

# Análisis de técnicas de diversidad espacial adaptadas al canal óptico submarino en presencia de dispersión y turbulencia oceánica

Pedro Salcedo-Serrano<sup>(1)</sup>, José María Garrido-Balsells<sup>(1)</sup>, Antonio García-Zambrana<sup>(1)</sup>,  
Antonio Puerta-Notario<sup>(1)</sup>, Beatriz Castillo-Vázquez<sup>(1)</sup>, Rubén Boluda-Ruiz<sup>(1)</sup>.  
pss@ic.uma.es, jmgb@ic.uma.es, agz@ic.uma.es, apn@ic.uma.es, bcv@ic.uma.es, rbr@ic.uma.es  
<sup>(1)</sup>Telecommunication Research Institute (TELMA), Universidad de Málaga, Málaga E-29010, Spain.

**Resumen**—High absorption and scattering of the seawater impose new challenges in the design of novel underwater optical wireless transceivers. This paper presents a comprehensive comparison in terms of BER of Multiple-Input/Single-Output (MISO) UOWC systems using an alternative spatial repetition coding (SRC) and transmit laser selection (TLS) scheme over salinity-induced oceanic turbulence in clear ocean and coastal waters. We consider an SRC system to efficiently increase the total transmitted power while satisfying eye-safety requirements, and a novel feasible TLS scheme, which contemplates an imperfect channel state information (CSI) at the transmitter. Novel closed-form expressions and asymptotic results are derived to compute such a BER performance. The presented results demonstrate that the MISO improvement is more significant when the SRC scheme is adopted for all the UOWC scenarios, as well as a realistic TLS system presents a dramatic tendency to be affected by errors in the CSI at the transmitter block. Monte Carlo simulations verify analytical and asymptotic results.

## I. INTRODUCCIÓN

La irrupción de los vehículos autónomos en la exploración oceánica requiere de tecnologías de comunicación capaces de proveer enlaces seguros con una alta capacidad de transmisión [1]. Por este motivo, las comunicaciones ópticas inalámbricas submarinas (*underwater optical wireless communications*, UOWC) representan una alternativa a los sistemas de comunicación acústicos, debido a su alta velocidad de transmisión y su baja latencia [2]. Sin embargo, varios estudios han manifestado el impacto negativo del canal submarino en las prestaciones de los sistemas UOWC, limitando su uso a causa del alto coeficiente de absorción y la naturaleza dispersiva del medio [3], [4] (y sus referencias). Por otro lado, se ha demostrado que la fluctuación aleatoria en la potencia óptica recibida inducida por la turbulencia oceánica resultado de las variaciones en la temperatura y salinidad del medio no puede ser ignorada en términos de análisis de prestaciones [5], [6]. Así, se hace necesario el estudio de técnicas que reduzcan su impacto para el diseño de futuros transceptores UOWC.

Con este propósito, numerosos autores han sugerido el uso de técnicas basadas en diversidad espacial, reflejo de estudios propuestos en el ámbito de las comunicaciones ópticas terrestres para combatir el efecto de las turbulencias atmosféricas [7], [8] (y sus referencias). En el contexto submarino, a pesar del menor impacto de las turbulencias oceánicas respecto a los efectos negativos de la absorción y la dispersión, se han presentado esquemas de diversidad espacial similares [9], [10] (y sus referencias). En [9], se realiza un estudio de la eficacia de sistemas MIMO (*Multiple-Input/Multiple-Output*) y MISO

(*Multiple-Input/Single-Output*) basados en codificación de repetición espacial (*spatial repetition coding*, SRC) para aliviar el efecto de la fluctuación inducida por turbulencias oceánicas descritas a partir de la distribución de probabilidad lognormal. En [10], el efecto de la turbulencia oceánica se combate mediante un sistema basado en la selección de la fuente óptica que presenta un valor mayor de centelleo, es decir, el mejor canal. Esta técnica, también conocida como *transmit laser selection* (TLS), se fundamenta en el conocimiento perfecto de la información del estado del canal (*channel state information*, CSI) en el transmisor a partir de un enlace de *feedback* desde el receptor. A nuestro mejor entender, resulta evidente que los esquemas de diversidad espacial presentados en la literatura no consideran las singularidades físicas del entorno submarino. En primer lugar, los sistemas basados en técnicas SRC pueden ser utilizados, no solo como sistemas de mitigación de las turbulencias oceánicas, sino también como técnica para combatir la mayor deficiencia del canal óptico subacuático: la alta atenuación debido a la absorción y la dispersión oceánica. Al mismo tiempo, es necesario evaluar las prestaciones de un sistema TLS realista que considere un CSI imperfecto en el transmisor, debido a los efectos negativos del canal en el enlace de retroalimentación, así como por el posible retraso en la retransmisión del estado del canal.

En este trabajo, se propone un esquema SRC que considera una potencia óptica máxima por fuente y un esquema TLS en presencia de un CSI imperfecto en entornos submarinos bajo turbulencias oceánicas inducidas por gradiente de salinidad y diferentes tipos de agua. Se derivan nuevas expresiones matemáticas cerradas y resultados asintóticos para calcular las prestaciones de ambos sistemas en términos de *bit error rate* (BER). Los resultados presentados demuestran una mayor mejora de prestaciones respecto a un sistema SISO (*single-input/single-output*) cuando se adopta el esquema SRC respecto al TLS en escenarios realistas. Al mismo tiempo, se muestra que el orden de diversidad del esquema TLS cae de forma drástica debido a la consideración de CSI imperfecto. Los resultados son validados mediante simulaciones Monte Carlo para todos los escenarios presentados.

## II. MODELOS DE SISTEMA Y DE CANAL

En primer lugar, consideramos una estructura de un sistema MISO con  $M$  diodos láser en el lado del transmisor y una apertura fotosensible de diámetro  $D$  en el lado del receptor separados por una distancia de enlace  $d$ . El modelo de sistema

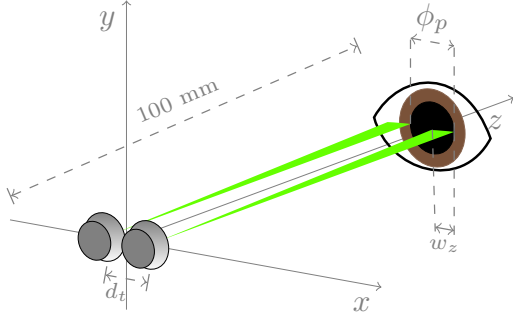


Fig. 1. Representación geométrica de la distancia mínima entre emisores para garantizar las regulaciones de seguridad ocular.

se basa en un esquema de modulación OOK (*on off keying*) de intensidad y detección directa (*Intensity-Modulation and Direct-Detection*, IM/DD). De acuerdo con los estándares de la *International Electrotechnical Commission*, la máxima potencia óptica promedio transmisible  $P_t$  se obtiene a partir de la máxima exposición permitida en una pupila de 7 mm de diámetro a una distancia de 100 mm [11]. Como se muestra en la Fig. 1, es posible definir una distancia de separación entre fuentes  $d_t$ , con el objetivo de garantizar que las intensidades de cada haz de luz no se superpongan en una pupila de diámetro  $\phi_d$  cercana al transmisor. Así,  $d_t$  puede ser obtenida como  $d_t = \phi_p + w_z$ , donde  $w_z$  es el ancho de haz del diodo láser a 100 mm de distancia. El ancho de haz puede ser calculado como  $w_z = \tan(\theta) \cdot 0.1$ , donde  $\theta$  es la divergencia de la fuente en radianes. Asumiendo  $\theta = 12$  mrad,  $d_t \geq 8.2$  mm para asegurar la restricción de potencia máxima por fuente.

En segundo lugar, modelamos el canal UOWC como un coeficiente de ganancia compuesto  $h_T = L \cdot h_o$ , donde  $L$  son las pérdidas de camino y  $h_o$  son las fluctuaciones aleatorias inducidas por las turbulencias oceánicas. Las pérdidas de camino incluyen el efecto debido a la absorción y la dispersión del medio así como las pérdidas geométricas de propagación de un diodo láser, tal que  $L = A_0 \times e^{-\alpha \cdot c \cdot d}$ , donde  $A_0 = \left( \text{erf} \left[ \frac{\sqrt{\pi} D / 2}{d \tan \theta} \right] \right)^2$  es la fracción de pérdidas geométricas del haz gaussiano,  $\text{erf}[\cdot]$  es la función de error,  $\alpha$  es un factor de corrección necesario para considerar la potencia real recibida debido a la dispersión, y  $c$  es el coeficiente de extinción del agua, descrito a partir de los coeficientes de absorción,  $a$ , y dispersión,  $b$  [3]. Por otro lado, la turbulencia oceánica  $h_o$  se modela a través de una distribución Weibull como [12]

$$f_{h_o}(h_o) = \frac{\beta_1}{\beta_2} \left( \frac{h_o}{\beta_2} \right)^{\beta_1 - 1} \times e^{-\left( \frac{h_o}{\beta_2} \right)^{\beta_1}}, \quad h_o \geq 0, \quad (1)$$

donde  $\beta_1 > 0$  es un parámetro relacionado con la fuerza de turbulencia, y  $\beta_2 > 0$  es un parámetro de escala que está relacionado con el valor medio de la potencia recibida [4].

### III. ANÁLISIS DE BER PARA SISTEMAS MISO

#### A. Spatial Repetition coding, SRC

La fotocorriente recibida en un sistema SRC es dada por

$$y = xL \frac{\rho}{M} R \sum_{i=1}^M h_{o_i} + z, \quad (2)$$

donde  $x$  es la potencia óptica de la fuente,  $R$  es la responsividad del fotodetector que se asume como unidad,  $h_{o_i}$  es la fluctuación aleatoria que sufre la señal transmitida entre la  $i$ -ésima fuente láser y el receptor, y  $z$  es un ruido AWGN aditivo de media cero y varianza  $\sigma^2 = N_0/2$ . Como se mencionó anteriormente, se impone una restricción de potencia máxima promedio por fuente  $P_t$ , tal que la potencia total transmitida por cada fuente es obtenida como  $\rho \cdot P_t/M$ , donde  $1 \leq \rho \leq M$ , lo que resulta en una potencia óptica total de  $\rho \cdot P_t$ . Además de transmitir mayor potencia óptica respecto a los sistemas ópticos terrestres tradicionales, cuya limitación es de  $P_t/M$  por fuente, es posible modificar el valor de  $\rho$  en aras de conseguir una mayor optimización energética en el sistema de transmisión. La función densidad de probabilidad (FDP) del coeficiente  $h_{\text{SRC}} = \sum_{i=1}^M h_{o_i}$  se obtiene a partir del comportamiento asintótico de la Eq. (1) presentado en [4] mediante la aplicación de la función generadora de momentos y la transformada inversa de Laplace, como [13]

$$f_{h_{\text{SRC}}}(h) \doteq \left( \frac{\beta_1}{\beta_2^{\beta_1}} \Gamma(\beta_1) \right)^M \frac{h^{M\beta_1-1}}{\Gamma(M\beta_1)}. \quad (3)$$

El rendimiento en términos de BER promedio de un sistema SRC asumiendo CSI perfecto en recepción y símbolos equiprobables se calcula como

$$P_{b_{\text{SRC}}} = \underbrace{\int_0^\infty \dots \int_0^\infty}_M Q \left( \sqrt{2} \gamma_0 \cdot \frac{\rho L}{M} \sum_{i=1}^M h_i \right) \prod_{i=1}^M f_{h_{o_i}}(h_i) dh_i. \quad (4)$$

donde  $\gamma_0 = P_t \sqrt{T_b} / \sqrt{2} \sigma$  es la SNR óptica normalizada en ausencia de fluctuación,  $Q(\cdot)$  es la función de error gaussiana, y  $T_b$  es el periodo de bit. Sustituyendo la Eq. (3) en la Eq. (4), el comportamiento asintótico de la BER a alta SNR se obtiene como

$$P_{b_{\text{SRC}}} \doteq \frac{\left( \beta_1 \left( \frac{\beta_2 L \rho}{M} \right)^{-\beta_1} \Gamma(\beta_1) \right)^M}{2^{1+M\beta_1} \Gamma\left(\frac{M\beta_1}{2} + 1\right)} \gamma_0^{-\beta_1 M}. \quad (5)$$

#### B. Transmit Laser Selection, TLS

De forma práctica, un sistema TLS con CSI imperfecto en el transmisor se describe como un sistema SISO donde la ganancia del canal es dada por  $h_{\text{TLS}} = L \cdot h_{o_r}$ , siendo  $h_{o_r}$  el  $r$ -ésimo peor canal, ordenando las ganancias de los canales de menor a mayor, tal que  $h_{o_1} < h_{o_r} < h_{o_M}$ , y  $1 \leq r \leq M$  [14]. La FDP del  $r$ -ésimo peor canal se obtiene a través del análisis de los estadísticos de orden, como [15, Eq. (2.1.3)]

$$f_{h_{o_r}}(h, r) = \frac{M!}{(r-1)!(M-r)!} \frac{\beta_1}{\beta_2^{\beta_1}} h^{\beta_1-1} \times \sum_{k=0}^{r-1} (-1)^k \binom{r-1}{k} \left( e^{-\left( \frac{h}{\beta_2} \right)^{\beta_1}} \right)^{(k+1+M-r)}. \quad (6)$$

Con el objetivo de modelar un escenario aun más cercano a la realidad, donde el CSI imperfecto obtenido en el transmisor puede ser variable, el parámetro  $r$  se va a modelar como una variable aleatoria discreta, es decir, el transmisor escoge aleatoriamente cualquiera de las fuentes disponibles. Un punto de partida útil para entender el comportamiento de este sistema,

es modelar  $r$  a través de una distribución exponencial creciente que depende de un parámetro de tasa de crecimiento  $l$ . Debido a dicha distribución, el modelo tenderá a considerar la fuente de láser correcta aunque el transmisor ocasionalmente obtenga un CSI incorrecto o desactualizado. Al mismo tiempo, escenarios más desfavorables también podrán ser modelados asumiendo un parámetro de tasa  $l$  diferente para igualar la probabilidad del resto de fuentes. Por lo tanto, la probabilidad de elegir la  $r$ -ésima peor fuente se puede calcular como

$$p_r(r) = \frac{e^{l \cdot r}}{\sum_{i=1}^M e^{l \cdot i}}. \quad (7)$$

La BER promedio correspondiente al esquema TLS con CSI imperfecto en el transmisor puede estimarse como

$$P_{b_{\text{TLS}}}(r) = \int_0^\infty Q(\sqrt{2}\gamma_0 \cdot L \cdot h) f_{h_{o,r}}(h, r) dh. \quad (8)$$

Sustituyendo la Eq. (6) en la Eq. (8), la BER promedio de un sistema TLS que transmite por la  $r$ -ésima peor fuente se obtiene como

$$P_{b_{\text{TLS}}}(r) = \frac{\beta_1 M!}{(r-1)!(M-r)!} \frac{\sum_{k=0}^{r-1} (-1)^k \binom{r-1}{k}}{4\sqrt{\pi} (\beta_2 L \gamma_0)^{\beta_1}} \times H_{2,2}^{1,2} \left( \begin{matrix} k+M-r+1 \\ (\gamma_0 L \beta_2)^{\beta_1} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \left(\frac{1-\beta_1}{2}, \frac{\beta_1}{2}\right), \left(1-\frac{\beta_1}{2}, \frac{\beta_1}{2}\right) \\ (0, 1), \left(\frac{-\beta_1}{2}, \frac{\beta_1}{2}\right) \end{matrix} \right), \quad (9)$$

donde  $H_{p,q}^{m,n}(\cdot)$  es la función H-Fox. De forma similar al sistema SRC, se obtiene una expresión asintótica de la BER a partir del comportamiento asintótico de la Eq. (1), tal que

$$P_{b_{\text{TLS}}}(r) \doteq \frac{M!}{r!(M-r)!} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}(r\beta_1 + 1)\right)}{2\sqrt{\pi}(\beta_2 L)^{r\beta_1}} \gamma_0^{-\beta_1} r. \quad (10)$$

Asumiendo el comportamiento aleatorio de  $r$  propuesto en la Eq. (7), el rendimiento promedio de la BER de un sistema TLS realista se expresa en función de  $l$  como

$$P_{b_{\text{TLS}}}(l) = \sum_{r=1}^M p_r(r, l) \cdot P_{b_{\text{TLS}}}(r). \quad (11)$$

#### IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

A continuación, se evalúa la BER de un sistema UOWC para un esquema SISO, un esquema SRC y un esquema TLS bajo turbulencias oceánicas para agua de océano claro y agua de costa en distancias de enlace prácticas como  $d = \{30, 50\}$  m y  $d = \{20, 30\}$  m, respectivamente. Con el objetivo de modelar turbulencias oceánicas inducidas por salinidad,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son calculadas para un índice de centelleo  $\sigma_h^2$  con  $w = -1$  [4]. Se asume un receptor con una apertura  $D = 20$  cm y un campo de visión de  $180^\circ$ , así como una fuente diodo láser en la longitud de onda del verde  $\lambda = 532$  nm y ángulo de divergencia de 12 mrad.

En las Figs. 2(a) y 2(b), se computa la expresión asintótica presentada en la Eq. (5) para el sistema SRC, y las expresiones analíticas y asintóticas presentadas en la Eq. (9) y Eq. (10), respectivamente, promediadas según la Eq. (11) con un valor de  $l=4$  para el sistema TLS, en agua de océano claro y agua de costa. Cabe señalar que para  $l=4$ , la probabilidad de coger el láser con mejor canal es 0.98, tal y como se puede computar según la Eq. (7). En primer lugar, se muestra la precisión de las expresiones propuestas debido al buen ajuste con los

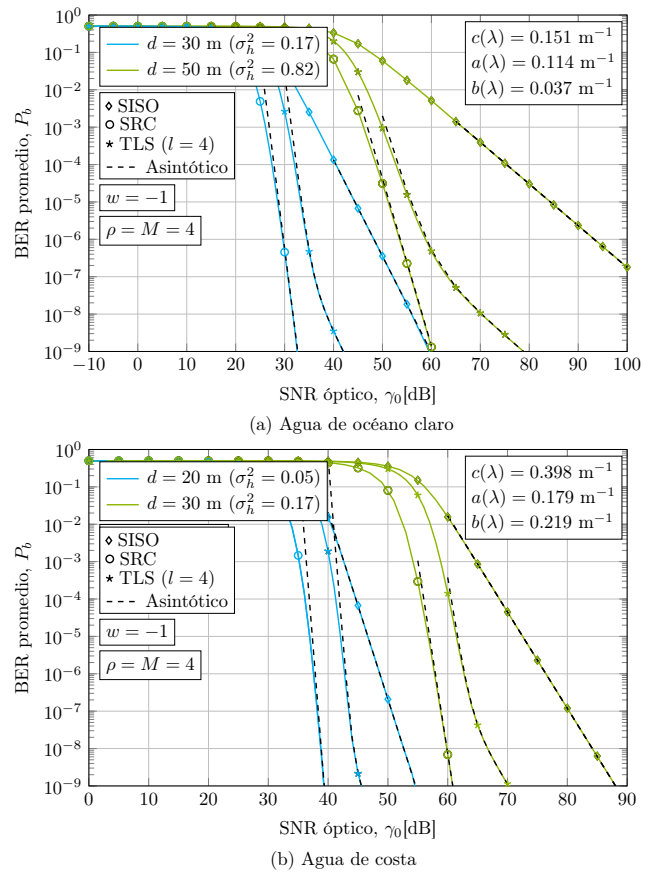


Fig. 2. BER promedio para (a) agua de océano claro y (b) agua de costa bajo un nivel de turbulencia de  $w = -1$  y diferentes distancias cuando se consideran 4 transmisores para un sistema SRC y TLS realista, con una tasa de  $l = 4$ .

resultados obtenidos vía simulación Monte Carlo. Por otro lado, se observa como el sistema SRC produce una mejora respecto al sistema TLS, a pesar de su alta probabilidad de escoger el láser con mejor canal en todas las realizaciones. A una distancia de enlace de  $d = 30$  m en agua de océano claro para una SNR = 30 dB, el esquema SRC proporciona una BER de  $P_b = 4.5 \times 10^{-7}$ , mientras que para el sistema TLS  $P_b = 2.6 \times 10^{-3}$ . Esto se debe a que el sistema SRC es capaz de transmitir más potencia óptica por la restricción de seguridad ocular promedio por fuente con  $\rho = M$  a pesar de usar el mismo número de emisores que el sistema TLS.

En la Fig. 3, se analiza el impacto de posibles errores en el bloque selector de láser emisor en el rendimiento BER de un sistema TLS práctico y realista, considerando una distancia de enlace de 50 m en agua de océano claro. Consideramos diferentes escenarios a partir del parámetro de tasa  $l$ , que evalúa la precisión del CSI en el transmisor. De acuerdo con los resultados presentados, se demuestra que el rendimiento del sistema TLS es altamente susceptible a imperfecciones en el proceso de selección de la fuente emisora a pesar de la baja probabilidad de seleccionar fuentes láser incorrectas. En el caso de  $l = 1$ , la probabilidad de seleccionar un emisor incorrecto es inferior al 36% cuando se consideran 4 fuentes láser. Para lograr un objetivo BER promedio de  $10^{-6}$ , el esquema TLS con  $l = 1$  requiere una SNR = 85 dB cuando se considera  $d = 50$  m y  $w = -1$  en agua de océano claro. Esto representa una mejora de solo 7 dB en comparación con los 92 dB requeridos para un sistema SISO bajo las

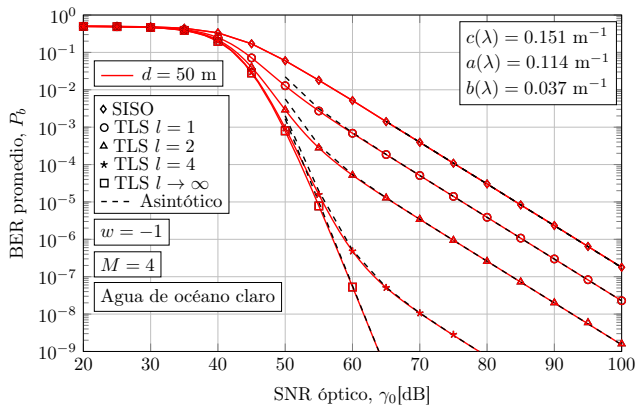


Fig. 3. BER promedio para agua de océano claro bajo un nivel de turbulencia de  $w = -1$  y  $d = 50$  m cuando se consideran 4 transmisores para un sistema TLS realista y diferentes tasas de crecimiento  $l$ .

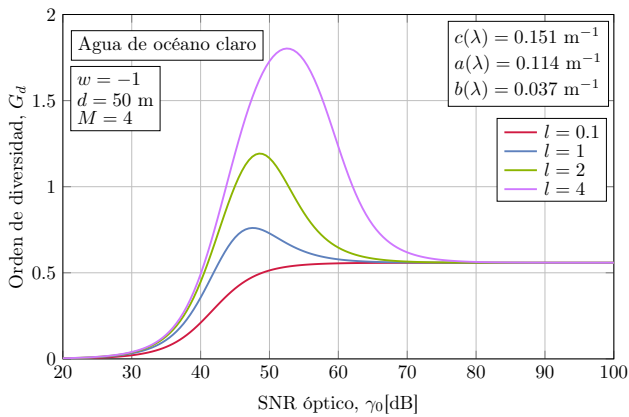


Fig. 4. Orden de diversidad de un sistema TLS realista con 4 transmisores en agua de océano claro bajo un nivel de turbulencia de  $w = -1$  y  $d = 50$  m para diferentes tasas de crecimiento  $l$ .

mismas condiciones oceánicas. En segundo lugar, se observa que el orden de diversidad, es decir, la pendiente asintótica del rendimiento BER de los sistemas TLS, disminuye a medida que aumenta la SNR. Para evaluar este efecto, en la Fig. 4 se computa analíticamente la pendiente de la curva, es decir, el orden de diversidad. Para comodidad del lector, no incluimos la expresión analítica debido a su extensión. Se puede concluir que la tendencia del orden de diversidad después del pico corrobora los resultados obtenidos en la Fig. 3, donde la pendiente del esquema TLS tiende a la pendiente del esquema SISO. Se observa que el orden de diversidad disminuye antes cuando  $l$  disminuye, es decir, es más difícil discriminar el mejor canal en base al CSI en el transmisor. Estos resultados confirman que un esquema TLS realista es muy sensible a los errores en el enlace de *feedback*.

## V. CONCLUSIONES

En este trabajo, se evalúa el rendimiento en términos de BER de un sistema MISO UOWC mediante la aplicación de esquemas SRC y TLS bajo turbulencias oceánicas en presencia de absorción y dispersión. Se propone un sistema SRC adaptado al medio submarino para compensar el impacto negativo de la absorción y dispersión oceánica aplicando una restricción de potencia de seguridad ocular por fuente con la capacidad de transmitir más potencia óptica. Por otro lado, se presenta un esquema TLS realista que considera un CSI imperfecto en el transmisor debido a errores o retrasos en el canal de *feedback*. Se han propuesto nuevas expresiones

analíticas y asintóticas para evaluar la tasa de error de bit, validadas mediante simulaciones Monte Carlo para diferentes escenarios prácticos en agua de océano claro y agua de costa. Los resultados presentados muestran un mejor rendimiento en favor del sistema SRC respecto al esquema TLS por su compromiso entre la potencia óptica total transmitida y la ganancia de diversidad obtenida. Por otro lado, se demuestra que el rendimiento BER de un sistema TLS realista es muy susceptible a errores en la selección de la fuente de transmisión debido a un CSI imperfecto en el transmisor.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación bajo el proyecto PID2019-107792GB-I00, el Plan Andaluz de Investigación Desarrollo e Innovación (PAIDI) 2021 bajo el proyecto P21\_00390 y la Universidad de Málaga.

## REFERENCIAS

- [1] Y. Guo, M. Kong, O. Alkhazragi, M. A. Sait, C. H. Kang, I. Ashry, Q. Yang, T. K. Ng, and B. S. Ooi, "Current trend in optical internet of underwater things," *IEEE Photonics Journal*, vol. 14, no. 5, pp. 1–14, 2022.
- [2] Z. Zeng, S. Fu, H. Zhang, Y. Dong, and J. Cheng, "A survey of underwater optical wireless communications," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 19, no. 1, pp. 204–238, 2017.
- [3] R. Boluda-Ruiz, P. Rico-Pinazo, B. Castillo-Vazquez, A. García-Zambrana, and K. Qaraqe, "Impulse response modeling of underwater optical scattering channels for wireless communication," *IEEE Photonics Journal*, pp. 1–14, 2020.
- [4] P. Salcedo-Serrano, R. Boluda-Ruiz, J. M. Garrido-Balsells, and A. García-Zambrana, "On the scattering-induced fading for optical wireless links through seawater: statistical characterization and its applications," *Opt. Express*, vol. 29, no. 23, pp. 37 101–37 116, Nov 2021.
- [5] M. V. Jamali, A. Mirani, A. Parsay, B. Abolhassani, P. Nabavi, A. Chizari, P. Khorramshahi, S. Abdollahramezani, and J. A. Salehi, "Statistical studies of fading in underwater wireless optical channels in the presence of air bubble, temperature, and salinity random variations," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 66, no. 10, pp. 4706–4723, 2018.
- [6] R. Boluda-Ruiz, P. Salcedo-Serrano, B. Castillo-Vázquez, A. García-Zambrana, and J. M. Garrido-Balsells, "Capacity of underwater optical wireless communication systems over salinity-induced oceanic turbulence channels with ISI," *Opt. Express*, vol. 29, no. 15, pp. 23 142–23 158, Jul 2021.
- [7] A. A. Farid and S. Hranilovic, "Diversity gain and outage probability for MIMO free-space optical links with misalignment," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 60, no. 2, pp. 479–487, 2012.
- [8] A. García-Zambrana, C. Castillo-Vazquez, B. Castillo-Vazquez, and A. Hiniesta-Gomez, "Selection transmit diversity for FSO links over strong atmospheric turbulence channels," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 21, no. 14, pp. 1017–1019, 2009.
- [9] M. V. Jamali, J. A. Salehi, and F. Akhondi, "Performance studies of underwater wireless optical communication systems with spatial diversity: MIMO scheme," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 65, no. 3, pp. 1176–1192, 2017.
- [10] M. Elamassie, M. Al-Nahal, R. C. Kizilirmak, and M. Uysal, "Transmit laser selection for underwater visible light communication systems," in *2019 IEEE 30th Annual International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, 2019, pp. 1–6.
- [11] IEC, "Safety of laser products - Part 1: Equipment classification, requirements IEC 60825-1:2014," 2014.
- [12] H. M. Oubei, E. Zedini, R. T. Elafandy, A. Kammoun, T. K. Ng, M.-S. Alouini, and B. S. Ooi, "Efficient Weibull channel model for salinity induced turbulent underwater wireless optical communications," in *2017 Opto-Electronics and Communications Conference (OECC) and Photonics Global Conference (PGC)*. IEEE, 2017, pp. 1–2.
- [13] M. K. Simon and M.-S. Alouini, *Digital communications over fading channels*, 2nd ed. New Jersey: Wiley-IEEE Press, 2005.
- [14] M. Elamassie and M. Uysal, "Asymptotic performance of generalized transmit laser selection over lognormal turbulence channels," *IEEE Communications Letters*, vol. 24, no. 8, pp. 1762–1766, 2020.
- [15] H. A. David and H. N. Nagaraja, *Order statistics*, 3rd ed. John Wiley and Sons Inc., 2003.