Coálgebras genéticas

Irene Paniello

Departamento de Estadística, Informática y Matemáticas

Universidad Pública de Navarra

31006 Pamplona, España

irene.paniello@unavarra.es

Las coálgebras con realización genética fueron propuestas por J. Tian y B-L. Li en 2004 [9], como ejemplo de estructura algebraica no asociativa que permitiese rastrear la transferencia de la información genética en aquellos sistemas genéticos que se comportan de acuerdo a las leyes de Mendel. Más concretamente, dada una población genética mendeliana, su objetivo era definir una estructura algebraica que, para cada uno de los tipos genéticos existentes en la población, permitiese identificar las características genéticas de sus ancestros.

De manera general, una coálgebra con realización genética puede entenderse como un espacio vectorial real de dimensión finita n, provisto de una aplicación lineal, o comultiplicacion, $\Delta : C \to C \otimes C$, que para una base distinguida, llamada natural, $\mathcal{B} = \{e_1, \dots, e_n\}$, permite escribir $\Delta(e_k) = \sum_{i,j=1}^{n} \beta_{ij}^{k} e_i \otimes e_j$, $k = 1, \dots, n$, para ciertos $0 \leq \beta_{ij}^{k} \leq 1$, $i, j, k = 1, \dots, n$, tales que $\sum_{i,j=1}^{n} \beta_{ij}^{k} = 1$, para todo $k = 1, \dots, n$. Los elementos de la base natural podían en este caso considerarse como un conjunto completo de representantes de los distintos tipos genéticos existentes en la población genética objeto de estudio.

En su trabajo de 2004 [9] Tian y Li revisaron las principales propiedades de las coálgebras con realización genética, proporcionando una interpretación biológica para algunas de ellas. Igualmente formularon una serie de cuestiones relativas al papel que esta estructura podía desempeñar en el estudio y modelización de la tranferencia de la información genética. La mayoría de estas cuestiones quedaron abiertas después de este trabajo.

Posteriormente en 2011 en [2] se estableció una correspondencia entre las coálgebras con realización genética y las llamadas matrices cúbicas estocásticas de tipo (1,2). Estas matrices habían sido previamente estudiadas por Maksimov en [1]. Esta correspondencia, entre coálgebras con realización genética y matrices cúbicas estocásticas de tipo (1,2), ha sido fundamental para el posterior estudio de diversas cuestiones relacionadas con las coálgebras con realización genética [3, 4, 5]. Más recientemente, en 2018, siguiendo las pautas establecidas por Tian y Li en su artículo de 2004 [9], se han considerado igualmente nuevas coálgebras con significado genético que intentan reflejar el comportamiento de poblaciones no mendelianas [6] así como el de las llamadas "chicken populations" [7].

Nuestro objetivo será proporcionar una visión general del papel de las coálgebras genéticas en la modelización del comportamiento de los sistemas genéticos. Para ello, y tras un breve repaso de algunas definiciones y propiedades básicas relativas a las coálgebras [8], revisaremos la noción de coálgebra con realización genética introducida por Tian y Li en [9], así como su correspondencia con las matrices cúbicas estocásticas de tipo (1,2) establecida en [2]. Esta correspondencia nos permitirá, por ejemplo, identificar los caracteres y los operadores de evolución de tales coálgebras, así como sus estados de equilibrio.

A continuación consideraremos distintas cuestiones relativas a la estructura de estas coálgebras proporcionando una caracterización de su simplicidad (en sentido genético) basada en trigrafos orientados.

Para finalizar se comentarán brevemente diversos aspectos relativos a las llamadas coálgebras de evolución, recientemente introducidas en [6].

References

[1] V. M. Maksimov, Cubic stochastic matrices and their probability interpretation, Theory Probab. Appl. 41 (1) (1997) 55-69.

[2] I. Paniello, Stochastic matrices arising from genetic inheritance, Linear Algebra and its Applications 434 (2011) 791-800.

[3] I. Paniello, Marginal distributions on genetic coalgebras, J. Math. Biology 68 (5) (2014) 1071-1087.

[4] I. Paniello, On evolution operators of genetic coalgebras, J. Math. Biology 74 (1-2) (2017) 149-168.

[5] I. Paniello, Backwards genetic inheritance through coalgebra-graphs, Linear and Multilinear Algebra 65 (5) (2017) 943-961.

[6] I. Paniello, Evolution coalgebras, aceptado en Linear and Multilinear Algebra (2018).

[7] I. Paniello, Evolution coalgebras on chicken populations, aceptado en Linear and Multilinear Algebra (2018).

[8] M. E. Sweedler, Hopf Algebras, Mathematics Lecture Note Series, W. A. Benjamin, Inc. New York, 1969.

[9] J. Tian, B-L. Li, Coalgebraic structure of genetic inheritance, Mathematical Biosciences and Engineering 1 (2) (2004) 243-266.