



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA



**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES**

**Ingeniería Mecánica**

**Ingeniería Mecánica, Térmica y de Fluidos**

# **TRABAJO FIN DE MÁSTER**

**Estudio de la adecuación del modelo HGO de material hiperelástico  
para el modelado computacional del disco intervertebral torácico**

Máster en Ingeniería Mecatrónica

Autor: D. Pablo López Medina

Tutores: D. Francisco Manuel García Vacas

D. Salvador Moreno Vegas

MÁLAGA, JULIO de 2025



# ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS.....	I
RESUMEN.....	III
ABSTRACT.....	V
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 Columna vertebral humana.....	1
1.1.1 Segmentos de la columna vertebral.....	1
1.1.2 Unidad vertebral funcional.....	3
1.1.3 Componentes de la columna vertebral.....	3
1.1.4 Movimientos de la columna vertebral humana .....	9
1.1.5 Presión intradiscal.....	10
1.2 Antecedentes .....	10
1.2.1 Revisión bibliográfica de modelos computacionales de la UVF.....	10
1.2.2 Revisión bibliográfica de las propiedades mecánicas de la columna vertebral .	12
1.2.3 Punto de partida.....	14
2. OBJETIVO.....	16
2.1 Plan de trabajo .....	16
3. MODELO COMPUTACIONAL DEL ANILLO FIBROSO.....	17
3.1 Definición del modelo.....	17
3.1.1 Obtención de la geometría .....	17
3.1.2 Definición del material .....	18
3.1.3 Configuración de las condiciones de contorno .....	21
3.1.4 Selección del tipo de elemento .....	21
3.1.5 Determinación de la formulación del elemento.....	22
3.1.6 Análisis de convergencia de malla.....	23
3.2 Análisis de sensibilidad.....	25
3.2.1 Resultados del análisis de sensibilidad.....	27
3.3 Resultados .....	30
4. MODELO COMPUTACIONAL DE UNA UVF TORÁCICA CON PROPIEDADES LUMBARES.....	32
4.1 Definición del modelo.....	32
4.1.1 Obtención de la geometría .....	32
4.1.2 Definición de los materiales.....	33

4.1.3 Definición de las condiciones de contorno .....	37
4.1.4 Obtención de la malla .....	38
4.1.5 Casos de estudio .....	39
4.2 Resultados .....	40
4.2.1 Rango de movimiento (ROM) .....	40
4.2.2 Presión intradiscal (PID) .....	49
4.2.3 Fuerzas de los ligamentos .....	50
5. MODELO COMPUTACIONAL DE UNA UVF TORÁCICA CON PROPIEDADES TORÁCICAS .....	55
6. CONCLUSIONES.....	58
7. LÍNEAS FUTURAS .....	61
ANEXO I: MODELO DE ELEMENTOS TETRAÉDRICOS .....	63
ANEXO II: RESULTADOS NUMÉRICOS.....	71
ANEXO III. DEFORMADAS DEL MODELO NUMÉRICO .....	74
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.....	82

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Segmentos de la columna vertebral humana .....	2
Figura 1.2: Geometría de los tres tipos de vértebras existentes según el segmento al que pertenecen. (a) Cervical. (b) Torácico. (c) Lumbar .....	2
Figura 1.3: Imagen médica obtenida de una tomografía computarizada en la que pueden observarse las diferentes partes de una vértebra.....	4
Figura 1.4: Partes de una vértebra. (A) Cuerpo vertebral. (B) Pedículo. (C) Lámina. (D) Apófisis transversa. (E) Apófisis espinosa. (F) Apófisis articular superior. (G) Apófisis articular inferior. (H) Foramen vertebral.....	5
Figura 1.5: Localización de las facetas articulares.....	5
Figura 1.6: Imagen médica obtenida de una resonancia magnética en la que pueden observarse las diferentes partes de un DIV .....	6
Figura 1.7: Representación de los ligamentos de la columna vertebral.....	8
Figura 1.8: Representación esquemática de los cuatro momentos que pueden actuar sobre una unidad vertebral funcional .....	9
Figura 3.1: Geometría del AF. (a) Perspectiva. (b) Planta .....	18
Figura 3.2: Sistema de coordenadas cilíndrico .....	18
Figura 3.3: Sectorización del AF .....	19
Figura 3.4: Acoplamiento de la cara inferior con el punto de aplicación de la condición de empotramiento (RP-3) y de la cara superior con el punto de aplicación del momento (RP-2).....	21
Figura 3.5: Tamaños de malla empleados en el análisis de convergencia. (a) Tamaño grande. (b) Tamaño intermedio. (c) Tamaño pequeño .....	24

Figura 3.6: Resultados del ROM obtenidos del análisis de sensibilidad al aplicar un momento de 1 Nm .....	27
Figura 3.7: Resultados del ROM obtenidos del análisis de sensibilidad al aplicar un momento de 2.5 Nm .....	28
Figura 3.8: Comparación entre los resultados numéricos y experimentales del ROM obtenido para un momento de flexión, extensión, flexión lateral y rotación de 1 Nm y 2.5 Nm, respectivamente .....	30
Figura 4.1: Representación de la UVF. (A) Vértebra T7. (B) Vértebra T8. (C) AF. (D) Ligamento. (E) Facetas .....	32
Figura 4.2: Sección de la UVF. (A) Hueso cortical. (B) Hueso trabecular .....	33
Figura 4.3: Curvas tensión-deformación ( $\sigma - \varepsilon$ ) de los ligamentos longitudinal anterior (ALL), longitudinal posterior (PLL), intertransverso (ITL), supraespinoso (SSL), flavo (FLA), capsular facetario (FCL) e interespinoso (ISL).....	35
Figura 4.4: Curvas fuerza-desplazamiento de los ligamentos longitudinal anterior (ALL), longitudinal posterior (PLL), intertransverso (ITL), supraespinoso (SSL), flavo (FLA), capsular facetario (FCL) e interespinoso (ISL).....	36
Figura 4.5: Sección de la UVF en la que se puede apreciar la cavidad correspondiente al NP.....	37
Figura 4.6: Malla obtenida para las vértebras (hueso cortical) .....	38
Figura 4.7: Malla obtenida para las vértebras (hueso trabecular) .....	39
Figura 4.8: Malla obtenida para las facetas articulares .....	39
Figura 4.9: Modelo de la UVF antes (izquierda) y después (derecha) de la supresión del arco neural .....	40

Figura 4.10: Comparación entre el ROM numérico y experimental (arriba) y variación porcentual de cada fase respecto a la anterior (abajo) a lo largo de todo el proceso de resección, para cada momento de flexión.....	41
Figura 4.11: Comparación entre el ROM numérico y experimental (arriba) y variación porcentual de cada fase respecto a la anterior (abajo) a lo largo de todo el proceso de resección, para cada momento de extensión .....	43
Figura 4.12: Comparación entre el ROM numérico y experimental (arriba) y variación porcentual de cada fase respecto a la anterior (abajo) a lo largo de todo el proceso de resección, para cada momento de flexión lateral.....	45
Figura 4.13: Comparación entre el ROM numérico y experimental (arriba) y variación porcentual de cada fase respecto a la anterior (abajo) a lo largo de todo el proceso de resección, para cada momento de rotación.....	47
Figura 4.14: Comparación entre el ROM numérico y experimental obtenido para un momento de 7.5 Nm con la UVF intacta.....	48
Figura 4.15: Comparación entre la PID obtenida numérica (cruces verdes) y experimentalmente. (A) Flexoextensión. (B) Flexión lateral. (C) Rotación.....	49
Figura 4.16: Fuerzas originadas en los ligamentos en el caso de flexión.....	51
Figura 4.17: Fuerzas originadas en los ligamentos en el caso de extensión.....	52
Figura 4.18: Fuerzas originadas en los ligamentos en el caso de flexión lateral.	52
Figura 4.19: Fuerzas originadas en los ligamentos en el caso de rotación .....	53
Figura 4.20: Detalle de la figura 4.4 en el que se puede apreciar mejor la región en la que se está trabajando en el presente estudio .....	54
Figura 5.1: Comparación entre los resultados numéricos (con propiedades torácicas y lumbares) y experimentales del ROM obtenido para un momento a	

flexión, extensión, flexión lateral y rotación de 2.5 Nm con el modelo compuesto por las dos vértebras y el AF .....	56
Figura A.1: Representación de la orientación de las fibras del tejido adventicio .....	64
Figura A.2: Malla simétrica. (a) Elementos hexaédricos. (b) Elementos tetraédricos .....	65
Figura A.3: Malla completa. (a) Elementos hexaédricos. (b) Elementos tetraédricos .....	65
Figura A.4: Resultados de desplazamientos (en mm) a lo largo de la dirección x (U1) y la dirección y (U2) para el caso de la muestra en dirección axial con elementos hexaédricos (izquierda) y tetraédricos (derecha).....	66
Figura A.5: Resultados de desplazamientos (en mm) a lo largo de la dirección x (U1) y la dirección y (U2) para el caso de la muestra en dirección circunferencial con elementos hexaédricos (izquierda) y tetraédricos (derecha).....	66
Figura A.6: Resultados de desplazamientos (en mm) a lo largo de la dirección x (U1) y la dirección y (U2) para el caso de la muestra en dirección inclinada 15° con elementos hexaédricos (izquierda) y tetraédricos (derecha).....	67
Figura A.7: Modelo del AF mallado con elementos hexaédricos .....	67
Figura A.8: Modelo del AF mallado con elementos tetraédricos.....	68
Figura A.9: Sección del AF en la que se observa cómo algunos elementos tetraédricos traspasan las fronteras entre regiones .....	69
Figura A.10: Geometría del AF con las particiones necesarias para ejecutar el mallado con elementos tetraédricos.....	69
Figura A.11: ROM del AF (en radianes) al aplicar un momento de flexión de 2.5 Nm .....	74

Figura A.12: ROM del AF (en radianes) al aplicar un momento de extensión de 2.5 Nm .....	74
Figura A.13: ROM del AF (en radianes) al aplicar un momento de flexión lateral de 2.5 Nm .....	75
Figura A.14: ROM del AF (en radianes) al aplicar un momento de rotación de 2.5 Nm .....	75
Figura A.15: Deformada del AF al aplicar un momento de flexión de 2.5 Nm ..	76
Figura A.16: Deformada del AF al aplicar un momento de extensión de 2.5 Nm .....	76
Figura A.17: Deformada del AF al aplicar un momento de flexión lateral de 2.5 Nm .....	77
Figura A.18: Deformada del AF al aplicar un momento de rotación de 2.5 Nm .....	77
Figura A.19: ROM de la UVF completa (en radianes) al aplicar un momento de flexión de 2.5 Nm.....	78
Figura A.20: ROM de la UVF completa (en radianes) al aplicar un momento de extensión de 2.5 Nm .....	78
Figura A.21: ROM de la UVF completa (en radianes) al aplicar un momento de flexión lateral de 2.5 Nm.....	79
Figura A.22: ROM de la UVF completa (en radianes) al aplicar un momento de rotación de 2.5 Nm .....	79
Figura A.23: Deformada de la UVF completa al aplicar un momento de flexión de 2.5 Nm .....	80
Figura A.24: Deformada de la UVF completa al aplicar un momento de extensión de 2.5 Nm.....	80

Figura A.25: Deformada de la UVF completa al aplicar un momento de flexión lateral de 2.5 Nm.....81

Figura A.26: Deformada de la UVF completa al aplicar un momento de rotación de 2.5 Nm.....81

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1: Comparación entre las dimensiones del AF obtenidas experimentalmente y extraídas del modelo numérico (dimensiones en mm) ...18

Tabla 3.2: Parámetros del modelo de material HGO para el segmento lumbar .19

Tabla 3.3: Parámetros responsables de la variación circunferencial y radial de  $K_1$  y  $K_2$ .....20

Tabla 3.4: Ángulos de orientación de las fibras del material HGO .....20

Tabla 3.5: Comparativa entre los resultados experimentales y los obtenidos a través de un modelo numérico de elementos de primer orden (C3D8H) y de segundo orden (C3D20H).....22

Tabla 3.6: ROM resultante para cada tamaño de elemento estudiado.....24

Tabla 3.7: Descripción de los modelos analizados en el análisis de sensibilidad .....26

Tabla 4.1: Puntos de las curvas tensión-deformación ( $\sigma - \varepsilon$ ) de los ligamentos longitudinal anterior (ALL), longitudinal posterior (PLL), intertransverso (ITL), supraespinoso (SSL), flavo (FLA), capsular facetario (FCL) e interespinoso (ISL) .....34

Tabla 4.2: Dimensiones de los ligamentos y número de muelles definidos para cada tipo.....35

Tabla 4.3: Puntos de las curvas fuerza-desplazamiento de los ligamentos longitudinal anterior (ALL), longitudinal posterior (PLL), intertransverso (ITL), supraespinoso (SSL), flavo (FLA), capsular facetario (FCL) e interespinoso (ISL) .....	35
Tabla 5.1: Propiedades del material HGO para el segmento torácico para cada uno de los momentos aplicados .....	55
Tabla A.1: Propiedades del modelo de material HGO para el tejido adventicio .....	63
Tabla A.2: Geometría y número de divisiones para el caso de la malla completa y la malla con condiciones de simetría .....	64
Tabla A.3: Comparación de desplazamientos (en mm) entre elementos hexaédricos y tetraédricos para el modelo de tejido adventicio.....	67
Tabla A.4: Resultados del análisis de sensibilidad con un momento aplicado de 1 Nm .....	71
Tabla A.5: Resultados del análisis de sensibilidad con un momento aplicado de 2.5 Nm .....	71
Tabla A.6: Comparación entre los resultados experimentales y los numéricos obtenidos con el modelo formado sólo por el AF con propiedades lumbares ...	71
Tabla A.7: Comparación entre los resultados experimentales y numéricos obtenidos (en °) con el modelo que incluye la UVF completa y los sucesivos pasos del proceso de resección para un momento de 1 Nm. Las propiedades del AF son del segmento lumbar.....	72
Tabla A.8: Comparación entre los resultados experimentales y numéricos obtenidos (en °) con el modelo que incluye la UVF completa y los sucesivos pasos del proceso de resección para un momento de 2.5 Nm. Las propiedades del AF son del segmento lumbar .....	72

Tabla A.9: Comparación entre los resultados experimentales y numéricos obtenidos (en °) con el modelo que incluye la UVF completa para un momento de 7.5 Nm. Las propiedades del AF son las del segmento lumbar .....73

Tabla A.10: Comparación entre los resultados experimentales y los numéricos (con propiedades torácicas y lumbares) obtenidos con el modelo formado sólo por el AF y las vértebras al aplicar un momento de 2.5 Nm .....73



# AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero dar gracias a mi tutor, D. Francisco Manuel García Vacas, por su ayuda y colaboración, y especialmente a mi cotutor, D. Salvador Moreno Vegas, por sus sabios consejos y su gran ayuda y dedicación a lo largo del desarrollo de este trabajo. Siempre ha estado ahí dispuesto a ayudarme en cualquier problema que tuviese y si hemos conseguido alcanzar los objetivos previstos, ha sido, sin duda, gracias a su preocupación para que todo marchase bien.

Además, aprovecho para agradecer a la profesora Dña. Ana María Pérez de la Blanca Cobos su colaboración en este trabajo que, aunque ha terminado antes de tiempo, ha sido muy importante.

Asimismo, agradezco a todo el grupo de investigación del Laboratorio de Biomecánica Clínica de Andalucía el haberme acogido y hacerme sentir uno más desde el primer momento.

Por último, mi especial agradecimiento a mi familia, especialmente a mis padres, por su apoyo a lo largo de estos años, aportando su granito de arena para que llegar hasta aquí haya sido posible.



## RESUMEN

La columna vertebral humana es una estructura de gran complejidad que forma parte del esqueleto axial humano y actúa como el pilar que sustenta la parte superior del cuerpo. Se puede dividir en tres segmentos: lumbar, torácico y cervical. Actualmente, el Laboratorio de Biomecánica Clínica de Andalucía, grupo de investigación del departamento en el que se desarrolla el presente trabajo, busca obtener un modelo computacional validado de los segmentos torácico y lumbar.

En trabajos anteriores se ha obtenido un modelo numérico correspondiente al segmento lumbar, en el que se han obtenido las propiedades del disco intervertebral a través de un proceso de calibración, empleando como referencia resultados experimentales de otros estudios. Una vez hecho esto, se busca hacer lo mismo con la región torácica.

De este modo, el objetivo del presente trabajo es obtener un modelo numérico de un disco intervertebral representativo del segmento torácico que, en primera instancia, se ha definido con propiedades lumbares para comprobar la extensibilidad de dichas propiedades mediante la comparación con resultados de referencia extraídos de la literatura. Además, se han incluido en el modelo las vértebras, así como todas las estructuras ligamentosas, para estudiar igualmente la extensibilidad de las propiedades de dichos elementos. Asimismo, se ha llevado a cabo un análisis de sensibilidad en el que se ha comprobado la influencia que tiene cada una de las propiedades del anillo fibroso del disco intervertebral en los resultados.

En términos generales, se han encontrado importantes diferencias entre los resultados obtenidos y los de referencia, que han puesto de manifiesto la no extensibilidad de las propiedades lumbares a la región torácica, y evidencian la necesidad de calibrar las propiedades para dicha región.

Por último, se ha ejecutado una primera calibración de las propiedades torácicas del anillo fibroso con buenos resultados, quedando planteado para el futuro continuar con la calibración del modelo completo. Una vez obtenido el modelo con las propiedades adecuadas, será posible construir el segmento torácico completo.

Palabras clave:

Disco intervertebral, Anillo fibroso, Núcleo pulposo, Calibración, Resección paso a paso, Modelo de material Holzapfel-Gasser-Odgen (HGO), Unidad vertebral funcional (UVF), Presión intradiscal (PID), Rango de movimiento (ROM)



# ABSTRACT

The human spine is a highly complex structure which forms part of the human axial skeleton and acts as the pillar supporting the upper body. It can be divided into three segments: lumbar, thoracic and cervical. Currently, the Clinical Biomechanics Laboratory of Andalusia, the research group of the department in which this work is being carried out, is seeking to obtain a validated computational model of the thoracic and lumbar segments.

In previous works, a numerical model corresponding to the lumbar segment has been obtained, in which the properties of the intervertebral disc have been obtained through a calibration process, using experimental results from other studies as a reference. Once this has been done, the aim is to do the same with the thoracic region.

Thus, the aim of the present work is to obtain a numerical model of a representative intervertebral disc of the thoracic segment which, in the first instance, has been defined with lumbar properties in order to check the extensibility of these properties by comparing them with reference results extracted from literature. In addition, the vertebrae have been included in the model, as well as all the ligamentous structures, in order to also study the extensibility of the properties of these elements. In addition, a sensitivity analysis has been carried out in which the influence of each of the properties of the annulus fibrosus of the intervertebral disc on the results has been tested.

In general terms, important differences have been found between the results obtained and the reference results, which have shown the non-extensibility of the lumbar properties to the thoracic region, and evidence the need to calibrate the properties for this region.

Finally, a first calibration of the thoracic properties of the annulus fibrosus has been carried out with good results, and it is planned to continue with the calibration of the complete model in the future. Once the model with the appropriate properties has been obtained, it will be possible to construct the complete thoracic segment.

Keywords:

Intervertebral disc, Annulus fibrosus, Nucleus pulposus, Calibration, Stepwise reduction, Material model Holzapfel-Gasser-Odgen (HGO), Functional spinal unit (FSU), Intradiscal pressure (IDP), Range of movement (ROM)



# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1 Columna vertebral humana

La columna vertebral humana es una estructura de gran complejidad que forma parte del esqueleto axial del ser humano, siendo el pilar que sustenta la parte superior del cuerpo. Tiene tres funciones biomecánicas fundamentales:

- Se encarga de transferir a la pelvis las fuerzas y los momentos provenientes de la cabeza o del tronco, así como cualquier otro peso que se esté levantando.
- Permite realizar suficientes movimientos fisiológicos entre las tres partes del cuerpo mencionadas en el punto anterior.
- Protege a la médula espinal de fuerzas y traumatismos potencialmente dañinos, siendo esta característica la más importante.

En cuanto a composición, la columna vertebral está formada básicamente por huesos (vértebras) conectados mediante discos intervertebrales y otras estructuras ligamentosas que permiten su articulación. Además, puede ser agrupada en tres grandes regiones o segmentos: cervical, torácico y lumbar.

En el presente capítulo se detallan los aspectos más reseñables de la anatomía vertebral y su composición, así como de los tramos en los que se divide o los esfuerzos que soporta.

### 1.1.1 Segmentos de la columna vertebral

Dentro de la columna vertebral, como ya se ha anticipado, se pueden distinguir tres segmentos, lumbar, torácico y cervical, que aparecen representados en la figura 1.1. Como puede observarse en dicha figura, los segmentos lumbar, torácico y cervical se componen de cinco, doce y siete vértebras, respectivamente.

La numeración de las vértebras se realiza de arriba a abajo y se nombran con la inicial del segmento al que pertenecen (*L* para lumbar, *T* para torácico y *C* para cervical) (figura 1.1).

Las diferencias entre vértebras pertenecientes a segmentos distintos son notables. En primer lugar, viendo la figura 1.1 resulta evidente que las vértebras lumbares tienen un tamaño mayor que las torácicas, y éstas a su vez son más grandes que las cervicales.

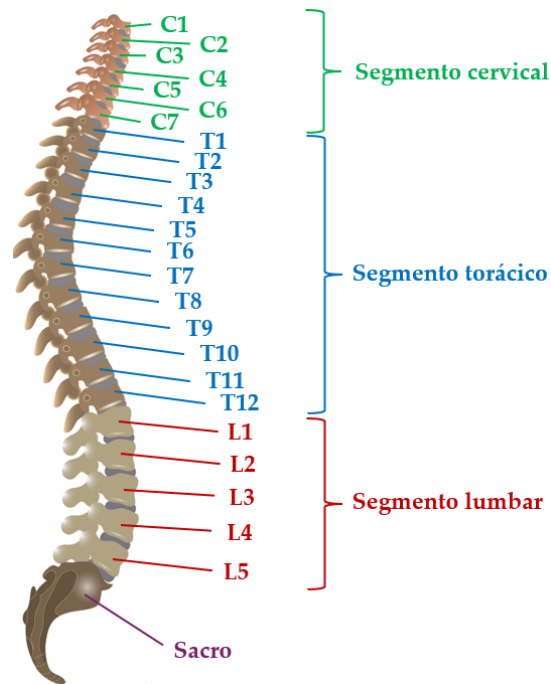


Figura 1.1: Segmentos de la columna vertebral humana (modificada de [54]).

Además del tamaño, la geometría también presenta importantes cambios (figura 1.2) que se pueden resumir en los siguientes puntos:

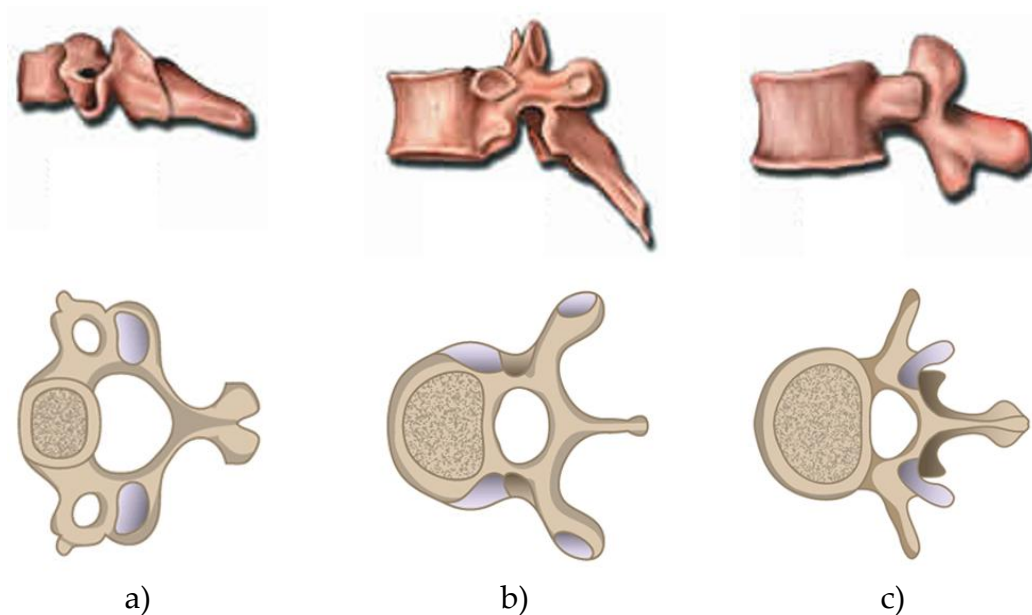


Figura 1.2: Geometría de los tres tipos de vértebras existentes según el segmento al que pertenecen. (a) Cervical. (b) Torácico. (c) Lumbar. (Modificado de [54] y [55]).

Proporcionalmente, el cuerpo vertebral es mucho más pequeño en el segmento cervical, siendo más equilibrada la relación en el segmento torácico y, más aún, en el lumbar.

Las apófisis del arco neural son mucho más alargadas y delgadas en el segmento torácico que en el lumbar, siendo en este último más cortas y gruesas. Respecto al segmento cervical, puede verse que posee apófisis espinosa, pero no apófisis transversas, teniendo en su lugar las carillas articulares superior e inferior, los tubérculos anterior y posterior y dos agujeros transversos.

En cuanto al foramen vertebral<sup>a</sup>, es mucho mayor en el segmento cervical que en los otros dos.

### 1.1.2 Unidad vertebral funcional

Una unidad vertebral funcional (UVF) es un conjunto formado por un disco intervertebral y sus dos vértebras adyacentes, además de ligamentos.

La UVF es especialmente útil para estudiar el rango de movimiento (ROM, del inglés *range of motion*), es decir, el ángulo de giro de la vértebra superior respecto al de la vértebra inferior al aplicar un determinado momento sobre el conjunto en alguno de sus tres ejes principales, que se detallan en el apartado 1.1.4, dedicado a movimientos de la columna.

El estudio del ROM de una UVF tiene gran importancia dentro de la literatura especializada, ya que el movimiento de toda la columna vertebral no es más que la suma de las pequeñas contribuciones del ROM de cada UVF. En este sentido, son especialmente importantes los estudios de resección paso a paso, en los que se estudia el ROM de una UVF en distintas condiciones, de los que se habla más adelante.

### 1.1.3 Componentes de la columna vertebral

La columna vertebral es un conjunto formado por diversos componentes, entre los que cabe destacar vértebras, discos intervertebrales, ligamentos, fibras musculares o la médula espinal. De entre todos estos elementos, aquellos más importantes para el presente estudio, pues son los más determinantes a nivel de comportamiento biomecánico, son tres: las vértebras, los discos intervertebrales y los ligamentos.

#### Vértebra

A nivel histológico, las vértebras son estructuras óseas formadas por dos partes bien diferenciadas, como puede apreciarse en la figura 1.3:

---

<sup>a</sup> En este apartado se ha hecho referencia a partes específicas de la vértebra (cuerpo vertebral, arco neural, etc.) que se detallan en el apartado 1.1.3.

- Hueso cortical: es una capa superficial de aproximadamente 1 mm de espesor que presenta una gran resistencia al tratarse de un tejido muy compacto.
- Hueso trabecular: constituye el interior de la vértebra, y consiste en un tejido esponjoso formado por numerosas estructuras finas interconectadas, llamadas trabéculas, cuya misión va más allá de actuar como soporte estructural, ya que es una importante reserva de células madre y sanguíneas.

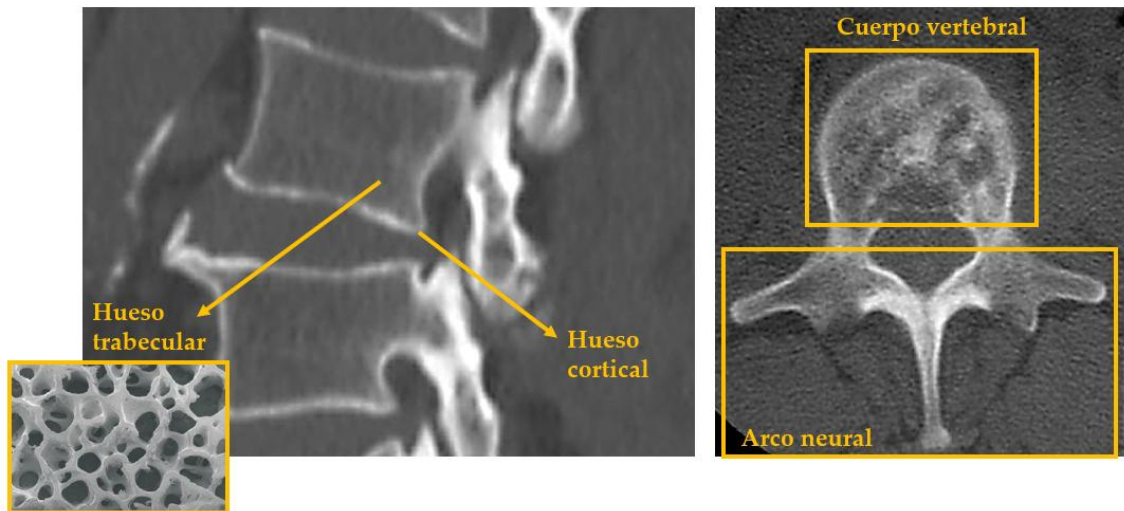


Figura 1.3: Imagen médica obtenida de una tomografía computarizada en la que pueden observarse las diferentes partes de una vértebra (modificado de [56], [57] y [58]).

Por otro lado, hablando en términos estructurales, se puede afirmar que en la vértebra se distinguen dos partes:

- Cuerpo vertebral (figuras 1.3 y 1.4 A), que es la parte principal de la vértebra, consistente en un bloque prácticamente cilíndrico situado en la parte anterior de la columna y en cuyas caras superior e inferior, denominadas placas terminales vertebrales, se apoyan los discos intervertebrales. Principalmente está compuesto de hueso trabecular, rodeado por una fina capa de hueso cortical.
- Arco neural o vertebral (figura 1.3), que abarca la zona posterior de la vértebra, en la que se encuentran: pedículos (figura 1.4 B), siendo éstos las zonas de unión entre el cuerpo vertebral y el arco neural; apófisis espinosa (figura 1.4 E), que es el saliente óseo orientado en la dirección posterior de la vértebra; apófisis transversas (figura 1.4 D), que consisten en dos salientes óseos orientados en sendas direcciones laterales; láminas (figura 1.4 C), refiriéndose este término a la unión entre los dos tipos de apófisis ya mencionados, que presentan una forma delgada, similar a una placa;

apófisis articulares, localizadas en los salientes superiores (figura 1.4 F) e inferiores (figura 1.4 G) del arco neural.

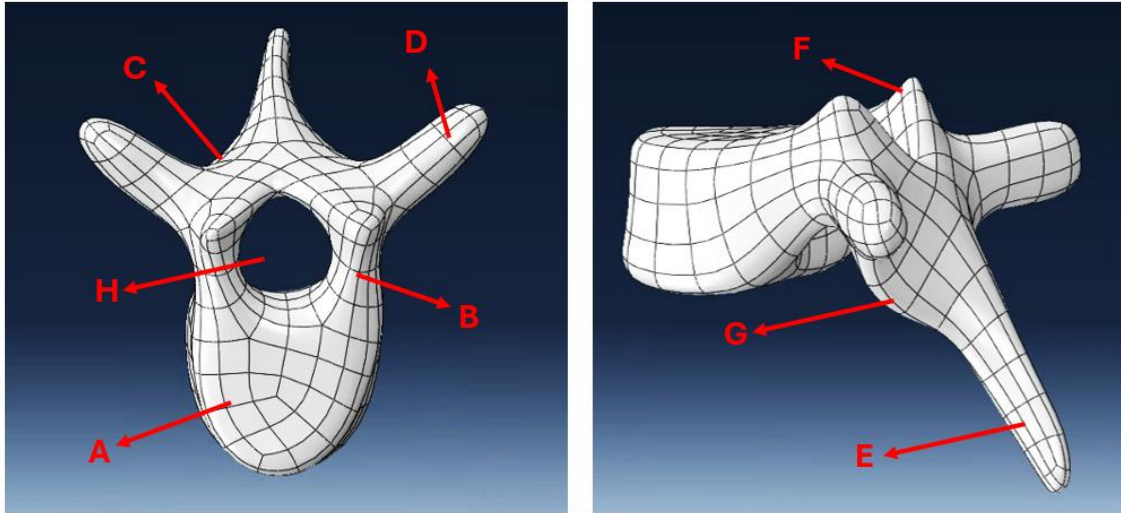


Figura 1.4: Partes de una vértebra. (A) Cuerpo vertebral. (B) Pedículo. (C) Lámina. (D) Apófisis transversa. (E) Apófisis espinosa. (F) Apófisis articular superior. (G) Apófisis articular inferior. (H) Foramen vertebral.

Si se observa una vértebra desde arriba, se aprecia un hueco entre el cuerpo vertebral y el arco neural (figura 1.4 H): el foramen vertebral, por donde discurre la médula espinal.

Es interesante destacar que las apófisis articulares están recubiertas por unas capas de cartílago hialino, denominadas facetas articulares (o más formalmente, articulaciones cigapofisarias), que pueden apreciarse en la figura 1.5.

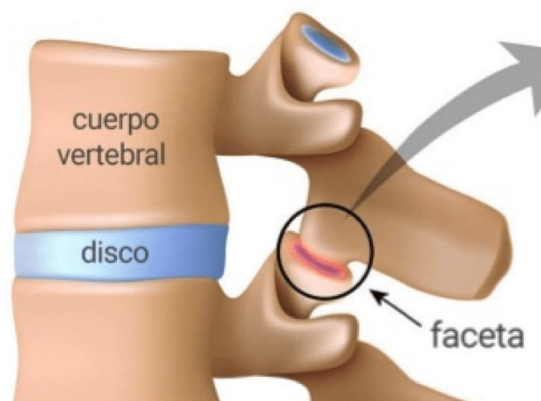


Figura 1.5: Localización de las facetas articulares. [4]

Para concluir la descripción de las vértebras, hay que añadir que, si bien todas cuentan con un diseño similar (todas poseen cuerpo y arco neural), su tamaño y su masa aumentan conforme más abajo se sitúan en la columna, como ya se ha

visto. Estas diferencias son el resultado de una adaptación mecánica al aumento progresivo de la carga que han de soportar.

### Disco intervertebral

Los discos intervertebrales (DIV) son una estructura prácticamente cilíndrica, con mayor elasticidad que las vértebras, que constituyen entre el 20 y el 32% de la altura total de la columna vertebral [26]. Como puede verse en la figura 1.6, no es una estructura homogénea, sino que se distinguen varias regiones en su geometría:

- Núcleo pulposo (NP), que conforma el interior del DIV. Se trata de un entramado de fibras de colágeno envueltas en una matriz de gel compuesto mayoritariamente por agua, cuya proporción oscila entre el 70 y el 90 % [2, 26]. Su comportamiento es prácticamente incompresible, por lo que se encarga de absorber la mayor parte de la carga axial transmitida por la columna.
- Anillo fibroso (AF), que constituye la parte exterior del DIV. El límite entre el AF y el NP es difuso, existiendo una zona de transición entre la periferia del NP y la parte exterior del DIV. El AF está compuesto por capas de fibras de colágeno concéntricas dispuestas de forma helicoidal, disposición que tiene por objetivo limitar la rotación de las vértebras. En cuanto a las fibras, éstas tienen dos orientaciones opuestas por banda, que varían circunferencialmente a lo largo del disco, desde aproximadamente  $\pm 24^\circ$  en la parte anterior hasta  $\pm 46^\circ$  en la parte posterior, al menos en el segmento lumbar [1].

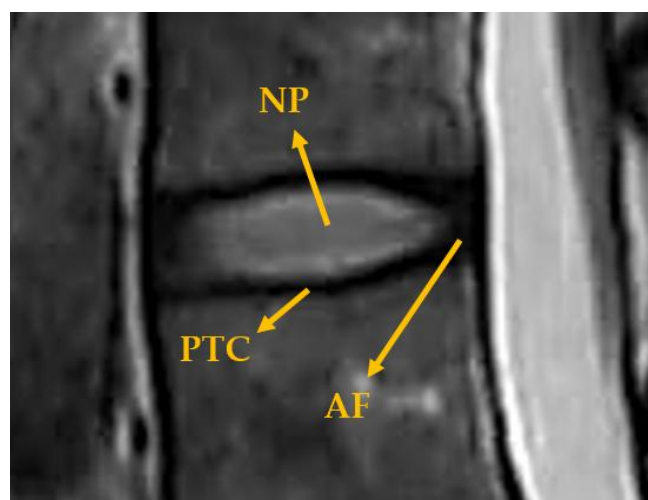


Figura 1.6: Imagen médica obtenida de una resonancia magnética en la que pueden observarse las diferentes partes de un DIV (modificado de [59]).

- Placa terminal cartilaginosa (PTC), compuesta de cartílago hialino, cuya misión es evitar el contacto directo entre las dos partes del DIV previamente detalladas y el cuerpo vertebral. Es interesante destacar que, si bien las fibras cartilaginosas de las regiones más interiores del AF están unidas a las placas terminales cartilaginosas, las pertenecientes a la periferia se adhieren directamente al hueso, y reciben el nombre de fibras de Sharpey [26].

Desde un punto de vista biomecánico, se puede afirmar que el DIV tiene como función actuar como amortiguador de la carga y, junto con las facetas articulares, tiene la responsabilidad de absorber gran parte de la carga axial que soporta la columna vertebral. Debido a esto, como es natural, el grosor del DIV aumenta conforme más abajo esté situado dentro de la columna vertebral, puesto que la carga que ha de soportar en dicha posición es mayor.

### Ligamentos

Los ligamentos son estructuras uniaxiales, lo que quiere decir que son capaces de transmitir cargas en la dirección en la que están orientadas sus fibras. Aunque resisten muy bien los esfuerzos de tracción son inútiles frente a compresión, ya que se doblan. De este modo, la forma que tienen los ligamentos de soportar cargas externas es resistiendo esfuerzos a tracción, razón que explica la disposición que tienen dentro de la columna vertebral.

Respecto a sus funciones, existen varias:

- Proporcionar estabilidad a la columna vertebral dentro de sus rangos de movimiento, tarea que comparten con los músculos espinales.
- Permitir un movimiento adecuado y posturas fijas entre las vértebras, reduciendo el gasto de energía muscular.
- Proteger la médula espinal restringiendo el movimiento dentro de unos límites seguros. Asimismo, en caso de recibir traumatismos de cargas grandes y altas velocidades, contribuyen a la absorción de parte de la energía del impacto.

Si bien las vértebras cervicales superiores tienen una estructura ligamentosa muy distinta al resto de la columna vertebral, el segmento lumbar y torácico (región de interés del presente trabajo) cuenta con ligamentos similares, aunque su tamaño, orientación y puntos de unión presentan cierta variación.

En la región torácica y lumbar existen siete tipos de ligamentos, tal y como puede apreciarse en la figura 1.7. A continuación, se detalla cada uno de ellos.

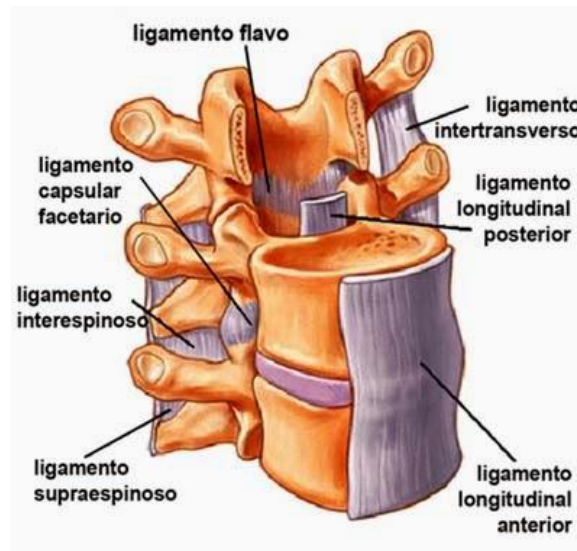


Figura 1.7: Representación de los ligamentos de la columna vertebral. [3]

En primer lugar, está el ligamento longitudinal anterior (ALL), que es una estructura de tejido fibroso que se une a las superficies anteriores de todas las vértebras. Está adherido firmemente a los bordes de los cuerpos vertebrales, pero su unión al DIV es menos firme. Su anchura es mayor a nivel de vértebra que a nivel de DIV. Es de destacar que, en la región torácica, es más estrecho y posee un espesor mayor.

A continuación, se encuentra el ligamento longitudinal posterior (PLL) que, como su nombre indica, recorre las superficies posteriores de todos los cuerpos vertebrales. Al igual que el ALL, es más grueso a nivel torácico, pero, a diferencia de éste, es más ancho a la altura del DIV y más estrecho al nivel del cuerpo vertebral.

El siguiente es el ligamento intertransverso (ITL), que une las apófisis transversas de las vértebras adyacentes.

El ligamento capsular facetario (FCL), por su parte, une los márgenes de las apófisis articulares adyacentes, teniendo sus fibras una orientación perpendicular al plano de las articulaciones facetarias.

El ligamento flavo (FLA) o ligamento amarillo une entre sí las láminas pertenecientes a vértebras adyacentes. Al igual que sucedía con el ALL, su espesor es mayor a nivel torácico.

Respecto al ligamento interespinoso (ISL), se encarga de unir las apófisis espinosas, siendo más extenso y grueso en el segmento lumbar, y más estrecho y largo a nivel torácico.

Por último, se encuentra el ligamento supraespinoso (SSL), que se extiende a lo largo de los extremos posteriores de las apófisis espinosas. Se caracteriza por tener una sección redonda y delgada que va aumentando de la región torácica a la lumbar.

#### 1.1.4 Movimientos de la columna vertebral humana

La columna vertebral puede verse sometida a cuatro momentos principales, que provocan los movimientos que se detallan a continuación (figura 1.8):

- Flexión: generada por un momento en el sentido positivo del eje  $x$  ( $M_{x+}$ ), que provoca el giro positivo de la vértebra respecto a dicho eje, sometiendo a la parte anterior del DIV a compresión y a la posterior a tracción (ver *Anexo III. Deformadas del modelo numérico*).
- Extensión: causada por un momento en el sentido negativo del eje  $x$  ( $M_{x-}$ ). Este esfuerzo es el opuesto a la flexión, por lo que el giro de la vértebra respecto al eje  $x$  es negativo, lo que se traduce en el sometimiento a compresión de la parte posterior del DIV y a tracción de la parte anterior.
- Flexión lateral: generado por un momento aplicado en el eje  $y$  ( $M_y$ ). Nótese que en este caso sólo se ha estudiado la flexión lateral derecha (es decir, aplicando un momento en sentido positivo), ya que, los resultados numéricos obtenidos con este modelo se pretenden comparar con los resultados experimentales extraídos de un artículo [14] que sólo ha contemplado la flexión lateral en este sentido. En este caso, la compresión y la tracción aparecen cada una en un lateral del DIV.

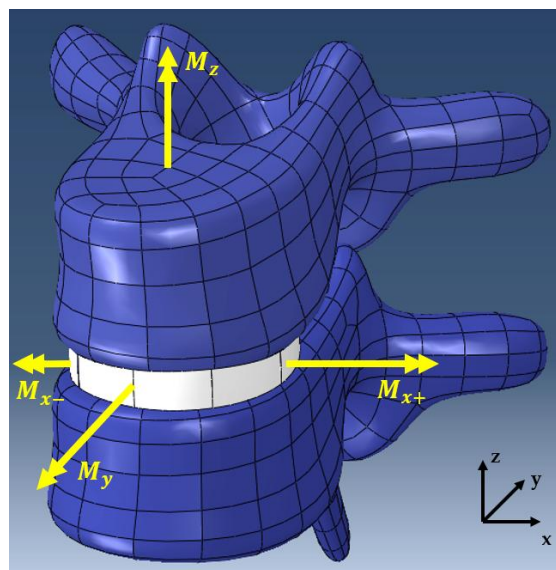


Figura 1.8: Representación esquemática de los cuatro momentos que pueden actuar sobre una unidad vertebral funcional.

- Rotación: es el resultado de aplicar un momento alrededor del eje  $z$  ( $M_z$ ). Al igual que con la flexión lateral, en este caso sólo se ha aplicado la rotación izquierda (momento en sentido positivo) por el mismo motivo descrito al hablar de la flexión lateral.

Por tanto, a la hora de estudiar el ROM de una UVF, es necesario hacer distinción entre los cuatro casos anteriores, puesto que, para cada momento aplicado, se tienen unos resultados de ROM diferentes.

### 1.1.5 Presión intradiscal

La presión intradiscal (PID) es la presión hidrostática generada en el interior del DIV, es decir, en el NP. Esta presión juega un papel fundamental en la estabilidad de la columna y además actúa como atenuante de los gradientes de compresión en el AF [44].

## 1.2 Antecedentes

### 1.2.1 Revisión bibliográfica de modelos computacionales de la UVF

De todos los elementos que componen una UVF, sin lugar a duda el que más dificultades presenta a la hora de ser modelado numéricamente es el DIV, debido a su gran complejidad.

El interior del DIV es el NP, que generalmente, al estar mayoritariamente compuesto por agua, es modelado como un material incompresible que posee la densidad del mencionado fluido [1].

Por el contrario, el AF es más complejo de modelar, puesto que se trata de un material hiperelástico, que, además, al estar compuesto por fibras embebidas en una matriz, presenta un comportamiento anisótropo. A la hora de modelar computacionalmente estos elementos, tradicionalmente se han empleado muelles para simular el comportamiento de las fibras de colágeno junto a capas de material hiperelástico para modelar la sustancia base [7, 15]. Con esta metodología, el modo de variar el ángulo de las fibras (que, como ya se ha comentado, varía circunferencialmente) es modificando el tamaño de los elementos [6]. Tradicionalmente, esta metodología ha impulsado el empleo de elementos hexaédricos para modelar la geometría del AF.

A raíz de la aparición del modelo de material hiperelástico de Holzapfel-Gasser-Odgen (HGO) [11], se ha revolucionado el estudio computacional de la columna vertebral ya que, si bien este material fue concebido para calcular paredes arteriales reforzadas con fibras de colágeno, se ha propuesto en diversos estudios

la implementación de este modelo de material para estudiar el comportamiento del anillo fibroso (véase [1, 10, 12, 13]).

La energía de deformación del material HGO se define de acuerdo con la ecuación (1.1).

$$\psi_{HGO} = \psi_{iso} + \psi_{aniso} \quad (1.1)$$

Siendo:

- $\psi_{iso}$ : energía de deformación del material correspondiente a la matriz (isótropo).
- $\psi_{aniso}$ : energía de deformación del material correspondiente a las fibras (anisótropo).

A su vez,  $\psi_{iso}$  puede expresarse como la energía de deformación de un material neo-Hookeano, que satisface la ecuación (1.2).

$$\psi_{NH} = C_{10} \cdot (I_1 - 3) + D \cdot (J - 1)^2 \quad (1.2)$$

Siendo:

- $C_{10}$ : parámetro del material relacionado con la rigidez a la deformación isocórica.
- $I_1$ : primer invariante del tensor de deformaciones de Cauchy-Green derecho ( $C$ ), que corresponde a la traza de dicho tensor ( $I_1 = tr(C) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ ), siendo  $\lambda_i$  los autovalores.
- $D$ : parámetro relacionado con la compresibilidad del material.
- $J$ : llamado jacobiano de la deformación, es el determinante del tensor de deformación ( $F$ ), y representa el cambio de volumen local del material.

En cuanto a  $\psi_{aniso}$ , puede obtenerse aplicando la ecuación (1.3).

$$\psi_{aniso} = \frac{K_1}{2K_2} \sum e^{K_2 \cdot [\kappa \cdot (I_1 - 3) + (1 - 3\kappa) \cdot (I_i - 1)]^2} - 1 \quad (1.3)$$

Siendo:

- $K_1, K_2$ : parámetros que controlan la rigidez de las fibras, estando  $K_1$  relacionado con la rigidez lineal de las fibras (unidades en  $Pa$ ) y siendo  $K_2$  un parámetro adimensional que controla el endurecimiento exponencial con la deformación.
- $\kappa$ : parámetro que representa la dispersión de las fibras.

- $I_i$ : invariante específico asociado a la familia de fibras  $i$ .

En definitiva, para definir computacionalmente el modelo de material HGO, es preciso hallar los parámetros que caracterizan el comportamiento isótropo ( $C_{10}$ ,  $D$ ) y anisótropo ( $K_1$ ,  $K_2$ ,  $\kappa$ ). En esta tarea es imprescindible, como se explica en el siguiente apartado, obtener datos experimentales.

En el caso de los ligamentos, aunque su comportamiento es el propio de un material compuesto, similar a lo que ocurre con el anillo fibroso, debido a que son estructuras finas se puede suponer que sufren un estado de tensión plana y la rigidez a flexión puede ser despreciable, obteniendo un modelo con una única dirección principal en las fibras [24]. De este modo, es común modelar los ligamentos vertebrales empleando muelles unidireccionales [23].

Por último, en lo referente a las facetas articulares, no existe un consenso. Hay propuestas de modelos de material elástico, neo-Hookeano o Mooney-Rivlin, entre otros, pero ninguno de estos modelos tiene validación directa y poseen información insuficiente sobre los supuestos de modelado [41].

### 1.2.2 Revisión bibliográfica de las propiedades mecánicas de la columna vertebral

La mayoría de las propiedades de los tejidos biológicos se suelen extraer bien a partir de ensayos experimentales (ensayos de rotura, biaxiales, etc.) o mediante la calibración computacional para satisfacer las condiciones del comportamiento global de la estructura.

Las propiedades del material de las vértebras, tanto del hueso cortical como del trabecular, han sido ampliamente estudiadas, existiendo en la literatura diversos modelos de material ortótropo ([29, 31]) e isótropo ([25, 28, 30]). A la hora de realizar modelos numéricos de las vértebras, es habitual modelar el cuerpo vertebral con hueso trabecular en su interior, recubierto por una capa de cortical, y el arco neural íntegramente formado por hueso cortical.

Por su parte, los ligamentos presentan, a nivel mecánico, un comportamiento equiparable al de un muelle de rigidez no lineal. Este comportamiento ha impulsado que los ensayos para determinar sus propiedades consistan en estudios *in vitro* de especímenes cadavéricos que son preparados y sometidos a esfuerzos de tracción, obteniéndose como resultado las curvas de tensión-deformación características del material [32, 33, 34]. A pesar de que muchos de los modelos computacionales de ligamentos empleados en la literatura suponen un comportamiento lineal [35, 36] o, yendo un poco más lejos, comportamiento bilineal [37, 38], estudios más recientes demuestran que el comportamiento de

los ligamentos es altamente no lineal [24, 60, 61], impulsando la obtención de estas propiedades a través de un proceso de calibración.

En el caso del DIV, ya se ha anticipado al hablar del modelo numérico que es complejo hallar sus propiedades, en las que entran en juego tanto la isotropía como la anisotropía, y cuyo comportamiento queda definido por los cinco parámetros del modelo de material. Ante esta situación, la manera que hay para caracterizar el material del DIV es llevar a cabo un proceso de calibración, en el que se busca optimizar el modelo mediante la minimización de la diferencia entre los resultados de ROM obtenidos numéricamente y los observados experimentalmente, que se toman como referencia. La forma de lograr este ajuste entre ambos resultados es definir un vector de variables (las propiedades del AF, las facetas articulares, los ligamentos...), que, a lo largo de un proceso iterativo, es modificado hasta que la diferencia entre resultados numéricos y experimentales queda por debajo de un umbral.

Algunos ejemplos con procesos de calibración de los que se tiene constancia son los siguientes:

- Estudio de una UVF a la que se le retiran los ligamentos y el arco neural, para trabajar únicamente con el DIV y las vértebras, y posteriormente se le extrae el NP (véase [7]).
- Estudio en el que el parámetro que se ajusta es la orientación de las fibras del AF en cuatro regiones discretas (véase [40]).

Como puede verse, aunque la calibración puede utilizarse por separado, está ampliamente extendido el empleo conjunto de un proceso de calibración y un proceso de resección paso a paso, con el que se obtienen los resultados experimentales de referencia [9, 10, 39].

El proceso de resección paso a paso es un tipo de estudio experimental en el que, partiendo de una UVF completa, se van retirando progresivamente y en el siguiente orden: el ligamento SSL, el ISL, el FLA, el FCL, el arco neural completo, el PLL, el ALL y el NP [8]. En cada una de estas fases, se toman las medidas del ROM.

La importancia de la resección paso a paso radica en que, al ser evaluados los resultados en cada fase del proceso, permite conocer la aportación de cada componente al comportamiento de la UVF, y aplicar esta información en el proceso de calibración para caracterizar de forma precisa el material de cada uno de los componentes. Sin embargo, hay que tener en cuenta que en cada paso del proceso de calibración se comete un error, que se arrastra y se acumula conforme

se avanza, por lo que hay que asumir un cierto error en las propiedades obtenidas [5].

Respecto a la PID, son numerosos los estudios que han analizado esta característica mediante diversas técnicas experimentales, sobre todo centrandó en el segmento lumbar (donde se ha trabajado con discos con las vértebras adyacentes parcialmente seccionadas [45], con la UVF completa [47] y con la UVF primero completa y luego con las facetas y los pedículos sustraídos [46]) y en el cervical con la UVF completa [48, 49, 50]. Por el contrario, los estudios con el segmento torácico no proliferan, siendo destacables algunos estudios *in vivo* [51] e *in vitro* [44], ambos trabajando con la UVF completa.

Si bien, como puede comprobarse, el estudio y modelización de la columna vertebral humana es un tema ampliamente tratado en la literatura especializada en el tema, cabe matizar que se han analizado profusamente las propiedades y el comportamiento del segmento lumbar, mientras que el segmento torácico ha quedado relegado a un segundo plano, siendo escasos los estudios realizados y limitándose éstos al ámbito experimental (véase [14, 16, 44]).

### 1.2.3 Punto de partida

El laboratorio de Biomecánica Clínica de Andalucía, grupo de investigación del departamento dentro del que se encuadra el presente estudio, está trabajando actualmente en el desarrollo de un modelo de elementos finitos calibrado de la columna vertebral, que abarque los segmentos torácico y lumbar. En este modelo se prevé la inclusión de todas las estructuras de la columna previamente descritas (vértebras, DIV, ligamentos) con sus propiedades específicas.

No obstante, esta tarea plantea varios retos considerables:

- Las propiedades de los discos intervertebrales han sido ampliamente estudiadas para la región lumbar, siendo la literatura relativa a la región torácica, en cambio, bastante exigua.
- Además, se ha estudiado la posibilidad de adoptar las propiedades lumbares en el segmento torácico, pero trabajos previos realizados por el grupo de investigación han puesto de manifiesto la no extensibilidad de estas propiedades a otros segmentos [6], y en consecuencia la necesidad de ajustar las propiedades del DIV torácico a partir de datos experimentales, a través de una calibración.
- Adicionalmente, se ha planteado la posibilidad de emplear otros tipos de elementos para modelar el AF. Ya se ha comentado que la metodología de los muelles ha impulsado la utilización de elementos hexaédricos, aunque

el modelo de material HGO abre la puerta a otros tipos de elementos (por ejemplo, tetraédricos).

- Enlazando los dos últimos puntos, hay que remarcar que la conclusión de la no extensibilidad de las propiedades lumbares se ha alcanzado empleando un único tipo de elemento, por lo que, para que esta conclusión sea rotunda, es interesante profundizar más en la influencia que tiene el tipo de elemento en los resultados obtenidos, especialmente para asegurar la construcción ágil de modelos computacionales que contengan varios segmentos vertebrales.

## 2. OBJETIVO

Los objetivos principales de este trabajo son los siguientes:

- Estudiar el tipo y tamaño de elemento más conveniente para el modelado del anillo fibroso de un disco intervertebral torácico representativo.
- Llevar a cabo un análisis de sensibilidad que esclarezca la influencia que tiene cada parámetro del modelo de material asignado sobre la respuesta de ese anillo fibroso.
- Construir un modelo de elementos finitos de una unidad vertebral funcional representativa del segmento torácico y estudiar su comportamiento con el modelo de material definido.

### 2.1 Plan de trabajo

A continuación, se describe el plan de trabajo ideado para cumplir los objetivos anteriormente explicados:

- Estudio bibliográfico. Para entender en profundidad la magnitud del problema a abordar, es imprescindible conocer todo aquello que se ha investigado con anterioridad y las conclusiones a las que se ha llegado.
- Obtención de las geometrías de estudio a partir de imágenes médicas.
- Familiarización con el programa de elementos finitos *Abaqus/CAE*® (ABAQUS, v. 6.14-3; Simulia, Providence, RI). Antes de comenzar a trabajar en el modelo, se debe estudiar el funcionamiento del software disponible, para lo que se han consultado las guías y manuales del mismo.
- Puesta a punto del modelo numérico. Esta fase comprende la construcción del modelo numérico, así como el estudio del tipo y tamaño de elemento, el análisis de sensibilidad, la introducción de las condiciones de contorno o la definición de las propiedades de los materiales, entre otros.
- Análisis de resultados. Por último, una vez construido el modelo numérico, ya sólo queda ejecutar los cálculos pertinentes y comparar los resultados obtenidos en cada caso con los datos disponibles de la bibliografía.

## 3. MODELO COMPUTACIONAL DEL ANILLO FIBROSO

En este capítulo, se habla detenidamente acerca del modelo en el que se incluye exclusivamente el AF.

Es importante destacar que todas las tareas se han efectuado con el DIV T7-T8 (es decir, el DIV comprendido entre las vértebras T7 y T8) al considerarse éste un disco representativo del segmento torácico.

También es preciso destacar que el modelo se ha tenido que definir a través del preprocesador de *Abaqus*® (es decir, escribiendo directamente el código) debido a que el modelo HGO de dos familias de fibras no está incluido en el CAE.

### 3.1 Definición del modelo

#### 3.1.1 Obtención de la geometría

En primer lugar, se ha obtenido la geometría del AF a partir de imágenes médicas de un paciente sin patologías espinales previas, obtenidas a través de una resonancia magnética. Esto se ha logrado gracias a un proceso conocido como segmentación, que se ha ejecutado con el software *3D Slicer*® (versión 5.6.1) [17]. Esta herramienta permite seleccionar las estructuras de interés a partir del nivel de gris, lo que permite distinguir entre el AF y el NP.

No obstante, el empleo del software *3D Slicer*® tiene un inconveniente: la geometría obtenida tiene una superficie muy irregular debido, entre otras razones, al ruido presente en las imágenes médicas. Por tanto, es preciso someter al AF obtenido a un proceso de suavizado. En el presente trabajo, se ha recurrido a *Rhinoceros 3D*® (Rhinoceros 3D, versión 7.0., Robert McNeel & Associates, Seattle, WA. 2010) para ejecutar el proceso de suavizado.

Finalmente, la geometría suavizada ha sido exportada a *Abaqus*®, donde se ha post-procesado de nuevo para asegurar la congruencia de las superficies de contacto con las vértebras (figura 3.1).

La geometría obtenida a partir de este proceso posee unas dimensiones que están dentro de los umbrales definidos por la bibliografía [62], como puede apreciarse en la tabla 3.1. Las dimensiones que se han comparado han sido: altura anterior (ADH), altura posterior (PDH), dimensión transversa (TDD) y dimensión anteroposterior (APDD) (figura 3.1).

Es preciso indicar que, con el objetivo de trabajar más cómodamente a la hora de configurar el modelo, se ha sustituido el sistema de coordenadas cartesiano que define *Abaqus*® por defecto por un sistema de coordenadas cilíndrico (figura 3.2).

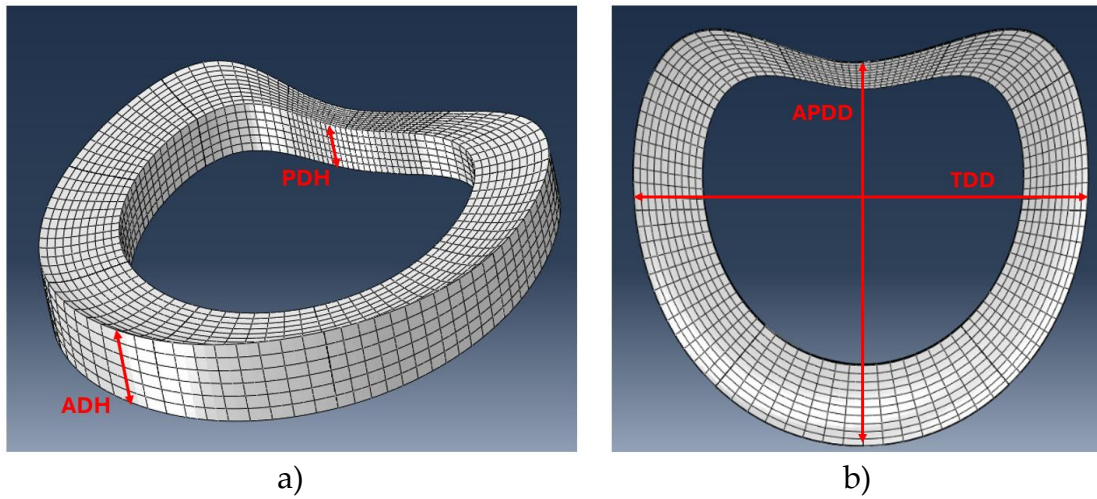


Figura 3.1: Geometría del AF. (a) Perspectiva. (b) Planta.

Tabla 3.1: Comparación entre las dimensiones del AF obtenidas experimentalmente [62] y extraídas del modelo numérico (dimensiones en mm).

	ADH	PDH	TDD	APDD
Experimental <sup>a</sup>	$4.50 \pm 0.85$	$4.30 \pm 0.85$	$28.40 \pm 2.95$	$31.80 \pm 1.90$
Numérico	5.08	3.43	25.45	30.89

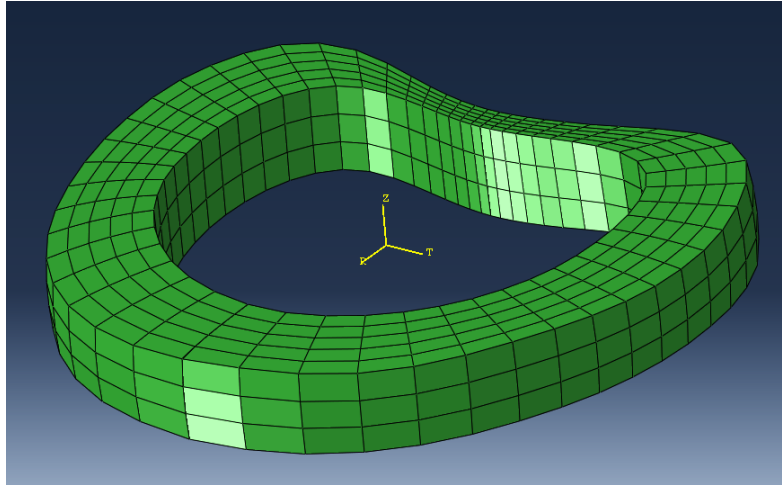


Figura 3.2: Sistema de coordenadas cilíndrico.

### 3.1.2 Definición del material

De las posibles estrategias para definir un modelo de material para el AF (ya estudiadas en el apartado 1.2.1), se ha optado por emplear el modelo de material HGO. Como ya se ha visto, es necesario definir 5 parámetros ( $C_{10}$ ,  $D$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $\kappa$ ). Los valores de dichos parámetros introducidos en *Abaqus*® son los que se recogen

<sup>a</sup> Dimensiones obtenidas mediante interpolación de los DIV T6-T7 y T8-T9.

en la tabla 3.2. Es preciso indicar que en la mencionada tabla se incluyen los valores correspondientes a un anillo del segmento lumbar, obtenidos mediante un proceso de calibración (véase [10]).

Tabla 3.2: Parámetros del modelo de material HGO para el segmento lumbar. [6]

Parámetro	Valor	Unidades
$C_{10}$	0.22	MPa
$D$	0	
$K_1$	4.5	MPa
$K_2$	300	
$k_{1c}$	-0.05	
$k_{1r}$	-0.15	
$k_{2c}$	-0.05	
$k_{2r}$	-0.15	
$\kappa$	0.1	

Es importante remarcar que  $K_1$  y  $K_2$  (que determinan la rigidez de las fibras) no son valores constantes, sino que varían radial y circunferencialmente a lo largo de la geometría del AF, siendo este comportamiento ampliamente observado en estudios experimentales [1, 42, 43].

Para representar la variación de las propiedades del AF a lo largo de las direcciones radial y circunferencial previamente definidas (figura 3.2), se ha sectorizado como se muestra en la figura 3.3, definiendo cinco sectores en dirección circunferencial que son simétricos y cinco anillos concéntricos. Esta configuración del modelo del AF se ha realizado siguiendo la metodología descrita en [10].

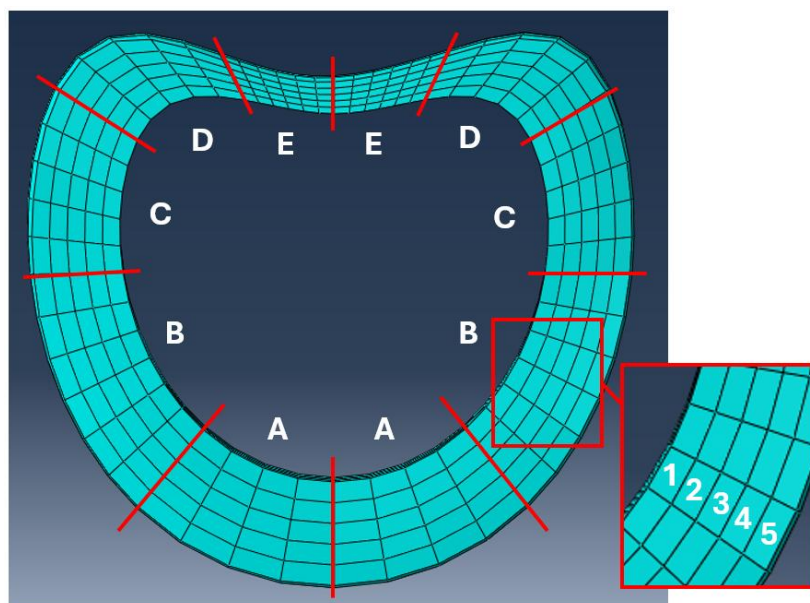


Figura 3.3: Sectorización del AF.

Una vez hecha esta sectorización, se ha asignado un valor de  $K_1$  y  $K_2$  para cada uno de esos sectores, de acuerdo con las ecuaciones (3.1) y (3.2), respectivamente.

$$K_{1,con\ variaci3n} = K_1 \cdot (1 + k_{1r} \cdot r) \cdot (1 + k_{1c} \cdot c) \tag{3.1}$$

$$K_{2,con\ variaci3n} = K_2 \cdot (1 + k_{2r} \cdot r) \cdot (1 + k_{2c} \cdot c) \tag{3.2}$$

Siendo:

- $k_{1r}, k_{2r}$ : coeficientes definidos con el objetivo de controlar la variaci3n radial de  $K_1$  y  $K_2$ . Tienen un valor constante (tabla 3.2).
- $r$ : coeficiente que refleja el peso de la variaci3n radial en funci3n de las coordenadas del sector en cuesti3n.
- $k_{1c}, k_{2c}$ : coeficientes definidos con el objetivo de controlar la variaci3n circunferencial de  $K_1$  y  $K_2$ . Tienen un valor constante (tabla 3.2).
- $c$ : coeficiente que refleja el peso de la variaci3n circunferencial en funci3n de las coordenadas del sector en cuesti3n.

En la tabla 3.3 se recogen los valores de  $r$  y  $c$  para cada sector del AF. Por ejemplo, un elemento perteneciente al sector A y al anillo 3, tiene  $c$  igual a 0 y  $r$  igual a 2. En definitiva, se puede decir que el sector de referencia es el A5 (sector A y anillo 5), ya que en este sector se obtienen los coeficientes  $K_1$  y  $K_2$  sin ninguna modificaci3n, y que las propiedades del resto se asignan en funci3n de las de este sector multiplicadas por unos factores modificadores.

Tabla 3.3: Parámetros responsables de la variaci3n circunferencial y radial de  $K_1$  y  $K_2$ .

Sector	$c$	Anillo	$r$
A	0	1	4
B	1	2	3
C	2	3	2
D	3	4	1
E	4	5	0

Por último, también hay que introducir en el modelo la orientaci3n de las fibras de colágeno del material que varía desde aproximadamente  $\pm 24^\circ$  en la parte anterior hasta  $\pm 46^\circ$  en la parte posterior [1]. Esta variaci3n es únicamente circunferencial, ya que en la direcci3n radial el ángulo de orientaci3n se mantiene constante [10]. Los ángulos que se han introducido son los que se recogen en la tabla 3.4.

Tabla 3.4: Ángulos de orientaci3n de las fibras del material HGO.

Sector	A	B	C	D	E
Ángulo	$\pm 24.0^\circ$	$\pm 29.5^\circ$	$\pm 35.0^\circ$	$\pm 40.5^\circ$	$\pm 46.0^\circ$

### 3.1.3 Configuración de las condiciones de contorno

Con el objetivo de realizar comparaciones fiables, se han tratado de replicar numéricamente, con la mayor fidelidad posible, los experimentos cuyos resultados son la referencia del presente trabajo (véase [14]). Por ello, las condiciones de contorno definidas son las siguientes (ver figura 3.4):

- La cara inferior se ha inmovilizado completamente. Esto se ha conseguido mediante un acoplamiento de dicha cara con un punto (RP-3, cuyas coordenadas se corresponden con el centro de gravedad del cuerpo vertebral de la vértebra T8) al que se le han restringido todos los grados de libertad.
- La cara superior soporta un momento, cuya magnitud y dirección dependen del caso que se esté estudiando. Para aplicar este momento, se ha realizado un acoplamiento de la cara superior con un punto (RP-2, cuyas coordenadas se corresponden con el centro de gravedad del cuerpo vertebral de la vértebra T7) al que se le aplica un momento que se transmite rígidamente sobre la cara superior del AF.

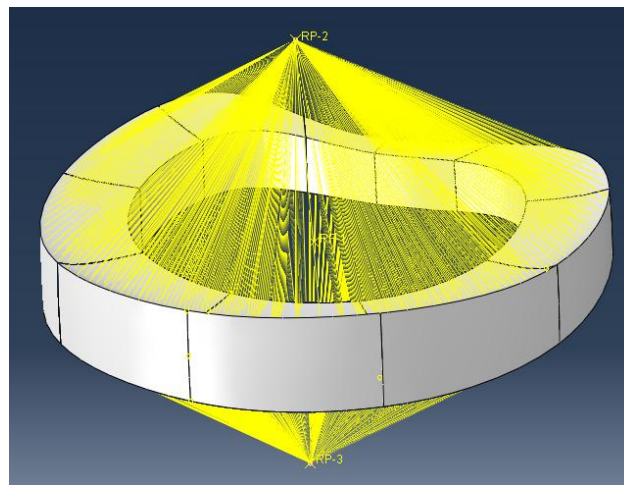


Figura 3.4: Acoplamiento de la cara inferior con el punto de aplicación de la condición de empotramiento (RP-3) y de la carga superior con el punto de aplicación del momento (RP-2).

### 3.1.4 Selección del tipo de elemento

Aunque en trabajos previos [6] se han empleado elementos hexaédricos (C3D8, según la nomenclatura empleada por *Abaqus*®), ya se ha comentado que el empleo del modelo HGO abre las puertas a otros tipos de elementos.

Por ello, se ha valorado la posibilidad de emplear elementos tetraédricos (C3D4), cuya implementación generalmente es más flexible que en el caso de elementos hexaédricos. Sin embargo, en este caso se ha descartado esta opción debido a que

requiere una gran preparación de la geometría previa al mallado, como puede verse en el *Anexo I. Modelo de elementos tetraédricos*. Por tanto, se ha continuado trabajando con elementos hexaédricos.

### 3.1.5 Determinación de la formulación del elemento

Una vez decidido que se va a proseguir con elementos hexaédricos, surge una nueva disyuntiva: se pueden emplear elementos de primer orden (C3D8) o de segundo orden (C3D20). Esta elección va a influir tanto en la bondad de los resultados como en el tiempo de computación, por lo que hay que seleccionar aquel elemento que mantenga un buen equilibrio entre estas dos premisas. Respecto a lo consultado en la bibliografía, se ha logrado implementar con éxito el material HGO en modelos con elementos hexaédricos de primer [1] y de segundo orden [10, 12]. Además, para implementar el modelo de material HGO es preciso emplear formulación híbrida (C3D8H ó C3D20H) para evitar una rigidez excesiva en el sistema [1].

Ante esta situación, se ha decidido escoger un tamaño de elemento que, por comodidad, se ha seleccionado el empleado en [6] donde el tamaño se seleccionó para poder comparar dos metodologías diferentes: modelo HGO e implementación con muelles axiales. Con este tamaño, se han comparado los resultados obtenidos, para elementos de primer y segundo orden, con los resultados experimentales de ROM extraídos de la bibliografía [14] al aplicar un momento de  $1 Nm$  y  $2.5 Nm$ , respectivamente. Dicha comparación se recoge en la tabla 3.5, donde se pueden apreciar las variaciones porcentuales de cada modelo numérico respecto a los resultados experimentales.

Tabla 3.5: Comparativa entre los resultados experimentales y los obtenidos a través de un modelo numérico de elementos de primer orden (C3D8H) y de segundo orden (C3D20H).

Tamaño	1 Nm			2.5 Nm		
	C3D8H	C3D20H	Exp.	C3D8H	C3D20H	Exp.
<b>Flex. (°)</b>	2.00	2.25	2.28	2.88	3.26	3.93
<b>%var</b>	12.28	1.32	-	26.72	17.05	-
<b>Ext. (°)</b>	2.77	3.12	2.28	3.94	3.42	3.93
<b>%var</b>	-21.49	-36.84	-	-0.25	12.98	-
<b>Flex. Lat. (°)</b>	1.97	2.19	2.90	2.99	3.34	4.60
<b>%var</b>	32.07	24.48	-	35.00	27.39	-
<b>Rot. (°)</b>	1.67	1.80	3.62	2.26	2.49	5.63
<b>%var</b>	53.87	50.28	-	59.86	55.77	-

Analizando los resultados de la tabla 3.5, se pueden sacar algunas conclusiones:

- Para ambas formulaciones de elementos, los resultados numéricos presentan grandes variaciones respecto a los experimentales, salvo algún

caso aislado, como los elementos de segundo orden al aplicar un momento de flexión (variación del 1.32%) o los elementos de primer orden al aplicar extensión (variación del 0.25%).

- En flexión, rotación y flexión lateral, los elementos de segundo orden presentan una menor variación porcentual respecto a los resultados experimentales.
- En extensión, son los elementos de primer orden los que tienen una variación porcentual más pequeña.
- El cálculo con elementos de primer orden ha durado de media 22 segundos, mientras que, con elementos de segundo orden, su duración promedio ha sido de 1 minuto y 15 segundos. Esto se traduce en que el modelo con elementos de segundo orden consume 3.5 veces más tiempo de computación.

En definitiva, se ha comprobado que el modelo con elementos de segundo orden da resultados que logran aproximarse un poco mejor a los experimentales en la mayoría de casos a costa de triplicar el tiempo de computación. De este modo, se ha decidido trabajar con esta formulación (C3D20H) por dos motivos:

- Aunque el desajuste entre resultados numéricos y experimentales es considerable con elementos de segundo orden, esta situación es susceptible de cambiar cuando se seleccione un tamaño de elemento adecuado, cuestión que se aborda en el siguiente apartado.
- Si se logran mitigar los desajustes entre el modelo numérico y el experimental al emplear elementos de segundo orden, es asumible que se triplique el tiempo de computación.

### 3.1.6 Análisis de convergencia de malla

Un aspecto crucial a la hora de trabajar con modelos de elementos finitos es el tamaño de los elementos en los que se divide el dominio. En general, un tamaño más pequeño implica mayor precisión en los resultados, pero un tamaño demasiado reducido puede provocar una gran ralentización en los cálculos que provoque que el modelo generado sea impracticable. De ahí la importancia de estudiar el tamaño de elemento más conveniente a través de un análisis de convergencia.

Para realizar el análisis de convergencia de malla se han considerado tres tamaños (figura 3.5):

- Grande, tomado de la bibliografía [6], con un tamaño medio aproximado de elemento de 1.6 *mm*.

- Intermedio, obtenido de dividir por la mitad el tamaño grande, obteniendo un tamaño medio aproximado de elemento de  $0.8\text{ mm}$ .
- Pequeño, obtenido de dividir por la mitad el intermedio, dando lugar a un tamaño medio aproximado de  $0.4\text{ mm}$ .

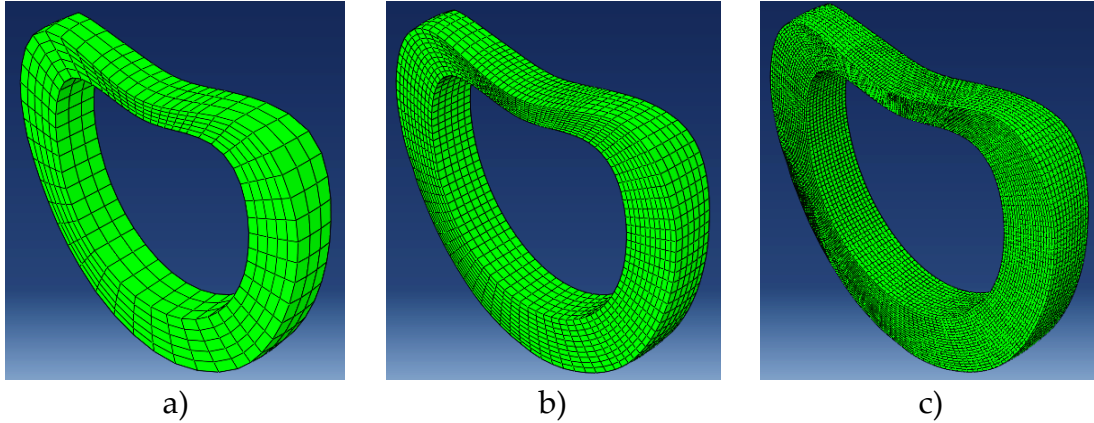


Figura 3.5: Tamaños de malla empleados en el análisis de convergencia. (a) Tamaño grande. (b) Tamaño intermedio. (c) Tamaño pequeño.

Con los tres tamaños mostrados en la figura 3.5, se ha realizado un cálculo para cada uno de los cuatro casos de carga a los que se puede someter el DIV con los elementos seleccionados en el apartado previo (C3D20H). Se ha calculado el comportamiento para dos cargas distintas,  $1\text{ Nm}$  y  $2.5\text{ Nm}$ , puesto que estas son las cargas que se han aplicado en el estudio experimental con el que se pretende comparar el modelo numérico [14]. Los resultados del análisis ejecutado pueden contemplarse en la tabla 3.6.

Tabla 3.6: ROM resultante para cada tamaño de elemento estudiado.

Tamaño	1 Nm			2.5 Nm		
	Grande	Intermedio	Pequeño	Grande	Intermedio	Pequeño
Flex. (°)	2.2460	2.2947	2.3594	3.2567	3.4137	3.5185
%var	5.92	2.74	-	7.28	2.98	-
Ext. (°)	3.1163	3.1335	3.1753	4.4204	4.5034	4.5602
%var	3.46	1.32	-	4.30	1.24	-
Flex. Lat. (°)	2.1887	2.1967	2.2391	3.3392	3.4337	3.5214
%var	4.09	1.89	-	6.41	2.48	-
Rot. (°)	1.7991	1.8088	1.8209	2.4884	2.5136	2.5313
%var	1.52	0.66	-	1.80	0.70	-
$t_{rel}$	-	38.45	232.88	-	38.45	232.88

A la hora de seleccionar el tamaño de elemento idóneo, es importante tener en consideración el consumo de recursos computacionales, especialmente teniendo en cuenta que el próximo objetivo es trabajar con una geometría mayor que la que se está empleando en el presente capítulo (UVF). Por tanto, con la intención de comparar el tiempo de computación para cada caso, se ha calculado el tiempo

relativo, empleando la ecuación (3.3). La finalidad de trabajar con este parámetro es proporcionar un criterio más fiable a la hora de determinar qué modelo es más eficiente en términos computacionales, ya que, si se emplea el tiempo de computación para este propósito, está influyendo en la decisión el equipo empleado en el cálculo. Sin embargo, usando el tiempo relativo, la decisión deja de estar supeditada al equipo, puesto que esta proporción se mantiene siempre.

$$t_{rel} = t_i / t_{grande} \quad (3.3)$$

Siendo:

- $t_i$ : tiempo correspondiente al caso para el que se esté calculando este parámetro.
- $t_{grande}$ : tiempo correspondiente al caso con el tamaño de malla más grande.

A la vista de los resultados obtenidos pueden sacarse varias conclusiones:

- El tamaño de malla grande no es adecuado, ya que se obtienen variaciones porcentuales superiores al 5% en flexión y en flexión lateral, algo que no se puede considerar aceptable, teniendo en cuenta que en la literatura se han construido modelos buscando tener variaciones inferiores al 1% [10, 12], por lo que presentar variaciones muy superiores al 2-3% debe considerarse un mal resultado.
- No tiene sentido seguir refinando la malla, puesto que con el tamaño más pequeño que se ha calculado ya se ha obtenido un tiempo de computación 233 veces superior al de la malla más grande, lo que implica una ralentización considerable del cálculo computacional.
- El tamaño intermedio de malla ha ofrecido buenos resultados, puesto que la variación porcentual no supera el 2-3%, por lo que permanece dentro del límite establecido como válido, y que un tiempo de computación 38 veces superior al de la malla más grande es asumible. Por todo ello, finalmente se ha optado por trabajar con el tamaño intermedio de malla.

## 3.2 Análisis de sensibilidad

Para facilitar el proceso de calibración basado en algoritmos de evolución genética de las propiedades de los tejidos blandos involucrados en el modelado de la UVF de referencia, es interesante poder conocer cuáles de los parámetros a optimizar influyen en mayor medida sobre el resultado de interés (el ROM), ya que esto puede ayudar a definir los límites del rango en el que estas propiedades

pueden variar durante el proceso de optimización. Por ello, en el presente apartado se describe un análisis de sensibilidad de todos los parámetros del modelo del material implicados en el modelado del AF en aras de hacer más eficiente la optimización genética de las propiedades *a posteriori*.

Con el modelo del AF previo, con elementos de primer orden, se ha ejecutado un análisis de sensibilidad con el objetivo de averiguar la influencia de cada uno de los nueve parámetros del modelo de material HGO en los resultados, y así disponer de información para decidir si es posible eliminar alguna incógnita del proceso de calibración<sup>a</sup>.

Los parámetros que se han estudiado en el análisis de sensibilidad han sido los siguientes:

- Ángulo de inclinación de las fibras de colágeno ( $\beta$ ).
- Variación circunferencial de los parámetros  $K_1$  y  $K_2$ , es decir,  $k_{1c}$  y  $k_{2c}$ .
- Variación radial de los parámetros  $K_1$  y  $K_2$ , es decir,  $k_{1r}$  y  $k_{2r}$ .

De este modo, en la tabla 3.7 se recogen todas las combinaciones de estos parámetros que se han estudiado.

Tabla 3.7: Descripción de los modelos analizados en el análisis de sensibilidad.

Denominación	¿ $\Delta K_1$ ?	¿ $\Delta K_2$ ?	¿ $\Delta \beta$ ?
Caso 1 (original)	Circunferencial y radial	Circunferencial y radial	Circunferencial
Caso 2	Circunferencial y radial	Circunferencial y radial	$\pm 24^\circ$
Caso 3	Circunferencial y radial	Circunferencial y radial	$\pm 30^\circ$
Caso 4	No	No	$\pm 24^\circ$
Caso 5	No	No	$\pm 30^\circ$
Caso 6	Circunferencial y radial	No	Circunferencial

Como puede verse, los casos de estudio planificados proponen hallar la influencia de la variación circunferencial de la orientación de las fibras (Caso 2 y Caso 3), de la variación de los parámetros  $K_1$  y  $K_2$  (Caso 4 y Caso 5) y de la variación del parámetro  $K_2$  por separado (Caso 6).

<sup>a</sup> Se ha trabajado con elementos de primer orden, puesto que son más eficientes computacionalmente, y en este estudio no importa el valor numérico de los resultados obtenidos, sino las variaciones existentes.

Al mantener el ángulo de las fibras constante, se ha seleccionado una orientación de  $\pm 30^\circ$ , ya que este valor es ampliamente usado en la literatura cuando se desea ignorar la variación circunferencial de este parámetro [1].

### 3.2.1 Resultados del análisis de sensibilidad

En las figuras 3.6 y 3.7 se pueden observar los resultados obtenidos en este análisis de sensibilidad para un momento aplicado de 1 Nm y 2.5 Nm, respectivamente. En las tablas A.4 y A.5 del *Anexo II. Resultados numéricos* se encuentran los valores numéricos resultantes de este análisis de sensibilidad.

A la vista de los resultados representados en las figuras 3.6 y 3.7, queda claro que el comportamiento obtenido con los dos momentos aplicados es el mismo, por lo que, a fuer de agilizar la explicación, se van a comentar los resultados para 2.5 Nm.

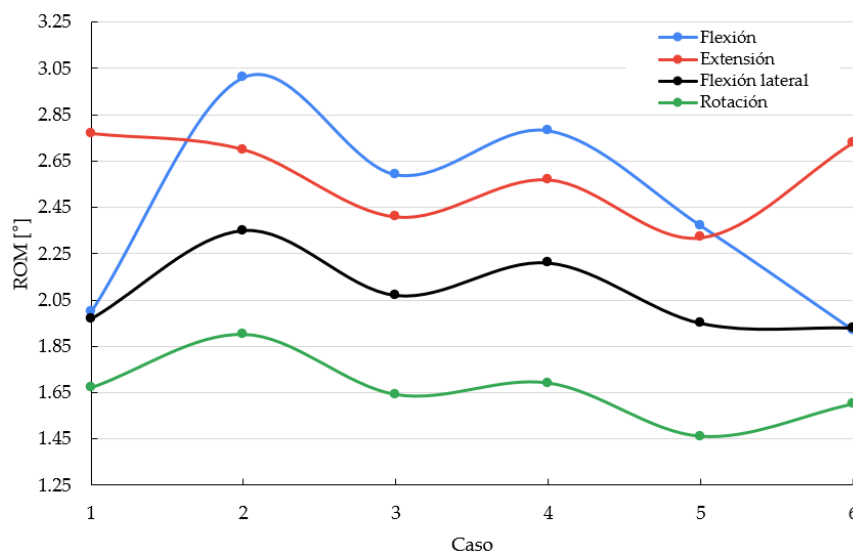


Figura 3.6: Resultados de ROM obtenidos del análisis de sensibilidad al aplicar un momento de 1 Nm.

De este modo, se pueden destacar los siguientes puntos:

- En flexión, fijar la orientación de las fibras en un valor provoca un aumento considerable del ROM (casos 1 y 6 frente a los casos 2-5), siendo mayor en el caso de escoger un ángulo de  $\pm 24^\circ$  (Caso 2), ya que se alcanzan variaciones porcentuales del orden del 50%; por su parte, aplicar un ángulo constante de  $\pm 30^\circ$  (Caso 3) reduce el ROM respecto al Caso 2, ya que las variaciones porcentuales descienden hasta un orden de 30%. Aun así, la variación es demasiado grande en ambos casos. Si, además de mantener una orientación constante de  $\pm 24^\circ$ , se mantienen constantes los coeficientes  $K_1$  y  $K_2$  (Caso 4), se logra reducir la variación porcentual del

50% anterior a un 35%, aproximadamente, lo que se traduce en que, combinando una orientación constante con la no variación de los coeficientes  $K_1$  y  $K_2$ , el ROM se aproxima más al resultado del Caso 1. Como es natural, si la orientación que se tiene es de  $\pm 30^\circ$  y se mantienen constantes los coeficientes  $K_1$  y  $K_2$  (Caso 5), se logra una mayor aproximación al ROM del Caso 1, con una variación porcentual en torno al 15%, puesto que ya se ha demostrado con el Caso 3 que un ángulo de  $\pm 30^\circ$  ofrece un comportamiento más parecido al del Caso 1. Sin embargo, una variación porcentual por encima del 10% debe ser considerada aún excesiva. Finalmente, fijando únicamente el valor del coeficiente  $K_2$  (Caso 6), puede comprobarse que el resultado es muy similar al del Caso 1, siendo la variación porcentual inferior al 6% en ambos casos.

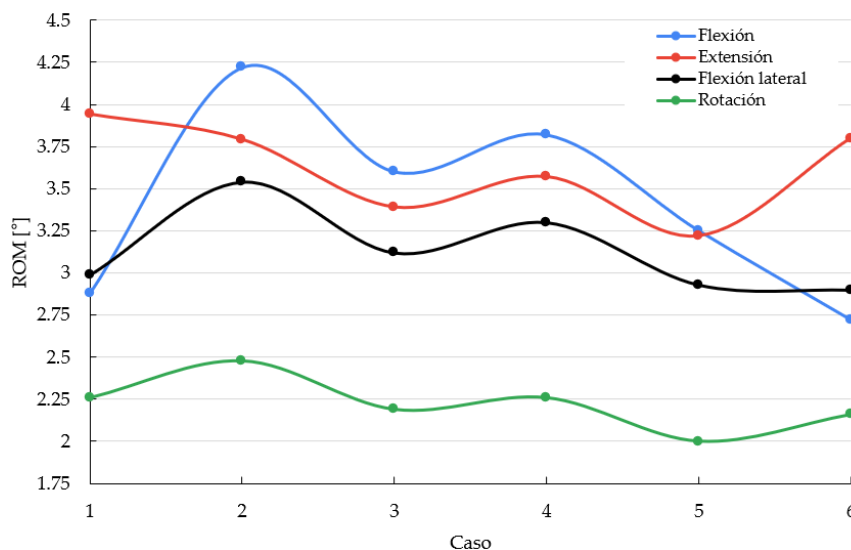


Figura 3.7: Resultados de ROM obtenidos del análisis de sensibilidad al aplicar un momento de 2.5 Nm.

- En extensión, al contrario de lo que ha sucedido en flexión, un ángulo constante de  $\pm 24^\circ$  (Caso 2) presenta un ROM más parecido al Caso 1 que una orientación fija de  $\pm 30^\circ$  (Caso 3), siendo la variación porcentual de aproximadamente el 2% para el primero y del 13% para el segundo. Además, en este caso mantener constantes los coeficientes  $K_1$  y  $K_2$  también empeora los resultados, puesto que la variación aumenta hasta alrededor del 8% en el Caso 4 y el 17% en el Caso 5. De este modo, puede observarse que el efecto que provoca cada uno de los parámetros estudiados al estar fijo es justo el contrario que se ha observado en flexión. En cambio, mantener fijo el coeficiente  $K_2$  (Caso 6) ofrece un muy buen resultado, con una variación inferior al 4%. Trabajando en extensión, es destacable que todos los ROM obtenidos en los distintos casos son inferiores al del Caso

- 1, lo que quiere decir que las modificaciones efectuadas provocan una rigidización del modelo original.
- En flexión lateral, se puede observar un comportamiento similar al ya explicado en flexión, aunque con este esfuerzo todas las variaciones del ROM son menores. Algo reseñable en este escenario, es que el Caso 5 genera un ROM inferior al del Caso 1, lo que se traduce en que, al igual que ha ocurrido en extensión, esta modificación provoca que el modelo se vuelva más rígido. Tal y como ha pasado en flexión y extensión, el ROM del Caso 6 es próximo al del Caso 1, con variaciones inferiores al 4%.
  - En rotación, hay un nuevo escenario. Mantener la orientación fija con un valor de  $\pm 24^\circ$  (Caso 2) aumenta el ROM del modelo, con una variación obtenida del orden del 10%. En cambio, un valor constante de  $\pm 30^\circ$  (Caso 3) reduce el ROM, o lo que es lo mismo, rigidiza el modelo, con una pequeña variación inferior al 4%. En el caso de combinar una orientación de  $\pm 24^\circ$  y coeficientes constantes (Caso 4), prácticamente se consiguen los mismos resultados que con el modelo original (Caso 1). Si dicho ángulo pasa a ser de  $\pm 30^\circ$  (Caso 5), la rigidización obtenida es excesiva, con variaciones porcentuales superiores al 10%. Con el coeficiente  $K_2$  constante (Caso 6), se obtienen buenos resultados de ROM, cuyas variaciones no son superiores al 5%.

De estas observaciones, se puede deducir que en los cuatro momentos aplicados hay una modificación que no supone un cambio sustancial en los resultados: mantener el parámetro  $K_2$  constante. Esto se traduce en que los dos parámetros responsables de la variación radial y circunferencial de  $K_2$ ,  $k_{2r}$  y  $k_{2c}$ , pueden omitirse en el proceso de calibración.

En cambio, suprimir la variación radial o circunferencial del parámetro  $K_1$ , así como la variación circunferencial de la orientación de las fibras, se traduce en cambios importantes en el ROM del AF en al menos uno de los esfuerzos calculados. Esto, teniendo en cuenta que se quiere obtener un único modelo capaz de calcular el comportamiento del AF para cualquier tipo de movimiento, es inadmisibile. Por ende, estos parámetros deben conservar sus variaciones radiales y/o circunferenciales, y los parámetros encargados de dichas variaciones no se pueden eliminar del proceso de calibración.

Para concluir este análisis de sensibilidad, se puede decir que el resultado ha sido beneficioso, ya que se ha visto que pueden eliminarse dos parámetros del proceso de calibración, pasando de tener un cálculo con 9 incógnitas a uno con 7, algo que puede permitir una agilización del proceso.

### 3.3 Resultados

A continuación, se muestra en la figura 3.8 la comparación entre los resultados del cálculo numérico y los experimentales extraídos de la literatura [14]. En el caso de que se desee consultar los valores numéricos exactos, éstos aparecen en el *Anexo II. Resultados numéricos*.

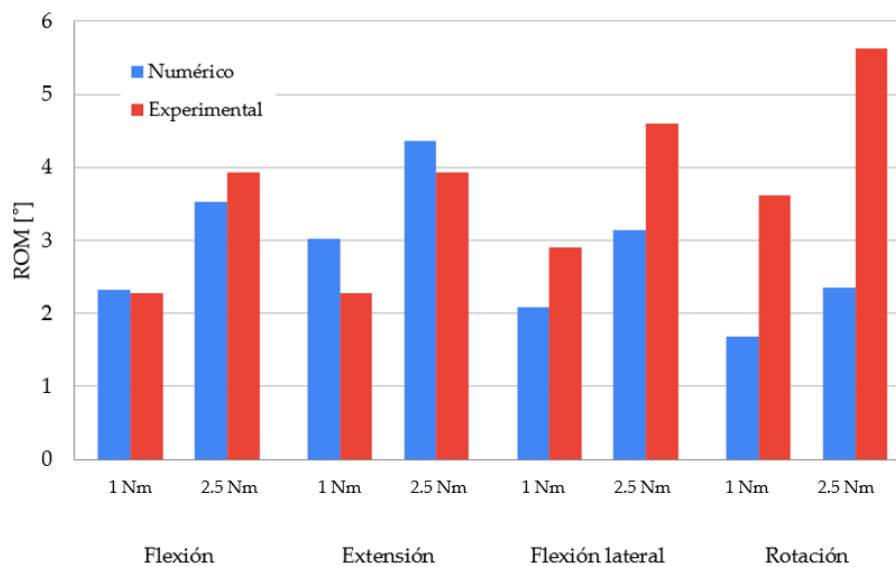


Figura 3.8: Comparación entre los resultados numéricos y experimentales del ROM obtenido para un momento de flexión, extensión, flexión lateral y rotación de 1 Nm y 2.5 Nm, respectivamente.

A la vista de la figura 3.8, se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- En el caso de flexión a 1 Nm, la variación porcentual entre el ROM experimental y el computacional es del 2%, siendo mayor éste último. Sin embargo, al aumentar el momento a 2.5 Nm, las diferencias se acusan hasta alcanzar un 10%, pero presentando un comportamiento inverso, puesto que el ROM experimental supera al numérico.
- En extensión, el ROM numérico es siempre superior al experimental, siendo la variación porcentual del 33% para 1 Nm y de un 11 % para 2.5 Nm.
- En flexión lateral, el ROM experimental es superior al numérico en los dos casos estudiados, mostrando una variación porcentual aproximada del 30% en ambos casos.
- En rotación, el ROM experimental es muy superior al numérico, siendo en ambos casos la variación porcentual aproximadamente del 55%.

A la vista de este análisis, se puede concluir que, a pesar de haber seleccionado cuidadosamente el elemento más idóneo para este estudio no existe una buena

correspondencia entre los resultados numéricos y los experimentales extraídos de la bibliografía, por lo que, si se toman como referencia dichos valores, no pueden considerarse extensibles las propiedades del AF del segmento lumbar al torácico, alineándose estos resultados con otros presentes en la literatura [6].

La no correspondencia entre los resultados numéricos y experimentales puede achacarse a que no se están comparando casos equivalentes, puesto que la UVF calculada numéricamente es la T7-T8, mientras que experimentalmente se ha estudiado la UVF T6-T7 (no hay datos experimentales de la UVF T7-T8 en la literatura). Además, como se ha podido comprobar al hacer el análisis de sensibilidad, a excepción del coeficiente  $K_2$ , el modelo sufre variaciones importantes en sus resultados al variar cualquiera de los parámetros restantes. Esto es especialmente importante teniendo en cuenta que la calibración de las propiedades lumbares se ha efectuado para casos superiores de carga que los que se están contemplando en el presente trabajo (hasta 10 Nm) [6]. Por ello, es muy probable que las propiedades del material varíen si se realiza la calibración para una carga máxima de 2.5 Nm, y, por consiguiente, que los resultados cambien notablemente debido a la gran sensibilidad del modelo ante la modificación de sus parámetros.

En el siguiente capítulo se estudia el comportamiento de una UVF completa con el objetivo de analizar la extensibilidad de las propiedades del resto de tejidos blandos que constituyen el modelo.

## 4. MODELO COMPUTACIONAL DE UNA UVF TORÁCICA CON PROPIEDADES LUMBARES

En el capítulo anterior se ha explicado detalladamente cómo obtener un modelo computacional en el que se incluye exclusivamente el AF.

En este capítulo, se describe la construcción de un modelo de elementos finitos de la UVF T7-T8 en el que se incluye el modelo de dicho AF. Posteriormente, se detallan los resultados obtenidos.

### 4.1 Definición del modelo

#### 4.1.1 Obtención de la geometría

En la figura 4.1 puede observarse la UVF estudiada, con todos los elementos que la conforman.

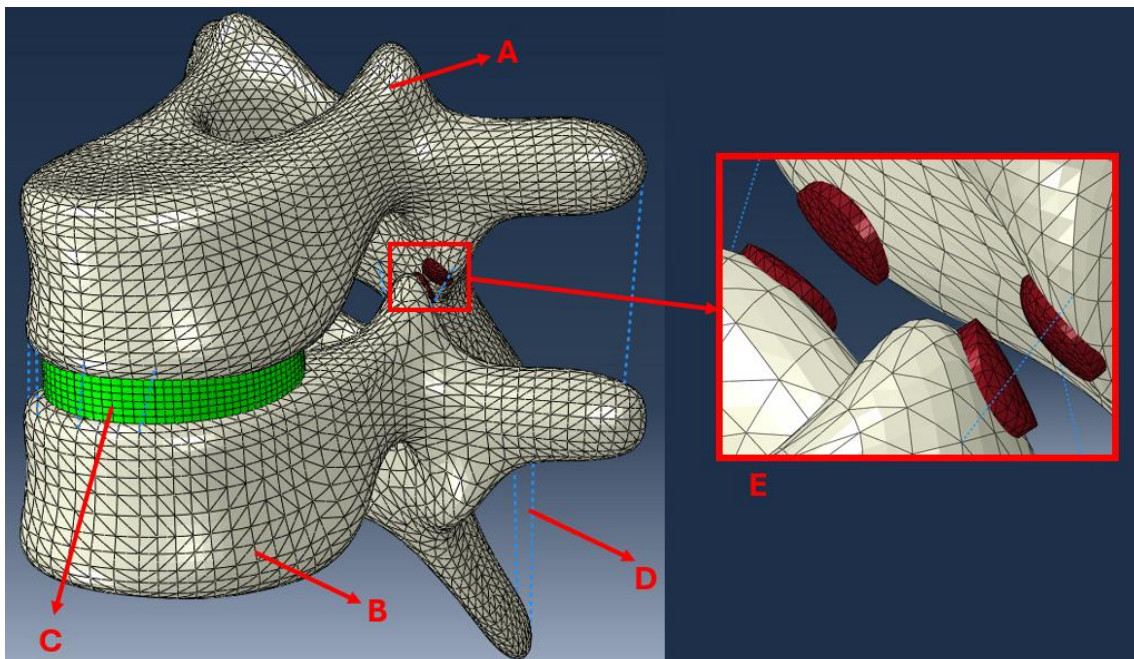


Figura 4.1: Representación de la UVF. (A) Vértebra T7. (B) Vértebra T8. (C) AF. (D) Ligamento. (E) Facetas.

La geometría del AF se ha obtenido mediante un proceso de segmentación a partir de la imagen médica obtenida con una resonancia magnética. Por su parte, la geometría de la vértebras se ha obtenido mediante el mismo proceso, pero partiendo de las imágenes resultantes de una tomografía axial computarizada (TAC). El post-procesado de la geometría de las vértebras se ha llevado a cabo de la misma forma que en el caso del AF. Una vez obtenida la geometría de la superficie exterior del hueso cortical de las vértebras, se ha obtenido la geometría

del hueso trabecular. Para ello, se ha partido el volumen obtenido, obteniendo por separado el arco neural y el cuerpo vertebral. Posteriormente, se ha escalado el cuerpo vertebral con un factor de 0.90, dando lugar a la geometría del hueso trabecular. Por su parte, para obtener el hueso cortical, se ha importado a *Abaqus*® la geometría de la vértebra completa y la del hueso trabecular y se ha ejecutado una resta booleana para eliminar de la vértebra el volumen correspondiente al hueso trabecular.

En la figura 4.2 puede observarse una sección sagital de la UVF en la que se aprecia la capa de hueso cortical (figura 4.2 A) y la de hueso trabecular (figura 4.2 B). Como puede verse, el arco vertebral está íntegramente compuesto por hueso cortical.

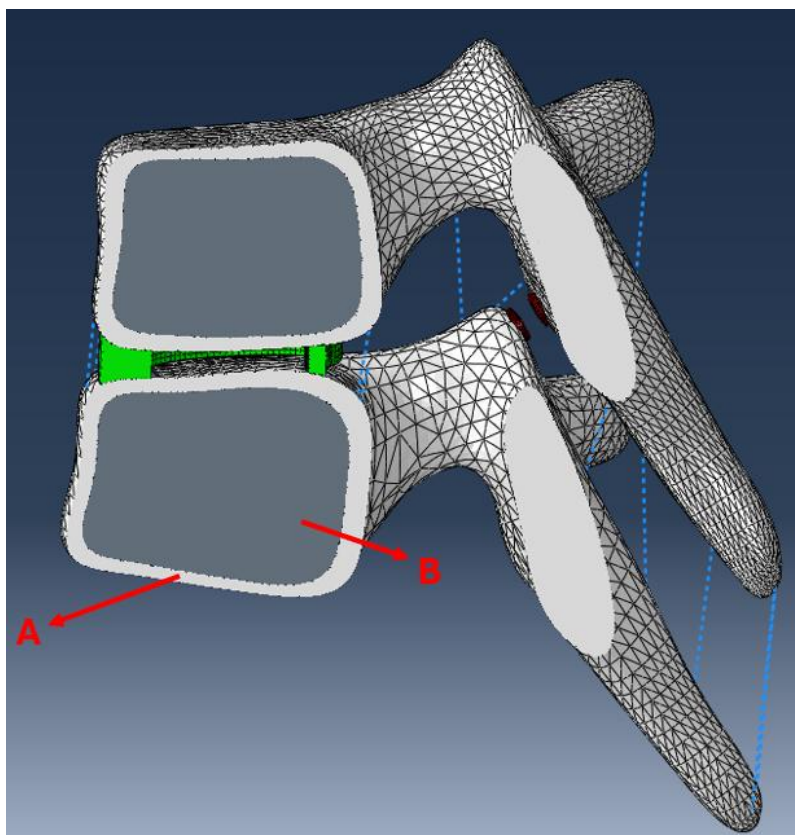


Figura 4.2: Sección de la UVF. (A) Hueso cortical. (B) Hueso trabecular.

Las facetas articulares se han modelado como sólidos según aspectos geométricos que se corresponden con la anatomía particular del modelo disponible. Sus dimensiones se corresponden con lo consultado en la literatura (véase [20, 21, 22]).

#### 4.1.2 Definición de los materiales

Para obtener el modelo de la UVF completa, se ha partido del generado en el capítulo previo que incluye únicamente el AF. Por tanto, el modelo de material

que se ha definido para el AF (HGO) es el mismo que ya se ha explicado en el capítulo anterior, y cuyas propiedades se recogen en la previa tabla 3.2.

En cuanto a las vértebras, hay que hacer distinción entre las propiedades asignadas al hueso cortical y al trabecular:

- En el caso del hueso cortical (y el arco posterior), se ha definido como un material elástico con un módulo de elasticidad  $E = 22000 \text{ MPa}$  y un módulo de Poisson  $\nu = 0.484$  [5].
- Por su parte, el hueso trabecular ha sido modelado también como un material elástico, pero con propiedades  $E = 200 \text{ MPa}$  y  $\nu = 0.45$  [5].

Respecto a los ligamentos, han sido modelados como cables de rigidez no lineal de sólo tracción con las propiedades que se muestran en la tabla 4.1, donde se puede apreciar que la evolución de la rigidez es diferente para cada tipo de ligamento. Dichas curvas han sido obtenidas mediante un ajuste gaussiano por mínimos cuadrados [23, 24] de varias curvas lineales procedentes de diversos estudios experimentales.

Tabla 4.1: Puntos de las curvas tensión-deformación ( $\sigma - \epsilon$ ) de los ligamentos longitudinal anterior (ALL), longitudinal posterior (PLL), intertransverso (ITL), supraespinoso (SSL), flavo (FLA), capsular facetario (FCL) e interespinoso (ISL). [23, 24]

ALL/PLL/ITL/SSL		FLA		FCL		ISL	
$\sigma$ [MPa]	$\epsilon$	$\sigma$ [MPa]	$\epsilon$	$\sigma$ [MPa]	$\epsilon$	$\sigma$ [MPa]	$\epsilon$
0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
1.0	0.150	1.0	0.350	1.0	0.240	1.0	0.170
1.5	0.180	1.5	0.400	1.5	0.280	2.0	0.295
2.5	0.220	2.5	0.450	2.5	0.315	3.0	0.390
5.0	0.250	5.0	0.520	5.0	0.350	4.0	0.490
7.5	0.270	7.5	0.550	7.5	0.380	5.0	0.560
10.0	0.285	10.0	0.575	10.0	0.390	5.6	0.600

En la figura 4.3 puede observarse claramente la no linealidad de la rigidez de los ligamentos.

A la hora de definir las curvas que describen las rigideces de los ligamentos en *Abaqus*® ha sido preciso ejecutar un paso previo: el software trabaja con curvas fuerza-desplazamiento, por lo que las curvas representadas en la figura 4.3 han sido transformadas para poder ser introducidas en *Abaqus*®. Como bien es sabido, para transformar la tensión en fuerza, se requiere la sección del ligamento; para la deformación, se necesita la longitud inicial. Dichos datos se recogen para cada ligamento en la tabla 4.2 (datos extraídos de [24, 25]). Asimismo, en dicha tabla se recoge el número de muelles empleados para cada

tipo de ligamento. Se han modelado varios muelles porque en la realidad no son elementos unidimensionales, sino que constituyen bandas.

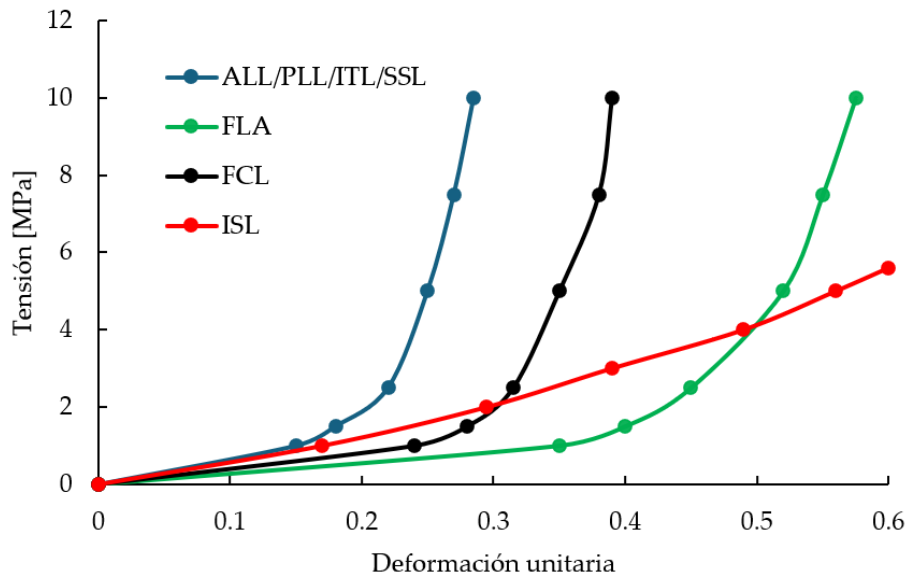


Figura 4.3: Curvas tensión-deformación ( $\sigma - \epsilon$ ) de los ligamentos longitudinal anterior (ALL), longitudinal posterior (PLL), intertransverso (ITL), supraespinoso (SSL), flavo (FLA), capsular facetario (FCL) e interespinoso (ISL).

Tabla 4.2: Dimensiones de los ligamentos [24, 25] y número de muelles definidos para cada tipo.

Ligamento	Sección [mm <sup>2</sup> ]	Longitud inicial [mm]	Nº de elementos
ALL	38	5.360	4
PLL	17	4.929	2
ITL	6	18.359	2
FLA	67	24.832	2
ISL	35	5.541	2
SSL	30	25.588	3
FCL	70	2.799	2

A partir de los datos recogidos en las tablas 4.1 y 4.2 se han obtenido las curvas fuerza-desplazamiento (figura 4.4), cuyos puntos pueden verse en la tabla 4.3.

Tabla 4.3: Puntos de las curvas fuerza-desplazamiento de los ligamentos longitudinal anterior (ALL), longitudinal posterior (PLL), intertransverso (ITL), supraespinoso (SSL), flavo (FLA), capsular facetario (FCL) e interespinoso (ISL).

ALL		PLL		ITL		SSL	
F [N]	u [mm]	F [N]	u [mm]	F [N]	u [mm]	F [N]	u [mm]
0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
38.0	0.804	17.0	0.739	6.0	2.754	30.0	3.838
57.0	0.965	25.5	0.887	9.0	3.305	45.0	4.606
95.0	1.179	42.5	1.084	15.0	4.039	75.0	5.629

ALL		PLL		ITL		SSL	
$F$ [N]	$u$ [mm]	$F$ [N]	$u$ [mm]	$F$ [N]	$u$ [mm]	$F$ [N]	$u$ [mm]
190.0	1.340	85.0	1.232	30.0	4.589	150.0	6.397
285.0	1.447	127.5	1.331	45.0	4.957	225.0	6.909
380.0	1.528	170.0	1.405	60.0	5.232	300.0	7.293

FLA		FCL		ISL	
$F$ [N]	$u$ [mm]	$F$ [N]	$u$ [mm]	$F$ [N]	$u$ [mm]
0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
67.0	8.691	70.0	0.672	35.0	0.942
100.5	9.933	105.0	0.783	70.0	1.635
167.5	11.174	175.0	0.882	105.0	2.161
335.0	12.913	350.0	0.979	140.0	2.715
502.5	13.658	525.0	1.064	175.0	3.103
670.0	14.278	700.0	1.092	196.0	3.325

Por tanto, las curvas que se han introducido en *Abaqus*® para definir el material de los ligamentos han sido las mostradas en la figura 4.4.

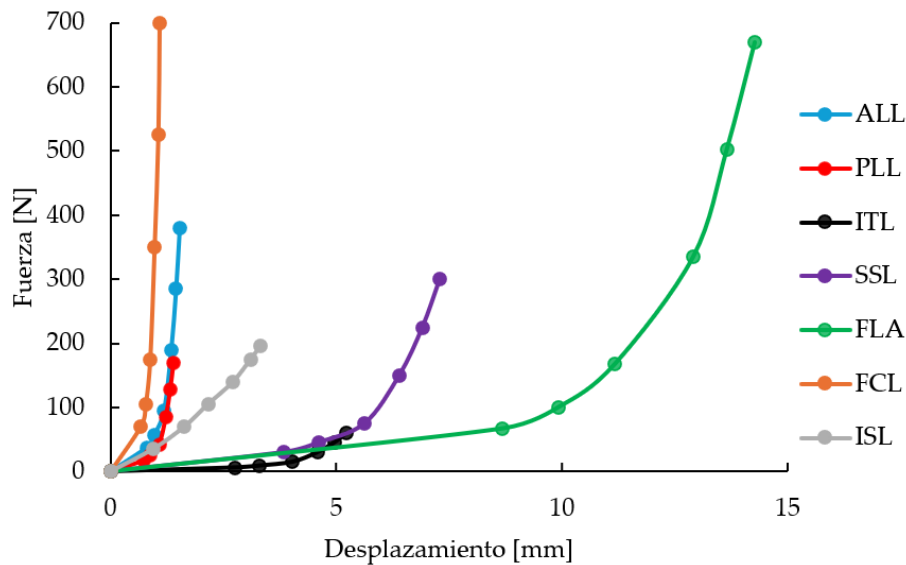


Figura 4.4: Curvas fuerza-desplazamiento de los ligamentos longitudinal anterior (ALL), longitudinal posterior (PLL), intertransverso (ITL), supraespinoso (SSL), flavo (FLA), capsular facetario (FCL) e interespinoso (ISL).

Respecto al NP, se ha tratado como un fluido incompresible. Por tanto, se ha creado una cavidad hueca delimitada por el AF y las dos vértebras, tal y como puede verse en la figura 4.5, con la intención de aplicar la herramienta *fluid cavity* de *Abaqus*®. Es imprescindible que el recinto al que se asigna la propiedad de fluido incompresible esté completamente cerrado, de ahí la necesidad de haber hecho la resta booleana del AF con cada vértebra para asegurar que se cumple esta condición. A dicha cavidad se le han asignado las propiedades del agua, es

decir, una densidad de  $1000 \text{ kg/m}^3$  y un módulo de compresibilidad de  $2200 \text{ MPa}$ .

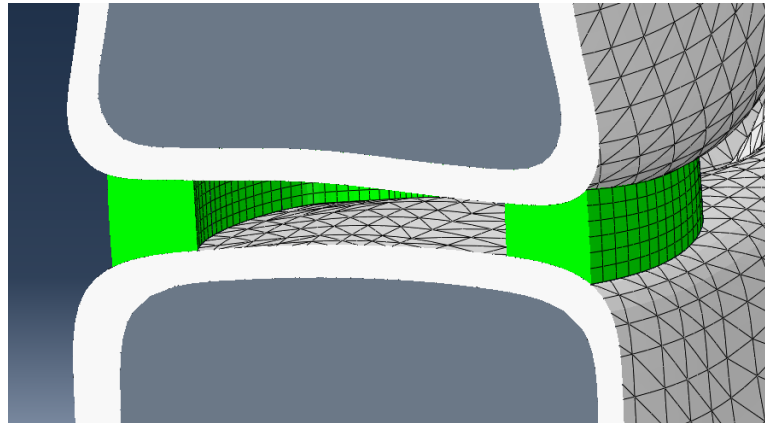


Figura 4.5: Sección de la UVF en la que se puede apreciar la cavidad correspondiente al NP.

Por último, para definir el material de las facetas articulares se ha empleado el modelo de material hiperelástico neo-Hookeano con coeficientes  $C_{10} = 50.12 \text{ MPa}$  y  $D = 0$  [5].

#### 4.1.3 Definición de las condiciones de contorno

Al igual que ha ocurrido con el modelo del AF, se han aplicado las condiciones de contorno necesarias para replicar el trabajo experimental de referencia [14]. La diferencia en este caso radica en los nodos que han sido acoplados a los puntos RP-2 y RP-3 (estos dos puntos tienen las mismas coordenadas que en el caso anterior):

- El acoplamiento con el punto RP-2 (transmisión del momento) se ha realizado con los nodos pertenecientes a la cara superior de la vértebra T7.
- El acoplamiento con el punto RP-3 (condición de empotramiento) se ha efectuado con los nodos incluidos en la cara inferior de la vértebra T8.

También se han definido varias restricciones de atado (*tie constraint*), lo que quiere decir que las superficies en contacto afectadas por dicha restricción permanecen unidas a lo largo de toda la simulación, sin que exista movimiento relativo entre ellas. Dichas restricciones han sido:

- Entre la cara superior del AF y la cara inferior de la vértebra T7.
- Entre la cara inferior del AF y la cara superior de la vértebra T8.
- Entre las vértebras y cada una de las facetas articulares (4 restricciones en total).

Por su parte, se han definido dos contactos entre las parejas de facetas que están enfrentadas, así como uno entre los arcos neurales de las dos vértebras. En estos

contactos se ha definido una sobrepresión dura, lo que quiere decir que se minimiza todo lo posible la penetración de una superficie dentro de la otra.

#### 4.1.4 Obtención de la malla

En el capítulo anterior se ha obtenido la malla ideal para el AF, que garantiza unos resultados fiables de ROM con un tiempo razonable de cálculo. Dicha malla se ha mantenido para el modelo de la UVF, en el que ha sido necesario mallar las vértebras (tanto el hueso cortical como el trabecular) y las facetas articulares.

Para el hueso cortical (figura 4.6), se han seleccionado elementos tetraédricos debido a su flexibilidad para adaptarse a geometrías complejas, siendo habitual su uso en la literatura [10, 13]. En cuanto al tamaño, se ha decidido que sea el doble del de la malla del AF, es decir,  $1.6\text{ mm}$ . Esto es debido a que la vértebra es un elemento mucho más rígido que el AF y su ROM es despreciable frente al de este último. Por eso, se ha seleccionado un tamaño más grande, que permite aligerar considerablemente el proceso de cálculo y no afecta negativamente a los resultados obtenidos.

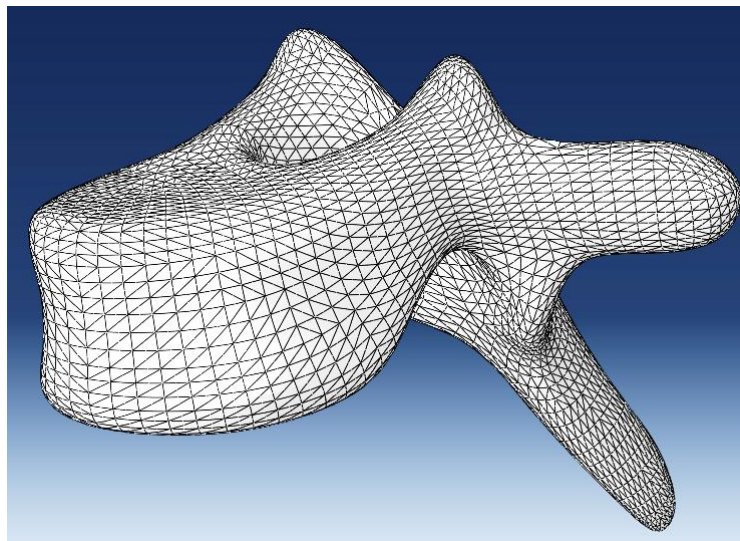


Figura 4.6: Malla obtenida para las vértebras (hueso cortical).

En el caso del hueso trabecular (figura 4.7), se ha generado la misma malla que para el hueso cortical por las mismas razones, además de para garantizar que existe compatibilidad entre las mallas de ambos componentes.

Por último, las facetas (figura 4.8) han sido malladas con elementos tetraédricos por el mismo motivo que las vértebras: su gran adaptabilidad a todo tipo de geometrías. En cuanto al tamaño, se ha seleccionado un tamaño igual a la mitad del de los elementos del AF ( $0.4\text{ mm}$ ). Se ha tomado esta decisión siguiendo las pautas que se indican en la literatura [63]. En cualquier caso, esta decisión no

afecta al proceso de computación, porque con las cargas que se le han aplicado al modelo no llegan a contactar las facetas entre ellas.

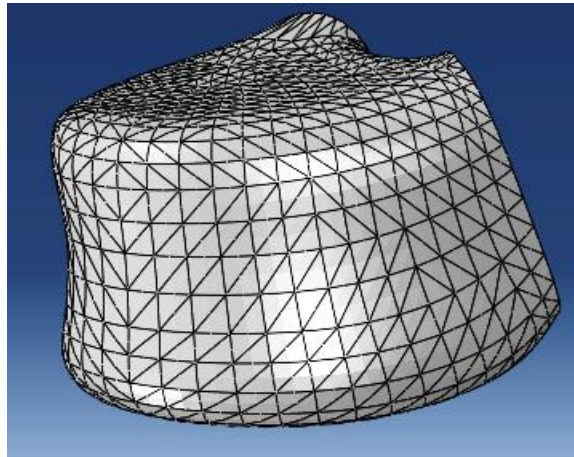


Figura 4.7: Malla obtenida para las vértebras (hueso trabecular).

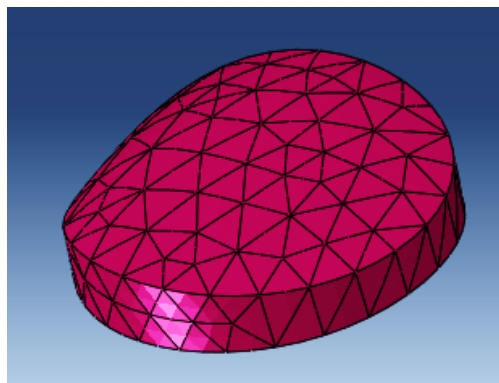


Figura 4.8: Malla obtenida para las facetas articulares.

#### 4.1.5 Casos de estudio

Con el modelo descrito en los apartados anteriores, se ha ejecutado un cálculo numérico que ha tenido por objetivo recrear el proceso de resección paso a paso llevado a cabo en el artículo de referencia [14]. De este modo, se han ido resecando los ligamentos pertinentes y, llegado el momento, se han eliminado los elementos de la UVF correspondientes al arco neural, quedando el modelo tal y como se ilustra en la figura 4.9.

En resumen, se han ejecutado nueve modelos diferentes<sup>a</sup>: modelo con todas las estructuras que lo componen intactas (Intacto), modelo sin los ligamentos supraespinosos (Sin SSL), modelo sin los ligamentos interespinosos (Sin ISL),

<sup>a</sup> Las modificaciones se han hecho siguiendo el orden especificado en este párrafo y han sido acumulativas. Es decir, por ejemplo, el modelo sin ligamentos flavos (Sin FLA) no tiene ligamentos supraespinosos (SSL), interespinosos (ISL) ni flavos (FLA).

modelo sin los ligamentos flavos (Sin FLA), modelo sin los ligamentos capsulares facetarios (Sin FCL), modelo sin el arco vertebral (Sin AV), modelo sin los ligamentos longitudinales posteriores (Sin PLL), modelo sin los ligamentos longitudinales anteriores (ALL) y modelo sin el NP (Sin NP).

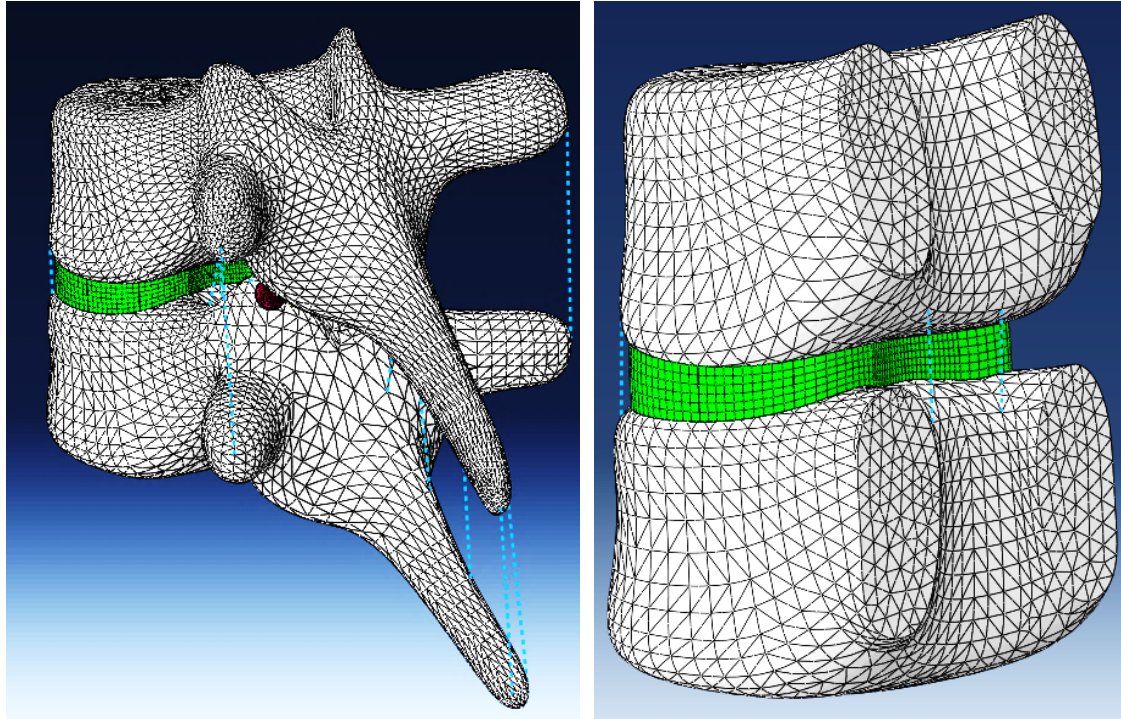


Figura 4.9: Modelo de la UVF antes (izquierda) y después (derecha) de la supresión del arco neural.

A continuación, se ha obtenido el ROM para cada uno de los cuatro movimientos de la columna (flexión, extensión, flexión lateral y rotación) al aplicar sendos momentos de  $1\text{ Nm}$  y  $2.5\text{ Nm}$  en cada uno de los modelos creados.

## 4.2 Resultados

### 4.2.1 Rango de movimiento (ROM)

Los resultados obtenidos aparecen representados en las figuras 4.10 a 4.13. En dichas figuras, se muestran los valores de ROM numéricos y experimentales obtenidos al aplicar un momento de  $1\text{ Nm}$  y  $2.5\text{ Nm}$ , respectivamente, así como la variación porcentual del ROM obtenido en una fase respecto a la anterior (empezando por el modelo Intacto). Además, si se desea ver los valores numéricos exactos, éstos se recogen en las tablas A.7 y A.8 del *Anexo II. Resultados numéricos*. La razón de haber incluido las variaciones porcentuales ha sido para facilitar la comprensión de cómo influye cada paso de la resección en la variación del ROM.

Viendo los resultados de flexión (figura 4.10), puede verse que, inicialmente, existe cierta correspondencia entre el ROM numérico y el experimental (variación del 14% para 1 Nm y del 1% para 2.5 Nm, respecto a los resultados experimentales). Sin embargo, tras las sucesivas supresiones de los ligamentos SSL, ISL, FLA y FCL, los desajustes entre el ROM experimental y el numérico experimentan un aumento, siendo el caso más destacable el del modelo sin FCL, con una variación del 89% para 1 Nm y del 31% para 2.5 Nm respecto a los resultados experimentales. Al eliminar el arco vertebral, en cambio, ocurre un punto de inflexión en esta tendencia incremental, viéndose reducida la variación al 46% y al 11%, respectivamente. A partir de esta modificación, se va reduciendo paulatinamente la variación porcentual, estableciéndose finalmente en torno al 3% para 1 Nm y al 9% para 2.5 Nm. Es de destacar que, en el caso del momento menor, la variación es negativa, lo que quiere decir que el ROM experimental es superior al numérico; por el contrario, el momento mayor genera una variación positiva, que se traduce en un ROM numérico mayor que el experimental.

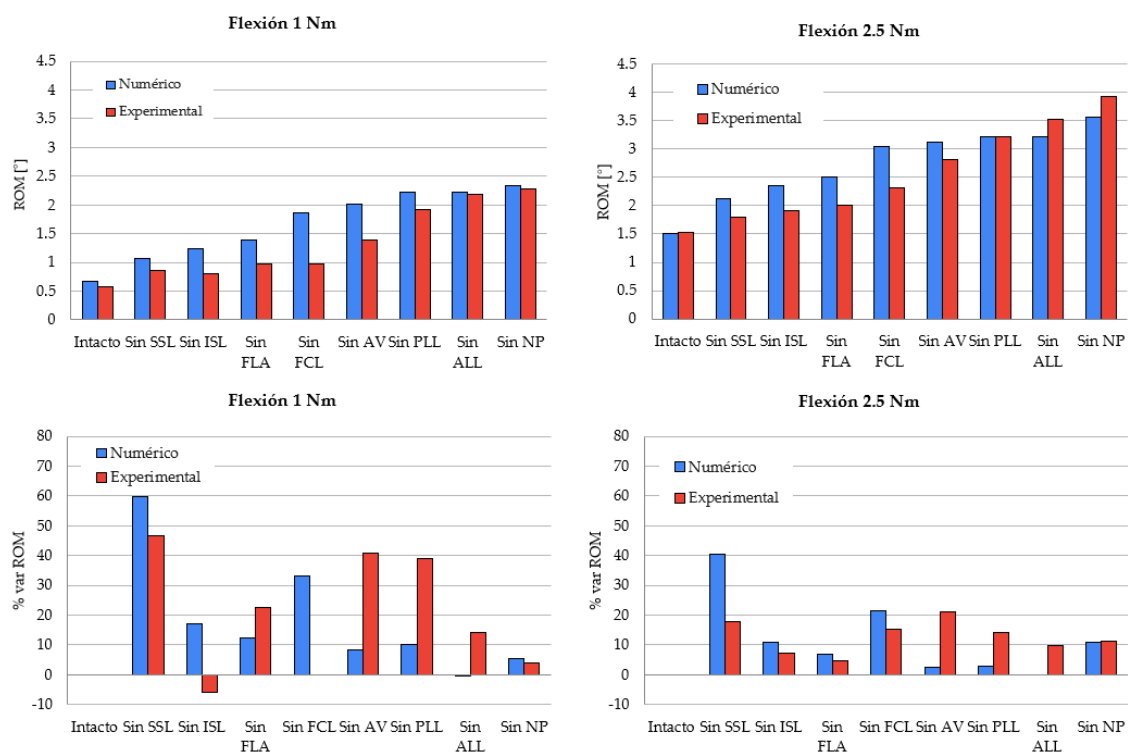


Figura 4.10: Comparación entre el ROM numérico y experimental (arriba) y variación porcentual de cada fase respecto a la anterior (abajo) a lo largo de todo el proceso de resección, para cada momento de flexión.

Respecto a la contribución de cada componente de la UVF, puede verse que, en general, las variaciones del ROM numérico y experimental son más parecidas al aplicar 2.5 Nm. Con ambos momentos, el hecho de eliminar el ligamento SSL genera una gran variación en el ROM, tanto numérico como experimental, para los dos momentos estudiados. Esto indica la gran influencia que tiene el SSL en

flexión. Es de destacar el caso Sin ISL experimental, en el que al resecar este ligamento se rigidiza el modelo (variación porcentual negativa), algo completamente ilógico, por lo que este resultado refleja algún error durante el proceso de toma de datos. Cuando se elimina el arco vertebral, la variación experimental es muy superior a la numérica, de lo que se puede deducir que en el modelo experimental se produce contacto entre las facetas articulares mientras que en el numérico no se da esta situación. Además, todo parece indicar que en el modelo experimental se han incluido las uniones costovertebrales, que no se han modelado en el caso numérico, y *a priori* no se esperaba una influencia tan grande de este elemento en flexión. Analizando el caso Sin ALL, es llamativo que en el modelo experimental se produzca variación en el ROM al eliminar este ligamento, puesto que no trabaja al aplicar un momento de flexión a la UVF. En el último paso de la resección (al eliminar el NP) vuelven a ser parecidas las variaciones numéricas y experimentales, lo que indica la bondad del modelo definido para el NP.

De forma general, las diferencias encontradas entre las variaciones porcentuales experimentales y computacionales para el caso de 1 Nm son mayores que para el caso de 2.5 Nm. La razón de esta variación en los resultados del proceso de resección puede residir en el proceso de calibración para obtener las propiedades del AF y en las variaciones en las propiedades mecánicas de las estructuras ligamentosas entre el segmento lumbar y el torácico.

Respecto a los parámetros del modelo de material HGO, ya se ha comentado que han sido obtenidas mediante un proceso de calibración a partir de datos experimentales del segmento lumbar para niveles de carga superiores (hasta 10 Nm), por lo que la calibración de estas propiedades podría estar sesgada por tener que satisfacer casos de carga mayores. A 1 Nm, los ligamentos involucrados en el movimiento apenas presentan deformación al tratarse de una carga baja, por lo que la mayor parte de ésta se produce como resultado del acúñamiento del DIV. Por lo tanto, si los parámetros del material que modelan el comportamiento de esta estructura no son extensibles de la parte lumbar a la torácica, tal y como se ha visto en estudios anteriores [6], es lógico que las diferencias encontradas a 1 Nm sean más acusadas que a 2.5 Nm.

Por su parte, los ligamentos poseen propiedades que proceden asimismo del segmento lumbar. No se conocen estudios que hayan cuantificado cómo varía la sección y las propiedades de los ligamentos a lo largo de los tres segmentos vertebrales. Esto hace pensar que las propiedades de los ligamentos del sector lumbar no son tampoco extensibles a la región torácica.

Sin embargo, las diferencias encontradas en los modelos Intacto y Sin NP son menores que en el resto de los pasos de la resección. Esto hace pensar que las rigideces de los ligamentos están subestimadas, ya que, cuando el ROM se debe exclusivamente al AF, las diferencias se reducen. Esto apoya aún más la hipótesis anterior, evidenciándose la necesidad de calibrar también las propiedades de los ligamentos para cada segmento a analizar para flexión.

En el caso de la extensión (figura 4.11) se aprecia un comportamiento diferente: el modelo numérico apenas experimenta cambios en sus resultados, presentando prácticamente el mismo ROM hasta la supresión del ligamento ALL. En cambio, el ROM experimental sí va aumentando progresivamente, por lo que, en este caso, la variación porcentual respecto a los resultados numéricos disminuye considerablemente, pasando del 306% al 33% para 1 Nm y del 143% al 12% para 2.5 Nm. A diferencia de lo observado en flexión, en extensión siempre son negativas las variaciones porcentuales, lo que indica que en todas las situaciones calculadas el ROM numérico es superior al experimental.

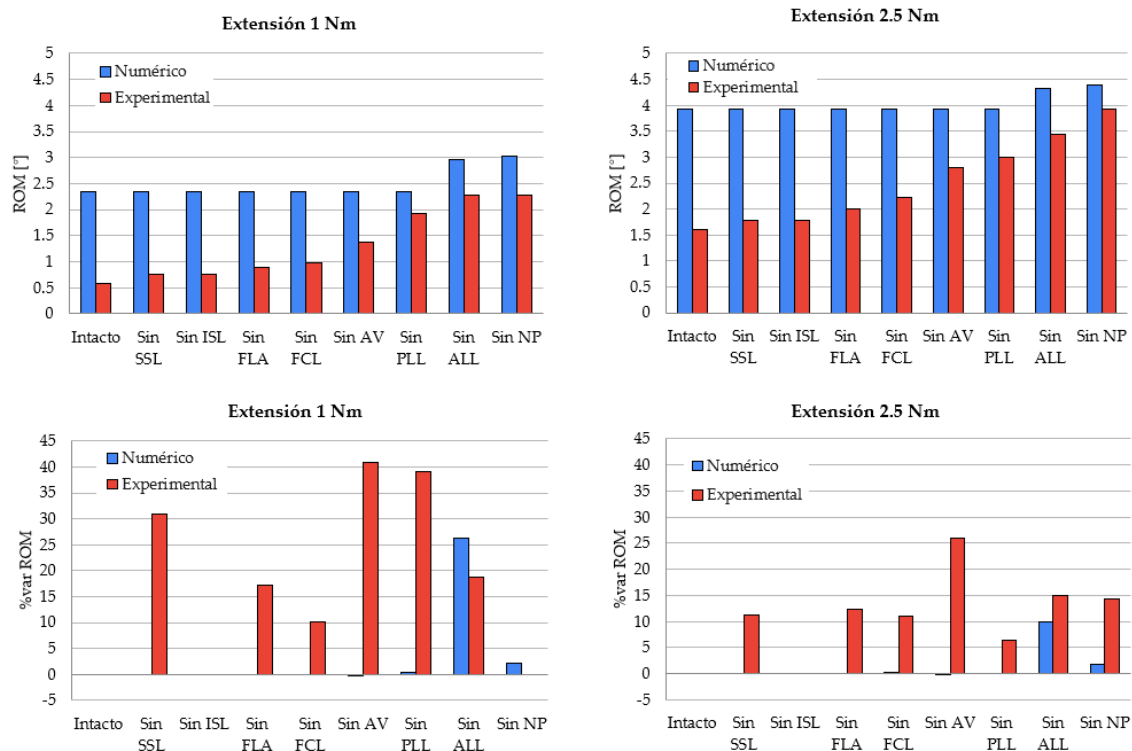


Figura 4.11: Comparación entre el ROM numérico y experimental (arriba) y variación porcentual de cada fase respecto a la anterior (abajo) a lo largo de todo el proceso de resección, para cada momento de extensión.

Observando la contribución de cada estructura por separado, queda claro que, en el modelo numérico, a excepción del ALL, ningún otro componente ejerce influencia sobre el ROM. En cambio, el ROM experimental presenta variaciones al eliminar varias estructuras que, *a priori*, cabe esperar que no trabajen a

extensión (por ejemplo, SSL o PLL). Además, el modelo experimental experimenta una gran variación porcentual al ser eliminado el arco vertebral. Si este componente ejerce tal influencia, es posible que se deba al contacto facetario, interacción que en el modelo numérico no se llega a producir. A raíz de estas discrepancias, se puede llegar a la conclusión de que la geometría de las vértebras del modelo computacional no se ha reproducido con suficiente fiabilidad, al menos en el entorno de las facetas, ya que existe una distancia excesiva entre las mismas. De nuevo, se han registrado mayores variaciones porcentuales a 1 Nm que a 2.5 Nm.

A parte de la influencia de las facetas, no se encuentra explicación para el aumento del ROM experimental en extensión conforme se resecan estructuras posteriores, puesto que dichas estructuras no trabajan en esta situación, lo que hace pensar que, durante la resección se han podido dañar estructuras circundantes que influyen sobre el ROM global.

Por otro lado, se desconoce si en el trabajo experimental [14] se ha incluido en el modelo la unión costovertebral, aunque los resultados experimentales sugieren que sí. De ser así, ésta podría estar influyendo en los resultados del ROM de cada UVF analizada, especialmente en el caso de extensión.

En cuanto a la flexión lateral (figura 4.12), sucede algo similar a lo observado con la extensión: la variación del ROM numérico es prácticamente despreciable. Este comportamiento tiene diferentes consecuencias, dependiendo del momento aplicado:

- Con 1 Nm, el modelo intacto numérico presenta una variación considerable respecto a los resultados experimentales (55%). Al ir suprimiendo los ligamentos SSL, ISL, FLA y FCL va disminuyendo esta variación (con la excepción del caso sin ISL, donde vuelve a aumentar debido a que disminuye el ROM experimental, aunque, viendo la evolución de los resultados experimentales, probablemente este resultado no sea fiable, puesto que no es lógico que en esta progresión se produzca una rigidización de la UVF al eliminar un ligamento). Al eliminar el arco neural, se produce la mayor correspondencia entre el ROM experimental y el numérico (2.5%). A partir de ahí, vuelve a aumentar la diferencia, alcanzando cotas del 27% en el último paso de la resección.
- Con 2.5 Nm, hay una gran correspondencia entre el ROM numérico y el experimental durante los cinco primeros casos (intacto, sin SSL, sin ISL, sin FLA y sin FCL), pues, ambos resultados apenas cambian, presentando una variación del 10% respecto a los resultados experimentales en el modelo intacto (ROM numérico superior al experimental) y del 2% en el

modelo sin FCL (ROM experimental superior al numérico). Esta vez, al eliminar el arco vertebral aumenta el desajuste en los resultados, subiendo hasta el 11%. A partir de este momento, esta tendencia de la variación de aumentar no cesa, hasta alcanzar el 31% en el último caso.

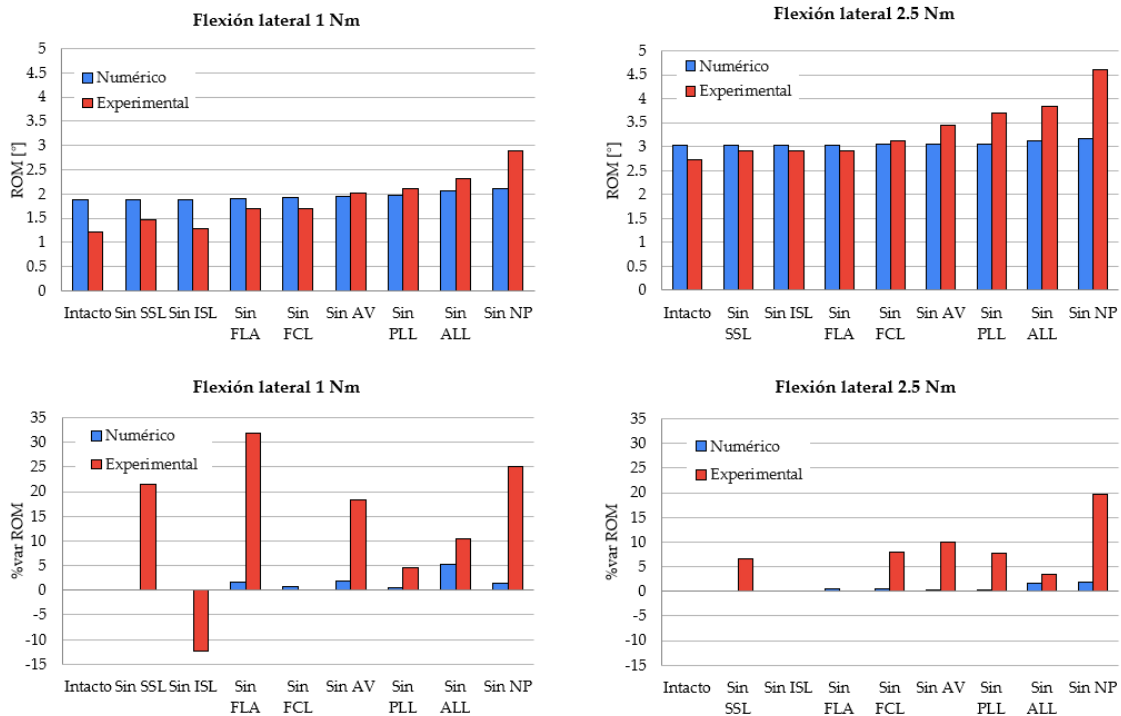


Figura 4.12: Comparación entre el ROM numérico y experimental (arriba) y variación porcentual de cada fase respecto a la anterior (abajo) a lo largo de todo el proceso de resección, para cada momento de flexión lateral.

Analizando la aportación de cada estructura, hay algunas concordancias entre el modelo numérico y experimental: las variaciones son similares al eliminar el ISL, el ALL o el FLA (no se tiene en cuenta la variación del 30% experimental para 1 Nm al ser considerado un resultado espurio, pues no tiene sentido que se rigidice la estructura al reseccionar un ligamento). Sin embargo, al eliminar el arco vertebral la variación experimental es mucho mayor a la numérica, lo que vuelve a poner de manifiesto que en el primer caso existe contacto entre las facetas. En este caso, el desajuste entre lo numérico y lo experimental en el último paso del proceso es especialmente pronunciado, siendo el AF numérico mucho más rígido que el experimental. Esto sugiere que las malas propiedades del AF son muy influyentes para flexión lateral, algo que se alinea con lo observado en el modelo del AF del capítulo anterior.

Lo más destacable de este caso es la poca variabilidad del ROM numérico, que se mantiene prácticamente nula a lo largo de todo el proceso, lo que refleja que los

ligamentos no aportan rigidez al modelo. A pesar de esto, el ROM numérico y el experimental se mueven en torno a los mismos valores (sobre todo al aplicar 2.5 Nm) hasta llegar a las fases finales del proceso de resección, produciéndose el mayor desajuste en el modelo Sin NP.

Respecto al AF, es mucho más rígido en el modelo numérico que en el experimental. De nuevo, este desajuste puede deberse a problemas en el proceso de calibración, por lo que ya se ha comentado en referencia a la carga objetivo para la que se ha realizado el proceso (10 Nm). Otro factor que hay que tener en cuenta del proceso experimental es que, para extraer el NP del interior del DIV, se ha tenido que hacer una incisión en el lado izquierdo del AF [14]. Este proceso ha podido dañar las fibras del AF en esa zona, y que esto afecte a la rigidez de la estructura, especialmente al aplicar un momento de flexión lateral.

Por último, en la rotación (figura 4.13) se mantiene la característica observada en extensión y flexión lateral: el ROM numérico apenas aumenta tras los sucesivos pasos de la resección. Con ambos momentos (1 Nm y 2.5 Nm) pasa lo mismo: desde el modelo intacto, el ROM experimental supera al numérico, siendo esta superioridad mayor conforme se avanza en el proceso. En el modelo intacto hay una variación porcentual respecto al modelo experimental del 16% para 1 Nm y del 24% para 2.5 Nm; en el modelo sin NP, del 53% para 1 Nm y del 58% para 2.5 Nm.

Viendo la influencia de cada paso de la resección, en este caso la variación numérica y experimental es muy parecida hasta que se elimina el arco vertebral. A partir de ese instante, las variaciones experimentales son mucho mayores que las numéricas. De nuevo, esta observación indica que experimentalmente se produce contacto entre las facetas, de ahí que al eliminar el arco vertebral aumente considerablemente el ROM. Además, en rotación vuelve a ser importante la presencia de las uniones costovertebrales, por lo que, si en el modelo experimental se han incluido, pueden ser una de las causas de la diferencia entre la variación numérica y la experimental.

Respecto a los ligamentos, una variación del ROM numérico prácticamente nula en todas las fases indica que estos elementos no aportan ninguna rigidez al conjunto. En cuanto al AF, se pueden observar el doble de variación en el modelo experimental en la última fase del proceso (Sin NP). Esto puede achacarse a no haber obtenido unas propiedades del material fiables a partir del proceso de calibración y a una excesiva reducción en la rigidez del AF experimental al haber ejecutado una incisión en su lado izquierdo.

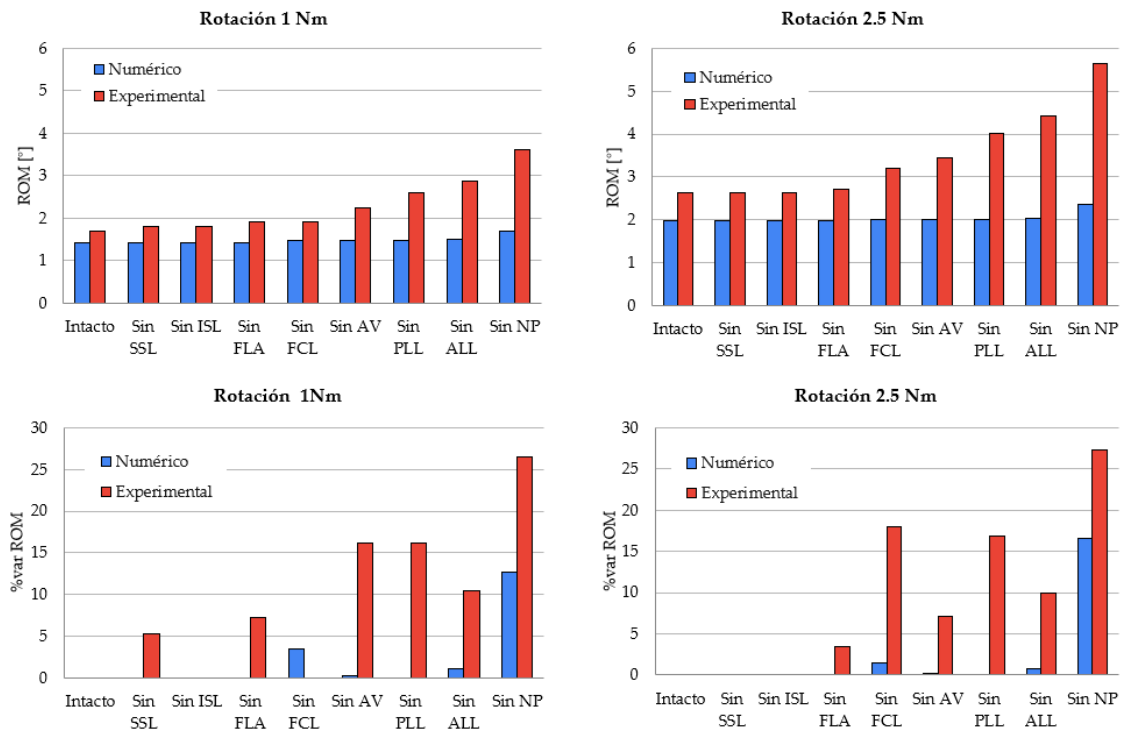


Figura 4.13: Comparación entre el ROM numérico y experimental (arriba) y variación porcentual de cada fase respecto a la anterior (abajo) a lo largo de todo el proceso de resección, para cada momento de rotación.

En definitiva, se puede resumir el análisis realizado en las siguientes ideas:

- Las propiedades del AF se han obtenido de un proceso de calibración a partir de resultados experimentales, pensando en alcanzar cargas de hasta 10 Nm en la región lumbar. Se ha comprobado que, para una carga máxima de 2.5 Nm, estas propiedades no son extensibles al segmento torácico.
- Las propiedades de los ligamentos empleadas igualmente pertenecen al segmento lumbar. Viendo que su influencia sobre el ROM es mínima en tres de los cuatro momentos estudiados, todo parece indicar que dichas propiedades tampoco son extensibles al segmento lumbar.
- La distancia de separación entre las articulaciones facetarias es demasiado grande en el modelo numérico, ya que, en el modelo experimental, la variación en el ROM parece indicar que sí existe contacto entre estas articulaciones, mientras que en el modelo numérico no existe interacción alguna entre dichos elementos. Esto es especialmente influyente en el caso de extensión.
- En el estudio numérico no se ha tenido en cuenta la unión costovertebral, mientras que en el estudio experimental no se especifica si se ha considerado o no.

- Es muy probable que el ROM experimental se haya visto afectado por los daños recibidos en algunos de sus tejidos y componentes al llevar a cabo los sucesivos pasos del proceso de resección (por ejemplo, el AF en su lado izquierdo).
- Es necesario apuntar que los resultados experimentales se han obtenido para un bajo tamaño muestral (6 especímenes cadavéricos) [14], por lo que pueden estar sesgados por la falta de datos experimentales.
- Se ha obtenido el mismo resultado en el modelo Sin NP que en el modelo que incluye únicamente el AF del capítulo anterior, lo que quiere decir que, si el objeto de estudio es el DIV, puede obviarse la modelización de las vértebras.
- La variación porcentual numérica y experimental que representa la retirada del NP es similar en flexión, pero muy diferente en el resto de casos, lo que sugiere que la calibración realizada para obtener las propiedades lumbares [10] se ha llevado a cabo sólo para flexión.

Para comprobar si mejoran los resultados de ROM al aplicar un momento más cercano a  $10\text{ Nm}$  se ha ejecutado un nuevo cálculo, aplicando esta vez un momento de  $7.5\text{ Nm}$ , para comprobar si se obtiene de este modo una mayor correspondencia entre resultados numéricos y experimentales, siendo esto últimos los extraídos de [52].

Los resultados de este nuevo cálculo pueden consultarse en la figura 4.14 (ver valores numéricos en el *Anexo II. Resultados numéricos*). Es preciso indicar que, en este caso, únicamente se ha ejecutado el cálculo con el modelo de la UVF completa, es decir, con el modelo intacto.

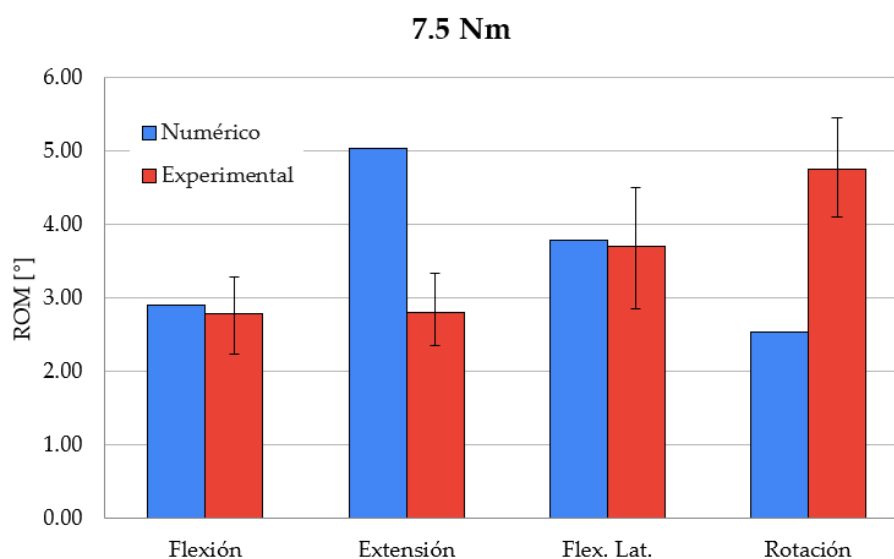


Figura 4.14: Comparación entre el ROM numérico y experimental obtenido para un momento de  $7.5\text{ Nm}$  con la UVF intacta.

Aplicando un momento de  $7.5\text{ Nm}$ , los resultados están alineados con los obtenidos para  $2.5\text{ Nm}$ : en flexión hay una variación del 4.43%, en extensión del 79.13%, en flexión lateral del 1.81% y en rotación del 46.87%. Si bien el comportamiento frente a flexión lateral y extensión ha mejorado, frente a los otros dos momentos ha empeorado.

En conclusión, a pesar de haber empleado un momento más cercano al utilizado en la calibración ( $10\text{ Nm}$ ), se ha demostrado que el ROM numérico no se corresponde con los datos experimentales, lo que termina de confirmar la no extensibilidad de las propiedades lumbares al segmento torácico.

#### 4.2.2 Presión intradiscal (PID)

A diferencia del ROM, que se ha calculado para cada uno de los pasos del proceso de resección, la PID se ha obtenido únicamente para el caso de trabajar con la UVF intacta, ya que no se dispone de datos experimentales de la PID a lo largo de la resección paso a paso [44].

En la figura 4.15 se muestra la comparación entre los resultados numéricos obtenidos (marcados con cruces verdes) y los experimentales extraídos del artículo de referencia [44], que se han obtenido para un momento de  $2.5\text{ Nm}$  aplicado en cada una de las direcciones estudiadas.

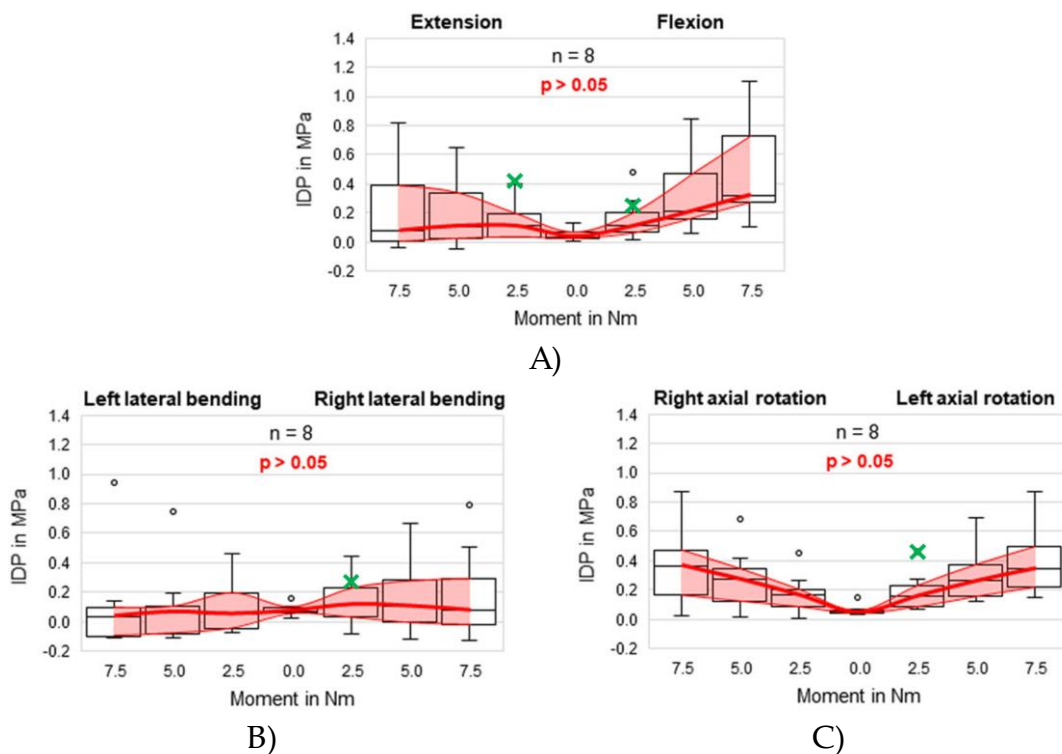


Figura 4.15: Comparación entre la PID obtenida numérica (cruces verdes) y experimentalmente (modificado de [44]). (A) Flexoextensión. (B) Flexión lateral. (C) Rotación.

Observando los resultados de PID obtenidos, se puede decir que, en flexión y flexión lateral, la presión calculada numéricamente ( $0.28 \text{ MPa}$  y  $0.26 \text{ MPa}$ , respectivamente) se encuentra dentro del umbral medido experimentalmente.

En el caso de extensión, el resultado numérico ( $0.42 \text{ MPa}$ ) queda fuera del umbral experimental, aunque está próximo al límite superior del intervalo. Esto puede deberse a que el momento de extensión provoque que el centro de presiones se desplace hacia atrás, donde el DIV cuenta con menos espesor, lo que hace que la presión general aumente.

En el caso de rotación, los resultados experimentales se han obtenido de un modelo que conserva las uniones costovertebrales [44], cuya presencia rigidiza el modelo, provoca un menor giro de la UVF, lo que desemboca en un menor aplastamiento del DIV, y, por consiguiente, una menor presión en su interior. Por el contrario, en el modelo numérico no se han incluido las uniones costovertebrales, por lo que el giro en este caso es mayor, y la PID generada también ( $0.50 \text{ MPa}$ ).

A la vista de los resultados obtenidos se puede validar el empleo de la *fluid cavity* como alternativa a la modelación del NP, ya que los resultados numéricos y experimentales son próximos en la mayoría de casos y en los que no se cumple el parecido, al menos se presenta el mismo orden de magnitud, lo que sugiere que los desajustes no son debidos a una mala definición del NP, sino a otros elementos de la UVF.

#### 4.2.3 Fuerzas de los ligamentos

Al analizar el ROM numérico, se ha observado en tres de los casos estudiados (extensión, flexión lateral y rotación) que el hecho de reseca los ligamentos no supone variaciones significativas en los resultados. Este hecho se ha atribuido a que las curvas de tensión-deformación de los ligamentos extraídas de la bibliografía se han obtenido para el segmento lumbar, y se han adoptado en el modelo del segmento torácico suponiendo que la variación de estas propiedades entre los segmentos de la columna no debe ser muy significativa, algo que los resultados obtenidos ponen en duda.

Como se ha mostrado previamente en la figura 4.4, los ligamentos presentan curvas fuerza-desplazamiento altamente no lineales, que inicialmente tienen un incremento suave, pero repentinamente ascienden abruptamente. Esta primera zona, en la que se generan grandes deformaciones con pequeños esfuerzos, es conocida como la región de acomodación (*toe region*) [53]. Es posible que los ligamentos no aporten rigidez debido a que, con las cargas aplicadas, no abandonen la región de acomodación. De ser así, el desajuste entre el ROM

numérico y el experimental podría deberse a que las propiedades de los ligamentos lumbares, que están pensados para soportar cargas mayores, no son adecuadas para la región torácica, donde las cargas soportadas son menores, lo que justificaría que las propiedades lumbares empleadas no son válidas.

De este modo se han calculado las fuerzas originadas en los ligamentos al aplicar una carga de  $7.5 \text{ Nm}$ , resultado que puede consultarse en las figuras 4.16 a 4.19. En dichas figuras, se representa la fuerza originada en cada ligamento en función del momento aplicado. Se ha destacado el punto en el que se aplican  $2.5 \text{ Nm}$ .

En flexión (figura 4.16) se aprecia que, para un momento de  $2.5 \text{ Nm}$ , ningún ligamento supera una fuerza de  $30 \text{ N}$ . Más concretamente, salvo el FCL y el SSL, todos tienen fuerzas inferiores a  $10 \text{ N}$ . Al aplicar un momento de  $7.5 \text{ Nm}$ , las fuerzas que soportan los ligamentos aumentan, aunque no todos lo hacen en la misma medida: mientras que la mayoría apenas alcanza  $15 \text{ N}$ , el ligamento SSL llega hasta los  $30 \text{ N}$ , pero el que más se activa con diferencia es el FCL, que supera los  $90 \text{ N}$ .

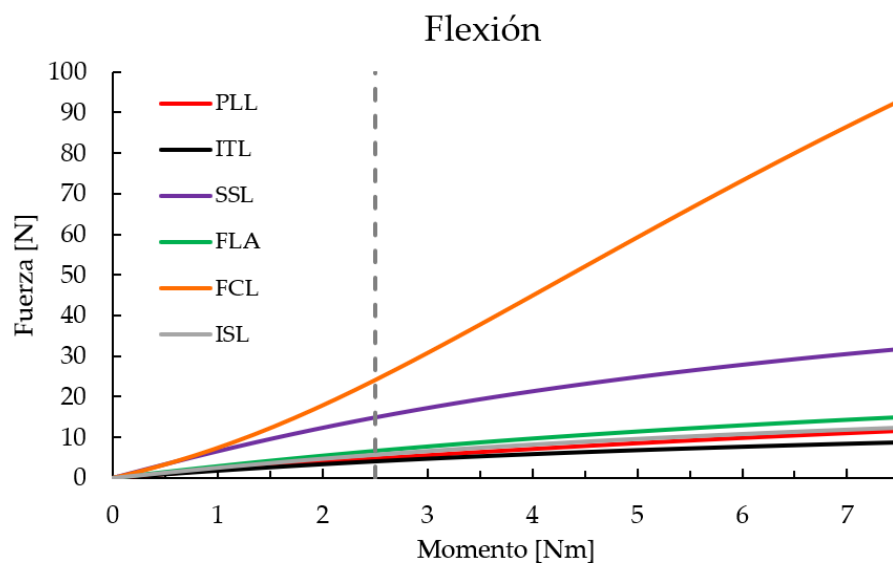


Figura 4.16: Fuerzas originadas en los ligamentos en el caso de flexión.

En extensión (figura 4.17), si se aplica un momento de  $2.5 \text{ Nm}$ , el ALL alcanza los  $40 \text{ N}$ , mientras que el FCL tiene una fuerza prácticamente nula. Al aumentar el momento hasta los  $7.5 \text{ Nm}$ , el ALL alcanza una fuerza por encima de los  $90 \text{ N}$ , y el FCL llega hasta los  $20 \text{ N}$ . Es interesante destacar en este caso que la aparición de fuerzas en el ligamento FCL no es inmediata, puesto que, hasta alcanzar un momento de aproximadamente  $2 \text{ Nm}$ , la fuerza es nula.

En flexión lateral (figura 4.18) ningún ligamento alcanza una fuerza superior a  $12 \text{ N}$  al aplicar un momento de  $2.5 \text{ Nm}$ . En este caso, el único ligamento que experimenta un aumento considerable en su fuerza al incrementar el momento

hasta  $7.5 \text{ Nm}$  es el FCL, puesto que pasa de  $10 \text{ N}$  a  $32 \text{ N}$ . Los demás, se mantienen prácticamente constantes frente a este incremento en el momento aplicado.

En rotación (figura 4.19), los ligamentos FCL y ALL alcanzan, para un momento de  $2.5 \text{ Nm}$ , una fuerza de  $18 \text{ N}$  y  $6 \text{ N}$ , respectivamente. Por su parte, la fuerza originada en el PLL es despreciable. Al incrementar el momento aplicado hasta los  $7.5 \text{ Nm}$ , el ALL aumenta suavemente hasta los  $9 \text{ N}$ . En cambio, el FCL experimenta un incremento más significativo en su fuerza, que alcanza los  $30 \text{ N}$ .

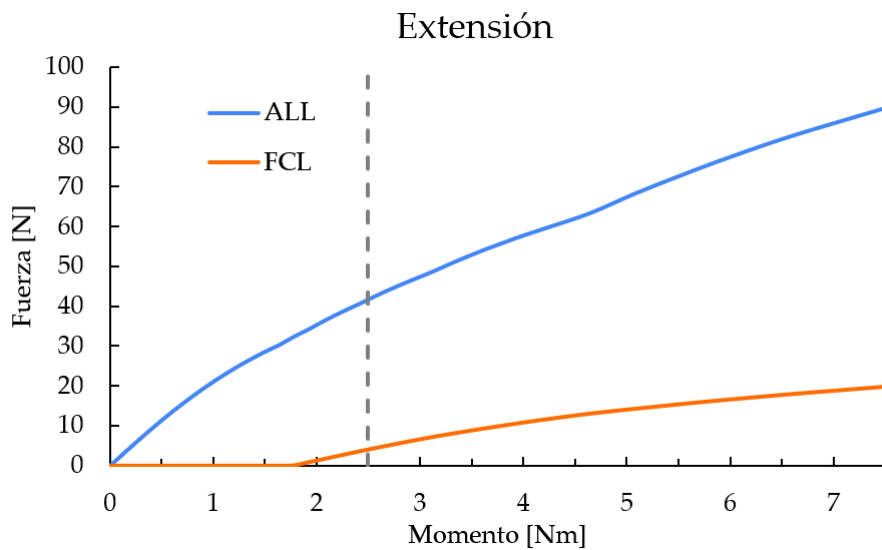


Figura 4.17: Fuerzas originadas en los ligamentos en el caso de extensión.

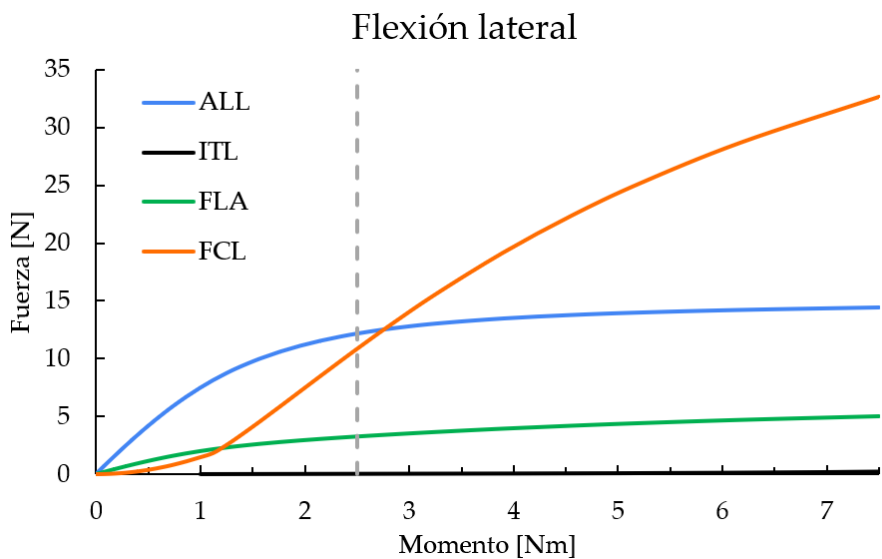


Figura 4.18: Fuerzas originadas en los ligamentos en el caso de flexión lateral.

Tras el análisis de los cuatro momentos, queda claro que, salvo dos casos excepcionales (FCL en flexión y ALL en extensión), en ningún otro ligamento se alcanzan fuerzas superiores a los 30 N. En la figura 4.20, en la que se ha ampliado la gráfica mostrada en la anterior figura 4.4, se pueden hacer dos observaciones:

- En el rango de 0 a 30 N, los ligamentos sufren grandes desplazamientos con fuerzas bajas (especialmente el FLA, ITL y SSL), lo que quiere decir que se encuentran trabajando en la región de acomodación.
- En el rango en el que están trabajando los ligamentos en las simulaciones no hay suficientes puntos definidos en las curvas. Aunque se han introducido siete puntos para definir cada curva, en la figura 4.20 puede apreciarse que en el rango de trabajo las curvas sólo presentan entre 2 y 4 puntos. El ligamento FCL (uno de los más influyentes) tiene su curva definida por un único punto, mientras que el FLA no tiene ninguno en este rango. Por tanto, se ha dado la situación de que la región en la que están trabajando los ligamentos está pobremente definida.

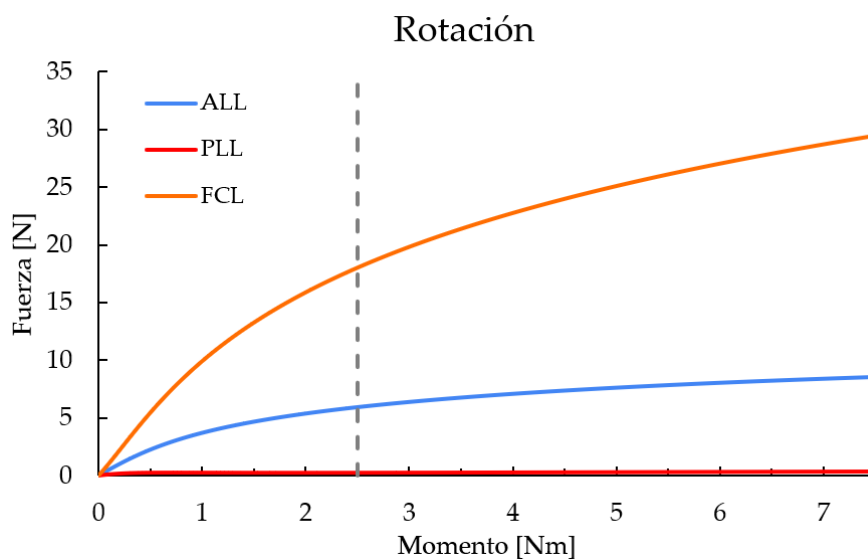


Figura 4.19: Fuerzas originadas en los ligamentos en el caso de rotación.

En resumen, se ha detectado que las propiedades de los ligamentos no han sido introducidas adecuadamente, ya que las curvas de fuerza-desplazamiento no se han definido con la suficiente precisión en el rango de fuerza en el que trabajan los ligamentos. Además, todo parece indicar que con las propiedades lumbares introducidas (pensadas para soportar cargas mayores) los ligamentos no llegan a abandonar la región de acomodación, lo que sugiere que estas propiedades

extraídas de la bibliografía no son aptas para generar un modelo del segmento torácico.

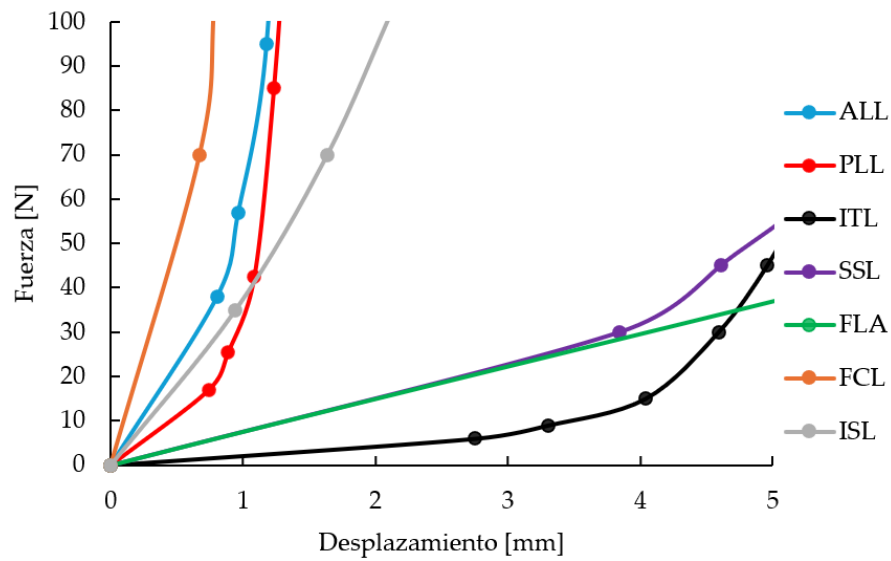


Figura 4.20: Detalle de la figura 4.4 en el que se puede apreciar mejor la región en la que se está trabajando en el presente estudio.

## 5. MODELO COMPUTACIONAL DE UNA UVF TORÁCICA CON PROPIEDADES TORÁCICAS

A la vista de que no ha sido posible conservar las propiedades lumbares para trabajar con el segmento torácico, finalmente se han adoptado propiedades extraídas mediante calibración para esta región. Por su parte, como el empleo de los elementos de segundo orden no ha tenido una influencia positiva en los resultados, se ha optado por volver a los elementos hexaédricos de primer orden, ya que éstos son más eficientes en términos computacionales, algo muy importante teniendo en cuenta que el objetivo final es modelar los segmentos lumbar y torácico de la columna con todas sus estructuras. A la hora de tomar esta decisión, también se ha tenido en cuenta que la variable que se desea estudiar con el modelo de elementos finitos es el ROM, siendo suficientes los elementos de primer orden para ejecutar los cálculos deseados (si se tuviera por objetivo obtener el campo de tensiones, son mucho más precisos y recomendables los elementos de segundo orden).

Las propiedades calculadas para el segmento torácico son las que se recogen en la tabla 5.1. Dichas propiedades se han obtenido mediante la optimización multiobjetivo con algoritmos de evolución genética desarrollados por el grupo de investigación de manera paralela al desarrollo del presente trabajo.

Tabla 5.1: Propiedades del material HGO para el segmento torácico para cada uno de los momentos aplicados.

	Flexión	Extensión	Flex. Lat.	Rotación
$C_{10}$ [MPa]	0.165	0.249	0.189	0.226
$D$	0.000	0.000	0.000	0.000
$K_1$ [MPa]	7.176	11.493	2.607	28.417
$K_2$	313.311	588.072	208.470	247.758
$k_{1c}$	-0.057	-0.014	-0.054	-0.095
$k_{1r}$	-0.057	-0.014	-0.054	-0.095
$k_{2c}$	-0.027	-0.061	-0.008	-0.042
$k_{2r}$	-0.027	-0.061	-0.008	-0.042
$\kappa$	0.103	0.216	0.324	0.298

Como puede observarse en la tabla 5.1, se han obtenido propiedades para cada uno de los momentos aplicados, a diferencia del segmento lumbar, en el que se ha obtenido un único conjunto de propiedades que son válidas para los cuatro movimientos característicos de la UVF. Esta decisión se ha tomado debido a que, hasta la fecha, no se ha conseguido a través de la calibración un conjunto de propiedades que satisfaga los cuatro casos contemplados con suficiente

precisión. Por ello, se ha optado por ajustar las propiedades individualmente para cada momento aplicado, dejando todos los parámetros libres, pero teniendo en cuenta que en la optimización global no hay que tener en cuenta las variaciones de  $K_2$ .

Respecto a la configuración del modelo, se ha hecho todo de manera idéntica a como se ha definido en el capítulo 4, siendo la única excepción las propiedades del material HGO asociado al AF. Como ya se ha demostrado que las propiedades de los ligamentos que se han obtenido de la bibliografía no son fiables, esta vez se ha hecho la comparación solamente con el último paso del proceso de resección, es decir, únicamente con las vértebras y el AF.

En la figura 5.1 puede verse la comparación entre los resultados de ROM numéricos obtenidos con las nuevas propiedades torácicas, las antiguas propiedades lumbares y los experimentales, al aplicar un momento de 2.5 Nm (véase *Anexo II. Resultados numéricos* para más detalles).

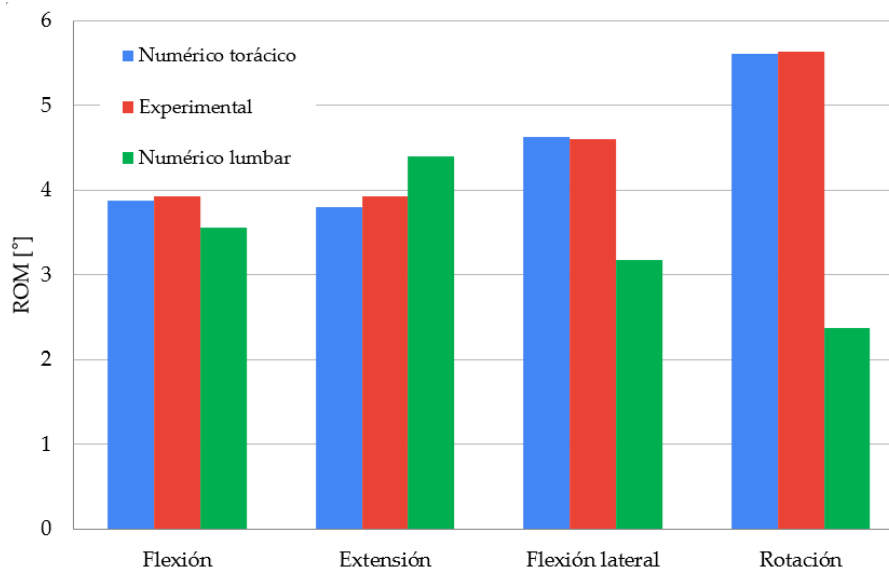


Figura 5.1: Comparación entre los resultados numéricos (con propiedades torácicas y lumbares) y experimentales del ROM obtenido para un momento a flexión, extensión, flexión lateral y rotación de 2.5 Nm con el modelo compuesto por las dos vértebras y el AF.

Como puede comprobarse, con las propiedades torácicas se ha conseguido una aproximación a los resultados experimentales mucho mayor que al trabajar con propiedades lumbares:

- En flexión, se ha pasado de una variación del 9.30% (lumbares) a una del 1.27% (torácicas).

- En extensión, mientras que con las propiedades lumbares se presentaba una variación del 11.90%, al introducir las propiedades torácicas se ha reducido dicha variación hasta un 3.31%.
- En flexión lateral, con las propiedades lumbares la variación era considerable, llegando a un 31.10%, variación que se reduce a un 0.43% con las propiedades torácicas.
- En rotación, la variación ha descendido del 57.90% (lumbares) al 0.53% (torácicas).

En definitiva, se ha demostrado que, introduciendo las propiedades correctas para el segmento torácico, se puede conseguir una muy buena correlación entre los resultados numéricos y experimentales.

## 6. CONCLUSIONES

A continuación, se detallan todas las conclusiones que se han alcanzado a lo largo del trabajo descrito en este documento.

En primera instancia, a partir de un trabajo previo del grupo de investigación, se conocía que las propiedades del anillo fibroso del segmento lumbar no podían ser extensibles al segmento torácico. Por otro lado, la metodología tradicionalmente empleada para modelar el anillo fibroso consistente en incluir capas de cables axiales entre capas de material hiperelástico ha sido recientemente desbancada para el modelado de este tipo de estructuras tras la aparición del modelo de material hiperelástico HGO, de implementación más sencilla. Asimismo, el empleo de la metodología basada en cables axiales obligaba a realizar una preplanificación de la malla para asegurar la correcta angulación de las fibras, que no es necesaria para implementar el modelo de material HGO. Por lo que resultaba necesario conocer qué parámetros de la malla eran los adecuados para incluir este modelo de material en el modelado del AF torácico. Por ello, en este trabajo se ha realizado un estudio de las diversas formulaciones de elementos empleables, concluyendo que el AF debe modelarse con elementos hexaédricos de formulación híbrida pudiendo ser estos de primer orden (C3D8H) si la variable de interés es el ROM o cuadráticos (CRD20H) si interesa conocer el estado tensional del anillo. El empleo de elementos tetraédricos no solo complica la preplanificación de la malla para evitar la penetración de elementos en los diferentes sectores del AF, sino que no permite la definición de un sistema de coordenadas cilíndrico para representar la variación circunferencial de las propiedades del mismo, obligando a definir dicha variación en las direcciones isoparamétricas, lo cual dificulta el proceso.

Asimismo, se ha analizado la convergencia de los resultados de interés, a partir de la cual se ha determinado que el tamaño global medio de elemento para el anillo torácico T7-T8 debe estar en torno a  $1.6\text{ mm}$ , lo cual equivaldría a tener aproximadamente 6 capas de elementos en el espesor del anillo.

Por otro lado, para poder determinar las propiedades del anillo fibroso torácico es necesario llevar a cabo un proceso de calibración mediante la optimización multiobjetivo de los parámetros del modelo de material HGO. Para simplificar el proceso de optimización, en el presente trabajo se ha realizado un análisis de sensibilidad de la influencia de cada uno de los 5 parámetros que componen este modelo de material junto con los 5 parámetros que controlan la variación de estos en el anillo. Finalmente, los resultados de este trabajo permiten esclarecer que dos de los parámetros que controlan la variación de uno de los parámetros del

modelo de material,  $k_{2c}$  y  $k_{2r}$ , tienen una influencia despreciable en el comportamiento del modelo, de modo que podrían eliminarse ambos parámetros del proceso de calibración para aligerar el cálculo.

Por último, a partir de imágenes médicas, se ha construido un modelo de la UVF T7-T8 en *Abaqus*® con el fin de conocer la extensibilidad de las propiedades de las estructuras ligamentosas, así como de validar las primeras propiedades optimizadas del AF torácico. Para ello, se ha comprobado la contribución de cada una de las estructuras ligamentosas al ROM del segmento mediante la comparación con los resultados experimentales del estudio de referencia. De este modelo se extraen las siguientes conclusiones:

- En primer lugar, que las propiedades de los ligamentos obtenidas para el segmento lumbar no son extensibles al segmento torácico, práctica usual en trabajos de la literatura científica. Por lo que se evidencia la necesidad de calibrar estas propiedades también a nivel torácico, sin que se pueda justificar si es necesario o no realizar una calibración específica para el segmento toracolumbar. Respecto al AF, los resultados obtenidos sugieren que las propiedades lumbares (tampoco extensibles al segmento torácico) se han obtenido mediante calibración sólo para el esfuerzo de flexión, por lo que es necesario abordar una calibración para todos los casos de carga.
- En segundo lugar, que la modelización del NP mediante la *fluid cavity* es factible y ofrece resultados coherentes. Esto no solo facilita la extracción de la presión intradiscal como resultado de los modelos numéricos para su validación con datos de la literatura, sino que además lo simplifica al reducir los grados de libertad del mismo, reduciendo consecuentemente el tiempo computacional.
- En tercer lugar, que los parámetros del modelo de material HGO optimizados para satisfacer el ROM experimental torácico, ofrecen un ROM computacional de toda la UVF T7-T8 más próximo al ROM experimental, pese a no contar con la calibración de los ligamentos, por lo que se ha comprobado que la calibración de las propiedades es clave para la construcción de modelos computacionales de la columna vertebral.

Por último, es importante decir que parte de los desajustes observados a lo largo de todo este trabajo pueden deberse también a los resultados experimentales que se han tomado como referencia. No hay que olvidar que todo proceso experimental arrastra inevitablemente errores debidos a las incertidumbres en las medidas o a la variabilidad de las condiciones en las que se han realizado los ensayos. Asimismo, cabe la posibilidad de que las estructuras hayan sufrido daños a lo largo del proceso y esto haya afectado a los resultados. También hay

que tener en cuenta el tamaño muestral de estos estudios es pequeño, normalmente como consecuencia de la dificultad de aprovisionamiento, por lo que es necesario ampliar las bases de datos experimentales para arrojar más luz que facilite la construcción de modelos computacionales.

## 7. LÍNEAS FUTURAS

El presente trabajo ha dado por concluidas algunas líneas de investigación, pero ha planteado nuevos caminos a recorrer, que son los siguientes:

Ampliar la cantidad de datos de ROM experimental del segmento torácico mediante la realización de ensayos experimentales *in vitro* que permitan calibrar modelos computacionales, prestando especial atención al nivel de carga. Para ello, el grupo tiene previsto comenzar con la ejecución de ensayos experimentales de resección paso a paso de UVFs a finales de este año.

Otro gran reto planteado es conseguir un modelo de material que refleje con fidelidad el comportamiento de una UVF torácica. Esto implica continuar con el proceso de calibración de las propiedades del modelo HGO. Hasta ahora se han optimizado estas propiedades para cada caso de carga de forma aislada, por lo que sería necesario calibrar las propiedades que satisfagan la condición de menor diferencia entre el error cuadrático medio del ROM experimental y computacional para todos los casos de carga simultáneamente.

Por otro lado, calibrar las propiedades de los ligamentos para el segmento torácico a partir del ROM obtenido de las resecciones paso a paso de este segmento.

Determinar el proceso de calibración óptimo. Dado que los resultados experimentales para llevar a cabo los procesos de calibración son ensayos de resección paso a paso, cabe pensar en que el proceso de optimización sea secuencial. Sin embargo, no se tiene constancia de las ventajas que podría ofrecer una optimización que, incluyendo los datos de la resección paso a paso, minimice la diferencia entre el ROM experimental y el computacional de forma global.

Con respecto a las facetas articulares, se han añadido al modelo numérico, pero no ha sido posible verificar si están correctamente definidas debido a que no existen resultados experimentales sobre el contacto facetario. Por ende, sería interesante contar con datos experimentales sobre el nivel de presión de contacto que se da en las facetas articulares para validar los modelos computacionales.

Alineado con el punto anterior, se propone la remodelación de las vértebras torácicas para garantizar que, en el modelo numérico, se produzca un contacto entre facetas enfrentadas.

Comprobar en el modelo con propiedades calibradas que la modelización del NP como *fluid cavity* sigue siendo correcta, ya que no ha podido verificarse totalmente en este trabajo por el conflicto encontrado con el error procedente de

la definición de las propiedades del material del resto de elementos que componen el modelo de elementos finitos.

Finalmente, una vez que todos estos pasos se hayan completado, no hay que perder de vista el objetivo final al que parcialmente ha contribuido el presente trabajo: obtener un modelo numérico calibrado y validado que contenga los segmentos lumbar y torácico de la columna vertebral que sea capaz de reflejar de manera precisa el comportamiento real de esta estructura en un individuo sano en términos de rango de movimiento.

## ANEXO I: MODELO DE ELEMENTOS TETRAÉDRICOS

Los elementos tetraédricos presentan una ventaja respecto a los hexaédricos: en general, ofrecen mayor flexibilidad a la hora de generar mallas a partir de geometrías complejas. Los elementos hexaédricos, por el contrario, si la geometría tiene cierta complejidad, como en el caso de un DIV, exige un tratamiento previo de la geometría. Por tanto, es interesante estudiar la posibilidad de incorporar los elementos tetraédricos al modelo, para eludir ese tratamiento previo de la geometría y agilizar el proceso de obtención del modelo computacional.

Para ver si los elementos tetraédricos son aptos para el presente estudio, se han hecho dos comprobaciones:

- Se ha implementado el modelo de material HGO en una malla de elementos tetraédricos y se ha verificado la bondad de los resultados obtenidos para un ejemplo característico, comparándolos con los extraídos de la literatura.
- Una vez verificado el modelo de material HGO en el paso previo, se ha implementado en la malla tetraédrica del AF.

El ejemplo que se ha consultado para hacer la primera comprobación es el estudio del comportamiento de una muestra de tejido adventicio, perteneciente a una pared arterial (véase [18]). Para ello, se ha generado un modelo de material HGO con las propiedades que se recogen en la tabla A.1.

*Tabla A.1: Propiedades del modelo de material HGO para el tejido adventicio. [19]*

Parámetro	Valor	Unidad
$C_{10}$	7.64	KPa
$D$	0	
$K_1$	996.6	KPa
$K_1$	524.6	
$\kappa$	0.226	

Además, las fibras tienen un ángulo de orientación  $\gamma = \pm 49.98^\circ$ , de acuerdo con lo mostrado en la figura A.1 [19]. En esta figura también se puede apreciar que se han tomado tres muestras de tejido adventicio: una en la dirección axial, otra en la dirección circunferencial y una última con una inclinación de  $15^\circ$  respecto a la dirección circunferencial.

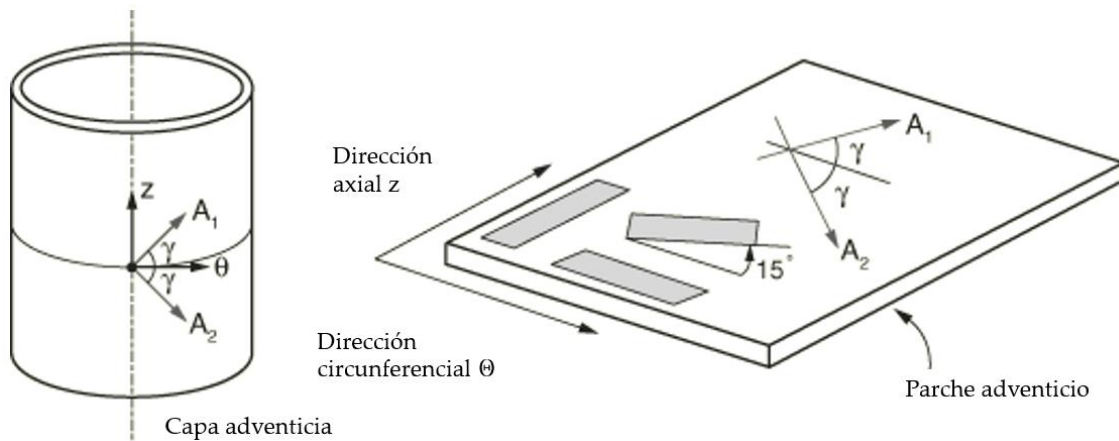


Figura A.1: Representación de la orientación de las fibras del tejido adventicio (modificado de [19]).

Las muestras de tejido adventicio tienen la geometría de un prisma de base rectangular, cuyas dimensiones pueden consultarse en la tabla A.2. En los casos de las muestras tomadas en la dirección axial y circunferencial, ha sido posible aplicar condiciones de contorno de simetría, por lo que se ha modelado únicamente una cuarta parte del modelo. Por el contrario, la muestra tomada con un ángulo de inclinación de 15° no presenta simetría, por lo que se ha tenido que ejecutar el cálculo con la geometría completa. En la tabla A.2 también pueden verse el número de divisiones que tiene cada tipo de malla a lo largo de cada dimensión.

Tabla A.2: Geometría y número de divisiones para el caso de la malla completa y la malla con condiciones de simetría.

	Malla simétrica		Malla completa	
	Dimensión [mm]	Divisiones	Dimensión [mm]	Divisiones
Largo	5.00	20	10.00	40
Ancho	1.50	10	3.00	20
Espesor	0.25	2	0.50	4

En las figuras A.2 y A.3 pueden verse las dos mallas que se han definido para ejecutar los cálculos, tanto para elementos hexaédricos como para elementos tetraédricos.

Respecto a las condiciones de contorno, además de simetría en los planos correspondientes en el caso de trabajar con la malla simétrica, se han restringido todos los movimientos en uno de los extremos de la muestra, y en el otro se ha aplicado una carga de 2 N.

Teniendo en cuenta que en el presente trabajo se busca estudiar el ROM de los DIV, para la validación que se está llevando a cabo se han usado como referencia

los resultados de desplazamientos del modelo con elementos hexaédricos, no considerándose necesario hacer la comparación con resultados de tensiones.

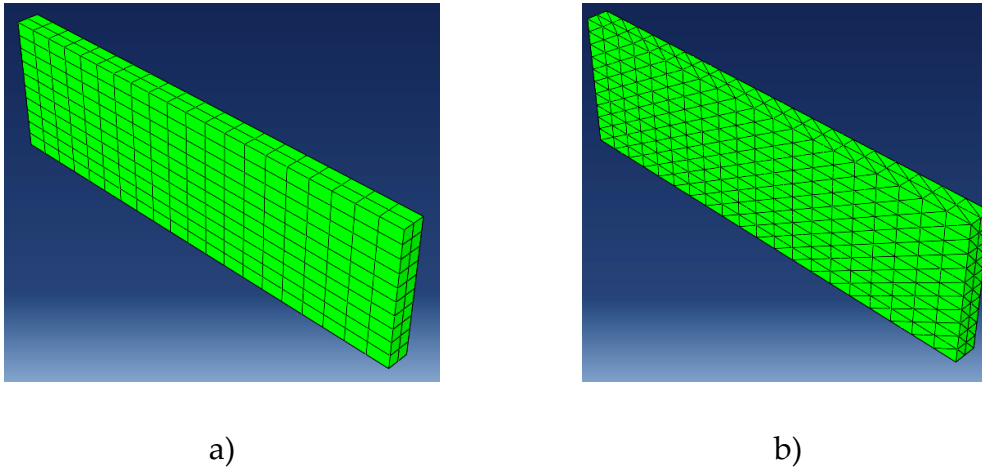


Figura A.2: Malla simétrica. (a) Elementos hexaédricos. (b) Elementos tetraédricos.

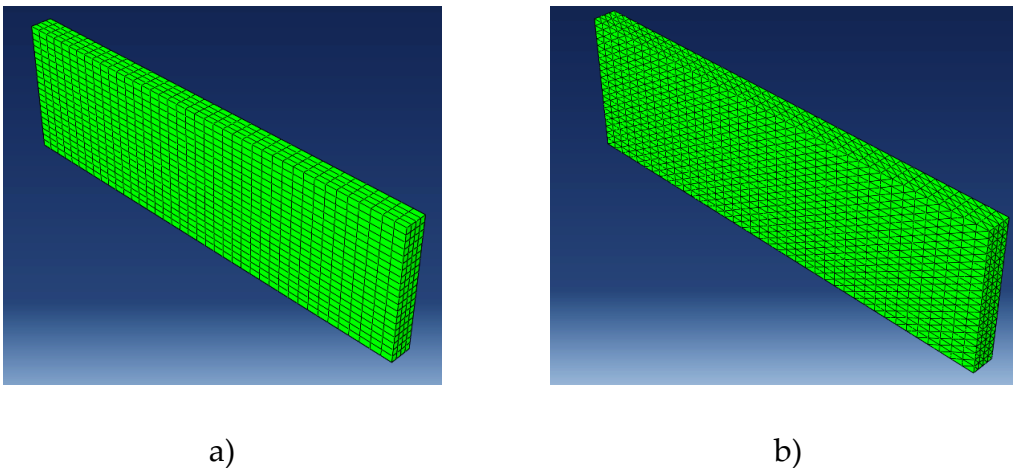


Figura A.3: Malla completa. (a) Elementos hexaédricos. (b) Elementos tetraédricos.

Las figuras A.4 a A.6 recogen los resultados obtenidos para cada muestra de tejido adventicio, siendo dichos resultados el desplazamiento respecto a la dirección principal de la muestra (eje  $x$ ) y la dirección transversal (eje  $y$ ).

En la tabla A.3, se recogen todos los resultados de desplazamiento máximo representados en las figuras A.4 a A.6, así como la variación porcentual del modelo de elementos tetraédricos respecto al de elementos hexaédricos.

Como puede verse, en ninguno de los casos estudiados se produce una variación porcentual superior al 5%, siendo la mayor variación del 3.43% en el caso de desplazamiento en  $x$  para la muestra de tejido en dirección axial. Por tanto, se puede concluir que se pueden utilizar indistintamente modelos de elementos hexaédricos y tetraédricos, siempre y cuando los resultados que se deseen

obtener sean de desplazamientos, ya que no se ha estudiado la similitud entre los modelos con resultados de tensiones.

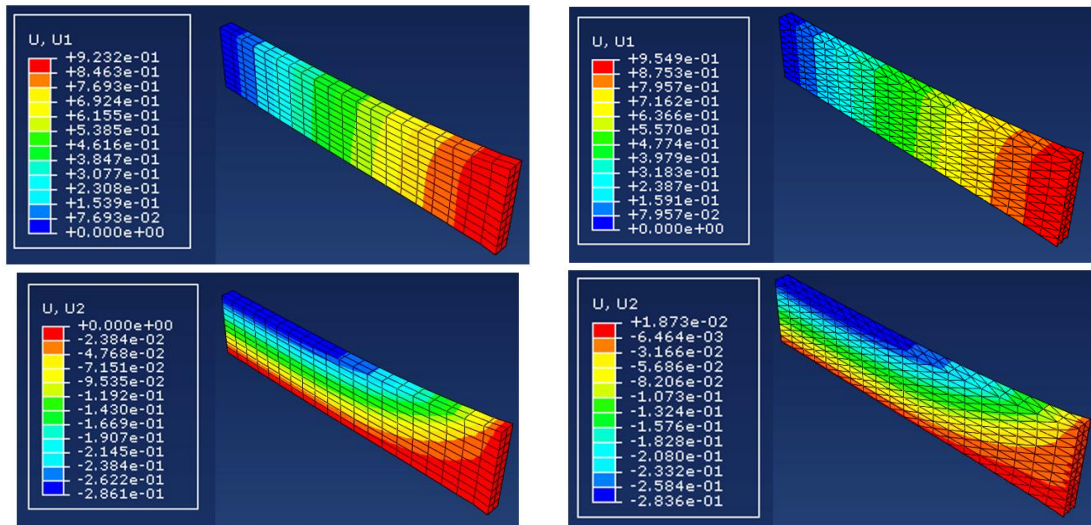


Figura A.4: Resultados de desplazamientos (en mm) a lo largo de la dirección x (U1) y la dirección y (U2) para el caso de la muestra en dirección axial con elementos hexaédricos (izquierda) y tetraédricos (derecha).

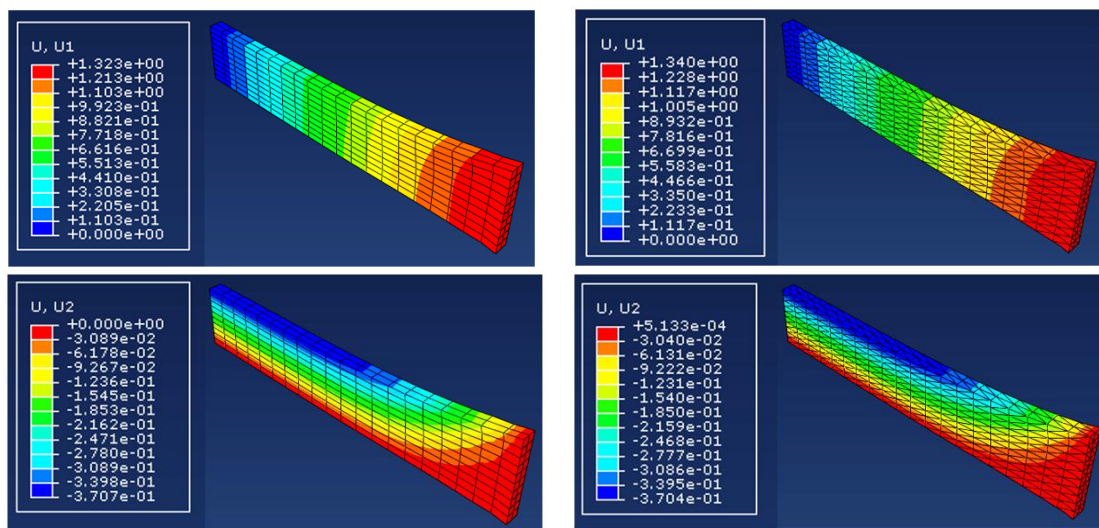


Figura A.5: Resultados de desplazamientos (en mm) a lo largo de la dirección x (U1) y la dirección y (U2) para el caso de la muestra en dirección circunferencial con elementos hexaédricos (izquierda) y tetraédricos (derecha).

Una vez verificado que los elementos tetraédricos ofrecen resultados muy próximos a los hexaédricos, se ha procedido a mallar la geometría del AF con los primeros. En la figura A.7 puede verse el modelo del que se ha partido, que inicialmente estaba mallado con elementos hexaédricos.

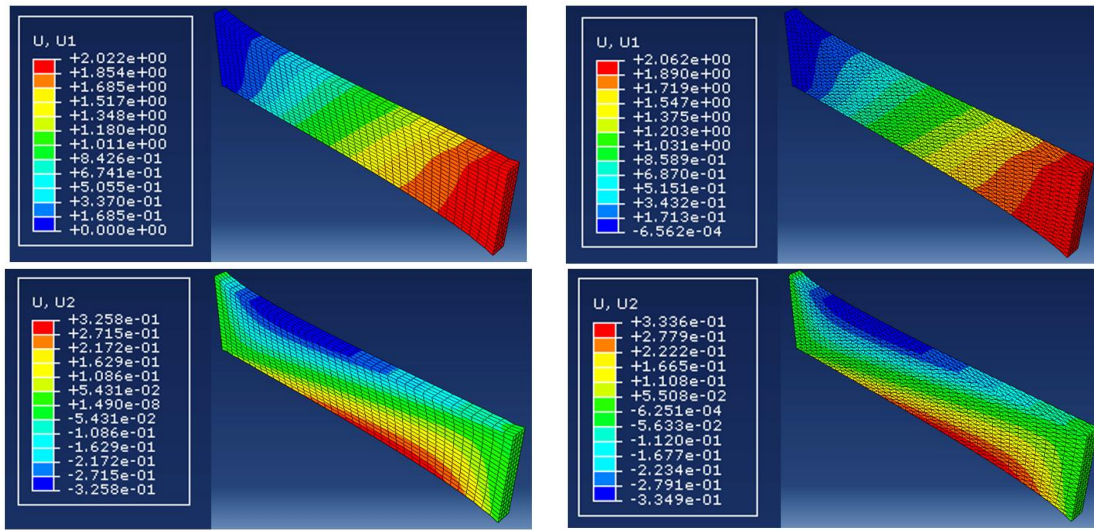


Figura A.6: Resultados de desplazamientos (en mm) a lo largo de la dirección x (U1) y la dirección y (U2) para el caso de la muestra en dirección inclinada 15° con elementos hexaédricos (izquierda) y tetraédricos (derecha).

Tabla A.3: Comparación de desplazamientos (en mm) entre elementos hexaédricos y tetraédricos para el modelo de tejido adventicio.

Dirección	Desplazamiento	Tetra	Hexa	%var
Axial	$u_x$	0.9549	0.9232	3.43
	$u_y$	0.2836	0.2861	0.87
Circunferencial	$u_x$	1.3400	1.3230	1.28
	$u_y$	0.3704	0.3707	0.08
15°	$u_x$	2.0620	2.0220	1.98
	$u_y$	0.3336	0.3258	2.39

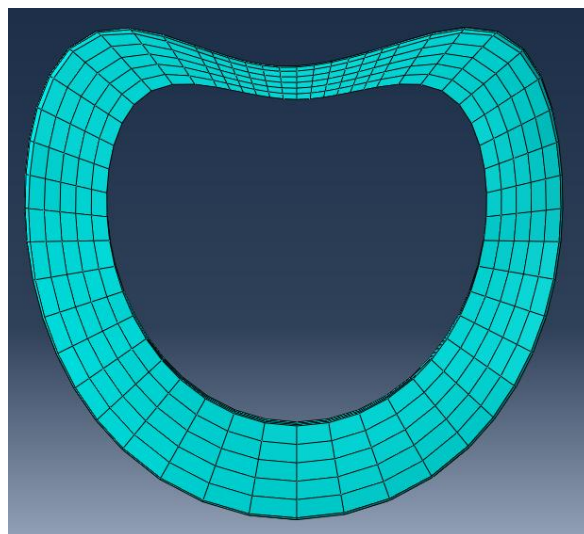


Figura A.7: Modelo del AF mallado con elementos hexaédricos.

En primer lugar, ha sido preciso resolver un problema: el modelo de partida (figura A.7) es una malla huérfana. Esto quiere decir que no tiene ninguna geometría asociada y la única información geométrica de la que dispone es la proporcionada por los nodos que conforman la malla. El problema radica en que, si se desea remallar el modelo, la nueva malla va a tener como restricción que los únicos nodos de los que va a disponer a la hora de crear elementos son los de la malla huérfana.

Para paliar esta problemática, se ha optado por la siguiente solución: se ha creado una nueva geometría a partir de la información contenida en la malla, algo que es posible gracias a un *plugin* que puede ser instalado en *Abaqus/CAE*, que se llama *Create geometry from mesh*. Gracias a esta herramienta, se ha conseguido una geometría, con la que ha sido posible remallar el modelo sin las restricciones que previamente se han comentado. La nueva malla, de elementos tetraédricos, es la que puede verse en la figura A.8.

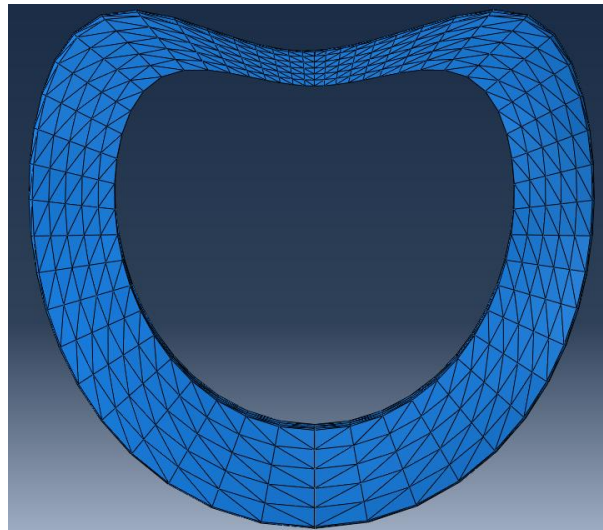
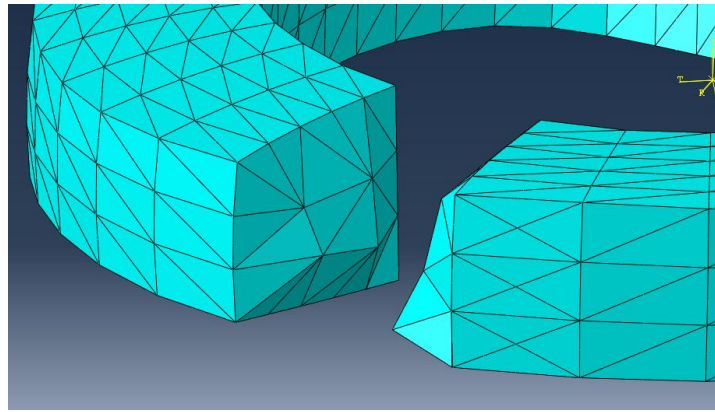


Figura A.8: Modelo del AF mallado con elementos tetraédricos.

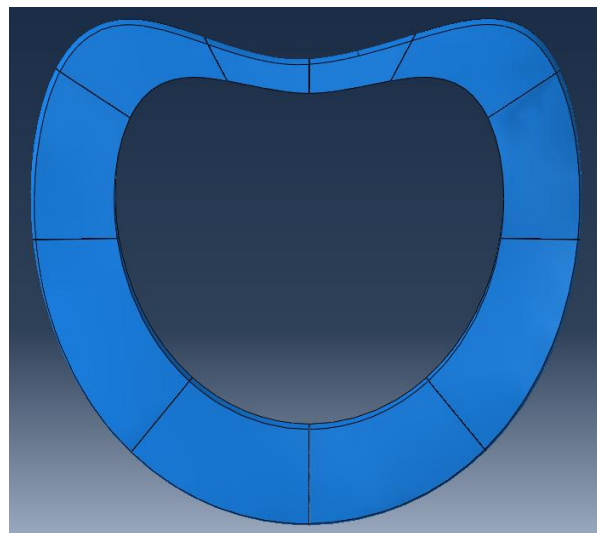
Sin embargo, hay otro problema: las propiedades del material del AF varían tanto en dirección radial como circunferencial. La metodología utilizada para implementar esta variación es dividir el disco en varias regiones, asignando unas propiedades a cada región. En el caso del modelo con elementos hexaédricos, esta división no es complicada, ya que los elementos están alineados y delimitados por las líneas radiales y circunferenciales (figura A.7).

En cambio, en el modelo de elementos tetraédricos, si bien en la figura A.8 parece que los elementos están bien delimitados por las líneas radiales y circunferenciales, no es así en realidad, pues se producen desajustes en la zona interior, como bien puede apreciarse en la figura A.9, en la que se ve cómo algunos elementos sobrepasan los límites entre dos regiones distintas.



*Figura A.9: Sección del AF, en la que se observa cómo algunos elementos tetraédricos traspasan las fronteras entre regiones.*

Esta situación obliga a crear particiones en la geometría del disco antes de ejecutar el proceso de mallado, para garantizar que ningún elemento traspase los límites entre regiones. De esta forma, se obtiene la geometría representada en la figura A.10.



*Figura A.10: Geometría del AF con las particiones necesarias para ejecutar el mallado con elementos tetraédricos.*

Con las particiones mostradas en la figura A.10, es posible implementar la variación circunferencial, pero sigue existiendo el mismo problema a la hora de introducir la variación radial. En otras palabras, si se desea tener en cuenta ambas variaciones (cosa que ya se ha demostrado en el análisis de sensibilidad del capítulo 3 que es necesario), hay que introducir, además de líneas de partición radiales, anillos concéntricos.

La conclusión tras todo este proceso es que la decisión de construir un modelo del AF con elementos tetraédricos exige un tratamiento previo de la geometría que complica excesivamente el proceso de modelado. Además, los elementos

tetraédricos no permiten la definición de un sistema de coordenadas cilíndrico para representar la variación circunferencial de las propiedades del material, obligando a definir dicha variación en las direcciones isoparamétricas, lo que dificulta el proceso.

Teniendo en cuenta, por tanto, que la idea de emplear elementos tetraédricos era agilizar el proceso de modelado y se ha conseguido justo lo contrario, se han descartado dichos elementos y se ha proseguido con elementos hexaédricos.

## ANEXO II: RESULTADOS NUMÉRICOS

Tabla A.4: Resultados del análisis de sensibilidad con un momento aplicado de 1 Nm.<sup>a</sup>

Caso	1	2	3	4	5	6
<b>Flex. (°)</b>	2.00	3.01	2.59	2.78	2.37	1.92
<b>%var</b>	-	-50.74	-29.63	-38.97	-18.65	4.04
<b>Ext. (°)</b>	2.77	2.70	2.41	2.57	2.32	2.73
<b>%var</b>	-	2.54	13.03	7.07	16.24	1.26
<b>Flex. Lat. (°)</b>	1.97	2.35	2.07	2.21	1.95	1.93
<b>%var</b>	-	-19.51	-5.18	-12.11	0.76	1.95
<b>Rot. (°)</b>	1.67	1.90	1.64	1.69	1.46	1.60
<b>%var</b>	-	-13.60	1.64	-0.89	12.57	4.32

Tabla A.5: Resultados del análisis de sensibilidad con un momento aplicado de 2.5 Nm.

Caso	1	2	3	4	5	6
<b>Flex. (°)</b>	2.88	4.22	3.6	3.82	3.25	2.72
<b>%var</b>	-	-46.14	-24.77	-32.29	-12.59	5.54
<b>Ext. (°)</b>	3.94	3.79	3.39	3.57	3.22	3.80
<b>%var</b>	-	3.81	13.91	9.39	18.26	3.40
<b>Flex. Lat. (°)</b>	2.99	3.54	3.12	3.30	2.93	2.90
<b>%var</b>	-	-18.44	-4.45	-10.54	1.89	3.14
<b>Rot. (°)</b>	2.26	2.48	2.19	2.26	2.00	2.16
<b>%var</b>	-	-9.52	3.24	0.03	11.59	4.66

Tabla A.6: Comparación entre los resultados experimentales [14] y los numéricos obtenidos con el modelo formado sólo por el AF con propiedades lumbares.

		<b>Flexión</b>	<b>Extensión</b>	<b>Flex. Lat.</b>	<b>Rotación</b>
<b>1 Nm</b>	Numérico [°]	2.33	3.02	2.09	1.68
	Experimental [°]	2.28	2.28	2.90	3.62
	%var	-2.13	-32.58	27.92	53.55
<b>2.5 Nm</b>	Numérico [°]	3.53	4.36	3.14	2.35
	Experimental [°]	3.93	3.93	4.60	5.63
	%var	10.21	-11.06	31.66	58.22

<sup>a</sup> Nótese que, tanto en la tabla A.4 como en la A.5, a diferencia de lo que se ha hecho en el análisis de convergencia de malla, las variaciones porcentuales calculadas son siempre respecto al mismo modelo: aquél con todas las variaciones implementadas (Caso 1).

Tabla A.7: Comparación entre los resultados experimentales [14] y numéricos obtenidos (en °) con el modelo que incluye la UVF completa y los sucesivos pasos del proceso de resección para un momento de 1 Nm. Las propiedades del AF son del segmento lumbar<sup>a</sup>.

		Intacto	Sin SSL	Sin ISL	Sin FLA	Sin FCL	Sin AV	Sin PLL	Sin ALL	Sin NP
Flex	Num.	0.66	1.06	1.24	1.39	1.86	2.01	2.22	2.22	2.34
	Exp.	0.58	0.85	0.80	0.98	0.98	1.38	1.92	2.19	2.28
	%var	-14.3	-24.5	-55.1	-42.4	-89.5	-45.9	-15.6	-1.4	-2.7
Ext	Num.	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.34	2.35	2.97	3.04
	Exp.	0.58	0.76	0.76	0.89	0.98	1.38	1.92	2.28	2.28
	%var	-305.7	-209.6	-209.6	-164.4	-140.1	-69.9	-22.5	-30.3	-33.1
Flex Lat	Num.	1.87	1.87	1.87	1.91	1.92	1.96	1.97	2.07	2.10
	Exp.	1.21	1.47	1.29	1.70	1.70	2.01	2.10	2.32	2.90
	%var	-55.1	-27.6	-45.5	-12.1	-13.1	2.5	6.3	10.8	27.6
Rot	Num.	1.43	1.43	1.43	1.43	1.48	1.48	1.48	1.50	1.69
	Exp.	1.70	1.79	1.79	1.92	1.92	2.23	2.59	2.86	3.62
	%var	15.9	20.2	20.2	25.6	22.9	33.6	42.8	47.6	53.4

Tabla A.8: Comparación entre los resultados experimentales [14] y numéricos obtenidos (en °) con el modelo que incluye la UVF completa y los sucesivos pasos del proceso de resección para un momento de 2.5 Nm. Las propiedades del AF son las del segmento lumbar<sup>b</sup>.

		Intacto	Sin SSL	Sin ISL	Sin FLA	Sin FCL	Sin AV	Sin PLL	Sin ALL	Sin NP
Flex	Num.	1.50	2.12	2.35	2.51	3.05	3.12	3.21	3.21	3.56
	Exp.	1.52	1.79	1.92	2.01	2.32	2.81	3.21	3.53	3.93
	%var	1.0	-18.2	-22.2	-24.9	-31.3	-11.1	-0.2	8.9	9.3
Ext	Num.	3.92	3.92	3.92	3.92	9.93	3.93	3.93	4.32	4.40
	Exp.	1.61	1.79	1.79	2.01	2.23	2.81	2.99	3.44	3.93
	%var	-143.3	-118.8	-118.8	-94.9	-76.2	-39.7	-31.3	-25.6	-11.9
Flex Lat	Num.	3.02	3.02	3.02	3.03	3.05	3.06	3.06	3.11	3.17
	Exp.	2.72	2.90	2.90	2.90	3.13	3.44	3.71	3.84	4.60
	%var	-10.9	-4.0	-4.0	-4.5	2.6	11.1	17.5	18.9	31.1
Rot	Num.	1.99	1.99	1.99	1.99	2.02	2.02	2.02	2.03	2.37
	Exp.	2.63	2.63	2.63	2.72	3.21	3.44	4.02	4.42	5.63
	%var	24.5	24.5	24.5	27.0	37.2	41.4	49.8	54.0	57.9

<sup>a</sup> Variaciones porcentuales del ROM numérico respecto al experimental

<sup>b</sup> Ídem.

Tabla A.9: Comparación entre los resultados experimentales [52] y numéricos obtenidos (en °) con el modelo que incluye la UVF completa para un momento de 7.5 Nm. Las propiedades del AF son las del segmento lumbar.

	Numérico	Experimental			%var <sup>a</sup>
		Inferior	Medio	Superior	
Flexión	2.90	2.23	2.78	3.31	-4.43
Extensión	5.03	2.31	2.81	3.33	-79.13
Flex. Lat.	3.78	2.84	3.71	4.59	-1.81
Rotación	2.53	4.13	4.76	5.39	46.87

Tabla A.10: Comparación entre los resultados experimentales [14] y los numéricos (con propiedades torácicas y lumbares) obtenidos con el modelo formado sólo por el AF y las vértebras al aplicar un momento de 2.5 Nm.

		Flexión	Extensión	Flex. Lat.	Rotación
<b>Lumbar</b>	Numérico [°]	3.56	4.40	3.17	2.37
	Experimental [°]	3.93	3.93	4.60	5.63
	%var	9.30	-11.90	31.10	57.90
<b>Torácico</b>	Numérico [°]	3.88	3.80	4.62	5.60
	Experimental [°]	3.93	3.93	4.60	5.63
	%var	1.27	3.31	-0.43	0.53

<sup>a</sup> Respecto al valor numérico experimental de la columna *medio*.

## ANEXO III. DEFORMADAS DEL MODELO NUMÉRICO

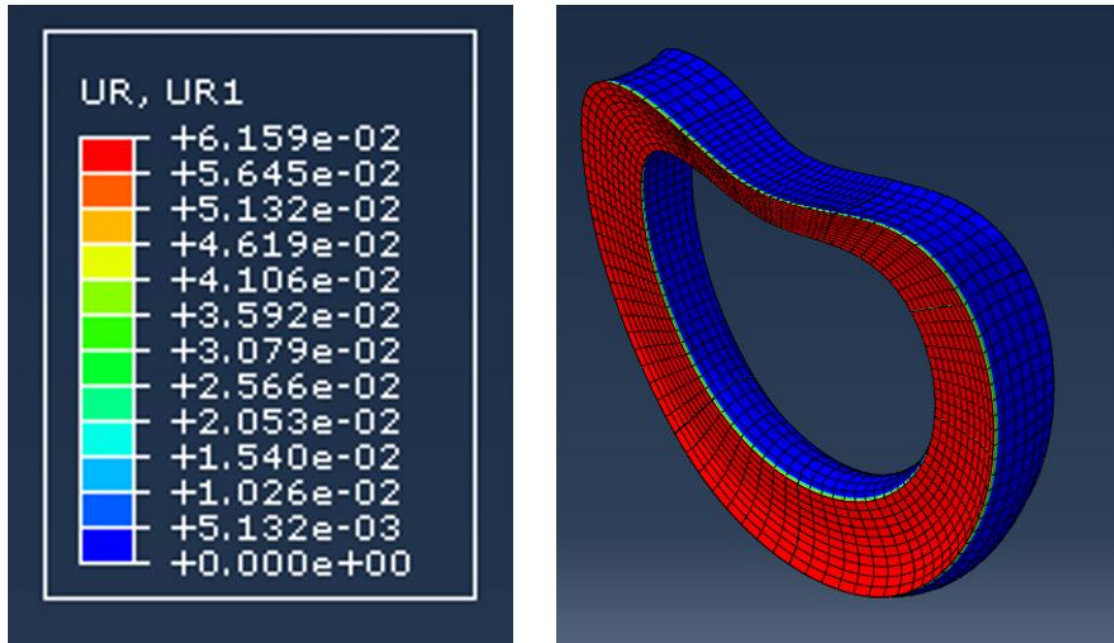


Figura A.11: ROM del AF (en radianes) al aplicar un momento de flexión de 2.5 Nm.

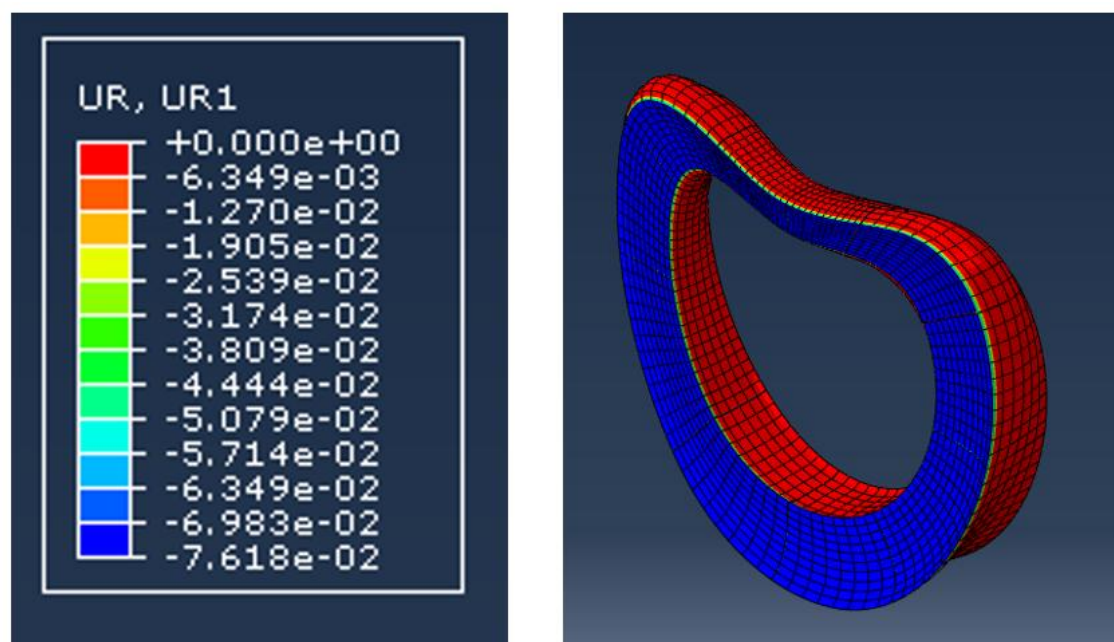


Figura A.12: ROM del AF (en radianes) al aplicar un momento de extensión de 2.5 Nm.

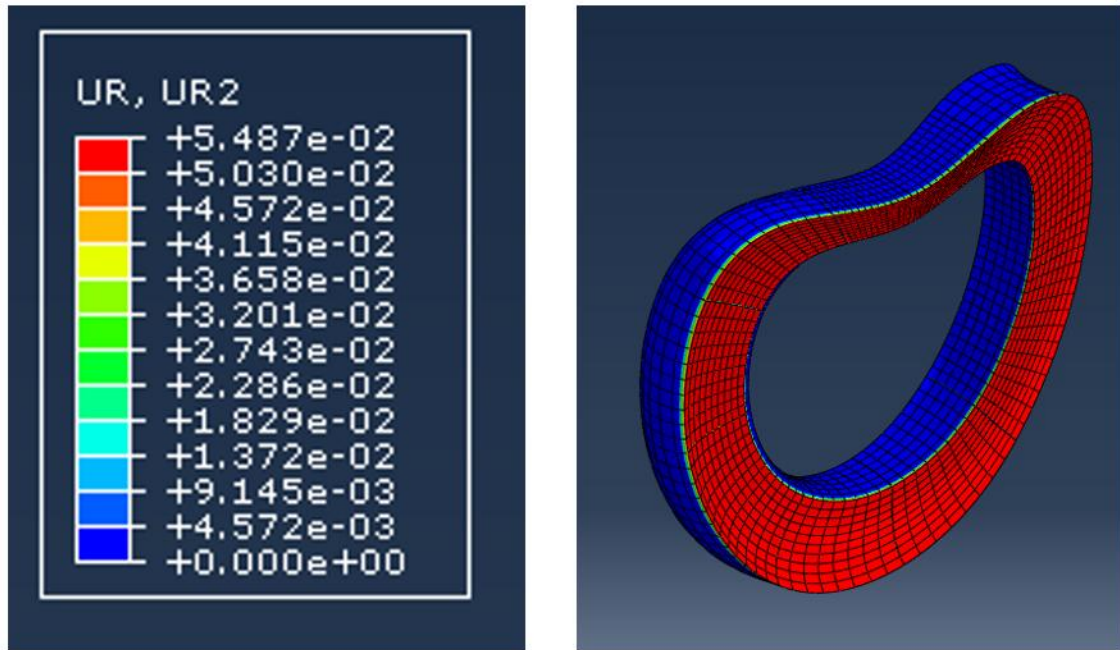


Figura A.13: ROM del AF (en radianes) al aplicar un momento de flexión lateral de 2.5 Nm.

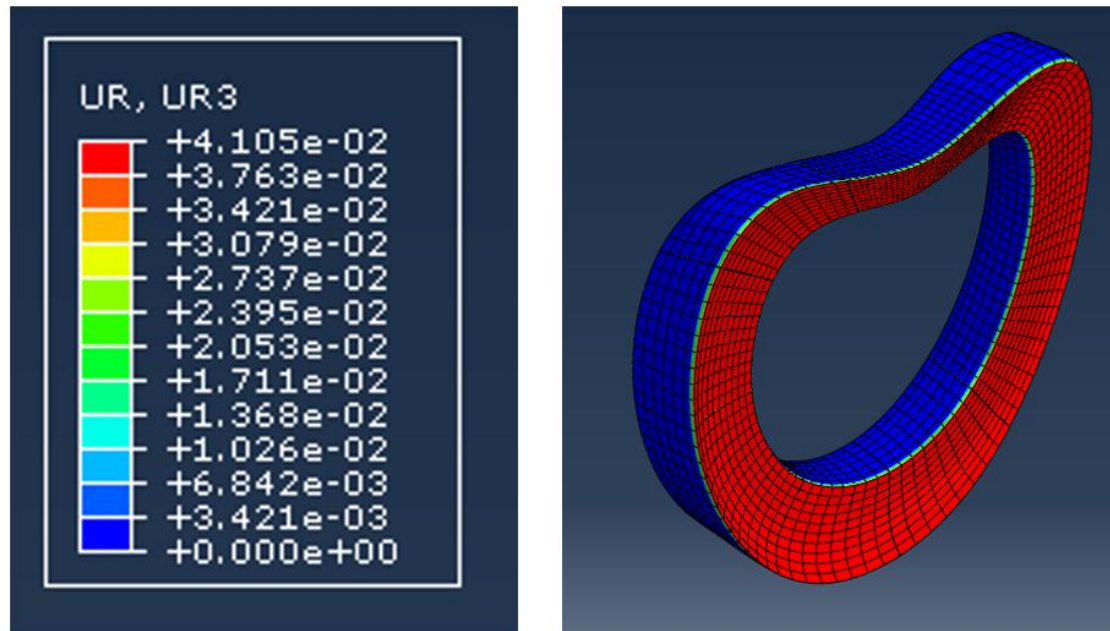
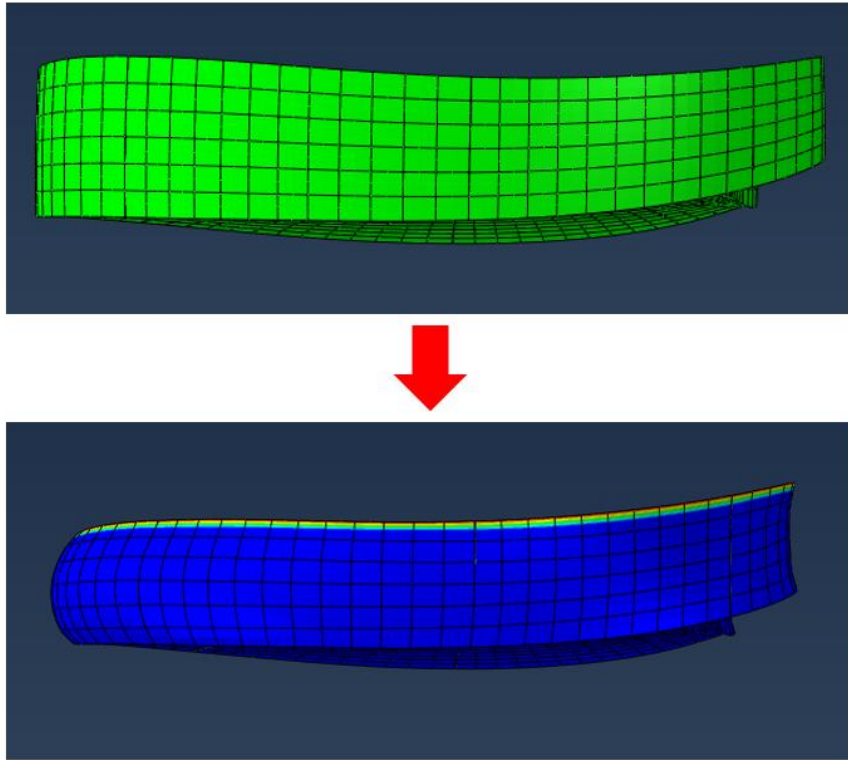
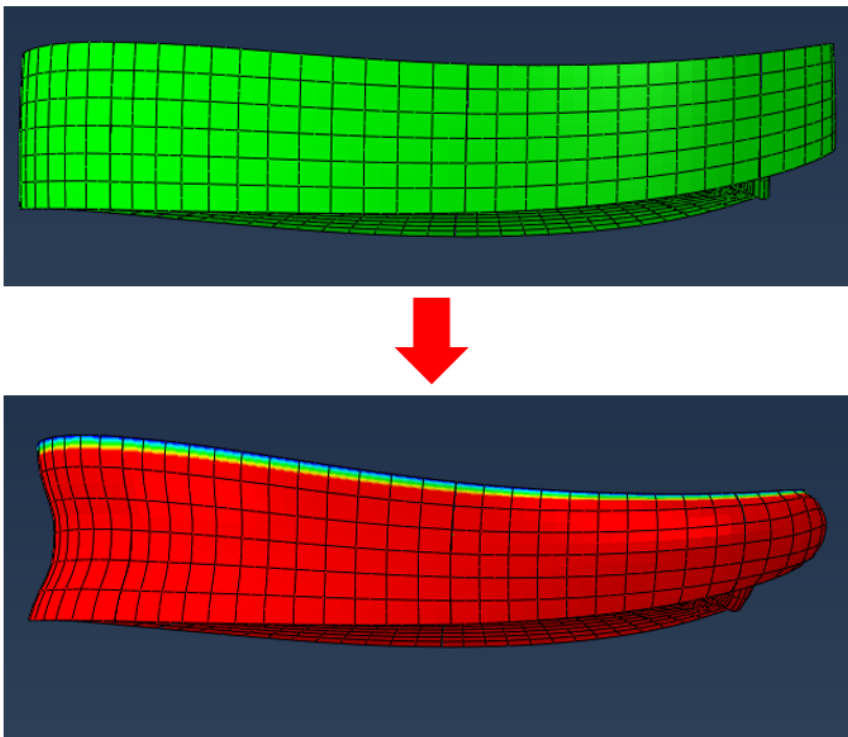


Figura A.14: ROM del AF (en radianes) al aplicar un momento de rotación de 2.5 Nm.



*Figura A.15: Deformada del AF al aplicar un momento de flexión de 2.5 Nm.*



*Figura A.16: Deformada del AF al aplicar un momento de extensión de 2.5 Nm.*

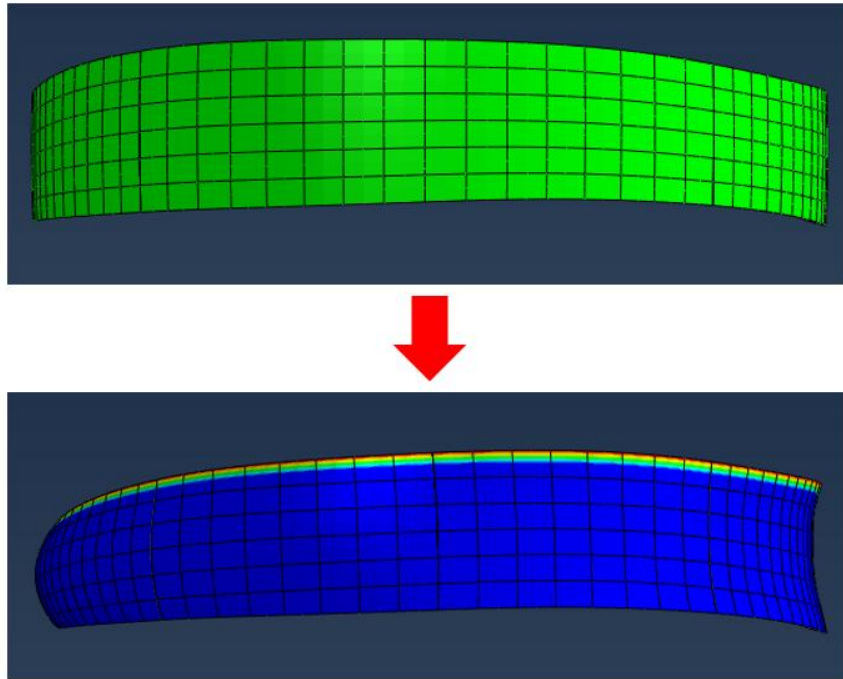


Figura A.17: Deformada del AF al aplicar un momento de flexión lateral de 2.5 Nm.

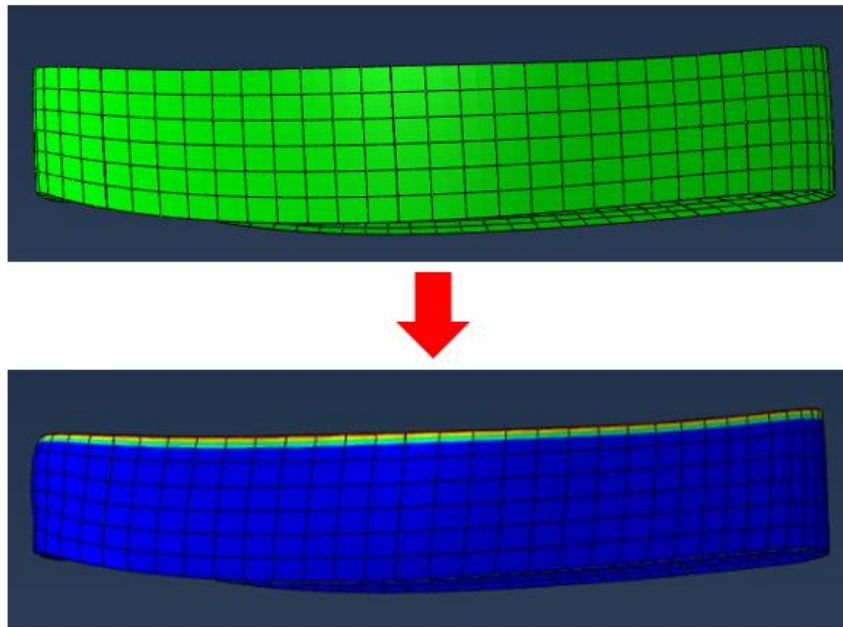


Figura A.18: Deformada del AF al aplicar un momento de rotación de 2.5 Nm.

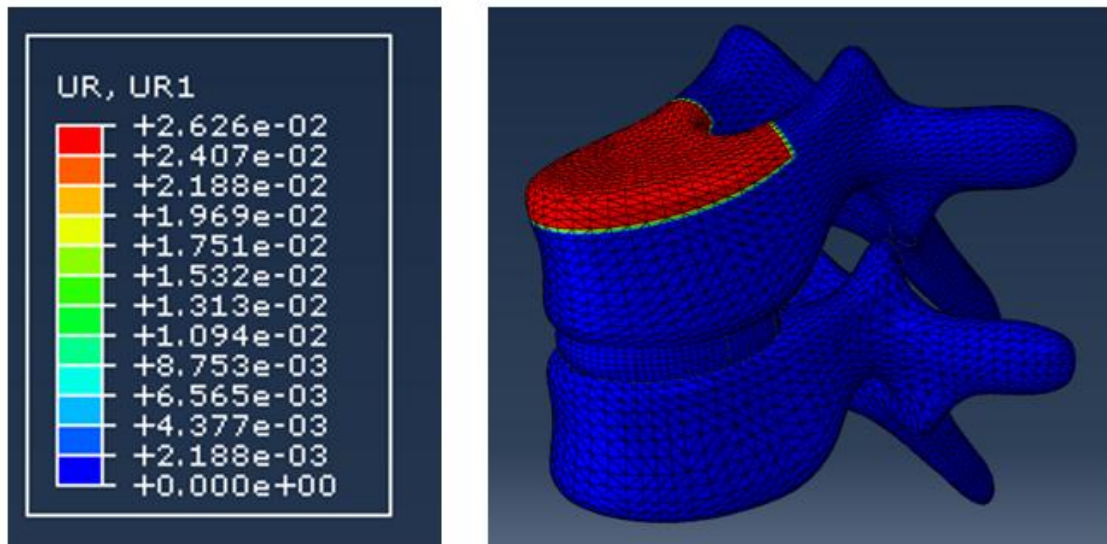


Figura A.19: ROM de la UVF completa (en radianes) al aplicar un momento de flexión de 2.5 Nm.

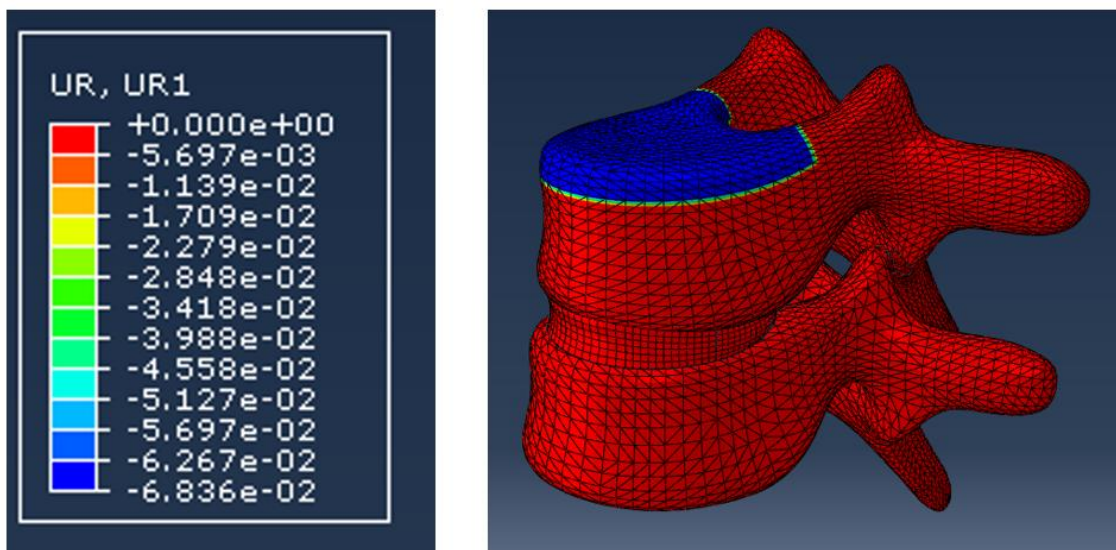


Figura A.20: ROM de la UVF completa (en radianes) al aplicar un momento de extensión de 2.5 Nm.

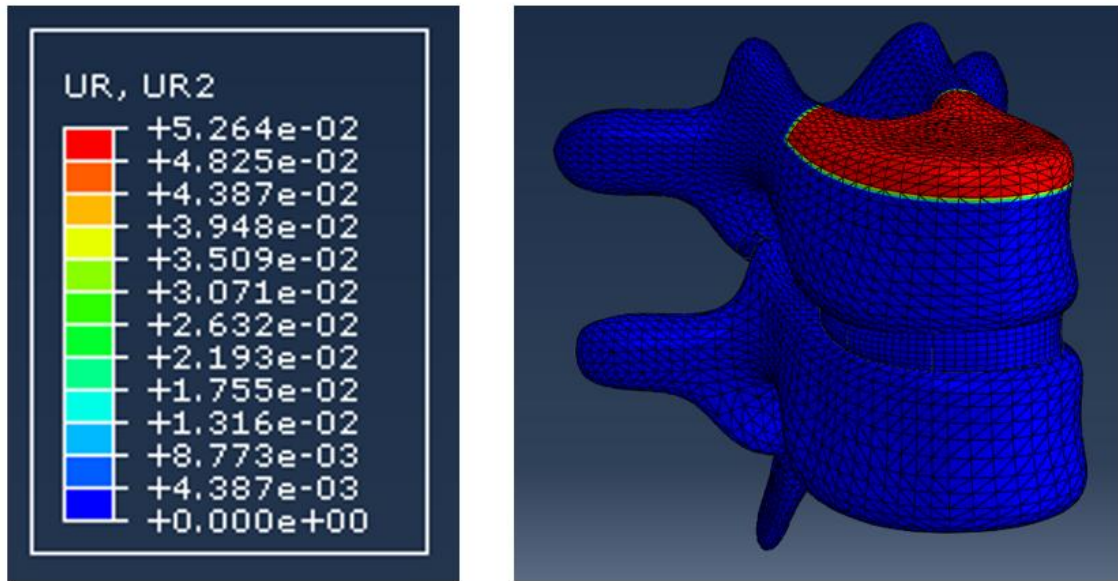


Figura A.21: ROM de la UIVF completa (en radianes) al aplicar un momento de flexión lateral de 2.5 Nm.

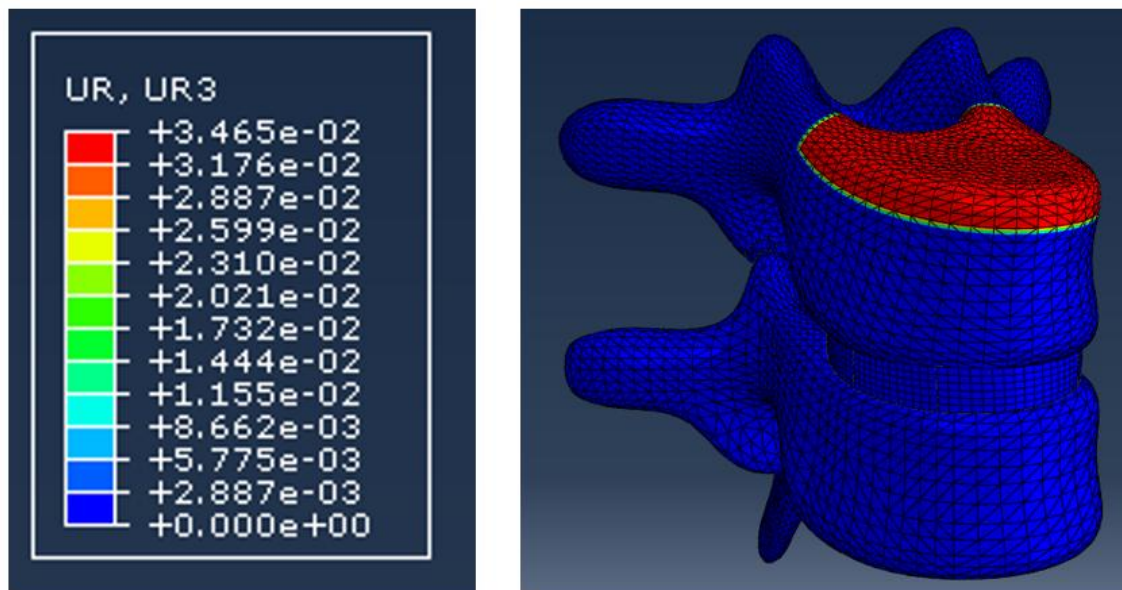


Figura A.22: ROM de la UIVF completa (en radianes) al aplicar un momento de rotación de 2.5 Nm.

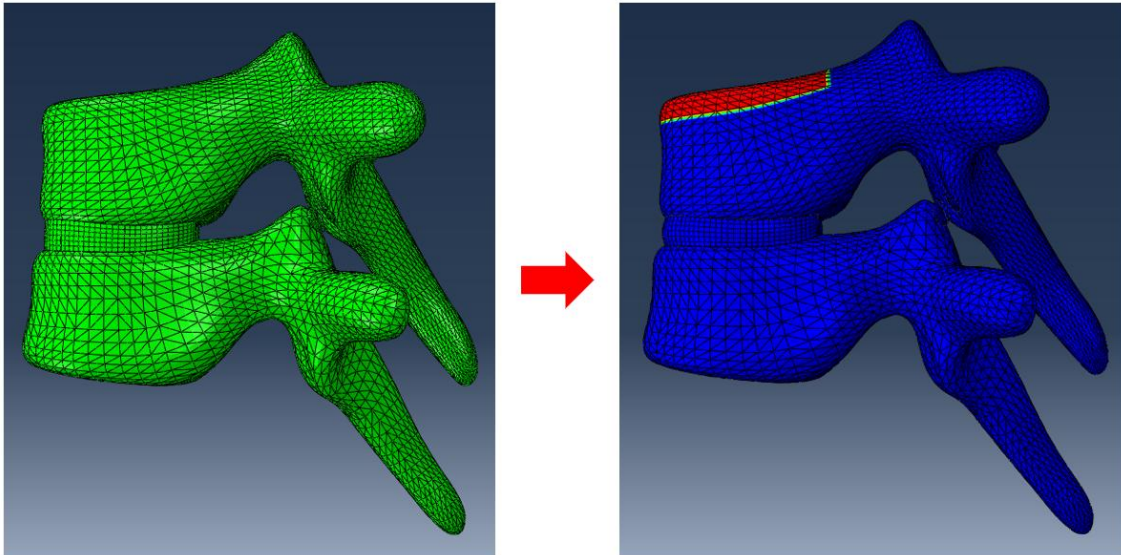


Figura A.23: Deformada de la UVF completa al aplicar un momento de flexión de 2.5 Nm.

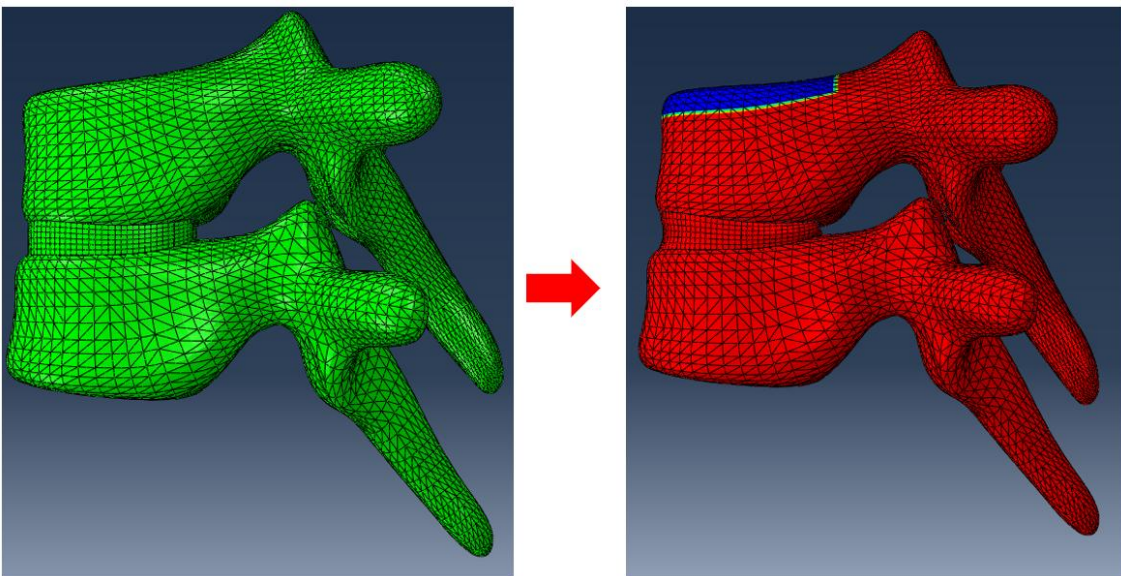


Figura A.24: Deformada de la UVF completa al aplicar un momento de extensión de 2.5 Nm.

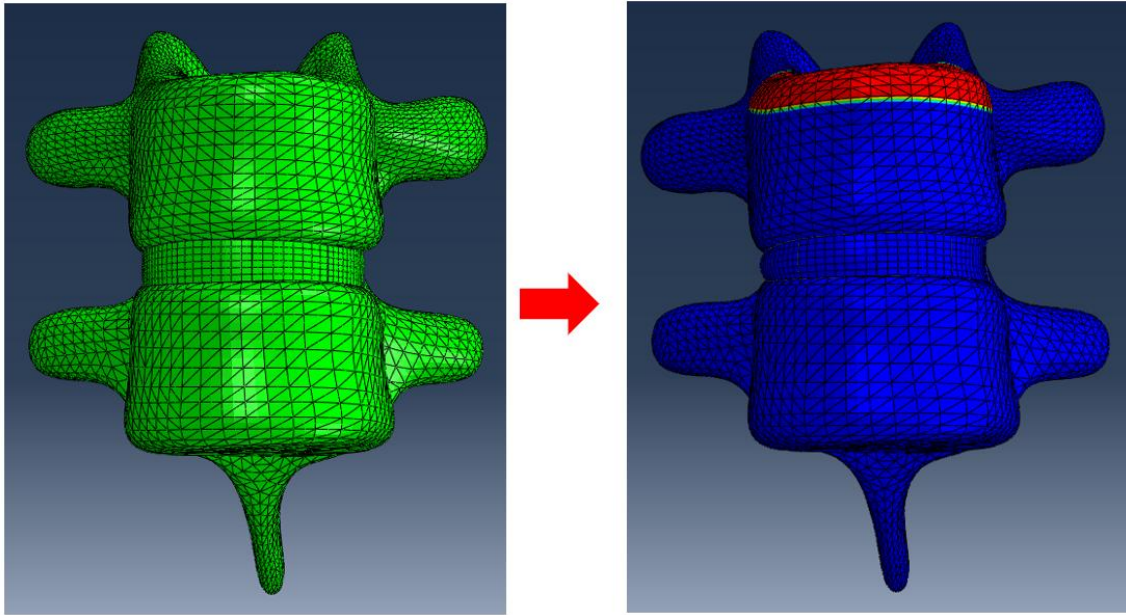


Figura A.25: Deformada de la UVF completa al aplicar un momento de flexión lateral de 2.5 Nm.

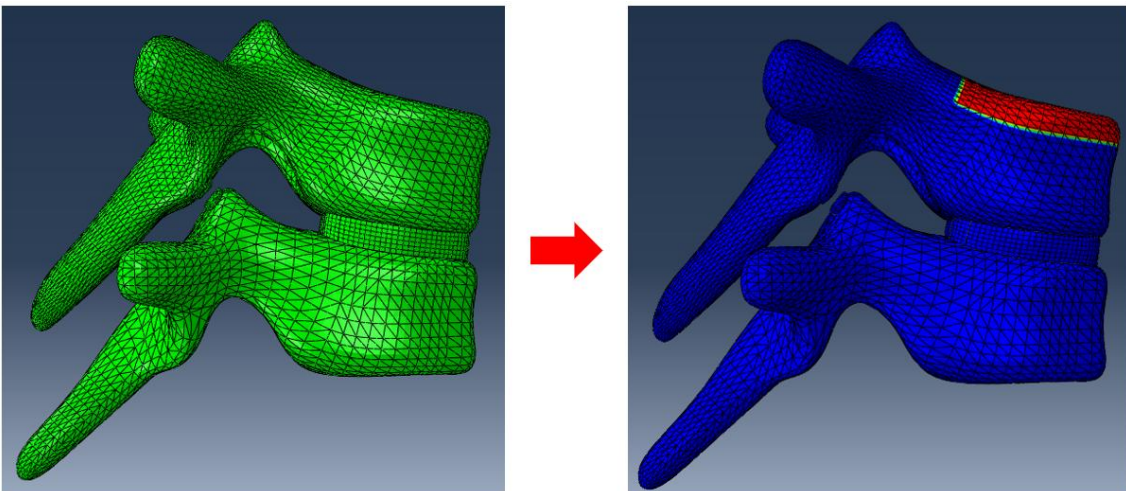


Figura A.26: Deformada de la UVF completa al aplicar un momento de rotación de 2.5 Nm.

## BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- [1] Eberlein R, Holzapfel GA, Schulze-Bauer CAJ. An Anisotropic Model for Annulus Tissue and Enhanced Finite Element Analyses of Intact Lumbar Disc Bodies. *Comput Methods Biomech Biomed Engin*, 2001; 4:209– 29.
- [2] Iatridis, J. C., Weidenbaum, M., Setton, L. A., & Mow, V. C. (1996). Is the nucleus pulposus a solid or a fluid? Mechanical behaviors of the nucleus pulposus of the human intervertebral disc. *Spine*, 21(10), 1174-1184.
- [3] *Blogspot*. (2014, 27 de noviembre). Anatomía de la columna vertebral. Recuperado el 17 de marzo de 2025 de <https://laanatomiadela columna.blogspot.com/2014/11/columna-vertebral-ligamentos-y-musculos.html>
- [4] Mestre, C. (s.f.). *Síndrome facetario: síntomas, causas y tratamiento*. Neurocirugía Madrid. Recuperado el 17 de marzo de 2025 de <https://neurocirugia.madrid/patologias/sindrome-facetario-sintomas-causas-y-tratamiento/>
- [5] García Vacas, F. (2012) *Análisis biomecánico de un nuevo diseño de prótesis intervertebral* (Doctoral dissertation, Universidad de Málaga).
- [6] Moreno-Vegas, S., López-Medina, P., Peña-Trabalón, A., Estébanez-Campos, B., Pérez-Blanca, A. (2024). *Propiedades del anillo fibroso torácico: extensibilidad de las propiedades lumbares y aproximación metodológica del modelo de material*. [Sesión de congreso]. XVI Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Concepción, Chile.
- [7] Schmidt, H., Heuer, F., Simon, U., Kettler, A., Rohlmann, A., Claes, L., & Wilke, H. J. (2006). Application of a new calibration method for a three-dimensional finite element model of a human lumbar annulus fibrosus. *Clinical biomechanics*, 21(4), 337-344.
- [8] Heuer, F., Schmidt, H., Klezl, Z., Claes, L., & Wilke, H. J. (2007). Stepwise reduction of functional spinal structures increase range of motion and change lordosis angle. *Journal of biomechanics*, 40(2), 271-280.
- [9] Ezquerro, F., Vacas, F. G., Postigo, S., Prado, M., & Simón, A. (2011). Calibration of the finite element model of a lumbar functional spinal unit using an optimization technique based on differential evolution. *Medical engineering & physics*, 33(1), 89-95.
- [10] Nicolini, L. F., Greven, J., Kobbe, P., Hildebrand, F., Stoffel, M., Markert, B., ... & Fancello, E. A. (2022). The effects of tether pretension within vertebral body tethering on the biomechanics of the spine: a Finite Element analysis. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 19, e442.
- [11] Holzapfel, G. A., Gasser, T. C., & Ogden, R. W. (2000). A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of

- material models. *Journal of elasticity and the physical science of solids*, 61, 1-48.
- [12] Gruber, G., Nicolini, L. F., Ribeiro, M., Lerchl, T., Wilke, H. J., Jaramillo, H. E., ... & Nispel, K. (2024). Comparative FEM study on intervertebral disc modeling: Holzapfel-Gasser-Ogden vs. structural rebars. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, 12, 1391957.
- [13] Cahill, P. J., Wang, W., Asghar, J., Booker, R., Betz, R. R., Ramsey, C., & Baran, G. (2012). The use of a transition rod may prevent proximal junctional kyphosis in the thoracic spine after scoliosis surgery: a finite element analysis. *Spine*, 37(12), E687-E695.
- [14] Wilke, H. J., Grundler, S., Ottardi, C., Mathew, C. E., Schlager, B., & Liebsch, C. (2020). In vitro analysis of thoracic spinal motion segment flexibility during stepwise reduction of all functional structures. *European Spine Journal*, 29, 179-185.
- [15] Shirazi-Adl, A., Ahmed, A. M., & Shrivastava, S. C. (1986). A finite element study of a lumbar motion segment subjected to pure sagittal plane moments. *Journal of biomechanics*, 19(4), 331-350.
- [16] Fletcher, J. G., Stringer, M. D., Briggs, C. A., Davies, T. M., & Woodley, S. J. (2015). CT morphometry of adult thoracic intervertebral discs. *European spine journal*, 24, 2321-2329.
- [17] 3D Slicer. (s.f.). 3D Slicer image computing platform. Recuperado el 3 de abril de 2025 de <https://www.slicer.org/>
- [18] Gasser, T. C., Ogden, R. W., & Holzapfel, G. A. (2006). Hyperelastic modelling of arterial layers with distributed collagen fibre orientations. *Journal of the royal society interface*, 3(6), 15-35.
- [19] Simulia. (s.f.). Abaqus 6.11 Benchmarks Manual. Recuperado el 9 de abril de 2025 de <http://abaqusdocs.eait.uq.edu.au/v6.11/books/bmk/default.htm?startat=ch03s01ach168.html>
- [20] Ebraheim, N. A., Xu, R., Ahmad, M., & Yeasting, R. A. (1997). The quantitative anatomy of the thoracic facet and the posterior projection of its inferior facet. *Spine*, 22(16), 1811-1817.
- [21] Yoganandan, N., Knowles, S. A., Maiman, D. J., & Pintar, F. A. (2003). Anatomic study of the morphology of human cervical facet joint. *Spine*, 28(20), 2317-2323.
- [22] Panjabi, M. M., Oxland, T., Takata, K., Goel, V., Duranceau, J., & Krag, M. (1993). Articular facets of the human spine quantitative three-dimensional anatomy. *Spine*, 18(10), 1298-1310.

- 
- [23] Doulgeris, J., Lin, M., Lee, W., Aghayev, K., Papanastassiou, I. D., Tsai, C. T., & Vriou, F. D. (2023). Inter-specimen analysis of diverse finite element models of the lumbar spine. *Bioengineering*, 11(1), 24.
- [24] Eberlein, R., Holzapfel, G. A., & Fröhlich, M. (2004). Multi-segment FEA of the human lumbar spine including the heterogeneity of the annulus fibrosus. *Computational mechanics*, 34(2), 147-163.
- [25] Polanco, M., Ringleb, S., Audette, M., Kakar, R., & Bawab, S. (2023). A comparison of intervertebral ligament properties utilized in a thoracic spine functional unit through kinematic evaluation. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 26(11), 1330-1340.
- [26] White, A. A. P. M. (1990). Clinical biomechanics of the spine. *Clinical biomechanics of the spine*.
- [27] Mahadevan, V. (2018). Anatomy of the vertebral column. *Surgery (Oxford)*, 36(7), 327-332.
- [28] Rohlmann, A., Bauer, L., Zander, T., Bergmann, G., & Wilke, H. J. (2006). Determination of trunk muscle forces for flexion and extension by using a validated finite element model of the lumbar spine and measured in vivo data. *Journal of biomechanics*, 39(6), 981-989.
- [29] Lu, Y. M., Hutton, W. C., & Gharapuray, V. M. (1996). Do bending, twisting, and diurnal fluid changes in the disc affect the propensity to prolapse? A viscoelastic finite element model. *Spine*, 21(22), 2570-2579.
- [30] Sun, P. D., Zhang, X. X., Zhang, Y. W., Wang, Z., Wu, X. Y., Wu, Y. C., ... & Dong, X. P. (2021). Stress analysis of the thoracolumbar junction in the process of backward fall: an experimental study and finite element analysis. *Experimental and Therapeutic Medicine*, 22(4), 1117.
- [31] Ayturk, U. M., & Puttlitz, C. M. (2011). Parametric convergence sensitivity and validation of a finite element model of the human lumbar spine. *Computer methods in biomechanics and biomedical engineering*, 14(8), 695-705.
- [32] Nachemson, A. L., & Evans, J. H. (1968). Some mechanical properties of the third human lumbar interlaminar ligament (ligamentum flavum). *Journal of biomechanics*, 1(3), 211-220.
- [33] Tkaczuk, H. (1968). Tensile properties of human lumbar longitudinal ligaments. *Acta Orthopaedica Scandinavica*, 39(sup115), 1-69.
- [34] Waters, R. L., & Morris, J. M. (1973). An in vitro study of normal and scoliotic interspinous ligaments. *Journal of biomechanics*, 6(4), 343-348.
- [35] Pitzen, T., Geisler, F., Matthis, D., Müller-Storz, H., Barbier, D., Steudel, W. I., & Feldges, A. (2002). A finite element model for predicting the biomechanical behaviour of the human lumbar spine. *Control Engineering Practice*, 10(1), 83-90.

- [36] Kong, W. Z., Goel, V. K., & Gilbertson, L. G. (1998). Prediction of biomechanical parameters in the lumbar spine during static sagittal plane lifting.
- [37] Goel, V. K., Park, H., & Kong, W. (1994). Investigation of vibration characteristics of the ligamentous lumbar spine using the finite element approach.
- [38] Chen, C. S., Cheng, C. K., Liu, C. L., & Lo, W. H. (2001). Stress analysis of the disc adjacent to interbody fusion in lumbar spine. *Medical engineering & physics*, 23(7), 485-493.
- [39] Nicolini, L. F., Beckmann, A., Laubach, M., Hildebrand, F., Kobbe, P., de Mello Roesler, C. R., ... & Stoffel, M. (2022). An experimental-numerical method for the calibration of finite element models of the lumbar spine. *Medical engineering & physics*, 107, 103854.
- [40] Malandrino, A., Noailly, J., & Lacroix, D. (2013). Regional annulus fibre orientations used as a tool for the calibration of lumbar intervertebral disc finite element models. *Computer methods in biomechanics and biomedical engineering*, 16(9), 923-928.
- [41] Mengoni, M. (2021). Biomechanical modelling of the facet joints: a review of methods and validation processes in finite element analysis. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 20(2), 389-401.
- [42] Holzapfel, G. A., Schulze-Bauer, C. A., Feigl, G., & Regitnig, P. (2005). Single lamellar mechanics of the human lumbar anulus fibrosus. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 3, 125-140.
- [43] Ebara, S., Iatridis, J. C., Setton, L. A., Foster, R. J., Mow, V. C., & Weidenbaum, M. (1996). Tensile properties of nondegenerate human lumbar anulus fibrosus. *Spine*, 21(4), 452-461.
- [44] Wilke, H. J., Herkommer, A., Werner, K., & Liebsch, C. (2020). In vitro analysis of the intradiscal pressure of the thoracic spine. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, 8, 614.
- [45] Nachemson, A. (1959). Measurement of intradiscal pressure. *Acta Orthopaedica Scandinavica*, 28(4), 269-289.
- [46] Nachemson, A. (1960). Lumbar intradiscal pressure: experimental studies on post-mortem material. *Acta Orthopaedica Scandinavica*, 31(sup43), 1-104.
- [47] Schmoelz, W., Huber, J. F., Nydegger, T., Claes, L., & Wilke, H. J. (2006). Influence of a dynamic stabilisation system on load bearing of a bridged disc: an in vitro study of intradiscal pressure. *European Spine Journal*, 15, 1276-1285.
- [48] Bell, K. M., Yan, Y., Hartman, R. A., & Lee, J. Y. (2018). Influence of follower load application on moment-rotation parameters and

- intradiscal pressure in the cervical spine. *Journal of biomechanics*, 76, 167-172.
- [49] Welke, B., Schwarze, M., Hurschler, C., Book, T., Magdu, S., & Daentzer, D. (2016). In vitro investigation of a new dynamic cervical implant: comparison to spinal fusion and total disc replacement. *European Spine Journal*, 25, 2247-2254.
- [50] Barrey, C., Rousseau, M. A., Persohn, S., Campana, S., Perrin, G., & Skalli, W. (2015). Relevance of using a compressive preload in the cervical spine: an experimental and numerical simulating investigation. *European Journal of Orthopaedic Surgery & Traumatology*, 25, 155-165.
- [51] Polga, D. J., Beaubien, B. P., Kallemeier, P. M., Schellhas, K. P., Lew, W. D., Buttermann, G. R., & Wood, K. B. (2004). Measurement of in vivo intradiscal pressure in healthy thoracic intervertebral discs. *Spine*, 29(12), 1320-1324.
- [52] Wilke, H. J., Herkommer, A., Werner, K., & Liebsch, C. (2017). In vitro analysis of the segmental flexibility of the thoracic spine. *PLoS one*, 12(5), e0177823.
- [53] Polak, K., Czyż, M., Ścigała, K., Jarmundowicz, W., & Będziński, R. (2014). Biomechanical characteristics of the porcine denticulate ligament in different vertebral levels of the cervical spine—preliminary results of an experimental study. *journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, 34, 165-170.
- [54] *Educaplay*. (s.f.). Partes de la columna. Recuperado el 21 de junio de 2025 de [https://es.educaplay.com/recursos-educativos/10652400-bizkarrezurraren\\_atalak.html](https://es.educaplay.com/recursos-educativos/10652400-bizkarrezurraren_atalak.html)
- [55] Fitzgerald, J. (s.f.). *Chapter 22: Spine injuries*. SlidePlayer. Recuperado el 21 de junio de 2025 de <https://slideplayer.com/slide/6290196/>
- [56] Barriga-Martín, A., Romero-Muñoz, L. M., Peral-Alarma, M., Florensa-Vila, J., & Guimbard-Pérez, J. H. (2023). Relación entre el volumen de cemento inyectado y el volumen vertebral en el resultado clínico y en la aparición de fugas tras vertebroplastia percutánea. *Revista española de cirugía ortopédica y traumatología*, 67(3), 181-187.
- [57] Ramírez-Díaz, E. I., Ortiz-Prado, A., Schouwenaars-Franssens, R., & Ruiz-Cervantes, O. (2010). Metodología para el modelado del comportamiento mecánico de hueso esponjoso a partir de sus microestructuras. *Ingeniería, investigación y tecnología*, 11(2), 199-216.
- [58] *UNICAMP*. (s.f.). Sarcoma de Ewing / tumor neuroectodérmico primitivo (TNEP) de las raíces de la cauda equina y de las vértebras lumbares. Recuperado el 21 de junio de 2025 de <https://anatpat.unicamp.br/rpgppnet2b.html>

- [59] Da Costa, J. C. [Jezreel] (6 de enero de 2025). *Disco intervertebral normal y deshidratado en resonancia magnética de la columna lumbar*. Youtube. <https://youtu.be/xM10gV8dVu4?si=G6hi2so7TEyCpOxc>
- [60] Xiao, Z., Wang, L., Gong, H., Zhu, D., & Zhang, X. (2011). A non-linear finite element model of human L4-L5 lumbar spinal segment with three-dimensional solid element ligaments. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 1(6), 064001.
- [61] Shirazi-Adl, A., & Pamianpour, M. (1993). Nonlinear response analysis of the human ligamentous lumbar spine in compression: on mechanisms affecting the postural stability. *Spine*, 18(1), 147-158.
- [62] Fletcher, J. G., Stringer, M. D., Briggs, C. A., Davies, T. M., & Woodley, S. J. (2015). CT morphometry of adult thoracic intervertebral discs. *European spine journal*, 24, 2321-2329.
- [63] Zot, F., Ben-Brahim, E., Severyns, M., Ledoux, Y., Mesnard, M., Caillé, L., ... & Vendeuvre, T. (2023). Study of mechanical effects of lumbar disc arthroplasty on facet joints at the index level/adjacent levels by using a validated finite element analysis. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, 11, 1287197.