



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA



ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

Departamento – Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación

**Áreas de conocimiento – Ciencia de los Materiales e Ingeniería
Metalúrgica y Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de
Estructuras**

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

Análisis Numérico Tridimensional del CTOD Plástico a lo largo del Espesor en Probetas CT sometidas a Cargas Cíclicas

Máster de Ingeniería Industrial

Autor: Javier López Sierra
Tutor: Daniel Camas Peña
Cotutor: José Manuel García-Manrique Ocaña

MÁLAGA, junio de 2025

Agradecimientos

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a mis padres, por su confianza inquebrantable en mí a lo largo de mi camino académico y por su apoyo constante. También a mi familia y a mis amigos, quienes han sido un pilar de ánimo e inspiración durante todo este proceso.

Un agradecimiento muy especial para Paula, mi compañera de vida. Nos conocimos en la facultad y su presencia, comprensión y apoyo, tanto en los momentos fáciles como en los difíciles, han sido fundamentales. No puedo imaginar este recorrido sin ella, y le estaré siempre profundamente agradecido.

Finalmente, quiero dar las gracias a mi tutor, Daniel, por su dedicación, orientación y compromiso con este trabajo. Su implicación ha sido clave para alcanzar los propósitos de este proyecto.

Resumen

En este trabajo se realiza una breve introducción al contexto histórico de la mecánica de la fractura y fatiga de materiales hasta la actualidad y realiza un análisis tridimensional del *CTOD* plástico a lo largo del espesor en probetas *CT* de aleación de aluminio Al2024-T351. Mediante simulaciones numéricas con ANSYS Mechanical APDL, se ha desarrollado un modelo de la probeta, se ha diseñado un análisis que reproduce las condiciones reales de crecimiento de grietas por fatiga y se ha simulado el contacto de los flancos de la grieta. Asimismo, el trabajo expone los resultados obtenidos para diferentes espesores y cargas aplicadas.

Palabras clave:

Desplazamiento de la Apertura de la Punta de Grieta (CTOD)

CTOD plástico

Estela Plástica

Cierre de Grieta Inducido por Plasticidad (PICC)

Crecimiento de Grieta por Fatiga (FCG)

Análisis por Elementos Finitos (FEA)

Aleación de Aluminio

Abstract

This study presents the historical context of fracture and fatigue material mechanics up to the present and a three-dimensional analysis of the plastic *CTOD* along the thickness of *CT* specimens made of aluminium alloy Al2024-T351, using numerical simulations with ANSYS Mechanical APDL. The study includes material characterization, the development of the specimen model, the design of an analysis that replicates real fatigue crack growth conditions, and the simulation of crack flanks contact. Additionally, the results for different loads and specimen thicknesses are presented.

Keywords:

Crack Tip Opening Displacement (CTOD)

Plastic CTOD

Plastic Wake

Plasticity Induced Crack Closure (PICC)

Fatigue Crack Growth (FCG)

Finite Element Analysis (FEA)

Aluminium Alloy

ÍNDICE

1.	Introducción	1
1.1.	Estado del arte.....	2
1.2.	Planteamiento y objetivos.....	3
2.	Mecánica de la fractura	5
2.1.	Contexto histórico.....	5
2.2.	Mecánica de la fractura elástico lineal (<i>MFEL</i>)	7
2.2.1.	Modos de fractura	7
2.2.2.	Teoría de fractura de Griffith.....	8
2.2.3.	Modificación de la ecuación de Griffith	10
2.2.4.	Factor de intensidad de tensiones	11
2.2.5.	Plasticidad en el frente de la grieta (<i>MFEP</i>).....	12
2.3.	<i>CTOD</i> en la mecánica de la fractura elasto-plástica (<i>MFEP</i>).....	17
2.4.	Crecimiento de grietas por fatiga.....	18
2.4.1.	Ley de Paris.....	19
2.4.2.	Influencia del rango de tensiones <i>R</i> en el crecimiento de grieta.....	21
2.5.	Correcciones por cierre de grieta	23
2.5.1.	Mecanismos de cierre de grieta.....	26
2.5.2.	Cierre de grieta por plasticidad (<i>PICC</i>)	27
2.5.3.	Cierre de grieta por oxidación.....	29
2.5.4.	Cierre de grieta por rugosidad.....	30
2.6.	Métodos numéricos aplicados al crecimiento de grietas provocado por cargas cíclicas.....	30
2.7.	Avances en el <i>CTOD</i> plástico	32
3.	Modelado tridimensional del problema.....	36
3.1.	Método de elementos finitos.....	37
3.2.	ANSYS Mechanical APDL	40
3.3.	Modelado del problema	42
3.3.1.	Mallado de la probeta.....	45

3.3.2.	Condiciones de contorno y zona de carga.....	49
3.3.3.	Propiedades del material	51
3.3.4.	Simulación del contacto por cierre de grieta.....	52
3.3.5.	Modelado del crecimiento de grieta y diseño del ensayo a simular .	54
3.3.6.	Almacenamiento y tratamiento de datos.....	58
4.	Resultados, análisis y discusión	60
4.1.	Estela plástica	61
4.2.	Análisis del <i>CTOD</i>	67
4.3.	Cambios a lo largo del espesor	76
5.	Conclusiones	86
6.	Bibliografía.....	91

1. Introducción

La fatiga de los materiales es uno de los principales mecanismos de deterioro y fallo en componentes mecánicos y estructurales, y constituye una preocupación crítica en diversos campos de la ingeniería. Este fenómeno se caracteriza por el daño acumulativo que sufren los materiales sometidos a cargas cíclicas o variables a lo largo del tiempo, lo que provoca fallos a niveles de tensión que, aunque inferiores al límite de fluencia del material, conducen eventualmente a la rotura. Una de las particularidades de la fatiga es que se manifiesta con una deformación plástica mínima, lo que hace que el fallo ocurra de manera repentina y sin aviso previo pudiendo tener consecuencias catastróficas en algunos casos.

El fallo por fatiga suele concentrarse en áreas localizadas del material donde existen discontinuidades o defectos, como grietas o irregularidades en la estructura, que actúan como concentrador de tensiones. En estas áreas, las tensiones locales pueden superar con creces las presentes en el resto del material, acelerando el proceso de fatiga. La fatiga de los materiales es un fenómeno complejo que depende no solo de la carga y las propiedades intrínsecas del material, sino también de factores externos como el ambiente, la presencia de agentes corrosivos, la temperatura y la geometría del componente. Todo esto dificulta la obtención de predicciones fiables en materiales sometidos a cargas cíclicas.

A pesar de esta complejidad, los avances recientes en la comprensión del fenómeno han permitido identificar tres fases clave en el proceso de fatiga: la fase de nucleación, en la que se inicia la grieta en una zona plástica debilitada; la fase de crecimiento de la grieta, donde esta se expande dentro del área de alta concentración de tensiones; y la fase final de propagación de la grieta, que se extiende hasta provocar la rotura definitiva del material. Estos avances han sido fundamentales para mejorar las metodologías de evaluación y prevención del fallo por fatiga en componentes críticos.

1.1. Estado del arte

El estudio de la fatiga y el crecimiento de grietas en materiales ha evolucionado significativamente desde la década de 1960, cuando Paris [1] y Erdogan [2] establecieron una relación fundamental entre el incremento de longitud de la grieta por ciclo de carga $\frac{da}{dN}$ y el rango del factor de intensidad de tensiones K . Aunque este descubrimiento fue un gran avance, no logró abarcar de manera completa otros factores influyentes, como la relación entre las cargas aplicadas. El enfoque de Paris y Erdogan proporcionó una base sólida para entender la propagación de grietas, pero dejaba abierta la cuestión de cómo modelar adecuadamente ciertos fenómenos observados experimentalmente.

Durante la década de 1970, Elber [3] aportó un avance crucial al introducir el concepto del cierre de grieta. Este fenómeno ocurre cuando las superficies de la grieta entran en contacto debido a la formación de una zona plastificada en su estela. La estela plástica, que es el rastro dejado por la grieta tras su crecimiento, es responsable de ralentizar el propio crecimiento de la grieta al impedir que esta continúe propagándose antes de que las cargas lleguen a cero. A pesar de su importancia teórica, el cierre de grieta ha demostrado ser complicado de estudiar experimentalmente, ya que solo se ha logrado observar mediante métodos indirectos, y generalmente en puntos alejados del vértice de la grieta, lo que dificulta un análisis preciso.

Una solución para superar estas limitaciones experimentales ha sido el uso de simulaciones numéricas, particularmente el método de elementos finitos [4]. Sin embargo, este enfoque también enfrenta desafíos, principalmente el alto coste computacional que supone modelar problemas de fatiga que involucran un gran número de ciclos de carga. Además, la región cercana a la grieta es mucho menor en comparación con el tamaño del modelo general, lo que complica la precisión del análisis. No obstante, con los años los avances tecnológicos van ofreciendo un incremento en la capacidad de procesamiento de los ordenadores, que han mitigado considerablemente estos problemas permitiendo análisis más detallados y precisos.

En la actualidad, los estudios sobre el crecimiento de grietas por fatiga y el fenómeno de cierre de grieta se realizan mayoritariamente mediante simulaciones con elementos finitos. La mayoría de estudios suelen simplificarse tratando el problema como bidimensional [5] obviando la dirección del espesor, lo que facilita el cálculo computacional y ofrece resultados relativamente precisos suponiendo el estado del material en dicha dirección transversal. Existen dos posibles suposiciones al realizar simulaciones bidimensionales, que son suponer un estado de tensión plana, o bien, de deformación plana.

Estas simplificaciones, que representan distintas condiciones a lo largo del espesor en un ensayo real, han sido claves para avanzar en el conocimiento del comportamiento de los materiales bajo condiciones de fatiga y continuar desarrollando modelos tridimensionales más eficientes. En su mayor parte, los estudios tridimensionales han partido de estudios bidimensionales, entre otros, en cuanto a la consideración de parámetros más apropiados de cara a reducir el tiempo computacional o suposiciones y consideraciones que simplifican las simulaciones sin perder precisión. Dichos estudios tridimensionales son necesarios para entender la influencia de fenómenos como el cierre de grieta o la curvatura de la punta de grieta en función del espesor.

1.2. Planteamiento y objetivos

El objetivo principal de este trabajo es analizar y estudiar mediante simulaciones numéricas con métodos de elementos finitos la influencia que ejercen la carga y el espesor en la probeta. Para ello, se centra en observar la distribución a lo largo del espesor de la apertura de la grieta. Dicha apertura se cuantifica mediante un parámetro, el desplazamiento de la apertura del frente de grieta, del inglés, *CTOD* o *Crack Tip Opening Displacement*. Este parámetro puede descomponerse en sus componentes elástica y plástica, siendo esta última de gran interés para cuantificar el daño al material y el crecimiento de grieta.

La grieta se desarrolla a lo largo de una probeta de aluminio tipo *CT* o *Compact Tension*, sometida a cargas cíclicas. El estudio analiza un modelo tridimensional para observar cómo se comporta dicho *CTOD* y sus componentes, lo que permite un análisis

detallado del crecimiento de grieta a lo largo del espesor bajo diferentes condiciones de carga y espesores, siempre con amplitud de carga constante.

Para lograr estos objetivos, se ha llevado a cabo el modelado tridimensional de la probeta, se ha realizado la simulación del contacto entre flancos de grieta para reproducir el fenómeno de cierre de grieta inducido por plasticidad (*PICC*) y se ha diseñado el ensayo a simular para emular las condiciones de fatiga de un ensayo real. Todo el análisis se ha llevado a cabo empleando la herramienta MECHANICAL APDL del software ANSYS, especializada en cálculo por elementos finitos. Dicha herramienta proporciona un elevado control sobre las condiciones del modelo y asegura una representación más precisa del comportamiento físico del problema.

En resumen, este estudio busca profundizar en la comprensión del fenómeno de fatiga y el crecimiento de grietas en materiales como el aluminio aportando información sobre la distribución a lo largo del espesor del *CTOD* y sus componentes entre otros parámetros. Esto permitirá mejorar la precisión de los modelos actuales y desarrollar mejores estrategias para prevenir fallos estructurales en componentes sometidos al desgaste por cargas cíclicas.

2. Mecánica de la fractura

La mecánica de la fractura es una rama de la ingeniería de materiales que estudia el comportamiento de los sólidos cuando contienen defectos o grietas y están sometidos a cargas o tensiones. Su objetivo principal es entender cómo y por qué los materiales fallan debido a la propagación de grietas existentes o propagadas a partir de imperfecciones, y desarrollar métodos para predecir y prevenir tales fallos. El desarrollo de esta disciplina ha sido clave para mejorar la durabilidad y la seguridad de componentes estructurales sometidos a cargas estáticas y cíclicas, especialmente en industrias como la aeronáutica, automotriz y civil, donde la fractura puede tener consecuencias desastrosas. A lo largo del tiempo, se han desarrollado varias teorías que abarcan desde el comportamiento elástico lineal hasta la fractura en materiales con comportamientos elastoplásticos complejos.

2.1. Contexto histórico

El estudio sistemático de la fractura y la fatiga de materiales se remonta al siglo XIX, en el contexto de la Revolución Industrial, cuando el crecimiento de los sistemas de transporte, particularmente el ferrocarril, trajo consigo los primeros fallos catastróficos debidos a la fatiga. En 1837, Albert [6], un ingeniero alemán, realizó las primeras observaciones documentadas sobre este fenómeno en cables para la industria minera. Albert descubrió que la rotura de materiales no se debía únicamente a una sobrecarga puntual, sino al número de ciclos de carga aplicados y a la magnitud de las tensiones involucradas. Este fue un avance crucial que abrió el camino para el análisis sistemático de la fatiga.

A mediados del siglo XIX, tras un grave accidente ferroviario en Versalles en 1842, el ingeniero escocés Rankine [7] determinó que el fallo de los ejes del tren fue causado por la progresiva propagación de una grieta debido al fenómeno de concentración de tensiones. Tanto él como otros investigadores posteriores realizaron experimentos sistemáticos que llevaron al desarrollo de las curvas S-N o curvas de Wöhler [8]. Estos diagramas relacionan el número de ciclos hasta la fractura según el nivel de tensión aplicado. Este concepto de "límite de fatiga" sigue siendo una base importante en el

diseño moderno de componentes que, en algunos campos como el diseño de ejes para ciertas máquinas [9], es capaz de calcular con exactitud el tiempo de vida de algunos componentes con cargas y condiciones ambientales muy similares durante toda su vida útil.

En el siglo XX, importantes avances conceptuales y experimentales siguieron con la investigación de Ewing y Humfrey en 1903 [10], quienes introdujeron los conceptos de formación de microgrietas. Más adelante, en 1920, Griffith [11] desarrolló la teoría energética de la fractura frágil, que conectaba la propagación de grietas con la energía involucrada en el proceso. Sus estudios se complementaron con las investigaciones de Palmgren [12], Milner [13], quienes exploraron el daño acumulado por fatiga, y Coffin [14] y Manson [15], quienes se dedicaron a analizar el comportamiento plástico en la fractura. Gracias a la aportación de estos dos últimos autores se acabó publicando la ley de fatiga de bajo ciclaje, muy bien detallada posteriormente por Michael F. Ashby et al. [16], basada en la amplitud de la deformación plástica (Ley de Coffin/Manson), que resulta muy utilizada en la actualidad.

A finales de los años 50, Irwin [17] introdujo el concepto de factor de intensidad de tensiones K , que permitió cuantificar de forma precisa las tensiones en la punta de una grieta. En la década de 1960, la contribución de investigadores como Paris y Erdogan [2] fue clave para la comprensión del crecimiento de grietas por fatiga en función de la variación del factor de intensidad de tensiones. A lo largo de las siguientes décadas, las teorías avanzadas de fractura elastoplástica y el fenómeno del cierre de grietas, propuesto por Elber [3] en los años 70, impulsaron aún más la evolución de este concepto en problemas de fatiga.

Hoy en día, la simulación numérica a través de técnicas como el método de elementos finitos, ha permitido confirmar y expandir muchas de las teorías clásicas sobre la fractura, brindando herramientas poderosas para el diseño seguro y eficiente de estructuras y mecanismos.

2.2. Mecánica de la fractura elástico lineal (*MFEL*)

La mecánica de fractura tiene un papel fundamental en la ingeniería de materiales [18] en multitud de ámbitos, particularmente en la evaluación de la propagación de grietas bajo cargas cíclicas y en el análisis del campo de tensiones y deformaciones que se generan en torno a la punta de la grieta. La Mecánica de Fractura Elástico Lineal, por sus siglas *MFEL*, es una rama que estudia la relación entre las tensiones aplicadas, las propiedades del material, y las características geométricas de las grietas dentro del contexto de un comportamiento elástico lineal, es decir, para materiales frágiles que presentan una fractura abrupta tras superar el límite elástico del material en la grieta o defecto. Esta teoría es válida junto con el planteamiento de hipótesis de pequeños desplazamientos o junto a una relación lineal entre tensiones y deformaciones en el material.

2.2.1. Modos de fractura

Cuando se estudian sólidos con comportamiento elástico, se identifican tres modos principales de desplazamiento en torno a una grieta, los cuales dependen de la dirección en la que se aplican las cargas en relación con el plano de la grieta.

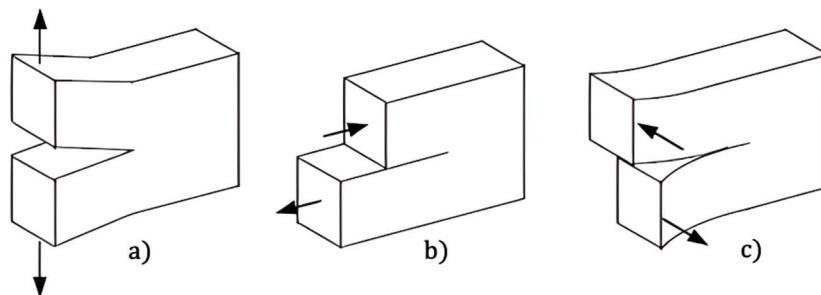


Figura 1. Modos de apertura de grieta: a) Modo I, b) Modo II y c) Modo III. Fuente: [75].

Estos modos, conocidos como modo I, modo II y modo III, están representados en la Figura 1 y enumerados a continuación:

- Modo I (apertura): En este modo, las caras de la grieta se separan perpendicularmente al plano de la grieta debido a la aplicación de tensiones normales.

- Modo II (deslizante): Ocurre cuando las caras de la grieta se deslizan longitudinalmente una respecto a la otra por la aplicación de tensiones cortantes en el plano de fractura.
- Modo III (desgarramiento transversal): En este caso, las caras de la grieta se desplazan en direcciones opuestas debido a la acción de una tensión cortante en un plano perpendicular al plano de fractura.

Para el estudio de crecimiento de grietas en fatiga, el modo de apertura es el modo más empleado al estudiar el comportamiento de fatiga. Este resulta el caso más común en las situaciones prácticas además de ser el modo que produce un crecimiento de la grieta de forma efectiva, al estar las tensiones literalmente separando las paredes de la grieta fomentando el crecimiento.

Cabe destacar, que los modos deslizantes y de desgarramiento transversal, aunque en menor medida, también contribuyen al crecimiento de la grieta. No obstante, obtener una correlación realizando ensayos o simulaciones con estos tipos de modos de fractura resulta una tarea compleja, puesto que el crecimiento de la grieta no es tan estable ni uniforme. En estos casos se generan desviaciones en la trayectoria de la grieta o incluso cambios en el modo de propagación debido a las tensiones cortantes involucradas. Existen modelos adaptados y factores de corrección que permiten aplicar conceptos similares para modos mixtos [20,21], que son combinaciones de los modos de fractura anteriores.

2.2.2. Teoría de fractura de Griffith

La base principal de la mecánica de la fractura por fatiga fue planteada por Griffith [11] en el año 1921. En su artículo se formuló un modelo basado en el criterio energético para la propagación de grietas, el cual fue revolucionario al introducir la siguiente idea. La extensión de una grieta no depende únicamente de las tensiones aplicadas, sino de un balance de energía. En su modelo, consideró una placa frágil, mostrada en la Figura 2, de espesor B , con una grieta de longitud $2a$ en su centro, sometida a tensiones de tracción uniformes σ .

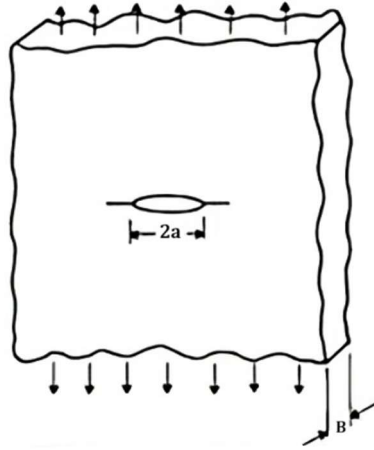


Figura 2. Placa plana infinita de espesor B con grieta central de longitud $2a$. Fuente: [11]

El criterio de Griffith establece que la grieta crece cuando la disminución en la energía potencial del sistema es igual al incremento en la energía necesaria para crear nuevas superficies de fractura. La energía potencial del sistema W_P viene dada por la expresión de la ecuación 1, donde E' es el módulo de Young corregido según el estado de tensiones.

$$W_P = -\frac{\pi a^2 \sigma^2 B}{E'} \quad (1)$$

$$E'_{TP} = \frac{E}{1-\nu^2} \quad y \quad E'_{DP} = E \quad (2)$$

E' depende de dicho estado de tensiones, es decir, tensión o deformación plana respectivamente según la ecuación 2, donde E es el módulo de Young y ν es el módulo de Poisson. De 2, se deduce que $E'_{TP} > E'_{DP}$, esto es, que el módulo de Young es mayor en condiciones de tensión plana TP que en condiciones de deformación plana DP , ya que $\nu = 0,33$ para el aluminio como se define en el apartado 3.3. Esto origina un reparto de tensiones desigual, que tenderá a ser mayor en el borde de la probeta debido a un mayor endurecimiento del material en esa zona.

Por ello, la formación de la estela plástica sufre cambios, al tener una situación similar a TP en la superficie hacia condiciones de DP al adentrarse en el interior, lo que resulta de interés especialmente al realizar estudios tridimensionales como este. Este efecto se combina con el cierre de grieta inducido por plasticidad que conlleva al efecto de contacto entre flancos de grieta [22], lo que genera una zona transitoria menos estable numéricamente cerca de la superficie de la probeta [23].

La energía que se genera en la superficie de la grieta W_S viene dada por la ecuación 3, donde γ_S es la energía específica de superficie y $4aB$ es el área de superficie de la grieta.

$$W_S = 4aB\gamma_S \quad (3)$$

Una vez obtenida la energía de superficie γ_S , para obtener la energía total U se conoce que esta será la suma de W_P y W_S , tal y como se muestra en la expresión de la ecuación 4.

$$U = W_P + W_S = -\frac{\pi a^2 \sigma^2 B}{E'} + 4aB\gamma_S \quad (4)$$

Para que se produzca un crecimiento unitario de la grieta, U debe estar en equilibrio dada la ecuación 5, lo que origina la expresión para la tensión mínima σ_f que inicia el crecimiento de la grieta, mostrada en la ecuación 6.

$$\frac{dU}{da} = \frac{dW_P}{da} + \frac{dW_S}{da} = -\frac{2\pi a \sigma^2 B}{E'} + 4B\gamma_S = 0 \quad (5)$$

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2\gamma_S E'}{\pi a}} \quad (6)$$

Este criterio indica que el crecimiento de la grieta se produce cuando la energía elástica liberada supera a la energía necesaria para crear nuevas superficies de fractura. No obstante, dado que se está hablando de materiales frágiles propios de la *MFEL*, la tensión mínima σ_f a la que se produce el crecimiento de la grieta resulta ser la de fractura por fatiga, ya que el crecimiento de grietas en materiales frágiles es inestable debido a la carencia una zona plástica del orden de magnitud de la grieta que equilibre la propagación de esta.

2.2.3. Modificación de la ecuación de Griffith

El modelo de Griffith [11] fue desarrollado inicialmente para materiales frágiles como vidrios y cerámicas, pero no es adecuado para materiales dúctiles como los metales. El por qué está relacionado con la presencia de la ya mencionada zona plástica en la punta de la grieta. Orowan [24] introdujo en 1952 una corrección a la ecuación de Griffith, expresión de la ecuación 6, para tener en cuenta la energía plástica del proceso de fractura. Dicha corrección se muestra en la expresión de la ecuación 7, donde γ_p es la energía plástica por unidad de superficie, que generalmente es mucho mayor que γ_s .

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E'(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a}} \quad (7)$$

Además, la ecuación puede generalizarse para incluir cualquier tipo de disipación de energía, y se define una energía total de fractura W_f según la ecuación 8.

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E'W_f}{\pi a}} \quad (8)$$

2.2.4. Factor de intensidad de tensiones

El factor de intensidad de tensiones permite caracterizar el campo de tensiones alrededor de la punta de una grieta bajo diferentes modos de fractura. Irwin [17] introdujo este concepto en 1957, donde concretó que la distribución de tensiones en torno a la grieta puede expresarse mediante la función de tensión o función de Airy.

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{ij}(\theta) \quad (9)$$

Esta función se muestra en su forma general en la ecuación 9, para la cual r y θ están expresadas en coordenadas cilíndricas con respecto a la punta de la grieta y K_I es el factor de intensidad de tensiones para el modo I de apertura de grieta, tal y como se puede apreciar en la Figura 3.

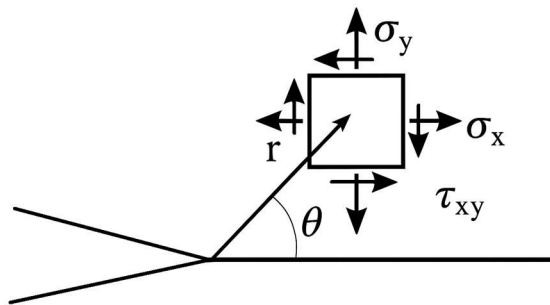


Figura 3. Campo de tensiones próximo a la punta de grieta. Fuente: [75].

Para un elemento de tamaño finito, el factor K_I es dependiente de factores geométricos y de la carga aplicada, como se muestra en la expresión de la ecuación 10, donde β es un factor adimensional que depende de la geometría del elemento.

$$K_I = \beta\sigma\sqrt{\pi a} \quad (10)$$

La fractura ocurre cuando K_I alcanza un valor crítico, denominado como K_{IC} o tenacidad a la fractura, que se expresa según la ecuación 10 para la tensión crítica o de fractura σ_C .

De este modo, cuando se den las condiciones necesarias para la propagación de la grieta, el factor de intensidad de tensiones cumplirá algunas de las siguientes condiciones, siendo posible predecir el tipo de crecimiento:

- Si $K_I < K_{IC}$, la grieta es estable.
- Si $K_I = K_{IC}$, puede ocurrir un avance cuasiestático (equilibrio inestable).
- Si $K_I > K_{IC}$, la grieta avanzará de forma dinámica hasta la fractura (inestabilidad).

2.2.5. Plasticidad en el frente de la grieta (*MFEP*)

En la *MFEL*, se predicen tensiones infinitas en el frente de grieta debido a la concentración de tensiones. En la práctica, es evidente que las tensiones no pueden alcanzar valores infinitos, ya que, al llegar al límite de fluencia del material, se desarrollan deformaciones plásticas en la punta de la grieta lo que impide que las tensiones sigan aumentando indefinidamente.

En materiales dúctiles donde el tamaño de la zona plástica alrededor del vértice de la grieta es comparable con el tamaño de la propia grieta, la distribución de tensiones en el frente de la grieta se debe calcular haciendo uso de la teoría de la plasticidad, cuya aplicación al estudio de la fractura de materiales se conoce como Mecánica de la Fractura Elasto-Plástica, por sus siglas *MFEP*.

Esta región es comúnmente conocida como zona plástica, simplificada en la Figura 4 a una región con un radio plástico r_p que abarca toda la zona de deformación permanente. Este fenómeno contribuye a mejorar la resistencia de materiales dúctiles frente a la fractura, elevando la tensión de rotura a cambio del endurecimiento del material.

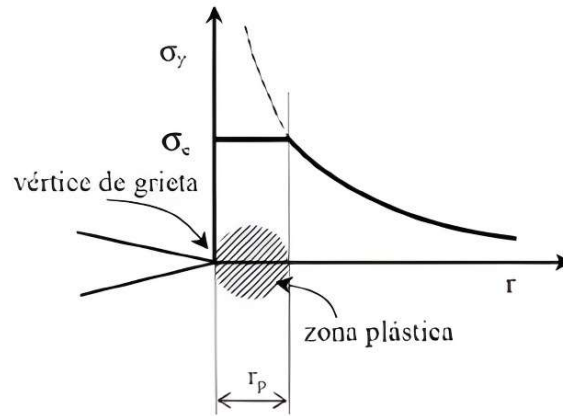


Figura 4. Zona plástica tras la punta de grieta. Fuente: [75].

Para estudiar el comportamiento producido por dicha zona plástica en el frente de la grieta, una primera aproximación del tamaño de esta zona puede obtenerse considerando el modo I de apertura de grieta. En este modo, se analiza la tensión σ_y a lo largo de la línea de grieta, es decir, para el caso de un ángulo $\theta = 0$ en la ecuación 9. La zona plástica se extiende desde la punta de la grieta hasta la distancia r_p , donde la tensión es igual al límite elástico del material σ_e , aliviando de esta forma las concentraciones de tensión.

$$\sigma_y(\theta = 0) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (11)$$

Bajo condiciones de un material elastoplástico perfecto y para tensión plana, la tensión en la línea de grieta viene dada por la expresión de la ecuación 11. Esta ecuación no es más que la ecuación 9 para el caso del ángulo $\theta = 0$. Despejando de la ecuación 11 podemos determinar r_p , donde la tensión es igual al límite elástico como desarrolla la ecuación 12.

$$\sigma_e = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_p}}; \text{ luego: } r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad (12)$$

Experimentalmente, se ha observado que el tamaño real de la zona plástica es mayor que el valor predicho por la ecuación 12, lo que es debido a la redistribución de tensiones que ocurre en la zona plastificada por efectos de fluencia. Para corregir esta discrepancia, Irwin [17] propuso una corrección que duplica el valor del radio plástico, demostrando que de esta forma se abarca a toda la zona plástica. Esta modificación se refleja en la Figura 5.

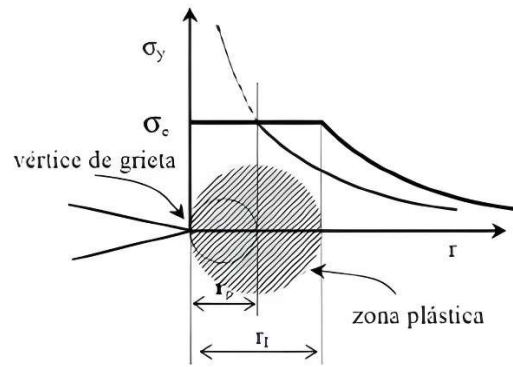


Figura 5. Radio plástico de Irwin. Fuente: [75].

Más tarde, Dugdale [25] propone otra forma de estimar el tamaño de la zona plástica mediante el modelo de Dugdale, que sugiere un valor aproximado del radio plástico, en adelante radio plástico de Dugdale o rpD , según la expresión de la ecuación 13. Esta expresión ha sido ampliamente utilizada en diversos y casos de estudio y para distintos materiales.

$$rpD = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad (13)$$

Aunque ambas soluciones proporcionan estimaciones útiles, la solución de Dugdale se basa en un modelo más simple que se aproxima bastante a las soluciones experimentales para materiales dúctiles, hoy en día es común encontrar diferentes propuestas dependiendo de las condiciones del problema, la mayoría basadas en los estudios de Dugdale.

Determinar la forma y tamaño específicos de la zona plástica es una tarea compleja debido a que la región puede variar significativamente en función de propiedades de la probeta como su espesor, geometría o tipo de material. Para ello es necesario conocer la distribución de tensiones alrededor de la grieta en función del ángulo θ .

Estudios como el de Roylance et al. [26] han demostrado que la tenacidad a la fractura medida por K_{IC} está directamente relacionada con la extensión de la deformación plástica asociada con la propagación de la grieta. Además, se ha observado que la tenacidad aumenta linealmente con el espesor de la probeta hasta alcanzar un máximo, después del cual disminuye a un valor menor. Esta disminución de la tenacidad más allá de un cierto espesor crítico es crucial en el diseño contra la fractura,

ya que el uso de una probeta demasiado delgada en la medición de la tenacidad puede proporcionar valores poco realistas.

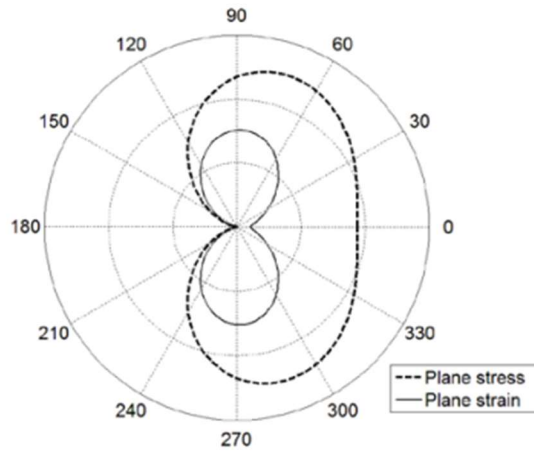


Figura 6. Forma común de la zona plástica tras el frente de grieta. Fuente: [19].

La Figura 6 muestra un ejemplo de forma de la zona plástica, donde se aprecia cómo la región se ve deformada hacia la punta de la grieta, que es una superficie libre (180°), formando una hendidura en ella.

Utilizando la teoría de plastificación de von Mises [27], se obtienen relaciones que permiten estimar las tensiones principales σ_1 , σ_2 y σ_3 para el modo I de apertura, tal y como muestra la ecuación 14.

$$\sigma_2 = \sigma_1 \left(\frac{1 - \sin(\theta/2)}{1 + \sin(\theta/2)} \right) \quad (14)$$

Si se considera un estado de tensión plana, la condición de tensión en la tercera dirección principal σ_3 es condición de tensión nula. No obstante, considerando la simplificación de deformación plana que muestra la ecuación 15 es posible aplicar el criterio de von Mises para $\theta = 0$, obteniendo que la plastificación se produce cuando σ_1 se despeja de la expresión de la ecuación 16 para cada una de dichas consideraciones. En esta expresión, ν es el módulo de Poisson, el cual es un tercio, lo que implica un valor de constricción del material igual a 3.

$$\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2) = \frac{2\nu\sigma_1}{1 + \sin(\theta/2)} \quad (15)$$

$$(\sigma_1 - 2\nu\sigma_1)^2 + (2\nu\sigma_1 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_e; \text{ luego: } \sigma_1 = \frac{1}{1 - 2\nu}\sigma_e \quad (16)$$

En consecuencia, podemos decir que el tamaño de la zona plástica en deformación plana es aproximadamente una novena parte del tamaño en tensión plana según muestra la ecuación 17, con $\alpha = 1$ para condiciones de tensión plana y $\alpha = 3$ para condiciones de deformación plana.

$$r_p = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\alpha \sigma_e} \right)^2 \quad (17)$$

En probetas con espesor finito, el campo de tensiones en la superficie corresponde a un estado de tensión plana, mientras que, en el interior del espesor, el estado de tensiones pasa a comportarse como un estado de deformación plana tras una zona de transición. Esto produce una variación del tamaño de la zona plástica a lo largo del espesor de una probeta tridimensional, como se ilustra en la Figura 7, lo que se conoce como efectos de borde. Teniendo en cuenta este efecto, es posible hacerse una idea del resultado a obtener en análisis tridimensionales, que sufrirán esta tendencia en mayor o menor medida dependiendo del espesor de la probeta.

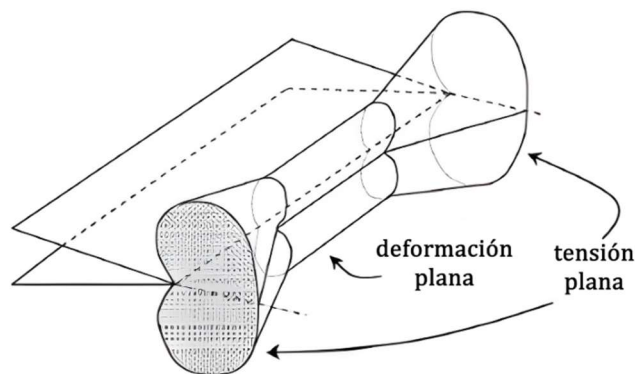


Figura 7. Variación del tamaño y la forma de la zona plástica a lo largo del espesor. Fuente: [19].

Para tener en cuenta esta variación, Irwin [17] propone un coeficiente de constricción promedio $\alpha = 1,73$, que refleja un promedio entre los estados de tensión y deformación plana, aunque este parámetro tiene una gran dependencia del espesor de la probeta e incluso su geometría.

Finalmente, en condiciones de carga cíclica, se debe considerar también el comportamiento del material durante el proceso de descarga. Durante este proceso se origina un flujo plástico inverso, que genera tensiones residuales de compresión y da lugar a la zona plástica cíclica, cuyo r_p es aproximadamente una cuarta parte del de la zona plástica monotónica, según indica la Figura 8.

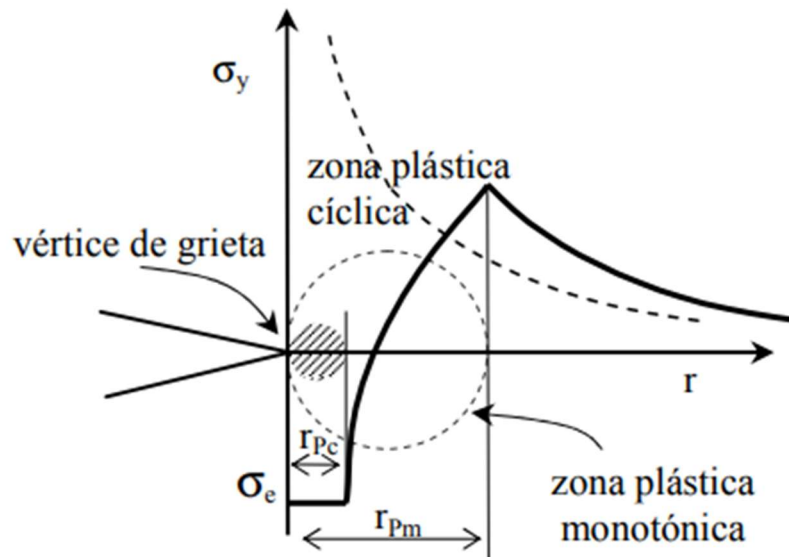


Figura 8. Zona plástica real ante cargas cíclicas y zona plástica monotónica. Fuente: [75].

2.3. *CTOD* en la mecánica de la fractura elasto-plástica (*MFEP*)

Como se ha introducido en el apartado anterior, la *MFEL* es aplicable bajo la hipótesis de pequeños desplazamientos cuando la zona de deformación plástica alrededor del frente de grieta es relativamente pequeña en comparación con la propia grieta. Sin embargo, cuando esta zona plástica se expande hasta ser comparable en tamaño con la grieta, el uso del factor de intensidad de tensiones K deja de ser adecuado para caracterizar la distribución de tensiones en el material. En estos casos, la *MFEP* proporciona un marco de análisis más adecuado al admitir deformaciones significativas y grandes desplazamientos en el frente de grieta.

Los parámetros fundamentales en este contexto son el *CTOD*, objeto de estudio, y la integral de contorno J [28], entre otros. Ambos parámetros describen el estado en el frente de grieta y se pueden utilizar para desarrollar modelos de criterios de fractura.

En 1961, Wells llevó a cabo ensayos destinados a determinar el factor de intensidad de tensiones crítico K_{IC} en aceros. A través de sus estudios [29], observó que la caracterización de la tenacidad a la fractura en materiales de alta tenacidad presentaba grandes desafíos debido al comportamiento específico del frente de grieta en estos materiales. Wells notó que, en materiales tenaces, el frente de la grieta tendía a

achatare y que, a mayor grado de achatamiento, mayor era la tenacidad del material. A partir de esta observación, propuso el *CTOD* como una medida directa de la tenacidad de los materiales.

El *CTOD* se describe como la apertura entre las caras interiores de la grieta, que tienden a deformarse antes de que ocurra la fractura debido al achatamiento del frente. En la Figura 9 se representa visualmente el fenómeno del *CTOD*, donde es posible observar la magnitud de esta apertura en el frente de grieta.

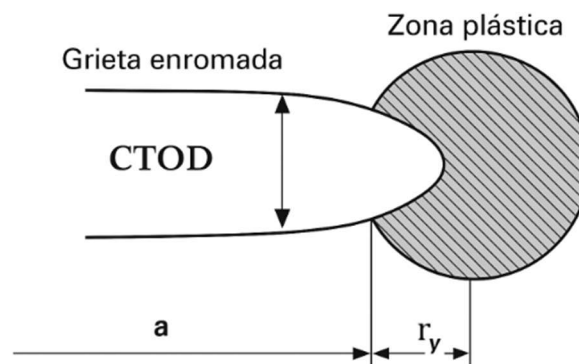


Figura 9. Representación gráfica del *CTOD* en el frente de la grieta.

Es importante señalar que no toda la apertura medida por el *CTOD* contribuye al daño en el material. Solamente una fracción de este desplazamiento correspondiente a la deformación plástica es la que efectivamente genera daño estructural. Esto se conoce como el *CTOD* plástico, en adelante *CTOD_p*, que será introducido en detalle más adelante. Por otro lado, existe una porción de la apertura que corresponde al comportamiento elástico, llamado *CTOD* elástico, *CTOD_e*.

En el apartado 2.7, se descompondrá el *CTOD* en sus dos componentes para realizar una revisión bibliográfica analizando las contribuciones de este parámetro, en concreto del *CTOD_p* al comportamiento de fatiga en materiales.

2.4. Crecimiento de grietas por fatiga

La velocidad de crecimiento de grietas bajo cargas cíclicas de amplitud constante se representa como el incremento de longitud de grieta por ciclo, denotado por $\frac{da}{dN}$. Este

parámetro se obtiene experimentalmente para diversos casos de carga. Los resultados muestran que, cuando el rango de tensiones aplicadas es constante, la velocidad de propagación de la grieta aumenta progresivamente con el número de ciclos. Esto se puede observar gráficamente en la Figura 10, que representa el crecimiento de la grieta frente al número de ciclos aplicados.

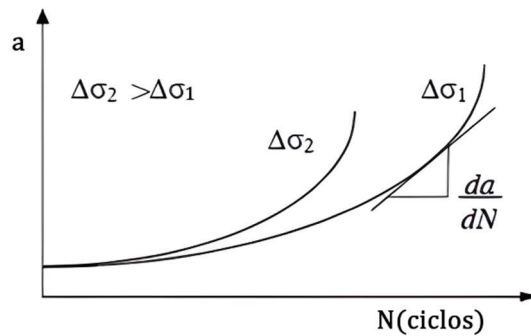


Figura 10. Relación entre la longitud de grieta y el número de ciclos. Fuente: [75].

El objetivo principal del diseño resistente a la fatiga es desarrollar métodos confiables que permitan predecir la velocidad de crecimiento de grietas bajo diferentes condiciones de carga, propiedades del material, geometrías y configuraciones de grietas. Hasta la década de los 60, los modelos de crecimiento de grietas se enfocaban en caracterizar la velocidad de propagación en función de la longitud de la grieta o del rango de tensiones aplicadas.

Sin embargo, fue en años posteriores cuando Paris [30] desarrolló un método que resultó ser especialmente efectivo para describir el crecimiento de grietas por fatiga, la Ley de Paris, consolidándose como un enfoque clave en el estudio de la mecánica de fractura en condiciones de fatiga.

2.4.1. Ley de Paris

Con el avance en el campo de la mecánica de fractura, los métodos para caracterizar el crecimiento de grietas por fatiga han evolucionado hacia enfoques más precisos. Paris demostró que al aplicar cargas moderadas en las que la deformación plástica alrededor del frente de grieta permanece limitada, las soluciones de la mecánica de fractura elástico lineal pueden describir de manera efectiva el proceso de crecimiento de grietas bajo condiciones de fatiga.

Su análisis se centró en el rango del factor de intensidad de tensiones ΔK , mostrado en la ecuación 18, donde K_{max} y K_{min} son los valores máximo y mínimo del factor de intensidad de tensiones, dependientes de la carga y la geometría de la probeta.

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} \quad (18)$$

La clave del descubrimiento de Paris es la obtención de un modelo capaz de proporcionar el número de ciclos de vida de un material sometido a cargas de fatiga si la grieta está bien definida y mantiene las mismas condiciones de operación en todo su ciclo de vida. Estas condiciones se dan en situaciones como en dimensionamientos de ejes mecánicos entre otros muchos campos de aplicación.

El modelo de Paris se muestra en la ecuación 19, y en él se observa que la velocidad de crecimiento de la grieta depende de ΔK , donde m y c son constantes que dependen de factores como la frecuencia de carga, la microestructura del material, las condiciones ambientales y del rango de tensiones R .

$$\frac{da}{dN} = c(\Delta K)^m \quad (19)$$

Dicha ecuación representa una relación lineal entre los logaritmos de la velocidad de crecimiento de la grieta y el rango del factor de intensidad de tensiones ΔK , lo cual corresponde con un crecimiento estable de la grieta. Para valores de ΔK fuera de este rango, la velocidad de crecimiento de la grieta cambia rápidamente, lo que hace que la Ley de Paris sea menos precisa en condiciones variables.

En la Figura 11, se muestra la representación logarítmica del comportamiento típico de la mayoría de los materiales, en la que se distinguen claramente tres regiones:

Región I. En esta fase, la propagación de la grieta es irregular y su velocidad de crecimiento es muy baja, generalmente no superando los 10^{-6} mm/ciclo. Aquí, la grieta no comienza a crecer de manera continua hasta que se supera un umbral de intensidad de tensiones conocido como ΔK_{th} . A partir de este valor umbral, la velocidad de crecimiento aumenta de forma notable con incrementos en ΔK .

Región II. Esta es la zona donde la Ley de Paris es aplicable, ya que la velocidad de crecimiento de la grieta presenta una relación teóricamente lineal con ΔK . No obstante, es importante notar que la Ley de Paris no toma en cuenta el efecto de la tensión media, ni la tendencia asintótica de las curvas en los extremos de ΔK .

Región III. En esta fase final, la velocidad de crecimiento de la grieta se incrementa rápidamente hasta que el valor de ΔK alcanza un valor crítico, K_c , lo cual conduce a la fractura catastrófica del material. En condiciones de deformación plana, este valor crítico representa la tenacidad a la fractura del material, que simboliza el máximo valor de intensidad de tensiones que una grieta puede soportar antes de propagarse de manera inestable.

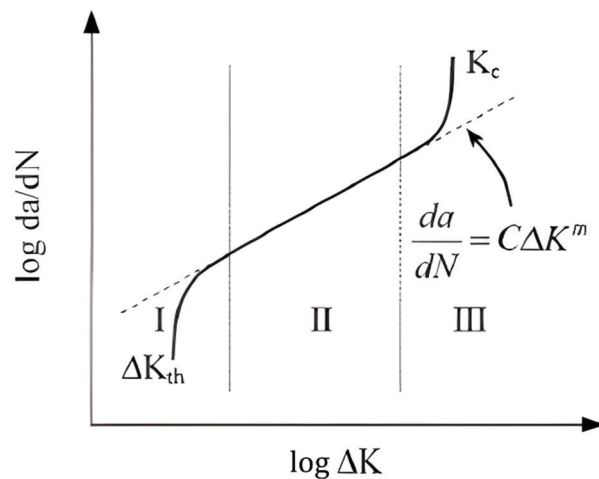


Figura 11. Comportamiento de la velocidad de crecimiento de la grieta frente a ΔK . Fuente: [75].

2.4.2. Influencia del rango de tensiones R en el crecimiento de grieta

La influencia de la carga media del ciclo sobre el crecimiento de las grietas en materiales sometidos a fatiga se puede evaluar mediante la relación de cargas R , que está definida según la expresión de la ecuación 20. En ella, σ_{min} y σ_{max} representan los valores mínimo y máximo de la tensión aplicada en el ciclo, correspondientes a los factores de intensidad de tensiones mínimos y máximos respectivamente.

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{K_{min}}{K_{max}} \quad (20)$$

La mayoría de los experimentos de fatiga se llevan a cabo con amplitud de carga constante y con $R = 0$, es decir, carga completamente cíclica. No obstante, cuando la

relación de cargas es distinta $R \neq 0$, las curvas de velocidad de crecimiento de grietas exhiben un comportamiento distinto.

En general, a medida que R aumenta para un determinado valor del factor de intensidad de tensiones, la velocidad de propagación de la grieta también aumenta, generando un desplazamiento en las curvas de crecimiento de grietas. Además, cuando el valor de R es mayor, el umbral de intensidad de tensiones necesario para iniciar la propagación de la grieta, ΔK_{th} disminuye. Este efecto se visualiza en la Figura 12, donde se observa cómo la velocidad de crecimiento de la grieta varía en función de ΔK para diferentes valores de R .

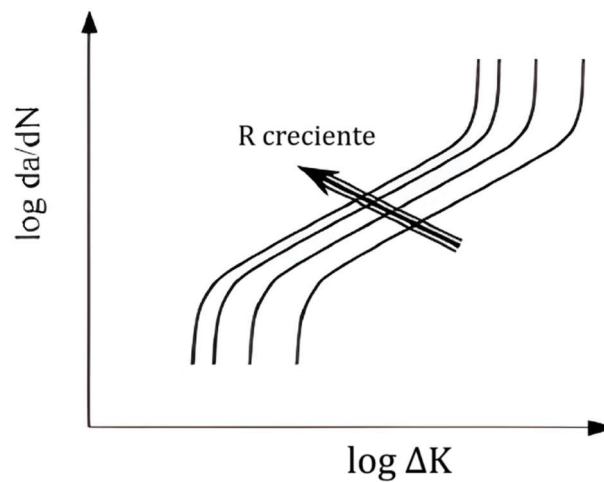


Figura 12. Influencia de la relación de cargas R sobre la velocidad de crecimiento de grieta $\frac{da}{dN}$ frente a ΔK . Fuente: [75].

Algunos estudios posteriores han incluido a la relación de cargas en sus modelos teniendo en cuenta su efecto, como puede ser el modelo de Walker [31], que ajusta la ecuación 19 mediante parámetros empíricos, mostrado en la ecuación 21 o el modelo de Forman [32], que incluso es capaz de predecir el comportamiento asintótico de la velocidad de crecimiento de la grieta cuando ΔK se aproxima al valor crítico de tenacidad a la fractura K_c , según la expresión de la ecuación 22.

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{\Delta K}{(1-R)^{1-m}} \right)^n \quad (21)$$

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^n}{(1-R)\Delta K_c - \Delta K} \quad (22)$$

2.5. Correcciones por cierre de grieta

En la segunda mitad del siglo XX, algunos investigadores se dieron cuenta del efecto que se produce para determinadas cargas cuando la grieta se cierra, existiendo un contacto entre sus caras y reduciendo el crecimiento de grieta. Rice [33] comenzó con esta tendencia demostrando que la pequeña plastificación cíclica que ocurre en el frente de grieta está controlada por ΔK .

Como se ha mencionado, en la Ley de Paris de la ecuación 19, la velocidad de crecimiento de grieta, $\frac{da}{dN}$, se determina de forma única por un parámetro de carga, esto es, ΔK , constituyendo un modelo que destaca por su simplicidad y versatilidad en condiciones controladas de crecimiento de grieta.

No obstante, investigaciones adicionales han evidenciado que otros parámetros también influyen en la velocidad de crecimiento de grieta, tales como la relación de tensiones R de la Figura 12 o el historial de carga, que se muestra en la Figura 13. Dicha figura muestra un crecimiento paulatino del tamaño de la estela plástica con el paso de los ciclos de carga debido a la acumulación de deformación permanente. En este contexto, Christensen [34] propuso el concepto de interacción de las superficies de fractura, indicando que esta interacción reduce la intensidad de tensiones en el frente de grieta, aumentando así la vida útil de los materiales sometidos a fatiga.

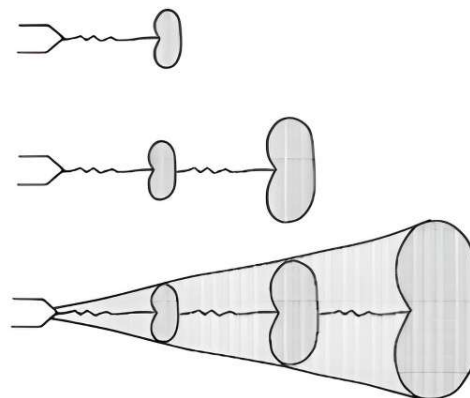


Figura 13. Deformación de la estela plástica con el paso de los ciclos de carga. Fuente: [75].

Posteriormente, Elber [3] exploró el cierre de grieta desde una perspectiva de la mecánica de fractura, promoviendo una gran cantidad de investigaciones sobre los

fenómenos asociados con el cierre de grieta en condiciones de fatiga. En este contexto, Elber fue el primero en proponer el uso de un rango efectivo de tensiones para describir el comportamiento de una grieta en condiciones de fatiga cuando esta permanece parcialmente cerrada.

De esta manera, se define el rango efectivo de tensiones $\Delta\sigma_{ef}$ y el rango efectivo de intensidad de tensiones ΔK_{ef} según se indica la ecuación 23, donde U representa la relación entre el rango efectivo y el rango aplicado de tensiones o factor de intensidad de tensiones, despejado en la ecuación 24.

$$\Delta\sigma_{ef} = \sigma_{max} - \sigma_{op} = U\Delta\sigma, \quad \Delta K_{ef} = K_{max} - K_{op} = U\Delta K \quad (23)$$

$$U = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{op}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} = \frac{K_{max} - K_{op}}{K_{max} - K_{min}} = \frac{\Delta K_{ef}}{\Delta K} \quad (24)$$

Este concepto establece que la grieta se propaga solamente cuando está completamente abierta, por lo cual la velocidad de crecimiento efectiva de la grieta es en realidad menor, como indica la ecuación 25. Esta ecuación no es más que la Ley de Paris de la ecuación 19 aplicando el factor de intensidades efectivo ΔK_{ef} para corregir el cierre de grieta.

$$\frac{da}{dN} = c(\Delta K_{ef})^m \quad (25)$$

La Figura 14 muestra la relación del factor de intensidad de tensiones con el desplazamiento, fijando los puntos donde la grieta está o no abierta. De esta manera, se definen factores de intensidad de tensiones para la apertura K_{op} y para el cierre K_{cl} , además de estados de grieta parcialmente abierta o cerrada, donde hay contacto parcial previo a la apertura o cierre total.

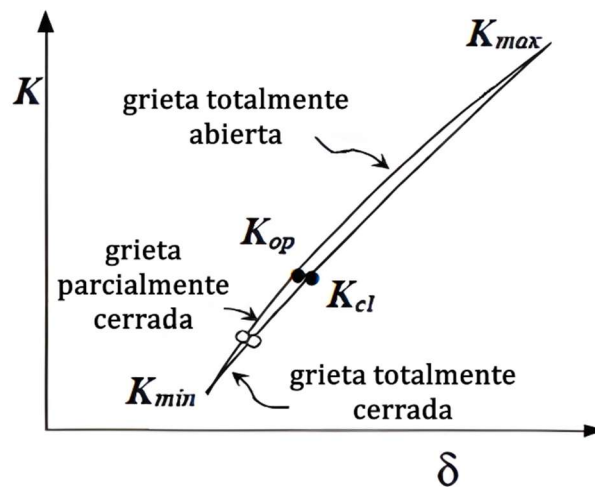


Figura 14. Relación del factor de intensidad de tensiones K y el desplazamiento δ . Fuente: [75].

A través de ensayos experimentales en probetas tipo M(T) de aluminio Al2024-T3, Elber determinó una relación para valores de cierre basados en la relación de cargas R , mostrada en la ecuación 26. Desarrollando junto con la ecuación 24, llegó a la expresión de la ecuación 27, limitada a valores positivos de R entre otros inconvenientes, pero que resultaba de utilidad para ciertos ensayos y materiales.

$$U = 0,5 + 0,4R \quad (26)$$

$$\frac{K_{op}}{K_{max}} = 0,5 + 0,1R + 0,4R^2 \quad (27)$$

A lo largo de los años, numerosos estudios han modificado y afinado estas expresiones para hacerlas más específicas y precisas según el tipo de material y las condiciones de ensayo. Actualmente, se conoce que la dependencia del crecimiento de grieta con U no solo está influenciada por R , sino también por el campo de tensiones, la geometría de la probeta, las condiciones ambientales, y el rango del factor de intensidad de tensiones, lo que hace que el empleo del modelo acertado sea fundamental para el análisis de fatiga en una gran variedad de aplicaciones.

Hoy en día, este fenómeno de cierre de grieta sigue siendo un área de estudio abierta a la investigación. Cuando la grieta se cierra, esto también produce un crecimiento de grieta, aunque en menor medida, luego la forma y el tipo de contacto resulta influyente y puede verse fácilmente condicionado por la carga de ensayo ΔK , el rango de tensiones R , la geometría de la probeta y de la grieta o las condiciones ambientales especialmente. En ocasiones dichas condiciones ambientales puede complicar la correlación de datos numéricos con los datos experimentales, proceso que debe realizarse de manera que se asegure el cumplimiento de la técnica por su complejidad.

Una comparación de las mediciones convencionales de cierre realizadas en los ensayos de prueba organizados por el Grupo de Trabajo autorizado ASTM E24.04.04 [35] determinó que, utilizando el mismo material y geometría de la muestra, existían serias inconsistencias en algunos casos que pueden depender del laboratorio, del investigador y/o de la técnica empleada. Los beneficios del análisis numérico frente al experimental ganan fuerza debido a que las condiciones externas están completamente controladas en el entorno de trabajo que se define.

Por todo esto es importante conocer los diferentes mecanismos de cierre de grieta que existen e influyen en la geometría de la grieta y en su crecimiento. En el crecimiento de grietas por fatiga, se identifican principalmente tres mecanismos de cierre. Estos mecanismos afectan directamente a la propagación de la grieta y su velocidad de crecimiento, generando condiciones particulares para cada caso.

2.5.1. Mecanismos de cierre de grieta

El primer mecanismo de cierre es el cierre por plasticidad en el material. Este se produce cuando en el frente de grieta se experimentan deformaciones plásticas de modo que, tras el paso de una carga de tracción y su posterior descarga, la grieta puede permanecer parcialmente cerrada debido a las tensiones residuales en la zona plástica.

El segundo mecanismo de cierre que aquí se introduce es el cierre por oxidación, en el que el material en el frente de la grieta experimenta una acumulación de productos de corrosión, como óxidos, debido a las condiciones ambientales. Este fenómeno ocurre especialmente en materiales expuestos a atmósferas oxidantes o bajo ciclos de alta temperatura. Los productos de la oxidación rellenan el espacio de la grieta y actúan como una barrera que impide su completa apertura y cierre, afectando así al crecimiento de la grieta y su resistencia al avance cíclico, pudiendo incluso modificar los flancos de grieta comprometiendo la dirección y estabilidad de esta.

El tercero es el cierre por rugosidad, basado en la superficie irregular o áspera de las caras de la grieta que se generan a medida que esta crece. Las irregularidades en la superficie de fractura generan puntos de contacto cuando las caras de la grieta intentan cerrarse, lo que causa que no se ajuste perfectamente aun en ausencia de carga externa. La interacción entre estas superficies rugosas reduce el crecimiento de la grieta al aumentar la resistencia al avance bajo ciclos de carga.

Cabe destacar que los mecanismos de cierre por oxidación y cierre por rugosidad operan de manera diferente y afectan la grieta incluso en condiciones de carga nula o bajo compresión. Estos mecanismos de cierre también disminuyen el rango de tensiones

efectivo en el frente de grieta, pudiendo aumentar la vida en fatiga del material en algunos casos.

2.5.2. Cierre de grieta por plasticidad (PICC)

En el proceso de propagación de grietas en fatiga, se desarrolla una zona de deformación plástica residual alrededor de la grieta que desempeña un papel crucial en el cierre de esta, viéndose influenciada por el propio cierre. Según el planteamiento de Elber [3], este fenómeno conocido como cierre de grieta por plasticidad, del inglés, *PICC* o *Plasticity Induced Crack Closure*, se debe al desarrollo de una estela plástica que actúa como una cuña en el frente de grieta. Incluso en condiciones de carga nula, las tensiones residuales generadas en el material circundante comprimen las superficies de la grieta y las mantienen cerradas, como muestra la Figura 15.

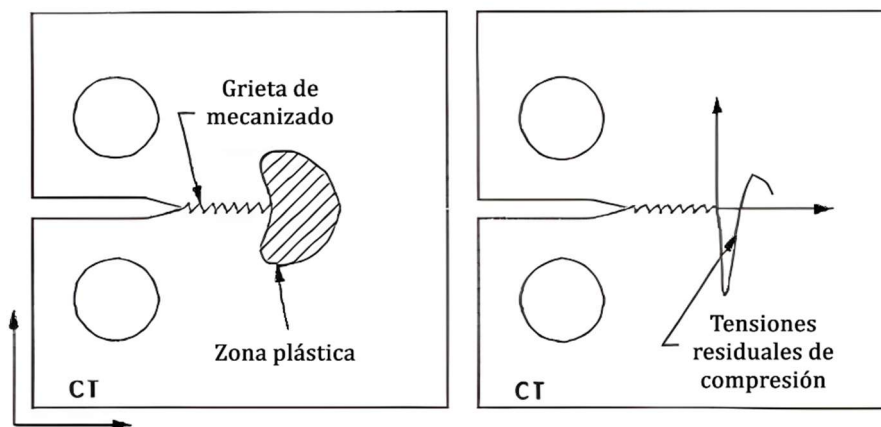


Figura 15. Cierre de grieta por plasticidad. Probeta CT. Fuente [75].

Las tensiones residuales de compresión orientadas en dirección normal a las caras de la grieta son fundamentales para el mecanismo de cierre, ya que controlan la apertura y el avance de esta durante los ciclos de carga. Este efecto reduce el rango de tensiones efectivo en el frente de grieta, ralentizando el crecimiento de la grieta bajo cargas cíclicas.

Además, la distribución de tensiones a lo largo del espesor de la pieza afecta también controla el comportamiento de cierre de la grieta. En materiales con un frente de grieta curvo o con mayor flexibilidad en las capas superficiales que beneficia dicha curvatura, el campo de tensiones varía y puede modificar el grado de cierre por plasticidad. Esto se debe al confinamiento o liberación de tensiones en las capas

superficiales, que influye en cómo interactúan las tensiones plásticas residuales a lo largo del espesor.

Cabe destacar que el tipo de probeta condiciona este efecto como bien destacaron Antunes et al. [22] en su artículo, donde introdujeron el concepto *T-stress* para analizar el efecto de la geometría de la probeta en el cierre de grietas.

En la expansión en serie de Williams para el campo de tensiones en la punta de una grieta en condiciones de elasticidad lineal, el segundo término no singular, denominado *T-stress* elástico, representa la tensión que actúa paralela al plano de la grieta. El *T-stress* aumenta de valores negativos a positivos cuando el modo de carga de la probeta cambia de tracción a flexión. La probeta $M(T)$, o *SENT* por sus siglas en inglés: *Single Edge Notch Tension*, mostrada en la Figura 16, presenta un *T-stress* negativo y constante. Sin embargo, la probeta tipo *CT* de la Figura 15 tiene *T-stress* positivo que aumenta con la longitud de la grieta.

Esta distinción es la causa por la cual en las probetas tipo *CT* existe contacto incluso con rangos de tensiones R positivos, mientras que en probetas $M(T)$ es necesario introducir compresión (R negativo) para que los flancos de grieta lleguen a cerrarse. Aunque no se trate en este estudio, la probeta $M(T)$ ha sido ampliamente utilizada en la literatura ya desde Elber en los años 70 [3] hasta la actualidad [22,36,37].

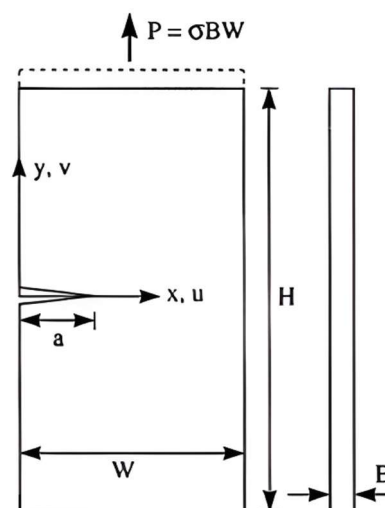


Figura 16. Probeta tipo $M(T)$ con condición de simetría. Fuente: [38].

El signo y la magnitud del T -stress modifican sustancialmente el tamaño y la forma de la zona plástica de deformación plana en la punta de la grieta a niveles de carga finitos. Un T -stress positivo incrementa el nivel de triaxialidad de tensiones en la punta de la grieta y restringe la fluencia mientras que un T -stress negativo reduce el nivel de triaxialidad de tensiones en la punta de la grieta y favorece el desarrollo de la plasticidad (sin generar tensiones de compresión como en la Figura 15). Por lo tanto, se esperan valores mayores de cierre de grieta para T -stress positivos.

2.5.3. Cierre de grieta por oxidación

El cierre por oxidación en el crecimiento de grietas por fatiga ocurre cuando las superficies de la grieta se oxidan, lo cual se ha observado al estudiar el comportamiento de grietas en ambientes específicos, especialmente cuando los valores del rango del factor de intensidad de tensiones R están cerca del umbral de crecimiento de grieta.

Este tipo de cierre se intensifica en ambientes corrosivos, donde la rugosidad de las superficies de la grieta y el cierre por plasticidad originan un ciclo continuo de formación y fractura de capas de óxido en las superficies de contacto, fenómeno conocido como *fretting*.

Este proceso de *fretting*, mostrado en la Figura 17, genera una capa de óxido que actúa como una cuña entre las superficies de la grieta, aumentando así el factor de intensidad de tensiones de cierre, K_{cl} , lo que reduce la velocidad de propagación de la grieta en cada ciclo de carga. Como resultado, el cierre por oxidación ralentiza el crecimiento de la grieta debido a la constante resistencia adicional generada por la capa de óxido.

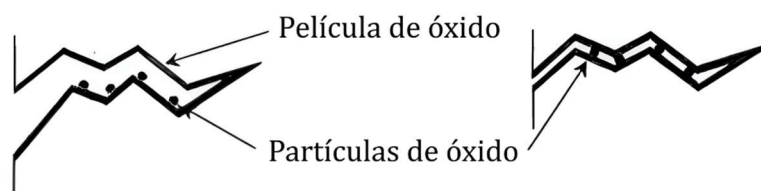


Figura 17. Cierre de grieta por oxidación.

Este mecanismo de cierre es más común en ambientes con alta corrosión y con factores como bajo valor de relación de carga R , valores de ΔK reducidos y superficies

de grieta rugosas. Todos estos factores facilitan el contacto y la corrosión entre las superficies de la grieta, promoviendo el cierre de esta.

2.5.4. Cierre de grieta por rugosidad

El cierre de grieta por rugosidad ocurre en condiciones donde la zona de deformación plástica es de dimensiones comparables al tamaño del grano del material. En estas condiciones, la grieta tiende a propagarse principalmente a lo largo de un único plano de deslizamiento. Este tipo de crecimiento genera asperezas a lo largo de las superficies de la grieta y, durante el ciclo de descarga, estas asperezas entran en contacto entre sí. El resultado es la aparición de múltiples puntos de contacto que impiden el cierre completo de la grieta, como se muestra en la Figura 18.



Figura 18. Cierre de grieta por rugosidad.

Este contacto irregular entre las superficies de la grieta produce tensiones residuales de compresión alrededor de la grieta, las cuales influyen en el control de su propagación por contacto de los flancos como ya se ha comentado. Este mecanismo se ve acentuado cuando el material presenta un tamaño de grano grande y una microestructura que facilita el deslizamiento en un solo plano. Bajo estas condiciones, la rugosidad de las superficies de la grieta se incrementa, potenciando el efecto de cierre por rugosidad y ralentizando el crecimiento de la grieta.

2.6. Métodos numéricos aplicados al crecimiento de grietas provocado por cargas cíclicas

Desde los años setenta, el análisis del crecimiento de grietas por fatiga mediante métodos numéricos, particularmente a través del método de los elementos finitos o *FEM*, por sus siglas en inglés, *Finite Element Method*, ha sido ampliamente estudiado por investigadores en el ámbito de la mecánica de fractura [4,22,39]. La simulación de

este fenómeno implica modelar los procesos de carga y descarga y definir el número de ciclos a aplicar, permitiendo así comprender el comportamiento del material y la propagación de grietas en condiciones cíclicas.

En los primeros años, muchos estudios de elementos finitos se centraban en simular el crecimiento de grietas bajo carga estática sin incorporar los efectos de fatiga. Miyamoto [4] fue pionero en realizar un análisis de fatiga mediante elementos finitos, enfocándose en el contacto entre nodos sin profundizar en el fenómeno del cierre de grieta. Posteriormente, Newman [40] desarrolló un modelo en tensión plana que incluía elementos triangulares para analizar el cierre de grieta, siendo uno de los trabajos más relevantes de la época.

Fleck [41,42] analizó el fenómeno de cierre de grieta simulando el crecimiento de grieta bajo condiciones de deformación plana, aportando una metodología detallada para determinar el cierre de grieta en función del espesor y la geometría. Chermahini [43], por su parte, introdujo modelos tridimensionales, posibilitando una representación más precisa del cierre en función de la distribución de tensiones. Estos estudios empleaban materiales elasto-plásticos y simulaban el cierre de grieta mediante contacto físico entre las superficies mediante resortes, modelando así el comportamiento de la grieta de forma realista.

McClung y Sehitoglu [44,45], en su revisión de los métodos de análisis de fatiga mediante *FEM*, establecieron las bases para mejorar la precisión de los resultados y la consistencia de los modelos numéricos. Introdujeron conceptos avanzados, como la influencia del tamaño de malla y de las propiedades materiales, consolidando técnicas que se adoptaron como estándares. Posteriormente, Sehitoglu y Sun [46] propusieron una metodología para definir la tensión de apertura de grieta mediante la distribución de tensiones en lugar del contacto entre nodos, avanzando hacia un análisis más detallado del cierre en deformación plana.

En los noventa, los avances en tecnología computacional permitieron el desarrollo de modelos más complejos. Investigadores como Ellyin y Wu [47] aplicaron modelos con endurecimiento plástico para analizar cómo las variaciones en carga afectaban al

crecimiento de grietas. Ya en el siglo XXI, trabajos como los de Solanki et al. [48,49] introdujeron refinamientos en malla y nuevas técnicas para calcular la tensión de apertura basadas en tensiones de compresión, optimizando los modelos numéricos.

En la actualidad, investigaciones realizadas en la Universidad de Málaga aplican elementos finitos con programas como ABAQUS y ANSYS [19,39,50]. Sus estudios han logrado un análisis integral del cierre de grieta por plasticidad en modelos 2D y 3D, evaluando variables como el espesor y la curvatura del frente de grieta entre muchas otras. Estos trabajos contribuyen significativamente al entendimiento del comportamiento de las grietas bajo condiciones de fatiga, proporcionando una base sólida para futuras investigaciones en este campo.

2.7. Avances en el *CTOD* plástico

El desplazamiento de apertura en la punta de la grieta o *CTOD*, como ya se ha mencionado, es uno de los parámetros más representativos de la deformación localizada en la punta de una grieta en condiciones de propagación bajo cargas cíclicas. A diferencia del enfoque clásico de la *MFEL*, donde predomina el uso del factor de intensidad de tensiones K , el *CTOD* permite describir con precisión el comportamiento de materiales dúctiles bajo plasticidad significativa.

El uso del *CTOD* como parámetro de evaluación del daño y de la tenacidad a la fractura ha cobrado importancia con el paso del tiempo desde que fue introducido en estudios experimentales por Wells [29] y desarrollado teóricamente por Rice [33] en el marco de la teoría de campos dominantes, demostrando que el campo de tensiones en la punta de grieta solo dependía de condiciones de carga y geometría, permitiendo definir parámetros intensivos como el *CTOD*. En particular, su relación con la estela plástica ha sido fundamental para interpretar el comportamiento de materiales estructurales sometidos a sollicitaciones complejas.

El *CTOD* plástico se refiere específicamente a la componente plástica del desplazamiento en la punta de grieta, excluyendo la contribución puramente elástica. De esta manera, es posible diferenciar en la apertura de grieta una etapa de apertura de

grieta lineal ($CTOD_e$), seguida de una apertura de crecimiento no lineal mayor que la anterior ($CTOD_p$), donde: $CTOD = CTOD_e + CTOD_p$.

Cabe destacar que, aunque hay evidencia de que el $CTOD$ se correlaciona con diversos fenómenos como la estela plástica o el daño en el material, este parámetro también presenta ciertas limitaciones que suponen retos importantes en su aplicación. El $CTOD$ es un parámetro no lineal, ya que su componente plástica, el $CTOD_p$, está directamente relacionado con las deformaciones plásticas entorno a la punta de la grieta, lo que introduce dicha no linealidad.

No obstante, es difícil asociar directamente el $CTOD_p$ con parámetros como el límite de fatiga o el nivel de deformación puesto que no es una medida de la deformación del propio material, sino que está estrechamente relacionado con ella. Esto se debe a que el $CTOD$ mide una distancia arbitraria de apertura de grieta, con lo que no representa una deformación puntual del material. Se dice que el $CTOD$ no es una magnitud local ni tensorial, sino que es una medida geométrica macroscópica.

Además, al ser el $CTOD$ una medida macroscópica, esto implica arbitrariedad en el punto de medición, que queda libre a escoger. No es lo mismo ni tiene la misma representación a nivel de deformaciones plásticas en la zona plástica cíclica medir a $5 \mu m$ de la punta de grieta que a 10 o a $20 \mu m$, o incluso midiendo con respecto a algún punto en el interior de la probeta cerca del flanco de grieta, aunque todas las mediciones otorgan información. En este estudio, las mediciones del $CTOD$ se realizarán siempre en el primer nodo tras el frente de grieta, con lo que en este caso el $CTOD$ es dependiente del mallado. Como el mallado está parametrizado con respecto al rpD , el $CTOD$ dependerá de la carga aplicada en la simulación.

Aunque no existe un criterio definido acerca de cómo tomar mediciones del $CTOD$ en simulaciones numéricas, lo más común en la literatura es tomar el primer nodo tras el frente de grieta para captar el intenso gradiente de deformaciones que recibe la región circundante al frente de grieta. Es muy importante que el mallado sea lo suficientemente fino para poder tener valores de $CTOD$ representativos.

A nivel experimental, el *CTOD* ha sido ampliamente utilizado para caracterizar el inicio de la propagación de grietas en materiales metálicos, especialmente aceros de alta resistencia y aleaciones de aluminio como la del caso de estudio. Las normas BS 7448 [51] y ASTM E1290 [52] establecen métodos para su determinación mediante el análisis de probetas del tipo *CT* o *SENB*, del inglés *Single Edge Notched Bend* (con probeta tipo *M(T)* igual que la *SENT*, pero bajo cargas de flexión en lugar de tracción).

En estos ensayos, el *CTOD* puede medirse directamente en la superficie de la probeta mediante extensometría óptica o por correlación de imágenes digitales, del inglés *DIC* o *Digital Image Correlation*. Esta técnica es la más empleada por su efectividad, aunque solo es capaz de observar la superficie de la grieta sin penetrar en ella para analizar planos interiores.

Artículos como el de Vasco-Olmo et al. [53] determinan que el *CTOD* está íntimamente ligado a la deformación generada en la punta de la grieta, esto es, la zona plástica cíclica, aunque su valor está influenciado por el plano del espesor escogido y por la distancia horizontal hacia la punta de la grieta. No obstante, no consiguen una clara relación entre el *CTOD_p* y el *PICC*, mecanismo que origina el cierre de grieta en situaciones de ciclos de carga a tracción. Otras investigaciones han conseguido relacionar el *CTOD_p* con el crecimiento de grieta [54,55] e incluso lo proponen sobre ΔK para calcular el límite de fatiga [56,57] entre otras propuestas, aunque sin llegar a conseguir modelos del todo versátiles.

Desde el punto de vista del análisis computacional, grandes avances se han realizado en diversos ámbitos entorno al crecimiento de grietas por *PICC* y al *CTOD*. Esto se debe a la posibilidad de controlar el entorno del problema de una manera precisa en todo momento, lo que le otorga una gran ventaja como ya se ha comentado. Grandes esfuerzos han sido realizados de cara a mejorar la fidelidad de las condiciones físicas optimizando a su vez el coste computacional.

Por ejemplo, se han estudiado factores como la estela plástica necesaria a simular para recrear las condiciones reales [58,59], cómo deben ser los ciclos de carga y las liberaciones nodales para el avance del frente de grieta [39] o las necesidades del

mallado mínimas para optimizar la simulación [23,59]. Además, se han realizado investigaciones para estudiar la influencia sobre el $CTOD_p$ de factores como las condiciones de carga [37,60], el contacto de flancos de grieta [36], la curvatura del frente de grieta [61,62] o dependencias a lo largo del espesor [60].

Por otro lado, numerosos trabajos destacan el uso del $CTOD_p$ para predecir parámetros como el avance de grieta [37,63] (con gran influencia sobre este debido al cierre de grieta), el desarrollo de la zona plástica cíclica [60], para predecir la tenacidad del material a la fractura [57] e incluso para estudiar el inicio de propagación de grietas mediante un $CTOD$ umbral [61] entre otros.

También se han realizado numerosas correlaciones entre datos del $CTOD$ recogidos en simulaciones numéricas y ensayos experimentales. Cabe destacar el trabajo que publicaron Gómez et al. [64]. En este estudio se consiguió una buena correlación entre los resultados, aunque con ciertas discrepancias en el análisis de la histéresis achacado al $CTOD_p$ que pudo ser debido al modelo elasto-plástico del material, efectos de borde o mecanismos de daño adicionales además de las condiciones ambientales del ensayo experimental.

En síntesis, los trabajos revisados evidencian que el $CTOD_p$ continúa siendo objeto de interés dentro del ámbito de la mecánica de la fractura, tanto en contextos experimentales como numéricos. Esta línea de investigación permanece abierta debido a que, si bien el $CTOD$ ha demostrado ofrecer resultados robustos y coherentes para la caracterización de la resistencia a la fractura en materiales dúctiles, su aplicación presenta desafíos conceptuales y metodológicos. En particular, su naturaleza como magnitud global arbitraria que no se relaciona directamente con propiedad intrínseca del material dificulta su correlación directa con otros parámetros materiales.

No obstante, su aplicación ha demostrado resultados consistentes y relevantes en distintos escenarios de evaluación estructural, lo que justifica seguir profundizando el análisis del $CTOD$ en el campo de la mecánica de fractura. Su creciente adopción en normas y procedimientos [51,52] justifican la continuidad de los esfuerzos orientados a su comprensión, estandarización y mejora.

3. Modelado tridimensional del problema

En este apartado se realizará un recopilatorio de la metodología de cálculo empleada para la simulación, explicando los fundamentos del *FEM* y los aspectos clave para abordar la simulación tridimensional del crecimiento de grietas en condiciones de fatiga para analizar el *CTOD*. Se detallará la estructura y organización del programa ANSYS utilizado para resolver el problema, describiendo las fases principales del proceso de simulación.

El modelado tridimensional en ANSYS permite un análisis detallado del comportamiento, proporcionando información precisa sobre la evolución del campo de tensiones, la deformación plástica acumulada y el cierre de la grieta a lo largo de su propagación. Este nivel de detalle es esencial para capturar efectos tridimensionales como los efectos de borde, las variaciones en función del espesor y las concentraciones de tensiones en el dominio de la probeta a estudiar.

El análisis comienza con la definición de la geometría de la probeta *CT*, seguida de la selección de las propiedades del material, que incluyen un comportamiento elasto-plástico y el diseño del ensayo a simular. El siguiente paso incluye la generación de una malla adecuada, empleando elementos tridimensionales, que permita capturar con precisión las singularidades del frente de grieta. Se debe prestar especial atención a la región cercana a la grieta, utilizando técnicas de mallado refinado variable para asegurar un tamaño de elemento adecuado que otorgue resultados precisos en esa zona crítica.

El proceso de simulación en ANSYS continúa con la aplicación de las condiciones de contorno y cargas, seguido de la simulación del crecimiento de la grieta para proceder con la simulación del ensayo de fatiga. Por último, se deben procesar los resultados para obtener los parámetros que se deseen a partir de los cálculos realizados, con el objetivo de analizar la influencia del *CTOD* en función del espesor bajo diferentes condiciones de carga y espesores.

Además de las fases generales, se abordarán aspectos más específicos del análisis. Entre ellos, se incluye la calibración de parámetros como la máxima penetración

permitida o el remallado de algunas zonas para evitar distorsiones en el dominio de la probeta, garantizando de este modo la estabilidad numérica del modelo y la convergencia de las iteraciones a lo largo del ensayo a simular.

Finalmente, se presentará un esquema detallado del procedimiento de simulación, acompañado de imágenes del entorno de trabajo en ANSYS, para proporcionar una guía clara y reproducible del proceso. Este enfoque asegura una comprensión integral de los pasos necesarios para abordar la simulación tridimensional de la fatiga en probetas *CT* y sienta las bases para estudios más avanzados en el análisis tridimensional del crecimiento de grietas en aluminio sometido a cargas cíclicas.

3.1. Método de elementos finitos

El *FEM* es una herramienta computacional ampliamente utilizada en ingeniería y física para resolver problemas complejos en medios continuos. Este método surge como una solución frente a la imposibilidad de resolver, de forma exacta y analítica, las ecuaciones en derivadas parciales que gobiernan el comportamiento de muchos sistemas físicos. Estas ecuaciones, que suelen estar asociadas a fenómenos como la elasticidad, el calor o la dinámica de fluidos, entre otros, presentan una alta complejidad matemática, especialmente cuando se aplican a geometrías irregulares, propiedades materiales no homogéneas o condiciones de carga y de contorno variables.

El *FEM* divide el dominio del problema en pequeñas partes o subdominios denominados elementos finitos, los cuales están conectados entre sí por medio de nodos. Este proceso de discretización permite convertir un problema continuo en un sistema discreto de ecuaciones algebraicas que puede resolverse mediante métodos numéricos.

El dominio de estudio se subdivide en una malla compuesta por elementos geométricos simples. Estos elementos pueden ser unidimensionales (barras), bidimensionales (triángulos, cuadriláteros) o tridimensionales (tetraedros, hexaedros). La elección del tipo de elemento depende de la geometría del problema, las condiciones de contorno y el nivel de precisión deseado.

Dentro de cada elemento, se definen funciones de interpolación o funciones de forma que aproximan las variables del problema (por ejemplo, desplazamientos, temperaturas o presiones) en términos de los valores en los nodos. Estas funciones suelen ser polinomios de bajo grado y permiten una representación aproximada del campo físico dentro del elemento. El tamaño del mallado debe ser en todo momento suficientemente pequeño como para captar con precisión los gradientes de las variables del problema en el campo físico para obtener unos resultados fiables, lo que eleva el tiempo de cálculo computacional. Esto puede requerir correcciones del mallado tras la simulación para mejorar los resultados o el tiempo de cálculo.

En el contexto del *FEM* aplicado a estructuras, como es el caso de la probeta del estudio, se realiza la simulación elemento a elemento a través de principios físicos como la ley de equilibrio de fuerzas, la conservación de energía o el principio de los trabajos virtuales. Se obtiene un sistema de ecuaciones matriciales que relaciona las fuerzas aplicadas, las propiedades del material y los desplazamientos nodales del mallado completo. Este sistema tiene la forma general que se indica en la expresión de la ecuación 28, donde $\{F\}$ es el vector de fuerzas aplicadas o las condiciones de carga del problema, $[K]$ es la matriz de rigidez dependiente de la geometría, el tipo de elementos y las propiedades del material y $\{u\}$ es el vector de desplazamientos nodales a resolver.

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (28)$$

Una vez ensamblado el sistema global de ecuaciones, se emplean métodos numéricos para resolverlo, obteniendo los valores aproximados de las incógnitas en los nodos. A partir de estos valores, se pueden derivar otras magnitudes físicas como tensiones, deformaciones o gradientes.

La precisión de los resultados obtenidos mediante el *FEM* depende directamente de la calidad de la malla generada y del refinamiento en las áreas críticas del modelo. Un mallado más fino (con elementos de menor tamaño) tiende a ofrecer resultados más precisos, ya que reduce los errores de interpolación en la aproximación de las funciones de forma. Sin embargo, este refinamiento tiene un coste computacional significativo, ya que incrementa el número de ecuaciones a resolver y, por ende, el tiempo computacional.

El equilibrio entre precisión y tiempo de cálculo es un aspecto crucial en la implementación del *FEM*, donde se debe pretender adaptar el mallado a las necesidades de la simulación, por ejemplo, mejorando la discretización del mallado o utilizando elementos de mayor precisión, entre otros, en zonas críticas. En regiones alejadas del punto de interés, se puede emplear un mallado más grueso para reducir el costo computacional sin afectar significativamente la precisión global.

En el contexto de la simulación de grietas por fatiga, el *FEM* es particularmente útil para analizar fenómenos locales en torno a la grieta, como el cierre, la apertura y la estela plástica. Además, este permite evaluar la propagación de la grieta bajo cargas cíclicas, lo que requiere un seguimiento detallado de la evolución del campo de tensiones en cada ciclo para generar una estela plástica propia de un problema de fatiga en materiales dúctiles.

El análisis de fatiga implica abordar desafíos específicos en la implementación del *FEM*, como son los siguientes:

- Simulación del crecimiento de grieta. La propagación de la grieta en el ensayo se simula liberando nodos tras cada ciclo, generando un crecimiento de grieta estable y controlado en todo momento según se ha diseñado el ensayo. Otras técnicas empleadas pueden ser el remallado local de la punta de grieta, donde puede ser necesario actualizar la malla para mantener la precisión en el frente de grieta y evitar distorsiones geométricas. Esto se conoce como malla dinámica, aunque plantea otras dificultades como establecer el criterio de propagación de la grieta durante el ensayo en función de los parámetros obtenidos en cada ciclo.
- Simulación del cierre de grieta. Se utilizan elementos de contacto o formulaciones especiales para modelar el contacto entre las superficies de la grieta, capturando fenómenos de cierre de grieta. En general, los cálculos de contacto son problemas complejos que implican un alto coste computacional.
- Condiciones dependientes de ciclos. Se enfatiza la importancia de realizar simulaciones transitorias que consideren la acumulación de daño y deformación plástica a lo largo de varios ciclos de carga dada la irreversibilidad del proceso. Esto es necesario para desarrollar la estela plástica típica de un ensayo de fatiga, donde se produce un crecimiento de grieta estable.

El *FEM* ofrece varias ventajas, como su versatilidad para abordar problemas complejos y su capacidad para manejar geometrías y propiedades materiales complicadas. Sin embargo, también presenta limitaciones, como la necesidad de experiencia para generar una malla adecuada, la alta dependencia de recursos computacionales y la posible acumulación de errores numéricos en simulaciones de largo plazo o de alta complejidad. Por ello, su correcta implementación requiere un cuidadoso balance entre precisión y eficiencia, además de un amplio conocimiento del problema físico que se está modelando.

3.2. ANSYS Mechanical APDL

ANSYS Mechanical APDL es una herramienta poderosa dentro del ecosistema de ANSYS, diseñada para resolver problemas estructurales complejos mediante *FEM* [65]. Este programa se emplea ampliamente en ingeniería debido a su capacidad para modelar, simular y analizar fenómenos físicos como fatiga, fractura, análisis térmicos acoplados o incluso para problemas donde interviene el electromagnetismo. Su organización interna se compone de niveles y procesadores que estructuran el flujo de trabajo, permitiendo definir, resolver y analizar los problemas con claridad y precisión.

El punto de partida para cualquier análisis en ANSYS es el nivel inicial, que actúa como una puerta de acceso a los distintos procesadores funcionales. Entre estos procesadores destaca el preprocesador general, conocido como PREP7, donde se definen las propiedades de los materiales, las características de los elementos y la geometría del modelo. En esta etapa, también se genera la malla, que consiste en dividir la geometría en elementos interconectados mediante nodos. Esta división permite transformar el modelo en una representación discretizada para que sea manejable computacionalmente, aunque con una solución aproximada que mejora con un mayor refinamiento de la malla a costa de tiempo computacional.

Una vez creado el modelo en el preprocesador, se accede al procesador de solución, denominado SOLU. Aquí se aplican las condiciones de contorno en los nodos, donde se restringen grados de libertad y se imponen las solicitaciones que deforman el sólido. Estas cargas pueden ser puntuales, distribuidas o cíclicas, dependiendo de la naturaleza

del problema a estudiar. La configuración de esta etapa define cómo el modelo interactúa con su entorno físico y permite prever su comportamiento bajo condiciones específicas.

Finalizada la simulación, el análisis de resultados se lleva a cabo en el posprocesador general, llamado POST1. Este procesador permite visualizar e interpretar los datos obtenidos, como desplazamientos, tensiones o factores de intensidad de tensiones utilizando gráficos de contornos, vectores o tablas numéricas. La versatilidad de esta etapa facilita la validación de los resultados y proporciona una comprensión profunda del comportamiento del modelo.

ANSYS Mechanical APDL destaca por su flexibilidad y capacidad de caracterización. A diferencia de herramientas más modernas como ANSYS Workbench, su interfaz más técnica ofrece un control detallado sobre los parámetros del modelo, permitiendo programar comandos específicos a través de su lenguaje APDL (*Ansys Parametric Design Language*). Esto resulta especialmente útil para problemas más avanzados como el de este estudio.

Un modelo típico en ANSYS incluye varios componentes fundamentales. La geometría del problema debe representar con precisión el sistema físico a estudiar, lo que se logra mediante la creación de puntos, líneas, áreas y volúmenes. Las propiedades de los materiales, como el módulo de elasticidad, el límite elástico o el comportamiento plástico, deben definirse y asociarse a los elementos que componen la malla. Esta última, formada por elementos y nodos, es una aproximación de la geometría real cuya precisión depende de la densidad y el tipo de elementos utilizados. Por último, las condiciones de contorno y las cargas aplicadas determinan las restricciones y esfuerzos a los que se somete el modelo durante la simulación.

El flujo de trabajo en ANSYS sigue un esquema lógico y sistemático. Este enfoque, como ya se ha comentado, permite abordar problemas complejos como el de este estudio de manera eficiente, asegurando que cada etapa esté diseñada de forma óptima para contribuir a la obtención de soluciones precisas y deseadas. Además, esta simulación se apoya en el módulo de contacto, un módulo que ofrece la herramienta

APDL para simular todo tipo de contactos entre distintas geometrías y que resulta imprescindible para simular el contacto de flancos de grieta que tiene gran influencia sobre el tiempo que la grieta se mantiene abierta por ciclo, afectando drásticamente al *CTOD* y protegiendo la grieta.

3.3. Modelado del problema

En este proyecto, hemos trabajado con una probeta de tipo *CT*. Esta probeta tiene un *T-stress* positivo [22], es decir, su geometría fomenta el contacto entre los flancos de grieta tras el desarrollo de la estela plástica incluso bajo cargas exclusivamente de tracción durante toda la simulación, lo cual es objeto de estudio (*PICC*).

Se ha considerado un material para la probeta de aleación de aluminio Al2024-T351, un material ampliamente empleado en ensayos de este tipo debido a su extenso uso industrial, ya que presenta una excelente relación peso-resistencia entre otras propiedades mecánicas. Este material presenta un endurecimiento débil, lo que implica que la capacidad del material para soportar mayores tensiones después del límite elástico no es significativamente alta.

La caracterización del material es la siguiente: $E = 73,5 \text{ GPa}$, $\sigma_y = 425 \text{ MPa}$, $K' = 685 \text{ MPa}$, $n' = 0,073$, siendo K' el parámetro y n' el exponente en el modelo de Ramberg-Osgood. El aluminio Al2024-T351 tiene un tamaño de grano promedio de aproximadamente 138, 67 y 43 μm en las direcciones de laminación, transversal y espesor, respectivamente [66]. Trabajos previos, como el de Zapatero y González-Herrera [67], modelaron esta aleación de aluminio, empleándola para resolver el problema bidimensional. Estos estudios proporcionan una base importante para entender el comportamiento del material bajo diferentes condiciones de carga y desarrollar metodologías de modelado más avanzadas.

La geometría tridimensional de la probeta se ha representado aprovechando su simetría para modelar únicamente un cuarto de la probeta completa, representando la parte superior hasta el plano de la grieta y tan solo desde el plano medio (*PM*), $z = 0$, hacia uno de sus planos superficiales (*PS*), $z = b/2$, donde b es el espesor de la

probeta. Esta simetría se puede apreciar en la Figura 19, donde se observan las dimensiones de la probeta a estudiar. Gracias a esta, no solo reduce la complejidad computacional del problema al reducir el número de elementos, sino que también se simplifican las condiciones de contorno, pues estas incluyen restricciones de simetría que representan el comportamiento físico del resto del cuerpo.

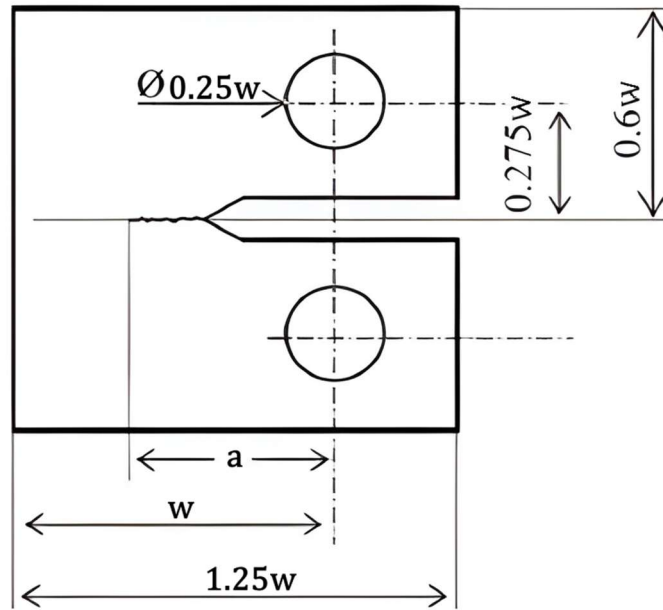


Figura 19. Geometría y dimensiones de la probeta CT para este estudio.

Las dimensiones principales de la probeta son $W = 50 \text{ mm}$ y $a = 20 \text{ mm}$, tal como queda acotada la Figura 19. Las cargas aplicadas se basan en un rango de valores cíclicos predefinidos, imponiendo un factor de intensidad de tensiones máximo K_{max} en cada simulación y siempre con un rango intensidad de tensiones de $R = 0,1$.

En cuanto al mallado, un aspecto fundamental ha sido la región cercana a la grieta, donde se producen los mayores gradientes de tensiones y deformaciones, como muestra la Figura 20. Por tanto, el refinamiento de la malla en esta zona resulta crucial para obtener resultados precisos. Además, estudios como el de Fleck [42] ya determinaban que dicha zona justo antes y justo después de la punta de grieta resulta vital en la influencia sobre la velocidad de propagación $\frac{da}{dN}$ y los parámetros no lineales que se obtienen, como el *CTOD*.

Para modelar adecuadamente el problema tridimensional, se ha empleado un mallado variable que optimiza la distribución de elementos en las regiones críticas mientras que en las zonas más alejadas se ha reducido la densidad del mallado para minimizar el tiempo de cálculo.

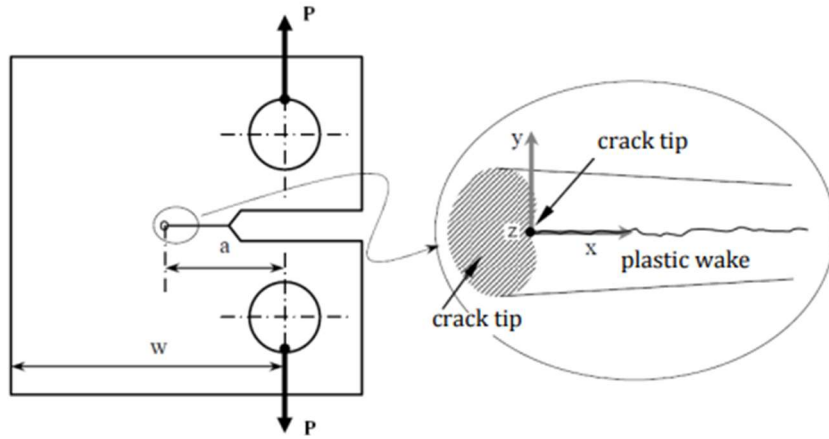


Figura 20. Esquema de la probeta CT y sistema de coordenadas considerado. Fuente: [19].

El tipo de elemento utilizado ha sido el SOLID185, mostrado en la Figura 21. Este es un elemento sólido tridimensional de 8 nodos que se define con seis grados de libertad por nodo, lo que lo hace ideal para modelar problemas tridimensionales de estrés y deformación con mallados mapeados, adecuado para análisis no lineales, plásticos y de contacto, como el que nos ocupa.

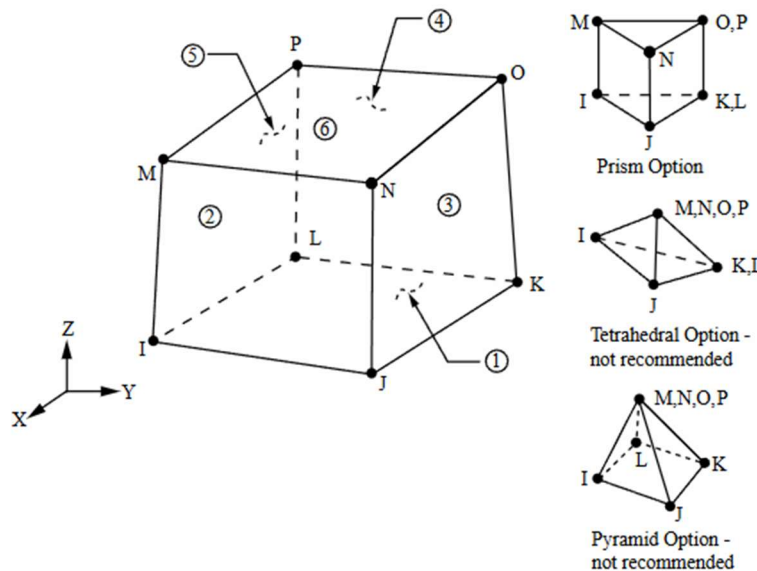


Figura 21. Elemento SOLID185. Fuente: Web de ANSYS Mechanical APDL. Fuente: [76].

Escogiendo un elemento de nodos reducidos como este, se consigue reducir el tiempo computacional en gran cantidad, aunque este elemento no se ajuste de modo

óptimo a los elementos tetraédricos generados en la zona lejana a la grieta. La justificación de su uso es que el error que introducen es insignificante dado el poco gradiente de tensiones y deformaciones de dichas zonas lejanas, como se comentaba previamente. Esto es debido a que estas zonas se encuentran alejadas de la zona crítica, donde ocurre la concentración de tensiones dada la geometría de la probeta, la cual está diseñada para este fin.

Varias pruebas han sido realizadas para verificar esta hipótesis, empleando un mallado más eficiente para los elementos tetraédricos del mallado exterior mediante el uso del elemento tipo SOLID187, con hasta 20 nodos por elemento en lugar de los 8 que posee el SOLID185. Esto ha sido probado debido a que ANSYS recomienda este tipo de elementos para mallados tetraédricos, aunque ello conlleva emplear elementos de contacto con más nodos para poder simular el contacto adecuadamente, lo que duplica el tiempo computacional.

El beneficio obtenido es prácticamente nulo, ya que los elementos que se encuentran en la zona del mallado exterior están lejos de las áreas de influencia cruciales, como son la estela plástica tras la punta de grieta y la región justo delante de la grieta, ambas pertenecientes al mallado mapeado. Por ello, se ha empleado el tipo SOLID185 para el mallado exterior con elementos tetraédricos a pesar de estar contraindicado por ANSYS, ya que la influencia en los resultados es insignificante.

3.3.1. Mallado de la probeta

La zona cercana a la grieta se ha mallado empleando una estrategia en la que se diseña una región pentagonal, con elementos cuadrangulares en los planos principales. Este mallado variable reduce progresivamente el tamaño de los elementos a medida que se aproxima al vértice de la grieta, alcanzando un tamaño mínimo de elemento $tme = 6,78 \mu m$ (en el caso de menor carga, ya que la malla está parametrizada según la carga). Este tamaño mínimo se encuentra justo tras el frente de la grieta.

El mallado completo, así como un detalle de la zona crítica aparece ilustrado en la Figura 22, para un espesor de $b = 6 mm$ y una carga de $k_{max} = 25 MPa\sqrt{m}$, con un

rango de tensiones $R = 0,1$. Este valor del rango de tensiones permanecerá fijado para todas las simulaciones aquí realizadas.

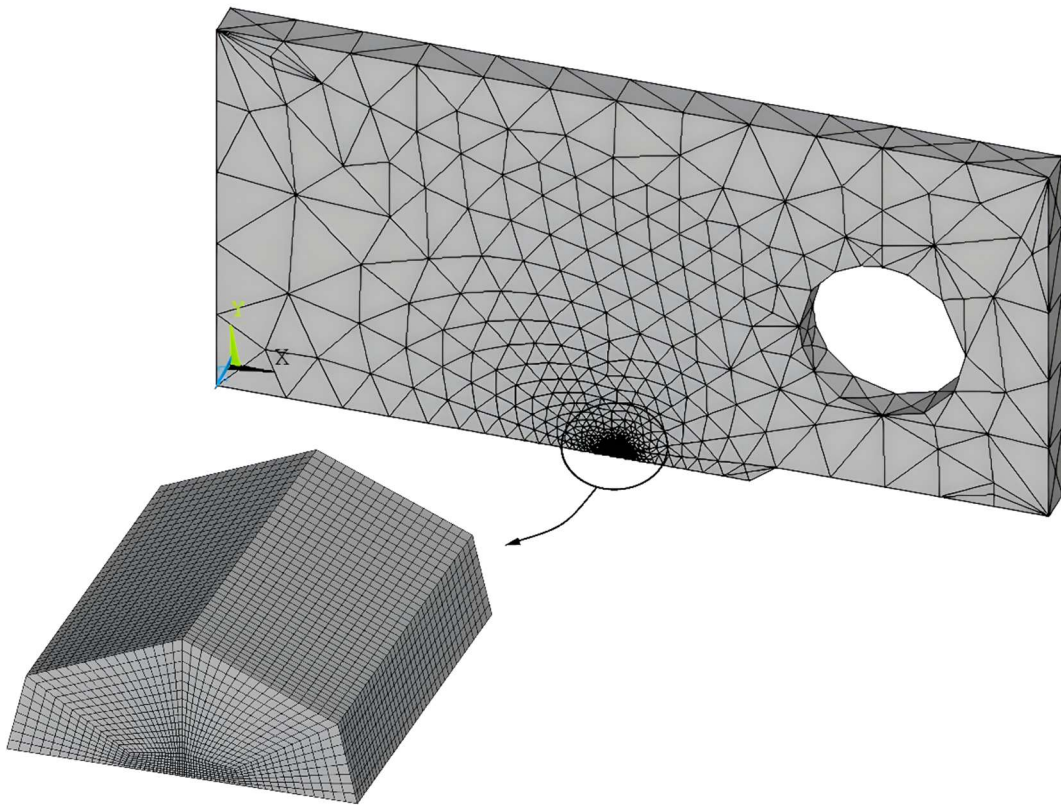


Figura 22. Modelo de elementos finitos. Mallado del dominio de la probeta. Detalle de la zona crítica.

El tamaño mínimo del elemento en el mallado ha sido parametrizado mediante el rpD , correspondiente a la ecuación 13. Así se consigue que el mallado se adapte según las condiciones de intensidad de tensiones y espesor impuestos en cada simulación.

El tamaño mínimo de elemento escogido está respaldado por el estudio de Camas et al. [23], donde se establece que el tamaño óptimo de la zona crítica se obtiene realizando 33 divisiones del rpD . A partir de aquí, un refinado mayor no trae beneficios asociados con la ventaja de obtener un gran ahorro de cálculo computacional. El estudio compara distintos mallados y obtiene un error nulo teórico, demostrando que sus recomendaciones siempre mantienen a los resultados por debajo del 4% en errores numéricos respecto de este elemento teórico o diferencial. A su vez, este estudio se respalda en otros estudios del mallado de problemas bidimensionales [68].

El criterio empleado para dimensionar la zona de mallado se basa en el radio plástico de Dugdale rpD calculado bajo condiciones de carga máxima. El mallado de la zona crítica, mostrado en la Figura 23 abarca una región proporcional al rpD , con una altura igual a $0,9 \cdot rpD$ y una longitud de $1,8 \cdot rpD$ (teniendo en cuenta que la imagen solo representa la mitad del mallado fino modelado), proporcionando así una cobertura suficiente de la zona afectada por el campo plástico alrededor de la grieta.

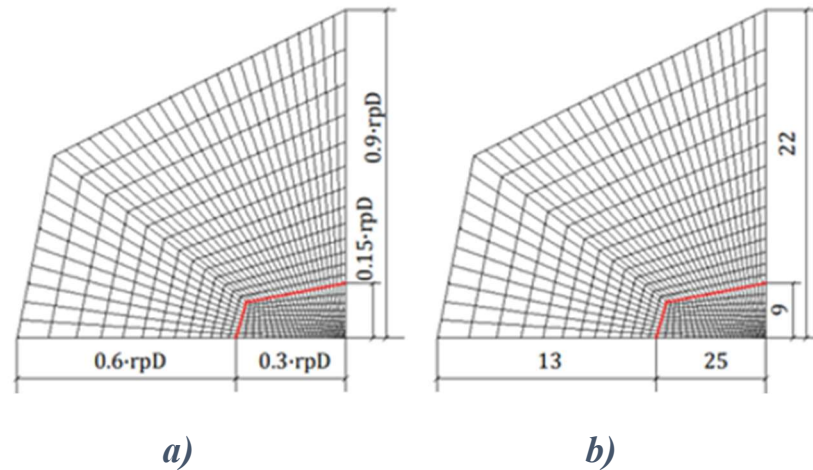


Figura 23. Mallado alrededor del frente de grieta. **a)** Dimensiones del mallado.
b) Número de divisiones. Fuente: [19].

La Figura 23 también se indica el número de divisiones de cada lado y se realiza un refinado especial donde se encuentra la grieta, los flancos de grieta, su crecimiento y la zona anterior y posterior. Estas zonas son las más sensibles, ya se ha demostrado que su comportamiento y propiedades tiene una alta influencia en los resultados del crecimiento de la grieta [42], luego la precisión aquí es crítica. Dicha región tiene unas dimensiones de altura igual a $0,15 \cdot rpD$ de altura y una longitud de $0,6 \cdot rpD$ de longitud, con 9 y 25 divisiones respectivamente, de acuerdo con las recomendaciones de [23].

Se ha comprobado, como se muestra en el apartado 4.1, que en ningún caso la zona plástica supera esta región diseñada específicamente para contenerla, y así no perder precisión a la hora de obtener los parámetros relacionados con el crecimiento de grieta.

La técnica de mallado variable aquí empleada ofrece ventajas significativas respecto a un mallado regular uniforme. Aunque en ocasiones resulte complejo de diseñar, este resulta muy empleado en investigaciones de este tipo. Al reducir el tamaño de los

elementos de forma controlada en las zonas críticas y mantener un mallado más amplio en las regiones menos relevantes, se logra un equilibrio entre precisión numérica y eficiencia computacional. Además, la transición entre zonas de mallado se realiza de manera gradual, evitando discontinuidades abruptas que podrían comprometer la convergencia del modelo.

Para construir este mallado, se han dividido progresivamente las líneas que delimitan la región de interés, ajustando de forma precisa el tamaño de los elementos. Este proceso asegura que el gradiente de tensiones y desplazamientos, especialmente en la punta de la grieta, sea capturado con la precisión adecuada con el menor consumo de recursos. La representación final del mallado total de la probeta, incluyendo la transición gradual hacia las zonas menos críticas, se puede apreciar en la Figura 24.

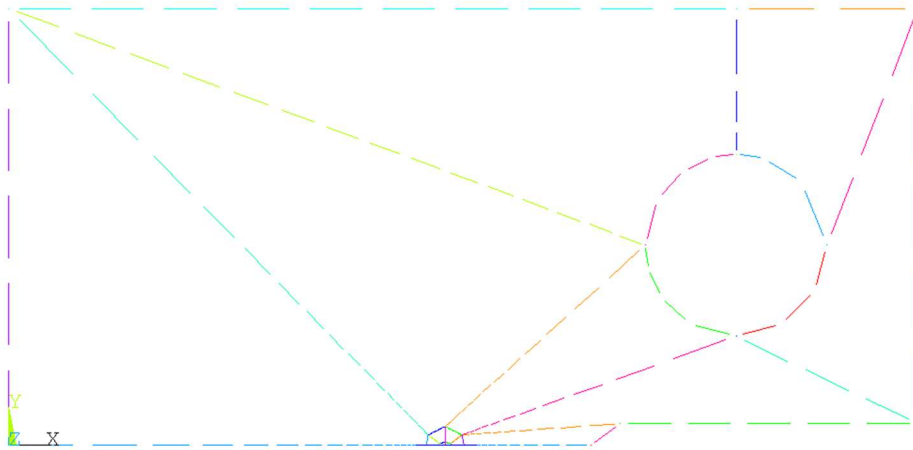


Figura 24. División del mallado en regiones. Control en la generación del mallado.

En cuanto al número de divisiones en el espesor de la probeta, se ha optado por realizar 20 divisiones por cada 1,5 mm de espesor en la probeta. De esta manera, en los casos de estudio donde se varía el espesor se realiza un mayor número de divisiones, manteniendo el tamaño mínimo en esta dirección para todos los casos. Para espesores de $b = 3, 6, 9$ y 12 mm se han realizado 20, 40, 60 y 80 divisiones respectivamente (solo se modela un cuarto de probeta que corresponde a la mitad del espesor, luego $1,5 \text{ mm} \rightarrow 20$ divisiones).

La Tabla 1 muestra el número de elementos que tiene cada mallado, con el objetivo de dar una idea del tiempo de calculo que cada simulación necesita. Las simulaciones aquí realizadas pueden oscilar entre las 2-3 horas en el mejor de los casos hasta las 10-

12, en función del número de elementos y de las condiciones de contacto del problema. El equipo empleado presenta 32 GB de memoria RAM, procesador i7-12700 de 2,10 GHz, disco duro SSD y tarjeta gráfica NVIDIA RTX 3060.

Tabla 1. Número de elementos de la malla para cada caso de estudio simulado.

		<i>b</i> [mm]			
		3	6	9	12
K_{max} [MPa√m]	20	30.243	62.267	95.252	131.043
	25	31.723	64.718	99.816	135.608
	30	32.614	66.456	100.638	138.677

La simulación con un mayor peso en datos y tiempo computacional corresponde con un espesor $b = 12\text{ mm}$ para la carga máxima de $K_{max} = 30\text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, con 89.296 nodos y 138.677 elementos componiendo el mallado de esta probeta para las condiciones de carga.

A su vez, se ha realizado una división que concentra los elementos hacia el *PS* de la probeta como se puede apreciar en la Figura 22, donde el plano de elementos superficial es la mitad que el *PM* de elementos de la probeta. El objetivo es obtener resultados más precisos en el *PS*, ya que existe cierta inestabilidad numérica provocada por efectos de borde y por un reparto de intensidad de tensiones desigual en el espesor, como se comenta en el apartado 4.3. Como consecuencia aparece un régimen transitorio en torno a $1 - 1,5\text{ mm}$ desde el *PS* hacia el interior y, por ello, se concentran más elementos hacia esta región.

3.3.2. Condiciones de contorno y zona de carga

En cuanto a las condiciones de contorno, se ha modelado correctamente la simetría del problema, restringiendo los desplazamientos normales al plano de corte de simetría. Además, en los bordes donde se aplican las cargas, se han considerado restricciones adicionales para garantizar que la carga se distribuya de manera uniforme y consistente con las condiciones reales del ensayo. El resultado final es el modelo de un cuarto de probeta de la Figura 25, donde se representan dos vistas con sus condiciones restricciones y solicitaciones.

Por último, las cargas cíclicas aplicadas han sido diseñadas para simular las condiciones de fatiga con un factor de intensidad de tensiones previamente calculado para el ensayo. Cabe destacar que la carga aplicada en el cuarto de probeta es la mitad de la carga total, lo que es debido a que por condiciones de simetría tan solo se simula la mitad del espesor.

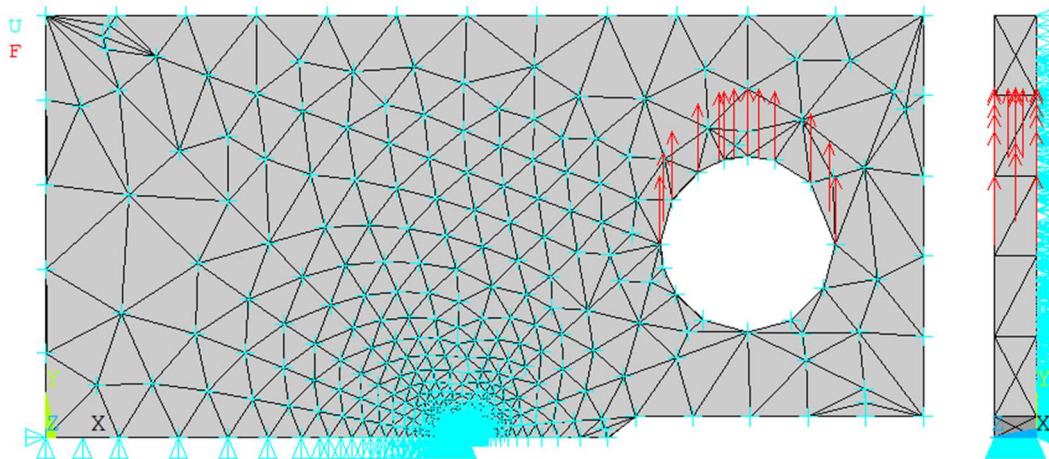


Figura 25. Condiciones de contorno aplicadas al modelo.

Este esquema de cargas, junto con el refinado del mallado variable, proporciona una herramienta robusta para evaluar el crecimiento de la grieta y el cierre de sus flancos mediante los datos de simulación en condiciones de fatiga tridimensionales.

Por último, se ha desarrollado una estela plástica un tamaño igual a 0,6 veces el rpD . Este valor es condición de contorno del problema impuesta por medio del diseño del ensayo. La razón de su tamaño es que esta es la longitud mínima necesaria para que los resultados sean realistas optimizando el tiempo computacional. Al haber dado el tiempo suficiente para formar una zona plástica cíclica al final del ensayo para reproducir las tensiones residuales de compresión que fomentan el *PICC*, la simulación se reproduce de manera correcta el cierre y contacto de flancos de grieta.

Este valor de crecimiento de la estela plástica está respaldado por artículos como el de Camas et al. [58], donde además se garantiza la estabilidad de los resultados empleando dicho tamaño de estela plástica. Por ello, el diseño del mallado se ha creado en base a esta consideración, de manera que el mallado fino contiene a toda la región deformada a lo largo de la simulación.

3.3.3. Propiedades del material

Como ya se ha introducido, el material empleado para las simulaciones en este estudio ha sido aluminio. Concretamente, se ha modelado el comportamiento elastoplástico de una aleación de aluminio Al2024-T351. Su módulo de elasticidad tiene un valor de $E = 73,5 \text{ GPa}$, con un módulo de Poisson $\nu = 0,33$ unidades y con unos límites elástico y de rotura de $\sigma_e = 425 \text{ MPa}$ y $\sigma_r = 685 \text{ MPa}$ respectivamente. Estos valores le otorgan al material una gran capacidad para deformarse sin llegar al colapso (endurecimiento débil) al desarrollar su estela plástica durante el ensayo.

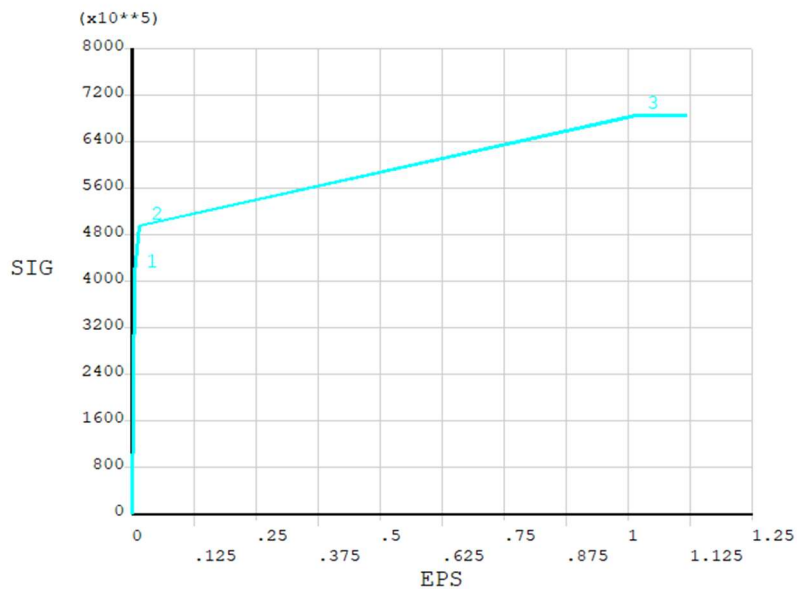


Figura 26. Curva de comportamiento del aluminio Al2024-T351. $\sigma - \epsilon$.

En la Figura 26 se muestra la curva tensión-deformación que se ha modelado para la aleación de aluminio Al2024-T351, compuesta por la zona elástica seguida de 3 regiones lineales con una plastificación paulatinamente mayor. Esta curva ilustra la relación lineal en la región elástica inicial, seguida varios tramos donde el material experimenta deformaciones permanentes, lo que la asemeja al modelo de Ramberg-Osgood definido en el apartado 3.3 del que se ha partido para este modelado.

El comportamiento del material será clave para que se produzcan los efectos del *PICC*, que a su vez genera el contacto de flancos de grieta y la correcta formación de la estela plástica, para posteriormente evaluar la evolución y los parámetros del problema.

3.3.4. Simulación del contacto por cierre de grieta

La simulación del contacto entre los flancos de la grieta es un aspecto crucial para analizar el fenómeno del cierre de grieta, ya que este contacto es esencial para generar la estela plástica que se desarrolla tras el frente de grieta. Sin modelar correctamente este contacto, sería imposible reproducir de manera realista el comportamiento físico asociado al cierre de grieta en el entorno numérico dada la influencia de este [22,36].

Dicho contacto requiere de una restricción aplicada a los nodos de la geometría modelada, que impida su desplazamiento más allá de una distancia previamente definida entre la superficie objetivo y el flanco de la grieta, calculando los esfuerzos del proceso de contacto. Para el caso de este estudio, esta distancia queda establecida por un plano debido a que trabajamos con un modelo tridimensional. Este será el plano objetivo. Cuando alguno de los nodos del mallado traspasa el plano objetivo, se inicia el cálculo del contacto de flancos de grieta.

Para modelar este tipo de problemas, ANSYS utiliza el módulo de contacto [69]. Este es un módulo específico del programa que proporciona la posibilidad de simular estos efectos en estructuras. En él se emplea el método del Lagrangiano Aumentado, que permite actualizar la rigidez del contacto en cada ciclo, subciclo o iteración. Esta rigidez la obtiene de referencias previas como la media de esfuerzos de los elementos de contacto o el esfuerzo de elementos singulares, y desecha iteraciones donde la penetración del contacto es excesiva, consiguiendo unos resultados verosímiles en todo momento.

Para ello, es necesario definir dos tipos de superficies: un plano de contacto y el plano objetivo. En el modelo de este estudio, el plano de contacto está formado por los nodos de la probeta, que son deformables. En contraposición, el plano objetivo se encuentra a una distancia muy pequeña de la primera y es considerado rígido. De esta manera, la probeta penetrará a través del plano objetivo, ejerciendo esta la resistencia adecuada para simular el cierre de los flancos de grieta. Esta disposición permite establecer parámetros fundamentales para el contacto.

A la hora de definir parámetros como la penetración máxima, es vital establecer un valor efectivo. Si el valor es demasiado bajo, la penetración entre las superficies se minimiza aumentando significativamente el número de iteraciones necesarias para la convergencia o, incluso, generando problemas de no convergencia en el cálculo. Por otro lado, si el valor de penetración máxima permitida es demasiado alto, el contacto será menos preciso o realista, lo que puede llevar a soluciones numéricas inexactas por penetraciones excesivas.

Por lo tanto, encontrar un equilibrio adecuado en la rigidez de contacto es clave para obtener resultados precisos y mantener un tiempo computacional razonable. En el artículo de Camas et al. [39], los autores alcanzan un equilibrio entre un cálculo realista y un tiempo computacional asequible, llegando a la conclusión de que el valor óptimo de penetración máxima debe ser de $5 \cdot 10^{-8} m$. Aquí se comparan simulaciones con este valor y un valor 5 veces menor, obteniendo tiempos computacionales tres veces mayores con una diferencia menor del 2% en los resultados de los parámetros obtenidos.

En ANSYS, un contacto de este tipo se modela utilizando dos elementos que trabajan de manera dependiente. Por un lado, el elemento TARGE170 representa el plano objetivo, que es rígido y fijo. Por otro lado, el elemento CONTA173 se utiliza para definir el plano de contacto, que está formado por los nodos de la probeta. En nuestro modelo, los nodos y elementos situados sobre el plano $y = 0$ entorno a la grieta (ver Figura 22) conforman el plano de contacto. A una distancia extremadamente pequeña de esta, de $10^{-11} m$, se encuentra el plano objetivo.

En la Figura 27 se puede observar el mallado detallado de ambos planos. Esta representación visual permite apreciar la proximidad entre ambos planos y su configuración en el modelo tridimensional, crucial para garantizar un modelado preciso del contacto y, por ende, del cierre de grieta. El plano objetivo aparece coloreado en magenta. Cabe destacar que el contacto es el responsable de que se produzca una estela plástica característica a lo largo de la zona crítica en cada ciclo, ya que esta se origina por las deformaciones plásticas asimétricas producidas por las cargas cíclicas con carga media distinta de cero, que en condiciones de *T-stress* positiva como es el caso de la

probeta *CT*, origina estas deformaciones permanentes que tanta influencia genera en el comportamiento de la grieta (*PICC*).

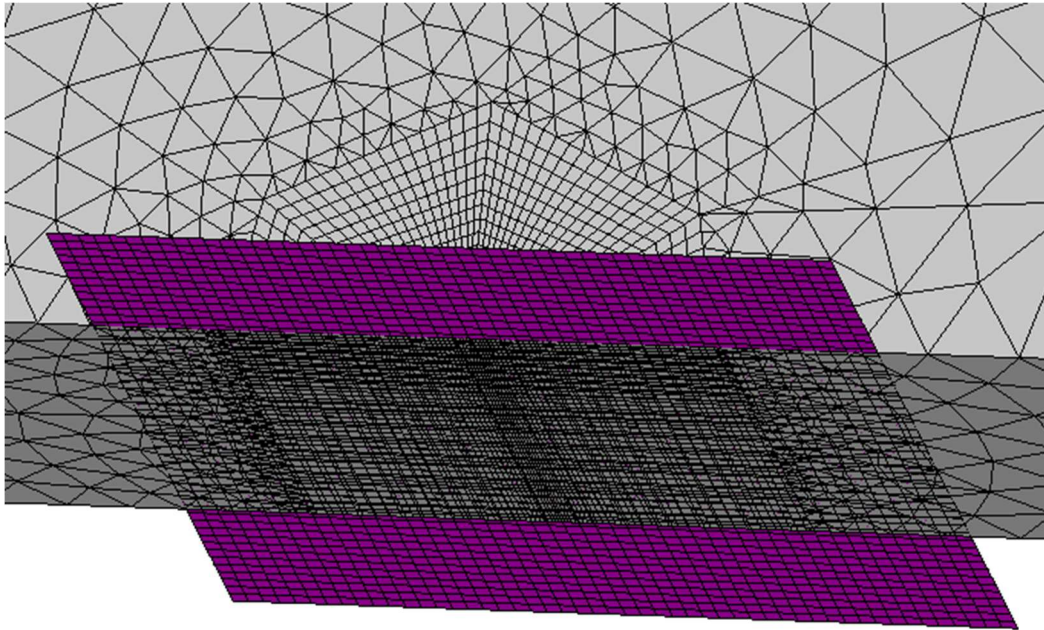


Figura 27. Representación del plano de contacto y la superficie objetivo.

Por último, cabe destacar que el contacto simulado es un contacto ideal, puesto que no se modela fricción entre los flancos de grieta. La influencia que pueda tener este efecto no ha sido demostrada, aunque es probable que los efectos sean minúsculos debido a la presencia de simetría y al modo de apertura con el que se hace crecer la grieta de la probeta, además de la escasa penetración del contacto. No obstante, en un ensayo real las condiciones ambientales como defectos, desvíos en la trayectoria del frente de grieta o el fenómeno de curvatura del frente de grieta podrían generar diferencias en esta simetría tales que se pudiese inducir una componente de fricción influyente en los resultados.

3.3.5. Modelado del crecimiento de grieta y diseño del ensayo a simular

El modelado del crecimiento de grieta constituye uno de los aspectos más relevantes en el desarrollo de este proyecto. La estrategia empleada para simular el avance de la grieta se basa en liberar, de forma progresiva, las restricciones impuestas a las filas de nodos situadas justo por delante del frente de grieta. Esto implica una simplificación del crecimiento de grieta, quedando controlado y constante, al no depender de variables

como la tensión de rotura en la punta de la grieta o cierto grado de deformación permanente entre otros posibles criterios.

Este enfoque permite representar el avance de la grieta de manera dinámica a medida que se desarrolla el ensayo. Sin embargo, uno de los mayores desafíos en este proceso radica en determinar el momento exacto en el que debe liberarse una fila de nodos durante el ciclo de carga para que la simulación sea realista. Cualquier error en este punto podría afectar a la continuidad del campo de deformaciones y, con esto, a la precisión de los resultados finales.

En este estudio, se ha optado por un método simplificado y sistemático consistente en liberar una fila de nodos al final de cada ciclo de carga, como se justifica en el artículo [39]. En dicho artículo, los autores determinan las diferencias entre liberaciones de nodos tras uno y varios ciclos de carga, alegando que con un ciclo entre liberaciones no existen variaciones relevantes.

Este procedimiento asegura un campo de deformaciones continuo y evita interrupciones bruscas en la simulación, lo que resulta en un modelo más estable y computacionalmente eficiente. Además, esta metodología permite capturar la evolución gradual de la grieta sin necesidad de recalcularse de forma constante las condiciones de contorno y sin añadir ciclos adicionales al cálculo, lo que optimiza aún más los tiempos de simulación.

En la Figura 28 se ilustra el proceso de simulación del crecimiento de grieta. En esta representación, donde se representa la carga K en función de los ciclos N , se observa cómo el ciclo comienza con la liberación de nodos cuando la fuerza es máxima K_{max} , permitiendo que la grieta se propague siguiendo la dirección del campo de tensiones predominante. Tras esto, la carga máxima se mantiene para después descender de forma lineal hasta $R \cdot K_{max}$, para acto seguido volver a crecer hasta K_{max} . Cada ciclo transcurre en tres segundos, siendo estos tres pasos de un segundo cada uno. Este ciclo se repite 24 veces a lo largo de todo el análisis, permitiendo evaluar el efecto acumulativo de las cargas sobre la propagación de la grieta y la consecuente formación de la estela plástica.

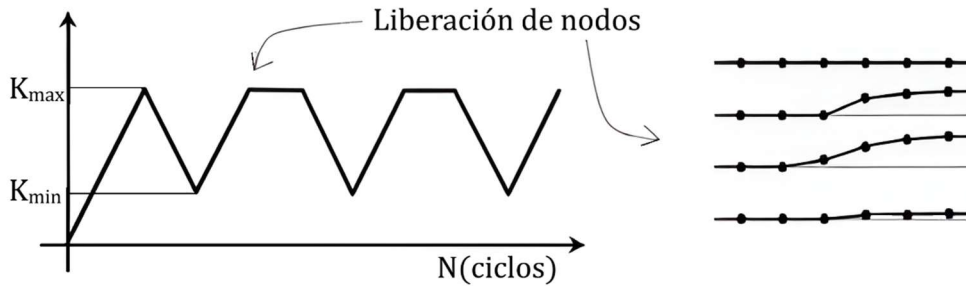


Figura 28. Definición del ensayo. Desarrollo de estela plástica y liberación de nodos. Fuente: [19].

Antes de comenzar el ensayo, se debe realizar una fase de endurecimiento inicial donde la estela plástica comienza. Esto es necesario para introducir a la probeta hacia la carga máxima con una serie de ciclos intermedios, tal como se muestra en la Figura 29. En este caso no se va a mantener la carga máxima tras alcanzar el valor, al no producirse ningún avance de la grieta, por lo que cada ciclo dura 2 segundos en lugar de 3, como es el caso de los ciclos posteriores. El objetivo de esta fase es inducir un comienzo de la estela plástica más suave y sin tensiones residuales provocadas por la primera carga, aunque este efecto aún será notable como comentaremos en el apartado 4 correspondiente a los resultados.

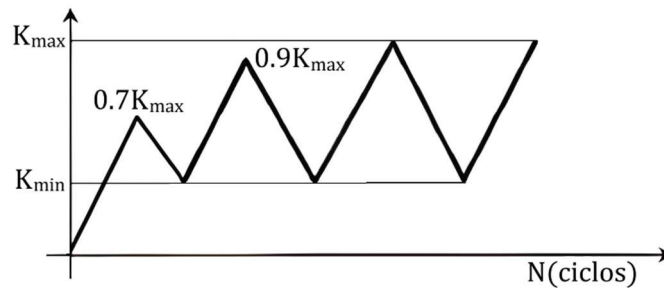


Figura 29. Diagrama de los ciclos de endurecimiento inicial.

En cuanto a la aplicación de las cargas para definir el ensayo, se han considerado cargas cíclicas que varían entre un valor mínimo y un valor máximo, definido por un factor de intensidad de tensiones máximo K_{max} y por el rango o la relación de cargas R , definida en la ecuación 20. La carga máxima aplicada en cada ciclo se calcula utilizando la fórmula de la ecuación 29 [70], donde F representa la fuerza aplicada, b representa el espesor de la probeta, a representa la longitud final de la grieta y W define una medida geométrica de la probeta (ver Figura 19).

$$K = F \frac{\sqrt{\pi a}}{bW} \left(\frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\pi a}{W}\right)^{\frac{1}{2}}} \left(0,886 + 4,64 \frac{a}{W} - 13,32 \frac{a^2}{W^2} + 14,72 \frac{a^3}{W^3} - 5,6 \frac{a^4}{W^4} \right) \right) \quad (29)$$

Este parámetro resulta fundamental, ya que el factor de intensidad de tensiones tiene una influencia directa en el crecimiento de la grieta y en la distribución de tensiones en el material. Por ello se utiliza para definir la carga de la simulación.

Una vez que se ha desarrollado el crecimiento de grieta, se realiza un último ciclo para la recogida de datos. En el modelo, las cargas han sido aplicadas como una carga repartida a lo largo del orificio de la probeta *CT*, asegurando así que la distribución de las tensiones refleje con precisión las condiciones experimentales del ensayo, evitando deformaciones plásticas en los nodos del orificio.

Este enfoque para modelar el crecimiento de grieta y la aplicación de cargas ha permitido obtener resultados coherentes con los datos experimentales a diferentes autores [5,64], ofreciendo una representación realista del comportamiento del material bajo condiciones de carga cíclica y contribuyendo a un análisis detallado de los mecanismos que rigen el crecimiento de grietas en materiales.

Llegados a este punto, cabe destacar que la punta o el frente de la grieta se ha considerado recto para este análisis, aunque es conocido que esta adquiere una forma cóncava donde la grieta se adelanta por el *PM* [71,72]. Esto se debe a que en el centro de la probeta hay una menor concentración de tensiones al ser una región con menor endurecimiento que en la superficie, pero a su vez existe una menor protección por contacto de flancos de grieta. Por ello, el reparto de intensidad de tensiones es mayor.

Este efecto provoca una mayor estela plástica con respecto al *PS* y, por tanto, un mayor crecimiento de grieta en esta zona. Se desarrolla un frente de grieta curvo en el borde de la probeta, apareciendo cierto radio de curvatura que varía según los ciclos de carga para equilibrar tensiones internas. La posición del frente de grieta dependiente del espesor en este caso.

En la Figura 30.a se ilustra el modelo de grieta recta mientras que la Figura 30.b muestra el modelo de grieta curva, ambas en el plano de propagación de la grieta. El hecho de modelar un frente de grieta curvo es algo complejo, ya que se debe liberar el radio de curvatura para permitir que la curvatura se ajuste para igualar la intensidad de tensiones a lo largo del espesor.

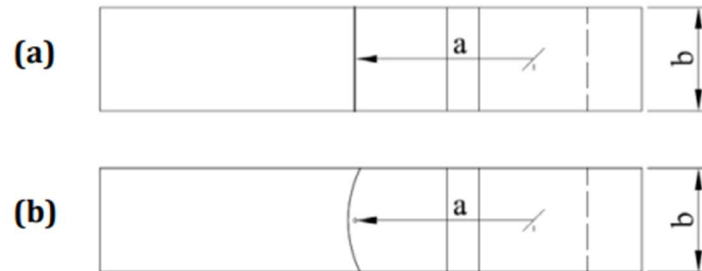


Figura 30. Definición de la punta de grieta: a) Frente de grieta recto. b) Frente de grieta curvo.

Fuente: [19].

El caso de frente de grieta curva ha logrado observarse experimentalmente, aunque no todos los métodos de visualización empleados en estos ensayos son capaces de mostrar estos resultados. El método *DIC*, puede ser de los más empleados en este campo [64], tan solo siendo capaz de mostrar el *PS*. Por tanto, la alternativa es recurrir a métodos que involucran rayos X, entre otros, para determinar esta concavidad y compararla con los modelos numéricos desarrollados [61].

Otro reto es el propio modelado del frente de grieta, donde hay que permitir libertad a los nodos ya que se deben de disponer con cierta concavidad cuando se requiera, teniendo que adaptar la malla en cada ciclo. Por ello, se ha descartado esta opción de cara a la simulación de este estudio, escogiendo el frente de grieta recto del caso de la Figura 30.a. Aunque se simule un frente de grieta recto, es posible visualizar en los resultados los efectos que provoca dicha curvatura, siempre que se tenga en cuenta que los resultados podrían diferir en determinadas condiciones de carga, espesor, etc. Esta influencia se estudia en el artículo de Camas et al. [72], que analiza bidimensionalmente la influencia de la curvatura del frente de grieta en diversos escenarios en probetas *CT*.

3.3.6. Almacenamiento y tratamiento de datos

El almacenamiento de datos y la gestión de los resultados obtenidos en este estudio son limitados debido al gran número de ciclos de carga involucrados en el crecimiento

de la grieta. Cada ciclo de carga se divide en pequeños pasos temporales, denominados subescalones, que permiten un análisis más detallado del proceso de deformación y fatiga. Sin embargo, dado el elevado coste computacional asociado al modelado y mallado de la probeta, no todos los ciclos ni subescalones requieren el mismo nivel de precisión en el almacenamiento de datos. Esto es debido a que la información que nos interesa es la del último ciclo realizado en la simulación.

El último ciclo de carga, ilustrado en la Figura 31, se realiza sin liberación de nodos o crecimiento de grieta, similar a los ciclos iniciales. Aquí tampoco se mantiene la carga en su máximo punto durante un segundo, sino que esta vez adopta una forma de triángulo. En él, se toman 80 subescalones para tener más precisión de datos y, por supuesto, esta es la información que se almacena para su posterior análisis. Los ciclos anteriores tenían una precisión de 10 subescalones, ya que no se requería de gran precisión en sus transiciones de fuerza. Esta metodología permite reducir considerablemente el coste computacional sin comprometer la calidad de los resultados.

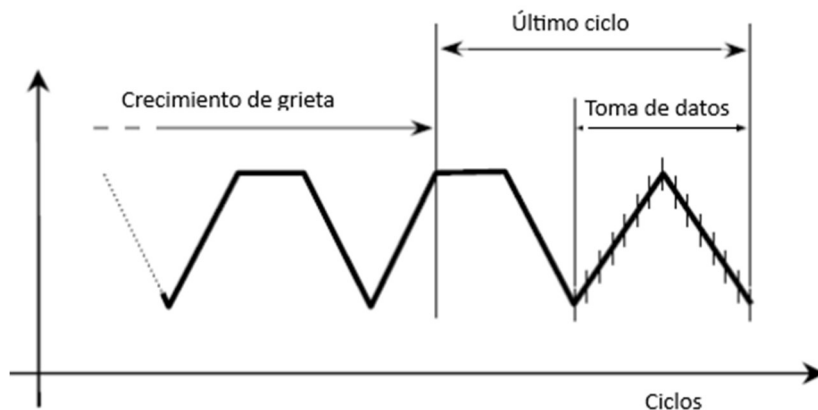


Figura 31. Diagrama del último ciclo. 80 subescalones. Fuente: [19].

En cuanto al almacenamiento de los datos generados, el espacio ocupado por los archivos apenas varía significativamente dependiendo del espesor de la probeta o la carga aplicada en las simulaciones. El peso de los datos no llega a los 20 GB en la simulación más pesada, lo que se debe en gran parte al mallado variable, que se muestra como una estrategia más eficiente tanto en términos de almacenamiento como de tiempo de cálculo, sin comprometer la precisión en las zonas críticas del modelo.

4. Resultados, análisis y discusión

En este apartado se presentan los resultados obtenidos a partir de las simulaciones efectuadas, así como su análisis detallado. Debido a la gran cantidad de simulaciones y datos disponibles, se ha llevado a cabo una selección de aquellos resultados que aportan información significativa y alineada con los objetivos del proyecto evitando la repetitividad del contenido expuesto.

Se han realizado 12 simulaciones completas sin contar aquellas que sirvieron de preparación y correcciones. De esta manera, se han estudiado tres condiciones de carga distintas definidas mediante el factor de intensidad de tensiones máximo K_{max} y cuatro espesores b con cada condición de carga. Dichos valores son los siguientes: $K_{max} = 20, 25$ y $30 \text{ MPa}\sqrt{m}$ y $b = 3, 6, 9$ y 12 mm .

Modelar todo el proceso de crecimiento de grieta bajo condiciones de carga cíclica representa una gran complejidad. Este análisis implica un elevado número de ciclos y una concentración significativa de deformaciones plásticas en un pequeño volumen con intensos gradientes de tensiones, lo que conduce a unos resultados obtenidos que pueden estar fácilmente influenciados por diversos parámetros de modelado y que afectan tanto al comportamiento del modelo como a la precisión en los resultados.

El objetivo de este capítulo es analizar la influencia en los resultados de distintos aspectos de la simulación. Se considera la revisión y exposición de aspectos como el tamaño del mallado cerca de la grieta, la penetración máxima permitida, el esquema de crecimiento de grieta, las distribuciones de tensiones y la longitud de la estela plástica para poder estudiar el *CTOD*, objeto de estudio, todo ello utilizando un modelo tridimensional.

Existen numerosos estudios que analizan diferentes parámetros obtenidos de forma numérica y que son relevantes debido a que optimizan la configuración de las simulaciones para mejorar los resultados obtenidos y reducir los recursos necesarios. Sin embargo, debido al elevado coste computacional que implica este tipo de problemas, la mayoría de estas investigaciones se han llevado a cabo mediante análisis

bidimensionales [5,67,68], bajo condiciones de tensión plana, condiciones frecuentes cerca del *PS* por ser una superficie libre, o bien de deformación plana, condición típica del *PM* en probetas de espesor considerable ($> 3 - 4$ mm).

Las recomendaciones obtenidas en estos trabajos previos han servido como base para el desarrollo de modelos tridimensionales más complejos [22,23,60,64]. En estos estudios iniciales se encontraron conclusiones relevantes, tomadas como punto de partida para este análisis, ampliando el enfoque hacia un modelo tridimensional más detallado y realista.

4.1. Estela plástica

La estela plástica está estrechamente vinculada al contacto entre los flancos de grieta, ya que, cuando este ocurre, se reduce el daño inducido por la carga aplicada. El propio crecimiento de la estela plástica a lo largo del ensayo aumenta el tiempo que la grieta permanece cerrada debido al efecto del *PICC*. Este fenómeno altera la configuración de la estela plástica significativamente en comparación con un escenario sin contacto, disminuyendo las deformaciones acumuladas por los ciclos de carga previos y el avance de la grieta [21,60].

Asimismo, la evolución de la estela plástica depende directamente de la secuencia de cargas aplicadas, lo que añade una complejidad adicional a su determinación. Dado que los análisis numéricos son costosos y requieren una alta capacidad computacional, la longitud de la estela plástica simulada se convierte en un parámetro crítico del modelo. Por ello, su estimación inicial debe ser cuidadosa y siempre debe mantenerse dentro de los márgenes del mallado diseñado para esta región a lo largo de toda la simulación.

Para el caso de estudio, la estela plástica es condición de contorno del problema, con lo que se hace crecer hasta un tamaño de $0,6 \text{ } rpD$ para que cumpla con los requisitos de precisión y se mantenga en la región del mallado diseñada para esta. Esto se ha mencionado en detalle en el apartado 3.3.2.

Cuando se aplica el primer ciclo de carga simulado, el material no presenta deformaciones plásticas previas. Esto contrasta con los problemas reales de fatiga bajo carga de amplitud constante, donde existe una estela plástica ya desarrollada. El efecto sobre el comportamiento de la grieta depende de la longitud de avance previo de la grieta, que en realidad corresponde a un avance producido durante miles de ciclos. Indudablemente, no es posible simular todos estos ciclos debido al elevado coste computacional. Por lo tanto, determinar el avance mínimo de grieta que debe ser simulado es un parámetro fundamental para obtener resultados precisos.

En numerosos estudios [36,58] se ha propuesto evaluar el crecimiento de la grieta mediante la carga mínima (bajas amplitudes) que genera la apertura del extremo de grieta y estudiar el contacto en detalle. Este valor aumenta de forma monótonica a medida que crece la longitud de la grieta, hasta alcanzar un estado estabilizado. Por ello, se suele concluir que es necesario avanzar la grieta más allá de la zona plástica frontal generada durante el primer ciclo de carga.

Para realizar estos cálculos con frecuencia se utiliza un mallado variable como el aquí propuesto. La grieta comienza a crecer y los resultados deben ser monitoreados ciclo a ciclo hasta que se considere que los resultados se han estabilizado. En ese momento, se detienen los cálculos y se considera que la longitud de la estela plástica simulada es suficiente para obtener los resultados del último ciclo.

Sin embargo, este enfoque presenta algunas limitaciones, como se ha señalado en algunos trabajos previos [23,58]. En primer lugar, el punto final del crecimiento de la grieta es desconocido al inicio del análisis, lo que obliga a usar un mallado regular en toda la zona de crecimiento. En segundo lugar, se genera una gran cantidad de información innecesaria relacionada con los cálculos intermedios, lo que aumenta el coste de almacenamiento y procesamiento. Finalmente, las diferencias en el mallado alrededor de la punta de la grieta pueden introducir errores en los resultados.

La Figura 32 muestra todo el material que se ha deformado plásticamente y queda por detrás de la grieta en los flancos de grieta durante la simulación, es decir, la estela plástica. Tanto esta figura como las siguientes definen el nivel de deformación plástica

desde el color azul (mínima deformación) hacia el color rojo (máxima deformación), pasando por toda la paleta de colores visibles en dichas figuras. Se ha preferido mantener un análisis cualitativo de las figuras ya que aportan información de una manera más limpia. Por aportar una referencia, el valor máximo de deformación plástica equivalente obtenido es del 19,2% en el caso de la Figura 32. El análisis cuantitativo al detalle se realiza al parámetro *CTOD* en el apartado 4.2, que es el objetivo del estudio.

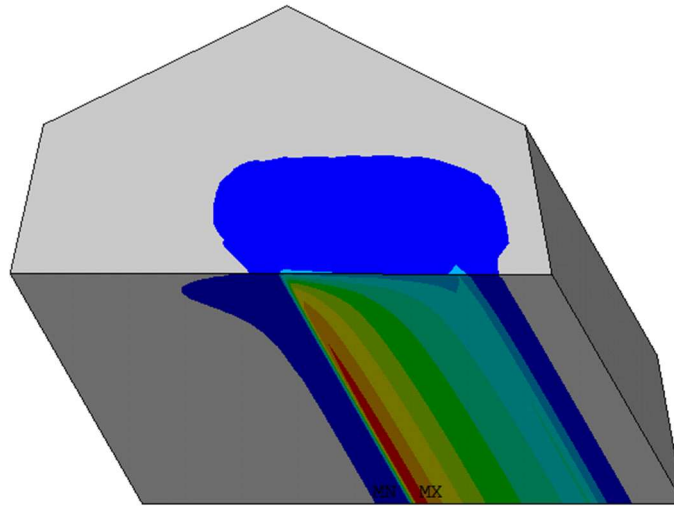


Figura 32. Tamaño de la estela plástica producida. $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{m}$, $b = 6 \text{ mm}$.

Previsiblemente, la estela plástica de la Figura 32 presenta un crecimiento a lo largo de los ciclos. En ella es apreciable el efecto del primer ciclo. Se percibe una región de deformación puntual inusual en ensayos experimentales, lo que se debe a que en las grietas reales ya existe una región deformada desde el nacimiento de dichas grietas, y al introducirse aquí unas condiciones de grieta sin deformación los resultados deben estabilizarse. Es por esto por lo que se realizan ciclos de endurecimiento inicial donde se introduce la carga de manera progresiva sin alcanzar el máximo hasta el final, como se ha comentado en el apartado 3.3.5.

Asimismo, es apreciable como la estela plástica tiene un tamaño aproximado de 0,6 veces el *rdD*, tamaño que es condición de contorno del problema para el ensayo diseñado a simular. La estela plástica se considera, por ello, estable y acorde a las recomendaciones seguidas por Camas et al. [58]. Cabe destacar que toda la zona deformada se encuentra dentro del mallado diseñado para esta región. Se recuerda que la horizontal de la región del mallado fino es de aproximadamente 2 veces el *rpD*, como queda reflejado en la Figura 23.

Con este enfoque, se reduce significativamente la cantidad de datos que deben almacenarse, ya que solo se guardan los datos correspondientes al último ciclo de carga. Esto permite el uso de un mallado más eficiente y afinado, optimizando de manera considerable el coste computacional sin comprometer la precisión de los resultados obtenidos.

Para visualizar en detalle la estela plástica de la Figura 32, la Figura 33 muestra diferentes niveles de deformación plástica dentro de esta, desglosándola en zonas de deformación equivalente y dejando al descubierto los puntos críticos.

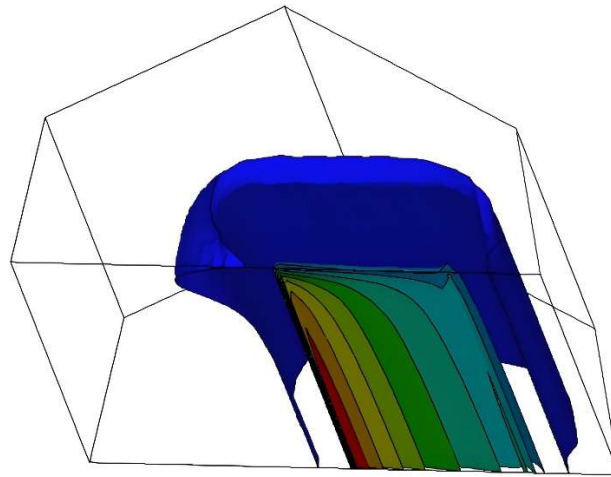


Figura 33. Diferentes niveles de deformación plástica equivalente en la estela plástica.

$$K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}, b = 6 \text{ mm}.$$

Como era de esperar, el punto de mayor deformación es la punta de grieta, ya que la estela plástica presenta un crecimiento paulatino con los ciclos de carga que finalmente genera la fractura del material en su último ciclo de vida, tras un excesivo endurecimiento del material a costa de relajar las tensiones internas. La región justo delante del avance de la grieta está expuesta a unos gradientes de deformaciones y tensiones significativos, lo que hace que este problema sea tan complejo de analizar. Se requiere una precisión muy alta en la zona para reproducir correctamente las consecuencias de la propagación de la grieta tras cada ciclo de fatiga.

También resulta visible de nuevo el defecto puntual del primer ciclo de carga, con un repunte inicial ya observado en la Figura 32. No obstante, ambas figuras muestran cómo la estela plástica se reduce hacia la superficie, reduciéndose el daño en el material.

Esto es debido a que existe un régimen transitorio hacia la superficie hasta que los valores de la estela plástica se estabilizan según se alejan del *PS* hacia el *PM*.

El régimen transitorio aparece principalmente por dos motivos. El primero es el efecto de borde, y es que al presentar el *PS* una superficie libre, este material es más rígido que el del interior. Se provoca un desajuste de tensiones a lo largo del espesor luego el reparto de intensidad de tensiones varía con este, como se muestra en la Figura 34. Este efecto tiende a compensar la diferencia en el endurecimiento del material por efectos de borde.

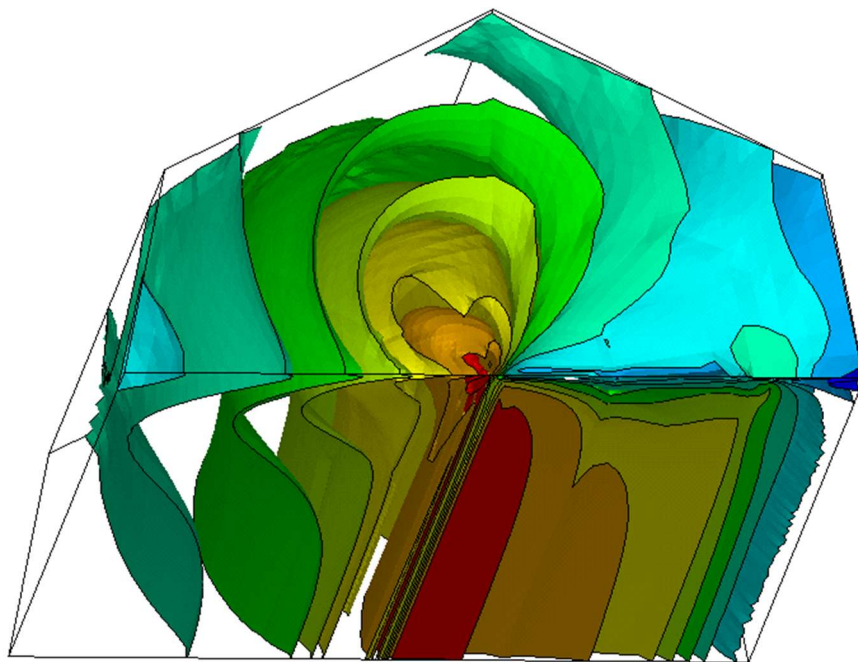


Figura 34. Variación K en el dominio de la probeta. $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, $b = 6 \text{ mm}$.

Este es el principal motivo de la creación del frente de grieta curvo mencionado en el apartado 3.3.5, y es que en los ensayos reales aparece una curvatura en el frente de grieta que retrasa la propagación en la superficie (en dicha zona transitoria) y que corrige este factor de intensidad de tensiones K desigual en el espesor. De hecho, resulta muy visual intentar predecir cómo se curvaría la grieta en la Figura 34, ya que los valores máximos de K desaparecen tras la grieta y se van quedando delante de esta en el borde de la probeta, lo que sugiere retrasar la grieta en el borde para liberar esta región de sobretensiones. Esto origina el fenómeno de curvatura del frente de grieta.

Se debe de tener en cuenta que los resultados tienen cierto error al considerar la grieta recta, que, aunque simplifica el problema, no reproduce exactamente la realidad de un frente de grieta real.

No obstante, existe incertidumbre alrededor de la cuantificación de este error y sobre qué condiciones del problema puede convertirse dicho error en un valor considerable y, por tanto, inadmisibles. Un sinnúmero de estudios [71,72] son capaces de correlacionar datos numéricos y experimentales simulando grietas rectas, donde otras muchas causas tienen más peso, como pueden ser las condiciones ambientales del ensayo experimental, que crean discrepancia entre algunos estudios como bien señala la Sociedad Americana para Materiales y Ensayos (ASTM) [35].

Para acabar con la Figura 34, es destacable cómo las intensidades de tensiones aumentan en la perturbación de la estela plástica provocada por el endurecimiento inicial. Al haberse generado una región puntual con mayor deformación, vista en las Figuras 32 y 33, esta se endurece. Al ser una zona más rígida, existe un aumento de intensidad de tensiones apreciable en la Figura 34 hacia esta región puntual.

El segundo motivo de la aparición de un régimen transitorio es el efecto que produce sobre la estela plástica el contacto de los flancos de grieta. Dicho contacto es capaz de proteger el crecimiento de la grieta durante cierta parte del ciclo de la simulación, como se mencionó en la Figura 14 del apartado 2.5. Este efecto, que ocurre en toda la probeta, cobra aún más importancia cerca de la superficie, donde al haber una mayor rigidez el contacto requiere de una tensión de apertura mínima más elevada. Por ello, la grieta permanece aún más tiempo cerrada reduciéndose el daño al material. En el análisis del *CTOD* del apartado 4.2 es claramente apreciable esta diferencia entre los planos *PS* y *PM*.

Para comparar distintas estelas plásticas y ver las diferencias del régimen transitorio dependiendo del espesor, la Figura 35 muestra una comparativa entre la probeta de 3 mm (Figura 35.a) y la probeta de 12 mm (Figura 35.b) para un factor de intensidad de tensiones $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Para visualizar la misma región en ambas figuras, la imagen derecha ha sido ajustada, quedando representada solamente un cuarto de la

región total (desde el PS $z = b/2$, hasta $1,5\text{ mm}$ hacia el interior, sin ser este el PM para el caso $b = 12\text{ mm}$), teniendo de esta manera el mismo tamaño ambas imágenes.

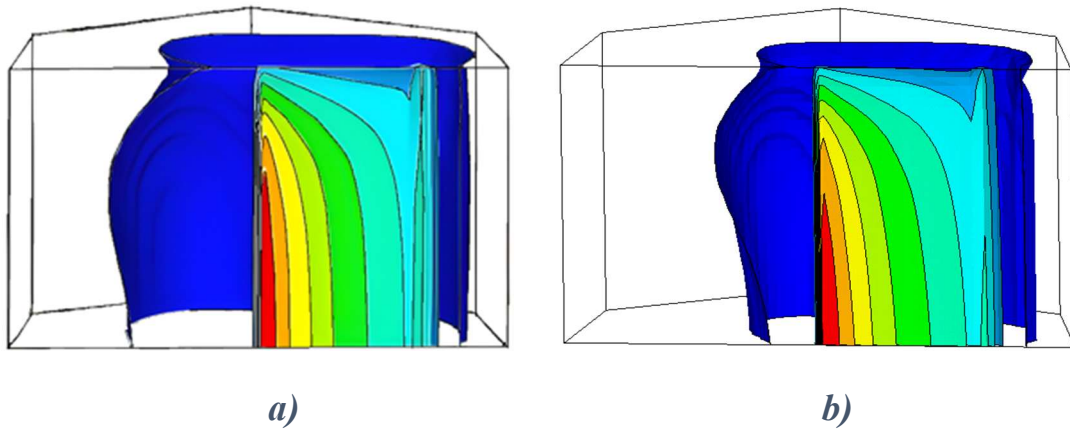


Figura 35. Niveles de deformación plástica equivalente en la estela plástica. $K_{max} = 25\text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.
a) $b = 3\text{ mm}$. b) $b = 12\text{ mm}$ (ajustada).

Es razonable considerar que para $b = 12\text{ mm}$ el régimen transitorio está completamente desarrollado y no alcanza al PM . Sin embargo, observando la Figura 35 se puede afirmar que existen diferencias entre los transitorios de ambos casos, ya que para $b = 3\text{ mm}$ se aprecian unos contornos distintos y más apilados hacia el borde, indicando que esta región no está completamente desarrollada, como es el caso de la Figura 35.b.

Aunque las diferencias puedan apreciarse ligeramente, habría que reducir aún más el espesor de la probeta para que sea necesario plantearse modificaciones en el tamaño del mallado [23] y asegurar la precisión numérica en esta región transitoria más inestable numéricamente. La consecuencia de esto es simplemente el aumento del gradiente de tensiones hacia el interior de la probeta, que en este caso alcanza el PM , observándose variaciones apreciables por ello.

4.2. Análisis del $CTOD$

En esta sección, se analizará el comportamiento de la punta de la grieta, en concreto la apertura o el desplazamiento vertical que esta sufre en el último ciclo de carga aplicado, una vez extendida la grieta para conseguir unas condiciones similares a las condiciones reales de una grieta que crece por fatiga. Para ello, se representan los

desplazamientos sufridos en la dirección u_y de una fila de nodos tras la grieta. Mediante estos desplazamientos verticales se calcula el *CTOD*, que se podrá hallar para distintos planos del espesor.

En concreto, se ha obtenido información de 21 planos en el espesor en probetas de $b = 3 \text{ mm}$, de 41 planos para espesores de $b = 6 \text{ mm}$, de 61 planos para espesores de $b = 9 \text{ mm}$, de 81 planos para espesores de $b = 12 \text{ mm}$. De esta forma siempre se captan datos cada 0,075 mm en todas las simulaciones. Además, se ha realizado una interpolación lineal para que los datos pertenezcan a puntos equidistantes a lo largo del espesor, para evitar influencias por el crecimiento de elementos hacia el *PM* para mejorar la precisión del mallado en la superficie.

El *CTOD* es un parámetro no lineal ya que la apertura de la punta de grieta sufre variaciones que discrepan del comportamiento lineal previo cuando se alcanzan cargas que deforman permanentemente las regiones circundantes a la grieta. Además, es una medida macroscópica arbitraria que depende del mallado definido, como se mencionó en el apartado 2.7. El mallado del problema es paramétrico, con lo que el tamaño mínimo de elemento del mallado depende de la carga aplicada a través del *rpD*. La distancia desde el frente de grieta hasta el primer nodo detrás de este (u_x) también varía con la carga aplicada, y así lo hace el *CTOD* (ver Figura 9). La Tabla 2 muestra esta variación dependiente del factor de intensidad de tensiones K según el tamaño del mallado en la punta de la grieta *tme*.

Tabla 2. Distancia u_x desde el frente de grieta hasta la primera fila de nodos donde se mide el CTOD en función de la carga aplicada.

Factor de intensidad de tensiones $K [MPa \cdot \sqrt{m}]$	Tamaño mínimo del elemento en la punta de la grieta <i>tme</i> [μm]
20	6,78
25	10,59
30	15,25

En la Figura 36 se muestra la curva característica del *CTOD* para el *PM* y para el *PS*. En el eje de abscisas se representa el factor de intensidad de tensiones K , mientras que en el eje de ordenadas se muestran los desplazamientos verticales del nodo en μm .

El proceso de carga comienza en $K_{min} = R \cdot K_{max} = 2,5 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$ y, al alcanzar $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{m}$, se inicia el proceso de descarga hasta regresar nuevamente a K_{min} .

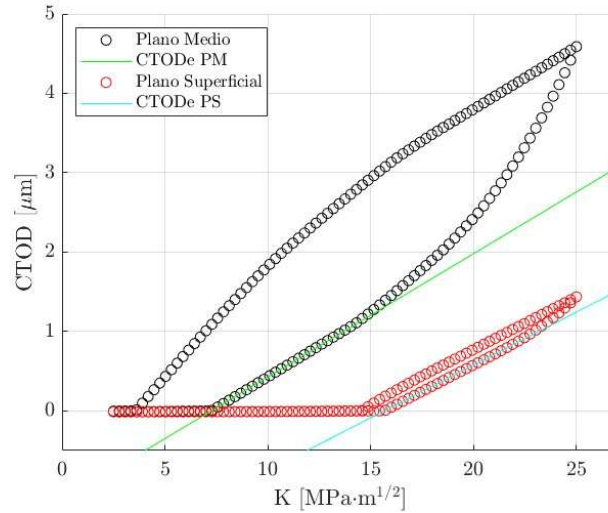


Figura 36. Curva característica del CTOD en función de K. $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{m}$, $b = 3 \text{ mm}$.

En ambos planos donde se representa el CTOD es posible observar que existen hasta 6 etapas distinguibles, lo que concuerda con el cierre de grieta de la Figura 14.

En la primera etapa, la carga de la probeta aumenta progresivamente sin alterar el valor nulo del CTOD ya que la grieta permanece completamente cerrada. Tras alcanzar el factor de intensidad de tensiones de apertura K_{op} , comienza la segunda etapa, donde se observa un crecimiento lineal del CTOD cuando la grieta comienza a abrirse, provocando deformaciones elásticas en la región circundante a los flancos y el frente de grieta.

En esta segunda etapa los valores del CTOD coinciden con los valores de las rectas que promedian el comportamiento del CTODe de cada plano, realizando una regresión lineal de los primeros valores de esta segunda etapa.

Al continuar aumentando la carga aplicada, para cierto valor de K comienza a apreciarse una desviación respecto de las rectas CTODe debido a la aparición de deformación plástica en la región, con lo que entra en juego la componente plástica del

CTOD. En esta tercera etapa, el porcentaje de *CTOD_p* aumenta hasta alcanzar el valor máximo de la carga aplicada en la simulación, en este caso $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

La cuarta etapa comienza con la reducción de carga, donde es visible un decrecimiento del *CTOD* de manera lineal y con la misma pendiente que en la etapa segunda. Esta etapa termina cuando los valores del *CTOD* comienzan a decaer por debajo de la tendencia lineal previa de la etapa cuarta, dando comienzo a la quinta etapa. De nuevo aquí se produce una deformación plástica, esta vez inversa, responsable de la histéresis, de la asimetría en las curvas *CTOD* – *K* y del contacto de flancos de grieta incluso para $R = 0,1$, lo que es debido al *T-stress* positivo de la probeta *CT* provocando el mecanismo *PICC*, detallado en el apartado 2.5. Esto se conoce como zona plástica inversa, y ha sido ampliamente estudiada por su influencia en los resultados mediante simulaciones numéricas [73] y ensayos experimentales [74].

Finalmente, la sexta etapa comienza cuando $K = K_{cl}$, donde la grieta se cierra de forma prematura protegiendo al material hasta alcanzar nuevamente el valor de carga mínimo, en este caso $K_{min} = 2,5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

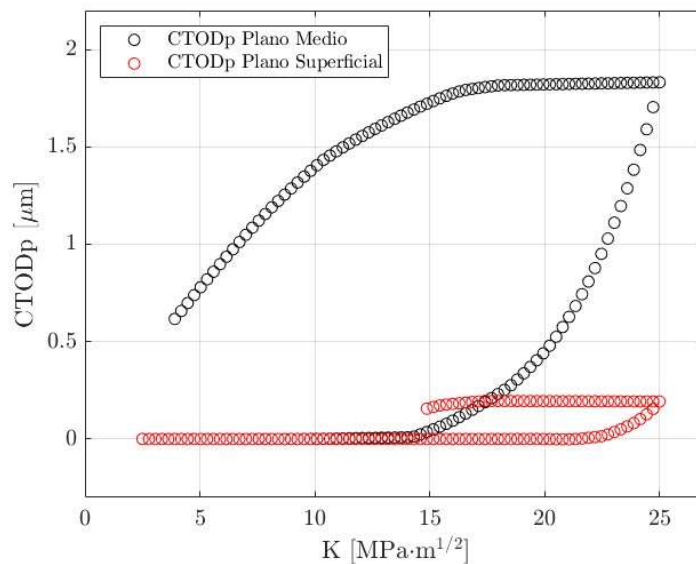


Figura 37. *CTOD_p* en función de *K*. $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, $b = 3 \text{ mm}$.

La Figura 37 se ha realizado sustrayendo a la curva del *CTOD* los valores de *CTOD_e* de las rectas representadas. Esto muestra cuando la región próxima al frente de grieta muestra deformaciones plásticas, observándose la deformación mencionada en la etapa

tercera y la deformación inversa de la quinta etapa. Para este tipo de curvas se ha representado el ciclo desde la etapa primera hasta la quinta, terminando justo cuando los flancos de grieta entran en contacto.

Los resultados de la figura evidencian la acumulación progresiva de daño en el material y la irreversibilidad del ciclo de carga. Aunque la grieta se cierre completamente el valor del $CTOD_p$ no vuelve a ser nulo, debido a la deformación plástica remanente en la punta de grieta. Esta acumulación genera un endurecimiento localizado que modifica la respuesta del material y favorece el cierre prematuro de la grieta, asociado al $PICC$.

Asimismo, cabe destacar que al comparan curvas $CTOD - K$ correspondientes a otros espesores para la misma carga aplicada se puede apreciar que los resultados del $CTOD$ son prácticamente idénticos entre sí, todos como la Figura 36. Esto se debe a que al emplear una fuerza que genera en la probeta un mismo factor de intensidad de tensiones para cada simulación, el resultado de la apertura de la grieta es el mismo tal y como cabría esperar.

Para ir un paso más allá, la Figura 38.a y 38.b muestran en detalle todos los casos de espesor para el PM y el PS respectivamente. Los resultados muestran que el $CTOD$ es independiente del espesor. De esta forma, cualquier ensayo experimental con distinto espesor para una misma carga mostrará el mismo resultado en la superficie de la probeta [53, 55]. Más adelante se analiza la evolución del $CTOD$ para planos intermedios.

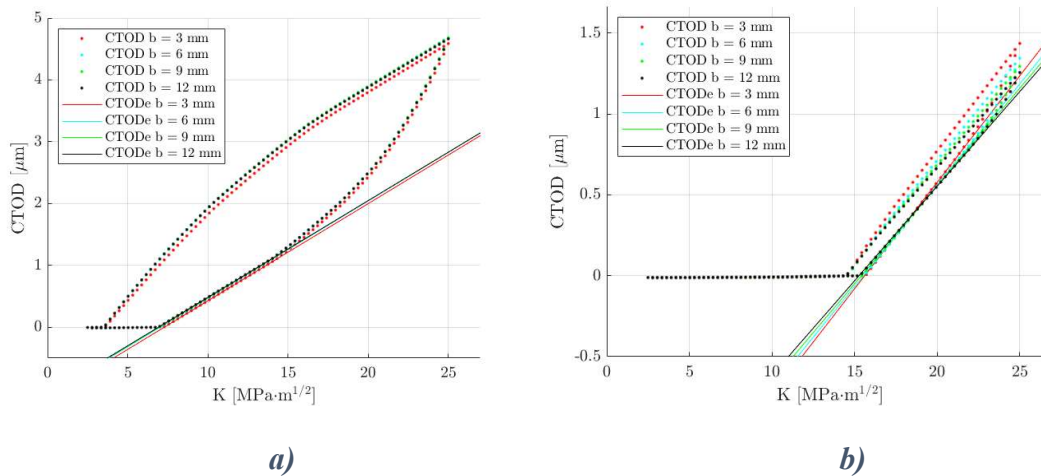


Figura 38. $CTOD$ en función de K . Distintos espesores para $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. a) PM . b) PS .

Tras analizar el efecto del espesor b en las curvas $CTOD - K$, se revisa cómo afectan las cargas. La Figura 39 compara simulaciones con diferentes valores de carga máxima K_{max} para una probeta de $b = 12 \text{ mm}$.

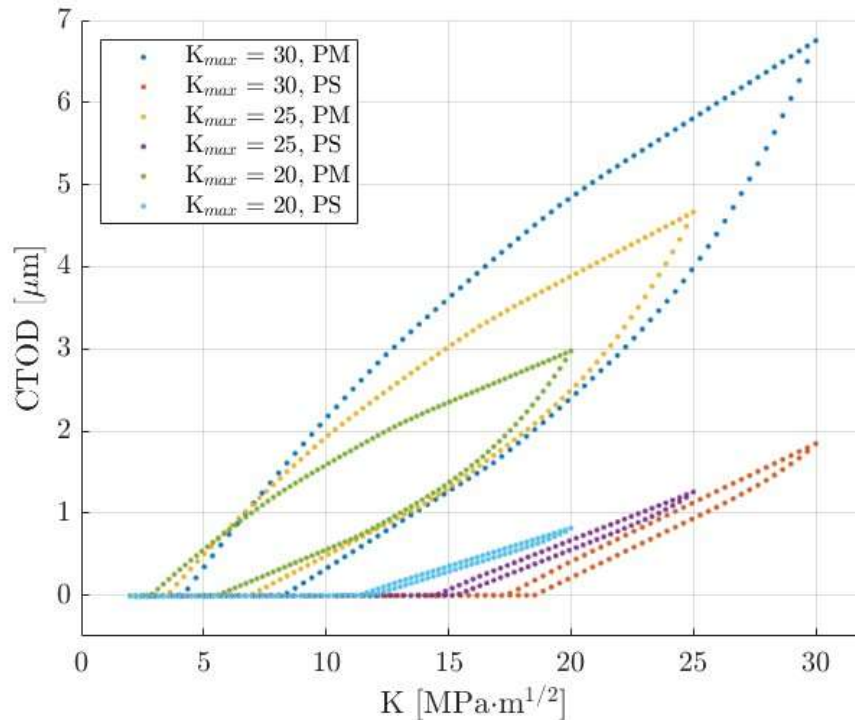


Figura 39. $CTOD$ en función de K . Distintos escenarios de carga K_{max} para probeta de $b = 12 \text{ mm}$.

Aquí las curvas $CTOD$ difieren principalmente por dos motivos. El primero de ellos es obviamente el aumento de $CTOD_p$ para cargas mayores. El segundo motivo es debido a la arbitrariedad intrínseca a la medición del $CTOD$, que para distintas cargas no es la misma. Esto se debe a la variación del tamaño mínimo de elemento tme de la región. Como se ha comentado, el mallado está parametrizado con la carga máxima aplicada, luego mayor carga, mayor es el rpD calculado y mayor es el tamaño de elemento, como se mostró en la Tabla 2.

Asimismo, las curvas $CTOD$ también sufren cambios en la apertura de la grieta. Es visible como tanto el valor de carga donde se abre la grieta K_{op} como el valor de cierre de esta K_{cl} aumentan conforme se aumenta la carga máxima de los ciclos del ensayo. Esto se debe a que el mecanismo $PICC$ es mayor cuando se aumenta la carga máxima. La estela plástica es mayor, luego la grieta permanece más tiempo por ciclo cerrada.

Cuanto mayor es la carga aplicada mayor es la deformación plástica, pero también mayor es la protección por el fenómeno del cierre de grieta. En la Figura 40 se muestran otras curvas del $CTOD_p$ para cargas de $K_{max} = 20$ y $30 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ y para espesores de $b = 3$ y 12 mm . Estas gráficas corroboran el aumento de $CTOD_p$ con la carga del que aquí se habla.

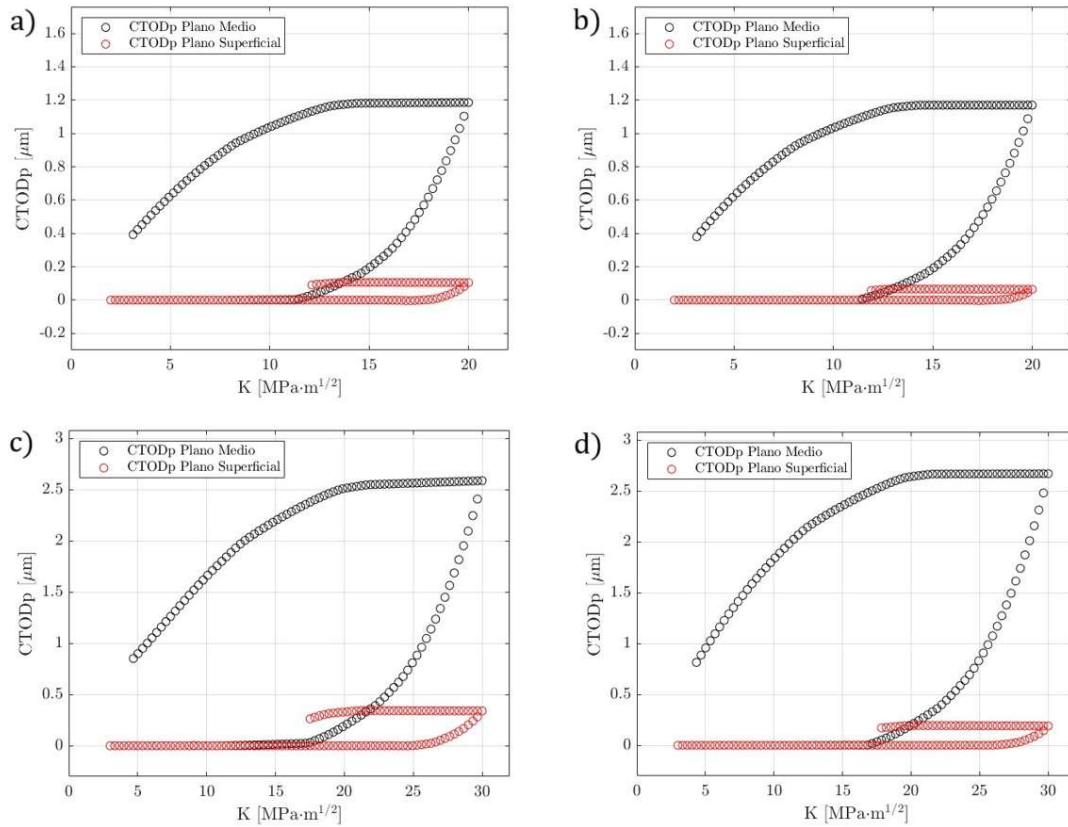


Figura 40. $CTOD_p$ en función de K . a) $b = 3 \text{ mm}$, $K_{max} = 20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. b) $b = 12 \text{ mm}$, $K_{max} = 20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. c) $b = 3 \text{ mm}$, $K_{max} = 30 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. d) $b = 12 \text{ mm}$, $K_{max} = 30 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

No obstante, las variaciones de $CTOD_p$ respecto del espesor son prácticamente inapreciables como ya se comprobó en la Figura 38 para el caso del $CTOD$. Para el PM tanto el porcentaje de grieta cerrada por ciclo como el $CTOD_p$ máximo se mantienen para mismos espesores, aunque con ligeras diferencias para el PS .

Es clara la tendencia de disminución del $CTOD_p$ máximo del PS con un mayor espesor. En un primer momento, se podría pensar que este efecto pudiera deberse a que para la probeta de $b = 3 \text{ mm}$ el régimen transitorio cercano a la superficie por efectos de borde no está completamente desarrollado con este espesor más fino, lo que pudiera afectar al reparto de tensiones o al $PICC$.

Sin embargo, tras analizar los datos en profundidad se ha encontrado una tendencia lineal que solo ocurre para el *PS* en los espesores estudiados. Para espesores mayores, el valor máximo de *CTOD_p* disminuye debido a que la apertura de grieta se retrasa. Esta diferencia se observa comparando probetas de $b = 9$ y 12 mm, situaciones donde los efectos de borde están completamente desarrollados hacia el interior de la probeta (sin afectar a su *PM*).

Para concluir el apartado, se examinan las diferentes pendientes del *CTOD_e* en función de la carga y para dos espesores distintos. Cabe destacar que, en todas las figuras, las pendientes de las rectas que representan al *CTOD_e* se han considerado prácticamente iguales para distintos espesores con una misma carga en ambos planos de la probeta. Esta suposición está por ver visto el reparto de intensidad de tensiones de la Figura 34, que podría generar zonas más rígidas por endurecimiento en el material que varíen dichas pendientes.

Tabla 3. Parámetros de la recta según la ecuación 30 que define el *CTOD_e* para cada el plano.

$[MPa\sqrt{m}]$	$b = 3$ mm				$b = 12$ mm			
	<i>PM</i>		<i>PS</i>		<i>PM</i>		<i>PS</i>	
	m	n	m	n	m	n	m	n
$k_{max} = 20$	0,125	-0,719	0,105	-1,309	0,125	-0,697	0,093	-1,110
$k_{max} = 25$	0,155	-1,127	0,133	-2,085	0,156	-1,081	0,118	-1,807
$k_{max} = 30$	0,185	-1,659	0,162	-3,002	0,188	-1,557	0,144	-2,669

La Tabla 3 contiene información sobre los valores que definen las rectas *CTOD_e* según la expresión 30, que define la ecuación de una recta bidimensional para los parámetros involucrados, donde m se mide en $\mu m/MPa\sqrt{m}$ y n en μm .

$$CTOD_e = mK + n \tag{30}$$

Los resultados muestran cómo el *PM* mantiene la misma apertura elástica *CTOD_e* bajo una misma fuerza para distintos espesores (m), pero de nuevo el *PS* muestra una apertura ligeramente menor de este parámetro. De la ecuación 30 es posible deducir el valor de carga para el cual la grieta se abre: $K_{op} = -\frac{n}{m}$. Analizando estos parámetros se confirma el hecho de que para mayores cargas la apertura de grieta se retrasa.

Asimismo, se observa como cuando se simulan espesores más pequeños esta apertura se retrasa ligeramente en el *PM*, tendencia que no queda tan clara en el *PS*.

En general, con respecto a la probeta de $b = 12 \text{ mm}$, el *PM* de la probeta de $b = 3 \text{ mm}$ necesita una mayor carga K_{op} para abrir la grieta, en concreto un 3% más para $K_{max} = 20 \text{ MPa}\sqrt{m}$, un 5% más para $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{m}$ y un 8,5% más de carga para $K_{max} = 30 \text{ MPa}\sqrt{m}$, retrasando la apertura de esta con ello (con respecto a la probeta de mayor espesor). El hecho de que este efecto aumente porcentualmente con la carga retrasando la apertura de grieta en la probeta más fina puede deberse a una estela plástica más deformada y endurecida en su *PM* que la de la probeta gruesa propiciada por un gradiente más pronunciado de las deformaciones plásticas debido al espesor reducido, observado en la Figura 35.

Sin embargo, este mismo análisis para el *PS* muestra otra tendencia. De nuevo con respecto a la probeta $b = 12 \text{ mm}$, el *PS* de la probeta de $b = 3 \text{ mm}$ necesita una carga un 4,5% mayor para $K_{max} = 20 \text{ MPa}\sqrt{m}$, pero solo un 2,5% mayor para $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{m}$ mientras que para $K_{max} = 30 \text{ MPa}\sqrt{m}$ la apertura se produce para la misma carga. Esto puede deberse al distinto endurecimiento reflejado en el *CTOD_e* (y asociado a la pendiente m) entre probetas de distinto espesor para este mismo plano. Dicha variación entre probetas para el *PS* podría ocurrir debido a un gradiente de deformaciones menos brusco en el régimen transitorio de la probeta gruesa debido a que este tiene más espacio y queda completamente desarrollado.

Se entiende que este efecto queda superpuesto a la tendencia vista en el *PM*, generando un retraso en la apertura de la grieta para cargas más bajas, mientras que para cargas más elevadas dicha apertura podría llegar a adelantarse (de nuevo con respecto a la probeta de 12 mm). En cualquier caso, más datos serán necesarios en el futuro para corroborar estas tendencias.

4.3. Cambios a lo largo del espesor

Llegados a este punto, es evidente que el *PS* sufre un comportamiento distinguible al del *PM* debido a la condición de contorno de superficie libre que genera los efectos de borde, alterando las tensiones y el contacto de flancos de grieta en función del espesor. En este apartado, se van a estudiar distintos planos interiores para conocer cuándo se estabilizan los resultados hacia el interior de la probeta para diferentes espesores y cargas y cómo se comporta el *CTOD* en función del espesor.

En la Figura 41 se muestran las variaciones del *CTOD* en distintos planos cercanos a la superficie de la probeta para espesores de $b = 3$ y 6 mm, para $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. El resultado es una transición desde la curva *CTOD* del *PS* hacia la del *PM* con una ligera tendencia a una transición algo más suave en la probeta de 6 mm al ajustarse a un mayor espacio disponible.

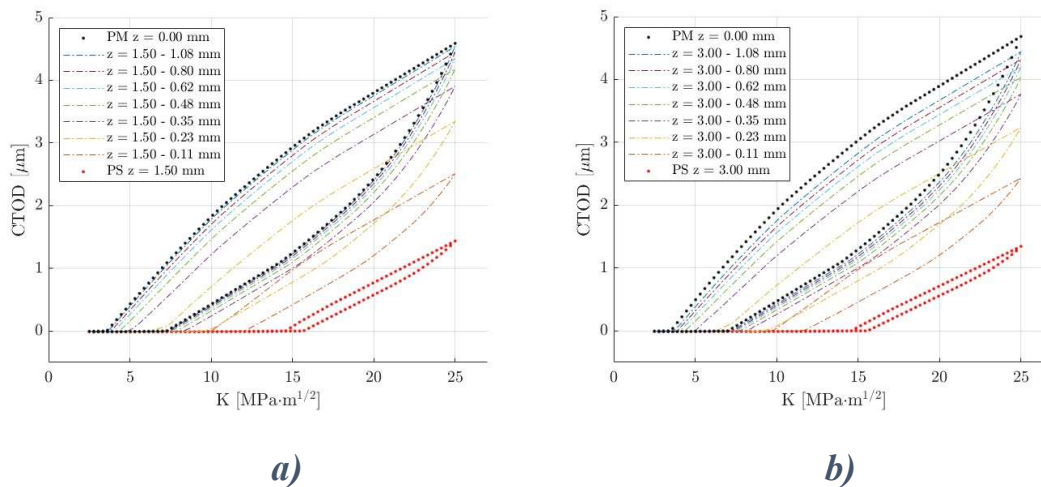


Figura 41. Distintos planos cercanos al *PS*. $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. a) $b = 3$ mm. b) $b = 6$ mm.

Para tener una referencia de una misma región en cada probeta se han mantenido los mismos planos interiores escogidos para la probeta de $b = 3$ mm en el resto de las probetas, tan solo modificando el último plano de estas, el *PM* ($z = 0$ mm), que se encuentra a una distancia diferente del *PS* en cada caso según el espesor b . Por ello, se ha representado en la leyenda la resta entre $b/2$ y la distancia al *PS*, para que sea fácilmente visible que los planos intermedios se mantienen siempre con los mismos valores sin importar el espesor como se ha mencionado, mejorando la exposición de los resultados. De lo contrario, al estudiar planos cercanos al *PS*, los valores dependerían

del espesor ya que el *PS* estaría a distintas distancias del *PM* según el espesor de la probeta en cada caso.

La Figura 42 muestra de nuevo las variaciones del *CTOD* en distintos planos para $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ esta vez para espesores de $b = 9$ y 12 mm . Los resultados de las cuatro imágenes de las Figuras 41 y 42 parecen idénticos a primera vista, siendo notoria la tendencia que reduce las curvas *CTOD* aumentando ligeramente la zona transitoria con mayores espesores.

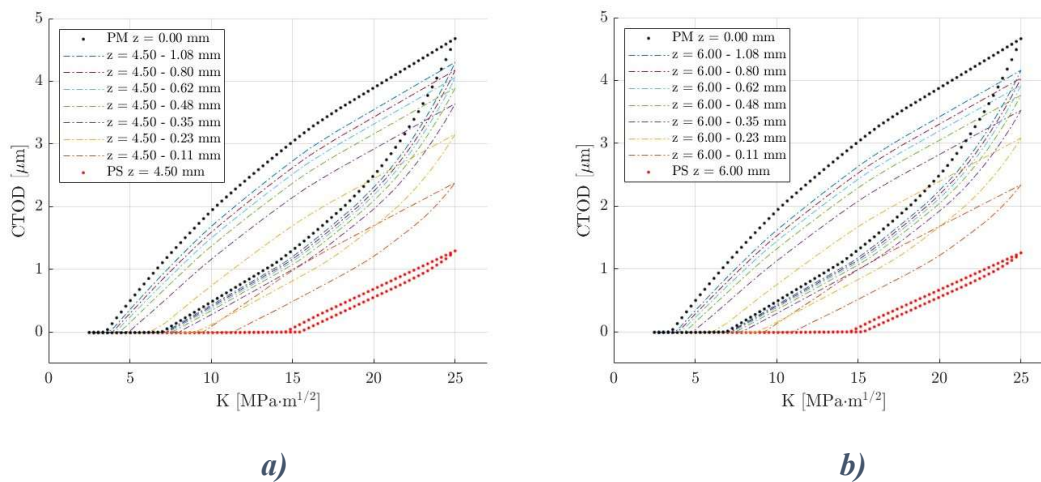


Figura 42. Distintos planos cercanos al *PS*. $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. a) $b = 9 \text{ mm}$. b) $b = 12 \text{ mm}$.

Si comparamos el plano de color naranja, que se encuentra en $z = \frac{b}{2} - 0,11 \text{ mm}$ (a $0,11 \text{ mm}$ del *PS*), se determina que el *CTOD* máximo con respecto al *PM* es del 54,7 % para $b = 3 \text{ mm}$, del 51,9 % para $b = 6 \text{ mm}$, del 50,9 % para $b = 9 \text{ mm}$ y del 50,2 % para $b = 12 \text{ mm}$. Analizando el plano más alejado, $z = \frac{b}{2} - 1,08 \text{ mm}$, los resultados son de un 98,9 %, 94,8 %, 91,9 % y 89,2 % respectivamente, de nuevo con respecto al *PM*.

Se reafirma el hecho de que para distintos espesores la región transitoria tiene una forma muy similar, siendo la única diferencia cuantificable una ligera reducción de los valores debido al mayor espacio para estabilizarse hacia el *PM* con espesores mayores. Este mismo efecto de menor gradiente ya ha sido observado en parámetros como la deformación de la estela plástica de la Figura 35.

La Figura 43 analiza de nuevo planos cercanos al *PS* para distintas cargas a las ya observadas en una probeta de $b = 3 \text{ mm}$, con mayor gradiente al ser el menor espesor. En ella se observa como la carga aplicada sí tiene una gran influencia en la región transitoria aumentando los efectos de borde para mayores cargas, aunque las curvas *CTOD* – *K* sean idénticas en el *PS*.

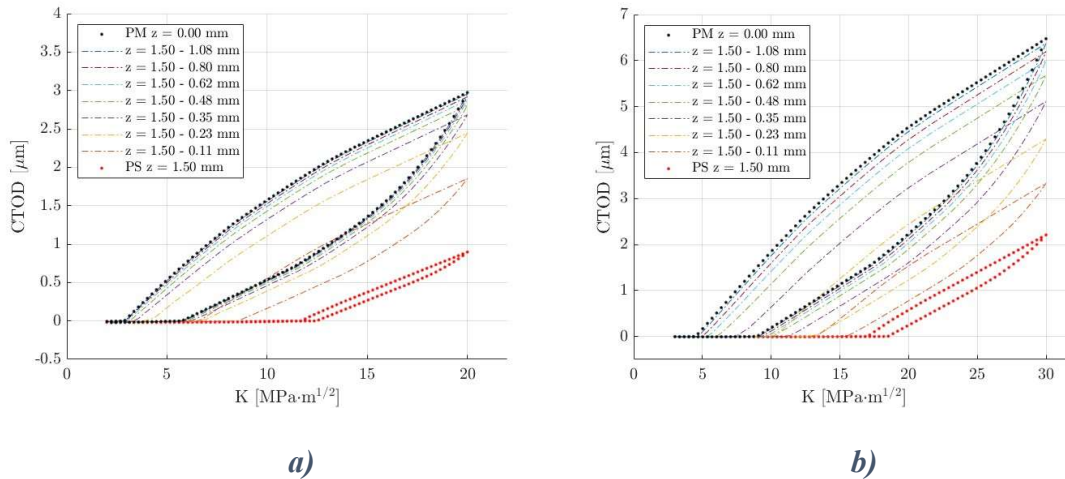


Figura 43. Distintos planos cercanos a la superficie. $b = 3 \text{ mm}$. a) $K_{max} = 20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.
b) $K_{max} = 30 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

La transición por los diferentes planos para cargas superiores necesita una mayor profundidad para estabilizar las curvas *CTOD*, indicando que la zona transitoria sufre un aumento de tamaño. Este efecto está directamente vinculado con el mecanismo de cierre de grieta por plasticidad, ya que al aumentar la carga del ensayo se obtienen unas deformaciones mayores y se retrasa la apertura de grieta, provocando el descenso en las curvas *CTOD* de los planos intermedios comparados con la simulación a menor carga.

Este efecto ya había sido observado, por ejemplo, en los resultados de la Figura 39. Sin embargo, aquí se evidencia que efecto del retraso del *PICC* también aumenta hacia el *PS* para mayores cargas, no solo en términos generales en el dominio de la probeta. Esto reduce el daño en el material en mayor medida en el *PS* cuando aumenta la carga aplicada, aunque el punto crítico estará siempre en el *PM*, donde se alcanzan los mayores valores de apertura de grieta.

En concreto, las diferencias del *CTOD* máximo para $K_{max} = 20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ respecto del *PM* en los planos $z = \frac{b}{2} - 0,11 \text{ mm}$ y $z = \frac{b}{2} - 1,08 \text{ mm}$ son del 62,3 % y del

99,4 % respectivamente mientras que para $K_{max} = 30 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ dichas diferencias son del 51,5 % y del 98,5 %, donde los cambios son atribuidos al retraso de la apertura de la grieta.

A continuación, se analiza la distribución del *CTOD* y sus componentes correspondientes al valor máximo alcanzado durante el ciclo de carga. En lugar de considerar la evolución mediante las curvas *CTOD*–*K*, a partir de este punto se examina la apertura de la grieta asociada al momento de máxima carga aplicada en el ciclo, evaluado en distintos planos a lo largo del espesor de la probeta.

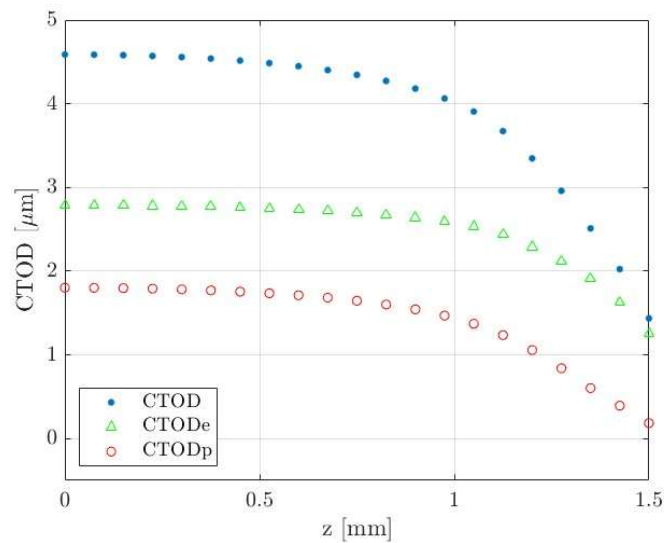


Figura 44. *CTOD* y sus componentes a lo largo del espesor. $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, $b = 3 \text{ mm}$.

En la Figura 44 se muestra cómo se modifican los valores del *CTOD*, junto al *CTODe* y *CTODp*, dependiendo del plano intermedio escogido a lo largo del espesor de la probeta para una probeta de $b = 3 \text{ mm}$. La carga es de $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. La tendencia comparando al *CTODe* con el *CTODp* es similar, mostrándose una reducción hacia el *PS* ($z = 1,5 \text{ mm}$) parecida en ambas componentes. Mientras que el *CTODe* en el *PS* se reduce un 55% con respecto al *PM*, para el caso del *CTODp* el valor se reduce un 89,5%. Esto vuelve a remarcar la protección extra que tiene el *PS* respecto al interior de la probeta por efectos de borde, debido al retraso en la apertura de la grieta.

También resulta visible cómo los valores del *CTOD* no terminan de estabilizarse hacia el *PM* ($z = 0 \text{ mm}$), debido al espesor de la probeta. En la Figura 45 se muestran los valores de *CTOD*, *CTODe* y *CTODp* esta vez para $b = 12 \text{ mm}$. Comparada con la

Figura 44, en este caso es visible una transición algo rápida hacia valores constantes partiendo del *PS*, aunque los resultados del *CTOD* parecen adaptarse a todo el ancho de la probeta debido a los efectos de borde.

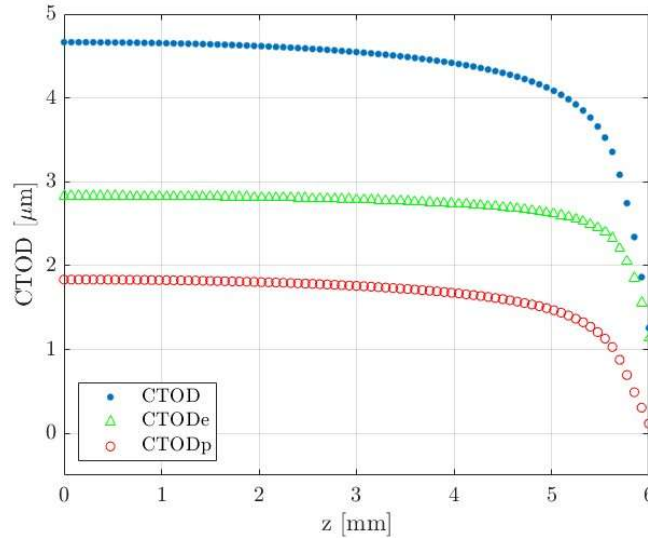


Figura 45. *CTOD* y sus componentes a lo largo del espesor. $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, $b = 12 \text{ mm}$.

Esto quiere decir que, aunque se estudien espesores grandes donde dominan los estados de deformación plana, los efectos de borde siempre serán importantes en todos los casos de estudio de crecimiento de grietas por fatiga con *PICC* en lo que al *CTOD* respecta.

Para el caso de la Figura 45 se produce una reducción del 59,6% para el *CTODe* y del 93,8% para el *CTODp* comparando el valor del *PS* con respecto al *PM*. La reducción de los valores es mayor en este caso debido a que las tensiones quedan mejor desarrolladas por la probeta al ser mayor en el caso de la Figura 45. Se reduce el gradiente de deformaciones y la protección por cierre de grieta aumenta significativamente en el *PS*, siendo los valores de las componentes y del *CTOD* similares para el *PM* en ambas probetas comparadas, de $b = 3 \text{ mm}$ y $b = 12 \text{ mm}$.

Cabe destacar que en todos los casos el salto entre planos es el mínimo considerado en la simulación, de $0,075 \text{ mm}$, según se indicó en el apartado 4.2. Esto hace que el espesor de la probeta $b = 12 \text{ mm}$ tenga muchos más puntos a representar, mostrando unos resultados más representativos y una mayor precisión aplicando el criterio.

A modo de curiosidad, es destacable en la Figura 45 gracias al mayor abanico de puntos, unos valores más erráticos del $CTOD_p$ cerca del PS según la tendencia previa. Esto puede deberse a la precisión a la hora del cálculo de este. No se descarta que pueda haber otras tendencias en una región muy próxima al PS ($z = 5,5 - 6 \text{ mm}$) debido a fenómenos como el contacto cuando la grieta está parcialmente abierta o cerrada (donde la protección no es completa), o como la influencia debida al frente de grieta recto (en lugar de curvo).

La Figura 46 se centra exclusivamente en los valores correspondientes al $CTOD_p$, mostrando cómo son sus variaciones entre distintos espesores para el caso de carga de $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. De nuevo es aquí fácilmente apreciable cómo los valores crecen hacia el PS a distinto ritmo en función del espacio disponible, de modo que en probetas de mayor espesor el crecimiento es más lento para una misma distancia. Cabe destacar que los PM no están situados en el mismo punto, sino que dependen del espesor b . Del mismo modo que en los casos anteriores, existen más puntos tomados en las probetas mayores, al ser la distancia entre planos intermedios siempre la misma en todos los casos, $0,075 \text{ mm}$.

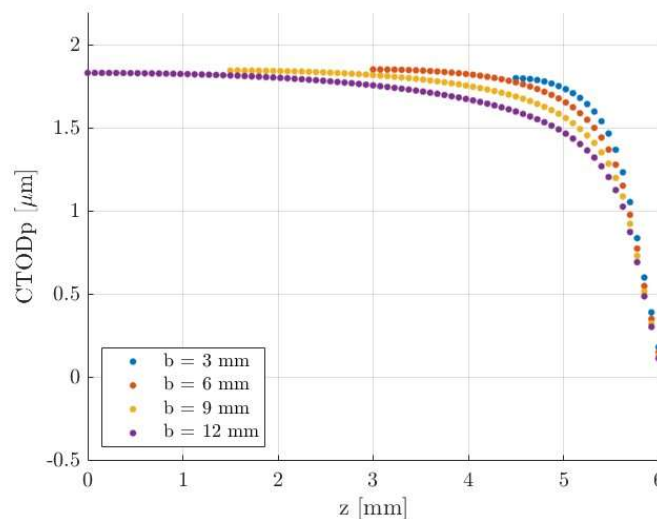


Figura 46. $CTOD_p$ a lo largo del espesor para probetas de distintos espesores. $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Es notable como los valores del $CTOD_p$ están ligados directamente con el reparto del factor de intensidad de tensiones K y de las deformaciones plásticas equivalentes mostrados en las Figura 34 y 35 respectivamente. Se muestra una tendencia muy similar donde K disminuye hacia la superficie de la probeta del mismo modo que las

deformaciones y la apertura de la grieta. Por esta razón, el $CTOD_p$ es ampliamente empleado para tratar de predecir parámetros como el área de deformación [60], el reparto de tensiones y el crecimiento de grieta [63], etc. (ver apartado 2.7).

Para terminar con la Figura 46, es importante resaltar que los resultados obtenidos concuerdan con los que fueron obtenidos por Camas et al. [60]. En el artículo, además de correlacionar, analizar ampliamente y predecir el área deformada mediante el $CTOD_p$, los autores realizan una comparativa de valores del $CTOD_p$ a lo largo del espesor para distintos espesores de probeta bajo una carga de $K_{max} = 20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

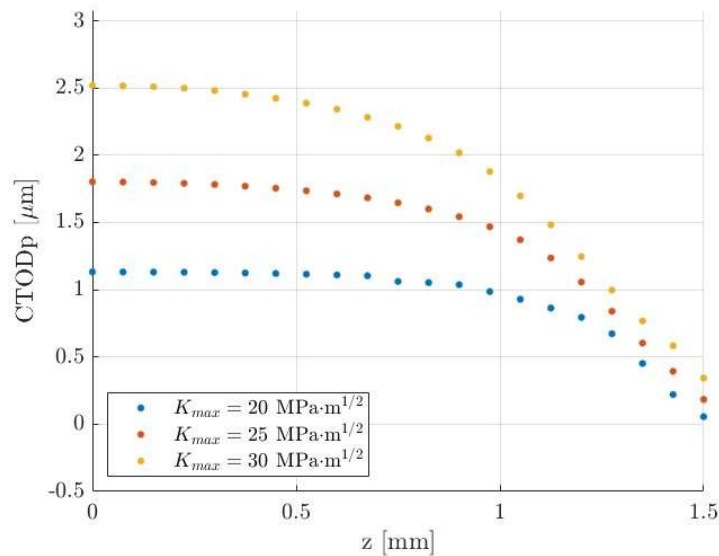


Figura 47. $CTOD_p$ a lo largo del espesor para distintas cargas aplicadas. $b = 3 \text{ mm}$.

La Figura 47 realiza una comparativa esta vez para distintas cargas aplicadas considerando una probeta de $b = 3 \text{ mm}$. Los datos en función del espesor del $CTOD_p$ muestran una tendencia muy significativa, y es que los valores cerca del PS parecen quedar muy cercanos por la protección del cierre de grieta. Lo mismo ocurre para la Figura 48, esta vez comparando diferentes cargas para el caso de la probeta de $b = 12 \text{ mm}$.

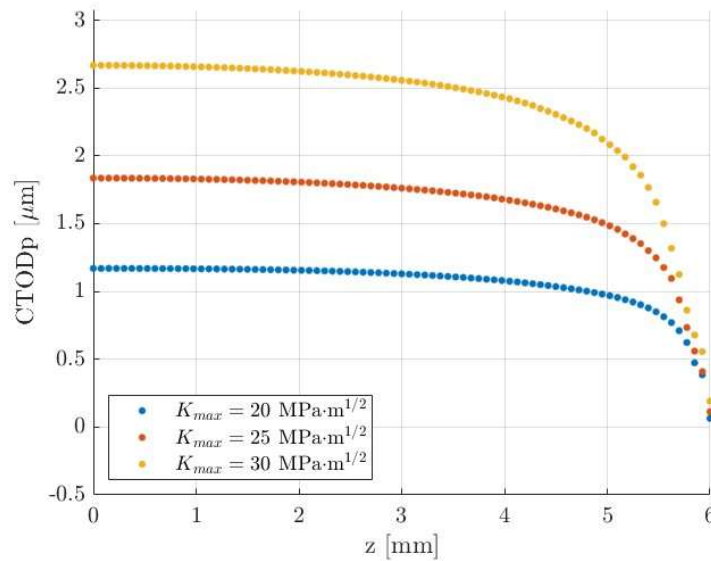


Figura 48. $CTOD_p$ a lo largo del espesor para distintas cargas aplicadas. $b = 12$ mm.

Esto vuelve a remarcar un efecto ya destacado, y es que para mayores valores de carga aplicada el $CTOD_p$ es mayor debido a unas deformaciones mayores en la probeta. Sin embargo, la protección por cierre de grieta también es mayor, ya que el mecanismo *PICC* cobra mayor importancia debido a las mayores deformaciones provocadas. La tendencia que aquí se observa es que los efectos de borde aumentan aún más con la carga, manteniendo similares los valores de $CTOD_p$ en el *PS*.

En concreto, en la probeta de $b = 3$ mm (Figura 47) se obtiene que para el *PS* la reducción del valor del $CTOD_p$ respecto al valor del *PM* es de un 91,2% para $K_{max} = 20$ MPa \sqrt{m} , de un 89,5% para $K_{max} = 25$ MPa \sqrt{m} y de un 86,8% para $K_{max} = 30$ MPa \sqrt{m} . Para la probeta de $b = 12$ mm (Figura 48) se muestra que en el *PS* la reducción del $CTOD_p$ respecto al *PM* es de un 94,5% para $K_{max} = 20$ MPa \sqrt{m} , de un 93,8% para $K_{max} = 25$ MPa \sqrt{m} y de un 92,9% para $K_{max} = 30$ MPa \sqrt{m} .

Para poder realizar una comparativa cualitativa de los efectos de borde, se define un criterio arbitrario para considerar condiciones de deformación plana dominantes en el espesor. De esta manera, se define que cuando la reducción del valor de $CTOD_p$ en el espesor cae por debajo del 5% respecto del valor del $CTOD_p$ en el *PM*, las condiciones de deformación plana ya no son dominantes y, por ello, aparecen efectos de borde.

De esta manera, la deformación plana es dominante hasta $z = 0,825 \text{ mm}$ para $K_{max} = 20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, lo que implica un 55% de espesor en condiciones de deformación plana según el criterio definido. Para $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ se obtiene un 45% y para $K_{max} = 30 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ un 40%, en el caso de la probeta de $b = 3 \text{ mm}$. En cuanto a la probeta de $b = 12 \text{ mm}$, dominan las condiciones de deformación plana en el 57,5% para $K_{max} = 20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, en el 55% para $K_{max} = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ y en el 53,8% del espesor para $K_{max} = 30 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Todos estos resultados concuerdan con un mayor gradiente de tensiones y deformaciones en casos donde la carga es mayor, disminuyendo la reducción respecto al *PS* en estos casos. Este efecto se visualiza en la Figura 43, mostrando cómo el aumento de carga modifica las curvas *CTOD* – *K* de los planos intermedios. No obstante, el porcentaje de dominio de las condiciones de deformación plana en el espesor se ve reducido al aumentar la carga. Esto implica un peor reparto por el espesor de la energía de deformación absorbida durante los ciclos de carga, luego un mayor valor final de *CTOD_p* en el punto crítico (*PM*).

En todos los casos, la reducción del *CTOD_p* respecto al *PM* en el borde de la probeta es inmensa, de un 85-95%. Esto presenta dos ideas principales. La primera es que se reitera el hecho de que el punto crítico de la probeta se sitúa en el *PM*, ya que la apertura de grieta se retrasa en la superficie de la probeta protegiendo estas zonas en gran medida. La segunda idea a la que se ha llegado es que la gran variación del *CTOD_p* respecto de la superficie hace que haya una diferencia de absorción energética mayor en el *PM*, provocando que una gran parte del material apenas se deforme y disminuyendo el efecto del fenómeno *PICC* que retrasa el crecimiento de grieta. Dicho de otra forma, cuanto menores son los gradientes del *CTOD_p* cerca de la superficie porcentualmente, mayor será el valor en el *PM*, siendo este el punto crítico de cara a la rotura de la probeta.

Siguiendo esta idea, parece que lo mejor para optimizar el material empleado será considerar probetas de mayor espesor, de manera que, para mayores factores de intensidad de tensiones internas, mejor será el reparto de tensiones en su espesor ya que el gradiente de deformaciones cerca de la superficie es menor (menor zona de

deformación plástica dominante). Por otra parte, para una mayor carga el reparto de deformaciones será peor (menor zona de deformación plástica dominante). Trabajar con menores cargas será óptimo para que la energía de deformación se reparta de forma más homogénea por la probeta, retrasando la rotura del material.

Por otro lado, se ha demostrado aquí que el efecto de la carga retrasa el cierre de grieta protegiendo a la probeta en su totalidad gracias al *PICC*. Existirá un compromiso entre el retraso de la apertura de la grieta, la región de deformación plana dominante y la vida del material. Estudiar la relación entre el *CTOD_p* para obtener un modelo de predicción del crecimiento de grieta $\frac{da}{dN}$ resulta de gran interés.

5. Conclusiones

El *Crack Tip Opening Displacement (CTOD)* resulta de gran interés en el contexto de la mecánica de fractura. Numerosos artículos han estudiado el *CTOD* para cuantificar el crecimiento de grietas mediante la predicción de otros parámetros. Aunque no hay consenso respecto al uso de este parámetro para sustituir al factor de intensidad de tensiones K en la *MFEP*, es evidente que el *CTOD* está directamente relacionado con el reparto de tensiones, la deformación de la zona plástica y el daño al material.

Su evolución durante el ciclo de fatiga está influenciada por factores como los ciclos previos, por la estela plástica, por el espesor del material y por la carga aplicada. El estudio del *CTOD* se dificulta debido a que este parámetro es una medida geométrica macroscópica y arbitraria, al no dar información de un punto concreto de deformación del material y depender su medición de la distancia tomada a la punta de grieta. Sin embargo, el *CTOD* está estrechamente relacionado con la deformación, por lo que sigue siendo ampliamente estudiado dada su importancia. Por el momento, los modelos predictivos obtenidos son sensibles a las condiciones del análisis y al material empleado, con lo que no se consigue unificar un modelo que funcione para multitud de casos como sí consigue la Ley de Paris.

El presente estudio ha analizado en detalle la evolución del *CTOD* y el *CTOD_p* bajo diferentes condiciones de carga y espesores, identificando los principales mecanismos que intervienen en el proceso de apertura y cierre de grieta. Las conclusiones principales del estudio son las siguientes:

1. Se han identificado seis etapas durante un ciclo de carga en las curvas del *CTOD* en función de K , donde el *CTOD* sufre diferentes evoluciones. Según aumenta la carga aplicada, el *CTOD* presenta un valor nulo hasta la apertura de la grieta, después un crecimiento lineal y, por último, un crecimiento no lineal tras la aparición de deformaciones plásticas en el material, donde aparece el *CTOD_p*. Tras alcanzar la carga máxima K_{max} , el *CTOD* disminuye linealmente hasta llegar a la etapa de deformación plástica inversa, donde decrece más

rápido. Finalmente, el $CTOD$ vuelve al valor nulo tras el cierre de grieta previo hasta la carga mínima K_{min} .

2. Mientras que las curvas $CTOD - K$ para distintas cargas aplicadas muestran cambios apreciables, los resultados son invariantes entre sí para distintos espesores debido a que se consigue un estado de tensiones internas equivalente. Por ello, las curvas $CTOD - K$ en el plano superficial (PS) se mantienen invariantes para distintos espesores, tal y como se observa en estudios experimentales [53, 55]. Al observar la evolución por planos intermedios, en ambos casos el reparto se ve afectado tanto por el espesor como por la carga.

Los motivos de la variación con la carga de las curvas $CTOD - K$ son el aumento de $CTOD_p$ para simulaciones con una mayor carga aplicada junto con la variación del mallado entre simulaciones, que afecta directamente al valor del $CTOD$ medido por su definición. Al estar el mallado parametrizado con el tamaño de la estela plástica mediante el radio plástico de Dugdale (rpD), la distancia al primer nodo desde la punta de grieta depende del tamaño mínimo del elemento, aumentando el $CTOD$ cuando la carga es mayor para una misma apertura de grieta.

3. Se ha logrado identificar un retraso en la apertura de grieta en las simulaciones con mayor carga aplicada, lo que es debido al cierre de grieta inducido por plasticidad ($PICC$). Al someter a la probeta a unas cargas cíclicas mayores se aumenta la cantidad de deformaciones plásticas, lo que genera un retraso en la apertura de grieta que reduce el factor de intensidad de tensiones efectivo K_{ef} frenando el aumento del $CTOD$ de los ciclos venideros.
4. Analizando diferencias en la apertura de grieta entre distintos espesores, se ha observado una tendencia en el plano medio (PM) de las probetas en la que, con respecto a mayores espesores, una probeta de menor espesor retrasa la apertura de la grieta en mayor medida conforme se aumenta la carga aplicada.

Sin embargo, cuando se observa esta tendencia cerca de la superficie, esta se superpone al endurecimiento y retraso en el cierre de grieta provocado por efectos de borde. Esto implica que, para probetas de menor espesor con respecto a las de espesor mayor, con cargas del orden de $K_{max} = 20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ la apertura de grieta se retrasa, pero para cargas del orden de $K_{max} = 30 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ la apertura de grieta se da en el mismo lugar. Ambos efectos tienen el mismo peso dando a entender que a partir de aquí comenzará a adelantarse la apertura de grieta de una probeta con respecto a la de mayor espesor para cargas aún mayores. Un rango de datos más amplio será necesario para validar esta tendencia.

5. Analizando distintos planos cercanos a la superficie, se ha observado cómo la zona transitoria provocada por efectos de borde presenta una forma similar en las curvas $CTOD - K$ para distintos espesores bajo una misma carga, pero su tamaño y forma varía con la carga aplicada, lo que modifica la evolución del $CTOD$ en el espesor. Cuando se aumenta la carga aplicada, las curvas crecen de forma más lenta hacia el interior de la probeta, generando mayores efectos de borde. Esto implica un retraso en la apertura de la grieta que aumenta hacia el PS con cargas mayores.
6. Al estudiar las tendencias del $CTOD_e$ y del $CTOD_p$ bajo carga máxima K_{max} en función del espesor z de la probeta se han encontrado tendencias muy similares. El $CTOD_e$ decrece de forma similar al $CTOD_p$ hacia la superficie de la probeta, mostrando ambos su máximo valor en el PM .
7. Los resultados del $CTOD_p$ ponen de manifiesto de nuevo una significativa reducción del parámetro en los bordes de la probeta, lo que reafirma que el punto crítico para la fractura se localiza en el PM . El $CTOD_p$ parte siempre de un valor menor que el $CTOD_e$ (para las cargas simuladas), llegando a valores casi nulos en la superficie (85-95% de reducción de $CTOD_p$). Esta distribución del $CTOD_p$ a lo largo del espesor implica que gran parte del volumen de material de zonas próximas a la superficie apenas contribuye a evitar la propagación.

Al estar asociado el $CTOD_p$ con las deformaciones permanentes, luego con la absorción de energía, la energía absorbida por las cargas externas se concentra en el PM de la probeta. A mayor concentración de deformaciones, mejor es el reparto a lo largo del espesor de la probeta.

8. Para realizar un análisis cualitativo de la variación de deformaciones en el borde de la probeta en función del espesor, se define un criterio para considerar deformación plana dominante desde el plano medio hasta que el $CTOD_p$ decae un 5%. Como es de esperar, para mayores espesores aumenta el porcentaje de deformación plana dominante en el espesor. Sin embargo, al aumentar la carga se reducen estos porcentajes debido al aumento de los efectos de borde.

En consecuencia, se plantea que para optimizar el material empleado es mejor utilizar probetas de mayor espesor, con mayor reparto de tensiones y deformaciones en el espesor, lo que reduce el $CTOD_p$ máximo del PM . Para cargas mayores el reparto empeora, además de comprometer el tiempo de vida del material sometido a fatiga. No obstante, el fenómeno $PICC$ aumenta para mayores cargas, proporcionando protección adicional en este caso, luego existirá un compromiso entre reparto de energía de deformación por la probeta y el retraso del cierre de grieta que protege al punto crítico, el PM de la probeta.

Para futuras líneas de investigación lo más interesante sería poder realizar ensayos experimentales para establecer una correlación de los datos obtenidos en las simulaciones y verificar la reproducción de la simulación de las condiciones en un caso real. No obstante, esto presenta un gran reto en cuanto a asegurar unas condiciones ambientales neutras, donde queda a destacar la ventaja de las simulaciones numéricas que controlan a la perfección las condiciones del problema sin perturbaciones.

Otras líneas de interés pueden ser la consideración de un frente de grieta curvo para analizar las diferencias del $CTOD_p$ respecto al frente recto, la realización de simulaciones aplicando distintos rangos de tensiones R , la obtención de un modelo que determine el crecimiento de la grieta, el límite de fatiga o el área de deformaciones

mediante el $CTOD_p$ o incluso el estudio de otros parámetros no lineales con los cuales sea posible establecer una relación con el crecimiento de grieta, como pueden ser la disipación plástica total, la integral J o el tamaño de la zona plástica inversa (provocada por la etapa quinta, Figura 14).

6. Bibliografía

- [1] P. C. Paris, The growth of fatigue cracks due to variations in load, Leigh University: Tesis, 1960.
- [2] P. C. Paris y F. Erdogan, A critical analysis of crack propagation law, vol. 85, Trans. ASME: Vol. 85(4), 1963.
- [3] W. Elber, Fatigue crack closure under cyclic tension, Engineering Fracture Mechanics: Vol. 2, pp. 37-45, 1970.
- [4] H. Miyamoto, T. Miyoshi y S. Fukuda, An analysis of crack propagation in welded structures, Significance of Defects in Welded Structures: Vol. 1, pp. 189-202, 1973.
- [5] D. K. Holm, A. F. Blom y S. Suesh, Growth of cracks under far-field cyclic compressive loads: numerical and experimental results, Engineering Fracture Mechanics: Vol. 23, pp. 1097-1106, 1986.
- [6] W. A. J. Albert, Uber treibseile am harz, Archiv für Mineralogie, Geognosie, Bergbau und Hüttenkunde: Vol. 10, pp. 215-234, 1837.
- [7] W. J. M. Rankine, On the cause of the unexpected breakage of the journal of railway axles and on the means of preventing such accidents by observing the law of continuity in their construction, Institution of Civil Engineers, Minutes of Proceedings: Vol. 2, pp. 105-108, 1843.
- [8] A. Wöhler, Test to determine the forces acting on railway carriage axles and the capacity of resistance of the axles, Engineering: Vol. 11, pp. 199, 1871.
- [9] L. Spangenberg, Beiträge zur Frage der Festigkeitslehre, Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 1871.
- [10] W. Gerber, Bestimmung der zulässigen Spannungen in Eisenkonstruktionen, Zeitschrift des Bayerischen Architekten- und Ingenieur-Vereins: Band 6, 1874.
- [11] A. A. Griffith, The phenomena of rupture and flow in solids, Transactions of the Royal Society of London: Series A, Vol. 221, pp. 163, 1921.

- [12] A. Palmgren, Durability of ball bearing, ADVDI. Col 68: No.14, 1924.
- [13] M. A. Miner, Cumulative Damage in Fatigue, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics: Vol. 67, pp. 159, 1945.
- [14] L. F. Coffin, Experimental support for generalized equation predicting low cycle fatigue, Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering: Vol 84, No. 4, pp. 537, 1962.
- [15] S. S. Manson, Inversion of the strain-life and strain-stress relationship for use in metal fatigue analysis, Fatigue of Engineering Materials and Structures: Vol. 1, pp. 37-57, 1965.
- [16] M. F. Ashby y D. R. H. Jones, Introducción a las propiedades, las aplicaciones y el diseño, Reverté S. A.: Libro, 2008.
- [17] G. R. Irwin, Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, Trans. ASME, J. Appl. Mech.: Vol. 24, pp. 136, 1957.
- [18] L. P. Pook, Linear Elastic Fracture Mechanics for Engineers, WIT Press: Libro, 2000.
- [19] D. Camas, Numerical study of the three-dimensional behaviour of plasticity induced crack closure phenomenon in bi-dimensional specimens, Universidad de Málaga: Tesis doctoral, 2013.
- [20] F. Erdogan y G. C. Sih, On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, Journal of Basic Engineering: Vol. 85(4), pp. 519-527, 1963.
- [21] J. W. Hutchinson y Z. Suo, Mixed mode cracking in layered materials, Advances in Applied Mechanics: Vol. 29, pp. 63-191, 1992.
- [22] F. V. Antunes, T. Sousa, R. Branco y L. Correia, Effect of crack closure on non-linear crack tip parameters, International Journal of Fatigue: Vol. 71, pp. 53-63, 2015.
- [23] D. Camas, J. García-Manrique, B. Moreno y A. González-Herrera, Numerical modelling of three-dimensional fatigue crack closure: Mesh refinement, International Journal of Fatigue: Vol. 113, pp. 193-203, 2018.
- [24] E. Orowan, Fundamentals of brittle behaviour of metals, Fatigue and Fracture of Metals: pp. 139-167, 1952.

- [25] D. S. Dugdale, Yielding of steel sheets containing slits, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*: Vol. 8, No. 2, pp. 100, 1960.
- [26] D. Roylance, C. H. Jenkins y S. K. Khanna, *Mecánica de Materiales, Journal of Materials Education*: Vol. 23, pp. 145-150, 2001.
- [27] R. von Mises, *Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand*, *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-physikalische Klasse*: pp. 582–592, 1913.
- [28] J. R. Rice, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks, *Journal of Applied Mechanics*: Vol. 35(2), pp. 379-386, 1968.
- [29] A. A. Wells, Unstable crack propagation in metals: cleavage and fast fracture, *Proceedings of the crack propagation symposium, Cranfield, UK*: Vol. 2, pp. 210, 1961.
- [30] P. C. Paris, A Rational Analytic Theory of Fatigue, *The Trend in Engineering*: Vol. 13, pp. 9-14, 1961.
- [31] K. Walker, The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum, *ASTM International, Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life*: Vol. 1, pp. 1-14, 1970.
- [32] R. G. Forman, V. E. Kearney y R. M. Engle, Numerical analysis of crack propagation in cyclic-loaded structures, *Journal of Basic Engineering*: Vol. 89(3), pp. 459-464, 1967.
- [33] J. R. Rice, *Mechanics of Crack Tip Deformation and Extension by Fatigue*, *ASTM International*: 978-0-8031-6633-2 pp. 549, 1967.
- [34] R. H. Christensen, Fatigue crack growth affected by metal fragments wedged between opening-closing crack surfaces, *Applied Materials Research*: Vol. 2, pp. 207–210, 1963.
- [35] ASTM E24.04.04, An Analysis of Several Fatigue Crack Growth Rate (FCGR) Descriptions, *ASTM Special Technical Publication*: 33462S, 1981.
- [36] F. V. Antunes, S. M. Rodrigues, R. Branco y D. Camas, A numerical analysis of CTOD in constant amplitude fatigue crack growth, *Theoretical and*

- Applied Fracture Mechanics, Vol. 85, pp. 45-55, 2016.
- [37] F. V. Antunes, R. Branco, P. A. Prates y L. Borrego, Fatigue crack growth modelling based on CTOD for the 7050-T6 alloy, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*: Vol. 40, pp. 1309-1320, 2017.
- [38] M. J. Hammond y S. A. Fawaz, Stress intensity factors of various size single edge-cracked tension specimens: A review and new solutions, *Engineering Fracture Mechanics*: Vol. 153, pp. 25-34, 2016.
- [39] D. Camas, J. Garcia-Manrique, F. V. Atunes y A. Gonzalez-Herrera, Three-dimensional fatigue crack closure numerical modelling: Crack growth scheme, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*: Vol. 108, 102623, 2020.
- [40] J. Newman, *Finite-Element Analysis of Fatigue Crack Propagation – Including the Effects of Crack Closure*, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA: Tesis doctoral, 1974.
- [41] N. Fleck, *Plane strain crack closure*, University of Cambridge: Ph.D. Thesis, 1984.
- [42] N. Fleck, Finite element analysis of plasticity induced crack closure under plane strain conditions, *Engineering Fracture of Mechanics*: Vol. 25, pp. 441-449, 1986.
- [43] R. Chermahini, *Three-dimensional elastic-plastic finite-element analysis of fatigue crack growth and closure*, Old Dominion University: Ph.D. thesis, 1986.
- [44] R. McClung y H. Sehitoglu, On the finite-element analysis of fatigue crack closure, part-1: basic modelling issues, *Engineering Fracture of Mechanics*, Vol. 33, pp. 237-252, 1989.
- [45] R. McClung y H. Sehitoglu, On the finite-element analysis of fatigue crack closure, part-2: numerical results, *Engineering Fracture of Mechanics*: Vol. 33, pp. 237-252, 1989.
- [46] H. Sehitoglu y W. Sun, *Mechanisms of crack closure in plane strain and plane stress*, Stuttgart: 3rd Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue, 1989.
- [47] J. Wu y F. Ellyin, A study of fatigue crack closure by elastic-plastic finite element for constant amplitude loading, *International Journal of Fracture*: Vol.

- 82, pp. 43-65, 1996.
- [48] K. Solanki, S. Daniewicz y J. Newman, Finite element modelling of plasticity-induced crack closure with emphasis on geometry and mesh refinement effects, *Engineering Fracture Mechanics: Vol. 70*, pp. 1475-1489, 2003.
- [49] K. Solanki, S. Daniewicz y J. Newman Jr, A new methodology for computing crack opening values from finite element analyses, *Engineering Fracture Mechanics: Vol. 71*, pp. 1165-1175, 2004.
- [50] J. García-Manrique, A. Cordero, J. Pascual, J. Zapatero y A. González-Herrera, Influencia de los modelos de plastificación en la simulación por elementos finitos del cierre en fatiga, *Anales de Mecánica de la Fractura: Vol. 20*, pp. 65-70, 2003.
- [51] British Standards Institution (BSI), Fracture mechanics toughness tests. Method for determination of K_{IC} , critical CTOD and critical J values of metallic materials, BS 7448-1:1991, 1991.
- [52] ASTM International, Standard Test Method for Crack-Tip Opening Displacement (CTOD) Fracture Toughness Measurement, ASTM E1290-22, 2022.
- [53] J. M. Vasco-Olmo, F. A. Díaz, F. V. Antunes y M. N. James, Characterisation of fatigue crack growth using digital image correlation measurements of plastic CTOD, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics: Vol. 101*, pp. 332-341, 2019.
- [54] G. L. Gómez Gonzales, J. M. Vasco-Olmo y F. V. Antunes, Experimental analysis of the plastic CTOD to characterize the variable amplitude fatigue crack growth in Grade 2 titanium samples, *International Journal of Fatigue: Vol. 174*, 107728, 2023.
- [55] J. M. Vasco-Olmo, F. A. Díaz Garrido, F. Ventura Antunes y M. N. James, Plastic CTOD as fatigue crack growth characterising parameter in 2024-T3 and 7050-T6 aluminium alloys using DIC, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures: Vol. 43, Issue 8*, pp. 1719-1730, 2020.
- [56] J. M. Vasco-Olmo, F. V. Diaz, F. V. Antunes y M. N. James, Experimental evaluation of CTOD in constant amplitude fatigue crack growth from crack tip

- displacement fields, ESTUDO GERAL Repositório científico da UC: Vol. 11, 41, 2017.
- [57] D. M. Kulkarni, R. Prakash, P. Talan y A. N. Kumar, The effect of specimen thickness on the experimental and finite element characterization of CTOD in extra deep drawn steel sheets, *Sādhanā*: Vol. 29, pp. 365-380, 2004.
- [58] D. Camas, J. García-Manrique, F. Pérez-García y A. González-Herrera, Numerical modelling of three-dimensional fatigue crack closure: Plastic wake simulation, *International Journal of Fatigue*: Vol 131, 105344, 2020.
- [59] F. V. Antunes, F. A. Díaz, P. Vasco-Olmo y P. Prates, Numerical determination of plastic CTOD, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*: Vol 41, Issue 10, pp. 2197-2207, 2018.
- [60] D. Camas, R. Branco, F. V. Antunes y D. M. Neto, Three-dimensional numerical study of thickness effect on plastic CTOD and monotonic plastic zone in an aluminium CT specimen, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*: Vol. 128, 104132, 2023.
- [61] J. Zhou y W. O. Soboyejo, An Investigation of the Effects of Crack Front Curvature on the Crack-Tip Opening Displacement of A707 Steel, *International Journal of Fracture*: Vol. 115, pp. 287-305, 2002.
- [62] G. Nikishkov, J. Heerens y D. Hellmann, Effect on Crack Front Curvature and Side Grooving on CTOD Delta5 and J-integral in CT and 3PB-Specimens, *Journal of Testing and Evaluation*: Vol. 27, Issue 5, pp. 312-319, 1999.
- [63] F. V. Antunes, M. S. C. Ferreira, R. Branco, P. Prates, C. Gardin y C. Sarrazin-Baudoux, Fatigue crack growth versus plastic CTOD in the 304L stainless steel, *Engineering Fracture Mechanics*: Vol. 214, pp. 487-503, 2019.
- [64] G. L. Gómez Gonzáles, F. V. Antunes, E. R. Sérgio, J. M. Vasco-Olmo, F. Díaz y D. M. Neto, A comparison between FEM predictions and DIC results of crack tip displacement field in CT specimens made of titanium, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*: Vol. 127, 104055, 2023.
- [65] M. K. Thompson y J. M. Thompson, *ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis*, Elsevier, 2017.
- [66] X. P. Zhang, L. Ye, Y. W. Mai y C. H. Wang, Characterization of the

- opening/closure behaviour of short fatigue cracks under cyclic loading and its influence on crack growth, *Structural Integrity and Fracture*: pp. 213–217, 2002.
- [67] J. Zapatero y A. Gonzalez-Herrera, Advances in the numerical modelling of fatigue crack closure using finite elements, *Fatigue Crack Growth Mechanics: Predict.*, Nova Science Publishers, New York , pp. 83-124, 2009.
- [68] A. Gonzalez-Herrera y J. Zapatero, Influence of minimum element size to determine crack closure stress by finite element method, *Engineering Fracture Mechanics*: Vol. 72, pp. 337-355, 2005.
- [69] ANSYS, Inc. Proprietary, Workbench - Mechanical Structural Nonlinearities, Inventory #002659: Chapter 3. Introduction to Contact, 2009.
- [70] Y. Murakami, Stress Intensity Factors Handbook, *Journal of Applied Mechanics*: Vol. 3, 60(4): 1063, 1993.
- [71] R. Branco, F. V. Antunes y J. D. Costa, A review on 3D-FE adaptive remeshing techniques for crack growth modelling, *Engineering of Fracture Mechanics*: Vol. 141, pp.170–195, 2015.
- [72] D. Camas, J. García-Manrique y A. González-Herrera, Crack front curvature: Influence and effects on the crack tip fields in bi-dimensional specimens, *International Journal of Fatigue*: Vol. 44, pp. 41-50, 2012.
- [73] J. Chen, Y. Huang, L. Dong y Y. Li, A study on evaluation method of crack tip reverse plastic zone size for the center cracked steel plate model under tension–compression cyclic loading, *Engineering Fracture Mechanics*: Vol. 133, pp. 138-151, 2015.
- [74] G. L. Gómez Gonzales, J. A. Ortiz González, F. V. Antunes, D. M. Neto y F. A. Díaz, Experimental determination of the reversed plastic zone size around fatigue crack using digital image correlation, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*: Vol. 125, 103901, 2023.
- [75] A. Gonzalez-Herrera, Determinación numérica de las tensiones de apertura y cierre de grieta en fatiga, Universidad de Málaga - Servicio de Publicaciones, Tesis doctoral, 2004.
- [76] ANSYS, Inc., SOLID185 – Structural Solid, ANSYS Help, Página web, v. 2025R1, 2025. [En línea].

Índice de Figuras

Figura 1. Modos de apertura de grieta: a) Modo I, b) Modo II y c) Modo III. Fuente: [75].	7
Figura 2. Placa plana infinita de espesor B con grieta central de longitud $2a$. Fuente: [11]	9
Figura 3. Campo de tensiones próximo a la punta de grieta. Fuente: [75].	11
Figura 4. Zona plástica tras la punta de grieta. Fuente: [75].	13
Figura 5. Radio plástico de Irwin. Fuente: [75].	14
Figura 6. Forma común de la zona plástica tras el frente de grieta. Fuente: [19].	15
Figura 7. Variación del tamaño y la forma de la zona plástica a lo largo del espesor. Fuente: [19].	16
Figura 8. Zona plástica real ante cargas cíclicas y zona plástica monotónica. Fuente: [75].	17
Figura 9. Representación gráfica del $CTOD$ en el frente de la grieta.	18
Figura 10. Relación entre la longitud de grieta y el número de ciclos. Fuente: [75].	19
Figura 11. Comportamiento de la velocidad de crecimiento de la grieta frente a ΔK . Fuente: [75].	21
Figura 12. Influencia de la relación de cargas R sobre la velocidad de crecimiento de grieta da/dN frente a ΔK . Fuente: [75].	22
Figura 13. Deformación de la estela plástica con el paso de los ciclos de carga. Fuente: [75].	23
Figura 14. Relación del factor de intensidad de tensiones K y el desplazamiento δ . Fuente: [75].	24
Figura 15. Cierre de grieta por plasticidad. Probeta CT . Fuente [75].	27
Figura 16. Probeta tipo $M(T)$ con condición de simetría. Fuente: [38].	28
Figura 17. Cierre de grieta por oxidación.	29
Figura 18. Cierre de grieta por rugosidad.	30
Figura 19. Geometría y dimensiones de la probeta CT para este estudio.	43

Figura 20. Esquema de la probeta <i>CT</i> y sistema de coordenadas considerado. Fuente: [19].	44
Figura 21. Elemento SOLID185. Fuente: Web de ANSYS Mechanical APDL. Fuente: [76].	44
Figura 22. Modelo de elementos finitos. Mallado del dominio de la probeta. Detalle de la zona crítica.	46
Figura 23. Mallado alrededor del frente de grieta. a) Dimensiones del mallado. b) Número de divisiones. Fuente: [19].	47
Figura 24. División del mallado en regiones. Control en la generación del mallado.	48
Figura 25. Condiciones de contorno aplicadas al modelo.	50
Figura 26. Curva de comportamiento del aluminio Al2024-T351. $\sigma - \varepsilon$.	51
Figura 27. Representación del plano de contacto y la superficie objetivo.	54
Figura 28. Definición del ensayo. Desarrollo de estela plástica y liberación de nodos. Fuente: [19].	56
Figura 29. Diagrama de los ciclos de endurecimiento inicial.	56
Figura 30. Definición de la punta de grieta: a) Frente de grieta recto. b) Frente de grieta curvo. Fuente: [19].	58
Figura 31. Diagrama del último ciclo. 80 subescalones. Fuente: [19].	59
Figura 32. Tamaño de la estela plástica producida. $K_{max} = 25 \text{ MPa} \sqrt{m}$, $b = 6 \text{ mm}$.	63
Figura 33. Diferentes niveles de deformación plástica equivalente en la estela plástica. $K_{max} = 25 \text{ MPa} \sqrt{m}$, $b = 6 \text{ mm}$.	64
Figura 34. Variación K en el dominio de la probeta. $K_{max} = 25 \text{ MPa} \sqrt{m}$, $b = 6 \text{ mm}$.	65
Figura 35. Niveles de deformación plástica equivalente en la estela plástica. $K_{max} = 25 \text{ MPa} \sqrt{m}$. a) $b = 3 \text{ mm}$. b) $b = 12 \text{ mm}$ (ajustada).	67
Figura 36. Curva característica del $CTOD$ en función de K . $K_{max} = 25 \text{ MPa} \sqrt{m}$, $b = 3 \text{ mm}$.	69
Figura 37. $CTOD_p$ en función de K . $K_{max} = 25 \text{ MPa} \sqrt{m}$, $b = 3 \text{ mm}$.	70
Figura 38. $CTOD$ en función de K . Distintos espesores para $K_{max} = 25 \text{ MPa} \sqrt{m}$. a) PM . b) PS .	71

Figura 39. <i>CTOD</i> en función de <i>K</i> . Distintos escenarios de carga <i>Kmax</i> para probeta de <i>b = 12 mm</i>	72
Figura 40. <i>CTODp</i> en función de <i>K</i> . a) <i>b = 3 mm, Kmax = 20 MPa √m</i> . b) <i>b = 12 mm, Kmax = 20 MPa √m</i> . c) <i>b = 3 mm, Kmax = 30 MPa √m</i> . d) <i>b = 12 mm, Kmax = 30 MPa √m</i>	73
Figura 41. Distintos planos cercanos al <i>PS</i> . <i>Kmax = 25 MPa √m</i> . a) <i>b = 3 mm</i> . b) <i>b = 6 mm</i>	76
Figura 42. Distintos planos cercanos al <i>PS</i> . <i>Kmax = 25 MPa √m</i> . a) <i>b = 9 mm</i> . b) <i>b = 12 mm</i>	77
Figura 43. Distintos planos cercanos a la superficie. <i>b = 3 mm</i> . a) <i>Kmax = 20 MPa √m</i> . b) <i>Kmax = 30 MPa √m</i>	78
Figura 44. <i>CTOD</i> y sus componentes a lo largo del espesor. <i>Kmax = 25 MPa √m</i> , <i>b = 3 mm</i>	79
Figura 45. <i>CTOD</i> y sus componentes a lo largo del espesor. <i>Kmax = 25 MPa √m</i> , <i>b = 12 mm</i>	80
Figura 46. <i>CTODp</i> a lo largo del espesor para probetas de distintos espesores. <i>Kmax = 25 MPa √m</i>	81
Figura 47. <i>CTODp</i> a lo largo del espesor para distintas cargas aplicadas. <i>b = 3 mm</i>	82
Figura 48. <i>CTODp</i> a lo largo del espesor para distintas cargas aplicadas. <i>b = 12 mm</i>	83

Índice de tablas

Tabla 1. Número de elementos de la malla para cada caso de estudio simulado.	49
Tabla 2. Distancia ux desde el frente de grieta hasta la primera fila de nodos donde se mide el $CTOD$ en función de la carga aplicada.	68
Tabla 3. Parámetros de la recta según la ecuación 30 que define el $CTODe$ para cada el plano.	74