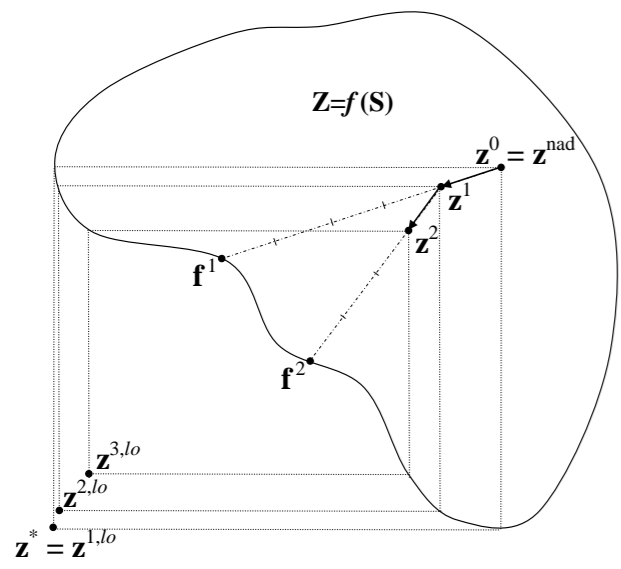
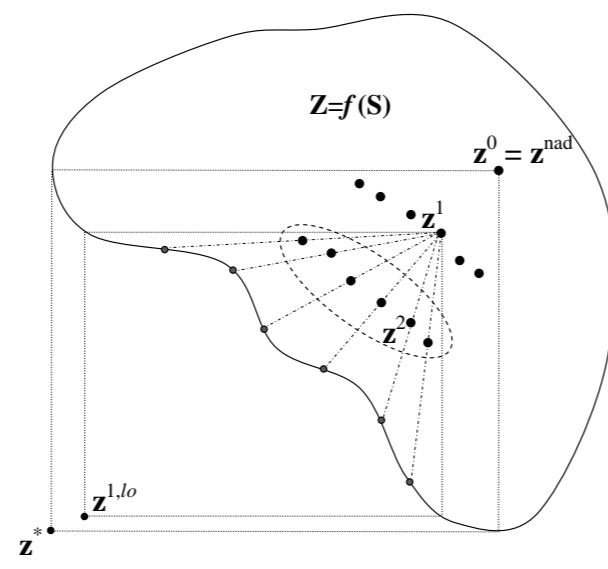


Filosofía NAUTILUS

- **Solventar ciertas dificultades** observadas en la aplicación práctica de los métodos interactivos a problemas reales:
 1. **Trading-off**: pasar de una a otra solución eficiente requiere un sacrificio en, al menos, alguno de los objetivos.
 2. **Anchoring**: las preferencias están influenciadas por la experiencia previa y por las expectativas generadas con anterioridad, lo cual puede hacer que el decisor se quede 'anclado' en las soluciones generadas.
 3. **Falta de motivación**: el decisor puede desistir demasiado pronto en su intento de encontrar una solución que se ajuste realmente a sus preferencias.
- La idea es converger hacia una solución eficiente satisfactoria de forma progresiva, **partiendo de una solución "mala"** (por ejemplo, el punto nadir).
- **Evitar los trade-offs**: el decisor no tiene que sacrificar en ningún objetivo para mejorar otro al pasar de una solución a otra.
- En cada iteración, **siempre se mejoran los valores de todas las funciones objetivo**.
- **Información preferencial en cada iteración**: determina la dirección de aproximación hacia el conjunto eficiente y el número de interacciones que el decisor desea realizar para alcanzar la solución final.
- **Información suministrada al decisor en cada iteración**: se da un paso hacia la frontera eficiente y se muestra:
 - ✓ Un punto de iteración más cercano a la frontera eficiente, o un conjunto de puntos más cercanos para que elija el que le guste más (según el método).
 - ✓ Los rangos alcanzables para cada objetivo en esa iteración.
 - ✓ Una medida de la proximidad a la frontera eficiente.
- **Pareto optimalidad solo asegurada en la solución final**.
- **Varios métodos basados en la filosofía NAUTILUS**: NAUTILUS [1], NAUTILUS II [2], E-NAUTILUS [3], NAUTILUS Framework [4].



NAUTILUS y NAUTILUS II [1, 2]



E-NAUTILUS [3]

NAUTILUS Navigator

- **Método interactivo de ayuda a la decisión**:
 - ✓ **Navegación en métodos interactivos**: "Navigation is the interactive procedure of traversing through a set of points (the navigation set) in the objective space guided by a decision maker (DM). The ultimate goal of this procedure is to identify the single most preferred Pareto optimal solution" [5].
 - ✓ **Filosofía NAUTILUS**: evitar trade-offs, anchoring,...
- **Idea principal**:
 - ✓ El decisor **explora libremente el espacio de objetivos** hasta que encuentra la solución eficiente que mejor se ajusta a sus preferencias.
 - ✓ El decisor **dirige, en tiempo real, el viaje de búsqueda** en el espacio de objetivos (esto es, navega).
 - ✓ **El viaje parte de una solución "mala"** (que alcanza valores no deseables para las funciones objetivo).
 - ✓ En tiempo real, **se observa cómo el viaje se aproxima progresiva y dinámicamente hacia la frontera eficiente**, dando un número de pasos por segundo.
- **Información preferencial**:
 - ✓ **Dirección de búsqueda**: valores de aspiración para cada objetivo (punto de referencia), así como cotas que no desearía sobrepasar.
 - ✓ **Velocidad de convergencia** hacia la frontera eficiente.
- **En base a esta información, comienza el viaje**: a medida que se converge hacia la frontera eficiente, **van mejorando simultáneamente los valores objetivo alcanzables**.
- Internamente, la navegación se produce entre las soluciones de un **conjunto de aproximación de la frontera eficiente** generado con anterioridad a través de algún método a posteriori (por ejemplo, un algoritmo evolutivo).
- **Pareto optimalidad**: se converge a una solución del conjunto de aproximación y, si se desea, se puede asegurar la eficiencia de la solución obtenida **proyectándola sobre la frontera eficiente**.
- Adecuado para problemas de optimización multiobjetivo **costosos computacionalmente**.
- **Código abierto de NAUTILUS Navigator**: <https://desdeo.it.jyu.fi>.
- **Interfaz gráfica de NAUTILUS Navigator**:
 - ✓ Permite interactuar fácilmente con el decisor.
 - ✓ El decisor recibe información sobre el **tipo de soluciones eficientes a las que se dirige la búsqueda** en base a las preferencias actuales.
 - ✓ **Visualización de la variación de los rangos de valores alcanzables para las funciones objetivo**, que van reduciéndose dinámicamente a medida que nos acercamos a la frontera eficiente.
 - ✓ Además, se muestra una medida sobre la **proximidad de la frontera eficiente**.
 - ✓ El decisor puede **modificar sus preferencias (dirección y velocidad)** para adaptar la búsqueda progresivamente.
 - ✓ Se puede **viajar hacia atrás** para explorar soluciones anteriores que ya no son alcanzables.
 - ✓ **Video**: <https://desdeo.it.jyu.fi/nautilus-navigator>.

Algoritmo Interno

Inputs: Una aproximación de la frontera eficiente, P , y estimaciones del nadir y del ideal, z^{nadir} y z^* .

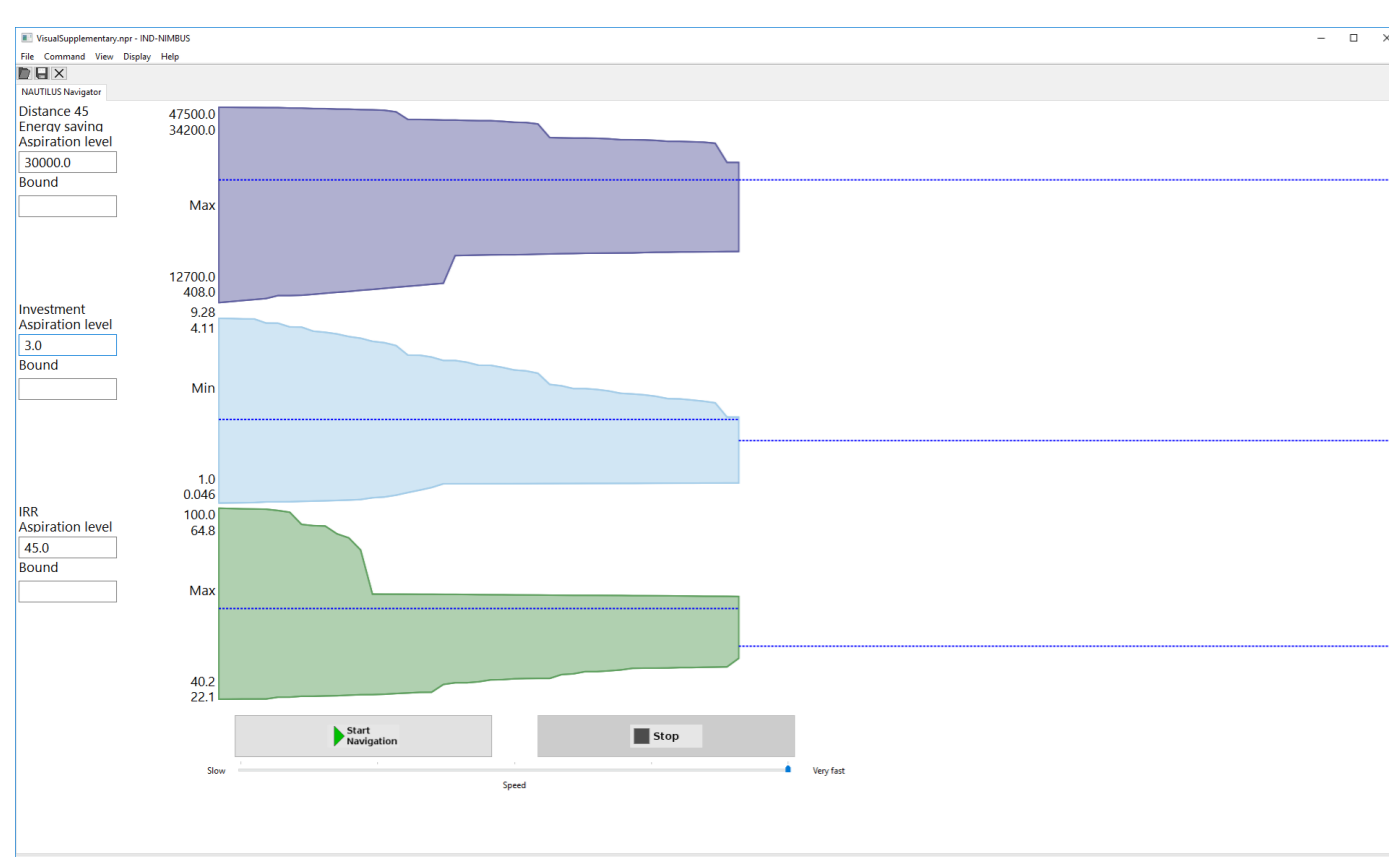
Output: Solución de P más satisfactoria, z_{pref} .

- Inicialización**. Se fija el punto de iteración inicial $z^0 = z^{\text{nadir}}$, las cotas del rango de valores alcanzables para cada objetivo f_i^{lo} y f_i^{up} y el conjunto inicial de soluciones alcanzables $P^0 = P$. Además, se establece el nivel inicial de aproximación hacia la frontera eficiente $d^0 = 0$, se inicializa el contador de pasos $h = 1$ y el número de pasos restantes $rs^1 = 100$.
- Preferencias iniciales**. El decisor suministra un valor deseable para cada función objetivo, con los que se inicializa el punto de referencia q^1 . Además, indica la velocidad de convergencia hacia el conjunto eficiente $s^1 \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- Navegación**. Se ejecutan s^h pasos por segundo hacia la frontera eficiente, hasta que el decisor detiene el viaje y proporciona nuevas preferencias, o hasta que se llega a una única solución de P .
 En cada paso h :
 - Si $h = 1$ o si el decisor ha proporcionado un nuevo punto de referencia q^h** , calculamos x^h como la solución óptima del problema:

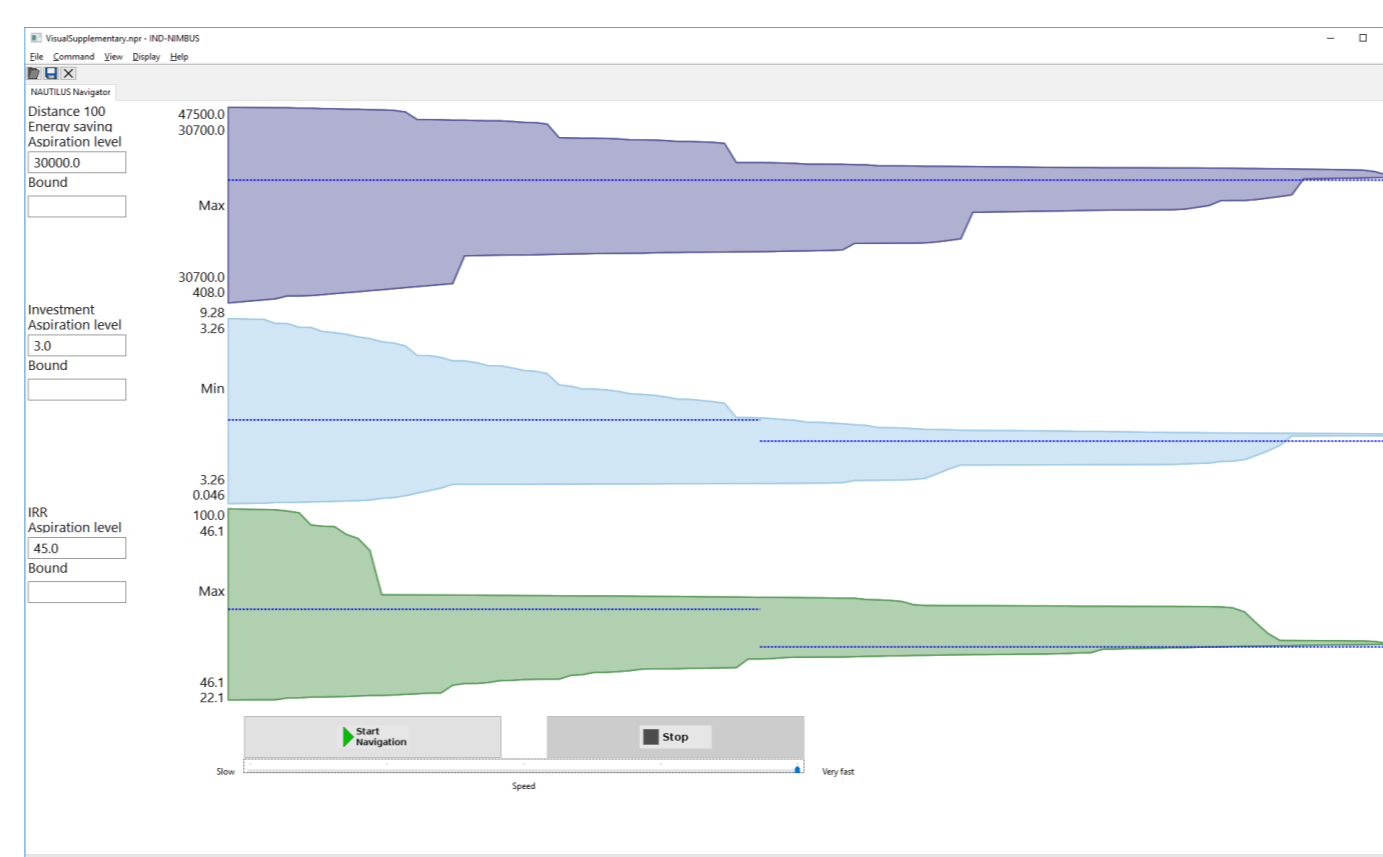
$$\min_{x \in P^{h-1}} \max_{j=1, \dots, k} \left\{ \frac{f_j(x) - q_j^h}{z_j^{\text{nadir}} - z_j^*} \right\} + \rho \sum_{i=1}^k \frac{f_i(x) - q_i^h}{z_i^{\text{nadir}} - z_i^*},$$
 En otro caso, $q^h = q^{h-1}$ y $x^h = x^{h-1}$. Determinamos $f^h = f(x^h)$.
 - Nuevo punto de iteración**: $z^h = \frac{rs^h - 1}{rs^h} z^{h-1} + \frac{1}{rs^h} f^h$.
 - Cotas f_i^{lo} y f_i^{up}** del rango de valores alcanzables para cada objetivo desde z^h : se obtienen las soluciones óptimas de los problemas (P_r^h) , para cada $r = 1, \dots, k$ (siendo k el número de funciones objetivo):

$$(P_r^h) \begin{cases} \min/\max & f_r(x) \\ \text{subject to} & f_j(x) \leq z_j^h, j = 1, \dots, k, j \neq r, \\ & x \in P^{h-1} \end{cases}$$
 Fijar $f_i^{\text{lo}} = (f_1^{\text{lo}}, \dots, f_k^{\text{lo}})^T$ y $f_i^{\text{up}} = (f_1^{\text{up}}, \dots, f_k^{\text{up}})^T$, donde f_r^{lo} y f_r^{up} son los valores de las funciones objetivo en las soluciones óptimas de las formulaciones *min* y *max*, respectivamente, para cada $r = 1, \dots, k$.
 - Nivel de aproximación hacia la frontera eficiente**: $d^h = \frac{\|z^h - z^{\text{nadir}}\|_2}{\|f^h - z^{\text{nadir}}\|_2} \times 100$.
 - Subconjunto P^h de soluciones alcanzables desde z^h** : $P^h = \{x \in P^{h-1} : f_i^{\text{lo}} \leq f_i(x) \leq f_i^{\text{up}}, \forall i = 1, \dots, k\}$.
 - Si $rs^h = 1$, stop** y la última solución x^h y su vector objetivo f^h constituyen la solución final z_{pref} . En otro caso, actualizar $it^{h+1} = rs^h - 1$, $h = h + 1$ e ir al paso **3.a**.
- Nuevas preferencias**. En caso de que, justo después del paso h , el decisor detenga el viaje y proporcione nueva información preferencial, se actualiza q^{h+1} y/o s^{h+1} , según la información proporcionada, antes de ejecutar el paso $h + 1$.
- Viajar hacia atrás**. Si el decisor para el viaje porque desea regresar a algún punto de iteración anterior, se retrocede hasta dicho punto, desde donde se reinicia la navegación usando la información preferencial actual.

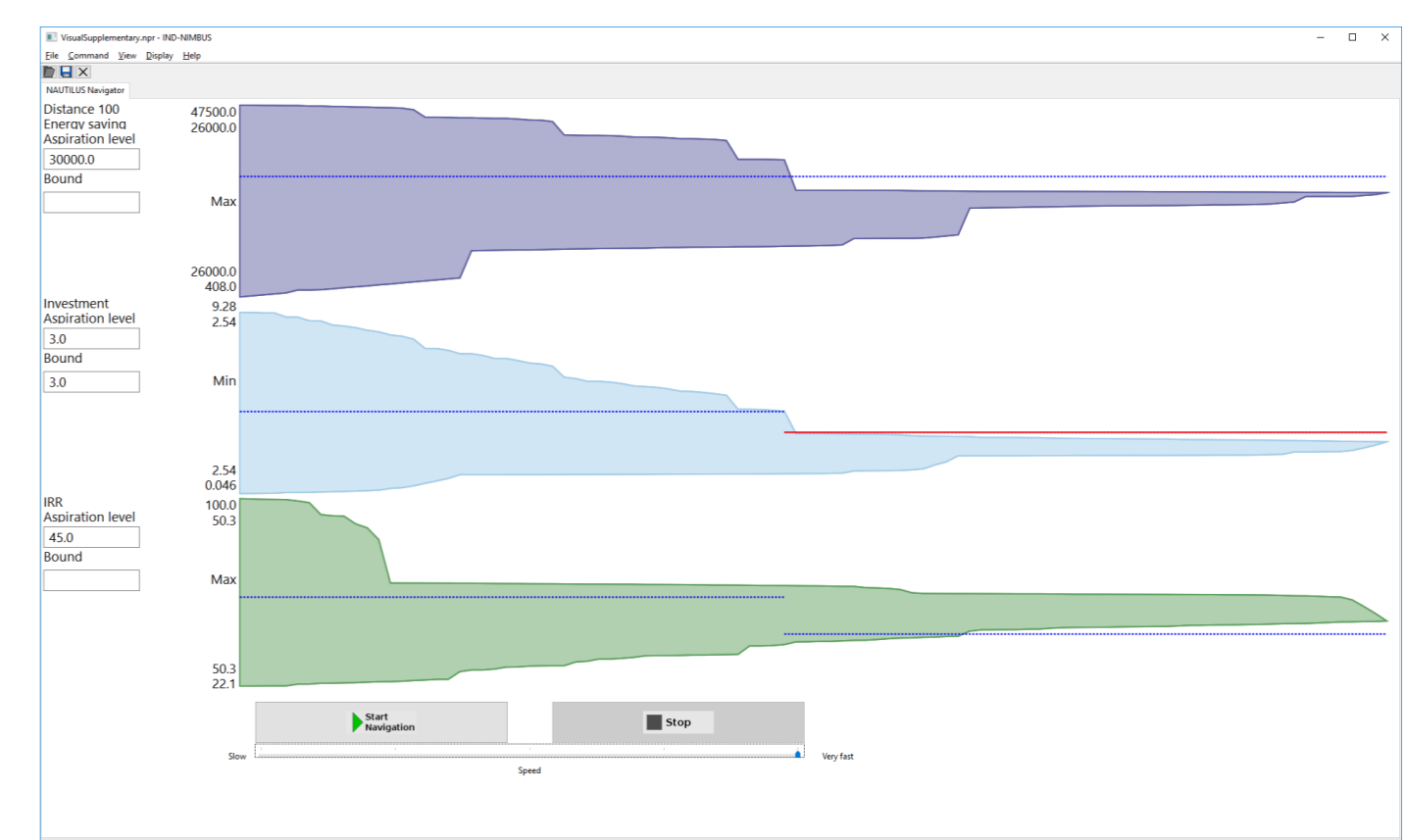
Interfaz Gráfica de NAUTILUS Navigator



En base a la información preferencial inicial, se muestran cómo evolucionan los rangos alcanzables de las funciones objetivo.



Se deja que el viaje continúe hacia la frontera eficiente y se observa cómo se alcanza una solución final en base a las preferencias iniciales.



Se puede viajar hacia atrás para explorar soluciones anteriores que dejaron de ser alcanzables, y además se pueden indicar nuevas preferencias.

Referencias

- [1] K. Miettinen, P. Eskelinen, F. Ruiz, M. Luque (2010) *NAUTILUS method: An interactive technique in multiobjective optimization based on the nadir point*, European Journal of Operational Research, 206(2), 426-434.
- [2] K. Miettinen, D. Podkopaev, F. Ruiz, M. Luque (2015) *A new preference handling technique for interactive multiobjective optimization without trading-off*. Journal Global Optimization, 63(4), 633-652.
- [3] A.B. Ruiz, K. Sindhya, K. Miettinen, F. Ruiz, M. Luque (2015) *E-NAUTILUS: A decision support system for complex multiobjective optimization problems based on the NAUTILUS method*. European Journal of Operational Research, 246(1), 218-231.
- [4] K. Miettinen, F. Ruiz (2016) *NAUTILUS framework: towards trade-off-free interaction in multiobjective optimization*. Journal of Business Economics, 86(1), 5-21.
- [5] R. Allmendinger, M. Ehrgott, X. Gandibleux, M. J. Geiger, K. Klamroth, M. Luque (2017) *Navigation in multiobjective optimization methods*. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 24, 57-70.