MODELOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL I

Juan Antonio Torrecilla García

2.1. Construcción del Modelo P.L.

2.2. Solución Gráfica.

2.3. El Método SIMPLEX.

Juan Antonio Torrecilla García

2.1. Construcción del Modelo P.L.

Partiendo de

FUNCION OBJETIVO:
Función que se debe optimizar
(maximizar o minimizar)

- Beneficios
- Costes
- Tiempo
- ....

y que está sujeta a

RESTRICCIONES:
Condiciones que tenemos

- Dinero disponible
- Capacidad de almacenamiento
- Material a usar
- ....

hay que

BUSCAR SOLUCIÓN ÓPTIMA:
Queremos conseguir

- Beneficios máximos
- Costes mínimos
- Tiempo mínimo
- ....

$$\text{OPTIMIZAR: } z = c_1 x_1 + \cdots + c_i x_i + \cdots + c_n x_n$$

S.A.:

$$(1) \quad a_{11} x_1 + \cdots + a_{i} x_i + \cdots + a_{1n} x_n \leq A_1$$

$$(2) \quad a_{j1} x_1 + \cdots + a_{ji} x_i + \cdots + a_{jn} x_n \leq A_j$$

$$(3) \quad a_{m1} x_1 + \cdots + a_{mi} x_i + \cdots + a_{mn} x_n \leq A_m$$

$$x_1, \ldots, x_j, \ldots, x_n \geq 0$$

Donde:

- $c_i \equiv$ rendimiento $\equiv$ lo que aporta el producto *i* a la función objetivo.
- $x_i \equiv$ nº de productos a fabricar, nivel de la variable i.
- a_{ij} = consumo de una unidad de *i* del recurso *j*.
- A*j* $\equiv$ existencias $\equiv$ capacidad del recurso *j*.

MODELADO: EJEMPLO

Una empresa fabrica dos tipos de cinturones A y B. El tipo A es de mejor calidad que el tipo B. El benéfico netos es de 2€ para el tipo A y de 1.50 para el tipo B. El tiempo consumido en la fabricación del tipo A es dos veces el tiempo consumido en la del tipo B, y si todos los cinturones fuesen del tipo A y B, la empresa podría fabricar 1000 unidades diarias.
El abastecimiento de cuero es suficiente para fabricar 800 cinturones al día (tipo A ó B). Por último se puede disponer cada día de 400 hebillas del tipo A y 700 del tipo B.

¿Cuál es el número de cinturones de cada tipo a fabricar diariamente de manera que se maximice el beneficio total de la empresa?

MODELADO: EJEMPLO

Una empresa fabrica dos tipos de cinturones A y B. El tipo A es de mejor calidad que el tipo B. El benéfico netos es de 2€ para el tipo A y de 1.50 para el tipo B. El tiempo consumido en la fabricación del tipo A es dos veces el tiempo consumido en la del tipo B, y si todos los cinturones fuesen del tipo A y B, la empresa podría fabricar 1000 unidades diarias.
El abastecimiento de cuero es suficiente para fabricar 800 cinturones al día (tipo A ó B). Por último se puede disponer cada día de 400 hebillas del tipo A y 700 del tipo B.

¿Cuál es el número de cinturones de cada tipo a fabricar diariamente de manera que se maximice el beneficio total de la empresa?

Variables decisión

Planteamiento analítico:

Variables decisión

$$\text{Cinturon tipo A} = x_1$$

$$\text{Cinturon tipo B} = x_2$$

Variables de decisión que se tratan de determinar, magnitudes a las que se quiere asignar un valor.

Interpretación económica (si consideramos el PPL como un problema de asignación de recursos): Indican el nivel de la actividad.

MODELADO: EJEMPLO

Una empresa fabrica dos tipos de cinturones A y B. El tipo A es de mejor calidad que el tipo B. El benéfico netos es de 2€ para el tipo A y de 1.50 para el tipo B. El tiempo consumido en la fabricación del tipo A es dos veces el tiempo consumido en la del tipo B, y si todos los cinturones fuesen del tipo A y B, la empresa podría fabricar 1000 unidades diarias.
El abastecimiento de cuero es suficiente para fabricar 800 cinturones al día (tipo A ó B). Por último se puede disponer cada día de 400 hebillas del tipo A y 700 del tipo B.

¿Cuál es el número de cinturones de cada tipo a fabricar diariamente de manera que se maximice el beneficio total de la empresa?

F.objetivo a max.

Juan Antonio Torrecilla García

Planteamiento analítico:

Variables decisión

$$\text{Cinturon tipo A} = x_1$$

$$\text{Cinturon tipo B} = x_2$$

F.objetivo a max.

$$Maximizar\ beneficio \quad Z = 2x_1 + 1.5x_2$$

El **objetivo** (la meta) que se trata de optimizar.

Interpretación económica (si consideramos el PPL como un problema de asignación de recursos): **"Z"** expresa la ganancia total debido a todas las actividades; "**Ci**" ganancia unitaria debido a la actividad i.

MODELADO: EJEMPLO

Una empresa fabrica dos tipos de cinturones A y B. El tipo A es de mejor calidad que el tipo B. El benéfico netos es de 2€ para el tipo A y de 1.50 para el tipo B. El tiempo consumido en la fabricación del tipo A es dos veces el tiempo consumido en la del tipo B, y si todos los cinturones fuesen del tipo A y B, la empresa podría fabricar 1000 unidades diarias.
El abastecimiento de cuero es suficiente para fabricar 800 cinturones al día (tipo A ó B). Por último se puede disponer cada día de 400 hebillas del tipo A y 700 del tipo B.

Restricciones

¿Cuál es el número de cinturones de cada tipo a fabricar diariamente de manera que se maximice el beneficio total de la empresa?

Planteamiento analítico:

Variables decisión

$$\text{Cinturon tipo A} = x_1$$

$$\text{Cinturon tipo B} = x_2$$

F.objetivo a max.

$$\textit{Maximizar beneficio} \quad Z = 2x_1 + 1.5x_2$$

Restricciones

$$2x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_1 + x_2 \leq 800$$

$$x_1 \leq 400$$

$$x_2 \leq 700$$

Las **restricciones** limitan o condicionan las decisiones.

Interpretación económica (si consideramos el PPL como un problema de asignación de recursos): a11 cantidad del recurso b1 consumida para cada ud. de la act. 1; b1 cantidad disponible del recurso 1

Planteamiento analítico:

Restricciones de no negatividad

$$x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0$$

Una **restricción implícita (o “sobreentendida”)** requiere que todas las vbs, x1 y x2, asuman sólo valores positivos o cero.

Planteamiento analítico:

Variables decisión

$$\text{Cinturon tipo A} = x_1$$

$$\text{Cinturon tipo B} = x_2$$

F.objetivo a max.

$$\textit{Maximizar beneficio} \quad Z = 2x_1 + 1.5x_2$$

Restricciones

$$2x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_1 + x_2 \leq 800$$

$$x_1 \leq 400$$

$$x_2 \leq 700$$

$$x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0$$

Juan Antonio Torrecilla García

Ejercicios de modelación en PL:

Con 80 Kg de acero y 120 kg de aluminio,se quieren fabricar bicicletas de montaña y de paseo que se venderán a 200 y 150 €, respectivamente.

Para la de montaña se necesitan 1 kg de acero y 3 kg de aluminio, mientras que para la de paseo se requieren 2 kg de cada metal.

¿Cuántas bicicletas de cada clase se deben fabricar para obtener el máximo beneficio?¿A cuánto ascenderá este beneficio ?

Ejercicios de modelación en PL:

Con 80 Kg de acero y 120 kg de aluminio,se quieren fabricar bicicletas de montaña y de paseo que se venderán a 200 y 150 €, respectivamente.

Para la de montaña se necesitan 1 kg de acero y 3 kg de aluminio, mientras que para la de paseo se requieren 2 kg de cada metal.

¿Cuántas bicicletas de cada clase se deben fabricar para obtener el máximo beneficio?¿A cuánto ascenderá este beneficio ?

Restricciones:

x = bicicletas de montaña
y = bicicletas de paseo
$\mathbf{x \geq 0}$
$\mathbf{y \geq 0}$
acero: $\mathbf{x + 2y \leq 80}$
aluminio: $\mathbf{3x + 2y \leq 120}$

Beneficio a maximizar:

$F(x,y) = 200x+150y$