PROBLEMAS CON SOLUCIÓN NIVEL I

TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA

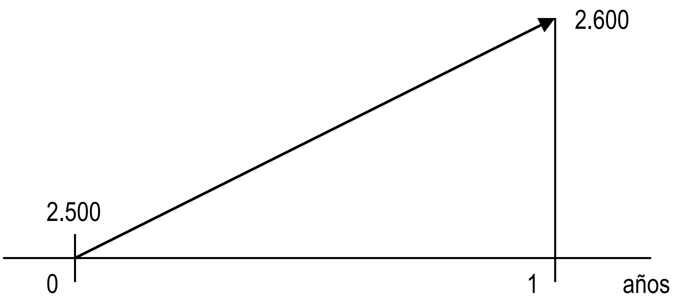
1. Un capital de 2.500 euros se sustituye hoy por otro de 2.600 disponible dentro de un año. ¿Cuál es el rédito de la operación? ¿Y el tanto de interés anual?

$C_1 = 2.500€$

$C_2 = 2.600€$

$t_1 = 0$

$t_2 = 1\,\text{año}$



$$r = \frac{C_2 - C_1}{C_1} = \frac{2.600 - 2.500}{2.500} = 0{,}04 = 4\%$$

$$i = \frac{r}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{C_2 - C_1}{C_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{2.600 - 2.500}{2.500}}{1 - 0} = \frac{0{,}04}{1} = 0{,}04 = 4\%$$

r=4%

i=4%

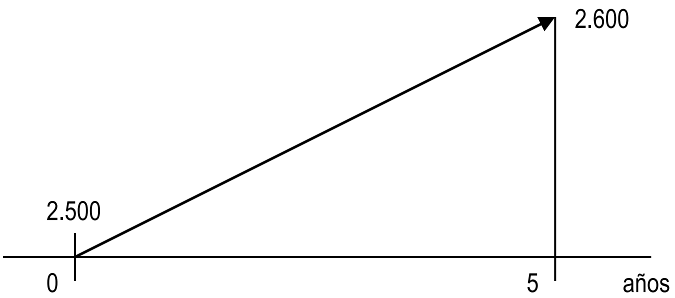
2. Si en el ejercicio 1, en lugar de durar un año la operación se pacta para que dure 5 años, calcule cuál será el rédito y cuál el tipo de interés que se aplica en esta operación.

$C_1 = 2.500€$

$C_2 = 2.600€$

$t_1 = 0$

$t_2 = 5\,\text{años}$



$$r = \frac{C_2 - C_1}{C_1} = \frac{2.600 - 2.500}{2.500} = 0{,}04 = 4\%$$

$$i = \frac{r}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{C_2 - C_1}{C_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{2.600 - 2.500}{2.500}}{5 - 0} = \frac{0{,}04}{5} = 0{,}008 = 0{,}8\%$$

r=4%

i=0,8%

PROBLEMAS CON SOLUCIÓN NIVEL I

TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

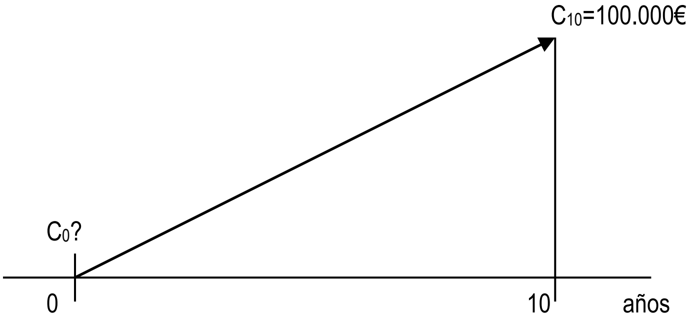
1. Hace 10 años invertimos una cantidad al 10% de interés simple, devolviéndonos 100.000€. ¿Cuál fue la inversión inicial?

$C_{10} = 100.000€$

$n = 10$ años

$i = 10\%$ simple

C_0 ?



$$C_0 = \frac{C_n}{1+n\cdot i}$$

$$C_0 = \frac{100.000}{1+10\cdot 0,1} = 50.000€$$

$$C_0 = 50.000€$$

C_0=50.000€

2. Una inversión ha generado un interés total de 56.000€ al final de cuatro años. Si se aplica un tipo del 10% simple anual, calcular el valor del capital invertido.

$I_4 = 56.000€$

$n = 4$ años

$i = 10\%$ simple

C_0 ?

Se puede calcular despejando de la siguiente expresión el valor del capital inicial. Así:

$$I_4 = C_0 \cdot n \cdot i \Rightarrow C_0 = \frac{I_4}{n\cdot i}$$

$$C_0 = \frac{56.000}{4\cdot 0,1} = 140.000€$$

$$C_0 = 140.000€$$

C_0=140.000€

3. Sabiendo que un capital proporcionó un montante de 150.000€ y que de ellos 50.000€ fueron de intereses, ¿cuál fue el capital inicial?

$C_n = 150.000€$

$I_n = 50.000€$

$C_0\,?$

$$I_n = C_n - C_0 \Rightarrow C_0 = C_n - I_n$$

$$C_0 = 150.000 - 50.000 = 100.000€$$

$$C_0 = 100.000€$$

C_0=100.000€

4. Determinar el interés total que ha producido un capital de 10.000€ durante cinco años al tanto unitario del 12 por 100.

$C_0 = 10.000€$

$n = 5$ años

$i = 12\%$ simple

$I_5\,?$

$$I_n = C_0 \cdot n \cdot i$$

$$I_5 = 10.000 \cdot 5 \cdot 0{,}12 = 6.000€$$

$$I_5 = 6.000€$$

I_5=6.000€

5. Calcular los intereses que proporcionará una inversión de 150.000€ al 14,5% anual en una operación a interés simple que durara diez años.

$C_0 = 150.000€$

$n = 10$ años

$i = 14{,}5\%$ simple

$I_{10}\,?$

$$I_n = C_0 \cdot n \cdot i$$

$$I_{10} = 150.000 \cdot 10 \cdot 0{,}145 = 217.500€$$

$$I_{10} = 217.500€$$

I_{10}=217.500€

6. Calcular a cuánto ascenderán los intereses de un préstamo, sabiendo que nos prestaron 70.000€ y hemos de devolver 105.000€.

$C_0 = 70.000€$

$C_n = 105.000€$

$I_n ?$

$$I_n = C_n - C_0$$

$$I_n = 105.000 - 70.000 = 35.000€$$

I_n=35.000€

7. ¿Qué tipo de interés es necesario aplicar a un capital para que éste se triplique en 20 años?

$C_n = 3C_0$

$n = 20$ años

$i ?$

$$i = \frac{\frac{C_n}{C_0} - 1}{n}$$

$$i = \frac{\frac{3C_0}{C_0} - 1}{20} = \frac{3-1}{20} = \frac{2}{20} = 0,1 = 10\%$$

i=10%

8. ¿Cuál fue el tipo de interés al que estuvo impuesto un capital de 100.000€ sabiendo que el interés total que produjo dicho capital durante diez años fue de 100.000€?

$C_0 = 100.000€$

$I_{10} = 100.000€$

$n = 10$ años

$i ?$

$$i = \frac{\frac{C_n}{C_0} - 1}{n}$$

Pero antes de aplicar esta fórmula para hallar el tipo de interés necesitamos calcular el capital final o montante a los 10 años:

$$I_n = C_n - C_0 \Rightarrow C_n = C_0 + I_n$$

$$C_{10} = 100.000 + 100.000 = 200.000€$$

Ahora ya sí se puede aplicar la primera fórmula para calcular el tipo de interés pedido:

$$i = \frac{\frac{200.000}{100.000} - 1}{10} = \frac{2-1}{10} = \frac{1}{10} = 0{,}1 = 10\%$$

i=10%

9. ¿Cuánto tiempo es necesario que transcurra para que se duplique un capital al 10% anual?

$C_n = 2C_0$

$i = 10\%$ anual

$n?$

$$n = \frac{\frac{C_n}{C_0} - 1}{i}$$

$$n = \frac{\frac{2C_0}{C_0} - 1}{0{,}1} = \frac{2-1}{0{,}1} = 10 \text{ años}$$

n=10 años

10. ¿Cuánto tiempo tardará un capital de 70.000€ en generar unos intereses de 105.000€ a un tipo del 15% anual?

$C_0 = 70.000€$

$I_{10} = 105.000€$

$i = 15\%$ anual

$n?$

$$n = \frac{\frac{C_n}{C_0} - 1}{i}$$

Pero antes de aplicar esta fórmula para hallar la duración necesitamos calcular el capital final o montante a los n años:

$$I_n = C_n - C_0 \Rightarrow C_n = C_0 + I_n$$

$$C_n = 70.000 + 105.000 = 175.000€$$

Ahora ya sí se puede aplicar la primera fórmula para calcular la duración pedida:

$$n = \frac{\frac{175.000}{70.000} - 1}{0,15} = \frac{2,5 - 1}{0,15} = 10 \text{ años}$$

n=10 años

11. Calcular el tanto anual equivalente al 3 por 100 trimestral.

$i_4 = 3\%$

$k = 4$

$i?$

$$i = i_k \cdot k$$

$$i = 0,03 \cdot 4 = 0,12 = 12\%$$

i=12%

12. Calcular el capital final de un capital inicial de 100.000€ al 12 por ciento de interés anual colocado durante:

$C_0 = 100.000€$

$i = 12\%$

$C_n?$

a. Un semestre

Como n e i tienen que estar expresadas en la misma unidad de tiempo podemos resolver el problema de dos formas:

Forma 1: Expresando n e i en años, por lo que n=1 semestre=1/2 año y aplicando directamente la fórmula.

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{1/2} = 100.000 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot 0,12\right) = 100.000 \cdot 1,06 = 106.000€$$

$$C_{1/2} = 106.000€$$

Forma 2 Expresando n e i en semestres, por lo que hay que k=2 y hay que calcular i_2 para poder aplicar posteriormente la fórmula.

$$i = i_k \cdot k \Rightarrow i_k = \frac{i}{k}$$

$$i_2 = \frac{0,12}{2} = 0,06$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_1 = 100.000 \cdot (1 + 1 \cdot 0{,}06) = 100.000 \cdot 1{,}06 = 106.000€$$

$$C_1 = 106.000€$$

C_n=106.000€

b. Dos trimestres

Como n e i tienen que estar expresadas en la misma unidad de tiempo podemos resolver el problema de dos formas:

Forma 1: Expresando n e i en años, por lo que n=2 trimestres=2/4 año y aplicando directamente la fórmula.

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{2/4} = 100.000 \cdot \left(1 + \frac{2}{4} \cdot 0{,}12\right) = 100.000 \cdot 1{,}06 = 106.000€$$

$$C_{2/4} = 106.000€$$

Forma 2 Expresando n e i en trimestres, por lo que hay que k=4 y hay que calcular i_4 para poder aplicar posteriormente la fórmula.

$$i = i_k \cdot k \Rightarrow i_k = \frac{i}{k}$$

$$i_4 = \frac{0{,}12}{4} = 0{,}03$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_2 = 100.000 \cdot (1 + 2 \cdot 0{,}03) = 100.000 \cdot 1{,}06 = 106.000€$$

$$C_2 = 106.000€$$

C_n=106.000€

c. Seis meses

Como n e i tienen que estar expresadas en la misma unidad de tiempo podemos resolver el problema de dos formas:

Forma 1: Expresando n e i en años, por lo que n=6 meses=6/12 año y aplicando directamente la fórmula.

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{6/12} = 100.000 \cdot \left(1 + \frac{6}{12} \cdot 0{,}12\right) = 100.000 \cdot 1{,}06 = 106.000€$$

$$C_{6/12} = 106.000€$$

Forma 2 Expresando n e i en meses, por lo que hay que k=12 y hay que calcular i_{12} para poder aplicar posteriormente la fórmula.

$$i = i_k \cdot k \Rightarrow i_k = \frac{i}{k}$$

$$i_{12} = \frac{0{,}12}{12} = 0{,}01$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_6 = 100.000 \cdot (1 + 6 \cdot 0{,}01) = 100.000 \cdot 1{,}06 = 106.000€$$

$$C_6 = 106.000€$$

C_n=106.000€

d. Veintiséis semanas

Como n e i tienen que estar expresadas en la misma unidad de tiempo podemos resolver el problema de dos formas:

Forma 1: Expresando n e i en años, por lo que n=26 semanas=26/52 año y aplicando directamente la fórmula.

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{26/52} = 100.000 \cdot \left(1 + \frac{26}{52} \cdot 0{,}12\right) = 100.000 \cdot 1{,}06 = 106.000€$$

$$C_{26/52} = 106.000€$$

Forma 2 Expresando n e i en meses, por lo que hay que k=52 y hay que calcular i_{52} para poder aplicar posteriormente la fórmula.

$$i = i_k \cdot k \Rightarrow i_k = \frac{i}{k}$$

$$i_{52} = \frac{0{,}12}{52} = 0{,}00230769$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{26} = 100.000 \cdot (1 + 26 \cdot 0{,}00230769) = 100.000 \cdot 1{,}06 = 106.000€$$

$$C_{26} = 106.000€$$

C_n=106.000€

e. Ciento ochenta días (considerando el año comercial=360 días)

Como n e i tienen que estar expresadas en la misma unidad de tiempo podemos resolver el problema de dos formas:

Forma 1: Expresando n e i en días, por lo que n=180 días=180/360 años y aplicando directamente la fórmula.

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{180/360} = 100.000 \cdot \left(1 + \frac{180}{360} \cdot 0{,}12\right) = 100.000 \cdot 1{,}06 = 106.000€$$

$$C_{180/360} = 106.000€$$

Forma 2 Expresando n e i en días comerciales, por lo que hay que k=360 y hay que calcular i_{360} para poder aplicar posteriormente la fórmula.

$$i = i_k \cdot k \Rightarrow i_k = \frac{i}{k}$$

$$i_{360} = \frac{0{,}12}{360} = 0{,}0003333333$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{180} = 100.000 \cdot (1 + 180 \cdot 0{,}000333333) = 100.000 \cdot 1{,}06 = 106.000€$$

$$C_{180} = 106.000€$$

C_n=106.000€

f. Ciento ochenta días (considerando el año civil=365 días)

Como n e i tienen que estar expresadas en la misma unidad de tiempo podemos resolver el problema de dos formas:

Forma 1: Expresando n e i en días, por lo que n=180 días=180/365 años y aplicando directamente la fórmula.

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{180/365} = 100.000 \cdot \left(1 + \frac{180}{365} \cdot 0{,}12\right) = 100.000 \cdot 1{,}059178 = 105.917{,}81€$$

$$C_{180/365} = 105.917{,}81€$$

Forma 2 Expresando n e i en días civiles, por lo que hay que k=365 y hay que calcular i_{365} para poder aplicar posteriormente la fórmula.

$$i = i_k \cdot k \Rightarrow i_k = \frac{i}{k}$$

$$i_{365} = \frac{0,12}{365} = 0,0003287671$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{180} = 100.000 \cdot (1 + 180 \cdot 0,0003287671) = 100.000 \cdot 1,059178 = 105.917,81€$$

$$C_{180} = 105.917,81€$$

C_n=105.917,81€

g. Medio año

En este último caso no hay problema y se aplica directamente la fórmula ya que n e i vienen expresados en la misma unidad de tiempo, es decir, en años:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{0,5} = 100.000 \cdot (1 + 0,5 \cdot 0,12) = 100.000 \cdot 1,06 = 106.000€$$

$$C_{0,5} = 106.000€$$

C_n=106.000€

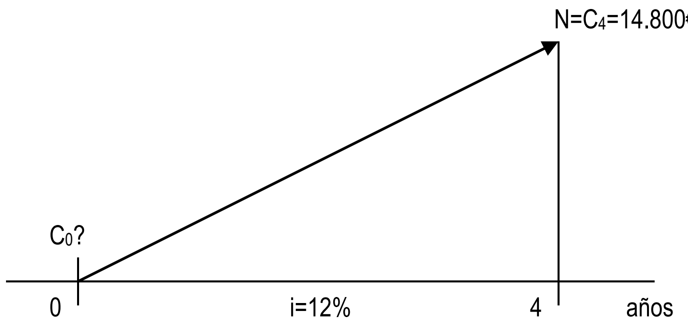
13. Se desea conocer el valor actual de un nominal de 14.800€ que estuvo impuesto durante 4 años al 12% de interés simple.

$C_4 = 14.800€$

$n = 4$ años

$i = 12\%$ simple

C_0?



$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \cdot i}$$

$$C_0 = \frac{14.800}{1 + 4 \cdot 0,12} = 10.000€$$

$$C_0 = 10.000€$$

C_0=10.000€

14. Aunque en la práctica comercial no se utiliza el descuento racional para descontar títulos supongamos que se aplicara dicho descuento racional sobre un título de 50.000€ nominales que vence dentro de 120 días. ¿Cuál

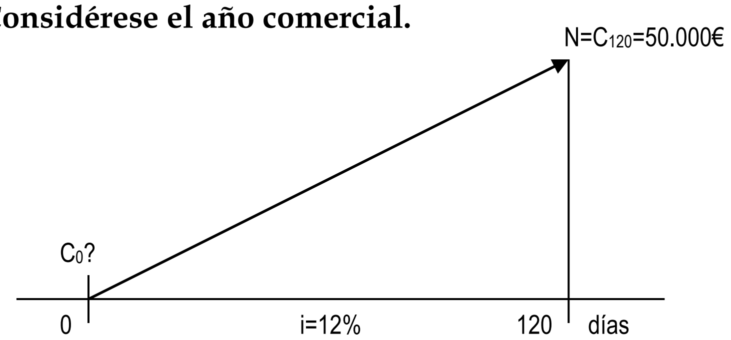
será el descuento aplicable si el tomador desea obtener un tanto de interés del 12% anual? Considérese el año comercial.

$C_{120} = 50.000€$

$n = 120$ días

$i = 12\%$ simple

D_r ?



$$C_0 = \frac{C_n}{1+n\cdot i} = \frac{50.000}{1+\frac{120}{360}\cdot 0{,}12} = 48.076{,}92€$$

$$D_r = C_n - C_0 = 50.000 - 48.076{,}92 = 1.923{,}08€$$

o bien:

$$D_r = \frac{C_n\cdot n\cdot i}{1+n\cdot i} = \frac{50.000\cdot\frac{120}{360}\cdot 0{,}12}{1+\frac{120}{360}\cdot 0{,}12} = \frac{2.000}{1{,}04} = 1.923{,}08€$$

o bien:

$$D_r = C_0\cdot n\cdot i = 48.076{,}92\cdot\frac{120}{360}\cdot 0{,}12 = 1.923{,}08€$$

D_r=1.923,08€

15. Obtener los intereses que produce un capital de 50.000€ colocado durante 225 días en capitalización simple en los siguientes casos (considérese el año comercial):

a. El tanto de interés es el 10% anual.

b. El tanto es el 3% trimestral.

c. El tanto es el 1,25% mensual.

$C = 50.000€$

$d = 225$ días

a. $i = 10\%$

$I_n = C_0\cdot n\cdot i$

$$I_{225} = 50.000\cdot\frac{225}{360}\cdot 0{,}1 = 3.125€$$

I_{225}=3.125€

b. $i_4 = 3\%$

Primero pasamos el tanto trimestral a anual:

$i = i_k \cdot k$

$i = i_4 \cdot 4 = 0{,}03 \cdot 4 = 0{,}12$

$I_n = C_0 \cdot n \cdot i$

$$I_{225} = 50.000 \cdot \frac{225}{360} \cdot 0{,}12 = 3.750€$$

I_{225}=3.750€

c. $i_{12} = 1{,}25\%$

Primero pasamos el tanto mensual a anual:

$i = i_k \cdot k$

$i = i_{12} \cdot 12 = 0{,}0125 \cdot 12 = 0{,}15$

$I_n = C_0 \cdot n \cdot i$

$$I_{225} = 50.000 \cdot \frac{225}{360} \cdot 0{,}15 = 4.687{,}50€$$

I_{225}=4.687,50€

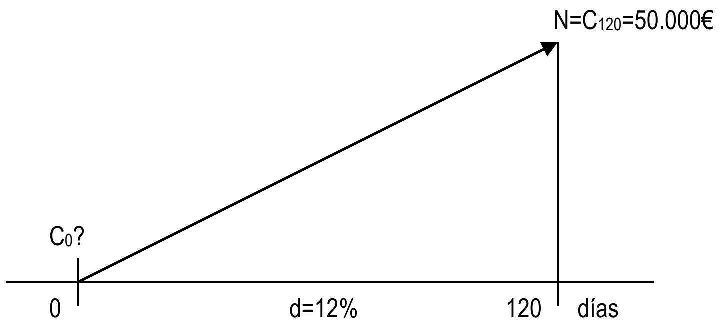
16. Calcular el descuento comercial que ha de efectuar sobre un título de 50.000€ nominales que vence dentro de 120 días, sabiendo que el tipo aplicado es del 12% anual. Considérese el año comercial.

$C_{120} = 50.000€$

$n = 120$ días

$d = 12\%$ simple

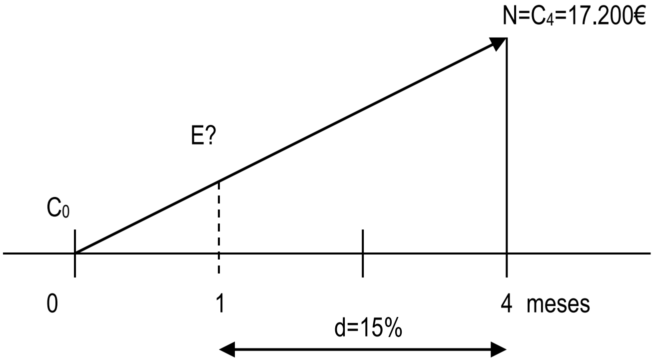
D_c ?



$$D_c = C_n \cdot n \cdot d = 50.000 \cdot \frac{120}{360} \cdot 0{,}12 = 2.000€$$

D_c=2.000€

17. Un comerciante ha vendido una maquinaria y en pago ha recibido una letra aceptada con vencimiento a cuatro meses siendo el nominal de 17.200€. Cuando faltan 90 días para su vencimiento la descuenta en una entidad bancaria a un tanto de descuento del 15%. Calcular el efectivo que recibirá el comerciante. Considérese el año comercial.



$N = C_4 = 17.200€$

$n = 90 \text{ días} = 3 \text{ meses}$

$d = 15\% \text{ simple}$

$E?$

$$D_c = C_n \cdot n \cdot d = 17.200 \cdot \frac{3}{12} \cdot 0{,}15 = 645€$$

$$D_c = C_n - C_0 \Rightarrow C_0 = C_n - D_c = 17.200 - 645 = 16.555€$$

o bien:

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d) = 17.200 \cdot (1 - \frac{3}{12} \cdot 0{,}15) = 16.555€$$

E=16.555€

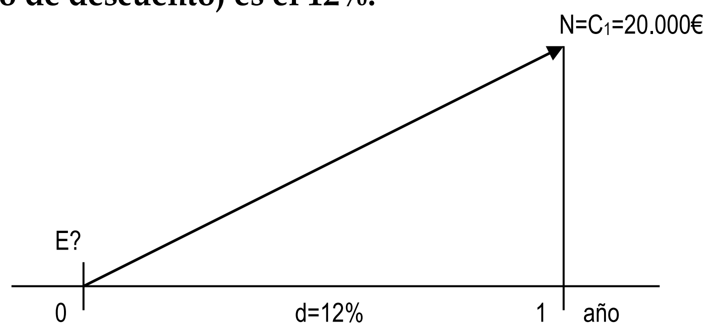
18. Calcular el valor efectivo a desembolsar por la compra de un pagaré de 20.000€ de valor nominal, de vencimiento dentro de un año, si el tipo de interés anticipado (o tipo de descuento) es el 12%.

$N = C_1 = 20.000€$

$n = 1 \text{ año}$

$d = 12\% \text{ simple}$

$E?$



$$D_c = C_n \cdot n \cdot d = 20.000 \cdot 1 \cdot 0{,}12 = 2.400$$

$$D_c = C_n - C_0 \Rightarrow C_0 = C_n - D_c = 20.000 - 2.400 = 17.600€$$

o bien:

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d) = 20.000 \cdot (1 - 1 \cdot 0{,}12) = 17.600€$$

E=17.600€

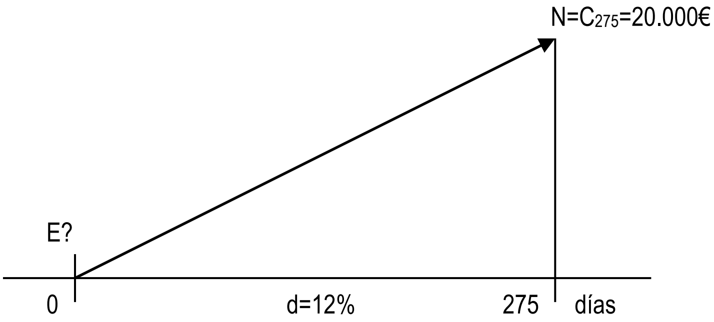
19. Calcular el valor efectivo a desembolsar por la compra de un pagaré de 20.000€ de valor nominal, para cuyo vencimiento faltan 275 días, si el tipo de interés anticipado (o tipo de descuento) es el 12%. Considérese el año civil.

$N = C_{275} = 20.000€$

$n = 275$ días

$d = 12\%$ simple

$E\,?$



$$D_c = C_n \cdot n \cdot d = 20.000 \cdot \frac{275}{365} \cdot 0{,}12 = 1.808{,}22$$

$$D_c = C_n - C_0 \Rightarrow C_0 = C_n - D_c = 20.000 - 1.808{,}22 = 18.191{,}78€$$

o bien:

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d) = 20.000 \cdot (1 - \frac{275}{365} \cdot 0{,}12) = 18.191{,}78€$$

E=18.191,78€

20. Calcular el tanto de interés pospagable (d_r) de un interés anticipado o tipo de descuento (d_c) al 13% simple anual.

$d_c = d = 13\%$ simple

$d_r = i\,?$

$$i = \frac{d}{1 - n \cdot d} = \frac{0{,}13}{1 - 1 \cdot 0{,}13} = \frac{0{,}13}{0{,}87} = 0{,}149425 = 14{,}94\%$$

d_r=i=14,94%

PROBLEMAS CON SOLUCIÓN NIVEL I

TEMA 3: EQUIVALENCIA FINANCIERA DE CAPITALES

1. **Determinar el valor que debe tomar un capital C que vence a los 10 meses para que sea equivalente a otro capital de 1.000€ con vencimiento en 6 meses para que ambos sean equivalentes en t=0 sabiendo que el interés es del 4,25% simple anual.**

   $C\,?$

   $t = 10 \text{ meses}$

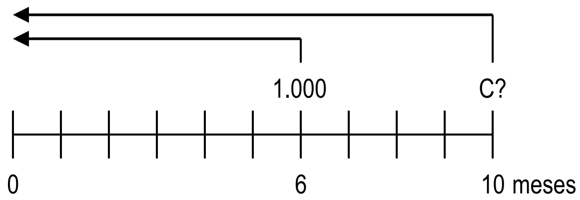
   $C_1 = 1.000€$

   $t_1 = 6 \text{ meses}$

   $t = 12 \text{ años}$

   $i = 4,25\%$

   Gráficamente:



$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \cdot i}$$

$$C_{01} = \frac{1.000}{1 + \frac{6}{12} \cdot 0,0425} = 979,19€$$

$$C_0 = \frac{C}{1 + \frac{10}{12} \cdot 0,0425} = 979,19 \Rightarrow \frac{C}{1,035417} = 979,19 \Rightarrow C = 1.013,87€$$

   C=1.013,87€

2. **Una letra de 800 euros, que vence a los 36 días, y otra de 1.200 euros, pagadera dentro de 45 días, han de ser descontadas: la primera al 4% de interés anual y la segunda al 6% de interés anual. ¿Cuál debe ser el nominal de otra letra, pagadera a los 40 días, que descontada al 4,5% de**

interés anual será equivalente a las dos primeras? (Realice el estudio para el momento 0 considerando el año comercial).

$C_1 = 800€$

$t_1 = 36$ días

$C_2 = 1.200€$

$t_2 = 45$ días

$i_1 = 4\%$

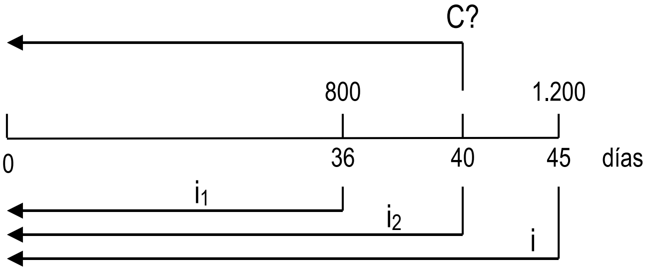
$i_2 = 6\%$

$t = 40$ días

$i = 4,5\%$

C ?

Gráficamente:



Primera forma: Capital por capital:

$$C_0 = \frac{C_n}{1+n\cdot i}$$

$$C_{01} = \frac{C_1}{1+n\cdot i_1} = \frac{800}{1+\frac{36}{360}\cdot 0,04} = \frac{800}{1,004} = 796,81€$$

$$C_{02} = \frac{C_2}{1+n\cdot i_2} = \frac{1.200}{1+\frac{45}{360}\cdot 0,06} = \frac{1.200}{1,0075} = 1.191,07€$$

La suma de estos dos capitales actualizados es igual a:

$$C_{01} + C_{02} = 796,81 + 1.191,07 = 1.987,88€$$

Igualamos esta suma con el capital único actualizado y despejamos C:

$$\frac{C}{1+\frac{40}{360}\cdot 0,045} = 1.987,88 \Rightarrow \frac{C}{1,005} = 1.987,88 \Rightarrow C = 1.997,82€$$

Segunda forma: A través de la fórmula de descuento racional en el momento 0, pero teniendo en cuenta que el tipo de interés es diferente para cada capital:

$$C = \sum_{s=1}^{n} \frac{C_s}{1+t_s \cdot i} \cdot (1+t \cdot i)$$

$$C = \left[\frac{C_1}{1+t_1 \cdot i_1} + \frac{C_2}{1+t_2 \cdot i_2}\right] \cdot (1+t \cdot i) = \left[\frac{800}{1+\frac{36}{360}\cdot 0{,}04} + \frac{1.200}{1+\frac{45}{360}\cdot 0{,}06}\right] \cdot \left(1+\frac{40}{360}\cdot 0{,}045\right) =$$

$$= 1.987{,}879747 \cdot 1{,}005 = 1.997{,}82€$$

C=1.997,82€

3. Para cobrar distintas ventas a mayoristas, una empresa plantea un cobro de 53.200€ que sustituye a unas deudas de 12.000€ a pagar a 60 días, 18.000€ a pagar en 90 días y 24.000€ a pagar en 120 días. El tipo de descuento aplicable es del 8%. Se nos pide calcular la fecha de cobro del pago único considerando el año comercial.

$C_1 = 12.000€$

$t_1 = 60$ días

$C_2 = 18.000€$

$t_2 = 90$ días

$C_3 = 24.000€$

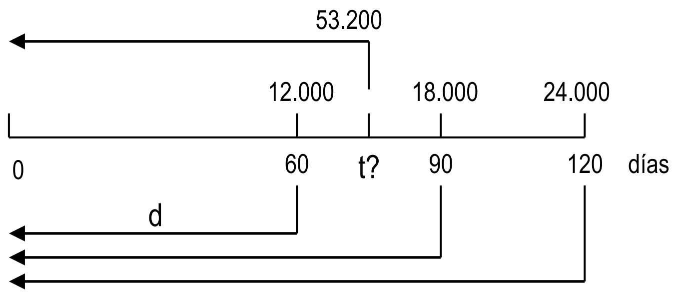
$t_3 = 120$ días

$C = 53.200€$

$d = 8\%$

t ?

Gráficamente:



Primera forma: Capital por capital y posteriormente calcular t despejando la incógnita:

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_{01} = 12.000 \cdot (1 - \frac{60}{360} \cdot 0{,}08) = 11.840€$$

$$C_{02} = 18.000 \cdot (1 - \frac{90}{360} \cdot 0{,}08) = 17.640€$$

$$C_{03} = 24.000 \cdot (1 - \frac{120}{360} \cdot 0{,}08) = 23.360€$$

La suma de estos tres capitales actualizados es igual a:

$$C_{01} + C_{02} + C_{03} = 11.840 + 17.640 + 23.360 = 52.840€$$

Igualamos esta suma con el capital único actualizado y despejamos t:

$$53.200 \cdot (1 - \frac{t}{360} \cdot 0{,}08) = 52.840 \Rightarrow 53.200 \cdot (1 - 0{,}000222 \cdot t) = 52.840 \Rightarrow$$

$$1 - 0{,}000222 \cdot t = \frac{52.840}{53.200} \Rightarrow 1 - 0{,}000222 \cdot t = 0{,}993233 \Rightarrow 1 - 0{,}993233 = 0{,}000222 \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}006767 = 0{,}000222 \cdot t \Rightarrow t = \frac{0{,}006767}{0{,}000222} = 30{,}48 \text{ días}$$

<u>Segunda forma</u>: A través de la fórmula del vencimiento común del descuento comercial en el momento 0:

$$t = \frac{C - \sum_{S=1}^{n} C_S + d \cdot \sum_{S=1}^{n} C_S \cdot t_S}{C \cdot d} = \frac{53.200 - (12.000 + 18.000 + 24.000)}{53.200 \cdot 0{,}08} +$$

$$+ \frac{0{,}08 \cdot \left(12.000 \cdot \frac{60}{360} + 18.000 \cdot \frac{90}{360} + 24.000 \cdot \frac{120}{360}\right)}{53.200 \cdot 0{,}08} = \frac{360}{4.256} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = 0{,}084586 \text{ años}$$

Pasamos los años a días multiplicando el tiempo anterior por 360 días que tiene un año:

$$t = 0{,}084586 \cdot 360 = 30{,}45 \text{ días}$$

t=30,45 días

4. Se tienen dos letras, una de capital 50.000€ y vencimiento 40 días y la otra de capital C_2 y vencimiento 100 días. Ambas letras se desean reemplazar por una única letra de vencimiento a los 80 días y de capital igual a 100.000€. La tasa de interés simple es del 15% anual y la de descuento es del 18%. (Realice el estudio en los 80 días considerando el año comercial).

$C_1 = 50.000€$

$t_1 = 40$ días

C_2?

$t_2 = 100$ días

$C = 100.000€$

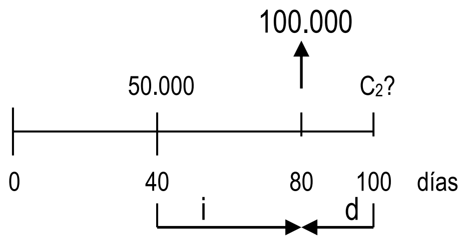
$t = 80$ días

$t = 60$ días

$i = 15\%$

$d = 18\%$

Gráficamente:



Primera forma: Capital por capital, teniendo en cuenta que no se conoce el nominal del segundo capital:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i)$$

$$C_{n1} = 50.000 \cdot (1 + \frac{(80-40)}{360} \cdot 0{,}15) = 50.833{,}33€$$

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_{02} = C_2 \cdot (1 - \frac{(100-80)}{360} \cdot 0{,}18) = 0{,}99 \cdot C_2$$

La suma de estos dos capitales llevados al momento t=80 días es igual a:

$$C_{n1} + C_{02} = 50.833{,}33 + 0{,}99 \cdot C_2$$

Como sabemos que esta suma tiene que ser igual a los 100.00€ del capital único, igualamos y despejamos C_2. Es decir:

$$100.000 = 50.833{,}33 + 0{,}99 \cdot C_2 \Rightarrow 100.000 - 50.833{,}33 = 0{,}99 \cdot C_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 49.166{,}67 = 0{,}99 \cdot C_2 \Rightarrow C_2 = \frac{49.166{,}67}{0{,}99} = 49.663{,}30€$$

Segunda forma: A través de la fórmula de descuento comercial en el momento t=80, pero teniendo como incógnita C_2 en lugar de C:

$$C = \sum_{s=1}^{p} C_s \cdot \left(1 + \left(t - t_s\right) \cdot i\right) +$$

$$+ \sum_{s=q}^{z} C_s \cdot \left(1 - \left(t - t_s\right) \cdot d\right)$$

$$s = 1, \ldots, p \Rightarrow t_s < t$$

$$s = q, \ldots, z \Rightarrow t_s > t$$

$$100.000 = 50.000 \cdot \left(1 + \left(\frac{80-40}{360}\right) \cdot 0{,}15\right) + C_2 \cdot \left(1 - \left(\frac{100-80}{360}\right) \cdot 0{,}18\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100.000 = 50.833{,}33 + 0{,}99 \cdot C_2 \Rightarrow 100.000 - 50.833{,}33 = 0{,}99 \cdot C_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 49.166{,}67 = 0{,}99 \cdot C_2 \Rightarrow C_2 = \frac{49.166{,}67}{0{,}99} = 49.663{,}30€$$

C=49.663,30€

5. Calcular el vencimiento medio de 3 deudas de 200, 300 y 500€ con vencimientos de 5, 10 y 12 meses aplicando una tasa de descuento simple anual del 5%

$C_1 = 200€$

$t_1 = 5$ meses

$C_2 = 300€$

$t_2 = 10$ meses

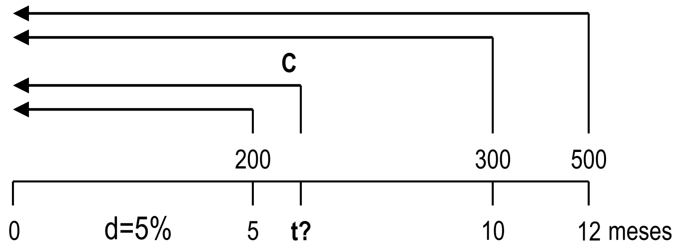
$C_3 = 500€$

$t_3 = 12$ meses

$d = 5\%$

t ?

Gráficamente:



Primera forma: Capital por capital, sabiendo que el capital medio es la suma aritmética de los nominales de los capitales. Es decir:

$$C = C_1 + C_2 + C_{13} = 200 + 300 + 500 = 1.000€$$

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_{01} = 200 \cdot (1 - \frac{5}{12} \cdot 0{,}05) = 195{,}83€$$

$$C_{02} = 300 \cdot (1 - \frac{10}{12} \cdot 0{,}05) = 287{,}5€$$

$$C_{03} = 500 \cdot (1 - \frac{12}{12} \cdot 0{,}05) = 475€$$

La suma de estos tres capitales actualizados es igual a:

$$C_{01}+C_{02}+C_{03}=195{,}83+287{,}5+475=958{,}33€$$

Igualamos esta suma con el capital único actualizado y despejamos t:

$$1.000\cdot\left(1-\frac{t}{12}\cdot 0{,}05\right)=958{,}33\Rightarrow\left(1-\frac{t}{12}\cdot 0{,}05\right)=\frac{958{,}33}{1.000}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1-0{,}004167\cdot t=0{,}95833\Rightarrow 1-0{,}95833=0{,}004167\cdot t\Rightarrow$$

$$0{,}04167=0{,}004167\cdot t\Rightarrow t=\frac{0{,}04167}{0{,}004167}=10\,\text{meses}$$

Segunda forma: A través de la fórmula del vencimiento medio del descuento comercial:

$$t=\frac{\sum_{s=1}^{n}C_s\cdot t_s}{C}$$

$$t=\frac{\left(200\cdot\frac{5}{12}\right)+\left(300\cdot\frac{10}{12}\right)+\left(500\cdot\frac{12}{12}\right)}{1.000}=\frac{83{,}33+250+500}{1.000}=\frac{833{,}33}{1.000}=0{,}83333\,\text{años}$$

Pasamos los años a meses multiplicando el tiempo anterior por 12 meses que tiene un año:

$$t=0{,}83333\cdot 12=10\,\text{meses}$$

t=10 meses

6. **Calcular el vencimiento medio en el que hay que hacer el pago en sustitución de tres letras de 15.000, 17.000 y 19.000€ que vencen dentro de 100, 120 y 130 días respectivamente. Use descuento comercial y año comercial.**

$C_1=15.000€$

$t_1=100$ días

$C_2=17.000€$

$t_2=120$ días

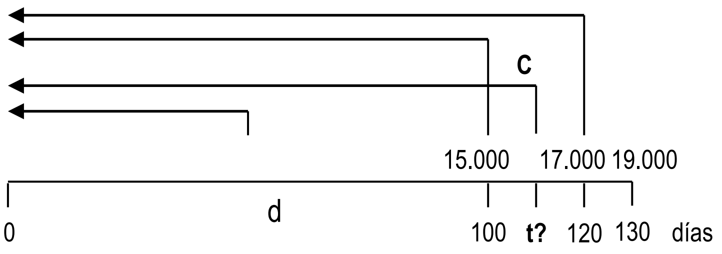
$C_3=19.000€$

$t_3=130$ días

d

t?

Gráficamente:



<u>Primera forma</u>: Capital por capital, sabiendo que el capital medio es la suma aritmética de los nominales de los capitales. Es decir:

$$C = C_1 + C_2 + C_{13} = 15.000 + 17.000 + 19.000 = 51.000€$$

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_{01} = 15.000 \cdot (1 - \frac{100}{360} \cdot d) = 15.000 \cdot (1 - 0{,}277778 \cdot d) = 15.000 - 4.166{,}67 \cdot d$$

$$C_{02} = 17.000 \cdot (1 - \frac{120}{360} \cdot d) = 17.000 \cdot (1 - 0{,}333333 \cdot d) = 17.000 - 5.666{,}67 \cdot d$$

$$C_{03} = 19.000 \cdot (1 - \frac{130}{360} \cdot d) = 19.000 \cdot (1 - 0{,}361111 \cdot d) = 19.000 - 6.861{,}09 \cdot d$$

La suma de estos tres capitales actualizados, en función del descuento, que es un dato que no dan es igual a:

$$C_{01} + C_{02} + C_{03} = (15.000 - 4.166{,}67 \cdot d) + (17.000 - 5.666{,}67 \cdot d) + (19.000 - 6.861{,}09 \cdot d) =$$
$$= 15.000 + 17.000 + 19.000 - 4.166{,}67 \cdot d - 5.666{,}67 \cdot d - 6.861{,}09 \cdot d =$$
$$= 51.000 - 16.694{,}43 \cdot d$$

Igualamos esta suma con el capital único actualizado y despejamos t:

$$51.000 \cdot \left(1 - \frac{t}{360} \cdot d\right) = (51.000 - 16.694{,}43 \cdot d) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(1 - \frac{t}{360} \cdot d\right) = \frac{(51.000 - 16.694{,}43 \cdot d)}{51.000} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - 0{,}002778 \cdot t \cdot d = \frac{51.000}{51.000} - \frac{16.694{,}43 \cdot d}{51.000} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - 0{,}002778 \cdot t \cdot d = 1 - 0{,}327342 \cdot d \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \cancel{1} - 0{,}002778 \cdot t \cdot \cancel{d} = \cancel{1} - 0{,}327342 \cdot \cancel{d} \Rightarrow -0{,}002778 \cdot t = -0{,}327342 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0{,}002778 \cdot t = 0{,}327342 \Rightarrow t = \frac{0{,}327342}{0{,}002778} = 117{,}83 \text{ días}$$

<u>Segunda forma</u>: A través de la fórmula del vencimiento medio del descuento comercial:

$$t = \frac{\sum_{s=1}^{n} C_s \cdot t_s}{C}$$

$$t = \frac{\left(15.000 \cdot \frac{100}{360}\right) + \left(17.000 \cdot \frac{120}{360}\right) + \left(19.000 \cdot \frac{130}{360}\right)}{51.000} = \frac{4.166{,}67 + 5.666{,}67 + 6.861{,}11}{51.000} =$$
$$= \frac{16.694{,}45}{51.000} = 0{,}327342 \text{ años}$$

Pasamos los años a meses multiplicando el tiempo anterior por 360 días que tiene un año:

$$t = 0{,}327342 \cdot 360 = 117{,}84 \text{ días}$$

t=117,84 días

7. **Un artículo cuesta 300€ a pagar dentro de 80 días. En sustitución de esta deuda se aceptan dos efectos, uno de 100€ que vence dentro de 60 días y otro de 205€ cuyo vencimiento se desconoce. Si el tanto de descuento es del 9% simple anual y se considera el año comercial, ¿en qué momento deberán pagarse los 205€?**

$C = 300€$

$t = 80$ días

$C_1 = 100€$

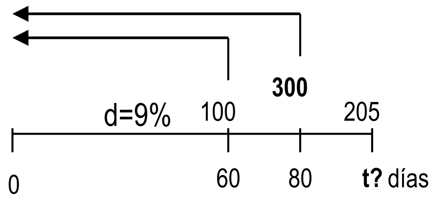
$t_1 = 60$ días

$C_2 = 205€$

t_2?

$d = 9\%$

Gráficamente:



Primera forma: Capital por capital, pero ahora considerando que la incógnita es el nominal de una de los dos efectos a sustituir:

$$C_0 = C_n \cdot (1 - n \cdot d)$$

$$C_{01} = 100 \cdot (1 - \frac{60}{360} \cdot 0{,}09) = 98{,}5€$$

$$C_{02} = 205 \cdot (1 - \frac{t}{360} \cdot 0{,}09) = 205 \cdot (1 - 0{,}00025 \cdot t) = 205 - 0{,}05125 \cdot t$$

La suma de estos dos capitales actualizados es igual a:

$$C_{01} + C_{02} = 98{,}5 + 205 - 0{,}05125 \cdot t = 303{,}5 - 0{,}05125 \cdot t$$

Igualamos esta suma con el capital único actualizado y despejamos C_2:

$$300 \cdot (1 - \frac{80}{360} \cdot 0{,}09) = 303{,}5 - 0{,}05125 \cdot t \Rightarrow 294 = 303{,}5 - 0{,}05125 \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}05125 \cdot t = 303{,}5 - 294 \Rightarrow 0{,}05125 \cdot t = 9{,}5 \Rightarrow t = \frac{9{,}5}{0{,}05125} = 185{,}37 \text{ días}$$

Segunda forma: A través de la fórmula de descuento comercial en el momento 0, pero considerando que la incógnita es el nominal de una de los dos efectos a sustituir:

$$C = \frac{\sum_{s=1}^{n} C_s \cdot (1 - t_s \cdot d)}{1 - t \cdot d}$$

$$C = \frac{C_1 \cdot (1 - t_1 \cdot d) + C_2 \cdot (1 - t_2 \cdot d) + \ldots + C_n \cdot (1 - t_n \cdot d)}{1 - t \cdot d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 300 = \frac{100 \cdot \left(1 - \frac{60}{360} \cdot 0{,}09\right) + 205 \cdot \left(1 - \frac{t}{360} \cdot 0{,}09\right)}{1 - \frac{80}{360} \cdot 0{,}09} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 300 = \frac{98{,}5 + 205 \cdot (1 - 0{,}00025 \cdot t)}{0{,}98} \Rightarrow 300 \cdot 0{,}98 = 98{,}5 + 205 \cdot (1 - 0{,}00025 \cdot t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 294 = 98{,}5 + 205 - 0{,}05125 \cdot t \Rightarrow 0{,}05125 \cdot t = 98{,}5 + 205 - 294 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}05125 \cdot t = 9{,}5 \Rightarrow t = \frac{9{,}5}{0{,}05125} = 185{,}37 \text{ días}$$

t=185,37 días

PROBLEMAS CON SOLUCIÓN NIVEL I

TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

Utilícese para todos los problemas siguientes el año comercial, excepto para los problemas de liquidación de liquidación de cuentas corrientes que se considerarán los días correspondientes de cada mes.

1. **Sea una letra girada a 90 días y negociada cuando aún faltan 40 días para su vencimiento. El nominal de la misma asciende a 2.500€. Si el banco aplica una tasa de descuento comercial del 13,5%, una comisión del 0,4% y unos gastos fijos de 2,5€, determínese el efectivo abonado por el banco.**

$t = 40$ días

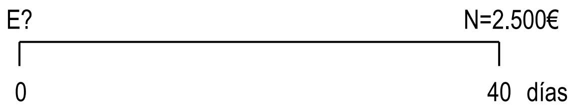
$N = 2.500€$

$d = 13,5\%$

$C = 0,4\%$

$OG = 2,5€$

$E\,?$



$$E = N - D = N - (I + C + OG) = N - \left(N \cdot \frac{t}{360} \cdot d + C + OG\right) =$$

$$= 2.500 - \left(2.500 \cdot \frac{40}{360} \cdot 0,135 + 0,004 \cdot 2.500 + 2,5\right) = 2.500 - 50 = 2.450€$$

E=2.450€

2. **Calcular el descuento que se efectuará sobre un capital de 4.000 euros nominales, que vence dentro de 90 días, si el tomador del título desea obtener un tanto de interés anual del 15%**

$N = 4.000€$

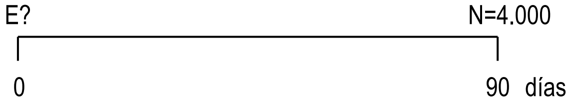
$t = 90$ días

$i = 15\%$

$D\,?$

Para calcular el descuento, previamente habremos de calcular el Efectivo, sabiendo que:

$$E = N - D$$



Como no nos dicen que el descuento sea comercial, y nos dan el tipo de interés, actualizamos de forma racional. Esto es:

$$E = \frac{N}{1 + \frac{t}{360} \cdot i} = \frac{4.000}{1 + \frac{90}{360} 0{,}15} = \frac{4.000}{1{,}0375} = 3.855{,}42€$$

$$E = N - D \Rightarrow D = N - E = 4.000 - 3.855{,}42 = 144{,}58€$$

D=144,58€

3. La empresa Sorbona, S.A. presenta al descuento la siguiente remesa de efectos: un primer efecto de 30.000€ de nominal que vence dentro de 30 días; un segundo efecto de 45.000€ de nominal que vence dentro de 60 días; un tercer efecto de 15.000€ de nominal que vence dentro de 90 días; y un último efecto de 50.000€ de nominal que vence dentro de 120 días. Si las condiciones que se le van a aplicar para descontar esa remesa de efectos son: tipo de descuento 10%, comisión de 2‰ con un mínimo de 90 euros y 5€ por efecto como gastos de correo, se pide descontar la remesa anterior.

Efecto	Nominal	Días de descuento
A	30.000	30
B	45.000	60
C	15.000	90
D	50.000	120

$d = 10\%$

$C = 2‰$ (mínimo 90€)

$OG = 5€/\text{efecto}$

$E?$

Efecto	Nominal	Días	Tipo	Intereses	Porcentaje	Comisión	Correo
A	30.000	30	10%	250	60: mínimo	90	5

B	45.000	60	10%	750	2‰	90	5
C	15.000	90	10%	375	30: mínimo	90	5
D	50.000	120	10%	1,666,67	2‰	100	5
	140.000			3.041,67		370	20

$$E = N - D \Rightarrow E = N - (I + C + OG) = N - I - C - OG =$$
$$= 140.000 - 3.041{,}67 - 370 - 20 = 136.568{,}33€$$

E=136.568,33€

4. Liquida por el método hamburgués la siguiente cuenta corriente en la que se producen los siguientes movimientos:

Fecha	Concepto	Cuantía	Signo
27-05	Ingreso apertura	5.000	Haber
29-07	Transferencia a su favor	34.000	Haber
15-06	Domiciliación	22.000	Debe
26-06	Letra a su cargo	4.000	Debe
13-07	Cheque c/c	1.000	Debe

Sean las condiciones de liquidación las siguientes:

- **Fecha de liquidación: el 31 de julio.**
- **Por cada apunte una comisión de 6 euros.**
- **IRC: 17%**
- **El interés anual aplicado es el 4% para saldos acreedores y 11% para saldos deudores.**
- **Año natural: 365 días. (2,5 puntos)**

Liquidación del periodo 27-05 al 31-07

Fecha	Movimiento	Cuantía	Signo	Saldos	Signo	Días	Números Acree/Deu.
27-05	Ingreso apertura	5.000	H	5.000	H	19	95.000
15-06	Domiciliación	22.000	D	17.000	D	11	187.000
26-06	Letra a su cargo	4.000	D	21.000	D	17	357.000
13-07	Cheque c/c	1.000	D	22.000	D	16	352.000
29-07	Transferencia a su favor	34.000	H	12.000	H	2	24.000
31-07						65	

Cálculo de los días:

Del 27 de mayo al 15 de junio	19 días
Del 15 al 26 de junio	11 días
Del 26 de junio al 13 de julio	17 días
Del 13 al 29 de julio	16 días
Del 29 al 31 de mayo	2 días

Cálculo de los números comerciales acreedores:

$5.000 \cdot 19$	95.000
$12.000 \cdot 2$	24.000
Total	119.000

Cálculo de los números comerciales acreedores:

$$\text{Intereses acreedores} = \text{Suma de números acreedores} \cdot \text{Multiplicador fijo del cliente}$$

$$\text{Intereses acreedores} = 119.000 \cdot \frac{0{,}04}{365} = 13{,}04€$$

Cálculo de los números comerciales deudores:

$17.000 \cdot 11$	187.000
$21.000 \cdot 17$	357.000
$22.000 \cdot 16$	352.000
Total	896.000

Cálculo de los números comerciales deudores:

$$\text{Intereses deudores} = \text{Suma de números deudores} \cdot \text{Multiplicador fijo del cliente}$$

$$\text{Intereses deudores} = 896.000 \cdot \frac{0{,}11}{365} = 270{,}03€$$

Retención impuestros:

$$\text{Retención impuestos} = 17\% \text{ de } 13{,}04 = 2{,}22€$$

Comisión de administración (número de apuntes):

$$\text{Comisión de administración} = 5 \cdot 6 = 30€$$

Saldo después de la liquidación:

$$\text{Saldo después de la liquidación} = 12.000 + 13{,}04 - 270{,}03 - 2{,}22 - 30 = 11.710{,}79€$$

E=11.710,79

PROBLEMAS CON SOLUCIÓN NIVEL I

TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

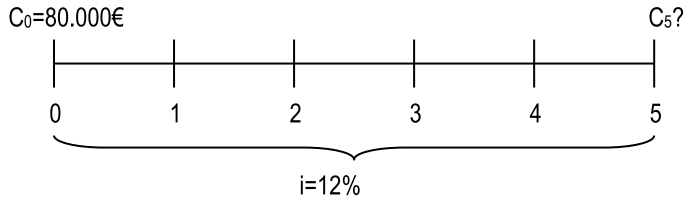
1. **Tenemos concedido un préstamo de 80.000€ a un tipo de interés compuesto del 12% anual. La cancelación de la operación que vence dentro de cinco años será por el nominal más los intereses acumulados hasta el momentote la cancelación. Calcular el valor de la cancelación del préstamo.**

$C_0 = 80.000€$

$t = 5$ años

$i = 12\%$ anual compuesto

C_5?



$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow C_5 = C_0 \cdot (1+0{,}12)^5 = 80.000 \cdot (1+0{,}12)^5 = 140.987{,}33€$

C_5=140.987,33€

2. **Calcular el tiempo necesario para que un capital de 1.000 euros colocado a un interés del 8% anual en régimen de capitalización compuesta se duplique. ¿Y si el capital fuera de 1.000.000 de euros?**

n?

$C_0 = 1.000€$

$i = 8\%$ compuesto anual

$C_n = 2.000€$

$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow C_2 = C_0 \cdot (1+0.06)^2 = 100 \cdot (1+0.06)^2 = 112{,}36€$

Aplicamos directamente la fórmula:

$$n = \frac{\log\ C_n - \log\ C_0}{\log\ (1+i)} = \frac{\log\ 2.000 - \log 1.000}{\log\ (1+0{,}08)} = \frac{3{,}301030 - 3}{0{,}033424} = 9 \text{ años}$$

n= 9 años

En el segundo caso:

$C_0 = 1.000.000€$

$C_n = 2.000.000€$

$$n = \frac{\log\ C_n - \log\ C_0}{\log\ (1+i)} = \frac{\log\ 2.000.000 - \log 1.000.000}{\log\ (1+0{,}08)} = \frac{6{,}301030 - 6}{0{,}033424} = 9$$

n= 9 años

La respuesta será la misma sea cual sea el capital inicial, siempre que no se modifique el tipo de interés.

3. Calcular el tipo de interés semestral efectivo en régimen de capitalización compuesta equivalente a:

Aplicando directamente la fórmula:

a. i=12%

Se tiene que aplicar la siguiente fórmula:

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

Como el año contiene 2 veces el semestre, k=2

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1 \Rightarrow i_2 = (1+0{,}12)^{1/2} = 1{,}12^{0{,}5} - 1 = 0{,}058300 = 5{,}830\%$$

i_2=5,830%

Esto significa que es indiferente aplicar un 12% anual o un 5,830% semestral en la capitalización compuesta.

b. i_{12}=2%

Hay dos formas.

Forma 1:

Para pasar de i_{12} mensual a i_2 semestral, lo haremos en dos pasos:

1º) Pasar de la i_k conocida (i_{12}) a i anual mediante la fórmula:

$$i = (1+i_k)^k - 1$$

2º) Después pasaremos de la i anual hallada a la i_k desconocida (i_2) mediante la fórmula:

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

En este caso:

$$i = (1+i_k)^k - 1$$

$$i = (1+i_{12})^{12} - 1 = (1+0{,}02)^{12} - 1 = 0{,}268242$$

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_2 = (1+0{,}268242)^{1/2} - 1 = 0{,}126163 = 12{,}616\%$$

Forma 2:

Con la fórmula directa que relaciona los dos tipos de interés, donde k' es aquella que queremos hallar, en nuestro caso k'=2 y k la que conocemos.

$$i_{k'} = (1+i_k)^{k/k'} - 1$$

$$i_2 = (1+i_{12})^{12/2} - 1 = (1+0{,}02)^6 - 1 = 0{,}126162 = 12{,}616\%$$

i_2=12,616%

Esto significa que es indiferente aplicar un 2% mensual o un 12,616% semestral en la capitalización compuesta.

c. i_4=3%

Forma 1:

$$i = (1+i_k)^k - 1$$

$$i = (1+i_4)^4 - 1 = (1+0{,}03)^4 - 1 = 0{,}125509$$

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_2 = (1+0{,}125509)^{1/2} - 1 = 0{,}060900 = 6{,}09\%$$

Forma 2:

$$i_{k'} = (1+i_k)^{k/k'} - 1$$

$$i_2 = (1+i_4)^{4/2} - 1 = (1+0{,}03)^2 - 1 = 0{,}0609 = 6{,}09\%$$

i_2=6,09%

Esto significa que es indiferente aplicar un 3% trimestral o un 6,09% semestral en la capitalización compuesta.

d. i_6=4%

Forma 1:

$$i = (1+i_k)^k - 1$$

$$i = (1+i_6)^6 - 1 = (1+0{,}04)^6 - 1 = 0{,}265319$$

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_2 = (1+0{,}265319)^{1/2} - 1 = 0{,}124864 = 12{,}486\%$$

Forma 2:

$$i_{k'} = (1+i_k)^{k/k'} - 1$$

$$i_2 = (1+i_6)^{6/2} - 1 = (1+0{,}04)^3 - 1 = 0{,}124864 = 12{,}486\%$$

i_2=12,486%

Esto significa que es indiferente aplicar un 4% bimensual o un 12,486% semestral en la capitalización compuesta.

4. Si el TAE es el 12%, calcular los tipos de interés efectivos semestral, trimestral y mensual equivalentes y los respectivos tipos de interés nominales.

$i = 12\%$

i_k ?

J_k ?

Capitalización compuesta semestral (k=2):

a. Tipo de Interés Efectivo Semestral: (i_2)

Se tiene que aplicar la siguiente fórmula:

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_2 = (1+i)^{1/k} - 1 \Rightarrow i_2 = (1+0{,}12)^{1/2} = 1{,}12^{1/2} - 1 = 1{,}058301 - 1 = 0{,}058301 = 5{,}8301\%$$

i_2=5,83%

b. Tipo de Interés Nominal Semestral: (J_2)

Se tiene que aplicar la siguiente fórmula:

$$J_k = \left((1+i)^{1/k} - 1\right) \cdot k$$

$$J_2 = \left((1+i)^{1/k} - 1\right) \cdot k \Rightarrow i_2 = \left((1+0{,}12)^{1/2} - 1\right) \cdot 2 = 0{,}058301 \cdot 2 = 0{,}116601 = 11{,}66\%$$

El tanto de interés nominal se puede calcular también multiplicando el tipo de interés efectivo semestral por k. Es decir:

$$J_k = i_k \cdot k$$

$$J_2 = i_k \cdot k \Rightarrow i_2 = i_2 \cdot 2 = 0{,}058301 \cdot 2 = 0{,}116601 = 11{,}66\%$$

J_2=11,66%

Capitalización compuesta trimestral (k=4):

a. Tipo de Interés Efectivo Trimestral: (i_4)

Se tiene que aplicar la siguiente fórmula:

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_4 = (1+i)^{1/k} - 1 \Rightarrow i_4 = (1+0{,}12)^{1/4} = 1{,}12^{1/4} - 1 = 1{,}028737 - 1 = 0{,}028737 = 2{,}8737$$

i_4=2,874%

b. Tipo de Interés Nominal Trimestral: (J_4)

Se tiene que aplicar la siguiente fórmula:

$$J_k = \left((1+i)^{1/k} - 1\right) \cdot k$$

$$J_4 = \left((1+i)^{1/k} - 1\right)\cdot k \Rightarrow i_4 = \left((1+0{,}12)^{1/4} - 1\right)\cdot 4 = 0{,}028737\cdot 4 = 0{,}114949 = 11{,}4949\%$$

El tanto de interés nominal se puede calcular también multiplicando el tipo de interés efectivo semestral por k. Es decir:

$$J_k = i_k \cdot k$$

$$J_2 = i_k \cdot k \Rightarrow i_2 = i_2 \cdot 2 = 0{,}028737\cdot 4 = 0{,}114949 = 11{,}4949\%$$

J_4=11,495%

Capitalización compuesta mensual (k=12):

a. Tipo de Interés Efectivo Mensual: (i_{12})

Se tiene que aplicar la siguiente fórmula:

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_{12} = (1+i)^{1/k} - 1 \Rightarrow i_{12} = (1+0{,}12)^{1/12} = 1{,}12^{1/12} - 1 = 1{,}009489 - 1 = 0{,}009489 = 0{,}9489\%$$

i_{12}=0,949%

b. Tipo de Interés Nominal Mensual: (J_{12})

Se tiene que aplicar la siguiente fórmula:

$$J_k = \left((1+i)^{1/k} - 1\right)\cdot k$$

$$J_{12} = \left((1+i)^{1/k} - 1\right)\cdot k \Rightarrow i_{12} = \left((1+0{,}12)^{1/12} - 1\right)\cdot 12 = 0{,}009489\cdot 12 = 0{,}113866 = 11{,}3866\%$$

El tanto de interés nominal se puede calcular también multiplicando el tipo de interés efectivo semestral por k. Es decir:

$$J_k = i_k \cdot k$$

$$J_2 = i_k \cdot k \Rightarrow i_2 = i_2 \cdot 2 = 0{,}009489\cdot 12 = 0{,}113866 = 11{,}3866\%$$

J_{12}=11,387%

5. **Conocido el 5% de interés efectivo semestral en régimen de capitalización compuesta, determinar el tanto nominal semestral y el tanto efectivo anual equivalentes.**

$i_2 = 5\%$

$J_2\,?$

$i\,?$

Tanto nominal semestral (J_2):

$$J_k = i_k \cdot k$$

$$J_k = i_k \cdot k \Rightarrow J_2 = i_2 \cdot 2 = 0{,}05\cdot 2 = 0{,}1 = 10\%$$

J_2=10%

Tanto efectivo anual (i):

$$i = (1 + i_k)^k - 1$$

$$i = (1 + i_k)^k - 1 \Rightarrow i = (1 + i_2)^2 - 1 \Rightarrow i = (1 + 0{,}05)^2 - 1 \Rightarrow i = 1{,}1025 - 1 = 0{,}1025 = 10{,}25\%$$

i_2=10,25%

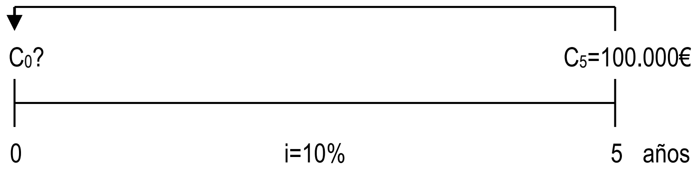
6. Un capital de 100.000€ es disponible dentro de cinco años, pero se realiza su cobro inmediato en una determinada entidad que ha aplicado el 10% anual compuesto de interés. Calcular el cobro.

$C_5 = 100.000€$

$t = 5$ años

$i = 10\%$ anual compuesto

$C_0\,?$



$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i)^n}$$

$$C_0 = \frac{100.000}{(1 + 0{,}1)^5} = 62.092{,}13€$$

E=C_0=62.092,13€

7. Sabemos que por un capital disponible dentro de cinco años, hoy se ha realizado un cobro de 62.092,13€, siendo el tanto de interés aplicado el 10% compuesto anual. Calcular el valor del capital y el valor del descuento.

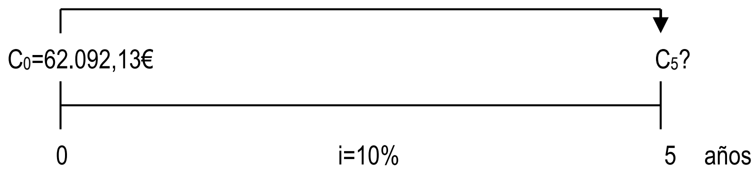
$t = 5$ años

$C_0 = 62.092{,}13€$

$i = 10\%$ anual compuesto

$C_5\,?$

$D_r\,?$



$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

$$C_n = 62.092{,}13 \cdot (1 + 0{,}1)^5 = 100.000€$$

Hay dos formas de calcular el descuento:

1ª forma:

Por diferencia entre el capital final y el capital inicial:

$$D_r = C_n - C_0$$

$$D_r = C_5 - C_0 = 100.000 - 62.092{,}13 = 37.907{,}87€$$

2ª forma:

Por la fórmula directa:

$$D_r = C_n \cdot \left(1-(1+i)^{-n}\right)$$

$$D_r = C_5 \cdot \left(1-(1+i)^{-n}\right) = 100.000 \cdot \left(1-(1+0,1)^{-5}\right) = 100.000 \cdot 0,3790787 = 37.907,87€$$

N=C$_n$=100.000€

D$_r$=37.907,87€

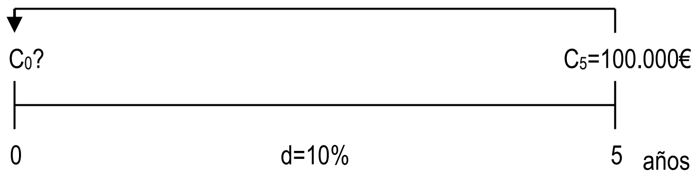
8. **Una letra de 100.000€ tiene un vencimiento dentro de cinco años. ¿Cuál será el importe a cobrar en caso de que se quiera adelantar el cobro a este momento, sabiendo que se aplica el 10% anual compuesto de descuento?**

$C_5 = 100.000€$

$t = 5$ años

$d = 10\%$ anual compuesto

C_0 ?



$$C_0 = C_n \cdot (1-d)^n$$

$$C_0 = 100.000 \cdot (1-0,1)^5 = 59.049€$$

E=C$_0$=59.049€

9. **Sabemos que una letra tiene por vencimiento dentro de cinco años, y hoy se ha realizado su cobro por importe de 59.049€, siendo el tanto de descuento compuesto del 10%. Calcular el valor del descuento total.**

$t = 5$ años

$C_0 = 59.049€$

$d = 10\%$ anual compuesto

D_r ?

Primero hay que calcular C_5.

$$C_0 = C_n \cdot (1-d)^n$$

$$C_n = \frac{C_0}{(1-d)^n}$$

$$C_5 = \frac{59.049}{(1-0,1)^5} = 100.000€$$

Hay dos formas de calcular el descuento:

1ª forma:

Por diferencia entre el capital final y el capital inicial:

$$D_r = C_n - C_0$$

$$D_r = C_5 - C_0 = 100.000 - 59.049 = 40.951€$$

2ª forma:

Por la fórmula directa:

$$D_c = C_n \cdot \left(1-(1-d)^n\right)$$

$$D_c = C_5 \cdot \left(1-(1-d)^n\right) = 100.000 \cdot \left(1-(1-0{,}1)^5\right) = 40.951€$$

D_c=40.951€

10. Calcular el nominal de una letra que vence dentro de dos años, si su valor descontado al tanto de descuento compuesto del 12% es 61.952€.

$t = 2$ años

$C_0 = 61.952€$

$d = 12\%$ anual compuesto

$N = C_2\,?$

$$C_0 = C_n \cdot (1-d)^n$$

$$C_n = \frac{C_0}{(1-d)^n}$$

$$C_2 = \frac{C_0}{(1-d)^n} = \frac{61.952}{(1-0{,}12)^2} = 80.000€$$

N=C_2=80.000€

11. Una empresa posee a día de hoy un efecto comercial a cobrar de 10.000€, emitido por el tráfico normal de su actividad. Calcular el capital efectivo y el descuento que se obtiene al descontarlo en tres años al tipo de descuento compuesto 9% anual.

$C_3 = 100.000€$

$t = 5$ años

$d = 9\%$ anual compuesto

$C_0\,?$

$D_c\,?$

$$C_0 = C_n \cdot (1-d)^n$$

$$C_0 = C_3 \cdot (1-d)^n = 10.000 \cdot (1-0{,}09)^3 = 7.535{,}71€$$

Hay dos formas de calcular el descuento:

<u>1ª forma:</u>

Por diferencia entre el capital final y el capital inicial:

$D_r = C_n - C_0$

$D_r = C_3 - C_0 = 10.000 - 7.535{,}71 = 2.464{,}29€$

<u>2ª forma:</u>

Por la fórmula directa:

$D_c = C_n \cdot \left(1-(1-d)^n\right)$

$D_c = C_3 \cdot \left(1-(1-d)^n\right) = 10.000 \cdot \left(1-(1-0{,}09)^3\right) = 10.000 \cdot 0{,}246429 = 2.464{,}29€$

C_0=E=7.535,71€

D_r=2.464,29€

12. Se tienen 3 capitales de 50.000€, 80.000€ y 150.000€ con vencimiento a los tres, cuatro y cinco años, respectivamente. Se desea sustituir por un único con vencimiento a los 7 años. A cuánto ascenderá el capital único, si el tipo de interés que se aplica es del 10% anual compuesto.

$C_1 = 50.000€$

$t_1 = 3$ años

$C_2 = 80.000€$

$t_2 = 4$ años

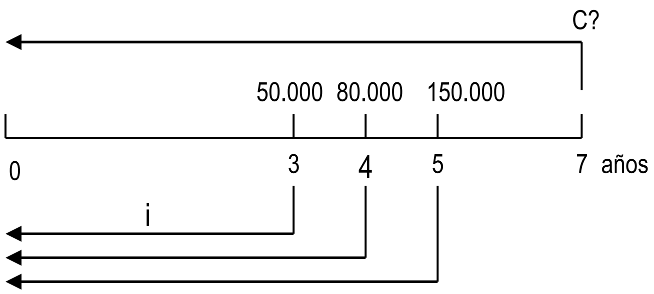
$C_3 = 150.000€$

$t_3 = 5$ años

$t = 7$ años

$i = 10\%$

C ?



Actualizamos los 3 capitales a sustituir por uno único. Para ello aplicamos la fórmula de actualización del descuento racional.

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$E_1 = C'_1 = \frac{C_1}{(1+i)^3} = \frac{50.000}{(1+0{,}1)^3} = 37.565{,}74€$$

$$E_2 = C'_2 = \frac{C_2}{(1+i)^4} = \frac{80.000}{(1+0,1)^4} = 54.641,08€$$

$$E_3 = C'_3 = \frac{C_3}{(1+i)^5} = \frac{150.000}{(1+0,1)^5} = 93.138,20€$$

$$C' = C'_1 + C'_2 + C'_3 = 37.565,74 + 54.641,08 + 93.138,20 = 185.345,02€$$

Actualizamos ahora el capital único que vence dentro de 7 años:

$$E = C' = \frac{C}{(1+i)^7} = \frac{C}{(1+0,1)^7}$$

Sabemos que ese efectivo tiene que ser igual a la suma de los tres efectivos anteriores. Es decir:

$$185.345,02 = \frac{C}{(1+0,1)^7} \Rightarrow 185.345,02 = \frac{C}{1,948717} \Rightarrow C = 185.345,02 \cdot 1,948717 = 361.185€$$

C=361.185€

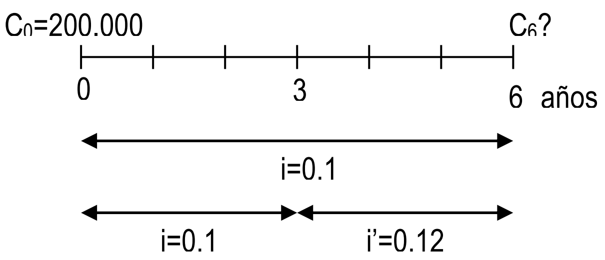
13. Una persona impone 200.000€ durante seis años al 10% de interés compuesto. Al cabo de tres años, por disposición legal, se eleva el tipo de interés en las imposiciones a plazo fijo, al 12% anual. Se desea saber al término de los seis años cuál ha sido el capital retirado y cuál hubiese sido de no haberse producido la modificación indicada.

$C_0 = 200.000€$

$n = 6$ años

$i = 0,1$

Cuando $n = 3$ años $\Rightarrow i' = 0,12$



Después de la modificación:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

$$C_3 = 200.000 \cdot (1+0,1)^3 = 266.200€$$

$$C_6 = 266.200 \cdot (1+0,12)^3 = 373.991,83€$$

Antes de la modificación:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

$$C_6 = 200.000 \cdot (1+0,1)^6 = 354.312,2€$$

C_6=373.991,83 después de la modificación

C_6=354.312,2 antes de la modificación

14. Un capital de cuantía C impuesto en un banco que capitaliza trimestralmente durante diez años, se ha convertido en un capital de cuantía 4C. Calcule:

a. El tanto efectivo anual.

b. El tanto trimestral.

c. El tanto nominal anual.

C?

Capitalización trimestral $\Rightarrow i_4$

n=10 años

C_{10}=4C

a. $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$

$$C_{10} = C_0 \cdot (1+i)^{10} \Rightarrow 4\cancel{C} = \cancel{C} \cdot (1+i)^{10} \Rightarrow 4 = (1+i)^{10} \Rightarrow \sqrt[10]{4} = \sqrt[10]{(1+i)^{10}} \Rightarrow 1{,}148698 = 1+i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i = 1{,}148698 - 1 \Rightarrow i = 0{,}148698 = 14{,}87\%$$

i=14,87%

b. Teniendo el tanto anual podemos calcular el tanto trimestral equivalente

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_4 = (1+0{,}148698)^{1/4} - 1 = 1{,}035265 - 1 = 0{,}035265 = 3{,}53\%$$

i_4=3,53%

c. Teniendo el tanto anual podemos calcular el tanto nominal anual equivalente a partir del tanto anterior:

$$J_k = i_k \cdot k$$

$$J_4 = i_4 \cdot 4 = 0{,}035265 \cdot 4 = 0{,}14106 = 14{,}11\%$$

J_4=14,11%

15. Calcular el capital a entregar hoy para cancelar una deuda con vencimiento dentro de cinco años por importe de 100.000€ en los siguientes casos:

a. Si el tanto de interés trimestral compuesto es el 3%.

b. Si el tanto de descuento trimestral compuesto es el 3%.

C_0?

C_5=100.000€

n=5 años

a. i_3=3%

Se trata de un descuento racional. Lo primero que hacemos es hallar su equivalente:

$$i = (1+i_k)^k - 1$$

$$i = (1+i_4)^4 - 1 = (1+0{,}03)^4 - 1 = 1{,}125509 - 1 = 0{,}125509$$

Ya podemos calcular el efectivo:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$C_0 = \frac{C_5}{(1+i)^5} = \frac{100.000}{(1+0{,}125509)^5} = \frac{100.000}{1{,}806113} = 55.367{,}52€$$

C_0=55.367,52€

b. d_3=3%

Se trata de un descuento comercial. Lo que tenemos que hacer en este caso es expresar los 5 años en trimestres. Es decir, 5 años son 20 trimestres. Ya podemos calcular el efectivo:

$$C_0 = C_n \cdot (1-d)^n$$

$$C_0 = C_{20} \cdot (1-0{,}03)^{20} = 100.000 \cdot 0{,}543794 = 54{,}379{,}40€$$

C_0=54.379,40€

16. Se tienen tres capitales de 54.280€, 84.620€ y 109.420€ con vencimiento a los cuatro, cinco y seis años, respectivamente, y se desean sustituir por uno único con vencimiento a los siete años. ¿A cuánto deberá ascender el mismo? El tipo que se aplica es del 14% anual a interés compuesto.

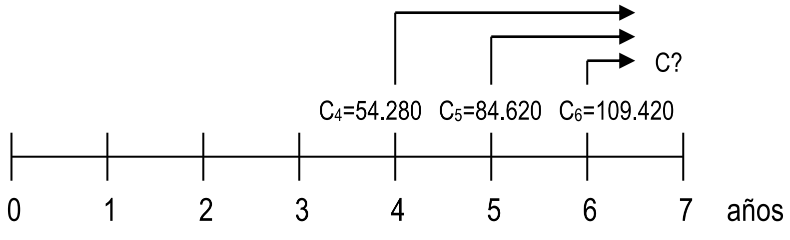
C_1=54.280€

C_2=84.620€

C_3=109.420€

i=14%

C?



Se trata de un capital común, por lo que podemos directamente aplicar la fórmula de capital común en descuento racional:

$$C = \sum_{s=1}^{n} \frac{C_s}{(1+i)^{t_s}} \cdot (1+i)^t$$

$$C=\left[\frac{C_1}{(1+i)^{t_1}}+\frac{C_2}{(1+i)^{t_2}}+\frac{C_3}{(1+i)^{t_3}}\right]\cdot(1+i)^t=\left[\frac{54.280}{(1+0{,}14)^4}+\frac{84.620}{(1+0{,}14)^5}+\frac{109.420}{(1+0{,}14)^6}\right]\cdot(1+0{,}14)^7=$$

$$=\left[\frac{54.280}{1{,}688960}+\frac{84.620}{1{,}925415}+\frac{109.420}{2{,}194973}\right]\cdot 2{,}502269=[32.138{,}12+43.948{,}97+49.850{,}27]\cdot 2{,}502269=$$

$$=[32.138{,}12+43.948{,}97+49.850{,}27]\cdot 2{,}502269=125.937{,}36\cdot 2{,}502269=315.129{,}15€$$

C=315.129,15€

PROBLEMAS CON SOLUCIÓN NIVEL I

TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

1. **¿A cuánto asciende la suma de los 40 términos de una progresión aritmética cuyo primer término es igual a 50 y la diferencia entre un término y su sucesivo es igual a 10 unidades?**

   La fórmula para calcular los n términos de una progresión aritmética es:

   $$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

   Para ello hay que calcular el valor de a_{40}:

   $$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

   $$a_{40} = 50 + (40-1) \cdot 10 = 440$$

   Ya podemos calcular la suma de los 40 términos de la progresión:

   $$S = \frac{50 + 440}{2} \cdot 40 = 9.800$$

   S=9.800

2. **¿Cuál sería la suma de una progresión geométrica de 9 términos, cuyo primer término es igual a 6.000.000 y su razón es 0,25?, ¿y si la razón fuese 1,5?**

   La fórmula general para la suma de los n términos de una progresión geométrica de razón decreciente, ya que la razón de la progresión en el primer caso es igual a 0,25, es:

   $$S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$$

   Y la fórmula para calcular el término n-ésimo de la progresión geométrica es:

   $$a_n = a_0 \cdot r^{(n-1)}$$

   $$a_9 = 6.000.000 \cdot 0{,}25^{(9-1)} = 91{,}552734$$

   Ya podemos calcular la suma de los 9 términos de la progresión:

   $$S = \frac{6.000.000 - 91{,}552734 \cdot 0{,}25}{1 - 0{,}25} = 7.999.969{,}48$$

   S=7.999.969,48

   En el segundo caso, la fórmula general para la suma de los n términos de una progresión geométrica de razón creciente, ya que la razón de la progresión es igual a 1,5, es:

$$S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

Y la fórmula para calcular el término n-ésimo de la progresión geométrica con esta nueva razón es:

$$a_9 = 6.000.000 \cdot 1{,}50^{(9-1)} = 153.773.437{,}50$$

Ya podemos calcular la suma de los 9 términos de la progresión:

$$S = \frac{153.773.437{,}50 \cdot 1{,}5 - 6.000.000}{1{,}5 - 1} = 449.320.312{,}50$$

S=449.320.312,50€

3. Calcular los valores actual y final de una renta temporal prepagable e inmediata de cuantía constante de 500€ si la duración de la misma es de 10 periodos y se valora a un tipo de interés compuesto del 6%. Comprobar dichos valores a través de la mima renta, pero pospagable. Determinar la relación entre los valores actual y final obtenidos.

500	500	500	500	500	500	500	500	500	500		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	períodos

Se trata de una renta constante no unitaria, temporal, prepagable, inmediata y entera

$$\ddot{A}_{\overline{n|}i} = c \cdot (1+i) \cdot a_{\overline{n|}i}$$

$$a_{\overline{n|}i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a_{\overline{n|}i} = \frac{1-(1+0{,}06)^{-10}}{0{,}06} = 7{,}360087$$

$$\ddot{A}_{\overline{n|}i} = 500 \cdot (1+0{,}06) \cdot 7{,}360087 = 3.900{,}85€$$

Prepagable: V_0=3.900,85€

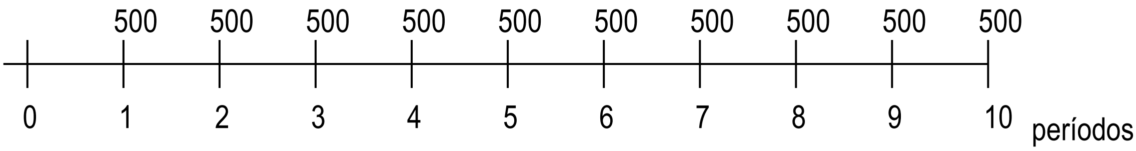
$$\ddot{S}_{\overline{n|}i} = c \cdot s_{\overline{n|}i} \cdot (1+i)$$

$$s_{\overline{n|}i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$s_{\overline{n|}i} = \frac{(1+0{,}06)^{10} - 1}{0{,}06} = 13{,}180795$$

$$\ddot{S}_{\overline{n|}i} = 500 \cdot 13{,}180795 \cdot (1+0{,}06) = 6.985{,}82€$$

Prepagable: V_{10}=6.985,82€



Se trata de una renta constante no unitaria, temporal, pospagable, inmediata y entera. Hay dos formas de calcularlo:

Forma 1: Por el valor actual de una renta constante no unitaria, temporal, pospagable, inmediata y entera:

$$A_{\overline{n|}i} = c \cdot a_{\overline{n|}i}$$

$$a_{\overline{n|}i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a_{\overline{n|}i} = \frac{1-(1+0{,}06)^{-10}}{0{,}06} = 7{,}360087$$

$$A_{\overline{n|}i} = 500 \cdot 7{,}360087 = 3.680{,}04€$$

Forma 2: Dividiendo por (1+i) el valor actual de su correspondiente renta pospagable:

$$A_{\overline{n|}i} = \frac{\ddot{A}_{\overline{n|}i}}{1+i}$$

$$A_{\overline{n|}i} = \frac{3.900{,}85}{1+0{,}06} = 3.680{,}05€$$

Pospagable: V_0=3.680,04€

Forma 1: Por el valor final de una renta constante no unitaria, temporal, pospagable, inmediata y entera:

$$S_{\overline{n|}i} = c \cdot s_{\overline{n|}i}$$

$$s_{\overline{n|}i} = \frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$s_{\overline{n|}i} = \frac{(1+0{,}06)^{10}-1}{0{,}06} = 13{,}180795$$

$$S_{\overline{n|}i} = 500 \cdot 13{,}180795 = 6.590{,}40€$$

Forma 2: Dividiendo por (1+i) el valor final de su correspondiente renta pospagable:

$$S_{\overline{n|}i} = \frac{\ddot{S}_{\overline{n|}i}}{1+i}$$

$$S_{\overline{n}|i} = \frac{6.985,82}{1+0,06} = 6.590,40€$$

Pospagable: V_{10}=6.590,40€

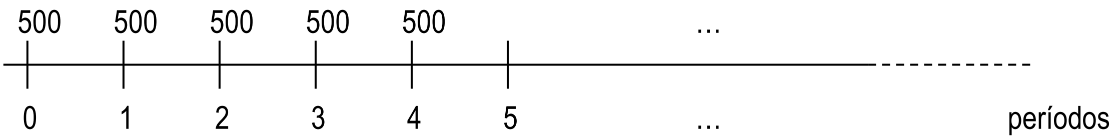
Si se capitaliza el valor actual 10 años, se debe llegar al mismo resultado anterior:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

$$S_{\overline{n}|i} = A_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^n$$

$$S_{\overline{n}|i} = 3.680,04 \cdot (1+0,06)^{10} = 6.590,39€$$

4. Calcular el valor actual de una renta prepagable de cuantía constante anual de 500€ si su duración es indefinida y el tanto de valoración es el 7%.

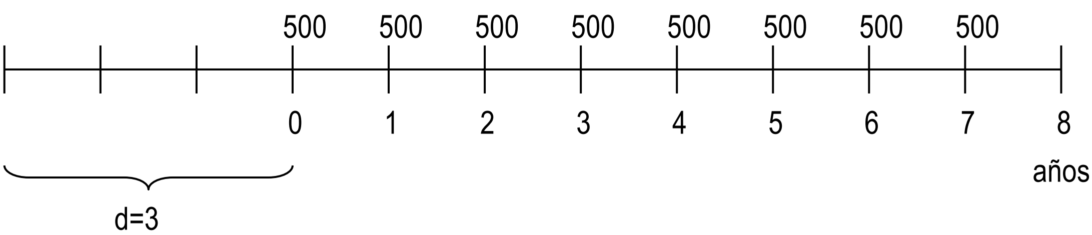


$$\ddot{A}_{\overline{\infty}|i} = c \cdot \frac{1+i}{i}$$

$$\ddot{A}_{\overline{\infty}|i} = 500 \cdot \frac{1+0,07}{0,07} = 7.642,86€$$

V_0=7.642,86€

5. Se desea calcular el valor actual de una renta prepagable de cuantía constante, siendo la anualidad de 500€. La duración es de 8 años y el tipo de interés efectivo anual es del 6,5% si ésta tiene un diferimiento de 3 años.



Se trata de una renta constante no unitaria, temporal, pospagable, diferida y entera.

$$ {}^{d/}\ddot{A}_{\overline{n}|i} = c \cdot \frac{1}{(1+i)^{d-1}} \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-(1+0{,}065)^{-8}}{0{,}065} = 6{,}088751$$

$$d/\ddot{A}_{\overline{n}|i} = 500 \cdot \frac{1}{(1+0{,}065)^{3-1}} \cdot 6{,}088751 = 2.684{,}10€$$

V_0=2.684,10€

6. ¿Qué cantidad depositaremos en una institución financiera que opera al 16% de interés compuesto anual, para recibir al principio de cada año, durante los próximos 8 años una renta de 3.005,06€?

Nos pide el valor inicial de una renta constante, temporal, prepagable, inmediata y entera, de las siguientes características:

3.005,06 3.005,06 3.005,06 3.005,06 3.005,06 3.005,06 3.005,06 3.005,06

0 1 2 3 4 5 6 7 8 años

$$\ddot{A}_{\overline{n}|i} = c \cdot (1+i) \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a_{\overline{8}|0{,}16} = \frac{1-(1+0{,}16)^{-8}}{0{,}16} = 4{,}343591$$

$$\ddot{A}_{\overline{8}|0{,}16} = 3.500{,}06 \cdot (1+0{,}16) \cdot 4{,}343591 = 15.141{,}19€$$

Imposición=15.141,19€

7. ¿Qué valor actual tendrá una finca rústica si su alquiler anual es prepagable y asciende a 19.232,39€, el tipo de interés del mercado es del 12% anual y el interés es a perpetuidad?

19.232,39 19.232,39 19.232,39 19.232,39 19.232,39 …

0 1 2 3 4 … años

Es una renta constante, perpetua, prepagable, inmediata y entera.

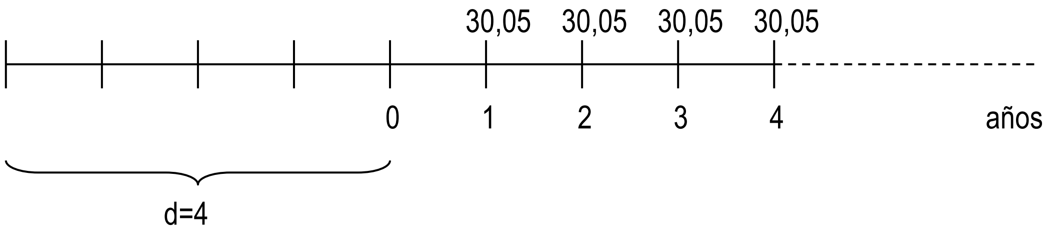
$$\ddot{A}_{\overline{\infty}|i} = c \cdot \frac{1+i}{i}$$

$$\ddot{A}_{\overline{\infty}|0,12} = 19.232,39 \cdot \frac{1+0,12}{0,12} = 179.502,31€$$

V_0=179.502,31€

8. Calcular el valor actual de una renta pospagable, constante de 30,05€ anuales, si su duración es perpetua y el rédito de la operación financiera anual es del 12% con un diferimiento de 4 años.

Se trata de una renta constante, pospagable, perpetua, diferida y entera.



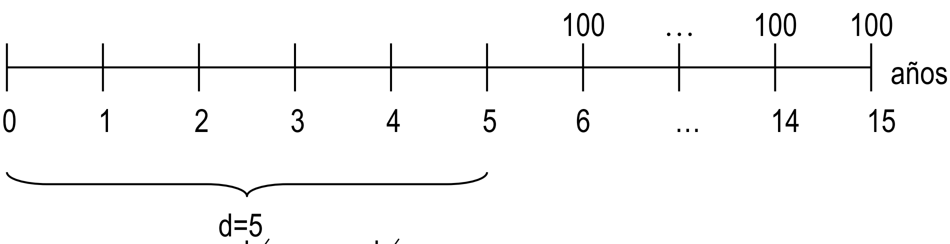
$${}^{d}/A_{\overline{\infty}|i} = \frac{A_{\overline{\infty}|i}}{(1+i)^d} = \frac{c}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^d}$$

$${}^{4}/A_{\overline{\infty}|0,12} = \frac{A_{\overline{\infty}|0,12}}{(1+0,12)^4} = \frac{30,05}{0,12} \cdot \frac{1}{(1+0,12)^4} = 159,14€$$

V_0=159,14€

9. Hallar el valor actual de una renta pospagable de 10 pagos, anualidad de 100€ y tanto de valoración del 5% sabiendo que comenzaremos a devengarla dentro de 5 años.

Se trata de una renta constante, temporal, prepagable, diferida y entera.



$${}^{d}/A_{\overline{n}|i} = c \cdot {}^{d}/a_{\overline{n}|i}$$

$${}^{d}/a_{\overline{n}|i} = \frac{a_{\overline{n}|i}}{(1+i)^d}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a_{\overline{10}|0,05} = \frac{1-(1+0,05)^{-10}}{0,05} = 7,721735$$

$$ {}^{5}/a_{\overline{10|}0,05} = \frac{a_{\overline{10|}0,05}}{(1+0,05)^5} = \frac{7,721735}{(1+0,05)^5} = 6,050181 $$

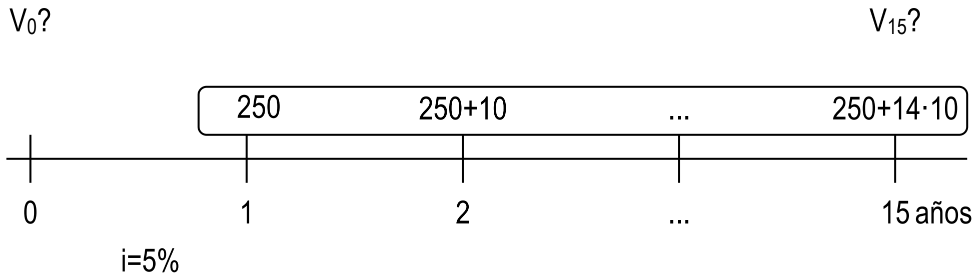
$$ {}^{5}/A_{\overline{10|}0,05} = 100 \cdot {}^{5}/a_{\overline{10|}0,05} = 100 \cdot 6,050181 = 605,02€ $$

V_0=605,02€

PROBLEMAS CON SOLUCIÓN NIVEL I

TEMA 7: RENTAS VARIABLES

1. Determinar el valor actual y final de una renta pospagable de 15 términos, sabiendo que la cuantía del primer término es de 250€, y los siguientes aumentan cada año en 10€, siendo el tipo de interés anual del 5%.



Se trata de una renta variable en progresión aritmética de razón d=10, pospagable, temporal, inmediata y entera, por lo que aplicaremos su correspondiente fórmula:

Valor actual:

$$A_{(c;\,d)\ \overline{n|}\,i} = \left(c + \frac{d}{i} + nd\right) \cdot a_{\overline{n|}\,i} - \frac{nd}{i}$$

$$A_{(250;10)\ \overline{15|}\,0{,}05} = \left(250 + \frac{10}{0{,}05} + 15 \cdot 10\right) \cdot a_{\overline{15|}\,0{,}05} - \frac{15 \cdot 10}{0{,}05}$$

$$a_{\overline{n|}\,i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a_{\overline{15|}\,0{,}05} = \frac{1-(1+0{,}05)^{-15}}{0{,}05} = 10{,}379658$$

$$A_{(250;10)\ \overline{15|}\,0{,}05} = \left(250 + \frac{10}{0{,}05} + 15 \cdot 10\right) \cdot 10{,}379658 - \frac{15 \cdot 10}{0{,}05} = 3.227{,}79€$$

V_0=3.227,79€

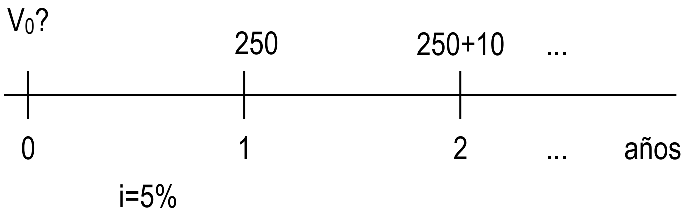
Valor final:

$$S_{(c;\,d)\ \overline{n|}\,i} = (1+i)^{n} \cdot A_{(c;\,d)\ \overline{n|}\,i}$$

$$S_{(250;10)\ \overline{15|}\,0{,}05} = (1+0{,}05)^{15} \cdot 3.227{,}79 = 6.710{,}34€$$

V_{15}=6.710,34€

2. Determinar el valor actual de una renta perpetua pospagable, sabiendo que la cuantía del primer término es de 250€, y los siguientes aumentan cada año en 10€, siendo el tipo de interés anual del 5%.



Se trata de una renta variable en progresión aritmética de razón d=10, pospagable, perpetua, inmediata y entera, por lo que aplicaremos su correspondiente fórmula para calcular el valor actual:

$$A_{(c;d)\,\overline{\infty}|i} = \left(c + \frac{d}{i}\right) \cdot \frac{1}{i}$$

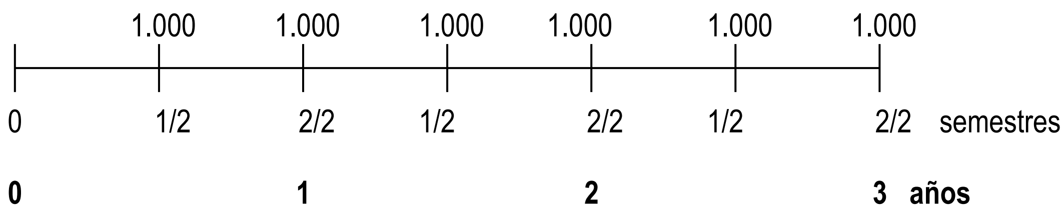
$$A_{(250;10)\,\overline{\infty}|0,05} = \left(250 + \frac{10}{0,05}\right) \cdot \frac{1}{0,05} = 9.000€$$

V_0=9.000€

3. Calcular el valor actual y final de la siguiente renta:

- **Términos semestrales pospagables de 1.000 euros.**
- **Duración: 3 años.**
- **Tipo de interés: 10% efectivo anual.**

<u>Valor actual</u>:



Se trata de una renta constante, pospagable, temporal, inmediata y fraccionada, por lo que podemos resolverla por dos métodos:

Calculamos el interés «i_2» de frecuencia semestral a partir del tanto efectivo anual «i». Para ello utilizamos la fórmula que los relaciona y, posteriormente, la fórmula de una renta constante, inmediata, temporal, pospagable y entera (porque ya la habremos forzado a ser entera al hacer coincidir el período del término con el del tanto de capitalización), teniendo en cuenta que ahora trabajamos con «n•k» períodos, es decir con 2·3=6 períodos. Así:

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_2 = (1+0{,}10)^{1/2} - 1 = 0{,}048809$$

El valor actual de este tipo de renta es:

$$A_{\overline{n}|i} = c \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Así:

$$A_{\overline{6}|0{,}048809} = 1.000 \cdot a_{\overline{6}|0{,}048809}$$

$$a_{\overline{6}|0{,}048809} = \frac{1-(1+0{,}048809)^{-6}}{0{,}048809} = 5{,}095082$$

$$A_{\overline{6}|0{,}048809} = 1.000 \cdot 5{,}095082 = 5.095{,}82€$$

V_0=5.095,82€

Valor final:

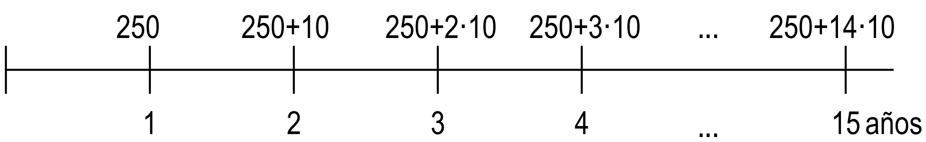
El valor final de cualquier renta una vez conocido el valor actual se calcula capitalizando su valor los períodos que sea:

$$V_n = V_0 \cdot (1+i)^n$$

$$V_6 = 5.095{,}82 \cdot (1+0{,}048809)^6 = V_3 = 5.095{,}82 \cdot (1+0{,}10)^3 = 6.782{,}54€$$

V_3=6.782,54€

4. Determinar el valor actual de una renta pospagable de 15 términos anuales sabiendo que la cuantía del primer término es de 250€ y los siguientes aumentan cada año 10€. El tipo de interés es del 5% anual.



Se trata de una renta variable en progresión aritmética de razón d=10, pospagable, temporal, inmediata y entera. Para calcular su valor actual aplicamos la correspondiente fórmula:

$$A_{(c;d)\,\overline{n|}\,i} = \left(c + \frac{d}{i} + nd\right) \cdot a_{\overline{n|}\,i} - \frac{nd}{i}$$

$$A_{(250;10)\,\overline{15|}\,0{,}05} = \left(250 + \frac{10}{0{,}05} + 15 \cdot 10\right) \cdot a_{\overline{15|}\,0{,}05} - \frac{15 \cdot 10}{0{,}05}$$

$$a_{\overline{n|}\,i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

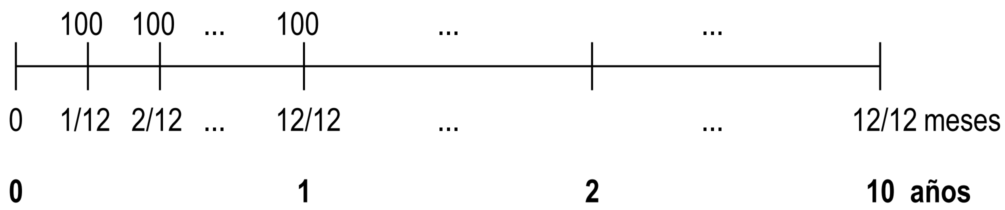
$$a_{\overline{15|}\,0{,}05} = \frac{1-(1+0{,}05)^{-15}}{0{,}05} = 10{,}379658$$

$$A_{(250;10)\,\overline{15|}\,0{,}05} = \left(250 + \frac{10}{0{,}05} + 15 \cdot 10\right) \cdot 10{,}379658 - \frac{15 \cdot 10}{0{,}05} = 3.227{,}79€$$

V_0=3.227,79€

5. Determinar el valor actual de una renta de 100€ mensuales y 10 años de duración si el tanto anual es del 6% en los supuestos:

a. Percepción al final de cada mes.



Se trata de una renta constante, pospagable, temporal, inmediata y fraccionada, por lo que podemos resolverla por dos métodos:

Calculamos el interés «i_{12}» de frecuencia mensual a partir del tanto efectivo anual «i». Para ello utilizamos la fórmula que los relaciona y, posteriormente, la fórmula de una renta constante, inmediata, temporal, pospagable y entera (porque ya la habremos forzado a ser entera al hacer coincidir el período del término con el del tanto de capitalización), teniendo en cuenta que ahora trabajamos con «n•k» períodos, es decir con 10·12=120 períodos. Así:

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_{12} = (1+0{,}06)^{1/12} - 1 = 0{,}004868$$

El valor actual de este tipo de renta es:

$$A_{\overline{n}|i} = c \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Así:

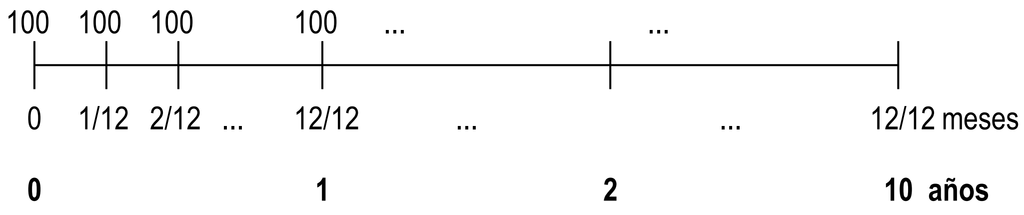
$$A_{\overline{120}|0{,}004868} = 100 \cdot a_{\overline{120}|0{,}004868}$$

$$a_{\overline{120}|0{,}004868} = \frac{1-(1+0{,}004868)^{-120}}{0{,}004868} = 90{,}722102$$

$$A_{\overline{120}|0{,}004868} = 100 \cdot 90{,}722102 = 9.072{,}21€$$

V_0=9.072,21€

b. Percepción al principio de cada mes.



Se trata de una renta constante, prepagable, temporal, inmediata y fraccionada, por lo que podemos resolverla por dos métodos:

Calculamos el interés «i_{12}» de frecuencia mensual a partir del tanto efectivo anual «i». Para ello utilizamos la fórmula que los relaciona y, posteriormente, la fórmula de una renta constante, inmediata, temporal, prepagable y entera (porque ya la habremos forzado a ser entera al hacer coincidir el período del término con el del tanto de capitalización), teniendo en cuenta que ahora trabajamos con «n•k» períodos, es decir con 10·12=120 períodos. Así:

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_{12} = (1+0{,}06)^{1/12} - 1 = 0{,}004868$$

El valor actual de este tipo de renta es:

$$\ddot{A}_{\overline{n}|i} = A_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)$$

$$A_{\overline{n}|i} = c \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Así:

$$\ddot{A}_{\overline{120}|0,004868} = A_{\overline{120}|0,004868} \cdot (1+0,004868)$$

$$A_{\overline{120}|0,004868} = 100 \cdot a_{\overline{120}|0,004868}$$

$$a_{\overline{120}|0,004868} = \frac{1-(1+0,004868)^{-120}}{0,004868} = 90,722102$$

$$A_{\overline{120}|0,004868} = 100 \cdot 90,722102 = 9.072,21€$$

$$\ddot{A}_{\overline{120}|0,004868} = 9.072,21 \cdot (1+0,004868) = 9.116,37€$$

V_0=9.116,37€

6. ¿Cuál será el precio de referencia en una subasta de una finca si la renta que cobramos adquiere la forma de una renta variable en progresión aritmética, inmediata, prepagable y perpetua, siendo su primer término de 2.500€ y aumentando los siguientes en 150€ mensuales? El interés de la operación financiera es del 12% anual.

Las características de la renta vienen definidas por el enunciado del problema. La única dificultad es que el tanto que nos dan es anual, por lo que lo tendremos que convertir en semestral.

2.500 2.500+150 ... 2.500+150^{12} ...

0 1/12 ... 12/12 ... 12/12 meses

0 1 ... años

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

$$i_{12} = (1+0,12)^{1/12} - 1 = 0,009489$$

El valor actual de ese tipo de renta se calcula así:

$$\ddot{A}_{(c;d)\,\overline{\infty}|i} = (1+i) \cdot A_{(c;d)\,\overline{\infty}|i}$$

$$A_{(c;\,d)\ \overline{\infty|}\,i} = \left(c + \frac{d}{i}\right)\cdot\frac{1}{i}$$

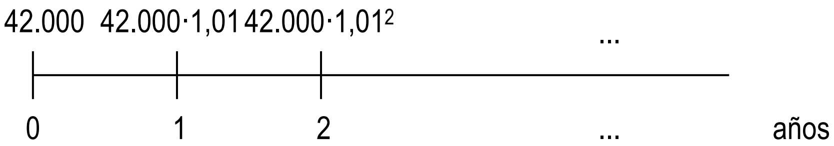
$$A_{(2.500;150)\ \overline{\infty|}\,0{,}009489} = \left(2.500 + \frac{150}{0{,}009489}\right)\cdot\frac{1}{0{,}009489} = 1.929.368€$$

$$\ddot{A}_{(2.500;150)\ \overline{\infty|}\,0{,}009489} = (1+0{,}009489)\cdot A_{(2.500;150)\ \overline{\infty|}\,0{,}009489} =$$
$$= (1+0{,}009489)\cdot 1.929.368 = 1.947.675{,}77€$$

P=1.947.675,77€

7. El Sr. Blasco desea comprar a su casero un local comercial, cuyo alquiler toma la forma de una renta variable en progresión geométrica, inmediata, prepagable y perpetua. Sabiendo que el primer término anual es de 42.000€, la razón 1,01 anual y el interés de la operación financiera el 10% efectivo anual, ¿cuál será el precio que ofertará a su casero?

Las características de la renta vienen definidas por el enunciado del problema.



El valor actual de ese tipo de renta se calcula así:

$$A_{(c;\,q)\ \overline{\infty|}\,i} = \frac{c}{1+i-q}$$

$$\ddot{A}_{(c;\,q)\ \overline{\infty|}\,i} = (1+i)\cdot A_{(c;\,q)\ \overline{\infty|}\,i}$$

$$A_{(42.000;1{,}01)\ \overline{\infty|}\,0{,}1} = \frac{42.000}{1+0{,}1-1{,}01} = 466.666{,}67€$$

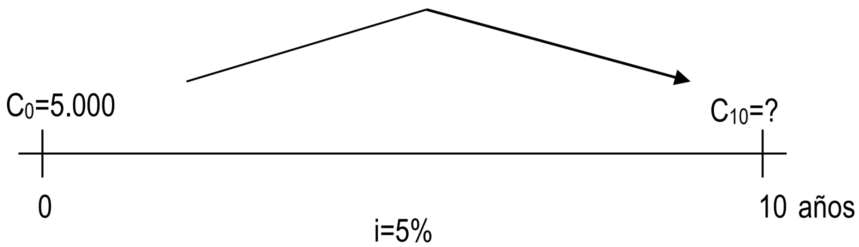
$$\ddot{A}_{(42.000;1{,}01)\ \overline{\infty|}\,0{,}1} = (1+0{,}1)\cdot A_{(42.000;1{,}01)\ \overline{\infty|}\,0{,}1} = (1+0{,}1)\cdot 466.666{,}67 = 513.333{,}33€$$

P=513.333,33€

PROBLEMAS CON SOLUCIÓN NIVEL I

TEMA 8: PRÉSTAMOS

1. ¿Cuál será el capital a devolver en un préstamo de 5.000€ mediante reembolso único sin pago periódico de intereses si se debe amortizar a los 10 años con un interés del 5% anual compuesto?



Tendrá que abonar el capital prestado más los intereses en régimen de capitalización compuesta. Es decir:

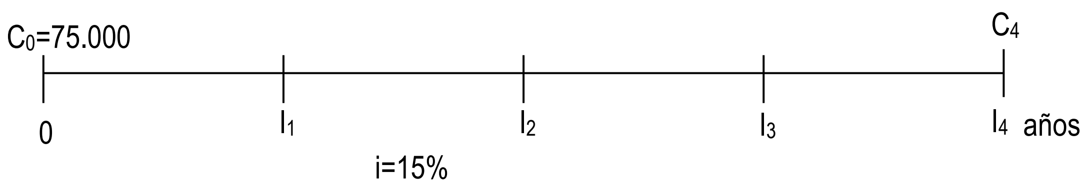
$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

$$C_{10} = 5.000 \cdot (1+0{,}05)^{10} = 8.144{,}47€$$

$$C_{10} = 8.144{,}47€$$

C_{10}=8.144,47€

2. Sea un préstamo americano de 75.000€, de duración 4 años y de interés anual compuesto del 15%. Determine el capital a devolver y el pago anual de intereses.



Los intereses que se abonan al final de cada año son:

$$I_n = C_0 \cdot i$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = 75.000 \cdot 0{,}15 = 11.250€$$

Además de los intereses, en el tercer año tiene que devolver los 75.000€.

C_4=75.000€

I=11.250€

3. Construir el cuadro de amortización de un préstamo de 10.000€, al 10% anual de interés compuesto, amortizable en 5 años, con cuotas de amortización constantes.

Primero hay que hallar el término amortizativo:

$$A = \frac{C_0}{n} = \frac{10.000}{5} = 2.000€$$

	(5)	(4)	(1)	(2)	(3)
Años	Térm. amor.	Cuota de interés	Cuota de amortización	Total amortizado	Capital vivo
0	-	-	-	-	10.000
1	3.000	1.000	2.000	2.000	8.000
2	2.800	800	2.000	4.000	6.000
3	2.600	600	2.000	6.000	4.000
4	2.400	400	2.000	8.000	2.000
5	2.200	200	2.000	10.000	0
Total	**13.000**	**3.000**	**10.000**	**10.000**	**0**

A=2.000€

4. Sea un préstamo de principal 300.000€, al 10% anual, amortizable en 3 años, que se amortiza mediante el método lineal. Se pide, sin realizar el cuadro de amortización:

a. El capital vivo al final del año 1.

$$C_k = C_0 - A \cdot k \Rightarrow C_1 = C_0 - A \cdot 1$$

$$A = \frac{C_0}{n} \Rightarrow A = \frac{300.000}{3} = 100.000€$$

$$C_1 = C_0 - A \cdot 1 = 300.000 - 100.000 \cdot 1 = 200.000€$$

C_1=200.000€

b. Calcular la cuota de interés del segundo año.

$$I_k = C_{k-1} \cdot i \Rightarrow I_2 = C_1 \cdot i$$

$$C_1 = 200.000$$

$$I_2 = C_1 \cdot i = 200.000 \cdot 0{,}1 = 20.000€$$

I_2=20.000€

c. El capital amortizado al final del año 2.

$$m_k = A \cdot k \Rightarrow m_2 = 100.000 \cdot 2 = 200.000€$$

m_2=200.000€

d. El término amortizativo del tercer año.

$$a_k = a_1 - (k-1) \cdot A \cdot i \Rightarrow a_3 = a_1 - (3-1) \cdot A \cdot i$$

$$a_1 = A + I_1$$

$$I_k = C_{k-1} \cdot i \Rightarrow I_1 = C_0 \cdot i = 300.000 \cdot 0,1 = 30.000€$$

$$a_1 = A + I_1 = 100.000 + 30.000 = 130.000€$$

$$a_3 = a_1 - (3-1) \cdot A \cdot i = 130.000 - 2 \cdot 100.000 \cdot 0,1 = 110.000€$$

a_3=110.000€

5. **Construir el cuadro de amortización de un préstamo de 25.000€ por el sistema francés, sabiendo que se canceló mediante entrega de cinco anualidades, devengando un interés del 6%.**

En primer lugar tendremos que calcular el término amortizativo:

$$a = \frac{C_0 \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a = \frac{C_0 \cdot i}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{25.000 \cdot 0,06}{1-(1+0,06)^{-5}} = 5.934,91€$$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Años	**Térm. amor.**	**Cuota de interés**	**Cuota de amortización**	**Total amortizado**	**Capital vivo**
0	-	-	-	-	25.000
1	5.934,91	1.500	4.434,91	4.434,91	20.565,09
2	5.934,91	1.233,91	4.701	9.135,91	15.864,09
3	5.934,91	951,85	4.983,06	14.118,97	10.881,03
4	5.934,91	652,86	5.282,05	19.401,02	5.598,98
5	5.934,91	335,93	5.598,98	25.000	0
Total	**29.674,55**	**4.674,55**	**25.000**	**25.000**	**0**

a=5.934,91€

6. **Se desea cancelar en 20 años un préstamo de 200.000€ por el sistema de francés de anualidades constantes, al tanto de valoración del 8%. Se pide:**

a. Determinar la anualidad.

En primer lugar tendremos que calcular el término amortizativo:

$$a = \frac{C_0 \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a = \frac{C_0 \cdot i}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{200.000 \cdot 0{,}08}{1-(1+0{,}08)^{-20}} = 20.370{,}44€$$

a=20.370,44€

b. Capital amortizado después del pago de la décima anualidad.

$$m_k = C_0 - C_k \Rightarrow m_{10} = C_0 - C_{10}$$

$$C_k = C_0 - A_1 \cdot \frac{(1+i)^k - 1}{i} \Rightarrow C_{10} = C_0 - A_1 \cdot \frac{(1+i)^{10} - 1}{i}$$

$$A_1 = a - C_0 \cdot i \Rightarrow 20.370{,}44 - 200.000 \cdot 0{,}08 = 4{,}370{,}44€$$

$$C_{10} = C_0 - A_1 \cdot \frac{(1+i)^{10} - 1}{i} = 200.000 - 4.370{,}44 \cdot \frac{(1+0{,}08)^{10} - 1}{0{,}08} = 136.687{,}35€$$

$$m_{10} = C_0 - C_{10} = 200.000 - 136.687{,}35 = 63.312{,}65€$$

m_{10}=63.312,65€

c. Cuota de interés del año once.

$$I_k = C_{k-1} \cdot i \Rightarrow I_{11} = C_{10} \cdot i$$

$$C_{10} = 136.687{,}35€$$

$$I_{11} = C_{10} \cdot i = 136.687{,}35 \cdot 0{,}08 = 10.934{,}99€$$

I_{11}=10.934,99€

d. Cuota de amortización del año catorce.

$$A_k = A_1 \cdot (1+i)^{(k-1)} \Rightarrow A_{14} = A_1 \cdot (1+i)^{(14-1)} = A_1 \cdot (1+i)^{13}$$

$$A_1 = 4{,}370{,}44€$$

$$A_{14} = 4.370{,}44 \cdot (1+0{,}08)^{13} = 12.836{,}83€$$

A_{14}=11.885,95€

e. Deuda pendiente al comienzo del año dieciséis.

Si nos pide la deuda pendiente al comienzo del año dieciséis, eso es lo mismo que calcular la deuda pendiente al final del año 15, para que podamos aplicar la fórmula:

$$C_k = C_0 - A_1 \cdot \frac{(1+i)^k - 1}{i} \Rightarrow C_{15} = C_0 - A_1 \cdot \frac{(1+i)^{15} - 1}{i}$$

$$A_1 = 4{,}370{,}44€$$

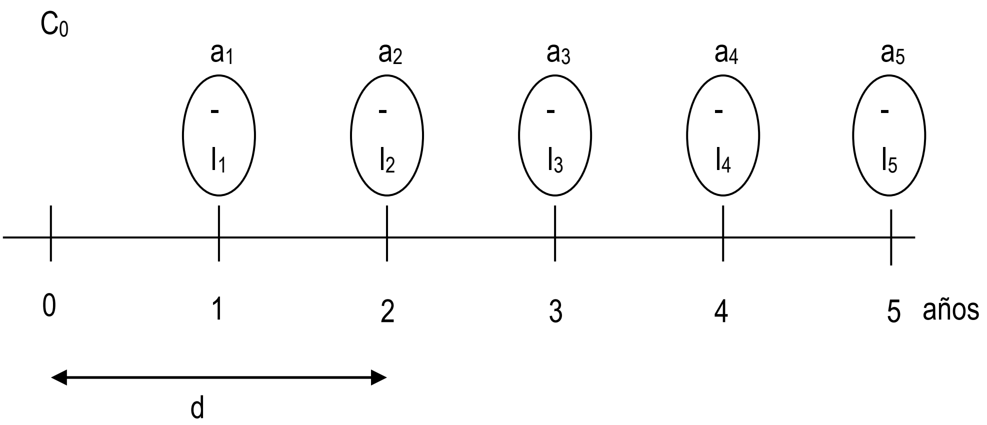
$$C_{15} = C_0 - A_1 \cdot \frac{(1+i)^{15} - 1}{i} = 200.000 - 4.370{,}44 \cdot \frac{(1+0{,}08)^{15} - 1}{0{,}08} = 81.333{,}32€$$

C_{15}=81.333,32€

7. Construya el cuadro de amortización de un préstamo al 10%, de 30.000€, de 5 años de duración que en los siguientes casos:

a. Amortización por el sistema lineal con cuotas de amortización anuales constantes, 2 años de diferimiento y con carencia parcial.

Ocurre lo siguiente:



Previamente hay que calcular la cuota de amortización mediante su fórmula, aunque teniendo en cuenta que se va a empezar a pagar a partir del tercer año, con lo cual solo se dispone de 2 años para realizar la devolución del principal. Así:

$$A = \frac{C_0}{n} = \frac{30.000}{3} = 10.000€$$

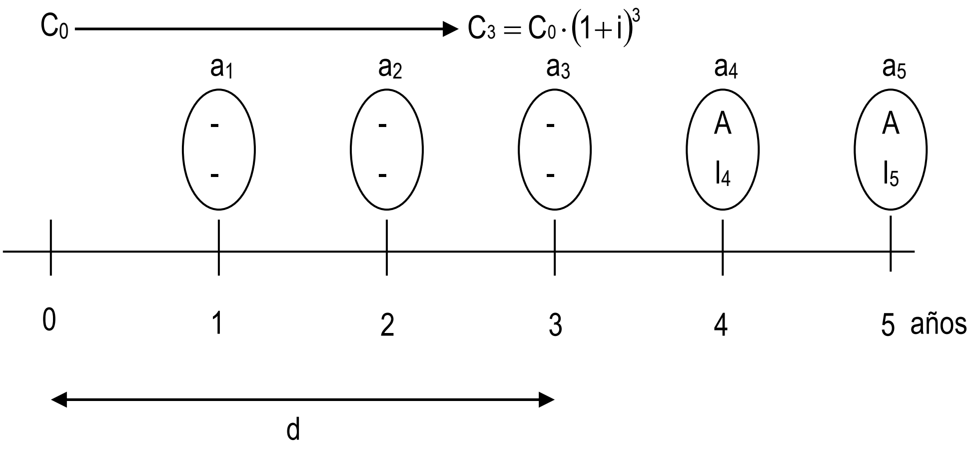
Y el cuadro de amortización es:

	(5)	(4)	(1)	(2)	(3)
Años	**Térm. amor.**	**Cuota de interés**	**Cuota de amortización**	**Total amortizado**	**Capital vivo**
0	-	-	-	-	30.000
1	3.000	3.000	0	0	30.000
2	3.000	3.000	0	0	30.000
3	13.000	3.000	10.000	10.000	20.000
4	12.000	2.000	10.000	20.000	10.000
5	11.000	1.000	10.000	30.000	0
Total	**42.000**	**12.000**	**30.000**	**30.000**	**0**

A=10.000€

b. Amortización por el sistema lineal con cuotas de amortización anuales constantes, 3 años de diferimiento y con carencia total.

Ocurre lo siguiente:



Previamente hay que calcular la cuota de amortización mediante su fórmula, aunque teniendo en cuenta que se va a empezar a pagar a partir del tercer año, con lo cual solo hay que devolver no solo el principal sino los intereses capitalizados hasta ese momento. Es decir, ahora el capital a devolver es:

$$C_3 = C_0 \cdot (1+i)^3 = 30.000 \cdot (1+0{,}10)^3 = 39.930€$$

Ya podemos calcular la cuota de amortización durante los 2 años en los que hay que realizar los pagos:

$$A = \frac{C'_0}{n} = \frac{39.930}{2} = 19.965€$$

Y el cuadro de amortización es:

	(5)	(4)	(1)	(2)	(3)
Años	**Térm. amor.**	**Cuota de interés**	**Cuota de amortización**	**Total amortizado**	**Capital vivo**
0	-	-	-	-	30.000
1	0	0	0	0	33.000
2	0	0	0	0	36.300
3	0	0	0	0	39.930
4	23.958	3.993	19.965	19.965	15.972
5	21.562,20	1.597,2	19.965	39.930	0
Total	**45.520,20**	**5.590,20**	**39.930**	**39.930**	**0**

A=19.965€