

Tema 09:

Comportamiento de secciones de hormigón armado hasta la rotura por solicitaciones normales

CONTENIDO:

1.	Introducción	2
1.1	Definición de solicitación normal.....	2
1.2	Definiciones geométricas.....	6
1.3	Definiciones mecánicas	6
2.	Roturas por tracción.....	8
2.1	Tracción simple	8
2.2	Tracción compuesta.....	11
3.	Roturas por flexión	12
3.1	Flexión simple	12
3.1.1	Flexión simple sin armadura de compresión	12
3.1.2	Flexión simple con armadura de compresión.....	18
3.2	Flexión compuesta.....	19
4.	Roturas por compresión	20
4.1	Compresión simple	20
4.2	Compresión compuesta.....	21
5.	Cuantías límites de las armaduras.....	22
5.1	Capacidades mecánicas mínimas.....	22
5.2	Armaduras máximas	23
5.3	Otras limitaciones	24
5.3.1	Vigas.....	24
5.3.2	Pilares	25
5.3.3	Losas.....	25
5.3.4	Muros.....	26

1. INTRODUCCIÓN

Para poder determinar la respuesta última de una sección ante una solicitación normal es necesario conocer cuándo se alcanza dicha situación última, momento en el cual, las solicitaciones que la provocan corresponden con su respuesta última. Por ello, en este tema, se estudia la forma en la que una sección de hormigón armado alcanza el agotamiento, dependiendo del tipo de solicitación: tracción, flexión y compresión.

Como introducción, abordaremos las definiciones necesarias para estudiar este problema.

Finalmente, aprovechando que en el estudio del comportamiento hasta rotura surge el concepto de rotura frágil y la necesidad de disponer una cuantía mínima de acero para evitarla, concluiremos el tema con el estudio de las cuantías límites de acero.

1.1 Definición de solicitación normal

Se denominan solicitaciones normales a aquellas que producen estados tensionales perpendiculares a las secciones rectas de las piezas. Estas estarán originadas por un esfuerzo axial, N , de tracción o compresión, y unos momentos flectores, M_x y M_y , contenidos en los planos que definen unos ejes situados en el centro de gravedad de la sección de hormigón.

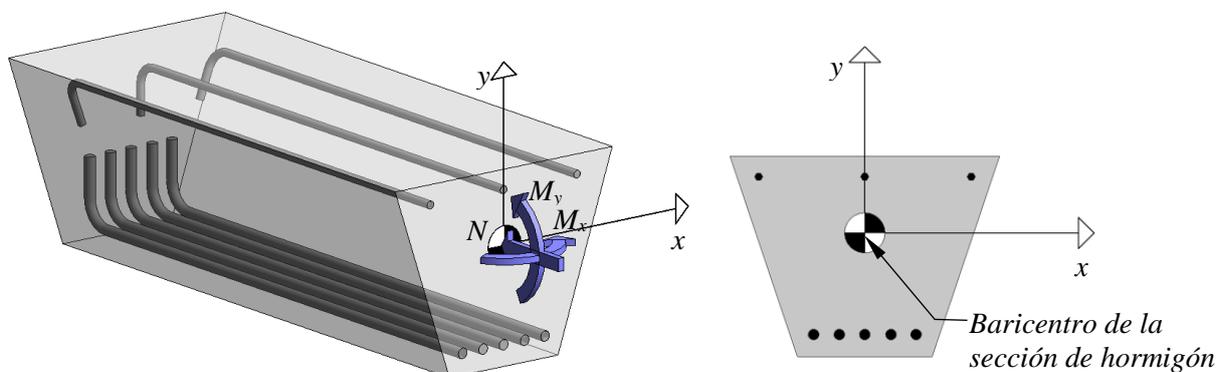


Fig. 1-1. Esfuerzos normales.

Los esfuerzos baricentrales N , M_x y M_y se pueden representar de forma equivalente mediante un único axil N aplicado con unas excentricidades e_x y e_y de valor:

$$e_x = \frac{M_x}{N}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N}$$

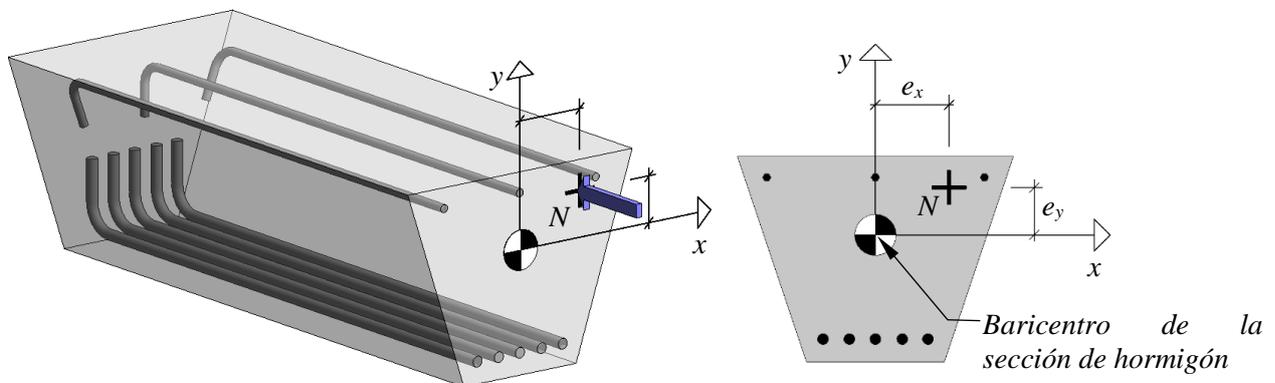


Fig. 1-2. Esfuerzos normales equivalentes.

La solicitación normal se puede clasificar de la siguiente forma:

➤ **Solicitación recta.**

Se presenta cuando se cumplen simultáneamente las dos condiciones siguientes:

- ✓ La sección de hormigón armado tiene un eje de simetría.
- ✓ los esfuerzos, axil y momento flector, actúan en el plano definido por este eje de simetría y la directriz de la pieza.

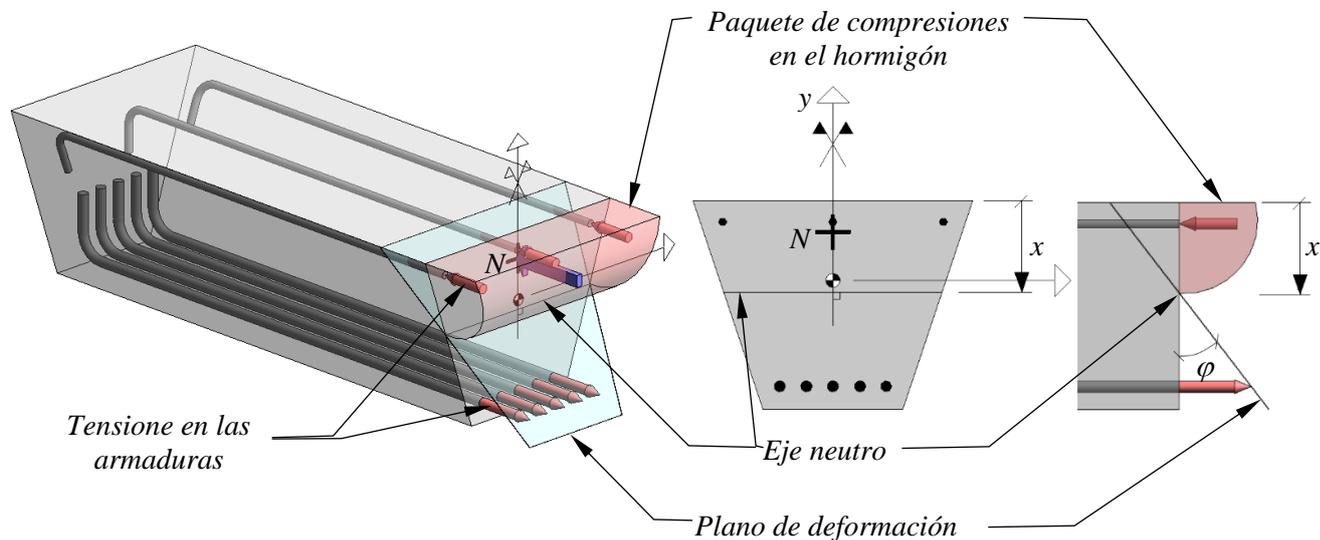


Fig. 1-3. Solicitación recta.

En esta situación, el eje neutro¹ es perpendicular al eje de simetría de la sección, y su posición queda definida por un único parámetro, que suele ser la distancia existente entre la fibra más comprimida (o menos traccionada) de la sección y dicho eje, que se denomina profundidad del eje neutro y que se le suele representar por x . Para conocer el plano de deformación necesitamos conocer un dato más, siendo el más utilizado la pendiente de dicho plano o curvatura, que se le suele representar por φ . Por lo tanto, el plano de deformación viene definido únicamente por dos parámetros, siendo los más habituales la profundidad del eje neutro o fibra neutra (x) y la curvatura (φ).

➤ **Solicitación esviada.**

Se presenta cuando no se cumple alguna de las condiciones anteriores:

- ✗ ❶ La sección de hormigón NO tiene un eje de simetría.
- ✗ ❷ Aun siendo simétrica la sección de hormigón, la distribución de armaduras no lo es.
- ✗ ❸ Existe el eje de simetría de la sección de hormigón armado, pero los esfuerzos NO actúan en el plano definido por este eje de simetría y la directriz de la pieza.

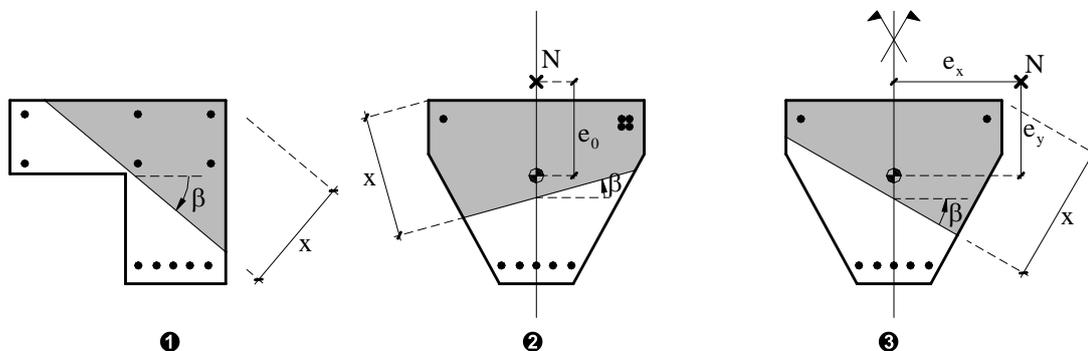


Fig. 1-4. Condiciones para la solicitación esviada.

¹ El eje neutro en una sección lo constituyen las fibras de la misma cuya deformación es nula.

En esta situación la posición del eje neutro queda definida por dos parámetros, que suelen ser su profundidad, x , definida de la misma forma que en flexión recta, y su inclinación respecto a una dirección fija contenida en el plano de la sección, β . Para conocer el plano de deformación necesitamos de nuevo un dato más, que al igual que en flexión recta se suele utilizar la curvatura, φ , por lo que en este caso necesitamos conocer tres parámetros: la profundidad del eje neutro (x), la inclinación respecto a una dirección fija (β) y la curvatura (φ).

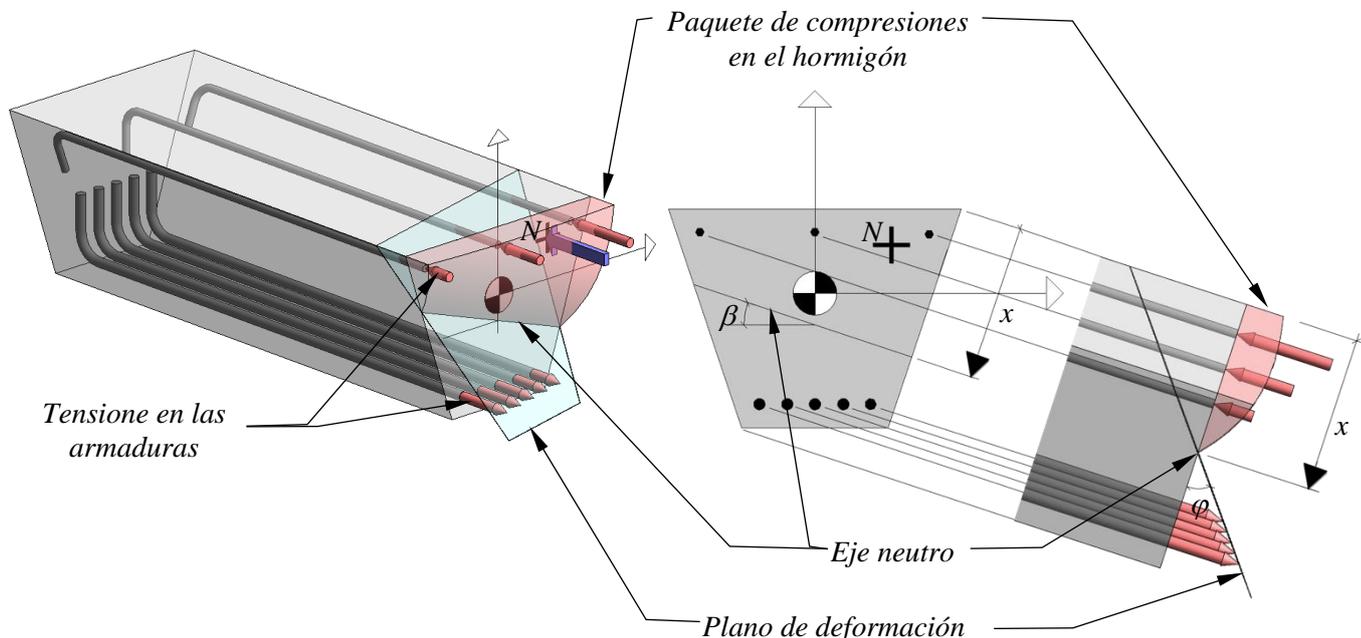


Fig. 1-5. Solicitación esviada (Vita 3D <https://skfb.ly/o88vA>).

Por otro lado, según el estado tensional resultante de la actuación de estos esfuerzos, se hace la siguiente clasificación:

➤ **Tracción.**

Corresponde a situaciones donde todas las fibras de la sección se encuentran traccionadas. En general están provocados por un axil de tracción y un momento flector. A su vez se clasifica en:

- ❑ Tracción simple: si únicamente actúa el esfuerzo axil de tracción y, además, el diagrama de deformación es constante.
- ❑ Tracción compuesta: si actúan simultáneamente el esfuerzo axil de tracción y el momento flector.

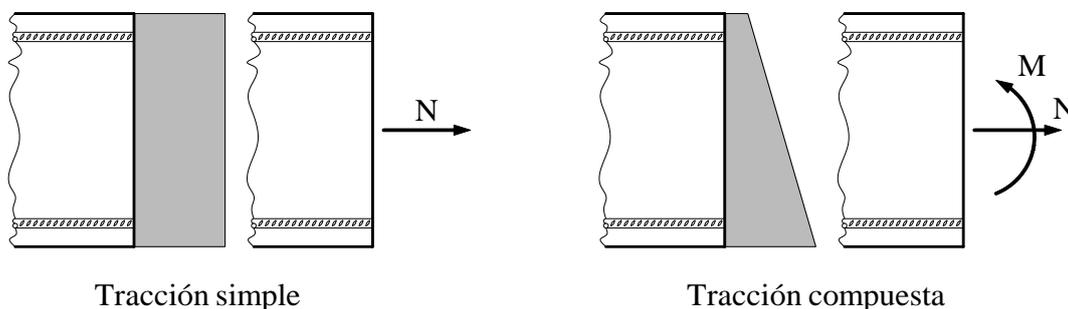


Fig. 1-6. Diagramas de deformación correspondientes a solicitaciones de tracción.

➤ **Flexión.**

Corresponde a situaciones donde existen fibras de la sección que se encuentran comprimidas y otras traccionadas. En general está provocada por un axil (de tracción o compresión) y un momento flector. A su vez se clasifica en:

- Flexión simple: si únicamente actúa el momento flector.
- Flexión compuesta: si actúan simultáneamente el momento flector y el esfuerzo axial.

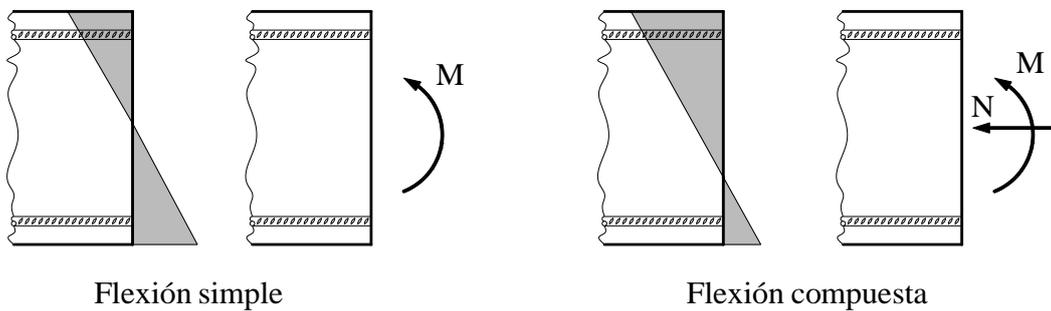


Fig. 1-7. Diagramas de deformación correspondientes a solicitaciones de flexión.

➤ Compresión.

Corresponde a situaciones donde todas las fibras de la sección se encuentran comprimidas. En general está provocada por un axil de compresión y un momento flector. A su vez se clasifica en:

- Compresión simple: si únicamente actúa el esfuerzo axial de compresión y, además, el diagrama de deformación es constante.
- Compresión compuesta: si actúan simultáneamente el esfuerzo axial de compresión y el momento flector.

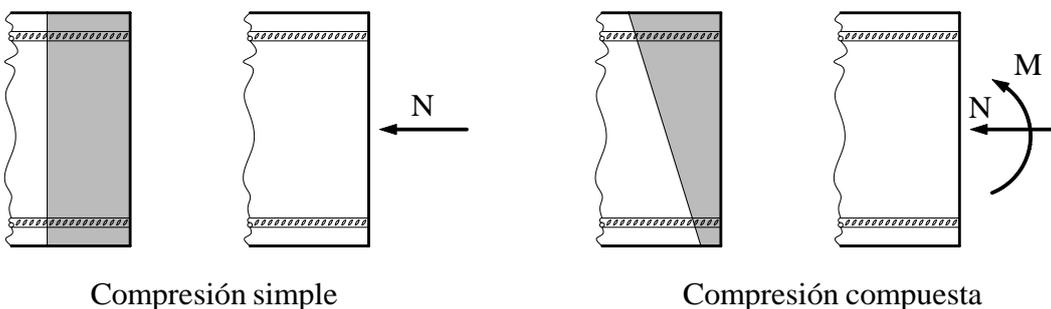


Fig. 1-8. Diagramas de deformación correspondientes a solicitaciones de compresión.

De esta clasificación se desprende que la actuación simultánea de un axil de compresión, N , y un momento flector, M , puede dar lugar a una situación de flexión compuesta o compresión compuesta². No se sabrá exactamente a cuál de ellas, hasta una vez realizados los cálculos, instante en el cual se conoce el diagrama de deformación que provoca esta solicitación. Es por este motivo por lo que en general se habla de flexo-compresión (flexo-tracción) cuando actúan simultáneamente un axil de compresión (tracción) y un momento flector.

² Tracción compuesta si el axil es de tracción.

1.2 Definiciones geométricas

En lo que sigue consideraremos el caso de secciones de hormigón armado que presentan un eje de simetría y están armadas con dos conjuntos de armaduras, A_{s1} y A_{s2} , dispuestos cada uno de ellos con unos recubrimientos d_1 y d_2 , tal y como se muestra en la Fig. 1-9. Además, las solicitaciones normales actúan en el plano definido por el eje de simetría y la directriz de la pieza.

Podemos definir los siguientes conceptos geométricos:

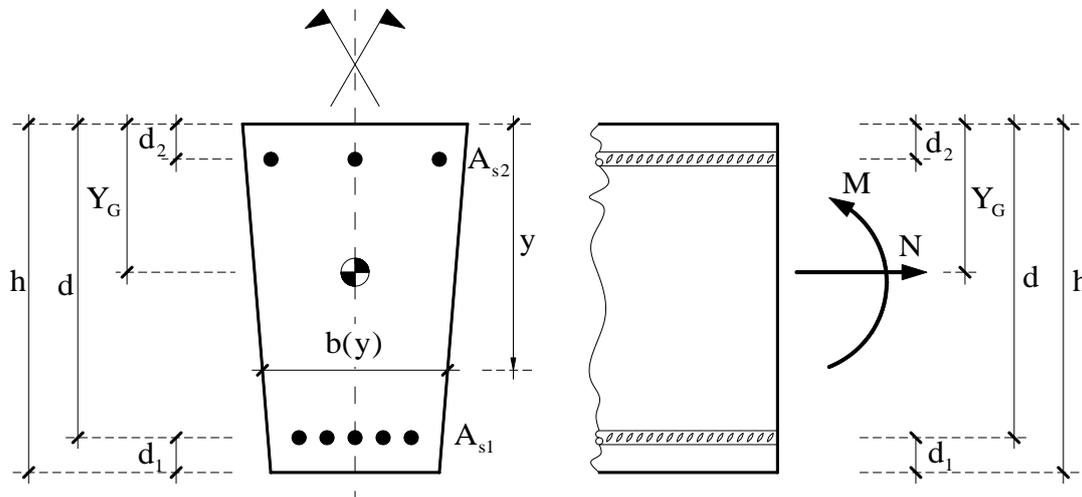


Fig. 1-9. Datos geométricos de una sección de hormigón armado.

- Sección bruta: es la que resulta de las dimensiones reales de la pieza, sin deducir los espacios correspondientes a las armaduras³.
- Y_G : Profundidad del centro de gravedad de la sección bruta.
- h : Canto de la sección bruta.
- $b(y)$: Ancho de la sección bruta a la profundidad y . Este ancho será constante para una sección rectangular.
- d : Canto útil.
- d_1 : Recubrimiento de la armadura más traccionada ó menos comprimida (Arm. inferior).
- d_2 : Recubrimiento de la armadura más comprimida ó menos traccionada (Arm. superior).
- A_c : Área de la sección de hormigón (sección bruta). Para una sección rectangular será: $A_c = b \cdot h$
- A_s : Área de la sección de la armadura.
 - A_{s1} : Área de la sección de la armadura más traccionada ó menos comprimida (Arm. inferior).
 - A_{s2} : Área de la sección de la armadura más comprimida ó menos traccionada (Arm. superior).
- Cuantía geométrica: $\frac{A_s}{A_c}$
 - Cuantía geométrica de la armadura más traccionada ó menos comprimida (Arm. inferior): $\frac{A_{s1}}{A_c}$
 - Cuantía geométrica de la armadura más comprimida ó menos traccionada (Arm. superior): $\frac{A_{s2}}{A_c}$

1.3 Definiciones mecánicas

Podemos definir los siguientes conceptos mecánicos:

³ Además de la sección bruta se definen otras tres que veremos a lo largo del curso, y que son:

- Sección neta: es la que se obtiene de la sección bruta deduciendo los huecos longitudinales practicados en el hormigón, tales como entubaciones para el paso de las armaduras activas (es un concepto que se utiliza en las estructuras de hormigón pretensado).
- Sección homogeneizada: es la que se obtiene de la sección neta y las áreas de las armaduras longitudinales multiplicadas por el coeficiente de equivalencia $n = \frac{E_s}{E_c}$, donde E_s es el módulo de deformación del acero y E_c el del hormigón.
- Sección fisurada: es la formada por la zona comprimida del hormigón y las áreas de las armaduras longitudinales multiplicadas por el coeficiente de equivalencia $n = \frac{E_s}{E_c}$

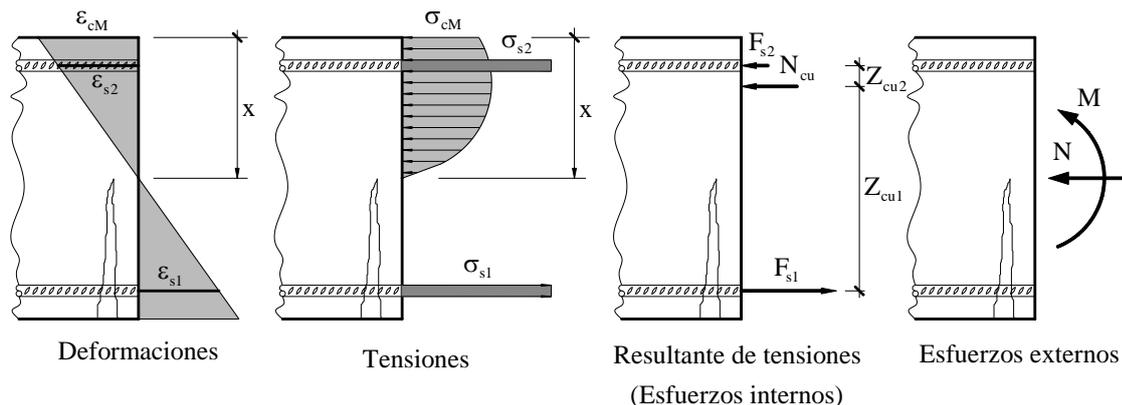


Fig. 1-10. Datos mecánicos de una sección de hormigón armado.

- x : Profundidad del eje neutro.
- ε_c : Deformación de las fibras de hormigón.
 - ε_{cM} : Deformación de la fibra de hormigón más comprimida.
- ε_s : Deformación de la armadura de acero⁴.
 - ε_{s1} : Deformación de la armadura más traccionada o menos comprimida (Arm. inferior).
 - ε_{s2} : Deformación de la armadura más comprimida ó menos traccionada (Arm. superior).
- σ_c : Tensión de las fibras de hormigón.
 - σ_{cM} : Tensión de la fibra de hormigón más comprimida.
- σ_s : Tensión de la armadura de acero⁴.
 - σ_{s1} : Tensión de la armadura más traccionada o menos comprimida (Arm. inferior).
 - σ_{s2} : Tensión de la armadura más comprimida ó menos traccionada (Arm. superior).
- $N_c = \iint_{A_c} \sigma_c \cdot dA$: Resultante de las tensiones de compresión en el hormigón.
 - N_{cu} : Resultante última de las tensiones de compresión en el hormigón.
- Z_{c1} : Brazo mecánico respecto de la armadura inferior de la resultante de las tensiones de compresión en el hormigón
 - Z_{cu1} : Brazo mecánico respecto de la armadura inferior de la resultante última de las tensiones de compresión en el hormigón
- Z_{c2} : Brazo mecánico respecto de la armadura superior de la resultante de las tensiones de compresión en el hormigón
 - Z_{cu2} : Brazo mecánico respecto de la armadura superior de la resultante última de las tensiones de compresión en el hormigón
- $F_s = A_s \cdot \sigma_s$: Resultante de las tensiones en la armadura de acero.
 - $F_{s1} = A_{s1} \cdot \sigma_{s1}$: Resultante de las tensiones en la armadura más traccionada o menos comprimida (Arm. inferior).
 - $F_{s2} = A_{s2} \cdot \sigma_{s2}$: Resultante de las tensiones en la armadura más comprimida ó menos traccionada (Arm. superior).
- Capacidades mecánicas
 - Capacidad mecánica del hormigón: $U_c = A_c \cdot f_{cd}$
 - Capacidad mecánica del acero: $U_s = A_s \cdot f_{yd}$
 - De la armadura más traccionada o menos comprimida (Arm. inferior): $U_{s1} = A_{s1} \cdot f_{yd}$
 - De la armadura más comprimida ó menos traccionada (Arm. superior): $U_{s2} = A_{s2} \cdot f_{yc,d}$ ⁵
- Cuantías mecánicas $\omega = \frac{U_s}{U_c}$
 - De la armadura más traccionada o menos comprimida (Arm. inferior): $\omega_1 = \frac{U_{s1}}{U_c}$
 - De la armadura más comprimida ó menos traccionada (Arm. superior): $\omega_2 = \frac{U_{s2}}{U_c}$

⁴ En general, se supone que todas las fibras de cada conjunto de armadura, A_{s1} y A_{s2} , tienen la misma deformación, y por lo tanto la misma tensión.

⁵ Ver nota 15 en página 23.

2. ROTURAS POR TRACCIÓN

2.1 Tracción simple

Como hemos visto en el tema de “propiedades del hormigón”, éste presenta una baja resistencia a la tracción y por tal motivo se le arma. Los valores de esta resistencia están en torno al 10% de la resistencia a compresión⁶.

Supongamos una pieza de hormigón armado sometida a un esfuerzo de tracción simple, tal y como se representa en la Fig. 2-1. En dicha figura se representan las leyes de comportamiento del acero (igual en tracción y compresión⁷) y del hormigón (no están a escala).

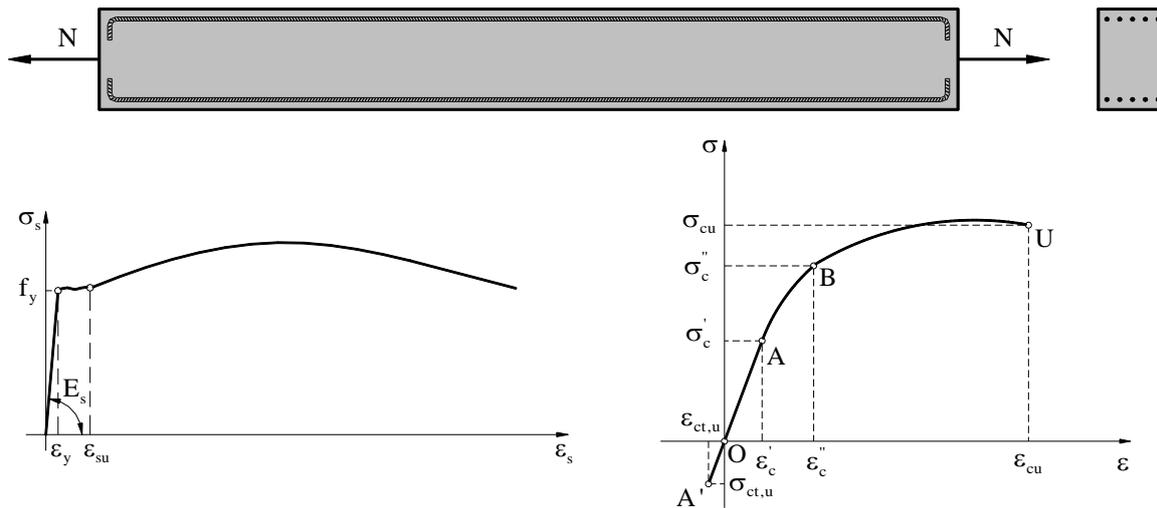


Diagrama tensión-deformación del acero.

Diagrama tensión-deformación del hormigón

Fig. 2-1. Ensayo de tracción de una pieza de hormigón armado.

Al ir aumentando el esfuerzo de tracción la pieza pasa por tres estados diferentes, para los cuales se ha representado en la Fig. 2-2 el aspecto que presentaría la pieza y, para una de las secciones de la misma, los diagramas de deformación, tensiones internas, resultante de las tensiones internas (esfuerzos internos) y esfuerzos externos (en este caso el esfuerzo axial de tracción) en equilibrio con los esfuerzos internos.

Estado 1: elástico. Mientras la tracción aplicada sea muy reducida, N_1 , los dos materiales, hormigón y acero, experimentan las mismas deformaciones, y la tracción es resistida por ambos. Las fibras del

⁶ Recordamos que si no se dispone de resultados de ensayos, puede estimarse la resistencia a tracción mediante las fórmulas:

- resistencia característica inferior a tracción (correspondiente al cuantil del 5%):

$$f_{ctk} = 0,70 f_{ctm}$$

- resistencia media a tracción:

$$f_{ctm} = 0,30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \text{para } f_{ck} \leq 50 \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln \left(1 + \frac{f_{ctm}}{10} \right) \quad \text{para } f_{ck} > 50 \frac{N}{mm^2}$$

⁷ En la Fig. 2-1 se ha representado únicamente el comportamiento del acero en tracción. En compresión el comportamiento es el mismo, y por lo tanto la ley tensión deformación en compresión es simétrica de la de tracción respecto del origen.

hormigón recorren el tramo OA' del diagrama tensión-deformación (Fig. 2-1). La tensión máxima del hormigón en este estado es del orden del 10% de su resistencia a compresión.

Estado 2: de fisuración. Al aumentar el esfuerzo de tracción, N_2 , llega un momento en el que se alcanza la resistencia a tracción del hormigón y aparecen las primeras fisuras. En las secciones fisuradas se produce el deslizamiento de las armaduras respecto al hormigón que las recubre y toda la tracción pasa a ser absorbida por las armaduras. El hormigón, una vez fisurado, deja de tener una misión resistente y se convierte en un revestimiento protector⁸. Nos encontramos en el estado de fisuración. Los sucesivos incrementos de carga son absorbidos íntegramente por las armaduras.

Estado 3: de prerrotura. Al seguir aumentando el esfuerzo de tracción llega un momento en el que las armaduras alcanzan su límite elástico, f_y (Fig. 2-1). A partir de este instante la sección entra en fluencia, aumentando las deformaciones y las aberturas de las fisuras, sin aumento apreciable de la tracción exterior (las armaduras se encuentran en el escalón de cedencia). Nos encontramos en el estado de prerrotura.

El agotamiento se establece convencionalmente, cuando las armaduras han alcanzado una deformación plástica excesiva, que se fija en $\varepsilon_{su} = 10\%$, aunque como se aprecia en el diagrama tensión deformación del acero, éste es capaz de desarrollar deformaciones mucho mayores (140% y 120% en los aceros B400S y B500S respectivamente).

El axil de agotamiento será:

$$N_u = A_s \cdot f_{yd}$$

⁸ para que esta protección sea efectiva habrá que limitar la abertura de las fisuras a un valor suficientemente pequeño, que será función de la agresividad del ambiente (clase de exposición).

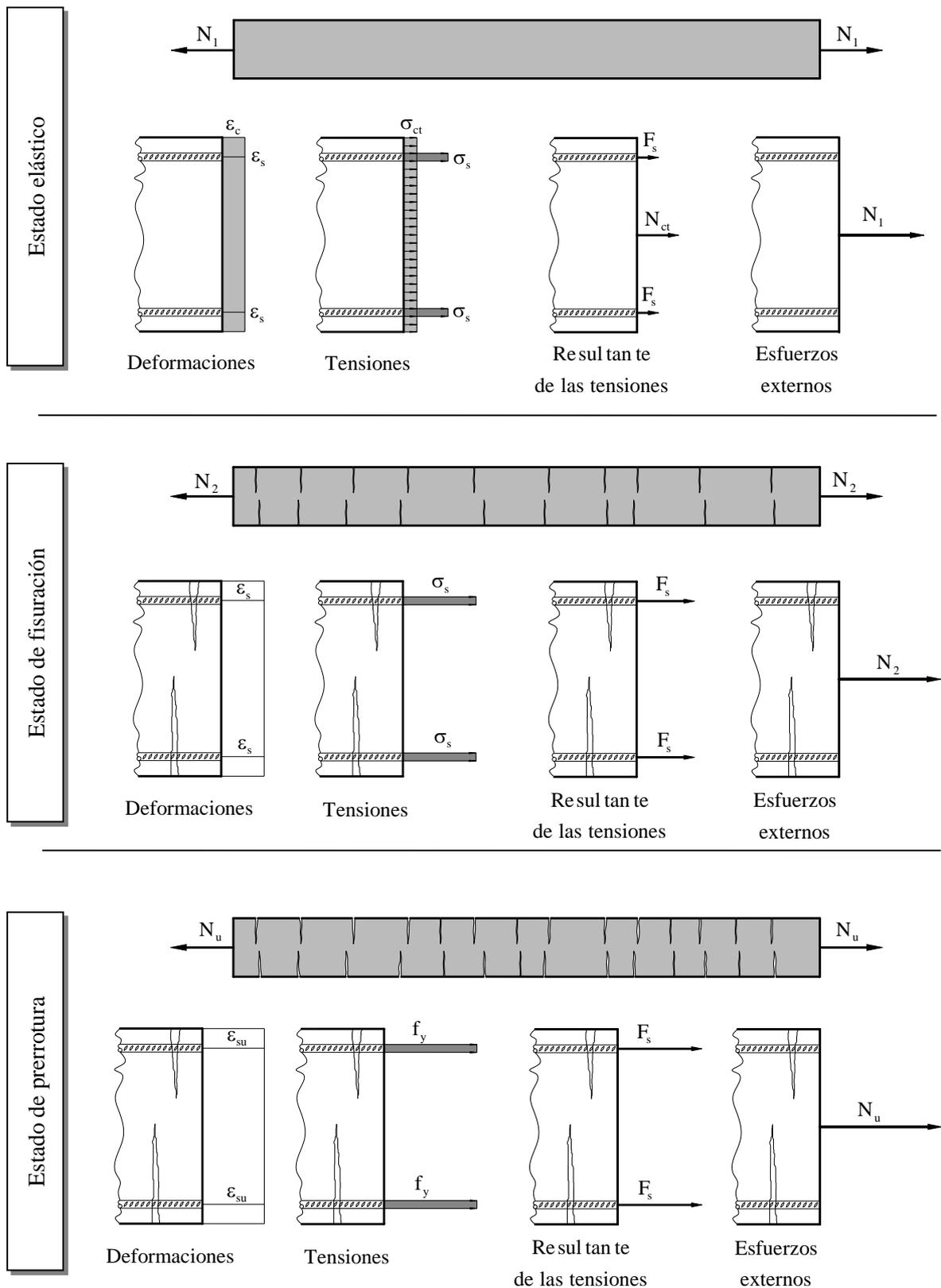


Fig. 2-2. Estados del ensayo de tracción de una pieza de hormigón armado.

Para que la transición entre los estados 1 y 3 sea posible es necesario que la armadura sea capaz de absorber las tracciones que soporta el hormigón en el instante anterior a la fisuración. Si esto no es posible, una vez fisurada la sección de hormigón, la armadura no será capaz de recibir las tracciones que previamente soportaba el hormigón y se producirá la rotura de la pieza de forma brusca. Estamos ante

un tipo de rotura muy frágil sin ninguna capacidad de aviso. Para evitar este tipo de rotura, tenemos que disponer una cantidad de acero mínima, que podemos estimar obligando a que esta armadura absorba una tracción mayor que la que absorbe la sección de hormigón armado previo a la fisuración.

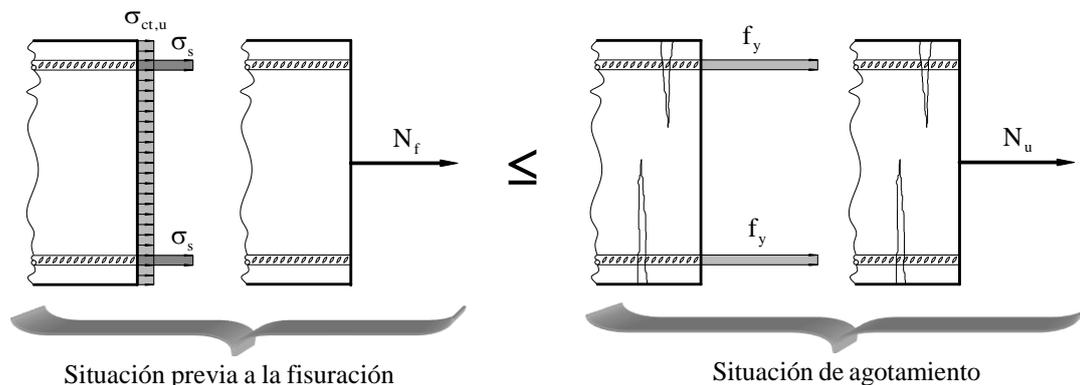


Fig. 2-3. Condición para evitar la rotura frágil

La tracción que absorbe la sección de hormigón armado antes de fisurar, N_f , será:

$$N_f = A_c \cdot f_{ctm} + A_s \cdot \sigma_s \simeq A_c \cdot f_{ct,m}$$

donde:

- $\sigma_{ct,u} = f_{ctm}$ es la resistencia media a tracción del hormigón
- A_c sería el área de la sección neta de hormigón, que podemos aproximar por el área de la sección bruta
- σ_s es la tensión del acero para la deformación máxima del hormigón en tracción $\epsilon_{ct,u}$
- A_s es el área de la sección total de acero

La tracción de agotamiento (en valores de cálculo), absorbida íntegramente por la armadura será:

$$N_u = A_s \cdot f_{yd}$$

Imponiendo que $N_u \geq N_f$ queda:

$$A_s \cdot f_{yd} \geq A_c \cdot f_{ctm} \quad [2-1]$$

2.2 Tracción compuesta

El caso de tracción compuesta es similar al de tracción simple, toda la sección se encuentra traccionada y por lo tanto fisurada. El hormigón no tiene misión resistente y todos los esfuerzos tienen que ser soportados por las armaduras. El agotamiento de la sección se produce cuando la armadura más traccionada alcanza una deformación plástica excesiva, que al igual que en tracción simple, se fija en $\epsilon_{su} = 10\%$. El esquema, es el que se representa en la Fig. 2-4, donde se observa que la armadura superior puede no trabajar a su límite elástico y por lo tanto estar desaprovechada.

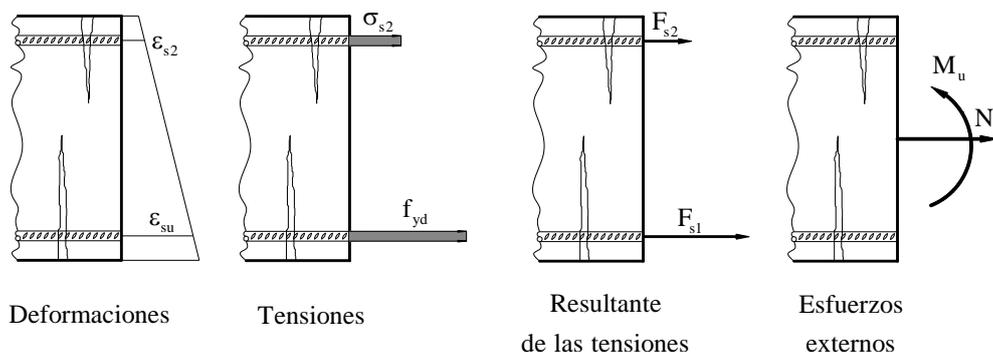


Fig. 2-4. Rotura por tracción compuesta

La forma más económica de armar estas secciones es obligando a que se agoten con un diagrama de deformación uniforme, disponiendo el conjunto de armaduras A_{s1} y A_{s2} para que, trabajando ambas a su límite elástico, equilibren los esfuerzos externos, N_u y M_u , tal y como se muestra en la Fig. 2-5.

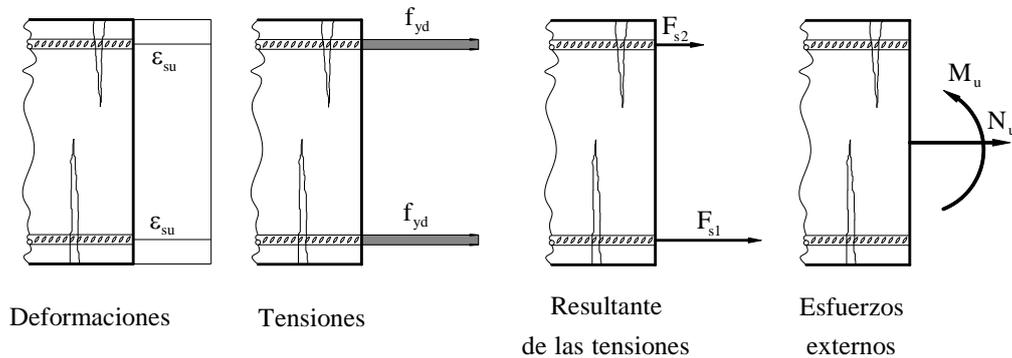


Fig. 2-5. Rotura por tracción compuesta. Armadura óptima.

Los esfuerzos de agotamiento serán:

$$N_u = A_{s1} \cdot f_{yd} + A_{s2} \cdot f_{yd}$$

$$M_u = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (h/2 - d_1) - A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (h/2 - d_2)$$

3. ROTURAS POR FLEXIÓN

3.1 Flexión simple

3.1.1 Flexión simple sin armadura de compresión

Supongamos una pieza de hormigón armado, sin armadura de compresión, cargada hasta la rotura por flexión en la forma indicada en la Fig. 3-1. En el tramo central la viga trabaja a flexión pura⁹, siendo el momento flector constante y máximo, por lo que la rotura se producirá previsiblemente en alguna sección de dicho tramo.

La medida de deformaciones a distintas alturas en la sección central de hormigón y de los alargamientos en las armaduras, nos van a permitir estudiar el comportamiento de la sección a lo largo del proceso de carga, durante el cual la pieza pasa por tres estados diferentes, verificándose en todo momento que la sección m-n, primitivamente plana, continúa siéndolo hasta alcanzar la rotura.

⁹ Se dice que la sollicitación es de flexión pura cuando el esfuerzo cortante es nulo.

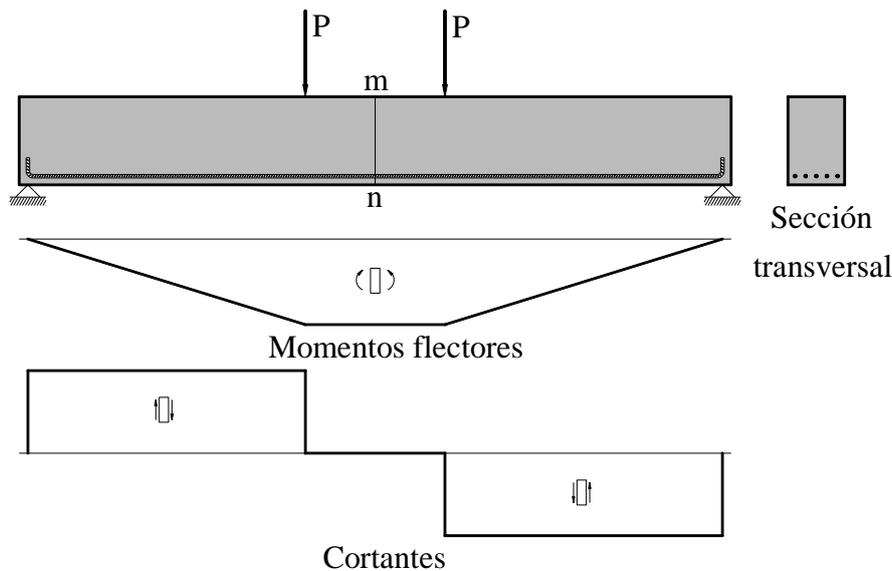


Fig. 3-1

Estado 1. Elástico (Fig. 3-2). Para cargas reducidas no aparecen fisuras mientras que la tensión en el borde inferior se mantenga por debajo de la resistencia a tracción del hormigón por flexión.

Las tensiones en las fibras comprimidas son proporcionales a las deformaciones (el diagrama de compresiones es triangular). Se recorre el tramo OA del diagrama tensión-deformación del hormigón (Fig. 2-1).

Estado 2. De fisuración (Fig. 3-2). Al aumentar la carga aparecen las primeras fisuras de flexión en la zona comprendida entre las cargas, una vez que se ha alcanzado la resistencia a la tracción del hormigón. En las zonas comprendidas entre las cargas y los apoyos no se presentan fisuras y por lo tanto se encuentran en el Estado 1.

Las fisuras comienzan a ascender hacia la zona comprimida. Esta se va concentrando hacia el borde superior. El diagrama de compresiones se incurva, las fibras toman más carga que la que les correspondería en un reparto lineal. La fibra más comprimida del hormigón recorre el tramo AB del diagrama tensión-deformación (Fig. 2-1)

De esta manera, la sección incrementa su brazo mecánico Z''_{c1} y fuerza normal N''_c para poder soportar el momento creciente M'' a que se ve sometida. Este estado continua hasta las proximidades de la rotura.

Estado 3. De prerrotura (Fig. 3-2). Continuando con el aumento de carga, aparecen también fisuras en las zonas entre cargas y apoyos, que como consecuencia de la inclinación de las trayectorias de la tensión principal de tracción en dichas zonas, son oblicuas (fisuras de corte)¹⁰. Tan solo quedan libres de fisuras las zonas en el entorno de los apoyos. En consecuencia, para cargas elevadas, la viga se encuentra trabajando casi en toda su longitud en el Estado 3.

Al acercarse la rotura, la situación anterior llega a su límite. La armadura se encuentra plastificada con una deformación $\varepsilon_{s1} > \varepsilon_y$, las tensiones que absorbe son las máximas, $\sigma_{s1} = f_y$, y por lo tanto la tracción también es la máxima, $F_{s1} = A_{s1} \cdot f_y$. En adelante las tracciones, y por lo tanto las compresiones, no pueden aumentar (la resultante tiene que ser nula, al encontrarnos en una situación de flexión simple), y los incrementos del momento exterior tienen que ser compensados con un aumento del brazo mecánico, Z_{c1} . En el agotamiento la deformación de la fibra más comprimida alcanza su valor último $\varepsilon_{cu} = 0,0035$. El diagrama de compresiones acentúa su curvatura y aparece muy plastificado, con un tramo prácticamente vertical en las fibras más cargadas, que trabajan todas a su máxima tensión. Las fisuras amplían su anchura y se elevan hacia la zona comprimida, obligándola a concentrarse en la posición más alta posible. El brazo mecánico alcanza su máximo

¹⁰ La justificación de estas fisuras inclinadas la veremos en los temas de solicitaciones tangenciales.

valor, Z_{cu1} . En el límite de este Estado, la viga se rompe. Se ha recorrido el tramo BU del diagrama tensión-deformación del hormigón.

El Estado 1 (Elástico), cuando no se considera la resistencia a tracción del hormigón, corresponde a la situación estudiada por el método clásico de cálculo. El método de cálculo en rotura estudia la situación de agotamiento (Estado 3). Conociendo la forma del diagrama de compresiones del hormigón en el momento de la rotura, es fácil determinar N_{cu} y Z_{cu1} y por tanto el momento último $M_u = N_{cu} \cdot Z_{cu1}$. En el cálculo en rotura el momento último se determina a partir de las resistencias de cálculo (resistencias minoradas) del hormigón y del acero, y se comprueba que el momento de cálculo (momento mayorado) no supera al momento último

Los diagramas de agotamiento de la Fig. 3-2, varían según la cuantía de acero que arma la sección. La situación descrita en esta figura corresponde a cuantías normales, donde el agotamiento de la sección de hormigón armado se produce por agotamiento del hormigón al alcanzar la fibra más comprimida la deformación de rotura $\varepsilon_{cu} = 0,0035$. Se dice en este caso que la rotura se produce por aplastamiento del hormigón en flexión.



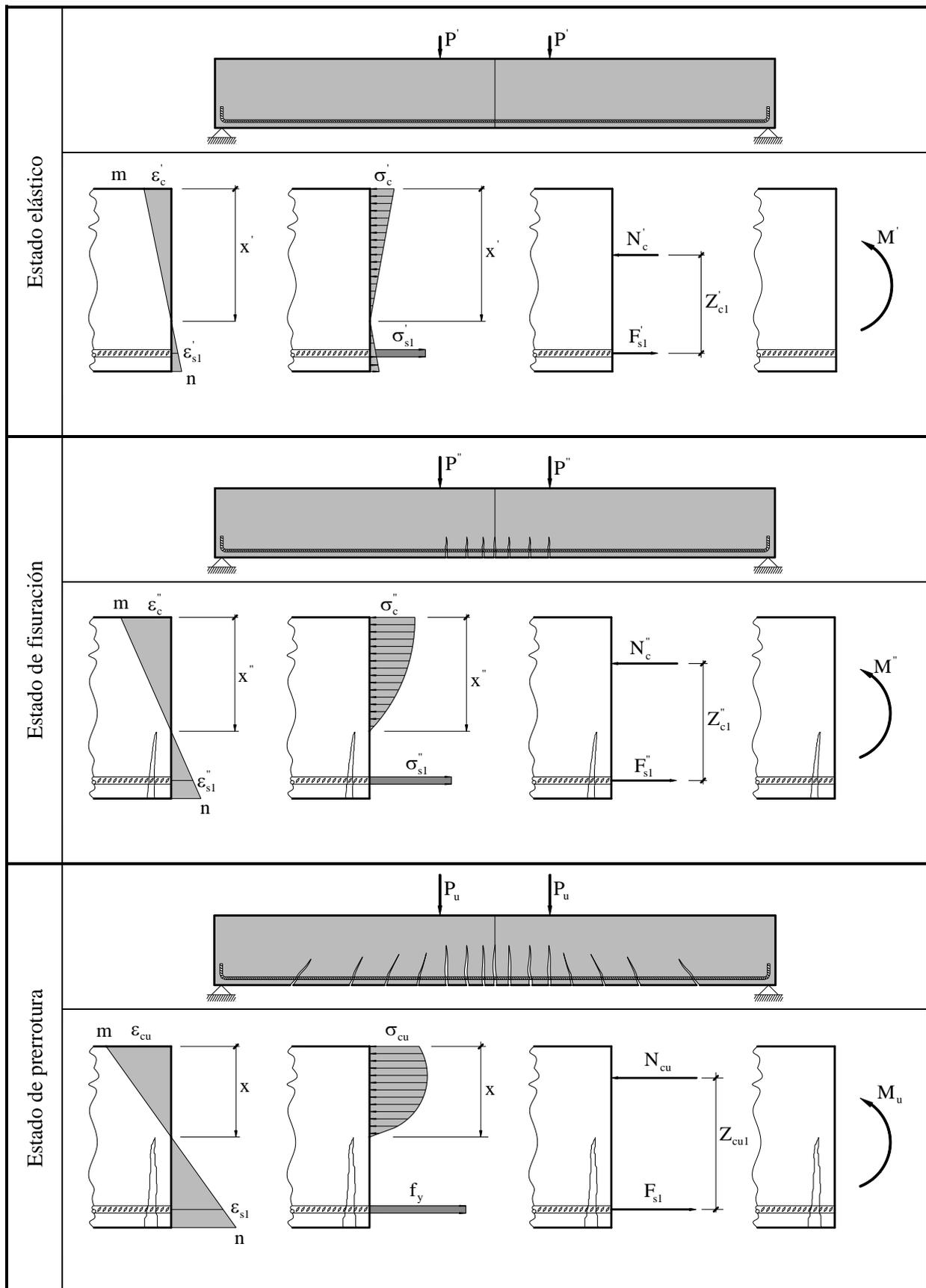
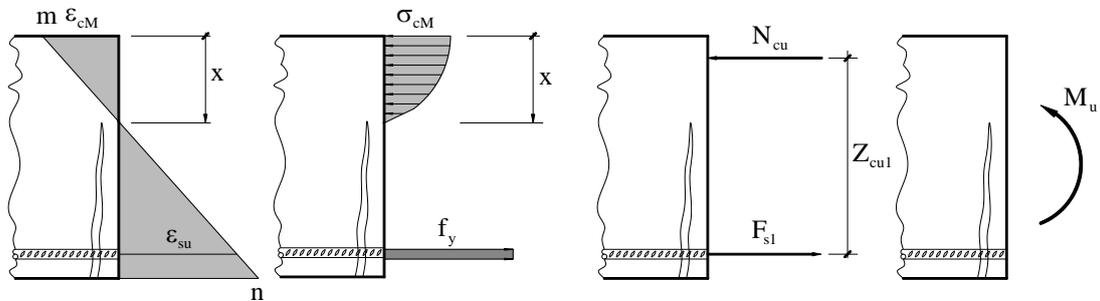


Fig. 3-2

Para cuantías de aceros inferiores, antes de alcanzarse la deformación de rotura del hormigón se alcanza la deformación límite del acero, que al igual que en tracción se fija en $\varepsilon_{su} = 0,010$, y se dice que la rotura se produce por deformación plástica excesiva del acero. Teniendo en cuenta que el acero rompe con deformaciones mucho mayores, la rotura de la pieza ocurre finalmente por aplastamiento del hormigón en la zona comprimida, cuya altura se reduce cada vez más al aumentar la abertura de las fisuras; sin embargo, el origen del agotamiento reside en la excesiva deformación del acero. El acero de la armadura de tracción es el primero en agotarse. Estamos ante un agotamiento que se manifiesta por la aparición de fisuras y una gran deformación.



Si la sección está muy débilmente armada, el diagrama del hormigón será pequeño y muy concentrado, produciéndose el agotamiento de la sección por agotamiento del acero (Fig. 3-3). Por el contrario, si la cuantía de acero es grande (secciones sobreamadas) el diagrama se extenderá bajando por la sección, produciéndose el agotamiento por compresión del hormigón (Fig. 3-4).

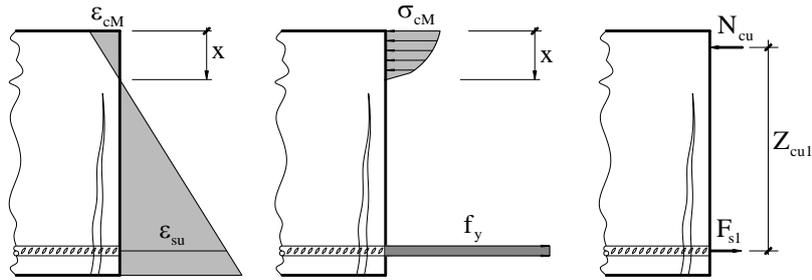


Fig. 3-3

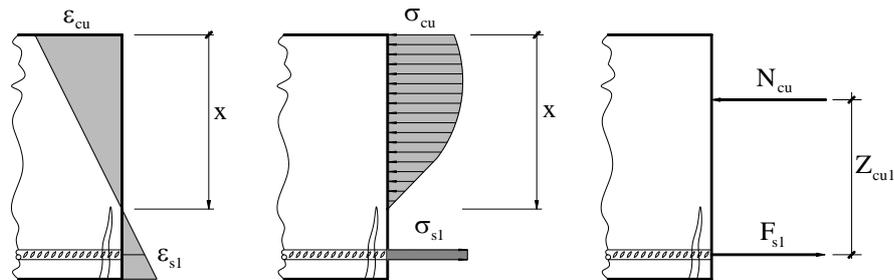
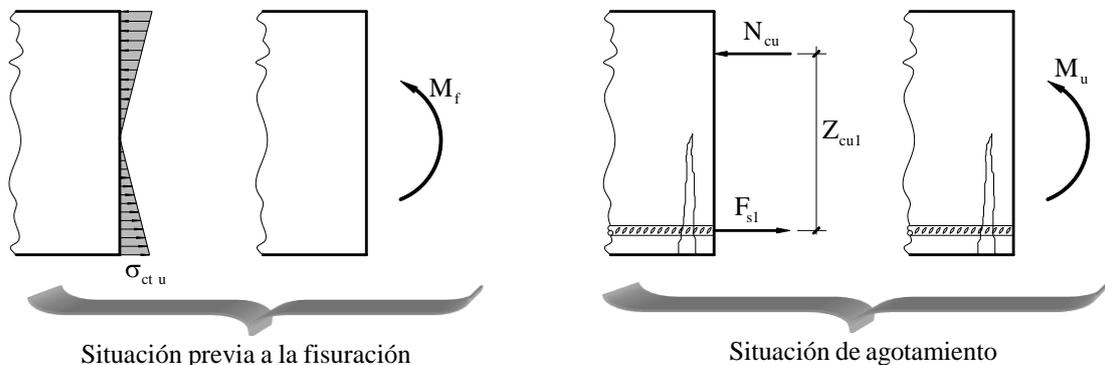


Fig. 3-4

Estas situaciones extremas no son deseables porque:

- Para valores muy bajos de la armadura A_{s1} puede resultar que el esfuerzo de tracción por flexión en el hormigón sea mayor que el esfuerzo de tracción que puede absorber la propia armadura. En este caso, al producirse la primera fisura, la armadura puede romper bruscamente, sin manifestaciones previas. Con el fin de evitar esta rotura súbita la armadura de tracción deberá ser capaz de resistir un esfuerzo igual o superior al desarrollado por el hormigón en el momento de su fisuración, M_f .



El momento que absorbe la sección de hormigón antes de fisurar será:

$$M_f = f_{ct,m,fl} \cdot W_1$$

donde:

- $\sigma_{ct u} = f_{ctm,fl}$ es la resistencia media a tracción por flexión que puede soportar el hormigón antes de fisurar ¹¹

¹¹ La resistencia a flexotracción, $f_{ctm,fl}$ puede obtenerse a partir de la resistencia media a tracción y el canto de la sección a partir de la siguiente expresión:

$$f_{ctm,fl} = \max \left\{ \left(1,6 - \frac{h}{1.000} \right) f_{ctm} ; f_{ctm} \right\}$$

donde h es el canto de la sección en mm

- W_1 el módulo resistente de la sección bruta relativo a la fibra más traccionada.

El momento que absorbe la sección de hormigón armado será:

$$M_u = A_s \cdot f_{yd} \cdot Z_{cu1}$$

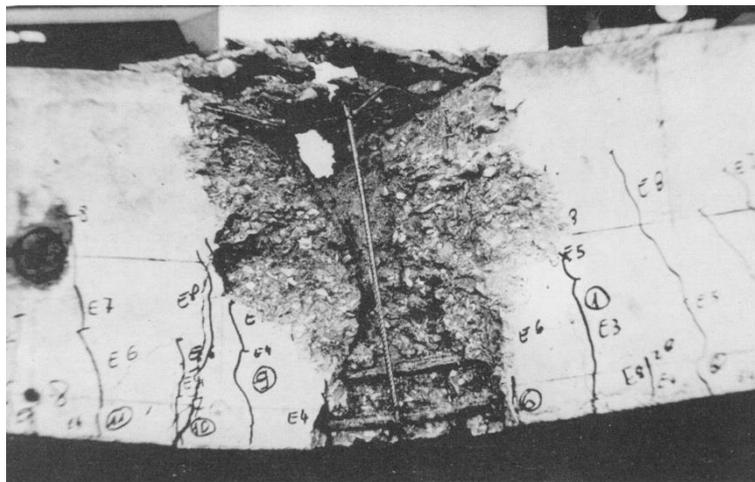
Obligando que $M_u \geq M_f$, queda:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} \geq f_{ctm,fl} \frac{W_1}{Z_{cu1}}$$

que es la capacidad mecánica mínima adoptada por la Instrucción EHE y el Código Estructural para evitar esta rotura frágil en secciones muy débilmente armadas.



- Para valores muy altos de A_{s1} se alcanza primero la deformación límite del hormigón, en consecuencia la zona comprimida falla antes de producirse el agotamiento de la armadura de tracción, que es lo deseable, traduciéndose este fallo en rotura brusca y sin aviso.



La forma del diagrama de compresiones del hormigón en la rotura depende de numerosos factores. Por tal motivo las Normas de los distintos países, utilizan diagramas simplificados de más fácil tratamiento, a condición de que tengan aproximadamente la misma área y el mismo centro de gravedad que el diagrama real. De esta manera, los resultados obtenidos partiendo de estos diagramas simplificados coinciden sensiblemente con los que se obtendrían con el diagrama real, pero con mucho menos trabajo.

3.1.2 Flexión simple con armadura de compresión

Cuando existe armadura superior, ésta colabora junto con el hormigón para soportar las compresiones que induce el momento exterior, M_u . En esta situación la armadura superior y el hormigón que la envuelve sufren el mismo acortamiento. Cerca de la rotura, la deformación del hormigón en el borde

superior es del orden de 0,0035, por lo que la deformación de la armadura comprimida se acercará a ese valor siempre que el recubrimiento no sea excesivo (Fig. 3-5).

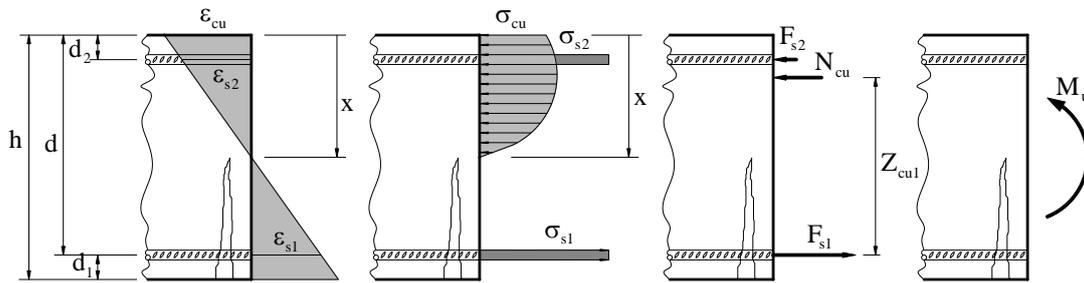


Fig. 3-5

Para el acero de límite elástico más alto (B 500 S), con el coeficiente de minoración más bajo ($\gamma_s = 1,00$ correspondiente a una situación accidental), resulta que:

$$f_{yd} = \frac{500}{1,00} = 500 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

y la deformación correspondiente a este valor

$$\varepsilon_s = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500}{2 \cdot 10^5} = 0,0025$$

es decir, la deformación de la armadura comprimida es siempre superior a la correspondiente a su límite elástico. Por tanto las armaduras comprimidas en las vigas estarán sometidas a un esfuerzo $A_{s2} \cdot f_{yd}$.

El momento último cuando existe armadura de compresión será:

$$M_u = N_{cu} \cdot Z_{cu1} + A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - d_2)$$

La existencia de armadura trabajando en compresión, puede ocasionar que se produzca otro tipo de rotura, provocado por el pandeo de esta armadura, que al curvarse expulsan hacia fuera la zona de hormigón comprimido. Con objeto de evitar este tipo de rotura la Instrucción EHE y el Código Estructural establecen una disposición mínima de armadura transversal (estribos), que comentaremos al final de este tema.

3.2 Flexión compuesta.

En el caso de flexión compuesta los esfuerzos exteriores son un momento flector y un axil (de compresión¹² o de tracción¹³)

Bajo este tipo de sollicitación existen fibras en el hormigón en tracción y otras en compresión, trabajando la armadura superior en compresión y la inferior en tracción (Fig. 3-6). El agotamiento se produce de forma análoga a como sucede en flexión simple:

¹² La actuación de un momento flector y un axil de compresión puede dar lugar a una sollicitación de compresión compuesta, cuando el axil predomina sobre el momento flector, o a una sollicitación de flexión compuesta cuando sucede al contrario. En el primer caso todas las fibras se encuentran en compresión y en el segundo las fibras superiores de la sección se encontrarán en compresión y las inferiores en tracción.

¹³ La actuación de un momento flector y un axil de tracción puede dar lugar a una sollicitación de tracción compuesta, cuando el axil predomina sobre el momento flector, o a una sollicitación de flexión compuesta cuando sucede al contrario. En el primer caso todas las fibras se encuentran en tracción y en el segundo las fibras superiores de la sección se encontrarán en compresión y las inferiores en tracción.

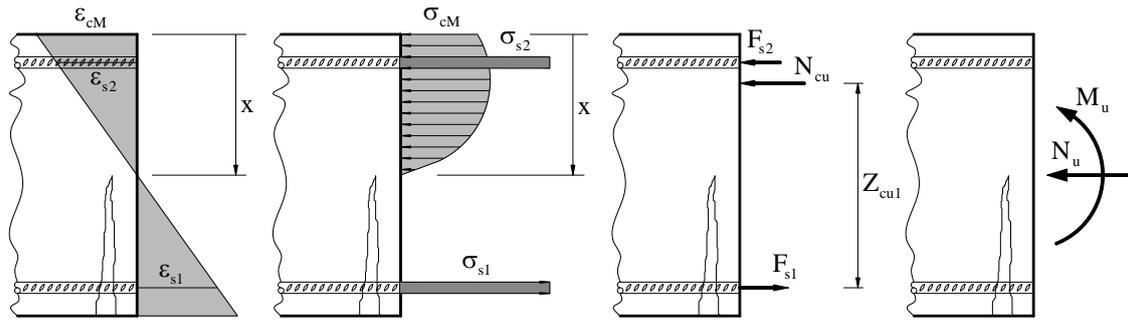


Fig. 3-6

- Por agotamiento del hormigón en flexión, al alcanzar la fibra más comprimida la deformación: $\varepsilon_{cu} = 0,0035$
- Por deformación plástica excesiva del acero, al alcanzar la armadura de tracción (Arm. Inferior) la deformación $\varepsilon_{su} = 0,010$

Al igual que en flexión simple, sigue siendo posible la rotura por pandeo de la armadura en compresión, en este caso con más motivo al ser en general las compresiones mayores, ya que la existencia de un axil exterior hace que las compresiones no se equilibren con las tracciones.

4. ROTURAS POR COMPRESIÓN

4.1 Compresión simple

En compresión simple el proceso de rotura es mucho más sencillo. Todas las fibras tienen la misma deformación en cada uno de los escalones de carga hasta que se alcanza el agotamiento simultáneo de todas ellas (Fig. 4-1).

El acortamiento de rotura del hormigón es sensiblemente menor que en flexión y aproximadamente igual a $\varepsilon_{cu} = 0,002$. Por tal motivo, no puede aprovecharse en compresión simple toda la capacidad resistente del acero de alto límite elástico, ya que el instante de producirse el agotamiento su tensión será:

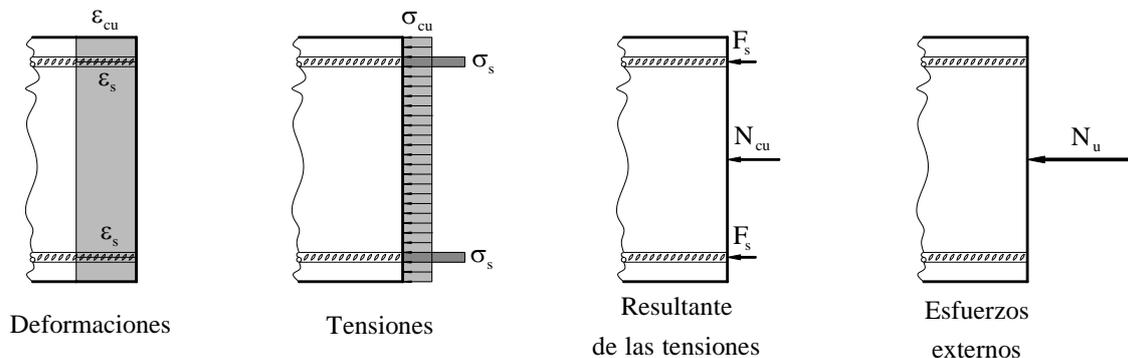


Fig. 4-1

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,002 = 400 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

En compresión simple, el tiempo que dura el proceso de carga es fundamental. Si la carga se aplica “rápidamente”, la rotura se produce con tensiones del hormigón similares a las obtenidas en probetas cilíndricas. Si el proceso de carga es lento (carga permanente) se presenta el fenómeno de cansancio del hormigón, por el cual las cargas de rotura son menores, del orden del 85% de las que corresponderían a carga rápida.

A consecuencia del fenómeno de cansancio del hormigón, que se presenta cuando la sección está totalmente comprimida, el hormigón se contrae y fluye, por lo que las tensiones en el acero de la armadura longitudinal aumentan con el tiempo, pudiendo alcanzar valores muy elevados. Por ello, en el

caso de soportes sometidos a compresiones muy elevadas, es muy importante el asegurar las barras longitudinales contra el pandeo local mediante estribos. Para tal fin la Instrucción EHE y el Código Estructural establecen una disposición mínima de armadura transversal (estribos), que comentaremos al final de este tema.

4.2 Compresión compuesta.

Al igual que sucede en flexión compuesta, los esfuerzos exteriores que actúan sobre la sección son un momento flector y un axil (en este caso de compresión), pero sucediendo que todas las fibras de la sección se encuentran en compresión¹⁴. El agotamiento se produce cuando la fibra del hormigón más comprimida alcanza un valor comprendido entre 0,002 (agotamiento del hormigón por compresión simple) y 0,0035 (agotamiento del hormigón por flexión), y su comportamiento se aproxima a la rotura por compresión simple (Fig. 4-2).

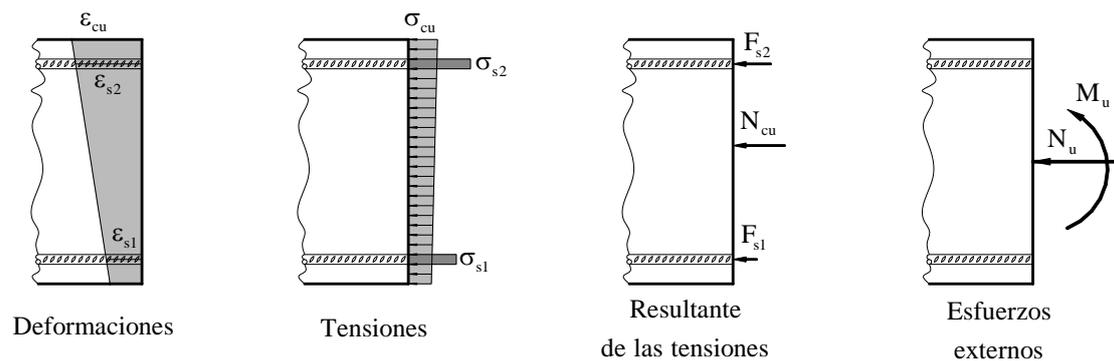


Fig. 4-2

Como se verá en el capítulo de dimensionamiento, la forma más económica de armar estas secciones es forzando a la sección a que se comporte como en compresión simple (Fig. 4-3), adoptando una deformación plana. Esto es posible al no ser iguales las armaduras A_{s1} y A_{s2} .

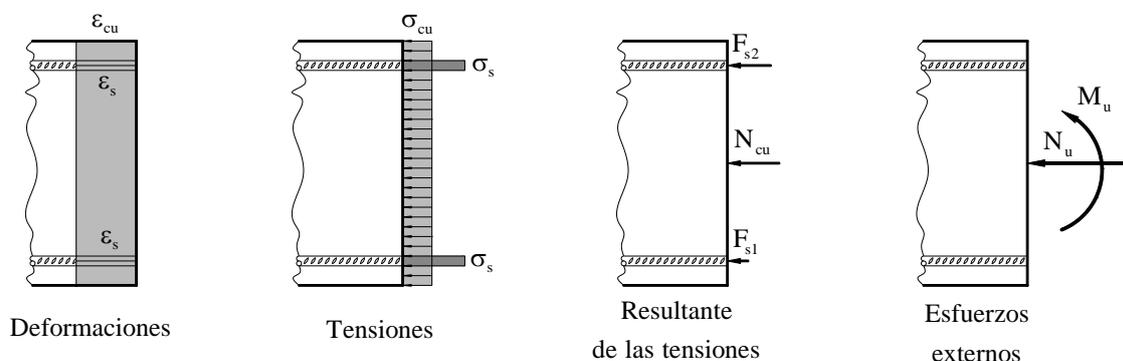


Fig. 4-3

¹⁴ Aunque la definición de compresión compuesta corresponde a estados tensionales donde todas las fibras de la sección se encuentran comprimidas, a efectos de cálculo consideraremos que nos encontramos también en compresión cuando las fibras del hormigón por debajo de la armadura inferior se encuentren traccionadas, pero las dos armaduras (superior e inferior) siguen estado en compresión (veremos en el siguiente capítulo que esta situación corresponde al dominio 4a)

5. CUANTÍAS LÍMITES DE LAS ARMADURAS

5.1 Capacidades mecánicas mínimas

➤ Tracción

Con el fin de evitar la rotura súbita en elementos sometidos a tracción, cuando la armadura no es capaz de absorber las tracciones existentes en el hormigón antes de la fisuración (ver apartado 2.1), la armadura de tracción deberá cumplir la siguiente limitación:

$$A_s \cdot f_{yd} \geq A_c \cdot f_{ctm}$$

➤ Flexión

Al igual que en tracción, con el fin de evitar la rotura súbita en elementos sometidos a flexión, cuando la sección está muy débilmente armada (ver apartado 3.1.1), la armadura de tracción deberá cumplir la siguiente limitación:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} \geq f_{ctm,fl} \frac{W}{z}$$

donde W_1 es el módulo resistente de la sección bruta relativo a la fibra más traccionada y h el canto total de la misma.

Si la sección es rectangular el módulo resistente W_1 vale:

$$W = \frac{I}{z} = \frac{\frac{1}{12} b \cdot h^3}{\frac{h}{2}} = \frac{1}{6} b \cdot h^2$$

y si aproximamos $z \approx 0,8 \cdot h$ y $f_{ctm,fl} \approx 0,2 \cdot f_{cd}$, la limitación de cuantía anterior queda:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} \geq 0,04 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h \Leftrightarrow U_{s1} \geq 0,04 \cdot U_c$$

Además, es recomendable que en los casos de flexión compuesta, se disponga una armadura mínima de compresión que cumpla la condición:

$$A_{s2} \cdot f_{yd} \geq 0,05 \cdot N_d \Leftrightarrow U_{s2} \geq 0,05 \cdot N_d$$

➤ Compresión

En compresión simple o compuesta, con objeto de que la sección tenga un mínimo de ductilidad y de capacidad para absorber flexiones imprevistas, la Instrucción EHE y el Código Estructural establece los siguientes mínimos:

$$A_{s1} \cdot f_{yc,d} \geq 0,05 \cdot N_d \Leftrightarrow U_{s1} \geq 0,05 \cdot N_d$$

$$A_{s2} \cdot f_{yc,d} \geq 0,05 \cdot N_d \Leftrightarrow U_{s2} \geq 0,05 \cdot N_d$$

donde $f_{yc,d}$ es la resistencia de cálculo del acero a compresión, que, como se comentó en el apartado 3.2 al hablar de la rotura por compresión simple, está limitada al valor de $400 \frac{N}{mm^2}$. En la Tabla 5-1 se dan los valores de $f_{yc,d}$ ¹⁵:

Acero	$f_{yc,d}$	
	$\gamma_s = 1,00$	$\gamma_s = 1,15$
B 400 S	400	348
B 500 S	400	400

Tabla 5-1

En la Tabla 5-2 se muestra un resumen con las capacidades mecánicas mínimas a disponer en una sección de hormigón.

¹⁵ Recordamos que la resistencia a compresión del acero depende del modo de trabajo de la sección. Los valores que se dan en la tabla son los correspondientes a compresión simple, cuya limitación viene impuesta por la máxima deformación del hormigón en este tipo de solicitación ($\epsilon_{cu} = 0.002$).

Flexión Simple ó Compuesta		Compresión Simple ó Compuesta ②		Tracción Simple ó Compuesta ④	
Armadura de compresión	$A_{s2} \cdot f_{yd} \geq 0,05 \cdot N_d$ ①		Armadura más comprimida	$A_{s2} \cdot f_{yc,d} \geq 0,05 \cdot N_d$	
Armadura de tracción	Sección genérica	$A_{s1} \cdot f_{yd} \geq f_{ctm,fl} \frac{W}{z}$ ③		Armadura menos comprimida	$A_{s1} \cdot f_{yc,d} \geq 0,05 \cdot N_d$
	Sección Rectangular con $f_{ck} < 50 \text{ N/mm}^2$	$A_{s1} \cdot f_{yd} \geq 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd}$			
		Armadura total		$A_s \cdot f_{yd} \geq A_c \cdot f_{ct,m}$	
<p>① Recomendación</p> <p>② La resistencia de cálculo del acero en compresión es: $f_{yc,d} \geq 400 \frac{N}{\text{mm}^2}$</p> <p>③ W Módulo resistente de la sección bruta relativo a la fibra más traccionada z Brazo mecánico de la sección. A falta de cálculos más precisos puede adoptarse $z = 0,8 \cdot h$ $f_{ctm,fl}$ Resistencia media a flexotracción del hormigón</p> <p>④ f_{ctm} Resistencia media a tracción del hormigón</p>					

Tabla 5-3

5.2 Armaduras máximas

El Código Estructural establece limitaciones máximas de armaduras en el caso de flexión y compresión, que se indican en la Tabla 5-3.

Flexión Simple ó Compuesta ①		Compresión Simple ó Compuesta ①		Tracción Simple ó Compuesta	
Armadura de compresión	$A_{s2} \leq 0,04 \cdot A_c$		Armadura más comprimida	$A_{s2} \cdot f_{yc,d} \leq 0,5 \cdot A_c \cdot f_{cd}$	
Armadura de tracción	$A_{s1} \leq 0,04 \cdot A_c$		Armadura menos comprimida	$A_{s1} \cdot f_{yc,d} \leq 0,5 \cdot A_c \cdot f_{cd}$	
		Armadura total		---	
<p>① La resistencia de cálculo del acero en compresión es: $f_{yc,d} \leq 400 \frac{N}{\text{mm}^2}$</p>					

Tabla 5-2

Estos límites máximos vienen establecidos por razones económicas y por dificultades de hormigonado (ver Fig. 5-1). En flexión, además, para que la sección tenga una mayor ductilidad, cosa que se consigue en aquellas secciones en las que se alcanza antes el agotamiento de la armadura que el del hormigón, es necesario limitar la cantidad de acero en tracción (ver apartado 3.1.1).



Fig. 5-1. Incorrecto hormigonado debido al exceso de armadura

5.3 Otras limitaciones

En este apartado se incluyen otras limitaciones relativas a la armadura longitudinal, así como limitaciones relativas a la armadura transversal que están relacionadas con la sollicitación normal.

5.3.1 Vigas

1. Para poder tener en cuenta en el cálculo las armaduras longitudinales en compresión (de diámetro \emptyset) es preciso que vayan sujetas con cercos o estribos que cumplan la condición:

$$s_t \leq 15\emptyset$$

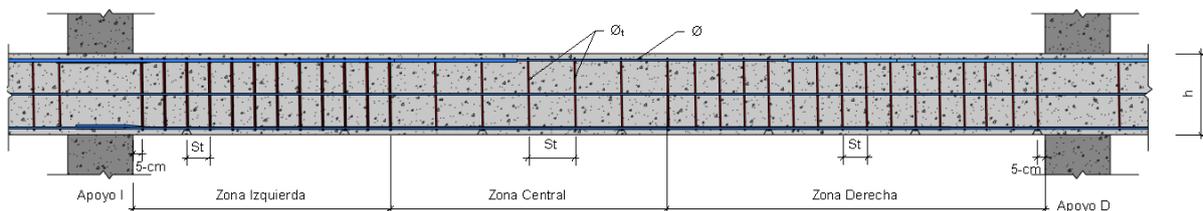


Fig. 5-1. Esquemas de armados de vigas

5.3.2 Pilares

1. Las armaduras longitudinales deben tener un diámetro superior a $\varnothing = 12 \text{ mm}$.
2. Para poder tener en cuenta en el cálculo las armaduras longitudinales en compresión es preciso que vayan sujetas con cercos o estribos que cumplan la condición:

$$s_t \leq s_{t,m\acute{a}x} = \text{Mín}\{15\varnothing_{m\acute{i}n}, 300 \text{ mm}, \text{Mín}(b, h)\}$$

$$\varnothing_t \geq \frac{1}{4}\varnothing_{m\acute{a}x} \nless 6 \text{ mm}$$

no pudiendo estar ninguna barra de la zona de compresión a una distancia superior a 150 mm de otra que se encuentre sujeta. En la Fig. 5-3. se muestran esquemas de armados habituales en pilares.

3. La separación máxima necesaria que se establece en el párrafo anterior, $s_{t,m\acute{a}x}$, debe reducirse mediante un coeficiente de valor 0,6 en las siguientes situaciones:
 - a. en las secciones dispuestas a lo largo de una distancia menor o igual a la mayor dimensión de la sección del pilar, tanto encima como debajo de la viga o losa,
 - b. en las proximidades de las zonas de solape de las armaduras, en el caso en el que el diámetro máximo de las barras longitudinales sea superior a 14 mm. Además, será necesaria la disposición de un mínimo de 3 barras transversales, colocadas de forma uniforme a lo largo de toda la longitud del solape.

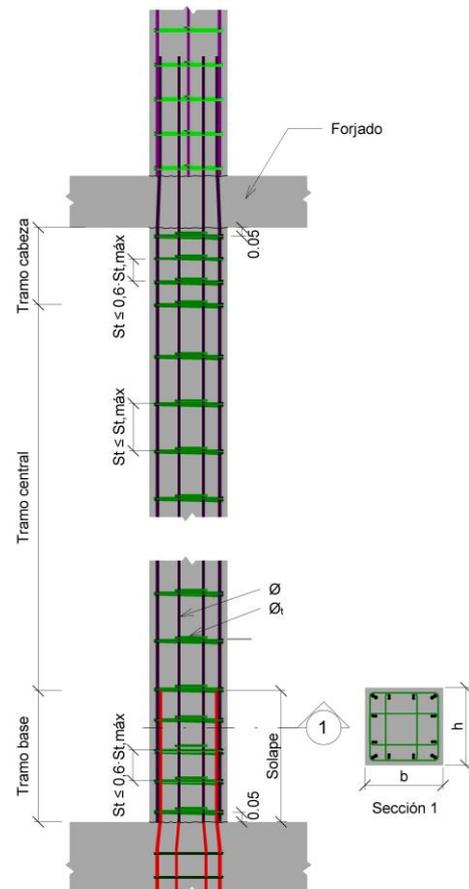


Fig. 5-2 Esquema de Armado de Pilares

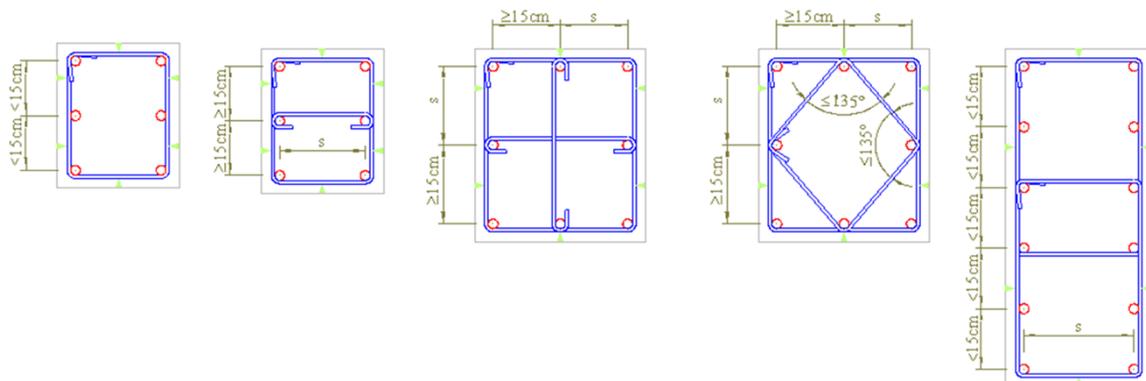


Fig. 5-3. Esquemas de armados habituales en pilares

5.3.3 Losas

1. La distancia entre dos barras longitudinales cumplirá: $s \leq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ 3 \text{ veces el espesor } (h) \end{cases}$

5.3.4 Muros

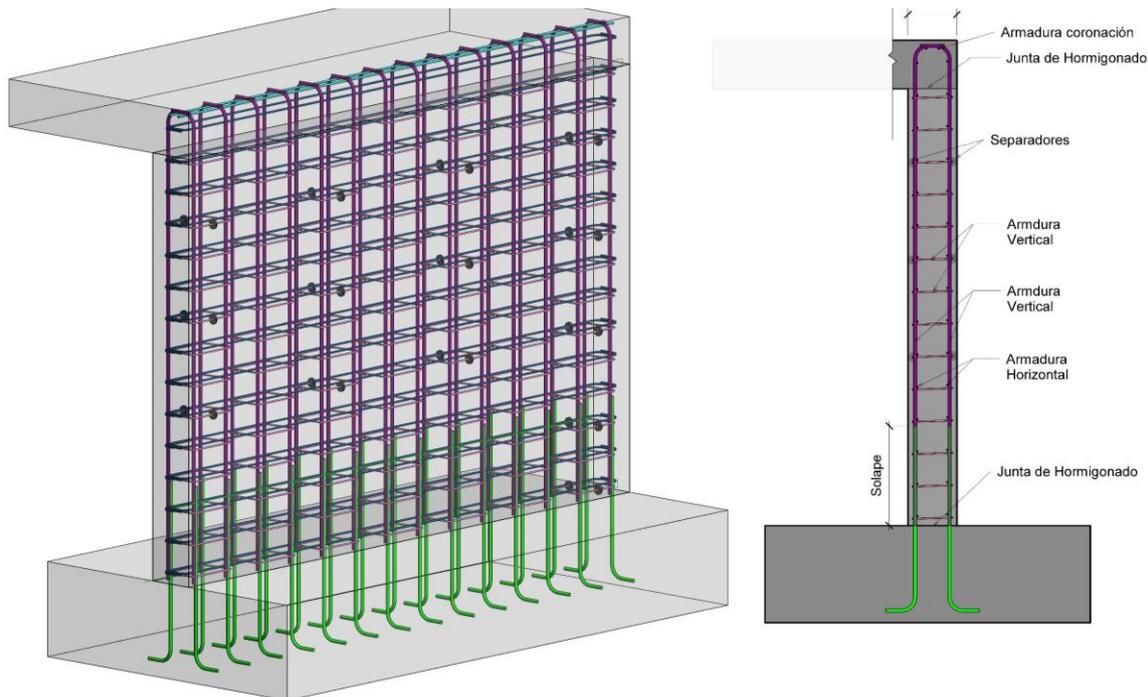


Fig. 5-4. Esquemas de armados de Muros

1. Armadura vertical

- a. La cuantía mínima de armadura vertical en muros debe de cumplir:

$$A_s \geq 0,002 \cdot A_c$$

colocando un 60% de la misma en la cara traccionada.

- b. La distancia entre dos barras verticales contiguas no debe ser mayor que el menor valor entre 400 mm y 3 veces el espesor del muro (h).

2. Armadura horizontal

- a. La cuantía mínima de armadura horizontal en muros debe de cumplir:

$$A_s \geq 0,004 \cdot A_c \quad \text{si } f_{yk} = 400 \text{ MPa}$$

$$A_s \geq 0,0032 \cdot A_c \quad \text{si } f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

Esta cuantía deberá repartirse en las dos caras, con las siguientes reglas sobre colocación:

- En el caso de muros vistos por ambas caras, deberá disponerse la mitad de la armadura en cada cara
- En caso de muros con espesores superiores a 50 cm, se considerará un área efectiva de espesor máximo 50 cm, distribuidos en dos zonas de 25 cm en cada cara e ignorando la zona central que queda entre ambas zonas.

La cuantía mínima horizontal podrá reducirse a $A_s \geq 0,002 \cdot A_c$ en cualquiera de los siguientes casos:

- cuando la altura del fuste del muro sea superior a 2,5 m, y siempre que esta distancia no sea menor que la mitad de la altura del muro
- cuando se dispongan juntas verticales de contracción a distancias inferiores a 7,5 m.

- b. La distancia entre dos barras horizontales contiguas no debe ser mayor de 400 mm.

3. Armadura transversal

- a. En cualquier parte del muro en la que el área total de la armadura vertical de ambas caras sea mayor que $0,002 \cdot A_c$, se deberá disponer armadura transversal en forma de cercos, de acuerdo

con los requisitos para pilares. La mayor dimensión a la que se hace referencia en el apartado 5.3.2(3.a) no deberá tomarse superior a 4 veces el espesor del muro.

- b. En el caso de que la armadura principal esté cercana a las caras del muro, la armadura transversal debe disponerse en forma de cercos, situando al menos 4 por m^2 de superficie de muro.
- c. No será necesario disponer armadura transversal donde se utilicen mallas electrosoldadas y barras de diámetro $\emptyset \leq 16$ mm con un recubrimiento de hormigón superior a $2\emptyset$.

BIBLIOGRAFÍA:

- ❑ EHE-08. Instrucción de Hormigón Estructural
- ❑ Código Estructural
- ❑ Calavera, J. “Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón (en masa, armado y pretensado)”. INTEMAC.
- ❑ Jiménez Montoya y otros. “Hormigón armado”. GG.
- ❑ Calavera, J. “Cálculo, construcción patología y rehabilitación de forjados de edificación”. INTEMAC.