión siguiente:

$$\rho(X_C) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \frac{d\rho(X_C)}{dw_i} \qquad (6.13)$$

Donde:

- w_i es el peso que el activo financiero *i*-ésimo tiene en la cartera, el cual puede expresarse en unidades físicas o monetarias.
- $w_i \cdot d\rho(X_C)/dw_i$ es la contribución absoluta al riesgo del activo financiero *i*-ésimo de la cartera, representada por K_i.
- $d\rho(X_C)/dw_i$ es la contribución al riesgo del activo financiero *i*-ésimo de la cartera, representada por k_i.

[26] Se dice que una función es homogénea de grado *r*-ésimo si cumple la igualdad siguiente:

$f(h \cdot X) = h^r \cdot f(x)$, $h > 0$

El teorema de Euler sobre las funciones homogéneas establece que una función es homogénea de grado *r*-ésimo si, y sólo si, se cumple la siguiente igualdad:

$$r \cdot f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \frac{df(x)}{dx_i}$$

En el criterio de asignación basado en el teorema de Euler cabe destacar los tres aspectos siguientes:

1. La suma de las contribuciones absolutas al riesgo de cada uno de los activos financieros que componen la cartera es igual a la medida de la pérdida de la cartera, por lo que cumple el axioma de agregación lineal y la propiedad de asignación completa, los cuales se exponen más abajo.
2. Las contribuciones al riesgo que presentan una mayor importancia en la medición y la gestión del riesgo de crédito son las marginales, ya que permiten obtener:
   a) Las absolutas, para lo cual basta con sustituir y operar en la expresión (6.13) de la forma siguiente:

$$\rho(X_C) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot k_i = \sum_{i=1}^{n} K_i$$

   b) Las incrementales, tal y como demuestra Hallerbach (1999).
3. Su utilización junto con una medida de riesgo para obtener un principio de asignación basado en el teorema de Euler requiere determinar la derivada de la medida respecto del peso de los activos financieros que componen la cartera[27].

La mayoría de los criterios de asignación expuestos más arriba se revisan en los trabajos de Urban (2002), Venter (2003) y Urban, *et al.* (2004), los cuales se desarrollan en el ámbito de las entidades aseguradoras. Asimismo, este último trabajo estudia la relación entre el principio de asignación de la covarianza –el cual se expone más abajo- y el resto de principios, estableciendo una equivalencia en todos aquellos casos en los que es posible.

Con independencia de que puedan emplearse o no en la medición del riesgo de crédito, no todos los criterios de asignación son válidos, ya que, de forma similar a como ocurre con las medidas de la pérdida, deben cumplir una serie de axiomas o propiedades para que las contribuciones al riesgo obtenidas sean económicamente racionales, de forma que los criterios de asignación que cumplen estos axiomas o propiedades reciben la denominación de coherentes.

No obstante, al contrario que en las medidas de la pérdida, las propuestas que se han realizado en la literatura especializada sobre estos axiomas o propiedades son varias, sin que exista un consenso entre los académicos y los profesionales sobre cuál de todas ellas es la más adecuada. A continuación, se enumeran las principales propuestas que se han llevado a cabo en la literatura especializada, exponiendo aquéllas que han tenido un mayor índice de impacto entre los académicos y los profesionales.

[27] Respecto a las derivadas de las principales medidas del riesgo de crédito, véase el epígrafe 2.2.2.3.

Tasche (2000b, 2004) propone que un criterio de asignación coherente debe proporcionar un vector de contribuciones al riesgo que ha de ser compatible con la evaluación ajustada al riesgo, de forma que proporcione a la entidad financiera información correcta sobre los activos financieros, permitiendo su adecuada gestión.

Posteriormente, en Tasche (2008), dicho autor completa esta propuesta planteando que un criterio de asignación coherente debe de proporcionar contribuciones al riesgo que cumplan las propiedades de asignación completa –similar al axioma de agregación lineal - y compatibilidad con el criterio de rentabilidad sobre el capital ajustado al riesgo (*Return on Risk Adjusted Capital* en lengua inglesa, o RoRAC de forma abreviada)[28].

Por su parte, Denault (2001) propone que la aplicación de un criterio de asignación coherente debe proporcionar contribuciones al riesgo que cumplan las tres propiedades siguientes:

1. No infravaloración (*no undercut* en lengua inglesa).

   Sea X_S una subcartera cualesquiera de una cartera de activos financieros, el criterio cumple esta propiedad si la suma de las contribuciones al riesgo de cada uno de los activos financieros que la componen es menor o igual que la medida de riesgo de la misma:

   $$\sum_{X_i \in X_S} K_i \leq \rho\left(\sum_{X_i \in X_S} X_i \right), \forall\, X_S \subseteq X_C$$

2. Simetría.

   Sean X_h y X_j dos subcarteras cualesquiera de una cartera de activos financieros que presentan el mismo grado de exposición al riesgo de crédito, el criterio de asignación es simétrico si las contribuciones al riesgo que proporciona para ambos activos financieros son idénticas:

   $$K_h = K_j, X_h, X_j \subseteq X_C$$

3. Asignación sin riesgo.

   Sea X_n un activo financiero libre de riesgo y α su peso en una cartera de activos financieros[29], el criterio de asignación cumple esta propiedad si la contribución al riesgo de este activo es de menos α:

   $$K_n = \rho(\alpha) = -\alpha \qquad (6.14)$$

[28] La mayoría de estas propiedades y de las que se exponen a continuación tienen un significado que se deduce de su nombre, por lo que no se definen. En cualquier caso, el lector interesado puede consultar el significado preciso en Tasche (2000) p. 10, Tasche (2004) p. 7, Tasche (2008), p. 3 y Xiao (2002) p. 32.

[29] Al contrario que Denault (2001), en la expresión (6.14) no se ha considerado la rentabilidad que proporciona el activo financiero libre de riesgo en aras de la sencillez.

Asimismo, Xiao (2002) propone que un criterio de asignación coherente debe tener las propiedades de relevancia, solidez y utilidad; y además, las contribuciones al riesgo obtenidas de su aplicación deben tener las propiedades aditiva –similar al axioma de agregación lineal-, de sensibilidad al riesgo de crédito, penalización de las correlaciones y penalización de la exposición al riesgo de crédito.

Por último, Kalkbrener (2005) demuestra que la contribución al riesgo que proporciona un criterio de asignación coherente depende solamente de las características del activo financiero y de la cartera de la que forma parte[30]. Asimismo, en dicho trabajo el autor propone que un criterio de asignación coherente debe cumplir los tres axiomas siguientes:

1. Agregación lineal.

   La medida de riesgo debe ser igual a la suma de las contribuciones al riesgo de cada uno de los activos financieros que componen la cartera:

   $$\rho(X_C) = \Lambda(X_C, X_C) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \Lambda(X_i, X_C) \qquad (6.15)$$

   Donde:

   - X_C es la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera".
   - $\Lambda(x,y)$ es una función que define el criterio de asignación coherente de un elemento *x* que pertenece a un conjunto *y*, los cuales son, generalmente, un activo financiero y una cartera de activos financieros.

2. Diversificación.

   La contribución al riesgo de un activo financiero que forma parte de una cartera no puede ser mayor que la medida de la pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero considerado individualmente:

   $$\Lambda(X_i, X_C) \leq \Lambda(X_i, X_i) = \rho(X_i)$$

3. Continuidad.

   Las pequeñas variaciones que se producen en la cartera de activos financieros tienen un efecto tendente a nulo en las contribuciones al riesgo:

   $$\lim_{\varepsilon \to \infty} \Lambda(X_i, X_C + \varepsilon X_i) = \Lambda(X_i, X_C)$$

[30]Esta demostración simplifica la determinación de las contribuciones al riesgo, ya que pueden obtenerse por medio de una función que sólo depende de dos variables, las cuales son la pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo y la de la cartera. En tal caso se tiene:

$\Phi_i(\rho, X_1, X_2, \ldots, X_n) = \Lambda(X_i, X_C)$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

La coherencia de los criterios de asignación está estrechamente vinculada con la de las medidas de riesgo.

Así, en el contexto de los axiomas de coherencia propuestos por Kalkbrener, este autor demuestra que si la medida de riesgo cumple los axiomas de homogeneidad de primer grado y subaditividad entonces el criterio de asignación cumple las propiedades de agregación lineal y diversificación, y viceversa.

Por su parte, Buch y Dorfleitner (2008) demuestran que las propiedades de homogeneidad positiva, invariancia ante translaciones y subaditividad que debe cumplir una medida de riesgo de la cartera para ser coherente son suficientes para que el criterio de asignación cumpla las propiedades de asignación completa, no infravaloración y asignación sin riesgo. Además, estos autores demuestran que la propiedad de simetría del criterio de asignación se cumple si, y sólo si, la medida de la pérdida de la cartera es lineal.

2.2.2.2 PRINCIPIOS DE ASIGNACIÓN BASADOS EN LA COVARIANZA

Como se ha expuesto más arriba, la combinación de las distintas medidas del riesgo de crédito de una cartera que se han expuesto en el epígrafe 2.2.1.2 de este capítulo y los criterios de asignación de capital expuestos en el epígrafe anterior da lugar a diferentes principios de asignación de capital.

Los principios de asignación de capital que se emplean con mayor frecuencia en la medición del riesgo de crédito son los basados en la covarianza y los basados en el teorema de Euler, los cuales se exponen a continuación.

Como se ha expuesto más arriba, la medida de la pérdida total asociada al riesgo de crédito de una cartera de activos financieros puede descomponerse en las de la pérdida esperada y la inesperada:

$$\rho(X_C) = \rho_{EL}(X_C) + \rho_{UL}(X_C)$$

En el caso de que la medida de la pérdida total se obtenga como la suma de la esperanza matemática de la variable aleatoria “pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera” y su varianza, se tiene:

$$\rho(X_C) = E(X_C) + \sigma_{X_C}$$

De forma similar a la medida de la pérdida total, la contribución marginal del activo financiero *i*-ésimo a la pérdida total de la cartera puede descomponerse de la forma siguiente:

$$k_i = k_i^{EL} + k_i^{UL}$$

Siendo k_i^{EL} y k_i^{UL} las contribuciones marginales del activo financiero *i*-ésimo a las pérdidas esperada e inesperada de la cartera, respectivamente.

El primer tipo de contribución puede obtenerse empleando un razonamiento similar al utilizado para obtener la pérdida esperada de una cartera de activos financieros a partir de las pérdidas esperadas de los activos financieros, esto es, aplicando la propiedad aditiva de la esperanza matemática de una variable aleatoria que es, a su vez, suma de una serie de variables aleatorias:

$$\rho_{EL}\left(X_C\right)=E\left(X_C\right)=\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot E\left(X_i\right) \qquad (6.16)$$

Si, como es este caso, el criterio de asignación cumple el axioma de agregación lineal, la comparación de las expresiones (6.15) y (6.16) permite deducir que $k_i^{EL}=E\left(X_i\right)$, teniendo en cuenta que el resultado de aplicar el criterio de asignación es la contribución marginal a la pérdida esperada de la cartera, es decir, $\Lambda\left(X_i,X_C\right)=k_i^{EL}$.

El segundo tipo de contribución puede obtenerse expresando la desviación típica de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" en función de la covarianza de esta variable consigo misma y descomponiendo esta última en las covarianzas de esta variable aleatoria y la "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo de la cartera" para cada uno de los activos financieros que la componen. Para ello, se emplea la propiedad lineal de la covarianza:

$$\rho_{UL}\left(X_C\right)=\sigma_{X_C}=\frac{\operatorname{cov}\left(X_C,X_C\right)}{\sigma_{X_C}}=\frac{\operatorname{cov}\left(\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot X_i, X_C\right)}{\sigma_{X_C}}=\frac{\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \operatorname{cov}\left(X_i,X_C\right)}{\sigma_{X_C}} \qquad (6.17)$$

Por tanto, se obtiene que:

$$\rho_{UL}\left(X_C\right)=\sigma_{X_C}=\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \frac{\operatorname{cov}\left(X_i,X_C\right)}{\sigma_{X_C}}$$

De forma similar a la contribución marginal del activo financiero *i*-ésimo a la pérdida esperada, puede deducirse:

$$k_i^{UL}=\frac{\operatorname{cov}\left(X_i,X_C\right)}{\sigma_{X_C}} \qquad (6.18)$$

La contribución marginal del activo financiero *i*-ésimo a la pérdida inesperada de la cartera puede expresarse en función del coeficiente de correlación, en cuyo caso se obtienen las fuentes de riesgo de las que depende:

$$k_i^{UL}=\frac{\sigma_{X_i}\cdot\sigma_{X_C}\cdot\rho_{X_i,X_C}}{\sigma_{X_C}}=\sigma_{X_i}\cdot\rho_{X_i,X_C}$$

Como puede observarse, dicha contribución depende de las dos fuentes de riesgo siguientes:

1. La dispersión del activo, medida por medio de la desviación típica de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo", representada por σ_{X_i}.

2. La estructura de dependencia de este activo financiero con la cartera, medida a través del coeficiente de correlación entre las variables aleatorias "pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero *i*-ésimo" y "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera", representado por ρ_{X_i,X_C}.

Así pues, cuanto mayores son esa dispersión y este coeficiente, mayor es la contribución marginal del activo financiero a la pérdida inesperada de la cartera.

La relación establecida en la expresión (6.18) no es nueva en la medición de los riesgos financieros, ya que puede establecerse una analogía entre la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de una cartera y la contribución del activo financiero *i*-ésimo a la misma por un lado, y el resultado de la cartera de mercado y el coeficiente beta de su activo financiero *i*-ésimo por otro.

Así, la contribución marginal del activo financiero *i*-ésimo a la pérdida inesperada de la cartera puede relacionarse con el coeficiente beta que se emplea con frecuencia en la medición y gestión del riesgo de mercado por medio de la expresión siguiente:

$$k_i^{UL} = \beta_i \cdot \sigma_{X_C}$$

Siendo β_i el coeficiente beta del activo financiero *i*-ésimo de la cartera de mercado, el cual viene dado por la expresión siguiente:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}\left(X_i, X_M\right)}{\sigma_{X_M}^2}$$

Considerando lo expuesto más arriba, la contribución marginal del activo financiero *i*-ésimo que se obtiene empleando el principio de la covarianza es:

$$k_i = k_i^{EL} + k_i^{UL} = E\left(X_i\right) + \frac{\text{cov}\left(X_i, X_C\right)}{\sigma_{X_C}} \qquad (6.19)$$

En el caso de que la medida de la pérdida de la cartera se obtenga por medio de un determinado percentil de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera", este puede obtenerse o aproximarse por medio de la siguiente expresión, tal y como se ha expuesto más arriba:

$$\rho\left(X_C\right) = E\left(X_C\right) + c_\alpha \cdot \sigma_{X_C}$$

Donde c_α es el multiplicador de capital, el cual puede obtenerse por medio de:

1. Los métodos expuestos más arriba en las medidas basadas en los momentos de la variable aleatoria.

2. Cualquier método que permita determinar la pérdida total o la inesperada asociada al riesgo de crédito de la cartera, de forma que una vez obtenida alguna de éstas, el multiplicador de capital viene dado por la expresión siguiente:

$$c_\alpha = \frac{\rho(X_C) - \rho_{EL}(X_C)}{\sigma_{X_C}} = \frac{\rho_{UL}(X_C)}{\sigma_{X_C}}$$

Con independencia del método que se utilice para obtener el multiplicador de capital, la contribución marginal del activo financiero *i*-ésimo a la pérdida esperada se obtiene por medio de la expresión (6.16), mientras que la contribución a la pérdida inesperada se obtiene operando en la pérdida inesperada asociada al riesgo de crédito de la cartera de forma similar a la expresión (6.17), obteniéndose:

$$k_i^{UL} = c_\alpha \cdot \frac{\mathrm{cov}(X_i, X_C)}{\sigma_{X_C}} = c_\alpha \cdot \sigma_{X_i} \cdot \rho_{X_i, X_C}$$

Como puede observarse, en este caso la contribución marginal del activo financiero *i*-ésimo a la pérdida inesperada de la cartera depende de una fuente de riesgo adicional, que es el multiplicador de capital, el cual indica el número de veces que la pérdida inesperada cartera excede la desviación típica, conteniendo información sobre la asimetría y el apuntamiento de la variable aleatoria en cuestión.

De forma similar a la expresión (6.19), la contribución marginal del activo financiero *i*-ésimo a la pérdida total de la cartera es:

$$k_i = k_i^{EL} + k_i^{UL} = E(X_i) + c_\alpha \cdot \frac{\mathrm{cov}(X_i, X_C)}{\sigma_{X_C}} \qquad (6.20)$$

En los dos principios de asignación que se han expuesto en este epígrafe, la medida de la pérdida total asociada al riesgo de crédito es homogénea, invariante ante translaciones y subaditiva, pero, con carácter general, no es monótona.

Kalkbrener, Lotter y Overbeck (2004), y Kalkbrener (2005), señalan que esto afecta al principio de asignación, que puede proporcionar unas contribuciones marginales al riesgo mayores que la pérdida asociada al riesgo de crédito del activo financiero, lo que conlleva que no se considera la diversificación que el riesgo de crédito supone, o que estas contribuciones son mayores que la variable "exposición al riesgo de crédito", lo cual es peor aún, ya que carece de toda lógica.

2.2.2.3 PRINCIPIOS DE ASIGNACIÓN BASADOS EN EL TEOREMA DE EULER

El principal elemento de los principios de asignación basados en el teorema de Euler es la contribución marginal al riesgo, que permite obtener la contribución absoluta, cuya suma permite obtener, a su vez, la pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera.

En estos principios, el criterio de asignación se basa en la primera derivada de la medida de la pérdida de la cartera respecto del peso que los activos financieros tienen en la misma, tal y como se ha expuesto más arriba, por lo que su utilización requiere, en primer lugar, la determinación de esta derivada para cada una de las distintas medidas de riesgo que pueden emplearse en los mismos.

Los trabajos de la literatura especializada en los que se determinan las derivadas de las medidas de riesgo de la cartera respecto del peso que los activos financieros tienen en la misma son numerosos y difieren, esencialmente, en la medida de riesgo empleada y en la distribución de probabilidad de la variable aleatoria en cuestión.

En el contexto del riesgo de mercado, los principales trabajos en los que se determinan estas derivadas son los siguientes:

1. Garman (1996) es el primer trabajo en el que se determina la derivada de una medida de riesgo.

   En concreto, este autor obtiene la primera derivada del valor en riesgo de la cartera respecto del peso que los activos financieros tienen en la misma, para lo cual asume la hipótesis de que la variable aleatoria "valor de una cartera de activos financieros" se distribuye normalmente, todo ello con el fin de obtener la contribución marginal al riesgo, concepto para el que emplea la denominación de "deltaVaR".

   Los resultados obtenidos en el trabajo anterior son empleados, posteriormente, en Garman (1997) para obtener lo que este autor denomina "valor en riesgo del componente" –*component VaR* en lengua inglesa o CVaR de forma abreviada-, que no es otra cosa que la contribución absoluta al riesgo de un activo financiero.

2. Gourieroux, Laurent y Scaillet (2000) obtienen la primera y la segunda derivadas del valor en riesgo de la cartera respecto del peso que los activos financieros tienen en la misma. Para ello, asumen la hipótesis de que la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "valor de una cartera de activos financieros" es:

   a) Normal.

   b) Una distribución general, caracterizada por tener una distribución de probabilidad condicionada continua que tiene densidad positiva y admite momentos de segundo orden.

En cuanto al riesgo de crédito, los principales trabajos en los que se determinan las derivadas de las medidas de riesgo de la cartera respecto del peso que los activos financieros tienen en la misma son los siguientes:

1. Tasche (2000a) asume la hipótesis de que en la cartera existe al menos un activo financiero en el que la variable aleatoria que representa su riesgo tiene función de densidad condicionada al resto de los activos que componen la cartera. Asumiendo esta hipótesis, dicho autor obtiene las derivadas de las medidas de riesgo siguientes:
   a) El valor en riesgo:
   $$\frac{dVaR(\alpha, X_C)}{dw_i} = E\left[X_i / X_C = VaR(\alpha, X_C) \right]$$
   a) Déficit esperado:
   $$\frac{dES_\alpha(X_C)}{dw_i} = E\left[X_i / X_C \geq VaR(\alpha, X_C) \right]$$
2. Overbeck (2004), y Overbeck y Sokolova (2008) obtienen la derivada de una medida espectral de riesgo coherente respecto del peso que los activos financieros tienen en la cartera empleando el criterio de asignación coherente propuesto por Kalkbrener (2005) y la densidad del escenario máximo asociado a una medida espectral de riesgo coherente. Dicha derivada viene dada por la expresión siguiente:
   $$\frac{dM_\phi(X_C)}{dw_i} = E\left[X_i \cdot g_\phi(X_C) \right]$$

3. MEDIDAS DE RENDIMIENTO

La realización de cualquier inversión requiere la adquisición de activos, ya sean financieros o reales, lo que requiere considerar sus diferentes características. Las principales características de los activos financieros son el rendimiento, el riesgo y la liquidez, de las cuales las dos primeras son las que generalmente se utilizan en la toma de decisiones[31].

Sin embargo, las medidas expuestas en el epígrafe anterior sólo consideran el riesgo de los activos financieros por lo que, además de estas medidas, la entidad financiera necesita otras que consideren el rendimiento de los mismos.

[31] Esto no implica que la toma de decisiones se lleve a cabo sin considerar la liquidez de los activos financieros, sino que mas bien esta característica no se considera explícitamente. Así, suele ser habitual considerar la liquidez del activo financiero implícitamente dentro del riesgo, considerando así que el activo financiero está expuesto al riesgo de liquidez, además del resto de los riesgos financieros a los que pueda estar expuesto.

Las medidas de rendimiento de los activos financieros pueden clasificarse en función de diversos criterios, que no son excluyentes entre sí, y entre los que destacan los dos siguientes:

1. El carácter absoluto o relativo que tiene la medida, lo que permite distinguir entre las medidas de beneficio y las de rentabilidad.
2. La información utilizada para obtener la medida de rendimiento, en función de la cual se distingue entre medidas basadas en información contable, en información de los mercados de capitales, y medidas ajustadas al riesgo.

Las principales medidas de rendimiento empleadas en la gestión del riesgo de crédito que surgen de estos dos criterios de clasificación se exponen en los epígrafes siguientes.

3.1 MEDIDAS DE RENTABILIDAD

Las medidas de rentabilidad son medidas de rendimiento relativas, en las que se relaciona el resultado que proporciona una inversión con los recursos que son necesarios para llevarla a cabo.

En el supuesto de que la inversión consista en una cartera de activos financieros, dichas medidas relacionan los rendimientos que proporcionan estos activos con el capital que la entidad financiera necesita para mantenerlos en su estructura económica, considerando que dicho capital tiene dos funciones, una de financiación, por medio de la cual aporta los recursos financieros necesarios para adquirir los activos financieros, y otra de absorción de riesgos, por medio de la cual absorbe los riesgos financieros a los que la entidad queda expuesta al invertir en dichos activos.

Por tanto, las distintas medidas de rentabilidad que puede utilizar una entidad financiera pueden clasificarse atendiendo a la función que el capital lleva a cabo en la entidad financiera, lo que está estrechamente relacionado con el tipo de información que se utiliza en dichas medidas.

Así, en el caso de las medidas de rentabilidad basadas en información contable, la función del capital que se considera es la de financiación de los activos financieros. Por el contrario, en las medidas de rentabilidad basadas en información de los mercados de capitales y en las ajustadas al riesgo, la función que se considera es la de absorción de riesgos. Estos dos últimos tipos de medidas se diferencian entre sí en cómo se lleva a cabo la medición de los riesgos financieros a los que la entidad queda expuesta.

En las medidas basadas en los mercados de capitales son éstos los que cuantifican la exposición de la entidad a los riesgos financieros, determinando para cada uno la exposición al riesgo y el precio que éste tiene en el mercado, mientras que en las medidas ajustadas al riesgo es la propia entidad la que cuantifica su exposición a los

riesgos financieros, para lo cual no sólo debe determinar su exposición a cada uno de los riesgos, sino que, además, debe fijar su precio en función de las características tanto del activo financiero como de la cartera de la que forma parte.

3.1.1 MEDIDAS DE RENTABILIDAD BASADAS EN INFORMACIÓN CONTABLE

Las dos principales medidas de rentabilidad basadas en información contable que se utilizan en el ámbito de las entidades financieras son la rentabilidad sobre los activos –en lengua inglesa *Return On Assets*, o ROA de forma abreviada- y sobre las acciones (en lengua inglesa *Return On Equity* o, simplemente, ROE).

La rentabilidad sobre los activos es una medida que viene dada por el cociente entre el resultado y el valor –ambos contables- de los activos financieros[32]:

$$ROA = \frac{R}{A}$$

Donde:

- ROA es la rentabilidad sobre los activos, los cuales pueden ser los activos financieros de toda la entidad financiera, los de una unidad de negocio, los de un cliente, o un activo financiero determinado.
- R es el resultado contable de los activos financieros, el cual es la diferencia entre los ingresos totales que la entidad financiera obtiene de los mismos y los costes totales en los que incurre para su adquisición y mantenimiento. Este resultado puede obtenerse considerando y sin considerar el efecto de los impuestos.

  En el supuesto que se considere el efecto de los impuestos, el resultado contable que la entidad financiera obtiene de los activos viene dado por la expresión siguiente:

  $$R = r - cd - ci - t \qquad (6.21)$$

  Siendo:

  - r los ingresos totales, los cuales no sólo deben incluir los intereses que los activos financieros le proporcionan a la entidad financiera, sino también las comisiones, los servicios financieros, y cualquier otro ingreso asociado a estos activos que obtenga.
  - cd los costes directos en los que incurre la entidad para la adquisición, mantenimiento y, en su caso, liquidación de los activos financieros.

[32] La estructura económica de las entidades financieras está compuesta, principalmente, por activos financieros, lo cual no significa que carezcan de activos reales. Sin embargo, la proporción de estos últimos activos es menor que la de los financieros y, en cualquier caso, la medición de su rentabilidad excede los límites del presente trabajo.

- *ci* los costes indirectos que le corresponden a los activos en función del criterio de imputación de costes empleado por la entidad financiera.
- *t* los impuestos que la entidad financiera debe pagar por los activos financieros.

– A es el valor contable de los activos financieros, el cual coincidirá con el valor nominal si los activos financieros forman parte de la cartera de inversión, mientras que si forman parte de la cartera de negociación puede ser el precio de emisión o el de compra, en función de que la entidad los haya adquirido a su emisión, en un mercado financiero primario, o posteriormente, en uno secundario.

Por su parte, la rentabilidad sobre las acciones es una medida que viene dada por el cociente entre el resultado contable de los activos financieros y el valor nominal de las acciones de la entidad o de una determinada unidad de negocio:

$$ROE = \frac{R}{E}$$

En esta expresión E es el valor nominal de las acciones de la entidad financiera o de la unidad de negocio en cuestión.

Las dos medidas de rentabilidad que se acaban de exponer tienen la ventaja de que son fáciles de obtener una vez que se dispone de la información contable necesaria para su cálculo. Es por ello, por lo que estas medidas son ampliamente utilizadas para medir la rentabilidad de las empresas no financieras. Sin embargo, no resultan útiles en el caso de las entidades financieras, ya que presentan una serie de inconvenientes entre los que destacan los dos que se exponen a continuación.

La rentabilidad sobre los activos es una medida que relaciona el resultado que proporcionan los activos financieros con su importe, o lo que es lo mismo si se considera la igualdad entre la estructura económica y la financiera, con el importe de todos los recursos financieros empleados en su adquisición; mientras que la rentabilidad sobre las acciones relaciona dicho resultado con el importe de las acciones, que son los recursos propios que la entidad financiera emplea en la adquisición de los activos. Por tanto, ninguna de estas dos medidas considera los riesgos financieros a los que la entidad queda expuesta al invertir en los activos financieros.

Esto supone que a la entidad financiera le resulta indiferente elegir entre dos activos financieros que presentan la misma rentabilidad sobre los activos, o sobre las acciones, y distinto riesgo, lo cual es incierto, puesto que este tipo de entidades son adversas al riesgo porque también lo son las partes con intereses en las mismas.

Asimismo, esto también supone un inconveniente si se considera la relación que existe entre el riesgo y el rendimiento de un activo financiero, ya que los resultados que proporcionan dichas medidas pueden crear incentivos incorrectos en la entidad

financiera, los cuales le pueden llevar a invertir en activos financieros que proporcionan un mayor rendimiento, pero que también presentan una mayor exposición a los riesgos financieros. Además, puede ser que, al no tener conciencia de tal circunstancia, la entidad financiera no dote provisiones y ni asigne capital por los riesgos financieros a los que queda expuesta en cuantía suficiente, y que no tome las medidas de reducción y transferencia de estos riesgos que sean oportunas.

El segundo inconveniente está relacionado con el primero y es que ambas medidas no consideran, a su vez, ninguna medida de los riesgos financieros –tal como las pérdidas esperada e inesperada-, por lo que tanto si acaecen los riesgos financieros como si no, los resultados que proporcionan están sesgados. En concreto, si acaece el riesgo, los resultados que proporcionan ambas medidas son menores que la rentabilidad que la entidad obtiene verdaderamente de los activos financieros, mientras que si no acaece los resultados son superiores.

Además de los que les son comunes, dichas medidas de rentabilidad presentan inconvenientes específicos.

En este sentido, la rentabilidad sobre los activos es una medida que no considera el grado de apalancamiento financiero que la inversión en los activos financieros supone para la entidad, ya que, como se ha expuesto más arriba, esta medida relaciona el resultado de los activos financieros con su valor (ambos contables).

Si bien esto no supone un gran inconveniente en las empresas no financieras, caracterizadas por un grado de endeudamiento medio o bajo, sí lo es en las entidades financieras, caracterizadas por un grado de endeudamiento alto. Lógicamente, la rentabilidad sobre las acciones carece de este inconveniente, al relacionar el resultado contable que los activos financieros proporcionan con el valor de las acciones.

En cuanto a la rentabilidad sobre las acciones, su principal inconveniente es que, si bien puede determinarse para toda la entidad financiera o una determinada unidad de negocio, no puede desagregarse con el fin de determinar las de un cliente o un activo financiero concreto[33].

Dicho inconveniente se pone de manifiesto en las dos funciones que el capital y, por tanto, las acciones llevan a cabo en las entidades financieras. Así, desde el punto de vista de la función de financiación, debe tenerse en cuenta que las entidades pueden invertir en activos que se financian casi en su totalidad con recursos financieros ajenos, por lo que el valor de las acciones que les corresponde es reducido. En este caso, la

[33] Nótese que la agregación o desagregación de una medida de rentabilidad o de riesgo es una propiedad deseable desde el punto de vista de la medición y la gestión de los riesgos financieros, ya que permite obtener la medida del cliente, la unidad de negocio o la entidad financiera a partir de la del activo financiero, y viceversa.

rentabilidad sobre las acciones es una medida poco fiable, ya que tiende a infinito cuando el valor de las acciones tiende a cero.

En cuanto a la función de absorción de riesgos, debe considerarse que la información contable no permite determinar el valor de las acciones que le corresponde a un determinado activo financiero o cliente en función de los riesgos financieros que suponen para la entidad.

3.1.2 MEDIDAS DE RENTABILIDAD BASADAS EN LA INFORMACIÓN DE LOS MERCADOS DE CAPITALES

Las medidas de rentabilidad basadas en los mercados de capitales son medidas que se caracterizan por incluir el riesgo de los activos financieros.

Una de las primeras medidas de rentabilidad basadas en los mercados de capitales fue la propuesta en el trabajo de Jensen (1968). Este autor propone una medida, denominada alfa de Jensen, con la finalidad de determinar si los gestores de las carteras de activos financieros son capaces de predecir qué activos financieros proporcionan un rendimiento superior al que les correspondería en función de su riesgo sistemático, de forma que proporcionan rendimientos extraordinarios y su identificación por parte de los gestores aporta valor a la cartera[34].

La alfa de Jensen del activo financiero *i*-ésimo de la cartera –representada por α_i- se define por medio de la diferencia entre dos excesos: el primero, el de la rentabilidad empírica del activo financiero sobre la de uno libre de riesgo; y el segundo, el de la rentabilidad teórica que, según el modelo de valoración por medio de la cartera de mercado, debería proporcionar el activo y la de uno libre de riesgo:

$$\alpha_i = \left(r_i - r_f\right) - \left[E\left(r_i\right) - r_f\right] \qquad (6.22)$$

Donde:

- r_i es la rentabilidad empírica del activo financiero *i*-ésimo.
- r_f es la rentabilidad de un activo financiero libre de riesgo.
- $E\left(r_i\right)$ es la esperanza matemática de la variable aleatoria "rentabilidad del activo financiero *i*-ésimo de la cartera de mercado", la cual se obtiene empleando el modelo de valoración por medio de la cartera de mercado[35].

[34] Lógicamente, los gestores que son capaces de identificar dichos activos aportarán realmente valor a la cartera siempre y cuando las rentabilidades extraordinarias de los activos sean suficientes para cubrir el coste de su gestión.

[35] Dicha rentabilidad puede obtenerse por medio de la expresión siguiente:

$$E\left(r_i\right) = r_f + \left[E\left(r_m\right) - r_f\right] \cdot \beta_i$$

Donde:

La principal ventaja del alfa de Jensen es que considera el riesgo de los activos financieros. No obstante, esta medida tiene una serie de inconvenientes para la gestión del riesgo de crédito entre los que destacan los dos siguientes:

1. Su valor depende del riesgo sistemático, por lo que las comparaciones de aquéllos activos financieros que presentan distintas exposiciones a este riesgo no son homogéneas[36].
2. Sólo considera el riesgo sistemático, lo cual supone un inconveniente en la medición de un riesgo como el de crédito, en el que, por su naturaleza, el peso que el riesgo sistemático tiene en el total es menor que el del idiosincrásico.

Por su parte, Treynor, en su trabajo de 1965, propone una medida de rentabilidad que en la literatura especializada recibe la denominación de índice de Treynor.

El índice de Treynor del activo financiero *i*-ésimo de la cartera –representada por IT_i- se define como el exceso de la rentabilidad del activo financiero sobre la de uno libre de riesgo por cada unidad de riesgo sistemático a la que la entidad financiera queda expuesta, medida por medio del coeficiente beta del activo:

$$IT_i = \frac{r_i - r_f}{\beta_i} \qquad (6.23)$$

Dicho índice soluciona el primer inconveniente del alfa de Jensen, pero no el segundo. Por tanto, tampoco es una medida adecuada para medir la rentabilidad de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito.

Como puede comprobarse, las dos medidas que se acaban de exponer se basan en el modelo de valoración por medio de la cartera de mercado, por lo que heredan todos los inconvenientes que este modelo tiene en la gestión del riesgo de crédito.

Así, la hipótesis de que los activos financieros se negocian en mercados líquidos y perfectos difícilmente se cumple en un mercado como el de crédito, caracterizado por

---

– $E(r_m)$ es la esperanza matemática de la variable aleatoria "rentabilidad de la cartera de mercado".

– β_i es el coeficiente beta del activo financiero *i*-ésimo, el cual mide su riesgo sistemático, siendo:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2}$$

Expresión en la que σ_m^2 y $\sigma_{i,m}$ son, respectivamente, la varianza de la variable aleatoria "rentabilidad de la cartera de mercado" y la covarianza entre ésta y variable aleatoria "rentabilidad del activo financiero *i*-ésimo".

[36] Sustituyendo la rentabilidad teórica del activo financiero *i*-ésimo que aparece en la expresión (6.22) por la que figura en la nota al pie 35, se obtiene:

$$\alpha_i = (r_i - r_f) - [(r_m - r_f) \cdot \beta_i]$$

Nótese que el alfa de Jensen proporciona un resultado que depende de las rentabilidades del activo financiero *i*-ésimo, de un activo financiero libre de riesgo y de la cartera de mercado, así como del riesgo sistemático del activo financiero *i*-ésimo.

un gran número de activos financieros ilíquidos y unas entidades financieras que generan valor aprovechando precisamente las imperfecciones y la información asimétrica que existen en dicho mercado.

Por último, Sharpe, en su trabajo de 1966, propone una medida de rentabilidad que en la literatura especializada recibe la denominación de ratio de Sharpe.

El ratio de Sharpe del activo financiero *i*-ésimo de la cartera –representado por RS_i - se define como el exceso de la rentabilidad del activo financiero sobre la de uno libre de riesgo por cada unidad del riesgo total a la que queda expuesta la entidad financiera, medida por medio de la desviación típica de la rentabilidad del activo:

$$RS_i = \frac{r_i - r_f}{\sigma_i} \qquad (6.24)$$

Siendo σ_i la desviación típica de la variable aleatoria "rentabilidad del activo financiero *i*-ésimo de la cartera".

Las expresiones (6.23) y (6.24) ponen de manifiesto que las principales diferencias entre el índice de Treynor y el Ratio de Sharpe son el tipo y la medida de riesgo que utilizan.

Las principales ventajas que presenta el ratio de Sharpe respecto de las otras dos medidas de rentabilidad expuestas más arriba son las dos siguientes:

1. Además del riesgo sistemático, considera el riesgo idiosincrásico de los activos financieros.
2. No se basa en el modelo de valoración por medio de la cartera de mercado, por lo que no hereda sus inconvenientes.

El principal inconveniente del ratio de Sharpe es que la medida de riesgo que utiliza es la desviación típica de la variable aleatoria "rentabilidad del activo financiero *i*-ésimo de la cartera", la cual presenta una serie de inconvenientes en la medición del riesgo de crédito[37].

Las tres medidas que acaban de exponerse tienen la consideración de tradicionales dentro de la literatura especializada sobre medidas de rentabilidad basadas en la información de los mercados de capitales. Con posterioridad, surgen otras medidas cuya finalidad es solventar los inconvenientes de las primeras, entre las cuales se encuentran el ratio de información y el de Sortino, entre otras. La exposición de todas estas medidas excede los límites del presente trabajo[38].

[37] Respecto a los inconvenientes que presenta la desviación típica como medida del riesgo de crédito véase el epígrafe 2.2.1. del presente capítulo.

[38] En relación con dichas medidas, véase, por ejemplo, Sortino (1994), Rubio y Marín (2001), y Kühn (2006).

En cualquier caso, tanto el ratio de Sharpe como estas nuevas medidas son adecuadas para medir la rentabilidad que la entidad financiera obtiene de aquellos activos financieros expuestos a ciertos riesgos financieros, como, por ejemplo, los de mercado, pero no para aquéllos expuestos al riesgo de crédito. Ello se debe a que la rentabilidad que la entidad financiera obtiene finalmente de estos últimos activos depende en gran medida de los costes que los mismos suponen para ella, los cuales no se consideran en este tipo de medidas.

Entre dichos costes cabe destacar los costes financieros, entre los que destacan las pérdidas esperadas asociadas al riesgo de crédito y el coste de los recursos financieros aptos para absorber las pérdidas inesperadas, y los no financieros, los cuales comprenden tanto los costes directos como los indirectos representados en el sistema de información contable de la entidad.

3.1.3 MEDIDAS DE RENTABILIDAD AJUSTADAS AL RIESGO

3.1.3.1 CLASIFICACIÓN

Las medidas de rentabilidad ajustada al riesgo solventan los inconvenientes que las medidas de rentabilidad basadas en información tanto contable como de los mercados de capitales tienen para la medición del riesgo de crédito, siendo las medidas más adecuadas para medir la rentabilidad de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito.

Tal y como indican James (1996), y Zaik, Walter, Kelling y James (1996), la primera medida de rentabilidad ajustada al riesgo fue propuesta en los años setenta por la entidad financiera Bankers Trust con la finalidad de medir el riesgo de una cartera de activos financieros y el importe de las acciones necesario para que la exposición de los acreedores al riesgo de insolvencia de la entidad estuviese limitada a una determinada probabilidad.

Dicha medida, que recibe la denominación de rentabilidad ajustada al riesgo sobre el capital –*risk adjusted return on capital* en lengua inglesa, o RAROC de forma abreviada-, es el cociente entre el rendimiento ajustado al riesgo y el valor de las acciones:

$$RAROC_{\text{Banker Trust}} = \frac{RAR}{C}$$

Donde:

1. RAR es el rendimiento ajustado al riesgo de la entidad financiera, que no es otra cosa que su rendimiento contable ajustado por los riesgos financieros a los que

queda expuesta en el desarrollo de su actividad, los cuales se miden por medio de la pérdida esperada asociada a dichos riesgos (representada por *EL*):

$$RAR = R - EL$$

2. *C* es el valor de las acciones –capital- necesario para que la probabilidad de insolvencia de la entidad sea la prefijada por sus gestores.

Con posterioridad a esta medida han surgido numerosas medidas de rentabilidad ajustada al riesgo que presentan denominaciones similares, por lo que se prestan a confusión, y entre las que destacan las cuatro siguientes[39]:

1. Rentabilidad ajustada al riesgo sobre los activos financieros –*risk adjusted return on assets* en lengua inglesa, o *RAROA* de forma abreviada-, que es el cociente entre el rendimiento de los activos financieros ajustado al riesgo y su importe:

$$RAROA = \frac{RAR}{A}$$

2. Rentabilidad sobre los activos financieros ajustados al riesgo –*return on risk adjusted-assets* en lengua inglesa o *RORAA* -, que es el cociente entre el resultado contable de los activos financieros y su importe ajustado por el riesgo:

$$RORAA = \frac{R}{RAA}$$

Siendo *RAA* el importe de los activos ajustado por los riesgos financieros a los que la entidad queda expuesta, los cuales se obtienen multiplicando el importe de los activos financieros por un factor de riesgo que depende de su naturaleza, siendo una aproximación del capital ajustado al riesgo (véase más abajo). Una aproximación similar es la que se utiliza en el Acuerdo de Capital de Basilea.

3. Rentabilidad sobre el capital ajustado al riesgo –*return on risk adjusted capital* en lengua inglesa, o *RORAC* de forma abreviada-, la cual es el cociente entre el resultado contable y el capital ajustado al riesgo:

$$RORAC = \frac{R}{RAC}$$

Siendo *RAC* el capital ajustado al riesgo, que es aquél que la entidad financiera necesita estrictamente en función de los riesgos financieros a los que queda expuesta al invertir en los activos financieros, el cual se corresponde con la pérdida inesperada asociada a estos riesgos.

4. Rentabilidad ajustada al riesgo sobre el capital ajustado al riesgo –*risk adjusted return on risk adjusted capital* o *RARORAC* -, la cual es el cociente entre el rendimiento ajustado al riesgo y el capital ajustado al riesgo:

[39] Respecto a las distintas denominaciones que pueden recibir las medidas de rentabilidad ajustadas al riesgo, véase, por ejemplo, Punjabi (1998), Punjabi y Dunsche (1998), Matten (2000), Shaw (2003), y Crouhy, Galai y Mark (2006).

$$RARORAC = \frac{RAR}{RAC} \qquad (6.25)$$

Además de todas estas medidas de rentabilidad ajustada al riesgo, en la literatura especializada se han propuesto modificaciones de las mismas cuya exposición excede los límites del presente trabajo[40].

Las medidas de rentabilidad ajustadas al riesgo que se han expuesto más arriba pueden obtenerse para la totalidad de la entidad financiera o para una unidad de negocio, un cliente o un activo financiero determinado.

Como puede observarse, los ajustes que se llevan a cabo en dichos cocientes son de dos tipos:

1. El del numerador tiene como finalidad reducir el resultado contable en la pérdida esperada asociada a los riesgos financieros a los que está expuesta la entidad financiera.
2. El del denominador, cuyo fin es que el capital refleje los riesgos financieros a los que la entidad financiera está expuesta.

De todas estas medidas, la rentabilidad ajustada al riesgo sobre el capital ajustado al riesgo es la única que considera estos dos tipos de ajustes, que se corresponden, respectivamente, con las dos facetas que deben considerarse en la medición de los riesgos financieros, las cuales son las pérdidas esperada e inesperada asociadas a los mismos. Por ello, ésta es la única medida de rentabilidad ajustada al riesgo que se considera en adelante, la cual, por simplicidad, va a pasar a denominarse rentabilidad ajustada al riesgo sobre el capital o RAROC de forma abreviada, tal y como es habitual en los ámbitos académico y profesional.

El capital que puede emplearse para reflejar los riesgos financieros a los que está expuesta la entidad financiera no es único, tal y como se expuso en el epígrafe 1.3 de este capítulo sobre clasificación del capital, ya que su cuantía depende del grado de aversión al riesgo de las distintas partes con intereses en la entidad financiera, lo que permite distinguir entre capital en riesgo y requisitos de capital. Asimismo, es habitual que los gestores no limiten el capital virtual de la entidad financiera al capital en riesgo e incluyan un capital estratégico, cuya finalidad es la de asegurar que ésta pueda continuar operando en los mercados financieros, de forma que es posible distinguir un tercer capital, el económico, que se obtiene de la suma de los capitales en riesgo y estratégico. Estos tres capitales permiten definir sendas medidas de rentabilidad ajustada al riesgo, incrementando aún más, si cabe, la confusión existente en las mismas[41].

[40] A este respecto véase, por ejemplo, Wilson (1992), y Crouhy, Turnbull y Wakeman (1999).

[41] En este sentido, en la literatura especializada pueden encontrarse algunas denominaciones tales como la rentabilidad sobre el capital –*return on capital* o, simplemente, ROC- rentabilidad ajustada al riesgo sobre

Como se ha expuesto más arriba, el capital económico es aquél que la entidad financiera necesita para absorber la pérdida inesperada asociada a los riesgos financieros a los que está expuesta y poder llevar a cabo su actividad en los mercados financieros. Por tanto, el valor de este capital depende tanto de dichos riesgos financieros como de los distintos aspectos estratégicos que deben considerar los gestores de la entidad, por lo que, en principio, no es adecuado para determinar el capital ajustado al riesgo.

Sin embargo, no todas las partes interesadas en la entidad financiera son capaces de descomponer el capital económico en sus componentes de absorción de riesgos y estratégico; es más, como consecuencia de que estas partes disponen de información asimétrica sólo los gestores de la entidad financiera disponen de toda la información necesaria para poder llevar a cabo dicha descomposición. Por ello, en la práctica, la distinción entre los capitales económico y en riesgo no suele llevarse a cabo, y ambos términos se emplean como sinónimos.

Por su parte, los requisitos de capital son más una restricción que la entidad financiera debe considerar al invertir en los activos financieros que una medida de los riesgos financieros asociados a los mismos, por lo que tampoco son adecuados para determinar el capital ajustado al riesgo.

Aunque dichos requisitos se determinan, en mayor o menor medida, en función de los riesgos financieros a los que la entidad financiera queda expuesta al invertir en los activos financieros, no consideran todas sus facetas y, por tanto, no son medidas fiables de estos riesgos.

Así, en el caso de las entidades bancarias, la aplicación del Acuerdo de Capital de Basilea proporciona requisitos de capital que son insensibles al riesgo, lo cual constituye uno de los principales inconvenientes de este acuerdo y una de las principales razones para la introducción del Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea.

Por otra parte, la aplicación de este nuevo acuerdo proporciona requisitos de capital que dependen de las características de los activos financieros, pero no de las carteras, de forma que, aunque consideran los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad, no tienen en cuenta el efecto que la composición de la cartera tiene en dichos beneficios.

Asimismo, los organismos de supervisión y control de la actividad financiera están interesados principalmente en la solvencia de estas entidades y no en su rentabilidad, por lo que la utilización de los requisitos de capital para determinar el capital ajustado al riesgo no tiene sentido, salvo que la entidad carezca de sistemas propios de medición de

el capital en riesgo–*risk adjusted return on risk capital* o RARORC, de forma abreviada- o la rentabilidad ajustada al riesgo sobre el capital económico (*risk adjusted return on economic capital* o, simplemente, RAROEC).

los riesgos financieros y emplee dichos requisitos como una aproximación, más o menos fiable, del capital ajustado al riesgo.

La conclusión que puede extraerse de lo expuesto en los párrafos anteriores es que el capital ajustado al riesgo debe determinarse empleando el capital en riesgo, y que el capital económico y los requisitos de capital sólo deben utilizarse cuando aquél no esté disponible.

No obstante, el capital a emplear para determinar el capital ajustado al riesgo no es el único elemento que necesita considerarse en la medida de rentabilidad ajustada al riesgo. Esta medida requiere considerar otros elementos, cuya determinación depende tanto de las aplicaciones que tendrá posteriormente como de los objetivos que la entidad financiera pretenda lograr con dicha medida.

Las principales aplicaciones que tiene la RAROC son las tres siguientes:

1. Selección de proyectos de inversión.
2. Fijación de precios basada en el riesgo (*risk based pricing* en lengua inglesa, o RBP abreviadamente).
3. Evaluación ajustada al riesgo (*risk adjusted performance* en lengua inglesa o RAP de forma abreviada).

Asimismo, algunos autores le atribuyen una cuarta aplicación a la RAROC, que es la asignación de capital a las unidades de negocio, los clientes y los activos financieros. Sin embargo, en el momento en el que el capital ajustado al riesgo se determina considerando los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad, la asignación de capital, más que un resultado, es un elemento necesario para obtener dicha medida de rentabilidad, tal y como puede comprobarse en la expresión (6.25).

3.1.3.2 RENTABILIDAD AJUSTADA AL RIESGO DE UN ACTIVO FINANCIERO

La RAROC de un activo financiero puede emplearse en las tres aplicaciones que se han expuesto en el epígrafe anterior. No obstante, la selección de proyectos de inversión a nivel táctico –en definitiva, la política de aceptación de créditos- y la fijación de precios basada en el riesgo requieren la consideración de esta medida con carácter previo a la incorporación del activo a la entidad financiera o la fijación de su precio, mientras que la evaluación ajustada al riesgo requiere considerar dicha medida una vez que el activo se ha incorporado a la entidad, ya sea mientras forma parte de la cartera de activos financieros o una vez que deja de formar parte de ésta.

Como se expuso en el segundo capítulo, en la política de aceptación de créditos se establecen los criterios que la entidad financiera emplea para aceptar o rechazar los activos financieros. Cuando la RAROC se utiliza con este fin, el criterio que debe cumplir un activo financiero para que sea susceptible de ser incorporado a la entidad es que la esperanza matemática de la variable aleatoria RAROC sea mayor o igual que un tanto mínimo establecido por sus gestores. Así, mientras que esta esperanza matemática representa la rentabilidad que proporciona el activo financiero ajustada por todos los costes reales y financieros que supone para la entidad financiera –incluido su pérdida esperada-, el tanto mínimo representa el coste que los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada tienen para la entidad.

La esperanza matemática de la variable aleatoria RAROC del activo financiero *i*-ésimo –representada por $E\left(RAROC_i\right)$- se obtiene por medio de la expresión siguiente[42]:

$$E\left(RAROC_i\right)=\frac{ER_i-EL_i\pm PIT_i}{RAC_i} \qquad (6.26)$$

Donde:

- $E\left(R_i\right)$ es la esperanza matemática de la variable aleatoria resultado contable del activo financiero *i*-ésimo.
- EL_i es la pérdida esperada asociada a los riesgos financieros a los que está expuesta directamente la unidad de negocio a la que se incorpora el activo financiero *i*-ésimo.
- PIT_i son los precios internos de transferencia de las transacciones que la unidad de negocio que incorpora el activo financiero *i*-ésimo lleva a cabo con el resto de los departamentos o las unidades de negocio de la entidad financiera, las cuales son, básicamente, transferencias de recursos y de riesgos financieros[43].

  Al consistir el proyecto de inversión en la concesión de un crédito, la unidad de negocio que acepta el activo financiero necesita captar los recursos financieros necesarios para su concesión, los cuales pueden provenir de la misma unidad de negocio, o de otro departamento o unidad de negocio de la entidad financiera. En este último caso, es necesario establecer el precio interno de transferencia de esta transacción, que, en función de los criterios establecidos por los gestores de la entidad, es el precio virtual que debe pagar la unidad que acepta el activo por los recursos financieros que recibe del otro departamento o unidad de negocio.

[42] Al igual que el resto de las medidas de rentabilidad ajustada al riesgo expuestas más arriba, la RAROC es una medida que, generalmente, abarca más de un periodo. Sin embargo, con el fin de simplificar, tanto en esta expresión como las que se exponen más abajo, se asume la hipótesis de que la duración de los activos financieros es menor o igual al horizonte temporal empleado por la entidad financiera en la medición y la gestión de los riesgos financieros (un periodo). No obstante, en el caso de que no se cumpla dicha hipótesis, todas estas expresiones pueden generalizarse para más de un periodo.

[43] A este respecto véase, por ejemplo, Resti y Sironi, (2007), pp. 77-93, y Saita (2007), pp. 197-198.

Además de la actividad de transferencia de recursos financieros, las entidades financieras llevan a cabo otras que conllevan la transferencia de riesgos financieros. Por tanto, la unidad de negocio que acepta el activo financiero puede transferir uno o más de los riesgos financieros asociados a este activo a otros departamentos o unidades de negocio que estén especializados en la medición y gestión de dichos riesgos, o que, a su vez, estén expuestos a otros riesgos financieros que sean coberturas naturales de los primeros; y viceversa, la unidad de negocio que incorpora el activo financiero puede recibir riesgos financieros de otras unidades de negocio porque los riesgos financieros asociados al activo son coberturas naturales de los primeros. En cualquier caso, es necesario cuantificar todas estas reducciones y transferencias de riesgo por medio de los correspondientes precios internos de transferencia.

– RAC_i es el capital ajustado al riesgo del activo financiero *i*-ésimo, el cual debe considerar las características de este activo, los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros tiene en el mismo, y que dicho activo todavía no forma parte de la entidad financiera.

  Por tanto, dado que el activo financiero no se ha incorporado todavía a la cartera, este capital debe determinarse empleando bien las contribuciones del activo al riesgo proporcionadas por los criterios de asignación marginales, o bien las contribuciones incrementales que proporcionan los criterios de asignación basados en el teorema de Euler; opción ésta que es preferible ya que la determinación de las contribuciones marginales resulta menos compleja y estos criterios cumplen los distintos axiomas y propiedades necesarias para que un criterio de asignación sea coherente.

Como puede observarse, el numerador de la expresión (6.26) no es otra cosa que la esperanza matemática de la variable aleatoria resultado económico del activo financiero *i*-ésimo.

En cuanto al tanto mínimo, los principales aspectos que los gestores de la entidad financiera deben considerar en su determinación son dos[44]: el primero, si emplean un único tanto mínimo para todas las unidades de negocio que componen la entidad financiera, o uno para cada una de estas unidades, que refleje las características que, desde el punto de vista de la medición de los riesgos financieros, presenta cada una de

[44] La exposición en profundidad de todos los aspectos que los gestores deben considerar en la determinación del tanto mínimo excede los límites del presente trabajo, que se limita a mencionar los aspectos más relevantes.
Respecto a dichos aspectos, véase Matten (2000), pp. 285-296, Bessis (2002), pp. 675-678, Crouhy, Galai y Mark (2006), pp. 377-378, Resti y Sironi (2007), pp. 739-745, y Saita (2007), pp. 218-227, entre otros.

ellas; y el segundo, qué tanto van a utilizar como tanto mínimo, para lo cual existen, principalmente, las cuatro posibilidades siguientes:

1. Un tanto fijado de forma arbitraria por los gestores de la entidad financiera en función de sus preferencias y de la estimación que ellos hacen de las preferencias de los propietarios de la entidad financiera.
2. El tanto efectivo de coste de los recursos propios de la entidad financiera, el cual puede determinarse por medio de diferentes modelos entre los que destacan los tres siguientes:

   a) Los modelos basados en el valor actual de los dividendos que la entidad financiera proporciona a los accionistas.

   b) El modelo de valoración por medio de la cartera de mercado, que permite determinar dicho tanto en función del riesgo sistemático de las acciones de la empresa.

   c) Los modelos de valoración de opciones financieras, que también permiten determinar dicho tanto en función del riesgo sistemático de las acciones de la empresa[45].

3. El coste del capital medio ponderado de la entidad financiera.
4. Utilizar el modelo propuesto por Froot y Stein (1998), en el que los riesgos financieros a los que ésta expuesto el activo financiero se descomponen en dos partes, una negociable –o sistemática- y otra no negociable, de forma que el tanto mínimo viene dado por la suma de las primas de riesgo correspondientes a ambas partes.

   La prima del riesgo negociable se obtiene de forma similar al modelo de valoración por medio de la cartera de mercado, mientras que la del no negociable viene dada por el producto del precio de este riesgo, que depende del grado de aversión al riesgo de la entidad financiera, y la cantidad de riesgo no diversificable asociado al activo financiero, que depende la covarianza entre este riesgo y el riesgo no diversificable que existe previamente en la cartera de la entidad.

Por tanto, el criterio de aceptación que debe emplearse para decidir si se incorpora o no el activo financiero *i*-ésimo a la entidad financiera es comparar la esperanza matemática de la RAROC con el tanto mínimo establecido por los gestores de la entidad –representado por μ-, pudiendo darse las dos situaciones siguientes:

1. La esperanza es mayor o igual que el tanto mínimo, es decir, $E\left(RAROC_i\right) \geq \mu$, en cuyo caso, la decisión racional es aceptarlo, ya que los ingresos del activo cubren,

[45] A este respecto véase, por ejemplo, Galai y Masulis (1976), y Prokopczuk, Rachev y Trück (2004).

en términos medios esperados, todos sus costes reales y financieros, generando valor añadido para los propietarios de la entidad.

2. La esperanza es menor que el tanto mínimo, esto es, $E\left(RAROC_i\right) < \mu$.

   En este supuesto, los ingresos del activo financiero son insuficientes para cubrir sus costes, destruyendo valor para los propietarios de la entidad financiera, por lo que la decisión racional es no aceptar el activo financiero, salvo que una modificación de sus características conlleve la situación expuesta en el punto anterior, o que el valor generado por el deudor por medio de otros activos, pasivos o servicios financieros sea suficiente para compensar el valor destruido por el activo en cuestión.

En consecuencia, la elección de un tanto mínimo adecuado para la selección de proyectos de inversión tiene la misma importancia que la elección de una medida ajustada al riesgo apropiada.

Algunos autores, tales como, por ejemplo, Punjabi y Dunsche (1998), y Prokopcuk, Rachev y Trück (2004), son partidarios de incluir el coste de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada en la esperanza matemática de la RAROC, en cuyo caso en lugar de la expresión (6.26) se tiene:

$$E\left(RAROC_i\right) = \frac{E\left(R_i\right) - EL_i \pm PTI_i - \left[\left(\mu - r_f\right) \cdot RAC_i\right]}{RAC_i} \qquad (6.27)$$

Como puede observarse, ambas expresiones se diferencian en el numerador, ya que el de la expresión (6.26) no considera explícitamente el coste de los recursos financieros que son aptos para absorber la pérdida inesperada del activo financiero, mientras que el de la (6.27) sí.

Asimismo, en esta última expresión el coste de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada asociada al activo financiero *i*-ésimo se reduce en la rentabilidad de los activos libres de riesgo, ya que la entidad financiera debe invertir esos recursos en estos activos con la finalidad de que su probabilidad de insolvencia sea la prefijada por los gestores. Dichos activos proporcionan una rentabilidad que debe considerarse al obtener la esperanza matemática de la RAROC[46, 47].

En este supuesto, el criterio de aceptación que debe emplearse para decidir si se incorpora o no el activo financiero *i*-ésimo a la entidad financiera es el siguiente:

[46] En esta expresión se está asumiendo implícitamente la hipótesis de que la entidad financiera se encuentra en un estado óptimo desde el punto de vista de la suficiencia de capital –de forma que el valor de los capitales disponible y económico es el mismo- y que existen recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada invertidos en activos financieros libres de riesgo por una cuantía igual a la del capital ajustado al riesgo del activo financiero *i*-ésimo.

[47] A este respecto véase, por ejemplo, Saita (2007), p. 199.

– El activo se incorpora si la esperanza matemática es mayor o igual a cero, es decir, $E\left(RAROC_i\right) \geq 0$.

– El activo no se incorpora si la esperanza es menor que cero, esto es, $E\left(RAROC_i\right) < 0$.

Por su parte, la fijación de precios basada en el riesgo consiste en determinar la cuantía de los ingresos que la entidad financiera debe percibir de los activos financieros para cubrir sus costes reales y financieros, incluidos la pérdida esperada y el coste de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada. De todos estos ingresos, el principal es el precio financiero que la entidad cobra por los activos, es decir, el tipo de interés pactado en los créditos[48].

El precio financiero que la entidad debe cobrar por un activo financiero puede determinarse empleando la expresión (6.27), teniendo en cuenta que la esperanza matemática de la RAROC debe ser mayor o igual que cero para que dicho precio cubra todos los costes que el activo le supone a la entidad financiera. Operando en esta expresión se obtiene que dicho precio viene dado por la inecuación siguiente:

$$E\left(R_i\right) \geq \left[E\left(RAROC_i\right) \cdot RAC_i\right] + EL_i \mp PTI_i - \left[\left(\mu - r_f\right) \cdot RAC_i\right]$$

En lo que se refiere a la evaluación ajustada al riesgo, consiste en determinar la RAROC del activo financiero mientras forma parte de la cartera –o una vez que deja de formar parte de ésta[49]- con la finalidad de que la entidad financiera pueda comparar el resultado esperado con el que realmente está obteniendo (o ha obtenido). Así, si la RAROC que obtiene del activo financiero no es la esperada, la entidad financiera puede llevar a cabo distintas acciones con el fin de solventar esta situación.

Las principales aplicaciones que la RAROC tiene en la evaluación ajustada al riesgo son las siguientes:

1. Control y supervisión interna de la entidad financiera por medio de límites basados en el riesgo.
2. Reducción y transferencia de los riesgos financieros.
3. Remuneración del personal de la entidad financiera.

[48] El precio financiero no es el único ingreso que la entidad financiera obtiene de un crédito, ya que su concesión puede estar condicionada a la aceptación de determinadas condiciones por parte del deudor, o a la suscripción de otros productos o servicios financieros ofertados por la misma.

[49] Las principales causas por las que un activo financiero puede salir de la cartera son su amortización total por parte del deudor, su impago definitivo o la transferencia a una tercera persona.

Estas tres aplicaciones requieren determinar la RAROC del activo financiero *i*-ésimo –representada por $RAROC_i$ -, la cual, en el supuesto de que el activo ya no forme parte de la cartera, viene dada por la expresión siguiente:

$$RAROC_i = \frac{R_i - EL_i \pm PTI_i - \left[\left(\mu - r_f\right) \cdot RAC_i\right]}{RAC_i} \qquad (6.28)$$

Siendo R_i e l resultado contable del activo financiero *i*-ésimo de la cartera.

Como puede observarse, las expresiones (6.27) y (6.28) son similares. Las principales diferencias que existen entre ambas expresiones son las dos siguientes:

1. Las variables que figuran en la expresión (6.27) son, en su mayoría, aleatorias, puesto que, con carácter previo a la aceptación o la fijación del precio, la entidad financiera desconoce el desarrollo que va a tener el activo financiero y la cartera en la que éste se integra, mientras que las de la expresión (6.28) son deterministas, ya que todos los valores de las variables se conocen con certeza una vez que el activo financiero deja de formar parte de la cartera.

   Además de las dos situaciones que se ponen de manifiesto en ambas expresiones, puede darse una tercera, intermedia, que es aquélla en la que el activo financiero todavía forma parte de la cartera de la entidad financiera.

   En este supuesto, la determinación de la RAROC del activo financiero *i*-ésimo con el fin de utilizarla en la evaluación basada en el riesgo se lleva a cabo por medio de una expresión que es una combinación de las dos mencionadas en el párrafo anterior, en la que las variables presentan valores ciertos desde que la entidad financiera incorpora el activo a su cartera hasta el momento en el que determina su RAROC, y principalmente aleatorios desde este momento hasta aquél en el que prevé que el activo dejará de formar parte de la cartera.

2. La medida adecuada para determinar el capital ajustado al riesgo la cual no es única en la evaluación ajustada al riesgo, dependiendo de las aplicaciones que la entidad financiera prevea para la RAROC.

   La aplicación de la RAROC al control y la supervisión interna por un lado, y a la reducción y transferencia de los riesgos financieros por otro, requiere que el capital ajustado al riesgo refleje las características del activo financiero *i*-ésimo, los beneficios que la diversificación de dichos riesgos supone para la entidad, y que este activo forma parte de la cartera de la entidad.

   Por tanto, el capital ajustado al riesgo debe determinarse utilizando las contribuciones absolutas al riesgo que proporcionan los principios de asignación de capital proporcionales, los basados en la teoría de los juegos cooperativos y los

basados en el teorema de Euler, principalmente estos dos últimos, por cumplir los distintos axiomas y propiedades que son necesarios para que un criterio de asignación sea coherente.

Por el contrario, la utilización de la RAROC en un sistema de sistema de remuneración del personal por objetivos, en el que el personal de la entidad financiera –principalmente el de la red comercial- se evalúa y remunera en función del grado de consecución de los objetivos[50], requiere que el capital ajustado al riesgo refleje tanto las características del activo financiero *i*-ésimo como el hecho de que éste forma parte de la cartera, pero no los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros tiene en el mismo. Ello se debe, fundamentalmente, a que dicho personal no tiene la capacidad de influir en esos beneficios y, por tanto, no debe ser remunerado y, mucho menos, penalizado por los mismos.

Si se consideran dichos beneficios puede ocurrir que las decisiones estratégicas tomadas por los gestores de la entidad financiera produzcan un incremento en el grado de diversificación de los riesgos financieros, produciendo, a su vez, una reducción del capital ajustado al riesgo que ocasionaría un incremento de la remuneración del personal, beneficiándolo por circunstancias que escapan a su control y no por la eficiencia en su desempeño; y viceversa. Esto puede provocar que este sistema de remuneración no cumpla con su principal objetivo, que es alinear los intereses del personal con los de los propietarios de la entidad.

Por tanto, en esta última aplicación de la RAROC, el capital ajustado al riesgo debe determinarse empleando las medidas del riesgo de crédito de los activos financieros, caracterizadas por no considerar los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad.

3.1.3.3 RENTABILIDAD AJUSTADA AL RIESGO DE UNA UNIDAD DE NEGOCIO

Las decisiones relacionadas con las unidades de negocio son fundamentalmente estratégicas y se caracterizan porque la información cualitativa tiene un mayor peso que la cuantitativa. Esto se debe fundamentalmente a que, con frecuencia, los gestores de la entidad financiera no disponen de toda la información cuantitativa que desearían para tomar este tipo de decisiones, lo cual no significa que las tomen sin emplear este tipo de información.

[50] Uno de los objetivos del personal de la entidad financiera, principalmente el de la red comercial, suele ser que los activos que incorporan a la cartera proporcionen una determinada rentabilidad ajustada al riesgo.

En cualquier caso, la información cuantitativa sobre la unidad de negocio puede proceder de su RAROC, la cual puede aplicarse, al menos en teoría, para tomar decisiones relacionadas con las distintas actividades que conlleva el negocio financiero, tales como la selección de proyectos de inversión a nivel estratégico, así como la fijación de precios basada en el riesgo y la evaluación ajustada al riesgo de la unidad de negocio.

Sin embargo, en la práctica, la mayoría de las entidades financieras carecen de la información necesaria para determinar la RAROC de una unidad de negocio antes de su incorporación a la entidad, por lo que no puede emplearse en la toma de decisiones relativas a las dos primeras actividades, las cuales se llevan a cabo utilizando la información cuantitativa que proporcionan los métodos y modelos agregados de asignación de capital. Por tanto, la RAROC se emplea principalmente en la evaluación de las unidades de negocio que forman parte de la entidad.

En cuanto a las aplicaciones que la RAROC tiene en la evaluación ajustada al riesgo de una unidad de negocio, son las mismas que las que tiene en un activo financiero, salvo la reducción y la transferencia de los riesgos financieros, por la dificultad que presenta encontrar instrumentos que permitan transferir todos los riesgos financieros a los que está expuesta una unidad de negocio. Por consiguiente, las aplicaciones que esta medida de rentabilidad tiene en el contexto de la evaluación ajustada al riesgo de las unidades de negocio son básicamente dos, el control y la supervisión interna y la remuneración del personal, de las cuales la última requiere una atención especial desde el punto de vista de la determinación de la RAROC.

La utilización de la RAROC de una unidad de negocio en un sistema de remuneración del personal por objetivos[51] requiere considerar la diferencia entre los dos capitales ajustados al riesgo siguientes:

1. El asignado a la unidad de negocio por los gestores al principio del periodo considerado por la entidad financiera en su planificación, que es el que la unidad tiene disponible para absorber los riesgos financieros a los que quedará expuesta durante este periodo.
2. El utilizado por la unidad de negocio, que es el que ésta ha necesitado al final de dicho periodo para absorber los riesgos financieros a los que ha quedado expuesta durante el mismo.

[51] La entidad financiera suele establecer entre los objetivos de su personal, principalmente, el de los mandos intermedios de las unidades de negocio, que éstas proporcionen una determinada rentabilidad ajustada al riesgo.

La asignación de capital a las unidades de negocio requiere considerar diversos elementos, siendo un problema complejo que, generalmente, se resuelve empleando una solución intermedia entre las dos extremas posibles, las cuales son las siguientes[52]:

1. La asignación de capital en función de las características que presentan los activos financieros y la cartera –o las carteras- de la unidad de negocio por medio de un modelo estructural de asignación de capital.
2. La asignación en función del capital solicitado por la unidad de negocio.

Con independencia de cómo se lleve a cabo la asignación de capital a las unidades de negocio, el capital ajustado al riesgo que los gestores asignen a la unidad de negocio representa el límite que dichas unidades tienen disponible para absorber los riesgos financieros asociados a las actividades que llevan a cabo, mientras que el utilizado representa el capital que necesitan para absorber los riesgos asociados a estas actividades. Este último capital debe coincidir con los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada que la entidad financiera tiene disponible para la unidad de negocio, si la entidad se encuentra en un estado óptimo desde el punto de vista de la suficiencia de capital[53].

La evaluación ajustada al riesgo de la unidad de negocio *i*-ésima de una entidad financiera requiere considerar la relación entre el capital ajustado al riesgo asignado –representado por RAC_i^A - y el utilizado –representado por RAC_i^U -, pudiendo darse las tres situaciones siguientes:

1. $RAC_i^A > RAC_i^U$, de forma que el capital ajustado al riesgo asignado por los gestores a la unidad de negocio es superior que el utilizado por para absorber los riesgos financieros a los que queda expuesta en el desarrollo de sus actividades.

   En este caso, existen recursos financieros que están ociosos, pues no se asignan a ningún activo financiero con el fin de absorber la pérdida inesperada asociada a sus riesgos financieros. Del mismo modo, el coste que estos recursos tiene para la entidad financiera no puede ser cubierto por los ingresos que proporciona un activo financiero, al no ser asignados a ninguno[54].

[52] Respecto al proceso de asignación de capital a las unidades de negocio véase, por ejemplo, Saita (1999).

[53] La entidad financiera se encuentra en un estado óptimo desde el punto de vista de la suficiencia de capital cuando sus capitales disponible y económico son iguales, tal y como se ha expuesto en el epígrafe 1.3 del presente capítulo.

[54] Lógicamente, esto no significa que dichos recursos propios queden sin aplicación, ya que, en el peor de los casos, la entidad financiera puede invertirlos en el mercado interbancario. Aún así, los ingresos que producen dichos activos financieros no serán, generalmente, suficientes para cubrir el coste de estos recursos propios, ya que las estructuras económica y financiera de la unidad de negocio están diseñadas para que lleve a cabo una actividad concreta e invierta en determinados activos financieros.

Esta situación afecta negativamente a la rentabilidad de la entidad financiera, y, por tanto, a su capacidad para generar valor para sus propietarios, puesto que, de todos los recursos financieros que puede utilizar, los que son aptos para absorber la pérdida inesperada, compuestos en su mayoría por recursos propios, son los que tienen un mayor tanto efectivo de coste.

2. $RAC_i^A < RAC_i^U$, en cuyo caso el capital ajustado al riesgo asignado a la unidad de negocio es inferior al utilizado por ésta.

   Las entidades financieras pueden establecer límites en el capital ajustado al riesgo que asignan a las unidades de negocio que pueden ser flexibles o rígidos, en función de si las unidades pueden o no incorporar más activos financieros a su cartera una vez que han utilizado todo el capital asignado.

   En el caso de que la entidad financiera establezca límites flexibles en el capital ajustado al riesgo y se encuentre en un estado óptimo desde el punto de vista de la suficiencia de capital, ésta puede llevar a dicha situación de las dos formas siguientes:

   a) Reasignando capital desde aquellas unidades de negocio que se encuentran en la primera situación descrita a las que se encuentran en la segunda, lo cual está condicionado a que existan este tipo desequilibrios en la entidad financiera.
   b) Acudiendo a los mercados de capitales con la finalidad de incrementar los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada y asignando estos recursos a aquellos activos financieros que han provocado que el capital ajustado al riesgo utilizado por la unidad de negocio exceda al asignado, lo cual expone a la entidad financiera al riesgo de liquidez de la estructura financiera.

3. $RAC_i^A = RAC_i^U$ de forma que el capital ajustado al riesgo asignado a la unidad de negocio es igual al utilizado, siendo la situación óptima que puede producirse desde el punto de vista del uso que la unidad de negocio hace del capital ajustado al riesgo que se le ha asignado.

Como puede observarse, la relación entre el capital ajustado al riesgo asignado y el utilizado por la unidad de negocio influye en su RAROC, bien porque pueden reducir su rentabilidad o bien porque pueden incrementar su exposición al riesgo de liquidez de la estructura financiera. Por tanto, resulta necesario cuantificar esta relación, lo cual se lleva a cabo por medio del ratio de uso del capital ajustado al riesgo de la unidad de negocio *i*-ésima –representado por $RURAC_i$-, el cual viene dado por la expresión siguiente:

$$RURAC_i = \frac{RAC_i^U}{RAC_i^A}$$

La entidad financiera debe incentivar que las unidades de negocio utilicen todo el capital ajustado al riesgo asignado, para lo cual debe considerar explícitamente esta relación en los sistemas de remuneración del personal por objetivos, con la finalidad de que permitan alinear los intereses del personal con los de los propietarios.

Las entidades financieras pueden emplear diversas alternativas para vincular la RAROC de la unidad de negocio al ratio de uso del capital ajustado al riesgo. La elección de una alternativa u otra depende en gran medida de cuál sea el grado de centralización en la determinación del capital ajustado al riesgo asignado a las unidades de negocio.[55]

Así, la entidad financiera puede determinar la RAROC de la unidad de negocio por medio de cualquiera de las expresiones que resultan de sustituir el capital ajustado al riesgo que figura en las expresiones que permiten obtener la RAROC de un activo financiero –en el denominador, el numerador o ambos- por el capital ajustado al riesgo asignado por los gestores o el utilizado por la unidad de negocio.

Otra posibilidad es que el numerador de la RAROC incluya una penalización que dependa de la diferencia entre el capital ajustado al riesgo asignado y el utilizado, en cuyo caso la expresión que permite obtener esta medida de riesgo es la siguiente:

$$RAROC_i = \frac{R_i - EL_i \pm PTI_i - \left[\left(\mu - r_f\right)\cdot RAC_i^U\right] - \left|FP_i \cdot \left(RAC_i^A - RAC_i^U\right)\right|}{RAC_i^U} \quad (6.29)$$

En esta expresión todas las variables que se han expuesto más arriba para la RAROC de un activo financiero hacen referencia a la unidad de negocio *i*-ésima, mientras que FP_i es el factor de penalización que la entidad financiera aplica a la diferencia entre el capital ajustado al riesgo asignado y el utilizado, el cual puede fijarse en función del grado de centralización que exista en la determinación del capital asignado.

Una vez que se ha expuesto la RAROC de un activo financiero y de una unidad de negocio es posible identificar las ventajas e inconvenientes que esta medida de rentabilidad ajustada al riesgo presenta en la gestión de los riesgos financieros en general, y del riesgo de crédito en particular.

La principal ventaja que presenta la RAROC es el ser una medida de rentabilidad homogénea, que permite comparar la rentabilidad que proporcionan los activos financieros, los clientes y las unidades de negocio que componen la entidad financiera con independencia de los riesgos financieros a los que están expuestos todos ellos.

[55] Lógicamente, las entidades financieras con un mayor grado de descentralización en la determinación del capital ajustado al riesgo asignado, deberían penalizar más a aquellas unidades de negocio que, primero solicitan capital, y después no lo utilizan. Por el contrario, cuando el capital ajustado al riesgo asignado no ha sido solicitado por las unidades, no deberían ser penalizadas por el capital no utilizado.

El principal inconveniente de esta medida es que puede crear incentivos incorrectos cuando la RAROC de un activo financiero se utiliza en los sistemas de remuneración por objetivos[56].

En el supuesto de que la entidad financiera emplee la RAROC para medir el grado de eficiencia en el uso del capital ajustado al riesgo y la utilice para determinar la remuneración del personal, esta medida puede sustituir al tanto mínimo establecido por los gestores como criterio de aceptación de los activos financieros, creando incentivos incorrectos en todas aquellas unidades de negocio que presentan una RAROC anormal.

Así, en aquellas unidades de negocio con una RAROC excesivamente alta, el personal tiene incentivos para rechazar todos aquellos activos financieros que presentan una RAROC inferior a la de la unidad, ya que su aceptación disminuiría la RAROC de esta última, con independencia de que el resultado económico de estos activos fuese suficiente para cubrir el coste de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada asociada a sus riesgos financieros. Sin embargo, dicho personal debería aceptar todos aquellos activos financieros cuyo resultado económico fuese superior a este coste, ya que crean valor para los propietarios de la entidad.

Esta conducta del personal puede beneficiar a la entidad financiera en etapas de restricción crediticia, las cuales se caracterizan porque los recursos financieros son escasos y el coste de los disponibles es alto, ya que permite la asignación del capital a aquellos activos financieros que hacen un uso más eficiente del mismo.

Sin embargo, puede perjudicar a la entidad financiera en las etapas de expansión crediticia, caracterizadas por la abundancia de recursos financieros, puesto que le puede llevar a rechazar aquellos activos financieros cuyo resultado económico es superior al coste de los recursos financieros aptos para absorber su pérdida inesperada, dejando ociosos estos recursos que, por falta de aplicación, finalmente son invertidos en otros activos financieros, principalmente aquellos que son líquidos, se negocian en los mercados financieros monetarios y proporcionan un tanto efectivo de rentabilidad inferior a dicho coste, lo que, en última instancia, conlleva la destrucción de valor para los propietarios de la entidad.

En cambio, en aquellas unidades de negocio con una RAROC excesivamente baja, el personal tiene incentivos para aceptar todos aquellos activos financieros con un RAROC superior a la de la unidad de negocio, ya que su aceptación incrementará la RAROC de esta última, con independencia de que el resultado económico de estos activos sea suficiente para cubrir el coste de los recursos financieros que son aptos para absorber su pérdida inesperada. Sin embargo, dicho personal sólo debería aceptar

[56] Nótese que este inconveniente se propaga a la RAROC de los clientes, las unidades de negocio y la entidad financiera, puesto que esta medida de rentabilidad cumple la propiedad de agregación lineal.

aquellos activos financieros con un resultado económico mayor o igual a este coste, puesto que la incorporación de aquéllos cuyo resultado económico es inferior destruyen valor para los propietarios de la entidad, en lugar de crearlo.

Si bien en todas aquellas expresiones de la RAROC que incluyen el coste de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada asociada a los riesgos financieros a los que la entidad financiera queda expuesta al aceptar los activos financieros –por ejemplo, las expresiones (6.27)-(6.29)- la destrucción de valor para los propietarios de la entidad se manifiesta claramente porque el valor de esta medida es negativo, no resulta tan evidente en aquellas en las que no se incluye dicho coste (por, ejemplo, la expresión (6.26)).

Dicho inconveniente es la principal razón de que en la literatura especializada se hayan propuesto medidas que reflejan el valor creado, o, en su caso, el destruido, por los activos financieros y las unidades de negocio, las cuales pueden ser utilizadas solas o como complemento de la RAROC, y entre las que destacan las medidas de beneficio ajustadas al riesgo (las cuales se exponen en el epígrafe siguiente).

3.2 MEDIDAS DE BENEFICIO. MEDIDAS DE BENEFICIO AJUSTADO AL RIESGO

Las medidas de beneficio son medidas de rendimiento absolutas, en las que sólo se considera el resultado que proporciona la inversión.

De forma similar a las medidas de rentabilidad, las de beneficio pueden clasificarse en función de la información empleada en su obtención, en cuyo caso también puede distinguirse entre las basadas en información contable, las basadas en los mercados de capitales y las ajustadas al riesgo. En cada una de estas categorías pueden distinguirse, a su vez, diversas medidas en función de su naturaleza. Así, por ejemplo, en las medidas de beneficio basadas en información contable puede distinguirse entre las basadas en el beneficio bruto o de explotación, y las basadas en el neto.

La exposición de las medidas de beneficio basadas en información tanto contable como de los mercados de capitales exceden los límites del presente trabajo, que se centra en las medidas de beneficio ajustadas al riesgo.

Los orígenes de las medidas de beneficio ajustado al riesgo están en la medida de beneficio denominada valor económico agregado –*economic value added* en lengua inglesa, o EVA de forma abreviada-, propuesta inicialmente por la empresa consultora

Stern Stewart para empresas no financieras y desarrollada posteriormente por diversas empresas, financieras o no, bajo diversas denominaciones[57].

Con independencia de la denominación que reciban, todas estas medidas de beneficio ajustado al riesgo se basan en la hipótesis de que los gestores crean valor para los propietarios de la empresa cuando invierten en activos que proporcionan un resultado económico mayor que el coste de todos los recursos que los financian, ya sean ajenos o propios.

El valor económico agregado para empresas no financieras[58] se define como el exceso del rendimiento contable ajustado sobre el coste de los recursos financieros:

$$EVA = RAC - CCMP \cdot C$$

Donde:

- RCA es el resultado contable ajustado, el cual se obtiene tras realizar en el resultado contable de la empresa una serie de ajustes propuestos en la literatura especializada con la finalidad de evitar las distorsiones contables, considerar las sinergias que se producen en la empresa y el efecto que éstas tienen en sus costes e ingresos, y desincentivar aquellas acciones de los gestores que reducen la creación de valor en la empresa.
- $CCMP$ es el coste del capital medio ponderado de los recursos financieros.
- C es el capital invertido, que no es otra cosa que los recursos financieros utilizados por la empresa.

Al ser una medida de beneficio, los valores que presenta el valor económico agregado –en adelante, en aras de la sencillez, EVA- vienen expresados en unidades monetarias, indicando el valor que los gestores crean, o en su caso, destruyen, para los propietarios de la empresa.

Los valores que puede tomar el EVA son los siguientes:

- $EVA > 0$, en cuyo caso los gestores crean valor para los propietarios de la empresa.
- $EVA \leq 0$, en cuyo caso los gestores no crean, o peor aún, destruyen valor para los propietarios de la empresa.

El EVA para empresas no financieras es una medida puramente contable que se obtiene empleando la información que proporcionan los sistemas de información contable,

[57] Así, en el ámbito de las entidades financieras, las denominaciones más comunes para medidas de beneficio ajustadas al riesgo similares al valor económico agregado son las de beneficio económico –*economic profit* en lengua inglesa o EP de forma abreviada- y valor creado para el accionista (*Shareholder value added*, o SVA).

[58] A este respecto véase, por ejemplo, Zimmerman (1997).

básicamente las cuentas anuales, y que se diferencia del resto de medidas de este tipo, principalmente, en que considera expresamente el coste de los recursos propios utilizados por la empresa.

Las principales características del EVA para las empresas no financieras es que es una medida centrada en la creación de valor, con un horizonte temporal de corto plazo –que es el que permite la información empleada en su obtención- y que considera expresamente las sinergias que se producen en la empresa y el efecto que éstas tienen en sus costes e ingresos.

En cuanto a sus aplicaciones, el EVA para empresas no financieras se utiliza principalmente para la evaluación de la empresa y la remuneración del personal. En esta última aplicación, permite alinear los intereses del personal con los de los propietarios de la empresa, reduciendo así el riesgo moral al que están expuestos los últimos.

En cuanto al EVA para las entidades financieras[59], resulta necesario distinguir entre:

1. La medida de beneficio puramente contable, la cual se define como el resultado contable ajustado sobre el coste de los recursos financieros, siendo similar a la medida de beneficio expuesta más arriba para las empresas no financieras, con la diferencia de que los ajustes contables que se llevan a cabo son específicos de las entidades financieras.
2. La medida de beneficio que se define como el resultado económico sobre el coste del capital ajustado al riesgo:

$$EVA_i = R_i - EL_i \pm PTI_i \cdot \left[\left(\mu - r_f \right) \cdot RAC_i \right] \qquad (6.30)$$

   Donde EVA_i es el valor económico agregado por la unidad de negocio, el cliente o el activo financiero *i*-ésimo de la entidad financiera, mientras que el resto de las variables tienen el mismo significado que el expuesto más arriba para la RAROC de un activo financiero.

   Esta segunda definición del EVA es la que proporciona verdaderamente una medida de beneficio ajustada al riesgo, por lo que es la que con mayor frecuencia se emplea en la medición y gestión de los riesgos financieros a los que están expuestas las entidades financieras[60].

La determinación de la segunda definición de EVA requiere utilizar la información que proporcionan los sistemas de información contable y de medición de los riesgos financieros, tiene un horizonte temporal de medio y largo plazo, y considera las sinergias que se producen en la entidad financiera, así como el efecto que éstas tienen

[59] A respecto véase, por ejemplo, Uyemura, Cantor y Pettit (1996), y Kimball (1998).

[60] Ambas medidas reciben denominaciones específicas en el trabajo de Matten (2000), pp. 267-284, el cual utiliza las denominaciones de beneficio económico para la primera medida y la de flujo de caja libre (*free cash flow* en lengua inglesa o, simplemente, FCF) para la segunda.

en los costes e ingresos de la misma (principalmente los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad financiera).

Las aplicaciones que el EVA tiene en la gestión de los riesgos financieros son las mismas que la RAROC, empleándose principalmente en la selección de proyectos de inversión y en la evaluación ajustada al riesgo.

Como puede observarse, la expresión (6.30) es similar al numerador de la expresión (6.28), con lo cual resulta inmediato cuestionarse si puede establecerse algún tipo de relación entre el EVA y la RAROC, de forma que los resultados y los estímulos que, respectivamente, proporciona y crea la primera medida puedan extrapolarse, de una u otra forma, a los de la segunda, y viceversa.

El establecimiento de una relación entre la RAROC y el EVA es una labor que resulta más compleja, si bien no imposible[61], cuando esta última medida es puramente contable, puesto que requiere asumir numerosas hipótesis como consecuencia de que la primera es una medida de gestión de los riesgos financieros, mientras que la segunda es contable.

Sin embargo, el establecimiento de dicha relación resulta más simple cuando se utiliza la segunda definición de EVA, ya que en este caso ambas son medidas de gestión de los riesgos financieros. En este supuesto, la RAROC es el cociente entre el EVA y el capital, siempre y cuando este último sea el mismo en ambas medidas –el capital ajustado al riesgo, el asignado o el utilizado- y se obtenga empleando la misma medida de riesgo[62].

[61] A este respecto véase, por ejemplo, Resti y Sironi (2007), pp. 753-756.
[62] Al respecto, véase, por ejemplo, Saita (2007), pp. 208.

A continuación se exponen las principales conclusiones que se han obtenido del presente trabajo de investigación, comenzando con las que se han ido obteniendo en cada uno de los capítulos y terminando con unas conclusiones finales, en las que se aceptan o se rechazan las hipótesis de trabajo y se expone el grado de cumplimiento de los objetivos que se han fijado al inicio del trabajo de investigación.

Posteriormente, se destacan las principales aportaciones que se han realizado en el trabajo de investigación y se concluye con las futuras líneas de investigación que se pretende desarrollar.

Las principales conclusiones del primer capítulo son las siguientes:

1. Se coincide con Leonard (1998) cuando afirma que los riesgos no son ni buenos ni malos. En el ámbito del sector financiero, los riesgos financieros en general, y el riesgo de crédito, en particular constituyen una oportunidad de negocio para las entidades financieras que debe de ser aprovechada siempre y cuando éstas lleven a cabo una medición y gestión adecuada, cobrándole a sus cliente un precio que permita garantizar la solvencia, estabilidad y viabilidad de la entidad financiera a un cierto nivel.
2. La medición y gestión del riesgo de crédito debe tener en cuenta las características propias de este riesgo, que lo diferencian del resto de riesgos financieros en general, y del riesgo de mercado en particular, las cuales se han expuesto en el epígrafe 2.
3. La medición y gestión del riesgo de crédito asociado a los activos financieros ilíquidos debe tener en cuenta las características que los diferencian de los activos líquidos, las cuales se han expuesto en el epígrafe 3.1.1.
4. Con carácter general, la medición y gestión del riesgo de crédito de las pequeñas y medianas empresas debe considerar las características propias de las mismas, las cuales se han expuesto en el epígrafe 3.2.2. En particular, dichas empresas se caracterizan por ser opacas desde el punto de vista de la información que la entidad bancaria puede utilizar para la medición de su riesgo de crédito, complicándola.
5. La dificultad que las pequeñas y medianas empresas tienen para acceder a los mercados financieros permite establecer una relación entre éstas y los activos financieros ilíquidos, de forma que una parte importante de éstos están emitidos por aquéllas.

Las principales conclusiones del segundo capítulo son las siguientes:

1. Respecto al concepto y diseño de un sistema de medición del riesgo de crédito, las definiciones de la variable aleatoria “pérdida asociada al riesgo de crédito” que una entidad financiera puede emplear en aquellos activos financieros ilíquidos que

prevea transmitir –generalmente, por medio del instrumento que proporciona la titulización- son las dos siguientes:

a) La disminución del valor económico del activo producida por un único suceso –el impago-, en cuyo caso los modelos que debe emplear para determinar su distribución de probabilidad son de impago.

b) La disminución de valor económico del activo producida por un conjunto de sucesos, que son principalmente la disminución en la categoría crediticia del deudor y el incremento del diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad que proporciona el activo financiero y el que proporciona uno libre de riesgo, en cuyo caso los modelos que debe emplear para determinar su distribución de probabilidad son ajustados al mercado

En cuanto a los activos financieros ilíquidos que la entidad financiera prevea mantener en su cartera hasta vencimiento –*buy and hold* en lengua inglesa-, la definición de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito" que la entidad financiera debe utilizar es la que figura en el punto a, mientras que en los activos líquidos debe emplear la definición que figura en el punto b.

2. La entidad financiera debe emplear tanto un sistema ascendente de medición del riesgo total al que está expuesta, con el fin de que se utilice la información que proporcionan las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito y las medidas de riesgo sean sensibles a la composición de la cartera, como un sistema ascendente de medición del riesgo de crédito, de forma que se considere la estructura de dependencia entre las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito.

3. La entidad financiera debe determinar el valor de las medidas de riesgo empleando, siempre que sea posible, expresiones de cálculo, las cuales permiten obtener dicho valor de forma exacta y rápida. No obstante, la disponibilidad de dichas expresiones está limitada a la asunción y al cumplimiento de determinadas hipótesis, por lo que en muchas ocasiones carecen de la flexibilidad que sería deseable para la medición de los riesgos financieros en general, y del riesgo de crédito en particular.

   En aquellos casos en los que la entidad financiera no pueda emplear expresiones de cálculo para determinar el valor de las medidas de riesgo puede utilizar métodos numéricos, entre los que destaca el método de simulación de Monte Carlo por la extensa aplicación práctica que tiene actualmente en el sector financiero.

   El éxito del método de simulación de Monte Carlo se debe a su flexibilidad, puesto que permite relajar las hipótesis y los supuestos que son necesarios asumir y cumplir, respectivamente, para obtener las medidas de riesgo. No obstante, dicho

método asume unas hipótesis que son cuestionables en la medición de los riesgos financieros y los resultados que proporciona no son un valor exacto, sino una aproximación, por lo que deben ser tomados con prudencia.

4. La entidad financiera debe de validar siempre los modelos que utiliza en su sistema de medición del riesgo de crédito empleando varios, o mejor todos, los métodos de validación que se han expuesto en el epígrafe 1.8 del segundo capítulo.

5. En cuanto a las aplicaciones que puede tener un sistema de medición del riesgo de crédito, cabe señalar que, en los activos financieros ilíquidos, la valoración de dicho riesgo consiste principalmente en determinar el tanto de interés que la entidad financiera debe cobrar al cliente con el fin de cubrir todos los costes que le supone el activo, incluidos el de la pérdida esperada y el de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada.

   Dicho tanto de interés debe determinarse por medio de la fijación de precios ajustada al riesgo en la que la rentabilidad ajustada al riesgo sobre el capital –en adelante, simplemente RAROC- es un instrumento indispensable.

6. En los activos financieros ilíquidos se carece del instrumento de valoración que proporcionan los mercados financieros a través del precio de mercado (o dicho precio no puede utilizarse como una estimación fiable del valor del activo).

7. El criterio que la entidad bancaria debe emplear en su política de aceptación de créditos para determinar si un activo financiero en general, y un activo ilíquido en particular, es susceptible de ser incorporado a la cartera es que su RAROC sea mayor o igual que el tanto mínimo establecido por los gestores de la entidad.

8. La entidad financiera debe dotar provisiones y asignar capital económico por el riesgo de crédito en una cuantía que sea suficiente para absorber las pérdidas esperadas y las inesperadas asociadas a los activos financieros que comercializa. De no ser así, dicha entidad estará comercializando productos financieros por debajo de su coste, lo que, antes o después, le provocará pérdidas que pueden afectar negativamente a su solvencia, estabilidad y viabilidad.

   Asimismo, la entidad financiera debe ser especialmente prudente en la dotación de provisiones y la asignación de capital por el riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos, en los que el instrumento de valoración que proporcionan los mercados financieros no está disponible –o no es fiable-, por lo que dichas pérdidas quedarán implícitas en la fase de expansión del ciclo económico y no aflorarán hasta la fase de recesión con los inconvenientes que ello supone.

9. La entidad financiera debe llevar a cabo el control de los activos financieros en general, y de los activos ilíquidos en particular, por medio de límites basados en el riesgo, que son más flexibles que los tradicionales.

10. La entidad financiera debe realizar la supervisión de los activos financieros en general, y de los activos ilíquidos en particular, por medio de medidas de evaluación ajustadas al riesgo, las cuales se basan, fundamentalmente, en la RAROC.

    Dichas medidas reflejan la relación que existe entre el riesgo de crédito y diversas variables tales como, por ejemplo, la rentabilidad, el volumen de activos y el volumen de operaciones, entre otras, por lo que permiten alinear los intereses de las diversas partes con intereses en la entidad financiera, especialmente el de aquéllas cuya remuneración depende de dichas variables, tal y como es el caso del personal de la red comercial y de los gestores de las unidades de negocio.

11. La obtención de una cartera óptima es más compleja en las carteras compuestas por activos financieros ilíquidos que en las formadas por activos líquidos.

    Ambos tipos de carteras presentan la dificultad de determinar cuál es la composición de la cartera óptima, pero las carteras de activos ilíquidos tienen la dificultad adicional que supone que la modificación de la cartera actual para obtener la óptima, la cual no puede llevarse a cabo por medio de la venta de los activos financieros –ya que éstos no se negocian en los mercados financieros secundarios-, por lo que debe realizarse mediante la liquidación natural de los activos –rotación- o la liquidación indirecta (a través del instrumento que proporciona la titulización de activos financieros).

12. En lo que se refiere a la gestión del riesgo de crédito, la principal característica del riesgo de crédito que la entidad financiera debe tener en cuenta es que la importancia que tiene el riesgo idiosincrásico es mayor que la del sistemático, lo que presenta el inconveniente de que el riesgo de crédito al que la entidad financiera queda expuesta al invertir en activos financieros tiene una baja dependencia con otros activos, instrumentos o riesgos financieros, por lo que su cobertura es más compleja –de ahí que hayan surgido activos financieros derivados en los que el activo subyacente es el riesgo de crédito-, pero, por otra parte, presenta la ventaja de que el beneficio que la diversificación del riesgo de crédito supone para la entidad es mayor que en el caso de otros riesgos financieros como, por ejemplo, el riesgo de mercado.

13. En los activos financieros ilíquidos, el instrumento de gestión del riesgo de crédito que proporciona la venta no puede utilizarse para limitar el valor de las variables “exposición al riesgo de crédito” y “pérdida en caso de impago”.

Las principales conclusiones del tercer capítulo son las siguientes:

1. Las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos deben determinarse empleando, principalmente, la información histórica de la que disponga la entidad financiera, ya que en estos activos se carece de la información que proporcionan los mercados financieros (o ésta no es fiable).

   Dichas variables fundamentales también pueden determinarse empleando la información que proporciona el valor de los activos de la empresa deudora, siempre que esta información sea histórica y no se estime por medio del valor de mercado de las acciones de dicha empresa, pero no puede determinarse mediante el diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito y de un activo libre de riesgo, puesto que este diferencial se obtiene del valor de mercado de los activos.

   Lógicamente, las distribuciones de probabilidad que se obtienen empleando información histórica son físicas o reales.

2. La determinación de las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito debe realizarse, siempre que sea posible, por medio de modelos teóricos en los que las variables explicativas vienen dadas por la relación teórica que se establece entre éstas y la variable fundamental, de forma que se evita el problema de seleccionar las variables explicativas y los inconvenientes que ello conlleva.

3. En cuanto a los modelos teóricos que pueden emplearse en la determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", cabe destacar lo siguiente:

   a) Los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora son adecuados para determinar esta variable aleatoria.

   b) Los modelos de la teoría de la ruina también son adecuados para determinar dicha variable aleatoria. No obstante, su aplicación está limitada a aquellas empresas que llevan a cabo la actividad aseguradora del ramo no vida.

   c) El modelo de Wilcox ha tenido una escasa aplicación práctica, por lo que está poco desarrollado, desaconsejándose su utilización.

4. Los métodos empíricos determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" son apropiados siempre y cuando la entidad financiera haya recopilado suficiente información empírica y se emplee análisis de la mortalidad o la supervivencia.

5. La determinación de la variable "exposición al riesgo de crédito" de los activos financieros ilíquidos debe llevarse a cabo por medio de factores de conversión del

crédito, especialmente en el caso de las líneas de crédito, ya que en dichos activos no pueden utilizarse modelos que utilizan la información de los mercados financieros.

6. La definición de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" que debe emplear la entidad financiera es la económica y no la contable.

7. En los activos financieros ilíquidos, la determinación de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" debe realizarse empleando modelos basados en el valor actual de los flujos de caja, puesto que no pueden emplearse los métodos y modelos basados en la información que los mercados proporcionan de los activos financieros, con independencia del estado en el que se encuentren los deudores.

   Asimismo, la utilización de modelos basados en el valor actual de los flujos de caja no está exenta de problemas, siendo el principal la obtención del tanto de interés empleado en la valoración de los flujos netos de caja del proceso de recuperación, lo que se debe a la dificultad que entraña estimar la prima de riesgo de los activos impagados, sobre todo en los activos ilíquidos caracterizados porque no se negocian en mercados financieros secundarios.

Las principales conclusiones del cuarto capítulo son las siguientes:

1. Los modelos estadísticos estáticos pueden emplearse para determinar las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito, aunque para ello es necesario tener en cuenta los inconvenientes que se exponen en el epígrafe 3.2.3, especialmente la asunción implícita de que el fenómeno aleatorio es estacionario.

2. La complejidad y el carácter multidimensional del riesgo de crédito hace que los modelos estadísticos univariantes no sean apropiados para determinar las variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

   Sin embargo, dichos modelos pueden tener otras aplicaciones en la medición del riesgo de crédito, entre las que destacan la selección de aquéllas variables explicativas que se van a utilizar en otros modelos –tal es el caso del test de clasificación dicotómica- e incluso la utilización de sus resultados como variables explicativas (este es el caso de la medida total de descomposición del balance de situación).

3. Aunque el modelo de análisis discriminante múltiple puede emplearse en la determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", se recomienda emplearlo para validar los métodos o modelos que se utilicen con tal fin, lo cual se debe a que, aunque dicho modelo se haya utilizado extensamente en el pasado para determinar dicha variable aleatoria, presenta los inconvenientes que se expusieron en el epígrafe 3.2.1.2, entre los que cabe destacar los cuatro siguientes:

a) El incumplimiento de la hipótesis de normalidad multivariante.

b) La definición errónea de los grupos a clasificar.

   En concreto, la hipótesis de que los grupos son discretos, identificables y mutuamente excluyentes entre sí, requiere considerar los créditos solicitados por los clientes y no concedidos por la entidad en los modelos de impago, mientras que en los modelos ajustados al mercado esta hipótesis se incumple siempre, debido a que los grupos –las categorías crediticias- se definen artificialmente.

c) Las distintas hipótesis que pueden asumirse sobre los costes de los errores en la clasificación y las probabilidades a priori, que influyen significativamente en las clasificaciones que proporciona el análisis discriminante.

d) La dificultad que supone la elección de una regla de clasificación adecuada, ya sea lineal o cuadrática.

4. En cuanto a los modelos de regresión, se concluye lo siguiente:

   a) El lineal no es adecuado para determinar la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", puesto que la relación que existe entre esta variable aleatoria y las variables explicativas es no proporcional.

   b) Los modelos de regresión logística y probabilística son apropiados para determinar dicha variable aleatoria, aunque debe tenerse en cuenta que tienen un ratio de compensación constante.

      La elección de un modelo u otro depende de las características de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", ya que cada uno tiene sus propias ventajas e inconvenientes. Así, el modelo de regresión logística requiere menos cálculos pero asume la hipótesis de homocedasticidad –la varianza del error aleatorio es constante-, mientras que el de regresión probabilística requiere más cálculos permitiendo también una mayor flexibilidad, ya que permite asumir dicha hipótesis y, además, la de heterocedasticidad (la varianza del error aleatorio es variable).

5. Los modelos de supervivencia constituyen una alternativa a los modelos estadísticos estáticos, respecto de los cuales presentan la ventaja de asumir la hipótesis de que el fenómeno aleatorio –en este caso, el riesgo de crédito- es no estacionario.

   Con carácter general, los modelos de supervivencia permiten clasificar los elementos de una muestra o población en dos categorías, por lo que, en principio, sólo pueden ser aplicados en modelos de impago.

6. Respecto a los modelos de aprendizaje de máquinas, los modelos de inteligencia artificial no son adecuados para determinar la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" por las razones que se han expuesto en el epígrafe 4.1.

7. Con carácter general, los modelos de redes neuronales artificiales tampoco son adecuados para determinar la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" por los inconvenientes expuestos en el epígrafe 4.2.2, entre los que destacan la falta de transparencia de estos modelos y los problemas que conlleva la interpretación de los pesos.

   Otro inconveniente que presenta dicho modelo es la complejidad que conlleva la determinación tanto de la estructura óptima y como de los parámetros del proceso de entrenamiento.

8. Los modelos de árboles de decisión son adecuados para determinar la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor", aunque la determinación del árbol de decisión óptimo sea compleja.

9. En lo que se refiere a las clasificaciones que emiten las agencias de clasificación crediticia, no son apropiadas para determinar las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito en general, y la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor" en particular, lo que se debe a un conjunto de razones entre las que destacan las siguientes:

   a) Las clasificaciones crediticias que las agencias emiten no reflejan el riesgo de crédito al que están expuestas las entidades bancarias, ya que las agencias clasifican activos financieros y deudores que, generalmente, son distintos a los de dichas entidades.

      Además, dichas clasificaciones crediticias tampoco reflejan la composición de la cartera y, por tanto, no consideran los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros suponen para la entidad, los cuales son cuantiosos en el caso del riesgo de crédito.

   b) La filosofía a través del ciclo que las agencias emplean en la elaboración de las clasificaciones crediticias no es adecuada para muchas de las aplicaciones que dichas clasificaciones tienen en las entidades bancarias.

   c) La metodología que las agencias utilizan en la elaboración de las clasificaciones crediticias –cohortes dinámicas en el caso de Moody's, y grupos estáticos en el caso de Standard and Poor's- no es adecuada para la medición del riesgo de crédito de las entidades bancarias, ya que, por ejemplo, no consideran el efecto madurez de los activos financieros.

d) La inclusión de la categoría retirado en la escala de categorías crediticias distorsiona la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

e) La frecuencia con la que las agencias revisan las clasificaciones crediticias es superior a la que las entidades bancarias necesitan para medir y gestionar el riesgo de crédito al que quedan expuestas.

   Además, aunque la frecuencia sea la adecuada, las agencias sopesan dos objetivos contrapuestos al revisar sus clasificaciones crediticias: la exactitud y la estabilidad de las mismas.

f) Como se ha expuesto en el epígrafe 1.2.2.2 del capítulo sexto, los usuarios de las clasificaciones crediticias que emiten las agencias están expuestos al riesgo moral, exposición que se ve incrementada por los fenómenos que afectan negativamente a la eficiencia del mercado de clasificaciones crediticias y que se han expuesto en el epígrafe 5.1 del capítulo cuarto, entre los que destacan la compra de clasificaciones crediticias por los emisores de activos financieros y la creación de una demanda artificial de clasificaciones crediticias por parte de los organismos de supervisión y control de la actividad financiera y la posterior limitación de la oferta de clasificaciones crediticias por dichos organismos.

Por todo ello, se desaconseja que las entidades bancarias midan el riesgo de crédito al que quedan expuestas en el desarrollo de su actividad empleando las clasificaciones crediticias emitidas por las agencias, ya sea directamente o estableciendo una correspondencia entre las categorías crediticias de dichas agencias y las de la entidad (procedimiento de *mapping*).

Las entidades bancarias deben utilizar las clasificaciones crediticias emitidas por las agencias sólo cuando no dispongan de otro tipo de información para medir el riesgo de crédito al que quedan expuestas y considerando todos los inconvenientes que ello supone, especialmente los expuestos más arriba.

Las principales conclusiones del quinto capítulo son las siguientes:

1. Aunque la aplicación de los modelos basados en funciones cópula a la medición de los riesgos financieros en general, y del riesgo de crédito en particular, resulta prometedora en un futuro, ya que permite obtener múltiples estructuras de dependencia combinando distribuciones de probabilidad marginales y funciones cópula distintas, en la actualidad, estos modelos presentan ciertas lagunas que hacen que su aplicación práctica a la medición del riesgo de crédito deba realizarse con cautela, destacando las dos siguientes:

a) El teorema de Sklar sólo se cumple para funciones de distribución conjunta continuas, lo que supone un inconveniente para la medición de un riesgo como el de crédito, el cual se caracteriza por ser un fenómeno de tipo discreto.

   Desde el punto de vista de la aplicación práctica de los modelos basados en cópulas a la medición del riesgo de crédito, esto implica que es posible emplear varias funciones cópulas para modelizar la distribución de probabilidad conjunta de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera" y tiene el inconveniente de que es preciso elegir la función cópula adecuada para modelizar dicha distribución de probabilidad, selección que suele llevarse a cabo, frecuentemente, de forma arbitraria.

b) La estimación de los parámetros de la cópula requiere gran cantidad de información que, en muchas ocasiones, las entidades financieras no tienen disponible.

2. En cuanto a los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora, constituyen un marco adecuado para la medición del riesgo de crédito de las empresas, no en vano es el modelo teórico más empleado en la literatura especializada.

   Dichos modelos son especialmente apropiados para medir y gestionar el riesgo de crédito de aquellas empresas que emiten activos financieros líquidos –acciones que se negocian en mercados financieros-, empleándose, fundamentalmente, con los fines siguientes:

   a) La obtención de las distribuciones de probabilidad marginales y conjuntas de las variables aleatorias "estado en el que se encuentra el deudor" y "pérdida en caso de impago".

   b) El control del riesgo del crédito de los deudores, pues proporcionan una señal de alerta temprana que puede actualizarse fácilmente por medio del precio de mercado de las acciones de la empresa deudora.

   No obstante, dichos modelos presentan una serie de inconvenientes, los cuáles se han expuesto en el epígrafe 2.4, entre los que cabe destacar los tres siguientes:

   a) El modelo elemental, que es el de Merton, proporciona una expresión de cálculo que permite obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor"; sin embargo, asume una serie de hipótesis que son irreales, o cuando menos cuestionables.

Por su parte, los modelos que amplían posteriormente el de Merton, relajan dichas hipótesis pero son más complejos y, en su mayoría, requieren utilizar el método de simulación de Monte Carlo.

b) La estimación de los parámetros del modelo –en concreto, el valor de los activos de la empresa y el parámetro de su desviación típica- se lleva a cabo, principalmente, por medio de valor de mercado de las acciones y de los créditos de la empresa, y presenta, además, diversos problemas (prueba de ello son los distintos métodos de estimación que se han utilizado en la literatura especializada, los cuales se han expuesto en el epígrafe 2.1).

c) Al basarse en un proceso de difusión, dichos modelos infravaloran el riesgo de crédito a corto plazo. Incluso, cuando la amplitud del horizonte temporal empleado en la medición del riesgo de crédito tiende a cero, la probabilidad de que un deudor se encuentre en el estado impago también tiende a cero.

La aplicación de los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora a la medición del riesgo de crédito de aquellas empresas que no emiten activos financieros líquidos es más compleja, ya que estos modelos se basan en el valor de mercado de las acciones y de los créditos de la empresa.

No obstante, es posible emplear dichos modelos si en lugar de determinar el valor de mercado de los activos de la empresa mediante el valor de mercado de sus acciones se determina por otros medios como, por ejemplo, la información que proporciona el sistema contable, si bien, en tal caso, se pierden muchas de las ventajas que presentan en la medición del riesgo de crédito de las empresas que emiten activos líquidos.

Asimismo, los modelos basados en el valor de los activos de la empresa deudora no pueden emplearse –o pueden, pero con dificultad- para medir el riesgo de crédito de otros tipos de deudores, principalmente, las familias, lo cual supone un inconveniente para aquellas entidades bancarias que desean un único modelo que les permita medir de forma integrada el riesgo de crédito al que quedan expuestas en el desarrollo de sus operaciones con independencia de cuál sea el tipo de deudor.

3. Respecto a los modelos econométricos, son apropiados para medir el riesgo de crédito de cualquier tipo de activos financieros, ya sean líquidos o ilíquidos, y de cualquier tipo de deudor, principalmente empresas y familias, lo que supone una ventaja para aquellas entidades bancarias que desean un único modelo que les permita medir de forma integrada el riesgo de crédito al que están expuestas.

Sin embargo, la aplicación de dichos modelos a la medición del riesgo de crédito requiere considerar sus inconvenientes, los cuales se han expuesto en el epígrafe 3, entre los que destacan los dos siguientes:

a) Requieren una gran cantidad de información.

b) Presentan los inconvenientes habituales de la aplicación del método de simulación de Monte Carlo a problemas con un gran número de variables aleatorias.

4. En lo que se refiere a los modelos de intensidad, constituyen un marco adecuado para medir el riesgo de crédito de cualquier tipo de deudor, con independencia de cuál sea su naturaleza.

   Los modelos de intensidad dinámica se caracterizan por emplear la información que está implícita en el diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad que proporcionan los activos financieros expuestos al riesgo de crédito y el de los activos libres de riesgo, por lo que requieren que el primer tipo de activo se negocie en un mercado financiero secundario, siendo la principal razón de que no puedan utilizarse en la medición del riesgo de crédito de los activos ilíquidos y no se expongan en el presente trabajo.

   Por su parte, los modelos de intensidad estática carecen de la característica expuesta en el párrafo anterior, por lo que pueden emplearse en la medición del riesgo de crédito de los activos ilíquidos con independencia de cuál sea la naturaleza del deudor, lo que supone una ventaja para aquellas entidades bancarias que desean un único modelo que les permita medir de forma integrada el riesgo de crédito al que están expuestas. Es más, dichos modelos constituyen un marco idóneo para la medición del riesgo de crédito de los activos ilíquidos, ya que la mayoría proporcionan una expresión o aplican un algoritmo de cálculo que permite obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria “pérdida asociada al riesgo de crédito de la cartera” de forma exacta y rápida.

   Sin embargo, los modelos de intensidad estática no son apropiados para medir el riesgo de crédito de los activos financieros líquidos, puesto que, aunque existen modelos que permiten considerar las variaciones en las clasificaciones crediticias de los deudores, no permiten tener en cuenta las variaciones en el diferencial entre el tanto efectivo de rentabilidad de los activos financieros expuestos al riesgo de crédito y el de los activos libres de riesgo.

Las principales conclusiones del sexto capítulo son las siguientes:

1. La principal función que el capital tiene en las entidades financieras es la de absorción de riesgos.

2. Desde el punto de vista de los recursos financieros que necesita para absorber las pérdidas asociadas a los riesgos financieros, la entidad financiera está en equilibrio cuando el capital virtual es igual al físico y la composición de ambos es la adecuada, esto es, la pérdida esperada y la inesperada son iguales a los recursos financieros aptos para absorber las pérdida esperada y la inesperada, respectivamente.

3. Se producen conflictos entre las distintas partes con intereses en la entidad financiera, de los cuales, el principal desde el punto de vista de la medición del riesgo de crédito es el que se produce al determinar tanto la pérdida inesperada asociada a dicho riesgo como los recursos financieros que son aptos para absorberla.

   Dicho conflicto se debe a distintos factores, entre los que destacan las distintas funciones que el capital tiene para las partes con intereses en la entidad financiera, la naturaleza del vínculo que las mismas tienen con la entidad y su diferente grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad. Estos factores se exponen en los epígrafes 1.2.2.1 y 1.2.2.2 para cada una de dichas partes.

4. El capital virtual que la entidad financiera necesita para absorber la pérdida asociada a los riesgos financieros a los que está expuesta y continuar con la actividad que lleva a cabo en los mercados financieros depende de cuál sea la parte con interés en la entidad que lo considere, de su grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad y de las funciones que tenga dicho capital, distinguiéndose entre capital en riesgo, requisitos de capital, capital estratégico y capital económico.

5. Las diferencias que se producen entre el capital disponible y el económico de la entidad financiera da lugar a que los gestores lleven a cabo distintas acciones para devolver a la entidad a su estado óptimo, acciones que se consideran en el epígrafe 1.3.

6. Los modelos agregados de asignación de capital no son adecuados para asignar capital, ya que presentan una serie de inconvenientes, los cuales se han expuesto en el epígrafe 2.1.3.

7. Los modelos basados en los beneficios de la entidad financiera y los estructurales emplean un punto de vista distinto para determinar y asignar capital. Así, los primeros se basan en las consecuencias o efectos que tienen los riesgos financieros a los que la entidad queda expuesta –sus beneficios-, mientras que los segundos se basan en las causas (las variables fundamentales en la medición del riesgo de crédito). Sin embargo, entre ambos modelos existe una relación estrecha. Prueba de ello, es que si se asumen diversas hipótesis el capital económico puede obtenerse a partir del beneficio en riesgo.

8. Las medidas de riesgo deben cumplir los axiomas de coherencia expuestos en el epígrafe 2.2.1.2.1 y ser coherentes para que los valores que proporcionan sean racionales desde el punto de vista económico y puedan emplearse en la medición de los riesgos financieros en general, y del riesgo de crédito en particular.

   De no ser así, pueden dar lugar a la toma de decisiones erróneas y, por tanto, no deberían utilizarse en la medición y la gestión de los riesgos financieros.

9. Las medidas de riesgo siguientes no son, con carácter general, coherentes y, por tanto, no deben emplearse en la medición y gestión del riesgo de crédito:

   a) La varianza.

   b) El valor en riesgo α-ésimo.

   c) La esperanza condicionada a la cola α-ésima (o esperanza de la cola condicionada α-ésima).

10. Las medidas de riesgo siguiente son coherentes y, en principio, pueden emplearse en la medición y la gestión del riesgo de crédito:

    a) El déficit esperado α-ésimo (o valor en riesgo de la cola α-ésimo).

    b) La esperanza condicionada a lo peor α-ésima.

    c) Las medidas espectrales de riesgo cuyo espectro de riesgo cumple las condiciones expuestas en el epígrafe 2.2.1.2.5.

11. De las medidas coherentes de riesgo expuestas en el punto anterior, pueden emplearse en la medición y la gestión del riesgo de crédito las medidas espectrales de riesgo, de las cuáles el déficit esperado es un caso particular relevante.

    En cuanto a la esperanza condicionada a lo peor α-ésima, aunque puede emplearse en la medición y la gestión del riesgo de crédito desde un punto de vista teórico, no debe utilizarse en la práctica, ya que incumple la propiedad de invariancia ante leyes.

12. Las medidas espectrales de riesgo constituyen un marco idóneo para la medición del riesgo de crédito por su flexibilidad, permitiendo a los gestores fijar distintos perfiles de riesgo en función de las circunstancias siguientes:

    a) El grado de aversión al riesgo de las distintas partes con intereses en la entidad financiera.

    b) El grado de incertidumbre de las actividades que la entidad financiera desarrolla.

Así, por ejemplo, el espectro de riesgo que los gestores pueden establecer para la banca comercial puede ser menor que el que utilicen para las operaciones con aquellos activos financieros derivados que son complejos.

c) Los recursos financieros que, en su caso, absorberán la pérdida inesperada.

Así, por ejemplo, puede establecerse un espectro de riesgo para la parte de la pérdida inesperada que, en su caso, será absorbida por los recursos financieros que proporcionan los accionistas por medio de las acciones, otro mayor para los recursos financieros que aportan los acreedores y, finalmente, otro espectro de riesgo mayor que todos los anteriores para los recursos financieros que aportan los depositarios de la entidad bancaria.

13. Los criterios de asignación de capital deben cumplir una serie de axiomas de coherencia para que las contribuciones al riesgo que proporcionan sean racionales desde el punto de vista económico y puedan ser utilizadas en la medición y la gestión de los riesgos financieros en general, y del riesgo de crédito en particular. No obstante, al contrario que en las medidas de riesgo, hay varias propuestas de axiomas, las cuales se exponen en el epígrafe 2.2.2.1, sin que exista consenso entre los académicos y los profesionales sobre cuál de ellas es la más adecuada.

14. Los criterios de asignación que no deben emplearse, con carácter general, en la medición y la gestión del riesgo de crédito son los proporcionales y los marginales, mientras que los que si pueden emplearse son los basados en la teoría de los juegos cooperativos y el basado en el teorema de Euler. Este último criterio es el que se utiliza con mayor frecuencia en la medición y la gestión del riesgo de crédito.

15. Los principios de asignación de capital basados en la covarianza no son coherentes, por lo que, en principio, no deben ser utilizados en la medición y la gestión del riesgo de crédito, mientras que aquéllos basados en el principio de Euler si lo son, por lo que pueden ser utilizados con tal fin.

16. Las únicas medidas de rendimiento adecuadas para la gestión del riesgo de crédito son las ajustadas al riesgo en general, y la rentabilidad ajustada al riesgo sobre el capital –o simplemente RAROC- en particular.

    Las medidas de rendimiento basadas en la información contable no son apropiadas para la medición del riesgo de crédito porque no consideran el riesgo al que las entidades financieras quedan expuestas al invertir en activos financieros, mientras que las medidas de rendimiento basadas en la información de los mercados de capitales tampoco lo son por diversas razones, las cuales se han expuesto en el epígrafe 3.1.2.

17. La RAROC debe tener en cuenta la pérdida esperada, la pérdida inesperada –medida por medio del capital ajustado al riesgo- y el coste de los recursos aptos para absorber la pérdida inesperada del elemento expuesto al riesgo de crédito que se considere.

18. El capital ajustado al riesgo debe calcularse empleando el capital en riesgo y, cuando éste no esté disponible, por medio del capital económico o los requisitos de capital.

19. La RAROC constituye un instrumento esencial en la gestión moderna del riesgo de crédito, el cual puede emplearse en las áreas siguientes:

    a) La selección de proyectos de inversión.

    b) La fijación de precios basada en el riesgo.

    c) La evaluación ajustada al riesgo, que, a su vez, puede utilizarse en las áreas siguientes:

        – El control y la supervisión del riesgo de crédito por medio de límites basados en el riesgo.

        – La reducción y la transferencia del riesgo de crédito.

        – La remuneración del personal de la entidad financiera, especialmente, el que compone la red comercial, y los mandos intermedios y superiores de las unidades de negocio.

20. Las diversas aplicaciones que la RAROC puede tener en la gestión del riesgo de crédito requieren determinar el capital ajustado al riesgo utilizando medidas de riesgo y principios de asignación de capital distintos.

    Así, en el caso de la remuneración del personal de la entidad, el capital ajustado al riesgo nunca debe considerar los beneficios que la diversificación de los riesgos financieros supone para la entidad, pues el personal no puede influir en ellos y, por tanto, no debe ser penalizado o recompensado por los mismos.

21. En la selección de proyectos de inversión, tiene tanta importancia la medida utilizada para determinar la RAROC como el tanto mínimo establecido por los gestores de la entidad financiera.

22. La RAROC presenta la ventaja de que es una medida de rentabilidad homogénea que permite comparar la rentabilidad que proporcionan los distintos activos financieros, clientes, carteras y unidades de negocio de toda la entidad financiera, considerando el riesgo inherente a cada uno de ellos.

Aún así, la RAROC tiene diversos inconvenientes, los cuales se han expuesto en el epígrafe 3.1.3.3, por lo que es recomendable llevar a cabo la gestión del riesgo de crédito empleando dicha medida junto con medidas de beneficio ajustadas al riesgo como, por ejemplo, el valor económico agregado.

En lo que se refiere a las conclusiones finales, en primer lugar se considera la validez o no de las distintas hipótesis que se han asumido en el presente trabajo de investigación y, a continuación, se expone el grado de cumplimiento de los objetivos que se fijaron al inicio del mismo.

En cuanto a las hipótesis que se han asumido, finalmente se concluye lo siguiente:

1. Se confirma la hipótesis de que el riesgo de crédito tiene sus propias características que lo diferencian del resto de los riesgos financieros en general, y del riesgo de mercado en particular.
2. Se confirma la hipótesis de que la medición y la gestión del riesgo de crédito al que la entidad financiera queda expuesta al invertir en activos financieros ilíquidos es más compleja la de los activos líquidos, lo cual se debe, fundamentalmente, a las siguientes razones:

   a) La asimetría de información que caracteriza a la actividad financiera en general, y a la bancaria en particular, es especialmente relevante en los activos financieros ilíquidos.

   b) Se carece del instrumento de medición del riesgo de crédito que proporcionan los mercados financieros.

      Así, los activos financieros ilíquidos no se negocian directamente en los mercados financieros secundarios, con lo cual los modelos de medición del riesgo de crédito basados en estos mercados o bien no pueden emplearse, o bien su utilización presenta dificultades.

      Además, tampoco pueden emplearse en la medición del riesgo de crédito las variables explicativas que proporcionan dichos mercados, existiendo escasez de información relevante para la medición de dicho riesgo. Esta escasez de información es mucho mayor en los activos financieros ilíquidos emitidos por pequeñas y medianas empresas, ya que son opacas desde el punto de vista de la información que la entidad financiera puede emplear para medir su riesgo de crédito.

   c) Se carece del instrumento de valoración de los activos financieros que los mercados proporcionan por medio del precio de mercado.

d) Al no negociarse en los mercados financieros secundarios, se carece del instrumento de gestión del riesgo de crédito que proporciona la venta de los activos financieros, el cual no puede utilizarse para limitar las variables "exposición al riesgo de crédito" y "pérdida en caso de impago".

e) Se carece del instrumento de modificación de la cartera actual –con el fin de obtener la cartera óptima- que proporciona la venta de los activos financieros.

Todas estas dificultades son especialmente relevantes en el caso del sistema financiero español, ya que una parte importante de la estructura económica de las entidades bancarias está compuesta por préstamos y líneas de créditos cuyos deudores son pequeñas y medianas empresas.

3. Se confirma la hipótesis de que los instrumentos que proporciona la Matemática Actuarial son extrapolables a la medición y la gestión del riesgo de crédito, especialmente, el de los activos financieros ilíquidos.

   Los principales instrumentos de la Matemática Actuarial que son extrapolables a la medición y gestión de dichos activos son los siguientes:

   a) El análisis de supervivencia o mortalidad desarrollado para elaborar y operar con las tablas de mortalidad que se utilizan en la Matemática Actuarial de los seguros de vida puede y debe extrapolarse al operar con las frecuencias de pago, impago y transición entre categorías crediticias que se utilizan en los métodos empíricos de determinación de la variable aleatoria "estado en el que se encuentra el deudor".

   b) El modelo que se utiliza en la Matemática Actuarial de los seguros no vida para determinar el valor de la variable aleatoria "siniestralidad total de una cartera de pólizas de seguros", el cual está basado en la teoría del riesgo colectivo, puede extrapolarse a la determinación del valor de la variable aleatoria "pérdida asociada al riesgo de crédito de una cartera" por medio de un modelo de impago, siendo idóneo para medir el riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos, con independencia de cuál sea el tipo de deudor.

   c) La prima de un reaseguro *stop-loss* con retención igual al valor en riesgo α-ésimo no es otra cosa que el déficit esperado α-ésimo, que, como se ha expuesto, es una medida de riesgo coherente relevante ampliamente utilizada en la medición del riesgo de crédito.

   d) La metodología empleada en los seguros de vida y no vida para obtener la prima del seguro es similar a la empleada en la valoración del riesgo de crédito por medio de la fijación de precios basada en el riesgo, con el fin de determinar el tanto de interés que la entidad bancaria debe cobrarle al cliente en función de las

características del activo financiero, el deudor y la cartera, de forma que le permita cubrir todos el coste que conlleva el activo financiero, incluida la pérdida esperada y el coste de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada.

4. Se confirma la hipótesis de que la teoría de la agencia proporciona un marco teórico adecuado para estudiar las relaciones que se producen entre las distintas partes con intereses en la entidad bancarias.

   En la medición del riesgo de crédito, dicha teoría permite explicar los conflictos de intereses que se producen entre dichas partes al determinar la pérdida inesperada y los recursos financieros que son aptos para absorberla.

Respecto al grado de cumplimiento de los objetivos que se fijaron al inicio del trabajo de investigación, se concluye lo siguiente:

1. En los capítulos tercero, cuarto, quinto y sexto se han analizado los instrumentos que las entidades bancarias tienen disponibles para medir el riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos emitidos por empresas.
2. En los capítulos segundo y sexto se han analizado los instrumentos que las entidades bancarias tienen disponibles para gestionar el riesgo de crédito de dichos activos.
3. En cuanto a los instrumentos que permiten medir el riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos considerando sus características, se concluye lo siguiente:
   a) Se debe emplear un sistema ascendente de medición del riesgo de crédito.
   b) Se debe determinar el valor de la variable aleatoria “estado en el que se encuentra el deudor” empleando un sistema de clasificación crediticia, para lo cual pueden utilizarse los métodos y modelos siguientes:
      – Métodos basados únicamente en el factor humano, o en este factor y en normas.
      – Modelos estadísticos, siendo los más adecuados los de regresión logística y probabilística, así como los de supervivencia.
      – Modelos de aprendizaje de máquinas, siendo los más apropiados los de árboles de decisión.
   c) Se debe determinar la estructura de dependencia de las variables aleatorias “estado en el que se encuentra el deudor” de cada uno de los deudores que componen la cartera, empleando los modelos siguientes:

- Los basados en el valor de los activos de la empresa deudora, considerando que no pueden integrarse –o pueden, pero con dificultad- otros tipos de deudores (familias).
- Los econométricos, teniendo en cuenta que carecen del inconveniente anterior, pero requieren una gran cantidad de información.
- Los de intensidad estática, que carecen de los inconvenientes de los dos modelos anteriores.

d) Se debe determinar el valor de la variable "exposición al riesgo de crédito" empleando factores de conversión del crédito.

e) Se debe determinar el valor de la variable aleatoria "pérdida en caso de impago" empleando modelos basados en el valor actual de los flujos netos de caja que se producen en el proceso de recuperación.

f) Se debe emplear como medida del riesgo de crédito el déficit esperado, así como otras medidas espectrales de riesgo que sean coherentes y se consideren necesarias.

g) Se debe utilizar como criterio de asignación de capital el basado en el teorema de Euler.

4. En lo que se refiere a los instrumentos que permiten gestionar y valorar el riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos considerando sus características, se concluye lo siguiente:

   a) La entidad bancaria debe emplear un criterio de selección basado en la RAROC, de forma que todos aquellos activos financieros ilíquidos cuya esperanza matemática de la RAROC sea mayor que el tanto de interés mínimo establecido por los gestores son susceptibles de ser incorporados a la entidad.

   b) La valoración del riesgo de crédito debe llevarse a cabo por medio de la fijación de precios basada en el riesgo.

   c) El control y la supervisión del riesgo de crédito debe llevarse a cabo por medio de límites basados en el riesgo.

   d) La obtención de la cartera de activos financieros óptima, y la toma de decisiones relacionadas con la reducción y transferencia del riesgo de crédito debe realizarse empleando la RAROC.

   e) La remuneración del personal de la entidad financiera debe llevarse a cabo empleando la RAROC.

Por tanto, la RAROC es un instrumento indispensable para la gestión y la valoración del riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos.

5. Se concluye que los instrumentos de medición, gestión y valoración del riesgo de crédito expuestos más arriba pueden ser utilizados por la entidad bancaria con el fin de garantizar su solvencia, estabilidad y viabilidad a un cierto nivel.

6. Respecto a las principales razones de que las entidades bancarias no hayan utilizado dichos instrumentos, se concluye que son las siguientes:

   a) Los conflictos que se producen entre las diversas partes con intereses en la bancaria al determinar la pérdida inesperada y los recursos financieros aptos para absorberla, así como el riesgo moral al que quedan expuestas algunas de estas partes –los accionistas y acreedores de la entidad-, todo lo cual está provocado, principalmente, por los diversos grados de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad que tienen dichas partes.

   b) El ineficiente diseño de los contratos que suscriben las distintas partes con intereses en la entidad bancaria, que incentiva la propensión al riesgo de algunas de ellas –gestores y las agencias de clasificación crediticia-, en perjuicio de otras (accionistas y acreedores).

   c) La existencia de asimetrías de información entre las distintas partes con intereses en la entidad financiera que implica que algunas de ellas –accionistas y acreedores- no tengan conciencia de los riesgos a los que están expuestos y, por tanto, no lleven a cabo las medidas que tomarían de tener conocimiento de dicha exposición, impidiéndose así la activación de los mecanismos de autorregulación que se producen en los mercados eficientes.

7. En cuanto a las principales causas que, desde el punto de vista económico y financiero, han causado la actual crisis financiera internacional, se concluye que son las siguientes:

   a) El reducido grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad bancaria que tienen los gestores, debido a las razones que se han expuesto en el epígrafe 1.2.2.2 del capítulo sexto.

      Dicho grado de aversión al riesgo se ha visto reducido, aún más si cabe, por la utilización de unos contratos laborales ineficientes, en los que se han incluido unas cláusulas, denominadas “contratos blindados” o “paracaídas dorados”, por medio de las cuales, en caso de finalización de la relación laboral, y con independencia de cuáles hayan sido las causas que la hayan motivado, los gestores reciben las remuneraciones pactadas previamente, que en la mayoría de los casos son multimillonarias.

El diseño ineficiente de dichos contratos laborales ha modificado el grado de aversión al riesgo de los gestores, especialmente los de aquéllos con una ética dudosa, que han pasado de ser adversos al riesgo a ser neutrales o, incluso, propensos al riesgo.

b) Los gestores neutrales o propensos al riesgo no han medido ni valorado adecuadamente los riesgos financieros a los que han quedado expuestas las entidades bancarias en el desarrollo de su actividad, especialmente en aquellas actividades relacionadas con la comercialización de activos financieros ilíquidos.

   En el caso de dichos activos, las entidades bancarias han cobrado a sus clientes un tipo de interés insuficiente para cubrir los costes asociados a los mismos –especialmente la pérdida esperada, la inesperada y el coste de los recursos financieros aptos para absorber la pérdida inesperada-, soportando unas pérdidas que han quedado implícitas, debido, principalmente, a que los activos financieros ilíquidos carecen del instrumento de valoración que proporcionan los mercados financieros y a que el estado del ciclo económico era de expansión.

   Asimismo, dichos gestores tampoco han gestionado correctamente los riesgos financieros. En concreto, no han dotado provisiones ni asignado capital por los riesgos financieros a los que han quedado expuestas las entidades bancarias, ni han llevado a cabo las acciones de reducción y transferencia de los riesgos financieros que eran necesarias para limitar el riesgo de insolvencia de la misma.

c) Posteriormente, las entidades bancarias han liquidado los activos financieros ilíquidos por medio del instrumento que proporciona su titulización, difundiendo las pérdidas implícitas en dichos activos al resto del sistema financiero internacional.

   Esto ha sido posible porque los gestores de otras entidades financieras no han medido, valorado y gestionado adecuadamente los riesgos financieros a los que han quedado expuestas sus propias entidades, por las razones expuestas en el punto 6 y las causas que se han expuesto en los puntos 7.a y 7.b.

d) El reducido grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad bancaria que tienen las agencias de clasificación crediticia, que se debe a las razones expuestas en el epígrafe 1.2.2.2 del capítulo sexto y que se ha visto reducido, aún más si cabe, por las dos circunstancias siguientes:

   – El patrimonio de dichas agencias no se ve afectado por la insolvencia de una entidad financiera en particular, sino por las desviaciones sistemáticas en las

clasificaciones crediticias que dañen su prestigio como emisor de clasificaciones fiables.

– El mercado de clasificaciones crediticias es un mercado oligopolístico –y, por tanto, ineficiente-, con una alta barrera de entrada y una demanda artificial de clasificaciones crediticias, características que, en mayor o menor medida, están promovidas por los organismos de supervisión y control de la actividad financiera.

Dicho grado de aversión al riesgo ha causado que, en aras de sus intereses comerciales, las agencias de clasificación crediticia no hayan cumplido la función que tienen encomendada en los mercados financieros de emisores de medidas del riesgo de crédito actualizadas y fiables, y que, por tanto, no hayan reducido la asimetría de información existente entre los accionistas y acreedores por un lado, y los accionistas por otro.

e) Una actuación poco adecuada de los organismos de supervisión y control de la actividad financiera, la cual no ha desincentivado la asunción de riesgos excesiva por parte de las entidades bancarias.

8. Las propuestas que se llevan a cabo para que la actual crisis financiera internacional no vuelva a producirse se agrupan en función de las partes con intereses en la entidad bancaria que resultan implicadas, y son las siguientes:

a) Las relacionadas con los gestores tienen la finalidad de incrementar su grado de aversión al riesgo de la entidad bancaria, lo que puede lograrse modificando la remuneración que perciben.

Para ello, pueden rediseñarse los contratos blindados estableciéndose cláusulas de suspensión en el supuesto de que los gestores incurran en determinados tipos de conductas tales como, por ejemplo, el dolo o la negligencia; y/o haciéndose público el contenido de dichos contratos, con lo cual se reduciría la asimetría de información que existe entre los gestores por un lado, y el resto de las partes con intereses en la entidad bancaria por otro.

b) Las relativas a las agencias de clasificación crediticia tienen el objetivo de incrementar su grado de aversión al riesgo de la entidad bancaria, lo que requiere incrementar la competencia y la eficiencia del mercado de clasificaciones crediticias por medio de las sugerencias que se realizan a continuación.

c) Para los organismos de supervisión y control de la actividad financiera se realizan una serie de sugerencias.

Dichos organismos desincentivan la competencia en el mercado de clasificaciones crediticias, principalmente, de las dos formas siguientes:

– Fomentan una demanda artificial de las clasificaciones crediticias.

  En el caso del Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea, la determinación de los requisitos de capital de una entidad bancaria en el método estándar debe llevarse a cabo midiendo el riesgo de crédito de determinados deudores por medio de las clasificaciones crediticias emitidas por ciertas agencias.

– Crean una barrera de entrada a dicho mercado que dificulta la aparición de nuevas agencias de clasificación crediticia.

  Así, en dicho acuerdo, las agencias que pueden emitir las clasificaciones crediticias mencionadas en el punto anterior deben ser autorizadas previamente por los organismos de supervisión y control de la actividad financiera, recibiendo el nombre de "instituciones externas de evaluación del crédito".

Por tanto, sería conveniente que los organismos de supervisión y control de la actividad financiera incentivasen la utilización de los métodos basados en calificaciones internas –métodos IRB-, incrementando aún más los requisitos de capital exigidos a las entidades bancarias que utilizan el método estándar.

Además, para aquellas entidades bancarias que aún así prefiriesen utilizar el método estándar, sería recomendable que los organismos de supervisión y control de la actividad financiera creasen una agencia de clasificación crediticia pública que no exponga al riesgo moral a las partes con intereses en las entidades financieras y cuyas clasificaciones crediticias se utilizarían en la determinación de los requisitos de capital en dicho método.

Asimismo, sería conveniente que los organismos de supervisión y control estableciesen requisitos de control adicionales para aquellas entidades bancarias en las que se den las circunstancias siguientes:

– Utilicen instrumentos de remuneración de sus gestores que puedan reducir su grado de aversión al riesgo (los mencionados contratos blindados o paracaídas dorados).

– Lleven a cabo actividades que por sus características conlleven una exposición adicional de la entidad bancaria o del sistema financiero a los riesgos financieros tales como, por ejemplo, los activos financieros derivados complejos y la titulización de activos financieros.

En lo que se refiere a las aportaciones que se han realizado en el presente trabajo de investigación, se desean destacar las siguientes:

1. Se han analizado los instrumentos que las entidades bancarias pueden emplear en la medición, gestión y valoración del riesgo de crédito, determinando cuáles son más apropiados para los activos financieros ilíquidos, especialmente aquéllos en los que los deudores son pequeñas y medianas empresas.
2. Se han establecido los instrumentos que proporciona la Matemática Actuarial que pueden utilizarse para la medición, gestión y valoración del riesgo de crédito de los activos financieros en general, y de los activos ilíquidos en particular.
3. Se ha establecido la relación que existe entre la teoría del riesgo colectivo empleada en la medición del riesgo de suscripción básico o técnico de una cartera de pólizas de seguro y la medición del riesgo de crédito en una cartera de activos financieros por medio de un modelo de impago.
4. Se ha determinado la principal función que el capital tiene en las entidades financieras y se ha formalizado el proceso de absorción de riesgos que se produce en dichas entidades, especificándose sus etapas y el grado de consenso que existe entre las diversas partes con intereses en la entidad financiera.
5. Se ha determinado la función que el capital tiene para cada una de las partes con intereses en la entidad bancaria, el vínculo entre éstas y la entidad, y el grado de aversión al riesgo de insolvencia de la entidad de cada una de ellas.
6. Se ha empleado la teoría de la agencia para determinar los conflictos que se producen entre las diversas partes con intereses en la entidad financiera y el riesgo moral al que queda expuesta cada una de ellas.
7. Se han determinado las principales razones de que las entidades financieras no hayan utilizado –o lo hayan hecho incorrectamente- los instrumentos de medición, gestión y valoración del riesgo de crédito de los activos financieros ilíquidos.
8. Se han determinado las principales causas de tipo económico y financiero que han causado la actual crisis financiera internacional.
9. Se han propuesto soluciones para que la actual crisis financiera internacional no vuelva a repetirse.

Por último, las principales líneas de investigación que se tiene previsto desarrollar en el futuro son las siguientes:

1. La aplicación práctica de los instrumentos de medición, gestión y valoración del riesgo de crédito expuestos en este trabajo de investigación a los activos financieros en general, y a los activos ilíquidos en particular.

2. El análisis de la dependencia entre riesgos financieros, destacando las siguientes:

   a) La dependencia entre el riesgo de crédito y el de mercado, que se considera especialmente relevante en el caso del sistema financiero español, debido a que durante los ciclos de expansión crediticia y económica que han finalizado recientemente la mayoría de las entidades bancarias han concedido préstamos hipotecarios a tipo de interés variable, los cuales conllevan una exposición significativa al riesgo de crédito de los deudores.

      Dicha exposición se debe a que la entidad financiera no transfiere el riesgo de tipo de interés al deudor sino que, en función de su patrimonio y de su capacidad de generar recursos financieros, lo transforma en riesgo de crédito.

   b) La dependencia entre el riesgo de liquidez y el resto de riesgos financieros a los que la entidad bancaria queda expuesta en el desarrollo de su actividad.

      Las entidades financieras en general, y las bancarias en particular, no miden explícitamente el riesgo de liquidez tal y como lo hacen con otros riesgos financieros como, por ejemplo, los riesgos de crédito y de mercado. Sin embargo, la actual crisis financiera internacional ha puesto de manifiesto que dichas entidades presentan un alto grado de exposición al riesgo de liquidez, haciendo patente la necesidad de medirlo adecuadamente determinando su exposición al mismo y la dependencia entre éste y el resto de los riesgos financieros, especialmente el de crédito y el de mercado.

3. La aplicación de funciones cópula a la modelización de la estructura de dependencia entre los riesgos financieros a los que quedan expuestas las entidades financieras.

4. La utilización de medidas espectrales de riesgo en la determinación y asignación de capital por los riesgos financieros a los que quedan expuestas las entidades financieras.

5. El diseño óptimo de contratos que permita a las partes con intereses en la entidad financiera reducir su exposición al riesgo moral.

ANEXO: LA FUNCIÓN GENERATRIZ DE PROBABILIDAD DE UNA VARIABLE ALEATORIA

La función generatriz de probabilidad de una variable aleatoria *Y* –representada por $G_Y(z)$- es una serie que existe y es convergente cuando los valores de dicha variable aleatoria son números enteros positivos y $|z| \leq 1$, siendo:

$$G_Y(z) = E\left(z^Y\right) = \sum_{n=0}^{\infty} P(Y=n) \cdot z^n \qquad \text{(A.1)}$$

Dicha función permite obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria por medio de la siguiente expresión:

$$P(Y=n) = \frac{1}{n!} \cdot G_Y^{(n)}(0) \qquad \text{(A.2)}$$

Desde el punto de vista de la medición del riesgo de crédito por medio de los modelos de intensidad estática, las propiedades más interesantes de la función generatriz de probabilidad son las siguientes:

- Sea una variable aleatoria *Y* que es la suma de *n* variables aleatorias Y_i, $i = 1, 2, ..., n$, estocásticamente independientes entre sí e idénticamente distribuidas, la función generatriz de probabilidad de la variable *Y* viene dada por la siguiente expresión:

$$G_Y(z) = G_{Y_1}(z) \cdot ... \cdot G_{Y_n}(z) = \prod_{i=1}^{n} G_{Y_i}(z) \qquad \text{(A.3)}$$

- Sea una variable aleatoria que es el resultado del producto de un número entero positivo −representado por *k*- y de una variable aleatoria que toma valores en los números enteros positivos −representada por *Y*-, la función generatriz de probabilidad de la primera variable aleatoria es:

$$G_{k \cdot Y}(z) = G_Y\left(z^k\right) \qquad \text{(A.4)}$$

Las funciones generatrices de probabilidad más empleadas en los modelos de intensidad estática corresponden a las variables aleatorias siguientes:

- La variable aleatoria de Bernoulli con parámetro *p*:

$$G_Y(z) = 1 + p \cdot (z-1) \qquad \text{(A.5)}$$

- La variable aleatoria de Poisson con parámetro λ:

$$G_Y(z) = e^{\lambda \cdot (z-1)} \qquad \text{(A.6)}$$

- La variable aleatoria Binominal Negativa con parámetros q y p:

$$G_Y(z) = \left(\frac{p}{1-(1-p)\cdot z} \right)^q \qquad \text{(A.7)}$$

ACCERBI, C., D. TASCHE (2002): "Expected Shortfall: A Natural Coherent Alternative to Value at Risk". *Economic Notes by Monte dei Paschi di Siena*, 31 (2), pp. 379-388.

ACCERBI, C., D. TASCHE (2002): "On the coherence of expected shortfall". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1487-1503.

ACERBI, C. (2002): "Spectral risk measures of risk: A coherent representation of subjetive risk aversion". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1505-1518.

ACERBI, C. (2004): "*Coherent Representations of Subjective Risk-Aversion*". En: Szegö, G. Risk measures for the 21st century. Chichester: John Wiley & sons. Capítulo 10.

ACERBI, C., C. NORDIO, C. SIRTORI (2001): *"Expected Shortfall as Tool for Financial Risk Management*". Working Paper, Abaxbank.

ACERBI, C., P. SIMONETTI (2002): "*Portfolio Optimization with Spectral Measures of Risk*". Working paper, Abaxbank.

ACERBI, C., D. TASCHE (2002): "On the coherence of expected shortfall". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1487-1506.

ACHARYA, V. V., S. T. BHARATH, A. SRINIVASAN (2004): *"Understanding the Recovery Rates on Defaulted Securities"*. Working paper, Centre for Economic Policy Research.

ACHARYA, V. V., S. T. BHARATH, A. SRINIVASAN (2007): "Does industry-wide distress affect defaulted Firms? Evidence from creditor recoveries". *Journal of Financial Economics*, 85 (3), pp. 787-821.

ADAM, A., M. HOUKARI, J.P. LAURENT (2008): "Spectral risk measures and portfolio selection". *Journal of Banking and Finance*, 32, pp. 1870-1882.

AGARWAL., S., B.W. AMBROSE, C. LIU (2006): "Credit Lines and Credit Utilization". *Journal of Money, Credit, and Banking*, 38 (1), pp. 1-22.

AGUAIS, S., L. FOREST, D. ROSEN (2000): "Building a Credit Risk Valuation Framework for Loan Instruments". *Algo Research Quarterly*, 3 (3), december, pp. 21-46.

AHARONY, J., C. P. JONES, I. SWARY (1980): "An Analysis of Risk and Return Characterisitics of Corporate Using Capital Market Data". *Journal of Finance*, 35 (4), september, pp. 1001-1016.

AHN, B.S., S.S. CHO, C.Y. KIM (2000): "The integrated methodology of rough set theory and artifical neural network for business failure prediction". *Expert Systems with Applications*, 18, pp. 65-74.

AKKAYA, N., A. KURTH, A. WAGNER (2004): "*Incorporating Default Correlations and Severity Variations*". En Lehrbass, F., M. Gundlach (editors), CreditRisk+ in the banking industry, Springer-Verlag, pp. 129-152.

AKIHIKO INOUE (2003): "On the worst conditional expectation". *Mathematical Analysis and Applications*, 286, pp.237-247.

ALBRECHER, H., M.M. CLARAMUNT, M. MÁRMOL (2005): "On the distribution of dividend payments in a Sparre Andersen model with generalizad Erlang(n) interclaim times". *Insurance: Mathematics & Economics*, 37, pp. 324-334.

ALESSANDRINI, F. (1999): "Credit Risk, Interest Rate Risk, and the Business Cycle". *Journal of Fixed Income*, 9 (2), september, pp. 42-53.

ALEXANDER, C. (2004): "*The present and Future of Financial Risk Management*". ISMA Center Discussion Papers in Finance, 2003-12.

ALEXANDER, C., J. PÉZIER (2003): "*On the Aggregation of Firm-Wide Market and Credit Risks*". ISMA Center Discussion Papers in Finance, 2003-13.

ALLEN, F., E. CARLETTI (2006): "Credit risk transfer and contagion". *Journal of Monetary Economics*, 53, pp. 89-111.

ALLEN, L., G. DELONG, A. SAUNDERS (2004): "Issues in the credit risk modeling of retail markets". *Journal of Banking and Finance*, 28, pp. 727-752.

ALLEN, F., A. M. SANTOMERO (1998): "The theory of financial intermediation". *Journal of Banking and Finance*, 21, pp. 1461-1485.

ALLEN, L., A. SAUNDERS (2003): "*A survey of cyclical effects in credit risk measurement models*". BIS Working Paper No 126.

ALLISON, P.D. (2004): "*Survival Analysis Using SAS. A Practical Guide*". Carolina: SAS Institute, 304 pp.

ALTMAN, E.I. (1968): "Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy". *Journal of Finance*, XXIII (4), september, pp. 589-609.

ALTMAN, E. I. (1973): "Predicting railroad bankruptcies in America". *Bell journal of economics*, 4 (1), pp. 184-211.

ALTMAN, E. I. (1976): "Capitalization of Leases and the Predictability of Financial Ratios: A Comment". *Accounting Review*, 51 (2), april, pp. 408-412.

ALTMAN, E. I. (1977): "Some Estimates of the Cost of Lending Errors for Commercial Banks". *Journal of Commercial Bank Lending*, october, pp. 51-58.

ALTMAN, E. I. (1980): "Commercial Bank Lending: Process, Credit Scoring, and Costs of Errors in Lending". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15, pp. 813-832.

ALTMAN, E. I. (1984): "The sucess of business failure prediction models". *Journal of Banking and Finance*, 8, pp. 171-198.

ALTMAN, E. I. (1989): "Measuring Corporate Bond Mortality and Performance". *Journal of Finance*, XLIV (4), september, pp. 909-922.

ALTMAN, E. I. (1998): "The importance and subtlety of credit rating migration". *Journal of Banking and Finance*, 22, pp. 1231-1247.

ALTMAN, E. I. (2001): "*Managing credit risk: A challenge for the new millenium*". Working Paper, NYU Stern School of Business.

ALTMAN, E.I., R.B. AVERY, R.A. EISENBEIS, J.F. SINKEY (1981): "*Application of Classification Techniques in Business, Banking and Finance*". Connecticut: JAI Press. 450 pp.

ALTMAN, E.I., T.K. BAIDYA, L.M. RIBEIRO DIAS (1979): "Assesing potential financial problems for firms in Brazil". *Journal of International Business Studies*, 10 (2), fall, pp. 9-24.

ALTMAN, E., M. BRENNER (1981): "Infomation effects and stock market response to signs of firm deterioration". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 16, pp. 35-51.

ALTMAN, E., A.C. EBERHART (1994): "Do Seniority Provisions Protect Bondholders' Investments?". *Journal of Portfolio Management*, 20 (4), summer, pp. 67-75.

ALTMAN, E. I., R. A. EISENBEIS (1978): "Financial Applications of Discriminant Analysis: A Clarification". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, march, pp. 185-195.

ALTMAN, E.I., R. HALDEMAN (1995): "Corporate Credit-Scoring Models: Approaches and Tests for Successful Implementation". *Journal of Commercial Lending*, may, pp. 10-22.

ALTMAN, E. I., R. G. HALDEMAN, P. NARAYANAN (1977): "ZETA Analysis. A new model to identify bankruptcy risk of corporations". *Journal of Banking and Finance*, 1, pp. 29-54.

ALTMAN, E. I., D. L. KAO (1992): "The implications of corporate bond ratings drift". *Financial Analyst Journal*, 48 (3), may/jun, pp. 64-75.

ALTMAN, E., V. M. KISHORE (1996): "Almost everything you wanted to konw about recoveries on defaulted bonds". *Financial Analyst Journal*, 52 (6), nov./dec., pp.57-64.

ALTMAN, E. I., V. M. KISHORE (1998): "*Defaults and Returns of High Yield Bonds: Analysis Through 1997*". Working paper. New York University, Salomon Center.

ALTMAN, I.E., S.A. NAMMACHER (1985): "The Default Rate Experience on Hight-Yield Corporate Debt". *Financial Analyst Journal*, july-august, pp. 25-41.

ALTMAN, E. I., P. NARAYANAN (1997): "An International Survey of Business Failure Classificaion Models". *Financial Markets, Institutions and Instruments*, 6 (2), pp. 20821.

ALTMAN, E. I., G. MARCO, F. VARETTO (1994): "Corporate distress diagnosis: Comparisons using linear discriminant analysis and neural networks (the Italian experience)". *Journal of Banking and Finance*, 18, pp. 505-529.

ALTMAN, E.I., B. LORIS (1976): "A Financial Early Warning System for Over-the-Counter Broker-Dealers". *Journal of Finance*, 31 (4), september, pp. 1201-1217.

ALTMAN, E.I., A. RESTI, A. SIRONI (2001): "*Analyzing and explaining default recovery rates*". Report Submitted to The International Swaps and Derivatives Association.

ALTMAN, E.I., A. RESTI, A. SIRONI (2002): "*The link between default and recovery rates: effects on the procyclicality of regulatory capital ratios*". BIS Working Papers, No. 113.

ALTMAN. E., A. RESTI, A. SIRONI (2005): "*Recovery Risk. The Next Challenge in Credit Risk Management*". London: Risk Books, 364 pp.

ALTMAN, E.I., H.A. RIJKEN (2004): "How rating agencies achieve rating stability". *Journal of Banking and Finance*, 28, pp. 2679-2714.

ALTMAN, E.I., A. SAUNDERS (1998): "Credit risk measurement: Developments over the las 20 years". *Journal of Banking and Finance*, 21, pp. 1721-1742.

ALTMAN, E. I., H. J. SUGGITT (2000): "Default rates in the sindicated bank loan market: A mortality analysis". *Journal of Banking and Finance*, 24, pp. 229-253.

AMATO, J.D., M. LUISi (2006): "*Macro Factors in th Term Structure of Credit Spreads*". BIS Working Papers, No. 203.

AMEMIYA, T. (1981): "Qualitative Response Models: A Survey". Journal of Economic Literature, 19 (4), pp. 1483-1536.

AMMANN, M. (2002): "*Credit Risk Valuation. Methods, Models and Applications*". Berlin: Springer-Verlag, 500 pp.

ANDERSEN, P. K., O. BORGAN, R. D. GILL, N. KEIDING (1993): "*Statistical Models Based on Counting Processes*". New York: Springer-Verlag, 767 pp.

ANDERSON, R.W., S. SUNDARESAN (1996): "Design and Valuation of Debt Contracts". *Review of Financial Studies*, 9 (1), spring, pp. 37-68.

ANDERSON, R.W., S. SUNDARESAN (2000): "A comparative study of structural models of corporate bond yields: An exploratory investigation". *Journal of Banking and Finance*, 24, pp. 255-269.

ANDERSON, R.W., S. SUNDARESAN, P. TYCHON (1996): "Strategic analysis of contingent claims". *European Economic Review*, 40, pp. 871-881.

ANDERSSON, F., H. MAUSSER, D. ROSSEN, S. URYASEV (2001): "Credit risk optimization with Conditional Value-at-Risk criterion". *Mathematical Programing. Serie B*, 89, pp.273-291.

ANDRADE, G., S.N. KAPLAN (1998): "How Costly is Financial (Not Economic) Distress? Evidence from Highly Leveraged Transactions that Became Distressed". *Journal of Finance*, 53 (5), pp. 1.443-1.493.

ANGELINI, P., R. DI SALVO, G. FERRi (1998): "Availability and cost of credit for smal businesses: Customer relationships and credit cooperatives". *Journal of Banking and Finance*, 22, pp. 925-954.

ANNAERT, J., C. GARCIA, J. LAMOOT, G. LANINE (2006): "*Don't Fall from the Saddle: the Importance of Higher Moments of Credit Loss Distributions*". Working paper 367, Universiteit Gent.

APILADO, V. P., D. C. WARNER, J. J. DAUTEN (1974): "Evaluative techniques in consumer finance-experimental results and policy implications for financial institutions". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, March, pp. 275-283.

ARATEN, M., M. JACOBS (2001): "Loan Equivalents for Revolving Credits and Advised Lines". *RMA Journal*, may, pp. 34-39.

ARATEN, M., M. JACOBS, P. VARSHNEY (2004): "Measuring LGD on Commercial Loans: An 18-Year Internal Study". *RMA Journal*, may, pp. 28-35.

ARGENTI, J. (1986): "Predicting corporate failure". *Accountacy*, february, pp. 157-158.

ARORA, N., J. BOHN, F. ZHU (2005): "*Reduced Form vs. Structural Models of Credit Risk: A Case Study of Three Models*". Moody's KMV.

ARTZNER, R., F. DELBAEN (1995): "Default Risk Insurance and incomplete markets". *Mathematical Finance*, 5 (3), july, pp. 187-195.

ARTZNER, P., F. DELBAEN, J.-M. EBER, D. HEATH (1997): "Thinking coherently". *Risk*, 10 (11), november, pp. 68-71.

ARTZNER, P., F. DELBAEN, J.-M. EBER, D. HEATH (1999): "Coherent measures of risk". *Mathematical Finance*, 9 (3), pp. 203-228.

ARTZNER, P., F. DELBAEN, J.-M. EBER, D. HEATH, H. KU (2007): "Coherent multiperiod risk adjusted values and Bellman's principle". *Annals of Operations Research*, 152, pp. 5-22.

ASARNOW, E. (1996): "Corporate Loans as an Asset Class". *Journal of Portfolio Management*, summer, pp. 92-103.

ASARNOW, E. Y D. EDWARDS (1995): "Measuring loss on defaulted bank loans: a 24 year study". *Journal of Commercial Lending*, march, pp. 11-23.

ASCH, L. (1995): "How the RMA/Fair, Isaac Credit-Scoring Model Was Buit". *Journal of Commercial Lending*, june, pp. 10-16.

ASQUITH, P., R. GERTNER, D. SCHAFSTEIN (1994): "Anatomy of Financial Distress: An Examination of Junk-Bond Issuers". *Quarterly Journal of Economics*, 109, pp. 1189-1222.

ASQUITH, P., D. W. MULLINS, E. D. WOLFF (1989): "Original Issue High Yield Bonds: Aging Analyses of Defaults, Exchanges, and Calls". *Journal of Finance*, XLIV (4), september, pp. 923-952.

ASMUSSEN, S. (2000): "*Ruin Probabilities*". Singapore: World Scientific Publishing, 385 pp.

ATIYA, A. F. (2001): "Bankruptcy Prediction for Credit Risk Using Neural Networks: A survey and New Results". *IEEE Transactions on Neural Networks*, 12 (4), july, pp. 929-935.

ATKINSON, T.A., E.T. SIMPSON (1967): "*Trends in Corporate Bond Quality*". New York: National Bureau of Economic Research, Studies in Corporate Bond Financing.

ATKINSON, T.R., E.T. SIMPSON (1968): "Trends in Corporate Quality". *Journal of Finance*, 23 (1), march, pp. 218-220.

AUDRETSCH, D.B. (1991): "New-Firm Survival and the Technological Regime". *Review of Economics and Statistics*, 60 (3), august, pp. 441-450.

AUDRESTCH, D.B., T. MAHMOOD (1995): "New Firm Survival: New Results Using a Hazard Function". *Review of Economics and Statistics*, 77 (1), february, pp. 97-103.

AUSTIN, D.G. (1992): "Use Migration Analysis to Refine Estimates of Future Loan Losses". *Commercial Lending Review*, 7 (2), pp. 34-43.

AVERY, R. B. (1981): "*Credit Scoring Models with Discriminant Analysis and Truncated Samples*". Working Paper, Carnegie-Mellon University and Board of Governors of the Federal Reserve.

AVERY, R.B., A.N. BERGER (1990): "Loan Commitments and bank risk Exposure". Working Paper 9015, Federal Reserve Bank of Cleveland.

AZIZ, A., D. EMANUEL, G. H. LAWSON (1988): "Bankruptcy prediction -an investigation of cash flow based models". *Journal of Management Studies*, 25, pp. 419-437.

AZIZ, A., G. H. LAWSON (1989): "Cash Flow Reporting and Financial Distress Models: Testing of Hypotheses". *Financial Management*, 18 (1), spring, pp. 55-63.

AZIZ, J., N., CHARUPAT (1998): "Calculating Credit Exposure and Credit Loss: A Case Study". *Algo Research Quarterly*, 1 (1), september, pp. 31-57.

BACK, B., T. LAITINEN, K. SERE (1996): "Neural Networks and Genetic Algorithms for Bankruptcy Predictions". *Expert Systems with Applications*, 11 (4), pp. 407-413.

BAESENS, B. R. SETIONO, C. MUES, J. VANTHIENEN (2003): "Using Neural Network Rule Extraction and Decision Tables for Credit-Risk Evaluation". *Management Science*, 49 (3), march, pp. 312-329.

BAETGE, J., C. HEITMANN (2000): "Creating a Fuzzy Rule-Based Indicator for the Review of Credit Standing". *Schmalenbach Business Review*, 52 (4), oct, pp.318-343.

BANDOPADHYAY, A. (1994): "An estimation of the hazard rate of firms under Chapter 11 protection". *Review of Economics and Statistics*, 76, pp. 346-350.

BANGIA, A., F.X. DIEBOLD, A. KRONIMUS, C. SCHAGEN, T. SCHUERMANN (2002): "Ratings migration and the business cycle, with application to credit portfolio stress testing". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 445-474.

BALCAEN, S., H. OOGHE (2004): "*Alternative methodologies in studies on business failure: do they produce better results than the classic statistical methods?*" Vlerick Leuven Gent Management School, Gent, Working paper series, 2004/16.

BALCAEN, S. H. OOGHE (2006): "35 years of studies on business failure: an overview of the classical statistical methodologies and their related problems". *British Accounting Review*, 38 (1), pp. 63-93.

BARBRO, B., T. LAITINEN, J. HEKANAHO, K. SERE (1997): "*The effect of Sample Size on Different Failure Prediction Methods*". Working Paper, Turku Centre for Computer Science.

BARBRO, B., T. LAITINEN, K. SERE, M. VAN WEZEL (1996): "*Choosing Bankruptcy Predictors Using Discriminant Analysis, Logit Analysis, and Genetic Algorithms*". Working Paper, Turku Centre for Computer Science.

BARNHILL, T.M., W.F. MAXWELL (2002): "Modeling correlated market and credit risk in fixed income portfolios". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 347-374.

BARNIV, R. (1990): "Accounting Procedures, Market Data, Cash-Flow Figures, and Insolvency Classification: The Case of the Insurance Industry". *Accounting Review*, 65 (3), jul., pp. 578-604.

BARNIV, R., A. AGARWAL, R. LEACH (1997): "Predicting the Outcome Following Bankruptcy Filing: A Three-state Classification Using Neural Networks". *Intelligent Systems in Accounting and Financial Management*, 6, pp. 177-194.

BARNIV, R., A. RAVEH (1989): "Identifying financial distress: A new nonparametric approach". *Journal of Business Finance and Accounting*, 16 (3), pp. 361-383.

BASEL COMITEE ON BANKING SUPERVISION (1999): "*Credit risk modelling: current practices and applications*".

BASEL COMITEE ON BANKING SUPERVISION (2000a): "*Credit ratings and complementary sources of credit quality information*". Working paper, no. 3.

BASEL COMITEE ON BANKING SUPERVISION (2000b): "*Range of practice in bank's internal ratings systems*".

BASEL COMITEE ON BANKING SUPERVISION (2001a): "*The Internal Ratings-Based Approach*".

BASEL COMITEE ON BANKING SUPERVISION (2001b): "*The Standardised Approach to Credit Risk*".

BASEL COMITEE ON BANKING SUPERVISION (2003): "*Sound Practices for the Management and Supervision of Operational Risk*".

BASEL COMITEE ON BANKING SUPERVISION (2004): "*Credit Risk Transfer*".

BASEL COMITEE ON BANKING SUPERVISION (2005a): "*Credit Risk Transfer*".

BASEL COMITEE ON BANKING SUPERVISION (2005b): "*Studies on the Validation of Internal Rating Systems*".

BASEL COMITEE ON BANKING SUPERVISION (2009): "*Range of practices and issues in economic capital frameworks*".

BAUD, N., A. FRACHOT, P. IGIGABEL, P. MARTINEU, T. RONCALLI (2000): "*An Analysis Framework for Bank Capital Allocation*". Working paper, Groupe de Recherche Opérationale, Crédit Lyonnais.

BÄUERLE, N. (2002): "Risk management in credit risk portfolios with correlated assests". *Insurance: Mathematics & Economics*, 30, pp. 187-198.

BAXTER. M., A. RENNIE (1996): "*Financial Calculus. An introduction to derivative pricing*". Cambridge: Cambridge University Press, 233 pp.

BEAVER, H. W. (1966): "Financial Ratios as Predictors of Failure". *Journal of Accounting Research*, vol.4, supplement, pp.71-111.

BEAVER, H. W. (1968): "Market Prices, Financial Ratios, and the Prediction of Failure". *Journal of Accounting Research*, 6 (2), autumn, pp. 179-192.

BECCHETTI, L., J. SIERRA (2003): "Bankruptcy risk and productive efficency in manufacturing firms". *Journal of Banking and Finance*, 27, pp. 2099-2120.

BELKIN, B., S. SUCHOWER (1998): "A one-parameter representation of credit risk and transition matrives". *CreditMetrics Monitor*, 3rd quarterly, pp. 46-55.

BELKIN, B., S. SUCHOWER (1998): "The effect of systematic credit risk on loand portfolio value-at-rik and loan pricing". *CreditMetrics Monitor*, first quarterly pp. 17-28.

BENATI, S. (2003): "The optimal portfolio problem with coherent risk measure constraints". *European Journal of Operational Research*, 150, pp. 572-584.

BENATI, S. (2004): "The computation of the worst conditional expectation". *European Journal of Operational Research*, 155, pp. 414-425.

BENNET, P. (1984): "Applying portfolio theory to global bank lending". *Journal of Banking and Finance*, 8, pp. 153-169.

BENNETT, T. L., F. ESSER, C. G. ROTH (1994): "Corporate Credit Risk and Reward". *Journal of Portfolio Management*, 20 (3), spring, pp. 39-47.

BENSOUSSAN, A., M. CROUHY, D. GALAI (1994): "Stochastic equity volatility related to the leverage effect". *Applied Mathematical Finance*, 1, pp. 63-85.

BENSOUSSAN, A., M. CROUHY, D. GALAI (1995): "Stochastic equity volatility related to the leverage effect II: valuation of European equity options and warrants". *Applied Mathematical Finance*, 2, pp. 43-59.

BERGER, A. N., R. J. HERRING, G. P. SZEGÖ (1995): "The role of capital in financial institutions". *Journal of Banking and Finance*, 19, pp. 393-430.

BERGER, A. N., G. F. UDELL (1998): "The economics of small business finance: The roles of private equity and debt markets in the financial growth cycle". *Journal of Banking and Finance*, 22, pp. 613-673.

BERKOWITZ, J. (2001): "*Testing Density Forecast, with Applications to Risk Management*". Journal of Business and Economic Statistics, 19 (4), october, pp. 465-474.

BERNHARDSEN, E. (2001): "*A Model of Bankruptcy Prediction*". Working Paper, Norges Bank.

BERTSIMAS, D., G.J. LAUPRETE, A. SAMAROV (2004): "Shortfall as a risk measure: properties, optimization and applications". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28, pp. 1353-1381.

BESSIS, J. (2002): "*Risk Management in Banking*". Second edition. Chichester: John Wiley and sons, 496 pp.

BETANCOURT, L. (1999): "Using Markow Chains to Estimate Losses from Portfolio of Mortgages". *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 12 (3), may, pp. 303-317.

BETTS, J., D. BELHOUL (1987): "The Effectivenes of Incorporating Stability Measures in Company Failure Models". *Journal of Business, Finance and Accounting*, 14 (3), pp. 323-334.

BEVERLY, J. H. M.LEVONIAN, M. SAIDENBERG, S. WALTER, D. WRIGHT (2001): "Using Credit Risk Models for Regulatory Capital: Issues and Options". *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, march, pp. 19-36.

BHATTACHARYA, S. (1993): "Contemporary Banking Theory". *Journal of Financial Intermediation*, 3, pp. 2-50.

BIELECKI, T.R., M. RUTKOWSKI (2002): "*Credit Risk: Modeling, Valuation and Hedging*". Berlin: Springer-Verlag, 540 pp.

BLACK, F. M. SCHOLES (1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". *Journal of Political Economy*, 81 (3), may/june, pp. 637-654.

BLACK, F. Y J.C. COX (1976): "Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions". *Journal of Finance*, 31 (2), pp. 351-367.

BLUM, M. (1974): "Failing Company Discriminant Analysis". *Journal of Accounting Research*, 12 (1), spring, pp. 1-25.

BLUHM, C., L. OVERBECK (2007): "*Structured Credit Portfolio Analysis, Baskets & CDOs*". Boca Ratón: Chapman & Hall/CRC, 376 pp.

BLUHM, C., L. OVERBECK, C. WAGNER (2003): "*An Introduction to Credit Risk Modeling*". Boca Ratón: Chapman & Hall/CRC, 297 pp.

BLUME, M. E., F. LIM, A. C. MACKINLAY (1998): "The Declining Credit Quality of U.S. Corporate Deb: Myth or Reality?". *Journal of Finance*, LIII (4), august, pp. 1389-1413.

BOGELEIN, L., A. HAMERLE, M. KNAPP, D. RÖSCH (2004): "*Econometric Methods for Sector Analysis"*. En Lehrbass, F., M. Gundlach (editors), CreditRisk+ in the banking industry, Springer-Verlag, pp. 232-248.

BOEGELEIN, L., A. HAMARLE, R. RAUHMEIER, H. SCHEULE (2002): "Modelling default rate dynamics in the CreditRisk+ framework". *Risk Magazine*, october, pp. S24-S28.

BOHN, J.R. (2000a): "A Survey of Contingent-Claims Approaches to Risky Debt Valuation". *Journal of Risk Finance*, spring, pp. 53-70.

BOHN, J.R. (2000b): "An Empirical Assessment of a Simple Contingent-Claims Model for the Valuation of Risky Debt". *Journal of Risk Finance*, summer, pp. 55-77.

BONGINI, P., L. LAEVEN, G. MAJNONI (2002): "How good is the market at assessing bank fragility? A horse race between different indicators". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1011-1028.

BORESNTEIN, S., N.L. ROSE (1995): "Bankruptcy and pricing behavior in U.S. airline markets". *American Economic Review*, 85 (2), may, pp. 397-402.

BORITZ, E.J., D. KENNERY (1995): "Effectiveness of Neural Network Types for Prediction of Business Failure". *Expert Systems with Applications*, 9, pp. 503-512.

BOYES, W.J., D.L. HOFFMAN, S.A. LOW (1989): "An econometric analysis of the bank credit scoring problem". *Journal of Econometrics*, 40, pp. 3-14.

BREIMAN, L. J.H. FIEDMAN, R.A. OLSEN, C.J. STONE (1984): "*Classification and regression trees*". New York: Chapman & Hall. pp. 368.

BRENNAN, M. J., E. S. SHWARTZ (1977): "Convertible Bonds: Valuation and Optimal Strategies for Call and Conversion". *Journal of Finance*, 32 (5), december, pp. 1699-1715.

BRENNAN, M. J., E. S. SHWARTZ (1978): "Corporate Income Taxes, Valuation, and the problem of Optimal Capital Structure". *Journal of Business*, 51 (1), pp. 103-114.

BRENNAN, M. J., E. S. SHWARTZ (1980): "Analyzing Convertible Bonds". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15 (4), november, pp. 907-929.

BREWER, E., G. D. KOPPENHAVER (1992): "The impact of standby letters of credit on bank risk: A note". *Journal of Banking and Finance*, 16, pp. 1037-1046.

BRIYS, E., F. DE VARENNE (1997): "Valuing Risky Fixed Rate Debt: An Extension". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 32 (2), june, pp. 239-248.

BRÖKER, F., S. SCHWEIZER (2004). *Integrating Rating Migrations*. En Lehrbass, F., M. Gundlach (editors), CreditRisk+ in the banking industry, Springer-Verlag, pp. 167-185.

BROWN, D.T., C.M. JAMES, R.M. MOORADIAN (1993): "The Information Content of Distressed Restructurings Involving Public and Private Debt Claims". *Journal of Financial Economics*, 33, pp. 93-118.

BRUNNER, A., J.P. KRAHNEN, M. WEBER (2000): "*Information Production in Credit Relationships: On the Role of Internal Ratings in Commercial Banking*". Center for Financial Studies. Working Paper 2000/10.

BUCH, A., G. DORFLEITNER (2008): "Coherent risk measures, coherent capital allocations and the gradient allocation principle". *Insurance: Mathematics & Economics*, 42, pp. 235-242.

BUENO CAMPOS, E., I. CRUZ ROCHE, J.J. DURÁN HERRERA (1987): "*Economía de la empresa: análisis de las decisiones empresariales*". Madrid: Pirámide. 758 pp.

BULOW, J. I., J. B. SHOVEN (1978): "The Bankruptcy Decision". *Bell Journal of Economics*, autumn, pp. 437-456.

BÜRGISSER, P., A. KURTH, A. WAGNER, M. WOLF (1999): "Integrating Correlations". *Risk*, 12, july, pp. 57-60.

BÜRGISSER, P., A. KURTH, A. WAGNER (2001): "Incorporating severity variations into credit risk". *Journal of Risk*, 3 (4), summer, pp. 5-31.

BURNS, R.L. (2004): "Economic Capital and the Assessment of Capital Adequacy". *Supervisory Insights*, 1 (2), winter, pp. 5-16.

CAMPBELL, R., R. HUISMAN, K. KOEDIJK (2001): "Optimal portfolio selection in a Value-at-Risk framework". *Journal of Banking and Finance*, 25, pp. 1789-1804.

CANTOR, R., J. FONS, B. OAK, P. FINNEGAN, M. ROWAN, M. FOLEY, C. MAHONEY, K. PNKES (2000): "*Notching for Differences in Priority of Claims and Integration of the Preferred Stock Rating Scale*". Moody's Inverstors Service. Global Credit Research.

CANTOR, R., C. MAHONEY, C. MANN (2003): "*Are Corporate Bond Ratings Procyclical*?". Moody's Investors Service, Special Comment. october.

CANTOR, R., F. PACKER (1994): "The Credit Rating Industry". *Federal Reserve Bank of New York Quarterly Review*, summer/fall, pp. 1-26.

CANTOR. R., F. PAKCER (1995): "Sovereign Credit Ratings". *Federal Reserve Bank of New York. Curent Issues in Economics and Finance*, 1 (3), june, 1-6.

CANTOR, R., F. PACKER (1997): "Differences of opinion and selection bias in the credit rating industry". *Journal of Banking and Finance*, 21, pp. 1395-1417.

CAOUETTE, J.B., E.I. ALTMAN, P. NARAYANAN (1998): "*Managing Credit Risk. The Next Great Financial Challenge*". New York: John Wiley & sons, 464 pp.

CAPON, N. (1982): "Credit Scoring Systems: A Critical Analysis". *Journal of Marketing*, 46 (2), spring, pp. 82-91.

CAREY, M. (1998): "Credit Risk in Private Debt Portfolios". *Journal of Finance*, 53 (4), august, pp. 1363-1387.

CAREY, M. (2000): "*Dimensions of Credit Risk and Their Relationship to Economic Capital Requirements*". Working paper, Federal Reserve Board.

CAREY, M. (2001): "*Consistency of Internal versus External Credit Ratings and Insurance and Bank Regulatory Capital Requirements*". Working paper, Federal Reserve Board.

CAREY, M., M. HRYCAY (2001): "Parameterizing credit risk models with rating data". *Journal of Banking and Finance*, 25, pp. 197-270.

CAREY, M., M. GORDY (2004): "*Measuring Systematic Risk in Recoveries on Defaulted Debt I. Firm-Level Ultimate LGDs*". Working Paper, Federal Reserve Board.

CARTY, L.V, D.T. HAMILTON, S.C. KEENAN, A. MOSS, M. MULVANEY, T. MARSHELLA, M.G. SUBHAS (1998): "*Bankrupt Bank Loan Recoveries*". Moody's Investors Service. Global Credit Research.

CARTY, L.V., D. LIEBERMAN (1996): "*Bankrupt Bank Loan Recoveries*". Moody's Inverstor Service. Global Credit Research.

CARTY, L.V., D. LIEBERMAN (1997): "*Moody's Rating Migration and Credit Quality Correlation, 1920-1996*". Moody's Inverstor Service. Global Credit Research.

CARTY, L., D. LIEBERMAN, J.S. FONS (1995): "*Corporate Bond Defaults and Default Rates 1970-1994*". Moody's Inverstor Service. Global Credit Research.

CASEY, C. J., (1983): "Prior Probability Disclosures and Loand Officiers' Judgments: Some Evidence of the Impact". *Journal of Accounting Research*, spring, pp. 300-309.

CASEY, C., N. BARTCZAK (1984): "Cash flow -it's not the bottom line". *Harvard Business Review*, july-august, pp. 61-66.

CASEY, C., N. BARTCZAK (1985): "Using Operating Cash Flow Data to Predict Financial Distress: Some Extensions". *Journal of Accounting Research*, spring, pp. 384-401.

CATARINEU-RABELL, E., P. JACKSON, D.P. TSOMOCOS (2003): "*Procyclicality and the new Basel Accord-banks' choice of loan rating system*". Bank of England, Working Paper 181.

CATHCART, L., L. EL-JAHEL (1998): "Valuation of defaultable Bonds". *Journal of Fixed Income*, 8 (1), jun., pp. 65-78.

CERNY, A. (2003): "Generalized Sharpe Ratios and Asset Pricing in Incomplete Markets". *European Finance Review*, 7, pp. 191-233.

CHALOS, P. (1985): "Financial Distress:A Comparative Study of Individual, Model and Commitee Assessments". *Journal of Accounting Research*, autumn, pp. 527-453.

CHANCE, D.M. (1990): "Default Risk and the Duration of Zero Coupon Bonds". *Journal of Finance*, XLV (1), march, pp. 265-274.

CHANG, K. C., R. FUNG, A. LUCAS, R. OLIVER, N. SHIKALOFF (2000): "Bayesian networks applied to credit scoring*". IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry*, 11, pp. 1-18.

CHARALAMBOUS, C., A. CHARITOU, F. KAOUROU (2000): "Comparative Analysis of Artificial Network Models: Application in Bankruptcy Prediction". *Annals of Operations Research*, 99, pp. 403-425.

CHARITOU, A., E. NEOPHYTOU, C. CHARALAMBOUS (2004): "Predicting Corporate Failue: Empirical Evidence for the UK". *European Accounting Review*, 13 (3), pp. 465-497.

CHATTERJE, S., S. BARCUN (1970): "A Nonparametric Approach to Credit Screening". *Journal of the American Statistical Association*, 65, march, pp. 150-154.

CHEN, R.-R. (2003): "*The extended Geske-Johnson Model and Its Consistency with Reduce Form Models*". Working paper, Rutgers Business School.

CHEN, K.H., T.A. SHIMERDA (1981): "An Empirical Analysis of Useful Financial Ratios". *Financial Management*, 10 (1), spring, pp. 51-60.

CHEN, Y., F. WESTON, E. I. ALTMAN (1995): "Financial distress and restructuring models". *Financial Management*, 24 (2), summer, pp. 57-75.

CHERNIH, A., S. VANDUFFEL, L. HENRAD (2006): "*Asset Correlations: A Literature Review and Analysis of the Impact of Dependent Loss Given Default*". Working paper, Catholic University of Louvain.

CHERNOZHUKOV, V., L. UMANTSEV (2000): "*Conditional Value-at-Risk: Aspects of Modeling and Estimation*". Working paper 01-19, Massachusetts Institue of Tecnology.

CHESSER, D. (1974): "Predicting Loan Noncompliance". *Journal of Commercial Bank Lending*, august, pp. 28-38.

CHIRINKO, R. S., G. D. GUILL (1991): "A framework for assessing credit risk in depository institutions: Toward regulatory reform". *Journal of Banking and Finance*, 15, pp. 785-804.

CHORAFAS, D.N. (2004): "E*conomic Capital Allocation with Basel II. Cost, Benefit and Implementation Procedures*". Oxford: Elsevier, 448 pp.

CLARK, T. A., M. I. WEINSTEIN (1983): "The Behavior of the Common Stock of Bankrupt Firms". *Journal of Finance*, 38 (2), may, pp. 489-504.

COATS, P. K., L. F. FANT (1993): "Recognizing Financial Distress Patterns Using a Neural Network Tool". *Financial Management*, 22 (3), autumn, pp. 142-155.

COLE, R. A., J. W. GUNTHER (1995): "Separating the likelihood and timing of bank failure". *Journal of Banking and Finance*, 19, pp. 1073-1089.

COLLIN-DUFRESNE, R.S. GOLDSTEIN, J.S. MARTIN (2001): "The Determinants of Credit Spread Changes". *Journal of Finance*, LVI (6), december, pp. 2177-2207.

COLLINS, R. A. (1980): "An Empirical Comparison of Bankruptcy Prediction Models". *Financial Management*, 9 (2), summer, pp. 52-57.

COLLINS, R. A., R. D. GREEN (1982): "Statistical Methods for Bankruptcy Forecasting". *Journal of Economics and Business*, 34, pp. 349-354.

COMITÉ DE SUPERVISIÓN BANCARIA DE BASILEA (2003): "*El Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea*".

COMITÉ DE SUPERVISIÓN BANCARIA DE BASILEA (2006): "*Convergencia internacional de medidas y normas de capital*".

COMMITTEE OF EUROPEAN BANKING SUPERVISORS (2006): "*Guidellines on the implementation, validation and assessment of Advance Measurement (AMA) and Internal Ratings Based (IRB) Approaches*".

CONSIGLI, G. (2002): "Tail estimation and mean-VaR portfolio selection in markets subject to financial instability". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1355-1382.

COOPER, I.A., A.S. MELLO (1991): "The Default Risk of Swaps". *Journal of Finance*, 46 (2), june, pp. 597-620.

COOPERLAND, T.E., J.F. WESTON (1992): "*Financial Theory and Corporate Policy*". Massachusetss: Addison-Wesley, 946 pp.

COPPES, R.C. (1997): "Credit risk exposure with currency swaps". *European Financial Management*, 3 (1), pp. 85-97.

COTTER, J., K. DOWD (2006): "Extreme spectral risk measures: An application to futures clearinghouse margin requirements". *Journal of Banking and Finance*, 30, pp. 3469-3485.

COURTIS, J.K. (1978): "Modelling a financial ratios categoric framework". *Journal of Business Finance and Accounting*, 5 (4), pp. 371-386.

COX, D.R. (1972): "Regression Model and Life-Tables". *Journal of the Royal Statistical Society. Serie B*, 34, may/august, pp. 187-202.

COX, J.C., J.E. INGERSOLL Y S.A. ROSS (1985): "A theory of the term structure of interes rates". *Econometrica*, 53 (2), pp.385-407.

COX, D.R., D. OAKES (1984): "*Analysis of Survival Data*". London: Chapman and Hall. , 208 pp.

COX, J.C., S.A. ROSS, M. RUBINSTEIN (1979): "Option Pricing: a Simplified Approach". *Journal of Financial Economics*, 7, pp. 229-263.

CRONAN, T. P., GLORFLED, L. W., L. G. PERRY (1991): "Producting System Development for Expert System Using a Recursive Partioning Induction Approach: An Application to Mortgage, Commercial, and Consumer Lending". *Decision Sciencies*, 22 (4), sep/oct, pp. 812-845.

CROOK, J. (1999): "Who is discouraged from applying for credit?". *Economics Letters*, 65, pp. 165-172.

CROSBIE, P., J. BOHN (2003): "*Modeling Default Risk. Modeling Methodology*". Moody's KMV.

CROUHY, M., D. GALAI (1994): "The interaction between the financial and investment decisions of the firm: the case of issuing warrants in a levered firm". *Journal of Banking and Finance*, 18, pp. 861-880.

CROUHY, M., D. GALAI, R. MARK (1998): "Credit Risk Revisited". *Risk*, (Credit Risk Supplement), march, pp. 40-44.

CROUHY, M., D. GALAI, R. MARK (2000): "A comparative analysis of current credit risk models". *Journal of banking and finance*, 24, pp.59-117.

CROUHY, M., D. GALAI, R. MARK (2001): "Prototype risk rating system". *Journal of Banking and Finance*, 25, pp. 47-95.

CROUHY, M., D. GALAI, R. MARK (2001): "*Risk Management*". New York: McGraw-Hill, 752 pp.

CROUHY, M., D. GALAI, R. MARK (2006): "*The Essentials of Risk Management*". New York: McGraw-Hill, 416 pp.

CROUHY, M., S.M. TURNBULL, L.M. WAKEMAN (1999): "Measuring riks-adjusted performance". *Journal of Risk*, 2 (1), fall, pp. 5-35.

CSFB (1997): "*CreditRisk+. A Credit Risk Management Framework*".

CSÓKA, P., P.J.-J. HERINGS, L.A. KÓCZY (2007): "Coherent measures of risk from a general equilibrium perspective". *Journal of Banking and Finance*, 31, pp. 2517-2534.

CUMMINS, J.D. (2000): "Allocation of Capital in the Insurance Industry". *Risk Management and Insurance Review*, 3 (1), pp. 7-27.

CVITANIC, J., I. KARATZAS (1998): "*On Dynamic Measures of Risk*". Working paper, Columbia University.

DAHAENE, J., M.J. GOOVAERTS, R. KAAS (2003): "Economic capital allocation derived from risk measures". *North American Actuarial Journal*, 7 (2), pp. 44-59.

DAMBOLENA, I. G., S. J. KHOURY (1980): "Ratio Stabiblity and Corporate Failure". *Journal of Finance*, 35 (4), september, pp. 1017-1026.

DANIELSON, J., P.EMBRECHTS, C. GOODHART, C. KEATING, F. MUENNICH, O. RENAULT, H.S. SHIN (2001): "*An Academic Response to Basel II*". Financial Markets Group, special paper 130.

DANIELSSON, J., B.N. JORGENSEN, M. SARMA, C.G. VRIES (2005): "*Sub-additivity re-examined: the case for Value-at-Risk*". Working paper, London School of Economics.

DAS, S. (2000): "*Credit Derivatives and Credit Linked Notes*". New York: John Wiley & sons, 940 pp.

DAS, S., K. SRINIVASAN (1997): "Duration of firms in an infant industry: the case of Indian computer hardware". *Journal of Development Economics*, 53, pp.157-167.

DAUBIE, M., P. LEVECQ., N. MESKENS (2002): "A comparison of the rough sets and recursive partitioning induction approaches: An application to commercial loans". *International Transactions in Operational Research*, 9 (5), 681-694.

DAUBIE, M., N. MESKENS (2002): "*Busines Failure Prediction: A Review and Analysis of the Literature*". En : Zopounidis, C.. New Trends in Banking Management. Berlin: Physica-Verlag.

DAVIS, R.H., D. B. EDELMAN, A. J. GAMMERMAN (1992): "Machine-learning algoritms for credit-card applications". *IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry*, 4, pp. 43-51.

DAVYDENKO, S.A., I.A. STREBULAEV (2003): "*Stretegic Actions, Capital Structure, and Credit Spreads: An empirical Investigation*". Woking paper, London Business School.

DE LA PEÑA ESTEBAN, J.I., I. ITURRICASTILLO PLAZAOLA (2008): "*Interest risk transmission or transformation? Some Lessons from the subprimes crisis*", trabajo presentado en el X Italian-Spanish Congress of Financial and Actuarial Mathematics, Cagliari (Italia).

DE GIORGI, E. (2005): "Reward-risk portfolio selection and stochastic dominance". *Journal of Banking and Finance*, 29, pp. 895-926.

DE SERVIGNY, A., O. RENAULT (2004): "*Measuring and Managing Credit Risk*". New York: McGraw-Hill, 388 pp.

DEAKIN, E. B. (1972): "A Discriminant Analysis of Predictors of Business Failure". *Journal of Accounting Research*, spring, pp. 167-179.

DEAKIN, E. B. (1976): "Distributions of Financial Ratios: Some Empirical Evidence". *Accounting Review*, january, pp. 90-96.

DELBAEN, F. (2000): "*Coherent Risk measures on general probability spaces*". Working paper, ETH Zürich.

DELIANEDIS, G., R. GESKE (1998): "Credit risk and risk neutral default probabilities: information about rating migrations and default". Working paper. Anderson School, Universityof California Los Ángeles.

DELIANEDIS, G., R. GESKE (2001): "*The Components of Corporate Credit Spreads: Default, Recovery, Tax, Jumps, Liquidity, and Market Factors*". Paper 22_01, Anderson Graduate School of Management, University of California.

DEMBO, R.S., A.J. KING (1992): "Tracking models and the optimal regret distribution in asset allocation". *Applied Stochastic Models and Data Analysis*, 8, pp. 151-157.

DEMBO, R.S., D. ROSEN (1999): "The practice of portfolio replication. A practical overview of forward and inverse problems". *Annals of Operations Research*, 85, pp. 267-284.

DENAULT, M. (2001): "Coherent Allocation of Risk Capital". *Journal of Risk*, 4 (1), fall.

DENUIT, M., J. DHAENE, M. GOOVAERTS, R. KAAS (2005): "*Actuarial Theory for Dependent Risk. Measures, Orders and Models*". Chichester: John Wiley & sons, 458 pp.

DEROSA-FARAG, S., J. BLAU, P. MATOUSEK, I. CHANDRA (1999): "Default Rates in the High-Yield Market". *Journal of Fixed Income*, 9 (1), jun, pp. 7-32.

DESAI, V. S., J. N. CROOK, G. A. OVERSTREET (1996): "A comparison of neural networks and linear scoring models in the credit union environment". *European Journal of Operational Research*, 95, pp. 24-37.

DEV, A. (2004): "*Economic Capital. A Practitioner Guide*". London: Risk Books, 332 pp.

DHAENE, J., M. DENUIT, M.J. GOOVAERTS, R. KAAS, D. VINCKE (2002): "The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: applications". *Insurance: Mathematics & Economics*, 31, pp. 133-161.

DHAENE, J., M. DENUIT, M.J. GOOVAERTS, R. KAAS, D. VINCKE (2002): "The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: theory". *Insurance: Mathematics & Economics*, 31, pp. 3-33.

DHAENE, J., M.J. GOOVAERTS, R. KAAS (2003): "Economic Capital Allocation Derived from Risk Measures". *North American Actuarial Journal*, 7 (2), pp. 44-59.

DHRYMES, P. (1974): "*Econometrics*". Springer-Verlag. New York.

DIETSCH, M., J. PETEY (2002): "The credit risk in SME loans portfolios: Modeling issues, pricing, and capital requirements". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 303-322.

DIETSCH, M., J. PETEY (2004): "Should SME exposures be treated as retail or corporate exposures? A comparative analysis of default probabilities and asset correlations in French and German SMEs". *Journal of Banking and Finance*, 28, pp. 773-788.

DIMAKOS, X.K., K. AAS (2004): "Integrated risk modelling". *Statistical Modelling*, 4 (4), pp. 265-277.

DIMITRAS, A.I., R. SLOWINSKI, R. SUSMAGA, C. ZOPOUNIDIS (1999): "Business failure predicion using rough sets". *European Journal of Operational Research*, 114, pp. 263-280.

DIMITRAS, A.I., S.H. ZANAKIS, C. ZOPOUNIDIS (1996): "A Survey of business failures with an emphasis on predition methods and industrial applications". *European Journal of Operational Research*, 90, pp. 487-513.

DOUMPOS, M., C. ZOPOUNIDIS (1999): "A Multicriteria Discrimination Method for the Prediction of Financial Distress: The Case of Greece". *Multinational Finance Journal*, 3 (2), june, pp. 71-101.

DOWD, K. (1998): "Beyond value at risk. The new science of risk management". Chichester: John Wiley & sons, 268 pp.

DRIZK, J. (1998): "The Seven Stages of Risk Management". *Journal of Lending and Credit Risk Management*, february, pp. 34-38.

DUAN, J.-C. (1994): "Maximum Likelihood Estimation Using Price Data of the Derivative Contract". *Mathematical Finance*, 4 (2), april, pp. 155-167.

DUAN, J.-C. (2000): "Correction: Maximum Likelihood Estimation Using Price Data of the Derivative Contract". *Mathematical Finance*, 10 (4), october, pp. 461-462.

DUFFE, G.R. (1996): "On measuring credit risks of derivatives instruments". *Journal of Banking and Finance*, 20, pp. 805-833.

DUFFIE, D., D. LANDO (2001): "Term Structures of Credit Spreads with Incomplete Accounting Information". *Econometrica*, 69 (3), may, pp. 633-664.

DUFFIE, D., J. PAN (1997): "An overview of Value at Risk". *Journal of derivatives*, 4 (3), spring, pp. 7-49.

DUFFIE, D., K.J. SINGLETON (2003): "*Credit Risk. Pricing, Measurement and Management*". New Jersey: Princeton University Press, 464 pp.

DUGAN, M. T., T. B. FORSYTH (1995): "The Relationship between Bankruptcy Model Predictions and Stock Market Preceptions of Bankruptcy". *Financial Review*, 30 (3), aug., pp. 507-527.

DÜLLMAN, K., H. SCHEULE (2003): "*Determinants of the Asset Correlations of German Corporations and Implications for Regulatory Capital*". Working paper, Deutsche Bundesbank.

DÜLLMAN, K., M. TRAPP (2004): "*Systematic Risk in Recovery Rates -An Empirical Analysis of US Corporate Credit Exposures*". Deutsche Bundesbank Discussion Paper, Series 2, No 02/2004.

DURRETT, R. (2005): "*Probability: Theory and Examples*". Third edition. Belmont: Brooks/Cole, 528 pp.

DWYER, W.D., A.E. KOCAGIL Y R.M. STEIN (2004): "*The Moodys KMV EDF Riskcalc v3.1 model*". Moody's Inverstor Service.

EALES, R., E. BOSWORTH (1998): "Severity of Loss in the Event of Default in Small Business and Large Consumer Loans". *Journal of Lending and Credit Management*, 80 (9), 58-65.

EDELBERG, W. (2006): "Risk-based pricing of interest rates for consumer loans". *Journal of Monetary Economics*, 53, pp. 2283-2298.

EDELMAN, D. B. (1992): "An application of cluster analysis in credit control". *IMA Journal of Management Mathematics*, 4, pp. 81-87.

EDERINGTON, L.H. Y J.B. YAWITZ (1986): "*The bond rating process*". En: Altman, E.I. Handbook of Financial Markets and Institutions. 6th edtion. New York: John Wiley & sons. Capítulo 23.

EDMISTER, R. O. (1972): "An empirical test of financial ratio analysis for small busines failure prediction". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7 (2), pp. 1477-1493.

EFRON, B. (1975): "The efficiency of logistic regression compared to normal discriminant analysis". *Journal of the American Statistical Association*, 70, pp. 892-898.

EISENBEIS, R. A. (1977): "Pitfalls in the application of discriminant analysis in business, finance, and economics". *Journal of Finance*, XXXIII (3), june, pp. 875-900.

EISENBEIS, R.A. (1978a): "A Multivariate Analysis of Industrial Bond Ratings and the Role of Subordination: A Comment". *Journal of Finance*, 33 (1), march, pp. 325-335.

EISENBEIS, R. A. (1978b): "Problems in applying discriminant analysis in credit scoring model". *Journal of Banking and Finance*, 2, pp. 205-219.

EISENBEIS, R. A. (1996): "Recent developments in the application of credit-scoring techniques to the evaluation of commercial loans". *IMA Journal of Management Mathematics*, 7, pp. 271-290.

ELAM, R. (1975): "The Effect of Lease Data on the Predictive Ability of Financial Ratios". *Accounting Review*, 50 (1), jan., pp. 25-43.

ELSAS, R., S. HENKE, A. MACHAUER, R. ROTT, G. SCHENK (1998): "*Empirical Analysis of Credit Relationships in Small Firms Financing: Samplid Desing and Descritive Statistics*". Working Paper 14, Center for Financial Studies.

ELTON, E.J., M.J. GRUBER, D. AGRAWAL, C. MANN (2001): "Explaining the Rate Spread on Corporate Bonds". *Journal of Finance*, LVI (1), february, pp. 247-277.

ELTON, E., M.J. GRUBER, S.J. BROWN, W.N. GOETZMANN (2003): "*Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*". New York: John Wiley & sons, 720 pp.

EMBRECHTS (2000): "*Extreme value theory: potential and limitations as an integrated risk management tool*". Working paper, Department of mathematics, ETH Zürich.

EMBRECHTS, P. (2000): "*Extremes and Integrated Risk Management*". London: Risk Books, 397 pp.

EMBRECHTS, P., A. HÖING, A. JURI (2003): "Using copulae to bound the Value-at-Risk for functions of dependent risks". *Finance Stochastics*, 7, pp. 145-167.

EMBRECHTS, P., R. KAUFMAN, G. SAMORODNITSKY (2002): "*Ruin theory revisited: stochastic models for operational risk*". Working paper, Department of mathematics, ETH Zürich.

EMBRECHTS, P., C. KLÜPPELBERG, T. MIKOSCH (2003): "*Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*". Berlin: Springer-Verlag, 655 pp.

EMBRECHTS, P., F. LINDSKOG, A. MCNEIL (2001): "*Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management*". Working Paper. Department of Mathematics. ETHZ. Zürich.

EMBRECHTS, P., A. MCNEIL, D. STRAUMANN (1999): "*Correlation and dependence in risk management: properties and pitfalls*". Working Paper. Department of Mathematics. ETHZ. Zürich.

EMERY, K. S. OU, J. TENNANT, F. KIN, R. CANTOR (2008): "*Corporate Default and Recovery Rates, 1920-2007*". Moody's Global. Corporate Finance.

EMMER, S., TASCHE, D. (2003): "Calculating credit risk capital charges with the Vasicek model". *Journal of Risk*, 7 (2), pp. 85-101.

ENGELMANN, B., E. HAYDEN, D. TASCHE (2003): "*Measuring the discriminative power of rating systems*". Deutsche Bank discussion paper, series 2, no. 01/2003.

ENGELMANN, B., R. RAUHMEIER (2006): "*The Basel II Risk Parameters. Estimation, Validation and Stress Testing*". Berlin: Springer-Verlag, 274 pp. d

ENGLISH, W.B., W.R. NELSON (1998): "*Bank Risk Rating of Business Loans*". Working paper, Federal Reserve Board. Washington, DC.

EOM, Y.-H., J. HELWEGE, J.-Z- HUANG (2004): "Structural Models of Corporate Bond Pricing: An Empirical Analysis". *Review of Financial Studies*, 17 (2), pp. 499-544.

ERICSSON, J., J. RENEBY (2002): "*A Note on Contingent Claims Pricing with Non-Traded Assets*". Working Paper 314, SSE/EFI Series in Economics and Finance.

ERICSSON, J., J. RENEBY (2005): "Estimating Structural Bond Pricing Models". *Journal of Business*, 78 (2), march, pp. 707-735.

ERICSSON, J. O. REANULT (2006): "Liquidity and Credit Risk". *Journal of finance*, 61 (5), pp.2219-2250.

ESTRELLA, A. (2004): "The cyclical behaviour of optimal bank capital". *Journal of Banking and Finance*, 28, pp. 1469-1498.

FALKENSTEIN, E., A. BORAL Y L.V. CARTY (2000): "*Riskcalc for privative companies: Moodys default model*". Moody's Inverstor Service.

FAMA, E.F. (1971): "Risk, Return, and Equilibrium". *Journal of Political Economy*, 79, pp. 30-55.

FEDERAL RESEVE SYSTEM TASK FORCE ON INTERNAL CREDIT RISK MODELS (1998): "*Credit Risk Models at Major U.S. Banking Institutions: Current Sate of the Art and Implication for Assessments of Capital Adequacy*". Working paper, Federal Reserve System.

FEELDERS, A.J. (2003): "*An Overview of Model Based Reject inference for credit scoring*". Working paper, Institute for Information and Computing Sciences, Utrecth University.

FERMANIAN, J.-D-, O. SCAILLET (2005): "Sensitivity analysis of VaR and Expected Shortfall for portfolios under netting agreements". *Journal of Banking and Finance*, 29, pp. 927-958.

FINGER, C.C. (1999): "Conditional Approaches for CreditMetrics Portfolio Distributions". *CreditMetrics Monitor*, april, pp. 14-33.

FINGER, C.C. (2000): "*Toward a Better Estimation of Wrong-Way Credit Exposure*". Working Paper 99-05, Riskmetrics Group.

FISCHER, T. (2003): "Risk allocation by coherent risk measures based on one-sided moments". *Insurance: Mathematics & Economics*, 32, pp. 135-146.

FITZPATICK, P. (1932): "*A comparison of the ratios of successful industrial enterprises with those of failed companies*". Acoountants Publishing Company.

FOGARTY, T. C., N. S. IRESON (1993): "Evolving Bayesian Classifiers for credit control -a comparison with other machine-learning methods". *IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry*, 5, pp. 63-75.

FRANK, R.E., W.F. MASSY, D.G. MORRISON (1965): "Bias in Multiple Discriminant Analysis". *Journal of Marketing Research*, 2 (3), pp. 250- 258.

FRANKS, J. R., W. N. TOROUS (1989): "An Empirical Investigation of U.S. Firms in Reorganization". *Journal of Finance*, XLIV (3), july, pp. 747-769.

FREEMAN, J.A., D.M. SKAPURA, R. GARCÍA-BERMEJO GINER (TRADUCTOR), L. JOYANES AGUILAR (TRADUCTOR) (1993): "*Redes neuronales. Algoritmos, aplicaciones y técnicas de programación*". Delaware: Addison-Weslye Iberoamericana. , 431 pp.

FRERICHS, H., G. LÖFFLER (2003): "Evaluating credit risk models using loss density forecasts". *Journal of risk*. 5 (4), summer, pp. 1-23.

FREY, R., A.J. MCNEIL. (2001): "*Modelling Dependent Defaults*". Working Paper. Department of Mathematics. ETHZ. Zürich.

FREY, R., A. J. MCNEIL (2002): "VaR and expected shortfall in portfolios of dependent credit risk: conceptual and practical insights". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1317-1334.

FREY, R., A.J. MCNEIL (2003): "Dependent defaults in models of portfolio credit risk". *Journal of Risk*, 6 (1), fall, pp. 59-92.

FREY, R., A.J. MCNEIL, M.A. NYFELER (2001): "Copulas and credit models". *Risk*, october, pp. 111.

FRITTELLI, M., E. ROSAZZA GIANIN (2002): "Putting order in risk measures". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1473-1486.

FROOT, K. A., D. S. SCHARFSTEIN, J. C. STEIN (1993): "Risk Management: Coordinating Corporate Investment and Financing Policies". *Journal of Finance*, XLVIII (5), pp. 1629-1658.

FROOT, K. A., D. S. SCHARFSTEIN, J. C. STEIN (1994): "A Framework for Risk Management". *Harvard Business Review*, november-december, pp. 91-102.

FROOT, K.A., J.C. STEIN (1998): "Risk management, capital budgeting, and capital structure policy for financial institutions: an integrated approach". *Journal of Financial Economics*, 47, pp. 55-82.

FRYDMAN, H., E. I. ALTMAN, D.-L. KAO (1985): "Introducing Recursive Partioning for Financial Classification: The case of Financial Distress". *Journal of Finance*, XL (1), march, pp. 269-291.

FRYE, J. (2000): "*Collateral Damage: A Source of Systematic Credit Risk*". Working paper, Federal Reserve Bank of Chicago.

FRYE, J. (2000): "*Depressing Recoveries*". Working paper, Federal Reserve Bank of Chicago.

FRYE, J. (2003): "A false sense of security". *Risk*, august, pp. 63-67.

FUNAHASHI, K.-I. (1989): "On the approximate realization of continuous mappings by neural networks". *Neural Networks* 2 (3), pp. 183-192.

GALAI, D., R.W. MASULIS (1976): "The Option Pricing Model and the Risk Factor of Stock". *Journal of Financial Economics*, 3, pp. 53-81.

GALINDO, J., P. TAMAYO (2000): "Credit Risk Assessment Using Statistical and Machine Learning: Baseic Methodology and Risk Modeling Applications" *Computational economics*, 15 (1-2), 107-143.

GAO, F., F. SONG, L. ZHANG (2007): "Coherent risk measure, equilibrium and equilibrium pricing". *Insurance: Mathematics & Economics*, 40 (1), pp. 85-94.

GARCÍA MARTÍN, V. (2009): "*Viabilidad financiera de la empresa de negocios*". Valencia: Tirant lo Blanch. 228 pp.

GARCÍA MARTÍN, V., FERNÁNDEZ GÁMEZ, M.A. (1992): "*Solvencia y rentabilidad de la empresa española*". Madrid: Estudios Económicos.

GARMAN, M. (1996): "Improving on VaR". *Risk*, 9 (5), may, pp.61-63.

GARMAN, M. (1997): "Taking VaR to Pieces". *Risk*, 10, october, pp. 70-71.

GARSIDE, T., P. NAKADA (2000): "Enhancing risk measurement capabilities". *Balance sheet*, 8 (3), pp. 12-17.

GENTRY, J., P. NEWBOLT, D. WHITFORD (1985): "Classifying Bankrupt Firms with Funds Flow Components". *Journal of Accounting Research*, spring, pp. 146-59.

GENTRY, J., P. NEWBOLT, D. WHITFORD (1985): "Predicting Bankruptcy: If Cash Flow is Not hte Bottom Line, What is?". *Financial Analyst Journal*, september/october, pp.47-56.

GERBER, H.U., E.S.W. SHIU (1998): "On the time value of ruin". *North American Actuarial Journal*, 1 (2), pp 48-78.

GESKE, R. (1977): "The valuation of corporate liabilities as compound options". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 12 (4), november, pp. 541-552.

GESKE, R., H. JOHNSON (1984): “The American put option valued analytically”. *Journal of Finance*, 39 (5), december, pp.1511-1524.

GIANNOPOULOS, K., R. TUNARU (2005): "Coherent risk measures under filtered historical simulation". *Journal of Banking and Finance*, 29, pp. 979-996.

GIESE, G. (2003): “Enhancing CreditRisk+”. *Risk*, april, pp. 73-77.

GLENNON, D., P. NIGRO (2005): "Measuring the Default Risk of Small Business Loans: A Survival Analysis Approach". *Journal of Money, Credit, and Banking*, 37 (5), october, pp. 923-947.

GOLDSTEIN, R., N. JU, H. LELAND (2001): “EBIT-based Dynamic Capital Structure”. *Journal of Business*, 74, 483-512.

GOMBOLA, M.J., M.E. HASKINS, J.E. KETZ (1987): "Cash Flow in Bakruptcy Prediction". *Financial Management*, winter, pp. 55-65.

GOMBOLA, M.J., J.E. KETZ (1983): "A Note on Cash Flow and Classification Patterns of Financial Ratios". *Accounting Review*, january, pp. 105-114.

GONZÁLEZ CATALÁ, V.T. (1991): "*Enfoque práctico de las operaciones de la Matemática Financiera*". Madrid: Ediciones Ciencias Sociales, 576 pp.

GONZÁLEZ CATALÁ, V.T. (1995): "*Análisis de las Operaciones Financieras, Bancarias y Bursátiles*". Madrid: Ediciones Ciencias Sociales, 562 pp.

GONZÁLEZ CATALÁ, V.T. (1999): "*Operaciones Financieras, Bancarias y Bursátiles. Curso práctico*". Madrid: Ediciones Ciencias Sociales, 504 pp.

GOOVAERTS, M.J., E. VAN DEN BORRE, R.J.A. LAEVEN (2005): "*Managing economic and virtual economic capital within financial conglomerates*". Working paper, Catholic University of Leuven.

GORDY, M.B. (2000): “A compartive anatomy of credit risk models”. *Journal of banking and finance*, 24, 119-149.

GORDY, M.B. (2002a): "*A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules*". Working paper, Board of Governors of the Federal Reserve System.

GORDY, M.B. (2002b): “Saddlepoint approximation of CreditRisk+”. *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1335-1353.

GORDY, M.B. (2004): “*Saddlepoint approximation*”. En Lehrbass, F., M. Gundlach (editors), CreditRisk+ in the banking industry, Springer-Verlag, pp. 91-110.

GORDY, M., E. HEITFIELD (2002): "*Estimating Default Correlations from Short Panels of Credit Rating Performance Data*". Working paper, Federal Reserve Board.

GORDY, M.B., B. HOWELLS (2006): "Procyclicality in Basel II: Can we treat the disease without killing the patient?". *Journal of Financial Intermediation*, 15, pp. 395-417.

GORDY, M., D. JONES (2002): "*Capital allocation for securitizations with uncertainty in loss prioritization*". Working paper, Federal Reserve Board.

GOURIEROUX, C., J. P. LAURENT, O. SCAILLET (2000): "Sensitivity analysis of Values at Risk". *Journal of Empirical Finance*, 7, pp. 225-245.

GOURIEROUX, C., W. LIU (2006): "*Efficient Portfolio Analysis Using Distortion Risk Measures*". Working paper, 2006-17, Institut National de la Stastistique et des Etudes Economiques.

GRABLOWSKY, B. J., W. K. TALLEY (1981): "Probit and discriminant functions for classifying credit applicants: a comparison". *Journal of Economics and Business*, 33 (3), spring, pp. 254-261.

GRANDELL, J. (1997): "*Mixed Poisson Processes*". London: Chapman & Hall. Monographs on Statiscts and Applied Probability. , 268 pp.

GREEN, W.H. (2003): "*Econometric Analysis*". International edition. Fifth edition. New Jersey: Prentice Hall, 1026 pp.

GREER, C. C. (1967): "The Optimal Credit Acceptance Policy". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, dec., pp. 399-415.

GRIMMET, G., D. SITRZAKER (2001): "*Probability and Ramdom Processes*". Third edition. Oxford: Oxford University Press. , 608 pp.

GRIPPA, P., S. IANNOTTI, F. LEANDRI (2005): "*Recovery Rates in the Banking Industry: Stylised Facts Emerging frm the Italian Experience*". En: Altman, E.I., A. Resti, A. Sironi. Recovery Risk. The Next Challenge in Credit Risk Management. London: Risk Books. Capítulo 7.

GROSSMAN, R.J., W.T. BRENNAN, J. VENTO (1998): "Syndicated Bank Loan Recovery Study". *CreditMetrics Monitor*, first quarter, pp. 29-36.

GRÜNDL, H., H. SCHMEISER (2007): "Capital Allocation for Insurance Companies-What good is it?". *Journal of Risk and Insurance*, 74 (2), pp. 301-317.

GRUNERT, J., L. NORDEN, M. WEBER (2005): "The Role of Non-financial Factors in Internal Credit Ratings". *Journal of Banking and Finance*. 29, pp. 509-531.

GRUNERT, J., M. WEBER (2005): "*Recovery Rates of Bank Loans: Empirical Evidence for Germany*". Working Paper, Department of Banking and Finance, University of Mannheim.

GUILKEY, D.K., J.L. MURPHY (1993): "Estimation and tesing in the random effects probit model". *Journal of Econometrics*, 59, pp. 301-317.

GUNDLACH, M., F. LEHRBASS (2004): "*CreditRisk+ in the Banking Industry*". Berlin: Springer-Verlag, 369 pp.

GUPTON, G.M. (2005): "Advancing Loss Given Default Prediction Model: How the Quiet Have Quickened". *Economic Notes by Banca Monte dei Paschi di Siena*, 34 (2), pp. 185-230.

GUPTON, G. M., C. C. FINGER, M. BHATIA (1997): "*CreditMetrics - Technical Document*". J. P. Morgan & Co.

GUPTON, G.M., D. GATES, L.V. CARTY (2000): "*Bank-Loan Los Given Default*". Moody's Investors Service. Global Credit Research.

GUPTON, G. M., R. M. STEIN (2002): "*Losscalc: Model for predicting loss given default (LGD)*". Moody's KMV.

HAAF, H., O. REIB, J. SCHOENMAKERS (2004): "Numerically stable computation of CreditRisk+". *Journal of Risk*, 6, summer, pp. 1-10.

HAAF, H., D. TASCHE (2002): "Credit portfolio measurement". *Garp Risk Review*, 7, july/august, pp. 43-47.

HALL, C. (2002): "Economic capital: towards an integrated risk framework". *Risk*, october, pp. 33-36.

HALLERBACH, W.G. (1999): "*Decomposing Portfolio Value-at-Risk*". Working Paper, Erasmus University Rotterdam.

HALLERBACH., W.G. (2001): "*Capital allocation, Portfolio Enhancement and Performance Measurement: A Unified Approach*". Working paper, Erasmus University Rotterdam.

HAMER, M. (1983): "Failure prediction: sensitivity of classification accuracy to alternative statistical methods and variable sets". *Journal of Accounting and Public Policy*, 2, pp. 289-307.

HAMERLE, A., T. LIEBIG, D. RÖSCH (2003): "Benchmarking Asset Correlations". Working paper, University of Regensburg and Deutsche Bundesbank.

HAMILTON, D.T., R. CANTOR, S. OU (2002): "*Default and Recovery Rates of Corporate Bond Issuers. A Statistical Review of Moody's Ratings Performance 1970-2001*". Moody's Inverstor Service. Global Credit Research.

HAMILTON, D.T., S. OU, F. KIM, R. CANTOR (2007): "*Corporate Default and Recovery Rates, 1920-2006*". Moody's Global. Corporate Finance.

HAMILTON, D.T., P. VARMA, S. OU, R. CANTOR (2005): "*Default and Recovery Rates of Corporate Bond Issuers, 1920-2004*". Moody's Inverstor Service. Global Credit Research.

HAMILTON, D.T., P. VARMA, S. OU, R. CANTOR (2006): "*Default and Recovery Rates of Corporate Bond Issuers, 1920-2005*". Moody's Inverstor Service. Global Credit Research.

HAND, D.J. (1997): "*Construction and Assessment of Classification Rules*". Chichester: John Wiley & sons, 232 pp.

HAND, D. J. (2001): "Modeling consumer credit risk". *IMA Journal of Management Mathematics*, 12, pp. 139-155.

HAND, D. J., W. E. HENLEY (1993): "Can Reject inference ever work?". *IMA Journal of Management Mathematics*, 5, pp. 45-55.

HAND, D. J., W. E. HENLEY (1997): "Statistical Classification Methods in Consumer Credit Scoring: a Review". *Journal of the Royal Statistics Society. Serie A*, 160 (3), pp. 523-541.

HAND, J. R. M., R. W. HOLTHAUSEN, R. W. LEFTWICH (1992): "The effect of Bond Rating Agency Announcements on Bond and Stock Prices". *Journal of Finance*, XLVII (2), june, pp. 733-752.

HAND, D.J., S.D. JACKA (1998): "*Statistics in Finance*". London: Arnold, 352 pp.

HAND, D. J., J. J. OLIVER, A. D. LUNN (1998): "Discriminant analysis when the classes arise form a continuum". *Pattern Recognition*, 31, pp. 641-650.

HARLOW, W.V., R.K.S. RAO (1989): "Asset Pricing in a Generalized Mean-Lower Partial Moment Framework: Theory and Evidence". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 24 (3), september, pp. 285-311.

HARRISON, M., D. KREPS (1979): "Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets". *Journal of Economic Theory*, 20, pp. 381-408.

HAWLEY, D. D., J. D. JOHNSON, D. RAINA (1990): "Artificial Neural Systems: A New Tool for Financial Decision-Making". *Financial Analyst Journal*, 46 (6), nov/dec, pp. 63-72.

HAYDEN, E. (2003): "Are Credit Scoring Models Sensitive With Respect to Default Definitions? Evidence from the Australian Market". Working paper, Department of Business Administration, University of Vienna.

HEATH, D., H. KU (2004): "Pareto equilibria with coherent measures of risk". *Mathematical Finance*, 14 (2), pp. 163-172.

HECKMAN, J. (1979): "Sample selection bias as specification error". *Econometrica*, 47, pp. 153-161.

HELWEGE, J. (1992): "*Determinants of Savings and Loan Failure Rates: Estimates of a Time-varying Proportional Hazard Function*". Federal Reserve Bank Finance and Economics Discussion Papers Series 207.

HELWEGE, J., C.M. TURNER (1999): "The Slope of the Credit Yield Curve for Speculative-Grade Issuers". *Journal of Finance*, LIV (5), october, pp. 1869-1885.

HENER, A. (2005): "*Credit Risk Management in the Automotive Industry. Structuring of loan and lease securitizations as integrative solution*". Wiesbaden: Deutscher Universitäts-Verlag, 166 pp.

HENLEY, W. E., D. J. HAND (1996): "A k-nearest-neighbour classifer for assesing consumer credit risk". *Statistician*, 45 (1), pp. 77-95.

HICKMAN, W.B. (1958): "*Corporate Bond Quality and Investor Experience*". Princeton: Princeton University Press.

HILBERINK, B., L.C.C. ROGERS (2002): "Optimal capital structure and endogenous default". *Finance Stochastics*, 6, pp. 237-263.

HILL, N. T., S. E. PERRY, S. ANDES (1996): "Evaluating Firms in Financial Distress: An Event History Analysis". *Journal of Applied Business Research*, 12 (3), pp.60-71.

HO, T.S.Y. (1999): "Allocate Capital and Measure Performance in an Financial Institution". *Financial Markets, Institutions and Instruments*, 8 (5), pp. 1-23.

HO, T., R. SINGER (1982): "Bond Indenture Provisions and the Risk of Corporate Debt". *Journal of Financial Economics*, 10, pp. 375-406.

HOADELY, B., R. M. OLIVER (1998): "Business measures of scorecard benefit". *IMA Journal of Management Mathematics*, 9, pp. 55-64.

HORNIK, K. M. STINCHCOMBE, H. WHITE (1989): "Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators". *Neural Networks*, 2 (5), pp. 359-366.

HORRIGAN, J.O. (1966): "The Determination of Long-Term Credit Standing with Financial Ratios". *Journal of Accounting Research*, Supplement to vol. 4, Empirical Research in Accounting: Selected Studies, pp. 44-62.

HOSMER, D.W., S. LEMESHOW (1999): "*Applied Survival Analysis*". New York: John Wiley & sons, 408 pp.

HOUGHTON, K. A. (1984): "Accounting Data and the Prediction of Business Failure: The Setting of Priors and Age od Data". *Journal of Accounting Research*, spring, pp. 361-368.

HOUGHTON, K. A., R. SENGUPTA (1984): "The Effect of Prior Probability Disclosure and Information set Construction on Bankers Ability to Predict Failure". *Journal of Accounting Research*, autumn, pp. 768-775.

HSU, J. C., J. SAÁ-REQUEJO, P. SANTA-CLARA (2002): "*Bond Pricing with Default Risk*". Working paper, Anderson School, UCLA.

HU, Y.-T., W. PERRAUDIN (2002): "*The Dependence of Recovery Rates and Defaults*". Working paper, Birkbeck College.

HUANG, J.Z, M. HUANG (2003): "*How much of the Corporate-Treasury Yield Spread is Due to Credit Risk*?. Working paper, Penn State University.

HÜBNER, G. (2004): "The Credit Risk Components of a Swap Portfolio". *Journal of Futures Markets*, 24 (1), pp. 93-115.

HULL, J. C. (2002): "*Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones*". 4ta. edición. Madrid: Pearson educación. 560 pp.

HULL, J.C. (2003): "*Options, Futures, and Other Derivatives*". International edition. New Jersey: Prentice Hall, 744 pp.

HULL, J. C., I. NELKEN, A. D. WHITE (2004): "Merton's model, credit risk and volatility skews". *Journal of Credit Risk*, 1 (1), winter, pp. 3-27.

HULL, H. Y A. WHITE (1995): "The impact of default risk on the prices of options and other derivative securities". *Journal of Banking and Finance*, 19, pp. 299-322.

HULL, J., A. WHITE (1995): "The impact of default risk on the prices of options and other derivatives securities". *Journal of Banking and Finance*, 19, pp. 299-322.

HURT, L., A. FELSOVALYI (1998): "*Measuring Loss on Latin American Defaulted Loans: A 27-Year Study of 27 Countires*". Working paper, Citibank Portfolio Strategies.

HUSH, D. R., B. G. HORNE (1993): "Progress in Supervised Neural Networks. What's New Since Lippman?". *IEEE Signal Processing Magazine*, january, pp. 8-39.

HUTCHINSON, P., I. MERIC, G. MERIC (1988): "The financial characteristics of small firms which achieve quotation on the UK unlisted securities market". *Journal of Business Finance and Accounting*, 15 (1), spring, pp. 9-19.

HUYGHEBAERT, N., A. GAEREMYNCK, F. ROODHOOFT, L.M. DE GUCHT (2000): "New Firm Survival: The Effects of Start-up Characteristics". *Journal of Business Finance and Accounting*, 27 (5), june/july, pp.627-651.

INGERSOLL, J.E. (1976): "A Theoretical and empirical investigation of the dual purpose funds. An application of contingent-claims analysis". *Journal of Financial Economics*, 3, pp. 83-123.

INGERSOLL, J.E. (1977a): "A Contingent-Claims Valuation of Convertible Securities". *Journal of Financial Economics*, 4, pp. 289-322.

INGERSOLL, J.E. (1977b): "An Examination of Corporate Call Policies on Convertible Securities". *Journal of Finance*, 32 (2), may, pp. 463-478.

INTERNATIONAL ACTUARIAL ASSOCIATION (2004): "*A Global Framework for Insurer Solvency Assessment*". 179 pp.

INUI, K., M. KIJIMA (2005): "On the significance of expected shortfall as a coherent risk measure". *Journal of Banking and Finance*, 29, pp. 853-864.

IZAN, H. Y. (1984): "Corporate distress in australia". *Journal of Banking and Finance*, 8, pp. 303-320.

IZVORSKI, I (1997): "*Recovery Ratios and Survival Times for Corporate Bonds*". Working Paper 97/84, International Monetary Fund, Research Department.

JACKSON, P., P. NICKELL, W. PERRAUDIN (1999): "Credit risk modelling". *Financial Stability Review*, june, pp. 94-121.

JAGTIANI, J., A. SAUNDERS, G. UDELL (1995): "The effect of bank capital requirements on bank off-balance sheet financial innovations". *Journal of Banking and Finance*, 19, pp. 647-658.

JAMES, C. (1996): "*RAROC Based Capital Budgeting and Performance Evaluation: A Case Study of Bank Capital Allocation*". Working paper 96-40, Wharton Financial Institutions Center.

JARROW, R. A., S. M. TURNBULL (2000): "The intersection of market and credit risk". *Journal of Banking and Finance*, 24, pp. 271-299.

JARROW, R.A., F. YU (2001): "Counterparty Risk and the Pricing of Defaultable Securities". *Journal of Finance*, LVI (5), october, pp. 1765-1799.

JASCHKE, S., U, KÜCHLER (2001): "Coherent risk measures and good-deal bounds". *Finance Stochastics*, 5, pp. 181-200.

JENSEN, M. (1968): "The performance of mutual funds in the period 1945-1964". *Journal of Finance*, 23, pp. 389-416.

JENSEN, H. L. (1992): "Using Neural Networks for Credit Scoring". *Management Science*, 18 (6), pp. 15-26.

JOANES, D. N. (1993): "Reject inference applied to logistic regression for credit scoring". *IMA Journal of Management Mathematics*, 5, pp. 35-43.

JOE, H. (2001): "*Multivariate Models and Multivariate Dependence Concepts*". Boca Raton: Chapman &

Hall/CRC. Monographs on Statistics and Applied Probability 73. 399 pp.

JOHNSEN, T., R. W. MELICHER (1994): "Predicting Corporate Bankruptcy and Financial Distress: Information Value Added by Multinomial Logit Models". *Journal of Economics and Business*, 46, pp. 269-286.

JOHNSON, C.G. (1970): "Ratio Analysis and the Prediction of Firm Failure". *Journal of Finance*, pp. 1166-1168.

JOKIVUOLLE, E., S. PEURA (2003): "Incorporating Collateral Value Uncertainty in Loss Given Default Estimates and Loan-to-value Ratios". *European Financial Management*, 9 (3), pp. 299-314.

JONES, F.L. (1987): "Current Techniques in Bankruptcy Prediction". *Journal of Accounting Literature*, 6, pp. 131-164.

JONES, E. P., S.P. MASON Y E. ROSENFELd (1984): "Contigent claims analysis of corporate capital structures: An empirical investigation". *Journal of Finance*, 39 (3), pp. 611-627.

JONES, D. Y J. MINGO (1999): "Credit risk modeling and internal capital allocation processes: implications for a models-based regulatory bank capital standard". *Journal of Economics and Business*, 51, pp. 79-108.

JONES, B.L., R. ZITIKIS (2003): "Empirical Estimation of Risk Measures and Related Quantitites". *North American Actuarial Journal*, 7 (4), pp. 44-54.

JÓNSSON, J. G., M. S. FRIDSON (1996): "Forecasting default rates on high-yield bonds". *Journal of Fixed Income*, june, pp. 69-77.

JORDAO, F., R. STEIN (2003): "*What Is a More Powerful Model Worth?*". Moody's KMV, Technical Report #030124.

JOSHI, M.S. (2003): "*The Concepts and Practice of Mathematical Finance*". Cambridge: Cambridge University Press, 560 pp.

JOY, O.M., J.O. TOLLEFSON (1975): "On the financial applications of discriminant analysis". Journal of Financial and Quantitative Analysis,

JOY, O. M., J. O. TOLLEFSON (1978): "Some Clarifying Comments of Discriminant Analysis". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, march, pp. 197-199.

KALBFLEISCH, J.D., R.L. PRENTICE (2002): "*The Statistical Analysis of Failure Time Data*". Second edition. New Jersey: John Wiley & sons, 462 pp.

KALKBRENER, M. (2005): "An axiomatic approach to capital allocation". *Mathematical Finance*, 15 (3), pp. 425-437.

KALKBRENER, M., H. LOTTER, L. OVERBECK (2004): "Sensible and Efficient Capital Allocation for Credit Porfolios". *Risk*, january, S19-S24.

KANE, E.J. (1995): "Three paradigms for the role of capitalization requirements in insured financial institutions". *Journal of Banking and Finance*, 19, pp. 431-459.

KAO, D.L. (2000): "Estimating and pricing credit risk: an overview". *Financial Analyst Journal*, 56 (4), 50-66.

KASKOWITZ, D., A. KIPKALOV, K. KUNDSTEDT, J. MINGO (2002): "*Best-Practices in Mortgage Default Risk Measurement and Economic Capital*". Working paper, Washington Mutual.

KEALHOFER, S., J. R. BOHN (1993): "*Portfolio Management of Default Risk*". Working Paper, KMV.

KEALHOFER, S., S. KWOK, W. WENG (1998): "Uses and abuses of bond default rates". *Creditmetrics Monitor*, first quarter, pp. 37-55.

KEASY, K., P. MCGUINNESS (1990): "The Failure of UK Industrial Firms 1976-1984". *Journal of Business Finance and Accounting*, 17 (1), pp. 119-136.

KEASY, K., P. MCGUINNES, H. SHORT (1990): "Multilogit Approach to Predicting Corporate Failure - Further Analysis and the Issue of Signal Consistency". *OMEGA. International Journal of Management Science*, 18 (1), pp. 85-94.

KEASY, K., R. WATSON (1986): "Current Cost Accounting and the Prediction of Small Company Performance". *Journal of Business Finance and Accounting*, 13 (1), pp. 51-70.

KEASY, K., R. WATSON (1986): "The Prediction of Small Company Failure: Some Behavioural Evidence for the UK". *Accounting and Business Research*, 65, winter, pp. 49-58.

KEASY, K., R. WATSON (1988): "Non-Financial Symptoms and the Prediction of Small Company Failure: A Test of the Argenti Hypoteses". *Journal of Business, Finance and Accounting*, 14 (3), pp. 335-354.

KEASY, K., R. WATSON (1991): "Financial Distress Prediction Models: A Review of Their Usefulness". *British Journal of Management*, 2, pp. 89-102.

KEENAN, S.C., D.T. HAMILTON, A. BERTHAULT (2000): "*Historial Default Rates of Corporate Bond Issuers, 1920-1999*". Moody's Inverstors Service. Global Credit Research.

KEENAN, J. SOBEHART (2000): "A Credit Risk catwalk". *Risk*, july, pp.84-88.

KETZ, J. (1978): "The Effect of General Price Level Adjustments on the Predictability of Financial Ratios". *Journal of Accounting Research*, suppl., pp. 273-284.

KIDA, T. (1980): "An Investigation into Auditors Continuity and Related Qualification Judgments". *Journal of Accounting Research*, autumn, pp. 506-523.

KIEFER, N. M. (1988): "Economic Duration Data and Hazard Functions". *Journal of Economic Literature*, 26 (2), june, pp. 646-679.

KIEFER, N.M. (2009): "Default Estimation for Low-Default Portfolios". *Journal of Empirical Finance*, 16 (1), pp. 164-173.

KIM, J., K. RAMASWAMY, S. SUNDARESAN (1993): "Does Default Risk in Coupons Affect the Valuation of Corporate Bonds?: A Contingent Claims Model". *Financial Management*, autumn, pp. 117-131.

KIMBALL, R.C. (1998): "Economic profit and performance measurement in banking". *New England Economic Review*, july/august, pp. 35-53.

KIVILUOTO, K. (1998): "Predicting bankruptcies with the self-organizing map". *Neurocomputing*, 21, pp. 191-201.

KOCAGIL, A., A. REYNGOLD (2003): "*Moody's RiskCalc For Private Companies: Korea*". Moody's Investor Service.

KOLESAR, P., J.L. SHOWERS (1985): "A Robust Credit Screening Model Using Categorial Data". *Management Science*, 31 (2), pp. 123-133.

KONDOR, I., S. PAFKA, G. NAGY (2007): "Noise sensitivity of portfolio selection under various risk measures". *Journal of Banking and Finance*, 1545-1573.

KRAHNEN, J.P. Y M. WEBER (2001): "Generally accepted rating principles: A primer". *Journal of Banking and Finance*, 25, pp. 3-23.

KROKHMAL, P., J. PALMQUIST, S. URYASEV (2001): "*Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk Objetive and Constraints*". Working paper, University of Florida.

KÜHN, J. (2006): "*Optimal Risk-Return Trade-Offs of Commercial Banks and the Suitability of Profitability Measures for Loan Portfolios*". Berlin: Springer-Verlag, 152 pp.

KUMAR, N., R. KROVI, B. RAJAGOPALAN (1997): "Financial decision support with hybrid genetic and neural based modeling tools". *European Journal of Operational Research*, 103, pp.339-349.

KUPIEC, P. (2005): "*Unbiased Capital Allocation in an Asymptotic Single Risk Factor (ASRF) Model of Credit Risk*". Workig paper, 2005-04, FDIC Center for Financial Research.

KURBAT, M., I. KORABLEV (2002): "*Methodology for Testing the Level of the EDF Credit Measure*". Moody's KMV, Technical Report #020729.

KURTH, A., D. TASCHE (2003): "Contributions to credit risk". *Risk*, march, pp. 84-88.

KURTH, A. H. TAYLOR, A WAGNER (2002): "An Extended Analytical Approach to Credit Risk Management". *Economic Notes by Banca Monte dei Paschi di Siena*, 21 (2), pp. 237-253.

KURITZKES, A., T. SCHUERMANN, S.M. VEINER (2002): "*Risk Measurement, Risk Management and Capital Adequacy in Financial Conglomerates*". Working Paper 03-02, Wharton Financial Institutions Center.

KUSUOKA, S. (2001): "On law invariant coherent risk measures". *Advances in Mathematics Economics*, 3, pp.83-95.

LACHER, R. C., K. C. PAMELA, S. C. SHARMA, L. F. FANT (1995): "A neural network for classifying the financial health of a firm". *European Journal of Operational Research*, 85, pp. 53-65.

LAFFARGA BRIONES, J., J.L. MARTÍN MARÍN, M.J. VÁZQUEZ CUETO (1986): "El pronóstico a corto plazo del fracaso en las instituciones bancarias: metodología y aplicaciones a la Banca española". *ESIC Market*, julio-septiembre, pp. 59-82.

LAITINEN, E.K. (1991): "Financial ratios and different failure processes". *Journal of Business Finance and Accounting*, 18 (5), pp. 649-673.

LAITINEN, E.K. (1992): "Prediction of failure of a newly founded firm". *Journal of Business Venturing*, 7, pp. 323-340.

LAITINEN, E.K. (1993): "Financial Predictors for Different Phases of Failure Procsess". *OMEGA. International Journal of Management Science*. 21 (2), pp. 215-228.

LAITINEN, T., M. KANKAANPÄÄ (1999): "Comparative analysis of failure prediction methods: the Finnish case". *European Accounting Review*, 8 (1), pp.67-92.

LAITINEN, E., T. LAITINEN (2000): "Bankruptcy prediction application of the Taylor's expansion in logistic regression". *International Review of Financial Analysis*, 9 (4), pp. 327-349.

LAMBERTON, D., B. LAPEYRE. RABEAU, N. (TRADUCTOR), F. MANTION (TRADUCTOR) (2000): "I*ntroduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*". Boca Ratón: Chapman & Hall/CRC, 200 pp.

LANDO, D. (2004): "*Credit Risk Modeling*". New Jersey: Princeton University Press, 320 pp.

LANE, S. (1972): "Submarginal Credit Risk Classification". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7, pp.1379-1385.

LANE, W. R., S. W. LOONEY, J. W. WANSLEY (1986): "An Application of the Cox Proportional Hazards Model to Bank Failure". *Journal of Banking and Finance*, 10, pp.511-531.

LAU, A. H. (1987): "A Five-State Financial Distress Prediction Model". *Journal of Accounting Research*, 25, pp.127-138.

LAURENT, J.-P. (2003): "*Sensitivity Analysis of Risk Measures for Discrete Distributions*". Working paper, Unversity of Lyon.

LEE, C.J. (1981): "The Pricing of Corporate Debt: A note". *Journal of Finance*, 36 (5), december, pp.1187-1189.

LEHMANN, B. (2003): "*Is It Worth the While? The Relevance of Qualitative Information in Credit Rating*". Working paper, Center of Finance and Econometrics, University of Konstanz.

LEIPPOLD, M., P. VANINI (2002): "Half as many cheers -The Multiplier Reviwed". *Willmott Magazine*, pp.104-107.

LEITNER, J. (2008): "Optimal portfolios with lower partial moment constraints and LPM-Risk-optimal martingale measures". *Mathematical Finance*, 18 (2), april, pp.317-331.

LEITNER, J. (2008): "Risk-adjusted value allocation for (non-traded) assets with performance ratios". *Quantitative Finance*, 8 (1), february, pp.93-102.

LELAND, H. E. (1994): "Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure". *Journal of Finance*, 69 (4), pp.1213-1252.

LELAND, H. E. (1998): "Agency Costs, Risk Management, and Capital Structure". *Journal of Finance*, LIII (4), pp.1213-1243.

LELAND, H. E. (2002): "*Predictions of Expected Default Frequencies in Structural Models of Debt*". Working paper, University of California, Berkeley.

LELAND, H.E., K. TOFT (1996): "Optimal capital structure, endogenous bankruptcy, and the term structure of credit spreads". *Journal of finance*, 51, 987-1019.

LELYVELD, I.V. (2006): "*Economic Capital Modelling. Concepts, Measurement and Implementation*". London: Risk Books, 200 pp.

LENNOX, C. (1999): "Identifying Failing Companies: A Re-evaluation of the Logit, Probit and DA Approaches". *Journal of Economics and Business* 51 (4), pp.347-364.

LEONARD, K. J. (1992): "Credit-scoring models for the evaluation o small-business loan applications". *IMA Journal of Management Mathematics*, 4, pp. 89-95.

LEONARD, K. J. (1998): "*Credit Scoring and Quality Management*". En: Hand, D.J., S.D. Jacka. Statistics in Finance. London: Arnold, 352 pp. Chapter 6.

LESKO, M., F. SCHLOTTMANN, S. VORGRIMLER (2001): "Fortschritte bei der Schätzung von Risikofaktorgewichten für CreditRisk+". *Die Bank*, 6, pp. 436-441.

LESKO, M., F. SCHLOTTMANN, S. VORGRIMLER (2004): "*Estimation of Sector Weights from Real-World Data*". En Lehrbass, F., M. Gundlach (editors), CreditRisk+ in the banking industry, Springer-Verlag, pp. 250-258.

LESHNO, M., Y. SPECTOR (1996): "Neural network prediction analysis: The bankruptcy case". *Neurocomputing*, 10, pp.125-147.

LEV, B. (1968): "The Aggregation Problemen in Financial Statements: An Informational Approach". *Journal of Accounting Research*, 6 (2), autumn. pp. 247-261.

LEV, B. (1969): "*Accounting and Information Theory*". Illinois: American Accounting Association. 84 pp.

LEV. B. (1974): "*Financial statement analysis: a new approach*". New Jersey: Englewood Cliffs. 262 pp.

LÉVINE, P., J.-C. POMEROL (1989): "Knowledge Representation by Schemata in Financial Expert Systems". *Theory and Decision*, 27, pp.147-161.

LEY 22/2003, de 9 de Julio, concursal. BOE nro. 164, de 10 julio, pp. 26.905-26.965.

LIBBY, R. (1975): "Accounting Ratios and the Prediction of Failure: Some Behavioural Evidence". *Journal of Accounting Research*, 13, spring, pp.150-61.

LIN, X.S., G.E. WILLMOT (2000): "The moments of the time of ruin, the surplus before ruin, and the deficit at ruin". *Insurance: Mathematics & Economics*, 27 (1), august, pp. 19-44.

LIN, X.S., G.E. WILLMOT, S. DREKIC (2003): "The classical risk model with a constant divident barrier: analysis of the Gerber-Shiu discounted penalty function". *Insurance: Mathematics & Economics*, 33 (3), pp. 551-556.

LYN, C.T (1998): "*Methodologies for Classifying Applicants for Credit*". En: Hand, D.J., S.D. Jacka. Statistics in Finance. Londres: Arnold. Capítulo 5.

LINTNER, J. (1965): "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investment in Stocks Portfolios and Capital Budgets". *Review of Economics and Statistics*, 47, pp. 13-37.

LIPPMAN, R. P. (1987): "An Introduction to Computing with Neural Nets". *IEEE ASSP Magazine*, april, pp. 4-22.

LITNER, J. (1965): "Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification". *Journal of Finance*, december, pp. 587-615.

LITTERMAN, R. (1996): "Hot Spots and Hedges". *Journal of Portfolio Management*, Special Issue, pp. 52-75.

LO, A. W. (1986): "Logit versus discriminant analysis. A Specification Test and Application to Corporate Bankruptcies". *Journal of Econometrics*, 31, pp. 151-178.

LÖFFLER, G. (2004): "An anatomy of rating through the cycle". *Journal of Banking and Finance*, 28, pp. 695-720.

LÖFFLER, G. (2004): "Ratings versus market-based measures of default risk in portfolio governance". *Journal of Banking and Finance*, 28, pp. 2715-2746.

LÖFFLER, G., P.N. POSCH (2007): "*Credit risk modeling using Excel and VBA*". Chichester: John Wiley & sons, 280 pp.

LÓPEZ, J.A., M.R. SAIDENBERG (2000): "Evaluating credit risk models". *Journal of Banking and Finance* 24, pp. 151-165.

LONG, M. S. (1976): "Credit Screening System Selection". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, june, pp. 313-328.

LONGSTAFF, F.A. Y E.S. SCHWARTZ (1995): "A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt". *Journal of Finance*, 50 (3), pp. 789-819.

LUCAS, D.J. (1995): "Default correlation and credit analysis". *Journal of Fixed Income*, 4 (4), march, pp. 76-87.

LUCAS, A., P. KLAASSEN, P. SPREIJ, S. STRAETMANS (2001): "An analytic approach to credit risk of large corporate bond and loan portfolios". *Journal of Banking and Finance*, 25, pp. 1635-1664.

LUCAS, D.J., J.G. LONSKI (1992): "Changes in corporate credit quality 1970-1990". *Journal of Fixed Income*, 1 (4), pp. 7-15.

LUENBERGER, D.G. (1998): "*Investment Science*". Oxford: Oxford University Press, 513 pp.

LUNDBERG, F. (1903): "*Approximerad framställning av sannolikhetsfunktionen. Aterförsäkring av kollektivrisker. Akad. Afhandling*". Almqvist och Wiksell, Uppsala.

LUOMA, M., E.K. LAITINEN (1991): "Survival analysis as a Tool for Company Failure Prediction". *OMEGA. International Journal of Management Science*, 19 (6), pp. 673-678.

LYDEN, S., D. SARANATI (2000): "*An Empirical Examination of the Classical Theory of Corporate Security Valuation*". Working paper, Barclays Global Investors.

MACHAUER, A., M. WEBER (1998): "Bank behaviour based on internal credit ratings of borrowers". *Journal of Banking and Finance*, 22, pp. 1355-1383.

MADDALA, G.S. (1999): "Limited dependent Variable Models Using Panel Data". *Journal of Human Resources*, 22 (3), pp.307-338.

MAKOWSKI, P. (1985): "Credit Scoring Branches Out. Decision tree-recent technology". *Credit World*, november/december, pp. 30-37.

MANSKI, C.F., S.R. LERMAN (1977): "The Estimation of Choice Probabilities from Choice Based Samples". *Econometrica*, 45, pp. 1977-1988.

MARAIS, M. L., J. M. PATELL, M. A. WOLFSON (1984): "The Experimental Design of Classification Models: An Application of Recursive Partioning and Bootstrapping to Commercial Bank Loan Classifications". *Journal of Accounting Research*, 22, pp. 87-114.

MARÍN, J.M., G. RUBIO (2001): "*Economía Financiera*". Barcelona: Antoni Bosch, 1012 pp.

MARTIN, D. (1977): "Early warning of bank failure". *Journal of Banking and Finance*, 1, pp. 249-276.

MARTIN, R., D. TASCHE (2007): "Shortfall: a tail of two parts". *Risk*, february, pp. 84-89.

MARTÍN DEL BRÍO, B., C. SERRANO CINCA (1995): "*Self-organizing Neural Networks: The Financial State of Spanish Companies*". En: Refenes, A.-P. Neural Networks in the Capital Markets. Chichester: John Wiley & sons. Capítulo 23.

MARTÍN DEL BRÍO, B., A. SANZ MOLINA (2001): "*Redes Neuronales y Sistemas Borrosos. Edición Ampliada y Revisada*". 2da. edición. Madrid: RA-MA.

MARKOWITZ (1952): "Portfolio selection". *Journal of Finance*, 7 (1), pp. 77-91.

MARTIN, D. (1977): "Early warning of bank failure. A logit regression approach". *Journal of Banking and Finance*, 1, pp. 249-276.

MARTIN, R., T. WILDE (2002): "Unsystematic credit risk". *Risk*, november, pp. 123-128.

MASON, S. P. Y S. BHATTACHARYA (1981): "Risky debt, jump processes and safety covenants". *Journal of Financial Economics*, 9, pp. 281-307.

MATTEN, C. (2000): "*Managing Bank Capital. Capital Allocation and Performance Measurement*". Second edition. Chichester: John Wiley and sons, 354 pp.

MCALLISTER, P.H., J.J. MINGO (1994): "Commercial Loan Risk Management, Credit-Scoring and Pricing: The Need for a New Shared Database". *Journal of Commercial Lending*, may, pp. 6-22.

MCDONALD, B., M. H. MORRIS (1984): "The Statistical Validity of the Ratio Method in Financial Analysis: An Empirical Examination". *Journal of Business, Finance and Accounting*, 33, spring, pp. 89-97.

MCFADDEN, D. (1976): "A Comment on Discriminant Analysis versus logit analysis". *Annals of Economics and Social Measurement*, 5 (4), pp. 511-523.

MCNEIL, A.J., R. FREY, P. EMBRECHETS (2005): "*Quantitative Risk Management. Concepts, Techniques, Tools*". New Jersey: Princeton University Press, 538 pp.

MCQUOWN, J. A. (1993): "*A comment on Market vs. Accounting-Based Measures of Default Risk*". KMV Corporation, Document number:999-0000-054.

MCQUOWN, J.A. (1997): "The Illuminated Guide to Portfolio Management". *Journal of Lending and Credit Risk Management*, august, pp. 29-41.

MACLACHLAN, I. (2005): "*Choosing the Discount Factor for Estimating Economic LGD*". En Altman. E., A. Resti, A. Sironi. Recovery Risk. The Next Challenge in Credit Risk Management. London: Risk Books. Capítulo 16.

MELLA-BARRAL, P., W. PERRAUDIN (1997): "Strategic Debt Service". *Journal of Finance*, 52 (2), june, pp. 531-556.

MENSAH, Y. M. (1983): "The Differential Bankruptcy Preditive Ability of Specific Price Level Adjustments: Some Empirical Evidence". *Accounting Review*, 58 (2), pp. 228-246.

MENSAH, Y. M. (1984): "An Examination of the Stationarity of Multivariante Bankruptcy Prediction Models: A Methodological Study". *Journal of Accounting Research*, (1), spring, pp. 380-395.

MERINO, S., M. NYFELER (2002): "Calculating portfolio loss". *Risk*, august, pp. 82-86.

MERINO, S., M. NYFELER (2004): "*Numerical Techniques for Determining Portfolio Credit Risk*". En Lehrbass, F., M. Gundlach (editors), CreditRisk+ in the banking industry, Springer-Verlag, pp. 280-309.

MERTON, R. C. (1973): "Theory of rational option pricing". *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (1), spring, pp. 141-183.

MERTON, R. C. (1974): "On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates". *Journal of Finance*, 29 (2) pp. 449-470.

MERTON, R.C. (1977): "An Analytic Derivation of the Cost of Deposit Insurance and Loan Guarantees". *Journal of Banking and Finance*, 1 (1), pp. 3-11.

MERTON, R.C. (1997): "A Model of Contract Guarantees for Credit-Sensitive, Opaque Financial Intermediaries". *European Finance Review*, 1, pp. 1-13.

MERTON, R.C., A.F. PEROLD (1993): "Theory of Risk Capital in Financial Risk". *Journal of Applied Corporate Finance*, 6 (3), pp. 16-32.

MERWIN, C. (1942): "*Financing small corporations: in five manufacturing industries, 1926-36*". National Bureau of Economic Research.

MESSIER, W. F., J. V. HANSEN (1988): "Inducing Rules For Expert System Development: An Example Using Default and Bankruptcy Data". *Management Science*, 34 (12), dec., pp. 1403-1415.

MEYER, P. A., H. W. PIFER (1970): "Prediction of Bank Failures". *Journal of Finance*, september, pp. 853-868.

MIKOSCH, T. (2004): "Elementary Stochastic Calculus with Finance in View". Singapore: World Scientific Publishing, 212 pp.

MIKOSCH, T. (2005): "Copulas: tales and facts". *Extremes*, 9 (1), mach, pp. 37-41.

MILLER, N., A. RUSZCZYNSKI (2007): "Risk-adjusted probability measures in portfolio optimization with coherent measures of risk". *European Journal of Operational Research*, 191 (1), pp. 193-206.

MINGO, J.J (2000): "Policy implications of the Federal Reserve study of credit risk models at major US banking institutions". *Journal of Banking and Finance*, 24, pp. 15-33.

MIU, P., B. OZDEMIR (2006): "Basel requirements of downturn loss given default: modeling and estimating probability of default and loss given default correlations". *Journal of Credit Risk*, 2 (2), pp. 43-68.

MODIGLIANI, F., M.H. MILLER (1958): "The cost of capital, corporation finance and the theory of investment". *American economic review*, 48 (3), june, pp. 261-297.

MORAL TURIEL, G. (2006): "*EAD Estimates for Facilities with Explicit Limits*". En: Engelmann, B., R. Rauhmeier. The Basel II Risk Parameters. Estimation, Validation and Stres Testing. Berling: Springer-Verlag, 274 pp.

MORENO RUIZ R., O. GÓMEZ PÉREZ-CACHO, E. TRIGO MARTÍNEZ (2005): "*Matemática de los seguros de vida*". Madrid: Pirámide, 315 pp.

MOSSMAN, C. E., G. G. BELL, L. M. SWARTZ, H. TURTLE (1998): "An empirical comparison of bankruptcy models". *Financial Review*, 33, pp. 35-54.

MOYER, R.C. (1977): "Forecasting financial failure: A re-examination". *Financial Management*, 6 (1), spring, pp. 11-17.

MYERS, J. H., E. W. FORGY (1963): "The development of numerical credit evaluation systems". *American Statistical Association Journal*, september, pp. 799-806.

MYERS, S.C., J.A. READ (2001): "Capital Allocation for Insurance Companies". *Journal of Risk and Insurance*, 68 (4), pp. 545-580.

NAKAZATO, D. (2000): "Determination of the adequate capital for default protection under the one-factor Gaussian term structure model". *Journal of Banking and Finance*, 24, pp. 329-352.

NELSEN, R.B. (1999): "*An Introduction to Cópulas*". New York: Springer-Verlag. Lecture Notes in Statistics 139. 216 pp.

NEOPHYTOU, E., C. MAR MOLINERO (2001): "*Predicting Corporate Failure in the UK: A Multidimensional Scaling Approach*". Discussion Papers in Accounting and Management Science, 01-172, University of Southhampton.

NETER, J. (1966): "Discussion of Financial Ratios as Predictors of Failure". *Journal of Accounting Research*, Supplement to vol. 4, Empirical Research in Accounting: Selected Studies, pp. 112-118.

NETO DE CARVALHO, C., J. DERMINE (2003): "*Bank Loan Losses-Given-Default*". Working Paper, Universidade Catolica Portuguesa.

NICKELL, P., W. PERRAUDIN, S. VAROTTO (2000): "Stability of ratings transitions". *Journal of Banking and Finance*, 24, pp. 203-227.

NICKELL, P., W. PERRAUDIN, S. VAROTTO (2001): "*Ratings versus equity-based credit risk modelling: an empirical analysis*". Working paper 132, Bank of England.

NURMI, H., J. KACPRZYK, M. FEDRIZZI (1996): "Probabilistic, fuzzy and rough concepts in social choice". *European Journal of Operational Research*, 95, pp. 264-277.

NYBERG, M., M. SELLERS, J. ZHANG (2001): "*Private Firm Model. Introduction to the Modeling Methodology*". KMV Corporation.

NYFELER, M.A. (2000): "*Modelling Dependencies in Credit Risk Management*". Diploma thesis. Swiss Federal Institute of Technology Zurich.

O'LEARY, D.E. (1998): "Using Neural Networks to Predict Corporate Failure". *International Journal of Intellingent Systems in Accounting, Finance & Management*, 7, pp. 187-197.

OHLSON, J. A. (1980): "Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy". *Journal of Accounting Research*, 18 (1), Spring, pp. 109-131.

OLIVER, R. M. (1992): "The economic value of score-splitting accept-reject policies". *IMA Journal of Management Mathematics*, 4, pp. 35-41.

ONG, K. (1999): "*Internal Credit Risk Models: Capital Allocation and Performance Measurement*". London: Risk Books, 372 pp.

ONORATO, M., E.I. ATLMAN (2005): "An integrated pricing model for defaultable loans and bonds". *European Journal of Operational Research*, 163, pp. 65-82.

OVERBECK, L. (2004): "*Spectral Capital Allocation*. En: Dev, A. Economic Capital. A Practitionar Guide. London: Risk Books. Capítulo 14.

OVERBECK, L., M. SOKOLOVA (2008): "*Risk Measurement with Spectral Capital Allocation*". En Härdle, W., N. Hautsch, L. Overbeck. Applied Quantitative Finance. Berlin: Springer. Capítulo 7.

OVERSTREET, G. A., E. L. BRADLEY, R. S. KEMP (1992): "The flat-maximun effect and generic linear scoring models: a test". *IMA Journal of Management Mathematics*, 4, pp. 97-109.

PALEPU, K. G. (1986): "Predicting Takeover Targests: A Methodological an Empirical Analysis". *Journal of Accounting and Economics*, 8, pp. 3-35.

PANJER, H.H. (1981): "Recursive evaluation of a family of compound distributions". *Astin bulletin*, 12, pp. 22-26.

PANJER, H.P., G.E. WILLMOT (1992): "*Insurance Risk Models*". Illinois: Society of Actuaries., 441 pp.

PARSLEY, M. (1996): "Risk management's final frontier". *Euromoney*, 329, september, pp.74-79.

PARTNOY, F. (1999): "The siskel and ebert of financial markets?: two thumbs down for the credit ratings agencies". *Washington University Law Quarterly*, 77 (3), pp. 619-715.

PATRIK, G., S. BERNEGGER, M.R. RÜEGG (1999): "*The use of risk adjusted capital to support business decision-making*". Casualty Actuarial Society and Casualty Actuaries in Reinsurance meeting, Baltimore.

PAULSEN, J. (1998): "Ruin theory with compounding assests - a survey". *Insurance: Mathematics & Economics*, 22, pp. 3-16.

PEDROSA, M., R. ROLL (1998): "Systematic Risk in Corporate Bond Credit Spreads". *Journal of Fixed Income*, 8 (3), december, pp. 7-26.

PEEL, M. J. D. A. PEEL (1987): "Some Further Empirical Evidence on Predicting Private Company Failure". *Accounting and Business Research*, 18 (69), pp. 57-66.

PEEL, M. J. D. A. PEEL (1988): "A Multilogit Approach to Predicting Corporate Failure -Some Evidence for the UK Corporate Sector". *OMEGA. International Journal of Management Science*, 16 (4), pp. 309-318.

PENDAHARKAR, P. C. (2005): "A Threshold-varying artificial neural network approach for classification an its application to bankruptcy prediction problem". *Computers & Operations Research*, 32, pp. 2561-2582.

PEÑA, J.I. (2002): "*La gestión de riesgos financieros de mercado y crédito*". Madrid: Financial Times-Prentice Hall, 203 pp.

PERLI, R., W.I. NAYDA (2004): "Economic and regulatory capital allocation for revolving retail exposures". *Journal of Banking and Finance*, 28, pp. 789-809.

PEROLD, A.F. (2005): "Capital Allocation in Financial Firms". *Journal of Applied Corporate Finance*, 17 (3), pp. 110-118.

PETERSEN, M. A., R. G. RAJAN (2002): "Does Distance Matter? The Information Revolution in Small Business Lending". *Journal of Finance*, LVIII (6), december, pp. 2533-2570.

PÉZIER, J. (2003): "*Application-Based Financial Risk Aggregation Methods*". ISMA Center Discussion Papers in Finance, 2003-11.

PINCHES, G., K. MINGO, J. CARUTHERS (1973): "The Stability of Financial Patterns in Industrial Organisations". *Journal of Finance*, may, pp. 109-131.

PINCHES, G., K. MINGO, J. CARUTHERS, A. EUBANK (1975): "The Hierarchical Classification of Financial Ratios". *Journal of Business Research*, october, pp. 295-310.

PIRAMUTHU, S. (1999): "Financial credit-risk evaluation with neural and neurofuzzy systems". *European Journal of Operational Research*, 112, pp. 310-321.

PIRAMUTHU, S., H. RAGAVAN, M. J. SHAW (1998): "Using Feature Construction to Improve the Performance of Neural Networks". *Management Science*, (44) 3, pp. 416-430.

PITTS, C.G.C., M.J.P. SELBY (1983): "The Pricing of Corporate Debt. A Further Note". *Journal of Finance*, 38 (4), september, pp. 1311-1313.

PLATT, H. (1989): "The Determinants of Interindustry Failure". *Journal of Economics and Business*, 41, pp. 107-126.

PLATT, H. D., M. B. PLATT (1991): "A Linear Programming Approach to Bond Portfolio Selection". *Economic and Financial Computing*, 1, pp. 71-84.

PLATT, H. D., M. B. PLATT (1991): "A note on the use of industry-relative ratios in bankruptcy prediction". *Journal of Banking and Finance*, 15, pp. 1183-1194.

PLATT, H. D., M. B. PLATT (1994): "Business Cycle Effects on State Corporate Failure Rates". *Journal of Economics and Business*, 46, pp. 113-127.

PLATT, H. D., M. B. PLATT (2000): "Leveraged Buyout Failure Risk: Advice For Managers and Bankers". *Journal of Corporate Renewal*, 13 (8), pp. 10-31.

PLATT, H. D., M. B. PLATT (2002): "Predicting Corporate Financial Distress: Reflections on Choice-Based Sample Bias". *Journal of Economics and Finance*, 26 (2), summer, pp. 184-199.

PLATT, H. D., M. B. PLATT, J. G. PEDERSEN (1994): "Bankruptcy Prediction with Real Variables". *Journal of Business Finance and Accounting*, 21, pp. 491-510.

PLUTO, K., D. TASCHE (2005): "Thinking positively". *Risk*, august, pp. 72-78.

PODDIG, T. (1995): "*Bankuptcy Prediction: A Comparison with Discriminant Analysis*". En: Refenes, A.-P. Neural Networks in the Capital Markets. Chichester: John Wiley & sons. Capítulo 21.

POGUE, T.F., R.M. SOLDOFSKY (1969): "What's in a bond rating". *Journal of Financial and Quantitave Analysis*, 4 (2), jun., pp. 201-228.

POMPE, P., J. BILDERBEEK (2005): "The prediction of bankruptcy of small -and medium- sized industrial firms". *Journal of Business Venturing*, 20 (6), 847-868.

POZUELO DE GRACIA, E. (2007): "*El Fair Value de las Provisiones Técnicas de los Seguros de Vida*". Madrid: Instituto de Ciencias del Seguro. 224 pp.

POZUELO DE GRACIA, E. (2008): "Solvencia II: Capital Económico en Aseguradoras". *Revista de Economía Financiera*, 16, noviembre, pp.78-110.

POZUELO DE GRACIA, E., F. RICOTE GIL (2008): " Estimación de los pasivos de seguros de vida con participación en beneficios, mediante árboles recombinantes". *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, tercera época, número 14. pp.153-185.

PROKOPCZUK, M., S.T. RACHEV, G. SCHINDLMAYR, S. TRÜCK (2007): "Quatifying risk in the electricity business: A RAROC-based approach". *Energy Economics*, 29, pp. 1033-1049.

PUNJABI, S. (1998): "Many happy returns". *Risk*, june, pp. 71-76.

PUNJABI, S., O. DUNSCHE (1998): "You Say RAROC, I Say RORAC; Effective Risk-Adjusted Performance Measurement for Greater Shareholder Value". *Journal of Lending and Credit Risk Management*, 81 (2), pp. 18-24.

PYKHTIN, M. (2003): "Unexpected recovery risk". *Risk*, august, pp. 74-78.

PYKHTIN, M., A. DEV (2002): "Analytical approach to credit risk modeling". *Risk*, march, pp. S26-S32.

PYKHTIN, M., A. DEV (2002): "Credit risk in asset securitisations:an analytical model". *Risk*, may, pp. S16-S20.

RAMSER, J., L. FOSTER (1931): "*A demonstration of ratio analysis*". Urbana, Illinois: Bulletin no. 40. University of Illinois, Bureau of Business Research.

RAU-BREDOW, H. (2002): "*Credit Portfolio Modelling, Marginal Risk Contributions and Granularity Adjustment*". Working paper, Universität Würzburg.

REIB, O. (2003): "*Fourier Inversión Algorithms for generalized CreditRisk+ Models and Extensión to Incorporate Market Risk*". Working paper, 817, Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics.

REFENES, A.-P. (1995): "*Neural Networks in the Capital Markets*". Chichester: John Wiley & sons, 392 pp.

RENAULT, O., O. SCAILLET (2004): "On the way to recovery: A nonparametrics bias free estimation of recovery rate densities". *Journal of Banking and Finance*, 28, pp. 2915-2931.

RESTI, A., A. SIRONI (2007): "*Risk management and shareholders' value in banking. From Risk Measurement Models to Capital Allocation Policies*". Chichester: John Wiley & sons, 808 pp.

RIEDEL, F. (2003): "*Dynamic Coherent Risk Measures*". Working paper, Standford University.

ROCKAFELLAR, R.T., S. URYASEV (2000): "Optimization of conditional value-at-risk". *Journal of Risk*, 2 (3), spring, pp. 21-41.

ROCKAFELLAR, R.T., S. URYASEV (2002): "Conditional value-at-risk for general loss distributions". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1443-1471.

RODRIGUEZ SAIZ, L., PAREJO, J.A., A. CUERVO, A. CALVO (2003): "*Manual del sistema financiero español*". Vigésima edición. Barcelona: Ariel. 688 pp.

ROLFES, B., F. BRÖKER (1998). Good migrations. *Risk*, 11, pp. 72-73.

RONN, E.I., A.K. VERMA (1986): "Pricing Risk-Adjusted Deposit Insurance Option-Based Model". *Journal of Finance*, XLI (4), september, pp. 871-895.

RÖSCH, D. (2005): "An empirical comparison of default risk forecasts from alternative credit rating philosophies". *International Journal of Forecasting*, 21, pp. 37-51.

ROSEN, D., M. SIDELNIKOVA (2002): "Understanding Stochastic Exposures and LGDs in Portfolio Credit Risk". *Algo Research Quarterly*, 5 (1), spring, pp. 43-56.

ROSENBERG, E., A. GLEIT (1994): "Quantitative methods in credit management: a survey". *Operations Research*, 42 (4), july/august, pp. 589-613.

ROSENOW, B., R. WEIBBACH, F. ALTROCK (2004): "*Modelling Correlations in Portfolio Credit Risk*".

SAFAVIAN, S. R., D. LANDGREBE (1991): "A Survey of Decision Tree Classifier Methodology". *IEEE Transactions of Systems, Man, and Cybernetics*, 21 (3), may/june, pp. 660-674.

SAITA, F. (1999): "Allocation of Risk Capital in Financial Institutions". *Financial Management*, 28 (3), pp. 95-111.

SAITA, F. (2003): "*Measuring risk-asjusted performance for credit risk*". Working paper 89/03, Scuola di Direzione Aziendale, Universitá Bocconi.

SAITA, F. (2004): "*Risk Capital Aggregation: the Risk Manager's Perspective*". Working paper, Università Bocconi.

SAITA, F. (2007): "*Value at Risk and Bank Capital Management. Risk Adjusted Performances, Capital Management and Capital Allocation Decision Making*". Academic Press: Burlington, 280 pp.

SALCHENBERGER, L. M., CINAR, E.M., N.A. LASH (1992): "Neural Networks: A New Tool for Predictiong Thrift Failures". *Decision Science*, 23, pp. 899-916.

SÁNCHEZ FERNÁNDEZ DE VALDERRAMA, J.L. (2007): "*Curso de bolsa y mercados financieros*". Barcelona: Ariel, 1269 pp.

SANDSTRÖM, A. (2006): "*Solvency. Models, Assessment and Regulation*". Boca Ratón: Chapman & Hall/CRC, 448 pp.

SANTOMERO, A. M. (1997): "Commercial Bank Risk Management: An Analysis of the Process". *Journal of Financial Services Research*, 12 (2-3), pp. 83-115.

SANTOMERO, A., J. VINSO (1977): "Estimating the Probability of Failure for Commercial Banks and the Banking System". *Journal of Banking and Finance*, october, pp. 185-205.

SARIG, O., A. WARGA (1989): "Some Empirical Estimates of the Risk Structure of Interest Rates". *Journal of Finance*, 44 (5), december, pp. 1351-1360.

SAUNDERS, A., L. ALLEN (2002): "*Credit Risk Measurement. New Approaches to Value at Risk and Other Paradigms*". Second Edition. New York: John Wiley and sons, 288 pp.

SAUNDERS, A., M.M. CORNETT (2003): "*Financial Institutions Management. A Risk Management Approach*". International edition. New York: McGraw-Hill, 789 pp.

SAURINA, J., C. TRUCHARTE (2004): "The Impact of Basel II on Lending to Small -and Medium- Sized Firms: A Regulatory Policy Assessment Based on Spanish Credit Register Data". *Journal of Financial Services*, 26 (2), pp. 121-144.

SCAILLET, O. (2004): "Nonparametric estimation and sensitivity analysis of expected shortfall". *Mathematical Finance*, 14 (1), january, pp. 115-129.

SCHMIDT, T., W. STUTE (2003): "Credit Risk – A Survery". *Contemporary Mathematics*, 336, pp. 77-116.

SCHÖNBUCHER, P.J. (1996): "*Valuation of Securites Subject to Credit Risk*". Working Paper, University of Bonn.

SCHÖNBUCHER, P. J. (2000): "*Factor models for portfolio credit risk*". Working paper, Bonn University.

SCHÖNBUCHER, P.J. (2003): "*Credit Derivatives Pricing Models. Models, Pricing and Implementation*". Chichester: John Wiley & sons, 600 pp.

SCOTT, E. (1981): "The probability of bankruptcy. A Comparison of Empirical Predictions and Theoretical Models". *Journal of Banking and Finance*, 5, pp. 317-344.

SERRANO CINCA, C., MAR MOLINERO, C., J.L., GALLIZO LARRAZ (2005): "Country and size effects in financial ratios: A European perspective". *Global Finance Journal*, 16, pp. 26-47.

SERRANO CINCA, C., B. MARTÍN DEL BRÍO (1993): "*Predicción de la quiebra bancaria mediante el empleo de redes neuronales artificiales*". Revista Española de Financiación y Contabilidad. XXIII, 74, enero-marzo, pp. 153-176.

SHARPE, W.F. (1964): "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk". *Journal of Finance*, 19 (3), september, pp. 425-442.

SHARPE, W.F. (1966): "Mutual fund performance". *Journal of Business*, 39, pp. 119-138.

SHAW, D. (2003): "Risk adjusted performance measures and capital allocation". *Balance sheet*, 11 (1), pp. 46-61.

SHIMKO, W. (1997): "See Sharpe or Be Flat". *Risk*, 10 (6), june, pp. 33.

SHIMKO, D.C., N. TEJIMA, D.R. VAN DEVENTER (1993): "The Pricing of Risky Debt when Interest Rates are Stochastic". *Journal of Fixed Income*, september, pp. 58-65.

SHIREVES, R. E., D. L. STEVENS (1979): "Bankruptcy Avoidance as a Motive for Merger". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 3, pp. 501-515.

SHUMWAY, T. (2001): "Forecasting bankruptcy more acurately: A simple hazard model". *Journal of Business*, 74 (1), jan., pp. 101-124.

SINKEY, J.F. (1975): "A Multivariate Statistical Analysis of the Characteristics of Problems Banks". *Journal of Finance*, 30 (1), march, pp. 21-36.

SKLAR, A. (1959): "Fonctions de repartition a *n* dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, 8, pp.229-231.

SMITHSON, C., G. HAYT (2000): "Managing Credit Portfolios by Maximizing Risk-Adjusted Return". *RMA Journal*, december/january, pp. 44-47.

SMITHSON, C., G. HAYT (2001): "Implementation of New Approaches to Credit Portfolio Management". *RMA Journal*, october, pp. 67-71.

SMITHSON, C., G. HAYT (2001): "Optimizing the Allocation of Capital". *RMA Journal*, july/august, pp. 67-72.

SOCIETY OF ACTUARIES (2002): "*1986-98 Credit Risk Loss Experience Study: Private Placement Bonds*". 276 pp.

SOMERVILLE, R.A., R.J. TAFFLER (1995): "Banker judgement versus formal forecasting models: The case of country risk assessment". *Journal of Banking and Finance*, 19, pp. 281-297.

SORTINO, F.A. (1994): "Performance Measurement in a Downside Risk Framework". *Journal of Investing*, 3 (3), fall, pp. 59-64.

SRINIVASAN, V., Y. H. KIM (1987): "Credit Granting: A Comparative Analysis of Classification Procedures". *Journal of Finance*, 42 (3), july, pp. 665-683.

STANDARD & POOR'S (2004): "*Corporate ratings criteria*".

STANDARD & POOR'S (2006): "*Annual 2005 Global Corporate Default Study and Rating Transition*".

STANDARD & POOR'S (2008): "*Default, Transition, and Recovery: 2007 Annual Global Corporate Default Study and Rating Transitions*".

STEIN, R. (2002): "*Benchmarking Default Prediction Models. Pitfalls and Remedies in Model Validation*". Moody's KMV, Technical Report #030124.

STEIN, R. (2003): "*Power, Profitability, and Prices. Why Powerful Models Increase Profits and How to Define A Lending Cutoff If You Must*". Moody's KMV, Technical Report #021223.

STEIN, R., A. KOCAGIL, J. BOHN, J. AKHAVEIN (2003): "*Systematic And Idiosincratic Risk In Middle-Market Default Prediction: A Study Of The Performance Of The RiskCalc And PFM Model*". Moody's Investor Service.

STEIN, R., M. LOZANO, L.V. CARTY Y J. SORIANO (2001): "*Moodys Riskcalc para empresas no cotizadas: Riskcalc España*". Moody's Inverstor Service.

STETENDELD,B. (1994): "Credit scoring: Finding the right recipe". *Credit Union Management*, nov, pp. 24-26.

STOUGHTON, N.M., J. ZECHNER (2000): "*The Dinamics of Capital Allocation*". Working paper, American Finance Association meeting.

STOUGHTON, N.M., J. ZECHNER (2007): "Optimal capital allocation using RAROC and EVA". *Journal of Financial Intermediation*, 16, pp. 312-342.

STRASSBERGER, M. (2004): "*Risk Capital Allocation in Trading Divisions of Financial Institutions*". Working paper, University of Jena.

STUART, A., K. ORD (2005): "*Kendall's Advanced Theory of Statistics. Volume I. Distribution Theory*". Six edition. London: Arnold, 700 pp.

SUÁREZ SUÁREZ, A. (1998): "*Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa*". Decimooctava edición. Madrid: Pirámide, 931 pp.

SUFI, A. (2006): "*Bank Lines of Credit in Corpoate Finance: An Empirical Analysis*". Working Paper, Graduate School fo Business, University of Chicago.

SZEGÖ, G. (2002): "Measures of risk". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1253-1272.

SZEGÖ, G. (2004): "*Risk measures for the 21st century*". Chichester: John Wiley & sons, 512 pp.

TAFFLER, R.J. (1982): "Forecasting Company Failure in the UK using Discriminant Analysis and Financial Ratio Data". *Journal of the Royal Statistical Society. Serie A*, 145, pp. 342-358.

TAFFLER, R.J. (1984): "Empirical Models for the Monitoring of UK Corporations". *Journal of Banking and Finance*, 8, pp. 199-227.

TAM, K. Y., M. Y. KIANG (1992): "Managerial Applications of Neural Networks: The Case of Bank Failure Predictions". *Management Science*, 38 (7), jul, pp. 926-947.

TAMARI, M. (1964): "Financial Ratios as a Means of Forecasting Bankruptcy". *Economic Review*, Bank of Israel, Jerusalem.

TAN, C., H. DIHARDJO (2001): "A study on Using Artificial Neural Networks to Develop an Early Warning Predictor for Credit Union Financial Distress with Comparison to the Probit Model". *Managerial Finance*, 27 (4), pp. 56-76.

TAPLIN, R., H.M. TO, J. HEE (2007): "Modeling exposure at default, credit conversion factors and the Basel II Accrod". *Journal of Credit Risk*, 3 (2), summer, pp. 75-84.

TASCHE, D. (2000a): "*Conditional Expectation as Quantile Derivative*". Research paper, Technische Universität München.

TASCHE, D. (2000b): "*Risk contributions and performance measurement*". Research paper, Zentrum Mathematic, Technische Universität München.

TASCHE, D. (2001): "*The single factor approach to capital charges in case of correlated loss given default rates*". Woking Paper, Deutsche Bundesbank.

TASCHE, D. (2002): "Expected shortfall and beyond". *Journal of Banking and Finance*, 26, pp. 1519-1533.

TASCHE, D. (2004a): "*Allocating Portfolio Economic Capital to Sub-Portfolios*". Working paper, Deutsche Bundesbank.

TASCHE, D. (2004b): "*Capital Allocation with CreditRisk+*". En Lehrbass, F., M. Gundlach (editors), CreditRisk+ in the banking industry, Springer-Verlag, pp. 25-43.

TASCHE, D. (2006): "*Measuring sectoral diversification in an asymptotic multi-factor framework*". Working Paper, Deutsche Bundesbank.

TASCHE, D. (2007): "Capital allocation for credit portfolios with kernel estimators". *Quantitative Finance* 9 (5), august, 581-595.

TASCHE, D. (2008): "*Euler Allocation: Theory and Practice*". Working paper, Fitch Ratings.

TASCHE, D., L. TIBILETTI (2001): "*Approximations for the Value-at-Risk approach to risk-return analysis*". Working paper, Zentrum Mathematic, Technische Universität München.

TESTURI, C.E., S. URYASEV (2000): "*On relation between expected regret and conditional value-at-risk*". Research report 2000-9, Center for Applied Optimization, Department of Industrial and Systems Engineering, University of Florida.

THEODOSSIOU, P.T. (1993): "Predicting Shifts in the Mean of a Multivariate Time Series Process: An Application in Predicting Business Failures". *Journal of the American Statistical Association*, 88, june, pp. 441-449.

THOMAS, L.C., D.B. EDELMAN, J.N. CROOK (2002): "*Credit Scoring and Its Applications*". Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 246 pp.

THOMSON, L. R. WATSON (1989): "Historic Cost Earning, Current Cost Earnings and the Dividend Decision". *Journal of Business, Finance and Accounting*, spring, pp. 1-24.

THORBUNR, K.S. (2000): "Bankruptcy auctions: cost, debt recovery, and firm survival". *Journal of Financial Economics*, 58, pp. 337-368.

TREACY, W.F., M. CAREY (1998): "Credit risk rating at large US banks". *Federal Reserve Bulletin*, november, pp. 897-921.

TREACY, W.F. M. CAREY (2000): "Credit risk rating at large US banks". *Journal of Banking and Finance*, 24, pp. 167-201.

TREYNOR, J. (1965): "How to rate management of investment funds". *Harvard Business Review*, 43, pp. 63-75.

TRIGO MARTÍNEZ, E., R. MORENO RUIZ, O. GÓMEZ PÉREZ-CACHO (2006): "*Medición del Riesgo de Crédito en una Cartera de Préstamos al Promotor Inmobiliario por Medio de Metodología Actuarial (Modelo de Intensidad Estática)*", trabajo presentado en el IX Congreso Hispano-Italiano de Matemática Financiera y Actuarial, Alcalá de Henares.

TRIGO MARTÍNEZ, E., R. MORENO RUIZ, O. GÓMEZ PÉREZ-CACHO (2008): "*Establishment of the Dependence Structure in a Financial Asset Portfolio Exposed to Credit Risk. Static Intensity Models*", trabajo presentado en el X Italian-Spanish Congress of Financial and Actuarial Mathematics, Cagliari (Italia).

TRIGO MARTÍNEZ, E., MORENO RUIZ, R., O. GÓMEZ PÉREZ-CACHO (2008): "*Medición del Riesgo de Crédito en una Cartera de Activos Financieros por Medio de Metodología Actuarial*". Papeles de Trabajo, n. 36, p. 101-116.

TRIGO MARTÍNEZ, E., R. MORENO RUIZ, J.I. DE LA PEÑA ESTEBAN, I. ITURRICASTILLO (2009): "*El capital, su función de absorción de riesgos y los distintos agentes con intereses en las entidades financieras*", trabajo presentado en el II Congreso Ibérico de Actuarios, Bilbao.

TRIPPI, R.R, E. TURBAN (1992): "*Neural Networks in Finance and Investing: Using Artificial Intelligence to Improve Real-World Performance*". Chicago: Probus.

TURNBULL, S.M. (2000): "Capital Allocation and Risk Performance Measurement in a Financial Institution". *Financial Markets, Institutions and Instruments*, 9 (5), pp. 325-357.

TURNBULL, S.M. (2002): "Bank and Business Performance Measurement". *Economic Notes by Banca Monte dei Paschi di Siena* , 31 (2), pp. 215-236.

TURNBULL, S.M. (2004): "*Counterparty Risk and the Effects on P&L*". Working Paper, Bauer College of Bussines, University of Houston.

UDELL, G.F. (1989): "Loan quality, commercial loan review and loand officer contracting". *Journal of Banking and Finance*, 13, pp. 367-382.

URBAN, M., J. DITTRICH, C. KLÜPPELBERG, R. STÖLTING (2004): "*Allocation of Risk Capital to Insurance Portfolios*". Working Paper, Center for Mathematical Sciencies, Munich University of Technology.

URYASEV, S. (2000): "Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications". *Financial Engineering News*, 14, february, pp. 1-6.

UYEMURA,. D.G., C.C. KANTOR, J.M. PETTIT (1996): "EVA for banks: value creation, risk management, and profitability measurement". *Journal of Applied Corporate Finance*, 9 (2), summer, pp. 94-109.

VAN DE CASTLE, K., D. KEISMAN (1999): "Recovering Your Money: Insights Into Losses From Defaults". *Standard & Poor's CreditWeek*, 16, june, pp. 29-34.

VANDENDORPE, A., N.-D. HO, S. VANDUFFEL, P. VAN DOOREN (2008): "On the parameterization of the CreditRisk+ model for estimating credit portfolio risk". *Insurance: Mathematics and Economics*, 42, april, pp. 736-745.

VANHOOSE, D. (2007): "Theories of bank behavior under capital regulation". *Journal of Banking and Finance*, 31, pp. 3680-3697.

VARMA, CANTOR, HAMILTON (2003): "Recovery Rates on Defaulted Corporate Bonds and Preferred Stocks, 1982-2003". *Moody's Investors Service. Global Credit Research.*

VASICEK, O.A. (1977): "An equilibrium characterization of the term structure". *Journal of Financial Economics*, 5, pp.177-188.

VASICEK, O.A. (1984): "*Credit Valuation*". Working Paper, KMV.

VASICEK, O.A. (1987): "*Probability of Loss on Loan Portfolio*". KMV Corporation, Document number:999-0000-056.

VASICEK, O.A. (1991): "*Limiting Loan Loss Probability Distribution*". KMV Corporation, Document number 999-0000-046.

VASICEK, O.A. (1997): "*The Loand Loss Distribution*". Working Paper, KMV.

VASICEK, O.A. (2002): "Loan portfolio value". *Risk*, december, pp. 160-162.

VASSLAOU, M., Y. XING (2004): "Default Risk in Equity Returns". *Journal of Finance*, LIX (2), april, pp. 831-868.

VELLIDO, A., P. J. G. LISBOA, J. VAUGHAN (1999): "Neural networks in business: a survey of applications (1992-1998)". *Expert Systems with Applications*, 17, pp. 51-70.

WAHRENBURG, M. (1997): "*Measuring and Managing the Credit Exposure of Derivatives Portfolios*". Draft, University of Köln.

WANG, T. (1999): "A Class of Dynamic Risk Measures". Working paper. Faculty of Commerce and Business Administration, University of British Columbia, Vancouver.

WANG, S.S. (2000): "A class of Distortion Operators for Pricing Financial and Insurance Risk". *Journal of Risk and Insurance*, 67 (1), march, pp. 15-36.

WANG, S.S. (2002): "*A Set of New Methods and Tools for Enterprise Risk Capital Management and Portfolio Optimization*". CAS Risk Capital Management Call Paper Program, Summer, 43-78.

WANG, S.S., V.R. YOUNG, H.H. PANJER (1997): "Axiomatic charactrization of insurance prices". *Insurance: Mathematics & Economics*, 21, pp. 173-183.

WARNER, J. (1977): "Bankruptcy Costs: Some Evidence". *Journal of Finance*, may, pp. 337-347.

WEI, D.G., D. GUO (1997): "Pricing Risky Debt: An Empirical Comparison of the Longstaff and Schwartz and Merton Models". *Journal of Fixed Income*, 7 (2), september, pp. 8-28.

WEINSTEIN, M. I. (1977): "The effect of a rating change announcenment on bond price". *Journal of Financial Economics*, 5, pp. 329-350.

WEST, R.C. (1985): "A factor-analytic approach to bank condition". *Journal of Banking and Finance*, 9 (2), 253-266.

WEST, D. (2000): "Neural network credit scoring models". *Computers & Operations Research*, 27, pp. 1131-1152.

WESTGAARD, S., N. VAN DER WIJST (2001): "Default probabilities in a corporate bank portfolio: A logistic model approach". *European Journal of Operational Research*, 135, pp. 338-349.

WHALEN, G. (1991): "A Proportional Hazards Model of Bank Failure: An Examination of Its Usefulness as an Early Warning Tool". *Federal Reserve Bank of Cleveland Economic Review*, 27 (1), pp. 21-31.

WHITAKER, R. B. (1999): "The Early Stages of Financial Distress". *Journal of Economics and Finance*, 23, pp. 123-133.

WHITE, L. J. (2001): "*The Credit Rating Industry: An industrial organization analysis*". Research paper No. 01-001, New York University Center for Law and Business.

WHITE, D., M. TURNBULL (1975): "*The Probability of Bankruptcy for American Industrial Firms*". Working paper, Institute of Finance and Accounting, London University Graduate School of Business.

WHITTINGTON, G. (1980): "Some Basic Properties of Accounting Ratios". *Journal of Business Finance and Accounting*, pp. 219-232.

WHITTRED, G., I. ZIMMER (1984): "Timeliness of Financial Reporting and Financial Distress". *Accounting Review*, 59 (2), april, pp. 287-295.

WIGINTON, J. C. (1980): "A note on the Comparison of Logit and Discriminant Models of Consumer Credit Behaviour". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15, pp. 757-768.

WILCOX, J. W. (1976): "The Gambler's Ruin Approach to Business Risk". *Sloan Management Review*, 18 (1), pp. 33-46.

WILDE, T. (1999): "Rethinking risk-adjusted returns". *Risk*, april, pp. 35-40.

WILDE, T. (2001): "IRB approach explained". *Risk*, may, pp. 87-90.

WILDE, T. (2001): "Probing granularity". *Risk*, august, pp. 103-106.

WILDE, T., L. JACKSON (2006): "Low-default portfolios without simulation". *Risk*, august, pp. 60-63.

WILDE, T., R. MARTIN (2003): "*Derivatives of Var and Cvar*". Working paper, CSFB.

WILSON, R.L., R. SHARDA (1994): "Bankruptcy prediction using neural networks". *Decision Support Systems*, 11, pp. 545-557.

WILSON, T.C. (1992): "*RAROC remodelled*". Risk, 5 (8), pp. 112-119.

WILSON, T. C. (1997): "Portfolio Credit Risk (I)". *Risk*, 10 (9), september, pp. 111-117.

WILSON, T. C. (1997): "Portfolio Credit Risk (II)". *Risk*, 10 (10), october, pp. 56-61.

WILSON, T. C. (1998): "Portfolio Credit Risk". *Federal Reserve Bank of New York Policy Review*, october, pp. 71-82.

WINAKOR, A., R. SMITH (1935): "*Changes in the financial structure of unsuccessful industrial corporations*". Urbana, Illinois: Bulletin no. 51. University of Illinois, Bureau of Business Research.

WIRCH, J.L., M.R. HARDY (1999): "A synthesis of risk measures for capital adequacy". *Insurance: Mathematics & Economics*, 25, pp. 337-347.

WONG, W.K. (2008): "Backtesting trading risk of commercial bank using expected shortfall". *Journal of Banking and Finance*, 32 (7), 1404-1415.

WONG, B. K., T. A. BODNOVICH, Y. SELVI (1997): "Neural network applications in business: A review and analysis of the literature (1988-95)". *Decision Support Systems*, 19, pp. 301-320.

WRUCK, D. H. (1990): "Financial Distress, Reorganization, and Organizational Efficiencyi". *Journal of Financial Economics*, 27, pp. 419-444.

XIAO, J.Y. (2002): "Economic capital allocation for credit risk". *Riskmetrics Journal*, winter, pp. 29-47.

YAMAI, Y., T. YOSHIBA (2005): "Value-at-risk versus expected shortfall: A practical perspective". *Journal of Banking and Finance*, 29, pp. 997-1015.

YANG, Z. R., M. B. PLATT, H. D. PLATT (1999): "Probabilistic Neural Networks in Bankruptcy Prediction". *Journal of Business Research*, 44, pp. 67-74.

YILDIRIM, Y. (2006): "Modeling default risk: A new structural approach". *Finance Research Letters*, 3 (3), september, pp. 165-172.

YOSHIBA, T., Y. YAMAI (2001): "*Comparative Analyses of Expected Shortfall and Value-at-Risk (2): expected utility maximization and tail risk*". Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, Discussion Paper 2001-E-14.

YOSHIFUJI, S. (1997): "*The EaR Model and the Expand VaR Model: An Application to Bond Portfolios*". IMES Discussion Paper 97-E-9.

ZAIK, E., J. WALTER, G. KELLING, C JAMES (1996): "RAROC at Bank of America: from theory to practice". *Journal of Applied Corporate Finance*, 9 (2), summer, pp. 83-93.

ZAVGREN, C. V. (1982): "*An Analysis of the Relationship between Failure Likelihood and Certain Financial Variables for American Industrial Firms*". Working paper, Krannert Graduate School of Management, Purdue University.

ZAVGREN, C. V. (1983): "The Prediction of Corporate Failure: The State of the Art". *Journal of Accounting Literature*, 2, pp. 1-37.

ZAVGREN, C. V. (1985): "Assessing the Vulnerability to Failure of American Industrial Firms: A Logistic Analysis". *Journal of Business, Finance and Accounting*, spring, pp. 19-45.

ZAVGREN, C.V., M.T. DUGAN, J.M. REEVE (1988): "The assocation between probabilities of bankruptcy and market responses -a test of market anticipation". *Journal of Business Finance and Accounting*, 15 (1), spring, pp. 27-45.

ZHANG, Y. (2008): "Allocation of capital between assets and liabilities". *Astin Bulletin*, 38 (1), pp. 1-11.

ZHANG, G., M. HU, E. PATUWO, D. INDRO (1999): "Artificial Neural Networks in Bankruptcy Prediction: General Framework, and Cross-Validation Analysis". *European Journal of Operational Research*, 116, pp. 16-32.

ZHOU, C. (1997): "*A Jump-Diffusion Approach to Modeling Credit Risk and Valuing Defaultable Securities*". Working Paper, Peking University.

ZHOU, C. (2001): "Ther term structure of credit spreads with jump risk". *Journal of Banking and Finance*, 24, pp. 2015-2040.

ZIMMER, I. (1980): "A Lens Study of the Prediction of Corporate Failure by Bank Loan Oficers". *Journal of Accounting Research*, autumn, pp. 629-639.

ZIMMERMANN, J.L. (1997): "EVA and divisional performance measurement: capturing synergies and other issues". *Journal of Applied Corporate Finance*, 10 (2), summer, pp. 98-109.

ZMIJEWSKI, M. E. (1984): "Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models". *Journal of Accounting Research*, 22, supplement, pp. 59-82.

ZOPOUNIDS, C., M. DOUMPOS (1999): "A Multicriteria Decision Aid Methodology for Sorting Decision Problems: The Case of Financial Distress". *Computational Economics*, 14, pp. 197-218.