

PROBLEMAS NIVEL II

TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA

1. Un capital de 5.000 euros se sustituye hoy por otro de 5.200 disponible dentro de un año. ¿Cuál es el rédito de la operación? ¿Y el tanto de interés anual?

Sol. $r=4\%$; $i=4\%$

2. Si en el ejercicio 1, en lugar de durar un año la operación se pacta para que dure 5 años, calcule cuál será el rédito y cuál el tipo de interés que se aplica en esta operación.

Sol. $r=4\%$; $i=0,8\%$

PROBLEMAS NIVEL II

TEMA 2: CAPITALIZACIÓN SIMPLE

1. ¿Cuánto tiempo tardará un capital invertido al 10% de interés simple anual en producir unos intereses iguales al doble del mismo?

Sol. $n=20$ años

2. Se coloca hoy un capital A durante 5 meses, produciendo unos intereses simples totales del 4% de A. ¿A qué tanto anual se ha colocado? ¿A qué tanto mensual?

Sol. $i=9,6\%$; $i_{12}=0,8\%$

3. ¿A qué tanto simple anual habría que colocar un capital para que en 15 años se transforme en el triple del mismo?

Sol. $i=13,33\%$

4. ¿A qué tipo de interés anual se prestó un capital de 2.811€, si ha producido unos intereses simples de 150€ desde el 8-3-2010 al 8-10-2010?

Sol. $i=9,15\%$

5. Un capital colocado al 10% simple anual durante un tiempo se transformó en 8.257,88€, pero si hubiera estado colocado al 15% durante el mismo período se hubiera transformado en 9.958,03€. Calcular el importe del capital y el tiempo que estuvo colocado.

Sol. $n=6,98$ años; $C_0=4.863,30€$

6. Disponemos de un capital, colocamos la tercera parte del mismo en un banco que trabaja al 5% simple anual, y el resto en otro banco que opera al 6%. Al cabo de un año nos devuelven unos intereses totales de 335,4 euros. Determínese el capital.

Sol. $C_0=5.918,82€$

7. Un capital de cuantía C que ha estado colocado en un sistema de capitalización simple durante 3 meses ha producido un montante de 44.118'05 €. Si se hubiera colocado durante 6 meses el montante habría sido de 44.662'71 €. Calcular:

- a. El tanto anual al que ha estado colocado y el tanto trimestral equivalente.
Sol. $i=5\%$; $i_4=1,25\%$
- b. La cuantía C que se ha colocado.
Sol. $C=43.573,39\text{€}$
8. Los intereses simples producidos por dos capitales diferentes fueron iguales. Si el tipo anual aplicado al primero fue de un 3,5% y al segundo de un 5,5%, ¿cuánto tiempo estuvo colocado cada uno si las cantidades iniciales fueron tales que la primera era el doble de la segunda y entre los dos estuvieron colocados un total de 10 años?
Sol. $n_1=4,4$ años; $n_2=5,6$ años
9. Una empresa emite obligaciones de 1.000€ nominales, que perciben unos intereses simples semestrales de 50€. Obtener:
- a. El tanto anual y el tanto semestral que proporcionan.
Sol. $i=10\%$; $i_2=5\%$
- b. El tanto anual de rentabilidad que obtiene un inversor que las adquiere ahora al 90% de su valor nominal.
Sol. $i=33,33\%$
- c. El tanto anual de rentabilidad que obtiene un inversor que las adquiere al 110% de su valor nominal.
Sol. $i=-9,09\%$
10. Cierta persona adquiere en Bolsa un pagaré de Telefónica de 1.000€ con vencimiento dentro de 6 meses, pagando por él 930€. Al cabo de 3 meses lo vende al precio de 975€. Calcúlense los tantos de descuento aplicados a las operaciones de compra y venta, sabiendo que se opera en base al sistema de descuento simple comercial.
Sol. $d_{\text{compra}}=14\%$; $d_{\text{venta}}=10\%$
11. Un empresa desea realizar una inversión de 140.000€ para lo que recurre a un intermediario financiero que le ofrece las siguientes alternativas:
- a. Rendimiento de 15.400€ al cabo de un año en régimen de capitalización simple.

- b. Rendimiento mensual simple del 0,95833%.
- c. Rendimiento del 11,5% anual simple.
- d. Un 5,5% simple semestral.

¿Cuál es la inversión más productiva?

Sol. La opción b o la c

12. Determinar el vencimiento de un efecto de 250.000€ sabiendo que descontado hoy al 6% simple anual el descuento comercial supera al racional en 55,42€ si, para este último, se aplicase el mismo tipo de interés del 6%. (Considérese al año comercial)

Sol. t=90 días

13. El descuento comercial de un efecto de 100.000€ asciende a 3.000€. Si el vencimiento se hubiese retrasado 9 días y se hubiese aplicado descuento racional al mismo tipo de interés que el de descuento, el valor descontado habría sido el mismo. Determinar la fecha del vencimiento del efecto y la tasa de descuento que se ha aplicado al efecto. (Considérese año comercial)

Sol. t=291,07 días; d=3,71%

14. Dos capitales cuya suma es de 5.000€ se han colocado durante el mismo tiempo y al mismo tanto de interés simple. Calcular dichos capitales sabiendo que han producido unos montantes de 32.700€ y 21.800€, respectivamente.

Sol. C₀₁=3.000€; C₀₂=2.000€

15. Dos personas, A y B, prestan a una tercera persona, por partes iguales, un total de 10.000€ al 12% anual de interés simple, durante un año. Transcurridos seis meses A le pide a B la cantidad que le corresponde renunciando en consecuencia a sus derechos seis meses después. Determinar:

- a. La cantidad que B entregará a A.

Sol. C_{A0,5}=5.300€

- b. El tanto de rentabilidad que obtendría B si penalizase a A con la pérdida de la cuarta parte de los intereses que le corresponden.

Sol. i=14,35%

16. Un capital de 12.500€ se coloca al 8% de interés simple durante cierto tiempo, transcurrido el cual se vuelve a imponer el montante obtenido en una nueva operación de igual duración y mismo tipo de interés. Si el montante total obtenido es de 16.820€ se pide:

- a. Determinar la duración de la primera operación y el interés obtenido en esa primera operación.

Sol. $n=2$ años; $I_2=2.000€$

- b. ¿Cuáles serían los resultados anteriores, es decir, la duración y el interés, si la segunda operación tuviese una duración doble de la primera y produjese el mismo montante?

Sol. $n= 1,34$ años; $I_{1,34}=1.343,71€$

PROBLEMAS NIVEL II

TEMA 3: EQUIVALENCIA FINANCIERA DE CAPITALS

1. Determinar si son equivalentes dentro de 12 años 500.000 € que vencen dentro de 3 años y 650.000 € que vencen dentro de 7 años, si el tipo de interés al que se valora es el 12% simple anual.

Sol. Sí son equivalentes ya que a los 12 años, ambos capitales valen $C_{12}=1.040.000€$

2. En pago de diversas compras he firmado 3 letras: la primera de 800 euros, que vence dentro de 20 días; la segunda de 1.500 euros, pagadera dentro de 45 días; y la tercera de 3.200 euros, cuyo importe debo satisfacer dentro de 60 días. ¿Cuál debe ser el nominal de un efecto equivalente a esas letras, al plazo de 50 días, si la sustitución se ha acordado a un tanto de descuento comercial del 5% anual? (Realice el estudio para el momento 0 considerando el año comercial).

Sol. $C=5.499,93€$

3. Dado un capital de 13.000€ que vence dentro de 3 años y otro de 15.000€ que vence dentro de 5 años, y un tipo de interés efectivo del 10% simple anual:
- a. Comprobar si son equivalentes en $t=0$.

Sol. Sí, porque en $t=0$, $C=10.000€$ en ambos casos

- b. Comprobar si son equivalentes en $t=1$ año.

Sol. No, porque en $t=1$ año, $C_1=10.833,30€$ y $C_2=10.714,30€$

4. Averiguar si dentro de 5 años son equivalentes 86.206,90€ que vencen dentro de 3 años y 140.000€ que vencen dentro de 10 años, supuesto un interés efectivo anual simple del 8%.

Sol. Sí son equivalentes, porque en $t=5$ años, $C=100.000€$ en ambos casos

5. Tres efectos cuyos valores nominales son 150, 200 y 225 euros vencen dentro de 45, 90 y 120 días, respectivamente. Si estos efectos se reemplazan por otro único de vencimiento dentro de 60 días, si el tanto de descuento comercial es del 10% anual simple y se considera el año comercial, se pide:

- a. ¿Cuál será el nominal de este último efecto comercial? (Realice el estudio para el momento 0).
Sol. C=570,13€
- b. Si el capital sustituto fuese de 585 euros de cuantía, ¿cuál sería su vencimiento?
Sol. t=150 días
- c. Calcular también el vencimiento medio.
Sol. t=90 días
6. Una empresa de servicios posee deudas con sus proveedores que pretende cancelar con un único pago dentro de 60 días. Las deudas que pretende cancelar con ese único pago son: deuda de 12.000€ a 120 días, deuda de 18.000€ a 250 días y deuda de 24.000€ a 30 días. Calcular la cuantía de pago único que tiene que hacer si el tipo de descuento es del 10% anual en descuento simple comercial. (Realice el estudio en los 60 días considerando el año comercial).
Sol. C=53.050€
7. La empresa Cotosur tiene tres letras, cuyos capitales son de 1.500€, 1.000€ y 500€. Sus respectivos vencimientos son de 6, 9 y 12 meses respectivamente. Desea reemplazarlos por una única letra de vencimiento a los 10 meses aplicando un tipo de descuento del 10%. ¿De qué valor nominal debe ser esta última? (Realice el estudio en el momento 0).
Sol. C=3.054,54€
8. Se trata de buscar un capital C con vencimiento el 01/01/09, equivalente a estos dos capitales financieros: (80.000; 01-01-05) y (120.000; 01-01-10), con un interés simple del 8%. (Realice el estudio el 01-01-10).
Sol. C=214.814,81€
9. Se desea sustituir dos deudas de 700€ y 900€ con vencimiento en 50 y 70 días respectivamente, por una sola deuda de cuantía 1.650€. La negociación se realiza considerando una tasa de interés simple del 9% anual.

- a. ¿Cuál sería el vencimiento único de esa deuda? (Considere el año comercial).

Sol. $t=188,14$ días

- b. ¿Cuál sería el vencimiento medio de esa deuda? (Considere el año comercial).

Sol. $t=61,22$ días

- c. ¿Cuál sería la cuantía del pago único si se realiza dentro de 100 días? (Realice el estudio para el momento 0 considerando el año civil).

Sol. $C=1.615,07€$

10. Tres letras de 5.000, 6.000 y 7.000€ que vencen dentro de 3, 5 y 7 meses respectivamente se van a sustituir por otras dos, una de 10.000€ con vencimiento dentro de 4 meses y otra de cuantía a determinar con vencimiento dentro de 6 meses. Si el tanto de interés de negociación es el 6% simple anual, determinar la cuantía de dicho pago. (Realice el estudio para el momento $t=6$ meses).

Sol. $C=7.970,17€$

11. Cierta empresa ha de pagar una letra de 1.000.000€ dentro de un año, y solicita fraccionar el pago canjeándola por tres letras, siendo la primera de 200.000€, y vencimiento dentro de 3 meses, y la segunda de 300.000€ con vencimiento dentro de 8 meses. Determinar, en el supuesto de que el tanto de descuento sea del 12% simple anual:

- a. La fecha de vencimiento de la tercera letra, si se considera vencimiento medio.

Sol. $t=18$ meses

- b. La cuantía que tendría la tercera letra, si se fija su vencimiento a los 2 años. (Estudio en el momento 0).

Sol. $C_3=539.473,68€$

12. Una persona debe entregar los siguientes capitales para saldar una deuda (1.000€; 2 meses), (8.000€; 4 meses), (7.000€; 6 meses) y (2.000€; 9 meses). Sin embargo, al cabo de 5 meses, tras realizar los dos primeros pagos recibe una

herencia y decide cancelar sus deudas. Si en ese momento para cancelar las deudas negocia un tipo de interés cuatrimestral simple del 3,20% y se considera el año comercial se pide calcular la cuantía que debe entregar para la cancelación de la deuda en el momento de recibir la herencia.

Sol. C=8.882,42€

PROBLEMAS NIVEL II

TEMA 4: APLICACIONES DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE: LETRA DE CAMBIO Y CUENTA CORRIENTE

Utilícese para todos los problemas siguientes el año comercial, excepto para los problemas de liquidación de cuentas corrientes que se considerarán los días correspondientes de cada mes.

1. Una letra librada de 2.000€ nominales, cuyo vencimiento fue el 25 de julio, es devuelta por impagada.

- Comisión de devolución: 1,5%
- Gastos de correo: 0,56€

a. Calcular el adeudo en cuenta corriente.

Sol. E'=2.030,56€

b. Si la letra anterior se recibe acompañada del acta de protesto, por lo que el notario cobra el 2‰ de comisión de protesto y 2,5€ de gastos de protesto, calcule en este caso cuál será la liquidación.

Sol. E'=2.037,06€

c. Si en el apartado anterior se llega al acuerdo con el librado de girarle otra letra nueva con vencimiento 30 días posteriores a la otra, ¿cuál será el valor nominal de la nueva letra considerando una tasa de descuento del 11%? Los gastos del valor del timbre son 7€ y la comisión es del 0,7% del valor nominal.

Sol. N'=2.077,66€

2. Compramos un pagaré de empresa que vence dentro de 1 año, con un nominal de 1.000 euros, siendo el tipo de interés en el mercado en el momento de la compra el 9% anual y unos gastos de 3,5 euros.

Cuando faltan 90 días para el vencimiento lo vendemos, sin gastos, por un importe de 970 euros.

Calcular, utilizando el año comercial (360 días):

a. El importe realmente desembolsado por el primer comprador.

Sol. E=920,93€

- b. La rentabilidad efectiva obtenida por el primer comprador.

Sol. i=7,10%

- c. La rentabilidad obtenida por el segundo comprador si en el momento de la compra no soporta gastos y en la amortización le deducen unos gastos de 2 euros.

Sol. i=11,55%

3. El Sr. X dispone de una letra de cambio de 50.000€ con vencimiento a 6 meses vista. Necesitando efectivo de inmediato, procede a la negociación de la letra, incurriendo en unos gastos equivalentes al 2% del nominal de la letra como corretaje y a 500€ más de gastos varios. Si el tanto de descuento que se aplica a la letra es del 10%:

- a. Determinar la tasa de descuento efectiva que se paga por el dinero recibido.

Sol. $d_{\text{efectivo}}=16\%$

- b. Si el banco cobrase únicamente la tasa de descuento del 10% y una comisión del 5 por mil, ¿cuál sería ahora el tipo de descuento efectivo recibido por el banco?

Sol. $d_{\text{efectivo}}=11\%$

4. Si necesitamos obtener 900 euros líquidos, calcular el préstamo que debemos solicitar si el tipo de interés por anticipado es el 12% anual, nos cobran unos gastos de 15 euros, y la devolución se realizará dentro de 7 meses.

Sol. P=983,87€

5. El Sr. X dispone de una letra de cambio de 500€ con vencimiento a 6 meses. Necesita el efectivo de inmediato por lo que procede a la negociación de la letra, incurriendo en unos gastos equivalentes al 2% del nominal de la letra como corretaje y 6€ más de gastos varios. Si el tanto de descuento que se aplica a la letra es del 10% simple anual, determinar:

- a. El efectivo que recibe.

Sol. E=468€

- b. Si la comisión de devolución es del 1‰, la de protesto del 1,5‰ y los gastos de correo son de 2,50€, ¿cuánto se cobrará en la cuenta corriente del cedente si la letra anterior resulta devuelta?

Sol. E=503,75€

- c. Determine el nominal de una letra de vuelta que se gira a 60 días para recuperar la anterior letra impagada y cuyas condiciones son de un 16% de descuento, una comisión del 3‰ y otros gastos de 7€.

Sol. N=526,36€

6. Calcular el efectivo producido por la negociación de la siguiente remesa de letras presentada al descuento:

Letra	Nominal (€)	Días de descuento
A	150	19
B	200	56
C	750	70
D	450	88
E	400	111

Todas las letras están debidamente domiciliadas y aceptadas, aplicándose los tipos de descuento detallados a continuación:

- Hasta 30 días: 11,5%
- Hasta 60 días: 13,5%
- Hasta 90 días: 14,5%
- Más de 90 días: 16,5%

Las comisiones de cobro para letras domiciliadas y aceptadas serán del 4‰ siendo el mínimo por letra de 3€.

Los gastos fijos ascienden a 2,5€ por la negociación de cada letra. Considere el año comercial (360 días).

Sol. E=1.859,94€

7. Los movimientos registrados en la cuenta corriente que D. Agapito mantiene con su entidad bancaria se resumen en el siguiente cuadro:

Fecha	Concepto	Cuantía	Vencimiento
01-03	Apertura	0	01 marzo
14-03	Ingreso en efectivo	30.000	15 marzo
14-03	Letra a su cargo	6.000	05 marzo
27-03	Transferencia a su favor	18.000	28 marzo
30-03	Recibo luz	45.000	03 abril
10-04	Entrega en efectivo	20.000	11 abril

Las condiciones que se le aplican son las siguientes:

- Tipo anual de interés para saldos acreedores: 1%
- Tipo anual de interés para descubiertos: 12%
- Fecha de liquidación: 30 de abril
- La entidad bancaria utiliza 365 días para calcular los intereses deudores y acreedores.
- IRC: 15%

Se pide liquidar por el método hamburgués la anterior cuenta corriente.

Sol. E=16.993,03€

PROBLEMAS NIVEL II

TEMA 5: CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

1. Se coloca un capital de 100 euros durante 5 años al 6% anual compuesto. Transcurridos 2 años la entidad financiera nos comunica una bajada de los tipos de interés en un punto porcentual. ¿Qué cantidad retiraremos al final de la operación?

Sol. $C_5=130,07€$

2. Dado un tanto de interés efectivo anual del 18% compuesto:

- a. Calcular el tanto mensual equivalente.

Sol. $i_{12}=1,39\%$

- b. Calcular el tanto de interés efectivo anual del interés mensual calculado anteriormente.

Sol. $i=18\%$

3. Dado un tanto de nominal anual del 18% capitalizable por meses:

- a. Calcular el tanto mensual equivalente.

Sol. $i_{12}=1,5\%$

- b. Calcular el tanto de interés efectivo anual del interés mensual calculado anteriormente.

Sol. $i=19,56\%$

4. Dado un tipo de interés nominal del 12%, determinar el interés anual efectivo (TAE) en los casos de que la capitalización compuesta sea anual, semestral, trimestral y mensual.

Sol. $i=12\%$; $i=12,36\%$; $i=12,551\%$; $i=12,682\%$

5. Calcular el capital final que obtendremos por la inversión de un capital de 50.000€, impuestos durante cinco años a un tanto de interés del 15% anual nominal capitalizable trimestralmente en los dos casos siguientes:

- a. Con el tanto trimestral equivalente.

Sol. $C_n=104.407,60€$

- b. Con el tanto de interés efectivo anual.

Sol. $C_n=104.407,60\text{€}$

6. Calcular qué capital ha de imponerse, en régimen de capitalización compuesta, con acumulación trimestral de intereses, al 11% de interés nominal anual, durante 5 años, para obtener unos intereses de 714,64 euros.

Sol. $C_0=991,89\text{€}$

7. Sabiendo que el nominal de un capital es de 100.000€ con vencimiento dentro de cinco años y su valor efectivo hoy es de 59.049€ calcular el tanto de interés que se ha aplicado. ¿Cuál es el tanto de descuento equivalente al tanto de interés anterior? Comprueba que son equivalentes.

Sol. $i=11,111\%$; $d=10\%$

8. Una empresa posee a día de hoy un efecto comercial a cobrar de 10.000€, emitido por el tráfico normal de su actividad. Calcular el capital efectivo y el descuento que se obtiene al descontarlo en descuento compuesto racional en los tiempos y a los tipos de interés fijados:

- a. Tres años al 9% anual

Sol. $E=7.721,83\text{€}$; $D_r=2.278,17\text{€}$

- b. 18 meses al 11% anual

Sol. $E=8.550,97\text{€}$; $D_r=1.449,03\text{€}$

- c. 7 semestres al 5% anual

Sol. $E=8.430,19\text{€}$; $D_r=1.569,81\text{€}$

- d. 8 bimeses al 4% anual

Sol. $E=9.490,50\text{€}$; $D_r=509,50\text{€}$

- e. 8 trimestres al 12% anual

Sol. $E=7.971,94\text{€}$; $D_r=2.028,06\text{€}$

- f. 7 cuatrimestres al 6% anual

Sol. $E=8.728,77\text{€}$; $D_r=1.271,23\text{€}$

- g. 240 días al 8% anual (año comercial)

Sol. $E=9.499,87\text{€}$; $D_r=500,13\text{€}$

9. Se tienen 3 capitales de 50.000€, 80.000€ y 150.000€ con vencimiento a los tres, cuatro y cinco años, respectivamente. Se desea sustituir por un único capital de 361.185€. ¿Cuál será el vencimiento de este capital único si se aplica un tipo de interés de un 10% anual?

Sol. $n=7$ años

10. Nos tienen que realizar cuatro pagos iguales de 300 euros dentro de 6, 12, 18 y 24 meses. Dado un tipo de interés del 6% compuesto efectivo anual, calcular en qué momento nos compensaría recibir un único pago por la totalidad de la deuda.

Sol. $n=447$ días= 1 año, 2 meses y 27 días.

11. Se ofrecen a un comprador tres posibilidades para la compra de una maquinaria:

- Pago al contado de 350.000€
 - Pago dentro de cuatro años de 550.731,80€
 - Pago de 188.160€ dentro de dos años y 314.703,87€ dentro de cuatro años.
- Calcular cuál de las tres ofertas es más ventajosa para el comprador, si el tipo de interés aplicado es el 12% compuesto anual.

Sol. Las tres cantidades son igual de ventajosas.

12. Una inversión de 150.000€ ha producido un rendimiento al final de primer semestre de 9.750€. Si los beneficios se acumulan cada semestre y la rentabilidad es constante, ¿cuál es el tanto efectivo anual de rentabilidad?

Sol. $i=13,42\%$

13. El Sr. Moreno recibe prestados 10.000€ que deberá devolver dentro de tres años con sus intereses al 10% anual compuesto anticipado. Calcular el valor de la devolución.

Sol. $C_3=13.717,42€$

14. Se sabe que los intereses producidos en diez años por un capital colocado al interés simple del 10% son iguales a los obtenidos por otro capital en siete años al 10% de interés compuesto y también son iguales a los anteriores los generados por otro capital en seis años al 12% de interés compuesto.

Además, se sabe que la suma de las cuantías de los tres capitales es 308.093,60€. ¿A cuánto asciende la cuantía de cada capital?

Sol. $C_1=100.000€$; $C_2=105.405,50€$; $C_3=102.688,10€$

15. Un individuo divide un capital en dos, invirtiendo el primero a un 10% anual compuesto y el segundo a un 12% anual, obteniendo un interés para el primer año de 108.000€. Si hubiera colocado cada una de las partes al otro tipo, el interés se vería incrementado en 4.000€. ¿Qué cantidad corresponde a cada parte del capital?

Sol. $C_1=600.000€$; $C_2=400.000€$

16. Calcular cuánto tiempo tardará un capital, a interés compuesto, para que se triplique a un tanto de interés del 6% semestral.

Sol. $n= 9,43$ años=9 años, 5 meses y 5 días.

17. Un inversor deposita 400.000€ en un banco que capitaliza al 12% de interés compuesto. Al final de los primeros siete años retira la mitad de los intereses para comprar acciones de una determinada sociedad, que cotizan al 120% y su nominal es de 10€. Se pide:

a. Saldo en el banco a los 14 años de realizada la imposición.

Sol. $C'_7=1.419.558,74€$

b. Número de acciones compradas.

Sol. N^o acciones=20.178

18. Una sociedad anónima adquiere hoy inmovilizado por valor de 500.000€, que se tiene que renovar cada diez años. En el momento de la compra esta sociedad tiene un exceso de liquidez, y va a depositar en un banco la cuantía suficiente para renovar el inmovilizado durante tres períodos de diez años consecutivos. El banco en el que realiza el depósito capitaliza a interés compuesto del 10% anual. Calcule:

a. El depósito a realizar suponiendo que el valor del inmovilizado permanezca constante en los próximos 30 años.

Sol. $C_0=295.747,77€$

- b. El depósito a realizar suponiendo que el valor del inmovilizado tiene una subida anual acumulativa del 6%, partiendo de un precio en el momento actual de 500.000€.

Sol. $C_0=748.160,43€$

19. Un capital ha sido invertido al 14,49% efectivo anual compuesto, siendo los intereses semestrales durante diez años. El interés producido en el último semestre fue de 25.315,69€. ¿Cuál fue el capital intertido y cuál el montante obtenido?

Sol. $C_0=99.999,99€$; $C_{10}=386.968,40€$

20. Calcular el capital final de un capital inicial de 100.000€ impuestos durante 30 meses a un tipo de interés del 12% compuesto efectivo anual, utilizando como unidad de medida:

- a. Año

Sol. $C_{2,5}=132.753,20€$

- b. Semestre

Sol. $C_5=132.753,20€$

- c. Trimestre

Sol. $C_{10}=132.752,80€$

- d. Mes

Sol. $C_{30}=132.754€$

- e. Bienio

Sol. $C_{1,25}=132.753,20€$

- f. Quinquenio

Sol. $C_{0,5}=132.753,20€$

21. El Banco X abona a sus depósitos un interés nominal del 12% capitalizable semestralmente. De acuerdo con estas previsiones un ahorrador coloca el capital necesario para que, transcurridos seis años, el montante ascienda a 100.000€. Pero a los dos años la entidad cambia la frecuencia de capitalización pasando a ser trimestral y a los cuatro años el tipo de interés que se abona pasa a ser el 11% y la capitalización mensual. Determinar la

cuantía impuesta por el ahorrador y el montante disponible una vez transcurridos los seis años.

Sol. $C_0=49.696,95€$; $C_6=98.937,53€$

22. Se asocian tres inversores e imponen un capital de 500.000€ en la explotación de un negocio. Al cabo de seis años lo liquidan y por capital e intereses se reparten:

- Socio A: 329.245,89€
- Socio B: 548.743,15€
- Socio C: 219.497,26€

Determinar la imposición de cada uno de los socios y el tanto de interés de la inversión.

Sol. $i=14\%$; $C_{0A}=150.000€$; $C_{0B}=250.000€$; $C_{0C}=100.000€$

23. Una empresa ha contraído una deuda por la compra de una máquina de 140.000€, por lo que ha firmado una letra con vencimiento dentro de tres años. Pasados seis meses se cree mejor adelantar el pago al disponerse de un exceso de liquidez. Puesto en contacto con el proveedor, accede a la liquidación en este momento, concertando la operación al tipo de interés del 8% anual compuesto. Calcular el efectivo a pagar.

Sol. $C_{0,5}=115.496,49€$

24. Calcular el tanto a interés compuesto y el tanto de descuento que se aplicó a una operación que duró cinco años y que supuso un descuento de 60.000€ sobre un montante de 160.000€.

Sol. $i=9,86\%$; $d=8,97\%$

25. Se tienen que pagar 500.000€ dentro de cinco años, pero se conviene con el acreedor en dividir este pago único en seis pagos semestrales, el primero a los tres años, de forma que cada uno de ellos sea el 20% superior al precedente.

Determinar el importe de cada uno de los seis pagos semestrales si el tanto de descuento compuesto que se aplica en los cálculos es el 10%.

Sol. $C_1=47.638,45€$; $C_2=57.166,14€$; $C_3=68.599,37€$; $C_4=82.319,24€$;
 $C_5=98.783,09€$; $C_6=118.539,71€$

26. Tenemos tres capitales de 100.000€, 300.000€ y 500.000€, con vencimientos respectivos a los tres años, cinco años y nueve meses, y siete años y 45 días. Sustituimos los tres capitales por uno solo de cuantía 920.000€. Determinar el momento del vencimiento de este capital, teniendo en cuenta que el tanto de interés de la operación es el 10% compuesto y el año de 360 días.

Sol. $n= 6,35$ años=6 años, 4 meses y 6 días.

27. Tenemos que realizar el pago de una deuda por importe de 200.000€ dentro de 2 años; convenimos con nuestro acreedor en efectuarle dos pagos, uno hoy de 50.000€ y el otro dentro de cuatro años por 160.000€. Calcule el tanto de interés compuesto a que se evaluó la operación sabiendo que fue menor que el 10%.

Sol. $i=5,15\%$

28. Dos capitales, que vencen dentro de 12 y 15 años, está colocados respectivamente, en capitalización compuesta al 8% de interés el primero y al 12% el segundo. Si los montantes que generan son para el primero 151.090,21€ y para el segundo 246.310,46€, determine los valores actuales de ambos capitales y el punto del tiempo en el cual tendrán igual valor.

Sol. $n= 7,91$ años=7 años, 10 meses y 28 días.

29. El día 1 de julio de 2013 se tienen que pagar 20.000€; el día 1 de abril de 2015, 200.000€, y el 1 de enero de 2017, 140.000€. Se desea efectuar un solo pago el día 1 de enero de 2013 computando intereses en régimen de capitalización compuesta al 5% semestral. Calcular el importe del pago.

Sol. $C=274.380,21€$

30. El día 1 de abril de un determinado año el Sr. Moreno presta al Sr. Antolinos 60.000€ a pagar dentro de cinco años con los intereses acumulados al 8% nominal anual, capitalizable trimestralmente.

Transcurridos dos años y tres meses, el Sr. Antolinos propone a su acreedor modificar el pago de la deuda, entregando en esta fecha 50.000€ y aceptando una letra con vencimiento dentro de un año de 26.000€ nominales.

Se pide:

- a. Decidir si el Sr. Moreno debe aceptar la fórmula de pago propuesta, si el tipo de interés del mercado es del 10% compuesto efectivo anual.

Sol. Sí debería aceptar la propuesta

- b. Calcular a qué tanto por ciento anual de interés le resultará al Sr. Moreno la operación de préstamo si acepta la propuesta del Sr. Antolinos.

Sol. $i=9,79\%$

31. Una persona deposita 200.000€ en un banco que abona un 9% anual de interés compuesto, pero al final de cada año retira un tercio de los intereses para los estudios de su hijo hasta que éste termine su carrera. Si el hijo tardó seis años en concluir sus estudios, ¿de qué capital dispondrá en el banco a los diez años de tener efectuado el depósito?

Sol. $C_{10}=400.471,11\text{€}$

32. Un capital de 170.000€, impuesto al 10% de interés anual compuesto, se convierten en n años en 273.786,70€. ¿A qué tanto por ciento de interés simple habrá de ponerse en igual tiempo para obtener el mismo capital final?

Sol. $i'=12,21\%$

PROBLEMAS NIVEL II

TEMA 6: TEORÍA DE RENTAS. RENTAS CONSTANTES

1. Sea una renta de 1.000€ que pagaremos al finalizar cada año, durante 10 años, siendo el pago constante, y el interés del 6% anual compuesto.

Determinar:

- a. El Valor Actual

Sol. $V_0=7.360,09€$

- b. El Valor Final

Sol. $V_{10}=13.180,80€$

- c. Comprobar la relación entre ambos valores

2. Se desea calcular el valor actual de una renta pospagable de cuantía constante, siendo la anualidad de 500€. Tiene 8 términos, el tipo de interés efectivo anual es del 6,5% y tiene un diferimiento de 3 años.

Sol. $V_0=2.520,28€$

3. Calcular el valor final de una renta pospagable de cuantía constante de 750.000€ si tiene 10 términos y se anticipa en 4 períodos a un interés del 5% periodal.

Sol. $V_{14}=11.466,38€$

4. Obtener el valor final de una renta prepagable, anticipada en 4 años, si el término constante de la misma es de 250€, la duración 8 años y el tanto de valoración es del 4% anual.

Sol. $V_{12}=2.802,63€$

5. ¿Qué capital tengo que colocar al final de cada uno de los próximos 5 años en un banco al 10% anual para disponer de 20.000€ al final del quinto año?

Sol. $c=3.275,95€$

6. ¿Qué capital tengo que colocar al principio de cada uno de los próximos 5 años en un banco que remunera al 10% efectivo anual para disponer de 20.000€ al final del quinto año?

Sol. $c=2.978,14€$

7. Calcular el valor de una inversión que deberemos hacer hoy si queremos que nos permita obtener un beneficio de 20.000€ al principio de cada año de una manera indefinida, siendo el 12% anual la rentabilidad de la operación.

Sol. Inversión=186.666,67€

8. Determinar el saldo disponible en una cuenta si se ingresan durante 10 años 15.000€ anuales en una institución financiera al final de cada año, sabiendo que dicha institución abona intereses anualmente al 10,5% efectivo anual durante los 4 primeros años y el 11% efectivo anual durante el resto del tiempo.

Sol. Saldo=249.862,94€

9. Un señor ingresa en un banco al final de cada año 200€. Se sabe que esa entidad abona intereses anualmente del 3% efectivo anual. Si el período de imposición dura 10 años, ¿qué cantidad puede retirar este individuo durante los 16 años siguientes?

Sol. c=182,53€

10. ¿Qué cantidad depositaremos en un banco que opera al 7% de interés compuesto anual, para recibir al final de cada año y durante 10 años una renta de 1.000€?

Sol. Imposición=7.023,58€

11. Calcular la anualidad necesaria para amortizar en 10 años una deuda que en el momento actual asciende a 10.000€, si la operación ha sido estipulada al 6% de interés compuesto anual, y los pagos se realizan al final de cada año.

Sol. c=1.358,68€

12. Para adquirir un piso el señor A ofrece 50.000€ al contado; el señor B 10.000€ en el acto de la firma del contrato y 4.000€ anuales durante 20 años; y el señor C 4.000€ anuales durante 30 años verificando el primer pago al concertar el contrato. Supuesto un tipo de interés del 6% ¿qué oferta es la más conveniente para el vendedor?

Sol. La oferta que más le interesa es la del Señor C

13. Mediante la entrega de 500€ al término de cada año y durante 12, queremos constituir un capital que nos permita percibir durante los 20 años siguientes una renta. Calcular el término de la misma, si la operación se realiza al tanto de evaluación del 7%.

Sol. $c= 844,27€$

14. El valor actual de una renta de 1.000€ anuales pospagable es de 9.818,15€. Si hubiese sido prepagable, el valor actual sería de 10.603,60€. Calcular el tanto y el tiempo.

Sol. $i=8\%$; $n=20$ años

15. A un grupo financiero le ofrecen la explotación de una mina y, tras el estudio de la misma, se obtienen los siguientes datos:

- Tiempo de explotación hasta el agotamiento: 10 años.
- Beneficios netos anuales: 300.000€
- Tipo de interés para el dinero invertido en la financiación: 14%

Determinar el precio máximo que puede ofrecerse para su adquisición.

Sol. $P=1.564.834,68€$

16. Al señor Navarro, que pretende adquirir un apartamento en la costa, se le ofrecen por parte de la empresa vendedora las siguientes opciones:

- a. Pago al contado de 48.080,97€
- b. Abono de 90.151,82€ dentro de 6 años.
- c. Ochenta pagos anuales de 1.202,02€, a partir de la firma del contrato, sabiendo que el interés del mercado es del 16% anual.

Determinar cuál de las tres opciones le interesa al señor Navarro desde el punto de vista financiero.

Sol. La oferta que más le interesa es la C

17. ¿Qué cantidad depositaremos en una institución financiera que opera al 9% de interés anual:

- a. para recibir al final de cada año 240€ durante los próximos 5 años?

Sol. Imposición=933,52€

- b. para recibir al principio de cada año 3.000€ durante los próximos 5 años?

Sol. Imposición=12.719,16€

18. Un inversor que durante 9 años y al final de cada uno venía depositando X€ en una cuenta bancaria decide con el capital constituido realizar una inversión que le produzca un beneficio anual a perpetuidad de la misma cuantía X. Se pide determinar el tanto de la inversión suponiendo que es el mismo en ambas operaciones financieras.

Sol. $i=8\%$

19. Una persona recibe una participación en una compañía de inversiones, recibiendo durante 10 años 1.000€ anuales como participación en los beneficios de la misma y un año después 15.000€. Se pide calcular el valor de la participación, siendo el tanto de valoración del 9%

Sol. Valor Participación=12.230,65€

PROBLEMAS NIVEL II

TEMA 7: RENTAS VARIABLES

1. Dada una renta variable en progresión geométrica pospagable de primer término 200€ que se incrementa anualmente en el 20%, si la duración de la misma es perpetua y el interés del 6% efectivo anual, se pide determinar el valor actual.

Sol. V_0 : No tiene sentido financiero

2. Calcular los valores actual y final de una renta variable en progresión aritmética, de primer término 100€, que va incrementándose cada año un 20% sobre el valor del primer término, siendo ésta prepagable, de 8 años de duración y tipo evaluatorio del 5%.

Sol. $V_0=1.119,01€$; $V_8=1.653,29€$

3. Calcular el valor actual de una renta variable en progresión aritmética, perpetua, de primer término 100€, que va incrementándose cada año un 20% sobre el valor del primer término, siendo ésta prepagable y su tipo evaluatorio del 5%.

Sol. $V_0=10.500€$

4. Determinar el coste actualizado por la compra de unos equipos sabiendo que se pagarán durante 10 años semestralidades prepagables de 800 euros la primera y, el resto, crecientes un 2% acumulativo semestral. El tipo de valoración es el 5% constante anual.

Sol. Coste actualizado=15.322,37€

5. Determinar el valor actualizado para un período de 10 años de la nómina de un trabajador que asciende a 2.000 euros el primer año, manteniéndose constante durante los 3 primeros años y crecerá un 9% acumulativo los restantes. El tipo de valoración es el 5% constante anual.

Sol. $V_0=19.530,34€$

6. Determinar el coste actualizado para un período de 10 años de los gastos de mantenimiento realizados por una empresa que serán el primer año de 800

euros, disminuyendo un 2% acumulativo durante los restantes años. El tipo de valoración es el 5% constante anual.

Sol. Coste actualizado=5.695,86€

7. Para una renta de cuantía semestral variable, con primer término de 1.000 euros, que se incrementan los sucesivos en un 20% semestral sobre el primero de ellos, calcular el valor actual y final siendo el tipo de interés el 5% efectivo semestral.

a. Suponiendo la renta inmediata, pospagable y de 10 términos.

Sol. $V_0=14.052,15€$; $V_{10}=22.889,47€$

b. Suponiéndola diferida 4 semestres, prepagable y perpetua.

Sol. $V_0=86.383,75€$; $V_f=No\ tiene$

8. Calcular el capital constituido en 5 años en una cuenta que se retribuye al 10% de interés efectivo (TAE) si se imponen 250 euros mensuales durante los próximos 3 años, al final de cada mes.

Saldo=12.556,45€

9. Qué capital debemos imponer en un Banco que abona intereses del 4,5% para que éste sea suficiente para cubrir los gastos de cierto negocio durante 10 años, sabiendo que el año anterior ascendieron a 1.000€ y se prevé un aumento anual del 3%. Se supone que los gastos se abonan al final de cada año.

Sol. Imposición=9.243,57€

10. Para formar un capital de 1.000.000€ se deposita durante 8 años, y al principio de cada uno de ellos una anualidad al 5% de interés compuesto, siendo cada año 307€ mayor que la del año anterior. Determinar el valor de la primera imposición.

Sol. $c=98.738,99€$

11. De un catálogo deducimos que la adquisición de una maquinaria puede hacerse abonando en el acto 1.000€ y al término de cada año una anualidad que supera a la anterior en 4%. Determinar el precio de la misma al contado, sabiendo que son en total diez los pagos a realizar, contando los primeros

1.000€ al contado, y que la operación se valora al 7% de interés compuesto anual.

Sol. Precio=8.828,17€

12. El valor actual de una renta unitaria pospagable de cinco años de duración, cuyos términos varían en progresión geométrica es 4,49748. Si la renta fuera perpetua, en idénticas condiciones, su valor sería 33,333333. Calcular el tanto de interés y la razón de la progresión. Calcular el tanto de interés y la razón de la progresión sabiendo que la razón de la progresión es menor que $1+i$.

Sol. $q=1,02$; $i=5\%$

13. Tras patentar un invento, el Sr. X cede la explotación de la patente en las siguientes condiciones:

- Al finalizar el primer año, el concesionario le entregará 1.000€.
- En cada uno de los siete años siguientes, la entrega será 200€ superior a la del año anterior.
- En los cuatro años siguientes, la entrega permanecerá constante e igual a la del octavo año.
- En los ocho años restantes, la entrega irá disminuyendo 100€ cada año.

Estableciendo el contrato, el concesionario propone al Sr. X la transformación del mismo en otro, según el cual durante todos los años le entregue al final de cada año una cantidad constante.

Determinar cuál será esta cantidad anual constante, si se computan intereses al 6%.

Sol. $c=1.875,14€$

14. Hallar la razón de las anualidades de una renta perpetua pospagable que varía en progresión geométrica, siendo su primer término 50€, el tipo de interés 6% y habiendo pagado por ellas 2.500€ y sabiendo que $q < 1+i$.

Sol. $q=1,04$

15. Cierta persona tiene dos opciones para pagar una deuda en 10 años: pagar al final de cada cuatrimestre 450€, o bien pagar el último día de cada mes 112€.

Si el tanto de valoración de ambas es del 7%. ¿Cuál es la más ventajosa para el acreedor?

Sol. La segunda

16. Determinar el valor de una vivienda sabiendo que la cuarta parte de su valor se paga al contado y el resto mediante una renta trimestral de 600€ por vencido, comenzando los pagos a los tres años de la compra. La duración es de 20 años sin contar los tres primeros años y el tanto de valoración es del 12%.

Sol. P=17.760,88€

17. El arrendador de un terreno que percibe, trimestralmente y por anticipado, 500€ de alquiler del mismo, percibe cambiar dicho terreno por un chalet que le producirá una renta mensual pospagable durante 4 años y unos beneficios netos semestrales de 750€ a perpetuidad y pospagables. Si el tanto de mercado es el 6% anual, calcular el valor de la renta mensual de forma que ni tenga pérdidas ni beneficios con dicho cambio.

Sol. P=215,50€

18. El propietario de un local comercial cobra 350€ mensuales de alquiler, el valor del local es de 40.000€, se quiere conocer el rendimiento anual unitario si el cobro del alquiler se hiciera:

a. Al final de cada mes.

Sol. i=11,02%

b. Al principio de cada mes.

Sol. i=11,12%

19. D^a Rosa de las Flores recibe en herencia una sala de espectáculos, por la que se perciben 1.500€ al principio de cada mes de alquiler, se pagan al final de cada mes 100€ en concepto de gastos de administración y 90€ al final de cada trimestre de impuestos. Se pide calcular el valor actual de dicho bien, siendo el tanto de valoración semestral del 5%.

Sol. V₀=169.319,10€

PROBLEMAS NIVEL II

TEMA 8: PRÉSTAMOS

1. Considere un préstamo americano de duración 8 años, principal de 750.000€ y de interés anual compuesto del 9%. Determine el capital a devolver y el pago anual de intereses.

Sol. $C_8=750.000€$; $I=67.500€$

2. Calcule el capital a devolver en un préstamo de 10.000€ mediante reembolso único sin pago periódico de intereses si se debe amortizar a los 5 años con un interés del 10% anual compuesto.

Sol. $C_{10}=16.105,10€$

3. Se pide, sin realizar el cuadro de amortización, calcular los siguientes conceptos para el caso de un préstamo de principal 50.000€, amortizable en 4 años al 6% anual, según el método lineal:

- a. El capital vivo al final del año 1.

Sol. $C_1=37.500€$

- b. Calcular la cuota de interés del segundo año.

Sol. $I_2=2.250€$

- c. El capital amortizado al final del año 2.

Sol. $m_2=25.000€$

- d. El término amortizativo del tercer año.

Sol. $a_3=14.000€$

4. Realice el cuadro de amortización del ejercicio anterior.

Sol. $A=12.500€$

5. Construir el cuadro de amortización de un préstamo que cumple las siguientes características:

- Importe: 35.000€
- Duración: 5 años
- Tipo de interés: 10% anual
- Cuotas de amortización anuales constantes

Sol. A=7.000€

6. Sea el siguiente préstamo que se amortizará por el sistema de anualidades constantes:

- Importe: 250.000€
- Duración: 30 años
- Tipo de interés: 7% anual

Se pide, sin realizar el cuadro de amortización:

a. Determinar la anualidad.

Sol. a=20.146,60€

b. Capital amortizado después del pago de la undécima anualidad.

Sol. m₁₁=41.772,87€

c. Cuota de interés del año veintitrés.

Sol. I₂₃=8.421,10€

d. Cuota de amortización del año catorce.

Sol. A₁₄=6.377,90€

e. Deuda pendiente al comienzo del año diez.

Sol. C₁₅=218.299,06€

7. Se pide construir el cuadro de amortización de un préstamo que se amortiza por el sistema francés de 3.000€ sabiendo que se canceló mediante la entrega de cinco anualidades. El tipo de interés aplicado en un principio fue de un 4%. No obstante, al cabo de los 3 años el banco subió el tipo y aplicó un 5% para los dos últimos años.

Sol. a=673,88€; a'=683,55€

8. Una sociedad solicita un préstamo al banco de 15.000€ a reintegrar en 6 años mediante el método lineal al 4% de interés efectivo anual. Al llegar al cuarto pago no tiene liquidez suficiente y acuerda con el banco pagarle únicamente los intereses vencidos. Al año siguiente comienza a efectuar de nuevo los pagos anuales siguiendo con el método lineal al 6% de interés efectivo anual, hasta la cancelación definitiva del préstamo. Se pide:

a. Cuota de amortización de los tres primeros años.

Sol. A=2.500€

- b. Intereses abonados en el cuarto año.
Sol. $I_4=300€$
- c. Capital vivo a principios del quinto año.
Sol. $C'_4=7.500€$
- d. Anualidad correspondiente a los dos últimos años.
Sol. $A'=3.750€$
- e. Cuadro de amortización de la operación.
Sol. $A=2.500€$; $A'=3.750€$
9. Realice el ejercicio anterior pero en lugar de considerar el método lineal considere el método de términos amortizativos constantes. Es decir, se pide:
- a. Término amortizativo de los tres primeros años.
Sol. $a=2.861,43€$
- b. Intereses abonados en el cuarto año.
Sol. $I_4=317,63€$
- c. Capital vivo a principios del quinto año.
Sol. $C'_4=7.940,71€$
- d. Anualidad correspondiente a los dos últimos años.
Sol. $a'=4.331,16€$
- e. Cuadro de amortización de la operación.
Sol. $a=2.861,43€$; $a'=4.331,16€$
10. Construya el cuadro de amortización de un préstamo al 15%, de 90.000€, de 5 años de duración que en los siguientes casos:
- a. Amortización por el sistema lineal con cuotas de amortización anuales constantes, 2 años de diferimiento y con carencia parcial.
Sol. $A=30.000€$
- b. Amortización por el sistema francés de anualidades constantes, 3 años de diferimiento y con carencia total.
Sol. $a=84.196,35€$
11. Se pide el cuadro de amortización de un préstamo al 10%, de 30.000€, de 5 años de duración que se amortiza por el sistema francés o de términos

amortizativos constantes, que tiene 3 años de diferimiento y con carencia total de intereses.

Sol. a=23.007,29€