APUNTES DE CLASE
ECONOMÍA INDUSTRIAL

DIPLOMATURA EN EMPRESARIALES
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ESTUDIOS EMPRESARIALES
FACULTAD DE COMERCIO Y GESTIÓN

Elaborados por e

Ig

INDICE

Tema 1. Introducción a la Economía Industrial……3

Tema 2. Introducción a la Teoría de Juegos No Cooperativos……10

Tema 3. El Mercado de Competencia Perfecta (preparado y presentado por los alumnos)

Tema 4: El Monopolio (preparado y presentado por los alumnos)

Tema 5: Oligopolio con Productos Homogéneos……38

Tema 6: Colusión…….53

Tema 7: Barreras de Entrada……...64

Tema 8: Comportamiento Estratégico…….77

Tema 9: Productos Heterogéneos. Diferenciación Horizontal……96

Tema 10: Productos Heterogéneos. Diferenciación Vertical……116

Tema 11. Precios No Lineales……...127

Notas de Clase del Tema 1:

Introducción a la Economía Industrial

- Fronteras entre Economía Industrial y otras áreas son difusas:

1) Las estructuras mercado estudiadas en Economía Industrial no se ajustan al modelo de competencia perfecta (que es el que maximiza el bienestar social)

Base para estudiar intervención estatal

- Desde punto vista teórico: ¿cuándo debe intervenir estado?, ¿cómo debe intervenir? (impuestos, subsidios, regulación de precios regulación entrada en mercados, leyes antimonopolio?)
- Desde punto vista práctico: cómo deben ser leyes reguladoras. Da lugar a estudios interdisciplinares con Derecho

2) Las decisiones de empresas que estudia son más complejas que las estudiadas en Microeconomía.

Estudia la organización interna de la empresa (modelos Principal-agente, Economía de las Organizaciones)

- Fronteras entre Economía Industrial y otras áreas son difusas:

1) Las estructuras mercado estudiadas en Economía Industrial no se ajustan al modelo de competencia perfecta (que es el que maximiza el bienestar social)

Base para estudiar intervención estatal

- Desde punto vista teórico: ¿cuándo debe intervenir estado?, ¿cómo debe intervenir? (impuestos, subsidios, regulación de precios regulación entrada en mercados, leyes antimonopolio?)
- Desde punto vista práctico: cómo deben ser leyes reguladoras. Da lugar a estudios interdisciplinares con Derecho

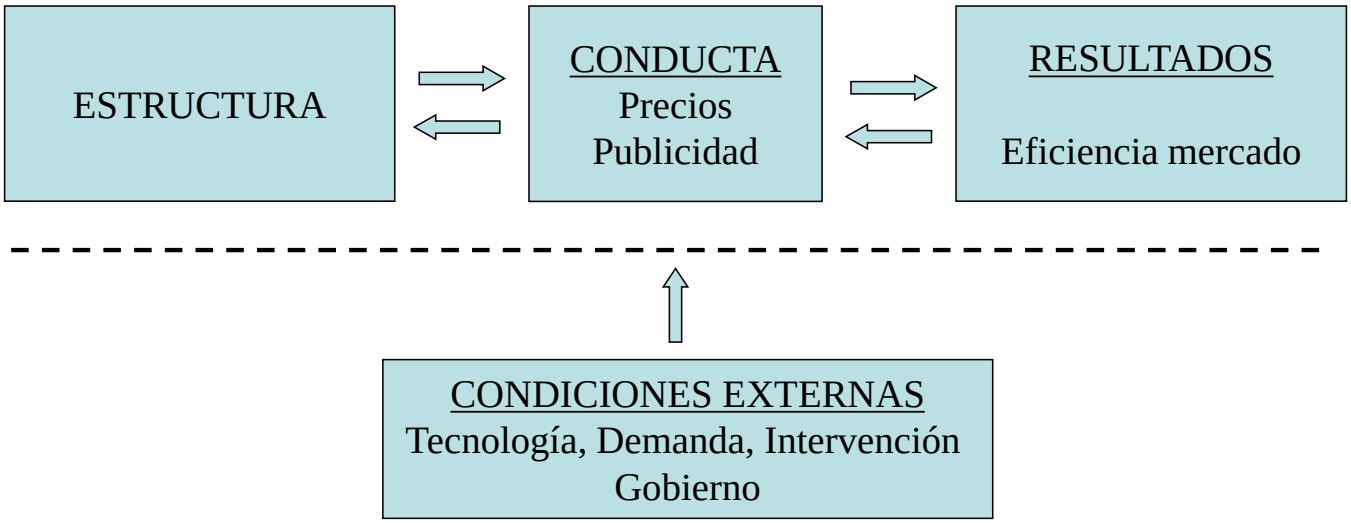
2) Las decisiones de empresas que estudia son más complejas que las estudiadas en Microeconomía.

Estudia la organización interna de la empresa (modelos Principal-agente, Economía de las Organizaciones)

➢ Método de estudio: tradicionalmente han existido dos escuelas dentro de Economía Industrial con dos métodos de investigación diferentes.

1) La Escuela de Harvard: Fundada por J. Bain y Edward Mason.

• Desarrollan el paradigma "Estructura-Conducta resultados": esquema de análisis de mercados que permite estudio sistemático de aspectos de mercado antes expuestos



• Ejemplo: industria cervecera Japón (1994)

- Legislación gobierno: no da licencias entrada a empresas con producción menor a 2 mill. litros/año (más fácil y menos costoso cobrar impuestos)
- Cambio Legislación: reduce cuota producción a 60 mil litros/año
- Resultados:
  - Entran nuevas empresas, lo que afecta a calidad producto y política de precios de las ya instaladas
  - Aumenta producción, se reducen precios mejora calidad

• Los estudios de esta escuela son fundamentalmente empíricos (datos, regresiones) con pocos modelos teóricos

2) La Escuela de Chicago: Fundada por Aaron Director y Stigler

• Medema (2008):
- Stigler estudia la teoría industrial desde la teoría de los precios
- Director trabaja en la facultad de derecho. Funda la línea de Economía y Derecho (Coase), que estudia inicialmente la influencia de la legislación sobre el mercado

- Énfasis en modelos teóricos
- Desconfianza en la intervención del estado

Nueva Economía Industrial: surge en 70 como consecuencia de introducción Tª Juegos

2. Definición de Mercado y Medidas de Concentración

➢ Dos problemas básicos de todo estudio de Economía Industrial:

1) ¿Cómo se define un mercado? Pregunta relevante ya que Ec. Industrial estudia el funcionamiento de los mercados (especialmente para trabajos empíricos).

- Problema: la definición de mercado no puede ser
  - Demasiado limitada: sólo incluya bienes "sustitutivos perfectos" (en muchos casos mercado= una empresa)
  - Demasiado Amplia: abarcaría toda la economía. Se necesitaría análisis de Equilibrio General.

- Técnicas propuestas para delimitar mercado:

a) Regla de las elasticidades precio cruzadas: dos productos pertenecen al mismo mercado si las elasticidades-precio cruzadas son muy altas (en valor absoluto)

⇩

Problema: difícil de usar cuando la diferenciación es gradual:
Dacia→Hyundai→ Renault→Volkswagen→Audi →BMW→Mercedes

b) Correlación entre precios de bienes: los bienes de un mismo mercado suelen tener precios correlacionados porque: (i) los costes de producción son similares, (ii) las empresas sufren los mismos shocks de demanda

⇩

Problema: muchas empresas tienen precios correlacionados porque usan mismas materias primas, pero no por ello pertenecen al mismo mercado

c) Criterios estadísticos: utilizar las clasificaciones de actividades según sectores de actividad (en España: Clasificación Nacional de Productos por actividades CNPA)

⇩

Problema: utiliza fundamentalmente criterios de oferta, y para la definición De mercado es mejor utilizar criterios de demanda (Ejemplo: Azúcar de Caña y de remolacha entran en distintos mercados, pero deberían entrar en el mismo)

- Definición de mercado suele depender del interés de investigador:
  - Si quiere realizar un estudio de política energética: definición amplia que incluya distintas fuentes de energía
  - Si quiere analizar efectos de fusión dos empresas en mercado carbón: definición restringida

2) ¿Cómo se sabe si un mercado está más o menos concentrado que otro? (= si se acerca más al modelo de monopolio que al de competencia perfecta)

- Si todas las empresas fuesen iguales: contar el número de empresas (*n=1* monopolio)
- Como las empresas no son iguales se utilizan medidas de concentración: medidas que recogen la estructura de las cuotas de mercado de las empresas que operan en una industria

Valor de medida

Menos concentración ← → Más concentración

- Más número empresas
- Distribución cuotas sea más homogénea

- Menos número empresas
- Distribución cuotas sea menos homogénea

- El grado de competencia no sólo depende de la concentración de las cuotas de mercado, sino de la forma en la que evoluciona la posición relativa de las empresas en el tiempo

- Dos grupos de medidas
  - De concentración (estáticas)
    - Discretas: sólo tienen en cuenta una parte de las empresas del mercado
    - Acumulativas: tienen en cuenta todas las empresas del mercado
  - De volatilidad (dinámicas)

- Nomenclatura:

n : número de empresas de la industria

x_i : producción de las empresas ordenadas de mayor a menor ($x_i \geq x_j \quad \forall i \leq j$)

$X = \sum_{i=1}^{n} x_i$ Producción total de la industria

$s_i = \frac{x_i}{X}$ Cuota de la empresa i ($s_i \geq s_j \quad \forall i \leq j$)

a) Ratio de Concentración (discreta): cuota combinada de mercado de las *m* empresas más Grandes de la industria

$$R_m = s_1 + s_2 + \cdots + s_m = \sum_{i=1}^{m} s_i = \sum_{i=1}^{m} \frac{x_i}{X}$$

- Valores que toma:

-Concentración mínima: las *m* primeras empresas tienen todas la misma cuota $\longrightarrow R_m = \frac{m \cdot a}{n \cdot a} = \frac{m}{n}$

-Concentración máxima (mismo *m*): las *m* primeras empresas producen la (casi) totalidad de producción de mercado $\longrightarrow R_m = \frac{X}{X} = 1$

$$\frac{m}{n} \leq R_m \leq 1$$

- Ventajas: fácil de calcular y gran disponibilidad de datos

- Inconvenientes: sólo considera lo que ocurre a *m* primeras empresas de mercado (no varía cuando hay modificaciones en las cuotas de empresas *m+1*)

b) <u>Indice de Herfindal-Hirschman</u> (acumulativa): suma de las cuotas de mercado de las empresas al cuadrado

$$H = s_1^2 + \cdots + s_n^2 = \sum_{i=1}^{n} s_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i}{X} \right)^2$$

- Valores que toma:

-Concentración mínima: todas las empresas tienen todas la misma cuota $\longrightarrow$ $H = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{a}{n \cdot a} \right)^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n} \right)^2 = n \frac{1}{n^2} = \frac{1}{n}$

-Concentración máxima: una sola empresa produce todo y las demás nada $\longrightarrow$ $H = 0^2 + \cdots + \left(\frac{X}{X} \right)^2 + 0^2 + \cdots = 1$

$$\frac{1}{n} \leq H \leq 1$$

- Interpretación valor mínimo *H(=1/n)*: indica el número de empresas del mismo tamaño serían necesarias para obtener un valor del índice similar (lo que da una idea de la concentración)

Ejemplo: calculamos *H* para una industria con 10 empresas:

$H = 0{,}5$

$0{,}5 = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 2$ (industria concentrada)

- Ventajas: es consistente

- Inconvenientes: correlacionado con R_m (problemas parecidos)

c) <u>Indice Inestabilidad</u> (dinámica): suma del valor absoluto de la diferencia de las cuotas de mercado de las empresas en dos periodos distintos:

$$I = \sum_{i}^{n} \left| s_{i2} - s_{i1} \right|$$

siendo s_{i1} *y* s_{i2} las cuotas de mercado de la empresa *i* en los periodos *1* y *2*, respectivamente

- Valores que toma:
  - Inestabilidad mínima: todas las empresas tienen todas la misma cuota en los dos periodos $\longrightarrow s_{i1} = s_{i2} = \overline{s}_i \rightarrow I = \sum_{i=1}^{n} \left| \overline{s}_i - \overline{s}_i \right| = 0$
  - Inestabilidad máxima: todas las empresas presentes en el periodo 1 han desaparecido en el 2 $\longrightarrow I = \sum_{i=1}^{n} \left| 0 - s_{i1} \right| = \sum_{i=1}^{n} s_{i1} = 1$

$$0 \leq I \leq 1$$

- Inconvenientes: un valor alto de I puede ser reflejo de un cambio en la forma de definir el mercado

Notas de Clase del Tema 2:

Introducción a la Teoría de Juegos No cooperativos

1. Definición y clasificación básica de los juegos

- Juego: representación formal de una situación en la que un número de agentes interactúan en un ambiente de interacción estratégica (bienestar de cada agente no sólo depende de sus decisiones, sino de las que toman los demás)
  - Las acciones que toma cada agente dependen de lo que espera que hagan los demás

- Para describir completamente una situación de interacción estratégica se necesita:

1) Los jugadores: ¿quién participa en la situación de interacción estratégica?
2) Las reglas: ¿quién "mueve" (=toma decisiones) en cada momento?, ¿Qué acciones puede tomar?, ¿Qué sabe acerca de la situación del juego cada vez que mueve?
3) Los resultados: para cada conjunto de acciones de los jugadores ¿qué resultado produce el juego?
4) Los Pagos: ¿Cuáles son las preferencias de los jugadores sobre cada posible resultado del juego?

Ejemplo de Juego 1: "Hacer Coincidir las monedas"

1) Jugadores: 2 jugadores, "Jugador 1" y "Jugador 2"

$$I = \{Jugador1, Jugador2\}$$

2) Reglas: cada jugador pone, a la vez que el otro, una moneda con la cara o la cruz hacia arriba

$$A^1 = \{cara, cruz\}$$

$$A^2 = \{cara, cruz\}$$

3) Resultados: o las dos monedas coinciden o no.

$$(a_1^1, a_1^2) = (cara, cara)$$

$$(a_2^1, a_1^2) = (cruz, cara)$$

$$(a_1^1, a_2^2) = (cara, cruz)$$

$$(a_2^1, a_2^2) = (cruz, cruz)$$

4) Pagos: si las monedas coinciden, el "jugador 1" le paga 1€ al "jugador 2", si no coinciden, el "jugador 2" le paga 1€ al "jugador 1"

Ejemplo de Juego 2: "Las tres en raya"

1) Jugadores: 2 jugadores, X y O

$$I = \{X, O\}$$

2) Reglas: los jugadores se sitúan ante un tablero de 9 cuadros formados por 3 filas y 3 columnas de 3 cuadros cada una. En cada turno cada jugador puede marcar con su signo (X,O) un cuadro que no haya sido marcado aún. El jugador X mueve primero y los dos jugadores observan todas las acciones previamente seleccionadas. El primer jugador que tenga tres de su marcas en línea gana. Si no lo logra nadie el juego termina en empate.

3) Resultados: Las posibles formas de rellenar las casillas

4) Pagos: el que pierde le paga 1€ al que gana. Si hay empate nadie paga

- Para describir correctamente anteriores juegos habría que definir la utilidad que percibe cada jugador con cada resultado (P.ej. en el Juego 1 habría que definir para cada jugador cuál es la utilidad de pagar 1€ o de recibir 1€)

  - En Economía Industrial los agentes son empresas, por lo que los pagos los mediremos con los beneficios que obtienen en cada caso

- Clasificación de los juegos: se pueden clasificar atendiendo a diversos criterios

  1) Posibilidad de formar coaliciones antes de entrar en el juego:

     - No cooperativos: los jugadores son agentes individuales
     - Cooperativos: los jugadores son grupos de agentes que se supone que pueden llegar a determinados resultados por ellos solos mediante acuerdos de cooperación vinculantes

       -La teoría de juegos no cooperativos pude explicar cómo surgen los acuerdos vinculantes entre jugadores individuales

  2) Información disponible para los jugadores a lo largo del juego:

     - Información perfecta/imperfecta: el juego es de información perfecta cuando un jugador, cada vez que llega su turno, puede observar todos los movimientos previos de sus rivales, incluida la naturaleza. En caso contrario es de información imperfecta

- Información cierta/incierta: el juego es de información cierta si la naturaleza no mueve después de que haya movido algún jugador. En caso contrario es de información incierta
- Información simétrica/asimétrica: el juego es de información simétrica si ningún jugador tiene información diferente a la de los otros jugadores cuando le toca jugar o en los nodos finales. En caso contrario es de información asimétrica
- Información completa/incompleta: el juego es de información completa cuando todos los jugadores conocen los pagos que recibe cada uno de ellos en cada posible resultado del juego. En caso contrario es de información incompleta

- De estas definiciones se derivan las siguientes implicaciones

- Cualquier juego de información incompleta o asimétrica es también juego de información imperfecta
- En un juego de información incompleta la naturaleza mueve primero y por lo menos uno de los jugadores no observa su movimiento (si no es así, es de información completa)
- Existen dos tipos de juegos con información completa pero imperfecta
  - Juegos de decisión simultánea
  - Juegos inciertos (la naturaleza hace un movimiento hacia el final, que no se revela inmediatamente a todos los jugadores)
- Los juegos de información incompleta pueden tener información simétrica

3) <u>Según el tiempo que pasa entre las decisiones de los jugadores</u>:

- Simultáneos (estáticos): los jugadores toman las decisiones a la vez
- Secuenciales (dinámicos): cada jugador toma las decisiones una vez que el anterior ha movido

4) <u>Según el número de veces que se juegue</u>:

- De una sola vez (“one-shot”)
- Repetidos

2. Modos de representar los juegos

➢ Dos formas de representar los juegos: la forma normal y la forma extensiva

1) <u>Juegos en forma normal</u>: Un juego en forma normal se define por los siguientes elementos.
   - Un conjunto de N jugadores $I = \{1, \ldots, N\}$
   - Los resultados del juego. Para entenderlos hay que definir previamente.
     - Conjunto de acciones de cada jugador. Todas las acciones que el jugador i $(\in I)$ puede tomar

Si $a^i \rightarrow$ acción del jugador i

$A^i = \{a_1^i, a_2^i, \ldots, a_{k_i}^i\} \rightarrow$ Conjunto de acciones i

con k_i número de acciones disponibles

- Resultado: es una lista de las acciones escogidas por cada jugador $a = (a^1, a^2, \ldots, a^N)$
- Pagos: lo que recibe cada jugador en cada posible resultado del juego $\pi^i(a)$

• Indicaciones:

- El conjunto de acciones no es igual al resultado del juego
- La notación {…} y (…) implica dos cosas diferentes: en la primera el orden de los elementos no importa, mientras que en la segunda sí (es una n-tupla)
- A veces se denomina al resultado como "perfil de acciones". Dependiendo del tipo de juego ambos términos no son intercambiables (hay juegos en los que un "pefil de acciones" da lugar a varios resultados
- A veces se utiliza el término "estrategia" como sinónimo de "acción". Nosotros no

Ejemplo de Juego 1: "Hacer Coincidir las monedas"

- Conjunto de jugadores. $N = 2; I = \{1,2\}$
- Conjunto de acciones. Del jugador $1: A^1 = \{cara, cruz\}$

  Del jugador $2: A^2 = \{cara, cruz\}$
- Resultados del juego. $\begin{cases} (cara, cara) & (cara, cruz) \\ (cruz, cara) & (cruz, cruz) \end{cases}$
- Pagos del juego.

$$\pi^1(cara, cara) = -1 \quad \pi^2(cara, cara) = 1$$
$$\pi^1(cara, cruz) = 1 \quad \pi^2(cara, cruz) = -1$$
$$\pi^1(cruz, cara) = 1 \quad \pi^2(cruz, cara) = -1$$
$$\pi^1(cruz, cruz) = -1 \quad \pi^2(cruz, cruz) = 1$$

- Toda la información anterior se resume en la siguiente matriz (representación normal)

		Jugador 2	
		Cara	Cruz
Jugador 1	Cara	(-1,1)	(1,-1)
	Cruz	(1,-1)	(-1,1)

Ejemplo de Juego 3: "La Batalla de los Sexos"

1) Jugadores: 2 jugadores: "Marido" y "Mujer"

$$I = \{Marido, Mujer\}$$

2) Reglas: cada jugador debe decidir (simultáneamente) si va al fútbol o a la ópera. Las dos actividades tienen lugar a la vez y en lugares distintos.

$$A^{ma} = \{fútbol, ópera\}$$

$$A^{mu} = \{fútbol, ópera\}$$

3) Resultados: los posibles resultados son los siguientes.

$$(a_1^{ma}, a_1^{mu}) = (ópera, ópera)$$

$$(a_2^{ma}, a_1^{mu}) = (fútbol, ópera)$$

$$(a_1^{ma}, a_2^{mu}) = (ópera, fútbol)$$

$$(a_2^{ma}, a_2^{ma}) = (fútbol, fútbol)$$

4) Pagos: El marido prefiere ir al fútbol y la mujer a la ópera, aunque prefieren ir juntos al mismo sitio que separados a sitios distintos:
Si los dos deciden ir al mismo sitio, el que va al sitio que prefiere recibe una utilidad de 2 y el otro una utilidad de 1. Si van a sitio distintos ambos obtienen una utilidad de 0

$$\pi^{ma}(fútbol, fútbol) = 2 \quad \pi^{mu}(fútbol, fútbol) = 1$$

$$\pi^{ma}(fútbol, ópera) = 0 \quad \pi^{mu}(fútbol, ópera) = 0$$

$$\pi^{ma}(ópera, fútbol) = 0 \quad \pi^{mu}(ópera, fútbol) = 0$$

$$\pi^{ma}(ópera, ópera) = 1 \quad \pi^{mu}(ópera, ópera) = 2$$

		Mujer	
		Fútbol	Ópera
Marido	Fútbol	(2,1)	(0,0)
	Ópera	(0,0)	(1,2)

Ejemplo de Juego 4: "El dilema del prisionero"

1) Jugadores: 2 sospechosos de haber cometido un delito: "Sospechoso 1" y "Sospechoso 2"

$$I = \{Sospechoso1, Sospechoso2\}$$

2) Reglas: La policía sabe que ambos sospechosos han cometido un delito conjuntamente pero no tiene pruebas para condenarlos y tiene que lograr que al menos uno confiese que ambos han cometido el delito. Para ello los encierra en celdas separadas y les explica las consecuencias derivadas de las decisiones que tomen

3) Resultados:

- Si ninguno confiesa ambos son condenados por un delito menor a 1 año de cárcel.
- Si ambos confiesan, cada uno será condenado a una pena de 6 años de cárcel, la pena correspondiente al delito que cometieron.
- Si uno confiesa y otro no, el que confiesa es puesto en libertad y el que no confiesa es sentenciado a 9 años de cárcel: 6 por el delito que cometió y 3 más por obstrucción a la justicia

4) Pagos: La utilidad que obtiene cada jugador por cada sentencia. Suponemos que es igual al número de años que son condenados (en negativo porque les reduce la utilidad)

- Conjunto de acciones: $\begin{cases} A^{s_1} = \{confesar, no\ confesar\} \\ A^{s_2} = \{confesar, no\ confesar\} \end{cases}$

- Resultados del juego: $\begin{cases} (confesar, confesar) & (confesar, no\ confesar) \\ (no\ confesar, confesar) & (no\ confesar, no\ confesar) \end{cases}$

- Pagos del juego: $\begin{cases} \pi^{s_1}(confesar, confesar) = -6 & \pi^{s_2}(confesar, confesar) = -6 \\ \pi^{s_1}(confesar, no\ confesar) = 0 & \pi^{s_2}(confesar, no\ confesar) = -9 \\ \pi^{s_1}(no\ confesar, confesar) = -9 & \pi^{s_2}(no\ confesar, confesar) = 0 \\ \pi^{s_1}(no\ confesar, no\ confesar) = -1 & \pi^{s_2}(no\ confesar, no\ confesar) = -1 \end{cases}$

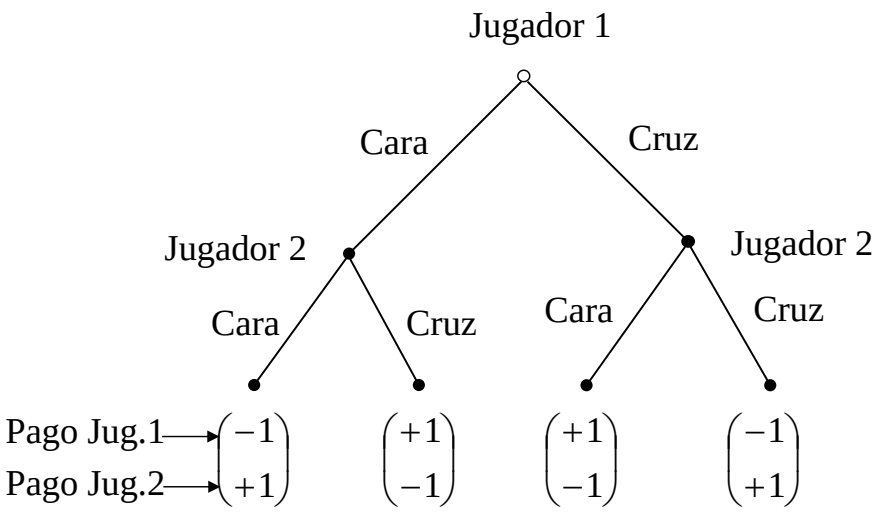
		S2	
		C	NC
S1	C	(-6,-6)	(0,-9)
	NC	(-9,0)	(-1,-1)

2) Juegos en forma extensiva: Un juego en forma extensiva se define por los siguientes elementos.
   - Un conjunto de *N* jugadores
   - Cuándo juega cada jugador.
   - Lo que el jugador sabe y puede hacer cada vez que mueve
   - Los resultados del juego en función de lo que cada jugador ha hecho en cada momento
   - Los pagos de cada jugador

- La representación extensiva puede ser matemática o gráfica. Nos centramos en la segunda
- La representación gráfica da lugar a lo que se llama árbol del juego: colección de nodos unidos por arcos o líneas que forma una figura conectada sin bucles
  - Nodos: representan cuándo un jugador determinado puede tomar una decisión, según lo que haya pasado con anterioridad
  - Líneas o arcos: representan las acciones que, en ese momento del juego, puede tomar el jugador al que le toca jugar

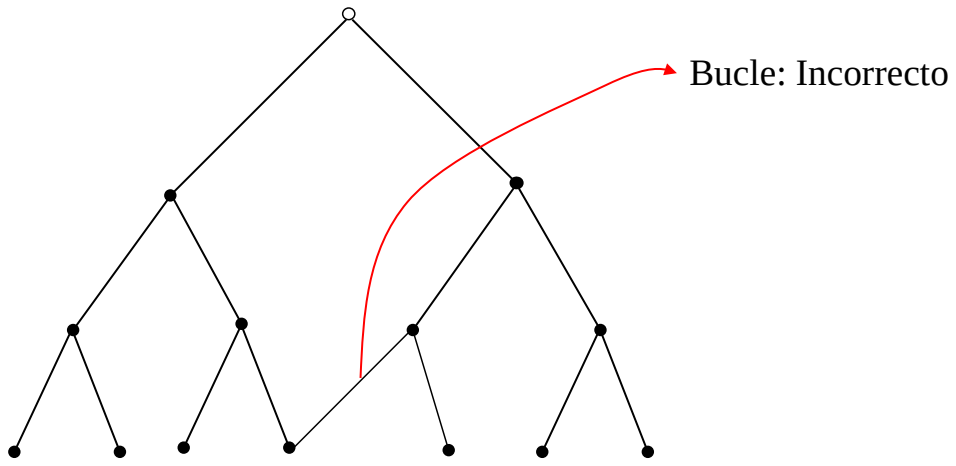
Ejemplo de Juego 5: "Hacer coincidir las monedas". Versión B

- Descripción: como "Hacer coincidir las monedas", pero los jugadores mueven de forma secuencial: el jugador pone una moneda cara arriba o cara abajo en primer lugar. Luego, tras ver la acción del jugador 1, el jugador 2 pone su moneda cara arriba o abajo



- Tipos de nodos:
  - Nodo inicial (A): aquél que no va precedido por ningún nodo
  - Un nodo C sigue a otro B: si la secuencia de arcos entre A y C pasa por B
  - Un nodo C sigue inmediatamente a otro B si C sigue a B y hay un arco que los conecta
  - Un nodo C es terminal si no le sigue ningún arco

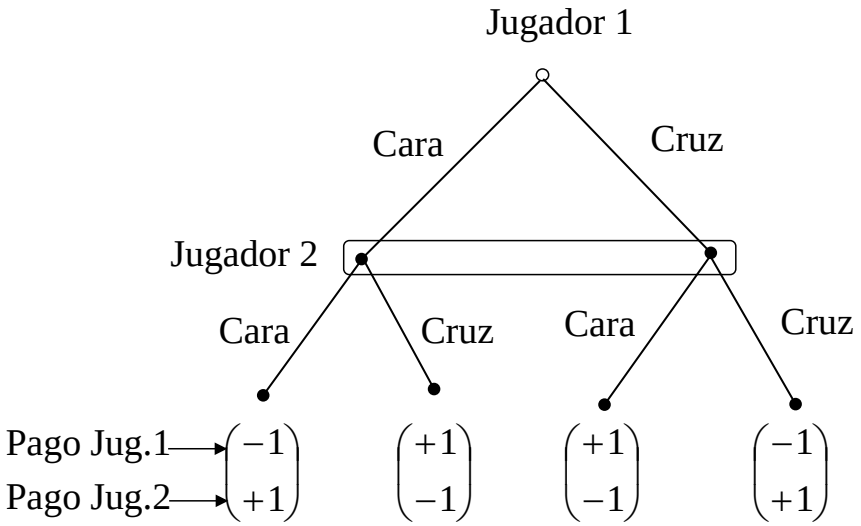
- Característica del árbol: no puede formar bucles. A cada nodo terminal (o a cada nodo en el que le toca mover a un jugador) sólo se puede llegar a través de una "rama" (camino) del árbol



- La forma extensiva de los juegos requiere definir un elemento más, el <u>conjunto de información</u> (de un jugador): es una colección de nodos de decisión que satisface:

  (i) Al jugador le corresponde jugar en cada nodo de conjunto de información
  (ii) Cuando en el transcurso del juego se llega a un conjunto de información, el jugador al que le toca decidir no sabe en qué nodo de este conjunto se encuentra

Ejemplo de Juego 1: "Hacer Coincidir las monedas"



- Cuando juegan de forma simultánea, el jugador 2 no sabe cómo ha puesto la moneda el jugador 1. El juego es similar a otro de forma secuencial en el que la acción del jugador 1 no ha sido revelada al jugador 2

Ejemplo de Juego 6: "Hacer Coincidir las monedas". Versión C

- <u>Descripción</u>: Igual que la versión B, pero el jugador 1 mantiene la mano cerrada cuando pone su moneda cara arriba (o cara abajo)

➢ La introducción del conjunto de información nos permite introducir el concepto de estrategia una especificación de las acciones que cada jugador va a tomar en cada conjunto de información en el que le toque jugar en cada momento del juego

- Nota: la estrategia especifica todas las acciones posibles que va a realizar el jugador en cada momento en que le toque jugar, pero esto no implica que cada elemento de la estrategia sea relevante.

Estrategia

$$s^i = (a_1^i, a_2^i, \ldots, a_m^i)$$

con $m =$ número de veces que le toca mover al jugador i

Conjunto de estrategias

$$S^i = \{s_1^i, \ldots, s_{k_i}^i\}$$

con $k_i =$ número de estrategias posibles del jugador i

Ejemplo de Juego 5: "Hacer coincidir las monedas". Versión B

$$S^1 = \{C, X\}$$
$$S^2 = \{(C,C),(C,X),(X,C),(X,X)\}$$

Ejemplo de Juego 6: "Hacer coincidir las monedas". Versión C

$$S^1 = \{C, X\} = S^2$$

Ejemplo de Juego 7: "El padre y el hijo del jefe"

1) Jugadores: Un padre y el hijo de su jefe $I = \{P, H\}$

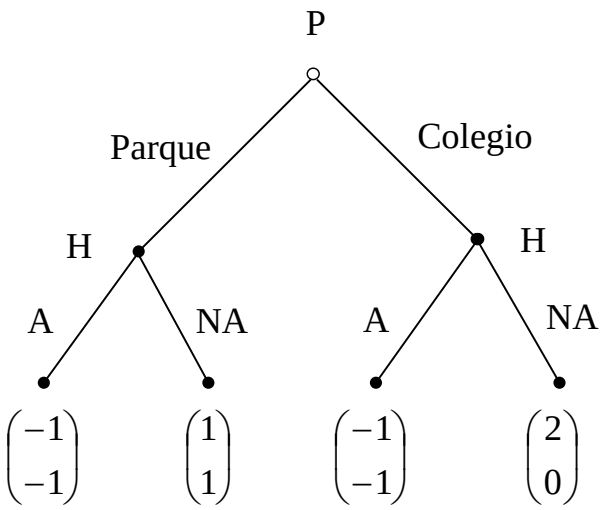
2) Reglas: El padre está llevando al colegio a su hija y al hijo de su jefe en su coche. A medio camino el hijo del jefe le susurra al padre que, o los lleva al parque de atracciones, o le acusará de haber estado robando dinero a la empresa de su padre.

3) Resultados y pagos:

- Si el padre va al parque y el hijo le acusa, los dos obtienen una utilidad de -1.
- Si el padre va al parque y el hijo no le acusa, los dos obtienen una utilidad de 1
- Si el padre va al colegio y el hijo le acusa de robar, los dos obtienen una utilidad de -1
- Si el padre va al colegio y el hijo no le acusa, el padre obtiene una utilidad de 2 y el hijo de 0

- Estrategias:

$$S^P = \{Parque, Colegio\}$$
$$S^H = \{(A,A),(A,NA),(NA,A),(NA,NA)\}$$



- Al introducir el concepto de conjunto de información nos permite precisar los conceptos de juegos de información perfecta e imperfecta que ofrecimos en la introducción del tema (para juegos que son de <u>información completa</u>):
  - Juegos de <u>información perfecta</u>: aquellos en los que <u>todos</u> los conjuntos de información contienen un único nodo.
  - Juegos de <u>información imperfecta</u>: aquellos en los que <u>al menos uno</u> de los conjuntos de información contiene más de un nodo.
- Un juego en forma extensiva puede representarse en forma normal. Para ello hay que tomar, en lugar de las acciones, el perfil de estrategias de cada jugador. Cada perfil de estrategias da lugar a un resultado del juego

Ejemplo de Juego 5: "Hacer coincidir las monedas". Versión B

- Conjunto de estrategias:

$$S^1 = \{C, X\}$$
$$S^2 = \{(C,C),(C,X),(X,C),(X,X)\}$$

- Perfiles de estrategia (resultados): $\begin{cases} (C,(C,C)) & (C,(C,X)) & (C,(X,C)) & (C,(X,X)) \\ (X,(C,C)) & (X,(C,X)) & (X,(X,C)) & (X,(X,X)) \end{cases}$

Jugador 2

Jugador 1	(C,C)	(C,X)	(X,C)	(X,X)
C	(-1,1)	(-1,1)	(1,-1)	(1,-1)
X	(1,-1)	(-1,1)	(1,-1)	(-1,1)

Ejemplo de Juego 7: "El padre y el hijo del jefe"

- Conjunto de estrategias:

$$S^P = \{Parque, Colegio\}$$
$$S^H = \{(A,A),(A,NA),(NA,A),(NA,NA)\}$$

		H			
		(A,A)	(A,NA)	(NA,A)	(NA,NA)
P	Parque	(-1,-1)	(-1,-1)	(1,1)	(1,1)
	Colegio	(-1,-1)	(2,0)	(-1,-1)	(2,0)

3. Equilibrio: conceptos básicos de equilibrio y métodos para calcularlos

- Hasta ahora nos hemos limitado a describir los juegos: sabemos sus posibles resultados pero no hemos dicho nada acerca de cuál de ellos es posible que salga.

- En este apartado presentamos algunos conceptos básicos de equilibrio (=resultado que se obtendrá en el juego) y los métodos para calcularlos (no siempre equilibrio único).

- Cambio de notación: hasta ahora hemos definido un resultado como un perfil de Acciones (estratégicas) elegidas por cada jugador. Así, si hay *N* jugadores un resultado (en acciones) sería:

$$a = (a^1, \ldots, a^i, \ldots, a^N)$$

- Reescribimos el resultado distinguiendo entre las acciones que han elegido los jugadores que no son el jugador *i* y la acción elegida por el jugador *i*

$$a^{\neg i} = a^{-i} = (a^1, \ldots, a^{i-1}, a^{i+1}, \ldots, a^N)$$
$$a = (a^1, \ldots, a^i, \ldots, a^N) = (a^i, a^{\neg i})$$

- En el caso de que estudiemos estrategias:

$$s = (s^1, \ldots, s^i, \ldots, s^N) = (s^i, s^{\neg i})$$

- Este cambio de notación es útil para definir los distintos tipos de equilibrio

1) Equilibrio en estrategias (acciones) dominantes: es la noción más básica y mejor de equilibrio ya que, si existe, nos ofrece la predicción más intuitiva (y robusta) de lo que harán los jugadores

- Estrategia (Acción) es dominante para el jugador *i*: aquélla que maximiza el pago que obtiene este jugador, no importa las estrategias (acciones) que escojan los demás jugadores

Una acción $\tilde{a}^i \in A^i$ es dominante si:

$$\pi^i(\tilde{a}^i, a^{\neg i}) > \pi^i(a^i, a^{\neg i}) \; \forall a^i \in A^i \; y \; a^{\neg i} \in A^{\neg i}$$

Ejemplo de Juego 4: "El dilema del prisionero"

- La acción "Confesar" es una estrategia dominante para el sospechoso 1, ya que:
  - Si el sospechoso 2 elige "confesar":
    $$\pi^{s_1}(C,C) = -6 > -9 = \pi^{s_1}(NC,C)$$
  - Si el sospechoso 2 elige "No confesar":
    $$\pi^{s_1}(C,NC) = 0 > -1 = \pi^{s_1}(NC,NC)$$

  Haga lo que haga el sospechoso 2, el sospechoso 1 elegirá "Confesar"
- La acción "Confesar" es una estrategia dominante para el sospechoso 2

(Confesar,Confesar) es un equilibrio en acciones (estrategias) dominantes

- Equilibrio en acciones (estrategias) dominantes: aquél en el que todos los jugadores juegan sus acciones (estrategias) dominantes

2) Equilibrio de Nash: el equilibrio en estrategias dominantes tiene un inconveniente: no siempre existen las estrategias dominantes. En este caso, no se puede aplicar esta definición de equilibrio

Ejemplo de Juego 3: "La Batalla de los Sexos"

- En este juego no existen estrategias dominantes. Los pagos del marido son:
  - Si su mujer decide ir al fútbol
    $$\pi^{ma}(\textit{fútbol}, \textit{fútbol}) = 2 > 0 = \pi^{ma}(\textit{ópera}, \textit{fútbol}) \longrightarrow \text{El marido elige "fútbol"}$$
  - Si su mujer decide ir a la ópera:
    $$\pi^{ma}(\textit{fútbol}, \textit{ópera}) = 0 < 1 = \pi^{ma}(\textit{ópera}, \textit{ópera}) \longrightarrow \text{El marido elige "ópera"}$$

- Los pagos de la mujer son simétricos, por lo que tampoco tiene estrategias dominantes

- Como la mayoría de los juegos no tienen estrategias dominantes, desarrollamos otro concepto de equilibrio: Equilibrio de Nash. Un resultado (o perfil de estrategias) es un equilibrio de Nash (EN) si ningún jugador encuentra beneficioso desviarse de la acción (estrategia) seleccionada siempre que los demás jugadores no se desvíen de las acciones (estrategias) que componen dicho resultado. Formalmente:

$$\hat{a} = (\hat{a}^1, \ldots, \hat{a}^i, \ldots, \hat{a}^N) \text{ es } EN \text{ si:}$$
$$\forall i \text{ se tiene que } \pi^i(\hat{a}^i, \hat{a}^{\neg i}) \geq \pi^i(a^i, \hat{a}^{\neg i})$$

  - Nota: lo que hay que verificar es que cada jugador no tiene incentivos para escoger otra acción, suponiendo que los demás jugadores están jugando las mismas estrategias

Ejemplo de Juego 3: "La Batalla de los Sexos"

- Los resultados (fútbol,fútbol) y (ópera,ópera) son *EN* en este juego
- Demostración:
  - Si la mujer elige "fútbol", el marido no tiene incentivos para elegir "ópera", ya que:

$$\pi^{ma}(\textit{fútbol}, \textit{fútbol}) = 2 > 0 = \pi^{ma}(\textit{ópera}, \textit{fútbol})$$

  - Si la mujer elige "ópera" el marido no tiene incentivos para elegir "fútbol", ya que:

$$\pi^{ma}(\textit{fútbol}, \textit{ópera}) = 0 < 1 = \pi^{ma}(\textit{ópera}, \textit{ópera})$$

  - Hay que demostrar que la mujer no tiene incentivos para desviarse de su estrategia, dado lo que hace el marido. Así:
    - Si el marido elige "fútbol", la mujer no tiene incentivos para elegir "ópera", ya que:

$$\pi^{mu}(\textit{fútbol}, \textit{ópera}) = 0 < 1 = \pi^{mu}(\textit{fútbol}, \textit{fútbol})$$

    - Si el marido elige "ópera", la mujer no tiene incentivos para elegir "fútbol", ya que:

$$\pi^{mu}(\textit{ópera}, \textit{ópera}) = 2 > 0 = \pi^{mu}(\textit{ópera}, \textit{fútbol})$$

Ejemplo de Juego 8

- Sea el siguiente juego descrito en forma normal (o estratégica):

		Jugador 2	
		L	R
Jugador 1	T	(1,0)	(1,1)
	B	(-100,0)	(2,1)

- El equilibrio de Nash de este juego es (B,R)
- Demostración:

• Si el "jugador 2" elige R, el "jugador 1" no tiene incentivos para elegir T, ya que:

$$\pi^1(T,R) = 1 < 2 = \pi^1(B,R)$$

• Si el "jugador 1" elige B, el "jugador 2" no tiene incentivos para elegir L, ya que:

$$\pi^2(B,L) = 0 < 1 = \pi^2(B,R)$$

- <u>Métodos para encontrar los equilibrios de Nash.</u> El método anterior no es bueno para grandes juegos (hay que comprobar para todos los jugadores todos los posibles resultados)

• <u>Método 1: eliminación de estrategias estrictamente dominadas</u>

- El Juego 8 es un ejemplo de este método. La estrategia L está estrictamente dominada para el jugador 2, ya que:

$$\pi^2(T,L) = 0 < 1 = \pi^2(T,R)$$

$$\pi^2(B,L) = 0 < 1 = \pi^2(B,R)$$

- El jugador 2 nunca jugará la acción L, por lo que podemos eliminarla del juego, que queda reducido a:

		Jugador 2
		R
Jugador 1	T	(1,1)
	B	(2,1)

EN

- En un juego 2x2, para que exista una estrategia estrictamente dominada tiene que existir una estrategia estrictamente dominante, pero esto no es así para juegos de tamaño mayor: pueden existir estrategias estrictamente dominadas, pero no existir estrategias estrictamente dominantes

Ejemplo de Juego 9

- Sea el siguiente juego descrito en forma normal (o estratégica):

		Jugador 2		
		L	C	R
	T	(1,1)	(2,0)	(1,1)
Jugador 1	M	(0,0)	(0,1)	(0,0)
	B	(2,1)	(1,0)	(2,2)

- El juego no tiene estrategias dominantes para ningún jugador
- Demostración:
  - No existen estrategias dominantes para el "jugador 1"
    - Si el "jugador 2" elige *L*, el "jugador 1" elige *B* ya que:

$$\pi^1(M,L) < \pi^1(T,L) < \pi^1(B,L)$$

    - Si el "jugador 2" elige *C*, el "jugador 1" elige *T* ya que:

$$\pi^1(M,C) < \pi^1(B,C) < \pi^1(T,C)$$

    - Si el "jugador 2" elige *R*, el "jugador 1" elige *B* ya que:

$$\pi^1(M,R) < \pi^1(T,R) < \pi^1(B,R)$$

  - No existen estrategias dominantes para el "jugador 2":
    - Si el "jugador 1" elige *T*, el "jugador 2" elige *L* o *R* ya que:

$$\pi^2(T,C) < \pi^2(T,L) = \pi^2(T,R)$$

    - Si el "jugador 1" elige *M*, el "jugador 2" elige *C* ya que:

$$\pi^2(M,L) = \pi^2(M,R) < \pi^2(M,C)$$

    - Si el "jugador 1" elige *B*, el "jugador 2" elige *R* ya que:

$$\pi^2(B,C) < \pi^2(B,L) < \pi^2(B,R)$$

- El pago que el "jugador 1" obtiene jugando la acción *M* es siempre menor que el que obtiene jugando cualquier otra acción

→ La acción *M* está estrictamente dominada

- <u>Acción (estrategia) estrictamente dominada</u> (para el jugador *i*): una acción$_1$ (estrategia) del jugador *i* está dominada, si existe otra acción$_2$ (estrategia) tal que, para cualquier perfil de acción elegido por el resto de los jugadores, el pago que recibe con la primera es menor que el que recibe con la segunda

$$\bar{a}^i \in A^i \text{ es estrictamente dominada por } \hat{a}^i$$
$$\text{si } \pi^i(\bar{a}^i, a^{\neg i}) < \pi^i(\hat{a}^i, a^{\neg i}) \quad \forall a^{\neg i} \in A^{\neg i}$$

Ejemplo de Juego 9

- La acción $M \in A^1 = \{T, M, B\}$ es una acción estrictamente dominada para el "jugador 1"

- Cuando una acción es estrictamente dominada nunca va a ser jugada, por lo que puede ser eliminada. Así, el Juego 9 quedaría reducido a:

		Jugador 2		
		L	C	R
Jugador 1	T	(1,1)	(2,0)	(1,1)
	B	(2,1)	(1,0)	(2,2)

- El método de eliminación de estrategias estrictamente dominadas puede aplicarse de modo repetido siempre que existan este tipo de estrategias. Por ejemplo, al eliminar la acción *M* del conjunto de acciones del "jugador 1", la acción *C* del "jugador 2" pasa a estar estrictamente dominada, ya que:
  - Si el "jugador 1" elige *T*, el "jugador 2" elige *L* o *R* ya que:

$$\pi^2(T,C) < \pi^2(T,L) = \pi^2(T,R)$$

  - Si el "jugador 1" elige *B*, el "jugador 2" elige *R* ya que:

$$\pi^2(B,C) < \pi^2(B,L) < \pi^2(B,R)$$

→ C se elimina y el juego se reduce

		Jugador 2	
		L	R
Jugador 1	T	(1,1)	(1,1)
	B	(2,1)	(2,2)

➢ Ahora la acción *T* del "jugador 1" pasa a estar estrictamente dominada, ya que:

- Si el "jugador 2" elige *L*, el "jugador 1" elige *B* ya que: $\pi^1(T,L) < \pi^1(B,L)$
- Si el "jugador 2" elige *R*, el "jugador 1" elige *B* ya que: $\pi^1(T,R) < \pi^1(B,R)$

} *T* se elimina

		Jugador 2	
		L	R
Jugador 1	B	(2,1)	(2,2)

EN

- Ventajas del método de eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominadas:
  - Reduce la dimensión del juego, haciendo más fácil hallar los equilibrios de Nash
  - No importa el orden en el que se eliminen las acciones estrictamente dominadas para el resultado del juego
- Desventajas del método:
  - No siempre existen estrategias estrictamente dominadas
  - Tras la eliminación de las estrategias estrictamente dominadas, el juego puede tener todavía una dimensión grande
  - El método requiere el supuesto de racionalidad completa por parte de los jugadores

• <u>Método 2: Función de respuesta óptima</u> (del jugador *i*): es aquella función que, para cada perfil de accciones (estrategia) del resto de jugadores, asigna una acción (estrategia) que maximiza el pago que obtiene el jugador *i*

$$R^i(a^{\neg i}) = \left\{ \tilde{a}^i \in A^i : \pi^i(\tilde{a}^i, a^{\neg i}) \geq \pi^i(a^i, a^{\neg i}) \forall a^i \in A^i \right\}$$

- Dado que el Equilibrio de Nash es aquella situación en la que ningún jugador tiene incentivos para desviarse de la acción (estrategia) que ha seleccionado, dado lo que hacen los demás, éste debe situarse en las funciones de respuesta óptima de todos los jugadores

Ejemplo de Juego 3: "La Batalla de los Sexos"

- Construimos las funciones de respuesta óptima para el marido y la mujer:

$$R^{ma}(a^{mu})\begin{cases} Fútbol & si\ \ a^{mu} = fútbol \\ Ópera & si\ \ a^{mu} = ópera \end{cases} \qquad R^{mu}(a^{ma})\begin{cases} Fútbol & si\ \ a^{ma} = fútbol \\ Ópera & si\ \ a^{ma} = ópera \end{cases}$$

- Luego, en este juego existen dos EN: *(fútbol,fútbol)* y *(ópera,ópera)*

- El último ejemplo pone de manifiesto que hay juegos con más de un EN. También es posible que haya juegos sin EN (en estrategias puras)

Ejemplo de Juego 10: "La Batalla de los Sexos". Versión B

- Es el mismo juego que el de la "batalla de los sexos" pero tras 30 años de matrimonio. Ahora la mujer ha perdido interés en pasar tiempo junto a su marido, de modo que el pago que obtiene yendo sola a cualquier sitio es mayor que el que obtiene yendo con su marido

		Mujer	
		Fútbol	Ópera
Marido	Fútbol	(2,0)	(0,2)
	Ópera	(0,1)	(1,0)

- Este juego no tiene EN (en estrategias puras). Demostración:
  - Para el resultado *(ópera,ópera)* la mujer tiene incentivos para desviarse y escoger *fútbol*, ya que: $\pi^{mu}(ópera, ópera) < \pi^{mu}(ópera,\ fútbol)$
  - Para el resultado *(ópera,fútbol)* el marido tiene incentivos para desviarse y escoger *fútbol*, ya que: $\pi^{ma}(ópera,\ fútbol) < \pi^{ma}(\ fútbol,\ fútbol)$
  - Para el resultado *(fútbol,ópera)* el marido tiene incentivos para desviarse y escoger *ópera*, ya que: $\pi^{ma}(\ fútbol, ópera) < \pi^{ma}(ópera, ópera)$
  - Para el resultado *(fútbol,fútbol)* la mujer tiene incentivos para desviarse y escoger *ópera*, ya que: $\pi^{mu}(\ fútbol,\ fútbol) < \pi^{mu}(\ fútbol, ópera)$

4. Comparaciones de bienestar entre resultados del juego

- Hasta ahora nos hemos limitado a predecir los posibles resultados de un juego, pero no hemos dado ninguna indicación de cómo son: habrá resultados mejores (o más deseados) que otros. Definimos un criterio para comparar resultados

1) Criterio de Pareto: un resultado $\hat{a}$ domina en el sentido de Pareto a otro resultado $\bar{a}$ si:

(i) Para todo jugador *i* se cumple que: $\pi^i(\hat{a}) \geq \pi^i(\bar{a})$
(ii) Existe al menos un jugador *j* para el cual $\pi^j(\hat{a}) > \pi^j(\bar{a})$

2) Eficiencia en el sentido de Pareto: un resultado a^* es Pareto-eficiente (u óptimo en el sentido de Pareto) si no existe ningún otro resultado que lo domina (en el sentido de Pareto).

- Problema: con este criterio hay resultados que no pueden ser comparados. Así decimos que dos resultados son Pareto-no comparables (o no comparables en el sentido de Pareto) si:

$$\exists i, j \in I\left[(\pi^i(\hat{a}) > \pi^i(\bar{a})) \wedge (\pi^j(\hat{a}) < \pi^j(\bar{a}))\right]$$

Ejemplo de Juego 4: "El dilema del prisionero"

- El resultado *(No confesar,No confesar)* domina en el sentido de Pareto al resultado *(Confesar, Confesar)*.

$$\pi^{s_1}(No\ Confesar, No\ Confesar) = \pi^{s_2}(No\ Confesar, No\ Confesar) = -1 >$$

$$\pi^{s_1}(Confesar, Confesar) = \pi^{s_2}(Confesar, Confesar) = -6$$

- El EN está dominado por otro resultado (cooperativo). Este juego es un ejemplo de lo que se denomina problema de cooperación

- Los resultados *(No confesar, Confesar)* y *(Confesar,No Confesar)* no son Pareto-comparables, ya que:

$$\left.\begin{array}{l} \pi^{s_1}(Confesar, No\ Confesar) > \pi^{s_1}(No\ Confesar, Confesar) \\ \text{pero} \\ \pi^{s_2}(Confesar, No\ Confesar) < \pi^{s_2}(No\ Confesar, Confesar) \end{array}\right\} \text{Un jugador mejora y otro empeora}$$

Ejemplo de Juego 3: "La Batalla de los Sexos"

- Los resultados *(fútbol,fútbol)* y *(ópera,ópera)* son Pareto-eficientes con respecto a los resultados *(fútbol,ópera)* y *(ópera,fútbol)*, pero no son Pareto-comparables entre sí. Demostración:

  - Son Pareto-eficientes porque:

$$\left.\begin{array}{l}\pi^{mu}(ópera,ópera) > \pi^{mu}(ópera,\ fútbol) = \pi^{mu}(\ fútbol,ópera) \\ \pi^{ma}(ópera,ópera) > \pi^{ma}(\ fútbol,ópera) = \pi^{ma}(ópera,\ fútbol)\end{array}\right\}\ \text{Para el resultado } (ópera,ópera)$$

$$\left.\begin{array}{l}\pi^{mu}(\ fútbol,\ fútbol) > \pi^{mu}(\ fútbol,ópera) = \pi^{mu}(ópera,\ fútbol) \\ \pi^{ma}(\ fútbol,\ fútbol) > \pi^{ma}(ópera,\ fútbol) = \pi^{ma}(\ fútbol,ópera)\end{array}\right\}\ \text{Para el resultado } (fútbol,fútbol)$$

  - No son comparables en el sentido de Pareto porque:

$$\pi^{mu}(\ fútbol,\ fútbol) < \pi^{mu}(ópera,ópera) \longrightarrow \text{La mujer empeora si va al fútbol}$$

$$\pi^{ma}(\ fútbol,\ fútbol) > \pi^{ma}(ópera,ópera) \longrightarrow \text{El marido empeora si va a la ópera}$$

5. Refinamientos del concepto de equilibrio: juegos secuenciales y repetidos

- Vamos a "refinar" el concepto de Equilibrio de Nash para juegos secuenciales y repetidos. Motivo: hemos visto que es posible que existan varios Equilibrios de Nash en un único juego y queremos establecer algún criterio para saber qué equilibrio es más probable que aparezca.

1) <u>Juegos secuenciales</u>: en este tipo de juegos es posible establecer un criterio más estricto que el de EN, que nos permite discernir qué EN son más razonables.

- Introducimos la noción de <u>subjuego</u>: es un juego en forma extensiva que:

  (i) Empieza en un nodo de decisión que sea un conjunto de información con un único elemento

  (ii) Incluye a todos los nodos de decisión y terminales que siguen al ese nodo, pero no a otros

  (iii) No se intersecta con ningún otro conjunto de información (si un nodo n^2 sigue a un nodo n^1, todos los demás nodos que estén en el mismo conjunto de información que n^2 deben incluirse en ese subjuego)

- La noción de subjuego incluye al propio juego (el juego completo es un subjuego de sí mismo). A los subjuegos que no son el propio juego se les llama <u>subjuegos propios</u>.

Ejemplo de Juego 11: "Juego de la entrada en el mercado"

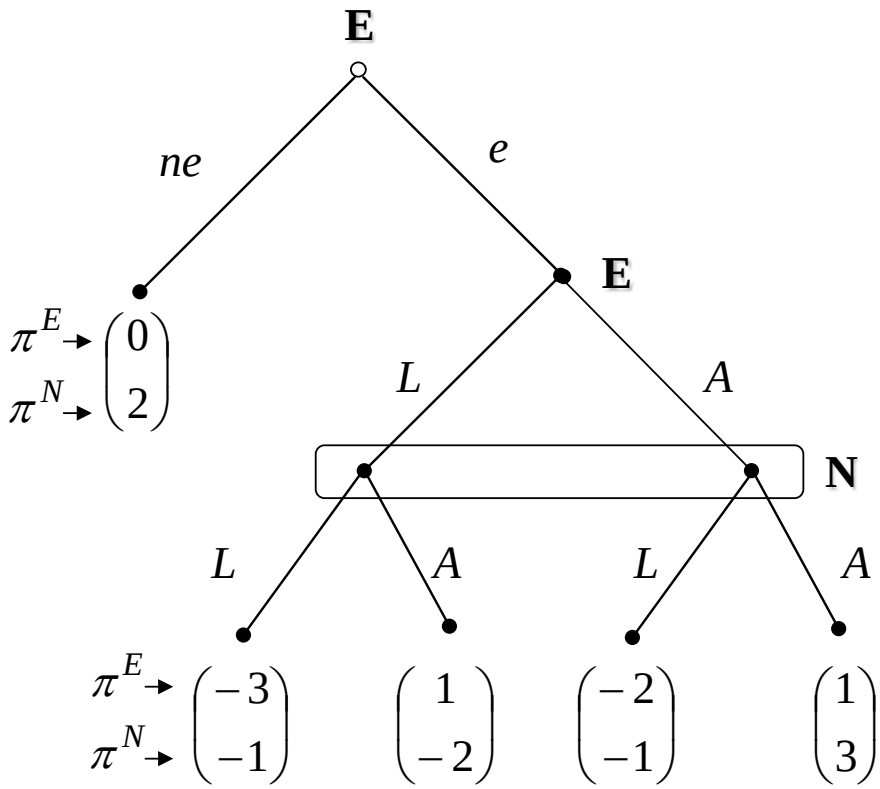
1) Jugadores: dos empresas: "entrante" (E), "instalada" (N) $I = \{E, N\}$
2) Reglas: La empresa E decide en primer lugar si entra en el mercado o no. Si no entra, el juego termina. Si entra las dos empresas deciden si luchar por todo el mercado o acomodarse a la nueva situación.
3) Pagos: Si la empresa E decide no entrar obtiene beneficios cero y la N beneficios de monopolio (que supondremos igual a 2). Si la empresa E decide entrar, entonces existen las siguientes posibilidades:

- Las dos luchan por el mercado: $\pi^E = -3; \pi^N = -1$
- E lucha y N se acomoda: $\pi^E = 1; \pi^N = -2$
- E se acomoda y N lucha: $\pi^E = -2; \pi^N = -1$
- Las dos empresas se acomodan: $\pi^E = 1; \pi^N = 3$

➢ Conjuntos de estrategias:

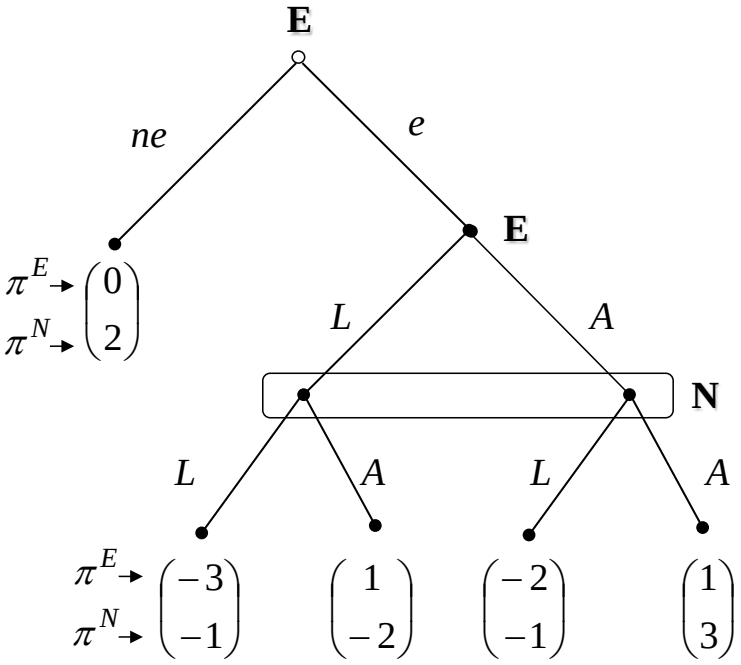
$$S^E = \{(ne, L), (ne, A), (e, L), (e, A)\}$$

$$S^N = \{L, A\}$$



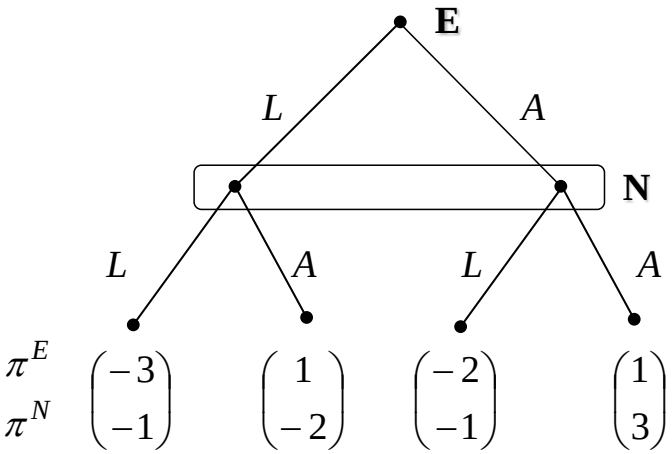
- Subjuegos:

Subjuego 1

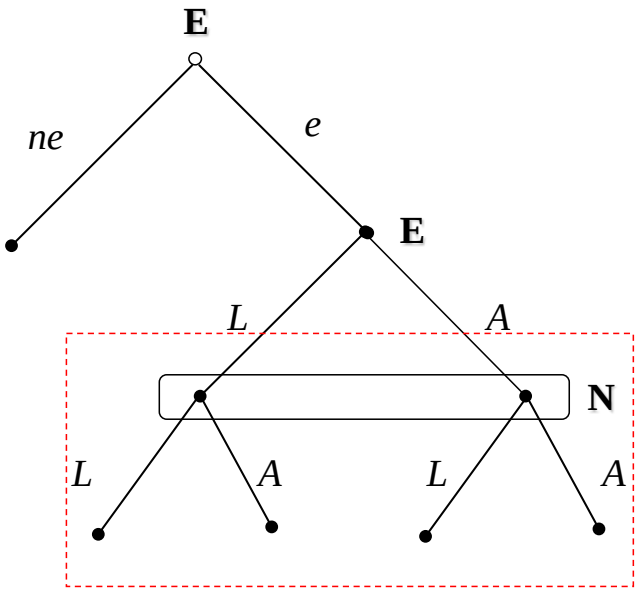


Subjuego 2

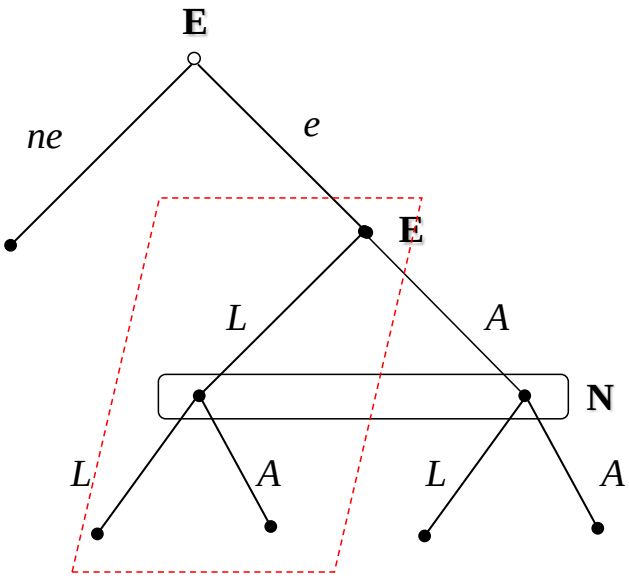
(Subjuego propio)



- De acuerdo con la definición de subjuego, las siguientes particiones de este juego en distintos subjuegos NO serían válidas



No es subjuego
[viola (i)]



No es subjuego
[viola (ii) y (iii)]

- La definición de subjuego permite establecer un método para refinar la definición de Equilibrio de Nash: el método de la "inducción hacia atrás":
  - Se comienza por los subjuegos más pequeños que incluyen los nodos finales
  - Se resuelven estos subjuegos más pequeños, obteniendo las acciones (estrategias) que son EN (o aquéllas que jugará el jugador al que le toque mover)
  - Se eliminan de estos subjuegos finales todas las demás acciones (estrategias) que no son EN
  - Se prosigue con los siguientes subjuegos más pequeños que incluyen los anteriores y se repite el proceso hasta llegar al subjuego que incluye el nodo inicial
- Como este método se utiliza para resolver juegos dinámicos de información completa e incompleta, conviene distinguir entre:
  - Equilibrio perfecto en subjuegos: es una colección de estrategias que constituyen un EN en todos y cada uno de los subjuegos
  - Resultado perfecto en subjuegos: especifica, de entre las estrategias que generan un equilibrio perfecto en subjuegos, sólo aquellas acciones que realmente escogen los jugadores
- Los EN que se obtienen así se denominan <u>Equilibrios Perfectos en Subjuegos</u>: aquellos resultados que generan EN en cualquier subjuego del juego original.
  - El concepto de Equilibrio Perfecto en Subjuegos es más restrictivo o exigente que el de Equilibrio de Nash: todo Equilibrio Perfecto en subjuegos es EN, pero no al revés

Ejemplo de Juego 7: "El padre y el hijo del jefe"

H

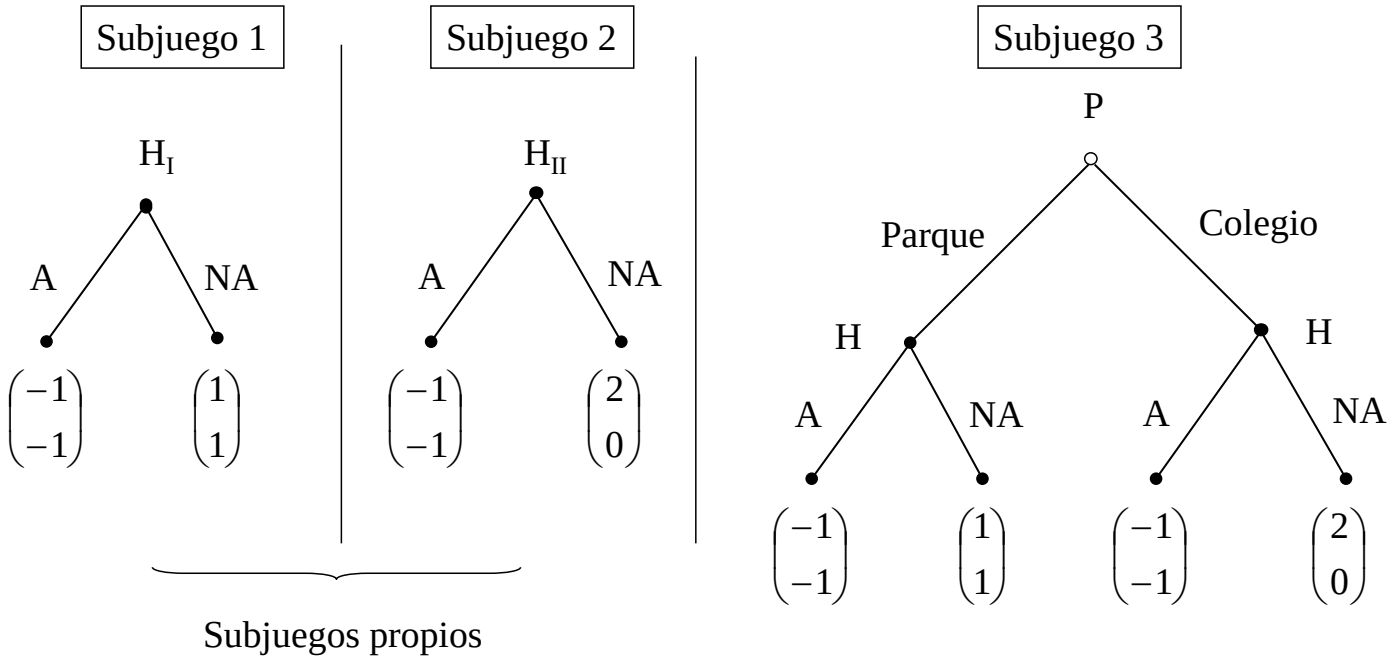
P	(A,A)	(A,NA)	(NA,A)	(NA,NA)
Parque	(-1,-1)	(-1,-1)	(1,1)	(1,1)
Colegio	(-1,-1)	(2,0)	(-1,-1)	(2,0)

EN

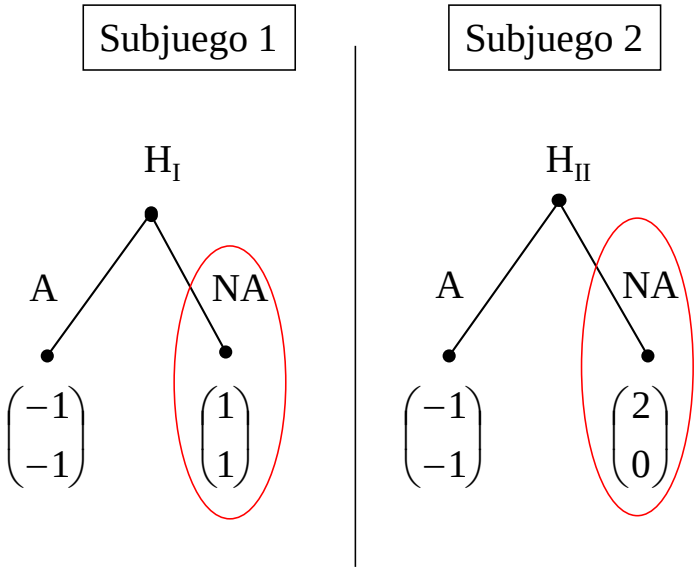
- En este juego los resultados *(Colegio,(A,NA)),(Parque,(NA,A))* y *(Colegio,(NA,NA))* son Equilibrios de Nash

➢ Utilizamos los subjuegos para obtener predicciones más precisas y eliminar (si se puede) los EN menos probables. Para ello volvemos a la representación extensiva del juego

• Localización de los subjuegos. El juego tiene tres subjuegos en total: el juego mismo y dos subjuegos propios



• Resolvemos primero los subjuegos más pequeños que contienen los nodos finales: el subjuego 1 y el 2. En estos subjuegos sólo mueve el hijo, luego sólo hay que tener en cuenta sus pagos para resolverlos.

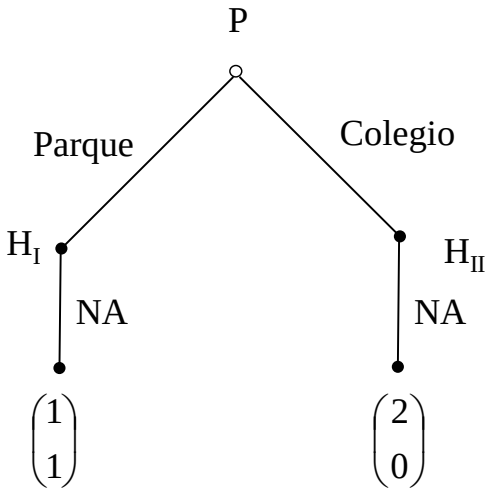


▪ En ambos subjuegos el hijo del jefe elegirá la acción "No acusar" (NA), ya que:

$$\text{Subjuego } H_I : \pi^H(NA) = 1 > \pi^H(A) = -1$$

$$\text{Subjuego } H_{II} : \pi^H(NA) = 0 > \pi^H(A) = -1$$

- Una vez resueltos estos subjuegos, eliminamos las estrategias que sabemos que no jugará el hijo del jefe. El juego queda reducido a:

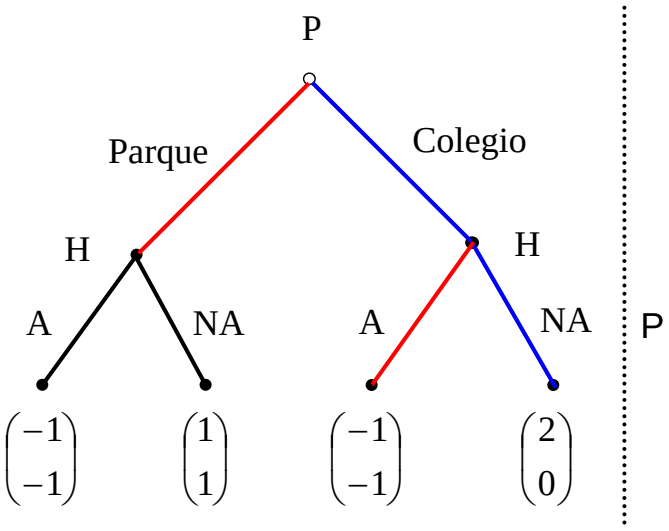


- Ahora resolvemos el juego reducido para el jugador que mueve, el padre. Comparando los pagos que obtiene con cada acción, es obvio que elegirá "Colegio", ya que:

$$\pi^P(colegio) = 2 > \pi^P(parque) = 0$$

- Luego de los tres EN del juego, sólo (*colegio*,(*NA*,*NA*)) es un <u>equilibrio perfecto en subjuegos</u>
  - <u>Resultado perfecto en subjuegos</u>: será *(colegio, NA)*

➢ Relación entre los distintas definiciones:



P

	H			
	(A,A)	(A,NA)	(NA,A)	(NA,NA)
Parque	(-1,-1)	(-1,-1)	(1,1)	(1,1)
Colegio	(-1,-1)	(2,0)	(-1,-1)	(2,0)

➢ Equilibrios de Nash: (*Parque*,(*NA*,*A*)), (*Colegio*,(*A*,*NA*)), (*Colegio*,(*NA*,*NA*))

➢ Equilibrio perfecto en subjuegos: (*Colegio*,(*NA*,*NA*))

- (*Parque*,(*NA*,*A*)) ⟶ se elimina porque no es creíble que, si se llega al segundo subjuego, el hijo escoja *A* ya que su pago es menor que si juega *NA*
- (*Colegio*,(*A*,*NA*)) ⟶ se elimina porque no es creíble que, si se llega al primer subjuego, el hijo escoja *A* ya que su pago es menor que si juega *NA*

➢ Resultado perfecto en subjuegos: (*Colegio*,*NA*)

- Este método permite eliminar estrategias que constituyen "amenazas no creíbles": en este caso el padre sabe que el hijo no tiene incentivos para acusarle, luego la acción "acusar" es una amenaza no creíble.

2) Juegos repetidos: son juegos instantáneos ("one-shot") que se vuelven a jugar exactamente de la misma forma un número definido (o indefinido) de veces. Una vez que el juego ya se ha jugado en cada período, los jugadores observan las acciones escogidas por todos los jugadores (incluidos ellos mismos) y entonces vuelven a escoger sus acciones para el nuevo periodo.

- Como todos los jugadores observan las acciones que han escogido, podemos definir la historia del juego (en el periodo τ) es la lista de resultados obtenidos en los t periodos anteriores en los que se ha jugado el juego ($t=1,\ldots,\ \tau-1$)

  - Estrategia: lista de acciones que cada jugador escoge en cada periodo t. En cada periodo la acción $a^i_t \in A^i$ se basa en la historia del juego (o lista de acciones jugadas por todos los jugadores en todos los periodos anteriores) hasta dicho periodo

  - Pagos (de cada jugador): es la suma (descontada) de todos los pagos que recibe dicho jugador en cada periodo, una vez que se ha jugado el juego.

$$\Pi^i = \sum_{t=1}^{T} \rho^{t-1} \pi^i_t(a^i_t, a^{\neg i}_t) \quad \begin{cases} \pi^i_1(a^i_1, a^{\neg i}_1) + \rho\pi^i_2(a^i_2, a^{\neg i}_2) + \cdots + \rho^{T-1}\pi^i_T(a^i_T, a^{\neg i}_T) & \text{si } T < \infty \\ \pi^i_1(a^i_1, a^{\neg i}_1) + \rho\pi^i_2(a^i_2, a^{\neg i}_2) + \rho^2\pi^i_3(a^i_3, a^{\neg i}_3) + \cdots & \text{si } T = \infty \end{cases}$$

Ejemplo de Juego 4: "El dilema del prisionero"

- Supongamos que este juego se juega 2 veces. ¿Cuántas estrategias tiene el conjunto de estrategias del "sospechoso 1"?

  - Empecemos por considerar las acciones que puede tomar en el periodo 2. La historia del juego del periodo dos son los posibles resultados que se han dado hasta ese momento (esto es, en el periodo 1). Luego, esta viene dada por:

$$H_2 = \{(confesar, confesar), (confesar, no\ confesar)$$
$$(no\ confesar, confesar,), (no\ confesar, no\ confesar)\}$$

  - En este momento, el "sospechoso 1" vuelve a mover y tiene dos acciones posibles: "*confesar*" o "*no confesar*". Como la estrategia debe especificar la acción que tomará el jugador en cada posible situación en la que es llamado a jugar, en el periodo 2 tiene 2^4 posibles estrategias.

- Además, en el periodo 1 tiene dos acciones más posibles, luego el total de estrategias posibles son $2x2^4=2^5$

➢ Dos ideas acerca de la solución de este tipo de juegos
- (i) Se suelen resolver por el método de la inducción hacia atrás
- (ii) Jugar repetidamente el EN del juego instantáneo es siempre un equilibrio perfecto en subjuegos en este tipo de juegos

Ejemplo de Juego 4: "El dilema del prisionero"

➢ Supongamos ahora que el juego se repite T ($<\infty$) veces. Jugar cada vez el EN del juego estático *(confesar,confesar)* constituye un equilibrio perfecto en subjuegos.

➢ Demostración:

- En el último periodo (T), es como el juego estático: los jugadores elegirán el EN.
- El penúltimo periodo (T-1) es ahora como el último: los jugadores elegirán el EN
- El razonamiento anterior se aplica para todos los periodos hasta el primero

➢ Es posible que en los juegos repetidos aparezcan otros equilibrios distintos del EN instantáneo

Notas de Clase del Tema 5:

Oligopolio con productos homogéneos

1. Introducción

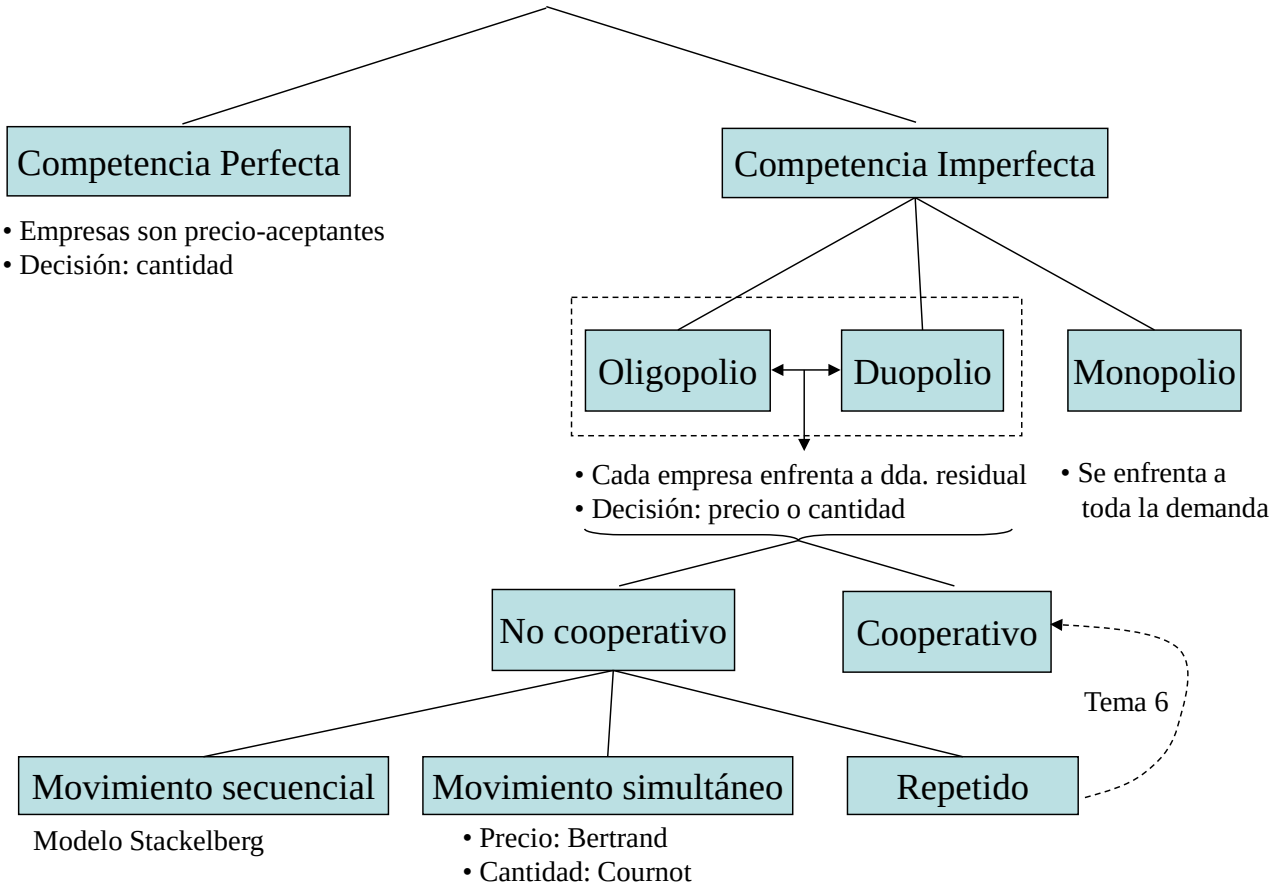
- A partir de ahora empezamos un bloque en el que estudiamos distintas estructuras de mercado: descripción del comportamiento de las empresas en un mercado o industria, que incluye:

  - Las acciones (o estrategias) que pueden escoger las empresas
  - El número de empresas que hay en la industria (y si éste es fijo o variable)
  - Las expectativas de las empresas sobre:
    (i) las acciones que pueden tomar las demás empresas
    (ii) cómo reacciona cada empresa a las acciones de las demás
    (iii) el número de empresas y la entrada potencial

Especificar la estructura de mercado es similar a especificar las reglas del juego para las empresas existentes o las entrantes en potencia

- Supuestos comunes para este tema y el siguiente
  - El producto vendido por cada empresa es homogéneo (porque los consumidores no pueden o no les interesa distinguir entre productos o marcas)
  - Los consumidores son precio-aceptantes y tienen una función de demanda bien definida

- Los distintos mercados de bienes homogéneos pueden clasificarse del siguiente modo:



2. El modelo de Bertrand

- Propuesto por el economista Joseph Bertrand en 1838, estudia un mercado en el que pocas (n) empresas que eligen el precio al que venden el bien
  - ¿Por qué eligen el precio y no la cantidad? En algunos casos es más realista que suponer que escogen la cantidad (ejemplo: precio de billetes de avión o tren)

- Supuestos del modelo:
  - La función de demanda agregada del mercado viene dada por:

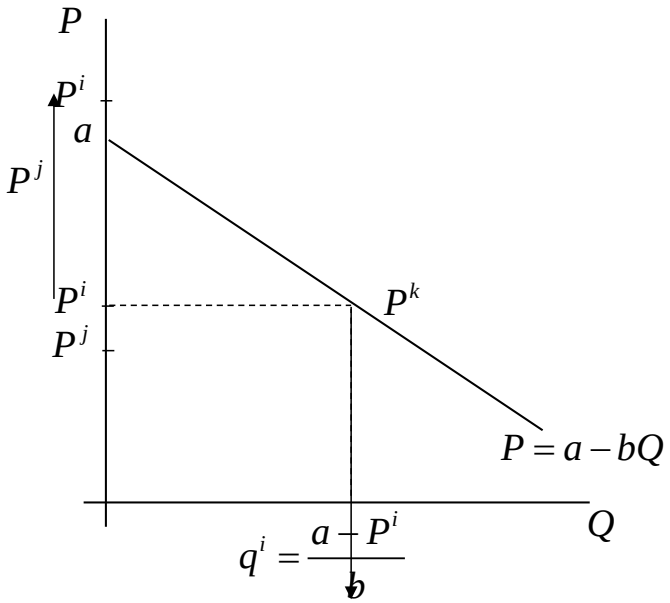
$$P = a - bQ \quad con \;\; a,b > 0 \text{ y } \; Q = \sum_{i=1}^{n} q^i$$

  - Los consumidores compran siempre al vendedor más barato
  - Si dos (o más) empresas ponen el mismo precio se dividen el mercado equitativamente
  - Los costes de las empresas vienen dados por: $c_i(q^i) = c_i q^i \quad i = 1...n$

    Supondremos, además que $c_i = c \quad \forall i = 1...n \longrightarrow c(q^i) = cq^i \quad con \;\; a > c$

  - Las empresas deciden a la vez qué precio van a poner

- Tenemos definido un juego:
  1) Jugadores: n empresas $I = \{1,\ldots,n\}$
  2) Reglas: supuestos 1-5. Acciones de los jugadores $a^i = P^i \in [0,\ldots,\infty)$
  3) Resultados: especifica un par (P^B,Q^B) tal que $P^B = a - bQ^B$ y la forma en que se reparten la producción total las empresas en el mercado. La producción de la empresa i variará según el precio que ponga al bien.



$$q^i = q^k = \frac{1}{k}\left(\frac{a - P^i}{b}\right)$$

	Precio	Cantidad
Resultado 1	$P^i > a$	$q^i = 0$
Resultado 2	$P^i < P^j \;\forall j \neq i$ $y\; c \leq P^i \leq a$	$q^i = \frac{a - P^i}{b}$
Resultado 3	$\exists\, k\; P^i = P^k$ $y\; c \leq P^i \leq a$	$q^i = q^k = \frac{1}{k}\left(\frac{a - P^i}{b}\right)$
Resultado 4	$\exists\, j\; P^j < P^i$	$q^i = 0$

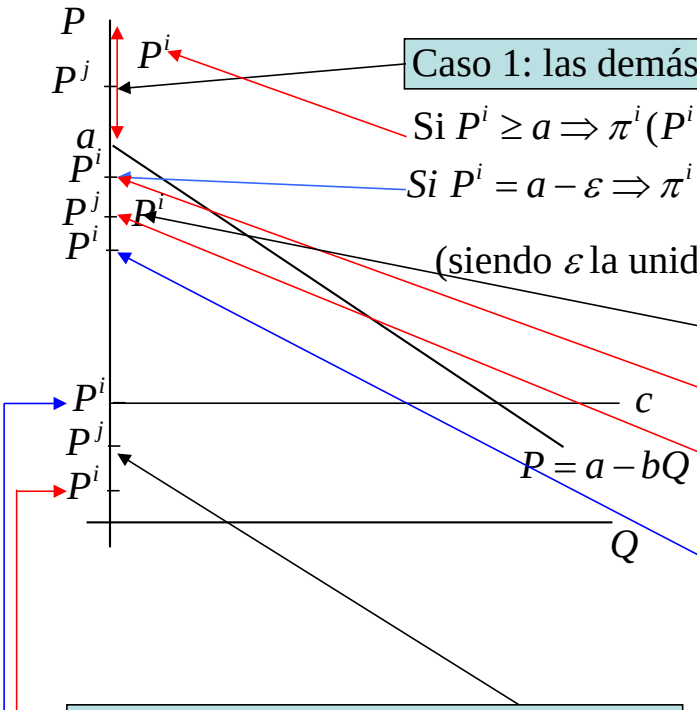
- La información sobre posibles resultados se puede resumir con la función de <u>demanda residual</u> (de la empresa *i*): la demanda a la que se enfrenta esta empresa, dado las acciones que escogen las demás

$$q_r^i(P^i,P^{\neg i})=\begin{cases} 0 & \text{si } P^i>a \text{ o alguna empresa vende más barato} \\ \dfrac{a-P^i}{b} & \text{si ninguna empresa vende más barato} \\ \dfrac{1}{k}\left(\dfrac{a-P^i}{b}\right) & \text{si } k \text{ empresas ponen el mismo precio} \end{cases}$$

4) <u>Pagos</u>: son los beneficios de la empresa *i* en cada uno de los posibles resultados

- Resultados 1 y 4: $\pi^i(P^i,P^{\neg i})=0$ ya que $q^i=0$
- Resultado 2: $\pi^i(P^i,P^{\neg i})=\left(\dfrac{a-P^i}{b}\right)\left(P^i-c\right)$
- Resultado 3: $\pi^i(P^i,P^{\neg i})=\dfrac{1}{k}\left(\dfrac{a-P^i}{b}\right)\left(P^i-c\right)$

➢ Calculamos la función de respuesta óptima de la empresa *i* (aquél precio que maximice el beneficio de la empresa *i*, dado el precio que ponen las demás empresas):



Caso 1: las demás fijan $P^j>a$:

Si $P^i\geq a\Rightarrow \pi^i(P^i,P^{\neg i})=0$

Si $P^i=a-\varepsilon\Rightarrow \pi^i(P^i,P^{\neg i})=\left(\dfrac{\varepsilon}{b}\right)(a-\varepsilon-c)>0$

(siendo ε la unidad mínima de cuenta)

Caso 2: Alguna empresa fija $P^j<a$

Si $P^i>P^j\Rightarrow \pi^i(P^i,P^{\neg i})=0$

Si $P^i=P^j\Rightarrow \pi^i(P^i,P^{\neg i})=\dfrac{1}{k}\left(\dfrac{a-P^i}{b}\right)\left(P^i-c\right)$

Si $P^i=P^j-\varepsilon\Rightarrow \pi^i(P^i,P^{\neg i})=$

$$\left(\frac{a-(P^j-\varepsilon)}{b}\right)\left((P^j-\varepsilon)-c\right)$$

Caso 3: Alguna empresa fija $P^j<c$

Si $P^i<c\Rightarrow \pi^i(P^i,P^{\neg i})<0$

Si $P^i=c\Rightarrow \pi^i(P^i,P^{\neg i})=0$

- Resumiendo, la función de reacción de la empresa *i* es:

$$R^i(P^i, P^{\neg i}) = \begin{cases} \overline{P} - \varepsilon & si \;\; \overline{P} < a \\ c & si \;\; \overline{P} \leq c \end{cases}$$

con $\overline{P} = \min P^{\neg i}$

- Todas las funciones de reacción de las empresas del mercado son iguales, luego el EN de este juego es:

$$\boxed{P^1 = \cdots = P^i = \cdots = P^n = c} \longrightarrow$$

Todas las empresas fijan *P=CMg* (como en competencia perfecta)

- Sustituyendo en la demanda se obtiene la cantidad total producida: $\boxed{Q^B = \dfrac{a-c}{b}}$

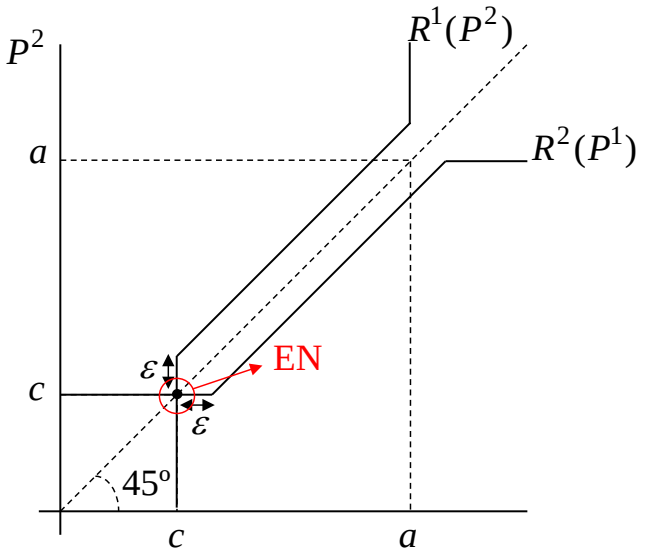
- Cada empresa produce: $\boxed{q^i = \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{a-c}{b}\right)}$

- El resultado anterior no depende del número de empresas: se sostiene con el número mínimo: dos (duopolio). Estudiamos gráficamente este caso. Las funciones de reacción de las empresas son:

$$R^1(P^1, P^2) = \begin{cases} P^2 - \varepsilon & si \;\; P^2 < a \\ c & si \;\; P^2 \leq c \end{cases}$$

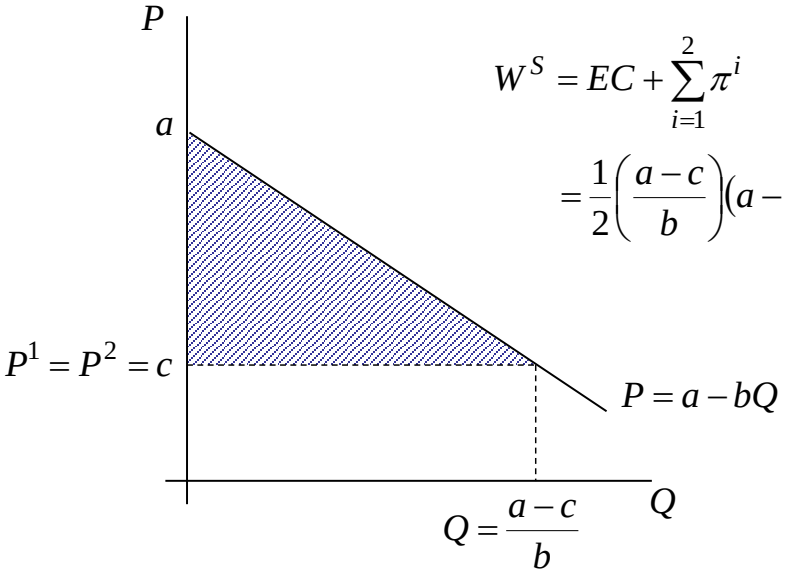
$$R^2(P^2, P^1) = \begin{cases} P^1 - \varepsilon & si \;\; P^1 < a \\ c & si \;\; P^1 \leq c \end{cases}$$

$\Rightarrow$ EN: $P^1 = P^2 = c$



➢ Propiedades del equilibrio de Bertrand:

- Con un duopolio se alcanza el mismo bienestar que una industria competitiva con la misma estructura de costes



$$W^S = EC + \sum_{i=1}^{2} \pi^i$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{b}\right)(a-c) + 0 = \frac{(a-c)^2}{2b}$$

- El Indice de Lerner de cada empresa es el mismo que en competencia perfecta:

$$L = \frac{P-c}{c} = \frac{c-c}{c} = 0$$

- Bastan dos empresas para obtener los mismos resultados que en competencia perfecta

3. El modelo de Cournot

➢ Propuesto por Antoine Augustine Cournot en 1838. El modelo es similar al de Bertrand, pero ahora las empresas escogen cantidades y no precios, dejando al mercado (demanda) que de termine el precio de venta del producto

- Las empresas saben que al variar su producción afectan al precio de venta (o del mercado) del producto y, por lo tanto, a las cantidades que las demás empresas quieren producir

➢ Supuestos del modelo:

- La función de demanda agregada del mercado viene dada por:

$$P = a - bQ \quad con \;\; a, b > 0 \text{ y } Q = \sum_{i=1}^{n} q^i$$

- Los costes de las empresas vienen dados por: $c_i(q^i) = c_i q^i \qquad i = 1 \ldots n$

- Las empresas deciden a la vez la cantidad que van a producir
- Las empresas conocen que sus decisiones afectan al equilibrio del mercado

➢ Tenemos definido un juego:

1) <u>Jugadores</u>: n empresas $I = \{1, \ldots, n\}$
2) <u>Reglas</u>: supuestos (2)-(4). Acciones de los jugadores $a^i = q^i \in [0, \ldots, \infty)$
3) <u>Resultados</u>: especifica un par *(P^{co},Q^{co})* tal que $P^{co} = a - bQ^{co}$ y la forma en que se reparten la producción total las empresas en el mercado $Q^{co} = \sum_{i=1}^{n} q^i$

4) Pagos: los beneficios de la empresa i asociados a su nivel de producción

$$\pi^i(q^i, q^{\neg i}) = P^{co}q^i - c_i q^i = (P^{co} - c_i)q^i$$

1) Caso 1: Oligopolio simétrico: aparece cuando todas las empresas tienen los mismos costes:

$$c(q^i) = cq^i \quad con \;\; a > c \quad \forall i = 1...n$$

- Calculamos las funciones de respuesta óptima (de la empresa i), también conocida como función de reacción . Será aquella función que, dada la cantidad que producen las demás empresas, determina la cantidad producida de la empresa i que maximiza su beneficio

$$Max \;\; \pi^i = P(Q)q^i - cq^i$$
$$= \left[a - b\left(\sum_{i=1}^{n} q^i\right)\right]q^i - cq^i$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \pi^i}{\partial q^i} = a - bq^i - b\left(\sum_{j\neq i} q^j\right) - bq^i - c = 0 \\ &\frac{\partial^2 \pi^i}{\partial (q^i)^2} = -2b < 0 \end{aligned}\right\} \boxed{q^i = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j\neq i} q^j = R(q^i, q^{\neg i})}$$

- Para calcular el EN sólo debemos obtener aquellas cantidades producidas que se encuentran en la función de respuesta óptima (o función de reacción) de todas y cada una de las empresas

  - En vez de resolver un sistema de n ecuaciones con n incógnitas para hallar la cantidad producida por cada empresa y luego obtener la cantidad total sumando, obtenemos esta última directamente haciendo uso de dos hechos:

    (i) las cantidades producidas por las empresas se han de encontrar en su función de reacción (por el concepto de EN)
    (ii) la cantidad total producida es la suma de las cantidades producidas por las n empresas

$$Q = \sum_{i=1}^{n} q^i = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j\neq i} q^j\right) =$$

$$= \frac{n(a-c)}{2b} - \frac{1}{2}\underbrace{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i} q^j}_{(n-1)Q} \Longrightarrow Q = \frac{n(a-c)}{2b} - \frac{1}{2}(n-1)Q \Longrightarrow \boxed{Q^{co} = \frac{n}{n+1}\left(\frac{a-c}{b}\right)}$$

  - De donde, sustituyendo en la función de demanda: $P = a - b\left[\frac{n}{n+1}\left(\frac{a-c}{b}\right)\right] \Longrightarrow \boxed{P^{co} = \frac{a+nc}{n+1}}$

• La producción de cada empresa se obtiene sustituyendo en la función de reacción:

$$q^i = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j\neq i} q^j$$

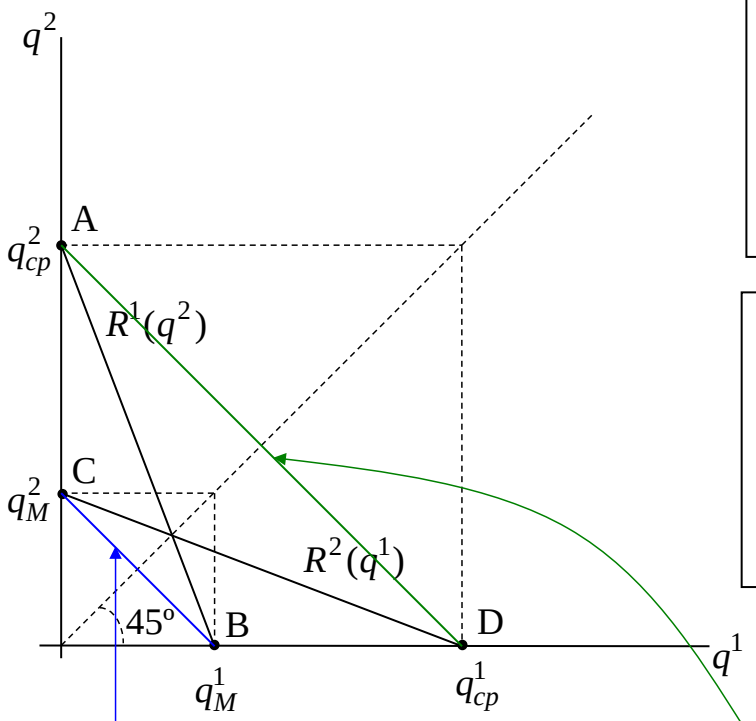
$$= \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\underbrace{\sum_{j\neq i} q^j + q^i}_{Q^{co} = \frac{n}{n+1}\left(\frac{a-c}{b}\right)} - q^i \Rightarrow \boxed{q^i = \frac{a-c}{(n+1)b} = \bar{q} \quad \forall i = 1...n}$$

• La cuota de mercado y el beneficio de cada empresa es:

$$\boxed{\begin{aligned} s^i &= \bar{s} = \frac{\bar{q}}{Q} = \frac{1}{n} \\ \pi^i &= \bar{\pi} = (P^{co} - c)\bar{q} = \frac{(a-c)^2}{b(n+1)^2} \end{aligned}}$$

➢ Representamos el caso del duopolio de Cournot ($n=2$): F. reacción $\begin{cases} R^1(q^2) = \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{1}{2}q^2 \\ R^2(q^1) = \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{1}{2}q^1 \end{cases}$

➢ Representación gráfica de las funciones de reacción



Empresa 1

A si $q^2 = \dfrac{a-c}{b} = q^{cp}$ $\quad R^1(q^2) = 0$

B si $q^2 = 0$ $\quad R^1(q^2) = \dfrac{a-c}{2b} = q^M$

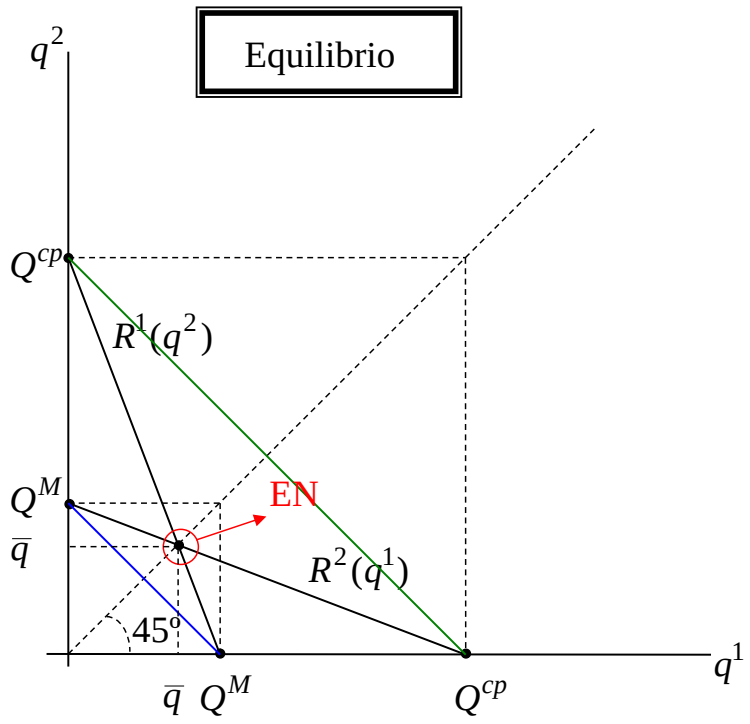
Empresa 2

C si $q^1 = 0$ $\quad R^2(q^1) = \dfrac{a-c}{2b} = q^M$

D si $q^1 = \dfrac{a-c}{b} = q^{cp}$ $\quad R^2(q^1) = 0$

En cualquier punto de la línea azul la producción de las dos empresas es como la de un monopolista $q^1 + q^2 = q^M$

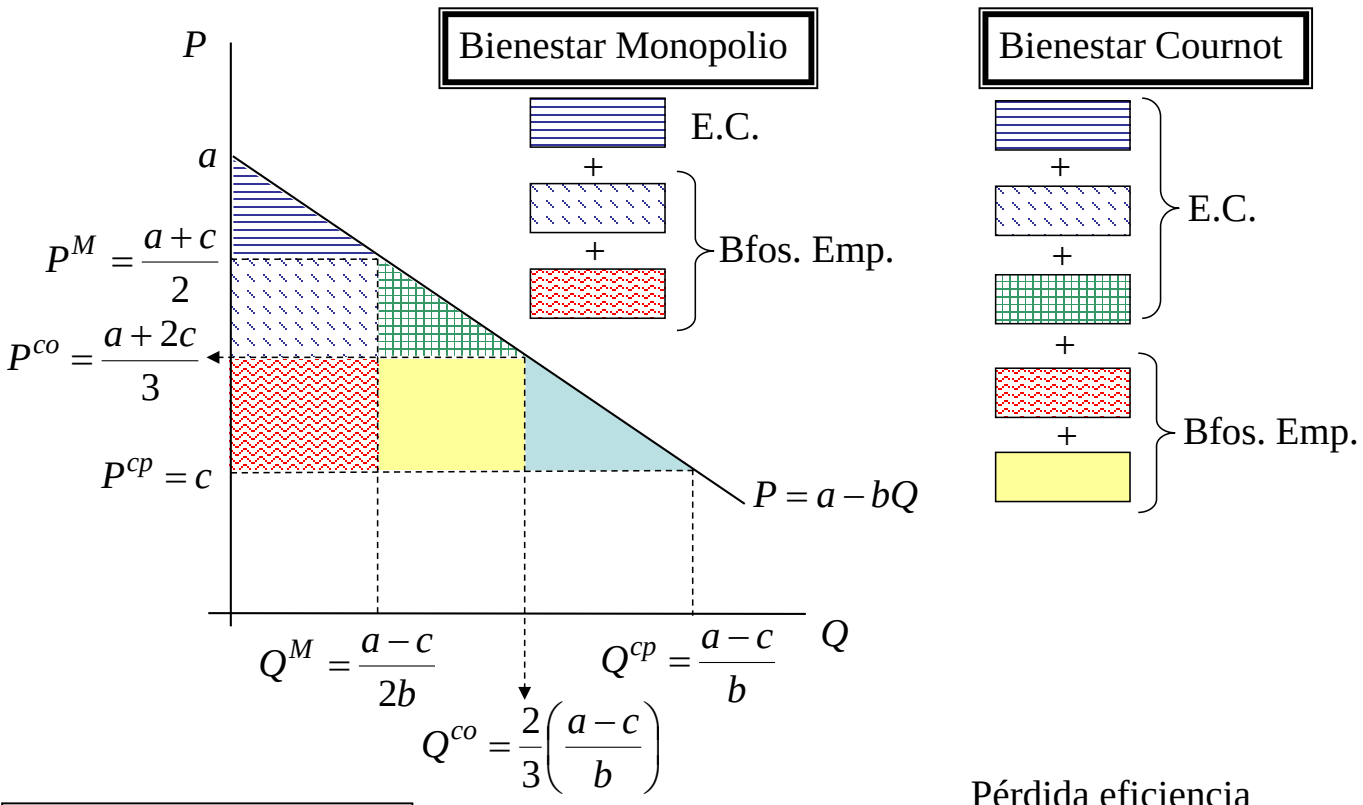
Sobre la línea verde la producción de las dos empresas es como en competencia perfecta $q^1 + q^2 = q^{cp}$

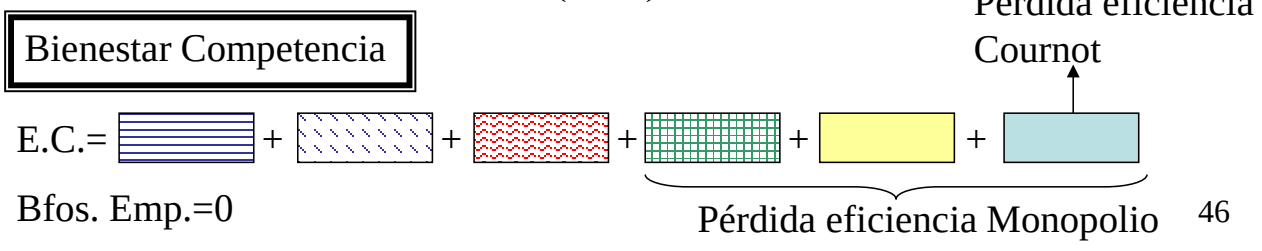


- La producción de cada empresa en el equilibrio del duopolio de Cournot es: $\bar{q} = \dfrac{a-c}{3b}$

- Por lo que, en el equilibrio de mercado se cumple que

$$Q^M = \frac{a-c}{2b} < Q^{co} = \frac{2}{3}\left(\frac{a-c}{b}\right) < Q^{cp} = \frac{a-c}{b}$$





- El bienestar social en el duopolio de Cournot se sitúa entre el que se obtiene en Monopolio y el que se obtiene en competencia perfecta: $W^M < W^{co} < W^{cp}$

- ¿Varía el bienestar social en Cournot con el número de empresas?, ¿a medida que aumenta el número de empresas el bienestar social se aproxima al de competencia perfecta?

$$\left.\begin{aligned} \lim_{n\to\infty} Q^{co} &= \lim_{n\to\infty}\left[\frac{n}{n+1}\left(\frac{a-c}{b}\right)\right] = \frac{a-c}{b} = Q^{cp} \\ \lim_{n\to\infty} P^{co} &= \lim_{n\to\infty}\left[\frac{a+nc}{n+1}\right] = c = P^{cp} \end{aligned}\right\} \text{ Luego } \lim_{n\to\infty} W^{co} = W^{cp}$$

- Al contrario de lo que ocurría en Bertrand, el modelo de Cournot se aproxima "suavemente" al de competencia perfecta (cuantas más empresas haya en el mercado, más cerca del mercado competitivo está)

2) <u>Caso 2: Oligopolio asimétrico</u>: aparece cuando las empresas tienen distintos costes:

$$c^i(q^i) = c^i q^i \quad con \;\; a > c^i \;\forall i$$

- El procedimiento para obtener el EN es similar al anterior:
  - Obtenemos las funciones de reacción de las empresas $R(q^i, q^{\neg i}) = \frac{a-c^i}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j\neq i} q^j$
  - Obtenemos la cantidad total producida en el mercado y el precio de equilibrio:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} q^i = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a-c^i}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j\neq i} q^j\right) =$$

$$= \frac{na-\sum c^i}{2b} - \frac{1}{2}\underbrace{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i} q^j}_{(n-1)Q} \Longrightarrow Q = \frac{na-\sum c^i}{2b} - \frac{1}{2}(n-1)Q \Longrightarrow \boxed{Q^{co} = \frac{na-\sum c^i}{(n+1)b}}$$

$$P = a - b\left[\frac{na-\sum c^i}{(n+1)b}\right] \Longrightarrow \boxed{P^{co} = \frac{a+\sum c^i}{n+1}}$$

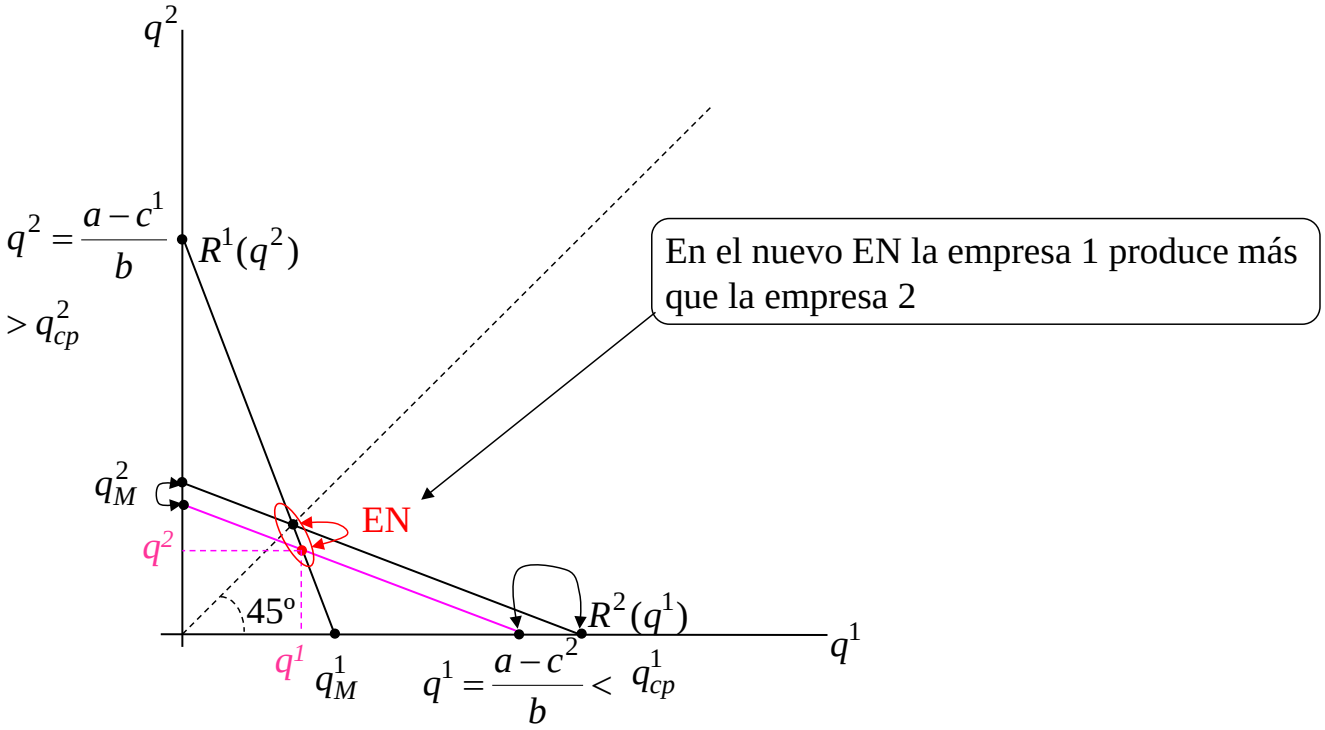
La cantidad total producida y el precio no dependen de cómo se distribuyan los costes de las empresas

- La cantidad producida por cada empresa: $\boxed{q^i = \frac{a+\sum_{j\neq i} c^j - nc^i}{(n+1)b}}$

  - La cuota de mercado de cada empresa es diferente: $\boxed{s^i = \frac{a+\sum_{j\neq i} c^j - nc^i}{na-\sum_i c^i}}$

• Los beneficios de cada empresa son: $\boxed{\pi^i = (P^{co} - c^i)q^i = \dfrac{(a + \sum_{j \neq i} c^j - nc^i)^2}{b(n+1)^2}}$

➢ Ejemplo duopolio: los costes de cada empresa son distintos: los de la empresa 1 son iguales que los de antes y los de la empresa 2 aumentan $c^1 < c^2$



4. Bertrand vs. Cournot.

➢ Los modelos estudiados parten de supuestos parecidos, pero llegan a conclusiones diferentes:

• Cournot: las cantidades y el precio de equilibrio se sitúan entre los de competencia perfecta y monopolio y convergen "suavemente" a uno u otro con el número de empresas

•Bertrand: basta un duopolio para que la cantidad y el precio de equilibrio sea igual al de competencia perfecta

➢ ¿Cuál es más realista? Depende de cómo son los costes de las empresas que interactúan en el mercado:

• Cuando las empresas tienen unos costes marginales crecientes, el modelo más apropiado parece el de Cournot. En este sentido, la competencia en cantidades puede ser vista de modo más general como una competencia en escalas de producción, en la que la escala productiva determina su función de costes (y las condiciones de competencia en precios)

• Cuando las empresas tienen unos costes marginales (casi) constantes, el modelo más apropiado parece el de Bertrand

➢ Aun en los casos en los que parece más acertado el modelo de Bertrand, sus conclusiones siguen siendo poco realistas. Soluciones a esta paradoja:

• Diferenciación de producto (Tema 9)
• Cooperación dinámica (Tema 6)

5. El modelo de Stackelberg.

- La pregunta que nos hacemos en este apartado es: ¿cambiaría el equilibrio del modelo de Cournot si las empresas, en vez de mover simultáneamente, movieran de forma secuencial? Es decir:
  - ¿Hay ventajas de mover el primero?
  - ¿Cómo serían el precio y la cantidad de equilibrio en comparación con las de Cournot?
- No nos preguntamos qué determina que una empresa mueva antes que otra: puede ser que la que mueve primero ya esté establecida y la otra empresa quiera entrar o que sea más grande y tenga más conocimiento del mercado que la otra.

- Supuestos del modelo líder-seguidor o modelo de Stackelberg:
  - Hay dos empresas (duopolio): la líder (L) y la seguidora (S) $I = \{L, S\}$
  - Las empresas mueven secuencialmente: la empresa líder escoge en el primer periodo la cantidad a producir, y no la puede modificar en el periodo segundo. En este último periodo la empresa seguidora escoge la cantidad producida.

$$a^i = q^i \in [0, \infty)$$

  - Los costes de las empresas son iguales $c(q^i) = cq^i \quad con \;\; a > c \quad i \in I$

- El método para resolver este tipo de juegos es la inducción hacia atrás (tema 2):
  - <u>Subjuego en el segundo periodo</u>: en este periodo la empresa 1 ya ha elegido la cantidad producida. La empresa 2 debe decidir qué cantidad va a producir. Lo mejor que puede hacer es escoger aquélla que viene dada por su función de reacción (pues así maximiza beneficios)

$$R^S(q^L) = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q^L$$

  - <u>Subjuego en el primer periodo</u>: La empresa líder sabe que la seguidora va a producir la cantidad que determine su función de reacción, y lo tiene en cuenta para determinar la cantidad a producir:

$$Max \;\; \pi^L = P(q^L + q^S)q^L - cq^L$$
$$= \left[a - b\left(q^L + \left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q^L\right)\right)\right]q^L - cq^L$$

$$\frac{\partial \pi^L}{\partial q^L} = a - b\left(q^L + \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q^L\right) - b\left(1 - \frac{1}{2}\right)q^L - c = 0 \Longrightarrow \boxed{q^L = \frac{a-c}{2b}}$$

$$\left(= q_M^L = \frac{3}{2}\bar{q}\right)$$

• La empresa seguidora producirá:

$$R^S\left(q^L=\frac{a-c}{2b}\right)=\frac{a-c}{2b}-\frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{2b}\right)\Rightarrow \boxed{q^S=\frac{a-c}{4b}}\quad\left(=\frac{3}{4}\bar{q}\right)$$

• La cantidad total producida y el precio de equilibrio son:

$$Q^{st}=q^L+q^S=\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{4}\right)\bar{q}\quad\Rightarrow\quad \boxed{Q^{st}=\frac{3(a-c)}{4b}}\quad\left(>\frac{2(a-c)}{3b}=Q^{co}\right)$$

$$P^{st}=a-b\left(\frac{3(a-c)}{4b}\right)\quad\Rightarrow\quad \boxed{P^{st}=\frac{a+3c}{4b}}\quad\left(<\frac{a+2c}{3b}=P^{co}\right)$$

• Los beneficios de las dos empresas:

$$\left.\begin{array}{l}\pi^L=(P^{st}-c)q^L=\left(\frac{a+3c}{4}-c\right)\left(\frac{a-c}{2b}\right)\Rightarrow \boxed{\pi^L=\frac{(a-c)^2}{8b}}\\ \pi^S=(P^{st}-c)q^S=\left(\frac{a+3c}{4}\right)\left(\frac{a-c}{4b}\right)\Rightarrow \boxed{\pi^S=\frac{(a-c)^2}{16b}}\end{array}\right\}\quad \begin{array}{l}\text{Luego:}\\ \pi^L>\bar{\pi}(=\pi^{co})>\pi^S\end{array}$$

➢ Representación gráfica del equilibrio de Stackelberg. Para representarlo gráficamente necesitamos construir las <u>curvas isobeneficio</u>: el lugar geométrico de las combinaciones de cantidades producidas por las dos empresas (q^L,q^S) que generan un mismo beneficio para una empresa

• Construimos las curvas isobeneficio de la empresa líder

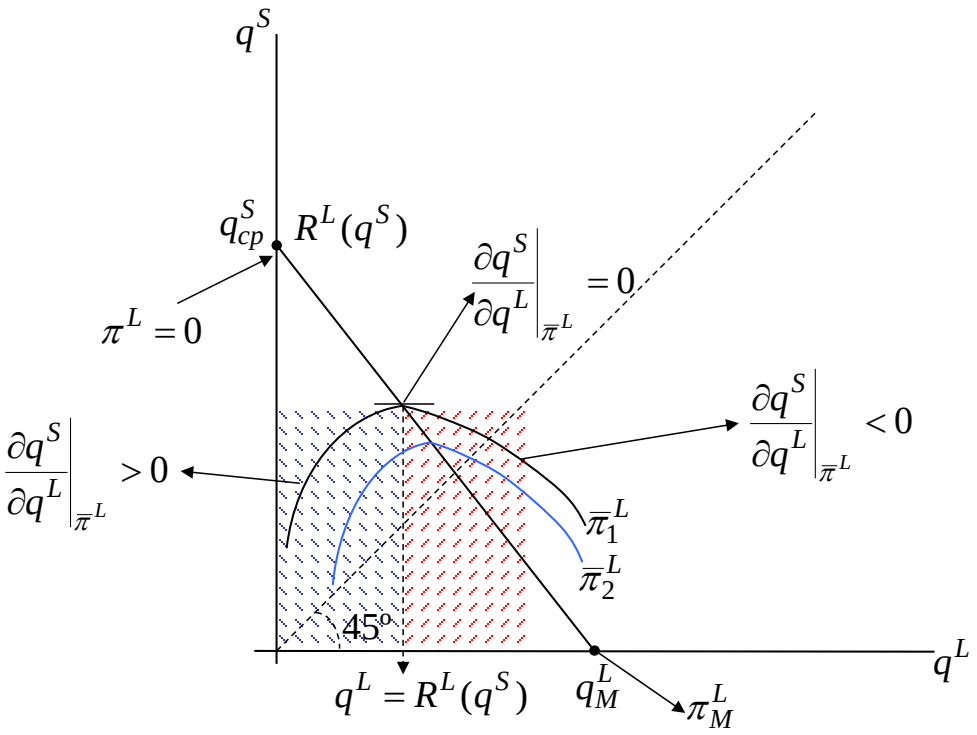
$$\begin{aligned}\bar{\pi}^L(q^L,q^S)&=P(q^L+q^S)q^L-cq^L\\&=\left[a-b\left(q^L+q^s\right)\right]q^L-cq^L\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad \boxed{q^S=\frac{-1}{b}\left[\frac{\bar{\pi}}{q^L}-a+c\right]-q^L}$$

• Para deducir su forma [en el espacio de cantidades (q^L,q^S)] calculamos la derivada:

$$\left.\frac{\partial q^S}{\partial q^L}\right|_{\bar{\pi}^L}=\frac{\bar{\pi}^L}{b\left(q^L\right)^2}-1=\frac{\bar{\pi}^L-b\left(q^L\right)^2}{b\left(q^L\right)^2}\quad\Rightarrow\quad \operatorname{sgn}\left[\left.\frac{\partial q^S}{\partial q^L}\right|_{\bar{\pi}^L}\right]=\operatorname{sgn}\left[\bar{\pi}^L-b\left(q^L\right)^2\right]$$

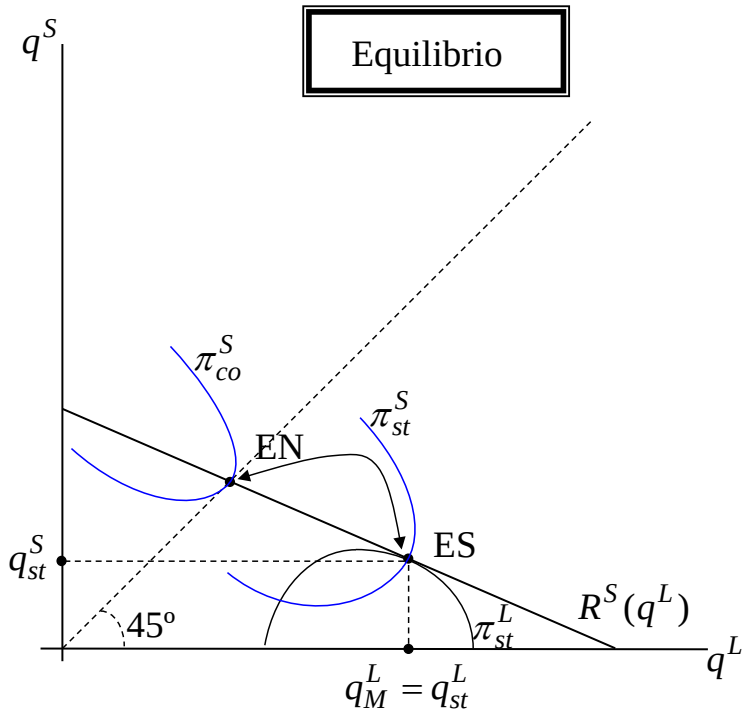
▪ Como $\bar{\pi}^L=\left[a-b\left(q^L+q^S\right)\right]q^L-cq^L\Rightarrow \operatorname{sgn}\left[\bar{\pi}^L-b\left(q^L\right)^2\right]=\operatorname{sgn}\left[a-2bq^L-bq^S-c\right]$

▪ Luego: $$\left.\frac{\partial q^S}{\partial q^L}\right|_{\bar{\pi}^L}=\begin{cases}>0 & si\ q^L<R^L(q^S)\\ =0 & si\ q^L=R^L(q^S)\\ <0 & si\ q^L>R^L(q^S)\end{cases}$$



➢ Como, además: $\left.\frac{\partial q^S}{\partial \bar{\pi}^L}\right|_{q^L} = -\frac{1}{bq^L} < 0 \Rightarrow \bar{\pi}^L_1 < \bar{\pi}^L_2 < \cdots < \bar{\pi}^L_M$

Cuanto más cerca del eje horizontal estén las curvas isobeneficio de la empresa líder representan un beneficio mayor



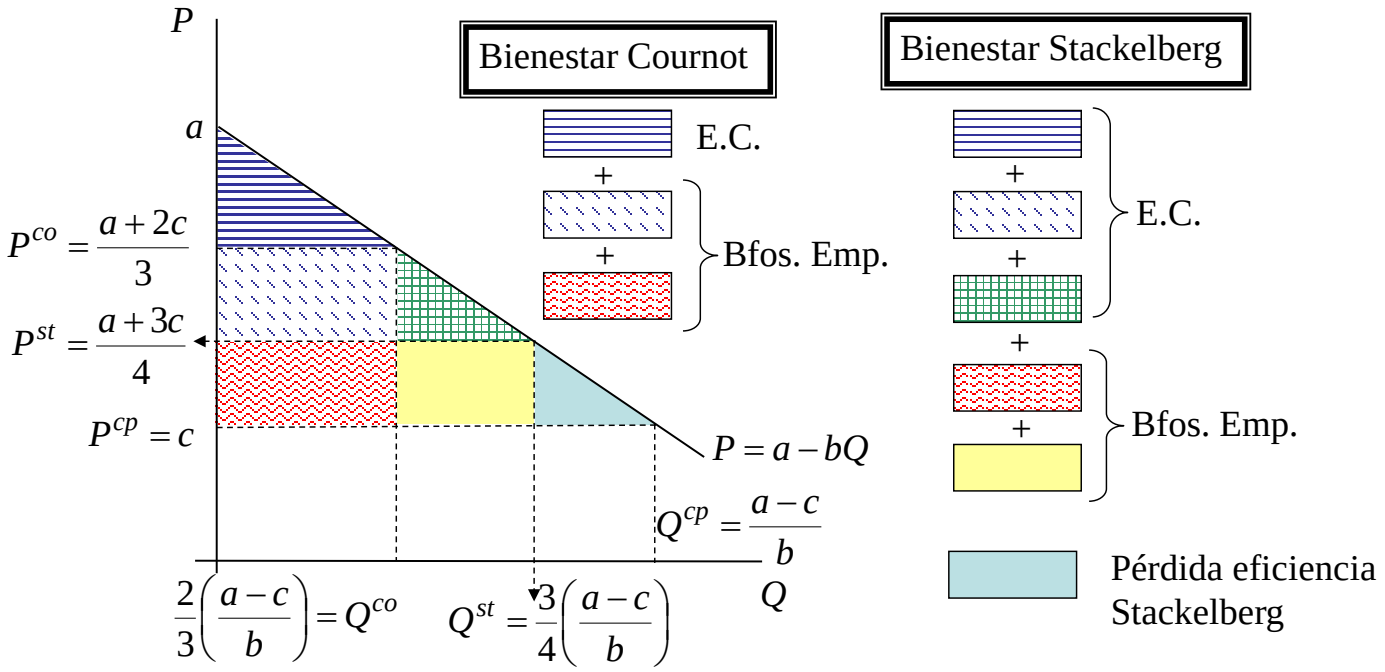
➢ Diferencias Cournot-Stackelberg:

- En Cournot la empresa líder tomaba como dada la cantidad producida por la seguidora (así, por ejemplo, sólo producía como monopolio si $q^S=0$)
- En Stackelberg la empresa líder conoce cómo reaccionará la seguidora, y sabe que puede producir esta cantidad de monopolio aunque la empresa seguidora produzca alguna cantidad

- La empresa líder aprovecha esta mayor información para incrementar su cantidad producida. La seguidora reduce la cantidad que produce, pero en una cuantía menor que el aumento de producción de la empresa líder (por eso se produce más en total)

- El bienestar social en Stackelberg aumenta con respecto a Cournot:

$$W^{cp} > W^{st}\left(= EC + \pi^{L} + \pi^{S}\right) > W^{co}$$



Notas de Clase del Tema 6:

Colusión

1. Introducción

- En las dos estructuras básicas de oligopolio estudiadas en el tema anterior (Cournot, Bertrand) los beneficios que obtienen las empresas son menores que los beneficios que obtendrían en monopolio.

  - Es consecuencia de la externalidad que aparece en competencia imperfecta: las empresas maximizan beneficios a costa de producir más cantidad (y, en consecuencia, reducir los beneficios de las demás)

- En este tema estudiamos cómo las empresas pueden aumentar sus beneficios (a costa del bienestar de los consumidores) llegando a soluciones cooperativas o colusivas, que consisten en (i) producir la cantidad de monopolio, (ii) repartirse los beneficios.

- Nos centramos en acuerdos para restringir la cantidad ofrecida (o aumentar los precios), pero también pueden afectar a otras variables (calidad, publicidad, inversión, etc.)

- También responderemos a la pregunta de por qué no aparecen más fusiones

2. Planteamiento del problema: el "juego de la colusión"

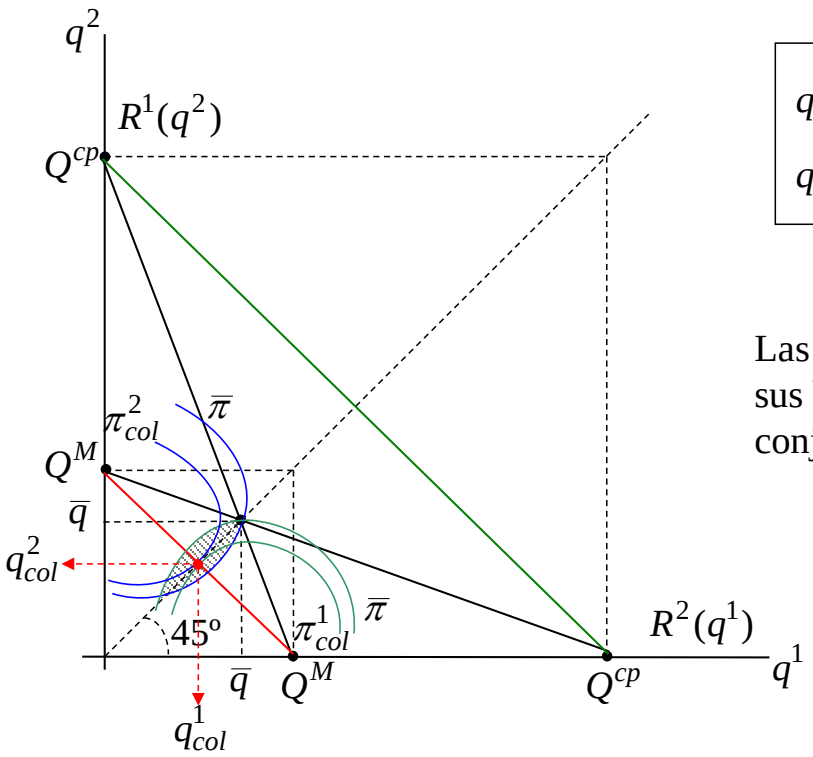
- En este apartado:
  - Estudiamos gráfica y analíticamente cómo las empresas que compiten en un duopolio de Cournot pueden incrementar los beneficios si cooperan y producen la cantidad de monopolio (colusión)
  - Reducimos el problema a un juego sencillo con sólo dos acciones posibles para cada empresa: "cooperar" o "no cooperar"

- Supuesto de partida: duopolio simétrico de Cournot. Las empresas mueven simultáneamente

  - Resultados de las empresas $\begin{cases} q_{co}^1 = q_{co}^2 = \overline{q} = \dfrac{a-c}{3b} \\ \pi_{co}^1 = \pi_{co}^2 = \overline{\pi} = \dfrac{(a-c)^2}{9b} \end{cases}$

  - Comprobamos gráfica y analíticamente que las empresas pueden obtener unos beneficios mayores si cooperan y llegan a la solución colusiva: producir entre las dos la cantidad de monopolio y repartirse los beneficios

➢ Planteamiento gráfico:



Colusión

$q^1_{col} < \bar{q}$	$\pi^1_{col} > \bar{\pi}$
$q^2_{col} < \bar{q}$	$\pi^2_{col} > \bar{\pi}$

Las empresas pueden incrementar sus beneficios reduciendo su producción conjunta a la cantidad de monopolio

➢ Planteamiento analítico: las empresas se plantean maximizar su beneficios conjuntos:

$$Max\,\Pi(q^1+q^2)=\pi^1(q^1)+\pi^2(q^2)$$

$$Max\,\Pi(q^1+q^2)=\left[a-b\underbrace{\left(q^1+q^2\right)}_{Q}\right]\underbrace{\left(q^1+q^2\right)}_{Q}-c\underbrace{\left(q^1+q^2\right)}_{Q}$$

• De donde se obtienen las siguientes condiciones de primer orden:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\Pi}{\partial q^1}&=(a-bQ)\frac{\partial Q}{\partial q^1}-bQ\frac{\partial Q}{\partial q^1}-c\frac{\partial Q}{\partial q^1}=0\\ \frac{\partial\Pi}{\partial q^2}&=(a-bQ)\frac{\partial Q}{\partial q^2}-bQ\frac{\partial Q}{\partial q^2}-c\frac{\partial Q}{\partial q^2}=0\end{aligned}\right\}\quad \boxed{Q=q^1+q^2=\frac{a-c}{2b}=Q_M}$$

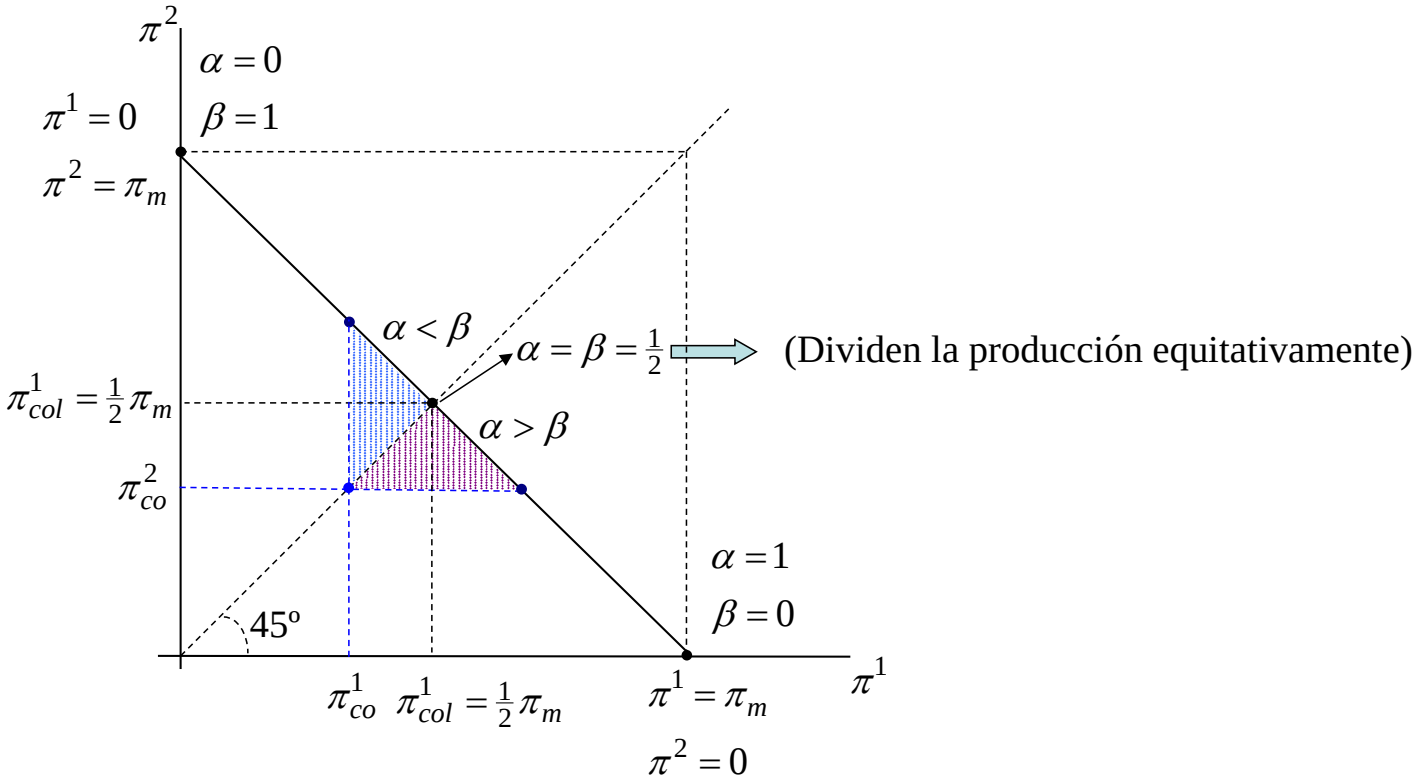
Cualquier combinación que sume la cantidad de monopolio

• ¿Cómo se reparten la producción? Supongamos que la empresa 1 produce una proporción α y la empresa 2 una proporción β de la cantidad de monopolio. Los beneficios de cada empresa serán:

Si $q^1_{col}=\alpha Q_M$ y $q^2_{col}=\beta Q_M$
con $\alpha+\beta=1$

$$\begin{cases}\pi^1_{col}(q^1_{col})=\alpha\left(\dfrac{(a-c)^2}{4b}\right)\\[2ex] \pi^2_{col}(q^2_{col})=\beta\left(\dfrac{(a-c)^2}{4b}\right)\end{cases}$$

- Representamos la <u>frontera de posibilidades de beneficio:</u> el lugar geométrico de las combinaciones máximas de beneficio que pueden alcanzar las empresas.



- Se verifica que: $$\boxed{\pi^1_{col}(q^1_{col}) = \pi^2_{col}(q^2_{col}) = \pi_{col} = \frac{1}{2}\left(\frac{(a-c)^2}{4b}\right) > \overline{\pi} = \frac{(a-c)^2}{9b}}$$

➢ Si obtienen más beneficios, ¿por qué no se ponen de acuerdo para producir la cantidad colusiva?

- Esa cantidad no pertenece a la función de reacción de las empresas, luego tienen incentivos para desviarse del acuerdo. Así, por ejemplo, para la empresa 1 la cantidad óptima a producir sería:

$$R^1(q^2_{col}) = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{2b}\right)\right] \Longrightarrow \boxed{q^1 = \frac{3(a-c)}{8b}}$$

- Si la empresa 1 rompe el acuerdo y la empresa 2 produce la cantidad colusiva, el precio de equilibrio sería:

$$P = a - b\left(\underbrace{\frac{a-c}{4b}}_{q^2} + \underbrace{\frac{3(a-c)}{8b}}_{q^1}\right) \Longrightarrow \boxed{P = \frac{3a+5c}{8}}$$

- Los beneficios de cada empresa serán igual a:

$$\pi^1(q^1) = \left(\frac{3a+5c}{8} - c\right)\left(\frac{3(a-c)}{8b}\right) \Longrightarrow \boxed{\pi^1(q^1) = \frac{9(a-c)^2}{64b}}$$

$$\pi^2(q^2) = \left(\frac{3a+5c}{8} - c\right)\left(\frac{(a-c)}{4b}\right) \Longrightarrow \boxed{\pi^2(q^2) = \frac{3(a-c)^2}{32b}}$$

- De donde se concluye que:

$$\left.\begin{array}{l}\pi^1(q_R^1,q_{col}^2)=\dfrac{9}{8}\pi^1(q_{col}^1,q_{col}^2)\\ \pi^1(q_R^1,q_{col}^2)=\dfrac{3}{2}\pi^2(q_R^1,q_{col}^2)\\ \pi^1(q_{col}^1,q_{col}^2)=\dfrac{4}{3}\pi^2(q_R^1,q_{col}^2)\end{array}\right\}\ \pi^1(q_R^1,q_{col}^2)>\pi^1(q_{col}^1,q_{col}^2)>\pi^2(q_R^1,q_{col}^2)$$

- Como la situación para la empresa 2 es la misma, también tiene incentivos para desviarse del nivel de producción del cártel. La situación se puede resumir con el siguiente juego:

		Empresa 2	
		Colusión $\left(q_{col}^2=\frac{1}{2}Q_m\right)$	No Colusión $\left(q^2=R^2(q^1)\right)$
Empresa 1	Colusión $\left(q_{col}^1=\frac{1}{2}Q_m\right)$	$\left(\dfrac{(a-c)^2}{8b},\dfrac{(a-c)^2}{8b}\right)$	$\left(\dfrac{3(a-c)^2}{32b},\dfrac{9(a-c)^2}{64b}\right)$
	No Colusión $\left(q^1=R^1(q^2)\right)$	$\left(\dfrac{9(a-c)^2}{64b},\dfrac{3(a-c)^2}{32b}\right)$	$\left(\dfrac{(a-c)^2}{9b},\dfrac{(a-c)^2}{9b}\right)$ → EN

➢ Las empresas no tienen incentivos para formar un cártel porque pueden aumentar sus beneficios a costa de la otra desviándose de la cantidad pactada en colusión y produciendo la cantidad que les dicta su función de reacción.

3. Interacción repetida y estabilidad de los acuerdos colusivos.

➢ Hemos visto que dos empresas en un duopolio de Cournot no cooperarán si sólo interactúan una vez, a pesar de que saldrían ganando si lo hicieran.

➢ ¿Puede existir un Equilibrio de Nash distinto si las empresas juegan el juego anterior un número infinito de veces?

➢ En este caso tendríamos un juego repetido con los siguientes elementos:

1) <u>Jugadores</u>: dos empresas $I=\{1,2\}$

2) <u>Reglas</u>: el "juego de la colusión" se juega un número indefinido de veces. Al final de cada periodo las empresas reciben sus beneficios y observan las acciones tomadas por todos en los periodos anteriores. Las acciones que cada empresa puede tomar son:

$$A^i=\left\{q_{col}^i,R^i(q^j)\right\}\quad i=1,2\quad i\neq j$$

3) <u>Resultados</u>: en cada periodo se pueden producir cuatro resultados recogidos en la tabla anterior. Por ejemplo, en el periodo 2 la historia del juego será:

$$H_2=\left\{\left(q_{col}^1,q_{col}^2\right),\left(q_{col}^1,R^2\left(q_{col}^1\right)\right),\left(R^1\left(q_{col}^1\right),q_{col}^2\right),\left(q_{co}^1,q_{co}^2\right)\right\}$$

4) Pagos: la suma descontada de los beneficios que obtiene cada empresa en cada periodo

$$\Pi^i = \sum_{t=1}^{\infty} \rho^{t-1} \pi^i(t) \;\; i = 1,2 \;\; \text{con} \;\; \rho = \frac{1}{1+r} \;\; 0 < \rho < 1$$

- ¿Existe otra estrategia de equilibrio que no sea jugar repetidamente el EN? Supongamos que las empresas juegan las siguientes "estrategias gatillo":

• en cada periodo t cada jugador coopera en tanto en cuanto todos los jugadores hayan cooperado en los periodos previos *1,…,t-1*

• Si algún jugador se desvía y no coopera en algún periodo $t \in \{1,\ldots,\tau-1\}$ entonces el jugador juega la estrategia no cooperativa para siempre

$$q^i(\tau) = \begin{cases} q_{col} & \text{si } q^1(t) = q^2(t) = q_{col} \;\; \forall t = 1,\ldots,\tau-1 \\ q_{co} & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- ¿Constituyen las "estrategias gatillo" un equilibrio perfecto en subjuegos? Para eso hay que demostrar que:

• Si se ha jugado siempre q_{col} por todos los jugadores, lo mejor que puede hacer la empresa 1 es jugar q_{col} en el periodo τ

▪ Supongamos que siempre se ha jugado q_{col} por todos los jugadores. El beneficio total para la empresa 1 de jugar siempre q_{col} es:

$$\Pi^1_{col} = \frac{(a-c)^2}{8b} + \rho \frac{(a-c)^2}{8b} + \rho^2 \frac{(a-c)^2}{8b} + \cdots$$

$$= \frac{(a-c)^2}{8b} \underbrace{\left(1 + \rho + \rho^2 + \cdots\right)}_{\frac{1}{1-\rho}} \quad \Longrightarrow \quad \Pi^1_{col} = \frac{1}{1-\rho} \frac{(a-c)^2}{8b}$$

▪ Supongamos que siempre se ha jugado q_{col} por todos los jugadores. Si la empresa 1 se desvía y juega la acción no cooperativa en el periodo τ sus beneficios en los períodos siguientes son:

$$\Pi^1_{\text{no col}} = \underbrace{\frac{9(a-c)^2}{64b}}_{\text{Beneficios de desviarse en } \tau} + \underbrace{\rho \frac{(a-c)^2}{9b} + \rho^2 \frac{(a-c)^2}{9b} + \cdots}_{\text{Beneficios de Cournot en } \tau+1\ldots}$$

$$\Pi^1_{\text{no col}} = \frac{9(a-c)^2}{64b} + \frac{(a-c)^2}{9b}\rho(1+\rho^2+\cdots)$$
$$= \frac{9(a-c)^2}{64b} + \frac{(a-c)^2}{9b}\frac{\rho}{1-\rho}$$

- Luego la empresa 1 preferirá jugar q_{col} siempre que:

$$\Pi^1_{col} > \Pi^1_{\text{no col}}$$

$$\frac{(a-c)^2}{8b}\frac{\rho}{1-\rho} > \frac{9(a-c)^2}{64b} + \frac{(a-c)^2}{9b}\frac{\rho}{1-\rho} \quad \Longrightarrow \quad \rho > \frac{9}{17}$$

- Si algún jugador ha jugado *R(q)* en algún periodo, lo mejor que puede hacer la empresa 1 es jugar $R^1(q^2)$
  - Si la empresa 2 ha jugado $R^2(q^1)$ alguna vez, la estrategia gatillo implica que la empresa 1 elegirá $R^1(q^2)$ para siempre. Esto lo sabe la empresa 2, lo que hace que jugar $R^2(q^1)$ sea la mejor acción en cada periodo y, a su vez, hace que jugar $R^1(q^2)$ (no cooperar) sea la mejor acción para la empresa 1
  - Si la empresa 1 ha jugado $R^1(q^2)$ alguna vez, pasa lo mismo

➢ <u>Conclusión</u>: la estrategia gatillo es un equilibrio perfecto en subjuegos siempre que $\rho > \frac{9}{17}$ (los jugadores sean suficientemente pacientes o el tipo de interés suficientemente bajo)

4. Factores que facilitan la colusión

➢ Si las empresas pueden ganar más con la colusión: ¿por qué no se ponen de acuerdo? Factores que favorecen la colusión:

1) <u>Factores que afectan a la tasa de descuento temporal:</u> la existencia de un equilibrio cooperativo dependía de la tasa de descuento temporal de los agentes (ρ). Los factores que afectan a esta tasa facilitarán o dificultarán los equilibrios colusivos:

$$\rho = \frac{1}{1+r}$$

➢ El tipo de interés relevante es el correspondiente al periodo entre sucesivas decisiones. Así, si *r* está calculado anualmente, y la empresa toma *f* decisiones al año, la tasa de descuento temporal es equivalente a:

$$\rho = \frac{1}{1+\frac{r}{f}}$$

➢ También hay que tener en cuenta la posibilidad de que varíe la estructura de la industria entre periodos de decisiones (entren o salgan empresas, el estado intervenga, etc.) y las empresas reciban el pago que han calculado. Denotando por *h* la probabilidad que asignan a las empresas a que el mercado permanezca igual de un periodo de decisión a otro, la tasa de descuento temporal sería igual a:

$$\rho = \frac{1}{1+\frac{r}{f}}h$$

- Por último, influiría el crecimiento de la industria: si la demanda de la industria crece, en el futuro los beneficios serán mayores. Esto se puede representar como si 1€ de hoy valiera *1+g* mañana. Así, denotando por *g* la tasa de crecimiento de la industria, la tasa de descuento temporal sería igual:

$$\rho = \frac{1}{1+\frac{r}{f}} h(1+g) \quad \begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial f}, \frac{\partial \rho}{\partial h}, \frac{\partial \rho}{\partial g} > 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial r} < 0 \end{cases}$$

- Lo que indica que la colusión es más frecuente y probable si
  - La interacción entre empresas es más frecuente
  - La probabilidad de supervivencia de la actual estructura de mercado es mayor
  - La tasa de crecimiento del mercado es mayor
  - El tipo de interés es menor

2) <u>Credibilidad de las estrategias gatillo</u>: mantener las estrategias gatillo puede no ser la mejor opción: si una empresa se desvía de la cooperación en un periodo, tiene incentivos para persuadir a la otra de volver a la colusión (y la otra tiene incentivos para aceptarlo). Si no es creíble mantener las estrategias gatillo, la colusión será difícil.

3) <u>Facilidad para vigilar el cumplimiento de acuerdos</u>: hasta ahora hemos supuesto que las empresas pueden verificar si las demás se han desviado del acuerdo o no, pero si no es fácilmente verificable se hace más difícil llegar a un acuerdo

- Ejemplo: la demanda de la industria fluctúa y cada empresa sólo observa su precio y la cantidad demandada que recibe
  - Si la demanda de una empresa se reduce en un periodo, no puede saber si es porque la otra empresa ha roto el acuerdo o porque la demanda de la industria se ha reducido
  - Con las estrategias gatillo las empresas entrarían en una guerra de precios indefinida. Lo que suele verse es una solución intermedia: las empresas entran en una guerra de precios durante *T* periodos (no pocos) y luego vuelven a la colusión.

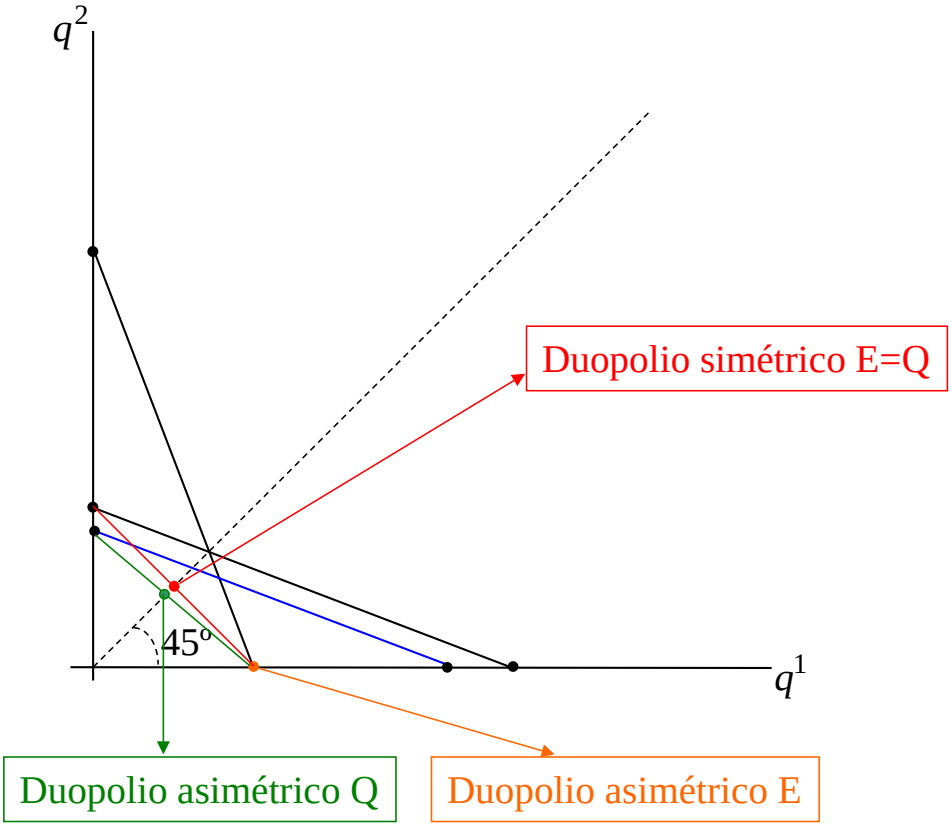
4) <u>Estructura de mercado</u>: hay estructuras de mercado que favorecen la colusión más que otras. En el caso del oligopolio las siguientes características influyen en la probabilidad de colusión:

a) Cuanto menor sea el número de empresas más fácil es que se produzca la colusión, pues con más empresas es difícil verificar si se cumplen o no los acuerdos

b) La simetría de las empresas: es más fácil llegar a acuerdos entre empresas similares (con costes iguales) que distintas (con costes diferentes). Distinguimos entre dos tipos de cártel:

- Cártel eficiente: el que maximiza los beneficios conjuntos de las empresas
- Cártel equitativo: aquél en el que las empresas producen lo mismo

- En el duopolio simétrico el cartel eficiente (E) y equitativo (Q) coinciden



- En el duopolio asimétrico no coinciden: lo eficiente es que produzca todo la empresa con menores costes

- Si suponemos que en el problema estudiado en el apartado 2 de este tema la empresa 1 tiene unos costes menores que la dos ($c^1 < c^2$), formalmente el problema quedaría:

$$Max\,\Pi(q^1+q^2)=\left[a-b\left(q^1+q^2\right)\right]\left(q^1+q^2\right)-\left[c^1q^1+c^2q^2\right]$$

- De donde, a partir de las condiciones de primer orden se obtiene el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 2bq^1+2bq^2=a-c^1 \\ 2bq^1+2bq^2=a-c^2 \end{array}\right\} \Longrightarrow \text{No tiene solución ya que } \begin{vmatrix} 2b & 2b \\ 2b & 2b \end{vmatrix}=0$$

- Cuando las empresas tienen distintos costes (<u>lineales</u>) la solución eficiente es cerrar la empresa cuyos costes son mayores. En nuestro ejemplo, como ($c^1 < c^2$), lo eficiente es que la empresa 1 produzca toda la cantidad del cártel y la empresa 2 no produzca nada la primera opción (Punto E).

- Surge nuevamente el problema de cómo repartirse la producción.

- Como lo eficiente es que $q^2=0$, la empresa 2 no tiene incentivos para adoptar el acuerdo, ya que sus beneficios en este caso son menores que en Cournot

- Si se reparten equitativamente la producción entonces es la empresa 1 la que (normalmente) no tiene incentivos para aceptar el acuerdo ya que:

$$\pi_{col}^1 = \frac{(a-c^1)^2}{8b} < \frac{(a+c^2-2c^1)^2}{9b} = \pi_{co}^1 \qquad \text{si} \qquad \left[\frac{(a-c^1)+(c^2-c^1)}{(a-c^1)}\right]^2 > \frac{9}{8}$$

$$\pi_{col}^2 = \frac{(a+c^1-2c^2)(a-c^1)}{8b} < \frac{(a+c^1-2c^2)^2}{9b} = \pi_{co}^2 \qquad \text{si} \qquad \frac{(a-c^2)+(c^1-c^2)}{(a-c^1)} < \frac{9}{8}$$

$\downarrow$

siempre se cumple, ya que:

$$\text{si } c^2 \to c^1 \Rightarrow \frac{(a-c^2)+(c^1-c^2)}{(a-c^1)} \to 1 < \frac{9}{8}$$

$$\frac{\partial}{\partial c^2}\left[\frac{(a-c^2)+(c^1-c^2)}{(a-c^1)}\right] = \frac{-2}{a-c^1} < 0$$

- Una posible solución es que la empresa 1 produzca toda la cantidad y compense a la empresa 2 mediante unas transferencias internas que le garanticen unos beneficios un poco mayores que los de Cournot.

5) <u>Factores institucionales</u>: son reglas impuestas por las propias empresas o por el gobierno que facilitan (o dificultan) la colusión

- Por las empresas: por ejemplo la cláusula del consumidor más favorecido. Con esta cláusula las empresas se comprometen a que si el precio de un bien baja en un periodo de tiempo dado el comprador tiene derecho a que se le devuelva la diferencia.

• Ejemplo de juego: dos empresas pueden poner un precio elevado (E) o reducido (R) para la venta de un mismo producto. Los beneficios que obtienen en cada caso son:

		Empresa 2	
		E	R
Empresa 1	E	(90,90)	(-10,100)
	R	(100,-10)	(70,70) → EN

• A las empresas les interesa poner el precio elevado, pero no lo hacen por temor a que, si la otra pone un precio reducido, se lleva parte de la competencia (EN: (R,R)).

• Supongamos que las empresas interactúan en dos periodos y ponen una cláusula del consumidor más favorecido. Si una empresa fija un precio elevado al principio y luego lo baja en el segundo periodo, tendrá que devolver a los consumidores la diferencia, lo que reduce sus beneficios en el segundo periodo en 20 (por ejemplo)

Beneficios en el periodo 2

		Empresa 2	
		E	R
Empresa 1	E	(90,90)	(-10,80)
	R	(80,-10)	(50,50)

- Ahora hay dos EN en el segundo periodo (E,E) y (R,R). Usando la inducción hacia atrás si las empresas fijan (E,E) en el segundo periodo, también escogerán (E,E) en el primero, ya que:

  - Si fijan (R,R) en el periodo 1 sus beneficios totales serán de 140
  - Si fijan (E,E) en el periodo 1 sus beneficios totales serán de 180

  ⇒ Fijan (E,E) y el perjudicado es el consumidor

➢ Por el gobierno: existencia de regulaciones para obligar a que los precios de las transacciones de determinados bienes se hagan públicos. Esto facilita la colusión (hace más fácil detectar las desviaciones del acuerdo por parte de las empresas)

5. Política Pública

➢ La política pública prohíbe las colusiones:

- UE: el Art. 85 del Tratado de Roma prohíbe (i) fijar directa o indirectamente precios de venta o compra, (ii) limitar o controlar la producción, (iii) repartirse los mercados
- USA: la Sherman Act declara ilegal cualquier restricción al negocio o comercio o cualquier intento de monopolizarlos

➢ ¿Por qué se prohíben?
- Distorsiona eficiencia asignativa al elevar los precios
- En la legislación se tiende a valorar más el EC que el bienestar global

➢ Sin embargo, a veces no es mala: por ejemplo las colusiones para I+D (acuerdos de empresas para desarrollar nuevas tecnologías de producción o nuevos productos)

Notas de Clase del Tema 7:

Barreras de entrada

1. Introducción: impedimentos a la movilidad de las empresas

- En los dos temas anteriores hemos estudiado unas estructuras de mercado en las que hay pocas empresas que sistemáticamente obtienen beneficios mayores que cero.

  ¿Por qué no entran otras empresas en estos mercados? (lo que haría que los beneficios fueran cero)

- Debe existir algún impedimiento para que las empresas que quieren entrar en este mercado no puedan hacerlo. Caves y Porter (1977) denominan a estos impedimentos barreras a la movilidad: todo lo que impide a las empresas (de nueva creación o que ya están produciendo en otros mercados) instalarse en un mercado.

- ¿Qué es lo que impide a una empresa entrar en un nuevo mercado? En la literatura económica se distingue entre:

  1) Impedimentos a la salida (o «Barreras de Salida»). Afectan a las empresas que ya estaban produciendo en otro mercado y quieren trasladarse a otro distinto. Para ello deben hacer frente a una serie de gastos asociados al cierre del negocio inicial. Se distingue entre:

     - Costes directos: gastos derivados del cese de la actividad (ej.: el cierre de una mina)
     - Costes indirectos: el coste en el que incurre una empresa con un capital físico especializado y no amortizado, en la medida en que no pueda venderlo y recuperar todo su valor.

  2) Impedimentos a entrada. Todos los elementos que dificultan la entrada de empresas en un determinado mercado. Se distingue entre:

     - Barreras inocentes o Barreras de entrada: aparecen como un efecto no intencionado (por parte de las empresas existentes) y secundario de las características del mercado en cuestión. Bain (1968) distingue entre:

       - Ventajas absolutas en los costes de las empresas ya instaladas: el coste de producción de las empresas instaladas es menor que el de las entrantes potenciales. Pueden aparecer por muchos motivos: patentes, factores exclusivos, especialización de la mano de obra, etc.

       - Diferenciación de producto: cuanto más homogéneo sea un producto, más fácil le resulta a las empresas entrar en un mercado, ya que no tendrán problemas para quitar clientela a las empresas establecidas (los consumidores no pueden diferenciar los productos de las nuevas de los de las establecidas). Por lo tanto, si las empresas establecidas diferencian su producto, es más difícil entrar en el mercado (si refuerzan esta diferenciación con gastos en publicidad las entrantes deben, además, gastar dinero para dar a conocer sus productos).

       - Economías de escala: cuando existen economías de escala, sólo es rentable introducirse en una industria con una determinada capacidad productiva, lo que dificulta la entrada de nuevas empresas.

- Barreras estratégicas o comportamiento estratégico: las dificultades para entrar en el mercado son creadas por las empresas establecidas. Es decir, las empresas establecidas modifican su comportamiento (con respecto al que ya hemos estudiado) de modo que las entrantes potenciales no encuentran rentable entrar en el mercado.

➢ En este tema estudiamos las barreras de entrada y dejamos el comportamiento estratégico para el tema siguiente. De entre los tres tipos de barreras de entrada citados estudiaremos sólo las ventajas absolutas en los costes y las economías de escala, ya que la diferenciación del producto se estudia en los temas 9 y 10.

2. Ventajas absolutas en los costes: funciones de costes subaditivas.

➢ Las ventajas absolutas en los costes suelen aparecer porque la tecnología que usan las empresas ya instaladas no es duplicable. Motivos:

- Existencia de una patente. Si la diferencia tecnológica entre las empresas instaladas (con patente) y las entrantes potenciales (sin patente) es lo suficientemente grande, puede hacer que no sea rentable entrar en el mercado.

- Existencia de factores exclusivos. Si las empresas instaladas tienen acceso a un tipo de factores que permiten producir el bien, mientras que las entrantes no tienen acceso a dichos factores (ej.: una mina al aire libre).

➢ En los dos casos anteriores, la tecnología de las empresas instaladas hace que sus costes sean menores que los de las entrantes potenciales. Estas ventajas en los costes pueden aparecer aun cuando la tecnología es perfectamente replicable por las empresas entrantes.

➢ Depende de cómo se comporte la función de costes con una determinada tecnología. El caso principal de ventajas absolutas de costes aparece cuando la función de costes es subaditiva:

$$c(Q) < \sum_{i=1}^{n} c(q_i) \quad \text{con } Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$$

es decir, si:

$$c\left(\sum_{i=1}^{n} q_i\right) < \sum_{i=1}^{n} c(q_i)$$

➢ Esta definición de subaditividad implica que es más barato producir varias cantidades de output juntas (con una empresa) que por separado (con varias empresas)

1) <u>La subaditividad de la función de costes como barrera de entrada</u>: vamos a ver con un ejemplo cómo la subaditividad en la función de costes puede actuar como barrera de entrada.

➢ Considere el mercado de un bien, en que hay dos posibles empresas productoras, cada una con la siguiente función de costes:

$$c(q_i) = F + cq_i^2$$

- Queremos saber si producirán las dos el bien o sólo cabrá una en el mercado. Si analizamos la función de costes vemos que, para una cantidad de producto dada (*Q*), si las dos empresas producen esa cantidad (cada una produciendo *Q/2*), el coste total de la industria es:

$$\sum_{i=1}^{2} c(q_i = Q/2) = c(Q/2) + c(Q/2)$$

$$= F + c\left(\frac{Q}{2}\right)^2 + F + c\left(\frac{Q}{2}\right)^2$$

$$= 2\left[F + c\left(\frac{Q}{2}\right)^2\right]$$

- Si, por el contrario, la misma cantidad es producida por una única empresa, los costes de la industria serán:

$$c(Q) = F + cQ^2$$

- El coste de producir con una empresa será menor (y la función de costes será subaditiva) si:

$$c(Q) < \sum_{i=1}^{2} c(Q/2) \Rightarrow F + cQ^2 < 2\left[F + c\left(\frac{Q}{2}\right)^2\right]$$

- Operando se llega a que será más barato producir con una empresa si:

$$\boxed{Q < \sqrt{\frac{2F}{c}}}$$

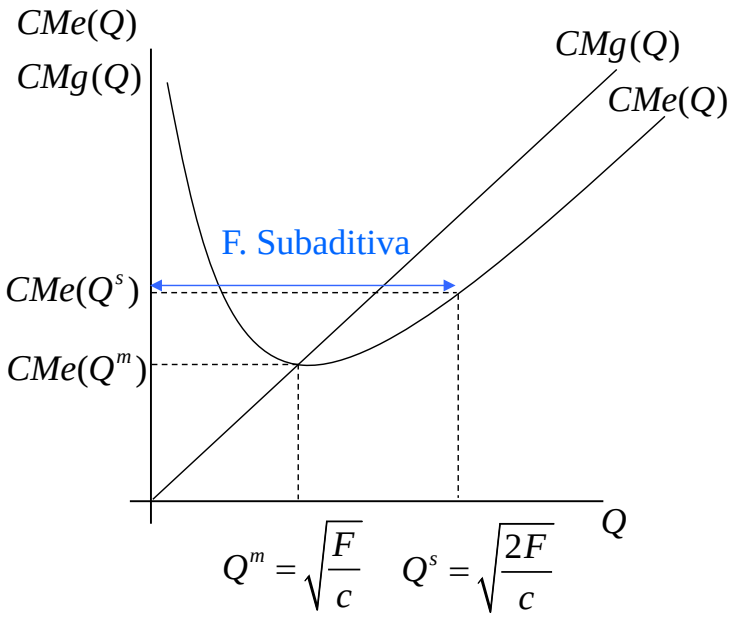
- Para saber dónde se sitúa esta cantidad calculamos el mínimo de los costes medios:

$$CMe(Q) = \frac{F}{Q} + cQ$$

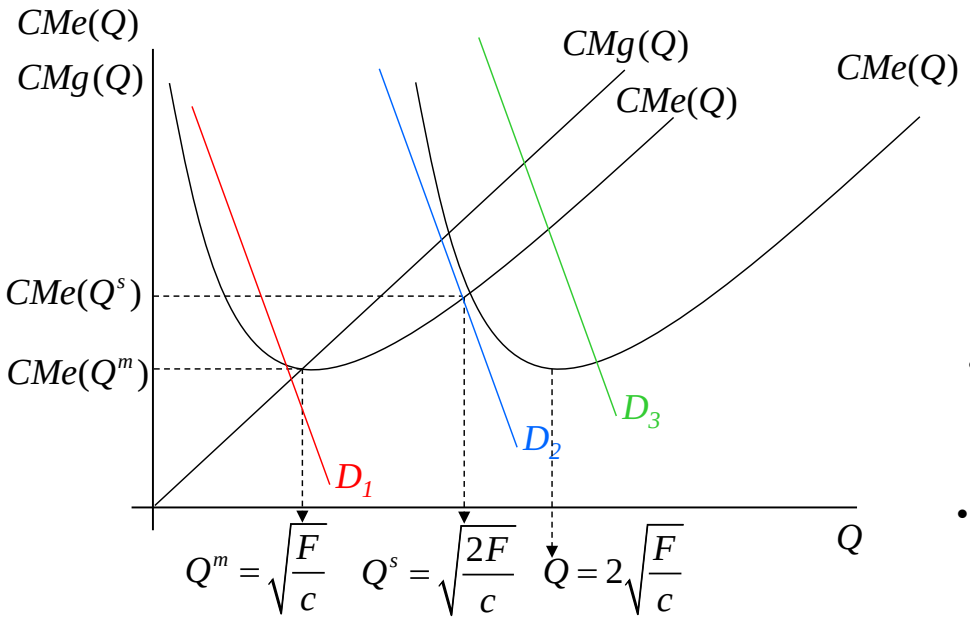
$$\frac{d}{dQ} CMe(Q) = -\frac{F}{Q^2} + c = 0$$

$$\boxed{Q^m = \sqrt{\frac{F}{c}}}$$

$$CMg(Q) = c'(Q) = 2c$$



- La cantidad para la que es más barato producir con una empresa que con dos es mayor que la que minimiza los costes medios.
- ¿Cuántas empresas operarán en el mercado? Depende de la demanda:



- Si la demanda es como D_1 sólo cabe una empresa: es más barato producir con una empresa que con dos. Además, una empresa puede ser rentable, pero dos no (monopolio natural)
- Lo anterior ocurre hasta D_2
- Si la demanda crece más (D_3) podría ser rentable que produjera la segunda empresa (duopolio)

- Si la función de costes es subaditiva es posible que aparezca un monopolio natural aún cuando la tecnología presente rendimientos decrecientes

2) <u>Causas de la aparición de costes subaditivos</u>: el elemento determinante es la presencia de costes fijos, aquellos que no dependen del nivel de producción. ¿Por qué?

- Si ya hay una empresa (I) produciendo una cantidad del bien (Q_0) y se quiere incrementar la cantidad producida del bien en una determinada cuantía (ΔQ), se puede:

  - Dejar que otra empresa (E) produzca la cantidad adicional del bien: así se duplica el coste fijo de producción (el coste total de producir $Q_0 + \Delta Q$ aumenta en $F + CV_E(\Delta Q)$)

  - Dejar que sea la empresa instalada la que produzca la cantidad adicional: no se duplica el coste fijo y sólo aumenta el coste variable de producción (obviamente $CV_E(\Delta Q) < CV_I(\Delta Q)$)

Hay un rango de producción (hasta Q^s) en el que la primera opción aumenta más los costes que la segunda por la duplicación del coste fijo. A partir de ese nivel, los rendimientos decrecientes del factor hacen que el incremento del coste variable de producción de la empresa instalada sea tan grande que compense la duplicación de los costes fijos

3. Las economías de escala

- Otro de los motivos por los que la entrada a un mercado puede estar bloqueada, a pesar de que la tecnología de producción sea replicable por las demás empresas.
- Se dice que existen economías de escala cuando al aumentar la producción en una determinada proporción, el coste aumenta en una proporción menor:

$$c(\lambda Q) < \lambda c(Q)$$

  - Por ejemplo, si duplicamos la producción existen economías de escala si el coste de producción aumenta en menos del doble:

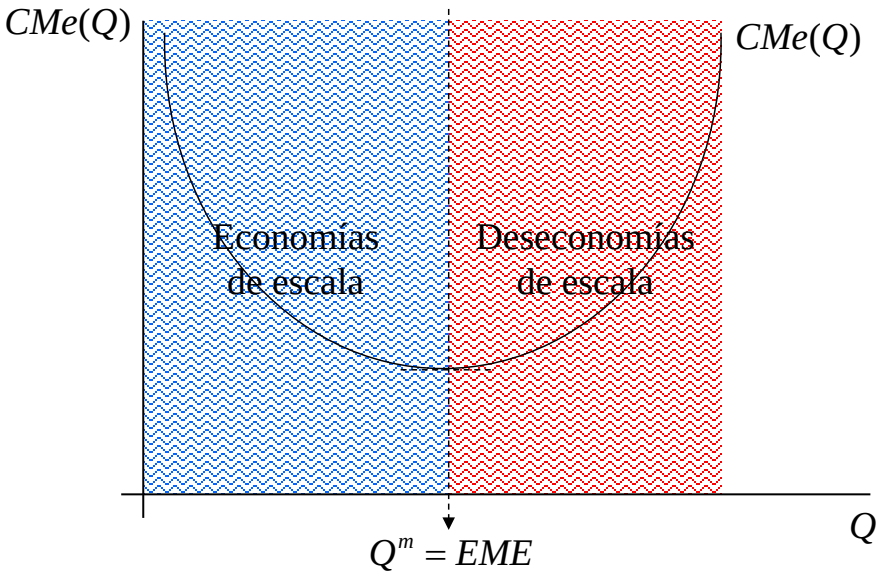
$$c(2Q) < 2c(Q)$$

  - La existencia de economías de escala en la función de costes (totales) implica que la función de costes medios es decreciente, ya que:

$$CMe(Q) = \frac{C(Q)}{Q}$$

$$CMe(\lambda Q) = \frac{C(\lambda Q)}{\lambda Q} < \frac{\lambda C(Q)}{\lambda Q} = CMe(Q)$$

- Así, cuando la función de costes medios tiene forma de U:
  - Hay un tramo con economías de escala (producir una cantidad cada vez cuesta menos en término medio)
  - Hay un tramo con deseconomías de escala (producir una cantidad cada vez cuesta más en término medio)
  - Hay un nivel de producción para el que el coste unitario de producción es el mínimo (la *Escala Mínima Eficiente*)



- ¿Por qué aparecen las economías de escala? En el tema 3 recordamos que la función de costes depende en gran medida de cómo es la tecnología de producción.
  - Una forma de definir la tecnología más general que la que vimos en el Tema 3 es mediante la elasticidad-escala de la función de producción. Sea una función de producción:

$$q = f(K, L)$$

  - Para calcular los rendimientos variamos la cantidad empleada de todos los factores en la misma proporción *(dλ/λ)*:

$$dq = f_K dK + f_L dL \qquad \left(\text{siendo } f_K = \frac{dq}{dK},\ f_L = \frac{dq}{dL}\right)$$

$$= f_K \frac{K}{q} q \frac{dK}{K} + f_L \frac{L}{q} q \frac{dL}{L}$$

  - Como hemos supuesto que todos los factores varían en la misma proporción: $\frac{dK}{K} = \frac{dL}{L} = \frac{d\lambda}{\lambda}$

$$dq = \left(f_K \frac{K}{q} + f_L \frac{L}{q} \right) q \frac{d\lambda}{\lambda}$$

$$\frac{dq}{d\lambda}\frac{\lambda}{q} = \varepsilon_{q,K} + \varepsilon_{q,L} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{q,\lambda} = \varepsilon_{q,K} + \varepsilon_{q,L}} \begin{cases} \text{si } \varepsilon_{q,K} + \varepsilon_{q,L} > 1 \rightarrow \varepsilon_{q,\lambda} > 1 & \text{RCrE} \\ \text{si } \varepsilon_{q,K} + \varepsilon_{q,L} = 1 \rightarrow \varepsilon_{q,\lambda} = 1 & \text{RCE} \\ \text{si } \varepsilon_{q,K} + \varepsilon_{q,L} < 1 \rightarrow \varepsilon_{q,\lambda} < 1 & \text{RDE} \end{cases}$$

- Asociado al concepto de elasticidad-escala aparece el de <u>elasticidad-gasto de escala:</u> cómo varía el gasto de la empresa cuando varían todos los factores en la misma proporción:

$$\vartheta_{G,\lambda} = \frac{dG}{d\lambda}\frac{\lambda}{G}$$

  - Se calcula de forma similar a la elasticidad-escala. Dados los costes de la empresa:

$$G = rK + wL$$

$$dG = rdK + wdL = rK\frac{dK}{K} + wL\frac{dL}{L} \longrightarrow \text{y como } \frac{dK}{K} = \frac{dL}{L} = \frac{d\lambda}{\lambda} \longrightarrow dG = (rK + wL)\frac{d\lambda}{\lambda}, \quad \frac{dG}{d\lambda}\lambda = G \longrightarrow \boxed{\vartheta_{G,\lambda} = 1}$$

Al variar la cantidad empleada de factores en la misma proporción, el gasto de la empresa siempre varía en la misma proporción

- También podemos calcular la <u>elasticidad del gasto medio de producción en relación a la escala</u>, que mide cómo varía el gasto medio de la empresa cuando varían todos los factores en la misma proporción:

$$\theta_{Gme,\lambda} = \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{G}{q}\right)\frac{\lambda}{(G/q)} = \left[\frac{q(dG/d\lambda) - G(dq/d\lambda)}{q^2}\right]\frac{\lambda}{(G/q)} \Rightarrow \frac{\lambda}{G}\left[\frac{dG}{d\lambda} - \frac{G}{q}\frac{dG}{d\lambda}\right]$$

$$\theta_{Gme,\lambda} = \frac{\lambda}{G}\frac{G}{\lambda}\left[\frac{dG}{d\lambda}\frac{\lambda}{G} - \frac{\lambda}{q}\frac{dq}{d\lambda}\right] = \vartheta_{G,\lambda} - \varepsilon_{q,\lambda} \Rightarrow \boxed{\theta_{Gme,\lambda} = 1 - \varepsilon_{q,\lambda}}$$

- Cualquier nivel de producción se puede alcanzar variando la cantidad empleada de factores en la misma proporción, pero la empresa no lo hace así, ya que siempre busca la combinación de factores que minimiza el coste de producción.

⇩

- El coste mínimo viene determinado por la función de costes. Es el comportamiento de la función de costes el que determina la existencia de economías de escala

⇩

  - Para la función de costes podemos definir dos elasticidades similares a las que hemos definido para el gasto:
    - ✓ <u>Elasticidad-coste</u>: cómo varía el coste cuando varía la cantidad producida:

$$\gamma_{c,q} = \frac{dc}{dq}\frac{q}{c} = \frac{CMg(q)}{CMe(q)} > 0 \quad \begin{cases} \text{si } CMg(q) > CMe(q) \rightarrow \gamma_{c,q} > 1 & \text{Deseconomías Esc.} \\ \text{si } CMg(q) = CMe(q) \rightarrow \gamma_{c,q} = 1 & \text{EME} \\ \text{si } CMg(q) < CMe(q) \rightarrow \gamma_{c,q} < 1 & \text{Economías Esc.} \end{cases}$$

ya que $CMg(q), CMe(q) > 0$

- La elasticidad del coste con respecto al nivel de producción confirma algo que ya habíamos explicado gráficamente: para que existan economías de escala tiene que ocurrir que $CMg(q)<CMe(q)$, lo que implica que el coste medio es decreciente.
- A la misma conclusión se puede llegar si estudiamos directamente el coste medio. Definimos la elasticidad del coste medio con respecto al nivel de producción como:

$$\eta_{CMe,q} = \frac{dCMe}{dq}\frac{q}{CMe}$$

$$= \frac{q(dc/dq) - c}{q^2}\frac{q}{(c/q)} = \frac{c}{c}\left[\frac{dc}{dq}\frac{q}{c} - 1\right] \longrightarrow \eta_{CMe,q} = \gamma_{c,q} - 1 \begin{cases} \text{si } \gamma_{c,q} > 1 \rightarrow \eta_{CMe,q} > 0 & \text{Desec. Esc.} \\ \text{si } \gamma_{c,q} = 1 \rightarrow \eta_{CMe,q} = 0 & \text{EME} \\ \text{si } \gamma_{c,q} < 1 \rightarrow \eta_{CMe,q} < 0 & \text{Ec. Esc.} \end{cases}$$

- Comparando las expresiones de la elasticidad del coste medio con la elasticidad del gasto medio, se obtiene que:

$$\boxed{\eta_{CMe,q} \leq \theta_{Gme,\lambda} = 1 - \varepsilon_{q,\lambda}}$$

⇩

Ya que cualquier cantidad producida se puede alcanzar aumentando la cantidad empleada de factores en la misma proporción. Sin embargo, no es seguro que esa combinación de factores sea la que minimice el coste de producir la cantidad de producto resultante

➢ Analizando la anterior expresión se puede concluir que:

• Con rendimientos crecientes de escala $\left(\varepsilon_{q,\lambda} > 1\right)$ la elasticidad del gasto medio con respecto a la escala de producción es negativa $\left(\theta_{GMe,\lambda} < 0\right)$, por lo que la elasticidad del coste medio con respecto al nivel de producción es también negativa $\left(\eta_{CMe,q} < 0\right)$: hay economías de escala.

$$\varepsilon_{q,\lambda} > 1 \Rightarrow \theta_{Gme,\lambda} < 0 \Rightarrow \eta_{CMe,q} < 0$$

• Con rendimientos constantes de escala $\left(\varepsilon_{q,\lambda} = 1\right)$ la elasticidad del gasto medio con respecto a la escala de producción igual a cero $\left(\theta_{GMe,\lambda} = 0\right)$, por lo que la elasticidad del coste medio con respecto al nivel de producción es menor o igual a cero $\left(\eta_{CMe,q} \leq 0\right)$: hay economías de escala o estamos situados en la escala mímina eficiente.

$$\varepsilon_{q,\lambda} = 1 \Rightarrow \theta_{Gme,\lambda} = 0 \Rightarrow \eta_{CMe,q} \leq 0$$

• Con rendimientos decrecientes de escala $\left(\varepsilon_{q,\lambda} > 1\right)$ la elasticidad del gasto medio con respecto a la escala de producción es positiva $\left(\theta_{GMe,\lambda} > 0\right)$, por lo que la elasticidad del coste medio con respecto al nivel de producción puede ser positiva, negativa o cero negativa $\left(\eta_{CMe,q} \gtreqless 0\right)$: puede haber economías, deseconomías de escala, o podemos estar situados en la Escala Mínima Eficiente

$$\varepsilon_{q,\lambda} < 1 \Rightarrow \theta_{Gme,\lambda} > 0 \Rightarrow \eta_{CMe,q} \gtreqless 0$$

➢ Por lo tanto, se puede afirmar que:

1) Las siguientes proposiciones son equivalentes:
   - Hay rendimientos crecientes a escala
   - El coste marginal es menor que el coste medio
   - La elasticidad del coste con respecto al nivel de producción es menor que 1
   - La elasticidad del coste medio con respecto al nivel de producción es negativa

2) Es posible que existan economías de escala aun cuando la función de producción no presente rendimientos crecientes a escala. Un ejemplo es la función de costes del apartado anterior, que está generada por una función de producción con rendimientos decrecientes

3) Existe una relación bastante estrecha entre las economías de escala y la función de costes subaditiva (aunque no son iguales): la existencia de economías de escala implica la existencia de costes subaditivos:
   - Si existen economías de escala, la función de costes medios es decreciente, por lo que:

$$\frac{c(q_i)}{q_i} > \frac{c(Q)}{Q} \quad \text{con } Q = \sum_{i=1}^{n} q_i \longrightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{c(q_i)}{q_i} > \frac{c(Q)}{Q} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} c(q_i) > \sum_{i=1}^{n} q_i \left(\frac{c(Q)}{Q}\right)$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} c(q_i) > c(Q)} \Longrightarrow \boxed{\text{La función de costes es subaditiva}}$$

   - Si la función de costes es subaditiva, no se sigue que existan economías de escala

- La relación estrecha se debe a que tanto la subaditividad como las economías de escala aparecen cuando existen costes que no varían con el nivel de producción

4. Los costes fijos y los costes sumergidos

- La aparición de economías de escala y de costes subaditivos está ligada a la existencia de un término en la función de costes que es independiente del nivel de producción.
- Genéricamente, en teoría de la producción, se denomina a este tipo de costes los *costes fijos*, y se definen de distintos modos:
  - Varian (1999, 353): "Aquellos costes que son independientes del nivel de producción y que, en particular, deben pagar las empresas produzcan o no"
  - Mankiw (2007): 193: Costes que no varían cuando varía la cantidad producida; 206: a corto plazo son irrecuperables (y están comprometidos)
  - Tirole (1988, 307): "Los que son independientes del nivel de producción y están comprometidos para la empresa"
- De estas definiciones se sigue que, con el término *costes fijos* se está designando en la Teoría de la producción una serie de gastos que se caracterizan porque:
  - No dependen del nivel de producción (<u>invariabilidad</u>).
  - Están comprometidos durante un periodo de tiempo determinado: la empresa tiene que hacer frente a estos costes produzca o no (<u>Obligatoriedad</u>).
  - El dinero destinado a cubrir esos costes no se puede recuperar (<u>irreversibilidad</u>).

- Sin embargo, los *costes fijos* de la función de costes no necesariamente presentan estas tres características:
  - Ejemplo. Una empresa está decidiendo si entra o no en un determinado mercado:
    - Si entra, debe comprar (o alquilar) una nave industrial a un precio *A*. Luego, debe producir una determinada cantidad de bien
    - Si no entra, símplemente no produce nada

Función de costes: $c(q) = \begin{cases} A + c(q) & \text{si entra} \\ 0 & \text{si no entra} \end{cases}$

Coste independiente de la cantidad producida no comprometido

    - Una vez que decide entrar, el gasto *A* está comprometido pero no es (necesariamente) irrecuperable:
      - ✓ Si compra la nave puede revenderla recuperando parte de (o toda) la inversión inicial.
      - ✓ Si alquila la nave puede subarrendarla (si el contrato lo permite)

No todo coste comprometido es necesariamente irreversible

- ¿Cómo se relaciona esta clasificación de los costes con la distinción (simple) entre costes fijos y variables que aparece en la función de costes?:

Costes Totales

=

Costes Comprometidos + Costes Evitables

Costes Comprometidos + Costes Evitables Fijos + Costes Evitables Variables

Costes Comprometidos irrecuperables + Costes Comprometidos recuperables + Costes Evitables Fijos + Costes Evitables Variables

Costes Fijos + **Costes variables**

- Los costes comprometidos irrecuperables, que son los que se corresponden con los costes sumergidos, son sólo una parte de los costes fijos de la función de costes

- ¿Cómo se puede distinguir si los costes fijos de la función de costes se corresponden con costes sumergidos? Dos pasos:
  - Hay que extender el periodo de tiempo considerado hasta incluir toda la vida de la empresa (incluyendo el momento del cierre).
  - En este periodo se consideran los costes que van a estar comprometidos (aquellos en los que hay que incurrir por el mero hecho de realizar la actividad) y se distingue entre:
    - Costes Sumergidos: son aquellos que, una vez que se decide entrar en un mercado o producir un bien, la empresa no puede recuperar en ningún momento de su vida (incluído el cierre de la empresa), bien porque:
      - (i) No existen medios para poder recuperar esos gastos
      - (ii) A la empresa no le es rentable hacerlo
    - Costes Fijos: son aquellos que no varían con la cantidad producida, pero no son sumergidos, ya que la empresa puede recuperarlos en algún momento a lo largo de su vida.
- Ejemplos:
  - Costes sumergidos:
    - Tendido de las vías del tren (no le es rentable a la empresa)
    - Parte del valor del capital que no se recupera al revenderlo
    - Impuestos que debe pagar para instalarse en un mercado
  - Costes Fijos:
    - Parte del valor del capital que se recupera al revenderlo
    - Cualquier gasto independiente del nivel de producción que se haya recuperado a través de los ingresos generados por las ventas

- Según esta distinción, hasta ahora habríamos estudiado cómo los costes fijos pueden crear barreras de entrada, en la siguiente pregunta estudiamos cómo pueden surgir por la presencia de costes sumergidos.

5. Los costes sumergidos como barreras de entrada

- Estudiamos con un modelo teórico sencillo cómo los costes sumergidos pueden: (i) generar barreras de entrada, (ii) generar una estructura de mercado no competitiva.

- Consideremos el siguiente juego [Stiglitz (1987)]:

  - Un mercado con dos empresas: la instalada (*I*) y la entrante potencial (*E*)

  - Las dos empresas tienen los mismos costes, dados por la siguiente función:

$$c(q_i) = \begin{cases} \varepsilon + cq_i & \text{si la empresa entra en el mercado} \\ 0 & \text{si la empresa no entra en el mercado} \end{cases}$$

$$i = I, E$$

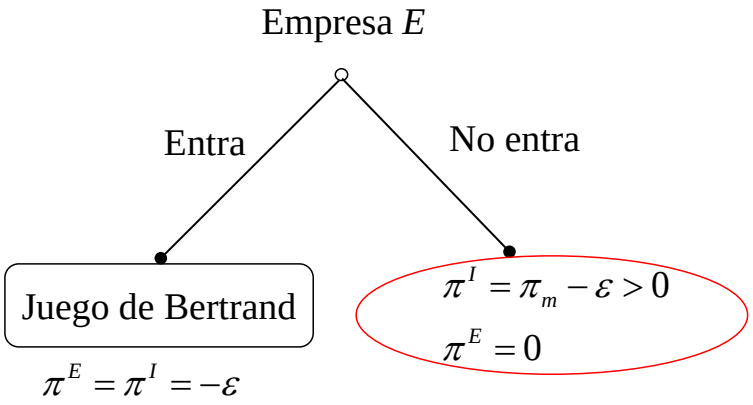
siendo ε los costes sumergidos (muy pequeños)

- Los posibles resultados son los siguientes:

  - Si la empresa *E* no entra, la *I* obtiene los beneficios de monopolio

  - Si la empresa *I* entra las dos compiten como en Bertrand, obteniendo pérdidas iguales a los costes sumergidos

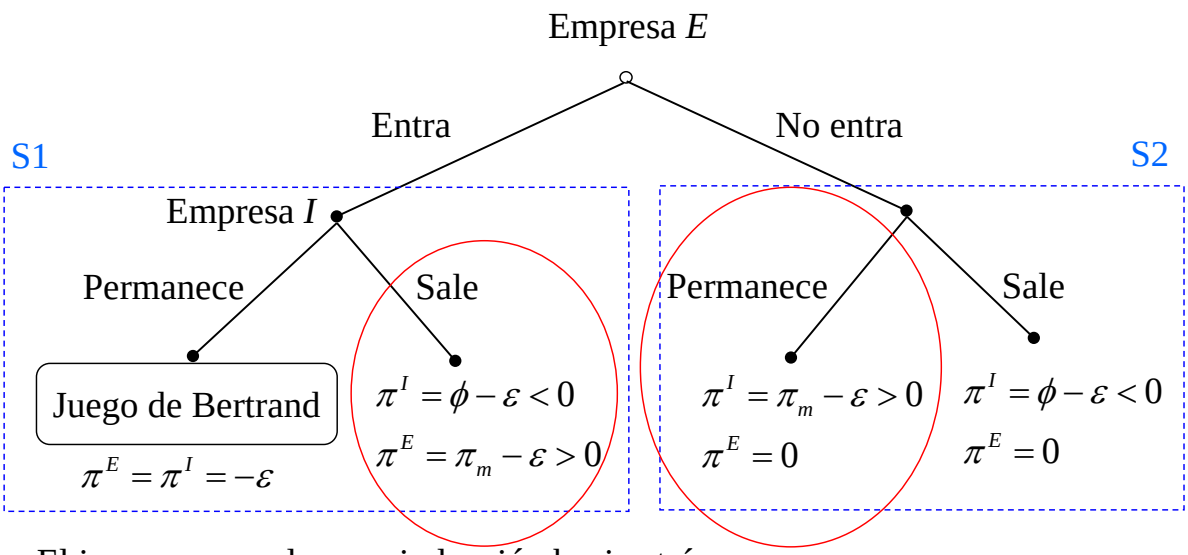
- El juego se representa de la siguiente forma:



- La entrante potencial no entra en el mercado. Así que bastan unos costes sumergidos muy pequeños para que la empresa instalada se pueda comportar como un monopolio. El resultado se debe a:

  - La intensidad en la competición entre empresas tras la entrada: si la competencia fuera más suave (Cournot, por ejemplo), no llegaríamos a este resultado.

  - Que la totalidad de los costes son sumergidos: si pudiese recuperar una parte (ϕ) de los costes de instalarse en el mercado, el juego quedaría de la siguiente forma (con $\phi < \varepsilon$) :



- El juego se resuelve por inducción hacia atrás:
  - SUBJUEGO 1: si E entra, lo mejor que puede hacer la instalada es salir
  - SUBJUEGO 2: si E no entra, lo mejor que puede hacer la instalada es permanecer
  - Conociendo la reacción de la instalada, lo mejor que puede hacer la entrante potencial es entrar
- Conclusión: una empresa reemplaza a la otra, pero el mercado sigue siendo un monopolio

Notas de Clase del Tema 8:

Comportamiento Estratégico

1. Introducción: entrada impedida, acomodada y bloqueada

- En este tema estudiamos cómo las empresas ya instaladas en un mercado pueden modificar su comportamiento para evitar que otras empresas entren. Estas acciones pueden tener como consecuencia:
  - Que las empresas ya instaladas obtengan beneficios mayores que cero (apartados 8.2 y 8.3)
  - Que las empresas ya instaladas obtengan unos resultados muy similares a los de competencia perfecta (apartado 8.4)
- Para analizar el comportamiento de las empresas conviene distinguir entre los siguientes conceptos:

  1) Entrada bloqueada: aparece cuando las empresas instaladas no se ven amenazadas por las posibles entrantes, ya que a estas no les resulta rentable entrar en el mercado (no hay modificación en el comportamiento de las instaladas)

  2) Entrada impedida: aparece cuando las empresas instaladas modifican su comportamiento para impedir que las entrantes potenciales puedan acceder al mercado.

  3) Entrada acomodada: aparece cuando las empresas instaladas permiten la entrada de otra empresa y modifican su comportamiento teniendo en cuenta a la nueva empresa.

- En general, y por simplificar el análisis supondremos a lo largo del tema que la empresa instalada es un monopolio

2. El postulado de Bain-Sylos

- Estudiamos en qué condiciones la entrada a un mercado puede estar bloqueada y, si no lo está, cuándo le interesa a la empresa instalada impedir la entrada a la entrante potencial (y cuándo no)
- El supuesto básico es el postulado de Bain-Sylos: la entrante potencial cree que la empresa instalada mantendrá el mismo nivel de producción una vez que haya entrado en el mercado

$\Downarrow$

  - La empresa instalada adquiere el papel de líder, lo que permite estudiar el problema con el modelo de Stackelberg

- Supuestos del modelo:
  - Un mercado con dos empresas: la instalada (I) y la entrante potencial (E)
  - Las dos empresas tienen la misma tecnología de producción. Sólo se diferencian en que la entrante tiene que desembolsar unos costes de entrada (F) mientras que la instalada no tiene que hacerlo (los costes de entrada son sumergidos):

$$c(q_I) = cq_I \quad \text{y} \quad c(q_E) = F + cq_E$$

  - La función de demanda es lineal: $P = a - bQ$ con $Q = q_I + q_E \qquad a, b > 0$

  - Primero decide la empresa instalada cuánto va a producir, y una vez observada esta decisión, la entrante potencial decide si entrar (en cuyo caso q_E>0) o no (en cuyo caso q_E=0)

- Los beneficios de las empresas son $\begin{cases} \pi_I = \left(a - b\left(q_I + q_E\right)\right)q_I - cq_I \\ \pi_E = \left(a - b\left(q_I + q_E\right)\right)q_E - \left(F + cq_E\right) \end{cases}$

- El modelo se resuelve como el de Stackelberg, mediante la inducción hacia atrás.

  - <u>Periodo 2</u>: en este periodo mueve la empresa entrante, sabiendo lo que ha decidido producir la instalada. Del apartado 5.5 sabemos que la cantidad que producirá la entrante será:

$$q_E = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I$$

  - ¿Le interesa producir a la empresa entrante esta cantidad? Sí, siempre que sus beneficios sean positivos, es decir:

$$\pi_E = \left\{a - b\left[q_I + \left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I\right)\right]\right\}\left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I\right) - \left[F + c\left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I\right)\right]$$

$$= \left\{a - bq_I - b\left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I\right) - c\right\}\left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I\right) - F$$

$$= \left\{a - bq_I - \frac{a-c}{2} + \frac{b}{2}q_I - c\right\}\left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I\right) - F$$

$$= \left\{\frac{\cancel{2}(a-c) - \cancel{(a-c)}}{2} - \frac{b}{2}q_I\right\}\left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I\right) - F \Rightarrow \boxed{\pi_E = b\left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I\right)^2 - F > 0}$$

  - De aquí se sigue que a la empresa entrante le interesará producir siempre que:

$$\left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I\right)^2 > \frac{F}{b} \Rightarrow$$

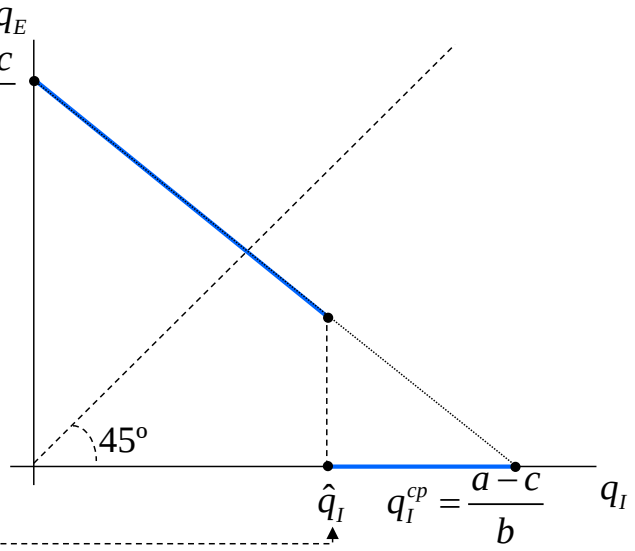
$$\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_I > \sqrt{\frac{F}{b}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}q_I < \frac{a-c}{2b} - \sqrt{\frac{F}{b}} \Rightarrow \boxed{q_I < \frac{a-c}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}} = \hat{q}_I}$$

$$\begin{cases} \text{Con } q_I < \hat{q}_I,\ \pi_E > 0 \text{ y } q_E > 0 \\ \text{(la entrante produce)} \\ \text{Con } q_I \geq \hat{q}_I,\ \pi_E \leq 0 \text{ y } q_E = 0 \\ \text{(la entrante no produce)} \end{cases}$$

  - En consecuencia, la función de reacción de la entrante potencial es:

$$\boxed{q_E = \begin{cases} \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{1}{2}q_I & \text{si } q_I < \hat{q}_I \\ 0 & \text{si } q_I \geq \hat{q}_I \end{cases}}$$



Tiene una discontinuidad en $\hat{q}_I$ porque a partir de ese nivel de producción de la instalada sus beneficios son negativos y no le interesa producir

- Periodo 1: en este periodo mueve la empresa instalada, que conoce cómo reaccionará la empresa entrante potencial, por lo que sabe que ésta se comportará de forma distinta según sea su cantidad producida. Hay dos posibilidades:

  - Si la entrante potencial decide no producir, la instalada actúa como un monopolio. Luego:

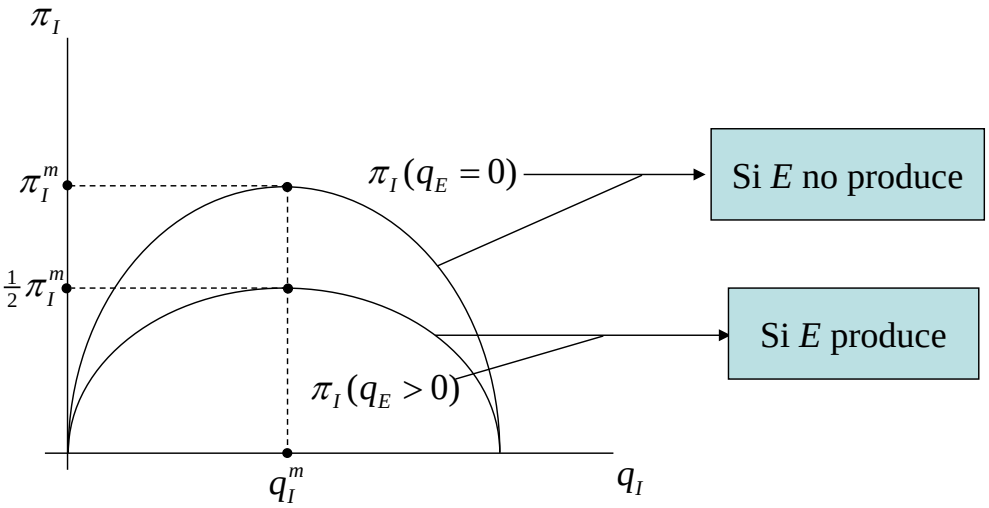
$$\boxed{q_I^m = \frac{a-c}{2b},\ \pi_I^m = \frac{(a-c)^2}{4b},\ P^m = \frac{a+c}{2}}$$

  - Si la entrante potencial decide producir, la instalada actúa como líder de Stackelberg. Los resultados serán como en este modelo (sección 5.5):

$$\boxed{\begin{array}{l} q_I = \dfrac{a-c}{2b} = q_I^m,\ \pi_I = \dfrac{(a-c)^2}{8b} = \tfrac{1}{2}\pi_I^m \\ q_E = \dfrac{a-c}{4b},\ \pi_E = \dfrac{(a-c)^2}{16b} \\ P^S = \dfrac{a+3c}{4b} \end{array}}$$

  - Tanto si la entrante potencial entra o no en el mercado, la cantidad producida por la instalada es la misma, lo que cambian son los beneficios (la mitad en el primer caso)

  - Gráficamente, la empresa instalada tiene dos funciones de beneficios distintas



  - Según la cantidad que tenga que producir para impedir la entrada de la empresa E le interesará dejarla entrar o no. Así, podemos distinguir entre las siguientes situaciones:

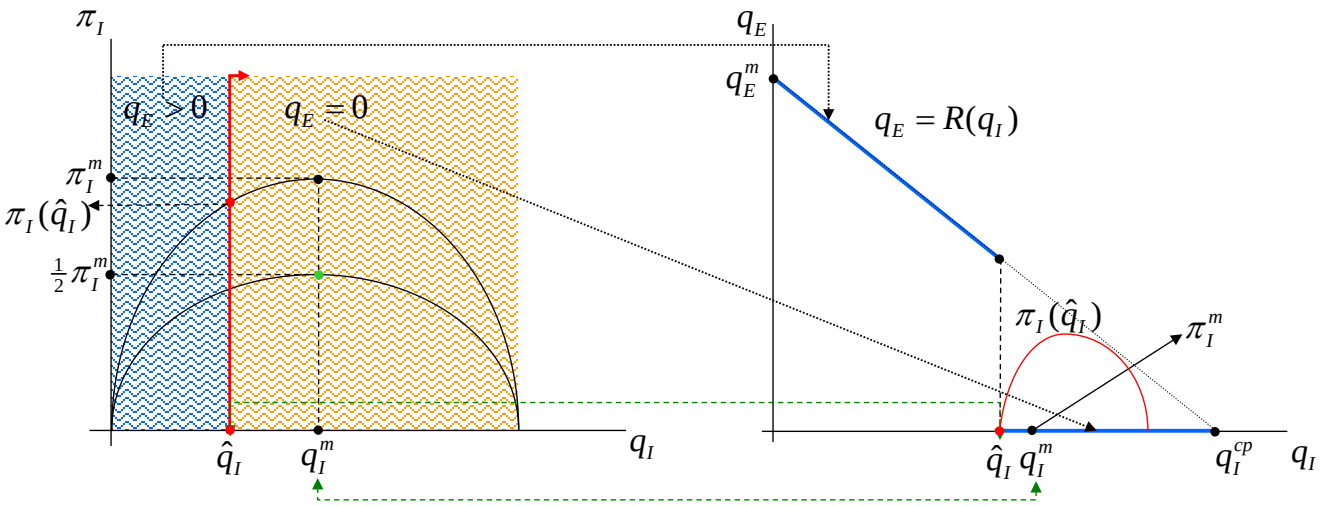
1) Entrada bloqueada: la empresa instalada puede comportarse como un monopolio sin sentirse amenazada por la entrante potencial, ya que a ésta no le resulta beneficioso entrar en ningún caso. Sería un caso de barreras de entrada.

   ✓ Esto ocurre cuando el nivel de producción para el que la empresa entrante no tenía incentivos para producir es menor que el de monopolio: $\hat{q}_I < q_I^m$

$$\hat{q}_I = \frac{a-c}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}} < \frac{a-c}{2b} = q_I^m$$

$$-2\sqrt{\frac{F}{b}} < \frac{a-c}{2b} - \frac{a-c}{b} \Rightarrow \sqrt{\frac{F}{b}} > \frac{a-c}{4b} \quad \Rightarrow \quad \boxed{F > \frac{(a-c)^2}{16b}}$$

✓ Con unos costes de entrada tan altos, el salto en la función de reacción de la empresa *E* se produce antes de la cantidad de monopolio de la *I*: ésta puede actuar como un monopolio sin preocuparse de que la *E* entre



2) <u>Indiferencia</u>: a la empresa instalada le da igual impedir que la empresa *E* entre o dejar que se instale en el mercado.

✓ Esto ocurre cuando sus beneficios al producir la cantidad que bloquea la entrada son iguales a los beneficios que obtiene cuando permite la entrada:

<u>Entrada acomodada</u>

$$\pi_I = \frac{(a-c)^2}{8b} = \tfrac{1}{2}\pi_I^m$$

<u>Entrada Bloqueada</u>

$$\pi_I(\hat{q}_I) = \left[a - b\left(\frac{a-c}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right) - c\right]\left[\frac{a-c}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right]$$

$$= \left[\cancel{(a-c)} - \cancel{b}\frac{\cancel{(a-c)}}{\cancel{b}} + 2b\sqrt{\frac{F}{b}}\right]\left[\frac{a-c}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right]$$

$$\pi_I = \left(\frac{a-c}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right)2b\sqrt{\frac{F}{b}}$$

Deben ser iguales

$$\frac{(a-c)^2}{8b} = \left(\frac{a-c}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right)2b\sqrt{\frac{F}{b}} \Rightarrow$$

$$\frac{(a-c)^2}{8b} = 2(a-c)\sqrt{\frac{F}{b}} - 4\cancel{b}\frac{F}{\cancel{b}} \quad \Rightarrow \quad 4F - \frac{2(a-c)}{\sqrt{b}}\sqrt{F} + \frac{(a-c)^2}{8b} = 0$$

$$\sqrt{F}=\frac{\frac{2(a-c)}{\sqrt{b}}\pm\sqrt{\left(\frac{2(a-c)}{\sqrt{b}}\right)^2-4\cdot 4\frac{(a-c)^2}{8b}}}{2\cdot 4}$$

$$=\frac{\frac{2(a-c)}{\sqrt{b}}\pm\sqrt{\frac{4(a-c)^2}{b}-\frac{2(a-c)^2}{b}}}{8}$$

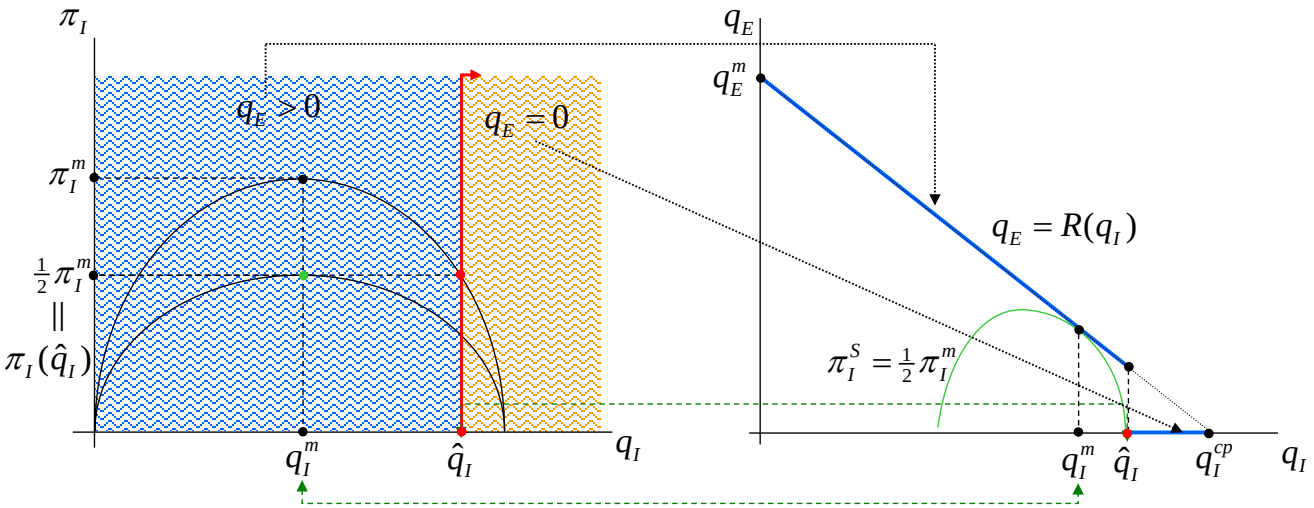
$$=\frac{\frac{2(a-c)}{\sqrt{b}}\pm\frac{\sqrt{2}(a-c)}{\sqrt{b}}}{8}\Rightarrow\frac{(a-c)\left(2\pm\sqrt{2}\right)}{8\sqrt{b}}$$

como $2>\sqrt{2}$ nos quedamos con la menor:

$$\sqrt{F}=\frac{(a-c)\left(2-\sqrt{2}\right)}{8\sqrt{b}}=0{,}0732\left(\frac{a-c}{\sqrt{b}}\right)$$

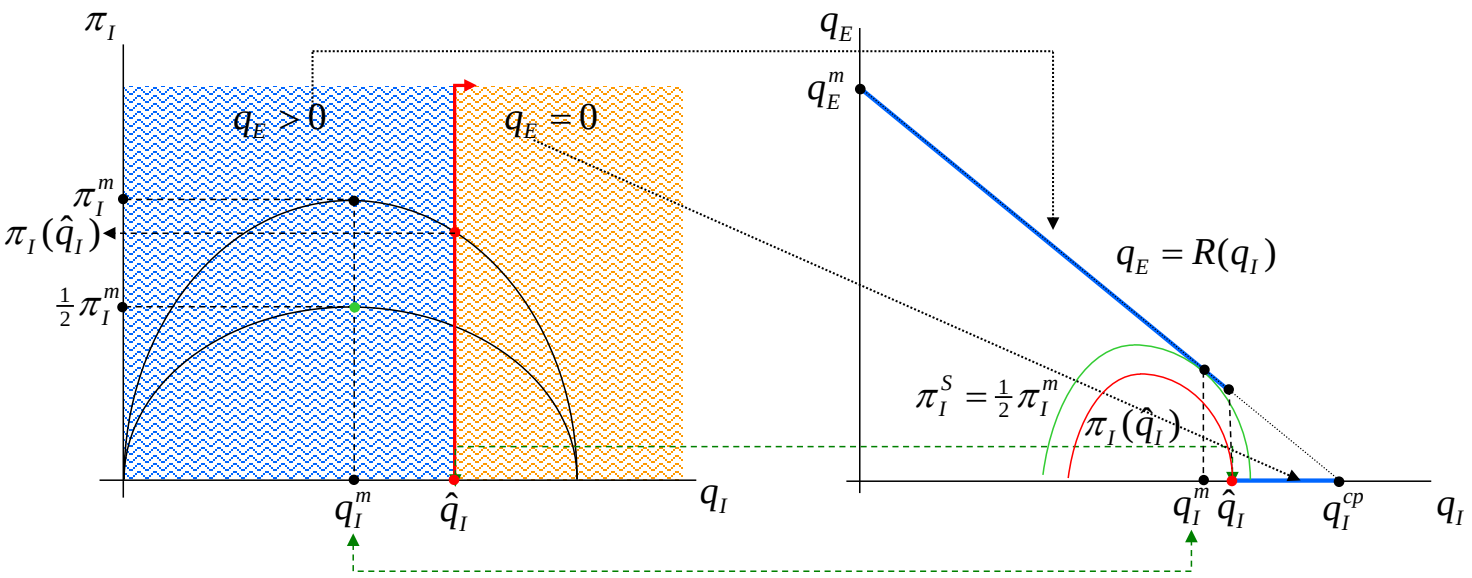
$$\boxed{F=\left[0{,}0732\left(\frac{a-c}{\sqrt{b}}\right)\right]^2=0{,}0536\frac{(a-c)^2}{b}}$$

✓ Con estos costes de entrada, a la empresa instalada le da igual acomodar o impedir la entrada:



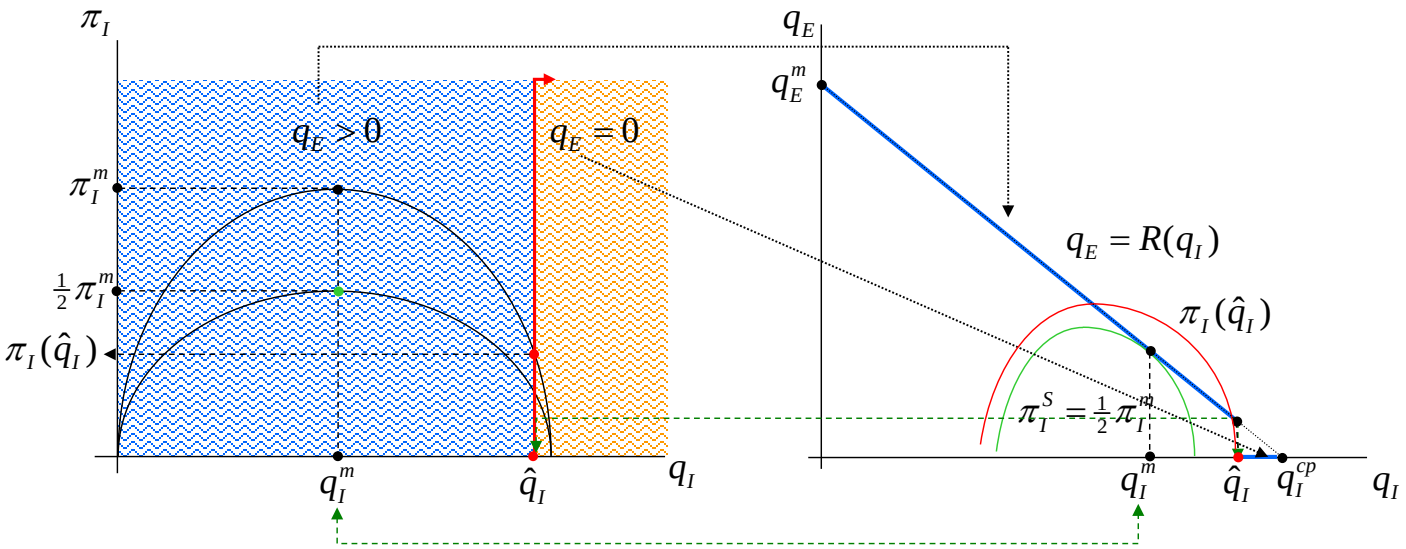
3) <u>Entrada impedida</u>: la empresa instalada obtiene mayores beneficios si impide la entrada de la empresa E (es decir, produce $\hat{q}_I$) que si deja a esta empresa que entre. Con los valores calculados esto ocurre si:

$$\boxed{0{,}0536\frac{(a-c)^2}{b}<F<\frac{(a-c)^2}{16b}}$$



4) Entrada acomodada: los costes de entrada muy pequeños, por lo que la empresa instalada tiene que producir una cantidad muy alta para impedir la entrada a la empresa *E*. En estas condiciones, sus beneficios son mayores si deja a esta empresa que entre y ella actúa como líder (duopolio de Stackelberg). Esto ocurre cuando:

$$\boxed{F < 0{,}0536\frac{(a-c)^2}{b}}$$



3. Algunas dificultades del postulado de Bain-Sylos

➢ Analizamos algunas críticas que se han realizado al modelo expuesto en el apartado anterior:

1) Asimetría en los costes: ¿por qué la empresa entrante tiene que pagar un coste sumergido igual a *F* mientras la empresa instalada no lo tuvo que pagar en su momento?

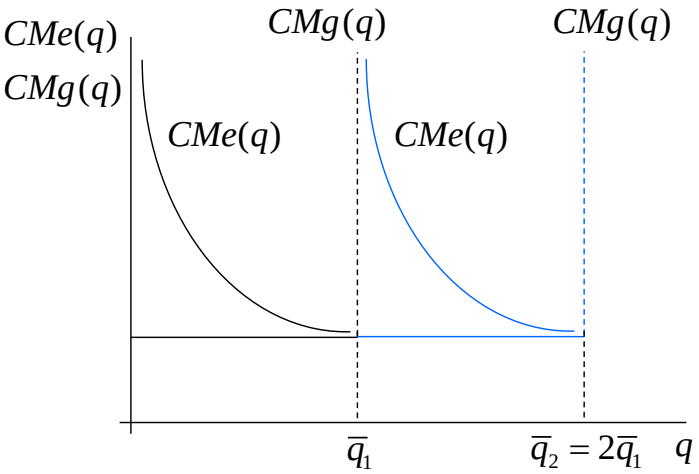
- La introducción del coste sumergido para la empresa instalada no varía las conclusiones del modelo
- Pueden existir asimetrías en los costes variables (ventajas para la instalada) que hagan que las conclusiones del apartado anterior se mantengan

2) La empresa instalada no siempre actúa como líder: Friedman (1970) y Dixit (1980) señalan que no es creíble que la empresa instalada tenga ventaja sobre la potencial, una vez que esta última ha entrado en el mercado.

- El modelo correcto para analizar la competencia entre las empresas, una vez que la entrante decide entrar en el mercado, es el de Cournot

- Vamos a analizar la propuesta de Dixit (1980) para ver cómo influye esta cambio en los resultados que hemos obtenido en el apartado anterior

- El modelo de Dixit se basa en una tecnología con <u>restricciones de capacidad</u>: con una cantidad de capital dada, la tecnología permite obtener hasta una determinada cantidad de producto final. A partir de esa cantidad no se puede producir más con el capital existente y hay que volver a introducir más capital para seguir produciendo, lo que hace que el coste "salte"

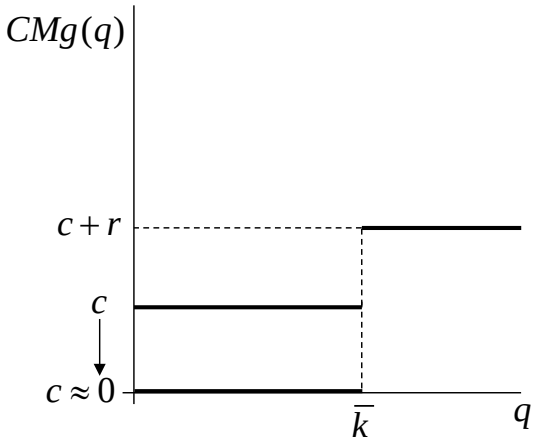


Ejemplos:
- Edificios
- Transporte: aviones, autobuses

- La función de costes que utiliza Dixit refleja estas restricciones de capacidad, pero de modo menos drástico:

$$c(q_i) = F + cq_i + rk_i \text{ con } \begin{cases} q_i \text{ cantidad producida por la empresa} \\ k_i \text{ capacidad instalada por la empresa} \end{cases}$$

- La anterior función se comporta del siguiente modo:
  - Si la cantidad producida (q_i) es menor que la capacidad instalada $(\bar{k}_i)$ la empresa sigue pagando un coste por esta capacidad instalada igual a $(r\bar{k}_i)$ - es como un coste fijo
  - Si la cantidad producida (q_i) es mayor que la capacidad instalada $(\bar{k}_i)$ la empresa paga por cada unidad producida igual a $((c+r)q_i)$ - todo es coste variable



- Utilizaremos una versión simplificada de esta función de costes, en la que el coste marginal de producir una unidad hasta el límite de capacidad es muy pequeño (o casi cero):

$$c \approx 0$$

➢ Supuestos del modelo:

- Un mercado con dos empresas: la instalada (*I*) y la entrante potencial (*E*)
- La función de demanda es lineal: $P = a - bQ$ con $Q = q_I + q_E$ $a, b > 0$
- La secuencia de movimientos de las empresas es la siguiente:
  - Primero decide la empresa instalada cuál va a ser su capacidad productiva
  - Una vez observada esta decisión, la entrante potencial decide:

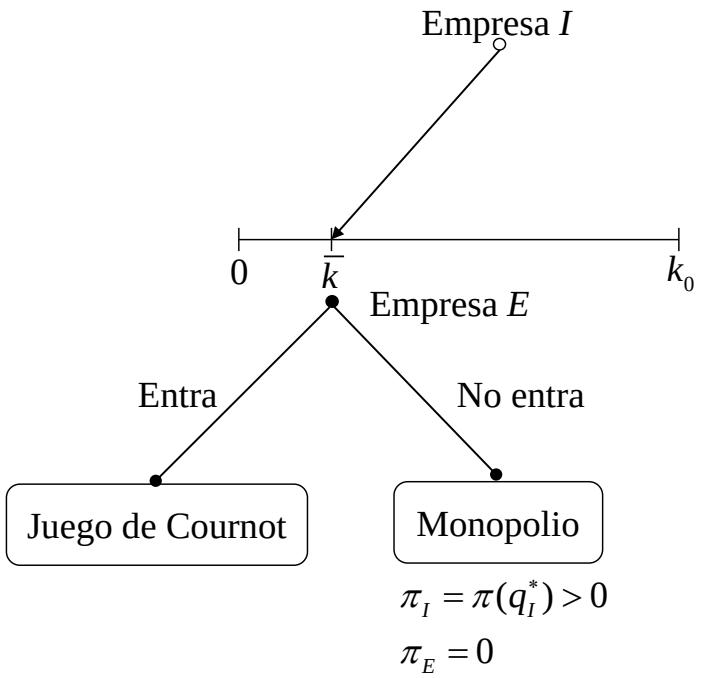
    (i) Si entrar (en cuyo caso q_E>0) o no (en cuyo caso q_E=0).

    (ii) Su capacidad productiva (que es positiva sólo si produce)
  - Las dos empresas deciden la cantidad producida: si la empresa *E* ha entrado, las dos compiten como en Cournot; si la empresa *E* no ha entrado, la *I* actúa como un monopolio.
- Los costes de las empresas son los siguientes:

$$c(q_I) = \begin{cases} rk_I & \text{si} \quad q_I \le k_I \\ rq_I & \text{si} \quad q_I > k_I \end{cases}$$

$$c(q_E) = F + rq_E \quad F: \text{ costes (sumergidos) de entrada}$$

➢ La representación extensiva del juego es la siguiente:



➢ El juego se resuelve como el anterior, por inducción hacia atrás. En el periodo 2 hay dos subjuegos: el de Cournot y el Monopolio. El resultado del segundo es obvio. Hay que obtener los posibles resultados y pagos de las empresas en el primer subjuego.

- Periodo 2: resolución del subjuego de Cournot. En este subjuego:
  - La empresa *E* decide la capacidad productiva y la cantidad a producir
  - La empresa *I* decide la cantidad a producir

1) Empresa *E*: no dejará capacidad productiva ociosa, es decir, escogerá aquella capacidad productiva que le permita producir justo la cantidad que desea producir. ¿Por qué?

Si no deja capacidad productiva ociosa

$$k_E = q_E$$

$$\pi_E^1 = \left[a - b\left(q_I + q_E\right)\right]q_E - \left[F + rq_E\right]$$
$$= \left[\left(a - r\right) - b\left(q_I + q_E\right)\right]q_E - F$$

Si deja capacidad productiva ociosa

$$k_E \geq q_E$$
$$k_E - q_E \geq 0 \Rightarrow k_E = \left(k_E - q_E\right) + q_E$$
$$\pi_E^2 = \left[a - b\left(q_I + q_E\right)\right]q_E - \left[F + rk_E\right]$$
$$= \left[a - b\left(q_I + q_E\right)\right]q_E - \left[F + r\left(k_E - q_E\right) + q_E\right]$$
$$= \left[\left(a - r\right) - b\left(q_I + q_E\right)\right]q_E - \left[F + r\left(k_E - q_E\right)\right]$$

Comparando ambos beneficios

$$\pi_E^2 = \pi_E^1 - r\left(k_E - q_E\right) \Rightarrow \boxed{\pi_E^1 \leq \pi_E^2 \quad \text{ya que} \quad r\left(k_E - q_E\right) \geq 0}$$

Fijando k_E=q_E (es decir, la capacidad productiva igual a la cantidad que desea producir) sus beneficios son siempre mayores que dejando capacidad productiva ociosa

- Teniendo en cuenta lo anterior, todo el coste de la empresa *E* es variable y la función de reacción de esta empresa es igual a la del apartado anterior:

$$\boxed{q_E = \begin{cases} \dfrac{a-r}{2b} - \dfrac{1}{2}q_I & \text{si } q_I < \hat{q}_I \\ 0 & \text{si } q_I \geq \hat{q}_I \end{cases} \qquad \left(\text{con } \hat{q}_I = \frac{a-r}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right)}$$

2) Empresa *I*: dependiendo de la capacidad productiva instalada en el periodo 1 y de la cantidad de producto que quiera producir su función de reacción será diferente:

Si su producción es menor o igual a su capacidad

$$q_I \leq \overline{k}_I$$

$$\pi_I^1 = \left[a - b\left(q_I + q_E\right)\right]q_I - r\overline{k}_I$$

Si su producción es mayor que su capacidad

$$k_I < q_I$$
$$q_I - k_I > 0$$
$$\pi_I^2 = \left[a - b\left(q_I + q_E\right)\right]q_I - r\left[\overline{k}_I + \left(q_I - \overline{k}_I\right)\right]$$
$$= \left[a - b\left(q_I + q_E\right)\right]q_I - rq_I$$

Cantidad producida

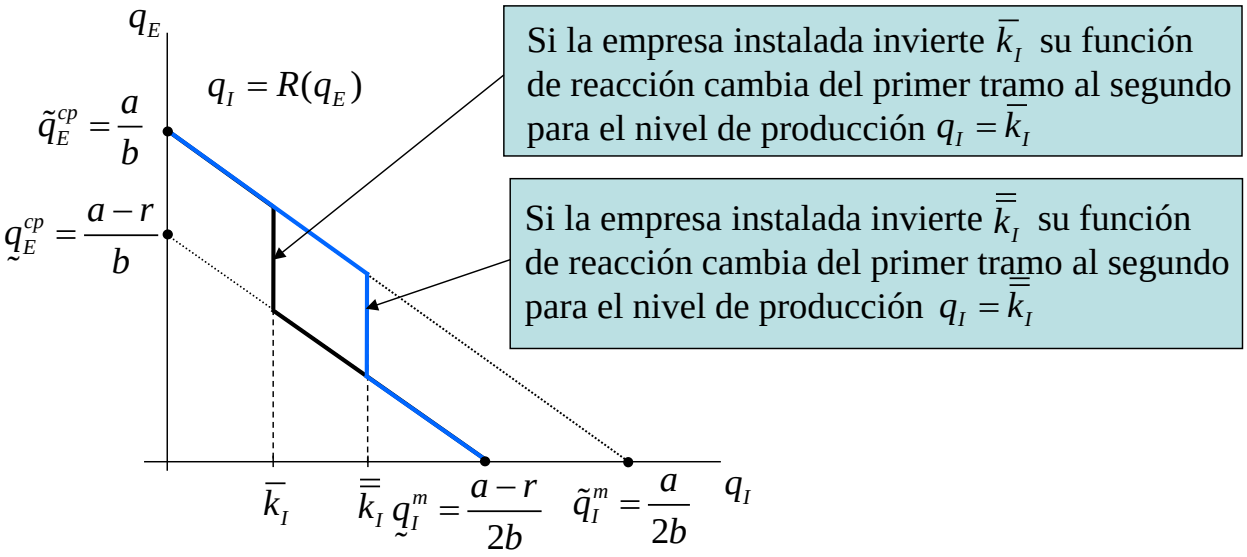
$$\underset{\{q_I\}}{Max}\ \pi_I^1 \Rightarrow q_I = \frac{a}{2b} - \frac{1}{2}q_E$$

$$\underset{\{q_I\}}{Max}\ \pi_I^2 \Rightarrow q_I = \frac{a-r}{2b} - \frac{1}{2}q_E$$

- La función de reacción de la empresa instalada depende de su capacidad productiva:

$$\boxed{q_I = \begin{cases} \dfrac{a}{2b} - \dfrac{1}{2}q_E & \text{si } q_I < \bar{k}_I \\ \dfrac{a-r}{2b} - \dfrac{1}{2}q_E & \text{si } q_I \geq \bar{k}_I \end{cases}}$$

- Gráficamente, la función de reacción de la empresa *I* presenta dos tramos distintos según sea la capacidad invertida en el periodo 1



3) <u>Resultados y beneficios de las empresas</u>: suponiendo que *a*>2*r* (lo que implica que $q_I^{cp} > \frac{a}{2b}$) calculamos los posibles equilibrios del subjuego de Cournot sabiendo que:

- Por los mismos motivos que la empresa *E* la empresa *I* no dejará capacidad productiva ociosa $\left(q_I = \bar{k}_I\right)$. Los beneficios de cada empresa serán:

<u>Empresa entrante</u>

$$\pi_E = \left[(a-r) - b(q_I + q_E)\right]q_E - F$$

<u>Empresa Instalada</u>

$$\pi_I = \left[(a-r) - b(q_I + q_E)\right]q_I$$

y como:

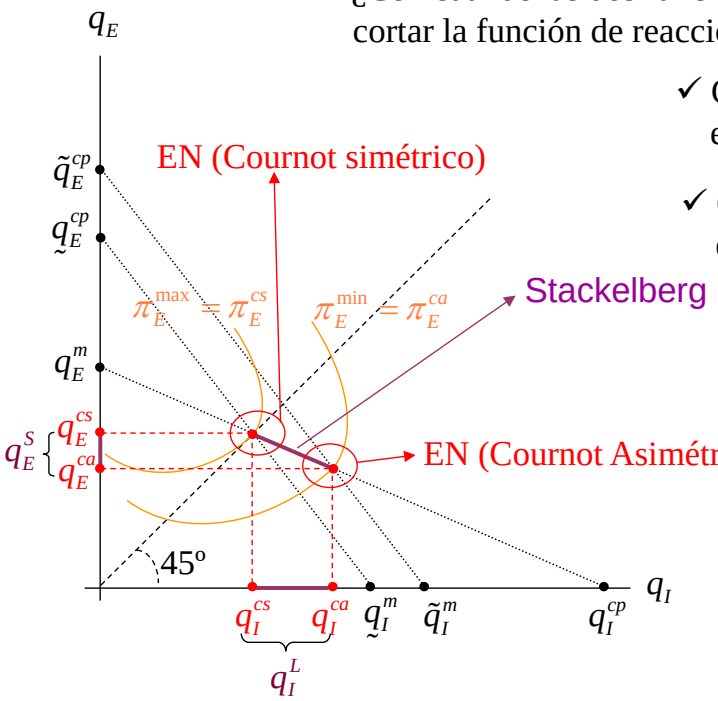
$$q_E = \begin{cases} \dfrac{a-r}{2b} - \dfrac{1}{2}q_I & \text{si } q_I < \hat{q}_I \\ 0 & \text{si } q_I \geq \hat{q}_I \end{cases}$$

$$\boxed{\pi_E = \begin{cases} b\left(\dfrac{a-r}{2b} - \dfrac{1}{2}q_I\right)^2 & \text{si } q_I < \hat{q}_I \\ 0 & \text{si } q_I \geq \hat{q}_I \end{cases}}$$

$$\boxed{\pi_I = \begin{cases} b\left(\dfrac{a-r}{2b} - \dfrac{1}{2}q_I\right)q_I & \text{si } q_I < \hat{q}_I \\ \left[(a-r) - bq_I\right]q_I & \text{si } q_I \geq \hat{q}_I \end{cases}}$$

➢ Al mover primero (y decidir su capacidad), la empresa instalada tiene la ventaja de que condiciona el equilibrio al que se puede llegar en el periodo 2.

- ¿Cómo son los posibles equilibrios en los que la empresa *E* entra (y produce una cantidad positiva?)
  - ¿Con cual de las dos funciones de reacción de la empresa *I* se puede cortar la función de reacción de la empresa *E* (con q_E positiva)?



✓ Con la que representa una inversión baja de la empresa *I*: *EN* simétrico

✓ Con la que representa una inversión alta de la empresa *I*: *EN* asimétrico

✓ En cualquier punto intermedio: *Stackelberg* (similar)

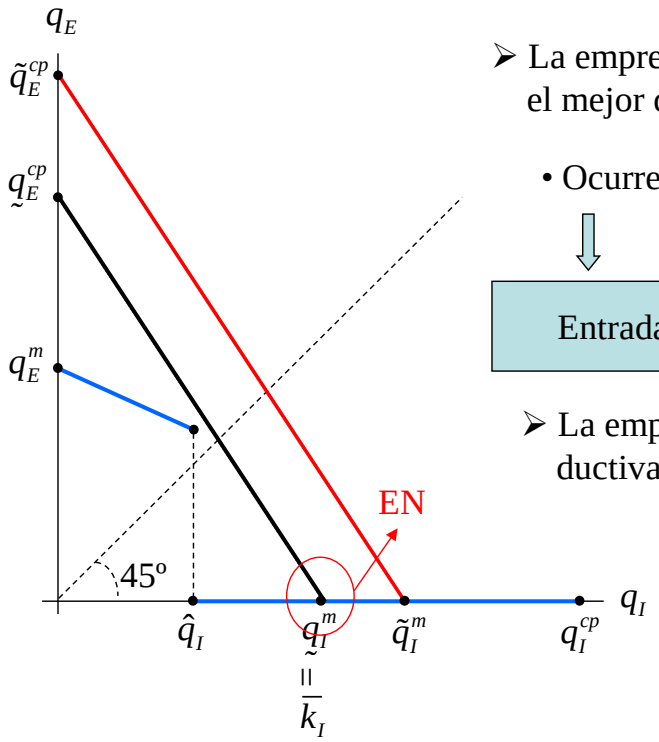
- Los beneficios de la empresa *E* aumentan a medida que nos acercamos al equilibrio de Nash simétrico:

$$\pi_E^{cs} > \pi_E^S > \pi_E^{ca}$$

➢ El equilibrio final al que se llegue depende de:

- Cómo sean los costes de entrada de la empresa *E*
- La capacidad que le interese instalar a la empresa *I* en el periodo 1

Caso 1: Los costes de entrada de la empresa *E* son muy grandes



➢ La empresa *E* no puede obtener beneficios ni siquiera en el mejor de los equilibrios para ella (*EN* simétrico)

- Ocurre cuando: $F > \pi_E^{cs} = \dfrac{(a-r)^2}{9b}$

⇩

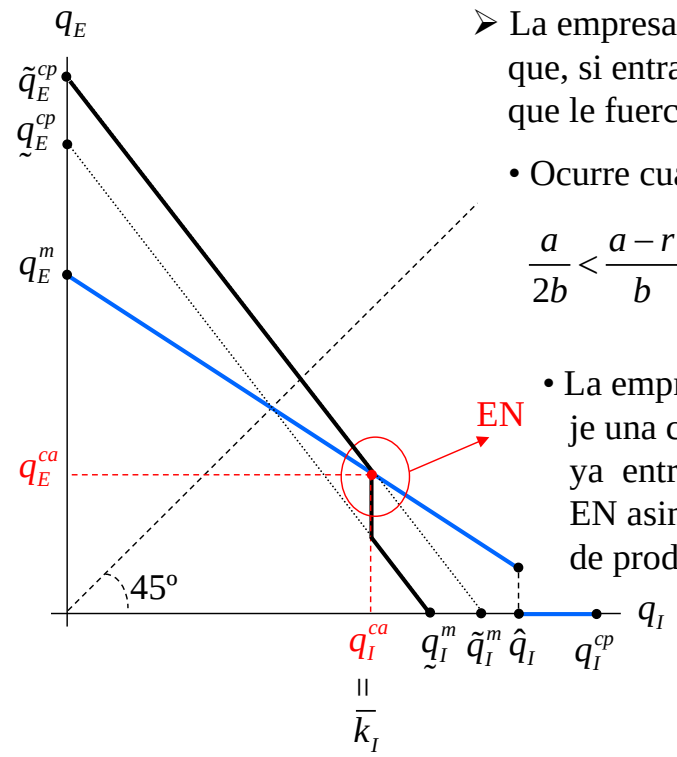
Entrada Bloqueada ⇨

$$\boxed{\begin{array}{ll} q_E^* = 0 & \pi_E^* = 0 \\ \bar{k}_I = q_I^* = \underset{\sim}{q}_I^m & \pi_I^* = \pi_I\left(\underset{\sim}{q}_I^m\right) \end{array}}$$

➢ La empresa *I* será un monopolio. Elegirá la capacidad productiva con la que obtenga más beneficios:

$$\left.\begin{array}{l} \pi_I\left(\underset{\sim}{q}_I^m\right) = \dfrac{(a-r)^2}{4b} \\ \pi_I\left(\tilde{q}_I^m\right) = \dfrac{a^2-2ar}{4b} \end{array}\right\} \text{Elige } \underset{\sim}{q}_I^m$$

Caso 2: los costes de entrada de la empresa *E* son muy pequeños



- La empresa *I* no puede amenazar de modo creíble a la *E* con que, si entra en el mercado, va a fijar un nivel de producción que le fuerce a volver a salir.
  - Ocurre cuando: $\tilde{q}_I^m < \hat{q}_I$

$$\frac{a}{2b} < \frac{a-r}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}} \Rightarrow F < \frac{(a-2r)^2}{16b}$$

- La empresa *I* no puede impedir que la *E* entre: aunque fije una capacidad muy alta, la *E* sabe que, una vez que haya entrado en el mercado, la mejor opción para la *I* es el EN asimétrico: toda capacidad por encima de este nivel de producción quedará sin utilizar

Entrada acomodada: *EN* asimétrico ⇒

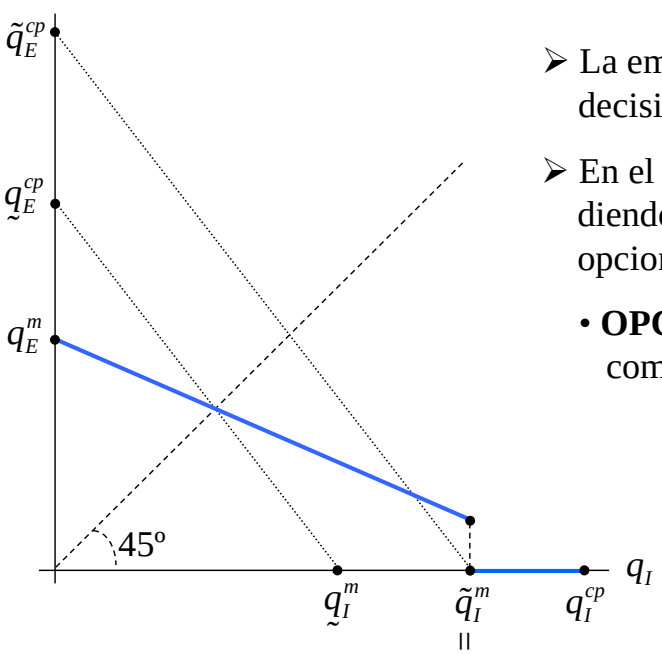
$$q_E^* = q_E^{ca} = \frac{a-2r}{3b} \qquad \pi_E^* = \pi_E^{ca} = \frac{(a-2r)^2}{9b} - F$$

$$\bar{k}_I = q_I^* = q_I^{ca} = \frac{a+r}{3b} \qquad \pi_I^* = \pi_I^{ca} = \frac{(a+r)^2}{9b}$$

Caso 3: Los costes de entrada de la empresa *E* son intermedios

- Ocurre cuando: $\frac{(a-2r)^2}{16b} \le F < \frac{(a-r)^2}{9b}$

Subcaso 3.1: $\hat{q}_I = \tilde{q}_I^m$

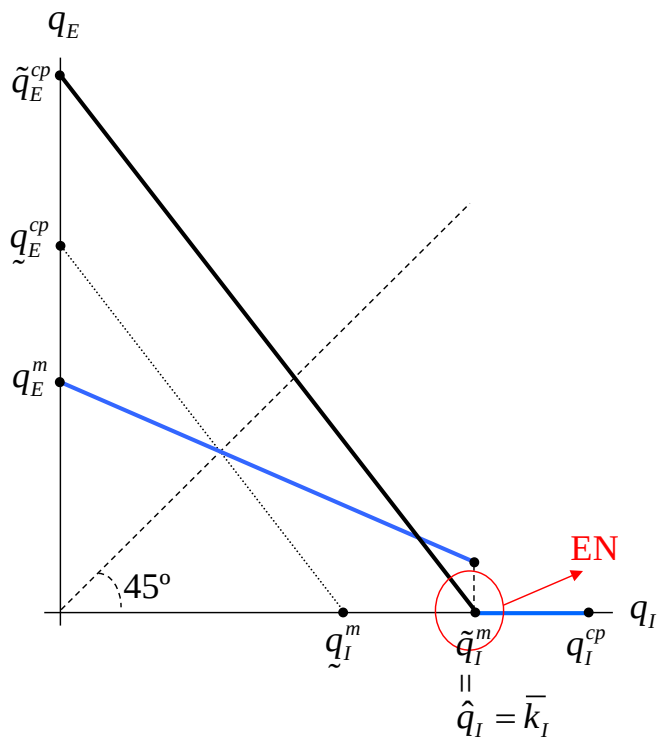


- Implica que: $F = \frac{(a-2r)^2}{16b}$
- La empresa *E* entrará en el mercado dependiendo de la decisión que tome la empresa *I* en el periodo 1
- En el periodo 1 la empresa *I* fijará su capacidad dependiendo de cómo sean sus beneficios finales. Tiene 2 opciones:
  - **OPCIÓN A:** fijar una capacidad lo suficientemente alta como para bloquear la entrada de la empresa *E*.

$$q_E^* = 0 \qquad \pi_E^* = 0$$

$$\bar{k}_I = q_I^* = \hat{q}_I = \tilde{q}_I^m = \frac{a}{2b} \qquad \pi_I^* = \pi_I\left(\tilde{q}_I^m\right) = \frac{a^2 - 2ar}{4b}$$

Opción A: representación gráfica



• **OPCIÓN B:** fijar una capacidad que permita entrar a la empresa *E*. Hay dos situaciones:

✓ La empresa *I* puede fijar la cantidad de Stackelberg. Es su mejor opción:

$$q_E^* = q^S = q^S = \frac{a-r}{4b} \qquad \pi_E^* = \pi_E^S = \frac{(a-r)^2}{16b} - F$$

$$\bar{k}_I = q_I^* = q^L = q_I^m = \frac{a-r}{2b} \qquad \pi_I^* = \pi_I^L = \frac{(a-r)^2}{8b}$$

✓ La empresa *I* no puede fijar la cantidad de Stackelberg. Su mejor opción es el EN asimétrico

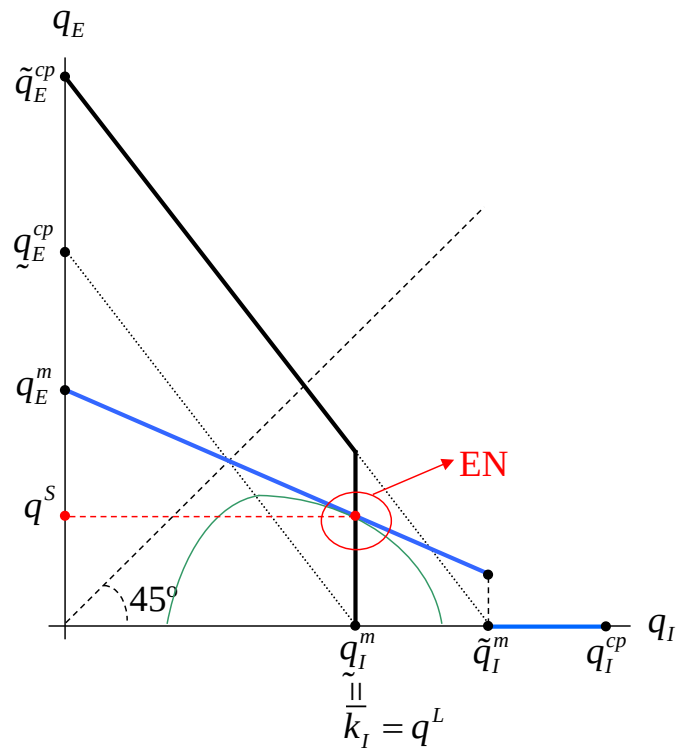
$$q_E^* = q_E^{ca} = \frac{a-2r}{3b} \qquad \pi_E^* = \pi_E^{ca} = \frac{(a-2r)^2}{9b} - F$$

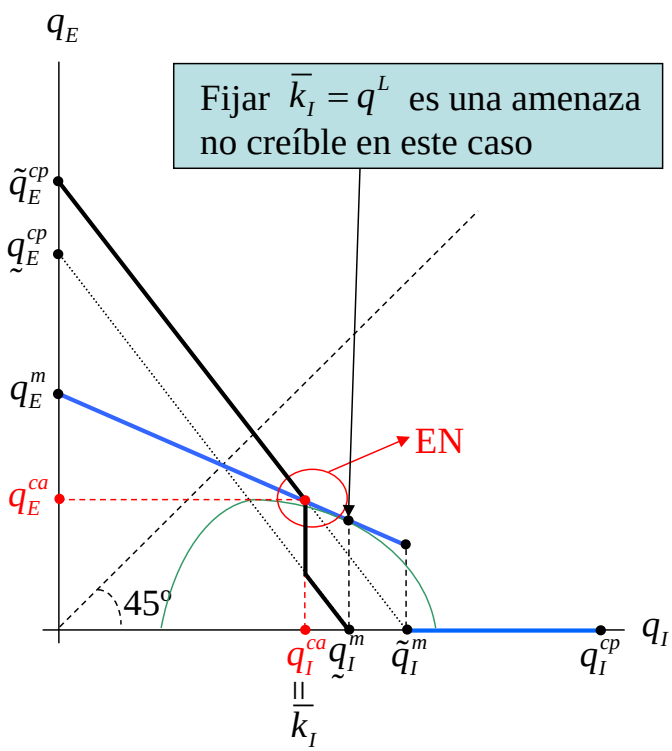
$$\bar{k}_I = q_I^* = q_I^{ca} = \frac{a+r}{3b} \qquad \pi_I^* = \pi_I^{ca} = \frac{(a+r)^2}{9b}$$

Opción B: representación gráfica y discriminación de posibilidades

Situación 1: Stackelberg ⟷ Situación 2: EN asimétrico

Puede escoger Stackelberg si: $q_I^m \le q_I^{ca} \Rightarrow \frac{a-r}{2b} \le \frac{a+r}{3b} \Rightarrow a \le 5r$





➢ Luego hay que analizar las dos situaciones por separado:

- Situación 1: $a \leq 5r$ y la solución de Stackelberg es alcanzable para la empresa *I*. Comparamos los beneficios de la empresa *I* en sus dos opciones:
  - Impedir la entrada: $\pi_I\left(\tilde{q}_I^m\right) = \dfrac{a^2 - 2ar}{4b}$
  - Acomodarse y actuar como líder de Stackelberg: $\pi_I^L = \dfrac{(a-r)^2}{8b}$

Escoge "Impedir Entrada" si: $\pi_I\left(\tilde{q}_I^m\right) > \pi_I^L$

$$\frac{a^2 - 2ar}{4b} > \frac{(a-r)^2}{8b} \Rightarrow$$

$$2\left(a^2 - 2ar\right) > (a-r)^2 \Rightarrow 2a^2 - a^2 - 4ar + 2ar - r^2 > 0 \Rightarrow a^2 - (2r)a - r^2 > 0$$

$$a = \frac{2r \pm \sqrt{(2r)^2 - 4(-r^2)}}{2} = \frac{2r \pm \sqrt{4r^2 + 4r^2}}{2} = \frac{2r \pm \sqrt{8r^2}}{2} = \frac{2r \pm 2{,}82r}{2} \Rightarrow a_0 = \frac{4{,}82}{2} r = 2{,}41r$$

$$\boxed{\bar{k}_I = q_I^* = \begin{cases} \dfrac{a}{2b} & \text{si } 2{,}41r < a \leq 5r \\ \dfrac{a-r}{2b} & \text{si } 2r < a < 2{,}41r \end{cases}}$$

- Situación 2: $a > 5r$ y la solución de Stackelberg no es alcanzable para la empresa *I*. Comparamos los beneficios de la empresa *I* en sus dos opciones:
  - Impedir la entrada: $\pi_I\left(\tilde{q}_I^m\right) = \dfrac{a^2 - 2ar}{4b}$
  - Acomodarse y llegar a *EN* asimétrico: $\pi_I^{ca} = \dfrac{(a+r)^2}{9b}$

Escoge "Impedir Entrada" si: $\pi_I\left(\tilde{q}_I^m\right) > \pi_I^{ca}$

$$\frac{a^2 - 2ar}{4b} > \frac{(a+r)^2}{9b} \Rightarrow$$

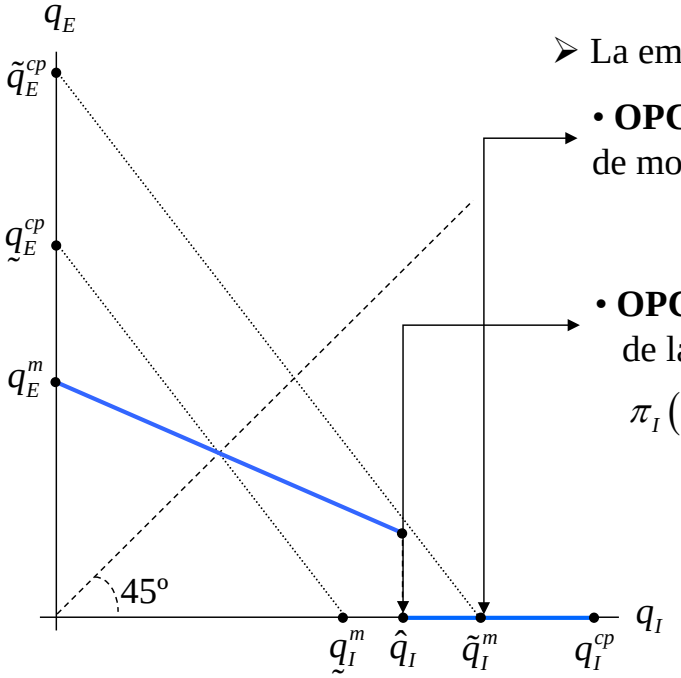
$$9\left(a^2 - 2ar\right) > 4(a+r)^2 \Rightarrow 9a^2 - 4a^2 - 18ar - 8ar - 4r^2 > 0 \Rightarrow 5a^2 - (26r)a - 4r^2 > 0$$

$$a = \frac{26r \pm \sqrt{(26r)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4r^2)}}{2 \cdot 5}$$

$$= \frac{26r \pm \sqrt{676r^2 + 80r^2}}{10} = \frac{26r \pm \sqrt{756r^2}}{10} = \frac{26r \pm 27{,}49r}{10} \Rightarrow a_0 = \frac{53{,}49}{10} r = 5{,}349r$$

$$\boxed{\bar{k}_I = q_I^* = \begin{cases} \dfrac{a}{2b} & \text{si } a > 5{,}349r \\ \dfrac{a+r}{3b} & \text{si } 5r < a < 5{,}349r \end{cases}}$$

Subcaso 3.2: $\underset{\sim}{q}_I^m < \hat{q}_I < \tilde{q}_I^m$



- Implica que: $F > \dfrac{(a-2r)^2}{16b}$
- La empresa instalada tiene las siguientes opciones:
  - **OPCIÓN A**: fijar la capacidad de monopolio máxima, de modo que impida la entrada de la *E*

$$\pi_I\left(\tilde{q}_I^m\right) = \frac{a^2-2ar}{4b}$$

  - **OPCIÓN B**: fijar la capacidad que impide la entrada de la empresa *E*.

$$\pi_I(\hat{q}_I) = \left[(a-r) - b\hat{q}_I\right]\hat{q}_I$$

$$= \left[(a-r) - b\left(\frac{a-r}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right)\right]\left(\frac{a-r}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right)$$

$$= \left[\cancel{(a-r)} - \cancel{b}\frac{\cancel{a-r}}{\cancel{b}} + 2b\sqrt{\frac{F}{b}}\right]\left(\frac{a-r}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\pi_I(\hat{q}_I) = \left(\frac{a-r}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right)2b\sqrt{\frac{F}{b}}$$

- **OPCIÓN C**: fijar la capacidad de monopolio pequeña y actuar como líder de Stackelberg:

$$\pi_I^L = \frac{(a-r)^2}{8b}$$

- Con la **opción A** y la **opción B** la empresa instalada impide que la empresa *E* entre en el mercado. Escogerá la opción que le reporte más beneficios:
  - Escoge $\hat{q}_I$ en lugar de $\tilde{q}_I^m$ si: $\pi_I(\hat{q}_I) > \pi_I\left(\tilde{q}_I^m\right)$

$$\left(\frac{a-r}{b} - 2\sqrt{\frac{F}{b}}\right)2b\sqrt{\frac{F}{b}} > \frac{a^2-2ar}{4b} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{a-r}{\cancel{b}}\right)2\cancel{b}\sqrt{\frac{F}{b}} - 4\cancel{b}\frac{F}{\cancel{b}} > \frac{a^2-2ar}{4b} \Rightarrow 4F - \frac{2(a-r)}{\sqrt{b}}\sqrt{F} + \frac{a^2-2ar}{4b} < 0$$

$$\sqrt{F} = \frac{\frac{2(a-r)}{\sqrt{b}} \pm \sqrt{\left(\frac{2(a-r)}{\sqrt{b}}\right)^2 - 4\cdot\cancel{4}\frac{a^2-2ar}{\cancel{4}b}}}{2\cdot 4}$$

$$= \frac{\frac{2(a-r)}{\sqrt{b}} \pm \sqrt{\frac{\cancel{4a^2}+4r^2-\cancel{8ar}}{b} - \frac{\cancel{4a^2}-\cancel{8ar}}{b}}}{8}$$

$$= \frac{\frac{2(a-r)}{\sqrt{b}} \pm \frac{2r}{\sqrt{b}}}{8} \Rightarrow \frac{2(a-r)\pm 2r}{8\sqrt{b}} \Rightarrow \sqrt{F} = \begin{cases} \dfrac{2(a-r)+2r}{8\sqrt{b}} = \dfrac{2a}{8\sqrt{b}} \Rightarrow F_1 = \dfrac{a^2}{16b} \\ \dfrac{2(a-r)-2r}{8\sqrt{b}} = \dfrac{2a-4r}{8\sqrt{b}} \Rightarrow F_2 = \dfrac{(a-2r)^2}{16b} \end{cases}$$

  - Sabemos que, en este subcaso particular: $F>F_2$

- Por otro lado, comparando los valores de F_1 y F_2 se comprueba que:

$$\frac{a^2}{16b} > \frac{(a-2r)^2}{16b} \Leftrightarrow 4r(r-2a) < 0 \Rightarrow \text{Como } a>2r,\ F_1 > F_2$$

- Para comprobar si F_1 es relevante en este caso verificamos cuál sería la cantidad que debería producir la empresa I para bloquear la entrada:

$$\hat{q}_I = \frac{a-r}{b} - 2\sqrt{\frac{\left(a^2/16b\right)}{b}} = \frac{a-r}{b} - \frac{a}{2b} \Rightarrow \hat{q}_I = \frac{a-2r}{2b} < \underset{\sim}{q}_I^m \Rightarrow \boxed{\text{No es relevante}}$$

- Como, para este caso, $F_1>F>F_2, \pi_I(\hat{q}_I) > \pi_I(\tilde{q}_I^m)$ y la empresa I preferirá $\hat{q}_I$ a $\tilde{q}_I^m$

➢ La empresa I escogerá entre la **OPCIÓN B** y la **OPCIÓN C** ⇨ Igual que en Bain-Sylos

Subcaso 3.3: $\hat{q}_I < \underset{\sim}{q}_I^m < \tilde{q}_I^m$

➢ A La empresa I le basta con producir $\underset{\sim}{q}_I^m$ para bloquear la entrada a la E ⇨ Igual que en Bain-Sylos

➢ Las anteriores soluciones se pueden resumir en el siguiente cuadro:

Costes de Entrada	Producción Empresas			Beneficios	Situación
$F > \frac{(a-r)^2}{9b}$	$q_I^* = \underset{\sim}{q}_I^m$ $q_E^* = 0$			$\pi_I^* = \pi(\underset{\sim}{q}_I^m)$ $\pi_E^* = 0$	Entrada Bloqueada
$F < \frac{(a-2r)^2}{16b}$	$q_I^* = q_I^{ca}$ $q_E^* = q_E^{ca}$			$\pi_I^* = \pi_I^{ca}$ $\pi_E^* = \pi_E^{ca}$	Entrada Acomodada (Duopolio As.)
$\frac{(a-2r)^2}{16b} < F < \frac{(a-r)^2}{9b}$	$\hat{q}_I = \tilde{q}_I^m$	$a \le 5r$	$2,41r < a \le 5r \rightarrow$	$q_I^* = \tilde{q}_I^m$ $q_E^* = 0$	$\pi_I^* = \pi(\tilde{q}_I^m)$ $\pi_E^* = 0$	Entrada Impedida
			$2r<a<2,41r \rightarrow$	$q_I^* = q^L$ $q_E^* = q^S$	$\pi_I^* = \pi_I^L$ $\pi_E^* = \pi_E^S$	Entrada Acomodada (Stackelberg)
		$a > 5r$	$a > 5,349r \rightarrow$	$q_I^* = \tilde{q}_I^m$ $q_E^* = 0$	$\pi_I^* = \pi(\tilde{q}_I^m)$ $\pi_E^* = 0$	Entrada Impedida
			$5r<a<5,349r \rightarrow$	$q_I^* = q_I^{ca}$ $q_E^* = q_E^{ca}$	$\pi_I^* = \pi_I^{ca}$ $\pi_E^* = \pi_E^{ca}$	Entrada Acomodada (Duopolio As.)
	$\hat{q}_I < \tilde{q}_I^m$		Postulado de Bain-Sylos			

- Conclusión: el supuesto principal del postulado de Bain-Sylos sólo es válido para un rango muy restringido de situaciones. La credibilidad del postulado es limitada

4. La teoría de los mercados impugnables

- Desarrollada por Baumol, Panzar y Willing (1982). La tesis principal es que la amenaza constante de entrada en un mercado por parte de las empresas potenciales puede influir en el comportamiento de las instaladas, de modo que los resultados del mercado pueden llegar a ser eficientes.

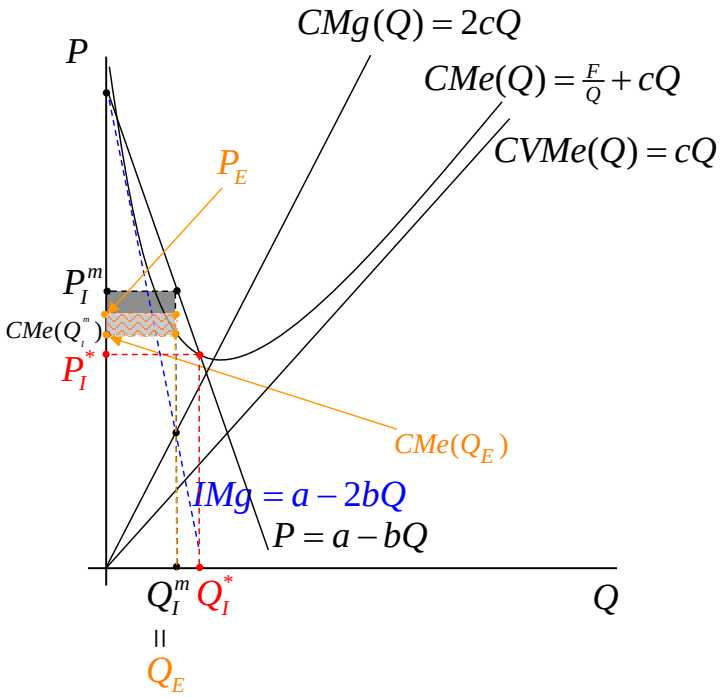
- La teoría parte de las siguientes definiciones:
  - Una <u>configuración del mercado</u> es una combinación de precio y cantidad generada por las empresas establecidas.
  - Se dice que una <u>configuración del mercado</u> es <u>factible</u> si:
    - Al precio que han puesto las empresas instaladas (P^I), la cantidad total ofrecida es igual que la cantidad demandada
    - Los beneficios de las empresas instaladas no son negativos (no tienen pérdidas)
  - Se dice que una <u>configuración del mercado</u> es <u>sostenible</u> si no es posible que una empresa entrante pueda obtener beneficios rebajando el precio de la establecida.
  - Se dice que una <u>configuración factible</u> es un <u>equilibrio del mercado impugnable</u> si dicha configuración es también <u>sostenible</u>.

- Vamos a ilustrar la teoría con el siguiente ejemplo. Los supuestos son:
  - Existe una empresa instalada en el mercado.
  - La función de costes de todas las empresas (instaladas y entrantes) es: $c(q_i) = F + cq_i^2$
  - No existen costes sumergidos. Es el supuesto básico de la teoría de los mercados impugnables. El término F de la función de costes representa costes independientes del nivel de producción pero que son reversibles o recuperables.
  - La función de demanda es lineal: $P = a - bQ$

- Con estos supuestos particulares, las definiciones anteriores se concretan en:
  - Una <u>combinación es factible</u> si al precio que pone la empresa instalada:
    - Su cantidad ofrecida es igual a la demandada: $P_I = a - bQ_I$ siendo Q_I la cantidad ofrecida por la empresa instalada
    - Sus beneficios son no negativos (no tiene pérdidas): $P_I Q_I \geq F + cQ_I^2$
  - Una <u>combinación es sostenible</u> si no es posible que una empresa entrante potencial pueda obtener beneficios rebajando el precio de la establecida. Es decir:

$$\text{No existe } P_E < P_I \text{ tal que } Q_E \leq a - bP_E \text{ y } P_E Q_E > F + cQ_E^2$$

➢ Si consideramos que se dan las mismas condiciones de demanda que las descritas en el apartado 7.2., tendremos que hay un monopolio porque sólo "cabe" una empresa en el mercado:



• Una <u>combinación factible</u> para esta configuración del mercado es la de monopolio:

$$Q_I^m = \frac{a}{2(b+c)} \qquad \pi_I^m = \frac{a^2}{4(b+c)} - F$$

$$P_I^m = \frac{a(b+2c)}{2(b+c)}$$

• Sin embargo, esta combinación <u>no es sostenible</u>, ya que puede entrar otra empresa poniendo un precio menor, vender la misma cantidad que el monopolista (racionando el mercado) y obtener unos beneficios positivos.

• La única combinación que es un <u>equilibrio del mercado impugnable</u> es $P=CMe(Q)$, ya que fijando ese precio y esa cantidad, satisface todo el mercado y si entra otra empresa intentando poner un precio más bajo, tiene pérdidas.

➢ Consecuencia: aunque sólo hay una empresa instalada en un mercado, no se podrá comportar como un monopolio si existe la amenaza de que otras empresas entren en el mercado.

➢ La mera amenaza de que otras empresas entren en un mercado modifica el comportamiento de la instalada, con el consiguiente beneficio para los consumidores. En estos casos no se hace necesaria la regulación del monopolio.

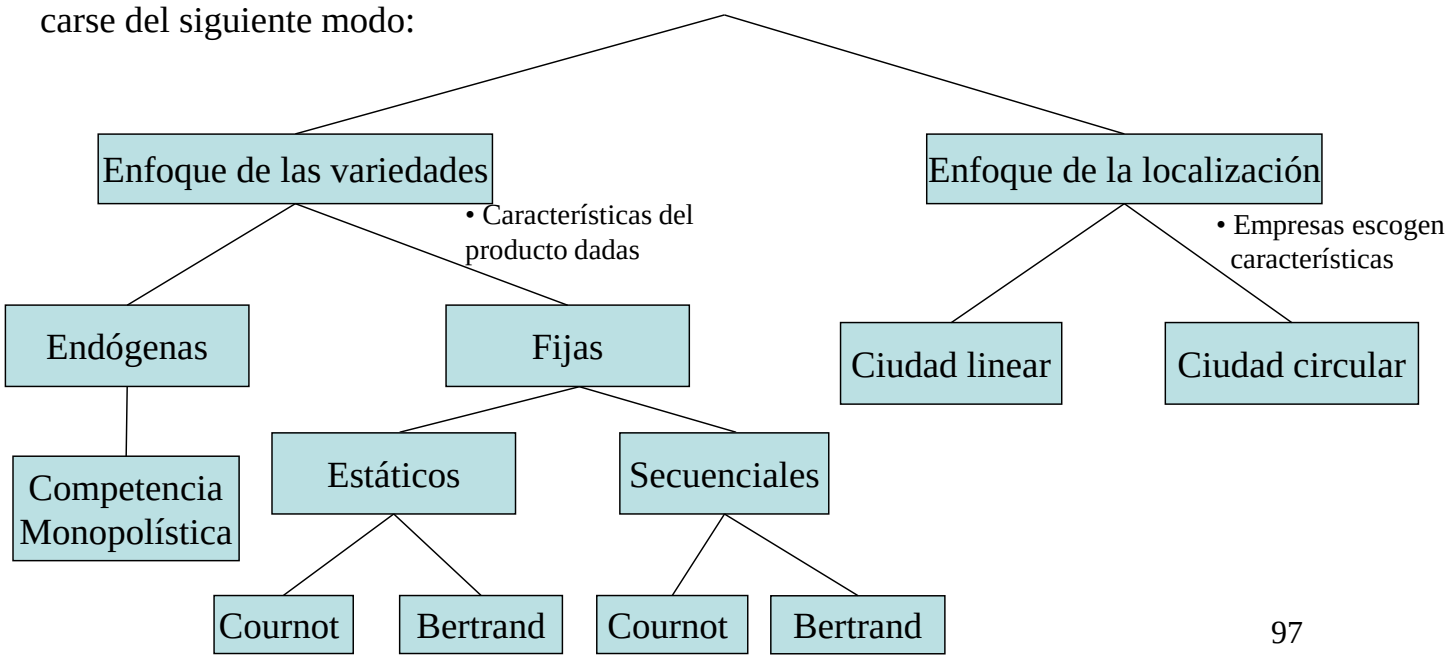
Notas de Clase del Tema 9:

Productos heterogéneos. Diferenciación horizontal

1. Introducción

- Hasta ahora hemos supuesto que, en los mercados que estudiamos:
  - Los bienes que producían las empresas eran sustitutivos perfectos
  - Los consumidores no se preocupaban por diferenciar los productos
- Estos supuestos hacían irrelevante cualquier decisión de las empresas sobre las características del producto. Introducimos el supuesto de que los productos no son exactamente iguales, por distintos motivos:
  - En un mismo mercado, hay productos que se diferencian por alguna característica (la diferencia viene dada exógenamente, por motivos técnicos, por ejemplo). En este caso las empresas no eligen las características del producto que venden.
  - Los consumidores tienen gustos distintos, ya sea por motivos espaciales o por motivos de variedad. En este caso las empresas eligen las características del producto que venden.
- En función de las características de los productos de una industria se puede distinguir entre dos tipos de diferenciación
  - Diferenciación horizontal: si, para un producto dado, los consumidores valoran de forma distinta cada producto, esto es, los consumidores valoran las características del producto de modo distinto, de modo que cada producto ocupa un "lugar" concreto en el mercado

    → La estudiamos en Tema 9
  - Diferenciación vertical: si, para unos precios dados, todos los consumidores están de acuerdo en qué producto es mejor, es decir, todos los consumidores valoran las características del producto en un mismo sentido y ordenan unívocamente los distintos bienes. Se aplica a la calidad (por ejemplo: la velocidad de procesamiento de una computadora, la memoria RAM, etc.) → La estudiamos en Tema 10
- Los distintos mercados de bienes heterogéneos (con diferenciación horizontal) pueden clasificarse del siguiente modo:



2. Modelos con variedad fija

2.1) Grado de diferenciación de productos

- En este epígrafe consideramos un mercado en el que los productos que venden las empresas son distintos. Supuestos generales:
  - Las empresas no pueden elegir las características del producto que venden, éstas vienen impuestas exógenamente (por ejemplo, por motivos tecnológicos).
  - Hay dos variedades (producto 1 y 2). Las funciones inversas de demanda son:

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = \alpha - \beta q_1 - \gamma q_2 \\ p_2 = \alpha - \beta q_2 - \gamma q_1 \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

β: efecto de la cantidad de variedad estudiada sobre su precio

γ: efecto de la cantidad de la otra variedad sobre el precio de la variedad estudiada

  - En cada demanda de variedad: $\beta>0$ y $\beta^2>\gamma^2$

- Para obtener las funciones directas de demanda de cada variedad, resolvemos el sistema:

$$\begin{bmatrix} \beta & \gamma \\ \gamma & \beta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha - p_1 \\ \alpha - p_2 \end{bmatrix} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} q_1 = a - bp_1 + dp_2 \\ q_2 = a - bp_2 + dp_1 \end{array}}$$

Con: $\left\{\begin{array}{l} a = \frac{\alpha(\beta-\gamma)}{\beta^2-\gamma^2} \\ b = \frac{\beta}{\beta^2-\gamma^2} \\ d = \frac{\gamma}{\beta^2-\gamma^2} \end{array}\right.$

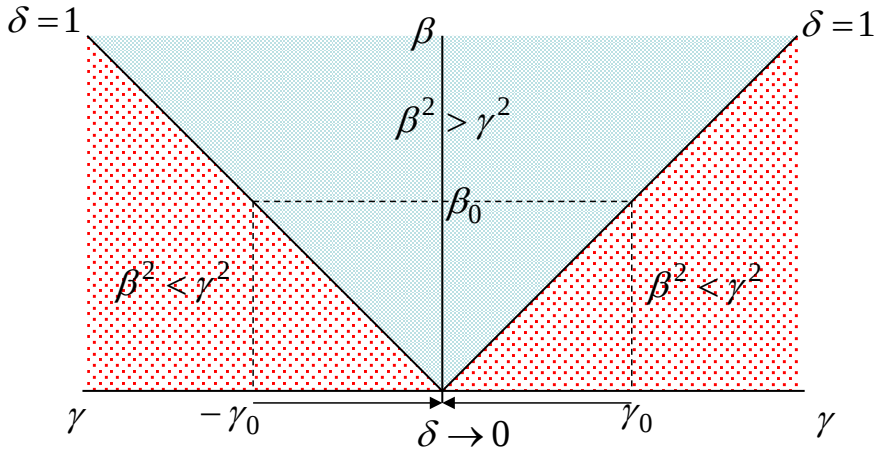
- Nos permite establecer una medida del <u>grado de diferenciación del producto</u>: medida de la sensibilidad de la cantidad demandada de una variedad ante cambios en el precio de la otra variedad relativa a su sensibilidad ante cambios en su precio.

$$\delta = \frac{d^2}{b^2} = \frac{\gamma^2}{\beta^2}$$

  - Cuanto menor es δ, mayor es la diferenciación entre las variedades, y cuanto más cerca-no a uno, menor es la diferenciación entre variedades.

$$Caso\ I: si\ \ \gamma \to 0, \delta \to 0\ \text{(grado de diferenciación alto)}$$

$$Caso\ II: si\ \ \gamma \to \beta, \delta \to 1\ \text{(grado de diferenciación bajo, productos homogéneos)}$$



➢ Nos permite establecer la siguiente distinción:

- Las variedades estarán <u>altamente diferenciadas</u> si un cambio en el precio de la variedad *j* tiene un efecto pequeño o despreciable sobre la demanda de la variedad *i*
- Las variedades serán (casi) <u>homogéneas</u> si un cambio en el precio de la variedad *j* tiene un el mismo efecto sobre la demanda de la variedad *i* que un cambio en su propio precio

2.2) <u>Competencia en cantidades con productos diferenciados</u>

➢ Estudiamos el caso en el que las empresas compiten en cantidades: modelo de Cournot. Supuestos:

- Hay dos empresas (duopolio) que compiten en cantidades. Cada empresa vende una variedad diferente. Las funciones de demanda de cada variedad son:

$$p_1 = \alpha - \beta q_1 - \gamma q_2$$
$$p_2 = \alpha - \beta q_2 - \gamma q_1$$

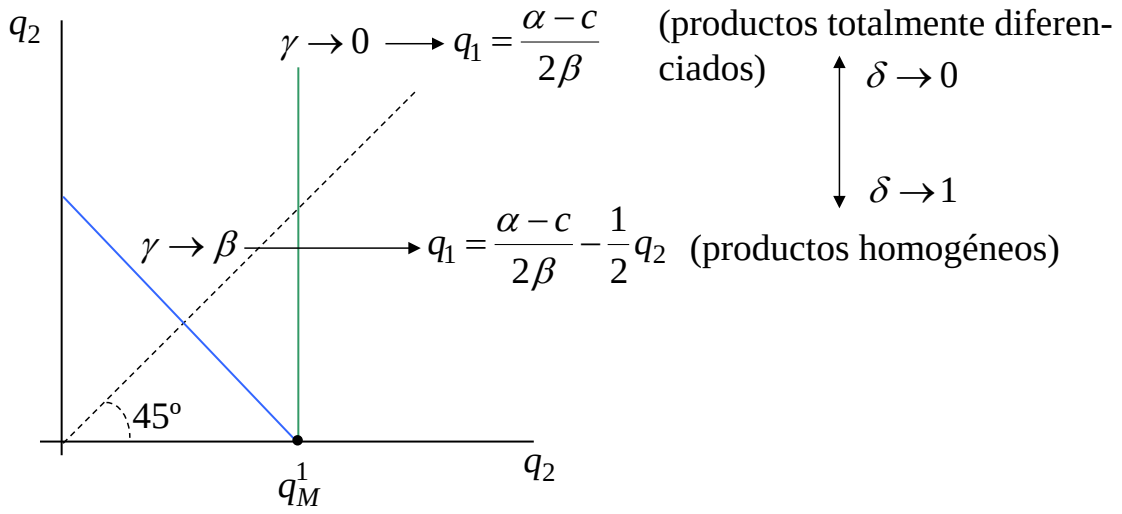
- Las dos empresas tienen la misma función de costes: $C(q_i) = cq_i$

➢ Calculamos las funciones de reacción de cada empresa:

$$\underset{q_i}{Max}\ \pi_i = (\alpha - \beta q_i - \gamma q_j)q_i - cq_i \quad i = 1,2 \quad j \neq i$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = (\alpha - \beta q_i - \gamma q_j) - \beta q_i - c = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{q_i = \frac{\alpha - c}{2\beta} - \frac{\gamma}{2\beta} q_j \quad i = 1,2 \quad j \neq i}$$

➢ La pendiente de las funciones de reacción es sensible al grado de diferenciación de producto:



- Para obtener el equilibrio de Nash-Cournot resolvemos el sistema de ecuaciones formado por las funciones de reacción de las dos empresas:

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= \frac{\alpha - c}{2\beta} - \frac{\gamma}{2\beta} q_2 \\ q_2 &= \frac{\alpha - c}{2\beta} - \frac{\gamma}{2\beta} q_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{q_i = \frac{\alpha - c}{2\beta + \gamma} \quad i = 1,2}$$

• Sustituyendo en la función de demanda de cada variedad obtenemos el precio de la misma:

$$p_i = \alpha - \beta\left(\frac{\alpha - c}{2\beta + \gamma}\right) - \gamma\left(\frac{\alpha - c}{2\beta + \gamma}\right) \Rightarrow \boxed{p_i = \frac{\beta\alpha + (\beta + \alpha)c}{2\beta + \gamma} \quad i = 1,2}$$

• Sustituyendo en la función de beneficios de cada empresa:

$$\pi_i = \left(\frac{\beta\alpha + (\beta + \alpha)c}{2\beta + \gamma} - c\right)\left(\frac{\alpha - c}{2\beta + \alpha}\right) \Rightarrow \boxed{\pi_i = \frac{\beta(\alpha - c)^2}{(2\beta + \gamma)^2} \quad i = 1,2}$$

▪ La expresión de los beneficios de las empresas verifica que: $\frac{\partial \pi_i}{\partial \gamma} < 0$

- <u>Conclusión</u>: los beneficios de las empresas en un duopolio de Cournot asimétrico aumentan con el grado de diferenciación de producto, ya que aumenta el poder de monopolio de las empresas. Esto explica por qué las empresas en un duopolio de Cournot gastan dinero en publicidad.

2.3) <u>Competencia en precios con productos diferenciados</u>

- Estudiamos el modelo de Bertrand con productos diferenciados. Los supuestos son iguales a los del apartado anterior, pero con la diferencia de que las empresas compiten en precios

- Para calcular las funciones de reacción de las empresas utilizamos las funciones directas de demanda:

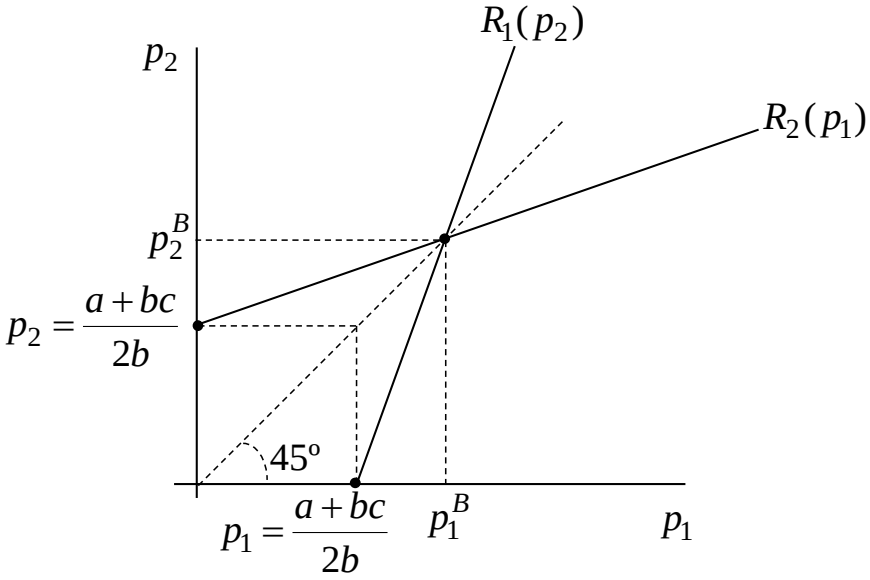
$$q_1 = a - bp_1 + dp_2$$
$$q_2 = a - bp_2 + dp_1$$

$$\underset{p_i}{Max}\ \pi_i = (a - bp_i + dp_j)(p_i - c) \quad i = 1,2 \quad j \neq i$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = (a - bp_i + dp_j) - b(p_i - c) = 0 \Rightarrow \boxed{p_i = \frac{a + bc}{2b} + \frac{d}{2b} p_j \quad i = 1,2 \quad j \neq i}$$

➢ El equilibrio de Nash-Bertrand se obtiene solucionando el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = \dfrac{a+bc}{2b} + \dfrac{d}{2b}p_2 \\ p_1 = \dfrac{a+bc}{2b} + \dfrac{d}{2b}p_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{p_i = \frac{a+bc}{2b-d} \quad i=1,2}$$



• Sustituyendo en la función de demanda de cada variedad obtenemos el precio de la misma:

$$q_i = a - b\left(\frac{a+bc}{2b-d}\right) + d\left(\frac{a+bc}{2b-d}\right) \Rightarrow \boxed{q_i = \frac{ab - bc(b-d)}{2b-d} \quad i=1,2}$$

• Sustituyendo en la función de beneficios de cada empresa:

$$\pi_i = \left(\frac{a+bc}{2b-d} - c\right)\left(\frac{ab-bc(b-d)}{2b-d}\right) \Rightarrow \boxed{\pi_i = \frac{b\left(a^2 - c^2(b-d)^2\right)}{(2b-d)^2} \quad i=1,2}$$

➢ Podemos analizar qué le ocurre al beneficio de las empresas cuando cambia el grado de diferenciación de cada variedad:

• Caso I: el grado de diferenciación es grande: $\delta \to 0 \Rightarrow d \to 0$

$$\lim_{d\to 0} \pi_i = \frac{ba^2 - c^2 b}{4b^2} = \frac{a^2 - c^2}{4b}$$

• Caso II: el grado de diferenciación es pequeño: $\delta \to 1 \Rightarrow d \to b$

$$\lim_{d\to b} \pi_i = \frac{ba^2}{b^2} = \frac{a^2}{b} \qquad \text{y como} \quad a = \frac{\alpha(\beta-\gamma)}{\beta^2-\gamma^2} \qquad \lim_{d\to b} \pi_i = 0$$

➢ <u>Conclusión</u>: los beneficios de las empresas en un duopolio de Bertrand con productos diferenciados aumentan con el grado de diferenciación de los mismos

2.3) <u>Comparación entre los resultados de Bertrand y de Cournot</u>

➢ Para comparar los resultados de ambos modelos, reescribimos el precio de Bertrand en términos de los parámetros de las funciones inversas de demanda:

$$a = \frac{\alpha(\beta-\gamma)}{\beta^2-\gamma^2}, b = \frac{\beta}{\beta^2-\gamma^2}, d = \frac{\gamma}{\beta^2-\gamma^2}$$

$$p_i = \frac{a+bc}{2b-d} = \frac{\alpha(\beta-\gamma)+\beta c}{2\beta-\gamma} \quad i = 1,2$$

➢ Comprobamos (i) qué estructura de mercado genera un precio mayor, (ii) cómo afectaría un cambio en la diferenciación de los productos a los resultados del mercado

$$p_i^{co} - p_i^B = \frac{\beta\alpha + (\beta+\alpha)c}{2\beta+\gamma} - \frac{\alpha(\beta-\alpha)+\beta c}{2\beta-\gamma} \Rightarrow \boxed{p_i^{co} - p_i^B = \frac{\alpha - c}{4\frac{1}{\delta}-1}}$$

➢ De la comparación de precios se puede concluir:

• El precio en Cournot es mayor que en Bertrand, ya que:

$$p_i^{co} - p_i^B = \frac{\alpha - c}{4\frac{1}{\delta}-1} > 0$$

• Cuanto menos diferenciados son los productos ($\gamma \to \beta$ y $\delta \to 1$), mayor es la diferencia entre el precio en Cournot y en Bertrand

• Los precios son iguales cuando la diferenciación de las variedades es máxima ($\gamma \to 0$ y $\delta \to 0$)

$$\lim_{\delta\to 0}\left(p_i^{co} - p_i^B\right) = \lim_{\delta\to 0}\left(\frac{\alpha - c}{4\frac{1}{\delta}-1}\right) = 0$$

3. Modelos de localización

- En el apartado anterior hemos estudiado unos modelos en los que la diferenciación del producto está dada.

- En este apartado estudiamos qué ocurre si las diferencias entre los productos aparecen por decisiones de los propios agentes que actúan en el mercado (empresas)

- El motivo por el que las empresas pueden querer diferenciar sus productos es porque los consumidores tienen preferencias distintas sobre las características de los mismos (preferencias heterogéneas).

- En este tema estamos estudiando la diferenciación horizontal.

  • Supondremos que los consumidores tiene preferencias distintas sobre las características de un producto (ej. Tipo de pan que compran). Esta diversidad de preferencias puede aparecer por dos motivos (lo que da lugar a dos interpretaciones de los modelos):

a) <u>Interpretación espacial</u>: existe un único producto homogéneo. Las diferencias entre las preferencias de los consumidores se deben a que cada consumidor tiene una localización geográfica diferente con respecto a los puntos de venta del producto.

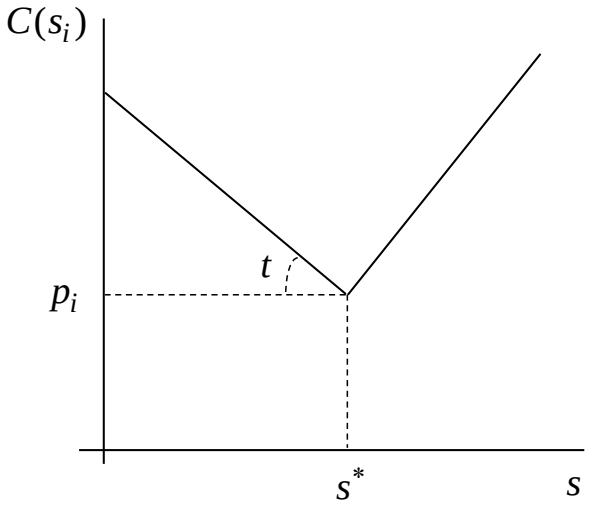
- Para comprar el bien tienen que desplazarse al punto de venta. El coste total de comprar una unidad de producto es el precio más los costes de transporte. Sus preferencias (función de utilidad) reflejan el hecho de que el coste del bien aumenta con la distancia recorrida:

$$u = v - \left\lfloor p_i + t\left|s^* - s_i\right|\right\rfloor$$

siendo:
$$\begin{cases} v: \text{valoración total de la unidad del bien} \\ s^*: \text{localización geográfica del consumidor} \\ s_i: \text{ localización geográfica de la empresa} \\ t: \text{ coste de transporte por unidad de distancia recorrida} \end{cases}$$

- Lo que el consumidor buscará para maximizar su utilidad es minimizar el coste de adquirir una unidad del bien

- Dado que el consumidor no puede elegir el precio del bien, sino sólo la distancia a recorrer, sus preferencias se pueden representar en función del coste de transporte de la siguiente manera:

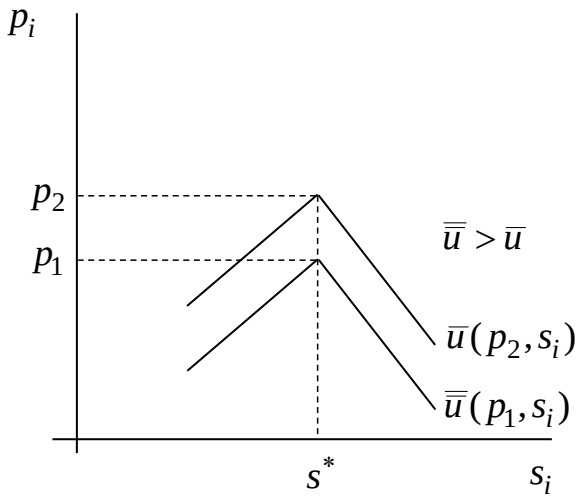


b) <u>Interpretación de los gustos de los consumidores sobre una característica del producto</u>:

- El producto tiene una característica que puede variar (por ejemplo: grado de azúcar de un refresco, pureza de una tableta de chocolate, etc.).
- Cada consumidor tiene un valor preferido de esta característica (s*)
- Cuanto más cerca está el valor que toma la característica del producto del preferido por el consumidor, más utilidad obtiene. Así, la misma función de utilidad anterior tiene una interpretación diferente:

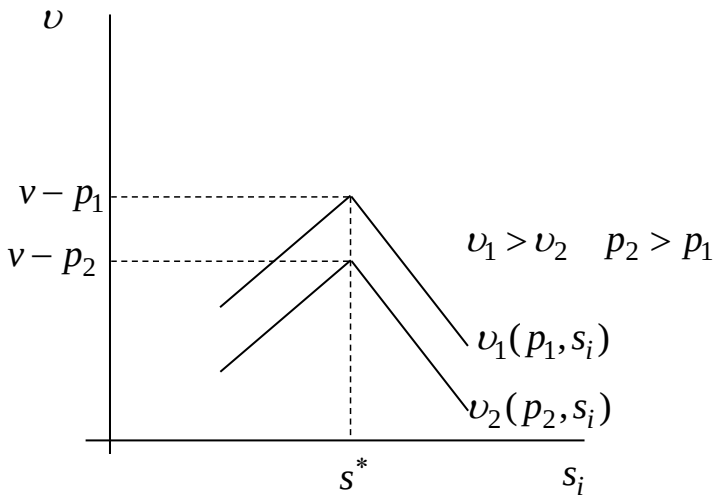
$$u = v - \left\lfloor p_i + t\left|s^* - s_i\right|\right\rfloor \qquad \text{siendo:} \quad \begin{cases} v: \text{valoración total de la unidad del bien} \\ s^*: \text{valor de la característica preferido por el consumidor} \\ s_i: \text{ valor de la característica ofrecida por la empresa} \\ t: \text{ "grado de aversión" a la diferencia} \end{cases}$$

- Dejando el nivel de utilidad constante, se pueden representar las preferencias en el espacio de los precios y las variedades. Estas curvas de indiferencia nos dan las combinaciones de precios y características del producto entre las que el consumidor es indiferente



- Interpretación: cuanto mayor es la diferencia entre la característica real del producto y la preferida por el consumidor (ideal), menor debe ser el precio del mismo para que el consumidor mantenga la utilidad constante.

- Si, en vez de fijar la utilidad del consumidor, lo que se fija es el precio del producto, la misma función refleja la utilidad neta (valoración del producto menos coste total de adquirirlo) que obtiene el consumidor al comprar la unidad del producto.

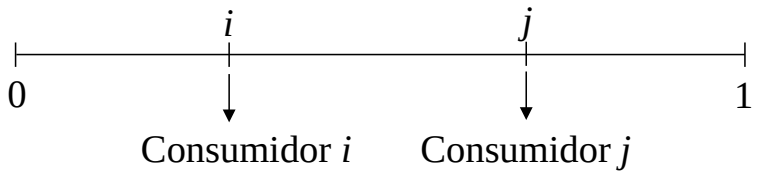


- Nosotros le daremos la interpretación espacial.

3.1) <u>El modelo de la ciudad lineal (modelo de Hotelling)</u>. Lo resolveremos de dos formas distintas.

A-<u>Determinación de precios con una localización fija.</u> Los supuestos del modelo son los siguientes:

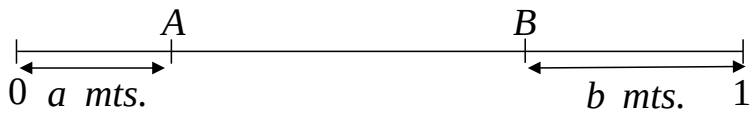
- Los consumidores de un bien residen a lo largo de una calle de 1 km. de longitud. Son muchos consumidores y se encuentran distribuidos de modo uniforme a lo largo de la calle, de modo que cada punto de la calle representa la localización de un consumidor (y sólo uno)



- Cada consumidor compra exactamente una unidad de producto. La valoración de que tienen de la misma es muy alta ($v \to \infty$), de modo que la decisión no es si comprar o no comprar sino a quién comprar.

$$u = -\left\lfloor p_i + t\left|x^* - x_i\right|\right\rfloor$$

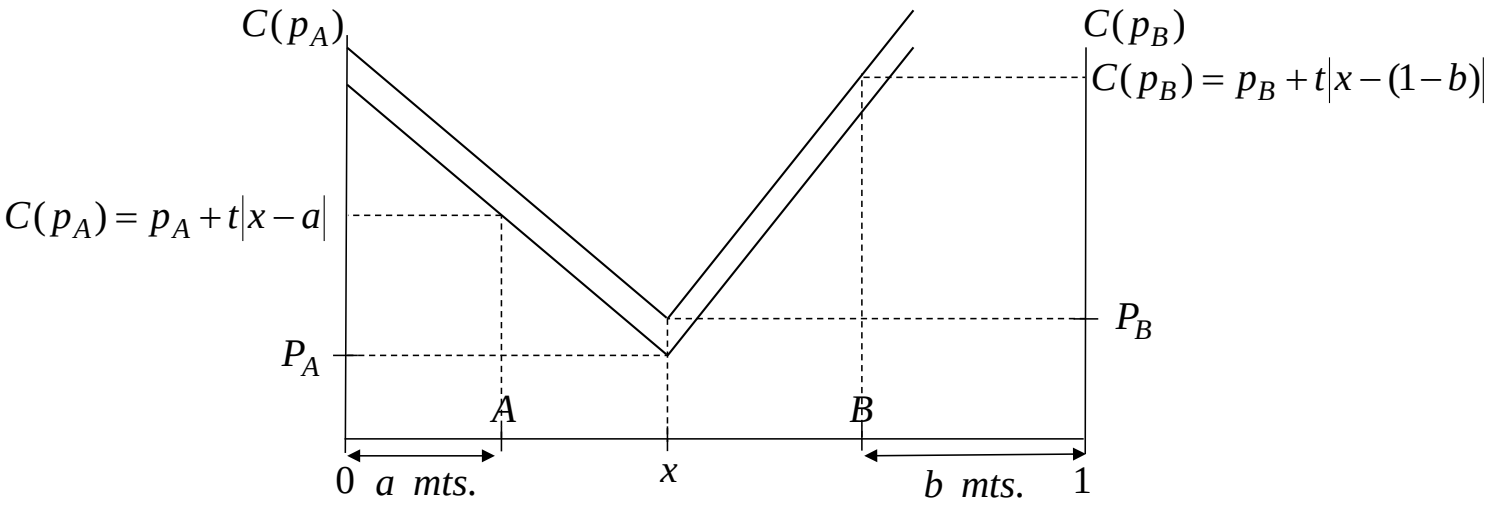
- Hay dos vendedores del producto: el *A* y el *B*. El *A* se sitúa a *a* metros de distancia del extremo izquierdo de la calle (*0*) y el *B* a la derecha del *A* a *b* metros de distancia del extremo derecho de la calle (*1*)



- Las empresas deciden simultáneamente el precio que van a ponerle a su producto.

➢ Tenemos definidos los jugadores y las reglas del juego. Nos faltan por definir los resultados y los pagos. Un resultado es en este modelo cómo se reparten las empresas el mercado. Esto depende del precio que ponga cada empresa, ya que influye en el coste que ha de pagar cada consumidor. Utilizamos la representación de las preferencias en función del coste de compra.

- Las dos empresas, *A* y *B*, ponen dos precios distintos, P_A y P_B, con $P_A < P_B$. El coste total que para el consumidor situado en *x* tiene adquirir el producto en cada establecimiento se puede representar de la siguiente forma

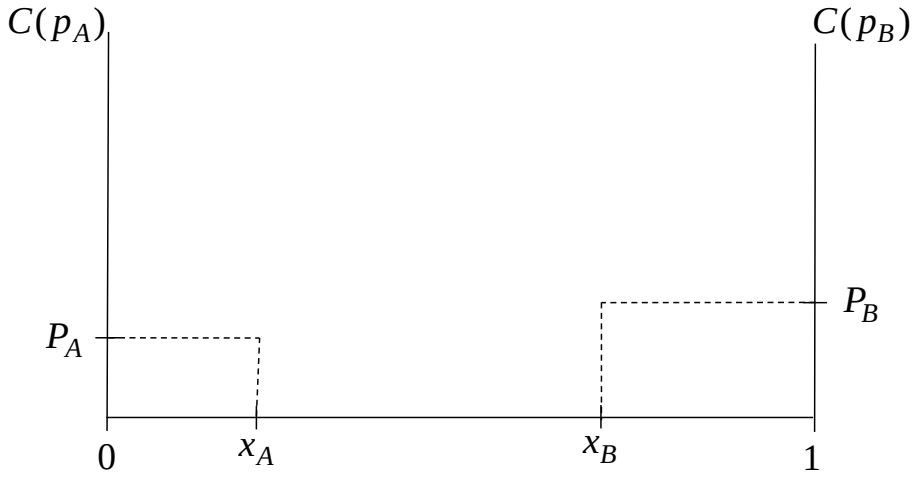


- El consumidor compraría en A, dado que el coste total de adquirir el producto es menor que si lo compra en B

- Si el precio del vendedor B hubiera sido lo suficientemente bajo el consumidor *x* hubiera preferido ir a comprarle a él. Las empresas influyen en el número de consumidores que les compran (<u>demanda</u>) según el precio que ponen a su producto (y el precio de la otra empresa).

➢ El elemento clave para calcular la demanda de cada empresa es <u>el consumidor indiferente</u>: aquél consumidor que, dados los precios P_A y P_B de las empresas, le cuesta lo mismo ir a comprar a la empresa A o a la empresa B.

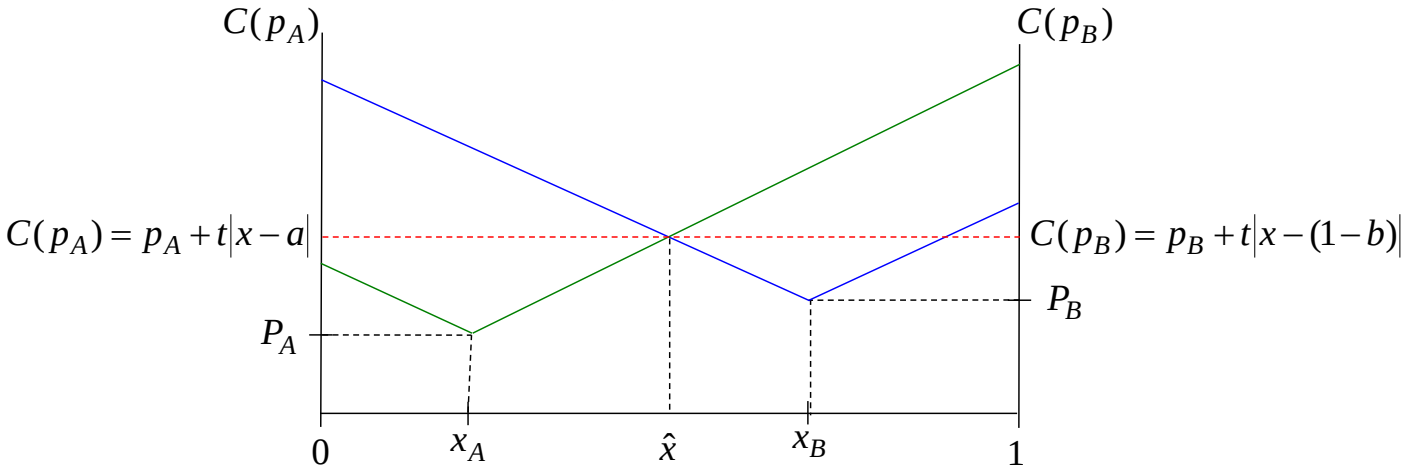
- Para obtenerlo tenemos en cuenta que los consumidores que tiene un menor coste de adquisición del producto son aquellos cuya localización coincide exactamente con la que han elegido las empresas. Cualquier otro consumidor tendrá que pagar un coste mayor



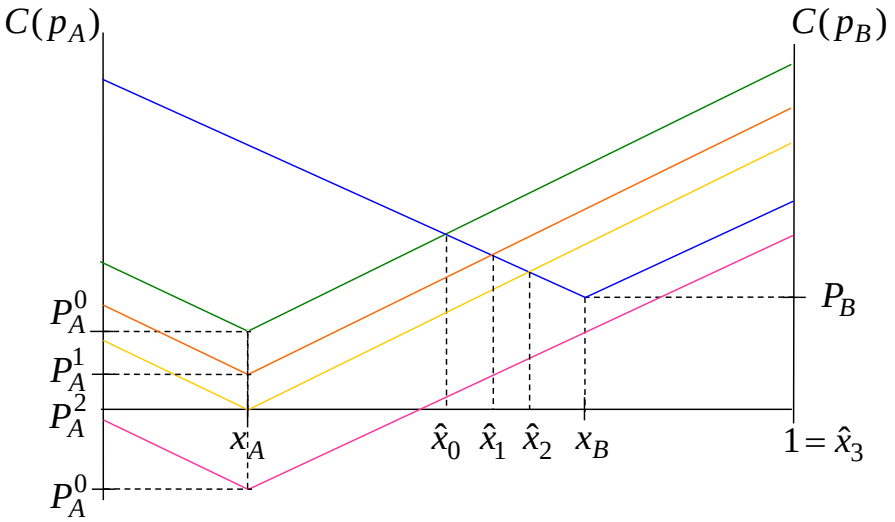
- El coste será mayor en la medida en la que la localización de los consumidores esté más alejada de la localización de la empresa. Así:
  - El coste total que paga un consumidor situado en x por comprar en A es: $C(p_A) = p_A + t|x-a|$
  - El coste total que paga un consumidor situado en x por comprar en B es: $C(p_B) = p_B + t|x-(1-b)|$

Son iguales que el coste que tiene que pagar un consumidor situado en A o B por comprar en x

Podemos utilizar los costes de los consumidores situados en A y B para localizar al consumidor indiferente ($\hat{x}$)



- Cuanto menor (mayor) es el precio de la empresa *A*, dado el precio de la empresa *B*, más a la derecha (izquierda) está situado el consumidor indiferente y mayor (menor) es su demanda o cuota de mercado



- Para llevarse toda la cuota de mercado, la empresa *A* tendría que poner un precio negativo, dado el precio de *B*. Los consumidores más cercanos a *A* o a *B* tenderán a comprar en estas empresas, salvo diferencias muy grandes en los precios. Lo normal es que el consumidor indiferente se sitúe entre *A* y *B*

- Para hallar el consumidor indiferente (suponiendo que se encuentra entre *A* y *B*):

$$C(p_A)=C(p_B)\Rightarrow p_A+t|\hat{x}-a|=p_B+t|\hat{x}-(1-b)|$$

  - como $\hat{x}$ se encuentra entre *A* y *B*, cumple que: $a<\hat{x}<1-b$

$$p_A+t(\hat{x}-a)=p_A+t[(1-b)-\hat{x}] \Longrightarrow \boxed{\hat{x}=\frac{P_B-P_A}{2t}+\frac{1+a-b}{2}=d_A(P_A|P_B)}$$

Demanda de la empresa *A*

Demanda de la empresa *B*: $1-\hat{x}$ $\Longrightarrow$ $\boxed{1-\hat{x}=\frac{P_A-P_B}{2t}+\frac{1-a+b}{2}=d_B(P_B|P_A)}$

➢ Hemos obtenido los resultados del juego. Los pagos de cada jugador (empresa) serán los beneficios que obtienen con el par de precios que han puesto:

$$\pi_i=(p_i-c)\left(\frac{P_j-P_i}{2t}+\frac{1+i-j}{2}\right) \quad i=A,B \quad j\neq i$$

- Para obtener el Equilibrio de Nash calculamos las funciones de respuesta óptima de las empresas:

$$\underset{\{p_i\}}{Max}\ \pi_i = (p_i - c)\left(\frac{p_j - p_i}{2t} + \frac{1+i-j}{2}\right) \quad i = A, B \quad j \neq i$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = \left(\frac{p_j - p_i}{2t} + \frac{1+i-j}{2}\right) - \frac{1}{2t}(p_i - c) = 0 \Rightarrow \boxed{p_i = \frac{p_j + c}{2} + \frac{(1+i-j)t}{2} \quad i = A, B \quad i \neq j}$$

- Para obtener los precios de equilibrio hay que resolver el sistema:

$$\left.\begin{aligned} p_A &= \frac{p_B + c}{2} + \frac{(1-b+a)t}{2} \\ p_B &= \frac{p_A + c}{2} + \frac{(1+b-a)t}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} p_A &= \frac{3c + (3-b+a)t}{3} \\ p_B &= \frac{3c + (3+b-a)t}{3} \end{aligned}}$$

- La cantidad demandada (o cuota de mercado) de cada empresa es:

$$s_A = \frac{\hat{x}}{1} = d_A(p_A | p_B) = \frac{1}{2t}\left\{\underbrace{\frac{3c + (3+b-a)t}{3}}_{p_B} - \underbrace{\frac{3c + (3-b+a)t}{3}}_{p_A}\right\} + \frac{1+a-b}{2}$$

$$s_B = \frac{1-\hat{x}}{1} = d_B(p_B | p_A) = \frac{1}{2t}\left\{\underbrace{\frac{3c + (3-b+a)t}{3}}_{p_A} - \underbrace{\frac{3c + (3+b-a)t}{3}}_{p_B}\right\} + \frac{1-a+b}{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} s_A &= \frac{3-b+a}{6} \\ s_B &= \frac{3+b-a}{6} \end{aligned}}$$

- Sustituyendo en la función de beneficios de cada empresa:

$$\pi_A = (p_A - c)s_A = \left(\frac{3c + (3-b+a)t}{3} - c\right)\left(\frac{3-b+a}{6}\right)$$

$$\pi_B = (p_B - c)s_B = \left(\frac{3c + (3+b-a)t}{3} - c\right)\left(\frac{3+b-a}{6}\right)$$

- De donde se obtienen los beneficios en equilibrio:

$$\boxed{\begin{aligned}\pi_A &= \frac{(3-b+a)^2 t}{18}\\ \pi_B &= \frac{(3+b-a)^2 t}{18}\end{aligned}}$$

- Los beneficios de las empresas crecen con los costes de transporte, ya que:

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial t} = \frac{(3-b+a)^2}{18} > 0$$
$$\frac{\partial \pi_B}{\partial t} = \frac{(3+b-a)^2}{18} > 0$$

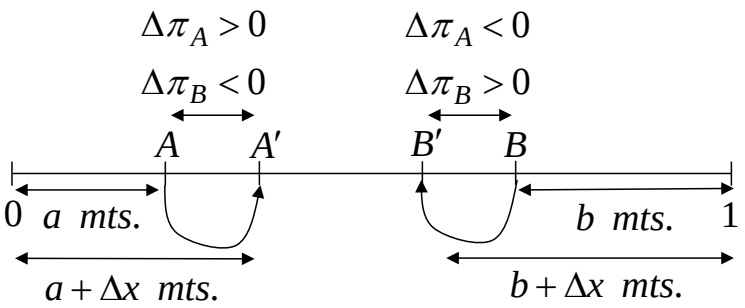
- Al aumentar los costes de transporte aumenta la disposición a pagar de los consumidores por cada unidad de producto y las empresas pueden incrementar los precios sin influir en el consumidor indiferente. Se entiende así que el propio Hotelling defendiera que:

"*Estos comerciantes harían mejor si, en vez de promover clubs y organizaciones para mejorar la calle, se dedican a hacer que el transporte sea lo más costoso (difícil) posible*"
Hotelling, H: "Stability in Competition", *Economic Journal*, 1929, 39, 41-57

B-<u>Determinación de precios con una localización variable.</u> La localización de cada empresa afecta a los beneficios que obtienen. Cuanto más hacia el centro se localizan, más cuota de mercado le quitan a la otra empresa y mayores son sus beneficios (para unos precios dados):

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial a} = \frac{2(3-b+a)t}{18} > 0\,;\ \frac{\partial \pi_A}{\partial b} = \frac{-2(3-b+a)t}{18} < 0$$
$$\frac{\partial \pi_B}{\partial a} = \frac{-2(3+b-a)t}{18} < 0\,;\ \frac{\partial \pi_B}{\partial b} = \frac{2(3+b-a)t}{18} > 0$$

$$\forall a > b \Rightarrow a < 1-b$$



- Problema: la localización de las empresas influye en el precio que van a poner, ya que cuanto más cerca estén, menor es la diferencia que puede existir entre los precios que ponen:

$$\lim_{a\to b} p_A = \lim_{a\to b}\left(\frac{3c+(3-b+a)}{3}3\right) = c+t = \lim_{b\to a} p_B$$

- Luego, a medida que las empresas se acercan, el precio que ponen debe ser más cercano al coste marginal. Esto hace que sus beneficios se reduzcan.

➢ Cuando las empresas eligen secuencialmente la localización y el precio, aparecen dos efectos:

- Efecto directo: al situarse lo más cerca del centro de la calle ganan cuota de mercado e incrementan beneficios
- Efecto indirecto: cuanto más cerca estén una de la otra, menor es el precio que pueden poner y sus beneficios disminuyen

⇩

No existe equilibrio de Nash para este juego.

➢ Conclusión: Si la competencia en precios es intensa, se situarán lejos. Si no es intensa se situarán cerca

3.2) El modelo de la ciudad circular. Estudiamos este modelo porque el de la ciudad lineal tiene algunos inconvenientes:

- El número de empresas (número de variedades ofrecidas) es exógeno. No permite estudiar si el número de variedades que existen en el mercado es óptimo
- No se puede estudiar el caso en el que todas las empresas tengan competidores por los dos lados, ya que, aunque se introdujeran más empresas, las situadas en los extremos no tendrían competencia por uno de los lados. Hay casos en los que es más apropiado suponer que todas las empresas tienen competencia "por los dos lados" (ejemplo: horarios de las compañías de transporte (trenes, aviones, autobuses)

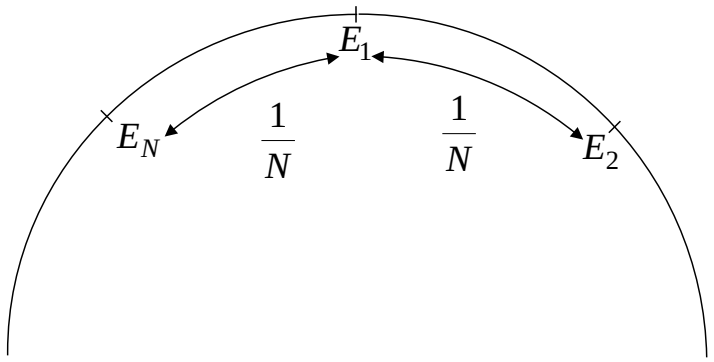
➢ Supuestos del modelo:

- El mercado es una circunferencia de radio unitario. Hay muchos consumidores repartidos homogéneamente a lo largo de la circunferencia, de modo que cada punto de la misma representa la localización de un consumidor.
- Los consumidores tienen la misma función de utilidad que en el modelo de Hotelling (valoran mucho el bien y sólo se preocupan por minimizar los costes de su compra)
- Hay un número indeterminado de empresas (N), cada una con la función de costes:

$$c(x_i) = F + cx_i \quad \forall i = 1, \ldots, N$$

- Hay libre entrada y salida de empresas

- Las empresas siempre se sitúan de modo equidistante unas de otras y eligen el precio al que van a vender su producto

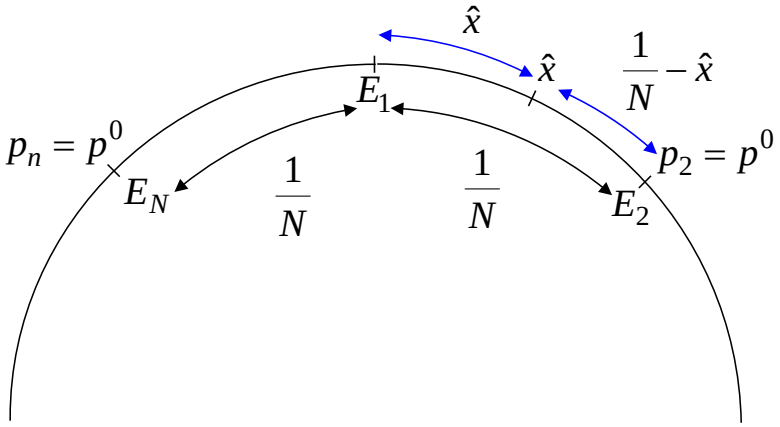


➢ Nuevamente tenemos definido los jugadores y las reglas del juego. Hace falta obtener (i) los posibles resultados, (ii) los pagos de cada empresa.

- Al igual que en Hotelling, los resultados son la forma en que las *N* empresas se reparten el mercado, según los precios que cada una pone a su producto.

- Al igual que en Hotelling, es el consumidor indiferente el que determina que la demanda o cuota de mercado de cada empresa sea mayor o menor. Hay que localizarlo.

- Buscamos el <u>consumidor indiferente</u> para la empresa 1 (E_1) suponiendo que las otras empresas con las que limita ponen el mismo precio (p^0)



$$C(p_1) = C(p^0) \Rightarrow p_1 + t\hat{x} = p^0 + t\left(\frac{1}{N} - \hat{x}\right)$$

Distancia entre E_1 y $\hat{x}$

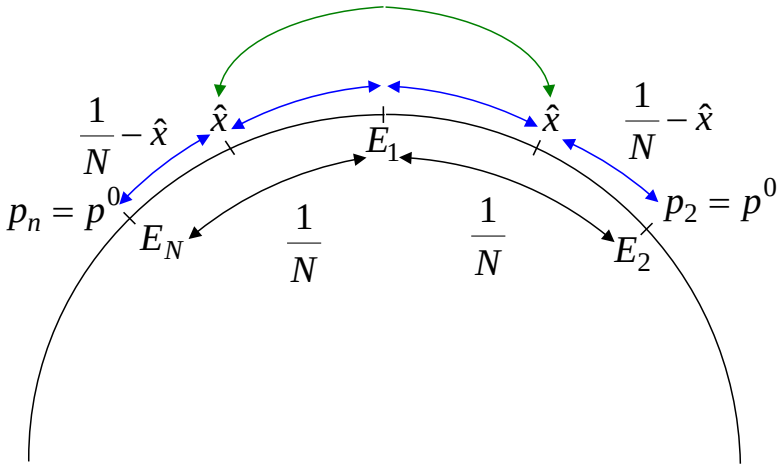
Distancia entre E_2 y $\hat{x}$

➢ Resolviendo se llega a: $\boxed{\hat{x} = \frac{p^0 - p_1}{2t} + \frac{1}{2N}}$

- Como la empresa 1 compite por el otro lado con la *N*, existirá otro consumidor indiferente al que le cuesta lo mismo comprar el bien en cualquiera de las dos empresas. Como el problema es simétrico, la solución será la misma y la demanda total (cuota) de la empresa 1 será:

$$\boxed{x_1\left(p_1|p^0\right)=2\hat{x}=\frac{p^0-p_1}{t}+\frac{1}{N}}$$

Demanda (cuota) E_1



- Como todas las empresas son iguales, la anterior es la demanda de cualquier empresa *i*

- Los beneficios (pagos) de la empresa *i* serán igual a:

$$\pi_i\left(p_i|p^0\right)=p_i x_i\left(p_i|p^0\right)-\left[F+cx_i\left(p_i|p^0\right)\right]=p_i\left(\frac{p^0-p_i}{t}+\frac{1}{N}\right)-\left[F+c\left(\frac{p^0-p_i}{t}+\frac{1}{N}\right)\right]$$

➢ Para calcular el equilibrio de Nash obtenemos en primer lugar las funciones de respuesta óptima de cada empresa:

$$\underset{\{p_i\}}{Max}\,\pi_i\left(p_i|p^0\right)=p_i\left(\frac{p^0-p_i}{t}+\frac{1}{N}\right)-\left[F+c\left(\frac{p^0-p_i}{t}+\frac{1}{N}\right)\right]$$

$$\frac{\partial\pi_i}{\partial p_i}=\left(\frac{p^0-p_i}{t}+\frac{1}{N}\right)-\frac{p_i}{t}+\frac{c}{t}=0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{p_i=\frac{p^0+c}{2}+\frac{t}{2N} \quad \forall i=1\ldots N}$$

➢ Un equilibrio de Nash en el modelo de la ciudad circular será una tripleta $\{N^0,p^0,x^0\}$ tal que:

- p^0 es la mejor respuesta (la que maximiza beneficios) de cada empresa dado lo que hacen las demás; x^0 es la demanda de cada empresa al precio p^0
- El número de empresas (variedades) es el que hace que las empresas obtengan beneficios nulos

- Como las funciones de respuesta óptima de las empresas son iguales, nuestra experiencia con los equilibrios de Nash-Cournot y Nash-Bertrand nos dice que el precio que van a poner todas las empresas es el mismo en equilibrio.

- En consecuencia, en equilibrio el precio que pone una empresa coincide con el precio que supone que las empresas cercanas ponen y que toma como referencia para calcularlo (p^0), [si no, no estarían en equilibrio].

$$p_i = p^0$$

$$p^0 = \frac{p^0 + c}{2} + \frac{t}{2N} \Longrightarrow \boxed{p^0 = c + \frac{t}{N}}$$

• Sustituyendo en la demanda y en los beneficios de cada empresa obtenemos los valores que toman en equilibrio:

$$x_i\left(p^0 \middle| p^0\right) = \frac{p^0 - p^0}{t} + \frac{1}{N} \Longrightarrow \boxed{x_i\left(p^0 \middle| p^0\right) = \frac{1}{N} \quad \forall i = 1,\ldots,N}$$

$$\pi_i\left(p^0 \middle| p^0\right) = \left(c + \frac{t}{N}\right)\frac{1}{N} - \left[F + c\left(\frac{1}{N}\right)\right] \Longrightarrow \boxed{\pi_i\left(p^0 \middle| p^0\right) = \frac{t}{N^2} - F \quad \forall i = 1,\ldots,N}$$

- Con libre entrada y salida de empresas, los beneficios de las mismas deben ser igual a cero. Así, igualando a cero los beneficios de la empresa representativa obtendremos el número de empresa que entrarán en el mercado:

$$\pi_i\left(p^0 \middle| p^0\right) = \frac{t}{N^2} - F = 0 \Longrightarrow \boxed{N = \sqrt{\frac{t}{F}}}$$

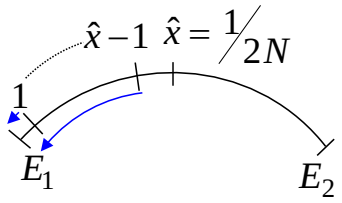
• Sustituyendo en los valores del precio y la demanda de equilibrio, podemos expresarlos completamente en función de los parámetros del modelo:

$$\boxed{p^0 = c + \sqrt{tF} \qquad x_i\left(p^0 \middle| p^0\right) = \sqrt{\frac{F}{t}} \quad \forall i = 1,\ldots,N}$$

- ¿Es el número de empresas (N) socialmente óptimo? Para responder a la pregunta calculamos qué número de empresas maximizará el bienestar social.

• Como hemos supuesto que los consumidores sólo se preocupan por minimizar el coste de comprar el bien (dado que su valoración de cada unidad es muy alta), maximizar el excedente del consumidor equivaldrá a minimizar sus costes de transporte.

- Los costes totales de transporte son la suma de los costes en los que incurre cada consumidor. Por ejemplo, para la cuota de mercado que se lleva la empresa 1 en su competencia con la empresa 2:



$$T(E_1)=\int_0^{\frac{1}{2N}} txdx \Longrightarrow T(E_1)=\frac{t}{8N^2}$$

- Este sería el coste total de los consumidores que van a comprar la empresa 1 (o a cualquier empresa) en el segmento en el que compite con la empresa 2 (empresa situada a su derecha). Como también tiene consumidores que le compran en el segmento en el que compite con la empresa *N* (empresa situada a su izquierda), hay que multiplicarlo por 2. Como, además, hay *N* empresas, hay que multiplicar el coste anterior por *2N:*

$$T(N)=\frac{t}{4N}$$

- El bienestar social también incluye el beneficio de las empresas. Como las empresas recuperan el coste variable de producción, el beneficio será mayor cuanto menores sean sus costes fijos. Por lo tanto, para maximizar el bienestar habría que minimizar los costes fijos

➢ En definitiva, en este modelo maximizar el bienestar social equivale a minimizar las pérdidas sociales definidas como la suma de los costes fijos más los costes de transporte:

$$Max\ W=EC+\sum_{i=1}^{N}\pi_i=Min\ P=NF+\frac{t}{4N}$$

$$\frac{\partial P}{\partial N}=F-\frac{4t}{16N^2}=0 \Longrightarrow \boxed{N=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{t}{F}}<N^0}$$

➢ <u>Conclusión</u>: en equilibrio con libre entrada hay un excesivo número de empresas (variedades) en el mercado. ¿Por qué?

- En el equilibrio social se tiene en cuenta el "trade-off" que existe entre número de empresas y costes de transporte: a mayor número de empresas, menores son los costes de transporte, pero mayores son los costes de producción (debido a los costes fijos)

- Las empresas no tienen en cuenta este "trade-off" y entran mientras siguen teniendo la posibilidad de obtener beneficios. En consecuencia, los costes de producción son muy elevados

Notas de Clase del Tema 10:

Productos Heterogéneos. Diferenciación Vertical

1. Introducción.

- En el tema anterior estudiamos cómo afectaba al mercado la existencia de productos heterogéneos, centrándonos en aquellas características que no son valoradas de forma igual por todos los consumidores (tipo de vino, grado de dulzura del chocolate, etc.)

- En este tema estudiamos productos heterogéneos cuyas características son valoradas de igual modo por todos los consumidores (coches con ABS, capacidad de almacenamiento de los discos de ordenador, velocidad del procesador): lo que genéricamente se entiende por "calidad" de un producto.

- La calidad de un producto tiene muchas dimensiones: en un coche la calidad puede referirse al acabado interior, a su capacidad de aceleración, la frecuencia de mantenimiento y reparaciones, la seguridad, etc.
  - Nosotros, sin embargo, supondremos que la calidad es unidimensional, de modo que puede ser representada por un número real.

- Al igual que en el tema anterior, veremos dos tipos de modelos:
  - Modelos en los que la calidad se determina de modo exógeno (no por las empresas)
  - Modelos de calidad endógena: las empresas determinan la calidad del producto

2. La calidad como factor exógeno: el modelo de los «limones» de Akerlof.

- En este apartado estudiamos mercados en los que se venden productos con distintas calidades, pero:
  - El gado de calidad no lo eligen los vendedores, se debe a otros factores
  - Existe un problema de información asimétrica: los vendedores conocen la calidad del producto, pero los compradores no.
    - El supuesto de existencia de información asimétrica es fundamental para que exista un precio único al que se venden todos los coches, ya que:
      - ✓ Si el comprador pudiera verificar la calidad del producto antes de comprarlo, se intercambiarían una gran cantidad de productos de diferente calidad, cada uno a un precio diferente.
    - La reputación no es un elemento que, en principio, los compradores y vendedores tengan en cuenta, ya que es poco probable que vuelvan a encontrarse otra vez. No obstante, veremos que sí puede tener un papel para solucionar los problemas generados en este tipo de mercados

- El ejemplo más representativo de los mercados que estudiamos es el de coches de segunda mano. Estudiaremos el modelo propuesto por Akerlof (1970)

➢ Supuestos:

- Hay dos grupos de agentes: los propietarios de coches (grupo 1) y los que no tienen coches (grupo 2)
- La calidad del coche se mide en una escala continua.
- El grupo 1 consta de M propietarios de coches, cada uno con un coche (y sólo uno) de calidad distinta, es decir, no hay dos propietarios con un coche de calidad similar.
- La función de utilidad de los propietarios de los coches es igual a:

$$U^P \begin{cases} M + x & \text{si se queda con su coche (de calidad } x\text{)} \\ M + p^U & \text{si vende su coche (al precio de mercado)} \end{cases}$$

$\left(\text{siendo } M \text{ la renta que destinan a la compra de otros bienes y } P^U \text{ el precio de los coches}\right)$

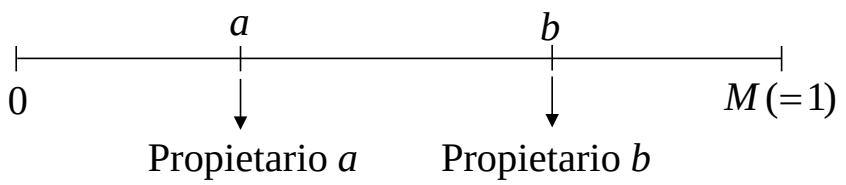
- El grupo 2 lo forman N potenciales compradores de coches, cada uno con una función de utilidad:

$$U^C \begin{cases} M & \text{si no compra ningún coche} \\ M - p^U + \frac{3}{2}x & \text{si compra un coche de calidad } x \text{ al precio de mercado} \end{cases}$$

➢ Para resolver el modelo, calculamos en primer lugar la oferta de coches usados y después la demanda de coches usados

1) <u>Oferta de coches usados</u>: con los supuestos anteriores, el grupo 1 se puede representar como el modelo de la ciudad linear de Hotelling:

- Un segmento (de longitud M) en el que cada punto del mismo representa un propietario del coche y la calidad del mismo.



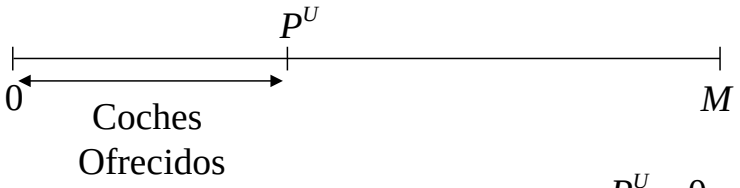
- Como $b>a$, la calidad del coche b es mayor que la del a.

➢ Los propietarios de los coches quieren maximizar su utilidad. Para ello comparan su utilidad si se quedan con el coche con la que tienen si lo venden. Decidirán venderlo si:

$$U^P(\text{Vender}) \geq U^P(\text{No vender}) \Rightarrow$$

$$M + P^U \geq M + x \quad \Rightarrow \quad \boxed{P^U \geq x}$$

➢ Al precio P^U se ofrecen los siguientes coches:



➢ La calidad media de los coches ofrecidos es: $\mu = \dfrac{P^U - 0}{2} = \dfrac{P^U}{2}$

➢ Luego, en general, la función de oferta es: $\boxed{Q^0 = P^U \quad \text{con } \mu = \dfrac{P^U}{2}}$

2) <u>Demanda de coches usados</u>: podemos empezar por calcular la utilidad agregada de los agentes del grupo 2. Si hay N potenciales compradores con la misma función de utilidad, su utilidad agregada será:

$$U^C = \sum_{i=1}^{N}\left(M_i - p^U\right) + \tfrac{3}{2}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

➢ Como los compradores desconocen la calidad del coche que van a comprar, la aproximan por la calidad media. Así, si compran n coches, su función de utilidad esperada es:

$$U^C = M + \tfrac{3}{2}\mu n$$

➢ El problema que resuelven los compradores es:

$$\underset{\{n\}}{Max}\, U^C = M + \tfrac{3}{2}\mu n$$

$$s.a. \quad Y = M + P^U n \qquad \left(\text{siendo } Y \text{ la renta total de los compradores}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\underset{\{n\}}{Max}\, U^C = \left(Y - P^U n\right) + \tfrac{3}{2}\mu n \Rightarrow \underset{\{n\}}{Max}\, U^C = Y + \left(\tfrac{3}{2}\mu - P^U\right) n$$

➢ Observando la función objetivo se comprueba que:

- Si $\tfrac{3}{2}\mu > P^U$ la función es siempre creciente $\Longrightarrow$ Demandan todos los coches posibles: $n = \dfrac{Y}{P^U}$
- Si $\tfrac{3}{2}\mu < P^U$ la función es siempre decreciente $\Longrightarrow$ No se demandan coches : $n = 0$

➢ Luego la demanda de coches usados es: $\boxed{D_2 \begin{cases} Y/P^U & \text{si } \mu > \tfrac{2}{3}P^U \\ 0 & \text{si } \mu \le \tfrac{2}{3}P^U \end{cases}}$

3) Equilibrio: comparando la función de oferta con la de demanda se comprueba que no existe equilibrio en este mercado, ya que:

$$\left.\begin{array}{l} Q^0 = P^U \quad \text{con } \mu = \dfrac{P^U}{2} \\ \\ D_2 \begin{cases} Y/P^U & \text{si } \mu > \frac{2}{3}P^U \\ 0 & \text{si } \mu \leq \frac{2}{3}P^U \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\text{No existe equilibrio}}$$

- Como la calidad media de los coches ofrecidos es $\mu = \frac{1}{2}P^U \leq \frac{2}{3}P^U$, no se demanda nada a ningún precio: el mercado no funciona.
  - Esto ocurre a pesar de que existen compradores para todos los coches de calidad mayor $\left(\mu > \frac{2}{3}P^U\right)$
  - Es el principio de selección adversa: los coches malos («limones») expulsan del mercado a los coches buenos («melocotones») ya que, al precio al que se ofrecen los coches, su calidad no es suficiente como para que los compradores tengan incentivos para adquirirlos.

- Como explica Akerlof (1970), el principio de selección adversa también aparece en otros mercados:
  - Mercado de los seguros médicos: ¿por qué las personas mayores de 65 años tienen tan difícil encontrar una compañía aseguradora médica que esté dispuestos a asegurarles, incluso aunque ellos estén dispuestos a pagar un precio mayor por su seguro?
    - Se debe a que opera el principio de selección adversa: los que están más dispuestos a pagar por un seguro son los que más lo van a necesitar (la información asimétrica funciona al revés que en el mercado de los coches).

      ⇓

    - A medida que el precio del seguro sube, la salud de los demandantes es peor. No se vende ningún seguro (el mercado no funciona)
  - Empleo de las minorías étnicas: los empresarios pueden no querer emplear a miembros de minorías para determinados trabajos. La decisión puede que no refleje irracionalidad o prejuicio, ya que pueden estar utilizando la raza como estimador de la productividad o habilidades generales de los trabajadores.
  - Mercados de crédito en países subdesarrollados: En muchos países subdesarrollados el tipo de interés para los préstamos de dinero es muy alto, llegando a ser abusivo. El resultado es que no se piden préstamos.

- La presencia de personas que no devuelven los créditos hace que el mercado desaparezca.
- Este es un caso particular de lo que Akerlof denomina «el coste de la deshonestidad»: la presencia de personas que ofrecen bienes de calidad inferior hace que el mercado desaparezca.
  - ✓ El coste de la deshonestidad no es sólo el dinero que se pierde debido a la misma, sino que incluye la pérdida de negocios que se hubieran realizado en otro caso.

➢ ¿Como se evitan estos problemas? Algunas soluciones existentes son:

- Ofreciendo garantías, de modo que el riesgo lo soporta el vendedor y no el comprador
- Estableciendo marcas: a las que se puede asociar una determinada calidad del producto y ante las cuales el consumidor puede reclamar
- Estableciendo cadenas (restaurantes u hoteles): lo que permite ofrecer una calidad estándar a los clientes (en contra de lo que ocurre en los restaurantes u hoteles locales)

3. La calidad como factor endógeno.

➢ Estudiamos ahora un tipo de mercado en el que la calidad no está determinada exógenamente, sino que la eligen las empresas.

➢ Además, en este tipo de mercado no existen problemas de información asimétrica: los consumidores conocen el producto que compran

➢ Si los consumidores conocen la calidad y todos prefieren los productos de más calidad a los de menos calidad, ¿por qué no se compran sólo los productos de calidad alta?

➢ Los consumidores difieren en su disposición a pagar por cada unidad de calidad. La función de utilidad de cada consumidor es:

$$U_i = v_i c - p \qquad \text{con} \begin{cases} v_i: \text{ disposición a pagar por (o valoración de) cada unidad de calidad} \\ c: \text{ grado de calidad del producto} \\ p: \text{ precio del producto} \end{cases}$$

- Para darles una interpretación económica, representaremos gráficamente las preferencias. La diferencial total de la función de utilidad es

$$dU = vdc + cdv - dp$$

Si la utilidad se mantiene constante:

$$U = \bar{U} \text{ y } dU = 0 \Rightarrow$$
$$vdc + cdv - dp = 0$$

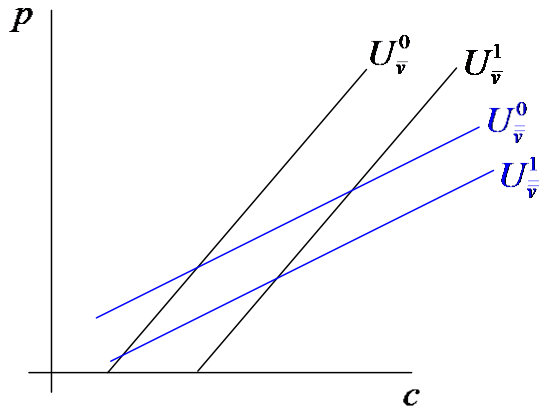
- Las podemos representar en dos espacios:

- Espacio precio-calidad: nos da las combinaciones de precio y calidad del producto para las que la utilidad del consumidor se mantiene constante, dada una determinada disposición a pagar por cada unidad de calidad:

suponemos que $v = \bar{v}$ (la disposición a pagar permanece constante) $\Rightarrow dv = 0$

$$\boxed{RMgS_{c,p} = \frac{1}{v}}$$

El precio adicional que los consumidores están dispuestos a pagar por un producto que tiene una "unidad" de calidad adicional



- ✓ Las curvas de indiferencia tienen pendiente positiva (a mayor calidad, los consumidores están dispuestos a pagar un mayor precio)
- ✓ Cuanto más hacia la derecha (o hacia abajo) representan una utilidad mayor

$$U_{\bar{v}}^{1} > U_{\bar{v}}^{0}$$

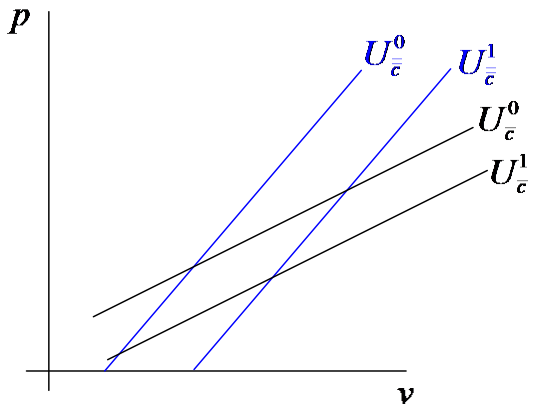
- ✓ Las curvas de indiferencia son líneas rectas cuya pendiente es menor cuanto mayor es la disposición a pagar por cada unidad de calidad: $\bar{\bar{v}} > \bar{v}$

- Espacio precio-disposición a pagar: nos da las combinaciones de precio y disposición a pagar del consumidor para las que su utilidad se mantiene constante, dada una determinada calidad del producto:

suponemos que $c = \bar{c}$ (la calidad del producto permanece constante) $\Rightarrow dc = 0$

$$\boxed{RMgS_{p,v} = c}$$

El precio adicional que el consumidor está dispuesto a pagar por cada unidad de producto, cuando aumenta su disposición a pagar por cada unidad de calidad



- ✓ Las curvas de indiferencia tienen pendiente positiva (reflejan la calidad del producto): a mayor calidad, mayor es el precio que los consumidores están dispuestos a pagar por unidad de producto, dada su disposición a pagar por cada unidad de calidad
- ✓ Cuanto más hacia la derecha (o hacia abajo) representan una utilidad mayor: $U_{\bar{c}}^{1} > U_{\bar{\bar{c}}}^{0}$
- ✓ Las curvas de indiferencia son líneas rectas cuya pendiente es mayor cuanto mayor es la calidad de cada unidad de producto: $\bar{\bar{c}} > \bar{c}$

➢ Supuestos del modelo:

- Hay un continuo de consumidores que se distribuyen uniformemente en el intervalo [0,1]: hay un consumidor por cada punto en el segmento.
- La calidad del producto se representa en el mismo segmento, de modo que cuanto más cerca se sitúe de uno, mayor será la calidad del mismo.
- La posición del consumidor denota su disposición a pagar por cada unidad de calidad.
  - Estos tres supuestos nos permiten representar la situación de los consumidores y de las calidades en el mismo segmento, así como interpretar la situación de cada consumidor como una mayor disposición a pagar por la cada unidad de calidad

Empresa (calidad de producto)

Consumidor (disposición a pagar)

✓ Como $b>a$, la calidad del producto de la empresa b es mayor que la de la empresa a

✓ Como $x_j>x_i$, la disposición a pagar por unidad de calidad del consumidor j es mayor que la del i ($v_j>v_i$)

- Hay dos empresas en el mercado (la A y la B), que ofrecen un producto de calidad distinta (a y b respectivamente), a precios distintos
- La utilidad que obtiene un consumidor con disposición a pagar $x\in[0,1]$ al comprar en cada una de las empresas es:

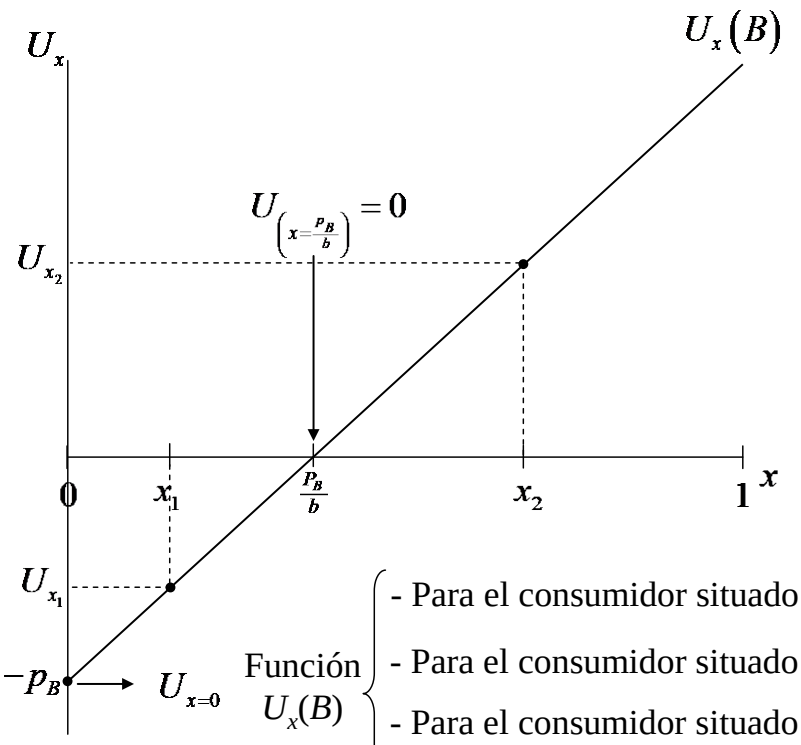
$$U_x = \begin{cases} ax - p_A & \text{si compra en } A \\ bx - p_B & \text{si compra en } B \end{cases}$$

➢ Solución del modelo: con estos supuestos tenemos definido un juego en el que las dos empresas deben decidir (i) la calidad del producto que ofrecen, y (ii) el precio del producto.

➢ Se supone que toman las decisiones secuencialmente: primero la calidad y luego el precio. La solución del juego se obtiene utilizando el método de la inducción hacia atrás:

- <u>Subjuego en el segundo periodo</u>: las dos empresas han elegido la calidad de sus productos y deben elegir el precio que maximiza sus beneficios.
  - Para ello tienen en cuenta qué efectos tiene el precio que ponen a su producto sobre su demanda, dado el precio que pone a su producto la empresa rival (como en Hotelling)
  - La solución es similar a la de Hotelling: el consumidor indiferente (aquél al que le da igual comprar el producto de la empresa A o el de la B) determina la cuota de mercado (o demanda) de cada empresa.

✓ Para obtenerlo gráficamente representamos en el eje horizontal el intervalo [0,1] en el que medimos la disposición a pagar por unidad de calidad de cada consumidor (x)



✓ Suponemos que:

-La calidad del producto de la empresa B es mayor que la del producto de la empresa A ($b>a$)

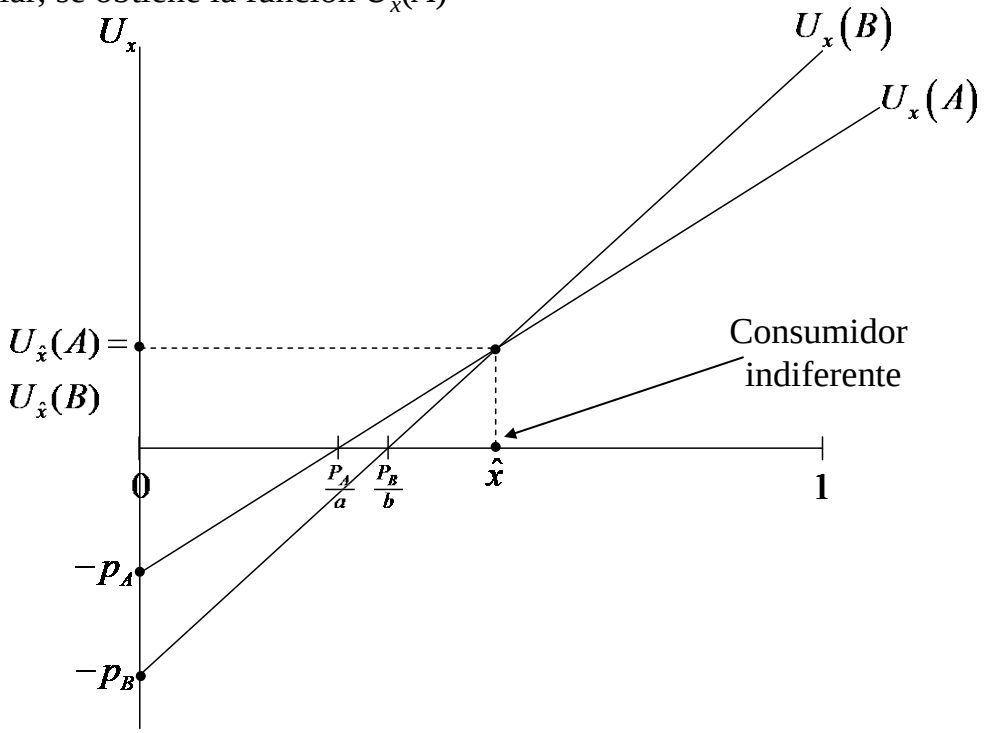
- El precio del producto de la empresa B es mayor que el de la empresa A ($p_B>p_A$)

✓ En el eje horizontal medimos la utilidad que obtiene cada consumidor si compra el producto de la empresa B al precio p_B es:

Función $U_x(B)$:

- Para el consumidor situado en $x= 0$: $U_x = -p_B$
- Para el consumidor situado en $x= p_B/b$: $U_x = b\frac{p_B}{b} - p_B = 0$
- Para el consumidor situado en x_1 : $U_{x_1} = bx_1 - p_B < 0$ $\left(\text{ya que } x_1 < \frac{p_B}{b}\right)$
- Para el situado en x_2: $U_{x_1} = bx_2 - p_B > 0$ $\left(\text{ya que } x_2 > \frac{p_B}{b}\right)$

✓ Si se calcula la utilidad de cada consumidor al adquirir el producto de la empresa A de forma similar, se obtiene la función $U_x(A)$



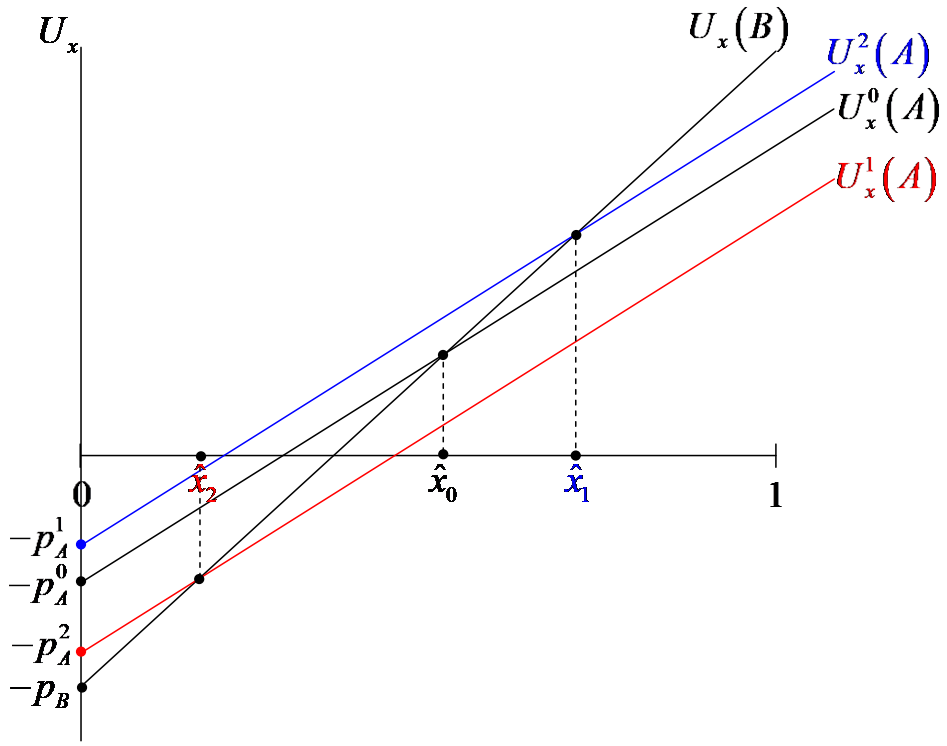
✓ La pendiente de la función $U_x(B)$ es mayor que la de la función $U_x(A)$ porque la calidad del producto de la empresa B es mayor que la del de la empresa A

✓ El consumidor para el que las dos funciones coinciden es el consumidor indiferente

✓ La posición de cada una de las funciones depende del precio que ponga cada empresa a su producto:

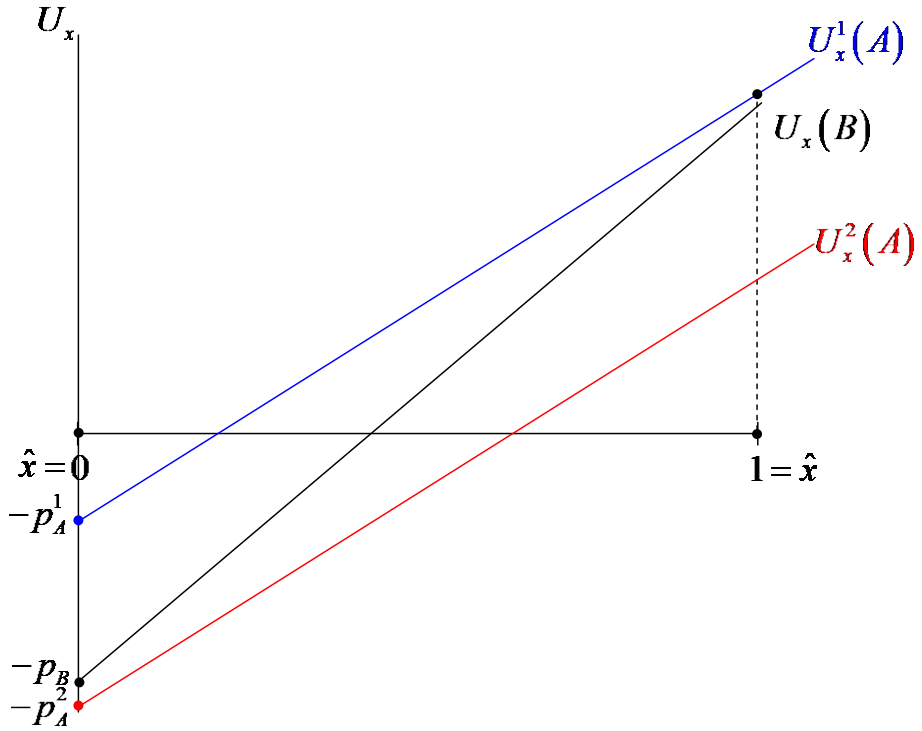
-Si la empresa *A* sube su precio (la empresa *B* lo baja) $\hat{x}$ se desplaza hacia la izquierda.

-Si la empresa *A* baja su precio (la empresa *B* lo sube) $\hat{x}$ se desplaza hacia la derecha.



✓ Del análisis anterior se deducen dos consecuencias:

-Si el consumidor con la menor disposición a pagar compra al vendedor de calidad alta, todo el mundo compra calidad alta.



- Si el consumidor con la mayor disposición a pagar compra al vendedor de calidad baja, todo el mundo compra la calidad baja

- Calculamos el consumidor indiferente:

$$U_{\hat{x}}(A) = U_{\hat{x}}(B) \Rightarrow a\hat{x} - p_A = b\hat{x} - p_B \Rightarrow \boxed{\hat{x} = \frac{p_B - p_A}{b-a}} \quad \begin{cases} \hat{x}: \text{ Demanda de } A \\ 1-\hat{x}: \text{ Demanda de } B \end{cases}$$

- Dada la localización que cada empresa escogió en el periodo inicial, pondrán el precio que maximiza el beneficio:

Empresa A

$$\underset{\{p_A\}}{Max}\ \pi_A(a,b,p_A,p_B) = p_A\left(\frac{p_B - p_A}{b-a}\right)$$

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial p_A} = \frac{p_B - p_A}{b-a} - \frac{p_A}{b-a} = 0$$

$$p_A = \frac{p_B}{2}$$

Empresa B

$$\underset{\{p_B\}}{Max}\ \pi_B(a,b,p_A,p_B) = p_B\left(1 - \frac{p_B - p_A}{b-a}\right)$$

$$\frac{\partial \pi_B}{\partial p_B} = \left(1 - \frac{p_B - p_A}{b-a}\right) - \frac{p_B}{b-a} = 0$$

$$p_B = \frac{(b-a) + p_A}{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} p_A^e &= \frac{b-a}{3} \\ p_B^e &= \frac{2(b-a)}{3} \end{aligned}}$$

$$\pi_A(a,b,p_A^e,p_B^e) = \frac{b-a}{3}\left(\frac{\frac{2(b-a)}{3} - \frac{b-a}{3}}{b-a}\right) \Rightarrow \pi_A(a,b) = \frac{b-a}{3}$$

$$\pi_B(a,b,p_A^e,p_B^e) = \frac{2(b-a)}{3}\left(1 - \frac{\frac{2(b-a)}{3} - \frac{b-a}{3}}{b-a}\right) \Rightarrow \pi_A(a,b) = \frac{4(b-a)}{3}$$

✓ Con estas funciones de beneficio se comprueba que:

- Los beneficios de la empresa *A* decrecen con la calidad de su producto $(\partial \pi_A / \partial a < 0)$
- Los beneficios de la empresa *B* aumentan con la calidad de su producto $(\partial \pi_B / \partial b > 0)$

La empresa *A* fija *a=0* y la *B* fija *b=1*

Principio de máxima diferenciación: en este tipo de mercados las empresas se especializan en la producción de un artículo con una calidad orientada a un cierto grupo de consumidores. La Diferenciación máxima implica que la empresa puede aumentar su poder de mercado en su grupo objetivo

Notas de Clase del Tema 11:

Precios no lineales

1. Precios no lineales o tarifas en dos partes

- Es un tipo de discriminación de precios: aquella situación en la que una misma empresa cobra precios distintos por un mismo producto a cada (grupo de) consumidor(es)

- Existen distintas formas de establecer la discriminación de precios, ya que ésta exige que (i) los compradores sean distinguibles por el vendedor; (ii) que no exista la posibilidad de reventa.

- Según cómo "seleccionen" las empresas a los consumidores se puede distinguir entre dos tipos de discriminación de precios:
  - Selección por indicadores: cuando la información sobre el consumidor es verificable públicamente y las empresas la pueden utilizar para distinguir a los consumidores (Carnets para el bono-bus)
  - Autoselección: el vendedor sabe que los consumidores tienen distintas disposiciones a pagar por el producto, pero no consigue identificarlos. Debe establecer distintas tarifas de precios de modo que sea el propio consumidor el que se autoseleccione (billetes de avión, libros en pasta dura o pasta blanda, etc.)

- Otra clasificación más utilizada es la de Pigou: discriminación de primer, segundo o tercer grado.

- Las tarifas en dos partes pertenecen a la discriminación de segundo grado con autoselección
  - Cuotas de entrada a clubs o parques de atracciones
  - Tarifas de suministros: agua, electricidad, gas, teléfono

- Característica principal: el coste unitario [*z(q)/q]* del producto no coincide con el precio por unidad consumida.

Tarifa o precio lineal	Precios no lineales o tarifas en dos partes
$z(q) = p \cdot q \Rightarrow$ Coste total $\frac{z(q)}{q} = p \Rightarrow$ Coste unitario	$z(q) = F + p \cdot q \Rightarrow$ Coste total $\frac{z(q)}{q} = \frac{F}{q} + p \Rightarrow$ Coste unitario

- Con la tarifa lineal el coste unitario es constante, mientras que con la tarifa en dos partes el coste unitario es decreciente

➢ Vamos a estudiar un problema de precios no lineales con los siguientes supuestos generales:

- Sólo existe una empresa que vende el producto (monopolio)
- La función de costes de la empresa es la siguiente: $C(N,Q) = kN + cQ$

siendo
- k: coste de suministrar el bien a un consumidor adicional (coste marginal de conexión)
- c: coste de producir una unidad adicional del bien (coste marginal de producción)
- N: número de abonados
- Q: cantidad total consumida del producto $\left(Q = \sum_{i=1}^{N} q_i \right)$

- En el mercado hay $M\,(\geq N)$ consumidores potenciales. Cada consumidor debe decidir si consumir o no el producto que vende la empresa y qué cantidad consume del mismo

➢ Resolveremos el modelo en dos fases: (i) obtendremos qué condiciones debe cumplir la cuota fija y el precio por unidad consumida para que maximicen el beneficio de la empresa, (ii) obtendremos la tarifa en dos partes para el caso particular de que el consumidor tenga preferencias cuasilineales

A/ <u>El problema de la empresa</u>: la empresa debe decidir qué cuota fija de conexión (F) y qué precio por unidad consumida (P) debe poner para maximizar sus beneficios.

➢ Para ello debe tener en cuenta cómo afectan las distintas partes de la tarifa en la decisión del consumidor.

- El problema del consumidor será maximizar su utilidad sujeto a la restricción presupuestaria y a la "restricción de participación"

$$\underset{q_i}{Max}\; u_i = u_i(m_i, q_i)$$

$$s.a. \quad m_i + z(q_i) \leq I_i$$

$$u_i(m_i^*, q_i^*) \geq u_i(I, 0) \longrightarrow$$

Restricción de participación, donde m_i^*, q_i^* es la solución del problema: $Max\;\; u_i(m_i, q_i) \quad s.a.\;\; m_i + z(q_i) \leq I_i$

- De la solución al problema se obtiene la cantidad consumida por cada consumidor (q_i, no necesariamente igual para cada consumidor), la renta que le queda disponible para consumir otros bienes (m_i), y el número de consumidores que consumen el producto [aquellos para los que $u_i(m_i, q_i) \geq u_i(I_i, 0)$]

- El consumidor relevante para las decisiones de la empresa va a ser el "<u>consumidor marginal</u>": el último consumidor que, dada la cuota de conexión y el precio por unidad consumida decide adquirir el producto. Este consumidor es aquél para el que la restricción de participación se cumple con igualdad:

$$u_i(m_i, q_i) = u_i(I_i, 0)$$

- Los beneficios de la empresa vendrán dados por:

$$\pi(N,Q) = N(F-k) + Q(P-c)$$

- La maximización de beneficios requiere que se cumplan las dos siguientes condiciones:

Efecto sobre el número de abonados
de una variación en F

$$\frac{\partial \pi}{\partial F} = \overbrace{\frac{\partial N}{\partial F}(F-k) + N}^{\text{Efecto sobre el número de abonados de una variación en } F} + \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial F}(P-c)}_{\text{Efecto sobre el consumo de los abonados de una variación en } F} = 0 \qquad (1)$$

Efecto sobre el número de abonados
de una variación en P

$$\frac{\partial \pi}{\partial P} = \overbrace{\frac{\partial N}{\partial P}(F-k)}^{\text{Efecto sobre el número de abonados de una variación en } P} + \underbrace{Q + \frac{\partial Q}{\partial P}(P-c)}_{\text{Efecto sobre el consumo de los abonados de una variación en } P} = 0 \qquad (2)$$

- En (1) el efecto total de un cambio en la cuota de conexión sobre la cantidad consumida se puede descomponer en dos efectos:

$$\frac{\partial Q}{\partial F} = \frac{\partial Q}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial F} + \frac{\partial Q}{\partial N}\frac{\partial N}{\partial F}$$

- Si suponemos que una variación en la cuota de conexión no afecta a la cantidad que consumen los que ya están conectados $\left(\partial q_i / \partial F = 0\right)$

$$\frac{\partial Q}{\partial F} = \frac{\partial Q}{\partial N}\frac{\partial N}{\partial F}$$

- Si, además, tenemos en cuenta que el primer término de la derivada se puede aproximar por la variación del consumo debida al consumidor marginal, ya que:

$$\frac{\partial Q}{\partial N} = \lim_{\Delta N \to 0} \frac{Q(N+\Delta N) - Q(N)}{\Delta N} \approx q' \quad [q\text{'}: \text{cantidad consumida por el “consumidor marginal”}]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial F} = q' \frac{\partial N}{\partial F}$$

- Luego (1) queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial N}{\partial F}(F-k)+N+\frac{\partial N}{\partial F}q'(P-c)=0 \Longrightarrow \boxed{\frac{F+q'(P-c)-k}{F}=\frac{1}{|\varepsilon_{N,F}|}}$$

  - La empresa podrá fijar una cuota de conexión mayor (menor) en relación al coste de conexión cuanto:
    - Menor (mayor) sea el precio que cobra por unidad de producto.
    - Menor (mayor) sea la variación del número de abonados cuando cambia F.

- De modo similar, en (2) el efecto total de un cambio en el precio de la unidad de producto sobre la cantidad total consumida se puede descomponer en dos efectos:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial P}&=\frac{\partial Q}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial P}+\frac{\partial Q}{\partial N}\frac{\partial N}{\partial P}\\&=\frac{\partial Q}{\partial P}+q'\frac{\partial N}{\partial P}\end{aligned}$$

  - Además, teniendo en cuenta que una variación en 1 € en la precio de la unidad consumida equivale a una variación en q € en la cuota de conexión, ya que:

$$F+(P+1)q=(F+q)+pq$$

  - Luego, si consideramos el consumidor marginal:

$$\frac{\partial N}{\partial P}=q(=q') \Longrightarrow \frac{\partial Q}{\partial P}=\frac{\partial Q}{\partial P}+(q')^2\frac{\partial N}{\partial P}$$

- Introduciendo estos cambios en la ecuación (2) tenemos:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \pi}{\partial P}&=\frac{\partial N}{\partial P}(F-k)+Q+\frac{\partial Q}{\partial P}(P-c)=0\\&=q'\frac{\partial N}{\partial F}(F-k)+Q+\left[\frac{\partial Q}{\partial P}+(q')^2\frac{\partial N}{\partial F}\right](P-c)=0\\&=q'\underbrace{\frac{\partial N}{\partial F}\left[(F-k)+q'(P-c)\right]}_{-N\ \text{[por (1)]}}+Q+\frac{\partial Q}{\partial P}(P-c)=0\end{aligned}\right\} \Longrightarrow \boxed{\frac{P-c}{P}=\left(1-\frac{q'}{\bar{q}}\right)\frac{1}{|E_{P,Q}|}}$$

$\bar{q}$: Consumo medio

  - La empresa podrá fijar un precio por unidad consumida mayor siempre cuanto:
    - Menor sea la elasticidad-precio de la demanda del bien
    - Menor sea el efecto de una subida en el precio por unidad consumida sobre el número de consumidores del bien

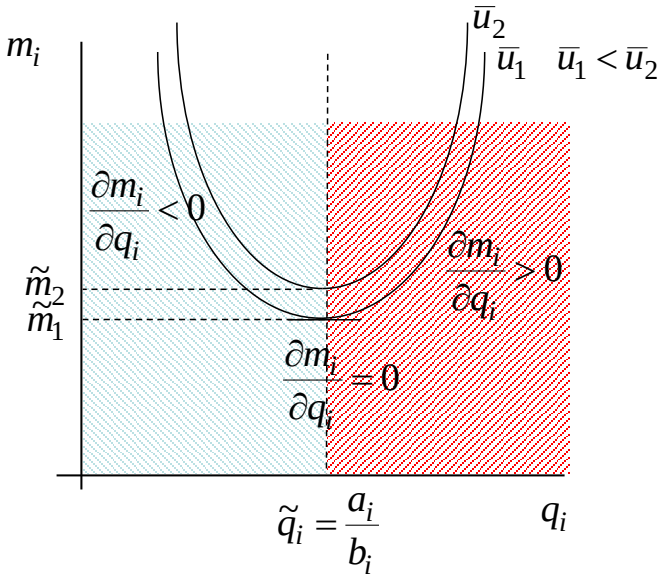
B/ <u>Resolución del problema para el caso de preferencias cuasilineales</u>. Vamos a estudiar la anterior solución para el caso de que las preferencias de los consumidores estuviesen dadas por la siguiente función de utilidad:

$$u_i(m_i, q_i) = m_i + a_i q_i - \tfrac{1}{2} b_i q_i^2$$

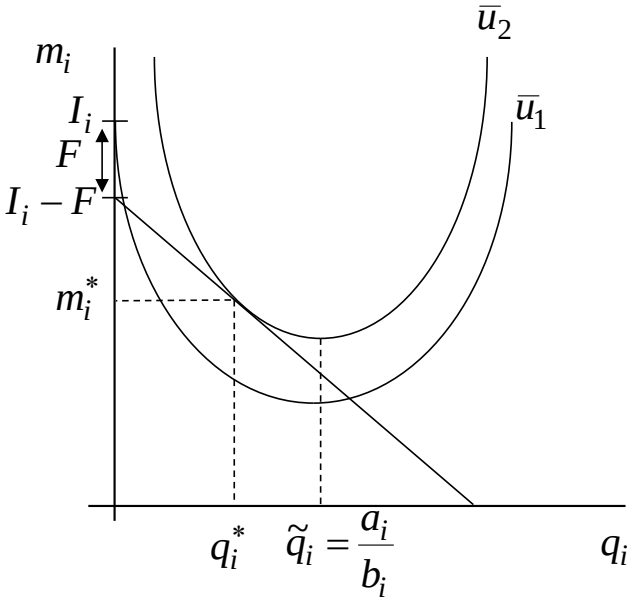
• Las funciones de demanda de cada consumidor son: $P = a_i - b_i q_i$

• Las curvas de indiferencia: $m = \bar{u} + \tfrac{1}{2} b_i q_i^2 - a_i q_i$

$$\frac{\partial m_i}{\partial q_i} = b_i q_i - a_i$$



➢ Para un mismo precio, la cantidad consumida por cada consumidor será distinta



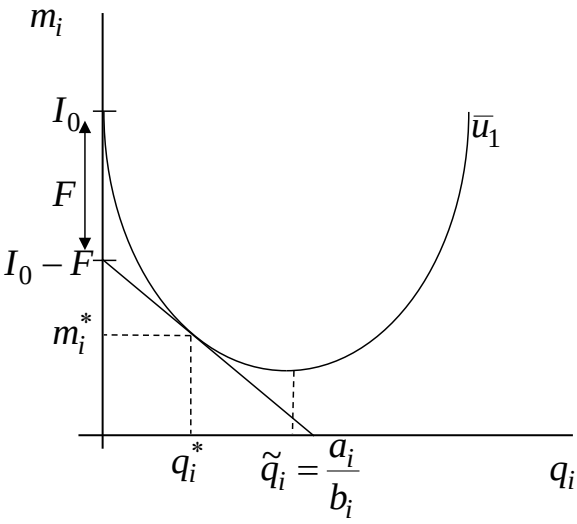
• Consumirán todos aquellos para los que se cumpla la "restricción de participación":

$$m_i^* + a_i q_i^* - \tfrac{1}{2} b_i \left(q_i^*\right)^2 \geq I_0$$

$$\left[I_0 - \left(F + P q_i^*\right)\right] + a_i q_i^* - \tfrac{1}{2} b_i \left(q_i^*\right)^2 \geq I_0$$

- El consumidor indiferente será aquél para el que la "restricción de participación" se cumpla con igualdad:

$$\left[I_0 - \left(F + Pq_i^*\right)\right] + a_i q_i^* - \tfrac{1}{2} b_i \left(q_i^*\right)^2 = I_0$$



➢ Introducimos dos supuestos simplificadores:

- Todos los consumidores tienen la misma función de utilidad: esto implica que, al mismo precio, todos consumen la misma cantidad del bien y que la cantidad del "consumidor marginal" es igual a la cantidad media $\left(q' = \bar{q}\right)$ y sus funciones de demanda son iguales:

$$p = a - bq$$

- Todos los consumidores tienen la misma renta (I_0). Esto implica que la variación en el número de consumidores no es "suave": o consumen todos o no consume ninguno (todos son el "consumidor indiferente").
- Los costes de conexión son cero ($k=0$)

➢ Con estos supuestos, obtener la cuota de conexión y el precio por unidad consumida que pondrá la empresa.

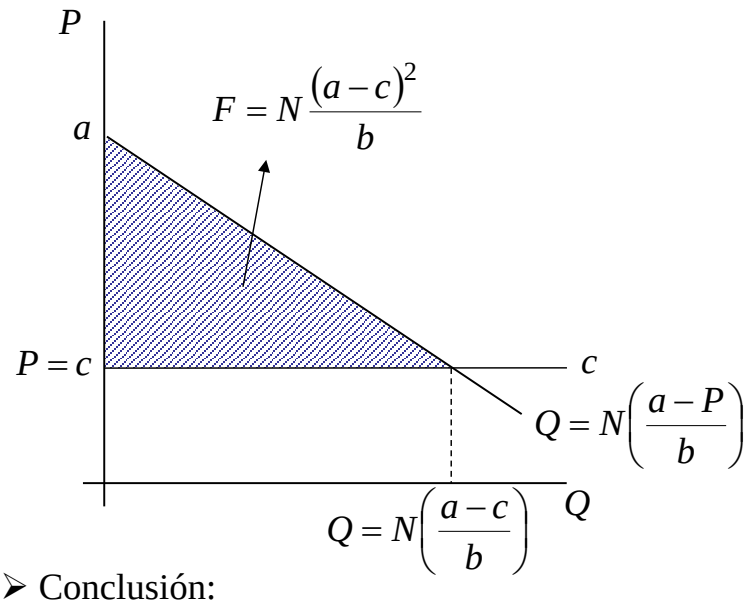
- El precio por unidad consumida deberá cumplir la condición:

$$\frac{P-c}{P} = \underbrace{\left(1 - \frac{q'}{\bar{q}}\right)}_{} \frac{1}{\left|E_{P,Q}\right|}$$

como $\left(q' = \bar{q}\right)$ concluimos que: $\dfrac{P-c}{P} = 0 \Rightarrow \boxed{P = c}$

- La cuota de conexión la fijará de modo que todos los consumidores sean indiferentes entre comprar o no comprar el producto:

$$I_0 - \left[F + c\left(\frac{a-c}{b}\right)\right] + a\left(\frac{a-c}{b}\right) - \tfrac{1}{2} b \left(\frac{a-c}{b}\right)^2 = I_0 \Rightarrow \boxed{F = \frac{(a-c)^2}{b}}$$



➢ Conclusión:

- La empresa fija un precio por unidad consumida menor que en monopolio. Concretamente fija el mismo precio que en competencia perfecta
- Mediante la cuota fija de conexión se apropia de todo el excedente del consumidor
- El bienestar social es mayor que en monopolio, pero a costa de que el excedente del consumidor es cero (como ocurre en la discriminación perfecta)