

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE DOCTORADO EN EDUCACIÓN Y
COMUNICACIÓN SOCIAL



Tesis Doctoral

**VISLUMBRANDO LA DIMENSIÓN
SOCIOAFECTIVA DE LA COMPRENSIÓN EN
MATEMÁTICAS. UN ESTUDIO SOBRE LA
MEDIDA CON MAESTROS EN FORMACIÓN**

Autora: D^a. Verónica Aurora Quintanilla Batallanos

Director: Dr. D. Jesús Gallardo Romero

Tutor: Dr. D. Miguel López Melero



Málaga 2019



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

AUTOR: Verónica Aurora Quintanilla Batallanos

 <http://orcid.org/0000-0003-4939-9406>

EDITA: Publicaciones y Divulgación Científica. Universidad de Málaga



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode>

Cualquier parte de esta obra se puede reproducir sin autorización pero con el reconocimiento y atribución de los autores.

No se puede hacer uso comercial de la obra y no se puede alterar, transformar o hacer obras derivadas.

Esta Tesis Doctoral está depositada en el Repositorio Institucional de la Universidad de Málaga (RIUMA): riuma.uma.es





UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Dr. D. JESÚS GALLARDO ROMERO, profesor del Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Málaga, y Dr. D. MIGUEL LÓPEZ MELERO, Catedrático de Universidad del Departamento de Didáctica y Organización Escolar de la Universidad de Málaga, como Director y Tutor, respectivamente, de la presente investigación, por la que Dña. VERÓNICA AURORA QUINTANILLA BATALLANOS opta al grado académico de Doctora,

HACEMOS CONSTAR:

Que la Tesis Doctoral titulada "*Vislumbrando la dimensión socioafectiva de la comprensión en matemáticas. Un estudio sobre la medida con maestros en formación*", ha sido realizada por Dña. VERÓNICA AURORA QUINTANILLA BATALLANOS y que, una vez revisado el trabajo y el informe correspondiente, reúne las condiciones científicas y académicas para su presentación, por lo que autorizamos su lectura y defensa en la Universidad de Málaga ante el Tribunal que ha de juzgarlo.

Málaga, 28 de enero de 2019

Fdo.: Dr. D. Jesús Gallardo Romero
-Director-

Fdo.: Dr. D. Miguel López Melero
-Tutor-



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

A mi madre, ejemplo de esfuerzo, fortaleza y constancia.

A Jesús, Ruth y Sofía, por su amor, paciencia y compañía y
por permitirme utilizar el tiempo de la familia en la
búsqueda de mis anhelos personales.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

AGRADECIMIENTOS

Debo agradecer, en primer lugar, a mi director, Dr. D. Jesús Gallardo Romero, por su generosidad al permitirme desarrollar mis planteamientos sobre la sólida base de su modelo operativo y su propuesta teórica y metodológica para la interpretación de la comprensión en matemáticas. También debo agradecerle por ayudarme a experimentar el doloroso proceso de aprender a caminar por las fronteras del conocimiento, a construir mis propias certezas como islas en medio del mar de la incertidumbre y desarrollar así mi autonomía intelectual.

A mi tutor, Dr. D. Miguel López Melero, por su amistad y confianza y por enseñarme la posibilidad real de una educación de calidad y más justa para todos y todas, partiendo de asumir esta como una necesidad urgente e impostergable para la construcción de un mundo mejor.

El estudio empírico de este trabajo de investigación no hubiese sido posible sin la participación voluntaria y desinteresada de mis estudiantes de la asignatura de *Didáctica de la Medida* del Grado en Educación Primaria de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga. Mi gratitud y cariñoso recuerdo a cada uno y cada una.

A mis compañeros y compañeras del grupo de investigación *Cultura de la Diversidad y Escuela HUM-246*, del Plan Andaluz de Investigación (P.A.I.) por escucharme y aliviar mi angustia con sus valiosos consejos y darme ánimo continuamente.

Las recomendaciones y sugerencias de evaluadores y evaluadoras de congresos y revistas en los que se difundieron los avances de nuestra investigación nos permitieron mejorar el contenido y la forma de nuestras propuestas, hasta lograr la versión final que aquí se presenta. Gracias a ellas y ellos.

A Jesús, mi compañero de vida. Solo él podía tener la generosidad y el amor suficientes para sacrificarse por mí y por mis inquietudes intelectuales y darme el apoyo, la seguridad, la confianza y la tranquilidad necesaria para satisfacerlas.

A Ruth, por su presencia siempre prudente y por entender mis limitaciones de tiempo con paciencia y generosidad.

A Sofía, por llenar de color mis largos y duros días con sus maravillosos dibujos como representaciones de amor y ánimo.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

RESUMEN

En esta investigación presentamos una propuesta para vislumbrar el componente afectivo de la comprensión matemática en los estudiantes. Para dar respuesta a esta cuestión, que consideramos básica en Educación Matemática, desarrollamos las bases teóricas y metodológicas que configuran la Dimensión Socioafectiva de un modelo operativo en desarrollo para la interpretación de la comprensión en matemáticas (*An Operative Model for Interpreting Understanding in Mathematics* [OMIUM]). Esta dimensión caracteriza el dominio afectivo como un sistema dinámico con estructura anidada, cuyo componente central son las emociones. También incorpora un método interpretativo, al que denominamos *círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas*, con el que aspiramos acceder de un modo ético a la comprensión matemática de los escolares. A nivel empírico, contrastamos la idoneidad del círculo hermenéutico como método integrador para la interpretación del sistema afectivo vinculado a la comprensión en matemáticas. Lo hacemos aplicándolo en un estudio de caso múltiple en el ámbito de la medida con maestros en formación, donde evidenciamos el carácter afectivo de la comprensión de los protagonistas a partir de su práctica matemática en el aula.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN.....	i-ii
-------------------	------

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Introducción.....	1
1.2. Origen y racionalidad.....	2
1.3. Delimitación del área problemática.....	4
1.3.1. Interpretación en Educación Matemática.....	5
1.3.2. Afecto y cognición.....	6
1.3.2.1. Relación entre emoción y cognición en Filosofía, Psicología y Neurociencia.....	6
1.3.2.2. Cognición y dominio afectivo en Educación Matemática.....	7
1.4. Avances de un modelo operativo para la interpretación de la comprensión en matemáticas.....	8
1.4.1. Evolución histórica del OMIUM.....	9
1.4.1.1. Primera Etapa: Configuración de la dimensión fenómeno- epistemológica del OMIUM (2005-2010).....	9
1.4.1.2. Segunda Etapa: Configuración de la dimensión hermenéutica del OMIUM y origen del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas (2010-2015).....	10
1.4.1.3. Tercera Etapa: Configuración del círculo hermenéutico y reconocimiento de las Dimensiones Socioafectiva y Ética (2015-).....	11
1.4.1.4. Estado actual del OMIUM.....	13
1.4.2. El círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas.....	13
1.5. Definición formal del problema de investigación.....	15
1.5.1. Objetivos.....	16
1.5.2. Conjeturas.....	18
1.6. Fases de la investigación.....	18
1.6.1. Fase teórica.....	19
1.6.1.1. Primera etapa.....	19
1.6.1.2. Segunda etapa.....	20

1.6.2. Fase empírica.....	22
1.6.2.1. Primera etapa.....	23
1.6.2.2. Segunda etapa.....	23
1.7. Metodología.....	24
1.7.1. Análisis Didáctico.....	24
1.7.1.1. Búsqueda y selección de fuentes de información.....	25
1.7.1.2. Tratamiento de la información.....	26
1.7.2. Estudio exploratorio.....	28
1.7.3. Estudio de caso múltiple.....	28
1.8. Desarrollo temporal y difusión.....	29
1.9. Contribuciones del OMIUM al dominio afectivo en matemáticas.....	31

CAPÍTULO II

PRIMERA FASE DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO (I): ANTECEDENTES RELACIONADOS

2.1. Introducción.....	33
2.2. ¿Qué es una emoción?.....	34
2.2.1. Conceptualización y naturaleza de las emociones.....	34
2.2.1.1. Aproximaciones desde la Filosofía.....	34
2.2.1.2. Aproximaciones desde la Psicología.....	37
2.2.1.3. Aproximaciones desde la Biología y la Neurociencia.....	42
2.2.2. Universo terminológico.....	44
2.2.2.1. En Filosofía.....	44
2.2.2.2. En Psicología.....	45
2.2.3. Clasificación de las emociones.....	46
2.2.3.1. En Filosofía.....	46
2.2.3.2. En Psicología.....	47
2.2.3.3. En Biología y Neurociencia.....	49
2.2.4. Emoción y sentimiento.....	52
2.2.4.1. Consideraciones en Psicología.....	52
2.2.4.2. Consideraciones en Neurociencia.....	23
2.3. ¿Cómo se produce una emoción?.....	55
2.3.1. Desencadenantes, componentes, emergencia y fases de las emociones	56
2.3.1.1. Planteamientos en Filosofía.....	56
2.3.1.2. Planteamientos en Psicología.....	56
2.3.1.3. Planteamientos en Neurociencia.....	59
2.3.2. Generación de emociones por evocación.....	61
2.3.2.1. Perspectiva psicológica.....	61
2.3.2.2. Perspectiva neurocientífica.....	62
2.3.3. Neurofisiología de las emociones.....	63
2.3.3.1. Neurofisiología del miedo: LeDoux.....	63
2.3.3.2. Interacción mente-cuerpo-emociones: Damasio.....	66
2.4. ¿Cómo se manifiesta una emoción?.....	68
2.4.1. Desde la Psicología.....	68
2.4.2. Desde la Biología y la Neurociencia.....	74
2.5. ¿Para qué sirven las emociones?.....	15
2.5.1. Razones evolutivas y vinculadas a la supervivencia.....	75

2.5.1.1.	Argumentos desde la Filosofía.....	75
2.5.1.2.	Argumentos desde la Psicología.....	76
2.5.1.3.	Argumentos desde la Biología y la Neurociencia.....	79
2.5.2.	Razones sociales y culturales.....	83
2.5.2.1.	Posiciones en Filosofía.....	83
2.5.2.2.	Posiciones en Psicología.....	85
2.5.2.3.	Posiciones en Biología y Neurociencia.....	86
2.5.3.	Influencia cultural en la nomenclatura y la representación emocional	88
2.5.3.1.	Enfoque filosófico.....	88
2.5.3.2.	Enfoque psicológico.....	89
2.6.	¿Cómo se relacionan las emociones y la cognición?.....	89
2.6.1.	Perspectiva filosófica.....	90
2.6.1.1.	Descartes: Pasión y razón, dos sustancias opuestas.....	90
2.6.1.2.	Spinoza: Pasión y razón, dos componentes de una misma sustancia.....	90
2.6.1.3.	Nussbaum: Teoría neoestoica.....	91
2.6.2.	Perspectiva psicológica.....	92
2.6.2.1.	Vygotsky: Análisis histórico.....	92
2.6.2.2.	Psicología cognitiva: Las emociones como procesos cognitivos.....	95
2.6.2.3.	Goleman: Inteligencia emocional.....	99
2.6.2.4.	Lazarus: La cognición como condición suficiente para la emoción.....	101
2.6.3.	Perspectiva biológica y neurocientífica.....	102
2.6.3.1.	Buck: El vínculo entre motivación, emoción y cognición.....	102
2.6.3.2.	LeDoux: Relación miedo-cognición.....	102
2.6.3.3.	Damasio: Hipótesis del marcador somático.....	104
2.6.3.4.	Otros aportes: Sacks y Eagleman.....	109
2.7.	¿Es posible educar las emociones?.....	110
2.7.1.	Planteamientos en Filosofía.....	110
2.7.2.	Planteamientos en Psicología.....	111
2.7.2.1.	La alfabetización emocional de Goleman.....	111
2.7.2.2.	El proceso de afrontamiento de Lazarus.....	114
2.7.3.	Planteamientos en Biología y Neurociencia.....	114
2.7.3.1.	Observaciones de Buck.....	114
2.7.3.2.	Observaciones de LeDoux.....	115
2.7.3.3.	Observaciones de Damasio.....	116
2.8.	Emociones, normas y valores como herramientas para la construcción de contextos democráticos.....	116
2.9.	Resultados primarios.....	119
2.9.1.	Campo conceptual de las emociones.....	120
2.9.2.	Emergencia y desencadenantes de las emociones.....	121
2.9.3.	Representación de las emociones.....	122
2.9.4.	Razón de ser de las emociones.....	122
2.9.5.	Relación entre emoción y cognición.....	123
2.9.6.	Educación de las emociones.....	124

CAPÍTULO III

PRIMERA FASE DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO (II): ANTECEDENTES ESPECÍFICOS

3.1.	Introducción.....	125
3.2.	Afecto y matemáticas.....	126
3.2.1.	Consideraciones generales.....	127
3.2.2.	Dominio afectivo en Educación Matemática.....	130
3.2.3.	Género y matemáticas.....	133
3.2.4.	Limitaciones y nuevas perspectivas para el estudio del afecto en Educación Matemática.....	134
3.2.5.	El dominio afectivo como un sistema dinámico.....	138
3.2.6.	Implicaciones para la enseñanza de las matemáticas.....	139
3.3.	Investigación del dominio afectivo en Educación Matemática:	
	Aproximaciones y marcos teóricos.....	142
3.3.1.	Aproximación cognitivo-constructivista: McLeod.....	142
3.3.1.1.	Conceptualización del dominio afectivo en la aproximación cognitivo-constructivista.....	143
3.3.1.2.	Críticas al marco conceptual cognitivo-constructivista.....	144
3.3.2.	El afecto como sistema de representación: DeBellis y Goldin.....	144
3.3.2.1.	Modelo tetraédrico.....	147
3.3.2.2.	Afecto local y afecto global.....	148
3.3.2.3.	Recorridos afectivos.....	148
3.3.2.4.	Competencias afectivas.....	149
3.3.2.5.	Intimidación e integridad matemática.....	149
3.3.2.6.	Interrelaciones entre lo individual y lo social. Significados contextuales.....	151
3.3.3.	Corrientes organicistas o de la corporalidad: Brown y Reid.....	151
3.3.4.	Corrientes socioculturales.....	153
3.3.4.1.	Aproximaciones socioconstructivistas: Op ‘t Eynde, De Corte y Verschaffel.....	154
3.3.4.2.	Teoría de la actividad histórico-cultural (CHAT): Roth.....	158
3.3.4.3.	Aproximaciones discursivas: Evans, Morgan y Tsatsaroni.....	159
3.3.4.4.	Teoría de la Objetivación: Radford.....	163
3.3.5.	Aproximación teórico-sistémica: Hannula.....	165
3.3.5.1.	Una perspectiva teórica-sistémica.....	167
3.3.5.2.	Integrando cognición, motivación y emoción.....	167
3.3.5.3.	El afecto como estado y como cualidad.....	168
3.3.5.4.	Tres dimensiones del afecto: fisiológica, psicológica y social	170
3.4.	Componentes del dominio afectivo en Educación Matemática y sus relaciones.....	176
3.4.1.	Emociones.....	177
3.4.1.1.	Sobre la definición del término “Emoción”.....	178
3.4.1.2.	Aproximación cognitivo-constructivista de la emoción.....	179
3.4.1.3.	Perspectiva socioconstructivista de las emociones.....	182
3.4.1.4.	Las emociones como producto de deseos y fantasías. Consideraciones desde el Psicoanálisis.....	184
3.4.1.5.	Perspectivas integradoras: las emociones como producto de	

diversos procesos.....	185
3.4.2. Actitudes.....	188
3.4.2.1. Actitudes hacia las matemáticas.....	190
3.4.2.2. Medida de las actitudes.....	191
3.4.3. Creencias.....	193
3.4.3.1. El estudio de las creencias.....	194
3.4.3.2. Aproximación sistémica de las creencias.....	198
3.4.3.3. Creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje..	199
3.4.3.4. Creencias sobre uno mismo en relación con las matemáticas...	200
3.4.4. Valores, ética y moral.....	207
3.4.5. Motivación.....	210
3.4.6. Relaciones entre los componentes del dominio afectivo en matemáticas.....	213
3.5. Interrelación afecto-cognición en Educación Matemática.....	219
3.5.1. Pensamiento matemático y afecto.....	219
3.5.1.1. Perspectivas clásicas del vínculo entre afecto y cognición.....	221
3.5.1.2. Influencia de los componentes del dominio afectivo sobre la cognición.....	225
3.5.1.3. Nuevas perspectivas del vínculo entre emoción y cognición. Perspectivas integradoras y socioculturales.....	228
3.5.1.4. Neurociencia, afecto y Educación Matemática.....	230
3.5.2. Teoría de las Discrepancias de Mandler y su influencia en el estudio del afecto en Educación Matemática.....	232
3.5.3. El afecto en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.....	237
3.5.3.1. Resolución de problemas.....	238
3.5.3.2. Orientación por competencias y rendimiento.....	255
3.5.3.3. Aproximaciones de cambio y desarrollo.....	257
3.5.3.4. Aproximaciones de construcción de significado y sentido.....	258
3.5.4. Meta-afecto.....	258
3.5.5. Autorregulación.....	260
3.6. Diagnóstico y evaluación de los afectos. Metodologías de investigación.....	262
3.6.1. Metodología cuantitativa. Instrumentos y ejemplos de aplicación.....	267
3.6.2. Metodología cualitativa.....	270
3.6.2.1. Herramientas para el diagnóstico y evaluación de los afectos y análisis de la información.....	272
3.6.2.2. Ejemplos de aplicación de metodología cualitativa.....	275
3.6.3. Metodología mixta.....	280
3.7. Resultados primarios.....	287
3.7.1. Afecto y matemáticas.....	288
3.7.2. Aproximaciones y marcos teóricos en la investigación del dominio afectivo en Educación Matemática.....	289
3.7.3. Componentes del dominio afectivo en Educación Matemática.....	289
3.7.4. Interrelación afecto-cognición.....	291
3.7.5. Metodologías de investigación del dominio afectivo en Educación Matemática.....	292

CAPÍTULO IV

SEGUNDA FASE DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO: RESULTADOS SECUNDARIOS Y CONSECUENCIAS PARA LA INVESTIGACIÓN

4.1.	Introducción.....	295
4.2.	Objetivos y centros de interés en el estudio del afecto en Educación Matemática.....	296
4.2.1.	Creencias y actitudes.....	297
4.2.2.	Frustración y ansiedad.....	298
4.2.3.	Resolución de problemas.....	299
4.2.4.	Mejora de la práctica docente en la enseñanza de las matemáticas.....	299
4.2.5.	Potenciar la participación en el aula de los colectivos menos favorecidos y mejorar su rendimiento.....	301
4.3.	Investigación sobre el dominio afectivo en Educación Matemática: principales aproximaciones.....	302
4.3.1.	Aproximaciones psicológicas.....	304
4.3.2.	Aproximaciones organicistas (de la corporalidad).....	304
4.3.3.	Aproximaciones socioculturales.....	309
4.3.4.	Perspectivas integradoras.....	310
4.4.	Estructura del dominio afectivo en Educación Matemática.....	312
4.5.	Emociones. Componente central del dominio afectivo.....	315
4.5.1.	Conceptualización y origen de las emociones.....	317
4.5.1.1.	Emociones como procesos cognitivos.....	317
4.5.1.2.	Emociones como impulsos y acción. Perspectivas somáticas.....	318
4.5.1.3.	Emociones como procesos fisiológicos y mentales.....	318
4.5.1.4.	Emociones como procesos sociales y culturales.....	319
4.5.2.	Procesos involucrados en la generación de una emoción.....	324
4.5.3.	Representación externa de las emociones.....	329
4.5.4.	Funciones de las emociones.....	335
4.5.5.	Tipos de emociones y nomenclatura.....	336
4.5.6.	Relación entre emoción y cognición. Carácter cognitivo de las emociones.....	345
4.5.6.1.	Reconocimiento de la importancia de los procesos inconscientes.....	346
4.5.6.2.	Razones neurofisiológicas.....	347
4.5.6.3.	La cognición como componente de una emoción.....	348
4.5.6.4.	Cambio de paradigma sobre la concepción de la naturaleza humana.....	350
4.5.6.5.	Nuevas concepciones de la inteligencia.....	351
4.5.7.	Educación de las emociones.....	353
4.6.	Otros componentes del dominio afectivo.....	356
4.6.1.	Creencias.....	356
4.6.1.1.	Principales enfoques en el estudio de las creencias en Educación Matemática.....	357
4.6.1.2.	Creencias del profesorado y del alumnado.....	362
4.6.2.	Motivación.....	364
4.6.3.	Normas, valores, ética y moral.....	366

4.6.4. Actitudes.....	369
4.7. Relaciones entre los componentes del dominio afectivo.....	373
4.8. Dominio afectivo y comprensión en matemáticas.....	374
4.9. Metodología de investigación del afecto en Educación Matemática.....	381
4.9.1. Imposibilidad del acceso directo a la esfera mental para el estudio del afecto.....	381
4.9.2. Metodología clásica de investigación.....	382
4.9.3. Nuevos enfoques metodológicos en la investigación del afecto en Educación Matemática.....	384
4.10 Conclusiones y consecuencias para la investigación.....	385

CAPÍTULO V

UN MODELO OPERATIVO PARA LA INTERPRETACIÓN DE LA COMPRENSIÓN EN MATEMÁTICAS

5.1. Introducción.....	391
5.2. Debate en torno a la interpretación de la comprensión en matemáticas.....	393
5.2.1. Sobre el acceso a la comprensión matemática del alumno.....	393
5.2.2. Sobre el distanciamiento con el alumno y la referencia para interpretar su comprensión matemática.....	394
5.2.3. Sobre la posibilidad de referencias complementarias y la realidad que proyectan más allá del texto matemático.....	395
5.2.4. Sobre el protagonismo del alumno en la interpretación de su comprensión matemática y la búsqueda de interpretaciones inclusivas	396
5.2.5. Sobre la objetividad al interpretar la comprensión matemática del otro	397
5.3. Contribuciones al debate interpretativo: el legado de Paul Ricœur.....	397
5.3.1. De lo cognitivo a lo semiótico: hacia el sentido del texto.....	397
5.3.2. Más allá de lo semiótico: la interpretación como fijación de la experiencia del otro.....	398
5.3.3. El retorno a la comprensión del otro: apropiación de la intención pública del texto y su efecto transformador en el intérprete.....	399
5.3.4. Naturaleza y objetividad de la interpretación.....	400
5.4. Configuración de un círculo hermenéutico para la comprensión del conocimiento matemático: bases teóricas y metodológicas.....	401
5.4.1. Una visión funcional de la comprensión en matemáticas.....	402
5.4.2. Plano semiótico: identificación de rastros de comprensión en la actividad matemática.....	403
5.4.3. Plano fenómeno-epistemológico: caracterización de los usos del conocimiento matemático.....	405
5.4.4. Plano dialógico: el retorno a la comprensión matemática a través del consentimiento con el otro.....	406
5.5. El círculo hermenéutico en la práctica: estudio exploratorio.....	409
5.5.1. El caso de Isabela.....	410
5.5.1.1. Metodología.....	410
5.5.1.2. Textualización y rastros de comprensión en el registro escrito de Isabela.....	413

5.5.1.3. Indicios de comprensión matemática con base en los conocimientos matemáticos utilizados por Isabela.....	415
5.5.1.4. Discurso hacia el consentimiento con Isabela y retorno a su comprensión matemática.....	417
5.5.1.5. Discusión.....	420
5.5.2. El caso de Andrea y María Jesús.....	421
5.5.2.1. Metodología.....	421
5.5.2.2. Evidencias de los planos hermenéuticos en la interpretación de las alumnas.....	423
5.5.2.3. Conexiones entre planos, recorridos por el círculo y perfiles de interpretación.....	425
5.5.2.4. Discusión.....	426
5.6. Conclusión.....	428

CAPÍTULO VI

DIMENSIONES SOCIOAFECTIVA Y ÉTICA DEL OMIUM

6.1. Introducción.....	431
6.2. Consideraciones iniciales.....	432
6.2.1. Sistema de principios teóricos.....	434
6.2.2. Metodología.....	436
6.2.3. Preguntas paradigmáticas.....	436
6.3. Dimensión Socioafectiva del OMIUM.....	437
6.3.1. Sistema de creencias.....	439
6.3.1.1. Características de las creencias.....	440
6.3.1.2. Funciones de las creencias.....	441
6.3.1.3. Creencias de los estudiantes.....	441
6.3.1.3.1. Creencias sobre uno mismo.....	441
6.3.1.3.2. Creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.....	442
6.3.1.3.3. Creencias sobre el contexto social.....	443
6.3.1.3.4. Rol del profesor en la generación de creencias de los estudiantes.....	444
6.3.2. Sistema motivacional.....	444
6.3.3. Sistema de valores y normas.....	446
6.3.4. Sistema emocional.....	447
6.3.4.1. Hacia una aproximación integradora de los enfoques sobre la emoción.....	447
6.3.4.1.1. Clasificación de las emociones.....	449
6.3.4.1.2. Funciones de las emociones.....	450
6.3.4.2. Sentimientos.....	452
6.3.4.3. Memoria y emociones.....	453
6.3.4.4. Razón y emoción: carácter cognitivo de las emociones.....	454
6.3.4.5. Experiencia emocional.....	456
6.3.4.5.1. Fase 1: generación de una emoción.....	456
6.3.4.5.2. Fase 2: acción, representación y control.....	459
6.3.5. Actitudes.....	464
6.3.6. Identidad.....	465

6.3.7. Relaciones entre los componentes.....	465
6.3.7.1. Relaciones entre sistema de creencias y sistema emocional.....	466
6.3.7.2. Relaciones entre sistema motivacional y sistema emocional....	467
6.3.7.3. Relaciones entre sistema de valores y normas y sistema emocional.....	468
6.3.7.4. Relaciones entre actitudes e identidad y sistema emocional.....	469
6.4. Relación entre afecto y comprensión en matemáticas: una aproximación desde el OMIUM.....	469
6.5. El círculo hermenéutico como metodología para la interpretación del afecto en Educación Matemática.....	473
6.5.1. El recorrido afectivo del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas.....	474
6.5.2. Idoneidad del círculo hermenéutico para interpretar la naturaleza socioafectiva de la comprensión en matemáticas.....	477
6.6. Dimensión Ética del OMIUM.....	481
6.6.1. Naturaleza y justificación de la interpretación: relativismo y objetividad.....	482
6.6.2. Búsqueda de pertinencia para la interpretación de la comprensión en matemáticas.....	483
6.6.3. Más allá de la objetividad: fundamentos para una interpretación justa de la comprensión matemática en entornos de aula democráticos.....	485
6.6.4. Contribuciones éticas para reducir riesgos vinculados con la interpretación de la comprensión en el aula de matemáticas.....	487
6.6.4.1. Estandarización de la comprensión en matemáticas.....	487
6.6.4.2. Control sobre la fuerza epistémica de la interpretación.....	487
6.6.4.3. Transgresión del problema de las otras mentes.....	488
6.6.4.4. Confrontación ontológica de los conocimientos matemáticos...	488
6.7. Afecto y Ética.....	489

CAPÍTULO VII

DISEÑO DEL ESTUDIO EMPÍRICO

7.1. Introducción.....	493
7.2. Objetivos.....	494
7.3. Metodología.....	494
7.3.1. Población y muestra.....	495
7.3.2. Contexto general de aula.....	495
7.3.3. Fases del estudio de caso múltiple.....	497
7.3.4. Organización temporal de los episodios.....	498
7.3.5. Instrumentos de recogida de datos.....	499
7.4. Análisis fenómeno-epistemológico de las tareas.....	501
7.5. Análisis fenomenológico de la Dimensión Socioafectiva.....	508
7.5.1. Sistema de creencias.....	509
7.5.2. Sistema motivacional.....	510
7.5.3. Sistema de valores y normas.....	510
7.5.4. Sistema emocional.....	511
7.5.5. Actitudes.....	512
7.6. Análisis e interpretación de los datos.....	512

CAPÍTULO VIII

ESTUDIO DE CASO MÚLTIPLE

8.1.	Introducción.....	515
8.2.	Episodio 1: Adela y José.....	515
8.2.1.	Estudio de caso 1A: Adela.....	516
8.2.1.1.	Fase 1: entrevista previa.....	516
8.2.1.2.	Fase 2: resolución de las tareas.....	518
8.2.1.3.	Fase 3: búsqueda del consentimiento con el otro.....	540
8.2.1.4.	Conclusiones.....	554
8.2.2.	Estudio de caso 1B: José.....	556
8.2.2.1.	Fase 1: entrevista previa.....	556
8.2.2.2.	Fase 2: resolución de las tareas.....	561
8.2.2.3.	Fase 3: búsqueda del consentimiento con el otro.....	584
8.2.2.4.	Conclusiones.....	599
8.3.	Episodio 2: Ana Belén y Carmen N.....	602
8.3.1.	Estudio de caso 2A: Ana Belén.....	602
8.3.1.1.	Fase 1: entrevista previa.....	602
8.3.1.2.	Fase 2: resolución de las tareas.....	605
8.3.1.3.	Fase 3: búsqueda del consentimiento con el otro.....	633
8.3.1.4.	Conclusiones.....	649
8.3.2.	Estudio de caso 2B: Carmen N.....	652
8.3.2.1.	Fase 1: entrevista previa.....	652
8.3.2.2.	Fase 2: resolución de las tareas.....	654
8.3.2.3.	Fase 3: búsqueda del consentimiento con el otro.....	678
8.3.2.4.	Conclusiones.....	692
8.4.	Episodio 3: Carmen M. y Orlando.....	695
8.4.1.	Estudio de caso 3A: Carmen M.....	695
8.4.1.1.	Fase 1: entrevista previa.....	695
8.4.1.2.	Fase 2: resolución de las tareas.....	698
8.4.1.3.	Fase 3: búsqueda del consentimiento con el otro.....	714
8.4.1.4.	Conclusiones.....	731
8.4.2.	Estudio de caso 3B: Orlando.....	733
8.4.2.1.	Fase 1: entrevista previa.....	733
8.4.2.2.	Fase 2: resolución de las tareas.....	737
8.4.2.3.	Fase 3: búsqueda del consentimiento con el otro.....	752
8.4.2.4.	Conclusiones.....	765
8.5.	Observaciones finales sobre el estudio empírico.....	767

CAPÍTULO IX

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

9.1.	Introducción.....	769
9.2.	El problema de investigación.....	770
9.2.1.	Objetivos.....	770
9.2.1.1.	Objetivos teóricos.....	770
9.2.1.2.	Objetivos metodológicos.....	770

A.2.8. Transcripción tercera fase. Búsqueda del consentimiento con Carmen N.	896
ANEXO III. EPISODIO 3: CARMEN M. Y ORLANDO	905
A.3.1. Introducción.....	905
A.3.2. Transcripción primera fase. Entrevista previa con Carmen M.	905
A.3.3. Transcripción primera fase. Entrevista previa con Orlando.....	906
A.3.4. Transcripción segunda fase. Interacción entre Carmen M. y Orlando.....	907
A.3.5. Producción escrita de Carmen M.	914
A.3.6. Producción escrita de Orlando.....	919
A.3.7. Transcripción tercera fase. Búsqueda del consentimiento con Carmen M.	924
A.3.8. Transcripción tercera fase. Búsqueda del consentimiento con Orlando.....	934

INTRODUCCIÓN

El presente informe, estructurado como Tesis Doctoral, recoge una investigación efectuada en el Programa de Doctorado en Educación y Comunicación Social de la Facultad de Educación de la Universidad de Málaga. Su temática se integra en el área específica de Educación Matemática, en el marco de una línea de investigación abierta hace dos décadas en el Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales de la misma Universidad, en torno al diagnóstico y la evaluación de la comprensión del conocimiento matemático.

El complejo mundo de las emociones humanas ha representado un centro de interés permanente en investigadores de diversas áreas de conocimiento a lo largo de nuestra historia. La Educación Matemática no se ha mantenido al margen de esta problemática y desde los años sesenta del siglo pasado se vienen llevando a cabo importantes esfuerzos por incorporar los fenómenos afectivos al conocimiento vinculado con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En particular, sigue vigente el interés por explorar y clarificar el carácter afectivo del fenómeno complejo de la comprensión en matemáticas.

A pesar de los avances alcanzados en el estudio del afecto en matemáticas, en la actualidad aún no se ha logrado establecer con precisión los vínculos que caracterizan la relación entre afecto y comprensión, centrándose la mayoría de la investigación actual en el estudio de un proceso u otro de forma independiente. El dominio afectivo, por ejemplo, se ha estudiado sobre todo en relación con el desempeño académico de los estudiantes, con sus actitudes frente a las matemáticas o con el éxito o fracaso en su aprendizaje a nivel de resultados, pero no de un modo profundo vinculado con la interpretación y el desarrollo de la comprensión en el aula de matemáticas. Por su parte, las investigaciones sobre comprensión del conocimiento matemático no suelen tener en cuenta de forma explícita el carácter afectivo del fenómeno como objeto de estudio.

Nuestro interés por el estudio de la comprensión en matemáticas se concreta en la configuración de un modelo operativo para la interpretación de la comprensión en matemáticas (*An Operative Model for Interpreting Understanding in Mathematics [OMIUM]*) que venimos desarrollando en la última década, basado en el análisis de la experiencia matemática de los estudiantes. Como parte de nuestra estrategia de desarrollo y ampliación del modelo, en la investigación que detallamos en este informe incorporamos al mismo una *Dimensión Socioafectiva*, a través de la cual proponemos vislumbrar el componente afectivo de la comprensión matemática en los estudiantes durante su actividad matemática. De forma complementaria, también agregamos al modelo los fundamentos y principios teóricos que configuran su *Dimensión Ética*, con

la que aspiramos a lograr ser justos con lo que se interpreta, y sobre todo con respecto a quién se interpreta, durante la práctica matemática de los escolares en el aula.

Nuestra propuesta interpretativa se caracteriza, a nivel teórico, por asumir a las emociones como el componente central del dominio afectivo, por establecer relaciones concretas entre ellas y el resto de componentes (sistema de creencias, sistema motivacional, sistema de normas y valores, actitudes e identidad) y por caracterizar el vínculo indisociable entre afecto y comprensión en los usos del conocimiento matemático que efectúan los estudiantes durante su desempeño en el aula. Nuestra propuesta también incluye, a nivel metodológico, un método interpretativo, denominado *círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas*, sobre el cual mostramos su pertinencia como instrumento para estudiar el dominio afectivo en matemáticas. El círculo hermenéutico propone una metodología eminentemente cualitativa, propia del paradigma interpretativo, que nos permite observar e interpretar los distintos componentes del dominio afectivo de manera simultánea en un mismo episodio de aula. También posibilita el empleo integrado de diversos instrumentos para la recogida de datos y estrategias para el análisis de resultados en sucesivos planos interpretativos (cognitivo, semiótico, fenómeno-epistemológico, dialógico) en el contexto ordinario del aula de matemáticas, otorgando protagonismo al estudiante en la interpretación de su propia comprensión matemática.

El presente informe de investigación se estructura en nueve capítulos relacionados. En el primero de ellos, exponemos a modo de presentación las cuestiones formales vinculadas con el problema de investigación abordado, que permiten su delimitación y caracterización teórica y metodológica. En los siguientes tres capítulos, organizamos la información proveniente de las distintas investigaciones y estudios previos consultados, siguiendo las directrices del Análisis Didáctico como método para el tratamiento de los antecedentes bibliográficos en la investigación en Educación Matemática. En concreto, en el segundo y tercer capítulo desarrollamos la primera fase, correspondiente respectivamente a los antecedentes relacionados y específicos. En el cuarto capítulo, por su parte, reunimos los resultados secundarios y consecuencias para la investigación obtenidos tras el desarrollo de la segunda fase del Análisis Didáctico. En el quinto capítulo, llevamos a cabo la actualización del OMIUM, requerida a nivel teórico-metodológico, y detallamos el estudio exploratorio realizado que nos lleva a considerar la conveniencia de ampliar nuestro modelo interpretativo con dos nuevas dimensiones, una Socioafectiva y otra Ética. La caracterización de ambas dimensiones se desarrolla en el sexto capítulo del informe. A partir de aquí, centramos la atención en la principal fase de experimentación de nuestra investigación. En el séptimo capítulo, describimos el diseño metodológico del estudio de caso múltiple llevado a cabo en el ámbito de la medida con maestros en formación. En el octavo capítulo, presentamos los resultados obtenidos y las conclusiones alcanzadas en este estudio empírico. Concluimos el informe en el capítulo noveno con una revisión de lo realizado, subrayando a modo de resumen los principales resultados, hallazgos, conclusiones y perspectivas futuras de nuestro trabajo de investigación.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. INTRODUCCIÓN

En el presente informe se exponen los aspectos fundamentales de una investigación desarrollada en el *Programa de Doctorado en Educación y Comunicación Social* de la Universidad de Málaga durante los años 2015 a 2019. Nuestro estudio se sitúa en el ámbito de la Educación Matemática y se enmarca en una línea de investigación abierta hace dos décadas en el Área de Didáctica de la Matemática del Departamento de Didáctica de la Matemática, Didáctica de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga, en torno al diagnóstico y la evaluación de la comprensión del conocimiento matemático y por las vías de aplicación y ampliación de un modelo operativo en desarrollo para la interpretación de la comprensión en matemáticas.

Las matemáticas han sido históricamente consideradas como una disciplina eminentemente lógica y racional, alejada de cualquier fenómeno afectivo. En consecuencia, el afecto ha sido un tema de interés creciente en la investigación en el área, aunque generalmente estuvo asumido como algo distinto del pensamiento matemático e incluso concebido como un obstáculo para el aprendizaje adecuado de los estudiantes. Sin embargo, los conceptos cognitivos fueron insuficientes para explicar algunos efectos observados en el aprendizaje matemático. Por ello los investigadores del área comenzaron a considerar la influencia del afecto sobre el proceso de aprendizaje utilizando los conceptos de creencias, actitudes, emociones y valores. De este modo, empieza a asumirse que las emociones y los afectos no sólo son partes integrales de la naturaleza humana sino que son aspectos constitutivos de nuestra humanidad y que, por lo tanto, siempre están presentes y no es posible pretender una teoría o práctica de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas libre de ellos. En esta investigación se realiza un esfuerzo por explorar el carácter afectivo en el fenómeno de la comprensión en matemáticas planteando un modelo operativo para su interpretación.

En este capítulo se expone, a modo de síntesis e introducción de la memoria, una visión

general del problema de investigación, comenzando con el origen y racionalidad del mismo y siguiendo con la delimitación del área problemática y la formulación de los aspectos concretos del modelo de interpretación de la comprensión en matemáticas desde el que se plantea y realiza la investigación. Seguidamente, se presenta la caracterización formal del problema, en términos de objetivos y conjeturas de investigación, y se incluyen referencias a la metodología empleada en cada una de las distintas fases por las que transcurre el estudio. Para terminar, se exponen algunas reflexiones en torno a la potencialidad de la investigación desarrollada junto con otras características relevantes.

1.2. ORIGEN Y RACIONALIDAD

La actividad matemática escolar se desarrolla en entornos interpretativos complejos condicionados por la comprensión de sus protagonistas. Los procesos cognitivos y discursivos involucrados en las prácticas matemáticas demandan ejercicios permanentes de interpretación por parte de los estudiantes y del profesor (Morgan, 1996; Morgan y Watson, 2002). La cuestión fundamental a la que nos enfrentamos en el contexto de la actividad matemática escolar como proceso interpretativo es: ¿cómo podemos interpretar la comprensión de los estudiantes a partir de su actividad matemática observable? En los últimos años, la creciente especialización en Educación Matemática ha motivado la proliferación de diferentes aproximaciones a la comprensión en matemáticas, con marcos teóricos y métodos de valoración específicos. Encontramos diferentes orientaciones que dan respuestas distintas a la cuestión básica anterior, en función del lugar hacia donde dirigen su atención: al ámbito cognitivo del alumno que se pronuncia (Hiebert y Carpenter, 1992; Goldin, 2002; Duval, 2006; Barmby, Harries, Higgins y Suggate, 2007), al registro escrito de la actividad matemática elaborado por el estudiante (Godino, 2002; Otte, 2006; Sáenz-Ludlow y Zellweger, 2012) o a referencias extrasemióticas más allá del propio registro escrito (Brown, 1996, 2001, 2008; Morgan, 2014; Radford, 2014). En la mayoría de estas aproximaciones se llega a reconocer la naturaleza interpretativa de la valoración de la comprensión. Es decir, toda observación sobre el quehacer matemático de los alumnos, realizada con el fin de extraer información sobre su comprensión, tiene que ser necesariamente interpretada por quien efectúa la observación. Es así como el objetivo básico de desarrollar la comprensión de los escolares queda ligado de manera ineludible a la actividad de interpretar sus acciones matemáticas en el aula. Una circunstancia que nos permite situar la interpretación en la base de las cuestiones fundamentales que atañen al estudio de la comprensión del conocimiento matemático.

Por nuestra parte, asumimos que el objetivo prioritario de la enseñanza de las matemáticas en el ámbito escolar es garantizar aprendizajes con comprensión (Gallardo, González y Quintanilla, 2013) y admitimos que, en la práctica, un alumno comprende y es competente en matemáticas si es capaz de generar y proporcionar evidencias externas observables de usos pertinentes dados a los conocimientos matemáticos en contextos diversos (Gallardo, González y Quintanilla, 2014). Sin embargo, esta es solo una de las dimensiones que conforman el complejo fenómeno de la comprensión en matemáticas.

Debemos contemplar el desarrollo del aprendizaje y de la competencia matemática en el aula como un problema incluido en el de la comprensión en toda su extensión (Sierpinska, 2000).

Además, la actividad matemática está propiciada por, y es consecuencia de, acciones intelectuales que demandan unas exigencias cognitivas necesariamente vinculadas a la esfera mental de sus protagonistas. Y la comprensión en matemáticas, desarrollada de forma individual o colectiva, también comparte el carácter interno propio de las actividades intelectuales cognitivas específicas. Por tanto, la imposibilidad de observar directamente la naturaleza y el funcionamiento interno de la comprensión provoca que traslademos la atención al ámbito externo de la actividad matemática observable. El centro se desplaza desde el estudiante cuya comprensión se quiere valorar hacia su propia producción matemática externa. Una inevitable transición desde lo interno a lo externo que también trae consigo como consecuencia un distanciamiento con el propio alumno. ¿Cómo retornar entonces a la comprensión matemática del estudiante después del inevitable distanciamiento inicial? ¿Cómo devolverle al alumno su legítimo protagonismo en el ejercicio de la interpretación de su propia comprensión? Esta última cuestión también dirige la atención hacia el carácter ético de la comprensión, subrayando la posibilidad de establecer relaciones de igualdad e inclusión en el aula y favorecer la generación de espacios democráticos al interpretar.

En definitiva, estas son algunas de las cuestiones básicas que han delimitado y dirigido hasta el momento nuestra línea de investigación abierta en torno al diagnóstico y la evaluación de la comprensión del conocimiento matemático y desde la que venimos configurando un *Modelo Operativo para la Interpretación de la Comprensión en Matemáticas (An Operative Model for Interpreting Understanding in Mathematics [OMIUM])*. Consideramos que nuestro modelo procura respuestas operativas a tales cuestiones y que representa una propuesta integradora para hacer frente a la siempre compleja tarea de interpretar las acciones de los estudiantes y acercarnos a su comprensión matemática (Gallardo et al. 2013; Gallardo et al. 2014; Quintanilla, 2015; Gallardo y Quintanilla, 2016). El OMIUM propone un método interpretativo, denominado *círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas*, que establece vínculos dialécticos entre distintas orientaciones a la interpretación, reduciendo así no sólo las limitaciones propias de cada una de ellas sino también sus diferencias relativas. En concreto, introduce una visión extendida de la interpretación, inspirada en parte en la dialéctica promovida por la teoría hermenéutica del texto de Ricoeur (1996, 2002), donde distintas orientaciones intervienen en fases diferentes del mismo proceso interpretativo.

A pesar de los avances teóricos y metodológicos alcanzados en la configuración del OMIUM, hemos de reconocer que el modelo aún no ha incorporado en sus fundamentos una propuesta concreta, compatible con sus posiciones ya admitidas, para afrontar la interpretación de la naturaleza socioafectiva de la comprensión en matemáticas. De hecho, toda aproximación al estudio de la comprensión en matemáticas debiera dar cuenta del componente afectivo que evidencia el fenómeno de la comprensión

(McLeod, 1989; Hannula, 2006), el mismo que es reconocido por investigadores de otros ámbitos del conocimiento, como la Filosofía, la Psicología o la Neurociencia (Lazarus, 1982; Nussbaum, 2008; Damasio, 2011). Sobre todo, a partir de las evidencias empíricas encontradas en Quintanilla (2015), sentimos la necesidad de incorporar una *Dimensión Socioafectiva* a nuestro modelo interpretativo. Nos surgen de este modo nuevos interrogantes vinculados con la relación entre afectividad, comprensión e interpretación, que también sitúan el origen del estudio y dirigen nuestra investigación:

- ¿Es posible esclarecer y caracterizar la estrecha relación (bidireccional) entre afecto y comprensión en matemáticas? ¿Hasta qué punto y de qué modo?
- ¿La consideración de los aspectos afectivos vinculados con la comprensión puede mejorar las propuestas de interpretación en matemáticas? ¿Con ello se beneficiaría el desarrollo de la comprensión del conocimiento matemático en el aula?
- ¿Cuál es el conocimiento actual en Educación Matemática en torno a la relación entre afecto y cognición? ¿Qué avances se han logrado desde el área y qué retos permanecen aún pendientes?
- ¿Cómo concretar y hacer efectiva en la práctica la incorporación de la naturaleza afectiva de la comprensión en matemáticas en las aproximaciones que tienen a este fenómeno como objeto de estudio? En nuestro caso, ¿qué posibilidades de ampliación, profundización y consolidación teórico-metodológica permite el OMIUM con respecto a esta problemática?
- ¿Podemos mejorar el proceso de interpretación de la comprensión del conocimiento matemático a través de la incorporación de un recorrido afectivo por el círculo hermenéutico ya existente?

En resumen, la motivación y la razón de ser de nuestro trabajo de investigación se encuentran en todas las cuestiones planteadas en este apartado y las derivadas de ellas, tanto las referidas al fenómeno de la interpretación como las relacionadas con la naturaleza afectiva de la comprensión del conocimiento matemático. La configuración de una nueva Dimensión Socioafectiva incorporada a nuestro modelo actual de interpretación de la comprensión del conocimiento matemático podría ser una vía facilitadora para la consecución de nuestro propósito. Fundamentalmente, buscamos una extensión metodológica en forma de recorrido de tipo afectivo por el círculo hermenéutico, que dé respuesta al estrecho vínculo entre afecto y comprensión. No obstante, teniendo en cuenta que se trata de problemas complejos y amplios, pretendemos realizar un acercamiento que podría proporcionar algunos resultados de interés y posiblemente nuevas preguntas y desafíos que podrían dirigir posibles investigaciones futuras.

1.3. DELIMITACIÓN DEL ÁREA PROBLEMÁTICA

En los siguientes apartados, se incluye una breve descripción del área problemática de nuestro estudio, como primera aproximación a la caracterización formal del problema de investigación que exponemos en el apartado 1.5 de este primer capítulo. El ámbito en el que se sitúa nuestro problema de investigación se organiza en torno a dos centros de

interés principales. Por un lado, el fenómeno de la interpretación de la comprensión en matemáticas y, por otro, la relación fundamental entre afecto y cognición y su influencia en la actividad matemática del alumnado.

1.3.1. Interpretación en Educación Matemática

Como hemos mencionado anteriormente, en Educación Matemática se perciben diferentes posicionamientos básicos que dan respuestas distintas a la problemática del acceso a la esfera mental del estudiante, en función del lugar hacia donde dirigen sus correspondientes propuestas interpretativas. Un primer foco de atención se centra en el estudio de la intencionalidad del alumno que actúa y se pronuncia sobre su actividad matemática. La interpretación se presenta en esta orientación como un traslado hacia la esfera mental del estudiante, a la que pertenece su comprensión matemática, tomando como vía las distintas manifestaciones observables generadas durante su quehacer matemático (Goldin 2002; Hiebert y Carpenter 1992; Sierpiska 1994). En el caso del análisis cognitivo de la actividad matemática sugerido por Duval (1996, 2006) se hace necesario además considerar registros de representación semiótica a nivel de las estructuras mentales de los sujetos.

Con objeto de superar las supuestas dificultades derivadas del psicologismo que promueve, en sus distintas variantes, la transición a realidades cognitivas internas, otras opciones interpretativas deciden como alternativa restringir el estudio a los productos escritos resultantes de la propia actividad matemática elaborada y registrada por el alumno. En ellas, se aprecia una clara renuncia al carácter mental de la comprensión y la interpretación se circunscribe exclusivamente al análisis de la complejidad de las relaciones semióticas externas desplegadas durante la actividad matemática visible (Otte, 2006; Sáenz-Ludlow y Zellweger, 2012).

Para otros enfoques, en cambio, la interpretación de la comprensión matemática no parece concluir solo con un análisis semiótico de las producciones de los estudiantes, puesto que la actividad matemática conlleva acciones y usos que traspasan las fronteras de las representaciones simbólicas literales. Con este argumento, estos enfoques sugieren proceder con base en referencias externas, metafóricas o discursivas, situadas más allá del ámbito estrictamente semiótico (Font, Godino y Gallardo 2013; Morgan 2014).

Finalmente, las orientaciones que transitan hacia referencias extrasemióticas también ven afectadas por la dificultad que conlleva recuperar el carácter cognitivo del alumno que comprende: cómo retornar de nuevo a su comprensión matemática cuando la estrategia interpretativa previamente se distanció de ella. Las teorías fenomenológicas en Educación Matemática contribuyen a la cuestión particular del retorno, y en general a la resolución de la dicotomía fundamental entre realismo e idealismo, poniendo de relieve la necesidad de hacer partícipe al estudiante en el proceso conjunto de interpretación de su propia comprensión matemática, con el propósito último de garantizar unas interpretaciones más inclusivas con los escolares (Brown 2008; Drouhard y Sackur 1997; Radford 2014).

Este breve recorrido por algunas de las principales orientaciones interpretativas nos resulta suficiente para poner de manifiesto la presencia en Educación Matemática de una diversidad de alternativas potenciales, que consideramos legítimas para la investigación de la interpretación de la comprensión en matemáticas. No obstante, contemplamos al mismo tiempo que se pueden establecer vínculos dialécticos compatibles entre ellas, en lugar de optar por una necesaria elección entre opciones en principio alejadas e incluso incompatibles. Por ello, con una clara intención integradora, nos planteamos la posibilidad de configurar una visión extendida de la interpretación, donde distintas orientaciones contribuyan de forma complementaria a una misma propuesta interpretativa.

1.3.2. Afecto y Cognición

La relación entre afecto y cognición es un tema de interés en Educación Matemática. Además, es objeto de estudio en otras áreas de conocimiento como la Filosofía y la Psicología, más consolidadas, o emergentes como la Neurociencia. Situamos en todas ellas los antecedentes que también delimitan nuestro problema de investigación.

1.3.2.1. Relación entre emoción y cognición en Filosofía, Psicología y Neurociencia

Las ideas de Descartes en torno a la relación entre cognición y emoción, como facetas opuestas de nuestra naturaleza humana (Descartes, 2005), marcaron el desarrollo de las primeras teorías sobre las emociones, que encontraron en este dualismo original una manera de explicar el complejo fenómeno emocional (Vygotsky, 2004). Sin embargo, en la actualidad se conoce que la relación es otra: las emociones tienen naturaleza cognitiva y, recíprocamente, la cognición es una característica y componente imprescindible de las emociones. Esto es, la razón depende de la emoción y, al mismo tiempo, sin razón no podríamos encontrar sentido a las emociones. Los argumentos que justifican este estrecho vínculo son diversos y los encontramos en distintas áreas de conocimiento, como en Filosofía, Psicología y Neurociencia.

Desde un punto de vista filosófico, el clásico dualismo cartesiano que separa cuerpo y mente ha fomentado tradicionalmente que se establezca una jerarquía donde la razón ocupa un lugar privilegiado y con mayor reconocimiento respecto a la emoción. Sin embargo, una visión distinta del ser humano en la que se consideren emociones y cognición como componentes de una misma sustancia (Spinoza, 1980), permite identificar y valorar más nuestra vida emocional, además de ayudarnos a reconocernos como unidad y aceptar nuestra naturaleza esencialmente holística (López Melero, 2003). Nussbaum (2008) identifica la existencia de un importante componente de naturaleza cognitivo-evaluadora en las emociones: “[...] las emociones están imbuidas de inteligencia y discernimiento y si contienen en sí mismas conciencia de valor e importancia, no pueden, por ejemplo, dejarse fácilmente a un lado a la hora de dar cuenta del juicio ético [...]” (p. 21). De este modo, esta autora se aleja de los planteamientos que identifican a las emociones con “[...] movimientos irracionales, energías irreflexivas que simplemente manejan a la persona sin estar vinculadas a las formas en que ésta percibe o concibe el mundo.” (p. 47)

Desde la Psicología también se percibe un progresivo cambio de paradigma, reconociéndose la necesidad de estudiar las conexiones existentes entre los procesos cognitivos y los afectivos con el objetivo de mejorar la comprensión de los efectos de uno sobre el otro, rompiendo de ese modo el aislamiento conceptual de los estudios clásicos que utilizaban marcos teóricos y metodológicos distintos para cada uno de dichos procesos (Zajonc y Markus, 1985). Por otro lado, la inteligencia ya no se vincula a una supuesta lógica pura, se plantea la existencia de la *Inteligencia Emocional* (Goleman, 1998; Salovey y Mayer, 1990) y se reconoce distintas maneras de procesar la información (Gardner, 2011). Se cuestiona su origen genético y se pone en valor la influencia de factores externos, sociales y culturales, en su desarrollo (Vygotsky, 2004). De este modo, el paradigma tradicional sobre la inteligencia se modifica asumiendo que: “[...] no depende de ningún ‘don’, sino de las oportunidades que tengamos para aprender. No es cuestión de genes sino de oportunidades” (López Melero, 2003, p. 154).

El estudio del cerebro en Neurociencia nos permite reconocer y valorar el trascendente rol de los procesos inconscientes, entre los que se incluyen las emociones, en la toma de decisiones racionales (LeDoux, 1999; Damasio, 2011, 2014; Eagleman, 2013). Dichas teorías coinciden en identificar redes neurales y determinadas zonas del cerebro humano comunes al complejo fenómeno de la racionalidad, por una parte, y a las emociones y los sentimientos, por otra. Esta relación a nivel neuroanatómico define la cognición y la emoción como procesos indisociables. Sin embargo, Damasio (2011, 2014) también reconoce la importancia de los factores sociales y culturales en la emergencia, manifestación y representación de las emociones, evitando de este modo reducir el complejo mundo emocional de los seres humanos a procesos sinápticos e intercambios bioquímicos.

Estas aportaciones, provenientes de tres ámbitos distintos a la Educación Matemática, nos facilitan las referencias necesarias para un análisis más preciso de los distintos marcos teóricos y aproximaciones específicas existentes en nuestra área. Constituyen los antecedentes relacionados de nuestra investigación, que expondremos organizados con más detalle en el capítulo II del presente informe de investigación.

1.3.2.2. Cognición y dominio afectivo en Educación Matemática

El dominio afectivo en Educación Matemática se ha identificado tradicionalmente con un amplio conjunto de sentimientos, sensaciones y humores, considerados en general como procesos distintos de la cognición pura (McLeod, 1989). Sin embargo, el interés por la investigación de los procesos afectivos y su relación con el aprendizaje de las matemáticas continúa creciendo y progresivamente se ha incrementado el campo conceptual de la dimensión afectiva en Educación Matemática (Evans, 2006). A continuación, destacamos algunas características de este campo de investigación, dentro de lo que consideramos los antecedentes específicos de nuestra investigación que desarrollaremos en el capítulo IV:

- a) Se considera que el dominio afectivo en Educación Matemática se conceptualiza a través de ciertos caracterizadores o descriptores concretos que varían dependiendo del marco conceptual adoptado. Por ejemplo, McLeod (1989) diferencia entre

creencias, actitudes y emociones, Aiken (1996) considera además intereses y opiniones, a los que también identifica con características de la personalidad, y Leder (2006), por su parte, también incorpora valores y sentimientos. Por ello, podemos afirmar que la ausencia de consenso entre los investigadores del área sobre la terminología continúa siendo una limitación, de tal forma que incluso se han utilizado términos distintos como sinónimos. Es necesario añadir también a esta discusión la problemática generada por las diferencias lingüísticas provenientes de la investigación en distintos idiomas (Goldin, 2004).

- b) Inicialmente, la investigación sobre afecto en Educación Matemática se centró principalmente en el estudio de creencias y actitudes. Sin embargo, en la actualidad vienen modificándose las concepciones más tradicionales que asumían las emociones generalmente como obstáculos para los procesos efectivos de resolución de problemas (Gómez-Chacón, 2011). También se tienen en cuenta los conocimientos más actuales provenientes del ámbito de la Neurociencia para argumentar las nuevas ideas en torno a la estrecha relación entre emoción y cognición en Educación Matemática (Hannula, 2006; Leder, 2006).
- c) Se identifican distintos marcos teóricos en Educación Matemática para el estudio de la dimensión afectiva en matemáticas. Algunos ejemplos destacados son el enfoque constructivista de Op't Eynde, DeCorte y Verschaffel (2006), la teoría de la actividad histórico-cultural de Roth (2007) o la aproximación discursiva de Evans, Morgan y Tsatsaroni (2006), entre otros.

1.4. AVANCES DE UN MODELO OPERATIVO PARA LA INTERPRETACIÓN DE LA COMPRESIÓN EN MATEMÁTICAS

Los procesos involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas transcurren en entornos esencialmente interpretativos, donde los alumnos y el profesor son intérpretes de una actividad matemática, propia y ajena, mediada por un contexto social y cultural (Brown, 1996; Ell, 2006; Sáenz-Ludlow; Zellweger, 2012). En el trabajo cotidiano en el aula de matemáticas abundan los escenarios y los momentos donde el estudiante interpreta los conocimientos matemáticos y las situaciones en los que estos se ponen en juego. Los estudiantes se interpretan entre sí en procesos discursivos y de comunicación entre iguales e igualmente interpretan la actividad docente desplegada por el profesor. Este, por su parte, interpreta la actividad matemática que realizan los estudiantes, así como los propios conocimientos matemáticos que enseña a través de sus propuestas didácticas (Reséndiz, 2010). Y si además lo que se persigue es el estudio de los procesos interpretativos desplegados en tales escenarios, hay que contar también con la presencia del correspondiente agente externo encargado de llevar a cabo la interpretación.

Ante estos hechos, planteamos una propuesta integradora que se materializa en un modelo de interpretación (OMIUM) que no considera imprescindible o inevitable la elección entre orientaciones, sino que, por el contrario, establece vínculos dialécticos entre estas, reduciendo así no solo las limitaciones propias de cada una sino también sus diferencias relativas. Dicho modelo pretende hacer frente a la siempre compleja tarea de

interpretar las acciones de los estudiantes y acercarnos a su comprensión. Plantea una metodología mixta e inclusiva, que considera tanto la orientación cognitiva (quién se pronuncia en el texto) como la semiótica (lo que se expresa en el texto). En él se introduce una visión extendida de la interpretación, donde distintas orientaciones intervienen en fases diferentes del mismo proceso interpretativo. En esencia, la propuesta comienza en el plano cognitivo con el reconocimiento de la comprensión matemática como fenómeno mental, irrumpe en el ámbito semiótico con el análisis de la actividad matemática del estudiante y desemboca en una superación fenómeno-epistemológica con la que retornamos de nuevo a la comprensión del alumno a través de los usos dados al conocimiento matemático y con la búsqueda del consentimiento con el otro (conexión cognitivo-semiótico-hermenéutica). Hasta ahora, nuestra referencia para la interpretación de la comprensión la hemos situado sobre todo en el propio conocimiento matemático y en sus usos dados durante la actividad matemática (Gallardo et al. 2013, 2014).

1.4.1. Evolución histórica del OMIUM

Este modelo tiene su origen en la Tesis Doctoral de Gallardo (2004) y desde entonces viene consolidándose y evolucionando. En la actualidad, consideramos que se encuentra inmerso en un proceso de ampliación y profundización que nos lleva a pensar incluso en la posibilidad de contemplarlo como una *teoría* en Educación Matemática. Hablamos de una *Teoría Hermenéutica de la Comprensión en Matemáticas* cuya justificación en todo caso quedaría pendiente de explorar. Con independencia de ello, en la evolución del OMIUM a lo largo de los últimos quince años pueden distinguirse tres etapas principales que describimos a continuación en los siguientes apartados.

1.4.1.1. Primera Etapa: Configuración de la dimensión fenómeno-epistemológica del OMIUM (2005-2010)

La fase inicial del OMIUM se caracteriza por el desarrollo de una dimensión fenómeno-epistemológica para la valoración de la comprensión del conocimiento matemático. Esta dimensión se fundamenta teóricamente con cierto detalle y profundidad en la segunda mitad de la década del 2000 y se proporcionan las primeras evidencias empíricas que nutren al modelo de cierta operatividad metodológica.

En Gallardo y González (2006a) se presentan ejemplos de tareas resueltas sobre el algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales y se efectúa una aproximación a la comprensión de este conocimiento matemático a través de su análisis fenómeno-epistemológico y posterior caracterización de categorías de comprensión (técnica, analítica y formal) asociadas. En este estudio se reconoce la complejidad de la evaluación de la comprensión matemática de los estudiantes y se plantea la posibilidad de una metodología operativa basada en los análisis fenomenológicos y epistemológicos de los conocimientos matemáticos.

En un trabajo publicado ese mismo año por Gallardo y González (2006b), se presentan los fundamentos teóricos y metodológicos de la propuesta. Se describen ejemplos de situaciones del ámbito fenómeno-epistemológico del algoritmo estándar escrito de la

multiplicación, resueltas por estudiantes de distintos niveles educativos. También extractos de entrevistas semiestructuradas que evidencian las respuestas adaptadas a las situaciones planteadas y los comportamientos observables de los estudiantes descritos en términos de comprensión. Ya se reconoce explícitamente la operatividad de la propuesta.

La problemática relacionada con la interpretación de la comprensión en matemáticas se plantea en el OMIUM por primera vez en la publicación de Gallardo, González y Quispe (2008). En ella se considera la existencia de un *modelo operativo para la valoración de la comprensión del conocimiento matemático*. La operatividad del modelo se sigue evidenciando al presentarse un estudio realizado sobre la comprensión de la fracción por parte de profesores de matemáticas en formación. Las tareas planteadas, los datos recopilados y los resultados obtenidos estuvieron delimitados y determinados a partir del correspondiente análisis fenómeno-epistemológico previo efectuado sobre la fracción, siguiendo las pautas metodológicas sugeridas por el modelo. Este trabajo resume una Tesis de Maestría presentada en la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco-Perú (Quispe, 2008); un producto académico donde la aplicación del modelo se mostró favorable.

Finalmente, en Quispe, Gallardo y González (2010) puede encontrarse una nueva aplicación del modelo, esta vez desde una perspectiva curricular. En esta ocasión, se realiza un estudio de 20 libros de texto de matemáticas, publicados en Perú entre los años 1963 y 2005. Se aplica el análisis fenómeno-epistemológico a la muestra de libros y se llega a valorar la comprensión de la fracción que fomentan tales textos en los estudiantes peruanos.

1.4.1.2. Segunda Etapa: Configuración de la dimensión hermenéutica del OMIUM y origen del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas (2010-2015)

En esta etapa, el modelo considera principios, supuestos, caracterizaciones y definiciones en torno a la comprensión en matemáticas y su interpretación. En el mismo, se reconocen dos dimensiones, una *fenómeno-epistemológica* y otra *hermenéutica*. Además, se vislumbra la posibilidad de un método para interpretar (origen del círculo hermenéutico). Se proporcionan resultados y evidencias empíricas sobre cómo proceder con la aplicación del método. En esta fase se efectúa, también, una actualización de antecedentes sobre comprensión en matemáticas.

En Gallardo, González y Quintanilla (2013), se parte de reconocer la interpretación de la comprensión por un sujeto externo como un problema complejo objeto de estudio desde el ámbito de la Educación Matemática. Se considera la propuesta como una alternativa integradora de las orientaciones cognitiva y semiótica de la interpretación en matemáticas que permite transitar desde la actividad matemática del estudiante hasta su comprensión. Se plantean, por primera vez, dos dimensiones: una fenómeno-epistemológica (incluye una metodología para la organización e identificación de tareas que permiten registrar la actividad matemática del estudiante) y otra hermenéutica (que

pretende acceder a la comprensión a través de los usos dados al conocimiento matemático). Se estructura de este modo un recorrido interpretativo inicial demostrando su operatividad a través de un episodio empírico. El recorrido hermenéutico de la interpretación de la comprensión del conocimiento matemático se representa en la Figura 1.1.

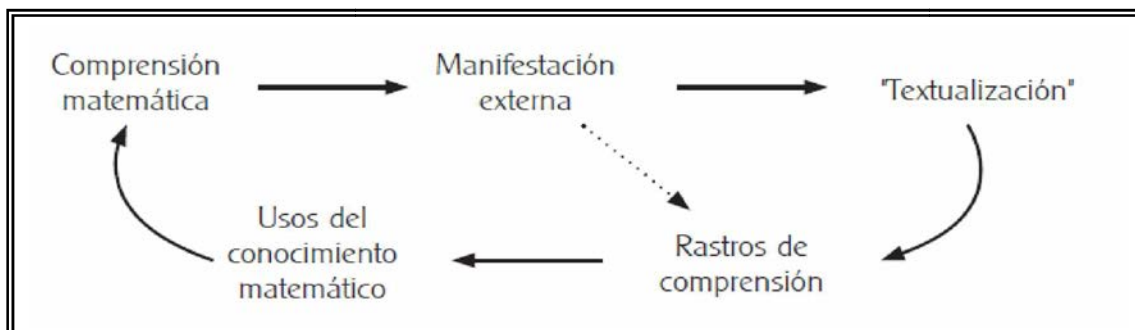


Figura 1.1. Versión inicial del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas.

En Gallardo, González y Quintanilla (2014a) se presenta una revisión sobre los avances en el estudio del fenómeno de la interpretación de la comprensión en Educación Matemática. También una actualización de las bases teóricas del OMIUM, configurando su propuesta metodológica a través del recorrido hermenéutico con los dos planos ya existentes que lo constituyen. En el modelo se plantea, por primera vez, la presencia de tres planos distintos y complementarios entre sí para la interpretación de la comprensión en matemáticas: plano cognitivo, plano semiótico y plano fenómeno-epistemológico. En este mismo trabajo encontramos el recorrido propuesto por el círculo hermenéutico, así como también las controversias existentes sobre la relación en torno a la competencia matemática y el fenómeno de la comprensión.

La investigación que reporta la Tesis Doctoral de Ortiz (2014) es un nuevo ejemplo de aplicación académica favorable del OMIUM, tal y como estaba desarrollado hasta mediados de 2014, a través de sus dimensiones fenómeno-epistemológica y hermenéutica (Figura 1.1). El propósito de dicho trabajo giraba en torno al desarrollo de una aproximación para diagnosticar y evaluar la comprensión del sistema de numeración decimal por parte de los estudiantes del Grado de Educación Primaria de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga. Para llevarlo a cabo se siguieron las pautas metodológicas planteadas por el OMIUM. Los resultados y conclusiones alcanzados en este trabajo responden de forma positiva al propósito general de nuestra propuesta interpretativa de garantizar, en términos de aplicabilidad o potencialidad práctica, un cierto grado de plausibilidad en los conocimientos adquiridos.

1.4.1.3. Tercera Etapa: Configuración del círculo hermenéutico y reconocimiento de las Dimensiones Socioafectiva y Ética (2015-)

En esta etapa, el círculo hermenéutico se aplica por completo recorriendo todas sus fases y se obtienen resultados y evidencias empíricas favorables de su uso. Se incorpora un nuevo plano y el recorrido hermenéutico queda entonces constituido por cuatro planos interpretativos: (1) cognitivo, (2) semiótico, (3) fenómeno-epistemológico y (4)

discursivo-dialógico. Al mismo tiempo, se intuye un componente socioafectivo asociado a la comprensión del conocimiento matemático, lo que nos hace pensar en la conveniencia de incorporar al OMIUM una tercera dimensión nueva (*Dimensión Socioafectiva*).

Por otro lado, desde nuestro modelo renunciamos a la objetividad al interpretar y asumimos que una buena interpretación de la comprensión matemática de los estudiantes es la más justa con lo que se interpreta y sobre todo con quien se interpreta. De este modo, también configuramos la Dimensión Ética del OMIUM, una dimensión holística a nivel teórico y metodológico que abarca a todo el modelo.

Distintas problemáticas, específicas y relacionadas, delimitaron y dirigieron la investigación reportada en el Trabajo de Fin de Máster de Quintanilla (2015). La primera de ellas atañe al problema de la objetividad de la interpretación y de la consiguiente referencia a considerar para llevarla a cabo. Se afrontó esta cuestión relacionando las principales orientaciones sobre la interpretación de la comprensión en matemáticas y presentando una propuesta integradora que tiene como referencia interpretativa inicial los usos dados a los conocimientos matemáticos ante situaciones problemáticas pertenecientes a su ámbito fenómeno-epistemológico. Con objeto de solventar también de forma operativa el problema derivado que supone el retorno a la propia comprensión matemática del estudiante desde una perspectiva ética, también propusimos la búsqueda del *consentimiento con el otro* como referencia complementaria a la de los usos del conocimiento matemático. Así, expusimos la justificación y configuración de la nueva fase de consentimiento introducida en el proceso de interpretación de la comprensión matemática según nuestro modelo operativo. También hicimos patente la presencia del consentimiento en la práctica a través de los ejemplos concretos de dos alumnas de primero de educación secundaria, en los que se apreciaron los detalles de la aplicación del ciclo interpretativo completo. Finalmente, argumentamos en favor de una vía de acceso al desarrollo de la faceta socioafectiva de la actividad matemática en el aula mediante la búsqueda del consentimiento con el otro, que siempre queda mediatizada por la propia comprensión matemática del estudiante (Gallardo y Quintanilla, 2016).

En definitiva, en Quintanilla (2015) efectuamos una revisión del estado del OMIUM tras una década de desarrollo. Planteamos la necesidad de incorporar una nueva dimensión centrada en los aspectos socioafectivos de la comprensión del conocimiento matemático, lo que nos permitiría retornar al plano cognitivo de la comprensión, cerrar el círculo interpretativo y devolver el protagonismo de su interpretación al estudiante, después del alejamiento inicial producido por los análisis previos de tipo semiótico y fenómeno-epistemológico. Con ello, buscamos alcanzar desde nuestra Dimensión Ética el objetivo de ser justos, no solo con la comprensión matemática del estudiante sino con él mismo. Considerábamos entonces que los procesos interpretativos mejorarían de este modo, debido a que permiten un mayor acercamiento a la esfera mental del estudiante. En un principio, en este estudio incorporábamos la dimensión socioafectiva a través del plano discursivo-dialógico del círculo hermenéutico, dado que tiene como principal actividad lograr el consentimiento con el otro.

1.4.1.4. Estado actual del OMIUM

En resumen, la configuración actual del OMIUM exhibe dos dimensiones consolidadas, una fenómeno-epistemológica y otra hermenéutica. Cada una de ellas aporta principios teórico-metodológicos, específicos y relacionados, que tomados en conjunto contribuyen a esclarecer en la práctica la complejidad de los procesos interpretativos involucrados en la comprensión en matemáticas.

La dimensión fenómeno-epistemológica incorpora (a) un procedimiento operativo para la identificación y organización de situaciones matemáticas con las que registrar e interpretar la actividad matemática, basado en el análisis fenomenológico y epistemológico del propio conocimiento matemático y (b) una idea funcional de comprensión, caracterizada en términos de evidencias sobre los usos dados a los conocimientos matemáticos que emergen de la actividad matemática. En anteriores ocasiones se expusieron avances significativos en la configuración de esta dimensión, incluyendo ejemplos de su aplicación práctica en la interpretación de la comprensión de distintos conocimientos matemáticos, como es el caso del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales (Gallardo y González, 2006), el concepto de fracción (Gallardo, González y Quispe, 2008), el álgebra de polinomios (Gallardo, González y Quintanilla, 2014) o el sistema de numeración decimal (Ortiz y González, 2016).

En la dimensión hermenéutica estudiamos distintos problemas abiertos que afectan a la interpretación de la comprensión en matemáticas, como los relativos a la dualidad cognitivo-semiótica, el distanciamiento con el otro, la referencia al interpretar, la gestión de la intencionalidad, el retorno inclusivo y la apropiación de la comprensión, el protagonismo del estudiante o la veracidad y objetividad de la interpretación (Gallardo y Quintanilla, 2016). En el recorrido por tales cuestiones incorporamos las conclusiones de la reflexión dialógica Ricœuriana a la fundamentación de un círculo interpretativo que proponemos para acceder de forma operativa a la comprensión matemática de los estudiantes. El capítulo V del presente informe lo destinamos a presentar con detalle los fundamentos y principios teórico-metodológicos del OMIUM en su configuración actual. Como primera aproximación, en la siguiente sección también describimos en términos generales el método de interpretación que se deriva de la dimensión hermenéutica de nuestro modelo.

1.4.2. El círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas

Nuestra propuesta interpretativa (Figura 1.2) se inicia en el plano cognitivo con el reconocimiento de la comprensión matemática como fenómeno mental que comparte el carácter interno e inmaterial propio de las actividades intelectuales cognitivas específicas (plano cognitivo). Al mismo tiempo, se centra en el análisis de la experiencia matemática del alumno, una experiencia que siempre emerge y se desarrolla por mediación del lenguaje. En una primera transición, la interpretación se distancia provisionalmente del interés por lo mental y queda restringida al ámbito de lo observable. En este hecho encuentra la propia interpretación su justificación como

requerimiento necesario para la detección y caracterización de rasgos genuinos de comprensión del conocimiento matemático, en lugar de ser un condicionante limitador del acceso a la misma. La interpretación demanda entonces la textualización de todo lo observable, por lo que el primer compromiso supone identificar los rastros de comprensión diseminados a lo largo del registro escrito mediante aproximaciones de tipo semiótico (plano semiótico).

Seguidamente, aunque la interpretación se ejerza sobre la mediación de un texto, rebasa el campo de lo meramente semiótico y se dirige en una segunda transición hacia referencias extralingüísticas complementarias que garantizan el retorno a la comprensión matemática del alumno. Al actuar, el estudiante interviene en el mundo de las prácticas matemáticas y de los fenómenos organizados por los conocimientos matemáticos puestos en uso, transformándolos de algún modo. Esta intervención sobre la realidad matemática, sobre el mundo fenomenológico de los objetos matemáticos, trasciende la esfera semiótica y constituye una primera referencia extralingüística presente en la acción o actividad matemática (plano fenómeno-epistemológico). El uso del conocimiento matemático en sus distintas facetas fenómeno-epistemológicas se propone como primera extensión no ostensiva del registro escrito matemático.

A partir de aquí, la interpretación avanza hacia una segunda fase de carácter esencialmente discursivo, donde la explicitación de la intención del estudiante a través de sus acciones matemáticas públicas (lo que hace y dice) se confronta con la apropiación por parte del agente intérprete (alumno, profesor, investigador) de los usos intencionales identificados. En esta fase se busca lograr el consentimiento con el otro. Los acuerdos comunes alcanzados por los protagonistas sobre lo realizado en la actividad matemática previa, por estar mediatizados por la comprensión propia de cada uno de ellos, constituyen la segunda referencia extralingüística complementaria a los usos del conocimiento matemático (plano dialógico).

Por último, la apropiación que acontece durante el consentimiento con el otro provoca un efecto transformador sobre el propio intérprete: el proceso de interpretar la comprensión matemática termina transformando al intérprete al apropiarse éste de los usos intencionados del conocimiento matemático del estudiante. Es decir, termina haciendo propios los usos realizados con una intención de cuya faceta pública o externa tiene constancia. Finalmente, en la confluencia de la explicitación de esta intención pública del texto y de su apropiación por parte del intérprete es donde se completa el círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas.

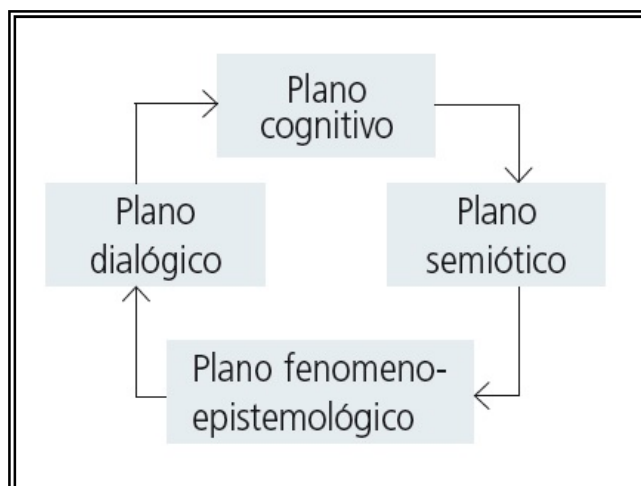


Figura 1.2. Círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas en el OMIUM

1.5. DEFINICIÓN FORMAL DE PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En el apartado 1.4.1.3 hemos explicado que en el trabajo de Quintanilla (2015) ya intuimos un componente socioafectivo asociado a la comprensión del conocimiento matemático. En aquella ocasión, nos planteamos por primera vez la necesidad de ampliar nuestro modelo y de incorporar en él una nueva dimensión de la comprensión centrada en tales aspectos socioafectivos. Consideramos aquel estudio como el punto de partida de la presente investigación. En la actualidad, conjeturamos que la dimensión socioafectiva no solo afecta a un único plano del actual recorrido interpretativo, sino que se extiende por todo el círculo hermenéutico de tal forma que su influencia es más amplia y determinante en la interpretación. Esto es, pensamos que los distintos planos que constituyen el círculo se encuentran no sólo influidos por cuestiones de tipo afectivo, sino que se encuentran impregnados por ellas. Por todo ello, nuestro interés actual radica en la incorporación de los fenómenos afectivos al recorrido actual del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas y también la configuración de la Dimensión Ética de nuestro modelo.

Además, en la tercera etapa del desarrollo del OMIUM descrita anteriormente, incorporamos el plano dialógico a través del consentimiento con el otro en el ciclo interpretativo de la comprensión en matemáticas con el propósito principal de dotar de sentido al tránsito entre los usos del conocimiento matemático y la propia comprensión matemática del alumno. Las interacciones discursivas que evidencian el consentimiento contribuyen a la interpretación con nuevos rastros de comprensión complementarios a los usos del conocimiento matemático. No obstante, en los distintos trabajos efectuados en la actualidad se plantea la necesidad de reforzar la operatividad de nuestra propuesta ubicándola en la búsqueda de nuevas estructuras organizativas para el consentimiento con el otro sustentadas en el conocimiento matemático, similares a las elaboradas en la dimensión fenómeno-epistemológica de nuestro modelo interpretativo (Quintanilla, 2015; Gallardo y Quintanilla, 2016). Asumimos que dicha necesidad podría satisfacerse estableciendo criterios y tipologías para el consentimiento que permitieran alcanzar sistematicidad y uniformidad (objetividad entendida en términos no absolutos) en las

interpretaciones de la comprensión matemática en la fase final de nuestro ciclo interpretativo.

Al afrontar ahora una nueva fase de desarrollo del OMIUM, percibimos que la dimensión socioafectiva es más amplia y determinante y sobrepasa a un único plano del recorrido hermenéutico. Es así que consideramos que todos los planos que constituyen las distintas fases del círculo se encuentran no sólo influidos por cuestiones de tipo afectivo, sino que se encuentran imbricadas con ellas. Por tanto, la situación problemática vislumbrada en Quintanilla (2015), expuesta en la parte final del trabajo en forma de perspectivas de futuro, se ha visto ahora ampliada y transformada notablemente debido a que nuestro interés actual radica en la ampliación del recorrido del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas de manera que permita dar cuenta de los fenómenos afectivos. Asumimos que con ello profundizaremos y mejoraremos la interpretación de la comprensión del conocimiento matemático en los escolares.

En definitiva, todas las consideraciones anteriores apuntan al problema fundamental de *cómo vislumbrar lo afectivo en la comprensión matemática de los estudiantes*. Para dar respuesta a esta cuestión básica en Educación Matemática, nos planteamos como propósito central de nuestra investigación:

“Desarrollar las bases teóricas y metodológicas de una nueva dimensión en el OMIUM que permita interpretar el carácter afectivo de la comprensión matemática de los escolares”

Se trata de un problema de investigación que podemos enmarcar en distintos ámbitos de interés para la Educación Matemática, situados y relacionados entre sí en la Figura 1.3.

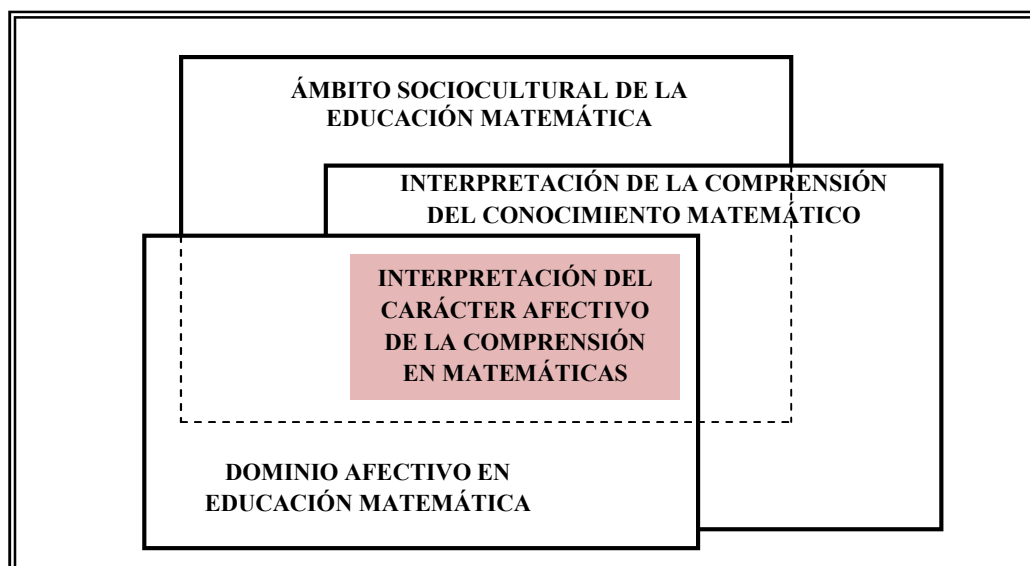


Figura 1.3. Delimitación del problema de investigación en Educación Matemática

1.5.1. Objetivos

Por la propia naturaleza de la investigación, el objetivo general de la misma admite una articulación en otros objetivos más concretos que pueden ser agrupados en tres bloques. El primero reúne a los objetivos teóricos, el segundo a los metodológicos y el tercero a los empíricos.

Objetivos teóricos

[OT₁] *Organizar un marco teórico referencial, integrador y operativo, que contribuya a caracterizar la compleja relación entre afecto y comprensión en matemáticas.*

Para la consecución de este primer objetivo, nos planteamos revisar el campo de conocimientos actual en torno al dominio afectivo en matemáticas, poniendo de manifiesto los principales intereses, problemas y limitaciones existentes. También, desarrollar una base teórica inicial, sólida pero a la vez abierta, con la que organizar, integrar y ampliar con interpretaciones plausibles teorías y planteamientos sobre el dominio afectivo identificados en investigaciones previas en Educación Matemática y en otras áreas de conocimiento relacionadas.

[OT₂] *Incorporar al OMIUM el conjunto de principios y fundamentos teóricos que caracterizan su nueva Dimensión Socioafectiva.*

Este segundo objetivo nos exige previamente (a) actualizar la fundamentación teórico-metodológica de las Dimensiones Fenómeno-Epistemológica y Hermenéutica que configuran el OMIUM y (b) caracterizar el círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas como método interpretativo.

Objetivos metodológicos

[OM₁] *Actualizar el Análisis Didáctico como metodología para el tratamiento de los antecedentes bibliográficos en la investigación en Educación Matemática y contrastar su vigencia aplicándolo al campo de estudio del dominio afectivo en matemáticas.*

[OM₂] *Ampliar el círculo hermenéutico existente incorporando en él los componentes de la Dimensión Socioafectiva para interpretar la comprensión matemática de los estudiantes.*

Para alcanzar este objetivo requerimos previamente aplicar en la práctica el recorrido completo del círculo hermenéutico en su versión previa, hasta ahora no realizada en su totalidad de forma experimental, y mostrar su operatividad en sus dos facetas de aplicación distintas: (a) como herramienta para la investigación en Educación Matemática y (b) como estrategia didáctica para la interpretación de la actividad matemática en el aula, en concreto para explorar la presencia del propio círculo en las interpretaciones cotidianas que realizan los escolares.

Objetivos empíricos

[OE₁] *Contrastar en la práctica la idoneidad del círculo hermenéutico como método integrador para la interpretación del sistema afectivo vinculado a la comprensión en matemáticas.*

[OE₂] *Evidenciar el carácter afectivo de la comprensión durante la actividad matemática de los estudiantes.*

Para lograr la consecución de ambos objetivos se requiere mostrar la presencia de elementos constitutivos del carácter socioafectivo de la comprensión en matemáticas en los distintos planos (cognitivo, semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico) del recorrido propuesto por el círculo hermenéutico.

1.5.2. Conjeturas

Los objetivos que especifican el problema de investigación, expuestos en el apartado anterior, admiten una concreción en términos de las siguientes conjeturas de investigación, cuya contrastación permitirá la consecución de los mismos en distinto grado:

C1. Los procesos cognitivos y afectivos en matemáticas no son opuestos, sino que se encuentran imbricados. La comprensión del conocimiento matemático, como fenómeno cognitivo, también posee un componente afectivo esencial que lo caracteriza.

C2. El círculo interpretativo de la comprensión en matemáticas no solo es un producto teórico de la investigación hermenéutica. Resulta idóneo como método para interpretar la comprensión matemática en la práctica e incluso se evidencia en las interpretaciones particulares que realizan los escolares en contextos de actividad matemática conjunta en el aula.

C3. El círculo hermenéutico mejora su fundamentación teórica y su potencialidad operativa como método de interpretación cuando se incorporan a su configuración los componentes afectivos que también caracterizan a la comprensión en matemáticas.

C4. El recorrido afectivo incorporado al círculo hermenéutico transita por los mismos planos interpretativos de su configuración previa y permite realizar interpretaciones del carácter socioafectivo de la comprensión a partir de las muestras visibles y externas de los estudiantes durante su quehacer matemático cotidiano.

En cuanto a la relación entre objetivos y conjeturas, la consecución de los objetivos específicos [OT₁] y [OM₁] pasa por la contrastación de la conjetura C1. Los objetivos [OT₂] y [OM₂] dependen, por su parte, de la contrastación conjunta de las conjeturas C2 y C3. La consecución de [OE₁] pasa también por contrastar las conjeturas C3 y C4. Por último, el objetivo empírico [OE₂] vendrá dado por la confirmación de la conjetura C4.

1.6. FASES DE LA INVESTIGACIÓN

Nuestra investigación consta de dos fases distintas, una teórica y otra empírica. A su vez, cada una de ellas se divide en dos etapas. De este modo, podemos afirmar que la estructura de investigación está constituida por dos fases teóricas y dos empíricas. En

las siguientes secciones delimitamos cada una de estas fases en términos genéricos, remitiéndonos a los distintos capítulos del informe que describen su desarrollo con más detalle.

1.6.1 Fase teórica

La fase teórica se lleva a cabo al principio de la investigación y permite definir y delimitar el problema de investigación, así como estructurar el marco teórico correspondiente. Transita, a su vez, por dos etapas distintas. La primera tiene por objetivo revisar y actualizar el marco teórico del OMIUM y la segunda pretende estructurar la Dimensión Socioafectiva de nuestro modelo, para lo cual se hace necesario realizar una revisión previa de antecedentes sobre el dominio afectivo en Educación Matemática y otras áreas relacionadas.

1.6.1.1. Primera etapa

En esta primera etapa efectuamos una revisión, profundización y ampliación del recorrido hermenéutico planteado por el OMIUM. Aquí esbozamos la actualización realizada y exponemos su desarrollo completo en el capítulo V del presente informe de investigación.

El buen desarrollo de la actividad matemática conjunta que los estudiantes llevan a cabo de forma compartida en el ámbito escolar depende en buena medida de las interpretaciones que éstos realizan sobre la comprensión matemática de sus compañeros interlocutores. Las distintas problemáticas que afectan a la interpretación de la comprensión en matemáticas y sus correspondientes soluciones hermenéuticas, sustentadas principalmente en las contribuciones filosóficas proporcionadas por Paul Ricœur, hacen posible la configuración fundamentada de un círculo hermenéutico para la comprensión en matemáticas. Pretendemos poner de manifiesto las potencialidades que el círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas ofrece en la práctica para gestionar la complejidad de los procesos interpretativos y acceder de un modo operativo a la comprensión matemática del otro.

Este círculo, constituye la más reciente incorporación a la dimensión hermenéutica de nuestro modelo operativo para la interpretación de la comprensión en matemáticas (OMIUM). También es propósito de nuestra investigación constatar su presencia en las interpretaciones particulares que los estudiantes realizan de forma innata durante su quehacer matemático cotidiano demostrando así que no solo es resultado de la investigación hermenéutica en Educación Matemática. De hecho, aportamos evidencias de su presencia en la práctica, a través de la identificación de rasgos genuinos del mismo en las interpretaciones que los estudiantes realizan durante el desarrollo de su propia actividad matemática en el aula.

De manera específica, el círculo se muestra como una herramienta metodológica operativa para explorar los procesos interpretativos que emplean los estudiantes en el aula de matemáticas, aporta criterios específicos con los que identificar, mejorar y promover las “buenas” interpretaciones durante la actividad matemática y, finalmente,

propicia una vía de acceso al desarrollo del carácter socioafectivo de la comprensión en matemáticas.

1.6.1.2. Segunda etapa

En esta etapa realizamos, en primer lugar, un estudio de revisión bibliográfica con información proveniente de dos grupos principales: (a) antecedentes relacionados, tomados de la Filosofía, la Psicología y la Neurociencia; y (b) antecedentes específicos, obtenidos del ámbito de la Educación Matemática. En concreto, efectuamos una exploración del estado actual de los conocimientos sobre emociones en las áreas de conocimiento relacionadas y sobre el dominio afectivo en el ámbito específico de la Educación Matemática. Los resultados y conclusiones obtenidos en esta etapa se exponen organizados en los capítulos II, III y IV del informe de investigación.

Los antecedentes relacionados más relevantes para nuestra investigación se presentan organizados en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1. Antecedentes relacionados

Bloques temáticos	Autores
Filosofía	
El campo conceptual de las emociones	Descartes (2005); Nussbaum (2008); Spinoza (1980)
Naturaleza, emergencia y desencadenantes de las emociones	Descartes (2005); Nussbaum (2008)
Razón de ser de las emociones	Descartes (2005); Nussbaum (2008); Spinoza (1980)
Relación afecto-cognición	Descartes (2005); Nussbaum (2008); Spinoza (1980)
La educación de las emociones	Nussbaum (2008, 2010)
Psicología	
El campo conceptual de las emociones	Goleman (1998); Izard (1985); James (1884); Kagan (1985); Lang (1985); Lazarus (1982, 2000); Stocker (1996); Vygotsky (2004); Zajonc (1980)
Naturaleza, emergencia y desencadenantes de las emociones	Ekman (1993); Goleman (1998); Izard (1985); James (1884); Kagan (1985); Lang (1985); Lazarus (1982, 2000); Parot y Doron (2004); Salovey y Mayer (1990); Vygotsky (2004); Zajonc y Markus (1985)
Razón de ser de las emociones	Ekman (1977, 1993, 1999a, 1999b); Goleman (1998); Izard (1985); Kagan (1985); Lazarus (1982, 2000); Salovey y Mayer (1990)
Relación afecto-cognición	Goleman (1998); Izard (1985); Lang (1985); Lazarus (1982, 2000); Vygotsky (2004); Zajonc

	(1980); Zajonc y Markus (1985)
La educación de las emociones	Csikszentmihalyi (1997); Ekman (1977, 1993, 1999); Goleman (1998).
Neurociencia	
El campo conceptual de las emociones	Damasio (2011, 2014); LeDoux (1999)
Naturaleza, emergencia y desencadenantes de las emociones	Damasio (2011, 2014); LeDoux (1999)
Razón de ser de las emociones	Damasio (2011, 2014); Eagleman (2013); LeDoux (1999)
Relación afecto-cognición	Damasio (2011, 2014); Eagleman (2013); LeDoux (1999); Sacks (2009)
La educación de las emociones	Damasio (2011, 2014); LeDoux (1999)

Los antecedentes específicos en Educación Matemática se presentan en la Tabla 1.2 organizados por bloques temáticos genéricos.

Tabla 1.2. Antecedentes específicos en Educación Matemática

Bloques temáticos	Autores
Dominio afectivo en Educación Matemática	Adams (1989); Chen y Leung (2015); Clarke (2015); Cobb, Yackel y Wood (1989); Di Martino y Zan (2015); Ding, Pepin y Jones (2015); Evans (2006); Else-Quest, Hyde y Hejmadi (2008); Fennema (1989); Furinghetti y Morselli (2009); Goldin (2000, 2002); Goldin, Rösken, y Törner (2009); Gómez-Chacón (2011; 2015); Grouws y Cramer (1989); Hannula (2011, 2012a, 2012b, 2015); Hart (1989); Kaput (1989); Kislenko (2009); Leder (2006); Mandler (1989a, 1989b); McDonald (1989); Pepin y Roesken-Winter (2015); Radford (2015); Reinup (2009); Schoenfeld (2015); Schlöglmann (2002, 2005, 2010); Sivunen y Pehkonen (2009); Threadgill-Sowder (1989); Tsamir y Tirosh (2009); Zan, Brown, Evans y Hannula (2006)
Corrientes, aproximaciones y marcos teóricos en Educación Matemática	Brown y Reid (2006); Clarke (2015); DeBellis y Goldin (1997, 2002, 2006); Di Martino y Zan (2015); Evans (2006); Goldin (2000); Gómez-Chacón (2015); Hannula (2006b, 2011, 2012a, 2012b, 2015); Leder (2006); McLeod (1989); Op 't Eynde, De Corte y Verschaffel (2006); Radford (2005, 2015); Schlöglmann (2002, 2010); Zan, Brown, Evans y Hannula (2006)
Descriptores del dominio afectivo en Educación	Aguirre (2009); Akinsola (2009); Bofah y Hannula (2015); Chen y Leung (2015); Clarke (2015); Cobb, Yackel y Wood (1989); DeBellis y Goldin (1997, 2006); Depaepe, De Corte y

Matemática	Verschaffel (2015); Di Martino y Zan (2015); Ding, Pepin y Jones (2015); Evans (2006); Furinghetti y Morselli (2009); Garofalo y Kroll (1989); Goldin (2002); Goldin, Rösken, y Törner (2009); Gómez-Chacón (2011, 2015); Hannula (2006b, 2011, 2012a, 2012b, 2015); Hart (1989); Kislenko (2009); Kuntze y Dreher (2015); Liljedahl (2009); Mandler (1989a,1989b); McDonald (1989); McLeod (1989); Op 't Eynde, De Corte y Verschaffel (2006); Philippou y Pantziara (2015); Radford (2015); Reinup (2009); Rolka y Roesken-Winter (2015); Schoenfeld (2015); Schlöglmann (2002, 2005, 2010); Sivunen y Pehkonen (2009); Skott (2015); Sowder (1989); Thompson y Thompson (1989); Zan, Brown, Evans y Hannula (2006a, 2006b)
Pensamiento matemático y afecto	Adams (1989); Clarke (2015); Cobb, Yackel y Wood (1989); Cortas Nordlander y Nordlander (2009); DeBellis y Goldin (1997, 2006); Depaepe, De Corte y Verschaffel (2015); Goldin (2000); Goldin, Rösken, y Törner (2009); Gómez-Chacón (2011, 2015); Grouws y Cramer (1989); Hannula (2012a, 2015); Kuntze y Dreher (2015); Lester, Garofalo y Kroll (1989); Mandler (1989a, 1989b); Marshall (1989); McDonald (1989); McLeod (1989); Radford (2015); Reinup (2009); Schoenfeld (2015); Schlöglmann (2002, 2005, 2010); Schulz (2009); Silver y Metzger (1989); Sivunen y Pehkonen (2009); Sowder (1989); Thompson y Thompson(1989); Threadgill-Sowder (1989)

Con la información obtenida de la revisión de antecedentes, desarrollamos posteriormente la Dimensión Socioafectiva del OMIUM, que se fundamenta a nivel teórico y metodológico en el Capítulo VI.

La nueva Dimensión Socioafectiva de nuestro modelo se estructura teniendo en cuenta tres cuestiones: principios fundamentales, metodología y las preguntas paradigmáticas que dirigen la investigación. La ubicamos dentro del paradigma sociocultural y la metodología que plantea para la investigación de los fenómenos afectivos en Educación Matemática tiene carácter cualitativo, interpretativo e integrador.

1.6.2 Fase empírica

En la fase empírica pretendemos mostrar la operatividad de nuestro modelo, una vez incorporado el recorrido afectivo al círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas. Para contrastar la potencialidad didáctica del círculo como método interpretativo, requerimos de análisis cualitativos en profundidad de las interpretaciones en el aula. En esta ocasión, la fase empírica de nuestra investigación está compuesta por dos etapas relacionadas. La primera, de carácter exploratorio, se detalla en la segunda parte del capítulo V. La segunda, más completa y profunda, se desarrolla en los capítulos VII y VIII del informe de investigación.

1.6.2.1. Primera etapa

Esta primera etapa de la experimentación persigue dos objetivos distintos. El primer objetivo es poner a prueba la operatividad del círculo hermenéutico de la interpretación de la comprensión del conocimiento matemático no sólo como objeto de estudio dentro del ámbito de la Educación Matemática, sino también demostrar su aplicabilidad en contextos escolares. Para alcanzarlo, describimos la aplicación del círculo hermenéutico a través de un episodio concreto donde interpretamos la comprensión matemática desplegada por una alumna de primer curso de educación secundaria al intentar resolver una tarea de divisibilidad de números naturales. Con este ejemplo pretendemos constatar que el círculo interpretativo de la comprensión en matemáticas no solo es resultado de la investigación hermenéutica, sino que también se manifiesta útil en la práctica para esclarecer la comprensión involucrada en la actividad matemática cotidiana de los escolares.

También es propósito de esta etapa constatar la presencia del círculo hermenéutico en las interpretaciones particulares que los estudiantes realizan de forma innata durante su quehacer matemático cotidiano. De hecho, aportamos evidencias de su presencia en la práctica, a través de la identificación de rasgos genuinos del mismo en las interpretaciones que los estudiantes realizan durante el desarrollo de su propia actividad matemática en el aula. Nos servimos para ello de un episodio de interpretación que transcurre en el ámbito de la divisibilidad de los números naturales. En concreto, estudiamos un episodio en el que dos alumnas de primer curso de educación secundaria interpretan el protocolo de resolución de una misma tarea de divisibilidad de números naturales, elaborado por una compañera de aula. A través de este ejemplo aportamos evidencias en favor de los siguientes hechos:

- a) La presencia de las orientaciones cognitiva, semiótica y hermenéutica en los procesos interpretativos de los alumnos.
- b) La búsqueda del consentimiento con el otro entre los estudiantes, que surge mediatizado por la comprensión matemática de cada intérprete.

Estos hechos ponen de relieve que el círculo interpretativo de la comprensión en matemáticas también se manifiesta a nivel cognitivo en el quehacer matemático cotidiano de los propios escolares.

1.6.2.2. Segunda etapa

Con el desarrollo de esta segunda etapa buscamos alcanzar los dos objetivos empíricos planteados en la investigación: (a) contrastar en la práctica la idoneidad del círculo hermenéutico como método integrador para la interpretación del sistema afectivo vinculado a la comprensión en matemáticas ([OE₁]), y (b) evidenciar el carácter afectivo de la comprensión durante la actividad matemática de los estudiantes ([OE₂]).

En el estudio de caso múltiple partimos del vínculo indisoluble entre afecto y comprensión y efectuamos la interpretación de la comprensión matemática de seis estudiantes universitarios utilizando el círculo hermenéutico, incorporando las

cuestiones afectivas en cada uno de sus planos. No solo describimos los afectos emergentes durante la realización de una batería de tareas correspondientes al ámbito de la medida, sino también establecemos conexiones entre ellos y entre la Dimensión Socioafectiva y la comprensión en matemáticas.

En la Figura 1.4 presentamos, a modo de resumen, el proceso seguido durante nuestra investigación.

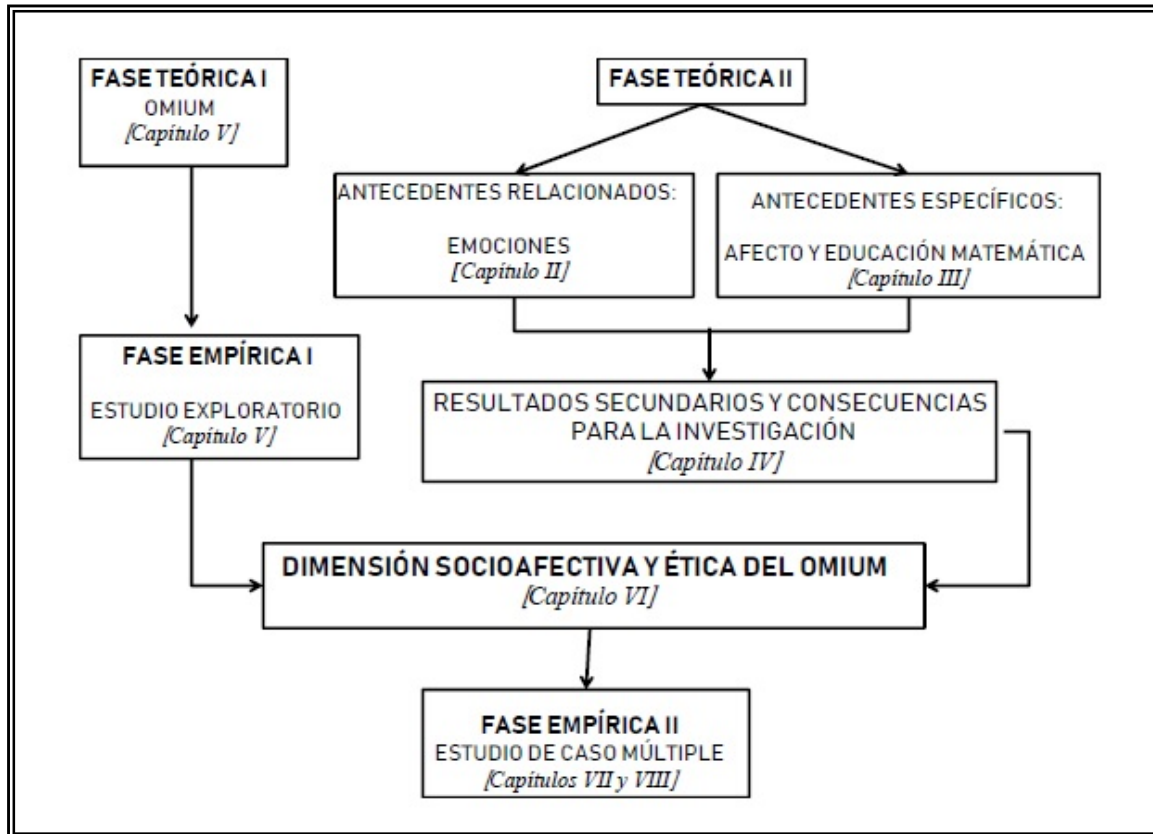


Figura 1.4. Proceso seguido en la investigación

1.7. METODOLOGÍA

Nuestro estudio se encuentra inmerso en la línea de investigación abierta por el OMIUM. Asumimos que para alcanzar nuestros objetivos y contrastar nuestras conjeturas precisamos seguir las directrices de una metodología que puede considerarse mixta, debido a que a lo largo de las distintas fases de la investigación se llegan a emplear métodos de naturaleza no empírica junto a métodos empíricos. Como referencia inicial, utilizamos el marco metodológico específico para la investigación en Educación Matemática propuesto por profesores de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Málaga (González y Ortiz, 2000). En los siguientes apartados describimos los distintos métodos empleados en las fases teórica y empírica de la investigación.

1.7.1. Análisis Didáctico

Una de las condiciones derivadas de la complejidad de nuestro tema de investigación es requerir una metodología adecuada que brinde directrices sistemáticas con las que poder realizar una búsqueda efectiva y justificada de fuentes documentales, teniendo en cuenta

su carácter interdisciplinar. La metodología a emplear en esta fase teórica debería permitirnos realizar análisis rigurosos de la bibliografía consultada. Para ello, utilizamos el *Análisis Didáctico* como método cualitativo no empírico para la revisión de antecedentes bibliográficos en la investigación en Educación Matemática, que ofrece estrategias precisas, específicas y operativas que permiten afrontar adecuadamente la búsqueda, selección y tratamiento de la información (Gallardo y González, 2013; González, 1998).

1.7.1.1. Búsqueda y selección de fuentes de información

Teniendo en cuenta que nuestro problema de investigación, así como las áreas a las que recurrimos en busca de antecedentes relacionados, están definidos y delimitados, podemos realizar una búsqueda de información dirigida. Para el caso concreto de los antecedentes específicos en Educación Matemática, ésta se centra en las siguientes fuentes documentales (Gallardo, 2006; Gallardo y González, 2013):

1. Actas de congresos, simposios, jornadas y seminarios. Acudimos a los siguientes:

- ICME: *International Congress on Mathematical Education*. Se lleva a cabo cada cuatro años y es organizado por la International Commission of Mathematics Instruction (ICMI). En dichos encuentros se presentan las investigaciones más recientes efectuadas en el área a nivel mundial. Realizamos búsquedas correspondientes a las últimas cinco ediciones.
- PME: *International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Conferencias anuales organizadas con el objetivo de presentar investigaciones relevantes para el área. Pretende, también, promover la investigación interdisciplinar a nivel internacional. Centramos nuestra búsqueda en los últimos 15 años.
- CERME: *Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Organizados cada dos años con el objetivo de promover la comunicación y cooperación en la investigación en Educación Matemática en el continente europeo. Efectuamos búsquedas desde el año 2000.
- CIEAEM: *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*. Conferencias anuales que buscan compartir experiencias y visiones sobre Educación Matemática a partir de trabajos de investigación principalmente del ámbito europeo. Nuestra búsqueda se limita a las últimas diez ediciones.
- CIBEM: *Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Se organiza cada cuatro años por la Federación Iberoamericana de Educación Matemática (FISEM). Realizamos búsquedas en las actas de las últimas cinco ediciones.
- RELME: *Reuniones Latinoamericanas de Matemática Educativa*. Se convocan anualmente por el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Nuestras búsquedas abarcan el período comprendido desde 2006 hasta 2015.

- SEIEM: *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Simposios organizados anualmente en distintas ciudades españolas con el objetivo de compartir los trabajos de investigación más relevantes que se desarrollan en el país. Efectuamos revisiones desde el inicio de los simposios en el año 1997 hasta la edición de 2015.

2. *Manuales, colecciones, handbooks, editoriales*. Tenemos en cuenta:

- *Advances in Mathematics Education*: Serie de monográficos sobre temáticas diversas en Educación Matemática. Constituyen manuales de relevante importancia dentro del área. Utilizamos sobre todo el monográfico sobre afecto y Educación Matemática (Pepin y Roesken-Winter, 2015).

- Las editoriales *Springer* y *Sense Publishers* cuentan también dentro de sus publicaciones con handbooks relacionados con emociones, afecto, creencias y actitudes en Educación Matemática que también consultamos (Maasz y Schlöglmann, 2006, 2009; McLeod y Adams, 1989).

3. *Publicaciones periódicas*. Consideramos las revistas científicas más reconocidas del área, en las que efectuamos búsquedas en las ediciones correspondientes a los últimos 10 años. Entre ellas:

Educational Studies in Mathematics (Holanda); Enseñanza de las Ciencias (España); For the Learning of Mathematics (Canadá); Journal for Research in Mathematics Education (EE.UU); Journal of Mathematics Teacher Education (Holanda); Educación Matemática (México); Relime (México); Quadrante (Portugal); Bolema (Brazil); PNA (España); Journal of Mathematical Behavior (Reino Unido); ZDM – The International Journal on Mathematics Education (Alemania); Mathematical Thinking and Learning (EE.UU).

4. *Bases de datos e índices*. Nos centramos en las siguientes: ERIC, ZDM, MathDi, WoS.

5. *Otras fuentes*. Tenemos en cuenta:

- Páginas web personales de investigadores de reconocida relevancia en el área, entre ellos Marku S. Hannula, Douglas B. McLeod, Alan H. Schoenfeld, Jeff Evans y Luis Radford.

- Páginas web de organizaciones como SEIEM o ICMI.

- Sitios web de grupos de investigación, departamentos, centros de investigación de Educación Matemática.

- Referencias bibliográficas incluidas en los documentos revisados.

1.7.1.2. *Tratamiento de la información*

De acuerdo con las directrices del Análisis Didáctico en cuanto a las fuentes de información a utilizar, consideramos dos bloques básicos de bibliografía: (a) el formado por los antecedentes relacionados, provenientes de otras áreas de conocimiento, que en nuestro caso se centran en la Filosofía, la Psicología, la Biología y Neurociencia, y (b)

el constituido por los antecedentes específicos, propios del área de la Educación Matemática (Figura 1.5).

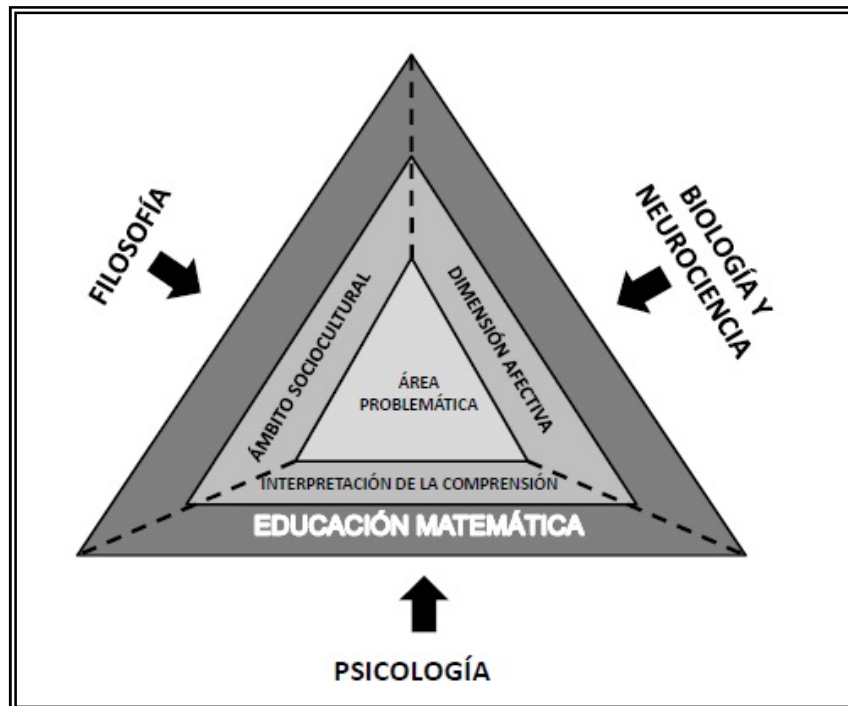


Figura 1.5. Abordaje del problema de investigación desde los antecedentes relacionados y los específicos

La metodología para la revisión bibliográfica de estos antecedentes propone dos fases distintas a seguir:

1. **Primera fase del Análisis Didáctico.** Se trata de una primera revisión primaria que incluye obtención de datos, resultados y conclusiones relevantes relacionados con el tema de investigación. En ella se efectúa un tratamiento neutro de la información y sus productos son conocidos como Resultados Primarios (RP). En el caso de nuestra investigación los Resultados Primarios son de dos tipos: (a) Resultados Primarios Relacionados (RPRi), provenientes de los antecedentes relacionados de Filosofía, Psicología, Biología y Neurociencia, y (b) Resultados Primarios Específicos (RPEi), derivados de los antecedentes específicos consultados en Educación Matemática.
2. **Segunda fase del Análisis Didáctico.** Se efectúa un análisis de las relaciones existentes en los Resultados Primarios, tanto de los antecedentes relacionados (RPRi) como de los específicos (RPEi), obtenidos en la fase anterior. Fruto de este trabajo de análisis, en esta fase se obtiene una nueva información secundaria, no presente en los propios documentos revisados, en forma de Resultados Secundarios (RSi).
3. **Conclusiones y consecuencias para la investigación.** Finalmente, a partir de los Resultados Secundarios, se extraen las conclusiones que fundamentan nuestra propia investigación. Estas conclusiones son distintas a dichos resultados, aunque proceden de su análisis. La nueva información obtenida son Consecuencias para la

investigación (Ci) y, básicamente, son reconocidas como ideas emergentes que requieren mayor desarrollo para posibles propuestas teóricas más consistentes.

1.7.2. Estudio exploratorio

En nuestro primer estudio empírico, de carácter exploratorio, pretendemos demostrar la potencialidad didáctica del círculo hermenéutico en el aula. Para ello consideramos dos escenarios distintos en un mismo grupo-clase de estudiantes de primer curso de Educación Secundaria a quienes se les pide resolver un problema matemático extraído de su libro de texto, en cuya resolución también deben elaborar un protocolo escrito. En el primer escenario, interpretamos la comprensión matemática de una estudiante y en el segundo, la interpretación la efectúan dos estudiantes sobre el quehacer matemático de una compañera.

Los datos recopilados en este estudio se analizan tomando como referencia la estructura completa del propio círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas. En concreto, en los registros escritos buscamos posibles rastros significativos del proceder característico de cada uno de los planos hermenéuticos (semiótico, fenómeno-epistemológico, dialógico). Estos elementos nos permiten reconocer en cada momento el centro de atención variable de los participantes, las facetas de comprensión en las que ponen el interés y los lugares hacia donde dirigen la interpretación.

1.7.3. Estudio de caso múltiple

Este segundo estudio empírico tiene carácter cualitativo e interpretativo en forma de estudio de caso múltiple (Aguirre, 2009; Furinghetti y Morselli, 2009; Op 't Eynde y Hannula, 2006; Op 't Eynde et al. 2006; Simons, 2009; Tsamir y Tirosh, 2009). Se aplica sobre una población reducida e intencional definida por muestreo teórico (Bisquerra, 1989; Glasser y Strauss, 1967). La muestra está constituida por seis estudiantes del Grado de Maestro en Educación Primaria de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga, dentro del trabajo cotidiano de la asignatura *Didáctica de la Medida* durante el curso académico 2017-2018.

Los episodios transcurrieron durante las horas prácticas de la asignatura, con la participación de dos estudiantes por episodio a quienes se solicitaba que resolvieran, trabajando cooperativamente, una batería de cinco tareas pertenecientes al dominio de la medida. Cada estudio de caso transcurrió por tres fases distintas: (1) una entrevista semiestructurada e individual antes de la resolución de las tareas, registrada en audio; (2) resolución en grupo de dos de la batería de cinco tareas, registrándose en audio y vídeo y contando también con las producciones escritas de los estudiantes; y (3) búsqueda del consentimiento a través de una entrevista conversacional individual registrada en audio.

1.8. DESARROLLO TEMPORAL Y DIFUSIÓN

Nuestro trabajo de investigación ha sido desarrollado a lo largo de un período aproximado de tres años, desde octubre de 2015 hasta diciembre de 2018. Durante ese tiempo, hemos ido obteniendo resultados parciales que se han ido difundiendo en

reuniones científicas y publicando en distintas revistas especializadas en Educación Matemática. En esta sección, presentamos de forma resumida la distribución temporal de la investigación y los logros alcanzados en su difusión y visibilidad.

1. Curso 2014-2015

Durante este año académico cursamos el Máster en Políticas y Prácticas de Innovación Educativa en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga. El producto final, en forma de Trabajo de Fin de Máster, estuvo orientado a incorporar el plano dialógico, a través del consentimiento con el otro, al círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas. Un aporte fundamental de este trabajo fue la relación que intuimos y establecimos, por primera vez desde el OMIUM, entre los fenómenos afectivos y la comprensión, a partir de su presencia durante la búsqueda del consentimiento por parte de los escolares. El punto de partida de la presente investigación lo situamos entonces en el siguiente estudio:

Quintanilla, V.A. (2015). *Hacia una dimensión socioafectiva de la comprensión en matemáticas a través del consentimiento con el otro*. Trabajo de Fin de Máster no publicado. Universidad de Málaga.

2. Curso 2015-2016

Iniciamos el trabajo de investigación propiamente dicho durante nuestro primer curso académico en el Programa de Doctorado en Educación y Comunicación Social en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga. Configuramos el proyecto de investigación y comenzamos a desarrollar las dos fases teóricas de la investigación. Por un lado, revisamos y actualizamos el estado del OMIUM y, por otro, iniciamos la revisión y análisis de los antecedentes relacionados.

El proyecto de investigación fue presentado en el XX Simposio Anual de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática y publicado con posterioridad en:

Quintanilla, V. A. y Gallardo, J. (2017). Vislumbrando la dimensión socioafectiva de la comprensión del conocimiento matemático: un proyecto de investigación. En A. Codina, L. Puig, D. Arnau, M^a. T. Sánchez, A. B. Montoro, F. J. Claros, M. A. Baeza (Eds.) *Investigación en pensamiento numérico y algebraico: 2017* (pp. 1-10). Madrid: Universidad Rey Juan Carlos – SEIEM. [ISBN: 978-84-608-4737-3]

También se publicaron resultados parciales de la fundamentación teórico-metodológica del OMIUM en forma de artículos:

Gallardo, J. y Quintanilla, V. A. (2016). El consentimiento con el otro en la interpretación de la comprensión en matemáticas. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 625-648. [ISSN: 1980-4415]

Gallardo, J. y Quintanilla, V. A. (2016). Interpretar la comprensión en entornos lúdicos. *UNO*, 74, 41-45. [ISSN: 1133-9853]

3. Curso 2016-2017

En el segundo curso como estudiante del Programa de Doctorado continuamos con la revisión de los antecedentes relacionados y también de los antecedentes específicos. La finalización de la primera fase teórica nos permitió fundamentar teórica y metodológicamente la dimensión hermenéutica de nuestro modelo para la interpretación de la comprensión en matemáticas, incluyendo la configuración completa del método interpretativo. Concluimos la aplicación del Análisis Didáctico, a través del cual obtuvimos el cuerpo de resultados primarios, secundarios y consecuencias necesarios para la fundamentación teórico-metodológica de las Dimensiones Socioafectiva y Ética del OMIUM. Desarrollamos la primera fase empírica del estudio exploratorio. Se aplica el círculo hermenéutico en su totalidad y vislumbramos la presencia natural de este círculo en las prácticas interpretativas de los escolares a través de la identificación de rasgos genuinos del mismo en las interpretaciones particulares que dos estudiantes realizan durante el desarrollo de su propia actividad matemática.

Participamos como ponentes en dos congresos internacionales específicos en el ámbito de la investigación en Educación Matemática en los que difundimos los avances de nuestro trabajo:

Quintanilla, V. A. y Gallardo, J. (2017). Hacia una interpretación justa de la comprensión en matemáticas. *Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)*. Madrid, 10-14 de julio. [ISBN: 978-84-945722-3-4]

Gallardo, J. y Quintanilla, V. A. (2018). Presencia del círculo hermenéutico de la comprensión en la interpretación matemática de los alumnos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1), 23-31. [ISSN: 2448-6469]

4. Curso 2017-2018

Durante el tercer curso en el Programa de Doctorado configuramos la Dimensión Socioafectiva de nuestro modelo operativo para la interpretación de la comprensión en matemáticas (OMIUM). Ello incluye la fundamentación teórico-metodológica de la nueva dimensión, su conexión con las otras dimensiones del modelo (Fenómeno-epistemológica y Hermenéutica) y el desarrollo del recorrido afectivo por el círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas, método que proponemos para acceder de forma inclusiva a la comprensión matemática de los estudiantes. También culminamos la configuración teórico-metodológica de la Dimensión Ética del OMIUM. La ampliación afectiva del círculo hermenéutico contribuye de manera complementaria al desarrollo de una ética interpretativa para el aula de matemáticas. Estructuramos el diseño del estudio de caso múltiple correspondiente a la segunda fase del estudio empírico y lo llevamos a la práctica.

Se difunden nuevos avances en nuestra investigación en las siguientes publicaciones:

Gallardo, J., Quintanilla, V. A. y Ladrón de Guevara, M. L. (2018). Interpretando con justicia la comprensión en matemáticas. *UNO*, 80, 21-26. [ISSN: 1133-9853]

Gallardo, J. y Quintanilla, V. A. (en prensa). El círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas: una propuesta integradora para la evaluación en el aula. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. [ISSN: 1665-2436]

5. Curso 2018-2019

En el último curso concluimos con la segunda fase del estudio empírico (estudio de caso múltiple) y también con la organización y redacción del presente informe de investigación.

1.9. CONTRIBUCIONES DEL OMIUM AL DOMINIO AFECTIVO EN MATEMÁTICAS

El dominio afectivo ha sido estudiado desde distintas perspectivas y aproximaciones por distintas disciplinas científicas. La complejidad inherente a su naturaleza ha ralentizado los avances en dichos estudios. En Educación Matemática se continúan realizando importantes esfuerzos desde nuevos paradigmas orientados principalmente a la integración del conocimiento proveniente de distintas disciplinas con el objetivo de esclarecer la relación existente entre el afecto y el aprendizaje de las matemáticas. En este contexto, consideramos que la Dimensión Socioafectiva planteada por el OMIUM puede contribuir al debate abierto con las siguientes aportaciones:

1. **Estructuramos una propuesta integradora.** Para la Dimensión Socioafectiva del OMIUM el afecto es fisiológico, psicológico y sociocultural. Asumimos que las tres aproximaciones no son excluyentes entre sí y que una aproximación integradora no solo posibilita el diálogo inclusivo entre ellas, sino también permite cubrir las carencias que cada una presenta de manera aislada.
2. **Nuestra propuesta tiene carácter sistémico.** Es decir, asumimos al dominio afectivo como un sistema dinámico con estructura anidada (está compuesto por otros sistemas dinámicos). Esta característica de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM es imprescindible para dotarla de carácter integrador. Por otro lado, dotar al dominio afectivo de carácter sistémico permite organizar el amplio mundo conceptual, a veces contradictorio, del afecto en Educación Matemática.
3. **Nuestra propuesta tiene perspectiva holística del dominio afectivo.** Partimos de reconocer que el dominio afectivo está compuesto por diversos sistemas y su estudio no debe limitarse a un solo componente. Estructuramos una propuesta, a nivel teórico y metodológico, que tiene en cuenta a todos los sistemas componentes (desde nuestra aproximación).
4. **Nuestra propuesta plantea relaciones entre los componentes del dominio afectivo.** La Dimensión Socioafectiva del OMIUM no sólo describe los sistemas componentes de la Dimensión, también establece relaciones entre ellos.
5. **El componente central de nuestra propuesta son las emociones.** En Educación Matemática las emociones no han sido estudiadas con la misma profundidad y amplitud que otros componentes del dominio afectivo (principalmente creencias y

actitudes). Desde nuestra propuesta asumimos a las emociones como el componente central del dominio afectivo.

6. **Incorporamos nuevos sistemas al dominio afectivo.** Los sistemas dinámicos representan una tendencia de las investigaciones más actuales del afecto en Educación Matemática. Se tiene en cuenta el sistema de creencias en lugar de creencias aisladas. Nuestra propuesta además del sistema de creencias (pueden ser creencias sobre uno mismo, sobre las matemáticas, sobre su enseñanza y aprendizaje y sobre el contexto social) considera los siguientes sistemas dinámicos componentes de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM: sistema motivacional (constituido por motivos, intereses, preferencias y necesidades); sistema de valores y normas; sistema emocional (en el que ubicamos a emociones, sentimientos, respuestas y expresiones emocionales). La Dimensión Socioafectiva del OMIUM también tiene como componentes a actitudes e identidad matemática.
7. **Nuestra propuesta tiene carácter ético.** El sistema de valores y normas no sólo está relacionado con las emociones, sino también con la Dimensión Ética de la comprensión en matemáticas que plantea nuestro modelo.
8. **Reconocemos el carácter indivisible de la relación emoción-cognición.** También establecemos el vínculo bidireccional entre afecto y comprensión en los usos del conocimiento matemático desplegado por los estudiantes.
9. **Nuestra propuesta incorpora una metodología para el estudio del dominio afectivo en Educación Matemática.** Planteamos el círculo hermenéutico como metodología idónea para el estudio del dominio afectivo desde una perspectiva holística, integradora, cualitativa e interpretativa.

Consideramos que estas características particulares de nuestra aproximación son aportes al debate abierto sobre el dominio afectivo en Educación Matemática, teniendo en cuenta que suponen una propuesta frente a los interrogantes y carencias enunciadas por investigadores de nuestra área. Estos aportes se encuentran desarrollados de manera amplia y detallada en el capítulo VI del presente informe de investigación.

CAPÍTULO II

PRIMERA FASE DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO (I): ANTECEDENTES RELACIONADOS

2.1 INTRODUCCIÓN

Las emociones han sido un tema de interés permanente y continuo a lo largo de la historia de la humanidad y la enorme complejidad inherente a la naturaleza del mundo emocional humano ha impedido que investigadores de diversos campos, e incluso dentro de la misma disciplina científica, se pongan de acuerdo sobre cuestiones fundamentales tales como la conceptualización, la nomenclatura o los procesos asociados.

El argumento que considera que la cognición es racional mientras que las emociones son irracionales y primitivas nos devuelve a los tiempos de la Grecia clásica y su asunción de la mente como “el alma”, cuya visión fue defendida por la Iglesia Católica durante la edad media. Sin embargo, no es poco frecuente encontrar defensores de la razón como ejemplo de superioridad filogenética humana cuyo principal riesgo es ser anulada por los efectos primitivos de las pasiones.

Sin embargo, las emociones son el único fenómeno del ser humano en el que confluyen mente y cuerpo. Y este vínculo es el que fundamenta la naturaleza real del ser humano como ser eminentemente racional y emocional.

En este contexto, es preciso considerar al ser humano desde una perspectiva holística, desde todas las perspectivas, asumiéndolo como un ser biológico, físico, histórico, social, cultural y psicológico (Morin, 1999). Este paradigma implica que su estudio debe nutrirse del conocimiento proveniente de diferentes disciplinas científicas y también de la Filosofía. En el caso concreto de las emociones, esta consideración permite una visión panorámica de las mismas evitando así simplificarlas a procesos netamente orgánicos o puramente psicológicos; también es preciso tener en cuenta su carácter social y cultural.

Teniendo en cuenta nuestras expectativas de procurar una visión lo más amplia posible del fenómeno emocional, recurrimos a fuentes bibliográficas provenientes de tres

disciplinas científicas diferentes: Psicología, Biología y Neurociencia y también de Filosofía.

A pesar de las diferencias en las perspectivas sobre un mismo fenómeno, encontramos coincidencias temáticas, intereses comunes e incluso, resultados similares en todas las fuentes consultadas. Utilizamos dichos puntos de encuentro para organizar y exponer los resultados de la primera fase del Análisis Didáctico concerniente a los antecedentes relacionados. La información procedente de las cuatro áreas consideradas para nuestra investigación, está focalizada en las emociones sin tener en cuenta los otros componentes del dominio afectivo.

El contenido del capítulo está organizado en nueve apartados; cada uno de los cuales, a su vez, está organizado por áreas de conocimiento. Sin embargo, no todos los apartados y subapartados contienen información de todas las áreas consultadas, ya que no todos los aspectos han sido tratados por los distintos antecedentes relacionados consultados.

En el segundo apartado presentamos las distintas aproximaciones referidas al campo conceptual de las emociones. En el tercero, los planteamientos sobre la emergencia y los desencadenantes del fenómeno emocional. El cuarto contiene los enfoques vinculados a la representación externa de una experiencia emocional. En el quinto, exponemos las consideraciones relativas a las funciones de las emociones. El sexto apartado presenta los distintos argumentos sobre la relación entre emoción y cognición. En el séptimo, las posiciones sobre la educación de las emociones. El octavo, el vínculo entre emoción, normas y valores y su importancia para el desarrollo integral de los estudiantes y el último apartado expone los resultados primarios de los antecedentes relacionados numerados en la forma RPR_i, $i = 1, \dots, 32$.

2.2. ¿QUÉ ES UNA EMOCIÓN?

En este apartado, presentamos los aspectos ontológicos de las emociones que caracterizan su campo conceptual (naturaleza, características, componentes). Así mismo exploramos su universo terminológico y los esfuerzos que se han realizado para su organización y clasificación. Además, atendemos a la relación particular entre emoción y sentimiento, relevante en el estudio de las emociones.

2.2.1. Conceptualización y naturaleza de las emociones

En la búsqueda de la comprensión de las emociones, se han estructurado distintas definiciones desde diferentes perspectivas. Las principales contribuciones vienen de aproximaciones desarrolladas desde los ámbitos de la Filosofía, Psicología, Biología y Neurociencia.

2.2.1.1. Aproximaciones desde la Filosofía

En el siglo XVII René Descartes (1596-1650) aseguró que todo lo que se había escrito hasta ese momento sobre las pasiones no solo era defectuoso sino también poco creíble. En consecuencia afirma: “Por esta razón me veré obligado a escribir aquí como si se tratara de una materia que nadie, antes que yo, hubiera tocado [...]” (Descartes, 2005,

p.83). En el artículo XXVII del “Tratado de las Pasiones del Alma”, este autor plantea la siguiente definición:

Después de haber considerado en qué difieren las pasiones del alma de todos los demás pensamientos de la misma, creo que se puede en general definir las como percepciones, o los sentimientos, o las emociones del alma, que se refieren particularmente a ella, y que son causadas, sostenidas y fortificadas por algún movimiento de los espíritus (Descartes, 2005, p. 99).

Expone así las bases del célebre dualismo cartesiano que considera que el ser humano está constituido por dos sustancias distintas: el alma y el cuerpo, “[...] porque el alma es de una naturaleza que no tiene relación alguna con la extensión ni con las dimensiones o con las propiedades de la materia de que el cuerpo se compone [...]” (Descartes, 2005, p.100). Las pasiones o emociones del alma quedan de este modo separadas de cualquier naturaleza orgánica o corporal limitándose a lo que denomina “el alma”.

Ubica la generación de las pasiones en el “movimiento de los espíritus animales” (designa de ese modo a los mecanismos que hacen posible la motricidad así como la percepción) sobre lo que denomina “la pequeña glándula” (pituitaria). Para distinguir unas pasiones de otras es preciso examinar sus causas, buscar la fuente teniendo presente que no siempre es posible. En todo caso, todas las pasiones pueden despertar por los objetos que mueven los sentidos.

Dos décadas después de la muerte de Descartes, en 1677 se publicó el libro “Ética”, escrito por Baruch Spinoza (1632-1677); también un libro de referencia para el estudio de las emociones y que, al igual que Descartes, influyó en diversas teorías posteriores (Damasio, 2014).

Spinoza plantea su teoría de los afectos considerando al ser humano como una única sustancia que resulta de la unión de dos componentes distintos pero complementarios: el alma y el cuerpo. Presenta a los “afectos” como el conjunto formado por motivaciones, emociones, sentimientos e impulsos, considerándolos un carácter fundamental de la naturaleza humana evitando considerar como vicios o sinrazones a ciertas conductas tradicionalmente vinculadas con la falta de razón y de voluntad, como planteó Descartes.

Por afectos entiendo las afecciones del cuerpo, por las cuales aumenta o disminuye, es favorecida o perjudicada, la potencia de obrar de ese mismo cuerpo, y entiendo, al mismo tiempo, las ideas de esas afecciones.

Así pues, si podemos ser causa adecuada de alguna de esas afecciones, entonces entiendo por “afecto” una acción; en los otros casos, una pasión (Spinoza, 1980, p. 124).

El carácter cognitivo-evaluador de las emociones es asumido por Nussbaum (2008) cuya base se ubica en las ideas de los estoicos de la antigua Grecia;

[...] las emociones son una forma de juicio valorativo que atribuye a ciertas cosas y personas fuera del control del ser humano una gran importancia para el florecimiento del mismo. De esta manera, las emociones son efectivamente un reconocimiento de nuestras necesidades y de nuestra falta de autosuficiencia (p. 44).

Las emociones entendidas como juicios de valor, son evaluaciones del mundo en relación con el bienestar de quien las experimenta. Son formas de entender el mundo cargadas de valor.

Desde su postura, a la que denomina *neoestoica*, incorpora argumentos a los ya considerados logrando acercarse de manera más amplia y efectiva al papel de las emociones en nuestras vidas.

Al parecer, así son las emociones. Insisten en la importancia real de su objeto, pero también representan el compromiso de la persona con el objeto en tanto que es parte de su esquema de fines. Por eso, en los casos negativos, uno siente que las emociones destrozan el yo: porque tienen que ver conmigo mismo y con lo mío, con mis planes y objetivos, con lo que es importante en mi propia concepción (o impresión más embrionaria) de lo que significa vivir bien (p. 55).

Partiendo de la concepción de las emociones como juicios de valor, Nussbaum (2008) ubica a las emociones en el pensamiento. Las emociones tratan de adecuarse al mundo para asimilar los eventos que realmente tienen lugar como para alcanzar una visión de lo que importa o tiene valor, así como también nos permiten actuar de manera que transformemos la realidad y el mundo. Evitando, por ejemplo, un problema o peligro detectado por el miedo y al evitarlo conseguir que el miedo se transforme en alivio o alegría. Es decir, el mundo no se asemeja a la emoción, transformamos el mundo y la emoción.

Las emociones forman parte de mi visión del mundo y son sensibles a los cambios de creencias de forma muy parecida a otros juicios (...). Pero aun así son creencias acerca del mundo, no simplemente acerca de mi concepción del mundo; y, por ello, pueden ser falsas (p. 69).

Estructura una definición de las emociones en función de su contenido en lugar de definir las en términos de sorpresa o cambio (que vinculan a las emociones y su contenido con otros contenidos mentales), que suele ser la manera en el que los contrarios a este tipo de pensamiento estructuran estas definiciones. Es así que presenta una nueva categorización de las emociones en lugar de una definición única.

En los seres humanos las emociones son objeto de deliberación y revisión en función de la reflexión sobre los propios objetivos e intereses. Esta actividad deliberativa tiene su inicio en las interacciones con otros seres humanos, esta sociabilidad deliberativa también afecta al rango de las emociones que los humanos son capaces de generar debido a que permite que el objeto de la emoción sea un grupo o un país. Por ello se asume que las emociones son éticas en criaturas éticas, “[...] son componentes de la respuesta a preguntas como: ¿Sobre qué vale la pena interesarse? y ¿cómo he de vivir?” (Nussbaum, 2008, p. 177).

Desde esta perspectiva, un juicio consiste en el asentimiento a una apariencia. Por lo tanto, se llevan a cabo dos procesos distintos que pueden presentarse de forma simultánea:

1) *El aspecto. La apariencia.* Tenemos la impresión de que un objeto es algo en concreto basándonos en su aspecto.

2) *La realidad y su carácter inexorable*. Para los estoicos los juicios relacionados con emociones tienen en común el carácter vulnerable de los objetos, considerados elementos importantes en la vida de una persona y que escapan de su control debido a que se encuentran a merced del azar.

Plantea las siguientes características de las emociones:

1. El “ser acerca de algo”. Para que exista una emoción deben existir juicios que son parte constituyente de aquello en que consiste la emoción y siempre están relacionados con otra persona, objeto o situación.
2. Reacciones corporales (temblor de manos o aceleración del pulso, entre otros). Se consideran como posibles componentes no cognitivos de las emociones. Sin embargo, sí se reconoce este tipo de respuestas frente a una emoción. Lo que parece no estar claro es si este componente extracognitivo de carácter corporal es un elemento necesario de la emoción o si se trata solo de una respuesta.
3. Frescura. Tiene que ver con las modificaciones que sufre la emoción en función del tiempo.
4. Dinamismo. La relación entre emociones puede asumirse como conflictiva y cargada de discrepancias. Dicho conflicto suele ayudar a transformar una emoción en otra considerada opuesta. Dicha transformación también puede efectuarse como consecuencia de la verbalización de la experiencia emocional.

2.2.1.2. Aproximaciones desde la Psicología

William James (1842-1910) planteó, así mismo, una teoría fundamental para el estudio de las emociones, una teoría que ha sido tan discutida como confirmada. En 1884, publica el artículo “*What is an Emotion?*” en el que reconoce a las emociones como estados mentales producto de algún tipo de percepción. Del mismo modo, se asocia a estas sensaciones que pueden ser agradables o desagradables, distintas reacciones corporales como la aceleración de la respiración o de los latidos cardiacos así como cambios en el rostro. “My thesis on the contrary is that the bodily changes follow directly the PERCEPTION of the exciting fact, and that our feeling of the same changes as they occur IS the emotion.” [Mi tesis, por el contrario, es que los cambios corporales siguen directamente a la PERCEPCIÓN del estímulo, y que nuestro sentimiento de los cambios que ocurren ES la emoción] (p.189).

Consideró que durante una determinada experiencia, si no se produce un cambio corporal inmediato a la percepción del estímulo, el proceso es netamente cognitivo sin ningún matiz relacionado con las emociones. Se trataría de procesos fríos y sin color emocional. Ante un estímulo y sin cambios corporales inmediatos se elabora un juicio sobre la situación y se toma una decisión de manera fría y cognitiva con ausencia de emociones. No se experimenta ni miedo, ni enojo, ni ninguna otra emoción. Por el contrario, la presencia de un estado corporal específico de una emoción concreta puede generar dicha emoción. Una de las consecuencias directas de esta teoría es considerar la

posibilidad de cambiar nuestras emociones o experimentarlas a voluntad en función de posturas o gestos asociados a una determinada emoción.

También desde la Psicología, uno de los más críticos con la teoría de James fue Vygotsky (2004), quien definió a dicha teoría como “organicista” y, desde su perspectiva, plantea la necesidad de establecer conexiones entre las vivencias emocionales, la vida afectiva y los cambios corporales para intentar entender de mejor manera el complejo mundo de las emociones humanas.

Recurre, también, a la afirmación de Descartes según la cual los animales no tienen alma y por lo tanto las pasiones son exclusivas del ser humano. En este sentido, James tiene una postura distinta teniendo en cuenta que parte del supuesto de que el hombre es un animal superior, pero animal, y estructura una teoría sobre las emociones reconociendo al hombre como ser biológico. Ante estas afirmaciones, Vygotsky asegura que “[...] no existe emoción que sea por naturaleza superior o inferior, como no existe emoción que sea por naturaleza independiente del cuerpo, que no esté unida a este” (p. 146).

Lazarus (1982), por su parte, define emoción en los siguientes términos: “Emotion results from an evaluative perception of a relationship (actual, imagined, or anticipated) between a person (or animal) and the environment.” [La emoción resulta de una percepción evaluativa de una relación (real, imaginada o anticipada) entre una persona (o un animal) y el medio ambiente] (p. 1023).

Posteriormente plantea (Lazarus, 2000):

Las emociones son reacciones complejas en las que se ven mezcladas tanto la mente como el cuerpo. Estas reacciones comprenden: un estado mental subjetivo, como el sentimiento de enojo, ansiedad o amor; un impulso a actuar como huir o atacar, tanto si se expresa abiertamente como si no, y profundos cambios corporales, como un ritmo cardíaco más acelerado o una presión arterial más elevada. Algunos de estos cambios corporales preparan y sostienen las acciones de afrontamiento y otros, como posturas, gestos y expresiones faciales comunican a los demás lo que sentimos o lo que queremos que piensen que sentimos. Una emoción es una obra vital personal, que tiene relación con el destino de nuestros objetivos en un episodio particular y con nuestras creencias sobre nosotros mismos y el mundo en el que vivimos. Surge por una valoración del significado o alcance personal de lo que está ocurriendo en ese enfrentamiento. La trama argumental difiere de una emoción a otra; cada emoción tiene su propia historia particular (p.195).

Asume que los seres humanos somos animales sociales. Teniendo en cuenta esa naturaleza concluye que nuestras emociones tienen dos componentes básicos, una parte biológica regida por la evolución y otra cultural que define, sobre todo, las valoraciones para la provocación, así como la gestión y control de las emociones. Por su parte, la biología regula las reacciones físicas y corporales, así como los cambios hormonales correspondientes a cada emoción. Las emociones son, de este modo, procesos mentales y corporales a la vez, reconociendo su base en los procesos cerebrales: “Estamos ahora seguros de que los lóbulos frontales del córtex cerebral juegan un papel importante en

las emociones, y que las emociones y la razón son interdependientes, de hecho, que existe una extensa red de comunicaciones entre el cerebro primitivo, más antiguo, y el nuevo, más avanzado” (Lazarus, 2000, p. 231).

Plantea, también, sobre la naturaleza de las emociones que “Lejos de ser irracionales, las emociones tienen su propia lógica, que está basada en los significados que construimos a partir de las situaciones de nuestras vidas” (Lazarus, 2000, p. 19). Reconoce, al mismo, tiempo su origen biológico y plantea como argumento el hecho de que cada emoción posee unas características propias que pueden ser reconocidas en distintos individuos.

La Psicología cognitiva también incorporó a su campo de estudio a las emociones, interesándose principalmente por su influencia sobre la cognición. Entre los cognitivistas más destacados por sus trabajos sobre las relaciones entre emoción y cognición consideramos para el presente estudio a Lang, Izard, Kagan y Zajonc.

Lang (1985) concibe a la emoción como un conjunto de acciones definido por una estructura específica de información en la memoria en la que los procesos se llevan a cabo como programas conceptuales y motores cuando se accede a ella.

Es decir, una emoción es una disposición amplia de respuesta que incluye lenguaje conductual (corporal y facial), acciones públicas y respuestas fisiológicas. Reconoce también a la emoción como información, las emociones se encuentran representadas en la memoria como estructuras coherentes y específicas de datos. Dicha información es almacenada en forma de proposiciones, las mismas que están organizadas en una red asociativa denominada “un prototipo de emoción” cuya activación siempre genera escapes o salidas eferentes (procesos que proceden de los centros nerviosos). Esto se debe a los enlaces entre la salida de subrutinas motoras y la estructura profunda de la respuesta y la información.

Una emoción siempre es sobre hacer algo, las emociones son un conjunto de acción en sí mismas. Por lo tanto, los patrones de la expresión emocional visceral y somática pueden presentarse incluso por evocación. Reconoce también la influencia cultural sobre las respuestas emocionales.

Por su parte, Kagan (1985) reconoce que los elementos fundamentales de la emoción son los eventos biológicos especiales y que éstos van unidos a motivaciones externas o pensamientos. “[...] that emotion is a superordinate term representing the varied relations among external incentives, thoughts, and detected changes in internal feeling states [...]” [(...) que la emoción es un término de orden superior que representa las diversas relaciones entre motivaciones externas, pensamientos y cambios detectados en las sensaciones internas] (Kagan, 1978, p. 40). Una teoría sobre las emociones debe ser capaz de explicar la coherencia entre estímulo, cambios fisiológicos y evaluaciones.

Izard (1985) concibe a la emoción como motivación para la cognición y la conducta y también como un proceso primordial para el desarrollo teniendo en cuenta que facilita el funcionamiento y la organización de diversos sistemas del organismo. Las ideas de este autor se ubican en el grupo de las teorías somáticas de la emoción debido a la

consideración fundamental de las reacciones y cambios corporales sobre los procesos cognitivos, aunque reconoce que estos están involucrados. “A given emotion is defined as the integration of a particular set of neurochemical, motor, and mental processes” [Una emoción determinada se define como la integración de un conjunto particular de procesos neuroquímicos, motores y mentales] (p. 24).

En la misma corriente, encontramos a Zajonc (1985), quien afirma que tanto los procesos afectivos como los cognitivos pueden ser medidos y observados debido a sus respectivas respuestas somáticas externas visibles y no solo a través de ellas.

Otorga gran importancia al significado de las respuestas y acepta el hecho de que el significado se encuentra al final de un procesamiento cognitivo que funciona en serie. Por otro lado, reconoce que es posible tener reacciones emocionales instantáneas al principio de un suceso o encuentro. Estas dos cuestiones le permiten renunciar a la idea de que emoción y cognición están necesariamente conectadas y por el contrario adopta la posición de que emoción y cognición son dos sistemas psicológicos distintos y separados.

Por su parte, Stocker (1996) ubica a la afectividad en la mente más que en el cuerpo y la dota de carácter irreductible. Reconoce la importancia de las expresiones corporales en determinadas emociones, separándolas de la afectividad y reconociendo a esta como el conjunto formado por motivaciones, intereses y actitudes que, afirma, tienen un carácter eminentemente mental.

Considera que las emociones deben entenderse principalmente en términos de afectividad, lo que permitiría caracterizarlas, así como también los cambios que se producen en ellas a partir de creencias y deseos. Afirma también que el ser humano se encuentra permanentemente en algún estado emocional.

Daniel Goleman (1998), asume que “[...] todas las emociones son impulsos para actuar, planes instantáneos para enfrentarnos a la vida que la evolución nos ha inculcado [...] en toda emoción hay implícita una tendencia a actuar” (p. 24).

Ekman (1999a) define a las emociones básicas desde tres focos distintos: el primero está relacionado con el origen ontogénico de las emociones y la capacidad universal de aprender socialmente; el segundo está asociado al objetivo evolutivo de las emociones de dirigir las tareas fundamentales de la vida, en la que los factores innatos juegan un papel muy importante, por lo que se trataría de rasgos universales; y el tercero, la función social de las emociones si se asume que cumplen un rol determinante en los encuentros entre organismos.

Yet I believe the primary function of emotion is to mobilize the organism to deal quickly with important interpersonal encounters, prepared to do so by what types of activity have been adaptive in the past. The past refers in part to what has been adaptive in the past history of our species, and the past refers also to what has been adaptive in our own individual life history. [Sin embargo, creo que la función principal de la emoción es movilizar al organismo para que se ocupe rápidamente de los encuentros interpersonales importantes, preparado para hacerlo debido a la actividad adaptativa del pasado. El pasado se refiere en

parte a lo que ha sido adaptativo en la historia pasada de nuestra especie, y el pasado también se refiere a lo que ha sido adaptativo en nuestra propia historia de vida individual] (p. 46).

Distingue a las emociones de otros fenómenos afectivos entre los que considera los humores o rasgos emocionales. Para lograr aún mayor especificidad, utiliza el término “emociones básicas”, a las que caracteriza del siguiente modo:

- Señales universales distintivas. Un aspecto central en la evolución de las emociones es la de informar a sus congéneres, sin elección ni consideración, lo que está ocurriendo dentro de la persona (planes, recuerdos, cambios fisiológicos). Estas expresiones emocionales son fundamentales para el desarrollo y la regulación de las relaciones interpersonales. Los humores, por ejemplo, no poseen sus propias señales distintivas pero es posible inferirlas, al menos en parte, debido a que están saturadas de señales de una emoción u otra. “Emotions obviously do occur without any evident signal, because we can, to a very large extent, inhibit the appearance of a signal.” [Las emociones obviamente ocurren sin ninguna señal evidente, porque podemos, en gran medida, inhibir la aparición de una señal] (Ekman, 1999a, p.48). No solo puede haber emoción sin expresión, también puede generarse una expresión sin emoción. Los seres humanos podemos deliberadamente generar expresiones emocionales voluntariamente, por múltiples razones, aunque las evidencias empíricas demuestran que existen sutiles diferencias entre una expresión auténtica y una forzada.
- Fisiología específica de la emoción. Si las emociones básicas evolucionaron con el objetivo de dirigir las tareas fundamentales de la vida, deben no solo brindar información a los congéneres sobre lo que ocurre dentro del individuo, sino también deben estar formadas por cambios fisiológicos que preparen al organismo para responder de manera distinta a diversos estados emocionales.
- Un mecanismo de evaluación automático. Existen dos mecanismos de evaluación: uno automático y otro extendido. El primero se lleva a cabo inconscientemente y a gran velocidad. El segundo se lleva a cabo de manera más lenta, deliberada y consciente. Al tratarse de mecanismos de evaluación tienen un importante componente cognitivo.
- Eventos antecedentes universales.
- Las emociones pueden observarse también en otros primates.
- Las emociones empiezan tan rápidamente que no somos conscientes de que empezaron.
- Tienen una breve duración.
- Ocurren sin ser planificadas.
- Incorporan pensamientos, memoria e imágenes distintivas.
- Se trata de experiencias subjetivas diferentes.

2.2.1.3. Aproximaciones desde la Biología y la Neurociencia

Buck (1999) asume a las emociones como representaciones de las motivaciones y, por lo tanto, generadoras de distintas acciones acordes a la motivación que las generó; de este modo estructura el sistema motivacional-emocional y estructura un modelo basado en los procesos de decodificación de dicho sistema que se puede resumir en los siguientes términos:

- a) El sistema motivacional-emocional está constituido por:
 - Fuente de decodificación: motivación (potencial para la conducta inherente a los sistemas neuroquímicos).
 - Procesos de decodificación: emoción (comprensión del potencial motivacional cuando se activa por algún estímulo).
- b) Cumple con el objetivo de decodificación a través de los tres tipos distintos de emociones que plantea:
 - Emoción I (respuesta de los sistemas autonómico/endocrino/inmune), cumple la función de adaptación/homeostasis;
 - Emoción II (conducta expresiva) cuya función es la de comunicación y coordinación social;
 - Emoción III (experiencia subjetiva) que cumple la función de autorregulación.

LeDoux (1999) justifica su particular interés en el estudio del origen neurofisiológico de las emociones en los siguientes términos: “¿Puede haber algo más importante en el estudio del cerebro que entender lo que nos pone felices o enfadados, nos entristece, nos da miedo o nos deleita?” (p. 13)

Plantea que se trata de fenómenos que experimentamos cotidianamente por lo que no deberíamos necesitar una explicación científica sobre ellas. Sin embargo, el conocimiento de ciertos aspectos relacionados con las emociones podría ayudarnos a mejorar nuestra calidad de vida, enriquecer nuestras relaciones y conseguir nuestros objetivos. “Después de todo, las emociones son los hilos que mantienen unida la vida mental. [...] Considero que las emociones son funciones biológicas del sistema nervioso, y creo que el descubrimiento de cómo están representadas en el cerebro nos puede ayudar a entenderlas” (LeDoux, 1999, p. 13).

Por lo tanto, el autor reconoce que cuando nos referimos a una emoción nos estamos refiriendo a aspectos del cerebro y la mente que surgen como resultado de la interpretación cognitiva de las situaciones. Dicho resultado es el producto de una valoración mental del significado personal de la situación a la que el sujeto se enfrenta. Es decir, si el evento representa daño o beneficio; como consecuencia se producen acciones de evitación o acercamiento. Este proceso de evaluación se lleva a cabo de manera inconsciente aunque sus efectos se graban en la consciencia como sentimiento emocional, debido a ello es que las emociones no son fáciles de expresar verbalmente,

“Funcionan en algún espacio psíquico y neurológico al que no se tiene acceso directamente desde la consciencia” (p. 79).

Si bien, ubica a las emociones en el cerebro y las identifica como funciones biológicas, también afirma:

Sin embargo, las respuestas del organismo no constituyen la base de una emoción. Ocurren mientras la emoción tiene lugar, pero la emoción es algo más, tiene algo más. Una emoción es una experiencia subjetiva, un arrebato apasionado de consciencia, un sentimiento (LeDoux, 1999, p. 300).

Centra sus estudios en el miedo, considerando la posibilidad de poder extender sus hallazgos a otras emociones. Una de sus primeras conclusiones es el carácter genético de dicha emoción frente a determinados estímulos (por ejemplo, la presencia de un depredador natural) cuya respuesta no es aprendida sino que se trata de una respuesta innata (LeDoux, 1999).

Maturana (2001), desde la biología de lo social, enuncia nuestras predisposiciones biológicas al amor, la convivencia y el cooperativismo. “Desde el punto de vista biológico lo que connotamos cuando hablamos de emociones son disposiciones corporales dinámicas que definen los distintos dominios de acción en que nos movemos. [...] Cuando hablamos de emociones hacemos referencia al dominio de acciones en que un animal se mueve” (p. 8).

Identifica a las emociones con acciones en personas y animales así como con diversas disposiciones corporales que las constituyen y realizan.

Esa diversidad de disposiciones corporales definen las diferentes emociones que a su vez definen los distintos dominios de acciones característicos de los animales, incluidos los seres humanos. La diversidad de emociones y acciones permite, a su vez, la existencia de diferentes clases de relaciones humanas, definiéndose cada una de ellas en la emoción específica que la sustenta.

Según Damasio (2011) la esencia de la emoción se encuentra en los diversos cambios corporales que se producen y que pueden ser percibidos por observadores externos (etimológicamente “emoción” significa “movimiento hacia afuera”). Aclara también que el fenómeno de las emociones no puede entenderse únicamente como el resultado de procesos neurofisiológicos,

Comprender cómo vemos o hablamos no rebaja lo que se ve o lo que se habla, lo que se pinta o lo que se transmite en un papel teatral. Comprender los mecanismos biológicos que hay detrás de las emociones y los sentimientos es perfectamente compatible con una visión romántica de su valor para los seres humanos (Damasio, 2011, p. 231).

Una emoción es un conjunto de respuestas químicas y neuronales. Cada emoción tiene un patrón distintivo de respuestas, las mismas que son producidas por el cerebro cuando este detecta un “estímulo emocionalmente competente” (EEC) (un objeto o acontecimiento real o su remembranza y que tiene la capacidad de desencadenar una emoción particular). Dichas respuestas son automáticas debido a que el cerebro está

programado por la evolución para responder a determinados EEC con grupos específicos de acción.

Sin embargo, el repertorio de acción así como la lista de EEC relacionados a una emoción concreta no son únicamente producto de la evolución, pues incluyen acciones y estímulos aprendidos a través de la experiencia. El resultado inmediato de estas respuestas es un cambio en el cuerpo, el mismo que a su vez genera respuestas en las estructuras cerebrales que lo cartografían y que sostienen el pensamiento. El resultado final de la respuesta es procurar circunstancias favorables para la supervivencia y el bienestar del organismo a través de actuaciones específicas.

De acuerdo a su teoría, el teatro de las emociones es el cuerpo y forman parte de los mecanismos básicos de regulación de la vida. “[...] las emociones son acciones o movimientos, muchos de ellos públicos, visibles para los demás pues se producen en la cara, en la voz, en conductas específicas” (Damasio, 2014, p. 38).

2.2.2. Universo terminológico

2.2.2.1. En Filosofía

Descartes (2005) distingue entre pasiones del alma y sentimientos utilizando los siguientes argumentos: las “pasiones del alma” son “[...] como percepciones, o los sentimientos, o las emociones del alma, que se refieren particularmente a ella, y que son causadas, sostenidas y fortificadas por algún movimiento de los espíritus” (p. 6).

Y sentimientos como: “Las percepciones que se refieren solamente al alma son aquellas cuyos efectos se sienten como en el alma misma, y de las cuales no se suele conocer ninguna causa primera a la que se puedan atribuir; tales son los sentimientos de alegría, de cólera y otros semejantes, [...]” (Descartes, 2005, p. 5).

Por su parte, Nussbaum (2008) reconoce la confusión terminológica que frecuentemente se produce dentro del dominio afectivo. Por ello, establece las siguientes diferencias:

A. Diferencia entre apetitos y emociones:

- Ambos contienen intencionalidad, pero de distintas maneras; los apetitos están siempre ligados a un objeto concreto, por ejemplo hambre-alimento. Son más bien impulsos que no desaparecen en ausencia del objeto que los provoca y no considera su valor; al ser impulsos nos “empujan” a actuar para satisfacerlos. Por su parte, las emociones tienen una carga importante de valoración sobre el objeto que produce o genera la emoción. Si esta valoración cambia, la emoción se modifica o incluso desaparece.
- Los apetitos pueden modificarse por acuerdos sociales, sobre todo en los humanos. También se alteran a partir de hábitos y preferencias individuales.
- Los apetitos tienen origen en el cuerpo, son necesidades corporales y aunque inicialmente estén focalizados en un objeto concreto pueden ser satisfechos con otro distinto. No sucede lo mismo con las emociones, un objeto no puede sustituir al que originó la emoción, debido a que la característica básica de las emociones es el valor

que se le asigna a un objeto concreto (puede ser una persona, un animal, una cosa, una nación).

B. Diferencia entre estados de ánimo y emociones:

- “Las emociones siempre tienen un objeto, aunque se trate de un objeto vago; siempre invisten al objeto de valor y comportan la aceptación de creencias acerca del objeto [...] Será un estado de ánimo mientras ese tipo de objeto vago o muy general esté ausente” (Nussbaum, 2008, p. 160).
- Ejemplos de emociones: temor, esperanza, ira, amor, alegría.
- Ejemplos de estados de ánimo: irritación, melancolía, euforia, serenidad.
- Las emociones y los estados de ánimo suelen confundirse fácilmente debido a que determinadas emociones pueden tener como objeto algo muy vago y general o ser inconsciente.

C. Relación entre emoción y acción:

- Existe una estrecha relación entre emociones y acción, sin embargo no debe identificarse a las emociones con el deseo de tipos de acción particulares, principalmente porque algunas emociones no precisan acción concreta alguna. Teniendo en cuenta que consideramos a las emociones como juicios producto de evaluaciones de un objeto y su relación con nuestro bienestar, no siempre necesitamos hacer algo concreto como respuesta. Por ejemplo, en el caso de la alegría podría sentirse el deseo de expresarla más que de hacer algo para conseguirla. Los deseos y creencias están íntimamente relacionados con la acción. Las emociones pueden producir el deseo de actuar de una manera concreta en función de la emoción que lo genera pero no necesariamente ese deseo desencadenará en acción. Estos deseos dependen de la evaluación que se efectúe sobre la realidad y nuestra capacidad de modificar las cosas. No necesariamente un deseo guía una acción.

2.2.2.2. En Psicología

Kagan (1985) muestra su desacuerdo con los criterios utilizados para nombrar a las emociones y aunque no plantea ninguna propuesta concreta al respecto, sí define las cuestiones que considera fundamentales para ello. En ese esfuerzo, nos brinda información muy útil e interesante sobre su perspectiva de las emociones.

Afirma que es preciso otorgar un nombre solo al estado interno y este de ser distinto al que se utiliza para nombrar al proceso que incluye la combinación de cambios de estado, detección de dichos cambios y evaluación cognitiva. Reconoce que aunque se pretendan separar ambas experiencias no siempre se experimentan de manera aislada por quien la vive. La Psicología experimental ya sigue este proceso separando o utilizando diferentes nombres para cada uno de los mecanismos utilizados en la percepción, aunque quien la experimenta lo haga de manera holística e inmediata.

Plantea como una cuestión de utilidad el uso que se les da a los términos asociados a las emociones: miedo o tristeza entre otros, y que se utilizan para hacer referencia a la

combinación de un cambio interno (orgánico) detectado, además de una evaluación, en lugar de dar importancia a lo que denomina “materia prima”: los cambios fisiológicos previos a la evaluación. Plantea que el “sentir en carne viva” carece de cualquier participación cognitiva (Kagan, 1985).

Plantea que las emociones dependen de diversos factores y aunque se experimente, aparentemente, la misma emoción; la emoción real se genera en función del estímulo, del contexto y de la situación y que estos deben tenerse en cuenta para nominarlas. También plantea las siguientes características a tener en cuenta para nominar a las emociones:

- Emociones que surgen de la percepción de los cambios corporales y las que no requieren esa percepción consciente.
- La edad de quien experimenta la emoción. El autor afirma que es un error denominar de la misma manera a las reacciones emocionales de personas de distintas edades. No son comparables; por ejemplo, el deseo de reconocimiento de una persona de 15 años y el mismo deseo en un niño de dos años. Esta diferencia puede apreciarse incluso en la misma persona en dos momentos distintos de su desarrollo.
- Cuestiones culturales. Los nombres que se dan a los distintos estados emocionales son constructos culturales que son comprendidos por niños y adultos de una misma cultura.

Aunque algunos estudiosos de las emociones resten importancia al relativismo lingüístico y centren sus investigaciones en las reacciones universales a ciertos estímulos, reacciones fisiológicas y resultados experienciales detrás del lenguaje, Kagan (1985) afirma que si el principal interés se encuentra en las diversas clases de cambios percibidos a través de diferentes sensaciones, la imposición de una etiqueta interpretativa sobre la evaluación de una situación-sentimiento tiene consecuencias psicológicas, motivo por el que nominar a las emociones de una manera u otra tiene importancia.

2.2.3. Clasificación de las emociones

2.2.3.1. En Filosofía

Descartes (2005), identifica como emociones primarias a la admiración, el amor, el odio, el deseo, la alegría y la tristeza. De acuerdo a su teoría, todas las demás serían variaciones de las primarias o combinaciones de las mismas (la estimación o el desprecio, la generosidad o el orgullo, y la humildad o la bajeza; la veneración y el desdén; la esperanza, el temor, los celos, la seguridad y la desesperanza; la irresolución, el valor, la intrepidez, la emulación, la cobardía y el terror; el remordimiento; la burla, la envidia y la piedad; la satisfacción de sí mismo y el arrepentimiento; la simpatía y el agradecimiento; la indignación y la ira; la gloria y la vergüenza; el hastío y la añoranza). Distingue subgrupos utilizando como criterio los órganos que se activan o reaccionan como respuesta.

Por su parte, Spinoza (1980) considera tres afectos fundamentales: tristeza, alegría y deseo de los que se obtienen todos los demás (hasta 45). “Hay tantas clases de alegría, tristeza y deseo y, consiguientemente, hay tantas clases de cada afecto compuesto de ellos –como la fluctuación del ánimo-, o derivado de ellos –amor, odio, esperanza, miedo, etc. -como clases de objetos que nos afectan” (p. 165).

Nussbaum (2008), desde su perspectiva cognitivo-evaluadora, reconoce a las emociones como juicios de valor y como consecuencia plantea cuatro tipos de juicios-emociones, opuestos dos a dos:

a) Generales y concretos. En el primer caso se trata de juicios sobre objetos, personas o situaciones a las que todo ser humano debe enfrentarse en algún momento de su vida; por ejemplo, la muerte de un progenitor. En el caso de los juicios concretos, se evalúa el objeto en función de los objetivos y metas personales.

b) Situacionales y de fondo. Una emoción de situación, surge en determinadas ocasiones y suele estar dotada de intensidad. Su duración es variable, no definida. Una emoción de fondo es aquella que permanece de manera constante, no requiere de ninguna motivación o estímulo para generarse.

Ambos grupos, generales-concretos y situacionales-de fondo son independientes. Puede darse el caso de que una emoción sea situacional y general, por ejemplo. El carácter dinámico de las emociones planteado por la autora explica también que una misma emoción pueda cambiar de un grupo a otro dependiendo de diversas variables, entre ellas la más influyente es el tiempo.

2.2.3.2. En Psicología

Vygotsky (2004) afirma que históricamente se han reconocido dos grupos de emociones. El primero, referido a aquellos sentimientos considerados moralmente altos y relacionados con bienes como el bien y la belleza. El segundo constituido por lo que denomina “sensibilidades físicas inferiores” (p. 146) relacionadas directamente con el cuerpo y que poseen explicaciones fisiológicas. Así mismo, plantea que los sentimientos más bajos tienen su origen en tradiciones, creencias o prejuicios religiosos.

Asegura, también, que para considerar válida una teoría de las emociones, esta debe tener en cuenta todos los grados de desarrollo del sentimiento. No deben dividirse el ámbito de las emociones en dos. No hay emociones inferiores ni superiores: la única diferencia radica en su complejidad y riqueza.

Por su parte, Kagan (1985) reconoce que la Psicología aún no ha alcanzado un consenso para la clasificación de las emociones y que existen diversos criterios, ninguno equivocado, en función de sus consideraciones pero todos distintos; de manera que cada clasificación depende del criterio utilizado.

Siguiendo a William James, que aseguraba que el número de emociones era ilimitado, Kagan (1985) plantea que solo se ha estudiado una pequeña proporción del número total de posibles estados internos y lo atribuye a los empiristas. Dichos estudios consideran y dan tratamiento a esas pocas emociones como si fueran biológicamente más importantes

que las demás. Frecuentemente se trata del miedo, la ira, el desprecio, la alegría, la tristeza, el asco, el entusiasmo, la sorpresa, la culpa y la pena. Estas supuestas emociones primarias dotadas de importancia restan valor a otras consideradas como primarias en otras culturas. Asegura que los psicólogos occidentales brindan ese estatus a ese grupo concreto de emociones debido a una cuestión principalmente pragmática.

Por otro lado, también considera la existencia de diferentes clases de emociones definidas por la calidad del sentimiento asociado a la evaluación de un pensamiento o de un estímulo. Como ejemplos de las clases básicas plantea el sentimiento que sigue a la pérdida de la esperanza en la búsqueda de un objetivo, el peligro hacia el cuerpo de uno, la violación de una norma o la amenaza de un rival.

Sin embargo, incluso dentro de cada clase, las experiencias emocionales serán distintas entre personas de distinta edad y cultura debido a la variación en la evaluación simbólica de la unión de sensación, pensamiento y estímulo.

Por ello, plantea nuevamente la necesidad de nuevos nombres y categorías para las emociones. Afirma que la mayoría de estudios empíricos se desarrolla con sujetos adultos jóvenes sin tener en cuenta las diferencias con el mundo afectivo de los niños o de los ancianos.

De acuerdo con Izard (1985), diversos estudios han demostrado que en distintas culturas y en personas ciegas o con otro tipo de particularidad, existen las mismas expresiones y que estas siguen los mismos patrones en un número limitado de emociones, a las que denomina “emociones fundamentales”. Afirma que todas las experiencias emocionales derivan de las emociones fundamentales o surgen de combinaciones de ellas.

Lazarus por su parte (2000) establece cinco categorías para las emociones:

1. Emociones desagradables. El autor denomina así a este grupo de emociones debido a que son las responsables de la mayoría de problemas o situaciones incómodas con los demás e implican un deseo de hacer daño a otros o a sí mismo. En este grupo ubica al enojo, la envidia y los celos. Según el autor, el enojo podría ser el hilo conductor de las otras dos y el responsable de ciertas dificultades en nuestra vida social.
2. Emociones existenciales. El autor denomina así a este grupo de emociones porque tienen su base en amenazas relacionadas con significados e ideas “sobre quiénes somos, nuestro lugar en el mundo, la vida y la muerte y la calidad de nuestra existencia” (Lazarus, 2000. p. 63). Estos significados se han ido construyendo a lo largo de la vida y a partir de las experiencias vitales mediadas por los valores culturales y sociales del grupo al que pertenecemos. Lo que también se traduce en un compromiso individual a conservarlos y cumplirlos. Estas emociones son la ansiedad y el miedo; la culpa y la vergüenza.
3. Emociones provocadas por condiciones de vida desfavorables. El autor ubica en este grupo al alivio, la esperanza, la tristeza y la depresión.
4. Emociones provocadas por condiciones de vida favorables: felicidad, orgullo y amor.

5. Emociones empáticas: gratitud, compasión y todas aquellas suscitadas por experiencias estéticas. Este último subgrupo no son emociones particulares, se trata de la generación de alguna de las emociones consideradas anteriormente que se generan a partir de la contemplación de un espectáculo artístico o natural. Para que alguna emoción surja en estas condiciones es imprescindible que el observador se comprometa de forma activa con el significado de lo que se le presenta.

Ekman (1999a) afirma que resulta útil considerar familias de emociones en lugar de emociones aisladas; asumiéndolas como conjuntos de emociones que comparten características únicas. Considera las siguientes familias: diversión, ira, desprecio, alegría, asco, vergüenza, expectación (excitement), miedo, culpa, orgullo de los logros, alivio, tristeza, angustia, satisfacción, placer sensorial. Cada familia está constituida, a su vez, por otras emociones cuyas características son similares, por lo que la lista completa es mucho más extensa.

2.2.3.3. En Biología y Neurociencia

Buck (1993, 1999) plantea que existen dos tipos fundamentales de afectos (asumidos como sistemas motivacionales-emocionales), organizados jerárquicamente en función de los sistemas biológicos y neuroquímicos implicados en cada uno de ellos. De este modo, cuanto más sofisticado es el sistema subyacente, más compleja es la emoción y la acción consecuente.

1. Afectos Biológicos I. Establece una jerarquía anatómica para organizar los sistemas motivacionales-emocionales básicos, o afectos biológicos, en distintos grupos:
 - a) El primer grupo implica sistemas de activación y de aproximación-evitación; ambos se encuentran entre las funciones más antiguas de los sistemas que controlan la conducta. Esta tipología no tiene una organización lógica, sino que está biológicamente organizada siguiendo la anatomía del cerebro.

Dentro de este primer grupo se distingue:

- Sistemas de activación, que a su vez se divide en: Tipo I, asociado con conductas voluntarias y deliberadas y Tipo II, con conductas automáticas tales como alarmar, vocalizar, eyacular, orinar, defecar.
 - Tendencias de aproximación o rechazo: entre ellos los reflejos protectores donde el dolor es uno de los sentidos más vitales asociados con los sistemas neurales.
- b) El segundo grupo implica sistemas de recompensa-castigo y expectativas, defensa o ataque ofensivo, sumisión, apego y sexo. Dicho sistema de recompensa-castigo/expectativas tiene un componente importante de motivación considerando la presencia de “centros de placer” vinculados a ciertos estímulos que generan la respuesta de aproximación o evitación. El hipotálamo tiene un papel importante en este grupo y también en la expresión corporal de la emoción.

- c) El tercer grupo en esta tipología implica “emociones reptilianas” como el sexo y la agresión. Están asociados con sistemas neuroquímicos en las estructuras subcorticales de la materia gris. Son responsables de las acciones más compulsivas, que no suelen estar acompañadas de sentimientos emocionales y ocurren casi automáticamente.
 - d) El cuarto grupo considera sistemas de activación e inhibición asociados con afectos de felicidad, tristeza y ansiedad; sistemas de egoísmo asociados con afectos de miedo, ira y de repulsión. Así como también sistemas cooperativos y prosociales vinculados con afectos de sumisión, lujuria, apego y vinculaciones lúdicas. Están relacionados con sistemas neuroquímicos en el cerebro paleomamífero o sistema límbico.
2. Afectos biológicos II. Tienen un nivel más elevado y su jerarquía se establece teniendo en cuenta los sistemas neuroquímicos. Plantea unas relaciones hipotéticas entre los grupos de afectos planteados anteriormente (basados principalmente en sistemas cerebrales) y los distintos procesos neuroquímicos. En este grupo se encuentran los afectos sociales, cognitivos y morales. El apego representa las bases biológicas de los afectos sociales superiores que representan una fuerza poderosa. Los mecanismos de apego tienden a moderar las tendencias egoístas y determinan la motivación del individuo para vincularse con otros a través de los efectos biológicos prosociales y existen teniendo en cuenta a otras personas o eventos, que le dan significado. Entre estas emociones están el orgullo, la vergüenza, el amor, los celos que siempre son respecto a otras personas o situaciones específicas. Estos afectos sociales tienen dos motivaciones sociales fundamentales: la necesidad de seguir o exceder las expectativas y la necesidad de ser amado.

Es decir, seguir o exceder las expectativas y ser estimado por otros, están asociados con fuertes sentimientos positivos de aceptación social, vinculación y amor; mientras que no alcanzar las expectativas y sentirse estimado se asocia con sentimientos de rechazo social, angustia y pánico. Entre las emociones de esta categoría están: orgullo, culpa, envidia, lástima, arrogancia, vergüenza, celos y desdén. Estos motivos sociales se encuentran entre las motivaciones humanas más fuertes y son en gran medida responsables de la gran variabilidad y capacidad de adaptación del comportamiento humano.

Del mismo modo que los efectos sociales existen con respecto a otras personas, los afectos cognitivos existen con respecto a sucesos. Si una persona se siente curiosa, interesada, sorprendida, aburrida o exhausta, es con respecto a un evento o circunstancia específica. Solo tiene sentido investigar sobre los afectos cognitivos si se especifica de manera explícita la circunstancia y el contexto situacional en que se produce.

Los afectos morales se basan en los afectos sociales y cognitivos, por lo que requieren madurez para expresar tanto experiencias sociales como desarrollo cognitivo. Los afectos morales se asocian con expectativas aprendidas acerca de

las circunstancias que deberían desencadenar los efectos sociales del orgullo, la culpa, la vergüenza, la piedad, el desprecio, entre otros. Estas expectativas se expresan en nociones de justicia distributiva y retributiva que especifican cómo se deben aplicar los buenos y malos resultados, respectivamente. Es decir, los afectos morales proveen la fuerza motivadora subyacente al sentido de la justicia y son algunos de los motivadores más fuertes y persistentes del comportamiento humano.

Históricamente, el estudio de las capacidades morales no ha implicado la noción de afectos morales, sino que se ha centrado en juicios morales (la habilidad de opinar correctamente o de manera equivocada) o la conducta moral (la tendencia a actuar en concordancia con las prescripciones morales). Sin embargo, los juicios y conductas morales no suelen producirse si existe vacío afectivo; los juicios del bien y el mal van acompañados de fuertes afectos, tanto positivos (razonamiento moral) como negativos (intolerancia moral).

El fenómeno emocional está íntimamente integrado tanto en las funciones cerebrales de orden inferior como en las de orden superior.

[...] the voices of the genes as subjectively experienced affects are ever present, usually whispering, sometimes shouting and commanding, occasionally screaming. We always have access to how warm and hungry, happy and angry, we are, and these systems are always turned on so that we are always war, hungry, happy, angry, and so forth, to some extent. However, we tend consciously to notice affects only when they are relatively strong. [...] las voces de los genes como afectos experimentados subjetivamente siempre están presentes, por lo general susurrando, a veces gritando y al mando, ocasionalmente gritando. Siempre tenemos acceso a lo amables y crueles, felices y enfadados que estamos, y estos sistemas siempre están activados para que siempre estemos en guerra, hambrientos, felices, enfadados, etc., hasta cierto punto. Sin embargo, tendemos conscientemente a notar los efectos solo cuando son relativamente fuertes] (Buck, 1999, p. 324).

Debido a estos argumentos basados en la biología, es posible denominar, en el lenguaje ordinario, “humores” a los sistemas motivacionales-emocionales, o “emociones” a un nivel superior.

Por su parte, LeDoux (1999) plantea la existencia de dos grandes grupos de emociones: emociones determinadas biológicamente y emociones construidas socialmente.

Damasio (2011) identifica dos grupos de emociones: primarias y secundarias. Las primeras son un conjunto de respuestas innatas y son las que experimentamos durante nuestros primeros años de vida, tienen un componente corporal imprescindible de manera que se trata de respuestas frente a cambios viscerales o motores, tal como James plantea. Las emociones secundarias o adultas son aquellas que se originan como producto de la socialización y la cultura. Plantea esta categorización siguiendo sus ideas sobre las emociones como uno de los mecanismos de supervivencia del organismo modificado por la evolución.

Sin embargo, en una publicación posterior (Damasio, 2014) clasifica a las emociones en tres grupos siguiendo los fundamentos del principio de anidamiento que organiza los niveles de regulación homeostática automatizada, desde lo simple a lo complejo.

1. Emociones de fondo. No son visibles con facilidad, son el resultado de combinaciones de reacciones reguladoras sencillas (procesos homeostáticos básicos, conductas de dolor y placer, apetitos) siguiendo el principio de anidación. Son resultados impredecibles de estas combinaciones e incluyen ajustes metabólicos a necesidades internas y también con situaciones externas que requieran el uso de otras emociones, apetitos o cálculos intelectuales. El resultado es el “estado de ánimo” (bueno, malo o intermedio).
2. Emociones primarias o básicas. Las más reconocibles y visibles son miedo, ira, asco, sorpresa, tristeza, felicidad. Se identifican fácilmente en los seres humanos de distintas culturas y también en especies no humanas; influyen en los apetitos y viceversa. La mayor parte del movimiento existente sobre las emociones proviene del estudio de este grupo.
3. Emociones sociales. En este grupo se encuentra la simpatía, la turbación, la vergüenza, la culpabilidad, el orgullo, los celos, la envidia, la gratitud, la admiración, la indignación y el desdén. El principio de anidamiento también puede aplicarse a este conjunto de emociones y puede explicar el que expresiones faciales correspondientes a emociones primarias también se presenten en este tipo de emociones. Del mismo modo, se incluyen componentes de otros procesos reguladores en la generación de estas. Están relacionadas directamente con la vida social y no son exclusividad del ser humano, puede encontrarse en otros primates e incluso en animales más simples en cuyo caso la educación no tiene cabida por lo que tendrían un origen genético e inconsciente. Otras reacciones, de orígenes inconscientes y moldeados durante el desarrollo individual a través de la socialización y el aprendizaje, son afinidades y aborrecimiento en relación a personas, grupos, objetos, actividades o lugares. A pesar de los avances, la maquinaria neural responsable de este tipo de procesos sigue siendo un misterio, teniendo en cuenta que pertenecen a dos conjuntos distintos de reacciones inconscientes: innatas y aprendidas.

2.2.4. Emoción y sentimiento

Con frecuencia, los términos emoción y sentimiento han sido utilizados indistintamente. Por esta razón, asumimos que establecer diferencias entre ambos podría ayudar a delimitar aspectos distintos del fenómeno emocional.

2.2.4.1. Consideraciones en Psicología

Izard (1985) plantea: “A feeling is by definition a conscious process, a part of awareness.” [Un sentimiento es por definición un proceso consciente, una parte de la consciencia] (p. 27). Asegura que el sentimiento es la representación mental de la emoción y es fundamental distinguir entre experiencia emocional como “sentimiento” y como “símbolo” o “simbolizado”.

En los niños pequeños que únicamente pueden representar una emoción a través de expresiones motoras y, eventualmente, un sentimiento, de manera que es posible que sientan una emoción mientras simbolizan y verbalizan otra.

Goleman (1998) emplea indistintamente ambos términos aunque brinda importancia a la capacidad de asumir consciencia sobre las propias emociones en el momento en que se experimentan. Afirma que producir sentimientos sobre nuestros sentimientos es una capacidad exclusiva de los seres humanos que nos permite (a) reconocer la emoción que se experimenta y nominarla y (b) tener la posibilidad de autorregulación y autocontrol. Esta capacidad también está relacionada con el autoconocimiento, teniendo en cuenta que el ser conscientes de nuestras reacciones frente a distintas situaciones nos permite tener consciencia de uno mismo.

2.2.4.2. Consideraciones en Neurociencia

LeDoux (1999) plantea como característica importante de las emociones a los sentimientos que van aparejados a estas.

Los sentimientos solo pueden ser generados por cerebros capaces de tener conocimiento consciente del yo y de las relaciones con el entorno y que las emociones no precisan de este mecanismo más complejo. Plantea que las emociones pueden o no recibir influencia de la consciencia y viceversa. Introduce el término sentimiento para diferenciar estos dos procesos: el inconsciente (emocional) y el consciente (sentimiento). “Los sentimientos emocionales se producen cuando llegamos a darnos cuenta conscientemente de que un mecanismo de emoción del cerebro está activo” (LeDoux, 1999, p. 340).

El sentimiento es evolutivamente más joven y complejo. En el caso de sus investigaciones, se trata del miedo subjetivo y ni el sentimiento ni el miedo inconsciente son suficientes para producirlo de manera aislada.

La mayoría de investigadores de la emoción ha centrado sus esfuerzos en explicar el mecanismo de las emociones conscientes siendo el problema de la comprensión de la generación de la consciencia el más complejo de todos. “[...] la consciencia eleva el acto de pensar a un nuevo plano, pero la consciencia no es lo mismo que el acto de pensar” (LeDoux, 1999, p. 340).

Damasio (2011), por su parte, distingue emoción de sentimiento afirmando que las emociones y sus reacciones asociadas preceden a los sentimientos en la historia de la vida y que las emociones son el fundamento de los sentimientos. Considera que los sentimientos nos ofrecen conocimiento sobre nuestro propio cuerpo, nos permiten prestarle atención y asumir consciencia sobre sus cambios y relacionarlos con un objeto o situación concreta. Al tener una conexión directa con los estados corporales aparecen antes que otros procesos y tienen una sutil primacía sobre ellos.

Plantea, también que el término emoción suele englobar a sentimiento y que el proceso de afecto suele vivirse y asumirse como una unidad y con frecuencia se utilizan ambos términos como sinónimos (Damasio, 2014).

Establece la principal diferencia entre emoción y sentimiento en que todas las emociones generan sentimientos, pero no todos los sentimientos se originan en las emociones. Estos últimos son conocidos como sentimientos de base y pueden ser generados, por ejemplo, por cambios en los estados corporales asociados a emociones.

[...] con el fin de comprender todo el conjunto de fenómenos afectivos, es útil desmenuzar sus componentes, estudiar operaciones y discernir de qué manera dichos componentes se articulan en el tiempo. Una vez consigamos la comprensión deseada, o al menos parte de ella, es de igual importancia volver a ensamblar las partes de mecanismo, de modo que podamos contemplar el todo funcional que constituyen. [...] Los separamos bajo el microscopio de la biología porque queremos saber cómo funciona esta sustancia única, y de qué manera los aspectos que son el cuerpo y la mente se generan en su interior. Después de investigar la emoción y el sentimiento en aislamiento relativo podemos, por un breve momento de tranquilidad, envolverlos de nuevo juntos, como afectos (Damasio, 2014, p. 151).

Define sentimiento como “[...] proceso de verificación continua, esta experiencia de lo que nuestro cuerpo está haciendo mientras los pensamientos sobre contenidos específicos siguen pasando uno tras otro, es la esencia de lo que yo llamo un sentimiento [...]” (Damasio, 2011, p. 207).

Es decir, los sentimientos dependen de las emociones. Una emoción se genera cuando se concluye, después de un proceso de evaluación, que se está frente a un estímulo emocionalmente competente. El círculo se vuelve a cerrar cuando a continuación de la aparición de la emoción se produce el fenómeno mental conocido como sentimiento (Damasio, 2014).

Por otro lado, considera la existencia de los siguientes tipos de sentimiento:

- a) Sentimientos de emociones universales básicas (felicidad, tristeza, ira, miedo y asco). Se trata de aquellas emociones relacionadas sobre todo con cambios en el estado corporal. Nuestra atención se centra en dichos cambios y se produce el sentimiento.
- b) Sentimientos de emociones universales sutiles. Son emociones derivadas de las cinco consideradas universales, por ejemplo, euforia y éxtasis; melancolía y nostalgia; pánico y timidez; entre otras. Es modulada por la experiencia relacionando matices sutiles del estado cognitivo con matices sutiles del estado emocional del cuerpo. Por ejemplo, remordimiento, vergüenza, vindicación, etc.
- c) Sentimientos de fondo. Se originan principalmente en los estados corporales “estables”. Son los sentimientos presentes entre una emoción y otra. Están muy relacionados con el yo y el talante. A diferencia de los sentimientos emocionales, no son positivos ni negativos aunque pueden reconocerse como agradables o desagradables. Son los que están presentes continuamente y los que se experimentan con más frecuencia a lo largo de nuestras vidas.

En esencia, un sentimiento es una idea; una idea del cuerpo y, de manera todavía más concreta, una idea de un determinado aspecto del cuerpo, su interior, en determinadas circunstancias. Un sentimiento de emoción es una idea

del cuerpo cuando es perturbado por el proceso de sentir la emoción (Damasio, 2014, p. 103).

Sin embargo, un sentimiento no solo es el resultado de las percepciones del estado corporal, incluye también imágenes de nuestro propio estilo de pensar. El sentimiento, de este modo, es resultado de un proceso complejo que incluyen (a) los estados del cuerpo que representan la esencia del sentimiento y que lo dotan de contenido distintivo, (b) el modo alterado de pensar que acompaña a la percepción del estado corporal esencial y (c) el tipo de pensamientos que concuerdan con el estado y dichos pensamientos con el que de acuerdo al tema concuerdan con la emoción que se siente.

Damasio (2011, 2014) demostró, entre otras cosas, que las emociones preceden a los sentimientos. La corteza insular parece tener un papel fundamental en el procesamiento de la información del interior del cuerpo (interoceptivo), como dolor, temperatura corporal, comezón, hormigueo, etc. y al mismo tiempo los estudios teóricos y experimentales la relacionan directamente con los sentimientos.

Para que un organismo pueda “sentir”; es decir, pueda tener sentimientos debe:

1. Poseer cuerpo y un medio de representarlo a través de imágenes mentales, por lo tanto hace falta un cuerpo y un sistema nervioso (cerebro).
2. Ese cerebro o sistema nervioso debe ser capaz de cartografiar el cuerpo: estructuras y estados corporales y transformar esos patrones neurales en imágenes mentales.
3. El contenido del sentimiento o de la sensación debe ser conocido por el organismo por lo tanto debe haber consciencia. Si no hay consciencia, no hay sentimiento.
4. El cerebro es una necesidad doble porque cumple un doble papel: cartografía el cuerpo y un estado que ha sido provocado por el mismo cerebro.

Determinadas composiciones químicas pueden modificar los sentimientos y transformarlos. Dichas moléculas actúan sobre determinadas neuronas en ciertas regiones cerebrales para producir el resultado deseado. El hecho de que aún no pueda explicarse la relación directa de la acción de una molécula y el comportamiento surgido de un sentimiento se debe a que aún no se ha conceptualizado la naturaleza mental de los sentimientos en términos neurobiológicos.

Partiendo del hecho de que los sentimientos surgen de patrones neurales que cartografían el estado corporal, se plantea la hipótesis de que las sustancias químicas que consiguen alterar el humor lo hacen cambiando el patrón de actividad en dichos mapas de sensación del cuerpo a través de tres mecanismos: (a) el primero, interfiere en la transmisión de señales procedentes del cuerpo; (b) el segundo crea un determinado patrón de actividad en el seno de los mapas corporales y (c) el tercero cambia el estado mismo del cuerpo.

2.3. ¿CÓMO SE PRODUCE UNA EMOCIÓN?

En este apartado, presentamos las cuestiones asociadas al origen y evolución de las emociones: desencadenantes, componentes, emergencia y fases. También se describen

el rol de la memoria y la evocación, por un lado, y el de la neurofisiología, por otro, en la generación de emociones.

2.3.1. Desencadenantes, componentes, emergencia y fases de las emociones

2.3.1.1. Planteamientos en Filosofía

Nussbaum (2008) considera un componente de tipo cognitivo-evaluador necesario y fundamental en las emociones, defendiendo la presencia del pensamiento asociada a dicho componente.

Por otro lado, distingue dos tipos distintos de valoración: el elemento autorreferencial (el “mis” de “mis planes y objetivos”); y el componente de valoración general (el objeto es importante o valioso por sí mismo). Se considera, por lo tanto, a las *creencias* como un componente necesario de las emociones y estas pueden ser falsas o verdaderas; justificadas o injustificadas; razonables o irrazonables.

Considera, también otro componente importante ligado a las emociones: la imaginación. Así como también la existencia de dos posibles motores de la generación de emociones: el placer y el dolor.

2.3.1.2. Planteamientos en Psicología

Vygotsky (2004) considera la importancia de elementos distintos a los puramente corporales en la generación de las emociones. Incluso plantea que la existencia de las emociones no está relacionada con cambios viscerales o musculares. Otorga importancia a lo que denomina *vivencias emocionales* a las que dota de consciencia. Bajo estas premisas básicas de su postura referente al mundo emocional ubica el origen de una emoción en la valoración que se le concede a un objeto en función de la ventaja o perjuicio que traiga consigo en lugar de ubicarlo en el objeto en sí mismo.

De acuerdo a las conclusiones obtenidas en los estudios empíricos de Lang (1985), tanto el afecto como la conducta afectiva (asumida como un dominio más amplio y general) tienen una estructura constituida por las siguientes dimensiones:

- 1) Valencia. La más frecuente en las narraciones de los participantes sobre los estados afectivos que experimentaron.
- 2) Agitación. Representa la segunda mayor proporción de variación en las descripciones de la emoción.
- 3) Control o dominio. Considerado con menor frecuencia por los participantes. Se refiere al grado de autocontrol así como a la capacidad de control sobre el medio ambiente.

Lang (1985) no las asume como categorías teóricas de las emociones, sino únicamente representan tres sistemas de respuesta. Tienen, o parecen tener, continuidad filogenética y significatividad evolutiva, teniendo en cuenta que aproximación y rechazo son disposiciones de respuesta fundamentales para la supervivencia.

Asume a las emociones como estructuras específicas de información. En concordancia con esa idea plantea también que dicha información sobre el estímulo es quien define si hay aproximación o rechazo. La red conceptual que organiza una respuesta emocional tiene tres categorías básicas de información, que es codificada en la memoria como proposiciones organizadas en redes asociativas. Las categorías de la información procesada como proposiciones son:

1. Información sobre la entrada o incitación de estímulos externos y del contexto en el que ocurre (proposiciones de los estímulos). Codifican la información para el reconocimiento del estímulo así como también cuestiones relevantes sobre el contexto en que se produce.
2. Información sobre la respuesta en ese contexto incluyendo conducta expresiva verbal, acciones públicas y eventos somáticos y viscerales mediante la agitación y la acción (proposiciones de respuesta). Describe todos los eventos públicos y privados que surgen como respuesta al estímulo. Entre ellos, el rechazo, declaraciones verbales autorreferenciadas y también las respuestas somáticas y viscerales de la agitación fisiológica.
3. Información que define el significado de los estímulos y las respuestas (proposiciones del significado). Son interpretativas y analíticas. Definen el significado de los eventos de entrada y salida así como las probabilidades de que el estímulo se presente u ocurra y las consecuencias de la acción.

Lazarus (1982), por su parte, afirma que para que exista “*un verdadero estado emocional*”; es decir, se trate de una experiencia completa y real de una emoción, esta debe incluir tres componentes fusionados: pensamientos, impulsos de acción y cambios somáticos

Las tramas argumentales y los significados emocionales generan una emoción. La relación de estos aspectos con la biología se encuentra en la evolución. Plantea que nuestros antepasados tuvieron que enfrentarse a situaciones que tenían el mismo significado que para el ser humano de la actualidad: peligros físicos, seguridad de alguna pérdida irreparable, incertidumbre o la sensación de menoscabo personal, entre otros. Es decir, nuestra naturaleza es la que permite la generación de las emociones que por otro lado afirma parecen ser universales (Lazarus, 2000).

Sobre la emergencia de las emociones, plantea que surgen porque una situación concreta es significativa para quien las vive. Dicho evento puede ser de tres tipos: dañina, peligrosa o beneficiosa. También reconoce a las experiencias estéticas como una buena fuente para la generación de experiencias emocionales. Es decir:

1. Las emociones son producto de un significado personal. “Comprender las emociones propias o ajenas es comprender las maneras en que las personas interpretan la importancia de acontecimientos cotidianos en sus vidas y cómo estos acontecimientos afectan a su bienestar personal” (Lazarus, 2000, p. 17).
2. Las emociones se diferencian unas de otras porque poseen una “trama” característica. Según Lazarus, esta trama es la que define aquello que creemos que ocurre y su

significado particular para nuestro bienestar individual. Las tramas características de cada emoción son construidas por la propia persona que las experimenta. Sin embargo, considera que todas las emociones comparten lo que llama “un entramado básico” que está constituido por seis componentes:

- a) El destino de los objetivos personales: ¿qué motiva una emoción? Para que una experiencia sea emocional debe producirse un juicio que valore el beneficio o daño de la situación a la que se enfrenta el individuo. Entran en juego los objetivos relacionados con el bienestar personal. Si el resultado de la valoración es que el estímulo no tiene influencia sobre nuestros fines, no existe experiencia emocional, se trata simplemente de una experiencia.
- b) El yo o el ego. Cuando afrontamos una situación que pone en riesgo nuestro yo o por el contrario nos ayuda a reafirmarlo se producen experiencias emocionales.
- c) Valoración. “Sin un significado personal no existe emoción. La valoración es un juicio que evalúa este significado. Es el proceso principal del razonamiento del cual dependen las emociones, el corazón del proceso emocional” (Lazarus, 2000, p. 186). Según el autor, la actividad cognitiva en la valoración no implica algo sobre reflexión deliberada, la racionalidad o la consciencia.
- d) Significados personales. Teniendo en cuenta la naturaleza social del ser humano, el significado personal también puede ser de relación con otra u otras personas y no limitarse a la relación persona-entorno. Los significados personales también tienen que ver con los efectos positivos o negativos de las relaciones sobre nuestro bienestar.
- e) Provocación. “Una provocación simplemente se refiere a un acontecimiento, que tenga que ver con el entorno físico o social, que el individuo que lo experimenta considera personalmente significativo” (Lazarus, 2000, p. 191).
- f) Tendencia a la acción. Muchas emociones producen fuertes impulsos para actuar de una determinada manera; dichas acciones tenían mucho sentido para nuestros antepasados, pero en la actualidad no necesariamente se trata de actividad física, se trata más bien de los efectos psicológicos de dicha tendencia a la acción.

Además de asegurar que el proceso emocional tiene su base en el papel imprescindible de la razón, también plantea una secuencia conformada por dos fases:

- 1) Fase 1: *la aparición de la emoción*. Esta se genera a partir de una valoración sobre lo que está ocurriendo; si es perjudicial, amenazador o beneficioso. Esta valoración depende de la razón, aunque el razonamiento puede que no sea acertado.
- 2) Fase 2: *el control de la emoción*. En esta segunda fase decidimos cuál es el mejor curso de acción. Es decir, la segunda fase implica el proceso de, lo que el autor denomina, afrontamiento.

Al respecto, Kagan (1985) asegura que la presencia o ausencia de detección de cambios internos es fundamental para el subsecuente estado emocional. No quiere decir que los cambios biológicos que no se detectan no sean importantes, sino que la evaluación que

continúa a la detección con frecuencia cambia la experiencia afectiva. Diferencia dos tipos de cambios: cambios internos imperceptibles (*internal tone*) y cambios perceptibles (*feeling states*).

La principal consecuencia de percibir o no el cambio es que los cambios perceptibles implican la necesidad de interpretar la causa, nombrar y llevar a cabo un plan de acción. “Hence, perceived changes in state might be regarded as motivational and predictive of changes in thought and action. These consequences are missing when physiological changes are undetected.” [Por lo tanto, los cambios percibidos en el estado podrían considerarse como motivaciones y predicciones de los cambios en el pensamiento y la acción] (Kagan, 1985, p.42). Estos cambios en pensamiento y acción no se pueden producir cuando los cambios son imperceptibles.

Zajonc y Markus (1985) asumen que un estado emocional puede surgir a partir de eventos biológicos, sensitivos o cognitivos. La generación de las emociones está asociada con tres componentes: el despertar de la actividad autonómica y visceral; la expresión de la emoción, principalmente como manifestación motora y la experiencia de la emoción.

Ekman (1999b), en sus numerosas investigaciones sobre las expresiones faciales de las emociones, encontró que los seres humanos somos capaces de representar externamente una emoción mientras se recuerda la misma emoción como una experiencia pasada. Es decir, las emociones pueden generarse por evocación.

2.3.1.3. Planteamientos en Neurociencia

LeDoux (1999) considera a la evaluación, las respuestas fisiológicas y la acción como componentes de las emociones. De acuerdo a su teoría, la evaluación de un objeto o situación constituye el primer paso de una experiencia emocional, asumiendo que dichas evaluaciones se efectúan de manera inconsciente. Como consecuencia de la experiencia emocional se producen respuestas físicas y tendencias a la acción así como experiencias conscientes relacionadas con la emoción que se experimenta. Con respecto a la evaluación, considera la posibilidad de que el cerebro valore si algo es bueno o malo para el organismo, incluso antes de saber de qué se trata.

También otorga un papel fundamental a los genes en la formación de las emociones, pero al mismo tiempo reconoce que su influencia no es definitiva pues la educación y la socialización son los procesos que moldean nuestras emociones a partir de los valores que otorga a distintos indicadores que luego son utilizados para realizar las evaluaciones; de manera que las emociones conscientes son exclusivas del ser humano, pues requieren de la intervención de una mente consciente. En todo caso, la consciencia no es indispensable para la generación de la conducta emocional.

Considera dos tipos distintos de estímulos:

(a) Estímulos naturales: son aquellos estímulos desencadenantes de una emoción que el individuo posee incluso antes de su primer encuentro con dicho estímulo.

(b) Estímulos desencadenantes adquiridos: situaciones o incluso lugares relacionados con el estímulo natural.

En cualquier caso, cualquiera de estos dos tipos distintos de estímulos o ambos desencadena la reacción del sistema evaluador de una emoción en concreto.

Podría suponerse que una emoción tiene su base en las respuestas del organismo, teniendo en cuenta que se plantea un carácter automático a las emociones a partir de programas cerebrales fruto de la evolución y otros estructurados a partir de las experiencias y vivencias. Estos programas cerebrales se activan para responder a ciertos estímulos o situaciones particularmente significativas. Esta significación la brinda el cerebro a partir de información innata almacenada a través de la evolución o de los recuerdos de experiencias vividas. Ante estas situaciones significativas se generan respuestas automáticas que no consideran ni necesitan el conocimiento consciente.

Para que una emoción se produzca, la representación sensorial de la información del estímulo pasa al núcleo amigdalino que activa gran cantidad de vías de salida distintas. Para entender porqué estas vías de salida transforman una experiencia en experiencia emocional, el autor plantea y argumenta las siguientes razones a las que denomina “ingredientes”:

1. Primer ingrediente: influencia directa del núcleo amigdalino en la corteza.
2. Segundo ingrediente: activación del núcleo amigdalino.
3. Tercer ingrediente: feedback físico. Después de procesar un estímulo reconocido como peligroso, el núcleo amigdalino activa el sistema nervioso autónomo.

Por lo tanto, las respuestas hormonales y las del sistema nervioso autónomo se consideran viscerales. Estos cambios físicos después de producirse envían información al cerebro sobre esos mismos cambios. A este proceso se le denomina feedback y fue planteado inicialmente por William James, quien le atribuyó toda la causalidad de las emociones. En la actualidad, sabemos que cada emoción tiene una respuesta del sistema nervioso autónomo distinta (LeDoux, 1999).

Damasio (2011) afirma que al experimentar una emoción, básicamente, se llevan a cabo dos reacciones distintas:

- a) Se forman imágenes mentales de la situación o de la escena.
- b) El cuerpo sufre modificaciones en distintas regiones, incluido el sistema inmune.

Por su parte, Damasio (2011) plantea la siguiente secuencia para la emergencia de las emociones:

- 1) Empieza con las consideraciones conscientes y deliberadas que la persona conserva de una persona o situación, las que se producen a través de imágenes mentales organizadas en un proceso de pensamiento y una evaluación cognitiva del acontecimiento del que la persona forma parte (relación con esa otra persona, objeto o situación; reflexiones sobre la situación actual, consecuencias, etc.). Dichas imágenes no siempre son verbales y su sustrato neural es un conjunto de representaciones

organizadas y topográficamente separadas que se inician en varias cortezas sensoriales iniciales.

2) A partir del procesamiento de dichas imágenes se producen respuestas no conscientes en la corteza prefrontal. Estas respuestas dependen de la manera en que determinados tipos de situaciones se han emparejado de manera general con determinados tipos de respuestas en la experiencia individual de cada persona. Estas representaciones disposicionales son adquiridas aunque se obtienen bajo la influencia de disposiciones innatas y contienen la experiencia única de ciertas relaciones en la vida de la persona.

3) De manera automática, inconsciente e involuntaria, la respuesta a las representaciones disposicionales va a parar finalmente a la amígdala y la cingulada anterior. Son estas las que desencadenan reacciones en distintas regiones del cuerpo. Una respuesta masiva y variada, en todo el organismo y de manera coordinada.

Estas tres respuestas distintas provocan un “estado corporal emocional” lo que, a su vez, genera un nuevo mensaje que es procesado por un grupo de estructuras del bulbo raquídeo (encargados de la regulación corporal). Estas estructuras, a su vez, tienen un impacto en el estilo y eficacia de los procesos cognitivos constituyendo una ruta paralela para la respuesta emocional (Damasio, 2011).

2.3.2. Generación de emociones por evocación

2.3.2.1. Perspectiva psicológica

Según Lang (1985), la red en la que la información de la emoción se procesa constituye una especie de esquema. Dicho proceso asume a la información como una unidad después de que un número crítico de proposiciones son visitadas (o cuando se accede a un número crítico de estas). Este procesamiento constituye el trabajo cognitivo de la expresión emocional. Dicho procesamiento de la información conceptual emocional siempre implica algún grado de flujo de salida visceral y motor. Se puede acceder a un prototipo de emoción desde la memoria a través de una gran variedad de modos de entrada de información.

La información provocadora puede ser de cualquiera de las tres clases de proposiciones: de estímulo, de respuesta o de significado; y la manera más obvia de evocación es que el sujeto sea expuesto al objeto real que provoca su miedo, por ejemplo, o al contexto en el que se produjo la experiencia emocional almacenada en la memoria.

Según el autor, los factores que determinan la activación emocional son:

1. Cuanto más completa y consistente sea la información del estímulo que coincida con el prototipo, existe más probabilidad de acceso al programa de respuesta emocional, así como de que se ejecute.
2. Si existen entradas de estímulo degradadas por alguna razón, es probable el acceso al prototipo si por separado existen otras proposiciones incitando dicho prototipo (de cualquiera de las tres dimensiones).

3. Es posible acceder a la respuesta prototipo de la emoción a través tanto de instrucciones o descripciones de hechos provocadores en lenguaje natural como a través de imaginiería emocional. Sin embargo, en este caso la probabilidad de acceso es baja.
4. Las emociones siempre son sobre la acción, por lo que la activación del prototipo implica el procesamiento de programas eferentes que pueden ser monitorizados (en teoría) por el sistema central o el final (músculos y órganos).

Las indicaciones a través del lenguaje, frecuentemente son el medio de acceso al prototipo emocional almacenado en la memoria (por ejemplo, la lectura de cartas o novelas). En este caso, la incitación de la emoción se produce a través del procesamiento textual. La experiencia emocional está descrita por un texto y la comprensión semántica y léxica del mismo permiten la comprensión del contenido semántico, así como el acceso al prototipo emocional relevante desde la memoria almacenada a largo plazo.

La imaginiería perceptual así como la incitación a través de textos implican el procesamiento de la información de estímulos que no están objetivamente presentes. En ambos casos, se acompañan de respuestas eferentes similares a las que ocurren durante la percepción original o real. La investigación del autor sugiere que el informe verbal de la agitación que sigue a una experiencia emocional imaginada puede ser una valoración del significado del contenido, dependiendo del contexto. Alternativamente podría ser un comentario pertinente del procesamiento emocional que precede al informe (Lang, 1985).

2.3.2.2. Perspectiva neurocientífica

LeDoux (1999) otorga a la memoria un papel fundamental en la generación de emociones teniendo en cuenta que utilizamos cotidianamente distintos tipos de memoria, cada uno de ellos controlado por un mecanismo cerebral específico y distinto. Se ha demostrado, por ejemplo, que las memorias a corto y largo plazo dependen de mecanismos distintos y ha sido posible concluir que el lóbulo temporal y el hipocampo son importantes para el correcto funcionamiento de la memoria.

Los recuerdos conscientes son generados por un mecanismo formado principalmente por el hipocampo y las zonas corticales relacionadas con él. Por otro lado, los recuerdos inconscientes se establecen por mecanismos de miedo condicionado en el que participa el núcleo amigdalino (teniendo en cuenta que las investigaciones del autor se han centrado en el miedo). Ambos mecanismos funcionan simultáneamente pero la información que almacenan sobre la misma experiencia es distinta. Cada uno de los mecanismos recupera sus propios recuerdos frente a los estímulos que se encontraban presentes en el momento de la vivencia de la situación traumática. Las respuestas frente a la recuperación de recuerdos como respuesta a la exposición del estímulo también son distintas: la memoria inconsciente guiada por el núcleo amigdalino responde con actividad física que prepara al cuerpo para enfrentarse al peligro. Los recuerdos conscientes, por su parte, recuperan información consciente.

Otro hallazgo importante es el papel del hipocampo sobre la memoria emocional: “[...] el hipocampo crea representaciones espaciales del mundo, independientemente de los sentidos” (LeDoux, 1999, p. 221). Una función importante de crear estas representaciones espaciales es generar el contexto en el que se ubique el recuerdo. Es este contexto el que dota de carácter autobiográfico al recuerdo a través de una ubicación en el tiempo y el espacio.

2.3.3. Neurofisiología de las emociones

William James (1842-1910) fue el primer teórico que relacionó emociones y procesos cerebrales. Afirmó que dichos procesos se llevan a cabo en los centros sensoriales (las emociones son producto de distintas combinaciones de procesos en dichos centros) y motores debido a que tienen diferentes expresiones corporales, aunque algunas de ellas no puedan percibirse claramente.

Más recientemente, desde la neurociencia, LeDoux (1999) plantea el interés creciente de dicha disciplina científica en establecer los sistemas cerebrales involucrados en el procesamiento de las emociones. Durante la segunda mitad del siglo XX se intentó encontrar “un sistema universal de la emoción”, que no se halló porque no existe como tal.

Plantea que del mismo modo que la percepción, por ejemplo, no tiene asociado un único sistema, sino que está compuesta por diversos sistemas distintos (uno para la visión, otro para el olfato, etc.), cada emoción tiene un sistema neural propio y distinto de las demás, teniendo en cuenta que cada emoción cumple una función específica para la supervivencia. En general, no existe una única función cerebral asociada con las emociones; existen mecanismos distintos que cumplen funciones diferentes. De este modo, cada emoción contaría con un mecanismo para los datos de entrada, uno de evaluación y otro de acción/respuesta.

Damasio (2011, 2014), por su parte, reconoce la especialización de las distintas regiones del cerebro y al mismo tiempo afirma que a pesar de dicha especialización todas actúan de manera interrelacionada e interconectada, por lo que el lugar que cada región ocupa en el cerebro es sumamente importante, no se pueden intercambiar. Asume que el cerebro es un supersistema de sistemas en el que la ubicación o topografía de sus elementos es imprescindible para su correcto funcionamiento. “Estamos lejos de centros únicos y de la idea de que las rutas neurales funcionan en una única dirección” (Damasio, 2014, p. 93).

2.3.3.1. Neurofisiología del miedo: LeDoux

Teniendo en cuenta su postura sobre la existencia de distintos mecanismos cerebrales asociados a las distintas emociones, LeDoux ha centrado sus investigaciones en la neurofisiología del miedo planteando que sus hallazgos podrían ser útiles para la comprensión de las bases biológicas de las otras emociones así como los mecanismos particulares que intervienen en su generación. Presentamos en este apartado algunos de los aportes más significativos de este autor para nuestra investigación.

Plantea la existencia de “la memoria emocional”, un tipo específico de memoria encargado de conservar experiencias emocionales así como también de generar las emociones asociadas a las vivencias almacenadas. “Los mecanismos del cerebro que se ocupan de registrar, almacenar y recuperar los recuerdos de la significación emocional de los estímulos son diferentes de los mecanismos que procesan los recuerdos cognitivos de los mismos estímulos” (LeDoux, 1999, p. 77).

Afirma, también, que los mecanismos encargados de evaluar un estímulo externo son los mismos que producen las reacciones físicas. En el caso de la cognición el proceso es distinto a una evaluación emocional porque se genera más de una posibilidad de respuesta que no depende de un único mecanismo. La cognición no está necesariamente ligada a respuestas de tipo físico. Las emociones, sí.

Otra cuestión importante a considerar es entender que los mecanismos que generan las emociones son procesos inconscientes. Así surge la idea de sentimiento consciente, un tipo de pensamiento que nos permite conocer o identificar la emoción que se está experimentando en una situación determinada.

El origen inconsciente es, probablemente, la razón por la que nuestras emociones no pueden controlarse. Surgen al margen de nuestra voluntad y en algunos casos pueden fingirse o provocarse a través de la estimulación del mecanismo que las genera a través del consumo de ciertas sustancias. El procesamiento inconsciente limitaría, también, nuestra capacidad de argumentar nuestras acciones en determinadas situaciones.

Por este motivo, es importante conocer los mecanismos inconscientes, partiendo de la hipótesis de que los sentimientos conscientes y las respuestas emocionales son producto del mismo sistema subyacente, el estudio de las respuestas emocionales observables y medibles pueden ayudar a conocer el mecanismo que genera los sentimientos inconscientes. Se trata de desarrollar la capacidad de entender cómo procesa el cerebro la información proveniente de un estímulo externo y cómo se le asocia una determinada respuesta emocional. Por ejemplo, a partir de sus estudios sobre el miedo, es posible estudiar cómo el peligro es evaluado por el cerebro sin necesidad de entender cómo se procesa el estímulo.

En sus investigaciones con animales utilizó como estrategia el condicionamiento del miedo, en los que sonidos concretos representaban el estímulo condicionado. Logró identificar las vías de entrada del estímulo y de salida de la respuesta: tálamo → zona lateral del núcleo amigdalino → zona central del núcleo amigdalino → respuestas. La zona central era la interfaz con los mecanismos de control de respuesta.

El hecho de que el aprendizaje emocional dependa de vías que no entran en el neocórtex es fascinante, porque sugiere que las respuestas emocionales pueden producirse sin la participación de los mecanismos cerebrales superiores de procesamiento, que se suponen responsables del pensamiento, el razonamiento y la consciencia (LeDoux, 1999, p. 179).

El estímulo condicionado del miedo, en estos casos el sonido, produce respuestas a través de la intervención del núcleo amigdalino pero para llegar a esa región el estímulo recorre dos vías distintas:

1. Tálamo auditivo→núcleo amigdalino.
2. Tálamo auditivo→ corteza auditiva→núcleo amigdalino.

La primera vía es más rápida aunque menos precisa y produce respuestas sin intervención de la corteza, aunque esta, después, indique que se trata de una falsa alarma. “La información recibida directamente desde el tálamo predispone a producir respuestas, mientras que la tarea de la corteza es evitar la respuesta inadecuada más que producir la apropiada” (LeDoux, 1999, p. 182).

Es posible que la vía secundaria (vía directa desde el tálamo a la amígdala) sea la causante de aquellas emociones que no conseguimos entender. Parece ser que los estímulos auditivos y los visuales se comportan de la misma manera empleando las dos vías desde el sistema talámico hasta el núcleo amigdalino. El hipocampo crea la representación contextual y la envía al núcleo amigdalino.

Sin embargo, además del estímulo condicionado explícito, como un sonido, el contexto ejerce el papel de condicionante secundario. El lugar donde se produce la experiencia condicionada también se asume como estímulo y puede desencadenar el miedo condicionado. Como resultado de otros experimentos, se llegó a la conclusión de que es el hipocampo el encargado de establecer relaciones entre lugares y acontecimientos que finalmente se convierten en estímulos secundarios.

Estos hallazgos permiten establecer algunas conjeturas, que aún no han sido demostradas pero son coherentes con todos los planteamientos estructurados hasta el momento:

- Si en una persona el sistema talámico predomina sobre el córtex, o si las conexiones entre tálamo y corteza no existen, las percepciones conscientes sobre sus experiencias serían erróneas o inexistentes. “Estas personas tendrían una percepción muy pobre de sus emociones” (LeDoux, 1999, p. 188).
- Si se trata del hipocampo el que carece de conexiones con la corteza o el sistema talámico, las emociones expresadas serían inadecuadas e inexplicables al intentar relacionarlas con el contexto en el que se generan, no serían coherentes con la situación.

Por otro lado, a partir de otras investigaciones empíricas con mamíferos y en algunos casos con seres humanos, el autor llega a la conclusión de que el núcleo amigdalino tiene un papel imprescindible en el caso concreto del miedo. Como se describió anteriormente el estímulo desencadenante puede llegar a este núcleo desde distintas zonas:

- Zonas específicas del tálamo, zonas sensoriales (datos de bajo nivel).
- Desde la corteza sensorial específica (información de alto nivel).
- Desde el hipocampo, sobre la situación general (información superior independiente de los sentidos).

De este modo, el núcleo amigdalino puede procesar información y darle significación emocional a estímulos individuales y también a situaciones complejas.

El núcleo amigdalino es como el eje de una rueda. Recibe datos de bajo nivel desde las zonas sensoriales específicas del tálamo, información de alto nivel desde la corteza sensorial específica e información de nivel superior (independiente de los sentidos) sobre la situación general desde la formación hipocámpica. A través de estas conexiones, el núcleo amigdalino puede procesar la significación emocional tanto de estímulos individuales como de situaciones complejas. El núcleo amigdalino participa fundamentalmente en la evaluación del significado emocional, y es en él donde los estímulos desencadenantes se disparan (LeDoux, 1999, p. 187).

Plantea, también, la importancia de la corteza prefrontal en multitud de actividades, entre ellas la memoria de trabajo, a la que relaciona con la consciencia. (LeDoux, 1999).

2.3.3.2. Interacción mente-cuerpo-emociones: Damasio

Damasio (2011, 2014) plantea las bases neurofisiológicas que permiten demostrar la interconexión mente-cuerpo-emociones en una teoría que tiene su base en una concepción holística del ser humano.

[...] las estructuras cerebrales implicadas en la regulación biológica básica forman también parte de la regulación del comportamiento y son indispensables para la adquisición y la función normal de los procesos cognitivos. El hipotálamo, el bulbo raquídeo y el sistema límbico intervienen en la regulación corporal y en todos los procesos neurales sobre los que se basan los fenómenos mentales, por ejemplo la percepción, el aprendizaje, la remembranza, la emoción y el sentimiento [...] y el razonamiento y la creatividad. La regulación corporal, la supervivencia y la mente se hallan íntimamente entrelazadas (Damasio, 2011, p. 179).

En este sentido, afirma: “En otras palabras, cuerpo, cerebro y mente son manifestaciones de un único organismo. Aunque podamos disecarlos bajo el microscopio a efectos científicos son ciertamente inseparables en circunstancias normales de operación” (Damasio, 2014, p. 214).

El control de los procesos bioquímicos que aseguran nuestra supervivencia es producto de un complejo mecanismo en el que interactúan muchos sistemas ejerciendo control unos sobre otros. De modo que las señales químicas son originadas por señales neurales y a su vez originan otras señales químicas de manera encadenada. Estas señales producen alteraciones a nivel molecular, celular y orgánico, lo que se traduce en una clara interacción cerebro-cuerpo.

Del mismo modo, las alteraciones en los estados mentales pueden generar alteraciones en el cuerpo, lo que se asume como evidencia de la relación mente-cuerpo. Por ejemplo, el estrés mental disminuye los efectos del sistema inmune; la tristeza y la ansiedad alteran la regulación de las hormonas sexuales lo que conlleva a un cambio en el impulso sexual y variaciones en el ciclo menstrual; la congoja y la depresión del sistema inmune pueden producir algunos tipos de cáncer. La influencia inversa también ha sido

estudiada y se encontraron evidencias empíricas sobre la alteración de ciertas funciones cerebrales como consecuencia de desórdenes en el cuerpo).

A pesar de su origen genético y corporal, a través de la experiencia el cerebro se encarga de añadir nuevas entidades a los criterios ya establecidos por el cuerpo: bueno y malo (en función de su influencia directa o indirecta sobre la supervivencia). No siempre de forma objetiva, pues basta con que una entidad se encuentre dentro de un contexto ya conocido y categorizado para que pase a formar parte de una de ellas. Se conoce como “gloria reflejada” si se le categoriza como bueno (lo sea o no) y como “culpable por asociación” si se le considera malo (siéndolo o no). El cerebro lo hace posible a través de la formación de nuevos sistemas representacionales, circuitos neurales nuevos; de manera que se establece una relación entre cuerpo y cerebro. Por lo que quedaría desmitificada la separación entre cuerpo y cerebro; la mente forma parte del cuerpo y del cerebro (Damasio, 2011).

A partir del estudio de seres humanos con lesiones cerebrales en zonas concretas del cerebro, obtuvo las siguientes conclusiones:

- La amígdala está relacionada con conductas de adaptación social y personal y con la capacidad de decidir y tomar consciencia sobre las consecuencias de las acciones propias.
- La serotonina tiene una estrecha relación con los comportamientos violentos.
- Los sistemas cerebrales están sincronizados.
- Sobre la generación de emociones primarias y secundarias observó que las lesiones prefrontales impiden la generación de emociones secundarias manteniendo intactas las primarias. Por otro lado, las lesiones en el sistema límbico, amígdala o cíngulo anterior están relacionadas con importantes deterioros de las emociones primarias y secundarias. En estos casos, los afectos se muestran más mitigados. Estos hallazgos permiten concluir que las emociones primarias y secundarias son generadas por sistemas distintos aunque utilizan los mismos canales.

Otorga un papel fundamental a las cortezas prefrontales para la generación de marcadores somáticos, a los que relaciona directamente con la intuición y la toma de decisiones. Las deficiencias en su funcionamiento impiden la capacidad de reconocer el bienestar o el dolor en el presente, pero en ningún caso los errores se convierten en conocimiento para el futuro (Damasio, 2011).

Las regiones cerebrales que Damasio relaciona directamente con las emociones son:

- a) La amígdala. La considera una importante interfaz entre los EEC y el desencadenamiento de la emoción (sobre todo miedo e ira). Está situada en el lóbulo temporal.
- b) Corteza prefrontal ventromediana: detecta el significado emocional de estímulos más complejos (objetos y situaciones) naturales y aprendidas. Genera emociones sociales, por lo que un daño en esta zona afecta a la conducta social; las cortezas frontales derechas tienen más relación con emociones negativas que las izquierdas.

- c) El hipotálamo es uno de los centros de ejecución encargados de generar las acciones desencadenadas por la emoción. El hipotálamo es responsable de muchas respuestas químicas que alteran el funcionamiento visceral y del propio sistema nervioso central.
- d) El bulbo raquídeo y el cerebro anterior basal (Damasio, 2014).

2.4. ¿CÓMO SE MANIFIESTA UNA EMOCIÓN?

En esta sección presentamos las cuestiones gnoseológicas de la emoción. Las representaciones y manifestaciones de una experiencia emocional, la influencia de la cultura en dichas representaciones, interpretación de dichas manifestaciones por quien las experimenta y por observadores externos, codificación y decodificación de las expresiones faciales.

2.4.1. Desde la Psicología

Lang (1985) afirma que, tradicionalmente, se reconoce que los patrones de conducta son distintos en las diversas emociones. Sin embargo, aunque se reconozca que existe un amplio abanico de acciones y cambios fisiológicos, estas estructuras de información que determinan respuestas distintas también tienen proposiciones comunes en las tres dimensiones: viscerales, de estímulo y de significado. Estas informaciones comunes aunque se basen en diferentes contextos pueden manifestarse como amplias clases comunes de afectos como miedo, ira o cualquier otra.

Plantea tres sistemas distintos de expresión afectiva: informes verbales de sentimientos, actuaciones públicas y fisiología expresiva. Dichos sistemas parecen funcionar de manera independiente y sus interrelaciones no han sido abordadas íntegramente. Afirma que existe una incoherencia entre las acciones observables y los informes subjetivos de la persona. Podría deberse al problema de las analogías lingüísticas que utilizan el mismo nombre para dos situaciones que pueden ser completamente distintas, solo por el hecho de tener en común alguno de los componentes del fenómeno emocional. Esta situación se agrava debido a la simplificación de una emoción a las respuestas conductuales observables sin tener en cuenta las demás dimensiones: estímulo y significado.

Al respecto, Kagan (1985) identifica como un problema el fracaso en el tratamiento de los reportes subjetivos de la persona sobre sus experiencias emocionales porque, generalmente, son cualitativamente diferentes de los constructos y descripciones del observador debido, entre otros, a que el observador utiliza términos que deberían ser capaces de capturar las cualidades esenciales del estado. El autor plantea sus dudas sobre la capacidad de dichos términos de combinar la experiencia construida, reconociendo que otros investigadores aseguran que dichas descripciones pueden reflejar los estados vivenciales privados de la persona. Por ello, las descripciones orales de los participantes no pueden ser muy fiables aunque les reconoce más fiabilidad que a los cambios fisiológicos observables. Concluye, finalmente, que en cualquier caso una interpretación por parte del observador es imprescindible.

Según Zajonc y Markus (1985), en todas las teorías de las emociones la representación del afecto es muy abstracta y se infiere por observar la conducta y sus condiciones previas. Los autores defienden que el sistema motor en la emoción tiene funciones representacionales y mnésicas importantes.

Las representaciones, generalmente, han sido consideradas y conceptualizadas como “proposiciones”, “imágenes”, “categorías”, “estructuras cognitivas”. Los autores afirman que una respuesta motora también debe ser considerada como una representación debido a las siguientes características: tiene un referente fijo; es simbólico porque puede sustituir a su referente; puede ser combinado e interactuar con otras representaciones y puede convertirse en parte de un gran conocimiento o habilidad. También puede ser retenido, perdido, suprimido o recuperado.

Los autores determinan dos tipos distintos de representaciones de las emociones:

- 1) Representaciones fuertes constituidas por las respuestas motoras. Tienen su base en los dos primeros componentes de la emoción: el despertar de la actividad autonómica y visceral y la expresión de la emoción.
- 2) Representaciones débiles, las más abstractas. Por ejemplo, formas de representación verbales, proposicionales, análogas o icónicas. Tienen su base en el tercer componente: la experiencia de la emoción y requiere la mediación de la cognición.

Una vía más simple que las mediadas por los estados subjetivos para plantear las representaciones afectivas, de acuerdo a estos autores, es la que está generada por el feedback kinestésico y propioceptivo. El movimiento motor puede servir como representación de un afecto en sí mismo. No hace falta el feedback kinestésico y tampoco la transformación de ese feedback en cognición. Afirmación que puede entenderse completamente si tenemos en cuenta las ideas de Zajonc (1980) sobre la relación entre emoción y cognición: la expresión afectiva precede más que seguir a la evaluación cognitiva. Es decir, no hace falta más que una representación de algún suceso dentro del organismo que simbolice un referente particular que puede ser un estímulo externo (concreto, verbal o abstracto) o un estímulo interno (una experiencia propioceptiva o un feedback kinestésico).

Izard (1985) se muestra de acuerdo con Ekman sobre la universalidad de las representaciones motoras y faciales asociadas a una emoción, a las que se considera innatas; al menos en un conjunto de emociones. La universalidad de las representaciones motoras tiene otra evidencia en la existencia de términos semánticos equivalentes en diferentes culturas.

Cada emoción tiene características particulares subyacentes fruto de los procesos neuroquímicos que la diferencia de otras emociones. Esto se evidencia a partir de las representaciones mentales y motoras de cada emoción. Estas representaciones motoras y faciales se presentan, sobre todo, en niños pequeños lo que permite concluir que las expresiones emocionales involuntarias o espontáneas están ligadas a los componentes neurofisiológicos de la emoción.

A partir y a través de la socialización y de la autorregulación estas representaciones varían, modificándose al mismo tiempo los potenciales musculares suficientes para producir el feedback que participa en la activación del sentimiento emocional.

También ha verificado la influencia de las expresiones de una madre sobre su bebé. Estos hallazgos permiten considerar la posibilidad de que el aprendizaje social y cultural es tan influyente como el factor biológico de distintas maneras. Al mismo tiempo que la cultura influye en expresiones involuntarias, también moldea el desarrollo de expresiones voluntarias como la sonrisa social que puede no tener relación o incluso tener una relación inversa con el estado emocional que se experimenta.

Ekman (1977, 1993, 1999a, 1999b, Ekman y Oster, 1979) investigó durante décadas las expresiones faciales de las emociones, de manera que sus estudios no se limitaron a dichas representaciones, sino que se extendieron a las emociones en sí mismas.

Entre sus principales hallazgos están las numerosas evidencias sobre la universalidad de las expresiones faciales y el desarrollo de un método para medir los movimientos de la cara. Encontró también que mostrar una expresión facial correspondiente a una emoción específica de manera voluntaria sin experimentar dicha emoción puede desencadenar las respuestas fisiológicas propias de la emoción aunque no se trate de la manera natural de generar una emoción, teniendo en cuenta que esta siempre está relacionada con algún suceso, objeto, o persona real, imaginaria o recordada.

Any close observer of emotional expression must develop an account that allows for both commonalities in the events that call forth an emotion and the enormous individual differences in which events call forth different emotions. Not every event calls forth an emotion, nor does an event call forth the same emotion across individuals, and yet there are some common features. [Cualquier observador próximo a la expresión emocional debe desarrollar un discurso que tenga en cuenta tanto los puntos en común en los eventos que provocan una emoción como las enormes diferencias individuales en las que los eventos provocan emociones diferentes. No todos los eventos suscitan una emoción, ni un evento produce la misma emoción en todos los individuos, y sin embargo hay algunas características comunes] (Ekman, 1993, p.385).

Asumir que las expresiones faciales son señales universales de la emoción, implica aceptar que dichas expresiones deben estar relacionadas con la experiencia subjetiva de la emoción.

I believe it is reasonable to propose that the universal in facial expressions of emotion is the connection between particular facial configurations and specific emotions. [...] Nor does it mean that emotions will always occur when a facial expression is shown, for we are capable of fabricating an expression (but note that there is evidence to suggest that the fabrication differs from the spontaneous expression when emotion is occurring). [Creo que es razonable proponer que la universalidad de las expresiones faciales de la emoción es la conexión entre las configuraciones faciales particulares y las emociones específicas. [...] No significa que las emociones ocurrirán siempre que se muestre una expresión facial, porque somos capaces de generar una expresión

(teniendo en cuenta que hay evidencias que sugieren que la generación difiere de la expresión espontánea cuando la emoción está ocurriendo)] (Ekman, 1999b, p. 314).

La afirmación de la universalidad de las expresiones faciales de las emociones no especifica qué aspecto de la emoción está conectado con la expresión. Puede tratarse del mensaje que otra persona percibe mientras observa un rostro, los sentimientos que la persona está experimentando realmente, los cambios fisiológicos que se llevan a cabo en ese momento concreto, los planes y recuerdos que la persona narra o el contexto social particular en el que se genera la expresión.

Algunas diferencias en el comportamiento facial entre distintas personas son el resultado de las diferentes idiosincrasias involucradas en el aprendizaje de las normas de expresión. Dichas normas tienen un carácter social y se aprenden desde la infancia y se utilizan cotidianamente. Las principales técnicas de gestión de las expresiones faciales son: intensificar; disminuir la intensidad; neutralizar la expresión de una experiencia emocional o enmascararla con la configuración facial de otra emoción.

The evidence is now remarkably broad in scope, consistent in findings, and conclusive in showing that there are at least some emotions for which the facial expression is universal. [...] there are also cultural differences in regard to when these universal facial expressions are shown. [La evidencia es notablemente amplia en su ámbito, consistente en los hallazgos y concluyente en mostrar que hay al menos algunas emociones para las cuales la expresión facial es universal. [...] también hay diferencias culturales con respecto a cuándo se muestran estas expresiones faciales universales] (Ekman, 1977, p. 100).

Sin embargo, uno de los principales problemas a los que se enfrentan los investigadores sobre las expresiones faciales es la exactitud de las mismas: “How are we to determine if the information provided by a person’s facial expression is accurate?” [¿Cómo debemos determinar si la información proporcionada por la expresión facial de una persona es exacta?] (Ekman y Oster, 1979, p. 541). Si asumimos la expresión únicamente como el mensaje que una persona recibe de otra al observarla, el observador empleará frecuentemente una palabra o dos para describir la expresión, por ejemplo, molesto. En este caso, se trata solo de una abstracción abreviada que representa todos los cambios que se producen durante una experiencia emocional. También es posible que la información que se obtiene de una expresión facial se refiera al contexto; es decir, en lugar de resumir con “está molesto”, el observador piensa “algo le ha molestado, está a punto de reaccionar”.

Las expresiones faciales deben tenerse en cuenta para el estudio de las emociones, teniendo en cuenta su fiabilidad.

The need to measure the face (and voice) is obvious in infancy when speech is not available. However, in the older child and adult is equally important not to rely only on the more easily obtained questionnaires, on accounts of emotion given when an emotion is not felt, or even on what people say during an emotional episode. This is not to diminish the importance of these sources of information but even what people say when they are in the midst of an emotion

may not always reveal what they are actually feeling or thinking, not even what they are aware of feeling or thinking. [La necesidad de medir la cara (y la voz) es obvia en la infancia cuando el habla no está disponible. Sin embargo, en el niño mayor y el adulto es igualmente importante no depender solo de los cuestionarios más fácilmente obtenidos, de los relatos de emociones proporcionados cuando una emoción no se experimenta, o incluso de lo que la gente dice durante un episodio emocional. Esto no es para restarle importancia a estas fuentes de información, pero ni aún lo que la gente dice cuando está en medio de una emoción puede revelar lo que realmente siente o piensa, ni siquiera lo que es consciente de sentir o pensar] (Ekman, 1993, p.386).

Es posible estudiar directamente la información proporcionada por la expresión facial, a través de los juicios de los observadores (sobre la emoción experimentada, las condiciones generadoras, el contexto, entre otros), o por la medición directa de la actividad facial utilizando, por ejemplo, alguna de las técnicas desarrolladas por Ekman y sus colaboradores. Sin embargo, la observación directa ha demostrado ser más fiable que la medición directa, teniendo en cuenta que el observador identifica matices que, probablemente, no se consideran dentro de las unidades de medida de la técnica elegida y requieren mucho menos tiempo (Ekman y Oster, 1979).

Destacamos las siguientes conclusiones de sus investigaciones:

- a) Despertar nuevamente el interés de los investigadores en las emociones.
- b) Considerar a la emoción como un fenómeno psicobiológico influido tanto por la herencia evolutiva como por las circunstancias actuales.
- c) Plantear un nuevo foco de interés para la investigación: la existencia de cambios corporales/fisiológicos específicos de cada emoción.
- d) Es posible distinguir con exactitud expresiones faciales de emociones placenteras de las que no lo son. El observador puede diferenciar entre estos dos grandes grupos de estados a través de la expresión facial.
- e) Sin embargo, las expresiones faciales pueden disfrazarse para engañar al observador sobre la emoción experimentada y también existen pruebas que sugieren que las expresiones falsas pueden distinguirse de las expresiones genuinas por la ausencia de ciertas acciones musculares faciales. Dichas evidencias se encontraron sobre todo en la expresión facial de la alegría. El autor afirma que la ira, el miedo y la tristeza también tienen expresiones faciales que contienen una o más acciones musculares que no es posible efectuar deliberadamente.

Although false expressions are intended to mislead another person into thinking an emotion is felt when it is not, *referential* expressions are not intended to deceive. Referential expressions are intended to communicate that the emotion referred to is *not* being felt at the moment of expression. [Aunque las expresiones falsas intentan engañar a otra persona para que piense que una emoción se siente cuando no lo es, las expresiones no pretenden engañar. Las expresiones referenciales pretenden comunicar que la emoción a la que se refiere no se siente en el momento de la expresión] (Ekman, 1993, p.390).

Las expresiones de burla son un tipo particular de expresión referencial donde el estado que la persona siente es la opuesta de la que muestra.

- f) Existen diferencias individuales en la capacidad de expresar emociones (habilidad para codificar) y en la habilidad para juzgar expresiones faciales (habilidad para decodificar).
- g) Asume la coherencia entre contar con la naturaleza evolutiva de la universalidad de las expresiones faciales y que las emociones puedan aparecer mucho más temprano en la infancia de lo que se pensaba.
- h) Considerar a las emociones como estados discretos en lugar de mantener la clásica categorización dual entre emociones positivas y emociones negativas. El autor plantea que ira, miedo, asco son estados discretos separados.
- i) Las expresiones faciales cuya universalidad se ha encontrado son muy pocas: ira, miedo, asco, tristeza y alegría. Sin embargo, los teóricos de las emociones han identificado muchas más emociones, creándose de este modo una discrepancia que el autor identifica como un reto para posibles futuras investigaciones. Plantea como alternativa que plantea, es la consideración de familias de emociones en lugar de considerar la expresión en función de cuántas emociones se consideren.
- j) Considera a las emociones como familias, teniendo en cuenta que en sus investigaciones no encontró expresiones faciales únicas asociadas a una emoción, sino variedad de expresiones relacionadas, pero visualmente distintas. Dichas expresiones comparten ciertas propiedades de configuración fundamentales que permiten distinguirlas de las expresiones de otras familias de emociones. Esta propuesta permite también considerar que cada emoción pertenece a una familia específica o a estados afectivos relacionados, que comparten similitudes en sus expresiones, actividad fisiológica y en los tipos de evaluación. Por ejemplo, la familia de la ira puede incluir variaciones en la intensidad que varía desde la molestia (annoyance) hasta la ira (rage). También es posible considerar en esta familia distintas formas de furia como el resentimiento, la indignación o la venganza.

Es preciso tener en cuenta las diferencias idiomáticas referentes a las palabras existentes en un idioma determinado para nominar a una emoción específica; de modo que es posible que un idioma incluya más palabras para miembros de una misma familia de emociones. Sin embargo, no significa que las personas que utilicen un determinado idioma no experimenten ciertas emociones, aunque su idioma no les atribuya ninguna palabra específica. Las familias de emociones básicas que identifica presentan expresiones faciales y vocales únicas. “If the association between facial expressions and emotions is in some part given, then it is logical to expect that facial expressions should be related to changes in the physiology of emotion.” [Si la asociación entre las expresiones faciales y las emociones se dan de algún modo, entonces es lógico esperar que las expresiones faciales se relacionen con los cambios en la fisiología de la emoción] (Ekman, 1999b, p.313).

- k) Es posible que una persona no muestre ningún cambio en la actividad facial visible aunque reporten sentimientos emocionales y manifiesten cambios en la actividad del sistema nervioso autónomo.
- l) Es probable que existan grandes diferencias individuales en varios aspectos de la sincronización de la expresión facial.
- m) Es posible argumentar, tanto para las emociones positivas como para las negativas, que no son emociones separadas compartiendo una expresión facial singular. En cambio deben considerarse como miembros distintos de la misma familia de emociones.
- n) También existe la posibilidad de que existan emociones que no tienen señales; ni momentánea ni duradera, ni facial, vocal o corporal; ni señal compartida ni señal distintiva. Este tipo de emociones no brindan ninguna información al observador sobre ningún aspecto de la experiencia emocional de la persona.

Como alternativa a la falta de consenso en el estudio de la emoción, Ekman (1993) plantea tener en cuenta las diferencias entre emoción y estado de ánimo (por ejemplo, la ira de la irritabilidad), emoción y rasgos emocionales (por ejemplo, la ira de las manifestaciones de un carácter hostil) o emoción de trastornos afectivos (por ejemplo, la tristeza de la depresión).

2.4.2. Desde la Biología y la Neurociencia

Buck (1999) afirma que existen importantes estados emocionales de base biológica que no están asociados con manifestaciones faciales específicas compartidas por culturas distintas, incluyendo los afectos de carácter social relacionados con la familia involucrados en el comportamiento de los padres, el juego y los lazos afectivos, y las emociones reptilianas que involucran el sexo y el poder. Considera también el afecto experimentado subjetivamente, al que no debe considerarse un epifenómeno, sino que es preciso asumirlo como un fenómeno independiente que implica un sistema perceptual interno (interoceptivo) que sirve a sus propias funciones vitales basados en sistemas neuroquímicos centrales.

“Motivational/emotional systems exist as neurochemical systems that are preattuned to respond to the nuances of expressive behavior -the tone of voice, the momentary facial expression, the flash of an eye- and to alter behavioral tendencies accordingly.” [Los sistemas motivacionales/emocionales existen como sistemas neuroquímicos presintonizados para responder a los matices del comportamiento expresivo -el tono de voz, la expresión facial momentánea, el destello de un ojo- y como consecuencia alterar las tendencias conductuales] (Buck, 1993, p. 230).

En el caso concreto del miedo, por ejemplo, y desde las conclusiones obtenidas por LeDoux (1999), ante una situación detectada como peligrosa por el cerebro, este desencadena una serie de reacciones corporales en distintos órganos de manera que dicho peligro pueda esquivarse de la manera más efectiva posible: insensibilidad frente al dolor, contracción del estómago, aceleración de los latidos del corazón, etc.

Estas reacciones corporales han sido estudiadas en diversas especies animales incluido el hombre y se ha descubierto que las redes cerebrales que las controlan son las mismas en todos los casos así como la química corporal asociada.

De acuerdo con Damasio (2011), una emoción es producto de la percepción y evaluación de una determinada situación y la reacción primaria es visceral (cambios corporales). Por otro lado, investigaciones de tipo electro fisiológicas demuestran que las pautas cerebrales son distintas cuando se simula una expresión de cuando se genera a partir de una emoción real.

2.5. ¿PARA QUÉ SIRVEN LAS EMOCIONES?

En este apartado, centramos la atención en las cuestiones teleológicas de las emociones: su razón de ser, importancia y necesidad. Las razones principales identificadas son (a) evolutivas y vinculadas a la supervivencia y (b) sociales y culturales. También profundizamos en la influencia cultural sobre la nomenclatura y la representación emocional.

2.5.1. Razones evolutivas y vinculadas a la supervivencia

2.5.1.1. Argumentos desde la Filosofía

Descartes (2005) relaciona directamente a las emociones con la supervivencia y el bienestar dotándolas de la capacidad de actuar en consecuencia:

En fin, todos los primeros deseos que el alma puede haber tenido cuando estaba recién unida al cuerpo han sido recibir las cosas que le eran convenientes y rechazar las que le eran nocivas; [...] cuando el alma desea algo, todo el cuerpo deviene más ágil y más dispuesto a moverse que de costumbre [...] (p. 20).

Spinoza, (1980) denomina conatus al esfuerzo de una criatura por preservarse a sí misma y en el caso del ser humano, vincula la felicidad con en este esfuerzo. “El esfuerzo con que cada cosa intenta perseverar en su ser no es nada distinto de la esencia actual de la cosa misma” (p. 131). El conatus, además, continúa formando el mismo individuo y respeta el mismo diseño estructural.

Nussbaum (2008), por su parte, presenta una perspectiva del desarrollo de la emoción de carácter filosófico partiendo del reconocimiento de “[...] las emociones de un ser humano adulto no pueden entenderse si no se comprende la historia de su primera infancia y su niñez” (p.209).

Plantea así los siguientes aspectos del desarrollo de las emociones en las distintas etapas de una vida humana:

1. Al principio el bebé establece relaciones de apego con su(s) cuidador(es) quienes se esfuerzan por satisfacer las necesidades básicas que él por sí solo no puede. Al parecer el bebé no establece esta relación basándose en la importancia de dichas acciones sobre su propia supervivencia. Se trata de calmar el dolor producido por el hambre o la sed (apetitos), el frío, entre otros. los cuidadores aparecen y desaparecen

dotando de incertidumbre y certeza de cambios al pequeño (lo que luego se traduce en alegría, tristeza o miedo).

2. El bebé debe completar el proceso de asumirse como algo independiente del mundo y que este escapa a su control. En estos primeros meses de vida se puede experimentar miedo, angustia, alegría, ilusión o esperanza; así como también formas rudimentarias de amor y gratitud. En estas primeras etapas de la vida las emociones se muestran como evaluaciones cognitivas embrionarias que surgen en el desarrollo de la consciencia de la incertidumbre de lo bueno y de la propia falta de omnipotencia.
3. Durante los primeros dos años de vida; sobre la época en que el niño aprende a ir al baño solo, dichos cambios están muy relacionados con la vergüenza y el asco. El asco tiene un complejo contenido cognitivo, está relacionado con ideas más que con la naturaleza u origen real del objeto.
4. A través del desarrollo de la culpa y la toma de consciencia sobre la ambivalencia de las emociones, el niño empieza a desarrollar su moralidad. Reconoce que su humanidad tiene un componente de maldad que puede ocasionar daño incluso al objeto de su amor. Esto produce culpa que, a su vez, desemboca en reparación. De este modo la culpa puede ser generadora de acciones buenas, positivas y cargadas de amor. La vergüenza que se experimenta al asumir consciencia del daño producido, puede ser más bien devastador porque no considera la reparación y no limita el malestar a una situación o acción concreta sino al ser en su conjunto y puede desencadenar ira y acciones violentas en el futuro.
5. El amor adulto empieza en la “interdependencia madura” en contra de la “interdependencia infantil”. El niño abandona su omnipotencia, reconoce a los demás como seres independientes con sus propias necesidades. Sin embargo, siente a la vez necesidad de esa persona así como necesidad de autonomía. El sentido moral adulto será sano o no en función del proceso que haya seguido desde la infancia.

2.5.1.2. Argumentos desde la Psicología

Lazarus (1982) asegura que ningún ser viviente es capaz de sobrevivir a menos que pueda distinguir lo dañino de lo que no lo es. Por lo tanto, incluso los animales más simples deben tener alguna especie de pequeñas representaciones simbólicas para la valoración. En las criaturas más primitivas parece ser que se trata de una especie de procesos integrados inflexibles mientras que en las criaturas superiores hay más variedad y dependencia del aprendizaje y procesos simbólicos. Por lo tanto, considera razonable asumir que la valoración cognitiva siempre está involucrada en una emoción por más primitiva que sea la criatura.

Estas diferencias son útiles para entender el desarrollo emocional en los niños, teniendo en cuenta que la capacidad de efectuar procesos simbólicos depende del desarrollo de una comprensión del contexto social y su significado. Algunas emociones requieren bases simbólicas más complejas (por ejemplo, la indignación y la culpa) por lo que emergen a medida que el niño adquiere modos simbólicos de pensamiento y

conocimiento. Del mismo modo, las circunstancias sociales amplían su capacidad para la riqueza emocional. Antes de contar con estos prerrequisitos cognitivos, las emociones de los niños pequeños son similares a los de los mamíferos más primitivos (miedo, ira) aunque al madurar incluso esas emociones requieren procesos simbólicos más complejos.

Kagan (1985), por su parte, afirma que las reacciones del sistema nervioso central frente a determinados estímulos no son las mismas durante todas las etapas de la vida, estos cambios están relacionados con las modificaciones que experimenta el cerebro en su estructura y sus funciones sobre todo durante los primeros años de vida. Por lo tanto, las emociones de niños y adultos no son idénticas, incluso podrían ser más diferentes de lo que se creía si se asume que la base de ellas son los patrones cerebrales de descarga frente a estímulos externos.

Las expresiones emocionales, según Izard (1985), son importantes para conectar con los demás así como para interactuar con el mundo. La emoción consciente es un tipo de conocimiento que dota de motivación y medios para la interacción social.

En este sentido, considera como funciones sociales primarias de una emoción las siguientes:

- a) Mostrar algo de los sentimientos e intenciones del que lo expresa.
- b) Proporcionar una base para ciertas deducciones sobre el medio ambiente.
- c) Fomentar las interacciones sociales que pueden facilitar el desarrollo de relaciones interpersonales.

La definición de emoción de Izard (1985) incluye un justificado proceso de desarrollo en los dominios biológico, social, experiencial y motivacional. Sin embargo, las emociones tienen algunas dificultades asociadas que no suelen tenerse en cuenta:

1. Muchas emociones son muy funcionales desde el nacimiento, sobre todo sus expresiones faciales y corporales. Teóricamente dichas expresiones activan los componentes de las emociones básicas.
2. El sentimiento de la emoción deriva de la sensación de ciertos procesos neuroquímicos sin necesidad de la intervención cognitiva. Es fundamental para la adaptación a partir de provocar rechazo o acercamiento a estímulos externos.
3. Existe una superposición de mecanismos neurales que favorecen simultáneamente al sentido del gusto y las emociones por lo que es posible establecer analogías entre ambas. Sostiene que los sentimientos de las emociones básicas son iguales a las experiencias gustativas básicas y ambas tienen origen en estructuras filogenéticas y subcorticales. Otra similitud es que ambos procesos pueden modificarse a través de la cultura. En el caso del gusto, este definirá ciertos comportamientos guiados por las preferencias y a través de la relación con la cognición influirá en decisiones relativas a la salud y la supervivencia. Las emociones tienen un desarrollo similar a lo largo de la vida humana.

Izard (1985) también tiene en cuenta los factores evolutivos de los afectos en general planteando incluso comparaciones entre bebés y nuestros ancestros animales. Cada una de las emociones que aparece en el transcurso del desarrollo humano incorpora una calidad distinta de motivación y nuevas alternativas de conducta que incrementan las habilidades de adaptación. Por ejemplo, el interés motiva búsquedas cognitivas y motoras así como conductas exploratorias; la ira moviliza la energía para la acción física y la adecuada confianza en el poder de atención selectiva por lo que los contenidos de percepción y cognición se ven influenciados. Las nuevas estructuras afectivo-cognitivas, resultado de la interacción de fenómenos biológicos y socioculturales provenientes del aprendizaje y la experiencia, se transforman en estructuras mentales cada vez más predominantes a medida que el individuo crece y madura.

Una función de la información sensorial transformada directamente en sentimiento, que es considerado como la representación afectiva o mental de la emoción. Contrasta con la situación en la que la información sensorial se transforma en contenidos cognitivos que existen en distintos niveles de conocimiento. Este nivel varía según la intensidad de los sentimientos: baja intensidad, los sentimientos operan en términos centrados en procesos perceptivo-cognitivos y a alta intensidad los sentimientos invaden la consciencia dominándola y bloqueando información irrelevante para la emoción y las conductas de afrontamiento relacionado.

También considera la existencia de un reloj biológico que determina el momento de la aparición de las emociones en función del desarrollo de los sistemas neurales subyacentes, en casos y situaciones normales. El desarrollo emocional a nivel neurofisiológico produce la inhibición y la autorregulación esenciales para la adaptación a las complejas demandas sociales y medioambientales. Por lo tanto el desarrollo emocional puede asumirse como el desarrollo de procesos integrados y mecanismos que organizan adaptativamente emoción, cognición y acción. Un ejemplo claro es el paso de la expresión de un niño de pocos meses que aún no tiene lenguaje con un niño que ha culminado su adquisición del lenguaje.

La relación directa entre la evolución del cerebro humano y las emociones también es considerada por Goleman (1998). Afirma que el cerebro de nuestros ancestros desarrolló herramientas y mecanismos que permitían al organismo responder adecuadamente a cada situación a la que se enfrentaba. Es así que se definieron una serie de emociones tales como miedo, rechazo, satisfacción, ira, sorpresa, etc. Cada una de ellas tiene un componente de acción íntimamente ligada a cada una de ellas. Fue, precisamente, el cerebro emocional el primero en formarse. A partir de él el cerebro fue creciendo e incorporando nuevos sectores que se encargaban de asumir tareas cada vez más complejas. “El hecho de que el cerebro pensante surgiera del emocional es muy revelador con respecto a la relación que existe entre pensamiento y sentimiento; el cerebro emocional existió mucho tiempo antes que el racional” (p. 29).

Sin embargo, a pesar del proceso evolutivo, nuestro cerebro no ha conseguido controlar completamente nuestra mente emocional de manera que el ser humano moderno

continúa siendo víctima de sus reacciones emocionales debido a que estas se generan a mayor velocidad que un pensamiento que podría desencadenar una decisión plenamente consciente. Ante un estímulo determinado nuestro cerebro genera una reacción instantánea de la que, a veces, solemos arrepentirnos.

Lazarus (2000), más recientemente plantea que “Las emociones, y la capacidad de pensar inteligentemente, evolucionaron porque facilitan la supervivencia y nos ayudan a progresar” (p. 232). Este objetivo se cumple a partir de las siguientes acciones:

1. Las emociones producen respuestas y cambios corporales que nos permiten actuar de manera adecuada ante un estímulo y su significado
2. Al experimentar una emoción nuestra atención y memoria se centran en el estímulo que la provoca para efectuar una evaluación adecuada que nos permita actuar adecuadamente.
3. Parte de las reacciones corporales asociadas a las emociones son las que determinan el lenguaje corporal que permite comunicar a otros nuestros estados mentales facilitando de este modo nuestras interacciones sociales.

Considera no solo el valor de las emociones para la supervivencia sino también la importancia de su interrelación con los procesos cognitivos para la adaptación. La evolución determinó la estructura actual del cerebro humano en el que las regiones más modernas relacionadas con la razón así como las más primitivas tienen a su cargo el gobierno de las emociones teniendo en cuenta que estas precisan de una mente capaz de discriminar lo beneficioso o perjudicial para el organismo (Lazarus, 2000).

2.5.1.3. Argumentos desde la Biología y la Neurociencia

LeDoux (1999) reconoce que todos los seres vivos del planeta comparten las mismas necesidades: alimentación, conseguir refugio y procrear. Teniendo en cuenta esa igualdad, los mecanismos neurológicos que posibilitan la satisfacción de estas necesidades son muy parecidos, aunque los cerebros sean distintos. Es decir, para conocer cómo funcionan esos mecanismos en nuestros cerebros ayudará conocer en qué se parecen y en qué se diferencian con respecto a otras especies. Plantea que la base de las emociones son mecanismos neuronales que tienen como objetivo garantizar la supervivencia a través del control de las interacciones con el medio.

También asegura que la evolución del cerebro se ha dado en módulos independientes con funciones específicas que pueden o no estar relacionadas con las funciones de otros módulos. Se muestra de acuerdo con Darwin y sus afirmaciones sobre la capacidad de los animales no humanos de generar emociones así como el carácter universal e innato de dichos procesos. Darwin consideraba que la comunicación de las emociones entre individuos era muy importante, por ello la expresión de las emociones tiene una función crucial para nuestro bienestar. Dichas expresiones representan el primer medio de comunicación entre una madre y sus hijos y a lo largo de la vida nos permiten interpretar las intenciones de las emociones ajenas, que, a su vez, desencadena cambios en nuestras propias emociones permitiéndonos establecer relaciones y fortalecerlas.

Plantea que durante todo el proceso de la evolución, el cerebro humano no solo aumentó su tamaño sino que sus funciones se diversificaron. Sin embargo, considera el carácter conservador de la evolución; es decir, mantiene aquellos mecanismos que han sido útiles conservando su estructura y funciones básicas e identifica a las emociones como uno de los procesos que se mantienen. En el caso concreto de sus investigaciones plantea la siguiente diferencia:

- a) La emoción miedo y sus respuestas corporales se generan a partir de mecanismos cerebrales más antiguos. Es responsable de las conductas defensivas y se produce sin intervención de la consciencia, lo que el autor denomina *inconsciente emocional*.
- b) Sentimiento de miedo, permite asumir consciencia de que se siente miedo. Se procesa en el neocórtex, la región más moderna del cerebro humano responsable de la generación de la consciencia y el razonamiento, entre otros.

[...] la consciencia es algo que pasó después de que la corteza se desarrollara en los mamíferos. Para que haya consciencia, es preciso tener la capacidad de relacionar varias cosas al mismo tiempo (por ejemplo, la apariencia de un estímulo, los recuerdos de experiencias pasadas en el que ese estímulo o estímulos relacionados estuvieran presentes y una noción del yo como agente experimentador (LeDoux, 1999, p. 339).

Por su parte, Maturana (2001) comparte la idea de que las emociones derivan siempre en acciones. De acuerdo a su teoría, fueron las emociones y más precisamente el amor como emoción, el que hizo posible nuestra vida como humanidad porque facilita y permite las interacciones con los demás. Dichas interacciones permitieron, a su vez, a nuestros antepasados desarrollar el lenguaje, característica que según el autor es el origen de nuestra humanización. De este modo, afirma que el amor es el fundamento de lo social y los seres humanos somos seres sociales por naturaleza.

Damasio (2011), a su vez, considera que la función primordial del cerebro es estar bien informado sobre lo que ocurre en el cuerpo; lo que ocurre en el propio cerebro y lo que ocurre en el ambiente que rodea al organismo.

En base a resultados de diversas investigaciones, concluye que el cerebro no es el mismo durante todo el período durante el cual el organismo tiene vida. Surgen nuevas conexiones, otras se fortalecen, otras se debilitan y otras desaparecen. Sin embargo, hay circuitos que no cambian. Es imprescindible que esta estabilidad exista, de otro modo no seríamos nosotros mismos a lo largo de nuestra vida, no tendríamos una historia personal coherente y con sentido.

Nuestro organismo para poder sobrevivir necesita básicamente del oxígeno y de los nutrientes, los mismos que se consiguen a través de la respiración y la alimentación; procesos que están regulados por el cerebro a través de reflejos, impulsos e instintos. Otros impulsos directamente relacionados con la supervivencia son, por ejemplo, el de lucha o huida; el comportamiento sexual y cuidado de la prole (relacionados con el impulso de continuidad de los genes del individuo); búsqueda de luz u oscuridad, frío o calor entre otros.

Estos impulsos se activan con un comportamiento determinado o a través de la inducción de estados fisiológicos que llevan al organismo a comportarse de maneras específicas. Por otro lado, los instintos son los mecanismos reguladores ligeramente más complejos que los básicos (hormonas, iones de potasio o glóbulos rojos). Suponen comportamientos patentes y nos permiten conocer su existencia cuando nos impulsan a actuar o no. Estos mecanismos reguladores tienen por objeto preservar la supervivencia del organismo y pueden ser:

- Cambios corporales con significado específico (por ejemplo hambre).
- Emoción reconocible (por ejemplo, miedo).
- Combinación de las anteriores.

Las fuentes de origen de los estímulos de dichos mecanismos pueden ser:

- Interior “visceral” (por ejemplo, el hambre).
- Exterior (por ejemplo, una amenaza).
- Interior “mental” (por ejemplo, tener consciencia de la proximidad de una catástrofe).

Los mecanismos así descritos son conocidos como “mecanismos preorganizados”. Mediante ellos el cuerpo busca proteger y asegurar su supervivencia. Los circuitos que lo hacen posible y que permiten que funcionen de manera eficaz tienen origen genético, se llevan a cabo básicamente en el cuerpo para proteger el propio cuerpo. Y a su vez las respuestas también son generadas por el cuerpo buscando asegurar y mantener su supervivencia.

Debido a que, como especie, nos desenvolvemos en contextos sociales complejos y cambiantes los impulsos e instintos no son suficientes para asegurar nuestra supervivencia. Debemos desarrollar capacidades que nos permitan actuar de modo socialmente aceptable de manera que no solo nuestra supervivencia quede asegurada sino también la de nuestra especie y sobre todo la de nuestro grupo cultural y social más cercano. Es por eso que aunque nacemos con una carga genética que se encarga de regular los mecanismos que nos permitan sobrevivir, debemos adquirir patrones de conducta que nos permitan desenvolvernos como seres sociales dentro de unos límites y normas que se deben respetar. Estas capacidades se adquieren a través de la educación y la socialización. Lejos de ser un planteamiento que pretende simplificar la enorme complejidad del comportamiento humano a respuestas neurobiológicas se trata de comprender una parte del mismo, que debe ser completada por estudios y conocimiento de las ciencias sociales.

El cerebro tiene básicamente dos regiones, de las cuales una es más moderna que la otra. La zona más antigua se encarga de dirigir funciones innatas y vitales para la supervivencia del organismo. El cerebro más primitivo se encargaba de gestionar adecuadamente la vida social y personal y el último y más reciente se encarga de resolver situaciones más complejas relacionadas con el lenguaje, las matemáticas, el razonamiento artístico, y en general operaciones más abstractas y simbólicas. Sin

embargo, utiliza los mismos medios y recursos que sus componentes más primitivos de manera que actúan interdependientemente. La diferencia es que no todas las señales corporales se realizan a nivel de la consciencia, no en todas se centra la atención aunque siguen el mismo camino neurofisiológico.

En este contexto, Damasio (2011) se plantea la importancia de emociones y sentimientos como responsables de tender el puente entre los procesos racionales y los irracionales y entre las estructuras corticales y las subcorticales.

La evolución dotó del proceso homeostático para asegurar la regulación de los organismos y asegurar así la supervivencia. La complejidad de este proceso se incrementa proporcionalmente a la complejidad de los organismos. Es así que los animales más simples (los unicelulares) cuentan con mecanismos que les permiten evitar o acercarse a un objeto o suceso que resulte peligroso o beneficioso para el organismo, tienen emociones pero no las sienten. Reaccionan de forma refleja, automática, estereotipada. Simplemente utilizan respuestas que ya están preparadas para actuar. “Los sentimientos sostienen otro nivel de regulación homeostática. Los sentimientos son una expresión mental de todos los demás niveles de regulación homeostática” (Damasio, 2014, p. 47).

La emoción permitía responder de forma efectiva aunque no creativa a una serie de circunstancias. Los sentimientos introdujeron una alerta mental para las circunstancias buenas o malas y prolonga el impacto de las emociones al afectar de manera permanente la atención y la memoria. Como resultado de la combinación con recuerdos, imaginación y razonamiento, los sentimientos conducen a la aparición de la capacidad de previsión y la posibilidad de crear respuestas nuevas, no estereotipadas (Damasio, 2014).

La evolución parece haber ensamblado la maquinaria cerebral de la emoción y el sentimiento en entregas parciales. Primero fue la maquinaria para producir reacciones ante un objeto o acontecimiento, dirigidas al objeto o a las circunstancias: la maquinaria de la emoción. En segundo lugar vino la maquinaria para producir un mapa cerebral y después una imagen mental, una idea, para las reacciones y para el estado resultante del organismo: la maquinaria del sentimiento (Damasio, 2014, p. 94).

Teniendo en cuenta que un sentimiento es una representación mental consciente del estado y estructura del organismo, su presencia es fundamental para la supervivencia de seres complejos que viven en entornos complejos. Los sistemas de autorregulación inconscientes y automáticos del cerebro resuelven problemas relacionados con alteraciones químicas o el funcionamiento ineficiente de algún sistema del organismo, pero no tienen la capacidad de resolver aquellos problemas más complejos que requieren de creatividad, razonamiento, juicio y toma de decisiones y que solo es posible por la presentación y manipulación de grandes cantidades de conocimiento.

Por otro lado, Eagleman (2013) también reconoce el papel de la evolución en la configuración de los organismos modernos así como las funciones asociadas a los distintos mecanismos cerebrales en función de las ventajas que representan para la

supervivencia, entre ellos la consciencia. Las metas evolutivas estructuran los pensamientos, motivo por el que existen categorías de pensamientos que un ser humano nunca podrá tener.

2.5.2. Razones sociales y culturales

2.5.2.1. Posiciones en Filosofía

Descartes (2005) no consideraba a las pasiones negativas en sí mismas sino a las acciones desencadenadas por el deseo que acompaña a una pasión. Por lo tanto el enfrentamiento busca regular dicho deseo y ese proceso de autorregulación lo relaciona directamente con la moral. Sin embargo, no todos los deseos son considerados perjudiciales, también existen los deseos positivos y aquellos que surgen a partir de un conocimiento verdadero.

De las pasiones depende todo el mal y todo el bien de esta vida. Por lo demás, el alma puede tener sus placeres aparte; mas los que le son comunes con el cuerpo dependen enteramente de las pasiones: de suerte que los hombres a los que más pueden afectar son capaces de sacarle a esta vida los más dulces jugos. Verdad es que también pueden encontrar en ella la máxima amargura cuando no saben emplearlas bien y la fortuna les es contraria; mas en este punto es donde tiene su principal utilidad la cordura, pues enseña a dominar de tal modo las pasiones y a manejarlas con tal destreza, que los males que causan son muy soportables, y que incluso de todos ellos puede sacarse gozo (Descartes, 2005, p. 37).

Descartes plantea de este modo que el mejor remedio contra las pasiones es la virtud, es decir la capacidad de efectuar juicios y tomar decisiones de manera consciente y utilizando el razonamiento.

Uno de los aportes más importantes y trascendentes de la postura cognitiva evaluadora de Nussbaum (2008) es precisamente la posibilidad de mejorar nuestra capacidad de razonamiento ético y político a partir del tratamiento cognitivo evaluador de las emociones y, por ende, del pensamiento ético y político.

También plantea algunas consecuencias no deseadas de las emociones. El asco tiene un componente evolutivo indiscutible; sin embargo, se desarrolla a través de la educación. Empieza con las lecciones sobre higiene personal y tiene la característica de poder definir patrones de comportamiento culturales relacionados con la animalidad, la mortalidad, el género y la sexualidad. La mayoría de secreciones corporales recuerdan nuestra animalidad y producen vergüenza y asco, emociones que pueden proyectarse en las personas diferentes en un intento de negarlos originándose de este modo sentimientos xenófobos, misóginos y homófobos, entre otros (Nussbaum, 2008; 2010).

Frecuentemente, piedad, simpatía y empatía suelen utilizarse casi como sinónimos de compasión y no se han establecido diferencias claras. En la actualidad *piedad* tiene una carga de superioridad y condescendencia por parte de quien la experimenta. Antigüamente, su concepción se acercaba más a la compasión tal como la plantea la autora.

La *empatía* también puede utilizarse como sinónimo de compasión. “[...] cierta combinación de la reconstrucción imaginativa de la experiencia de una persona con el juicio de que esta se encuentra angustiada y de que su angustia es mala” (Nussbaum, 2008, p. 340). Sin embargo, la autora no considera que deban utilizarse indistintamente debido a que asume a la empatía solo como procesos imaginativos sobre lo que le ocurre a otra persona. Estas imaginaciones pueden generar alegría o dolor en quien las experimenta. Puede darse el caso de alguien que imagina el sufrimiento ajeno y alegrarse por ello o viceversa. A diferencia de la empatía, la compasión implica dolor por el sufrimiento ajeno y un componente que incita a la acción.

La *simpatía* también puede y fue utilizada para describir la compasión. Sin embargo, la autora distingue ambos términos bajo el argumento de que la compasión incluye un sentimiento de dolor más intenso y profundo. Considera que una persona que no sea capaz de reconocer sus emociones más profundas se refiera a la compasión en términos de simpatía. La simpatía y la compasión comparten una diferencia importante con la empatía: en ambos casos el sufrimiento ajeno es malo.

Asume a la compasión como la emoción producto de tres juicios distintos; es decir, de tres elementos cognitivos:

- a) Juicio de la magnitud: seguridad, creencia de que el sufrimiento de otro es grave.
- b) Juicio del inmerecimiento: no se lo provocó él mismo.
- c) Juicio eudaimonista: es importante para mis propios esquemas de objetivos y proyectos. La compasión tal como se describe, define y caracteriza tiene un componente ético importante porque “implica valorar a otra persona como parte del propio círculo de interés” (Nussbaum, 2008, p. 376).

Si se producen estos tres juicios y se genera la emoción, la persona compasiva actuará siempre que tenga posibilidades de hacerlo con la intención de paliar el sufrimiento ajeno. Si no actúa teniendo la posibilidad probablemente no se hayan llevado a cabo los tres juicios.

Las siguientes cuestiones pueden representar obstáculos para la generación de la compasión:

- La categorización de las personas por raza, sexo o creencia, entre otros. Si se realiza es porque no se efectúa el juicio de las posibilidades ni todas las personas son parte de nuestro campo de preocupaciones y tiene como consecuencias, entre otros, no valorar la diversidad, admitir la existencia de jerarquías, temer o rechazar a los diferentes y la sensación de invulnerabilidad de los poderosos.
- Vergüenza de la propia humanidad vulnerable, de las necesidades propias y del poco control que tenemos sobre ellos. La falsa omnipotencia es un resultado de este tipo de vergüenza y está siempre relacionado con la violencia y la agresión.
- Asco. Está muy relacionado con la vergüenza, sentimos asco de cosas que nos recuerdan nuestra animalidad y nuestra mortalidad. Este asco no se limita a

secreciones propias, ajenas o de animales sino que se extiende a grupos raciales, género, preferencias sexuales, etc. Es uno de los orígenes de los prejuicios.

2.5.2.2. *Posiciones en Psicología*

Goleman (1998) presenta las raíces biológicas que permiten tener sentimientos empáticos hacia los demás asumiendo que estamos fisiológicamente diseñados para sentirla. Reconoce, también, la relación entre empatía, preocupación, compasión y altruismo. La compasión y el altruismo son producto de la empatía responsabilizando a su ausencia a los actos violentos contra otros seres humanos o animales. “Y si existen dos posturas morales que nuestra época reclama son precisamente estas: dominio de sí mismo y compasión” (p. 16).

Considera que gran número de los conflictos sociales que el ser humano debe enfrentar continuamente, tienen su origen en la poca capacidad innata de autocontrol emocional. Asegura que el desarrollo de nuestras sociedades y de nuestra tecnología se produce a una velocidad muy distinta del ritmo evolutivo motivo, por el cual debemos enfrentarnos a situaciones cada vez más complejas y llenas de incertidumbre con las mismas herramientas emocionales del pleistoceno.

Es a partir de estas premisas que surge el concepto de “inteligencia emocional” (Salovey, y Mayer, 1990) quedando definida como:

[...] la faceta de la inteligencia social que involucra la habilidad para manejar nuestros propios sentimientos y los sentimientos de otros, discriminando entre ellos y usando esta información como guía de nuestros pensamientos y acciones (p.189).

Dichos autores parten de la aparente contradicción entre ambos términos debido, principalmente, a las definiciones históricas de inteligencia y emoción en los que la emoción pura era considerada como la pérdida del control mental. Incluyen, así mismo, procesos mentales involucrados en la información emocional en las que no solo se reconoce y regula las emociones propias sino también se es capaz de percibir y comprender las emociones de otros, lo que nos posibilita establecer relaciones sociales satisfactorias.

Por su parte, Lazarus (2000) considera un grupo de emociones al que denomina “Emociones Empáticas”. En este grupo ubica a la gratitud, la compasión y aquellas suscitadas por experiencias estéticas. En este apartado nos centraremos en las dos primeras.

- a) Gratitud. Tiene como trama argumental: “apreciar un regalo altruista” (Lazarus, 2000. p. 157). Normalmente es una emoción moderada. Tiene como provocación la ayuda material o apoyo emocional. Cuando alguien regala o da algo a otra persona se produce el inicio de una relación distinta dependiente de las emociones vividas por ambas partes. El donante experimenta empatía, que le permite ponerse en el lugar del otro para ofrecer un regalo de la manera más amable posible. “La emoción de la gratitud depende de la manera en que el donante ofrece el regalo, y de cómo el

receptor lo valora, cosa que nos muestra el significado personal que tanto el donante como el receptor atribuyen al gesto” (Lazarus, 2000. p. 162).

- b) **Compasión.** Considerada como una emoción compleja y exclusiva de los seres humanos. Pueden considerarse como sinónimos la simpatía, la lástima y la empatía. Aunque el autor reconoce matices entre unos y otros.
- **Simpatía:** estar en sintonía con otra persona. A veces se confunde con la compasión.
 - **Lástima:** tiene connotaciones referidas a una actitud más condescendiente o desdenosa. La persona que sufre se siente inferior, responsable o merecedora de su sufrimiento. El que la siente toma mucha distancia del que sufre.
 - **Empatía:** no es una única emoción, es una capacidad exclusiva del ser humano que nos permite experimentar la misma emoción que otra persona sea esta negativa o positiva. Es la base de la compasión y también la base que nos permite comprender a los demás.

La compasión es una emoción unilateral, a diferencia de la empatía en la que conectamos con el estado emocional del otro. La compasión es generada y experimentada sin la participación necesaria del otro, es un estado mental propio y no solo una copia emocional de otro. El significado personal es comprender que otro ser humano está sufriendo y merece ayuda. Tiene como provocación a “la visión de una persona así y la comprensión del problema y sufrimiento de esa persona” (Lazarus, 2000, p. 165). La trama argumental de la compasión es “sentirse conmovido y experimentar aflicción por el sufrimiento de otra persona, y querer ayudar” (Lazarus, 2000, p. 166).

2.5.2.3. Posiciones en Biología y Neurociencia

Buck (1999) asume que el término emoción puede interpretarse de tres formas distintas dependiendo de las funciones que cumpla:

1. **Emoción I (activación).** Cumple funciones de adaptación y homeostasis a través de los sistemas autónomo, endocrino e inmunológico. Organiza los recursos corporales en situaciones de emergencia. Evolucionó como respuesta a retos de adaptación al medio.
2. **Emoción II (expresión).** Se encarga de la coordinación social a través de representaciones expresivas (segregación de feromonas, posturas, gestos, expresiones faciales entre otros). Evolucionó como respuesta a retos comunicativos asociados a la coordinación social.
3. **La Emoción III (experiencia).** Tiene la función de autorregulación a través de sentimientos y deseos experimentados subjetivamente, o afecto. Es decir, el afecto se asume en términos de la experiencia subjetiva de sentimientos y deseos. Evolucionó en respuesta a retos que reflejaron las necesidades del organismo para conocer ciertos procesos corporales importantes para la autorregulación.

El potencial motivacional también se decodifica de las tres maneras. Cada una satisface su propia función de manera independiente pero se producen de manera simultánea e interconectada. Decodificar cada una implica generar imágenes distintas del mismo estado motivacional-emocional. Las emociones son una representación de los estados motivacionales.

Aunque su aproximación es fundamentalmente biológica, reconoce la existencia de evidencias sobre la influencia de estímulos sociales sobre la autorregulación a través de señales comunicativas no verbales inconscientes, entre ellas los olores, tono de voz, expresiones faciales y corporales y conductas específicas. La comunicación emocional, además de la regulación social tiene influencia en la autorregulación que puede ser moldeada a través de la educación emocional.

LeDoux (1999) afirma que las emociones generan conductas fundamentales para la supervivencia. Teniendo en cuenta la complejidad del medio social y cultural en el que nos desenvolvemos, las expresiones corporales subsecuentes a un estado emocional representan una herramienta imprescindible para el bienestar y la capacidad de mantenerlo, es por ello que el control de la expresión emocional es un aprendizaje social importante y suele realizarse sin intervención de la consciencia. Plantea que al igual que las expresiones emocionales básicas se producen de manera automática, existe la posibilidad del control voluntario de dichas expresiones con el objetivo de esconder las emociones reales y de este modo tener algo de ventaja en alguna situación concreta; aunque afirma que se trata de una habilidad difícil de dominar. Sin embargo, reconoce que las emociones no solo influyen en nuestras respuestas inmediatas sino también en las futuras. Pueden ser útiles o destructivas en función de cómo evolucionen. “La salud mental es producto de la higiene emocional, y los problemas mentales reflejan en gran medida trastornos emocionales. Las emociones pueden tener consecuencias útiles o patológicas” (p. 22).

Maturana (2001) identifica a las emociones como constituyentes esenciales de los fundamentos del pensar de un ser humano y de la coherencia racional de su existencia. Esto se debe a que toda racionalidad tiene su base en unas premisas básicas aceptadas a priori. Porque sí, porque gustan y son precisamente las emociones las que permiten definir estas premisas por lo que cambian en función de la emoción. “Las emociones no son oscurecimientos del entendimiento, no son restricciones de la razón; las emociones son dinámicas corporales que especifican los dominios de acción en que nos movemos. Un cambio de emoción implica un cambio de dominio de acción” (p. 45).

Damasio (2014) considera un grupo específico de emociones a las que denomina “emociones propiamente dichas”, entre las que ubica repugnancia, miedo, felicidad, tristeza, simpatía y vergüenza. Estas emociones también siguen el objetivo de preservar la vida de manera directa o indirecta aunque tenían mucho más sentido en nuestros antecesores. Evolutivamente no se han modificado demasiado y algunas de sus consecuencias son negativas en las sociedades actuales. Por ejemplo las emociones responsables de detectar o definir las diferencias como peligro y que en la actualidad representan la base del racismo.

2.5.3. Influencia cultural en la nomenclatura y la representación emocional

2.5.3.1. Enfoque filosófico

Si tenemos en cuenta el carácter eudaimonista (relacionado con el florecimiento de quien lo posee) de las emociones planteado por Nussbaum (2008), estas están moldeadas por la cultura. Si se pasara largo tiempo estudiando o viviendo con una cultura distinta, de manera que las concepciones eudaimonistas se modifiquen, las emociones también se modificarían.

En este punto la autora plantea una pregunta: “¿Qué características de la diferencia social podrían invocarse convincentemente al defender las diferencias entre sociedades en la vida emocional?” (Nussbaum, 2008, p.180). Plantea los siguientes argumentos al respecto:

- 1) Las condiciones físicas. El entorno en el que se desarrolla una determinada sociedad. Si el entorno es peligroso y agresivo, los miembros de la sociedad deberán aprender a convivir pacíficamente y a trabajar cooperativamente. Dejando de lado la ira, los celos y el rencor. Los objetivos de la sociedad también son importantes; si un pueblo se caracteriza por su capacidad invasora o dominante, se formará o incentivará la ira y la falta de compasión, entre otros.
- 2) Creencias metafísicas, religiosas y cosmológicas. Incluso algunas emociones universales y ubicuas tales como el miedo a la muerte son moldeadas por las creencias religiosas. Muchas religiones contienen preceptos de conducta que también definirán la vida emocional de sus practicantes.
- 3) Las prácticas relacionadas con la educación de los más jóvenes, incluso dentro del seno familiar tales como las distintas formas de criar a los bebés o la lactancia. Por ejemplo, en el siguiente nivel, cuando los niños y niñas acceden a una educación de tipo formal e institucionalizada, muchas veces son separados por género recibiendo formación distinta moldeándose también sus respuestas emocionales. También pueden percibirse en grupos distintos dentro de una misma sociedad.
- 4) Diferencias lingüísticas. Teniendo en cuenta que un idioma es una construcción cultural que refleja el modo de ver el mundo de esa cultura en particular, se puede concluir que el idioma también influye en la conformación de la vida emocional. Es importante tener en cuenta que si una lengua no considera o no tiene una palabra sobre algo concreto, no significa que ese algo no exista o no se tome en cuenta.
- 5) Normas sociales. Teniendo en cuenta que las emociones son evaluaciones sobre objetos que se consideran valiosos, las normas sociales que confieren más valor a ciertos objetos influirán en las valoraciones que efectúen las personas que pertenecen a dicha sociedad. La empatía tiene un papel importante en las relaciones sociales, puede entenderse como la identificación de situaciones que podrían pasarnos a nosotros mismos o a nuestros seres queridos.

2.5.3.2. *Enfoque psicológico*

Diversas investigaciones sobre las emociones en culturas no occidentales demuestran que la universalidad de las mismas no es real (Kagan, 1985).

Cada lengua tiene sus propios términos para referirse o designar emociones o estados afectivos. No necesariamente coinciden entre distintos idiomas, en cada caso los criterios para agrupar los estados emocionales son diferentes: la capacidad de reflexión o empatía sobre las desgracias ajenas que impiden que niños pequeños puedan experimentar esa emoción, el contexto en que se presenta el estímulo o la intensidad con que la experimenta el sujeto, entre otros.

Teniendo en cuenta estas observaciones debería considerarse que la cultura moldea las expresiones y puede ser equivalente a afirmar que la cultura moldea las experiencias emocionales.

Por otro lado, Lazarus (2000) identifica la influencia de la cultura en la generación de emociones y en la diversidad cultural que moldea nuestras acciones, pensamientos y valores desde que nacemos. Empieza a través de las relaciones con los padres y a medida que el niño se hace mayor recibe la influencia social y cultural de maestros y amigos, propia del grupo al que pertenece. La cultura también establece cómo debemos controlar y gestionar nuestras emociones.

Si no se tienen en cuenta los patrones culturales que definen las tramas argumentales de las emociones, surgen las preguntas: ¿Qué puede asumirse como ofensivo y qué no? ¿Qué normas morales deben transgredirse para sentirse culpable? ¿Qué expectativas no debo superar para sentir vergüenza?

Al respecto, Ekman (1999a) afirma que, frente a la controversia existente sobre la universalidad de las emociones y sus expresiones, sí es posible atribuir carácter universal a la capacidad permanente de aprender del ser humano (como especie), capacidad que se mantiene a lo largo de toda la vida. Por otro lado, dicho aprendizaje es de naturaleza eminentemente social, independientemente de la cultura. Por lo tanto, las similitudes en las emociones de personas distintas radican en la ontogenia; por ello los etólogos denominan “convencionalización” a las características universales de la expresión del fenómeno emocional.

Para Buck (1999) la cultura también es determinante en la formación de las emociones, teniendo en cuenta que la educación emocional como proceso social genera la habilidad de entender, expresar y nominar los sentimientos propios de manera que los miembros de dicha cultura encuentren adecuada.

2.6. ¿CÓMO SE RELACIONAN LAS EMOCIONES Y LA COGNICIÓN?

Revisamos ahora en este apartado la relación de las emociones con algunos procesos cognitivos principales: memoria, percepción, categorización, representación, comprensión e inteligencia. También encontramos argumentos sobre el carácter cognitivo de las emociones.

2.6.1. Perspectiva filosófica

2.6.1.1. *Descartes: Pasión y razón, dos sustancias opuestas*

En el “Tratado de las Pasiones del Alma”, René Descartes (1596-1650), plantea el dualismo entre cuerpo y mente. Los considera dos sustancias distintas, que existen y actúan de manera independiente. Atribuye al cuerpo el movimiento de los músculos, algunos tipos de percepción y todos aquellos fenómenos que experimentamos en el propio cuerpo y que puede ser explicado como si de una máquina se tratara “[...] de la misma manera que el movimiento de un reloj es producido únicamente por la fuerza de su resorte y la forma de sus ruedas” (Descartes, 2005, p. 4).

El alma es considerada como la responsable de dos procesos distintos: la voluntad y las pasiones, “Así pues, como no concebimos que el cuerpo piense de ninguna manera, debemos creer que toda suerte de pensamientos que existen en nosotros pertenecen al alma [...]” (Descartes, 2005, p.1).

Y solo en la repugnancia que existe entre los movimientos que el cuerpo mediante sus espíritus y el alma mediante su voluntad tiendan al mismo tiempo a excitar en la glándula, consisten todos los combates que acostumbramos imaginar entre la parte inferior del alma que llamamos sensitiva y la superior, que es la razonable, o bien entre los apetitos naturales y la voluntad; pues no hay en nosotros nada más que un alma, y esta alma no tiene en sí ninguna diversidad de partes: la misma que es a la vez sensitiva y razonable, y todos sus apetitos son voluntades (Descartes, 2005, p. 9) .

Planteó que ambas sustancias se unían en una pequeña glándula en el centro del cerebro (glándula pineal) utilizando como argumento que, a diferencia de otros componentes del cerebro, la glándula pineal no está dividida en dos y también por considerarla exclusiva del ser humano. Ubicaba al alma en dicha glándula y, de ese modo, tiene capacidad de influir sobre el cuerpo mientras recibe el influjo de los nervios y de la sangre.

Las pasiones son las responsables de todos los males y bienes de la vida del hombre y solo la voluntad es capaz de controlarlas y seguir lo que denomina “la virtud”, que representa la única manera de alcanzar la paz e incluso lograr el gozo en la vivencia de las situaciones negativas.

2.6.1.2. *Spinoza: Pasión y razón, dos componentes de una misma sustancia*

Baruch Spinoza (1632-1377) denomina afecto al conjunto formado por impulsos, motivaciones, emociones y sentimientos y lo considera fundamental para el bienestar humano, sobre todo la alegría y la pena (laetitia y tristitia). La alegría permite preservar el conatus teniendo en cuenta que la felicidad solo es posible a través de la capacidad humana de preservarse a sí mismo.

Separa la idea de sentir con la del proceso de tener una idea acerca de un objeto que puede causar una emoción.

Los modos de pensar, como el amor, el deseo o cualquier otro de los mismos que son denominados ‘afectos del ánimo’ no se da en el mismo individuo la idea de la cosa amada, deseada, etc. Pero puede darse una idea sin que se dé otro modo de pensar (Spinoza, 1980, p.71).

Las ideas de alegría o pena y la de los objetos que los provocan son generadas por procesos distintos y los organismos vivos están diseñados para reaccionar emocionalmente a diferentes objetos y acontecimientos. La reacción es seguida por algún patrón de sentimiento que tiene como componente necesario a una variación de placer o pena. Afirma que una pasión perjudicial (pasión irracional) solo se puede combatir con un afecto positivo más fuerte, un afecto desencadenado por la razón, producido mediante el razonamiento y el esfuerzo intelectual. “El contento de sí mismo puede nacer de la razón, y, naciendo de ella, es el mayor contento que puede darse” (Spinoza, 1980, p. 224).

Su visión sobre la relación entre la mente y el cuerpo fueron en contra de las creencias de su época que sostenían que mente y cuerpo son sustancias diferentes. Asume que mente y cuerpo son atributos paralelos, o manifestaciones, de la misma sustancia: “Me dirán, empero, que sepan o no por qué medios el alma mueve al cuerpo, saben en cualquier caso por experiencia que, si la mente humana no fuese apta para pensar, el cuerpo sería inerte” (Spinoza, 1980, p.127).

Considera también la importancia de la generación de imágenes mentales, el pensamiento, la memoria y las ideas sobre ideas como elementos generadores de afectos: “Si imaginamos que una cosa que suele afectarnos de tristeza se asemeja en algo a otra que suele afectarnos, con igual intensidad, de alegría, la odiamos y amaremos a la vez” (Spinoza, 1980, p. 137).

2.6.1.3. Nussbaum: Teoría neoestoica

Históricamente las sucesivas y distintas definiciones de emoción no han podido separarse de las cuestiones cognitivas. Incluso los más escépticos o contrarios a esta idea las definían en términos de creencias. En principio se centra en estas como la componente cognitiva de las emociones y a partir del análisis de situaciones cotidianas frecuentes concluye que aunque nuestras creencias cambien, nuestras emociones se mantienen.

Asume que la cognición es una parte esencial de las emociones y permite distinguir las entre sí (Nussbaum, 2008).

No parece haber nada extraño en la afirmación simultánea de que la apariencia se presenta ante mis facultades cognitivas y de que su aceptación o rechazo constituye la actividad de tales facultades. Abrazar o asentir ante una forma de ver algo en el mundo, reconocerla como verdadera, parece una labor que *exige* el poder de discernimiento de la cognición. No es preciso concebir la cognición como inerte, (...). Incluso podría afirmarse que se trata de un buen modo de concebir el raciocinio: la capacidad en virtud de la cual nos comprometemos con una visión de cómo son las cosas en realidad (Nussbaum, 2008, p. 60).

A partir de asumir a las emociones como juicios, plantea el carácter dinámico del juicio que está, a su vez, relacionado directamente con la razón:

- a) El juicio como causa de las emociones. Tiene relación estrecha con los movimientos propios de la emoción.
- b) El juicio como elemento constitutivo de las emociones, por lo tanto causa de los otros componentes de la emoción (sentimientos y movimientos son distintos del juicio).

Los términos que principalmente se asocian a los procesos cognitivos son percepción y juicio; “sensación” se considera una variante terminológica de las mismas y pretende explicar las respuestas cinestésicas asociadas a ciertas emociones. Las sensaciones al igual que los estados corporales pueden o no acompañar a una emoción, pero no son necesarios para la misma.

Es decir, asume a la emoción como un tipo de cognición y plantea las siguientes características particulares: es apremiante, tiene vinculación con proyectos importantes y sus percepciones tienen intensidad. En un sentido más amplio y normativo, las emociones son racionales teniendo en cuenta que son maneras de recoger informaciones importantes acerca del mundo. “La aprehensión cognitiva no viene producida por la experiencia emocional, sino que se halla enclavada en ella” (Nussbaum, 2008, p. 279).

Desde su perspectiva, el enfrentamiento histórico entre razón y emoción en realidad involucraba directamente a la compasión. La supuesta irracionalidad de la compasión podría tener dos interpretaciones distintas: (a) “La compasión es una fuerza no cognitiva que tiene poco que ver con el pensamiento y el razonamiento” y (b) “[...] el pensamiento sobre el que descansa la compasión es un pensamiento falso o malo” (Nussbaum, 2008, p. 397).

Presenta como ejemplo de un planteamiento opuesto a la compasión a Sócrates, quien consideraba que una buena persona no puede recibir daño alguno. Siguió con esta tradición estoicos griegos y romanos para quienes lo más importante en la vida es la propia razón y la propia voluntad, lo que Epícteto denominó “el propósito moral” que no depende de nada externo al ser humano y lo poseen todos sin excepción. Nada de lo que pase en el mundo lo altera, excepto las malas decisiones que convierten a la persona en alguien injusto. En este caso dicha persona no sería merecedora de compasión sino de censura. Aquellos males universales que implican sufrimiento extremo tales como la muerte de los seres queridos, pérdida de libertades o derechos, enfermedades, entre otros, se consideran por los estoicos como males menores.

2.6.2. Perspectiva psicológica

2.6.2.1. Vygotsky: Análisis histórico

Entre los años 1931 y 1933 Vygotsky estructuró su teoría de las emociones. Realiza un análisis histórico sobre el mundo emocional partiendo de que las ideas de Descartes y Spinoza, a las que considera opuestas, han representado la base para el desarrollo de la psicología de los afectos durante los 50 años previos a su propuesta teórica.

Un error que el autor considera frecuente es que Descartes y Spinoza son la base de la teoría organicista. Vygotsky asegura ser el primero en reconocer que si alguna teoría es cartesiana, por lo tanto y por naturaleza es antispinoziana.

Nos introduce al pensamiento de Spinoza sobre los afectos y pasiones identificando las diferencias entre Descartes y Spinoza en los siguientes términos:

En efecto, hay algo paradójico en el hecho de que el nombre de Descartes esté unido a la corriente naturalista, causalista, explicativa y, debido a sus tendencias espontáneas, a lo más materialista del pensamiento psicológico, mientras que el de Spinoza permanece unido a la corriente fenomenológica, descriptiva e idealista de la psicología contemporánea (Vygotsky, 2004, p. 61).

Denomina “organicista” a la teoría de las emociones de Carl Lange (1834-1900) y William James (1842-1910). Aunque ambos teóricos trabajaron de manera independiente a finales del siglo XIX, se considera que los resultados de sus investigaciones pueden constituir una única teoría debido a las similitudes de sus hallazgos y conclusiones.

Las teorías de las emociones anteriores a Lange y James consideraban la existencia de cambios corporales asociados a las emociones, una hipótesis que luego Walter Cannon (1871-1945) confirmaría experimentalmente. La diferencia radica en el sentido de la relación pues los antecesores identificaban a los cambios corporales como consecuencias de la emoción mientras que Lange y James los colocaron en el centro asumiendo que las emociones son fruto de los cambios corporales. Lange (alrededor de 1896) ubica el origen de las emociones en el sistema vasomotor.

James, por su parte afirma que según su teoría, la secuencia correcta sería: percepción - cambio corporal - emoción. De acuerdo a esta teoría sentimos tristeza porque lloramos y somos felices porque reímos.

Según esta descripción podríamos decir que James aleja cualquier significado o carácter cognitivo de las emociones. Considera fríos y sin color a los procesos cognitivos, lo contrario de las emociones desde su concepción y su focalización en procesos y cambios corporales.

Dicha teoría gozó de fama y aceptación durante (al menos) los 50 años que separaron su origen el de la teoría de Vygotsky debido a:

1. A diferencia de otras teorías “resolvía” la complejidad de la comprensión de las emociones humanas con simplicidad, con poder de convicción, abundancia de pruebas factuales que eran verificables cotidianamente y podía hacerlo cualquiera. Todo esto la confirió de un carácter verídico e irrefutable a pesar de no tener el respaldo de ninguna prueba experimental. Sus análisis tenían carácter, sobre todo, especulativo.
2. Plantea el origen orgánico objetivo y fisiológico de las emociones; una concepción materialista de las mismas.

Descartes defiende la misma posición que James, pero no se contenta con sostener la opinión de que, en términos generales, la emoción es provocada por una modificación física. Después de haber llegado a la conclusión de que existen seis pasiones primordiales, intenta probar la existencia de un conjunto particular de estados orgánicos que contribuyen a la aparición de cada una de ellas (Vygotsky, 2004, p. 65).

Vygotsky (2004) ubica su foco de interés en torno a las emociones en la disquisición entre la teoría clásica y la teoría organicista de las emociones. Es decir, en dar un argumento que permita responder a la pregunta ¿Qué es primero, la emoción o los cambios corporales?

Considera los siguientes argumentos contrarios a la teoría organicista:

- 1) Los cambios corporales no permiten identificar una emoción debido a que dos o más emociones distintas, incluso contrarias, comparten los mismos cambios corporales.
- 2) Existen situaciones carentes de emoción que pueden tener asociados los mismos cambios corporales que las emociones y carecer de estas. Por ejemplo, las cosquillas generan risa pero no alegría o el frío produce temblores pero no miedo, entre otros.

Cannon efectuó experimentos durante la segunda década del siglo XX sobre los cambios corporales y las emociones, aspectos ya planteados por la teoría de James-Lange, duramente criticada en el informe de dichos experimentos. Sin embargo, algunos estudiosos hicieron interpretaciones contrarias por las que aseguraban que dichos experimentos reforzaban la teoría de las emociones de James-Lange. Entre sus hallazgos se encuentra la relación de la adrenalina y el aumento de su secreción ante el miedo y la cólera, responsabilizándola de la aceleración del corazón y la respiración, el aumento de la energía muscular y del aumento de los niveles de plaquetas en la sangre. Se establecía así la relación miedo/cólera – lucha/huida. “[...] Cannon propone considerar todas las reacciones del organismo provocadas por una irritación dolorosa y por una excitación emocional como reacciones instintivas de defensa que aparecen de manera natural” (Vygotsky, 2004, p. 8).

Basándose en, primer lugar, en los estudios de Cannon, Charles Scott Sherrington (1857-1952) y Philip Bard (1898-1977), y posteriormente en los de diversos defensores de la teoría talámica de las emociones (Müller (1842), Stumpf (1898), Head (1911), Krueger (1920), Küppers, Dana y Cannon (1921)); Vygotsky reconoce el papel fundamental del cerebro en la generación de dichos procesos; aunque también los critica por identificarlos con los planteamientos de James-Lange.

Identifica a Descartes como el verdadero fundador de la teoría organicista de las emociones debido a que las explicó basándose en percepciones provocadas por movimientos y condicionamiento visceral.

Vygotsky, con su crítica a la teoría organicista pretende sentar las bases para futuras teorías de las emociones basadas en el pensamiento filosófico de Spinoza que considera la unión indivisible entre cuerpo y alma.

El espantoso resultado al que nos lleva la psicología de las emociones contemporánea es haber privado absolutamente de sentido a las pasiones del alma y haber eliminado toda esperanza de comprender un día el significado vital de la pasión y, con ella, de toda la consciencia humana. En el fondo, ese resultado ya está íntegramente contenido en la teoría cartesiana que acabamos de examinar (Vygotsky, 2004, p. 136).

Plantea una teoría monista que considera la unión de la psicología y la fisiología, debido a que ambas tienen en cuenta la dependencia causal y las consecuencias de las experiencias emocionales y sus manifestaciones. “Los unos ven la causa de las emociones, los otros en los fenómenos físicos. Causa y consecuencia han intercambiado sus lugares, pero los términos de la dependencia causal-consecuente han continuado siendo los mismos” (Vygotsky, 2004, p. 168).

Considera que las emociones tienen un carácter psíquico que James-Lange no tuvieron en cuenta en su teoría y éste es, probablemente su principal error. Dichos autores creían que habían encontrado un principio básico y fundamental que iba a permitir que en el futuro se comprendiera, reconociera, explicara, clasificara y definiera todas las emociones humanas partiendo de las siete planteadas por James y su principio organicista. Vygotsky plantea que el carácter psicológico de las emociones solo puede ser estudiado por los métodos psicológicos, por ello las predicciones de James-Lange no tuvieron éxito y la ciencia no pudo avanzar en la dirección marcada por ellos. Las reacciones corporales no definen una emoción.

2.6.2.2. Psicología cognitiva: Las emociones como procesos cognitivos

Zajonc (1980) asegura que es necesario modificar el modelo de procesamiento de la información porque no tiene en cuenta el fenómeno afectivo. Este autor sugiere que los nuevos modelos deben considerar en determinadas ocasiones el procesamiento de la información basada en la discriminación.

Lang (1985) propone que los eventos cognitivos en la emoción suponen procesamiento de la información y que la salida de dichos programas de procesamiento es la salida eferente o la acción. Plantea una definición sobre cognición en emoción en los siguientes términos: “[...] the processing of symbolic information that is required for the central representation in memory and the organized expression of an affective response”. [(...) el tratamiento de la información simbólica necesaria para la representación central en la memoria y la expresión organizada de una respuesta afectiva] (Lang, 1985, p. 214).

Advierte que esta definición no contiene nada sobre pensamiento experimentado o sentimiento y que su planteamiento no es la existencia de estados internos emocionales con nombres característicos como ira o miedo y que son invariablemente consistentes con informes fenomenológicos.

Defiende, así mismo, la concepción de la emoción como la combinación de estados generalizados de agitación fisiológica y cuestiones cognitivas que permiten constituir su interpretación. De este modo los estados emocionales no se producen cuando hay

alteraciones fisiológicas producto del ejercicio físico y sí cuando la interpretación de dichos cambios tiene relación con algún significado específico, como por ejemplo el de un peligro inminente o imaginado.

Siguiendo el razonamiento del propio autor, la evaluación cognitiva es la que favorece la emergencia de los estados emocionales. Sin embargo, también pone en duda esta afirmación al plantear ejemplos en los que una evaluación razonada no puede evitar sentir miedo en una persona fóbica. Identifica como causa de estas situaciones al origen inconsciente del procesamiento de dicha información.

Por otro lado, Zajonc y Markus (1985) basan su postura sobre las emociones en los cambios fisiológicos y el consiguiente feedback, aunque también plantean como necesaria la codificación y el procesamiento de la información kinestésica y propioceptiva, recibiendo, así, el mismo tratamiento que la información proveniente del exterior a través de los sentidos, para hacer posible la transformación del feedback en una representación directa del afecto o sentimiento. Dicho sentimiento es la vivencia subjetiva de la emoción y se trata de una representación cognitiva.

Incluso las respuestas fisiológicas pueden considerarse cognitivas por su influencia en la memoria, “[...] we are proposing that the motor responses in themselves – without a cognitive mediation – can serve representational and mnemonic functions. The retention of these responses is a form of memory as valid as any other” [(...) proponemos que las respuestas motoras en sí mismas, sin una mediación cognitiva, pueden servir como funciones representacionales y mnésicas. La retención de estas respuestas es una forma de memoria tan válida como cualquier otra] (Zajonc y Markus, 1985, p. 77).

Tradicionalmente se ha asumido que el contacto entre afecto y cognición tiene lugar principalmente o exclusivamente a nivel de representaciones mentales internas. Se sostuvo que para que un afecto influya en el procesamiento de la información, algún tipo de la representación afectiva (por ejemplo la experiencia subjetiva de la emoción) debe contactar con una representación cognitiva de la información que está siendo procesada (Zajonc y Markus, 1985).

Durante la década de los años 80 y 90, las investigaciones sobre la influencia del afecto sobre la cognición se examina a nivel de las representaciones débiles (formas de representación verbal, proposicional o icónica no visible, pues se cree que es a este nivel que se produce dicha influencia. De este modo, cualquier emoción tiene como consecuencia la estimulación propioceptiva y kinestésica. Estas estimulaciones se perciben por quien los experimenta. Las representaciones débiles o estructuras asociativas que derivan del feedback propioceptivo o kinestésico pueden interactuar con las estructuras asociativas que representan a los estímulos expuestos implicando procesos tales como la activación extendida. El problema de esta postura es que al hacerlo en realidad no se analiza la influencia de la emoción sobre la cognición sino solo la influencia de uno de sus componentes: la representación subjetiva de la emoción (la débil). Es decir, la influencia de una estructura asociativa sobre otra. “Thus, the interaction of affective and cognitive elements is analyzed with a focus on the associative structures that represent both types of elements” [Así, se analiza la

interacción de elementos afectivos y cognitivos con un enfoque en las estructuras asociativas que representan ambos tipos de elementos] (Zajonc y Markus, 1985, p. 73).

Por otro lado, afecto y cognición comparten subsistemas en el organismo, por lo que algún tipo de actividad orgánica puede representar un elemento afectivo, uno cognitivo o una mezcla de ambos. Las respuestas motoras suelen darse también cuando se están llevando a cabo tareas netamente cognitivas, por ejemplo al pensar o resolver problemas. Se ha encontrado de este modo una interrelación entre afecto y cognición de la que se tiene un conocimiento limitado, afirman que su estudio será posible cuando se cuente con las condiciones bajo las que pueda demostrarse que las respuestas motoras son significativas en la adquisición y recuperación de la información (Zajonc y Markus, 1985).

Uno de los principales problemas al respecto es que las reacciones motoras y corporales sirven a diferentes funciones del organismo. Es necesario empezar identificando las que sean específicas y significativas para los procesos de información. Para ello los autores escogieron los dominios de reconocimiento facial, humor, actitudes y las perturbaciones emocionales:

- a) El papel de las representaciones fuertes en la interrelación afecto-cognición con respecto al reconocimiento y recuerdo de caras tiene un contenido afectivo importante. Las respuestas motoras que están implicadas en el reconocimiento facial son, más representacionales que instrumentales. Como conclusiones de sus investigaciones al respecto plantean: los procesos motores son significativos para la codificación de material como los rostros humanos. Dichos procesos tienen diversos elementos afectivos y no pueden ser procesados sin la participación, aunque sea mínima, de reacciones de tipo afectivo.
- b) Procesamiento de la información dependiente del estado de ánimo y las señales motoras. El estado de ánimo también puede ser un dominio muy útil para el estudio de las representaciones fuertes en la interrelación afecto-cognición. Existen patrones motores relacionados con los distintos estados de ánimo. Por ejemplo, si se considera a la depresión como un estado de ánimo, las consecuencias físicas y motoras son evidentes: cabeza caída, caminar lento, poca predisposición a la acción, entre otras.
- c) Representaciones motoras de las actitudes. El componente afectivo de las actitudes se conceptualizó, frecuentemente, como un componente mental. Sin embargo, si se tiene en cuenta la estrecha relación de los afectos con las respuestas motoras, la consideración del efecto de los cambios motores sobre las actitudes, de manera más amplia, permitiría realizar nuevas exploraciones sobre el carácter afectivo de las actitudes; teniendo en cuenta que contienen fuertes elementos afectivos y, por lo tanto, también contienen importantes componentes motores.
- d) El sistema motor cumple roles distintos en los desórdenes emocionales (personalidad obsesiva e histérica, tics). El psicoanálisis brinda explicaciones satisfactorias para dichas diferencias.

Izard (1985) identifica a emoción y cognición como dos sistemas distintos y aunque reconoce su interrelación e interdependencia, también admite que ambos sistemas cumplen funciones distintas y operan independientemente. Asegura que sus ideas no son una continuidad del dualismo cartesiano sino que es una separación funcional tal como se ha establecido para otros sistemas, por ejemplo para los sistemas parasimpático y simpático que permite diferenciar entre las emociones tal y como las sentimos (cómo las experimentamos conscientemente) y los procesos cognitivos asociados a la consciencia.

Plantea, también que las posibilidades de las interacciones emoción-cognición deben hacerse a distintos niveles:

- 1) Interacción de los sustratos neurofisiológicos de la emoción y la cognición. A nivel neurofisiológico y bioquímico existen dos sistemas distintos para la cognición y las emociones. A este nivel se considera que algunas estructuras cerebrales, rutas neuronales y neurotransmisores están más involucrados que otros en la generación de emociones. El sistema límbico es considerado “el cerebro emocional” y una de sus estructuras, el hipocampo, ha sido directamente relacionado en el procesamiento de la información y la memoria. Esto sugiere que en el cerebro existen algunos mecanismos que posibilitan la interacción cognición-emoción.
- 2) Interacción emoción-cognición al nivel de conducta y expresión. Teniendo en cuenta la postura de sistemas distintos para emoción y cognición podemos afirmar que en el nivel de conducta y expresión la cognición no es necesaria debido a que sería el sistema motor el responsable a partir de procesos sensoriales. Estos hechos pueden observarse en niños pequeños. Un bebé, incluso menor de dos meses, es capaz de generar respuestas, conductas y expresiones emocionales aunque todavía no sea capaz de generar actividad cognitiva. Por ejemplo, los bebés sonríen por igual a familiares o desconocidos, cualquier muestra de algo similar a un rostro provoca esa reacción. Según el autor a esa temprana edad no es posible efectuar comparaciones, o discriminaciones; no se cuenta con la memoria suficiente que permita dichos procesos. Debido a esto se asume que ese tipo de respuestas innatas no dependen ni de la cognición ni de la voluntad. Sin embargo, reconoce que se modifican, se vuelven más complejas y se incorporan otras a partir del aprendizaje y la experiencia. Asegura, que no es posible emitir respuestas o expresiones emocionales voluntariamente, se pueden imitar pero no serán iguales que aquellas producidas por un estado emocional real. Asegura que a partir de estas afirmaciones es posible plantear la hipótesis de que los procesos cognitivos pueden ser utilizados para reducir la intensidad o la duración de expresiones innatas de una emoción real y, por tanto, regular la experiencia neurofisiológica y subjetiva (como componente de la emoción).
- 3) Interacción entre emoción y cognición a nivel experiencial. De acuerdo a los resultados obtenidos en diversos experimentos del autor y de otros investigadores, además de aportar evidencias sobre las influencias de las emociones sobre la cognición, demostraron que el representar los patrones físicos o faciales de una

emoción desembocan en la generación real de dicha emoción. Estas emociones provendrían del feedback sensorial a partir de las expresiones faciales propias y no necesitan la intervención de ningún proceso cognitivo. Sin embargo estas emociones generadas a partir de la expresión pueden influir en la memoria así como en la calidad afectiva y su cantidad de material renombrado-evaluado-analizado.

El nivel subjetivo experiencial es un *estado de sentimiento* diferente de los procesos cognitivos. Afirma que algún sentimiento emocional está presente en la consciencia continuamente y que la duración de un determinado sentimiento emocional en la consciencia es función de diversas variables, entre ellas la cognición y los niveles de ciertas hormonas y neurotransmisores en el cerebro y el sistema nervioso. “[...] emotion-cognition relationships develop as emotion feeling and cognitive processes interact in consciousness to form affective-cognitive structures, which by definition have both an emotion and a cognitive component” [(...) las relaciones emoción-cognición se desarrollan como sensaciones de emoción y procesos cognitivos que interactúan en la consciencia para formar estructuras afectivo-cognitivas, las que por definición tienen un componente emocional y uno cognitivo] (Izard, 1985, p. 24).

Por otro lado, los estudios referidos al comportamiento demuestran que es la cognición la que influye en las emociones y llega a condicionarlas, asumiendo que la cognición permite regular las emociones. Sin embargo, según el autor, la cognición no es imprescindible para esta función pues otras emociones o necesidades fisiológicas pueden cambiar las emociones. Por ejemplo, el cansancio puede contribuir a disminuir el umbral de la ira, el interés disminuir la tristeza, entre otros. Del mismo modo, evidencias empíricas permiten afirmar que diferentes emociones así como patrones de emociones afectan o influyen a los procesos perceptivos y cognitivos de maneras distintas. “Such changes in emotion states are changes in the quality of consciousness that account for the selectivity of attentional processes and hence the content of cognition and the direction of behavior” [Tales cambios en los estados emocionales son cambios en la calidad de la consciencia que explican la selectividad de los procesos atencionales y, por tanto, el contenido de la cognición y la dirección del comportamiento] (Izard, 1985, p. 24).

Afirma que diversos experimentos muestran que los procesos cognitivos pueden provocar una emoción y en sentido contrario, las emociones pueden influir en la cognición de distintas maneras. Por ejemplo, la producción de una expresión emocional específica condujo a la correspondiente experiencia emocional así como producir efectos específicos en el aprendizaje y la memoria (Izard, 1985).

2.6.2.3. Goleman: Inteligencia emocional

El modelo de inteligencia emocional fue propuesto inicialmente por Salovey y Mayer (1990), asumiendo la definición de inteligencia planteada por H. Gardner en su Teoría de las Inteligencias Múltiples (2011).

Plantean cinco esferas principales como componentes de la inteligencia emocional: (1) conocer las propias emociones, (2) manejar las emociones, (3) la propia motivación, (4) reconocer emociones en los demás, (5) manejar las relaciones.

En este mismo sentido, Goleman (1998) considera como componentes de la inteligencia emocional “[...] el autodomínio, el celo y la persistencia, y la capacidad de motivarse uno mismo” (p. 16).

El autor nos acerca a la necesidad de considerar nuestra vida emocional y el mundo de nuestras emociones como parte imprescindible de nuestro desarrollo personal y social. Utiliza la idea de “Inteligencia emocional” planteada por Salovey y Mayer (1990) y la define como “el conjunto de habilidades que incluye el autodomínio, el celo y la persistencia, y la capacidad de motivarse uno mismo” (Goleman, 1998, p. 16).

Goleman (1998), desde su teoría sobre la Inteligencia Emocional, considera la existencia de dos mentes que coexisten, normalmente, de manera armónica en nuestros cerebros. Una es la mente racional y la otra la emocional. La primera es la encargada de generar respuestas y aprendizajes plenamente conscientes y la otra es aquella que posibilita acciones frente a aquellas situaciones que suponían un peligro inminente para nuestros antepasados y que se ha mantenido hasta la actualidad.

En un sentimiento muy real, tenemos dos mentes, una que piensa y otra que siente. [...] Una, la mente racional, es la forma de comprensión de la que somos típicamente conscientes: más destacada en cuanto a la conciencia, reflexiva, capaz de analizar y meditar. Pero junto a este existe otro sistema de conocimiento, impulsivo y poderoso, aunque a veces ilógico: la mente emocional. (...) Estas dos mentes, la emocional y la racional, operan en ajustada armonía en su mayor parte, entrelazando sus diferentes formas de conocimiento para guiarnos por el mundo. [...] Sin embargo, la mente emocional y la mente racional son facultades semiindependientes (Goleman, 1998, p. 27).

Responsabiliza a la ausencia de dicho tipo de inteligencia al fracaso en la vida personal y social aunque se haya tenido éxito a nivel académico durante los años de formación. “[...] la inteligencia académica tiene poco que ver con la vida emocional” (Goleman, 1998, p.54).

Distingue de este modo las capacidades consideradas netamente cognitivas de la posibilidad de alcanzar una vida plena en todos los ámbitos. Evidencia la ineficacia del coeficiente intelectual como herramienta válida para el pronóstico del éxito que pueda alcanzar un ser humano.

Hemos llegado muy lejos en lo que se refiere a destacar el valor y el significado de lo puramente racional –lo mide el cociente intelectual– en la vida humana. Para bien o para mal, la inteligencia puede no tener la menor importancia cuando dominan las emociones (Goleman, 1998, p. 22).

Plantea una ampliación a la visión y teorías de los científicos cognitivos quienes asumen que la inteligencia está absolutamente desprovista de emociones, solo está inundada de racionalidad. Sin embargo, los nuevos paradigmas nos permiten asumir una visión distinta que asume que nuestra humanidad tiene sentido debido a las emociones. Afirma

que una persona debe enfrentar frecuentemente determinadas situaciones para las que el intelecto resulta insuficiente. Cada emoción otorga un patrón de acción determinado y diferente. “[...] el intelecto no puede operar de manera óptima sin la inteligencia emocional. [...] El nuevo paradigma nos obliga a armonizar cabeza y corazón” (Goleman, 1998, p. 49).

2.6.2.4. Lazarus: La cognición como condición suficiente para la emoción

Lazarus (2000) admite que emociones e inteligencia son indisociables, y que dicho vínculo permite entender dos rasgos humanos característicos: seres altamente inteligentes y emocionales a la vez. Sin embargo, aunque cognición y emoción se encuentran fusionadas en la naturaleza pueden separarse en algunas situaciones inusuales; por ejemplo, en los procesos de afrontamiento cognitivo como el aislamiento, la intelectualización o la indiferencia que pretenden regular los sentimientos y pueden generar una disociación entre pensamiento y sentimiento. Por ejemplo en situaciones en las que hay ataque sin presencia de ira o evitación sin miedo (Lazarus, 1982).

El papel de la evaluación cognitiva frente a las respuestas emocionales es mediar la relación entre la persona y el medio ambiente. Este proceso evaluativo da origen a una particular emoción cuya intensidad dependerá de cómo se evalúa la relación con respecto al bienestar de quien la experimenta. Una de las consecuencias de este análisis es la consideración de que la evaluación cognitiva es una condición necesaria y suficiente para la emoción (Lazarus, 1982).

Desde esta perspectiva, incluso aquellas emociones positivas y saludables como alegría, paz, amor y muchos de los compromisos morales humanos, descansan en ilusiones compartidas o privadas y dependen de creencias cuya precisión es frecuentemente irrelevante para la obtención de la emoción. Por lo tanto, la cognición no es equivalente a racionalidad; las valoraciones cognitivas que dan forma a nuestras reacciones emocionales pueden distorsionar la realidad tanto como reflejarla de manera realista. Las valoraciones cognitivas no implican necesariamente consciencia de los factores en cualquier encuentro en que se basa.

Plantea, también, que la actividad cognitiva varía de una emoción a otra y utiliza como ejemplo el susto y la ansiedad: en el primero hay menos actividad cognitiva porque se trata de una emoción inmediata y concreta e implica peligro para la supervivencia mientras que en el caso de la ansiedad, que requiere mayor representación simbólica es anticipada y ambigua, por lo que requiere mayor actividad cognitiva.

Afirma también: “Lejos de ser irracionales, hemos visto cómo las emociones siguen los procesos de pensamiento de los seres inteligentes. Lo que sin duda queda ahora patente es que la emoción y el pensamiento son algo inseparable en los seres humanos” (Lazarus, 2000, p. 181).

2.6.3. Perspectiva biológica y neurocientífica

2.6.3.1. *Buck: El vínculo entre motivación, emoción y cognición*

Buck (1993, 1999) relaciona motivación, emoción y cognición: “Motivation intrinsically involves emotion and cognition, cognition involves motivation and emotion, and emotion involves motivation and cognition.” [La motivación involucra intrínsecamente a emoción y cognición, la cognición involucra la motivación y la emoción, y la emoción involucra la motivación y la cognición] (p.303). Identifica a la motivación como un potencial que no es observable de manera aislada sino que se manifiesta a través de la emoción. Las bases biológicas de los afectos cognitivos se encuentra en la relación expectativa/afecto.

Define a la cognición en términos de afecto: “[...] affect constitutes a kind of knowledge: a kind of cognition. Two sorts of cognition are distinguished: *syncretic cognition* is hot, holistic, direct, immediate, and self-evident raw acquaintance; *analytic cognition* is cold, sequential, serial, and linear information processing.” [(...) el afecto constituye un tipo de conocimiento: una especie de cognición. Se distinguen dos tipos de cognición: *la cognición sincrética* es caliente, holística, directa, inmediata y evidente; *la cognición analítica* es un proceso de procesamiento de información frío, secuencial, serial y lineal] (p. 304).

Argumenta sus afirmaciones utilizando las bases fisiológicas de la emoción que identifican sistemas neuroquímicos específicos con distintas emociones y que el cuerpo no solo contribuye a la activación indiscriminada sino estructurando información para el organismo. Las experiencias subjetivas asociadas a una emoción contribuyen a un tipo de conocimiento (cognición) para el cuerpo. “It is this sort of emotional cognition, I suggest, that mediates the effects of interpersonal expectations.” [Sugiero que este tipo de cognición emocional facilita los efectos de las expectativas interpersonales] (Buck, 1993, p. 230).

2.6.3.2. *LeDoux: Relación miedo-cognición*

Por su parte, LeDoux (1999) asegura que los sentimientos conscientes no son distintos de otros procesos relacionados con la consciencia tales como la percepción, el lenguaje, entre otros. “Los estados de consciencia ocurren cuando el mecanismo responsable del conocimiento consciente se percata de la actividad que está teniendo lugar en los mecanismos de procesamiento inconsciente” (pág. 21). El mecanismo que permite tener consciencia sobre un color, una forma, un sonido o una intensa emoción es el mismo y cumple sus funciones de manera aislada al objeto (color, forma o sentimiento).

Reconoce que la mayor parte de los procesos mentales que realiza el cerebro se producen en el inconsciente y que nuestra consciencia solo puede acceder a los resultados de esos procesos, se trata de lo que el autor denomina *inconsciente cognitivo*. “Pero ya es hora de situar la cognición dentro de su contexto mental y reconciliar la cognición y las emociones en la mente. La mente tiene pensamientos y emociones, y el estudio de unos excluyendo otros nunca será totalmente satisfactorio” (LeDoux, 1999, p. 43).

En coherencia con su teoría, LeDoux (1999) asegura que no todos los procesos cerebrales de evaluación/valoración son conscientes, por lo tanto la introspección no es un método factible de acceso. Es decir, conocemos el resultado: nuestras actitudes y emociones pero no necesariamente comprendemos el porqué. Asegura también que el estudio del cerebro puede resultar útil para entender este tipo de realidades y para dar fundamento a algunas teorías de la psicología. Asegura también que “La mezcla de emociones básicas para conformar emociones de orden superior suele considerarse una operación típicamente cognitiva” (LeDoux, 1999, p. 125).

A nivel neurofisiológico, las conexiones sub-corticales son, evolutivamente, las más antiguas y representan el mecanismo encargado de desencadenar respuestas corporales de defensa. Es un mecanismo que se ha conservado aunque en el caso del hombre y otros mamíferos, han desarrollado una vía más moderna, compleja, precisa y lenta: la que parte de la corteza y permite discriminar el estímulo condicionado de uno que no lo es o desde el hipocampo que permite relacionar sucesos y contextos. Estas nuevas habilidades cognitivas permiten controlar las respuestas emocionales de quien las posee. De este modo:

[...] muchos animales sobreviven con el ‘piloto automático’ emocional, los que pueden desconectarlo rápidamente para controlar las emociones voluntariamente tienen una ventaja extraordinaria. Esta ventaja depende de la unión entre las funciones emocionales y cognitivas [...] Una de las razones por las que la cognición es una parte tan útil del arsenal mental es que permite el cambio de reacción a acción (LeDoux, 1999, p. 195).

En el caso del cerebro humano aunque aún posee ese mecanismo encargado de activar respuestas involuntarias y automáticas, también es capaz de procesar cognitivamente dichos cambios o estados emocionales e idear un plan o estrategia considerando las posibles consecuencias. Los recursos cognitivos se ponen al servicio del problema emocional efectuando evaluaciones centradas en las situaciones y en cómo obtener el mayor resultado evitando pérdidas. Se trata no solo de evaluar una situación concreta sino también analizar una serie de posibles estrategias y anticiparse a las consecuencias de cada una de ellas, se trata, por lo tanto, de actividades cognitivas complejas.

El mecanismo neuronal que nos permite realizar dichas evaluaciones es aún desconocido aunque parece ser que la corteza prefrontal (la región cerebral que más se ha desarrollado en los primates, está involucrada. No se ha encontrado señales de su existencia en otros animales, ni siquiera en otros mamíferos) juega un papel muy importante en este proceso. También hay indicios de la relación de los ganglios basales en los procesos de evaluación; se han realizado estudios que permiten establecer asociaciones entre esta región y el núcleo amigdalino cuya acción recíproca puede desempeñar un importante papel en la conducta emocional instrumental (la expresión de acciones emocionales) (LeDoux, 1999).

Por otro lado, pone de manifiesto las nuevas posibilidades que la neurociencia plantea con respecto a las emociones conscientes, que se asumen en los mismos términos que cualquier otra experiencia consciente (como la memoria o la percepción). Este hecho

tiene consecuencias interesantes para el desarrollo de las investigaciones sobre las emociones, entre ellas otorgar un marco conceptual al estudio de las emociones conscientes y considerar a las emociones objeto de estudio científico equiparable a otros aspectos de la mente (LeDoux, 1999).

La naturaleza de la consciencia ha sido el foco de atención de numerosos estudios y teorías. Entre ellos muchos coinciden en relacionar la consciencia con la memoria de trabajo o memoria a corto plazo, a la que el autor define como: “[...] un mecanismo de almacenamiento temporal que permite retener a la vez algunos datos de información en la mente, compararlos, contrastarlos o, en su lugar, relacionarlos entre sí” (LeDoux, 1999, p. 303). Algunas de estas teorías suponen la existencia de algún mecanismo influyente sobre la atención de manera que el objeto sobre el que centramos nuestra atención es el que se almacena en este tipo de memoria.

Los sentimientos emocionales conscientes y los pensamientos conscientes son muy parecidos. Ambos comportan la representación simbólica en la memoria de trabajo de procesos subsimbólicos llevados a cabo por mecanismos que funcionan inconscientemente. La diferencia entre ellos no se debe al mecanismo que se encarga de la parte consciente, sino a dos factores distintos. Uno de ellos es que los sentimientos emocionales y los meros pensamientos son generados por mecanismos subsimbólicos diferentes. El otro es que en los sentimientos emocionales intervienen muchos más mecanismos cerebrales que en los pensamientos (LeDoux, 1999, p. 337).

La existencia de evidencias sobre la relación entre el núcleo amigdalino y el miedo, así como también sobre la existencia de conexiones entre el núcleo y la corteza; permiten identificar la influencia del núcleo amigdalino sobre la corteza. Aunque dichas conexiones se establecen en los dos sentidos, la recíproca es menos poderosa (corteza-núcleo amigdalino), lo que puede explicar el dominio emocional sobre el pensamiento. Estas conclusiones también permiten afirmar la independencia del funcionamiento de emoción y cognición planteando como hipótesis: “Con una mayor capacidad de conexión entre la corteza y el núcleo amigdalino, la cognición y la emoción podrían empezar a funcionar simultáneamente, en lugar de funcionar independientemente” (LeDoux, 1999, p. 341).

2.6.3.3. Damasio: Hipótesis del marcador somático

Por su parte, Damasio (2011), determina que el estudio de la conexión entre ausencia de emoción y comportamientos inesperados podría, finalmente, conducirnos a entender el mecanismo real y biológico de la razón. Relaciona directamente dificultades en el campo emocional y la racionalidad.

Establece dichas conexiones a partir del estudio de casos históricos así como de algunos de sus pacientes con lesiones cerebrales en las cortezas prefrontales y cuyas principales consecuencias se traducen en conducta errática, incapacidad de tomar decisiones, ausencia de perspectiva de futuro y menoscabo en sus habilidades sociales. Sin embargo, todas las capacidades consideradas cognitivas y racionales (memoria, lenguaje, discriminar, organizar, categorizar, entre otros) se mantenían intactas en los

participantes, siendo capaces de superar con éxito las pruebas de coeficiente intelectual y resolver los problemas que los investigadores planteaban. Otra característica asociada a dicha lesión era la ausencia de emociones y sentimientos (Damasio, 2011).

A partir de las evidencias encontradas en las múltiples fuentes consultadas considera las siguientes conclusiones sobre las regiones implicadas tanto en la generación de emociones como en el procesamiento cognitivo:

Las cortezas prefrontales ventromedianas gestionan especialmente el dominio personal y social. “Se podría decir, metafóricamente, que la razón y la emoción “se intersecan” en las cortezas prefrontales ventromedianas, y que también se intersecan en la amígdala” (Damasio, 2011, p. 116).

- El complejo de cortezas somatosensoriales en el hemisferio derecho comprometen, entre otros, los procesos de señalización corporal básica.
- Las regiones localizadas en las cortezas prefrontales más allá del sector ventromediano definen el funcionamiento del razonamiento y la toma de decisiones de manera distinta. Los efectos comprometen también operaciones intelectuales en todos los dominios o puede ser más específico y comprometer únicamente operaciones sobre palabras, números, objetos o espacio, más que en el dominio personal y social.
- La corteza cingulada anterior. Los sistemas relacionados con la emoción-sentimiento, la atención y la memoria funcional interactúan constituyendo de este modo la fuente de energía de acción interna y externa.

En resumen, parece existir una serie de sistemas en el cerebro humano dedicados de forma consistente al proceso de pensamiento orientado a un fin que llamamos razonamiento, y a la selección de respuestas que llamamos toma de decisiones, con un énfasis especial en el dominio personal y social. Esta misma serie de sistemas está asimismo implicada en la emoción y el sentimiento, y se dedica en parte al procesamiento de las señales procedentes del cuerpo (Damasio, 2011, p. 117).

Las decisiones sobre aquellas situaciones más complejas (complejidad maximizada por la incertidumbre), que requieren el uso del razonamiento; pueden ser de dos tipos distintos: (a) situaciones relacionadas con el ámbito personal y social (por ejemplo, elegir profesión, pareja o amistades) y (b) situaciones tradicionalmente relacionadas al “razonamiento puro” (escribir una sinfonía o resolver un problema matemático, entre otros).

Estos dos grupos de situaciones están íntimamente ligados a la supervivencia y a su calidad, no solo a nivel individual sino también a nivel del grupo social al que se pertenece. Se trata, en ambos casos, de utilizar estrategias lógicas que permitan evaluar las distintas opciones y relacionarlas con sus consecuencias. Considera, también, la dificultad en la definición de “ventajoso” en la toma de decisiones debido a que podría serlo para una persona o para un grupo y ser lo contrario para otra. En todo caso, debe tenerse en cuenta los resultados a niveles individuales y por ende al grupo al que pertenece.

En el caso de las decisiones de los espacios personales y sociales debe tenerse en cuenta que “una ineptitud profunda en la toma de decisiones personales no está necesariamente acompañada por una incapacidad profunda en el dominio no personal [...]” (Damasio, 2011, p. 237). No está muy definido el grado en que personas con incapacidad de tomar decisiones acertadas para su vida personal también lo son cuando se trata de tomar decisiones sobre la vida personal de otros sujetos. Por otro lado, se tiene evidencias de situaciones contrarias, es decir la eficacia para el manejo de la vida personal pero incapacidad para ámbitos distintos. Damasio relaciona estrechamente estas afirmaciones con la teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner, quien considera un tipo específico de inteligencia al que denomina “Inteligencia social”.

Por otro lado, las emociones tienen su origen en regiones tanto subcorticales como neocorticales y los sentimientos son procesos cognitivos, de valoración y evaluación de los estados corporales; por lo tanto, siguen el mismo proceso de origen que cualquier proceso cognitivo y depende de la generación de imágenes y de procesamientos en la corteza cerebral (Damasio, 2011).

Considero que los sentimientos poseen una condición verdaderamente privilegiada. Se representan a muchos niveles neurales, incluyendo el neocortical, donde son los iguales neuroanatómicos y neurofisiológicos de todo lo que aprecian los demás canales sensoriales. Pero debido a sus lazos inextricables con el cuerpo, aparecen primero en el desarrollo y conservan una primacía que penetra sutilmente en nuestra vida mental. Debido a que el cerebro es la audiencia cautiva del cuerpo, los sentimientos son ganadores entre iguales. Y puesto que lo que llega primero constituye un marco de referencia para lo que viene después, los sentimientos tienen la última palabra en lo que se refiere a la manera en que el resto del cerebro y la cognición se ocupan de sus asuntos. Su influencia es inmensa (Damasio, 2011, p. 225).

Emoción y sentimiento, tienen su origen en dos procesos distintos y fundamentales: (a) la percepción de un estado corporal específico, resultado de una evaluación yuxtapuesto a las imágenes generadoras de dicho estado y (b) procesos cognitivos que acompañan a los acontecimientos descritos en (a). Emoción y sentimiento funcionan en paralelo.

A partir de todas estas afirmaciones, el autor plantea la necesidad de contar con una estrategia alternativa para la toma de decisiones teniendo en cuenta que la posibilidad tradicional se basa en el uso de la “razón elevada”, es decir, la concepción del sentido común defendida por Platón, Descartes y Kant según la cual la lógica formal es la que nos permitiría cumplir con dicha tarea dejando de lado a las emociones debido a que el racionalismo considera que las pasiones interfieren en el procesamiento racional.

La lógica formal requiere de un análisis exhaustivo de todas las opciones y las relaciones con sus respectivas consecuencias. Para ello debemos establecer un análisis de tipo coste/beneficio que se complejiza cada vez que se prolonga en el tiempo; es preciso proyectar en tiempos imaginarios posibles consecuencias que se van multiplicando. En esta situación, además, hará falta uniformizar criterios distintos para poder realizar comparaciones. Todo este proceso requiere mucho tiempo y no necesariamente garantiza la elección de la alternativa más ventajosa. Incluso es posible que no pueda culminarse el proceso y que la elección no se produzca debido a los

límites de la memoria funcional y de la atención que pueden provocar la pérdida de los datos obtenidos en un momento determinado. Este tipo de estrategia en la que la razón pura es la encargada de tomar una decisión se encontró de manera recurrente en pacientes con lesión prefrontal estudiados por el autor, quien concluye al respecto que una persona adulta y sana no utiliza esta estrategia en situaciones normales.

[...] con frecuencia nuestro cerebro puede decidir bien, en cuestión de segundos o minutos, en función del marco temporal que establezcamos como apropiado para el fin que queremos conseguir y, si puede hacerlo, debe hacer esta tarea maravillosa con algo más que razón pura (Damasio, 2011, p. 242).

Al enfrentarse a una situación que requiere asumir una postura o tomar una decisión y antes de efectuar el análisis coste/beneficio; el cuerpo reacciona y nos transmite una sensación negativa o placentera a nivel visceral como resultado de imaginar dicha situación. Es por este motivo que el autor lo denomina *marcador somático*, este marcador es un caso especial de sentimiento generado a partir de emociones secundarias y funciona como una alarma que nos previene sobre los posibles peligros y por lo tanto, si la situación imaginada que lo provocó desencadena una sensación negativa, se descarta automáticamente de la lista de opciones posibles. De la misma manera si ocurre lo contrario, si la posibilidad es valorada como positiva, se considera la necesidad de evaluar esa opción con más detenimiento y surge una sensación de incentivo. El marcador somático no siempre será suficiente para tomar decisiones pero sí ayuda a disminuir considerablemente las opciones que luego deberán ser analizadas utilizando el razonamiento que fue descrito anteriormente. De este modo se hace patente la asociación entre procesos cognitivos y emocionales.

De acuerdo con estas afirmaciones, el proceso que conocemos como intuición tendría bases biológicas. Este proceso empezaría igual que con cualquier proceso que se lleva a cabo a nivel de la consciencia (a través de la creación de imágenes) pero en este caso no haría falta cambios a nivel corporal, éstos quedarían bloqueados a nivel del núcleo cerebral inhibiéndose la respuesta que conduce a una acción determinada. Las opciones negativas quedarían simplemente descartadas lo que permitiría que únicamente las opciones más favorables sean consideradas a nivel de la consciencia. Esta forma de proceder está considerada también en ámbitos distintos del personal y social, tal como plantean ciertos matemáticos, físicos y biólogos que reconocen y ponen en valor la mezcla de “intuición y razón” en cualquier proceso de creación descartando la intervención exclusiva del razonamiento lógico.

Sin embargo, existen situaciones en las que los sentimientos o los marcadores somáticos pueden llevarnos a tomar decisiones equivocadas o interferir en el proceso de evaluación que nos permita asumir la decisión más acertada. La emoción puede ser buena o mala, dependiendo de la situación o el contexto.

Los impulsos biológicos y el mecanismo automático del marcador somático que se basa en ellos son esenciales para algunos comportamientos racionales, especialmente en los ámbitos personal y social, aunque pueden ser perniciosos para la toma racional de decisiones en determinadas circunstancias al crear un

sesgo avasallador contra hechos objetivos o incluso al interferir con mecanismos de soporte de la toma de decisiones, tales como la memoria funcional (Damasio, 2011, p. 267).

Es decir, los marcadores somáticos son necesarios pero no suficientes para la toma de decisiones teniendo en cuenta que permiten que el número de opciones disminuya pero aún hace falta utilizar el razonamiento en su clásica acepción. Se asume que esta función la realizan las estructuras prefrontales y que a su vez permiten la generación de multitud de imágenes en otras zonas del cerebro. Hace falta ser capaz de utilizar los mecanismos de atención básica que permita mantener una imagen en la consciencia excluyendo relativamente a otras y poseer un mecanismo de memoria funcional.

Los marcadores somáticos no solo marcan un valor para lo representado sino también amplifican la atención y la memoria funcional continuadas, y ubica estas funciones en las cortezas prefrontales. “Esto deja abierta la posibilidad de que los marcadores somáticos influyan asimismo en la atención y la memoria funcional dentro del propio ámbito biorregulador y social” (Damasio, 2011, p. 274).

El cerebro solo es capaz de procesar un número limitado de imágenes a la vez, por lo tanto necesariamente debe realizar un proceso de selección y este solo es posible si existe una jerarquía. Los marcadores somáticos son los encargados de realizar dicha categorización, incluso son los propios marcadores somáticos los que funcionan como predilecciones o sesgos. Estas predilecciones sobre ciertas opciones de todas las posibles hacen que la atención se centre especialmente en ellas. Sucede también que los marcadores somáticos no solo atraen la atención sobre una opción concreta sino que también refuerzan o intensifican esa atención. El papel de la memoria funcional es importante porque es la que permite que la opción u opciones reconocidas por los marcadores somáticos permanezcan más tiempo en la consciencia de la persona. La lógica y el proceso de razonamiento se realizan a continuación y permite, por ejemplo, evaluar las opciones elegidas y efectuar un diagnóstico sobre sus consecuencias de manera efectiva debido a que su número ha disminuido notablemente.

El autor enfatiza que estos aportes constituyen una hipótesis que aún no ha sido demostrada empíricamente. Por otro lado, en una publicación más reciente (Damasio, 2014) establece nuevas relaciones de dos direcciones entre emoción y cognición, más exactamente entre emoción y pensamiento “Determinados pensamientos evocan determinadas emociones y viceversa. Los niveles cognitivos y emocionales de procesamientos están continuamente conectados de esta manera” (p. 85). El proceso de aprendizaje que desemboca en este tipo de respuestas sigue la siguiente sucesión: (1) se desencadena una emoción; (2) se experimenta un sentimiento; (3) el cerebro produce un determinado tipo de pensamientos asociados a la emoción y el sentimiento experimentados gracias a la memoria. Si esos pensamientos surgen en la mente, se genera la emoción y el sentimiento. Se trata de un proceso veloz que impide a quien lo experimenta identificar qué sucedió en primer lugar. Estos pensamientos asociados a emociones y sentimientos también pueden desencadenar la emoción así como los

cambios corporales y expresiones faciales pueden terminar desencadenando emoción y sentimiento de acuerdo a los estudios de Ekman.

Algunos sentimientos optimizan el aprendizaje y la memoria. Otros, en particular los que son extremadamente dolorosos, perturban el aprendizaje y suprimen la memoria como protección. En general, el acuerdo de la situación sentida promueve, conscientemente o no, la evitación de acontecimientos asociados a sentimientos negativos y la búsqueda de situaciones que puedan causar sentimientos positivos (Damasio, 2014, p. 199).

Asegura, también:

[...] los sentimientos constituyen una poderosa influencia sobre la razón, que los sistemas cerebrales que los sentimientos requieren se hallan enmarañados en los que precisa esta, y que tales sistemas específicos están entretejidos con los que regulan el cuerpo. [...] La razón parece depender de sistemas cerebrales específicos, algunos de los cuales resultan procesar sentimientos. De manera que puede haber una pista de conexión, en términos anatómicos y funcionales, desde la razón a los sentimientos y el cuerpo. Es como si estuviéramos poseídos por una pasión por el razonamiento, un impulso que se origina en el centro del cerebro, impregna otros niveles del sistema nervioso y emerge ya sea como sentimientos o como preferencias no conscientes que guían la toma de decisiones (Damasio, 2011, p. 329).

2.6.3.4. Otros aportes: Sacks y Eagleman

Oliver Sacks (1933-2015), también observó en algunos de sus pacientes que, incluso demostrando facilidad para formular hipótesis cognitivas, no se mostraban capaces de realizar juicios cognitivos. Al respecto afirma: “El juicio es intuitivo, personal, global y concreto: “vemos” cómo están las cosas, en relación unas con otras y consigo mismas” (Sacks, 2009. p. 26). Plantea que el ser humano y su vida no son mecánicos o abstractos, sino sobre todo son personales; es decir, no solo se fundamentan en clasificar o categorizar sino que entrañan sentimientos y juicios continuos y que son éstos los que nos diferencian de una máquina capaz de efectuar procesos netamente cognitivos e incapaz de captar lo concreto y lo real.

Eagleman (2013) reconoce el carácter inconsciente de los procesos involucrados en la toma de decisiones, asumiendo la existencia de una brecha entre conocimiento y consciencia por la ineficacia de la introspección debido a que la memoria implícita y la explícita son independientes.

Identifica, también, a las respuestas emocionales como el procesamiento de información en el que los datos provienen del interior desencadenando así acciones concretas de evitación o rechazo en función de la valoración que se efectúe del estímulo desencadenante.

2.7. ¿ES POSIBLE EDUCAR LAS EMOCIONES?

En este apartado exponemos la importancia, posibilidad y maneras de intervenir sobre las emociones. Cuestiones vinculadas a su gestión y transformación con fines determinados a partir de la educación.

2.7.1. Planteamientos en Filosofía

Martha Nussbaum (2008) considera imprescindible una formación basada en la compasión y el amor para la consecución de ciudadanos libres, justos y democráticos. Entre las estrategias para el desarrollo de la compasión, asumiendo su carácter de constructo social que empieza en el seno familiar, plantea las siguientes:

- Relaciones entre padres e hijos basadas en el amor y la culpa, en lugar de la vergüenza. La culpa implica que un aspecto concreto o una conducta determinada es errónea, la vergüenza puede transmitir el mensaje de maldad generalizada. De este modo es posible asumir al otro con interés y asombro.
- Las artes. Conocer dramas que permiten reconciliarse con nuestra falta de omnipotencia y nuestra vulnerabilidad. La literatura, el cine y la poesía pueden ser vías de acceso a experiencias dolorosas en otros permitiendo así el desarrollo de la compasión.
- Las instituciones también deben hacerse cargo de esta formación, teniendo en cuenta el carácter plural de la sociedad en términos de valores, creencias y religión. Una sociedad compasiva y justa debe tener en cuenta las siguientes capacidades humanas fundamentales de los que los ciudadanos deben disfrutar: vida; salud corporal; integridad corporal; sentidos, imaginación y pensamiento; emociones; razón práctica; afiliación; otras especies (animales, plantas y la naturaleza en general); juego; control sobre el propio entorno (político y material).

La formación de ciudadanos debe tener en cuenta la importancia de mantener dichas capacidades pues su pérdida supone una tragedia en la vida de una persona y que en muchos casos es producto de la injusticia, reconociendo a quienes lo padecen como agentes activos capaces de transformar su propia situación en lugar de asumirlos como víctimas pasivas. Es importante formar el sentimiento de vulnerabilidad en contra de la omnipotencia, desarrollar el juicio de las posibilidades parecidas que desemboca no solo en empatía sino en una compasión justa y activa.

Entre las estrategias que la autora plantea están:

- Brindar un amplio espacio a la formación en artes y humanidades, que permitirán en los niños formar juicios correctos y justos mientras desarrollan su propia capacidad de empatía imaginando las experiencias de otros y participando de su sufrimiento.
- Incentivar el desarrollo de la imaginación en niños pequeños a través de historias y canciones, fomentando curiosidad, estupor y admiración por la belleza. Imaginar los mundos interiores de personajes y objetos dotándolos de emociones, vida y pensamiento. Crear historias propias que les permitan conocer su propia visión del mundo, tanto exterior como interior y sus propias acciones en cada uno de ellos.

Acercarse al sufrimiento que conlleva el dolor, la enfermedad y la muerte tanto en seres humanos como en animales. La novela social podrá ser tratada con estudiantes de más edad.

- Tratamiento de las tragedias familiares, sociales, culturales y de grupos vulnerables a través de recursos poéticos, visuales y musicales del drama. Recuperar la enseñanza de mitos y relatos procurando la formación de una aprehensión de la común humanidad. Discriminar el origen de la tragedia, definir si surge como resultado de situaciones inevitables generadas por el destino, disposiciones injustas de las instituciones o una mezcla de ambas.
- Una educación compasiva debe ser multicultural. Los futuros ciudadanos deben ser capaces de reconocer y valorar la diversidad y al mismo tiempo las necesidades, el dolor y los derechos comunes a los seres humanos. Debe ser una educación humanizadora. Debe estudiar historia política, social y económica desde una postura activa a través de la imaginación en lugar de tener un papel pasivo de mero receptor.

2.7.2. Planteamientos en Psicología

2.7.2.1. La alfabetización emocional de Goleman

Desde su teoría de la Inteligencia Emocional, Goleman (1998) afirma que la educación que brinda la familia representa las primeras experiencias de educación emocional “[...] en esta caldera aprendemos cómo sentirnos con respecto a nosotros mismos y cómo los demás reaccionarán a nuestros sentimientos; a pensar sobre estos sentimientos y qué alternativas tenemos; a interpretar y expresar esperanzas y temores” (p. 224).

Teniendo en cuenta que la educación de una persona no se limita al ámbito familiar sino que se institucionaliza a los pocos años de vida, plantea dos cuestiones distintas relacionadas con la conexión entre educación y emociones:

- a) Influencia de las emociones en el aprendizaje. Justifica la importancia de una adecuada salud emocional y su influencia positiva en los resultados académicos a partir de las conclusiones de investigaciones con niños pequeños a los que se hizo un seguimiento a lo largo de sus primeros años de escolaridad. Los resultados académicos de los niños cuyos padres efectuaron un “adecuado entrenamiento emocional” eran notablemente superiores con respecto a los demás participantes. Reconoce la influencia de la genética, sin embargo, considera que la educación tiene una influencia más poderosa en la vida emocional de una persona.

Las emociones pueden influir de manera directa en el aprendizaje. Por ejemplo, una persona ansiosa, enfurecida o deprimida no es capaz de aprender porque no es capaz de asimilar la información eficazmente ni de manejarla de manera apropiada. La memoria activa puede incluso quedar paralizada debido a la influencia de las emociones y como consecuencia, la concentración también se entorpece.

Las emociones positivas logran el efecto contrario en las capacidades cognitivas de quien las experimenta. El buen humor, la esperanza, el tener una actitud positiva permiten enfrentarse a los retos. El carecer de esperanza hace que simplemente se

abandone la tarea, no se considera la posibilidad de alcanzar los objetivos. “Es en este sentido que la inteligencia emocional es una aptitud superior, una capacidad que afecta profundamente a todas las otras habilidades, facilitándolas o interfiriéndolas” (Goleman, 1998, p. 107).

El buen humor facilita que consideremos opciones más creativas e incluso arriesgadas que si estamos preocupados, por lo tanto desde un punto de vista de aplicación en el aula el maestro debe considerar esta condición para crear climas agradables y distendidos teniendo en cuenta que la creatividad es una habilidad que debe trabajarse. Además, el buen humor nos permite actuar de manera más tolerante cuando la situación requiere de trabajo cooperativo.

Por otro lado, plantea la importancia de la motivación a través del concepto de “Flujo” (Csikszentmihalyi, 1997) como el estado óptimo del cerebro para la realización de cualquier actividad. Se entiende por flujo el estado en el que la persona está absolutamente implicada en la tarea que tiene entre manos, sin considerar siquiera lo que ocurre a su alrededor, se olvida del yo y su cerebro se encuentra relajado y concentrado, libre de influencias emocionales y el desempeño de un estudiante en este estado es significativamente mejor. El autor vincula este concepto además de con la motivación, con el esfuerzo y con dotar de sentido a la tarea que se realiza.

La retroalimentación es importante para el proceso educativo, debido a la influencia de las críticas bien orientadas y positivas en la motivación interna permitiendo la formación de la autoconsciencia sobre las acciones personales y sus consecuencias así como la discriminación de estas en positivas o negativas, tanto para el bienestar propio como ajeno. Una crítica destructiva puede generar impotencia, ira y rebelión. La constructiva mantiene la ilusión de mejorar y sugiere el comienzo de un plan para lograrlo. Es decir, se pone en juego la autoeficacia, entendida como la creencia de que se tiene dominio sobre los acontecimientos de la vida propia que surgen como consecuencia del optimismo y la esperanza, cuando es positiva o de la impotencia y la desesperación en el caso contrario.

Por lo tanto, la inteligencia emocional también es importante para un buen desempeño escolar porque confianza, curiosidad, intencionalidad, autocontrol, relación, capacidad de comunicación y cooperatividad son imprescindibles porque permiten la buena disposición de los niños para aprender y relacionarse de manera adecuada.

- b) Educación de los afectos. La necesidad de una educación emocional en las instituciones regladas está orientada no solo para mejorar los resultados académicos de los estudiantes, sino como una necesidad imprescindible de la formación integral de la población que podría evitar conflictos personales y sociales mejorando las relaciones. Las consecuencias son deficiente control emocional, falta de entrenamiento en el conocimiento y control de las emociones tanto propias como ajenas al malestar emocional, agresividad, depresión, trastornos en la alimentación, marginación, deserción escolar y adicciones.

Considera que a diferencia de las concepciones tradicionales que utilizaban los afectos para lograr aprendizajes, la alfabetización emocional busca educar el afecto mismo. “El aprendizaje no es un hecho separado de los sentimientos de los niños. Ser un alfabeto emocional es tan importante para el aprendizaje como la instrucción en matemática y lectura” (Goleman, 1998, p. 302).

Brinda especial importancia a las emociones relacionadas con los prejuicios afirmando que se forman en la infancia; generalmente como producto de la educación recibida en la familia. Los adultos transmiten a los más jóvenes aquellos prejuicios que, a su vez, les fueron transmitidos durante su infancia y que posiblemente, hayan ganado fuerza con los años. Sin embargo, las convicciones que permiten justificarlas necesitan de más tiempo teniendo en cuenta su carácter intelectual. Los prejuicios no son fáciles de erradicar pero sí se pueden evitar actos discriminatorios. Una estrategia que el autor considera eficaz es brindar oportunidades que permitan cambiar la perspectiva de apreciar e interpretar la realidad posibilitando que los estudiantes sean capaces de comprender las emociones dolorosas experimentadas por personas que sufren de discriminación, desarrollar la empatía y la compasión. “Si los viejos prejuicios de la gente no pueden ser fácilmente suprimidos, lo que sí puede modificarse es lo que hagan con respecto a ellos” (Goleman, 1998, p.189).

Considera los siguientes aspectos a tener en cuenta en un programa de alfabetización emocional:

- a) Poner nombre a las emociones que se experimentan. Reconocer los propios sentimientos y construir un vocabulario que ayude a expresarlos.
- b) Asumir que las emociones son el resultado de experiencias. Para poder comprenderlas y controlarlas es imprescindible averiguar los motivos de su aparición. Reconocer los vínculos entre pensamientos, sentimientos y reacciones.
- c) Discriminar si las decisiones tienen su origen en pensamientos o en sentimientos.
- d) Identificar las diferentes opciones de respuesta a cada emoción. Procurar que se cuente con un número considerable de opciones distintas teniendo en cuenta las consecuencias de cada una de ellas.
- e) Tomar consciencia de las fortalezas y debilidades propias, con optimismo pero dentro de la realidad evitando daños en la autoestima.
- f) Hacerse cargo de las consecuencias de las decisiones que se asumen, cumplir los compromisos.
- g) Desarrollar la empatía respetando la diversidad de perspectivas sobre un mismo objeto o situación.
- h) Aprender a escuchar y formular las preguntas más adecuadas discriminando entre lo que el interlocutor expresa y los juicios propios.

- i) Desarrollar capacidades básicas para las relaciones interpersonales: compromiso de negociación, disposición al cooperativismo, actitud activa y respetuosa.

La principal estrategia que Goleman considera es el autoconocimiento y la autorreflexión a través del diálogo sobre los sentimientos que se experimentan durante las sesiones así como la resolución de situaciones hipotéticas.

2.7.2.2. El proceso de afrontamiento de Lazarus

Lazarus (2000) plantea una relación directa entre emociones y salud considerando tres formas distintas de la influencia de una sobre la otra:

- 1) El estrés y las emociones están íntimamente relacionados y la manera de enfrentarlos, generalmente, es perjudicial para la salud.
- 2) Durante una experiencia emocional se producen y segregan potentes hormonas que perturban el funcionamiento inmunitario del organismo provocando la aparición de enfermedades.
- 3) Si se trata de una emoción positiva pueden producirse y segregarse otro tipo de hormonas que fomentan ecuanimidad corporal, lo que ayudaría a proteger al organismo de alguna enfermedad o incluso curarla.

El autor considera fundamental para una adecuada salud emocional y por consiguiente una buena calidad de vida la capacidad de autorregular nuestras emociones y sus consecuencias. A ese proceso lo denomina *afrontamiento*.

El afrontamiento da forma a nuestras emociones, pero su función más importante es regular esas emociones una vez generadas, así como las situaciones a veces conflictivas que las provocan. El afrontamiento es lo que hacemos y pensamos en un intento de regular la tensión y las emociones relacionadas con ella, tanto si estos intentos tienen éxito como si no (Lazarus, 2000, p. 197).

Dicho proceso se lleva a cabo incluso cuando experimentamos emociones positivas, en este caso el objetivo del afrontamiento es mantener el bienestar evitando que se pierda. Ante la adversidad, el afrontamiento permite buscar estrategias que permitan cambiar la situación y llevarlas a cabo. Si dichas estrategias no tienen éxito el afrontamiento buscará minimizar los efectos de la experiencia emocional negativa (Lazarus, 2000).

El autor define dos tipos distintos de afrontamiento: (a) afrontamiento mediante la resolución de problemas y (b) afrontamiento centrado en la emoción. Este último, puede a su vez, ser por evitación o por reevaluación del significado personal. Afirma que al margen de estas estrategias, el verbalizar la situación puede ser efectivo tanto si se efectúa de manera oral como por escrito.

2.7.3. Planteamientos en Biología y Neurociencia

2.7.3.1. Observaciones de Buck

La educación emocional es un proceso de enseñanza social basada en la retroalimentación social y biológica además de la imitación y la modelización. Este tipo de aprendizaje es distinto de otros aprendizajes de tipo social y frecuentemente se

produce de manera no reglada ni explícita durante la convivencia con un grupo de personas pertenecientes a una misma cultura. Si dicha educación emocional es exitosa, desarrollará la competencia emocional; es decir, la habilidad para seguir normas culturales para nombrar, entender y expresar los sentimientos y deseos propios de manera coherente con los valores de la cultura en la que se encuentra inmersa la persona.

2.7.3.2. Observaciones de LeDoux

LeDoux (1999) afirma que una situación asociada al estrés provoca unas reacciones en cadena que culminan con la liberación de las conocidas como “hormonas del estrés” desde las glándulas suprarrenales. Dichas hormonas se han relacionado desde distintos estudios con deficiencias en la memoria como resultado del impacto de estas sustancias en el hipocampo que puede, incluso, disminuir su tamaño. Dichos efectos dependen del grado de estrés que se sufra:

- Nivel leve de estrés: se libera adrenalina, la memoria consciente se refuerza.
- Nivel alto de estrés: se liberan hormonas del estrés desde las glándulas suprarrenales que limitan las funciones del hipocampo. Para que esto se produzca, el estrés debe ser grave y durar varios días.

Sin embargo, el estrés no afecta al núcleo amigdalino, incluso es posible que potencie sus funciones, lo que supondría que podría tenerse algún recuerdo consciente débil de una experiencia concreta y al mismo tiempo que se hayan constituido recuerdos emocionales inconscientes muy intensos a través del mecanismo del miedo condicionado controlado por el núcleo amigdalino. Estos temores inconscientes pueden volverse muy resistentes a la extinción.

Reconoce que las emociones no solo influyen en nuestras respuestas inmediatas sino también en las futuras. Pueden ser útiles o destructivas en función de cómo evolucionen. “La salud mental es producto de la higiene emocional, y los problemas mentales reflejan en gran medida trastornos emocionales. Las emociones pueden tener consecuencias útiles o patológicas” (LeDoux, 1999, p. 22).

Considera que los impulsos primitivos consecuentes a una determinada experiencia emocional pueden ser parcialmente dominados por los controles corticales. Cuando este control no es efectivo surgen los trastornos de ansiedad. A partir de sus estudios empíricos concluye que este control se debe a la calidad de las conexiones existentes entre la amígdala y la corteza.

Lo curioso es que se sabe que las conexiones que van desde las zonas corticales hasta el núcleo amigdalino son muchísimo más débiles que las que van desde este hasta la corteza. Es posible que esto explique por qué la información emocional invade con tanta facilidad nuestros pensamientos conscientes y por qué nos cuesta tanto conseguir el control consciente de nuestras emociones (LeDoux, 1999, p. 298).

2.7.3.3. *Observaciones de Damasio*

Damasio (2011), por su parte, atribuye los comportamientos irracionales a la emoción incontrolada o mal dirigida en lugar de a la emoción propiamente dicha. Más recientemente, el autor reconoce a los sentimientos como los responsables de la regulación de las emociones: “Los sentimientos abren la puerta a una cierta medida de control premeditado de las emociones automatizadas” (Damasio, 2014, p. 94).

Teniendo en cuenta la complejidad del ser humano, las regulaciones de nuestra vida adulta no deben limitarse a las soluciones automáticas. No debemos regular nuestra vida solo en función de nuestros deseos y necesidades sino que éstos deben incluir preocupación por el bienestar de los demás así como por sus deseos y sentimientos.

2.8. EMOCIONES, NORMAS Y VALORES COMO HERRAMIENTAS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE CONTEXTOS DEMOCRÁTICOS

Los seres humanos, y los seres vivos en general, se desarrollan y desenvuelven en un medio ambiente específico para cada especie; este medio influye de manera definitiva en las acciones de los seres, y el éxito o fracaso en ellas. El ser humano, como ser social se desenvuelve en un ambiente social de manera que sus acciones dependen de las expectativas, juicios y requerimientos de los demás (Dewey, 2004).

La educación, en su sentido más amplio, es el medio de de esta continuidad de la vida. Cada uno de los elementos constitutivos de un grupo social, tanto en una ciudad moderna como en una tribu salvaje, nace inmaduro, indefenso, sin lenguaje, creencias, ideas ni normas sociales. Cada individuo, cada unidad de portadores de la experiencia vital de su grupo desaparece con el tiempo. Y sin embargo, la vida del grupo continúa (Dewey, 2004, p.14).

Todas las sociedades perviven a los seres humanos que las componen a través de un proceso de autorrenovación constante que no se puede garantizar únicamente a través de la comunicación de creencias, valores y conocimiento dentro de la familia, la escuela y el contexto social más amplio. El proceso de transmisión se produce fundamentalmente a través del ambiente y asumir consciencia del rol del medio en el desarrollo de habilidades y capacidades sociales, así como también de valores y normas que faciliten y optimicen la convivencia en contextos igualitarios y justos, permite al profesorado regularlo de manera deliberada para explotar su potencial educativo a través del intercambio de experiencias entre sus miembros en un proceso dialógico, no solo brindando a los estudiantes dicha posibilidad, sino también desarrollando su capacidad de apropiarse de esas experiencias y construir así una comunidad democrática con un objetivo común brindando a sus miembros herramientas y libertad para la acción (Dewey, 2004), teniendo en cuenta que el objetivo de la educación reglada tiene como objetivo primordial la formación de ciudadanos y ciudadanas libres, con capacidades de reflexión, crítica y de trabajar cooperativamente con los demás, priorizando el bien común a la individualidad con base en unos principios básicos de justicia (Cortina,

2013; Dewey, 2004; López Melero 2003, 2004, 2015; Nussbaum, 2008, 2015, 2016; Ricoeur, 1996).

Por otro lado, el ser humano, como ser eminentemente emocional establece sus relaciones con los demás a través del lenguajear y el emocionar. El emocionar hace posible la red de conversaciones que define una cultura específica (Maturana, 2001; Maturana y Verden-Zöler, 2011).

En este sentido, las emociones son un componente fundamental de la deliberación moral si tenemos en cuenta que se ponen en juego mientras un grupo de seres humanos deliberan éticamente sobre la mejor manera de vivir en comunidad. En la comunidad construida por ellos y ellas (Dewey, 2004; Nussbaum, 2008; Ricoeur, 1996). “Lo humano se constituye en el entrelazamiento de lo emocional con lo racional. Lo racional se constituye en las coherencias operacionales de los sistemas argumentativos que construimos en el lenguaje para defender o justificar nuestras acciones” (Maturana, 2001, p. 10).

Freire (1970) nos permite asumir que profesorado y alumnado establecen relaciones de igualdad mediadas por el diálogo basado en la humildad, la confianza y el amor a través de las cuales ambos se enriquecen mutuamente. “En este lugar de encuentro, no hay ignorantes absolutos ni sabios absolutos: hay hombres que, en comunicación, buscan saber más” (p. 73). El diálogo es la práctica de la libertad que permite la construcción de la democracia en condiciones de igualdad, generando esperanza y devolviendo la confianza en la propia capacidad creadora de los participantes. Este diálogo debe estar basado en el argumento, la reflexión y la acción y debe establecerse entre educador y educando. Ricoeur afirma al respecto: “[...] este arte de la conversación en el que la ética de la argumentación se verifica en el conflicto de las convicciones” (p. 319).

Hace falta que una persona conozca lo que conocen los demás y de manera recíproca, los demás deben tener información sobre los propósitos y avances de dicha persona en la consecución del fin común. Una comunidad democrática lo será realmente cuando todos sus miembros tengan las mismas oportunidades de conocer, interesarse, apropiarse y consentir el objetivo común. Lo que caracteriza o debe caracterizar una educación democrática es la comunicación, como un proceso de compartir experiencias hasta que estas se comparten por todo el grupo. Sin embargo, la vida tanto social como personal es dinámica, cambia continuamente en el tiempo, por lo tanto la vida social no solo existe por la comunicación sino que existe en ella (Cortina, 2013; Dewey, 2004).

Dotar de carácter dialógico a la educación implica dotarle de un carácter ético asumiendo que el educador no solo educa sino que mientras educa, también es educado a través del diálogo con el educando. “La filosofía es elocuente al hablar del deber del maestro de instruir a sus alumnos, pero es casi muda respecto a su privilegio de aprender” (Dewey, 2004, p. 70).

La reflexión de un ser humano sobre su medio más cercano y sobre la sociedad en la que se encuentra inmerso, le permite adoptar una postura crítica que desemboca en sentimientos de liberación de aquellas ideas, normas y preceptos que considere

incompatibles con las nuevas concepciones fruto de su reflexión. Se trata de un proceso el que debe enfrentar los impulsos morales que se encuentran arraigados desde su infancia. Probablemente, la consecuencia más importante de este tipo de reflexión y postura crítica es la capacidad de modificar el desarrollo moral de la siguiente generación (en primer lugar de sus hijos e hijas) transmitiendo las nuevas normas y valores fruto de su reflexión (Nussbaum, 2008).

Para formar personalidades activas y comprometidas es preciso transformar el aula en un espacio que tenga continuidad con el mundo real, un espacio donde se establezcan debates sobre situaciones cotidianas (Dewey, 2004).

En palabras de Morin (2015):

La enseñanza debe conducir a una «antropoética» por la consideración del carácter temario de la condición humana, que es a la vez individuo-sociedad-especie. En ese sentido, la ética individuo/sociedad requiere de un control mutuo de la sociedad por el individuo y del individuo por la sociedad, es decir la democracia; la ética individuo/especie convoca al siglo XXI la ciudadanía terrestre (p. 115).

Una sociedad se construye a través de la comunicación. No es suficiente con que un grupo humano comparta un espacio físico; hace falta compartir un mismo fin y que todos los miembros estén interesados en él de manera que todas sus actividades se organicen en función a dicho fin. En palabras de Maturana (2001):

La preocupación ética como preocupación por las consecuencias que nuestras acciones tienen sobre otro, es un fenómeno que tiene que ver con la aceptación del otro y pertenece al dominio del amor. Por eso la preocupación ética nunca se extiende más allá del dominio social donde surge (p.33).

No es posible lograr una verdadera democracia sin una paideia (educación moral) democrática. Es decir, la educación democrática en el sentido amplio del término. La razón es que para que una democracia funcione de acuerdo a su “espíritu”, los ciudadanos deben cuidar de su ciudad y de sus compromisos y acuerdos institucionales (Straume, 2014). Dichos acuerdos se estructuran como normas, cuyo carácter vinculante debe ser reconocido por todos los miembros, reconociendo también el compromiso y obligación de respetarlas. Es este modo, además de regular la convivencia, las normas configuran el carácter de los componentes de la comunidad a través de la construcción de valores (Cortina, 2013; Habermas, 1998).

[...] una norma es justa si todos los afectados por ella pueden darle su consentimiento después de un diálogo celebrado en las condiciones más próximas posible a la simetría, un diálogo en que los afectados han sacado a la luz sus intereses de forma transparente y están dispuestos a dar por justo el resultado final, el que satisfaga intereses universalizables (Cortina, 2013, p. 42).

El reconocimiento de la legitimidad de una norma implica que la persona identifica las expectativas que su grupo tiene sobre sus acciones; de este modo, el no cumplimiento de una norma socialmente aceptada y reconocida desencadena vergüenza y culpa en quien la infringe (Nussbaum 2008, 2010).

La sociedad actual, caracterizada por la globalización y la individualización, necesita el desarrollo continuo de valores y la construcción activa y creativa de normas. La democratización continua, en la que las personas pueden participar activamente a todo nivel, debe ser un terreno fértil para dicho desarrollo de valores así como también para la identificación y compromiso con dichas normas. Una educación más democrática puede contribuir a este desarrollo y construcción de sociedades más democráticas (Veugelers, 2007). Asumiendo que:

La democracia no es un producto de la razón humana, la democracia es una obra de arte, es un producto de nuestro emocionar, una manera de vivir de acuerdo a un deseo neomatrístico por una coexistencia dignificada en la estética del respeto mutuo (Maturana y Verden-Zöler, 2011, p. 62).

Centrar el foco en cómo los estudiantes deben aprender sobre democracia no solo tiene que ver con la naturaleza de dicho aprendizaje. La ciudadanía democrática debe construirse no como un atributo individual, sino con los demás y para los demás. Este enfoque permite evidenciar la manera en que el aprendizaje de la democracia se sitúa en el desarrollo vital de la juventud y cómo se encuentran inmersas en una realidad cultural, social, política y económica más amplia (Biesta y Lawy, 2006).

La democracia, por lo tanto, debe ser un sistema incrustado en la educación de los sujetos y no solo un conjunto de disposiciones y procedimientos que deben aplicarse o administrarse. Un ser humano que tiene este sistema incorporado a su ser tiene compromiso con aquellos intereses comunes a toda persona: honradez, veracidad, responsabilidad, valentía intelectual, vergüenza y coraje democráticos. La vergüenza democrática es una virtud social y política que es necesaria para moderar las tentaciones, permite la autorregulación y la capacidad de marcar límites en situaciones en las que no existen límites externos (Straume, 2014).

Para hacerlo posible, el niño tiene que reconocer a los demás como objetos distintos de sí mismo, con necesidades legítimas y propias deshaciéndose así de su omnipotencia y dando paso a la justicia (Nussbaum, 2008).

Los argumentos utilizados para definir y concretar el desarrollo moral sano de una persona permite, también, caracterizar a una sociedad o institución que sea capaz de generar personas con alto sentido moral entendiéndose este como “[...] la moralidad implica el uso de capacidades de reparación, respeto por la humanidad de las otras personas y consideración por la condición de los otros de estar sujetos a necesidades” (Nussbaum, 2008, p. 253).

2.9. RESULTADOS PRIMARIOS

A modo de síntesis, en este apartado final recopilamos los resultados primarios obtenidos tras la primera fase del Análisis Didáctico de los antecedentes relacionados considerados en nuestra investigación. Están distribuidos siguiendo la organización empleada en este capítulo en la exposición de los antecedentes referidos al estudio de las emociones. En concreto, (a) campo conceptual de las emociones, (b) emergencia y desencadenantes de las emociones, (c) representación de las emociones, (d) razón de ser

de las emociones, (e) relación entre emoción y cognición, y (f) educación de las emociones.

2.9.1. Campo conceptual de las emociones

RPR1 Las emociones han sido un tema de interés permanente y continuo a lo largo de la historia de la humanidad. Inicialmente fueron abordadas por la Filosofía y más adelante por la Biología y la Psicología. Recientemente, la moderna Neurociencia también se ha preocupado por su estudio, aportando nuevos y relevantes datos sobre su origen y funcionamiento a partir del campo conceptual generado durante las últimas décadas forjado con ayuda de los avances tecnológicos propios de la actualidad. En todos los casos, se ha reconocido su complejidad; carácter que ha dificultado el consenso en las diversas teorías y aproximaciones centradas en su comprensión.

RPR2 Tradicionalmente, los estudios de las emociones se han orientado por dos corrientes principales. Por una parte, la que las identifica con procesos netamente corporales, basados en los cambios fisiológicos asociados al fenómeno emocional. Por otra, la que considera a las emociones principalmente como procesos mentales. Esta división de los estudios clásicos tiene su base en el dualismo cartesiano que separa cuerpo y mente, considerándolas dos sustancias distintas.

RPR3 En la actualidad, las emociones están siendo estudiadas siguiendo las ideas de Spinoza, quien las asumió como dos sustancias complementarias de la naturaleza del ser humano. Las corrientes socioculturales también incluyen la importancia de la influencia de las cuestiones culturales, reconociendo el carácter social del ser humano desde una perspectiva más holística.

RPR4 Las emociones y el fenómeno emocional se han vinculado a dos cuestiones, desde todas las perspectivas consideradas para el presente estudio. La primera relaciona las emociones con la acción y la segunda con juicios valorativos o evaluaciones cognitivas de un objeto determinado (personas, animales o situaciones). De manera que una emoción se asume como la combinación de tres procesos distintos: evaluación cognitiva, cambios fisiológicos y tendencias para la acción.

RPR5 La complejidad inherente al fenómeno emocional se refleja en la ausencia de consenso en su conceptualización. Como consecuencia de esta carencia, no ha sido posible establecer una única categorización de las emociones y tampoco se ha logrado homogenización en el proceso de nombrarlas.

RPR6 Entre los principales obstáculos en el estudio de las emociones ubicamos el uso indiscriminado de los términos emoción y sentimiento, considerados como sinónimos. Distinguir las características de ambos conceptos ayuda a solventar numerosas incoherencias relativas a la naturaleza de ambos fenómenos entre las diferentes teorías y perspectivas. Por un lado, las emociones son procesos inconscientes a los que no podemos acceder ni controlar. Por otro lado, los sentimientos son procesos conscientes que permiten a quien los experimenta conocer los cambios que se producen en su propio cuerpo y también decidir sobre las acciones más oportunas y convenientes para cada situación.

2.9.2. Emergencia y desencadenantes de las emociones

RPR7 Una emoción tiene su origen en la evaluación cognitiva (valoración o juicio de valor) de una persona, objeto o situación; una emoción siempre está vinculada a algo (objeto, persona o situación). Dicha evaluación se efectúa en función de los significados, necesidades, o intereses personales; el resultado puede ser positivo (es bueno para mí) o negativo (es perjudicial). Las dos posibilidades de resultado pueden, a su vez, originar diversas emociones diferentes en función de lo que se valora y de su relación con quien lo experimenta. En términos de Lazarus (2000), depende de la *trama argumental*.

RPR8 Las emociones son contextuales y situacionales; los procesos de evaluación cognitiva evalúan permanentemente el medio ambiente y todo lo relacionado con él de manera que una emoción se transforma en otra continuamente. Es decir, además del carácter contextual y situacional, las emociones tienen carácter dinámico.

RPR9 La emoción resultante del proceso de evaluación cognitiva desencadena cambios a nivel fisiológico. Estos cambios también son distintos en función de la emoción y tienen el objetivo de preparar el organismo para una respuesta efectiva a la situación, objeto o persona evaluados. La evaluación, además de la emoción que se genera, define la intensidad de la misma.

RPR10 Además de los cambios fisiológicos, las emociones implican una tendencia a la acción, aunque algunas estén vinculadas a acciones sutiles o no perceptibles por un observador externo.

RPR11 Todas las emociones generan sentimientos. Un sentimiento es la toma de consciencia de los cambios corporales que se experimentan y permite relacionar dicha experiencia con el objeto que lo provocó y también es el origen del autocontrol. No es posible controlar una emoción por su carácter inconsciente, pero sí podemos decidir qué hacer a continuación por el carácter consciente de los sentimientos.

RPR12 Para desencadenar el fenómeno emocional no es imprescindible estar en presencia del objeto que se evalúa, las emociones también se generan por evocación. En este sentido, la memoria tiene un papel fundamental y los estudios neurocientíficos permiten distinguir diversos tipos de memoria, cada una asociada a funciones específicas. Una de ellas, la memoria emocional, permite generar las mismas emociones de un momento particular asociado a un objeto concreto a través de la lectura o el contacto con algo relacionado con el momento del suceso (olores, sonidos o colores).

RPR13 Una investigación cualquiera dentro de las Ciencias Sociales, debe considerar el carácter holístico del ser humano en lugar de limitarse a estudiar uno solo de sus componentes. En este sentido, reconocer la naturaleza biológica y ubicar en el cerebro a la mente y al origen de las emociones, nos permite acercarnos más y de manera más amplia a nuestra naturaleza real y, por lo tanto, a comprender mejor nuestro objeto de estudio.

2.9.3. Representación de las emociones

RPR14 El carácter inconsciente de las emociones impide nuestro acceso a ellas, de manera que únicamente somos conscientes del resultado. En este contexto, la narrativa autorreferencial de las experiencias emocionales puede ser muy inexacta en caso de que quien narra su vivencia no oculte ni distorsione la verdad.

RPR15 Entre las respuestas corporales asociadas al despertar emocional se encuentran las representaciones externas; principalmente, expresiones faciales y corporales que también tienen carácter inconsciente; sobre todo, durante los primeros segundos de la generación de la emoción. Es decir, las primeras expresiones faciales y corporales no pueden controlarse.

RPR16 De manera natural aprendemos desde niños a reconocer las expresiones faciales de los demás, a relacionarlas con emociones y, por lo tanto, a interpretar las acciones y palabras de otras personas.

RPR17 Es así, que las expresiones faciales y el lenguaje corporal representan una fuente valiosa de obtención de datos sobre las experiencias emocionales de los demás. Al mismo tiempo, contamos con herramientas concebidas a partir de la investigación específica sobre las expresiones faciales, que nos permiten interpretar las emociones ajenas.

2.9.4. Razón de ser de las emociones

RPR18 El origen genético de las emociones nos permite comprender sus funciones vinculadas a la supervivencia, teniendo en cuenta que son procesos autorreguladores que se encargan de discriminar lo dañino de lo beneficioso para el organismo. El ser humano moderno debe enfrentarse a nuevos retos y situaciones en su vida cotidiana, no necesariamente vinculados con su supervivencia directa, y lo hace con la participación de las emociones.

RPR19 La evolución filogenética del ser humano sigue un ritmo mucho más lento que los avances sociales, culturales y tecnológicos del hombre moderno. Por ello, nuestras herramientas genéticas no están adaptadas a las características de nuestra vida moderna. Con frecuencia se identifica este desfase como base y justificación de diversas conductas no deseadas y dañinas, tanto para los demás como para uno mismo. Sin embargo, es preciso recordar que nuestros cerebros modernos también cuentan con la capacidad de aprendizaje permanente, facilitado por la plasticidad que poseen. No podemos controlar nuestras emociones, pues son procesos inconscientes, pero sí podemos aprender a controlar qué hacemos con ellas a través de la educación.

RPR20 Identificar a las emociones con procesos impulsivos y alejados de la razón dificultan el cumplimiento de sus funciones sociales. Por el contrario, asumir su carácter mental, cognitivo y asociado al pensamiento y la lógica dirige las acciones asociadas a las emociones hacia el bien común y no solo hacia el propio.

RPR21 En este sentido, reconocer el carácter cognitivo evaluador de las emociones permite desarrollar y mejorar la capacidad de razonamiento ético y político de los más

jóvenes; dentro de la familia, en primer lugar, y luego en las instituciones educativas regladas.

RPR22 Las emociones vinculadas con el bienestar común, la convivencia justa y sana y el desarrollo cooperativo y equitativo son la compasión y el amor.

2.9.5. Relación entre emoción y cognición

RPR23 La relación entre emociones y cognición se ha contemplado desde todas las perspectivas, en ocasiones de manera implícita o utilizando descripciones en lugar de nombrar al pensamiento, o algún proceso netamente cognitivo (memoria, percepción, lenguaje, evaluación, codificación o decodificación, entre otros), en la conceptualización de una emoción.

RPR24 Se establecen relaciones bidireccionales entre los procesos cognitivos y los emocionales, de manera que los procesos cognitivos pueden generar emociones y las emociones influyen en la cognición.

RPR25 Emociones e inteligencia son indisociables; no solo teniendo en cuenta el concepto de Inteligencia Emocional, sino como base de la naturaleza del ser humano: seres inherentemente inteligentes y emocionales.

RPR26 El carácter evaluador de las emociones las dota de carácter cognitivo de manera que, incluso, se consideran como un tipo particular de cognición. De manera opuesta a la perspectiva que contraponen razón y emoción, las emociones son procesos racionales pues captan, procesan y discriminan información importante acerca del propio cuerpo y del contexto. Las emociones asumen el rol de mediadoras entre el medio ambiente y el ser humano.

RPR27 El conocimiento del cerebro es indispensable para justificar y argumentar la naturaleza e interconexión de los procesos cognitivos y emocionales, permite conocer los sistemas que generan y procesan ambas funciones de la mente. Emociones y cognición comparten subsistemas cerebrales de manera que actividades orgánicas pueden representar elementos emocionales, cognitivos o una mezcla de ambos.

RPR28 El cerebro del ser humano posee mecanismos evolutivamente antiguos que activan respuestas involuntarias y automáticas y también es capaz de procesar cognitivamente los cambios o estados emocionales, idear una estrategia considerando las posibles consecuencias, tomar decisiones y actuar en consecuencia. De este modo, los recursos cognitivos se ponen al servicio del problema emocional efectuando evaluaciones centradas en la situación, objeto o persona (*estímulo emocionalmente competente*) y en cómo obtener el mejor resultado posible minimizando los efectos adversos. Es decir, no se trata solo de procesos de evaluación, sino que intervienen actividades cognitivas complejas que analizan y se anticipan a las consecuencias de las posibles respuestas y estrategias consideradas.

RPR29 Las emociones están, por lo tanto, directamente relacionadas con los procesos racionales orientados a la toma de decisiones sobre las acciones. Los sentimientos, al ser considerados procesos conscientes vinculados al pensamiento, siguen el mismo proceso

que cualquier otro proceso considerado netamente cognitivo. Las emociones actúan a través del cuerpo, los sentimientos lo hacen a través de la mente y funcionan de manera paralela.

2.9.6. Educación de las emociones

RPR30 El conocimiento más amplio y profundo sobre las emociones y el mundo emocional del ser humano nos permite desterrar la relación emoción-impulso y apostar por la capacidad lógica y racional vinculada a nuestras emociones. Del mismo modo, conocer el funcionamiento de nuestro cerebro y su plasticidad exige un cambio de paradigma en la educación de niños y adolescentes, dentro de la familia y de las instituciones.

RPR31 Como educadores, debemos asumir nuestra responsabilidad en la formación de ciudadanos y ciudadanas demócratas y democratizadores partiendo de ayudarles a conocerse a sí mismos, desarrollar su capacidad de autocontrol y de decisión sobre sus propias vidas y a formar su carácter con base en la formación de valores vinculados a la convivencia pacífica y justa a través de las normas construidas de manera conjunta.

RPR32 Las emociones, principalmente el amor y la compasión, tienen un papel fundamental en el desarrollo de contextos democráticos.

CAPÍTULO III

PRIMERA FASE DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO (II): ANTECEDENTES ESPECÍFICOS

3.1. INTRODUCCIÓN

La investigación sobre las cuestiones afectivas también es un interés, cada vez más frecuente, dentro del área de la Educación Matemática. Si bien no fue un foco de atención prioritario, las evidencias empíricas exigieron a los investigadores tener en consideración aquellos aspectos que habían ignorado en sus respectivos estudios y posteriores teorías y planteamientos. En la actualidad, la dimensión afectiva y su vínculo con la comprensión del conocimiento matemático todavía se encuentran en la periferia de la investigación del área.

En este capítulo presentamos la primera fase del Análisis Didáctico de los antecedentes específicos provenientes de la Educación Matemática considerados para nuestra investigación. El contenido se ha organizado teniendo en cuenta los puntos de encuentro y temáticas comunes de las distintas aproximaciones, teorías y marcos consultados. El capítulo está dividido en siete apartados, siendo el primero de ellos la presente introducción.

En el segundo apartado presentamos una visión panorámica del desarrollo histórico y el estado actual del conocimiento sobre afecto y matemáticas, la conceptualización del dominio afectivo y las limitaciones y nuevas perspectivas sobre su estudio.

El tercer apartado contiene la información correspondiente a la investigación del dominio afectivo en el área. Presentamos los distintos marcos y sus planteamientos teóricos organizados por aproximaciones (cognitivo-constructivista, organicistas, socioculturales e integradoras).

En el cuarto apartado exponemos los constructos teóricos asociados a la dimensión afectiva en Educación Matemática. Los identificamos como los componentes de dicha dimensión (emociones, creencias, actitudes, valores y normas, motivación), teniendo en cuenta que se trata de un punto de encuentro de los autores considerados para la

investigación, presentamos las propuestas de conceptualización de cada componente desde las distintas perspectivas.

El quinto apartado contiene la información sobre las relaciones y conexiones que se han establecido entre el sistema afectivo y la cognición y su influencia sobre la enseñanza de las matemáticas.

La metodología de investigación empleada en el área de la Educación Matemática, para el estudio de los afectos, se encuentra en el sexto apartado. También presentamos las herramientas utilizadas para la obtención de datos y para la medición de los distintos constructos asociados al dominio afectivo.

Finalmente, exponemos, a modo de conclusión o resumen, los resultados primarios correspondientes a la primera fase del Análisis Didáctico de los antecedentes específicos organizados siguiendo la misma estructura de los apartados del capítulo y los numeramos en la forma RPE_i, $i=1, \dots, 42$.

3.2. AFECTO Y MATEMÁTICAS

La investigación sobre el afecto en Educación Matemática tiene entre sus principales hallazgos la existencia de factores distintos a los considerados netamente cognitivos. Estas conclusiones entran en conflicto con las consideraciones tradicionales sobre la enseñanza de las matemáticas, centradas en estimular el pensamiento racional ignorando otras funciones involucradas en el aprendizaje: emociones, intuición, percepción sensorial, entre otros.

Esta multidimensionalidad fue omitida, debido principalmente a la concepción del carácter puramente racional de las matemáticas, que le otorgan una jerarquía especial basada en la infravaloración de otras manifestaciones humanas. “How do emotions play a role in mathematics?” [¿Cómo pueden las emociones tener un papel en las matemáticas?] (D’Ambrosio, 1998, p. 70).

Por su parte, Goldin (2000) afirma:

[...] in the popular mind, mathematics remains an intellectual, not an emotional, activity. Most problem-solving research has disregarded affect –not denying its existence but treating it as a mere concomitant of cognition, a sort of epiphenomenon that is nearly irrelevant as long as it does not interfere with the continuation of cognitive processing. [(...) en la opinión general, las matemáticas siguen siendo una actividad intelectual, no emocional. La mayoría de las investigaciones de resolución de problemas han ignorado el afecto -no negando su existencia, sino tratándolo como un mero concomitante de la cognición, una especie de epifenómeno que es casi irrelevante mientras no interfiera con la continuación del procesamiento cognitivo] (p.211) .

3.2.1. Consideraciones generales

Durante mucho tiempo el aprendizaje de las matemáticas se asumió como un problema principalmente cognitivo (Schlögmann, 2002). Gran cantidad de la teoría alrededor de

los conceptos en el área fueron hechos fuera de ella, antes de ser incorporados al contexto específico de las matemáticas y su enseñanza (Hannula, 2012b).

Y por otro lado, las matemáticas constituyen una disciplina históricamente relacionada con el razonamiento, la abstracción y el pensamiento lógico y alejada irremediabilmente de aspectos emocionales (Hannaford, 1998).

La relación más frecuente que se ha reconocido entre afecto y cognición, ha sido la de matemáticas - ansiedad considerando a esta como la responsable del fracaso de muchos estudiantes con las matemáticas. “Mathematics is typically considered as the most objective and logical of academic disciplines.” [Las matemáticas son típicamente consideradas como las más objetivas y lógicas de las disciplinas académicas] (Hannula, 2011, p. 34).

Mathematics is often thought of as a purely intellectual and unemotional activity. Recently, researchers have begun to question the validity of this approach, arguing that emotions and cognition are intertwined. The emotions expressed during mathematics work may be linked to mathematics achievement. [A menudo se piensa que las matemáticas son una actividad puramente intelectual y no emocional. Recientemente, los investigadores han comenzado a cuestionar la validez de este enfoque, argumentando que las emociones y la cognición están entrelazadas. Las emociones expresadas durante el trabajo de matemáticas pueden estar relacionadas con el éxito en matemáticas] (Else-Quest, Hyde y Hejmadi, 2008, p. 5).

Goldin (2002), también reconoce que la investigación en el área se ha centrado principalmente en cuestiones de tipo cognitivo más que en lo afectivo. Plantea como una posible explicación “[...] the popular myth that mathematics is a purely intellectual endeavour in which emotion plays no essential role.” [(...) el mito popular de que las matemáticas son un esfuerzo puramente intelectual en el que la emoción no juega un papel esencial] (p. 59).

Sin embargo, los conceptos cognitivos fueron insuficientes para explicar algunos efectos observados en el aprendizaje matemático. Por ello los investigadores del área comenzaron a considerar la influencia del afecto sobre el proceso de aprendizaje utilizando los conceptos de creencias, actitudes, emociones y valores (Schlögmann, 2010). De este modo, empieza a asumirse que las emociones, y los afectos en general, son aspectos constitutivos de nuestra humanidad. Siempre están presentes y no es posible pretender una teoría o práctica de enseñanza y aprendizaje libre sin tener en cuenta a los afectos (Mandler, 1989a).

En este sentido, McLeod (1989) afirmó: “[...] researchers need to be a bit more willing to go beyond pure cognition in order to make their investigations more applicable to real students in real classrooms.” [(...) los investigadores necesitan estar un poco más dispuestos a ir más allá de la pura cognición para hacer que sus investigaciones sean más aplicables a los estudiantes reales en aulas reales] (p. 256).

Por otro lado, las formas tradicionales de impartir la asignatura de matemáticas en las instituciones se ha centrado en transferir conocimiento más que en el apoyo de la parte

afectiva o la construcción del autoconcepto matemático. Las cuestiones afectivas no tienen importancia en dichos contextos, “But a person and his/her relationship with mathematics is a complex phenomena, which includes knowledge as well as beliefs, emotions and attitudes.” [Pero una persona y su relación con las matemáticas es un fenómeno complejo que incluye conocimiento, así como creencias, emociones y actitudes] (Reinup, 2009, p. 90). En este sentido, la investigación relacionada con las cuestiones afectivas en el área puso de manifiesto que las emociones, actitudes y creencias de los estudiantes son factores que influyen de manera determinante en el comportamiento y rendimiento en matemáticas (Gómez-Chacón, 2011).

En este contexto, ¿es necesaria la investigación sobre las cuestiones afectivas en el área?

[...] knowledge of human behaviour and cognitions aid in our overall understanding of the human condition. Because emotions, feelings, and attitudes are part of human behaviour and cognitions, to increase knowledge and build theories that describe human behaviour and cognitions is, perhaps, sufficient reason to study affect. [(...) el conocimiento del comportamiento y de la cognición humanos ayuda a nuestra comprensión general de la condición humana. Porque emociones, sentimientos y actitudes son parte del comportamiento y conocimiento humanos, para aumentar el conocimiento y construir las teorías que los describen es, quizá, razón suficiente para estudiar los afectos] (Fennema, 1989, p. 209).

Sin embargo, en Educación Matemática no ha significado un motivo suficiente, sino que se ha considerado la necesidad de conocer y comprender cómo influyen estos procesos en el rendimiento y en dicha búsqueda se han obtenido importantes conclusiones que, a su vez, influyeron no solo en la investigación posterior, sino también en el cambio de paradigma en diversos sentidos. Entre estos hallazgos presentamos los siguientes:

1. Se asume que los resultados educativos están relacionados con cuestiones afectivas (creencias, sentimientos y emociones sobre las matemáticas) y con el aprendizaje de las matemáticas. Es decir, los resultados en ambos dominios, afectivo y cognitivo, son importantes (Fennema, 1989).

Al respecto, Gómez-Chacón (2011) afirma:

Dentro de la investigación escolar, el aprendizaje se viene midiendo por los logros académicos de los aspectos cognitivos. Aun reconociendo que los resultados afectivos, procedentes de la metacognición y dimensión afectiva del individuo, determinan la calidad del aprendizaje, a menudo este aspecto se ha dejado de lado (p. 21).

2. También se ha aceptado la existencia de una relación directa entre cuestiones afectivas y la poca participación en el aula de matemáticas y la baja tasa de elección de una carrera relacionada con ellas en los colectivos más vulnerables (mujeres y estudiantes provenientes de clases socioeconómicas bajas o de minorías étnicas) (Hart, 1989).

3. Se identifican diversos factores que pueden tener roles significativos en el afecto de los estudiantes hacia las matemáticas. Por ejemplo, la intención del estudiante influye en sus resultados. Si la intención solo es resolver un problema matemático o evitar las críticas del profesor, entonces la manera de enfrentarse a la tarea, las expectativas y el potencial afectivo (positivo o negativo) del estudiante, serán distintos de otro cuya intención es lograr respuestas correctas y comprender lo que hace (Sowder, 1989).
4. La preocupación sobre esta dimensión ha alcanzado a la estructuración de los currículos escolares y se considera un objetivo prioritario mejorar la valoración de los estudiantes sobre las matemáticas y mejorar su confianza, curiosidad, interés y perseverancia (Kislenko, 2009; McLeod, 1989). Por ejemplo, el Informe Cockcroft (1985)¹ reconoce la importante influencia de los factores afectivos y el papel del profesor en la formación de actitudes favorables hacia las matemáticas y también a las actitudes relacionadas con la convivencia en las aulas.

La NCTM² reconoce explícitamente la importancia de la confianza en las matemáticas y una disposición positiva hacia ellas como objetivos a lograr por los profesores partiendo del reconocimiento de la influencia de las actitudes de maestros sobre las de los alumnos. Además, se plantean sugerencias a maestros y maestras sobre tener en cuenta las cuestiones afectivas de los estudiantes, evitando situaciones que pudieran causar frustración. Estas recomendaciones se incluyen también en el diseño de materiales para el trabajo de las matemáticas (SAEM Thales, 2003).

La OCDE relaciona directamente la capacidad de adoptar estrategias efectivas de aprendizaje de las matemáticas y factores afectivos tales como la motivación, las creencias y las emociones y cómo el desarrollo de esta dimensión podría ayudar a los estudiantes a lograr habilidades que les permitan seguir aprendiendo a lo largo de su vida (OCDE, 2004).

5. La correlación positiva entre afecto y rendimiento ha sido confirmada. Sin embargo, no se ha establecido con claridad la dirección de la causalidad pues existen estudios que avalan la causalidad en cada uno de los sentidos (Hannula, 2012b). Por ejemplo, Hart (1989) considera que todas las visiones son parcialmente verdaderas y que la relación entre actitudes y el éxito en matemáticas es recíproco, con actitudes positivas dirigiendo a mejores aprendizajes y que el aumento del aprendizaje conduce al logro de actitudes positivas. Sin embargo, los datos provenientes de estas investigaciones no aclaran suficientemente las causas generales de la relación entre actitudes hacia las matemáticas y el éxito en ellas. En el mismo sentido, Hannula (2012b) plantea que tomando en consideración los resultados de ambos tipos de

¹ El informe Cockcroft es el documento en el que se presentan los resultados de un estudio efectuado por un grupo de investigadores interdisciplinar encabezado por W.H. Cockcroft, durante los años 1978 y 1981, centrado en la evaluación y el análisis de la enseñanza de las matemáticas en los centros de primaria en Reino Unido. La traducción al castellano estuvo a cargo del Ministerio de Educación y Ciencia del gobierno español y se encuentra disponible en su página web.

² *National Council of Teachers of Mathematics* [Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas], es la organización más grande a nivel mundial relacionada con la Educación Matemática.

estudios no es difícil asumir una causalidad recíproca entre rendimiento y afecto, en lugar de una unidireccional.

6. Las cuestiones afectivas también son importantes desde una perspectiva científica debido a que la investigación sobre creatividad, resolución de problemas, pruebas y otros procesos cognitivos de alto nivel, ha demostrado que la cognición está intrínsecamente entrelazada con las emociones, aunque dichos procesos aún no se comprendan completamente (Hannula, 2011; McDonald, 1989).
7. La motivación principal detrás de la investigación sobre el afecto en Educación Matemática durante las últimas décadas ha sido la convicción de que los aspectos emocionales y cognitivos interactúan de manera profunda y, por lo tanto, son fundamentales para los procesos de aprendizaje de las matemáticas (Chen y Leung, 2015).

3.2.2. Dominio afectivo en Educación Matemática

El dominio afectivo ha sido considerado como el conjunto de aspectos del pensamiento humano distintos de la pura cognición; el conocimiento matemático se asume como una colección de hechos y rutinas en los que el afecto no tiene cabida (Hannula, 2012b; Zan, Brown, Evans y Hannula, 2006).

En los años 60 y 70, dos focos nuevos aparecen en la investigación en Educación Matemática: la ansiedad matemática y las actitudes hacia las matemáticas (ATM – *attitude toward mathematics*). La investigación sobre la ansiedad matemática se basó en métodos y teorías aplicadas a test de ansiedad provenientes de Psicología. Sin embargo, algunos investigadores plantearon una relación negativa entre dichos test y el comportamiento, afirmando que durante la aplicación de los mismos, los procesos cognitivos se inhiben. La herramienta más utilizada para medir la ansiedad fue *Mathematics Anxiety Rating Scale*³ (Chen y Leung, 2015; Di Martino y Zan, 2015; Hannula, 2011, 2012b; Zan et al. 2006).

Los estudios sobre la actitud estuvieron basados en la asunción que la actitud hacia las matemáticas está relacionada con los logros y respuestas afectivas (como el gusto por las matemáticas). Algunos de los cuestionarios utilizados, generalmente utilizando la escala de Likert, además de ítems sobre el gusto o el rechazo por las matemáticas incluyeron ítems sobre la ansiedad matemática y sobre sí mismo.

En noviembre de 1976 se publicó el artículo *Mathematics Attitudes Scales: Instruments Designed to Measure Attitudes Toward the Learning of Mathematics by Females and Males* en la revista norteamericana *Journal for Research in Mathematics Education*, cuyas autoras son las investigadoras Elizabeth Fennema y Julia A. Sherman de la Universidad de Winconsin. En él se plantea el dominio afectivo no solo como un conjunto de factores que influyen en el aprendizaje de las matemáticas, sino también

³ La MARS, es la escala más utilizada para medir la ansiedad matemática, tanto en la investigación como en los estudios clínicos. La versión original, planteada por los psicólogos F.C. Richardson y R.M. Suinn, data de 1972 y consta de 98 ítems. Desde entonces se han hecho diversas adaptaciones y versiones reducidas.

como un grupo de creencias y actitudes que limitan o no la posibilidad de la elección de cursar estudios relacionados con matemáticas en chicos y chicas reconociendo el estudio de las matemáticas como un dominio más bien masculino. Se plantea una escala para medir las actitudes que se consideran básicas para alcanzar el éxito en el estudio de las matemáticas.

A partir de la escala planteada por Fennema y Sherman (1976) -*Mathematics Attitude Scales*- se despertó el interés en otros investigadores en el campo de la Educación Matemática, cuyos esfuerzos se centraron en aproximarse a la comprensión del dominio afectivo. Dichos estudios se han realizado, hasta la fecha, desde aproximaciones distintas y desde entonces, dicha escala ha sido la herramienta más utilizada para medir las actitudes. Incluye escalas separadas para actitudes (ej. actitud para el éxito en matemáticas), creencias (ej. las matemáticas como dominio masculino), confianza en el aprendizaje matemático, ansiedad matemática y disposición hacia la resolución activa de problemas (Zan et al. 2006).

“The most significant contribution was what became the initial assumption of this kind of research, that is, that non-cognitive factors strictly interact with cognitive factors and have a crucial role in the learning of mathematics.” [La contribución más significativa fue lo que se convirtió en la hipótesis inicial de este tipo de investigación, es decir, que los factores no cognitivos interactúan estrictamente con los factores cognitivos y tienen un papel crucial en el aprendizaje de las matemáticas] (Di Martino y Zan, 2015, p.54).

Desde el punto de vista de Evans (2006), las primeras investigaciones sobre afecto en Educación Matemática estuvieron condicionadas por ciertas limitaciones. Entre ellas:

- a) El afecto era medido principalmente por procedimientos de narraciones propias que se limitaban a los aspectos conscientes del protagonista así como a aquellos que quería dar a conocer.
- b) El afecto se consideraba una característica duradera que podía ser medida en lugar de plantear la medición de estados transitorios.
- c) Las respuestas afectivas se consideraron como características individuales limitando su capacidad de situarlas en un contexto social (familia, escuela, etc.).
- d) La medición se centró en un rango limitado de sentimientos: ansiedad, confianza, gusto, disfrute, percepción de la dificultad o de la utilidad.
- e) Tendencia a asumir los afectos como negativos, es decir, como debilitadores del rendimiento y del desempeño más que positivos o facilitadores.

El libro *Affect and mathematical problem solving* (1989) editado por Douglas B. McLeod y Verna M. Adams, representa un cambio en la investigación sobre el afecto en la Educación Matemática teniendo como base la teoría de las emociones desarrollada por el psicólogo George Mandler (1924-2016). Los factores afectivos se incorporan a la interpretación de la conducta y desempeño de los estudiantes implicados en la resolución de problemas matemáticos. Teniendo en cuenta la importancia que se la ha

brindado a esta actividad dentro del trabajo de las matemáticas escolares, este cambio subraya la importancia del afecto para la Educación Matemática en general.

Diversos capítulos de dicho libro (y más generalmente en ese período) resaltan la necesidad de claridad en los conceptos y constructos de la dimensión afectiva dentro de la Educación Matemática, para un mejor análisis de las relaciones entre ellos y para avanzar hacia una metodología que no solo se limite a análisis cuantitativos y estadísticos de los datos (McLeod, 1989; Hart, 1989; Fennema, 1989).

Además de las ideas de McLeod, las de Valerie A. DeBellis y Gerald A. Goldin también han sido frecuentemente utilizadas, principalmente sus propuestas sobre la composición y organización del dominio afectivo.

Más recientemente, la evidencia sobre la interacción entre cognición, metacognición y afecto presentes en la investigación sobre resolución de problemas, se enriquece con la investigación en Neurociencia, cuyos aportes resaltan la profunda interrelación entre emociones y los procesos de toma de decisiones. Un ejemplo es la investigación de Schölglmann (2002), que considera hallazgos recientes en Neurociencia para ampliar la visión y mejorar la comprensión del rol del afecto en el pensamiento matemático.

También se tienen en cuenta la faceta social de los afectos y la influencia de la cultura y del contexto sobre ellos; “The consideration of the social conditions in classroom learning led to an important extension. Mathematics learning was seen as a social process which controls the cognitive processes of the individual learners.” [La consideración de las condiciones sociales en el aula condujo a una importante extensión. El aprendizaje de las matemáticas fue visto como un proceso social que controla los procesos cognitivos de los estudiantes] (Schölglmann, 2002, p. 185).

Los principales esfuerzos de la investigación sobre afecto en Educación Matemática hasta la actualidad, se han mostrado comprometidos con la construcción de un marco teórico mejor fundamentado y un rango más amplio de instrumentos metodológicos para interpretar la conducta de los estudiantes en las actividades matemáticas. En este sentido, dos direcciones amplias de investigación han emergido recientemente. Una ha criticado y revisado los conceptos básicos de McLeod y la otra abre nuevos caminos (Hannula, 2012*b*; Zan et al. 2006).

Durante la primera década del siglo XXI, en los congresos anuales del CERME (Congress of European Research in Mathematics Education), se llevaron a cabo discusiones sobre las cuestiones afectivas en Educación Matemática, muchas de las cuales se centraron en el marco conceptual y la terminología. Esto incrementó la consciencia sobre la necesidad de ser específicos sobre los conceptos utilizados. Entre las conclusiones más importantes resaltamos la necesidad no solo de definir adecuadamente los conceptos utilizados en un estudio determinado, sino también debe explicarse las relaciones que se establecen con otras dimensiones de la investigación sobre el afecto.

También se tuvieron en cuenta las siguientes cuestiones: (a) la naturaleza dinámica del afecto: ¿cómo interactúan las emociones y otros afectos menos estables con los procesos

cognitivos? ¿Cómo empiezan a formarse los afectos relativamente estables? ¿Cómo se desarrollan a lo largo del tiempo? ¿Cómo se pueden modificar a través de intervenciones?; (b) propiedades estructurales del afecto y (c) metodología (Hannula, 2011).

3.2.3 Género y matemáticas

Otro foco específico de investigación ha girado en torno a género y matemáticas. La motivación inicial en el estudio de las variables afectivas dentro del campo específico de la Educación Matemática surge por el deseo de comprender las diferencias de género con respecto al aprendizaje de las matemáticas. Utilizando una metodología tradicional de investigación, se identificaron las variables de pensamiento que son importantes para explicar las diferencias de género en matemáticas, y sus componentes han sido definidos en determinados ítems en distintas escalas (Hannula, 2012b; Fennema, 1989).

E. Fennema y P. L. Peterson plantearon en 1985 un modelo conocido como The Autonomous Learning Behavior Model [ALB], como una posible explicación a las diferencias de género en matemáticas. Su propósito fue ubicar de manera consistente las diferencias de género encontradas en sus investigaciones en un marco que produzca hipótesis de investigación relevantes (Fennema, 1989).

Entre las principales diferencias de género halladas se encuentran:

- Los hombres tienen niveles de logro más altos que las mujeres, sobre todo en tareas de alta complejidad cognitiva, como la resolución de un problema real.
- Estas diferencias se encuentran incluso en niños pequeños, los niños se desenvuelven de mejor manera que las niñas en la resolución de problemas.
- Además, existen diferencias en cuanto a las relaciones que niños y niñas establecen en clase. Los niños son más participativos, preguntan más y buscan el contacto con el maestro. Este a su vez, es más permisivo con los niños y atiende con más frecuencia a las solicitudes de ayuda de niños que de niñas. Los niños tienen más confianza en sus propias habilidades matemáticas y reconocen la utilidad de las matemáticas más que las niñas.
- Los niños demuestran mejores resultados, a todo nivel, que las niñas.

Las diferencias encontradas se atribuyeron típicamente a inadecuadas oportunidades educativas, barreras sociales o métodos y materiales para la instrucción parcializados. El derrumbe de las barreras escolares y curriculares así como la resocialización de las mujeres fueron rutas para el logro de la igualdad de género. Ejemplos de mujeres matemáticas se empezaron a utilizar como modelos de un nuevo rol a asumir por las mujeres así como la importancia de las matemáticas para el acceso a cursos y ocupaciones diversas relacionadas con los objetivos de trabajo y vida de un colectivo que había sido relegado en ciertos ámbitos. Las evaluaciones realizadas sobre los

resultados permitieron determinar cambios en las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas y sobre sí mismos como aprendices de matemáticas (Fennema, 1989)⁴.

Las comparaciones entre grupos de hombres y mujeres se suavizaron y las diferencias entre grupos fueron conocidas. Dejó de considerarse apropiado ignorar las diferencias de pensamiento así como la diversidad de maneras de conocer, dando paso a una reconsideración de la naturaleza de las matemáticas y a reexaminar los métodos pedagógicos utilizados en su enseñanza. Las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza empezaron a ser examinadas dentro de un marco más aceptable para las mujeres animándolas a estudiar matemáticas y cuestionando creencias tradicionales sobre las matemáticas y sobre sus usuarios así como de las expectativas de trabajo y de vida. Los materiales curriculares así como las estrategias para su enseñanza en la década de los 80 y 90 reflejaron estos cambios. Por lo tanto, los cambios en la enseñanza de las matemáticas y las percepciones individuales y sociales de la misma trajeron consigo cambios en la afectividad, el rendimiento y la conducta (Forgasz et al. 2015; Leder, 2006).

3.2.4. Limitaciones y nuevas perspectivas para el estudio del afecto en Educación Matemática

Durante las últimas décadas se ha incrementado la consciencia entre los investigadores del área sobre la importancia del afecto en la resolución de problemas, en el aprendizaje en general y en el de las matemáticas en particular; sin embargo, la comprensión sobre su rol no se ha modificado, los conocimientos al respecto continúan siendo escasos. En este sentido, también puede considerarse un logro que se brinden recomendaciones generales a los maestros sobre las cuestiones afectivas y cómo tratarlas (Thompson y Thompson, 1989).

Podría resumirse que en la actualidad, “Research in the ‘affective domain’ is densely populated with overlapping constructs, partially commensurate methods, and somewhat contradictory findings.” [La investigación en el "dominio afectivo" está densamente poblada con construcciones superpuestas, métodos parcialmente proporcionales y hallazgos algo contradictorios] (Shoenfeld, 2015, p.395).

Por otro lado, el término “afecto” ha sido interpretado de diferentes maneras creándose de este modo la necesidad de coherencia y comunicación entre distintos marcos teóricos (Zan et al. 2006). Los psicólogos utilizan el término para referirse a reacciones emocionales con altos niveles de agitación visceral, *hot*. La dimensión afectiva en Educación Matemática conlleva una gran variedad de constructos relacionados: afecto, sentimiento, emociones, actitudes, creencias, motivos y motivación y son asumidos como constituyentes del dominio afectivo. Sin embargo, la naturaleza de dichas conexiones no está clara y la ausencia de una estructura explícita a través de la que

⁴ Los resultados y conclusiones de esta investigación son reveladores, pues evidencian no solo la situación de desventaja de las niñas frente a los niños, la normalización de esta desigualdad y las causas subyacentes, sino también transfieren la responsabilidad de dichas diferencias al sistema educativo.

puedan situarse y determina que se trate de un dominio mal o insuficientemente definido e insuficientemente estructurado (Clarke, 2015).

Sobre la palabra afecto, Mandler (1989a) reconoce los múltiples significados dados por muchos autores; fluctuando desde *caliente* a *frío*. En el extremo caliente se relaciona afecto con emoción, implicando una dimensión de intensidad. En el extremo frío se relaciona frecuentemente con preferencia, gustos, aversiones y elecciones; generalmente libres de *pasión*.

McLeod (1989) planteó que el afecto está constituido por emociones, actitudes y creencias; pero también se consideran, desde distintas corrientes, los valores, las preferencias, la motivación, los intereses, las opiniones, los humores, la identidad, entre otros; en función de la aproximación desde la que se plantee.

Un amplio número de educadores e investigadores, principalmente seguidores de las ideas de McLeod, asumen a la dimensión afectiva como una amplia variedad de creencias, actitudes y emociones que van desde las más frías hasta las más calientes (Hart, 1989). Consideran a la afectividad como el rango de sentimientos o estados de ánimo separado de la pura cognición (Gómez-Chacón, 2011). Por su parte, Clarke (2015) afirma “Within the landscape evoked by the term ‘affect’ are an ecosystem of entities that alternately function as objects and as connections; constituted and constituting.”[Dentro del paisaje evocado por el término 'afecto' existe un ecosistema de entidades que funcionan alternativamente como objetos y conexiones; constituido y constituyente] (p. 119).

Al respecto, Hart (1989), describe al afecto como un término genérico y considera como sus principales formas la emoción, el estado de ánimo y la evaluación. La emoción está asociada con el afecto que es capaz de interrumpir el mecanismo atencional del sistema nervioso y dirigir esa atención hacia algún peligro o necesidad (ejemplos: sorpresa, miedo e ira). El estado de ánimo o humor no es tan agudo como la emoción, no produce interrupciones (ejemplos: la felicidad o la tristeza que sí tienen la capacidad de influir en las actividades cognitivas). Por su parte, la evaluación está considerada como un proceso que acompaña permanentemente al ser humano, dichas evaluaciones pueden almacenarse en la memoria por largos períodos de tiempo y pueden referirse a un objeto y a la situación u ocasiones en que hubo contacto con dicho objeto; la memoria en ocasiones puede generar la emoción original. Es decir, estas evaluaciones, de carácter cognitivo, también pueden proceder de experiencias de aprendizaje y pueden estar causadas por cuestiones afectivas o por la evocación de un afecto.

También debe tenerse en cuenta la cuestión fundamental de ubicar el afecto en prácticas sociales más que ubicarla dentro del individuo (Clarke, 2015). Es decir, existen un número de factores sociales que influyen en los rasgos afectivos de estudiantes y profesores. Las creencias del profesor y sus prácticas influyen en la aproximación del estudiante hacia ciertas creencias sobre sí mismo, sobre las matemáticas y sobre la relación entre ambos (Hannula, 2015).

Se asume que los afectos varían con frecuencia de un contexto a otro. Estudiantes que normalmente muestran confianza en álgebra, por ejemplo, pueden perder esa confianza al estudiar geometría, o estar más confiados si trabajan solos que de manera grupal. Un estudiante que normalmente se aburre con las matemáticas puede volverse interesado frente al reto de resolver un problema no rutinario, entre otros (Hart, 1989).

La terminología ambigua, y en ocasiones vaga, es un problema reconocido en la investigación del afecto relacionado con las matemáticas (Clarke, 2015; Di Martino y Zan, 2008; Fennema, 1989; Furinghetti y Pehkonen 2002; Hannula 2011, 2012; Goldin 2004; Leder, 2006; Mandler, 1989*b*; Radford, 2015; Shöglmann, 2010). Además de dicha ambigüedad también existe el problema de los múltiples significados otorgados, en investigaciones distintas, a los términos utilizados así como las complejas relaciones que se establecen entre ellos. Esta problemática surge principalmente porque la terminología utilizada en el área pertenece originalmente a otras disciplinas científicas, sobre todo a la Psicología (Ding, Pepin y Jones, 2015; Hart, 1989).

“Such persistent and continuing diversity in definitions suggests that there may be more theoretical concepts in the research area than there are names for them.” [Esta persistente y continua diversidad en las definiciones sugiere que puede haber más conceptos teóricos en el área de investigación que nombres para ellos] (Hannula, 2012*b*, p. 140).

Por ejemplo, algunos investigadores utilizan el término actitud como un concepto amplio constituido por las dimensiones cognitivas (creencias), afectivas (emociones) y conativas (conducta), (por ejemplo, Hart 1989) mientras otros definen a actitudes, creencias y emociones como tres dimensiones del afecto (por ejemplo, McLeod 1992). Sin embargo, puede no representar un problema demasiado serio si se tiene en cuenta que cada investigador plantea frecuentemente una base teórica sobre sus propios conceptos de manera bastante clara (Hannula, 2015).

En este sentido, Kislenko (2009) reconoce la falta de un marco teórico (no se refiere únicamente a la falta de consenso terminológico) bien definido y desarrollado sobre el dominio afectivo en Educación Matemática. A pesar de esta limitación, se continúa haciendo investigación útil sobre el afecto en el área, pudiendo representar una dificultad para el futuro, pues podría llegarse a una definición tan amplia y general (aceptada y consensuada) que resultara poco útil.

Por lo tanto, podría ser más efectivo centrarse en tener claridad sobre qué hay detrás de la definición y cómo esa idea nos puede ayudar a entender y dirigir estudios concretos sobre el dominio afectivo de los estudiantes, en lugar de concentrar los esfuerzos en definir un caracterizador concreto (por ejemplo, las creencias). Finalmente, concluye: “Rather, more important at this point is to concentrate on the conclusions that these affective variables help us to identify, and the definitions used are functioning well for that purpose.” [En este punto es más importante concentrarse en las conclusiones que estas variables afectivas nos ayudan a identificar, y las definiciones utilizadas están funcionando bien para ese propósito] (p. 147).

Al respecto, Hannula (2006a) afirma:

It is not likely that we can ever develop a single theory of affect in mathematics education that would accurately represent all relevant aspects of affect. Instead, we can build theories for understanding affect in mathematics education that can inform practice and future research. [No es probable que alguna vez podamos desarrollar una teoría única del afecto en Educación Matemática que pueda representar con precisión todos los aspectos relevantes del afecto. En cambio, podemos construir teorías para la comprensión del afecto en educación matemática que puedan conformar la práctica y la investigación futura] (p. 209).

Otra cuestión importante que aún no ha podido ser completamente resuelta en Educación Matemática, es la de la metodología. Los primeros estudios sobre afecto y matemáticas estuvieron centrados en el estudio de actitudes y creencias y para ello se utilizaron fundamentalmente herramientas cuantitativas (cuestionarios y escalas) que se analizaban estadísticamente (Schöglmann, 2002). En la actualidad, dichas herramientas continúan gozando de gran popularidad y aceptación dentro de las investigaciones sobre el afecto dentro del área aunque, por otro lado, la tendencia es una aproximación a métodos mixtos que combinen metodología cualitativa y cuantitativa (Hannula, 2011).

Podemos hacer un resumen, sobre el estado de la investigación del dominio afectivo en Educación Matemática, en las siguientes palabras de Fennema (1989):

There was a lack of definition, lack of clarity, and lack of connections to mathematics. It is possible to avoid making the same mistakes again as new ideas and research methodologies are employed. It is hoped that new researchers on affect will be clear about what is being studied, precise in definition, and respectful of what has been learned previously. [Hubo una falta de definición, falta de claridad y falta de conexiones con las matemáticas. Es posible evitar cometer los mismos errores de nuevo a medida que se empleen nuevas ideas y metodologías de investigación. Se espera que los nuevos investigadores sobre el afecto sean claros sobre lo que se está estudiando, sean precisos en la definición y respetuosos de lo que se ha aprendido anteriormente] (p. 209).

Teniendo en cuenta la problemática identificada sobre el dominio afectivo en el área, se plantean ciertas cuestiones como vías de apertura de nuevas rutas de investigación, con el objetivo de mejorar su comprensión. Entre ellas podemos citar las siguientes:

- El uso de marcos teóricos innovadores para la investigación. La hipótesis de partida de la mayoría de investigaciones sobre el afecto en Educación Matemática es la asunción teórica de la interrelación entre afecto y cognición. Sin embargo, la naturaleza de dicha interrelación no está del todo clara y se utiliza como punto de partida para investigar sobre otros aspectos. Por ello, es necesario plantear modelos que permitan explicar dicha interacción (Zan et al. 2006).
- Diseñar estudios cuantitativos, que permitan efectuar estudios sobre los aspectos estructurales y dinámicos del afecto, por un lado y para identificar qué extensión de

variación podemos atribuir a diferentes medidas afectivas a niveles sociales e individuales. (Hannula, 2011).

- Efectuar estudios longitudinales a largo plazo que permitan entender mejor la transformación de los estudiantes a medida que se desarrollan así como también comprender la fortaleza de los constructos afectivos, sus cambios y si estos tienen relación con la edad o qué factores influyen en la estabilidad de los afectos, así como también cómo influyen los factores socioculturales durante este proceso, entre otros (Hannula, 2011; Mandler, 1989b).

Clark (2015) utiliza tres palabras para resumir el estado actual de la investigación del afecto en Educación Matemática: (1) *fe* en la posibilidad de crear una estructura coherente y clara de los constructos, asumiendo que la comunidad investigadora cuenta con las herramientas teóricas y con las consideraciones metateóricas necesarias para conseguirlo; (2) *esperanza* en los avances en la utilización del dominio afectivo y sus constructos constituyentes por parte de la comunidad investigadora, con el objetivo de promover la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y (3) *caridad*, en el sentido de reconocer y valorar los conocimientos de cada teoría y de la necesidad de un uso estratégico de las mismas.

3.2.5. El dominio afectivo como un sistema dinámico

Pepin y Roesken-Winter (2015) plantean como alternativa para la investigación del afecto en el área asumirlo como *dynamic affect systems*, partiendo de investigaciones recientes que consideran a algunas categorías del afecto como sistemas, particularmente las creencias, a los que también se les otorga carácter dinámico.

“[...] a ‘system’ is composed of interrelated parts or components (structures) that cooperate in processes (behaviour, actions).” [(...) un "sistema" está compuesto por partes o componentes (estructuras) interrelacionadas que cooperan en procesos (comportamiento, acciones)] (Pepin y Roesken-Winter, 2015, p. xv).

Conceptualizar un sistema implica asumir que sus componentes pueden comprenderse mejor en el contexto de relaciones entre ellos y con otros sistemas más que de manera aislada. “[...] ‘the whole is greater than the sum of its parts’. It is argued that the only way to fully understand why a problem or element occurs and persists is to understand the parts in relation to the whole (this is in contrast to Cartesian thinking which is reductionist).” [«El conjunto es mayor que la suma de sus partes». Se argumenta que la única manera de entender por qué un problema o elemento se produce y persiste es entender las partes en relación con el todo (esta idea contrasta con el pensamiento cartesiano que es reduccionista)] (Pepin y Roesken-Winter, 2015, p. xv).

Las características de un sistema dinámico son:

1. Debido a la fuerte unión de los componentes de un sistema, una interrupción en uno o más componentes puede generar fallos concatenados con consecuencias negativas para el funcionamiento del sistema completo. De este modo, un error en un componente del sistema afectivo, podría acarrear efectos negativos en el sistema

completo y forzar una especie de parálisis que también tendría consecuencias sobre el aprendizaje.

2. La historia de los sistemas dinámicos es importante, al ser dinámicos pueden cambiar con el tiempo. Por ejemplo, las distintas experiencias emocionales con diferentes tópicos matemáticos. Del mismo modo, estados previos pueden tener influencia en los estados presentes.
3. Los sistemas dinámicos pueden estar anidados, es decir los componentes de un sistema dinámico puede ser él mismo un sistema dinámico.
4. Los sistemas dinámicos del afecto pueden mostrar fenómenos emergentes, es decir mientras los resultados pueden definirse por la actividad de los componentes básicos de los sistemas, los componentes básicos pueden tener propiedades que solo pueden ser estudiados a un alto nivel emergente.
5. Los sistemas dinámicos no son lineales, de manera que una pequeña perturbación o intervención de los sistemas dinámicos del afecto pueden causar un gran efecto, uno proporcional o ninguno.
6. Los sistemas dinámicos incluyen feedback circulares, en el caso del sistema afectivo, las relaciones entre los afectos incluyen feedback tanto negativos (que amortiguan) como positivos (que amplifican).

3.2.6. Implicaciones para la enseñanza de las matemáticas

Frecuentemente, los esfuerzos e interés de los profesores de matemáticas de todos los niveles educativos se ha centrado únicamente en el éxito de los estudiantes a nivel cognitivo sin considerar los factores afectivos, aunque deban enfrentarse continuamente a las respuestas emocionales de niños, niñas y adolescentes (Adams, 1989). En este sentido, se ha confirmado mediante diversas investigaciones que existe una relación positiva entre afectos positivos y el éxito, aunque las relaciones causales no han sido establecidas. Fomentar los afectos positivos tales como la confianza en uno mismo y la motivación para aprender deben considerarse objetivos de la enseñanza, sobre todo durante los primeros años de escolarización debido a que si se construyen a edades tempranas, podrían mantenerse a lo largo del tiempo (Hannula, 2006a).

Al respecto, Gómez-Chacón (2011) afirma:

Si se desea mejorar la enseñanza y aprendizaje de la matemática parece conveniente tener en cuenta los factores afectivos de alumnos y profesores. Las emociones, actitudes y creencias actúan como fuerzas impulsoras de la actividad matemática. En muchos de los casos actúan como fuerzas de resistencia al cambio (p. 27).

Identifica, también, el papel de los afectos en las dificultades que pueden presentarse durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los describe como “[...] vehículos que sirven para conducir o transmitir fácilmente el conocimiento matemático, tienen un carácter diagnóstico” (Gómez-Chacón, 2011, p. 28).

El protagonismo sobre dicha responsabilidad recayó, mayoritariamente, sobre creencias y actitudes siendo este el origen del interés en la investigación sobre dichos constructos, y en la actualidad siguen focalizando gran número de investigaciones dentro del área.

Al respecto, Cortas y Nordlander (2009) afirman: “It is necessary for future educational development of school mathematics to understand the reasons behind students’ negative attitudes leading to a lack of motivation for mathematics learning. Without this knowledge, any pedagogical effort seems meaningless.” [Es necesario que el futuro desarrollo educativo de las matemáticas escolares entienda las razones detrás de las actitudes negativas de los estudiantes que conducen a una falta de motivación para el aprendizaje de las matemáticas. Sin este conocimiento, cualquier esfuerzo pedagógico parece sin sentido] (p. 176).

El estudio del afecto también es importante porque permite planificar estrategias de enseñanza orientadas a incrementar la consciencia propia en los estudiantes sobre factores relacionados con su aprendizaje y como resultado, fortalecer el lazo entre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Fennema, 1989; Mandler, 1989b).

Como ejemplos de propuestas para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes, podemos mencionar:

- a) La promoción de la inteligencia emocional planteada por Salovey y Mayer puede mejorar los procesos de aprendizaje (Gómez-Chacón, 2011; Hannula, 2006a). En palabras de los autores: “We define emotional intelligence as the subset of social intelligence that involves the ability to monitor one’s own and others’ feelings and emotions, to discriminate among them and to use this information to guide one’s thinking and actions.” [Definimos a la inteligencia emocional como la faceta de la inteligencia social que involucra la habilidad para manejar nuestros propios sentimientos y los sentimientos de otros, discriminando entre ellos y usando esta información como guía de nuestros pensamientos y acciones] (Salovey y Mayer, 1990, p.189).
- b) Abordar desde el curriculum los siguientes aspectos: creencias sobre la naturaleza de la matemática; las matemáticas como herencia cultural; actitudes y apreciaciones como productos de la historia personal; interacción entre afecto y cognición; el autoconcepto de los estudiantes como aprendices de matemáticas (Gómez-Chacón, 2011).
- c) Un principio general para la promoción de afectos positivos en los estudiantes es el conocimiento de sus propias necesidades y se construye a través de visiones socioconstructivistas del aprendizaje. Aunque las creencias y objetivos relacionados con las matemáticas y las creencias relacionadas con uno mismo son relativamente estables, no son fijas. Muchas creencias pueden modificarse a través de la enseñanza dirigida, para que esta modificación se haga realidad es preciso que el ambiente sea apropiado y que el estudiante se sienta protegido y cómodo en el aula de matemáticas de manera que este ambiente apoye su regulación emocional (Hannula, 2006a).

- d) En el caso específico del profesorado y los conocimientos que debe poseer para ser capaz de dirigir adecuadamente los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, Tsamir y Tirosh (2009) plantean que deberían ser de tres tipos distintos:
- i. Conocimiento de la asignatura (SMK, Subject Matter Knowledge): el profesor debería no solo conocer un determinado contenido matemático, debería entender porqué es así, cuáles son los motivos sobre los que el orden específico se mantiene y bajo qué circunstancias nuestras creencias en su justificación deben debilitarse o incluso negarse.
 - ii. Conocimiento de los contenidos pedagógicos (PCK, Pedagogical Content Knowledge): trata de una amalgama especial de contenidos y pedagogía que deben poseer los profesores, es un segundo tipo de conocimiento de los contenidos que van más allá del conocimiento de la asignatura a la dimensión de conocimientos necesarios para su enseñanza. Incluye también una comprensión sobre qué hace que un conocimiento sea fácil o difícil de adquirir así como las concepciones o preconcepciones que los niños traen consigo.
 - iii. Conocimiento curricular (CK, Curricular Knowledge).
- e) Si se asume que la enseñanza de las matemáticas debe estar orientada a promover el planteamiento y resolución de problemas, el rol del profesor, a su vez, se asume como una persona que explica (su principal objetivo es alcanzar la comprensión conceptual) y como instructor (cuyo interés es desarrollar las habilidades de los estudiantes con un desempeño correcto). Estos roles se configuran a través de: la atención a las normas sociomatemáticas; el balance entre la comprensión instrumental y relacional y una aproximación interna o externa a la enseñanza de las matemáticas.
- El rol que asume el profesor también está relacionado con su visión del proceso de aprendizaje, que puede ubicarse entre dos dicotomías: (1) la construcción activa frente a la recepción pasiva del conocimiento y (2) desarrollo de la autonomía e interés en las matemáticas frente a la conformidad y la sumisión (Furinghetti y Morselli, 2009).
- f) Por su parte, Cobb, Yackel y Wood (1989) plantean que los maestros deben renegociar el contexto social dentro del cual los estudiantes intentan resolver problemas matemáticos y así influir en sus creencias sobre sí mismos, sobre el profesor y sobre la naturaleza de la actividad matemática. Profesorado y alumnado deben crear un contexto social en el que se eviten interpretaciones que justifiquen las emociones negativas, como la frustración, mientras resuelven problemas matemáticos.
- g) Las tareas atractivas así como un contexto de aprendizaje basado en el compromiso evita que los estudiantes abandonen la tarea y propicia que se enfrenten a ella con más intensidad (Hannula, 2006a).

3.3. INVESTIGACIÓN DEL DOMINIO AFECTIVO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: APROXIMACIONES Y MARCOS TEÓRICOS

Hannula (2006a, 2012b) plantea que existen tres ramas de investigación relacionadas con el afecto en Educación Matemática: (a) qué aspectos del afecto se está estudiando (emocional, cognitivo o motivacional), (b) la percepción del afecto como estado o como cualidad/rasgo/atributo y (c) si el afecto está siendo estudiado como un fenómeno biológico, psicológico o social. Identifica, también, dos tradiciones principales en la investigación sobre el afecto en el área:

1. La primera se ha centrado en medir los afectos relativamente estables y su relación con el éxito. Entre estos afectos se encuentran las actitudes hacia las matemáticas; la dirección de la relación entre estas y el éxito en su aprendizaje.
2. Otra tradición influyente sobre la relación entre los factores afectivos y el aprendizaje de las matemáticas se ha centrado en el afecto como un aspecto importante de la resolución de problemas. Plantea cómo los procesos afectivos, entre ellos las creencias sobre sí mismos y sobre el aprendizaje de las matemáticas, pueden influir tanto positiva como negativamente en la búsqueda de una estrategia adecuada esquivando los bloqueos o abandono de la tarea. Estos estudios muestran cómo los estados emocionales relativamente estables y sus cambios tendrán un rol importante en el pensamiento matemático y en su aprendizaje.

3.3.1. Aproximación cognitivo-constructivista: McLeod

En la década de los 80, el desarrollo de la Educación Matemática coincide con el desarrollo de la investigación sobre actitudes en el área, sobre el que influye profundamente. En esta etapa los investigadores discuten sobre la naturaleza del área intentando, entre otras cuestiones, establecer criterios de calidad en las investigaciones en Educación Matemática, demostrando un interés particular en la universalización de los resultados, que implicaba la necesidad de precisión teórica y coherencia en la utilización de terminología común.

Sin embargo, la necesidad de una reconceptualización se conecta con el criticismo de investigaciones previas sobre actitudes. Se reconoce la ausencia de un marco teórico poderoso debido a la poca importancia que la investigación en el área brindó a las cuestiones afectivas hasta ese momento, teniendo en cuenta que el rol entre los factores afectivos en el aprendizaje así como su relación con los procesos cognitivos, no se reconoció hasta entonces (Di Martino y Zan, 2015).

En las investigaciones anteriores a McLeod, se efectuaron sobre todo trabajos centrados en las creencias. McLeod identificó cuatro objetos relacionados con ellas: sobre las matemáticas como disciplina, sobre el yo, sobre la enseñanza y el aprendizaje y sobre el contexto social (Hannula, 2011).

McLeod también resalta que la investigación sobre el afecto en Educación Matemática debe prestar particular atención a tres aspectos que considera fundamentales: la

discusión de cuestiones teóricas, el desarrollo de una amplia variedad de métodos y el análisis de las relaciones entre los constructos afectivos y la relación entre afecto y cognición. Plantea, también, una visión constructivista del aprendizaje matemático (Di Martino y Zan, 2015).

McLeod hace contribuciones importantes a la conceptualización del campo, identifica tres conceptos utilizados en la investigación: *creencias*, *actitudes* y *emociones*; las que varían en estabilidad y en el grado de cognición implicada (Di Martino y Zan, 2015; Zan et al. 2006).

3.3.1.1. Conceptualización del dominio afectivo en la aproximación cognitivo-constructivista

The term 'affective domain' is used here to refer to a wide range of feelings and moods that are generally regarded as something different from pure cognition. Beliefs, attitudes, and emotions are terms that express the range of affect involved in mathematical problem solving. These terms vary from cold to hot in the level of intensity of the feelings that they represent. [El término "dominio afectivo" se utiliza aquí para referirse a una amplia gama de sentimientos y estados de ánimo que son generalmente considerados como algo diferente de la pura cognición. Creencias, actitudes y emociones son términos que expresan el rango de afecto involucrado en la resolución de problemas matemáticos. Estos términos varían de frío a caliente en el nivel de intensidad de las sensaciones que representan] (McLeod, 1989, p. 246).

McLeod afirmó que creencias, actitudes y emociones se utilizaban en Educación Matemática para describir un amplio rango de respuestas afectivas hacia las matemáticas aunque los términos y los conceptos sean frecuentemente transferidos desde la Psicología lo que, conllevaba la problemática asociada a la existencia de diversos estudios, en distintos campos en los que se utilizan los mismos términos para la investigación de fenómenos diferentes (Schlöglmann, 2010).

Estos conceptos están caracterizados por la variación del grado de estabilidad, intensidad e implicación cognitiva. Las creencias representan las más frías, cognitivas y estables y las emociones están en el polo opuesto; mientras las actitudes se encuentran entre ambas. Las relaciones entre estas categorías también se identificaron en el marco cognitivo-constructivista, de manera que el origen de las actitudes se ubicó en la repetición de las reacciones emocionales; la formación de las creencias se atribuye al contexto social y cultural así como a las experiencias individuales. Se considera también que las creencias tienen una influencia importante en las reacciones emocionales de los estudiantes en situaciones matemáticas (en este marco las creencias pueden ser sobre las matemáticas como disciplina, sobre uno mismo, sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y sobre el contexto social) (DeBellis y Goldin, 1997; Hannula, 2012b; McLeod, 1989).

3.3.1.2. Críticas al marco conceptual cognitivo-constructivista

El marco teórico estructurado por McLeod, y sobre todo la clasificación de los afectos que plantea, ha servido de base para muchas investigaciones posteriores en el área, por lo que puede servir para resumir dichos trabajos. Además de dicha clasificación también caracteriza la naturaleza de los afectos sobre un continuo afecto-cognición y asigna diferentes niveles de estabilidad: emociones (más afectivas, menos estables y más intensas; actitudes y creencias (más cognitivas, más estables y menos intensas). Sin embargo, también se han realizado críticas a sus planteamientos y se han abierto vías nuevas de investigación a partir de las mismas. Además de los conceptos planteados por McLeod, diversos investigadores han planteado constructos distintos para la dimensión afectiva, entre ellos los valores, la identidad, la motivación y las normas (Hannula, 2006a; 2012b).

Radford, (2015) reconoce los aportes pioneros de McLeod pero también afirma que tiene limitaciones derivadas de la influencia que recibe de Mandler (1989), cuya teoría asume como una concepción cognitiva de las emociones que asume que estas surgen de la interrupción de los planes cuando se llevan a cabo. Esta visión está basada en la idea de que la conducta emocional yace en dos sistemas: el despertar y el análisis del significado. En el primer caso se plantea en términos conductistas así como en la idea del estímulo, la segunda está formulada dentro del marco racionalista tradicional que asume un solitario enfrentamiento individual en un contexto ahistórico a través de esquemas y representaciones. Si la idea de Mandler está formulada como la suma de proceso emocional y proceso cognitivo, la emoción está formulada como la suma del despertar y del significado. Es decir, siempre en términos conductistas. Por ello, McLeod define el dominio afectivo como experiencias repetidas que dependen de la magnitud (o intensidad), dirección (positiva o negativa), duración y control de las emociones.

3.3.2. El afecto como sistema de representación: DeBellis y Goldin

Goldin (2000) en su búsqueda por construir un modelo matemático para la competencia en la resolución de problemas y su desarrollo a través de la construcción de sistemas representacionales internos, planteó la necesidad de incorporar a los sistemas cognitivos un nuevo sistema representacional afectivo. Pretende unificar un marco que considere una interacción interna de diversos sistemas en el individuo: un sistema verbal-sintáctico, sistemas imaginativos, sistemas de notación formal, un sistema de planificación, monitorización y control ejecutivo y un sistema afectivo. Todos con capacidades representacionales fundamentales.

Goldin y DeBellis interpretan el afecto como un sistema representacional, paralelo a los sistemas cognitivos, que codifica información importante y para ello, además de los reconocidos componentes del dominio afectivo planteados por McLeod (creencias, actitudes y emociones), proponen un modelo tetraédrico que incorpora a los anteriores los valores, la moral y la ética argumentando que los cuatro caracterizadores no pueden ser ordenados dentro de una dimensión simple de estabilidad e intensidad. (De Bellis y Goldin, 1997; Goldin, 2000; Zan et al. 2006).

DeBellis y Goldin (1997) afirman estar de acuerdo con la mayoría de ideas de McLeod; sin embargo, no comparten la idea del bajo nivel de actividad cognitiva implicada en las emociones durante la resolución de problemas comparado con las actitudes y las creencias. Sostienen que la actividad cognitiva relacionada con las emociones es muy alta, aunque la interacción entre cognición y emociones fugaces puede ser difícil de identificar.

Por otro lado, este marco también tiene en cuenta las nociones de profundidad e integridad matemática o autorreconocimiento; que constituyen dos aspectos importantes del afecto en conexión con el crecimiento de la habilidad matemática. Este marco no solo plantea la conexión entre afecto y cognición sino también se detiene en el estudio de las estructuras afectivas propiamente dichas introduciendo la idea de meta-afecto en sus análisis (Goldin, 2000).

El afecto es fundamentalmente un sistema representacional más que un sistema de afectos frecuentemente involuntarios sobre la cognición. Las vías afectivas son secuencias de reacciones emocionales locales que interactúan con configuraciones cognitivas en la resolución de problemas. Cada vía brinda al resolutor información útil favoreciendo los procesos de aprendizaje y sugiriendo estrategias heurísticas de resolución de problemas (Gómez-Chacón, 2015).

El modelo que plantean DeBellis y Goldin (1997, 2006) para la competencia de resolución de problemas matemáticos está basado en cinco tipos de sistemas de representación internos que interactúan mutuamente:

- a) *Sistemas verbales/sintácticos*. Compuestos por el lenguaje natural, la gramática y la sintaxis.
- b) *Sistemas imaginativos*. Incluyen la codificación espacial/visual, auditivo/rítmico, táctil/kinestésico.
- c) *Sistemas de notación formal*. Entre ellos sistemas de numeración, notaciones para la aritmética, álgebra y cálculo, gráficos cartesianos, entre otros.
- d) *Un sistema de planificación y control ejecutivo*. Se encarga de gobernar los heurísticos y las estrategias de toma de decisiones.
- e) *Un sistema afectivo*. Implica emociones, actitudes, creencias, moral, valores y ética.

Cada sistema es muy complejo y se desarrolla a lo largo del tiempo a través de estadios. Cada uno implica configuraciones que pueden estar en relaciones simbólicas con otras configuraciones. Por ejemplo, la codificación de significados y la externalización de los mismos para comunicarlo a otros.

Las configuraciones representacionales en cada sistema ocurren dentro de estructuras superiores (por ejemplo, palabras y frases dentro de la estructura sintáctica del lenguaje natural). Además, las estructuras de competencia implican todos los tipos de sistemas representacionales que interactúan continuamente unos con otros durante la resolución de problemas. “[...] affect is fundamentally representational, rather than a system of mostly involuntary, physiological side-effects of cognition.” [(...) el afecto es

fundamentalmente representacional, más que un sistema de efectos secundarios fisiológicos, en su mayoría involuntarios, de la cognición] (DeBellis y Goldin, 2006, p. 133).

El sistema afectivo incluye cambios en el estado emocional durante la resolución de problemas matemáticos (afecto local). Estados de los que el individuo puede ser consciente, inconsciente o preconscious. También incluye estados más estables y más duraderos en el tiempo (afecto global) que establece contextos para el afecto local y sobre el que el afecto local puede influir. Es decir, los estados emocionales conllevan significado para el individuo. Codifican y cambian información en la interacción con otros sistemas de representación internos de manera esencial para la comprensión matemática y el adecuado desempeño en la resolución de problemas. De este modo, por ejemplo, en una ocasión la frustración puede codificar los intentos fallidos de una estrategia particular para resolver un problema matemático. Dicho estado puede evocar estrategias heurísticas útiles que dirigen a un cambio de estrategia (como probar una estrategia que fue útil en un problema relacionado más simple).

Affect may thus empower or disempower students. Empowering affect serves as an impetus to persevere, take risks, engage with new external and internal representations, ask questions, construct new heuristic plans, etc. Disempowering affect hampers performance, blocks understanding or makes it unrecognizable when it occurs, and induces negative outcomes associated with “math anxiety” or phobia. In our view every individual constructs complex networks of affective pathways, contributing to or detracting from powerful mathematical problem-solving ability. [Por lo tanto, el afecto puede empoderar o desempoderar a los estudiantes. El empoderamiento del afecto sirve como un ímpetu para perseverar, tomar riesgos, comprometerse con nuevas representaciones externas e internas, hacer preguntas, construir nuevos planes heurísticos, etc. El desempoderamiento afecta el rendimiento, bloquea el entendimiento o lo hace irreconocible cuando ocurre, e induce resultados negativos asociados con "la ansiedad matemática" o fobia. En nuestra opinión, cada individuo construye complejas redes de vías afectivas, contribuyendo o disminuyendo la poderosa capacidad matemática para resolver problemas] (DeBellis y Goldin, 1997, p. 211).

Asumir al afecto como sistema representacional sugiere paralelismos con la cognición. Por ejemplo, planteando una analogía con las estructuras cognitivas, la noción de estructura afectiva incorpora valores, creencias, actitudes y recorridos asociados a lo emocional. Constituye, también, un sistema de comunicación a través de la entonación, movimientos de los ojos, expresiones faciales, lenguaje corporal, risas, lágrimas, ruidos, exclamaciones, etc. Sin embargo, este sistema es altamente ambiguo a pesar de lo cual, es muy efectivo para las interacciones personales y sociales (DeBellis y Goldin, 2006).

La estructura afectiva incluye información sobre el medio físico y social (por ejemplo, el miedo codifica peligro); información sobre las configuraciones cognitivas y afectivas sobre sí mismo (por ejemplo, los sentimientos de desconcierto codifican insuficiencia de comprensión o los sentimientos de aburrimiento codifican ausencia de compromiso); e información sobre las configuraciones cognitivas y afectivas de otros incluyendo

expectativas sociales y culturales (por ejemplo, sentimientos de orgullo codifican la satisfacción de padres o profesores por los logros de uno). “[...] the affective system does not merely accompany cognition, or occur as an inessential response to cognitive representation, but affect itself has a *representational* function. Affect meaningfully encodes information.” [(...) el sistema afectivo no solo acompaña a la cognición, u ocurre como respuesta sin esencia a la representación cognitiva, sino que se afecta a sí mismo, tiene una función *representacional*. Afecta significativamente la codificación de la información] (Goldin, 2002, p. 60).

Es decir, durante la actividad matemática el sistema afectivo tiene un rol fundamental debido a que actúa de manera entrelazada con los sistemas de representación cognitiva (los sistemas verbal/sintáctico, el imaginario, el de notación formal y el heurístico) en función del contexto. Las configuraciones afectivas evocan, representan, dominan o mejoran el funcionamiento de las representaciones cognitivas.

3.3.2.1. Modelo tetraédrico

Además de los caracterizadores tradicionales planteados por McLeod (1989), DeBellis y Goldin (1997, 2001, 2006) plantean un cuarto componente de la dimensión afectiva: los valores, la moral y los juicios éticos de los estudiantes que, según afirman, interaccionan en la toma de decisiones durante los procesos de resolución de problemas. Teniendo en cuenta estas consideraciones, este marco asume al dominio afectivo como un tetraedro donde los cuatro componentes (emociones, actitudes, creencias, y valores/moral/ética) se encuentran en los vértices y son internos, interactúan mutuamente de manera dinámica e influyen sobre distintas facetas del estado afectivo. Un mecanismo para esta influencia es la construcción de estructuras globales para recorrer rutas afectivas. Las emociones, actitudes, creencias y valores de otras personas también pueden influir directamente en el estudiante de diversas maneras, por ejemplo, a partir de la transmisión de expectativas sobre él o ella o cuando busca señales de aprobación o desaprobación en el rostro de los demás mientras se enfrenta a la tarea. Es decir, las condiciones sociales y culturales más amplias, factores situacionales y contextuales también pueden comprenderse en relación con el tetraedro afectivo y su influencia en la relación con la resolución de problemas matemáticos (Schlögglmann, 2002).

Conceptualiza los componentes de la dimensión afectiva en los siguientes términos:

1. Emociones: estados que cambian rápidamente, de intensidad media a muy intensa, usualmente local o integrado en el contexto.
2. Actitudes: predisposiciones moderadamente estables hacia formas de sentimientos en distintas situaciones, involucra un equilibrio de afecto y cognición.
3. Creencias: representaciones internas a las que el poseedor atribuye verdad, validez o aplicabilidad; son usualmente estables y altamente cognitivas, pueden estar muy estructuradas.

4. Valores, ética y moral: preferencias profundas, posiblemente caracterizadas como verdades personales, son estables, altamente afectivas y cognitivas; también pueden estar muy estructuradas.

3.3.2.2. *Afecto local y afecto global*

Goldin (2000) define *afecto local* como “[...] the rapidly changing (and possibly very subtle) states of feeling that occur during problema solving –emotional states, with all their nuances.” [(...) los rápidos cambios de sentimientos (posiblemente muy sutiles) que ocurren durante la resolución de problemas -estados emocionales, con todos sus matices] (p. 210). Son pasajeros y dependen del contexto.

Por otro lado, el *afecto global* se conjetura como el resultado, al menos parcialmente, de trayectorias en el afecto local que están bien establecidos. Estas trayectorias tienen conexiones con el marco completo de sistemas cognitivos representacionales con los que el sistema afectivo interactúa. Las actitudes y creencias así como los valores, la ética y la moral son considerados como aspectos del afecto global, al que se asume como relativamente estable y que representa las estructuras de autorregulación en el individuo (DeBellis y Goldin, 1997; Goldin, 2000).

[...] affect has a representational function and that enduring affective pathway possibilities are built up in the individual, at least in part, from local affective states in interaction with cognition. Stable affective structures are complex, and part of their complexity inheres in the pathways of local affective representation that they incorporate. [(...) el afecto tiene una función representacional que construye posibilidades afectivas duraderas en el individuo, al menos en parte, a partir de los estados afectivos locales en interacción con la cognición. Las estructuras afectivas estables son complejas y parte de su complejidad es inherente a las vías de representación afectiva local que incorporan] (Goldin, 2000, p. 211).

3.3.2.3. *Recorridos afectivos*

Los recorridos afectivos son secuencias establecidas y consolidadas de experiencias emocionales (correspondientes al afecto local) muy complejas que interactúan con las configuraciones representacionales cognitivas. Dichas secuencias, o rutas, tienen funciones fundamentales para los estudiantes debido a que brindan información útil y monitorización así como también sugiere estrategias heurísticas de resolución de problemas.

Los siguientes son dos ejemplos de rutas afectivas interactuando con configuraciones heurísticas durante la resolución de problemas: (DeBellis y Goldin, 1997, 2006).

- a) Una ruta positiva empieza con curiosidad y asombro al empezar a resolver el problema y es preciso evocar heurísticos exploratorios y de definición de problemas. La curiosidad y el asombro, dirigen al resolutor a una mejor comprensión del problema. Un estado de desconcierto o punto muerto conduce a sentimientos de frustración; estos, a su vez, codifican la información de que en este punto las estrategias empleadas dirigieron a progresos insuficientes. Se evocan procesos

heurísticos para revisar estrategias y desafiar a los supuestos anteriores. Sentimientos de placer, euforia y satisfacción se presentan vinculados con la percepción (o representaciones imaginarias) de como el problema cede el paso a nuevas aproximaciones. Las estructuras globales se construyen e implican autoconceptos positivos así como la anticipación de afecto positivo en problemas matemáticos difíciles.

- b) Una ruta negativa también empieza con curiosidad y asombro, pero en este caso codifica una búsqueda de procedimientos seguros más que una oportunidad para la exploración. Cuando los procedimientos fallan, la frustración resultante cambia rápidamente a ansiedad y desesperanza. También se evocan procesos heurísticos, confianza en la autoridad, mecanismos de defensa, evitación y negación. Las estructuras globales de las matemáticas y el autodesprecio emergen (DeBellis y Goldin, 1997, 2006; Goldin, 2000).

En ambos recorridos se plantea la evolución del afecto local, desde la curiosidad inicial que surge como resultado del primer contacto con el problema. Si el problema es significativo, seguirá un sentimiento de asombro y a continuación surge desconcierto y sensación de desorientación, que puede desembocar en frustración y en caso contrario si hay progresos, en estímulo para continuar. Esta idea de recorrido afectivo permite establecer una relación entre un estado emocional determinado y la búsqueda de heurísticos útiles, si el estado emocional es positivo, o contraproducentes si es negativo (Goldin, 2000).

3.3.2.4. Competencias afectivas

DeBellis y Goldin (2006) caracterizan a las *competencias afectivas*⁵ como: “[...] the individual’s capabilities that depend on appropriate affective encoding of strategically relevant information.” [(...) las capacidades del individuo que dependen de una codificación afectiva apropiada de la información estratégicamente relevante] (p.134). Por ejemplo, la habilidad para actuar con curiosidad o asumir a la frustración como una señal para modificar la estrategia. Cada persona construye redes complejas de recorridos afectivos y competencias, las que aumentan o disminuyen el poder en la resolución de problemas portando significados relacionados con el contexto para el individuo.

3.3.2.5. Intimidad e integridad matemática

Ambos constructos representan las estructuras metaafectivas más poderosas e influyentes. “*Mathematical intimacy* involves deeply-rooted emotional engagement, vulnerability, and the building of mathematical meaning and purpose for the learner.” [La intimidad matemática involucra un compromiso emocional profundamente arraigado, la vulnerabilidad y la construcción del significado y del propósito matemático para el estudiante] (DeBellis y Goldin, 2006, p. 137).

⁵ Establecen diferencias entre competencias afectivas y estructuras afectivas a partir de un paralelismo entre competencias cognitivas y estructuras cognitivas.

Las dinámicas emocionales asociadas con la estructura afectiva de intimidad pueden codificar un tipo de *conocimiento vinculado* que no se puede separar fácilmente del yo e incluyen sentimientos de cordialidad, entusiasmo, diversión, cariño, suspensión del tiempo, satisfacción profunda, sentirse especial, amor y sentimientos estéticos acompañando a la comprensión.

Este tipo de experiencias matemáticas incluyen sentimientos de cordialidad, entusiasmo, diversión, cariño, suspensión del tiempo, satisfacción profunda, sentirse especial, amor y sentimientos estéticos acompañando a la comprensión. Caracteriza ciertas estructuras de experiencias emocionales en estudiantes con experiencias exitosas en la resolución de problemas, describiendo una posible relación intrapsíquica entre el yo y las matemáticas propias (representadas internamente) que contacta con el sentido interno propio de autovalía. Las acciones que se producen durante una experiencia de *mathematical intimacy* pueden o no ser observables.

Estas experiencias no solo son agradables o positivas; construyen un vínculo entre el conocimiento personal construido y el contenido matemático. De este modo es posible explicar porqué los estudiantes con estas características otorgan importancia a los errores. Sin embargo, el compromiso íntimo no garantiza una relación positiva con las matemáticas a largo plazo; pues dicha relación puede modificarse por muchas razones. La capacidad de evitar consecuencias negativas se encuentra en el meta-afecto y también implica los componentes de la integridad matemática.

El concepto de *integridad matemática* reemplaza a *autorreconocimiento matemático* para nombrar la habilidad de los estudiantes para identificar sus propias insuficiencias en la comprensión. “Mathematical integrity describes an individual’s affective psychological posture in relation to when mathematics is ‘right’, when a problem solution is satisfactory, when the learner’s understanding suffices, or when mathematical achievement deserves respect or commendation.” [La integridad matemática describe la postura psicológica afectiva de un individuo en relación con el momento en el que las matemáticas son "correctas", cuando la solución de un problema es satisfactoria, cuando la comprensión del estudiante es suficiente, o cuando el logro matemático merece respeto o elogio] (DeBellis y Goldin, 2006, p. 138).

Implica, además, el compromiso con la verdad y la comprensión y posiblemente un carácter de sentido moral. Conlleva honestidad y un grado de apertura. Los componentes importantes de este constructo afectivo incluyen: reconocimiento de una comprensión o resultados insuficientes; la decisión de asumir nuevas acciones y medidas y la naturaleza de la acción (DeBellis y Goldin, 2006).

Furthermore affect has meaning; and one must attend to meta-affect in order to understand the affect and its meaning. Finally the development of powerful affective and meta-affective structures, like those of *mathematical intimacy* and *mathematical integrity*, may turn out to be keys that unlock mathematical power in learners. [Además, el afecto tiene sentido; y uno debe ocuparse del meta-afecto para comprender el afecto y su significado. Por último, el desarrollo de poderosas estructuras afectivas y meta-afectivas, como las de la intimidad

matemática y la integridad matemática, pueden resultar claves para desbloquear el poder matemático de los alumnos] (DeBellis y Goldin, 2006, p. 145).

3.3.2.6. Interrelaciones entre lo individual y lo social. Significados contextuales

Además de informar y motivar al estudiante, el afecto también ejerce como un lenguaje que interactúa con los afectos de los demás a través del lenguaje corporal, expresiones faciales, miradas, tono de voz, llanto, risas, entre otros; que son resultado de procesos evolutivos del ser humano. Por lo tanto, compartir el afecto entre pares o grupos de personas es esencial para la supervivencia humana, lo que se traduce en la necesidad de diferenciar entre afecto individual y afecto compartido.

Dentro de lo individual figura: (1) emociones personales; (2) actitudes personales; (3) estructuras de creencias personales y (4) valores, ética y moral personales. También, existe la capacidad individual para interpretar las representaciones de cada una de ellas en otros individuos.

Por otro lado, diferente a cualquier representación afectiva de una persona específica, existe un medio sociocultural externo al individuo que le brinda un feedback consistente y complejo sobre: (1) emociones compartidas; (2) actitudes aceptables; (3) sistemas de creencias en la cultura o subgrupos dentro de una cultura y (4) los valores, ética y moral comunicada a través de la escuela, pares, grupos, miembros adultos de la familia, figuras que representan la autoridad, entre otros. Sin embargo, el afecto compartido no se refiere solo a emociones compartidas y pasajeras sino a estructuras de sentimientos más complejas, y posiblemente más poderosas e integradas culturalmente. Por ejemplo, la reverencia religiosa o el fervor nacionalista que implican actitudes, creencias y valores.

“This perspective allows us to focus on affective *interactions* of the individual with the surrounding culture, without taking either the individual or the culture to be the sole level of analysis” [Esta perspectiva nos permite enfocarnos en las *interacciones* afectivas del individuo con la cultura circundante, sin tomar el individuo o la cultura como único nivel de análisis] (Goldin, 2002, p. 68).

3.3.3. Corrientes organicistas o de la corporalidad: Brown y Reid

Estas aproximaciones asumen a la mente y al cuerpo como unidos de manera inextricable (Zan et al., 2006). Sin embargo, “How then can we research something we cannot see?” [¿Cómo podemos investigar algo que no podemos ver?] (Brown y Reid, 2006, p. 179). Para superar las dificultades asociadas a la incapacidad del acceso directo a los procesos mentales inconscientes plantean como alternativa la observación de las acciones de profesores y estudiantes mientras toman una decisión en clase de matemáticas. Para hacerlo, se basan en la hipótesis del marcador somático de Antonio

Damasio⁶, a la que conceptualizan como la habilidad de muchas personas para tomar decisiones de manera rápida y continuada en el curso de sus vidas, identificando a estos marcadores como parte de la actividad mental inconsciente por lo que no es posible acceder a ellos ni observarlos a través de la reflexión introspectiva. Asumen que las acciones observables de una persona están fuertemente influidas por los marcadores somáticos y permitirían establecer algún tipo de conclusiones al respecto.

Según Brown y Reid (2006), la propuesta de Damasio sobre la génesis del marcador somático se ajusta al reconocimiento que efectúan sobre la corporalidad de la cognición en la que esta surge de dos puntos interrelacionados: (1) una percepción consistente en la acción guiada perceptualmente, (2) las estructuras cognitivas que emergen de los patrones sensoriomotores recurrentes que permiten que la acción sea perceptualmente guiada. Es decir, plantean la existencia de dos categorías de estructuras cognitivas relacionadas con la acción y se interesan por las emociones que generan eventos determinados.

Somatic markers are one example of cognitive structures that guide action. Another is the labels that we use most in naming what we perceive, the 'basic-level categories' [...], which are those that are most easily seen in the world, and are linked strongly to actions we often do. [Los marcadores somáticos son un ejemplo de estructuras cognitivas que guían la acción. Otro son las etiquetas que más utilizamos para nombrar lo que percibimos, las 'categorías de nivel básico' [...], que son las que se ven más fácilmente en el mundo, y están fuertemente ligadas a las acciones que solemos hacer (Brown y Reid, 2006, p. 181).

Como ejemplo de su aproximación y la metodología de investigación que utilizan, presentan como evidencia el caso concreto de un alumno que se enfrenta a la resolución de un problema matemático e identifican las decisiones que va tomando a lo largo de la tarea, relacionándolas con la presencia de marcadores somáticos. Concluyeron que la toma de decisiones por parte de maestros y estudiantes es inconsciente.

We feel that by emphasising, in our research, the non-conscious nature of most decision-making, guided by somatic markers, we add an alternative perspective to research that uses professed beliefs and values (determined through surveys and interviews, for example) to explain behaviour. [Creemos que al enfatizar, en nuestra investigación, la naturaleza inconsciente de la mayoría de las decisiones, guiados por marcadores somáticos, añadimos una perspectiva alternativa a la investigación que utiliza creencias y valores profesados (determinados a través de encuestas y entrevistas, por ejemplo) para explicar el comportamiento] (Brown y Reid, 2006, p. 183).

Podríamos resumir la aproximación planteada por estos autores como un intento por esclarecer la interconexión entre emoción y cognición a través de la hipótesis del marcador somático planteada por Antonio Damasio como una manera de explicar las

⁶ La Hipótesis del Marcador Somático planteada por el neurocientífico Antonio Damasio también ha sido considerada para la presente investigación como parte de los antecedentes relacionados. Los resultados primarios sobre el trabajo de este autor se encuentran en el capítulo II del presente informe.

bases inconscientes de la toma de decisiones, fundamentales para la acción y la reflexión consciente.

3.3.4. Corrientes socioculturales

L.S. Vygotsky (1896-1934) afirmó que el desarrollo cognitivo está facilitado por la interacción social; en consecuencia, no se trata de un proceso natural sino cultural (Else-Quest et al. 2008). En este sentido, las aproximaciones socioculturales enfatizan las bases sociales y la organización de la experiencia afectiva y cognitiva. Desde la perspectiva socioconstructivista, el afecto está basado y definido por el contexto social (Op't Eynde et al. 2006; Zan et al. 2006).

La investigación en Psicología Cognitiva considera que todo estudio sobre la conducta intelectual humana debe ser efectuado en el contexto en el que tiene lugar. Se asume que los seres humanos están inmersos en una realidad que afecta y es afectada por la conducta humana. Por lo tanto, es importante considerar la manera en que los factores socioculturales influyen a la cognición (Lester, Garofalo y Kroll, 1989).

Schlöglmann (2010), afirma al respecto: “We should probably accept that knowledge and concepts are outcomes of a cultural process and neither can be learned outside a discourse community.” [Deberíamos aceptar que el conocimiento y los conceptos son el resultado de un proceso cultural y que ninguno de ellos puede ser aprendido fuera de una comunidad discursiva] (p.166).

En el caso específico de la Educación Matemática, existe una amplia tendencia hacia lo social debido a la influencia que recibe de las teorías del aprendizaje que, a su vez, reconocen la importancia de los factores socioculturales. Desde esta aproximación se asume que todos los aspectos de la conducta humana son esencialmente sociales, incluyendo el aprendizaje y el conocimiento. Esta fuerte perspectiva social asume que todos los significados son socialmente producidos a través de la interpretación de experiencias en prácticas culturales locales (Hannula, 2012b).

El reconocimiento de lo social también se encuentra en aproximaciones distintas de las socioculturales a través de la valoración de la influencia del contexto. En el caso de las creencias, por ejemplo, se llega a admitir que pueden representarse creencias contradictorias en diversos contextos y que las expresiones emocionales están constituidas por los antecedentes históricos y culturales de cualquier situación social (Clarke, 2015).

D'Ambrosio (2002), plantea que los niños llevan a la escuela sus propias matemáticas, las que se han desarrollado en su propio ambiente sociocultural. Las denomina *Etnomatemáticas*⁷ y provee al individuo de una riqueza de intuiciones y procedimientos informales para enfrentarse a los fenómenos matemáticos y las actividades relacionadas con ellas.

⁷ D'Ambrosio considera a la Etnomatemática como una subárea de la Historia de la Matemática y también de la Educación Matemática; caracterizada por un fuerte rasgo antropológico y una dimensión política (D'Ambrosio, 2002).

Los distintos tipos de interrelaciones que se establecen en un aula (entre los estudiantes y entre éstos y sus maestros) así como las creencias, valores y expectativas que se promueven en la escuela no solo definen qué matemáticas se aprenden sino también cómo lo hacen. La riqueza de los contextos socioculturales que constituyen la realidad de una persona juega un rol fundamental para determinar el potencial de esa persona para tener éxito en la resolución de problemas. Este factor tiene una influencia directa con cada uno de los otros dominios (afectos, actitudes y creencias) (Lester et al. 1989).

Por otro lado, los resultados provenientes de investigaciones realizadas en Psicología, Sociología y Neurociencia, convergen en la importancia de tres aspectos relacionados con las emociones: los procesos corporales incluyendo el cerebro, nervios y órganos; expresión conductual, incluyendo la verbal y experiencias subjetivas o sentimientos en los estados emocionales. El carácter interno de dichos estados y la introspección, como manera de acceder a ellos, permiten asumirlos como experiencias individuales. Sin embargo, la reflexión permite afirmar que los métodos de autoexpresión y las maneras de sentir son al menos parcialmente aprendidas en escenarios sociales. Del mismo modo, el cuerpo es la materia prima de la organización social y cultural, que permite considerar que los procesos corporales también deben asumirse como culturales (Evans, 2006).

A partir de las evidencias encontradas en la investigación sobre las emociones, tanto las expresiones conductuales (incluida la verbal) y la experiencia subjetiva del sentimiento son diferentes en diferentes culturas y en grupos sociales distintos. Es razonable concluir que la expresión emocional y la experiencia están incrustadas en contextos sociales y pueden verse como socialmente organizadas; del mismo modo que el pensamiento, el aprendizaje o el trabajo con matemáticas.

Evans (2006) considera la existencia de tres aproximaciones socioculturales del afecto distintas: Aproximaciones Socioconstructivistas (SC); Teoría de la Actividad Histórico-cultural (CHAT) y Aproximaciones discursivas. En los siguientes subapartados presentamos, además de las consideradas por este autor, la Teoría de la Objetivación de Luis Radford.

3.3.4.1. Aproximaciones Socioconstructivistas: Op ‘t Eynde, De Corte y Verschaffel

La perspectiva socioconstructivista, se caracteriza por centrarse en las situaciones de aprendizaje así como también por reconocer las estrechas interconexiones entre los factores cognitivos, metacognitivos, motivacionales y afectivos en el aprendizaje de los estudiantes. El aprendizaje se asume como una forma de compromiso que les permite identificarse a través de su participación en actividades ubicadas en contextos específicos y donde los procesos de evaluación parten del sistema cognitivo del estudiante. Dichas evaluaciones se refieren al yo, a las matemáticas y a las situaciones de aprendizaje de las matemáticas. Por otro lado, las emociones se asumen como sociales por naturaleza y se sitúan en contextos sociohistóricos específicos debido a la naturaleza social del conocimiento (Evans, 2006; Op ‘t Eynde, De Corte y Verschaffel, 2006).

Sitúa las relaciones entre estudiantes y profesores dentro del contexto de aula que, a su vez, se encuentra inmerso dentro de un contexto sociohistórico específico. Es posible identificar tres categorías conceptuales en estas prácticas culturales locales, en las que el afecto individual de profesores y estudiantes se forman y se desarrollan. Dichas categorías comparten algunos elementos y los bordes entre ellas no están definidos (Hannula; 2011; 2012b; Opt' Eynde et al. 2006):

1. Cognición: conocimiento matemático y estrategias para la enseñanza y el aprendizaje, metacognición, metamotivación, metaemoción/afecto.
2. Motivación: objetivos, necesidades, metamotivación, metacognición, sistemas de creencias.
3. Afecto: emociones, actitudes, sistemas de creencias, metaemoción/afecto, metacognición.

Las emociones están conceptualizadas como la coordinación de la retroalimentación de diversos procesos que se regulan unos a otros a lo largo del tiempo en un determinado contexto; es decir, las reacciones emocionales se encuentran en el núcleo de los procesos de evaluación, tanto conscientes como subconscientes. Una reacción emocional se produce por la intervención de cinco diferentes sistemas: el sistema cognitivo, incluidos los procesos de valoración (evaluación); el sistema nervioso autónomo, la base de la activación; el sistema de monitorización, base del sentimiento; el sistema motor, base de las expresiones conductuales y la expresión y el sistema motivacional, la base de las tendencias a la acción (Opt' Eynde et al. 2006).

Estos sistemas interactúan entre sí a través de circuitos de retroalimentación o feedbacks. Este planteamiento describe las relaciones entre los distintos sistemas componentes aclarando el carácter de proceso de una experiencia emocional específica y permite, también, comprender mejor las dinámicas subyacentes a la sucesión de distintas emociones en un período de tiempo corto. "Clearly, from a socio-constructivist perspective, student's emotions and other affective processes are conceived as an integral part of problem solving and learning." [Claramente, desde una perspectiva socioconstructivista, las emociones del estudiante y otros procesos afectivos son concebidos como una parte integral de la resolución de problemas y el aprendizaje] (Opt' Eynde et al. 2006, p. 194).

El reconocimiento de las estrechas relaciones entre los procesos cognitivos, metacognitivos, motivacionales y afectivos permite asumir una visión de las emociones que enfatiza dos características principales: una emoción es un proceso en el que la activación juega un rol central y las emociones son sociales por naturaleza y están situadas en un contexto sociohistórico específico.

Cada emoción experimentada por los estudiantes en el aula tiene cuatro características:

- a) Están basadas en las interpretaciones cognitivas y evaluaciones de situaciones específicas efectuadas por quién las experimenta.

- b) Los estudiantes construyen sus interpretaciones y evaluaciones basadas en el conocimiento que tienen y en las creencias que poseen y por lo tanto, estas varían de acuerdo a factores como la edad, historia personal y cultura familiar.
- c) Las emociones están contextualizadas debido a que los individuos crean evaluaciones únicas de eventos similares en situaciones distintas.
- d) Las emociones son inestables debido a que las situaciones y también la persona están en desarrollo continuo (Op ‘t Eynde et al. 2006).

El carácter contextual de las emociones implica que pequeñas diferencias en el conocimiento y las creencias, así como en las características específicas del contexto social local que determinan el proceso de evaluación inicial, genera experiencias emocionales significativamente distintas. Este reconocimiento social y contextual implica que las emociones no pueden considerarse únicamente como procesos de evaluación.

La combinación de una perspectiva socioconstructivista del aprendizaje y una aproximación de sistemas de componentes de las emociones, brinda un marco teórico prometedor para el estudio del rol de las emociones en el aprendizaje y la resolución de problemas en el aula, planteando además las metodologías e instrumentos utilizados para el estudio de dicho fenómeno, contribuyendo a la investigación en el área. Al respecto, consideran que las investigaciones deben tener en cuenta los distintos sistemas componentes de un proceso emocional siendo conscientes de las estrechas interacciones entre los procesos afectivos, motivacionales y cognitivos dentro de los procesos emocionales y del aprendizaje matemático en general (Evans, 2006; Op ‘t Eynde et al. 2006).

Los procesos de evaluación están socialmente situados, por lo tanto el núcleo de las emociones del aprendizaje de las matemáticas así como de la resolución de problemas, implica que la investigación sobre el aprendizaje de los estudiantes debe realizarse en el aula. Los estudiantes deben asumir un rol protagonista que permita explicitar la estructura de significados que subyace a su conducta y emociones. En función de la perspectiva asumida, la investigación puede centrarse en grupos de estudiantes y sus interacciones o en estudiantes individuales en la clase. También es posible centrarse en los procesos inconscientes, estructuras de significados o estudiar los procesos más conscientes como las creencias sobre uno mismo.

“[...] a socio-constructivist approach of emotions takes activity and meaning in the classroom as its basic currency. Emotions are not treated as objects that can be studied as independent and detachable from the specific individual and context.” [(...) un enfoque socioconstructivista de las emociones asume a la actividad y al significado en el aula como su moneda básica. Las emociones no son tratadas como objetos que pueden ser estudiados como independientes y separables del individuo y del contexto específico] (Op ‘t Eynde et al. 2006, p. 179).

La metodología de investigación que Evans (2006) plantea, considera dos fases distintas para la obtención de datos: una valoración de las creencias utilizando el MRBQ

(Mathematics-Related Beliefs Questionnaire) y la observación de la conducta durante la resolución de problemas y entrevistas. La documentación de todos los procesos se efectúan utilizando distintas herramientas y en diferentes momentos, entre ellos: OMQ (On-line Motivation Questionnaire); después de una primera aproximación al problema por parte del estudiante y después de empezar a resolverlo; grabaciones en vídeo del proceso de resolución; una entrevista utilizando VBSR (Video-Based Stimulated Recall interview) inmediatamente después de terminar de resolver el problema.

Durante el análisis de estos datos, se categorizan las respuestas de los estudiantes en “perfiles de creencias” (negativos, medianamente positivos o muy positivos); se estructura una narrativa (por estudiante) que describa los procesos y experiencias para cada episodio de resolución de problemas utilizando para ello las diversas fuentes de datos; las relaciones entre las creencias de los estudiantes relacionadas con las matemáticas, sus percepciones de las tareas específicas y su conducta en la resolución de problemas se analizan sistemáticamente para plantear explicaciones. Finalmente, se realiza un análisis transversal utilizando los resultados de los episodios de los estudiantes con la muestra completa.

Presentamos, a modo de resumen, los resultados más destacados obtenidos en las investigaciones llevadas a cabo dentro de este marco:

1. Es posible apreciar una sucesión de muchas emociones distintas a lo largo de un período de tiempo corto como consecuencia del cambio de los sucesos y de las evaluaciones efectuadas por el estudiante.
2. Las emociones negativas se experimentan, usualmente, en momentos en que el estudiante no es capaz de resolver el problema de manera tan fluida como esperaba. “Experiencing the inadequacy of the cognitive strategies used is apparently as much an emotional as a (meta) cognitive process.” [Experimentar la insuficiencia de las estrategias cognitivas utilizadas es aparentemente un proceso más emocional que (meta) cognitivo] (Op ‘t Eynde et al. 2006, p. 202).
3. La naturaleza e intensidad de la emoción experimentada difiere entre estudiantes y varía dependiendo del estado en que se encuentre el proceso de resolución de problemas. Por ejemplo, en los primeros momentos, una emoción negativa puede transformarse más fácilmente en esperanza frente a la consideración de una posible estrategia que en una fase más avanzada (aunque sea solo temporalmente).
4. Los sistemas de creencias hacen que surjan dichas diferencias. Si un estudiante parte cuestionando sus propias competencias matemáticas generales, sus primeras experiencias emocionales negativas continuarán siendo negativas frente a un bloqueo cognitivo mientras que otro estudiante con más seguridad puede afrontar el bloqueo cambiando una primera emoción negativa por otra positiva o asumiendo el problema como un reto interesante.
5. “[...] there is an individually changing flow of emotional experiences that derives from students’ interpretations and appraisals of the series of events that occur during mathematical problem solving in class.” [(...) hay un flujo de experiencias

emocionales que cambia individualmente y que se deriva de las interpretaciones y apreciaciones de los estudiantes de la serie de eventos que ocurren durante la resolución de problemas matemáticos en clase] (Op ‘t Eynde et al. 2006, p. 203).

6. Resolver un problema consiste en una cadena de diferentes eventos para cada estudiante.
7. Eventos comparables son, en ocasiones, interpretados y evaluados de forma distinta de acuerdo a la persona y al contexto.
8. Las emociones son una parte muy importante de la resolución de problemas en el aula de matemáticas. Especialmente las emociones negativas.
9. Es preciso también ser consciente de que un estudiante que experimenta emociones negativas durante la resolución de problemas es porque está realmente interesado, motivado y comprometido con resolverlo.
10. [...] when teaching and learning mathematical *problem* solving, the allowing of space for negative emotions might be an educational goal from a cognitive, as well as motivational, point of view. Indeed, only when experiencing negative emotions will students have the opportunity of learning how to deal with them. [(...) cuando se enseña y aprende a resolver problemas matemáticos, el dejar espacio para las emociones negativas puede ser una meta educativa desde un punto de vista cognitivo y motivacional. De hecho, solo cuando experimentan emociones negativas los estudiantes tendrán la oportunidad de aprender a lidiar con ellas] (Op ‘t Eynde et al. 2006, p. 204).

3.3.4.2. Teoría de la actividad histórico-cultural (CHAT): Roth

En esta aproximación, el contexto para cualquier acción es la actividad en la que el sujeto está inmerso. Los elementos básicos de la actividad incluyen sujeto, objeto, técnica, comunidad, reglas y división del trabajo. Incluye los conceptos de emoción, motivación e identidad.

Las actividades están orientadas hacia motivos colectivos que surgen en el curso del desarrollo histórico y cultural y están organizados en el conjunto actividad-acción-operación. “Activities and actions presuppose each other: activities are realized through concrete practical actions, but (conscious, goal-directed) actions are oriented toward the activities.” [Las actividades y acciones se presuponen mutuamente: las actividades se realizan a través de acciones prácticas concretas, pero las acciones (conscientes, intencionadas) se orientan hacia las actividades] (Evans, 2006, p. 243).

Roth (2006) asume que la emoción proviene del cuerpo, tal como describe Damasio, cuyos hallazgos sobre el rol de la emoción en la toma de decisiones son utilizados. La emoción es integral a la acción práctica de dos maneras distintas: el estado general de una persona forma el razonamiento práctico y la acción práctica y la acción práctica es generalmente dirigida hacia el incremento de la valencia emocional; en este caso, más que equiparar a mayores niveles de disfrute y menores de sufrimiento, el incremento de la valencia emocional está asociada con un incremento en la capacidad de hacer elecciones adecuadas sobre las acciones más acertadas a largo plazo.

La emoción se asume como base para la motivación y la identidad. La motivación está constituida por una expansión de posibilidades de acción con un incremento en la valencia emocional en el contexto de esfuerzo predecible (coste y riesgo). La identidad está relacionada a una participación del individuo en la actividad colectiva y en el reconocimiento que recibe como miembro de la comunidad. Esto relaciona a las valencias emocionales individuales y colectivas surgidas de la interacción cara a cara con los demás (Evans, 2006; Roth, 2006).

3.3.4.3. Aproximaciones discursivas: Evans, Morgan y Tsatsaroni

Este marco se centra en las prácticas sociales e institucionales específicas, que tienen formas recurrentes de conducta y acción. “Our approach is to show that emotions are socially organised phenomena which are constituted in discourse, shaped by relations of power, and implicated in constructing social identity.” [Nuestra aproximación es para mostrar que las emociones son fenómenos socialmente organizados que están constituidos en discursos, conformados por relaciones de poder e implicados en la construcción de la identidad social] (Evans, Morgan y Tsatsaroni, 2006, p. 209).

Se estructura tomando ideas provenientes de distintas disciplinas: Pedagogía, Sociología de la Educación, Semiótica Social y Psicoanálisis. En líneas generales pretende sensibilizar a la sociedad sobre la importancia de las emociones en el aprendizaje y uso de las matemáticas. Los conceptos clave que incorpora son discurso, prácticas, posiciones, posicionamiento, subjetividad y poder.

Definen discurso en los siguientes términos: “A discourse then is the system of ideas/signs organising and regulating the related practices in a way that crucially connects with social relations of power.” [Un discurso es el sistema de ideas/signos que organiza y regula las prácticas relacionadas de manera que conecta crucialmente con las relaciones sociales de poder] (Evans, 2006, p.245).

Las funciones del discurso son: definir cómo se representan, piensan y practican ciertas cosas; aportar recursos para la construcción de significados así como contabilizar acciones y ayudar a construir identidades y subjetividades, las mismas que incluyen características y procesos afectivos. El poder se ejerce en microinteracciones sociales, en mesocontextos institucionales y en la cultura más amplia incluyendo a políticos y a través de los medios de comunicación dentro de la cultura popular.

El posicionamiento se asume como “[...] a process whereby an individual subject takes up and/or is up into one of the positions which are made available by the discourse(s) at play in the setting.” [(...) un proceso por el cual un sujeto individual toma y/o se ubica en una de las posiciones que se ponen a disposición por el (los) discurso(s) en juego en el escenario] (Evans, 2006, p. 245).

Los discursos especifican los objetos y conceptos que son significativos, así como las posiciones que están disponibles para los participantes en la práctica. Los diversos roles que pueden ser adoptados junto con sus posibilidades para la acción y las relaciones con los otros participantes. Es decir, el discurso forma la base de las relaciones sociales de poder que regulan la forma en que se desarrollan las posiciones de los participantes

(cómo asumen posiciones discursivas particulares de entre todas las disponibles) (Evans et al. 2006).

La identidad de una persona incluye afectos más duraderos como actitudes y creencias configuradas a través de posicionamientos repetidos y de las experiencias emocionales relacionadas en un contexto de historia personal de posicionamiento en prácticas específicas. Las distintas posiciones están asociadas con miembros de diferentes grupos sociales (clase social, género, etnia) y con diferentes grados de poder en las relaciones que se establecen, así como también con los distintos valores dentro del discurso. El posicionamiento es particularmente relevante para entender la emoción, ya que afecta cómo se construyen las identidades de los individuos dentro de una estructura de poder. El rol de los valores y el poder crea espacios dentro de los cuales las emociones surgen (Evans, 2006; Evans et al. 2006).

La emoción está relacionada con el deseo que impregnará el lenguaje y puede asumirse como una carga vinculada a las ideas y también a los términos en que se expresan. Dicha carga tiene una expresión fisiológica y conductual (incluyendo lo verbal) así como un aspecto subjetivo de sentimiento. De este modo, la emoción puede verse como *unida* a las ideas (cognición) pero de maneras que son fluidas, no fijas. Algo de esta fluidez puede relacionarse con procesos psíquicos de desplazamiento, donde significados y sentimientos fluyen a lo largo de una cadena de ideas o significados. Es decir, se asume a cognición y afectividad como procesos entrelazados y formados a través de los discursos y los posicionamientos (Evans et al. 2006).

Conceptualizar a la emoción como una carga unida a las ideas evita la asimilación de lo afectivo en lo cognitivo. Los términos utilizados para expresarla permiten a los investigadores comprender la emoción como unida a la cognición, no de manera fija sino fluida. Una experiencia emocional individual surge de la interacción entre la historia personal de participación en prácticas discursivas y el posicionamiento discursivo actual.

“[...] we locate emotion within social structures, aiming to show how the individual’s experience of it emerges from, and is structured by, their participation in discursive practices.” [(...) ubicamos la emoción dentro de las estructuras sociales, con el objetivo de mostrar cómo la experiencia del individuo surge y se estructura a partir de su participación en las prácticas discursivas] (Evans et al. 2006, p. 210).

Por otro lado, la interdiscursividad, asumida como la incorporación de conceptos y valores de otros discursos, y la intertextualidad que, a su vez, integrando significantes de otros textos (incluso implícitamente), también son relevantes para el estudio de la emoción teniendo en cuenta que los conflictos de significados pueden generar sentimientos poderosos y poner en tela de juicio la identidad propia.

Al igual que las emociones, los significados tienen origen social y contribuyen a la configuración de la identidad: “Meaning making occurs in social practices, using language and other semiotic resources. The emotional dimensions of the resulting interaction help to construct and maintain social identity.” [La creación de significados

se produce en las prácticas sociales, utilizando el lenguaje y otros recursos semióticos. Las dimensiones emocionales de la interacción resultante ayudan a construir y mantener la identidad social] (Evans et al. 2006, p. 212).

“By analysing the positions occupied by each pupil in interaction, we understand how hierarchical positions are (re)produced, as well as the role that emotions play in adopting, modifying, ‘submitting to’, or claiming, a position.” [Analizando las posiciones ocupadas por cada alumno en la interacción, entendemos cómo las posiciones jerárquicas son (re)producidas, así como el papel que juegan las emociones en la adopción, modificación, "sometimiento" o reivindicación de una posición] (Evans et al. 2006, p. 221).

La metodología que emplea esta aproximación, presta mucha atención al análisis semiótico de los textos, por lo tanto la incorporación de transcripciones de la interacción social es apropiada. También considera la observación del aula y entrevistas. Las dos principales fases (estructural y textual) de análisis de las transcripciones (incluidas las grabaciones en vídeo) están basadas en la aproximación teórica interdisciplinar.

La fase estructural utiliza la Sociología de la Educación de Basil Bernstein (1924-2000), basado en las diferencias metodológicas y discursos pedagógicos distintos (entre el propuesto en clase y los provenientes de fuera, de lo oficial, entre otros) que pueden provocar reacciones emocionales. El análisis de las posiciones disponibles en los discursos muestra las formas de significado, actuación y sentimiento disponibles para los participantes.

La segunda fase basada en lo textual, tiene dos funciones: mostrar cómo se produce el posicionamiento de los participantes en la interacción social y proveer material para identificar indicadores de la experiencia emocional. Se efectúa, a su vez, en dos momentos distintos:

1. El primero, se centra en el texto en sí mismo. Se identifican aspectos interpersonales del texto para ubicar a los participantes en posiciones discursivas particulares. Entre los indicadores están: referencia a uno mismo y a los otros; referencias a condiciones valoradas, reclamando comprensión o corrección; modalidad, indicando grados de certeza o incertidumbre; agentes ocultos (voces pasivas) o repeticiones; significantes clave, incluyendo metáforas, significados dentro de más de un discurso y por lo tanto iluminando el rol de los significados en la intersección de discursos y posiciones interdiscursivas de los participantes.

2. La segunda fase del análisis textual se centra en dos cuestiones distintas:

- Indicadores de la experiencia emocional, generalmente asumida o utilizada dentro de una (sub) cultura. Los indicadores son: expresiones verbales directas (me siento ansioso); uso de metáforas particulares de dicha cultura; énfasis en palabras, gestos, entonación o repetición que indiquen sentimientos fuertes o crónicos; ‘lenguaje corporal’, expresiones faciales o rubores. Estos indicadores implican una exhibición emocional que puede no ser consciente. Requieren una interpretación cuidadosa.

- Indicadores para la presencia de defensas psíquicas contra emociones fuertes como la ansiedad, o el regreso del material inconsciente reprimido. Entre ellos: los *lapsus freudianos* (Freudian slips), chistes o bromas (errores inesperados en la resolución de problemas); negación de estar experimentando emociones; conductas extrañas (reírse mucho, hablar inusualmente bajo); impaciencia por conocer la respuesta correcta, *identificación*, a través de la cual los estudiantes buscan características o conductas de un profesor favorito o de un compañero al que admiran; *resistencia* a figuras autoritarias o a compañeros autoritarios (Evans et al. 2006).

Structural analysis summarises the positions available, and possible spaces and roles for emotion within a discourse. Textual analysis aims to identify how positions are occupied, how opportunities arise for emotionally charged meanings, and how emotional expression functions. Here we primarily analyse verbal text, though other semiotic resources may be used. [El análisis estructural resume las posiciones disponibles y los posibles espacios y roles para la emoción dentro de un discurso. El análisis textual apunta a identificar cómo se ocupan las posiciones, cómo surgen las oportunidades para los significados cargados emocionalmente y cómo funciona la expresión emocional. Aquí analizamos principalmente el texto verbal, aunque se pueden utilizar otros recursos semióticos] (Evans et al. 2006, p. 213).

Para estos propósitos la propia interacción social se asume como un texto a través de las transcripciones, “Empirical data is seen as text, the reading of which demands attention to its context(s), entailing a combination of *structural* and *textual* analyses, informing one another.” [Los datos empíricos son vistos como texto, cuya lectura exige atención a su (s) contexto (s), implicando una combinación de análisis estructurales y textuales, informándose unos a otros] (Evans et al. 2006, p. 212). Los aspectos interpersonales del texto son utilizados para crear participantes particulares en posiciones discursivas también particulares, incluyendo afirmaciones para conocer o comprender la distribución del poder en los escenarios educativos (Evans, 2006).

Los indicadores de la experiencia emocional pueden dividirse entre aquellos cuya comprensión se encuentra dentro de la subcultura institucional o en la cultura más amplia, definiendo la cultura popular de los participantes (por ejemplo, expresiones verbales de los sentimientos, indicadores de conducta como las expresiones faciales o el tono de voz, uso de determinadas metáforas), y también los indicadores sugeridos por el psicoanálisis (por ejemplo, mecanismos de defensa contra emociones fuertes, entre ellas la ansiedad).

The mathematics and the pedagogic discourses (especially evaluation criteria) interact with other discursive resources and personal histories of individual students, enabling certain positions and creating links and contradictions, thereby opening up spaces within which emotion may occur. The dynamics of the interactional practices lead to ways in which the positions available in discourse are realised as positioning in practice, thereby allowing space for emotions to be experienced, and sometimes expressed. [Las matemáticas y los discursos pedagógicos (especialmente los criterios de evaluación) interactúan con otros recursos discursivos e historias personales de los alumnos como

individuos, posibilitando ciertas posiciones y creando vínculos y contradicciones, abriendo así espacios en los que puede ocurrir la emoción. Las dinámicas de las prácticas interactivas conducen a que las posiciones disponibles en el discurso se realicen como posicionamiento en la práctica, permitiendo así el espacio para que las emociones se experimenten y a veces se expresen] (Evans, 2006, p. 248).

3.3.4.4. Teoría de la Objetivación: Radford

Considera la importancia de la perspectiva histórico-cultural para la teorización e investigación efectiva de la emoción en el contexto de la resolución de problemas matemáticos y el aprendizaje. Radford estructura sus ideas sobre las emociones intercalándola con motivo, asumiendo la importancia y utilidad de ambos constructos para la necesidad fundamental de asumir el afecto en términos histórico-culturales.

Las emociones están histórica y culturalmente constituidas, es decir, una respuesta emocional a una situación puede presentarse como la culminación de historias personales y una participación evolutiva en la práctica cultural (Clarke, 2015; Radford, 2015).

Sobre la controversia sobre el rol de la emoción en la cognición y afirmaciones extendidas del tipo “las emociones son sentimientos que acompañan el aprendizaje” o “las emociones son pensamientos corporales”, Radford afirma que: “nuestros pensamientos son *necesariamente* corporales y emocionales” (Radford, 2015, p. 33). Dicha materialización incluye la atribución de motivo hacia la actividad y la posibilidad de no coincidencia de los motivos del individuo y la actividad. Considera que es un error creer que las emociones obstaculizan el pensamiento; por el contrario, afirma que emociones y pensamiento no son entidades separadas. El pensamiento y las emociones concomitantes se desarrollan en procesos de subjetivación vinculados a la actividad. Motivo y objeto son las dos principales fuerzas de la actividad cuyo desempeño tiene una evolución social a través de la doble naturaleza de los motivos: personales y culturales.

Motivos y motivación son subjetivos en el sentido de que pertenecen concretamente a una única persona pero también están relacionadas con el mundo histórico y sociocultural porque trascienden al individuo. Es en esta trascendencia que el mundo histórico sociocultural, indirectamente (y sin embargo, de manera decisiva) da forma y organiza los motivos y motivación del individuo. Sin embargo, esta relación no se ha tenido en cuenta debido a la concepción generalizada de la relación de oposición entre individuo y sociedad. Radford, (2015) afirma que su concepción de emoción está construida sobre ideas provenientes de Psicología Cultural y Antropología poniendo el acento de las emociones en el pensamiento. Dota a las emociones de una naturaleza contextual y dinámica histórica y culturalmente constituidas partiendo del reconocimiento del ser humano como un ser eminentemente emocional.

Las emociones no son fuerzas irracionales ni incidentes momentáneos o interrupciones en la vida cotidiana de un ser humano. Son parte de una visión del mundo que se comparte a través de la participación en actividades sociales y culturales. Nuestra vida emocional

está formada de manera profunda por la historia y la cultura. Como la cognición, las emociones solo pueden entenderse a través de la interacción de la historia y la manera en que las emociones se desarrollan en la ontogenia. “That is, emotions can only be understood through the incessant dialectical relationship of past and present and their projection into the future.” [Es decir, las emociones solo pueden ser comprendidas a través de la incesante relación dialéctica del pasado y del presente y su proyección hacia el futuro] (Radford, 2015, p. 29).

Identifica una dimensión moral y ética a las emociones que parte de reconocer la importancia del contexto para la emergencia de las emociones. Ocurren, de manera inevitable, en el mundo de la significación sociocultural en forma de juicios y valoraciones. Una emoción específica, además de los cambios orgánicos y funcionales que genera en el sistema nervioso autónomo, implica también categorías morales (ofensa, transgresión, entre otros) así como también conceptos del yo.

Sobre la cognición, Radford (2013) plantea la idea de *sensuous cognition*, una visión ni dualista, ni representacional de la mente. Parte de afirmar que cognición y medio ambiente están interconectados, de manera que la cognición es una característica de todo cuerpo material con vida y con capacidad de respuesta sensitiva. Por otro lado, aunque se reconoce que las emociones son más que procesos fisiológicos, no es acertado plantear diferencias o similitudes entre pensamiento y emoción, sino asumir que el pensamiento es necesariamente corporal y emocional, no existe línea divisoria entre pensamiento, cuerpo y emoción (Radford, 2015).

Por lo tanto, las emociones, en general, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas no son meras características idiosincráticas de la individualidad sino que se trata de dimensiones del yo constituidas cultural e históricamente. No es posible enfrentarse a una tarea matemática únicamente con el pensamiento. No es posible que un ser humano deje de sentir algo en ningún momento.

La perspectiva histórico-cultural que plantea asume a las emociones como fenómenos subjetivos y culturales al mismo tiempo. Están arraigados en los procesos fisiológicos y categorías conceptuales y éticas a través de las cuales la persona percibe, comprende, reflexiona y actúa en el mundo. El vínculo subjetivo-social se encuentra en los motivos que son personales y culturales a la vez y debido al vínculo emoción-motivo, las emociones también son personales y culturales (Radford, 2015). “Cultures offer a range of emotional possibilities of action and reaction that individuals dialectically actualize or instantiate as they learn, since birth to interact with others and to engage in material and embodied activity.” [Las culturas ofrecen una gama de posibilidades emocionales de acción y reacción que los individuos actualizan o ejemplifican dialécticamente a medida que aprenden desde el nacimiento, para interactuar con los demás y dedicarse a la actividad material y personificada] (Radford, 2015, p. 47).

En esta aproximación, la objetivación del conocimiento matemático necesita de diversos sistemas semióticos, cada uno de los cuales tiene un rango de posibilidades y limitaciones para expresar significado y despliega una interconexión dialéctica entre ellos. “The conceptuality of mathematical objects cannot be reduced to one of them, not

at least in the course of learning, for mathematical meaning is forged out of the interplay of various semiotic systems.” [La conceptualización de los objetos matemáticos no puede reducirse a uno de ellos, al menos en el transcurso del aprendizaje, ya que el significado matemático se forja a partir de la interacción de varios sistemas semióticos] (Radford, 2005, p. 144).

Se forman así los “nodos semióticos”, a los que el autor define como las piezas de actividad semiótica de los estudiantes en los que acción y signos distintos operan conjuntamente para lograr la objetivación del conocimiento, que a su vez es definida como el proceso de toma de consciencia de ciertos estados conceptuales de las cosas. Es decir, los nodos semióticos están asociados con el curso progresivo de la toma de consciencia de algo; están asociados con capas de objetivación.

Entre los signos que operan durante la objetivación del conocimiento, además de las palabras y el lenguaje matemático, están los gestos:

Gestures matter because, in learning settings, they fulfil an important function: they are important elements in the students’ processes of knowledge objectification. Gestures help the students to make their intentions apparent, to notice abstract mathematical relationship and to become aware of conceptual aspects of mathematical objects. [Los gestos son importantes porque, en los entornos de aprendizaje, cumplen una función significativa: son elementos notables en los procesos de objetivación del conocimiento de los estudiantes. Los gestos les ayudan a hacer aparentes sus intenciones, a notar una relación matemática abstracta y a tomar consciencia de los aspectos conceptuales de los objetos matemáticos] (Radford, 2005, p. 143).

Por otro lado, plantea, también, una metodología que considera los motivos, pensamientos, sentimientos y emociones de las personas basadas en las observaciones sobre sus respectivas conductas sociales. Sin embargo, no solo es una metodología de investigación, se trata de un proceso que se lleva a cabo continuamente durante nuestras interacciones sociales: la interpretación de las emociones de los demás, en las que el contexto tiene un papel imprescindible pues nuestra participación en cualquier interacción social está constituida por el contexto como nosotros lo construimos y por inclinaciones históricas y culturales que encuentran su expresión tanto en nuestros actos emotivos y en nuestras interpretaciones de las acciones de los demás. Por este motivo, Radford no considera a los contextos como las bases de la psique humana sino más bien como elementos constitutivos de la misma, desde una postura integradora en la que asegura que la cultura y la psique no pueden ser fácilmente separados uno del otro (Clarke, 2015; Radford, 2015).

3.3.5. Aproximación Teórico-Sistémica: Hannula

Hannula (2006a, 2011, 2012b, 2015) plantea una postura integradora que considera tres niveles distintos del afecto: neurofisiológico, social y psicológico, cuyas conceptualizaciones teóricas son distintas entre sí; en lo que él denomina una *metateoría* de investigación sobre el afecto relacionado con las matemáticas. Además, “Metatheories are overarching frameworks that link, separate, and contextualise other

theories” [Las metateorías son marcos generales que vinculan, separan y contextualizan otras teorías] (Hannula, 2012b, p. 143).

En este marco, se entiende afecto en los siguientes términos: “Affect will be used, here, as a general term that includes all emotional and motivational phenomena. Under this general term, we include two main concepts, namely emotion and motivation.” [Afecto se utilizará como un término general que engloba todos los fenómenos emocionales y motivacionales. Bajo este término general, se incluyen dos conceptos principales, a saber, la emoción y la motivación] (Hannula, 2006a, p. 209).

Asume que el afecto es simultáneamente fisiológico, psicológico y social, pero también debe tenerse en cuenta la importancia de la cultura del aula, las normas sociales y sociomatemáticas así como el contexto social del estudiante y la escuela en lugar de seguir una aproximación individualista (Hannula, 2006a).

Se trata de una aproximación teórico-sistémica basada en tres marcos distintos: Neurociencia, Psicología tradicional y distintas aproximaciones sociales. Justifica la incorporación de dichas áreas partiendo de asumir las emociones en los siguientes términos: “Emotions are, by their very nature, linked closely both to the biological human body and to social systems.” [Las emociones, por su propia naturaleza, están íntimamente ligadas tanto al cuerpo humano biológico como a los sistemas sociales] (Hannula, 2012b, p. 155).

Incorpora los elementos básicos de los planteamientos de McLeod: emociones, actitudes y creencias. También sus dimensiones: intensidad, estabilidad y cognitiva-afectiva. Sin embargo, en lugar de atribuir estabilidad a las creencias e inestabilidad a las emociones, esta aproximación identifica la estabilidad como una dimensión independiente. De este modo, la disposición emocional⁸ forma el aspecto de atributo de la dimensión emocional del afecto. Además, mientras McLeod sugería el trato con la motivación a través de creencias y emociones, la motivación está considerada como un tercer tipo de afecto en esta teoría. Otros investigadores que influyeron en este marco son DeBellis y Goldin, Schoenfeld y Pehkonen (Hannula, 2011, 2012b).

La metateoría para el afecto relacionado con las matemáticas está basada en tres dimensiones distintas que son útiles para describir el dominio afectivo, pues brindan una manera satisfactoria de analizar los distintos marcos utilizados en la investigación relacionada con el afecto (Hannula, 2011, 2012b, 2015):

- a) Aspectos cognitivo, motivacional y emocional del afecto.
- b) Estados afectivos que cambian rápidamente contra cualidades o rasgos afectivos relativamente estables.
- c) La naturaleza fisiológica, psicológica y social del afecto.

Por lo tanto, la terminología utilizada en este marco, no solo distingue los aspectos cognitivo, emocional y motivacional del afecto, sino también separa los rasgos relativamente estables y estados más cambiantes y dinámicos de los tres aspectos.

⁸ Referida a la definición reducida de actitud, planteada por Di Martino y Zan (2007).

3.3.5.1. *Una perspectiva teórico-sistémica*

En el contexto educativo, lo afectivo se ha considerado principalmente como un fenómeno tanto psicológico como social. Es decir, se percibe como procesos mentales individuales o como aspectos de la interacción y estructura social. Sin embargo, el afecto debe asumirse desde una perspectiva más amplia que permita considerar maneras adicionales de verlo. En este sentido, Hannula (2012b) afirma que el *enactivismo* brinda una base para el propósito de ampliar nuestra visión del fenómeno afectivo.

El enactivismo o perspectiva teórico-sistémica sugiere un cambio de paradigma sobre la visión de la mente humana, en el que el conocedor y lo conocido (o el aprendiz y lo que este aprende) son codeterminados, es decir se relacionan, se influyen y se determinan mutuamente. Por lo tanto, la cognición implica el surgimiento de un comportamiento adaptativo y efectivo, en lugar de la adquisición de información o la representación de objetos en un mundo externo.

“This view emphasises not only the situatedness of learning, but also refutes the ‘content’ view of knowledge, perceiving cognition in terms of adaptive situated behaviour”. [Esta visión enfatiza no solo la situación del aprendizaje, sino que también refuta la visión 'contenido' del conocimiento, percibiendo la cognición en términos de comportamiento adaptativo situado] (Hannula, 2012b, p. 146).

La perspectiva enactivista asume que el aprendizaje tiene lugar en los diferentes niveles de la vida: desde las células hasta la cultura. Las unidades de análisis son los diferentes sistemas autopoyéticos de auto-organización que son estructuralmente acoplados para formar sistemas autopoyéticos más complejos a un nivel más alto. La cognición, la motivación y la emoción tienen sus orígenes a nivel celular pero como propiedades emergentes no pueden reducirse a lo biológico y aunque sustenten muchos fenómenos a nivel social, no son capaces de explicar fenómenos socialmente emergentes.

El aprendizaje es adaptación al medio y tiene lugar a diversos niveles desde las células a las relaciones sociales. Por ejemplo, cuando una norma social se establece en un aula (nivel social del aprendizaje) requiere que al menos un individuo cambie su conducta (nivel psicológico) lo que se refleja en las conexiones neurales del cerebro (nivel fisiológico) (Hannula, 2012b).

3.3.5.2. *Integrando cognición, motivación y emoción*

La primera dimensión considera tres categorías distintas: cognición, motivación y emoción. Otros marcos teóricos pusieron en primer plano solo a una de estas categorías, mientras las otras dos se ubicaban en roles subordinados. Por ejemplo, las teorías de la motivación pueden considerar a la emoción como parte de la motivación y las teorías de la emoción pueden considerar a la cognición como parte de la emoción. Este marco presenta las tres categorías de manera integrada.

Hannula (2011) afirma que las distinciones propuestas entre categorías podrían considerarse arbitrarias. Sin embargo, en esta aproximación integradora se pretende no solo reconocer los tres aspectos, sino centrarse en las relaciones sinérgicas entre los tres.

El dominio cognitivo incluye conocimiento, creencias y recuerdos. Es decir, aquellas representaciones mentales para las que tiene sentido atribuir un valor de verdad. También se considera en esta categoría otros esquemas cognitivos (como textos y conceptos) a los que no es posible atribuir valor de verdad pero cuya aplicabilidad puede asumirse como una suerte de valor de verdad.

La categoría de *emociones* está formada por alegría, orgullo, tristeza, frustración, ansiedad y otros sentimientos, humores y reacciones emocionales.

La motivación, tercera categoría, es probablemente la más difícil de definir. La característica más importante de esta categoría es que la motivación refleja las preferencias personales y explica las elecciones. La diferencia con el aspecto cognitivo es que las preferencias son subjetivas y no es posible atribuirles valor de verdad o aplicabilidad. La motivación varía desde preferencias muy locales hasta una variedad de diferentes niveles de objetivos y necesidades muy globales tales como la necesidad de nutrición o encajar socialmente. Aunque las necesidades básicas parecen universales existen diferencias individuales en la importancia que se les brinde en diferentes situaciones.

Las distinciones entre estas categorías cobran más sentido si se tiene en cuenta sus funciones en el pensamiento humano y la conducta. Desde el punto de vista funcional la cognición codifica la información personal sobre el yo y el medio ambiente. La motivación brinda dirección de conducta a través de dar preferencias a algunas relaciones entre el yo y el medio ambiente. El éxito o el fracaso en la conducta dirigida por la motivación se refleja en las emociones. Estas emociones, en cambio, pueden influir en la cognición a través de cambiar el foco de atención lo que, a su vez, puede modificar la motivación.

3.3.5.3. El afecto como estado y como cualidad

Se trata de aspectos temporales, aunque están presentes en muchas investigaciones, casi nunca se han tratado de manera explícita. Los cambios afectivos muy rápidos (emociones) han sido asumidos como un elemento determinante en la resolución de problemas, porque pueden influir en las elecciones críticas que determinarán si un problema será resuelto o no. Estos afectos son situacionales y contextuales, *estados afectivos*, sin embargo existe un patrón estable en cómo un individuo siente y piensa en esos contextos y situaciones distintos, es decir, una *cualidad afectiva* (Hannula, 2011).

La distinción entre ambos constructos parece datar de los principios de la investigación en Psicología; sin embargo podría tratarse de una cuestión más bien idiomática. Aunque en la investigación en Educación Matemática esta dimensión fue identificada, diferentes niveles de estabilidad fueron atribuidos categóricamente a diferentes conceptos, McLeod otorga mayor estabilidad a las creencias y la más baja a las emociones. Goldin, por su parte, hace una distinción explícita entre afecto local y global, más estable y menos estable, atribuyendo, también, estabilidad a creencias y valores mientras se asume que las emociones cambian más rápidamente.

Hannula (2012b) plantea que *estado* y *cualidad* son aspectos de las emociones, las motivaciones y la cognición (creencias). En el caso de la ansiedad matemática, por

ejemplo, un estudiante ansioso experimenta miedo (estado emocional) cuando se enfrenta a una tarea matemática y por otro lado tiene una tendencia a experimentar ese miedo (cualidad emocional). De manera similar, muchas creencias y motivos pueden ser analizados como cualidades generales o el foco puede estar en la activación de creencias y motivos en una situación específica.

La motivación es estado y cualidad. El aspecto de cualidad de la motivación está relacionado con los valores globales que la persona atribuye a las matemáticas y a las orientaciones motivadoras generales para el aprendizaje. Sin embargo, esta cualidad no es suficiente para comprender las elecciones personales durante la resolución de problemas o procesos de aprendizaje. Durante dichos procesos uno fija objetivos más locales que representan el estado emocional en ese momento.

Las diferencias entre estado y cualidad de la cognición, la motivación y la emoción pueden resumirse del siguiente modo (Hannula, 2012b, 2015):

a) *Cognición como estado*: pensamientos e ideas.

Cognición como cualidad: conceptos, hechos, argumentos, textos. Incluye a las creencias y otras representaciones mentales que dan sentido para atribuir un valor de verdad.

b) *Motivación como estado*: objetivos, metas, motivos o propósitos activos.

Motivación como cualidad: necesidades, valores, deseos, orientaciones motivacionales y preferencias personales. Se distingue de lo cognitivo en que las preferencias son subjetivas y no es posible atribuirles valor de verdad.

c) *Emoción como estado*: estados emocionales, sentimientos.

Emoción como cualidad: incluyen disposiciones emocionales, tales como tendencias a disfrutar, ansiedad u otras emociones en relación a ciertos objetos o situaciones (entre ellas las matemáticas). También considera a las actitudes como rasgos emocionales.

We know that mathematics-related attitudes, beliefs and motivations are relatively stable, yet they are susceptible to influence through interventions. We know that gender, ethnicity and achievement in mathematics are correlated to attitudes, beliefs and motivation. With respect to the causal relations we are less certain. Although these findings have predictive power, they do not provide an understanding of how affect is developing on a personal level –or how to change affect. [Sabemos que las motivaciones, creencias y actitudes relacionadas con las matemáticas son relativamente estables, aunque sean susceptibles de ser influidas a través de intervenciones. Sabemos que el género, la etnia y el logro en matemáticas están correlacionados con las actitudes, creencias y motivación. Con respecto a las relaciones causales, estamos menos seguros. Aunque estos hallazgos tienen poder predictivo, no proporcionan una comprensión de cómo se está desarrollando el afecto a nivel personal – o cómo cambiar el afecto] (Hannula, 2006a, p. 212).

3.3.5.4. *Tres dimensiones del afecto: fisiológica, psicológica y social*

Para asumir al afecto como tópicos de investigación, Hannula (2006a) tiene en cuenta los planteamientos de Popper⁹ sobre los tres mundos: el mundo de los objetos físicos, el mundo de las experiencias subjetivas y el mundo de la creación humana.

Por otro lado, también debe reconocerse la existencia de tres niveles distintos de teorización del afecto: neurofisiológico, social y psicológico, cuyas conceptualizaciones son distintas entre sí.

A. El afecto como proceso fisiológico

La tradición científica se ha acercado a las experiencias subjetivas a través de la fisiología, es decir, de objetos físicos. Ha permitido, entre otras cosas, conocer qué áreas del cerebro están involucradas en la generación de emociones y cómo los cambios neuroquímicos están relacionados con ellas. A pesar de dichos hallazgos los procesos biológicos no pueden ser interpretados como experiencias. En el caso de los seres humanos también contamos con el lenguaje y la capacidad de expresar verbalmente nuestros sentimientos, es decir, objetos de creación humana que están basados en experiencias subjetivas. Por lo tanto se han excedido los límites del mundo de los objetos físicos y hace falta tener en cuenta los supuestos epistemológicos de estos mundos distintos. A pesar de todo esto, la investigación sobre los procesos fisiológicos del afecto nos ha permitido comprender mejor dichos fenómenos (Hannula, 2006a).

An embodied view perceives the human individual as the autopoietic system, and denies the mind-body dualism. So-called mental phenomena, (e.g., consciousness, emotions, motivation) are emergent properties of the physiological structure of humans. These emergent phenomena are of a different nature than the underlying basic physiology, and therefore they need to be analysed using different theoretical frameworks. [Una visión corporizada percibe al individuo humano como el sistema autopoyético, y niega el dualismo mente-cuerpo. Los denominados fenómenos mentales (por ejemplo, la consciencia, las emociones y la motivación) son propiedades emergentes de la estructura fisiológica del ser humano. Estos fenómenos emergentes son de naturaleza diferente a la fisiología básica subyacente, por lo que deben ser analizados utilizando diferentes marcos teóricos] (Hannula, 2012b, p. 148).

Desde su aproximación, Hannula (2012b) afirma que es posible percibir los fundamentos del afecto corporizado desde dos perspectivas distintas:

1. Los seres humanos tenemos un sistema biológico controlado por ciertos patrones que operan a nivel genético y cuyo estado actual es producto de la evolución. Dichos patrones son los responsables de las similitudes universales entre personas distintas aunque pertenezcan a diferentes culturas. Ekman¹⁰, por ejemplo, estructuró una teoría sobre la universalidad de las expresiones faciales. Desde esta perspectiva, el ser

⁹ En Popper, K. R. y Eccles, J. C. (1977). *The self and its brain*. Berlin: Springer International (Hannula, 2006a).

¹⁰ Paul Ekman, defensor de la universalidad de las emociones. Considerado en los antecedentes relacionados de la presente investigación. Sus aportes sobre la interpretación de las expresiones faciales se encuentran en el capítulo II de este informe.

humano en su medio es percibido como un sistema autopoyético¹¹. La retroalimentación tiene lugar a través de la supervivencia, la reproducción y la promoción de los propios genes.

Esta perspectiva resalta el rol esencial para la supervivencia que Darwin atribuyó a las emociones, teniendo en cuenta que juegan un papel esencial en las conductas reproductivas del ser humano y son un ingrediente clave para la coordinación social. Las emociones también tienen funciones más sutiles en el pensamiento y el aprendizaje. Por ejemplo, a través de lo que en Psicología se ha denominado sesgo cognitivo. Desde este enfoque se asume que parte de la herencia genética es útil y otra puede ser problemática para la sociedad actual.

2. La segunda perspectiva asume al individuo como una entidad autopoyética en sí misma. La herencia genética provee solo el punto de partida y las reglas básicas. Es a través de la interacción con nuestro medio en la que nuestra cognición, motivación y emociones emergen y se desarrollan. Las similitudes de las experiencias físicas básicas de cada uno explica la similitud de nuestras estructuras cognitivas. Esta perspectiva coincide con la perspectiva psicológica tradicional enfatizando la importancia de la primera infancia en el desarrollo cognitivo y afectivo. Este desarrollo temprano es la base para nuestras preferencias fundamentales, patrones de conducta y reacciones emocionales automáticas, sin embargo a través del acoplamiento estructural con nuestro medio físico y social, continuamos desarrollándonos a lo largo de nuestras vidas.

Con respecto a la investigación sobre el afecto, Hannula (2012b) plantea algunas conclusiones desde las perspectivas evolutivas y del desarrollo:

- a) Los estudios neurofisiológicos indican el rol del afecto en el aprendizaje. Está definido que las emociones dirigen la atención y el sesgo de procesamiento cognitivo; por ejemplo, el miedo (ansiedad) dirige la atención hacia la información amenazante; la tristeza (depresión) inclina la memoria hacia una visión menos optimista del pasado. Un estudio reciente identificó que la actividad en la amígdala durante una experiencia “¡Ajá!” es un fuerte predictor de qué soluciones permanecerán en la memoria a largo plazo. Dichos estudios indican además que sumando a los procesos de aprendizaje cognitivo a los procesos emocionales del aprendiz surge una diferencia en el aprendizaje resultante. Por otro lado, el registro de medidas fisiológicas como las expresiones faciales brinda una oportunidad de registrar las dinámicas emocionales relacionadas con actividades mentales sin interrumpir el proceso cognitivo.
- b) Permiten comprender las reacciones emocionales automáticas. Las reacciones emocionales a ciertos estímulos clave son innatos y otras respuestas pueden volverse automáticas después de experiencias repetidas o traumáticas. Dicha automatización

¹¹ *Autopoyesis*: auto-organización espontánea de sistemas dinámicos y complejos tales como células, animales, colmenas, ecosistemas e instituciones. Las entidades autopoyéticas son resistentes en el sentido que las relaciones dentro de un sistema pueden absorber los cambios sin que la estructura se modifique (Hannula, 2012b).

ofreció un avance evolutivo acortando tiempos de reacciones frente a posibles amenazas. Como inconveniente, las reacciones automáticas carecen de flexibilidad y son difíciles de cambiar cuando se han formado y desaprender dichas reacciones emocionales automáticas podría ser un proceso lento.

- c) Desde la investigación psicológica y etnográfica se reconoce que existe un vínculo intrincado entre afecto e interacción social. Por lo tanto, existe un fuerte vínculo entre las perspectivas de corporalidad y la social.

B. El afecto como proceso subjetivo

El afecto en general, además de su naturaleza fisiológica forma parte de la psicología individual que se materializa a través de experiencias subjetivas que regulan la conducta (Hannula, 2015).

El estado psicológico dinámico del individuo siempre está influido por tres factores: el estado previo, las características propias y la información situacional. La información situacional y los estados previos siempre determinan la activación de una característica específica. Por otro lado, la activación y posible reflexión de estos diferentes estados cambia gradualmente las características. El proceso es análogo para los rasgos fisiológicos y sociales (Hannula, 2011).

Se ha reconocido la influencia de las emociones en la interpretación de experiencias a través de dirigir la atención y la desviación de la memoria, lo que finalmente puede traducirse, a base de repetir experiencias, en la formación de actitudes.

La tradición más antigua contempla la introspección como vía de acceso a todos los estados experienciales. “[...] the act of introspection alters the experiential state, mucho of our own mind is inaccessible to introspection and this method does not allow us to understand anything about minds that are different from our own.” [(...) la introspección altera el estado experiencial, gran parte de nuestra propia mente es inaccesible a la introspección y este método no nos permite entender nada sobre mentes distintas a las nuestras] (Hannula, 2006a, p. 214).

El principal problema de la introspección y del estudio de los procesos subjetivos, en general, es que no podemos acceder directamente a las experiencias de otro. Por lo tanto, es necesario confiar en los cambios observables de los procesos fisiológicos asociados o en las expresiones del afecto durante la interacción social. Solo a través de nuestras propias experiencias podemos comprender las cualidades del afecto.

La investigación sobre experiencias subjetivas ha dependido de objetos creados por el hombre, tales como la conducta de la gente o sus expresiones faciales y verbales. Para hacerlo posible se han utilizado instrumentos como entrevistas, observaciones, protocolos de pensamiento en voz alta, tests y cuestionarios.

C. La naturaleza social del afecto

Aunque se hayan obtenido diversos y numerosos resultados desde las aproximaciones psicológica y organicista, es preciso tener en cuenta los supuestos epistemológicos de una aproximación social. “People are socially positioned, and this will inevitably

influence how and whether they express their emotions.” [Las personas están socialmente posicionadas, y esto inevitablemente influirá en si expresan sus emociones y en cómo lo harán] (Hannula, 2006a, p. 215).

Por otro lado, “Research on embodied cognition confirms our knowledge that social interaction is an essential feature of human behaviour and that it is strongly linked to our affect.” [Las investigaciones sobre la cognición corporizada confirman nuestro conocimiento de que la interacción social es un rasgo esencial del comportamiento humano y que está fuertemente relacionado con nuestro efecto] (Hannula, 2012b, p. 149).

El ser humano es un ser social por naturaleza. Estamos estructuralmente aparejados con otros seres formando entidades sociales y autopoyéticas. Este acoplamiento entre individuos está ampliamente mediatizado por relaciones afectivas interpersonales (amor, odio, etc.) y a través de él, el fenómeno social emerge como orden social, el diálogo y la división del trabajo.

Las variables sociales transversales como el género determinan qué tipo de posición o rol está disponible para individuos de cada tipo. Algunas de dichas posiciones están determinadas por los recursos que realmente tienen los miembros de cada categoría. Por ejemplo, en muchos países la riqueza de la familia será determinante en la calidad de la educación que reciban los niños. Otras posiciones están determinadas por las costumbres, un ejemplo de ello son los roles de género en las aulas.

Hannula (2012b) identifica al menos tres dimensiones que son relevantes para analizar distintas estructuras sociales:

- a) La resistencia. Se refleja en la duración temporal de la estructura social. Algunas organizaciones sociales pueden permanecer siglos (por ejemplo naciones y universidades) mientras otras pueden formarse y desaparecer a lo largo de un día (profesores en prácticas).
- b) El número de personas involucradas. Las naciones tienen millones de ciudadanos mientras una familia solo puede estar constituida por dos personas.
- c) El nivel de pertenencia de los miembros del grupo o compromiso del grupo. Por ejemplo, un estudiante puede estar más comprometido con los objetivos de una banda callejera que con una de la escuela.

Las estructuras sociales son dinámicas, y en cierto sentido respiran inhalando y exhalando individuos en sus redes de interacción, siendo la comunicación el modo de reproducción autopoyética de los sistemas sociales. Los ciudadanos de una nación comparten lenguaje, cultura y la comprensión de la historia. Este hecho se repite para entidades sociales más pequeñas que generan su propia comprensión compartida y sus discursos. Un ejemplo de estructura social pequeña es el aula de matemáticas.

Además de la comunicación, son importantes los recursos materiales y simbólicos que una entidad social autopoyética posee. Una institución social puede poseer herramientas que influyen en la comunicación y artefactos que tienen significado. Por ejemplo,

introducir un software didáctico para el trabajo de un contenido específico, puede modificar radicalmente la manera de manipular, aprender y enseñar dicho tópico. Estos recursos materiales y simbólicos pueden independizarse de los individuos en ocasiones y situaciones determinadas, encargándose de mantener el funcionamiento del sistema al margen de los seres que lo componen (Hannula, 2012b).

Por otro lado, los individuos se mueven continuamente entre diferentes grupos sociales asumiendo roles distintos en cada uno de ellos en función de la actividad que desempeñen en cada momento. Por ejemplo, en la escuela, con los amigos, con la familia, entre otros. Cada grupo y cada rol requieren de la construcción de relaciones interpersonales y la negociación sobre las normas, valores y acuerdos a compartir. Para esta negociación no es necesario explicar valores y normas porque estas se establecen a medida que los participantes las hacen explícitas. En este proceso de negociación, los sistemas social e individual se modifican.

En ocasiones, el discurso, los valores y normas construidas y aprendidas en un sistema social pueden volverse útiles en otras estructuras sociales. A veces roles diferentes requieren una adaptación contextual. La disparidad de normas adecuadas, valores y significados en contextos distintos pueden estar relacionadas con la organización de creencias en grupos sobre situaciones específicas y contextos más o menos aislados unos de otros (Hannula, 2012b).

La investigación específica en Educación Matemática sobre sistemas sociales arroja resultados que indican que las características de una comunidad de aprendizaje son poderosos predictores para los éxitos académicos de los estudiantes. También se encontraron evidencias de la relación entre las interacciones profesor-alumno, influencia de las normas sociales y sociomatemáticas, características de las motivaciones y objetivos del grupo y su manera de establecerse en la clase así como la configuración de la microcultura del aula en relación a la estructura institucional más amplia, entre otros.

Otro aspecto a tener en cuenta desde cualquier perspectiva social es el propio individuo. Es decir, recuperar la individualidad de lo colectivo. En este sentido, Hannula (2012b), plantea la idea de *identidad*, concibiéndola como las relaciones individuales con el medio social en el que la persona se encuentra inmersa.

El estudio de la individualidad se ha centrado en dos aspectos fundamentales: la primera se centra en las categorías base de la identidad (negro o blanco, cristiano o judío, entre otros) y la segunda en los roles (padre o hijo, profesor o estudiante, entre otros). Desde una postura más integradora, es posible distinguir tres autorrepresentaciones fundamentales: el yo individual, el yo relacional y el yo colectivo. Es decir, una persona construye su identidad de tres maneras fundamentales: en términos de sus rasgos únicos, en término de sus relaciones diádicas y en términos de pertenencia a un grupo.

La visión enactivista o de la teoría sistémica de la organización social enfatiza la visión relacional de la identidad. “No group or organisation can survive if its members do not partake in reconstructing it. Even the most individual identities are still generated in relation to the society they live in.” [Ningún grupo u organización puede sobrevivir si

sus miembros no participan en su reconstrucción. Incluso las identidades más individuales se generan todavía en relación con la sociedad en la que viven] (Hannula, 2012b, p. 153).

Es posible asumir que la conducta está dirigida hacia los objetivos de cumplir con la identidad propia. En este sentido, el aprendizaje de los estudiantes es un esfuerzo por actualizar sus identidades a través de la participación en las actividades del aula. Las emociones aumentan debido a una creciente o decreciente discrepancia entre los estándares de identidad y la percepción de una situación determinada.

“Through the process of communication the individual state interacts with the social state. The individual is forming the social through communication and, through this very same communication; the social is forming the individual.” [A través del proceso de comunicación, el estado individual interactúa con el estado social. El individuo forma lo social a través de la comunicación y, a través de esta misma comunicación, lo social forma al individuo] (Hannula, 2011, p. 50).

D. Conexiones entre los niveles fisiológico, psicológico y social

La posibilidad de considerar un paradigma que incorpore todas las perspectivas simultáneamente ha sido considerada problemática, confusa o incluso inviable por algunos investigadores. “A conceptualisation of affect as subjective experience should not conflict with an understanding of the underlying physiological level or the level of social interactions.” [Una conceptualización del afecto como experiencia subjetiva no debe entrar en conflicto con una comprensión del nivel fisiológico subyacente o del nivel de interacciones sociales] (Hannula, 2006a, p. 216).

Se han reconocido las relaciones directas entre procesos fisiológicos y psicológicos, lo que permite estructurar conjeturas desde ambas perspectivas. Por otro lado, muchos fenómenos fisiológicos tienen su principal función en las interacciones sociales, por lo que no es posible la comprensión amplia de un individuo sin considerar dichas interacciones mediatizadas por la cultura particular a la que pertenece.

Hannula (2011) identifica los constructos de estado y rasgo para los niveles psicológico, fisiológico y social del dominio afectivo:

- a) Nivel fisiológico como estado: activación neural, adaptación fisiológica.
Nivel fisiológico como cualidad: estructura cerebral, conexiones neurales.
- b) Nivel psicológico como estado: sentimientos, emociones, pensamientos, significados, objetivos.
Nivel psicológico como cualidad: actitudes, valores, creencias, orientaciones motivacionales.
- c) Nivel social como estado: interacción social, comunicación, “tiempo” del aula (*weather*¹²).

¹² Estado temporal, momentáneo.

Nivel social como cualidad: normas, estructuras sociales, “clima” del aula (*climate*¹³).

Los rasgos fisiológicos se refieren, entre otros, a las propiedades estructurales del cerebro que cambian con lentitud. El estado fisiológico se refiere a la actividad dinámica en el cerebro y la adaptación hormonal del cuerpo (por ejemplo, la secreción de adrenalina).

Los rasgos sociales (cualidad), pueden percibirse como el clima social general y estable del grupo, que incluye las normas y el discurso que el grupo ha adoptado así como las relaciones sociales que se han formado. Algunas de las normas y estructuras se institucionalizan, por ejemplo las reglas de la escuela y la legislación educativa. El estado de la dimensión social es el clima de la clase en un momento determinado y está constituido por la comunicación verbal y no verbal del grupo.

3.4. COMPONENTES DEL DOMINIO AFECTIVO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y SUS RELACIONES

Las categorías del afecto en Educación Matemática surgen, por un lado, de los métodos de investigación y, por otro, de la observación directa del fenómeno. La falta de coherencia en la terminología también se evidencia en este aspecto. Cada marco teórico, aproximación o postura suele tener su propia nomenclatura así como también su propia propuesta sobre los componentes del dominio afectivo.

Las distintas definiciones planteadas en el área sobre las categorías afectivas, utilizan con frecuencia ciertas palabras clave: intensidad, estabilidad, estructura y verdad. Se supone que dichas palabras conducen a un significado para los conceptos, sin embargo no siempre han sido definidas con precisión o de manera explícita. Schlöglmann, (2010) plantea las siguientes:

1. *Intensidad*. Se describe frecuentemente como “caliente” o “fría”, metáforas utilizadas para describir los estados afectivos en términos de calidez física.
2. *Estabilidad y equilibrio*. Se refieren a metáforas originadas en lo físico y describen un estado de compensación. En el caso de la investigación en Educación Matemática, este término se utiliza para evocar dos significados: por un lado significa capturar la noción de algún sistema mental que siempre dirige al mismo punto final que persiste por un período extenso y por el otro, describe un equilibrio entre los sistemas cognitivos y afectivos.
3. *Estructura*. El orden en el sistema mental que es claramente distinto de otros sistemas.
4. *Verdad*. Una metáfora prestada de la lógica y utilizada en el sentido singular de que todas las declaraciones hechas por un individuo son subjetivamente vistas como verdaderas.

¹³ Estado más estable.

“However, all these keywords are also discourse objects and are therefore at the same level as the concepts that they are intended to give meaning to.” [Sin embargo, todas estas palabras clave son también objetos discursivos y por lo tanto están al mismo nivel que los conceptos a los que pretenden dar sentido] (Schlögmann, 2010, p. 169). A partir de esta observación, el autor plantea una vía alternativa para la construcción del significado de un determinado concepto basado en utilizar las ideas de otros campos científicos que estudian los mismos fenómenos que la Educación Matemática. Más concretamente propone utilizar las ideas provenientes de la Neurociencia, teniendo en cuenta que esta disciplina distingue dos sistemas distintos para la cognición y la emoción. Ambos existen como resultado de la evolución biológica con el objetivo de ayudar a la supervivencia del individuo y ambos sistemas están interconectados.

Emociones, actitudes y creencias son los componentes clásicos de la dimensión afectiva en Educación Matemática, a los que posteriormente se ha incorporado un cuarto: los valores, ética y moral. También se considera a la motivación dentro del grupo de caracterizadores, aunque no se le haya reconocido como el quinto componente. Todos estos constructos interactúan durante el aprendizaje de las matemáticas y las relaciones que se establecen entre ellos, así como la relación entre la dimensión afectiva y la cognitiva, varían en función de la aproximación. Presentamos en este apartado los principales hallazgos en la bibliografía consultada y en los distintos marcos utilizados para la presente investigación.

3.4.1. Emociones

Las emociones, y el concepto de emoción, han sido utilizados con poca frecuencia en la investigación en Educación Matemática, a pesar de haberse argumentado la importancia del concepto. Gómez-Chacón (2011) afirma que la escasez en estudios sobre la emoción en Educación Matemática se debe a la dificultad de su diagnóstico y a la carencia de un marco teórico dentro del área, que también tiene como consecuencia la imposibilidad de interpretar el rol de las emociones en el aprendizaje de las matemáticas.

Otro factor al que se le atribuye la escasa atención en la investigación sobre las emociones es que el foco de atención se centró, principalmente, en las cuestiones afectivas más estables cuya medición a través de cuestionarios podía considerarse fiable (McLeod, 1989).

A pesar de las diferentes aproximaciones, existen ciertos acuerdos. Entre ellos: se asume que las emociones implican reacciones fisiológicas y también como procesamiento cognitivo del afecto de diversas maneras: son las responsables de inclinar la atención y la memoria y activar tendencias a la acción. Además, las emociones son funcionales, con un rol central en la adaptación humana (Evans, 2000; DeBellis y Goldin, 2006; Hannula, 2012b).

Las teorías cognitivas consideran a las personas como criaturas sin pasiones que piensan y actúan de manera fría y racional. Sin embargo, todos los seres humanos sienten frustración, ira o disfrute cuando se enfrentan a problemas complejos. Si la pretensión es comprender los pensamientos y acciones de los seres humanos, se deben tener en

cuenta los aspectos emocionales. Sin embargo, diversos estudios sobre el tópico fueron principalmente descriptivos, limitándose a etiquetar los fenómenos experimentados u observados con términos como “miedo” o “alegría” sin profundizar en la naturaleza, expresión y emergencia de dichos fenómenos (Mandler, 1989a).

“Knowing how the emotions influence pupils and their learning can consciously be used in a teaching process. All methods, using positive emotions as part of a learning process, are emotional teaching methods.” [Saber cómo influyen las emociones en los alumnos y su aprendizaje puede ser utilizado conscientemente en un proceso de enseñanza. Todos los métodos, usando emociones positivas como parte de un proceso de aprendizaje, son métodos de enseñanza emocional] (Reinup, 2009, p. 91).

3.4.1.1. Sobre la definición del término “Emoción”

Mandler (1989a) sugiere que la pregunta “*What is an emotion?*”¹⁴, no tiene respuesta. La investigación llevada a cabo en Psicología Cognitiva, ha utilizado el término “cognición caliente” para referirse a las emociones, haciendo una alusión directa a las reacciones viscerales asociadas al fenómeno emocional y aunque se produjeron avances significativos en la investigación sobre las emociones desde la Psicología y la Filosofía, no es posible contar con una definición precisa (Hart, 1989). En este contexto, la utilización del lenguaje natural y cotidiano brinda un significado común que permite la comunicación, pero de manera vaga e imprecisa.

Por otro lado, dentro de la investigación sobre la emoción, la definición que se plantee estará en función de la aproximación teórica desde la que se elabore. De este modo, es posible encontrar conceptualizaciones de emoción como estado intrapersonal o como proceso, entre otras (Else-Quest et al. 2008).

Sin embargo, existen regularidades que permiten definir categorías generales que crean la representación de la valoración (por ejemplo, el bien y el mal). Estas familias de momentos y significados generan las categorías de emociones basadas en el lenguaje natural y la Psicología. Las similitudes dentro de cada categoría pueden variar de situación en situación y se basan en distintos fundamentos para cada hecho. Por ejemplo, pueden estar basadas en similitudes en el aspecto externo (en algunos miedos o amenazas externas). Otro ejemplo de categoría emocional es el basado en una colección de conductas parecidas, como en el caso de sentimientos subjetivos del miedo a volar.

McLeod (1992) define a las emociones como estados de sentimiento que cambian rápidamente y son altamente afectivos por naturaleza. A esta definición, Schlöglmann, (2002) añade la intensidad, que puede variar de muy suave a muy alta y reconoce su ubicación dentro de un contexto específico.

DeBellis y Goldin (1997, 2006) afirman que las emociones describen estados que cambian rápidamente y pueden experimentarse de manera consciente o pueden ocurrir en el pre o el inconsciente durante la actividad matemática. Oscilan en un rango de

¹⁴ Mandler (1989a) hace referencia al título del artículo publicado en la revista *Mind* en 1884. El autor, William James, y el contenido del artículo forman parte de nuestros antecedentes relacionados (capítulo II del este informe).

intensidad de leve a muy alta, son locales y tienen mucha relación con el contexto. Son positivas o negativas, son las más intensas y menos estables de los componentes de la dimensión afectiva. Pueden implicar pequeñas evaluaciones cognitivas y aparecen y desaparecen con mucha rapidez, se transforman unas en otras (por ejemplo, la frustración por no poder resolver un problema difícil y la alegría de conseguirlo poco después).

Es posible encontrar una conceptualización de las emociones desde una perspectiva más social en Evans et al. (2006), que las asumen como fenómenos socialmente organizados, formados por relaciones de poder e implicados en la construcción de la identidad social.

Por su parte, Radford (2015) afirma:

Thus, rather than a crisis or worldly lived incident, emotions are focal points of a whole way of life. They rest on physiological processes, but cannot be reduced to them. They entail a range of cultural conceptual categories that are instantiated differently by different people (e.g. moral and ethical categories; notions of privacy, responsibility, autonomy, etc.).” [Así, más que una crisis o un incidente vivido en el mundo, las emociones son puntos centrales de todo un estilo de vida. Se basan en procesos fisiológicos, pero no pueden reducirse a ellos. Implican una gama de categorías conceptuales culturales que son ejemplificadas de manera diferente por personas distintas (por ejemplo, categorías morales y éticas, nociones de privacidad, responsabilidad, autonomía, etc.)] (Radford, 2015, p. 29).

3.4.1.2. Aproximación cognitivo-constructivista de la emoción

La *Teoría de las discrepancias* (Mandler 1989a) considera el origen tanto fisiológico como cognitivo de las emociones. Ha ejercido una importante influencia en la investigación sobre el fenómeno emocional dentro del área de la Educación Matemática.

Plantea dos visiones distintas del fenómeno emocional:

1. La primera, a la que identifica como parte de la teoría evolucionista de Darwin y considera a las emociones como una función evolutiva de los seres humanos y los mamíferos. Asume a las emociones como patrones distintos de conducta, experiencia y actividad neural. Encajan aquí las emociones fundamentales, cuya cantidad es menor de 10, como el miedo y la ira, aunque los teóricos no se han puesto de acuerdo ni en el número ni en cuáles son.
2. La segunda aproximación es cognitiva y constructivista. Considera a William James como el fundador de la corriente que considera a las emociones como el resultado de análisis cognitivos y respuestas fisiológicas. Se basa en la construcción de la emoción como el resultado de feedback visceral y muscular.

The indisputable observation that we frequently react affectively to events, before experiencing a more “analytic” knowledge of the event, speaks to the ubiquity of affective and evaluational constructions and intentions. We live in a world of value and affect, and the themes that determine our conscious constructions often require an affective content. [La observación indiscutible de que con frecuencia reaccionamos afectivamente a los acontecimientos, antes de

experimentar un conocimiento más "analítico" del evento, habla de la ubicuidad de las construcciones e intenciones afectivas y evaluativas. Vivimos en un mundo de valor y afecto, y los temas que determinan nuestras construcciones conscientes a menudo requieren un contenido afectivo] (Mandler, 1989a, p. 5).

La rapidez de las reacciones afectivas ha sido mayoritariamente aceptado (De Bellis y Goldin, 1997; McLeod, 1989; Schlöglmann, 2002). Mandler (1989a) afirma que dicha rapidez se debe a que las reacciones emocionales dependen de procesos cognitivos. Contradice de este modo la afirmación aceptada y reconocida durante décadas de que los procesos afectivos son más rápidos que los cognitivos. Justifica esta afirmación en la idea de que para identificar la identidad familiar de objetos o sucesos, es suficiente con acceder a una cantidad pequeña de características de las representaciones subyacentes y pueden ser construidas rápidamente. En cambio, las cuestiones relacionadas con la atracción, la belleza o el deseo del objeto implican análisis más extensos para su elaboración.

"The construction of emotion, in general [...] consists of the concatenation in consciousness of some cognitive evaluative schema with the perception of visceral arousal." [La construcción de la emoción, en general (...) consiste en la concatenación consciente de algún esquema evaluativo cognitivo con la percepción de activación visceral] (Mandler, 1989a, p. 5).

Se suele experimentar una sola emoción a la vez, con diversa intensidad, generalmente nominadas como miedo, ira, entre otras. Como todas las construcciones conscientes, esta es una experiencia única integradora incluso cuando sea producto de esquemas de representación diferentes o incluso independientes. Es decir, el contenido consciente del momento es elaborado por dos o más estructuras subyacentes y tiene la función de dotar de sentido al evento real al que se enfrenta la persona a través de la emoción que se experimente.

Mandler (1989a) presenta dudas sobre la implicación de sistemas neurales específicos en la generación de estados emocionales, por lo que afirma que las emociones son generalmente situaciones específicas y estados emocionales subjetivos. Al margen de dónde se ubique su fuente, es necesario considerar unirla a evaluaciones cognitivas que definen y seleccionan la emoción apropiada. Los indicadores que constituyen una emoción no son colecciones aleatorias de condiciones actuales, están organizadas por estados conductuales, cognitivos o fisiológicos así como por las condiciones de la persona. Incluso los estados emocionales fundamentales requieren algún procesamiento cognitivo y analítico.

La evaluación cognitiva es una cuestión común a todas las teorías de la emoción (Cobb, Yackel y Wood, 1989; De Bellis y Goldin, 1997; Gómez-Chacón, 2011; Mandler, 1989a). Desde la aproximación cognitivo-constructivista resulta necesario admitir la existencia de una representación mental que dé origen a las valoraciones y sentimientos de bueno o malo. Asumir que las emociones están generadas por la evaluación cognitiva de una situación particular permite argumentar de manera significativa sobre la construcción de las emociones. Sin embargo, el énfasis en el carácter cognitivo de las

emociones como acciones no niega el hecho de que en ocasiones las personas puedan sentir emociones que escapan a su control. Estas intensas experiencias emocionales son generadas por interpretaciones cognitivas subjetivas de situaciones particulares (Cobb et al. 1989).

La activación fisiológica ha sido reconocida habitualmente como un hecho asociado a la emoción. Por ello se han involucrado procesos del Sistema Nervioso Autónomo (SNA) en dichas reacciones. “If evaluative cognitions provide the quality of an emotional experience, then visceral activity provides its intensity and peculiar emotional feel.” [Si las evaluaciones cognitivas proporcionan la calidad de una experiencia emocional, entonces la actividad visceral proporciona su intensidad y una sensación emocional peculiar] (Mandler, 1989a, p. 7).

La teoría del despertar visceral propuesta por Mandler (1989a), asume a la emoción como la consecuencia de una discrepancia cognitiva o perceptiva. Dicha discrepancia surge del enfrentamiento que se produce entre las expectativas de algún esquema estructurado previamente y que no se satisface. Mandler considera dos posibilidades: que la realidad sea mejor o peor de lo esperado, por lo tanto pueden generarse emociones positivas o negativas. “The combination of that arousal with an ongoing evaluative cognition produces the subjective experience of an emotion.” [La combinación de esa activación con una continua evaluación cognitiva produce la experiencia subjetiva de una emoción] (p. 8).

En el caso concreto de las relaciones que establece una persona, será el carácter de dichas relaciones el que defina la posibilidad de que se produzca una discrepancia. Por ejemplo, en una relación entre dos personas, si son dependientes una de la otra, cada una se convierte en motivo de discrepancia para la otra debido a las expectativas que cada una deposita en la otra. Si la relación es más bien “paralela” las acciones de uno no tendrían por qué provocar desajustes en el otro.

Sin embargo, es preciso dejar claro que las emociones no son interrupciones, sino que los bloqueos, interrupciones, frustraciones o sorpresas. Son estímulos para la actividad del SNA¹⁵. Para que se construya una emoción debe producirse una evaluación (consciente o no) y el consiguiente despertar en el SNA. Es decir, la actividad evaluadora de la persona es la que define la construcción emocional. Las emociones implican pasiones “calientes” tales como miedo o alegría, ira o amor y requieren algún tipo de activación autonómica (Gómez-Chacón, 2011; Mandler, 1989b).

Esta doble consideración (percepción de la actividad visceral y la valoración cognitiva) permite asumir a la emoción como estado y como acción. La emoción como estado se refiere principalmente al aspecto fenomenológico de las experiencias emocionales, las emociones como sensaciones internas. La emoción como estado es compleja de estudiar debido a las sutilezas lingüísticas existentes y que no permiten identificar con claridad los distintos cambios o agitaciones viscerales y mucho menos relacionarlos con una emoción determinada (la introspección es ineficaz), por un lado, y la posibilidad de que

¹⁵ Sistema nervioso autónomo.

la misma respuesta fisiológica desemboque en emociones distintas. No es posible identificar la emoción que experimenta una persona a menos que se tenga en cuenta cómo está evaluando un determinado objeto o situación (Cobb et al. 1989).

Por otro lado, las emociones como acciones reconocen ese carácter de acción que transmite evaluaciones relacionadas con determinados valores o estándares y el análisis de las causas de las emociones puede permitir aproximarse a la comprensión de las prácticas. Durante el trabajo de las matemáticas en el aula, es posible observar las reacciones emocionales de los estudiantes mientras se enfrentan a la resolución de un problema. Atribuir una cualidad emocional particular a las acciones del estudiante, implica hacer inferencias sobre la evaluación que efectúa de la situación o del problema (Cobb, Yackel y Wood, 1989; Gómez-Chacón, 2011).

3.4.1.3. Perspectiva socioconstructivista de las emociones

Esta perspectiva se caracteriza por reconocer la estrechas interacciones entre los factores cognitivos, metacognitivos, motivacionales y afectivos en el aprendizaje. Asume que las emociones de los estudiantes y otros procesos afectivos son una parte integral de la resolución de problemas y el aprendizaje en general. De acuerdo con Op ‘t Eynde et al. (2006), las emociones tienen dos características importantes:

1. Una emoción es un proceso en el que los procesos de activación juegan un rol fundamental.
2. Las emociones son sociales por naturaleza y están ubicadas en un contexto sociohistórico específico.

“Emotions are perceived as being constituted by the dynamic interplay of cognitive, physiological, and motivational processes in a specific context.” [Las emociones se perciben como constituidas por la interacción dinámica de procesos cognitivos, fisiológicos y motivacionales en un contexto específico] (p. 193).

Aunque los procesos de evaluación (sistema cognitivo) son el núcleo de los procesos emocionales, también están involucrados el sistema nervioso autónomo (la activación, relacionada con el afecto); el sistema de monitorización (el sentimiento, relacionado con el afecto); el sistema motor (la expresión, relacionada con la acción) y el sistema motivacional (las tendencias a la acción, relacionadas con la acción).

Se experimenta una emoción cuando las interacciones coordinadas entre dichos sistemas se activan. Dichas interacciones incluyen regulaciones mutuas, que se producen a lo largo del tiempo, a través de diversos circuitos de feedback en bucle que empieza con los procesos de evaluación iniciales y termina con la experiencia emocional. Este proceso tiene lugar en un contexto y tiempo específicos, en un episodio concreto.

Dicho proceso se lleva a cabo de la siguiente manera: al enfrentarse a un evento determinado, la persona lo evalúa en función de la variedad y complejidad de resultados relacionados con el evento así como con los múltiples objetivos y motivos involucrados. Este proceso de evaluación inicial implica la monitorización inconsciente de la relación entre todos los distintos cambios sensoriales y los objetivos de la persona. Dichos

procesos de evaluación ajustan los cambios en el SNA y en otros sistemas que, a su vez, envían un feedback al sistema cognitivo responsable de la evaluación. Este selecciona para la consciencia y las acciones adicionales la misma valoración que ayudó a iniciar la reacción psicofisiológica. Dicha evaluación dirige las modificaciones y el consiguiente feedback interacciona entre los diferentes subsistemas constituyendo el patrón de una experiencia emocional (Op 't Eynde et al. 2006).

Esta experiencia formará las conductas adicionales y constituirá el escenario para nuevos procesos de evaluación. Este, a su vez, modulará los cambios en otros sistemas componentes que a través de procesos mutuos de feedback resultan en una próxima nueva experiencia emocional. Este análisis del circuito de feedbacks describe las relaciones entre los distintos sistemas componentes aclarando el carácter de proceso de una experiencia emocional específica, por un lado, y permitiendo comprender mejor las dinámicas subyacentes a la sucesión de distintas emociones en un período corto de tiempo.

Por su parte, Radford (2015) afirma que las emociones no son fuerzas irracionales ni incidentes momentáneos o interrupciones en nuestra vida cotidiana. Las emociones son parte de una visión del mundo que compartimos a través de nuestra participación en actividades sociales y culturales. Plantea, también, que no es correcto creer que las emociones obstaculizan el pensamiento; emociones y pensamiento no son entidades separadas sino que el pensamiento y las emociones afines se desarrollan en procesos de subjetivación ligados a la actividad. Es decir, pretende conectar lo afectivo con lo cognitivo y lo social.

[...] the contextual and dynamic nature of emotions cannot be limited to the analysis of their contextual occurrences. My contention is that emotions are dynamic processes, but rather than being singular and momentarily subjective, emotions (for instance, anger, frustration, love), while being socially organized, are historically constituted. [(...) la naturaleza contextual y dinámica de las emociones no puede limitarse al análisis de sus ocurrencias contextuales. Mi argumento es que las emociones son procesos dinámicos, pero en vez de ser singulares y momentáneamente subjetivas, las emociones (por ejemplo, la ira, la frustración, el amor), mientras están socialmente organizadas, están históricamente constituidas] (p. 27).

Las emociones también están íntimamente vinculadas con la manera en que nos asumimos a nosotros mismos en el mundo. Los juicios que las originan son sobre el mundo, sobre los demás y sobre nosotros mismos y nuestro lugar en el mundo. Los juicios no se asumen como afirmaciones lógicas sino como eventos evaluadores implicados con nosotros mismos y el contexto. Las emociones son parte de las distintas maneras de subjetividad fomentadas por la cultura, están arraigadas en las categorías éticas y culturales a través de las cuales las emociones se convierten en personales y culturales al mismo tiempo.

Por lo tanto, nuestra vida emocional está formada de manera profunda por la historia y la cultura. Del mismo modo que la cognición, las emociones solo pueden entenderse a través de la interacción de la historia y la manera en que las emociones se desarrollan en

la ontogenia. Es decir, se comprenden a través de las relaciones dialógicas permanentes entre el pasado y el presente y su proyección hacia el futuro.

3.4.1.4. Las emociones como producto de deseos y fantasías. Consideraciones desde el Psicoanálisis

Evans (2006) afirma que es necesario considerar asumir a las emociones en conexión con los objetivos personales en el sentido usual de consciencia, es decir, individualmente formulados o racionalmente articulados. Sin embargo, las emociones también pueden ser inconscientes en el sentido psicoanalítico, es decir que se ubican en la inconsciencia como un mecanismo de defensa que las reprime. Desde esta visión, las ideas con fuertes cargas negativas como la ansiedad, que movilizan conflictos intrapsíquicos tienen una tendencia a encontrar defensas en la represión. Muchos de los pensamientos y de la actividad cotidiana tienen lugar fuera de la consciencia (imágenes, pensamientos y fantasías). Este material inconsciente está vinculado a complejas redes de significado.

Muchos deseos son inconscientes si se asumen como inaceptables o si existe un conflicto con la imagen social deseada. Las fantasías son específicamente imágenes o narraciones irreales o irracionales que expresan deseos por algún objeto. Ambos tienen aspectos sociales en los que los deseos están conectados con la imagería social. Las fantasías pueden compartirse dentro de un grupo o a nivel de cultura nacional.

Teniendo en cuenta el aspecto social de deseos y fantasías, las emociones en el aula de matemáticas pueden surgir por evocación. Es decir, como producto del recuerdo de momentos o experiencias emocionalmente intensas durante vivencias de aprendizaje anteriores. Los niveles sociales macro, meso y micro influyen en su construcción, además de las creencias y actitudes transmitidas culturalmente.

- a) Mesonivel social: normas sociomatemáticas establecidas en el aula y prácticas pedagógicas en las que el estudiante está involucrado.
- b) Macronivel: las políticas de los gobiernos, entre otros.
- c) Micronivel: interacciones cara a cara. Por ejemplo, hacer los deberes de matemáticas con la familia y la ayuda que esta proporciona.

Las emociones también pueden surgir a través de la asociación con objetos o ideas distintas de aquellas que fueron originalmente vinculadas. Las aproximaciones psicoanalíticas tienen en cuenta la capacidad de una carga afectiva de moverse de una idea a otra a través del desplazamiento.

Evans et al. (2006) incorporan a esta perspectiva el componente social de las emociones ubicando la emergencia de la experiencia individual en la participación en prácticas discursivas. La emoción se asume como una *carga* vinculada a los significantes, estableciendo así un nexo entre afectividad y cognición y teniendo en cuenta que las emociones están estrechamente relacionadas con cadenas de significantes que representan determinadas ideas a través de procesos inconscientes.

3.4.1.5. *Perspectivas integradoras: las emociones como producto de diversos procesos*

“Emotion has a multicomponent nature, including a state of physiological arousal, subjective feelings, cognitive appraisals, verbal and nonverbal components (including facial expression), brain activation, and motivation.” [La emoción tiene una naturaleza multicomponente, incluyendo un estado de excitación fisiológica, sentimientos subjetivos, evaluaciones cognitivas, componentes verbales y no verbales (incluyendo la expresión facial), activación cerebral y motivación] (Else-Quest et al. 2008, p. 6).

La evaluación de un estímulo, común a muchas aproximaciones, como positivo o negativo se denomina “valencia afectiva” y se la ha vinculado a un hemisferio cerebral específico a través de las imágenes obtenidas con fMRI (functional Magnetic Resonance Imaging¹⁶). La emoción negativa desencadena actividad en el hemisferio frontal izquierdo y la positiva en el hemisferio frontal derecho.

En este mismo sentido, Hannula (2006a, 2011, 2012a, 2012b) afirma que es posible considerar la existencia de un acuerdo general sobre los procesos involucrados en las emociones: fisiológicos que regulan el cuerpo, experiencias subjetivas que regulan la conducta y procesos expresivos que regulan la coordinación social. Las emociones son un aspecto fundamental del afecto y estos tres niveles también pueden identificarse en la cognición y la motivación. Por otro lado, existen tradiciones distintas en la investigación de la mente humana que consideran tres tipos distintos de conceptualización: biológica, psicológica y social.

Hannula (2011) distingue sus planteamientos de los de McLeod y Goldin con los siguientes argumentos:

[...] although the emotions of a student may fluctuate and change rapidly during problem solving, students also have very stable patterns of emotional reactions. By this we mean that each individual has typical emotional reactions to typical situations in the mathematics classroom [...] This trait aspect of emotions can also be called emotional disposition, and it is also the core of different conceptualizations of attitude. [(...) aunque las emociones de un estudiante pueden fluctuar y cambiar rápidamente durante la resolución de problemas, los estudiantes también tienen patrones muy estables de reacciones emocionales. Con esto queremos decir que cada individuo tiene reacciones emocionales típicas a situaciones típicas en el aula de matemáticas [...] Este aspecto característico de las emociones también puede ser llamado disposición emocional, y es también el núcleo de las diferentes conceptualizaciones de la actitud] (p. 45).

Desde su perspectiva, la categoría del afecto constituida por las emociones, está formada, a su vez, por alegría, orgullo, tristeza, miedo, ira, disgusto, frustración, ansiedad, sorpresa, curiosidad, confusión, vergüenza, cariño, desprecio. La ansiedad está considerada como miedo al fracaso en lo que uno está haciendo, la desesperanza puede

¹⁶ Técnica utilizada con fines clínicos y de investigación. Brinda imágenes de la actividad en distintas regiones del cerebro, en función de la actividad que se lleve a cabo.

considerarse como una tristeza anticipada cuando el fallo parece ser inevitable. Las emociones más complejas están basadas en las emociones básicas (Hannula, 2011, 2012a).

Considera la existencia de dos rutas principales para el surgir de las emociones:

- 1) La primera es una reacción emocional automática, preconsciente (frecuentemente miedo) a un estímulo relativamente simple (como un sonido, un objeto o un concepto). Está basada en experiencias anteriores en una situación concreta y con un elemento específico de la situación (por ejemplo, la ansiedad generada por el tono de voz del profesor, la risa de los compañeros, identificar el concepto de fracción). Estas reacciones emocionales son rápidas y han aportado evolutivamente reacciones más frecuentes frente a posibles amenazas. Las reacciones automáticas carecen de flexibilidad y son difíciles de cambiar cuando se han formado.
- 2) La segunda ruta se basa en el análisis de los objetivos personales (probablemente a nivel inconsciente) y los elementos de la situación. Esta reacción posterior es más flexible y afecta probablemente a las deliberaciones conscientes. Sin embargo si los objetivos y creencias propios son relativamente estables, la reacción emocional también permanecerá estable (Hannula, 2006a).

Por otro lado, Hannula (2012a) plantea que las emociones tienen tres funciones fundamentales en la autorregulación humana: fisiológica, psicológica y social

1. *Adaptación fisiológica.* Las emociones generan cambios en el cuerpo en función de la situación a la que se enfrente, con el objetivo de enfrentarse a ella de manera efectiva. Por ejemplo, la respuesta de lucha-huida a estímulos repentinos que representan una amenaza. La emoción desencadena la secreción de adrenalina, la que prepara al cuerpo físicamente para luchar o huir. Este aspecto funcional de las emociones es relevante para situaciones de aprendizaje en el sentido de que la mayoría de emociones tiene reacciones fisiológicas como un efecto secundario. Un ejemplo puede ser el miedo que podría influir la fisiología en detrimento del funcionamiento cognitivo óptimo en una situación de examen.
2. *La autorregulación psicológica,* influye en el procesamiento cognitivo. Tal como la ira o el miedo tienen consecuencias claras en la adaptación fisiológica, la sorpresa y la curiosidad tienen influencia en los procesos relativos a la atención y la memoria. Está reconocido que las emociones dirigen la atención y la inclinación del procesamiento cognitivo. Por ejemplo, el miedo (ansiedad) dirige la atención hacia la amenaza y la información relacionada con ella; la tristeza (depresión) inclina la memoria hacia una visión menos optimista del pasado.
3. *La coordinación social de un grupo.* La relación cercana entre emociones e interacción social está bien reconocida; se identifican, de este modo, dos tipos de problemas a los que debe enfrentarse un estudiante: problemas matemáticos y problemas de cooperación, ambos tipos generan emociones en la persona que se enfrenta a ellos. Hannula (2015) identifica tres diferentes funciones sociales para las emociones en la resolución de problemas en contextos colaborativos:

- a) Emociones concernientes a las relaciones interpersonales, necesidades y objetivos (por ejemplo, la tristeza conduce a la exclusión).
- b) Emociones relativas a objetivos de aprendizaje individual cuando su causa está atribuida a los compañeros (por ejemplo, gratitud por la ayuda).
- c) Emociones referidas a la coordinación social de objetivos individuales (por ejemplo, ira cuando una idea propia es rechazada por otros).

Las relaciones interpersonales, necesidades y objetivos no son específicos de las matemáticas y tampoco del aprendizaje, pero no deben ignorarse mientras se analizan las emociones de los estudiantes en el aula. Las emociones relacionadas con los objetivos de aprendizaje individual, por otro lado, son extensiones simples de las emociones autorreguladoras en la resolución solitaria de problemas (Hannula, 2012a).

Las seis emociones básicas identificadas por Ekman: ira, tristeza, miedo, repulsión, felicidad y sorpresa; pueden no ser frecuentes en contextos de aprendizaje. Sin embargo, si se tiene en cuenta que estas emociones básicas están relacionadas con la coordinación social, deberían ser más frecuentes en escenarios de aprendizaje colaborativo. Por lo tanto, la actividad matemática incluye también el aprendizaje de habilidades sociales mediada por las emociones de los estudiantes y del profesor (Hannula, 2012a).

La variedad de emociones en sus distintas categorías, pueden organizarse de manera alternativa en función a la activación positiva o negativa:

- a) Emociones de activación negativa: ira (enfado, frustración), miedo (ansiedad), vergüenza, aburrimiento, desesperanza, tristeza y decepción.
- b) Emociones de activación positiva: disfrute, esperanza, alegría anticipada, alegría, orgullo y gratitud.
- c) Emociones desactivadoras positivas: relajación, alivio anticipado y alivio. Estas últimas, no necesariamente son emociones básicas sino, más bien, ausencia de emociones o la eliminación de una emoción negativa (alivio) (Hannula, 2012a).

Las metaemociones son reacciones emocionales frente a las propias emociones. Codifican información importante sobre la pertinencia de la emoción que se experimenta y la controla. Parece probable que los seres humanos compartan el deseo de experimentar emociones positivas y evitar las negativas, sin embargo también tenemos la capacidad de tolerar las negativas si hay una recompensa más adelante, en forma de emociones positivas. Sin embargo, existen normas distintas y estrategias individuales diferentes sobre las emociones. También es oportuno considerar que una misma emoción puede ser experimentada de formas diversas por individuos distintos (Hannula, 2006a).

3.4.2. Actitudes

El término empezó utilizándose a principios del siglo XX por la Psicología Social. Se asumió como una característica de un individuo que tiene una influencia directa sobre su conducta y como un estado mental y neural de disposición que se organiza a través

de la experiencia y ejerce una influencia directiva y dinámica sobre las respuestas de una persona hacia todos los objetos y situaciones con las que está relacionada.

En el campo específico de la Educación Matemática, las actitudes son el constructo que más atención ha recibido en la investigación del área (DeBellis y Goldin, 2006; Di Martino y Zan, 2015; Gómez-Chacón, 2011; Hart, 2009; Leder, 1993; McLeod, 1989; Schölglmann, 2002).

El primer estudio surgió décadas después, a mediados del siglo XX. Se asumió a la actitud en los mismos términos que en la Psicología Social descritos anteriormente, el objetivo principal de la investigación en el área, fue hallar una manera de medir las actitudes de maestros y alumnos hacia la aritmética, utilizando las escalas de Thurstone y Likert (Di Martino y Zan, 2015).

La investigación en Educación Matemática (durante los años 60 y principios de los 70) no fue demasiado precisa y sus intereses estuvieron centrados en lo que se denominó “actitudes hacia las matemáticas”. Posteriormente, se desarrolló una visión multidimensional de las actitudes hacia las matemáticas, un ejemplo de ello es la escala planteada por Fennema y Sherman (Hart, 2009).

Del mismo modo que con las emociones, aún no hay claridad ni consenso en la definición de actitud. Con frecuencia, la definición procedía de los instrumentos de medida utilizados durante la investigación.

Con el objetivo de hacer más sofisticada la teoría sobre este constructo, se han desarrollado nuevas distinciones entre actitudes hacia las matemáticas como rama de conocimiento científico y actitudes matemáticas como asignatura escolar. También se identifican diversos referentes de la actitud: contenidos matemáticos, características de las matemáticas, tipos de enseñanza, actividades matemáticas en el aula y el profesor de matemáticas (Clarke, 2015, Di Martino y Zan, 2015).

Schölglmann (2010) distingue tres definiciones distintas de actitud:

1. Una definición *simple*. La actitud hacia las matemáticas se asume como una disposición emocional tanto positiva como negativa.
2. Una definición *bidimensional*. Las actitudes hacia las matemáticas se asumen como un patrón de creencias y emociones asociadas con las matemáticas.
3. Una definición *multidimensional*. Las actitudes tienen tres componentes: respuesta emocional, creencias sobre la asignatura y conducta relacionada con la asignatura.

Los modelos simples parecen adecuados para cuestiones relacionadas con la elección de asignaturas pero no permiten dirigir al éxito en las matemáticas, esto deja a la actitud hacia las matemáticas como un objetivo en sí mismo

Asumir a la actitud desde una perspectiva simplista, es decir, como una disposición emocional general, tiene muchas limitaciones operativas y didácticas porque no hace referencia explícita a los aspectos cognitivos. Sin embargo, aunque se asuma y utilice esta definición, también es posible enfatizar la relación entre emoción y cognición, describiendo una experiencia emocional como el resultado de una combinación de

análisis cognitivo y respuestas fisiológicas. De acuerdo a esta definición, la caracterización de actitud positiva/negativa es clara: una actitud positiva es una disposición emocional positiva hacia la materia y lo mismo en el caso de la actitud negativa (Di Martino y Zan, 2015).

Además de la falta de claridad en la definición, también existe un vacío teórico que impide comprender con profundidad el concepto. Se ha llegado incluso a dudar de la existencia real de las actitudes, considerándolas como un constructo del observador, capaz de sugerir una comprensión de las acciones intencionales de la persona a la que observa, más que un rasgo afectivo útil para predecir el comportamiento de quien es observado (Di Martino y Zan, 2011; Clarke, 2015; Schöglmann, 2010).

Desde otra aproximación, se describen como orientaciones o predisposiciones hacia ciertos conjuntos de sentimientos (positivos o negativos) en contextos matemáticos particulares. Se asumen como moderadamente estables e implican un balance de interacción entre afecto y cognición (DeBellis y Goldin, 2006; Di Martino y Zan, 2015; Gómez-Chacón, 2011; Hart, 2009; Leder, 1993; McLeod, 1989; Schlöglmann, 2002).

El modelo tridimensional para la actitud, TMA (Three-dimensional Model for Attitude), planteado por Lewis R. Aiken, ha servido de base para diversos trabajos de investigación en Educación Matemática. Este modelo tripartito considera las siguientes dimensiones (Clarke, 2015; Di Martino y Zan, 2015; Gómez-Chacón, 2011; Hannula, 2006a; Hart, 2009; Leder, 2006):

1. *Componente afectivo*. Disposiciones emocionales hacia las matemáticas (sentimientos de aceptación o rechazo).
2. *Componente cognitivo*. Creencias, conocimiento e intelecto (visión de las matemáticas).
3. *Componente de acción*. Rendimiento, conducta de aproximación o rechazo, intención, tendencia al comportamiento

Este modelo tiene en cuenta, de manera explícita, la cercana relación entre las tres dimensiones. También resalta la subjetividad de dichas interacciones confirmando la necesidad de diseñar herramientas apropiadas para su rastreo, identificación y diagnóstico (Di Martino y Zan, 2015).

The proposed model of attitude acts as a *bridge* between beliefs and emotions, in that it explicitly takes into account beliefs (about self and mathematics) and emotions, and also the interplay between them. However, in order for it to become effective theoretical and didactical instruments, the construction and use of consistent instruments for observation, capable of taking into account its complexity, is needed. [El modelo de actitud propuesto actúa como *puente* entre las creencias y las emociones, en la medida en que toma explícitamente en cuenta las creencias (sobre el yo y las matemáticas) y las emociones, así como la interacción entre ellas. Sin embargo, para que se convierta en instrumentos teóricos y didácticos eficaces, es necesario elaborar y utilizar instrumentos de observación coherentes, capaces de tener en cuenta su complejidad] (p. 67).

El modelo TMA también parece ser apropiado para caracterizar las actitudes hacia determinados tópicos matemáticos (álgebra o geometría, entre otros) y para investigar las actitudes hacia las matemáticas de diferentes colectivos (por ejemplo, maestros, estudiantes o adultos).

Attitude is no longer seen as an individual's trait, useful for predicting his/her behaviour, but as an observer's construct, capable of suggesting an understanding of the individual's intentional actions in a complex context, as is the learning of mathematics: a multidimensional construct that involves beliefs and emotions and acts as a bridge between them. [La actitud ya no es vista como un rasgo del individuo, útil para predecir su comportamiento, sino como una construcción del observador, capaz de sugerir una comprensión de las acciones intencionales del individuo en un contexto complejo, como lo es el aprendizaje de las matemáticas: una construcción multidimensional que involucra creencias y emociones y actúa como puente entre ellas] (Di Martino y Zan, 2011, p. 476).

3.4.2.1. Actitudes hacia las matemáticas

McLeod (1989) asume que los estudiantes desarrollan actitudes distintas hacia tópicos específicos y hacia ciertas actividades en el aula; por ejemplo, el gusto por la geometría; el desagrado por problemas verbales; curiosidad por la topología o preocupación por el álgebra.

Las actitudes hacia las matemáticas se desarrollan por dos vías distintas (DeBellis y Goldin, 1997; McLeod, 1989):

1. Las actitudes surgen de la automatización de reacciones emocionales repetidas. El impacto emocional inicial perderá intensidad con el tiempo y tendrá cada vez menor agitación fisiológica. La respuesta se vuelve estable y puede ser medida a través de cuestionarios.
2. La asignación de una actitud ya existente a una nueva tarea relacionada con la que la originó. En términos de la ciencia cognitiva podría decirse que la actitud de un esquema se agrega a otro esquema relacionado.

Si se asume que las actitudes son el resultado final de reacciones emocionales que se han automatizado, podría afirmarse que hay una actitud relacionada a cada emoción. El miedo hacia determinados tópicos matemáticos puede transformarse en ansiedad crónica y por el contrario, si se tienen experiencias positivas repetidamente con otro tópico, una actitud de curiosidad y entusiasmo se relacionará a ese tópico concreto (McLeod, 1989).

Hannula (2006a), por su parte, afirma que identificar a las actitudes hacia las matemáticas como una inclinación a evaluarlas de manera favorable o no, implica reconocer la influencia de diversas variables de situación sobre dichas actitudes. Por ejemplo el comportamiento del profesor, reacciones emocionales del estudiante (a veces como resultado de experiencias traumáticas en el pasado) o variables sociales, como las actitudes de la familia.

Es decir, la complejidad aumenta cuando además de considerar los objetos hacia los que se orientan las actitudes se tienen en cuenta también la variedad de personas implicadas (Di Martino y Zan, 2015).

Por otro lado, también es frecuente la dicotomía actitud positiva/actitud negativa, que está presente en las investigaciones tanto implícita como explícitamente. Al respecto, los estudios clásicos consideran la relación entre actitud y rendimiento y más exactamente la correlación entre actitud positiva y éxito. En esta misma línea, otros estudios se han centrado en el objetivo de modificar las actitudes, transformando una negativa en positiva buscando, de este modo, la mejora del rendimiento en matemáticas.

Esta perspectiva es opuesta a las aproximaciones que resaltan la importancia de vincular una disposición emocional positiva con una visión epistemológicamente correcta de la disciplina. Es decir, las actividades para promover una actitud positiva hacia las matemáticas deben estar vinculadas con promover una visión positiva de la asignatura. La ausencia de ese vínculo puede evidenciarse en la elección de tareas simples, por parte de los profesores, para evitar que se generen emociones negativas. Considerar ese vínculo, por otro lado, es asumir el modelo tripartito que asume a la conducta como componente de la actitud.

El constructo de actitud hacia las matemáticas ya no se asume como el constructo dirigido a explicar las causas de una conducta y con poder predictor sobre los futuros resultados y conductas. En cambio, se ha transformado en una herramienta interpretativa flexible y multidimensional dirigida a describir las interacciones entre los aspectos cognitivos y afectivos en la actividad matemática. De manera más específica, las actitudes se han convertido en una herramienta para interpretar las decisiones de las personas mientras trabajan matemáticas y, si fuera necesario, sugiere estrategias para modificarlas (Di Martino y Zan, 2015).

3.4.2.2. Medida de las actitudes

Los instrumentos utilizados para medir o retratar la actitud dependen principalmente de autoinformes (percepciones sobre las matemáticas, uno mismo, la familia, el profesor) que, aunque hayan incrementado su sofisticación, reproducen la bipolaridad positivo/negativo, que ha estado presente con frecuencia en la investigación sobre actitudes. Un ejemplo de estos instrumentos son las escalas de Thurstone o Likert.

Otras dificultades sobre las herramientas utilizadas para medir son las relacionadas con la medida independiente de cada componente (cognitivo, afectivo y conductual), sobre todo cuando cualquiera de esas mediciones, por ejemplo a través de un cuestionario, es insensible a la diferencia entre creencias expuestas y creencias en la acción. No consideran de manera explícita la definición como punto de partida (Clarke, 2015; Di Martino y Zan, 2015; Hart, 2009).

Los cuestionarios cualitativos empleados, considerando los tres componentes del modelo tripartito, consideran ítems del tipo me gusta/no me gusta la matemática (porque...); puedo/no puedo hacer matemáticas (porque...) y la matemática es (...) (Ding et al. 2015).

También existen discrepancias en este sentido. Un grupo de investigadores afirma que la correlación entre las medidas de los tres componentes es considerable, a pesar de la existencia de alguna pequeña variación. Por otro lado, otro grupo afirma que esta visión reduce la complejidad reconocida del modelo tripartito. La actitud es un constructo complejo que no puede ser medido por un simple marcador sino que requiere muchos indicadores que deberán elegirse en función del contexto (Di Martino y Zan, 2015).

En este sentido, un incremento en el interés por la comprensión del fenómeno, más que en la descripción, estuvo acompañado por métodos más útiles para obtener datos incluyendo entrevistas clínicas, observaciones de campo y observaciones participantes. Surgen nuevas interrogantes en relación al marco de respuestas del investigador donde las actitudes resaltadas pueden no ser importantes para el participante y algunas actitudes pueden ni existir antes de hacer el cuestionario o la entrevista. Otra cuestión es la clasificación de algunas respuestas como reflejos de actitudes positivas y otras como negativas; esta distinción no siempre puede considerarse fiable.

En este contexto, priorizando las consideraciones prácticas sobre lo que se mide, describe o prueba, ¿es la actitud una cualidad de un individuo o se trata de un constructo del deseo del observador para formular una historia que permita explicar su observación? (Clarke, 2015; Di Martino y Zan, 2015).

Esta cuestión evidencia el hecho de que cualquier fenómeno solo puede ser observado desde un punto de vista particular, lo que resalta el rol del investigador u observador que no puede limitarse a ser quien efectúe unas mediciones. También implica reconocer que no puede asumirse a la actitud como una cualidad que pueda ser medida objetivamente. Permite, también, centrar la atención en las cuestiones teóricas teniendo en cuenta que no es acertado seguir evaluando la adecuación de una definición, sino que la investigación debe asumirse en términos de idoneidad para dirigir el problema de investigación específico.

Por otro lado, las nuevas corrientes han transformado la investigación sobre actitudes desde los paradigmas cuantitativos hacia los cualitativos. Se tiene en cuenta, sobre todo, el uso de narrativas que permiten a los investigadores obtener información sobre aquellas creencias y emociones que son relevantes para los participantes. Estos tienen también un papel más protagonista porque ya no se limitan a plantear su acuerdo o desacuerdo sobre afirmaciones estructuradas por otra persona, como ocurría con las escalas tradicionales; por el contrario, tienen la posibilidad de contar su propia historia matemática a través de la cual pueden plantear todos los aspectos que consideren relevantes en su relación con la asignatura (Di Martino y Zan, 2015).

Estas nuevas consideraciones y perspectivas resaltan la necesidad del desarrollo de una nueva aproximación más compleja y profunda que la hegemónica caracterización dicotómica actitud negativa/actitud positiva. Por ejemplo, Di Martino y Zan (2015), encontraron evidencias empíricas de que las disposiciones emocionales negativas hacia las matemáticas pueden estar asociadas con diferentes patrones de actitud, dependiendo de la percepción del estudiante de la competencia y su visión de las matemáticas como

sobre las relaciones entre las tres dimensiones. En este contexto, plantean la siguiente definición de actitud negativa:

The multidimensionality of the model underlines the inadequacy of the positive/negative dichotomy for attitude referred only to the emotional dimension (like/dislike), and rather suggests considering an attitude as negative, when at least one of the dimensions is negative. In this way, we can outline profiles of negative attitude, depending on the dimension that appears to be negative. [La multidimensionalidad del modelo subraya la insuficiencia de la dicotomía positiva/negativa para la actitud referida solo a la dimensión emocional (gusto/aversión), y sugiere más bien considerar una actitud como negativa, cuando al menos una de las dimensiones es negativa. De esta manera, podemos esbozar perfiles de actitud negativa, dependiendo de la dimensión que parezca negativa] (p.67).

De este modo, se identifican dos polaridades para cada dimensión y definen como negativa una disposición emocional que resulta en una aversión o rechazo por las matemáticas, una baja percepción sobre su competencia y una visión instrumental de las matemáticas. La definición de perfiles negativos de la actitud dentro del TMA sugiere dos vías nuevas de investigación interrelacionadas entre sí: la primera centrada en el desarrollo de herramientas para la observación que dirijan hacia la identificación de perfil de actitud hacia las matemáticas de un estudiante, reconociendo un posible componente negativo en dicho perfil. Segundo, la construcción teórica e implementación de intervenciones didácticas dirigidas a prevenir o vencer una actitud negativa hacia las matemáticas y diferenciadas de los diferentes perfiles de actitud negativa identificados en TMA (Di Martino y Zan, 2015).

3.4.3. Creencias

Goldin (2002) plantea: “I propose to define *beliefs* as multiply-encoded cognitive/affective configurations, usually including (but not limited to) propositional encoding, to which the holder attributes some kind of *truth value*.” [Propongo definir las creencias como configuraciones cognitivo-afectivas con múltiples codificaciones, que normalmente incluyen (pero no se limitan a) la codificación proposicional, a la que el titular atribuye algún tipo de *valor de verdad*] (p. 64).

Al igual que con las emociones y las actitudes, se ha reconocido la falta de consenso sobre la definición de creencia. Sin embargo, también existe la postura de no compartir dicha necesidad y que la ausencia de consenso no necesariamente es contraproducente en este caso concreto, si se tiene en cuenta que las creencias constituyen un constructo muy flexible y que puede acomodarse fácilmente (Goldin et al. 2009; Skott, 2015).

Las creencias pueden estar relacionadas con las matemáticas como disciplina o sobre uno mismo con respecto a las matemáticas. McLeod (1989) las define como principalmente cognitivas, cuyo desarrollo es comparativamente más lento con respecto a las actitudes y las emociones; mientras que Cobb, Yackel y Wood (1989) afirman que se construyen con la intención de darle sentido a lo que sucede en el aula mientras se trabaja matemáticas.

Affect stabilizes beliefs – human beings who feel good about their beliefs, proud of them or happy with them, are likely to continue to hold them. Belief structures are especially stable, partly because the repeated experience of one belief confirming another within the structure offers something to feel good about. [El afecto estabiliza a las creencias - los seres humanos que se sienten bien con sus creencias, orgullosos de ellas o contentos con ellas, es probable que continúen sosteniéndolas. Las estructuras de creencias son especialmente estables, en parte porque la experiencia repetida de una creencia confirmando otra dentro de la estructura ofrece algo por lo que sentirse bien] (Goldin, 2002, p. 69).

Por otro lado, las creencias establecen contextos meta-afectivos para la experiencia de la emoción conectada con las creencias. Las estructuras de creencias estables son cómodas pero no necesariamente satisfactorias, pueden únicamente actuar como mecanismos de defensa contra la pena o el dolor ayudando inconscientemente a quien las posee a sentirse un poco mejor consigo mismo. Este meta-afecto puede ser suficientemente fuerte para asegurar que incluso una persona cuidadosa, racional e inteligente encontrará garantía para mantener sus creencias, incluso transgrediendo la evidencia de la experiencia (Goldin, 2002). Las creencias (así como su estabilidad) son fuertemente influidas por factores afectivos y las creencias en sí mismas pueden tener funciones afectivas (Goldin et al. 2009).

Las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas así como las que tienen sobre sí mismos como aprendices parecen interferir con el éxito durante el aprendizaje. A veces necesitan ayuda con habilidades para el aprendizaje o tienen dificultades a nivel perceptivo visual (Adams, 1989).

3.4.3.1. El estudio de las creencias

La investigación centrada en las creencias surgió a principios de los años 90, con el objetivo de identificar las causas de los fracasos de las reformas basadas en la resolución de problemas de los currículos de matemáticas en Estados Unidos. En este contexto, se publicaron dos estudios distintos que sirvieron de base para otros estudios posteriores. Se llevaron a cabo desde dos disciplinas distintas, la Psicología Educativa y desde la Educación Matemática (Rolka y Roesken-Winter, 2015):

1. *Desde el punto de vista de la Psicología*, se enfatiza en el carácter epistemológico de las creencias con un rol clave en la interpretación del conocimiento y en la monitorización cognitiva. En este sentido, el estudio de las creencias epistemológicas puede resultar más valioso para una mayor y mejor comprensión de la teoría de la metacognición. Surge así el concepto dominante “creencias educativas” como un constructo amplio en sí mismo, cuyas dificultades operativas pueden superarse utilizando la etiqueta “creencias educativas sobre...”. Entre ellas:

- Creencias sobre la confianza, influyen directamente en el rendimiento de los alumnos (eficacia del profesor).
- Sobre la naturaleza del conocimiento (creencias epistemológicas).

- Sobre las causas del desempeño de profesores y estudiantes (atribuciones, lugares de control, motivación, aprehensión, ansiedad matemática).
 - Sobre sí mismo (autoconcepto, autoestima).
 - Sobre la confianza hacia el desempeño de tareas específicas (autoeficacia).
 - Sobre asignaturas o tópicos específicos (naturaleza de la lectura, entre otros).
2. *Desde la Educación Matemática*, los trabajos de investigación al principio mostraron una visión más filosófica y se abordan desde la epistemología y desde la Filosofía de las Matemáticas. Se abordan las creencias sobre el origen y adquisición del conocimiento y cómo afectan a la enseñanza en general, y el aprendizaje de las matemáticas en particular. Algunos estudios exploran las creencias epistemológicas de los profesores de matemáticas y cómo influye en sus futuras creencias como profesores e incluso en sus acciones en el aula (Rolka y Roesken-Winter, 2015).

La investigación tradicional sobre las creencias configura un modelo en el que se plantean expectativas sobre lo que profesores y estudiantes deben poseer, y asume a las creencias como entidades mentales reificadas a través de procesos de asimilación y acomodación que se incorporan en interacciones sociales; asumiendo que la práctica es la representación de dichas reificaciones. Sin embargo, esta conceptualización no es coherente con los hallazgos y demostraciones empíricas de estudios más recientes (Clarke, 2015; Goldin et al. 2009; Skott, 2015).

Las creencias son altamente subjetivas y varían de acuerdo a la persona, por lo tanto un observador podría identificar creencias, en ocasiones, diferentes de las que se posee realmente. Goldin et al. (2009), plantea una propuesta que introduce elementos constitutivos de un marco estructural que, en lugar de plantear una definición, permita una aproximación compatible con distintas definiciones, representando explícitamente los aspectos cognitivos y afectivos de las creencias en diversos grados. Se trata de un marco que permite adaptar distintas percepciones sobre las creencias teniendo entre sus pretensiones identificar y comprender las influencias tanto positivas como negativas de las creencias (a las que asumen como fundamentales).

Este marco teórico puede aplicarse tanto a objetos de creencias individuales o discretos así como a facetas diversas formando un todo más complejo (dominios). Puede incluir teorías subjetivas individuales o convicciones sobre características generales relacionadas a un objeto específico. Es así, que puede dirigir creencias sobre personas individuales, las propias, o generales a los seres humanos; creencias sobre un dominio de interés como el medio natural o social o convicciones epistemológicas sobre los procesos de obtención de información y conocimiento.

Por otro lado, Skott, (2015) afirma que las distintas aproximaciones de la investigación sobre las creencias en matemáticas y su enseñanza y aprendizaje, aunque el concepto no esté definido explícitamente, promueven de manera explícita o implícita los siguientes cuatro aspectos clave de las creencias:

1. Las creencias son utilizadas sobre construcciones mentales que son subjetivamente ciertas para la persona que las posee. Es decir, las creencias están caracterizadas por la convicción personal aunque quien las posee puede aceptar alternativas como razonables o justificables.
2. Las creencias tienen un elemento de afecto hacia ellas. Es decir, las creencias están cargadas de valor y caracterizadas con cierto grado de compromiso.
3. Las creencias son consideradas relativamente estables. La persona posee sus creencias dentro y fuera de diferentes escenarios sin que cambien de manera considerable. Dicho cambio sucede solo como resultado de nuevas experiencias personales y sustanciales.
4. Las creencias influyen significativamente en las percepciones de la persona, así como en las interpretaciones que efectúe de sus propias experiencias y también en las contribuciones en las prácticas en las que está involucrado. Por este motivo, la investigación sobre las creencias de los profesores partió de reconocer la influencia de las creencias de los profesores sobre su práctica docente.

Esta última característica sugiere que cuando se han establecido las construcciones mentales reificadas, estas tienen dos funciones: el proceso de reificación en sí mismo y su relación semicausal entre las creencias y la práctica docente. La segunda función está relacionada con el movimiento inverso: guiar la percepción e interpretación de los acontecimientos sociales en experiencias de vida más coherentes (Skott, 2015).

Es así que las creencias han dejado de ser variables escondidas e ignoradas y cada vez se tiene más en cuenta su importancia. Se asume que influyen en el éxito o fracaso del estudiantado o del profesorado con las matemáticas, y también con el éxito o fracaso de reformas educativas relacionadas con las matemáticas (Goldin, Rösken y Törner, 2009). En este sentido, la investigación sobre la eficacia del profesorado de matemáticas asume que las decisiones didácticas y pedagógicas de un profesor están fuertemente influidas por diversas creencias: creencias sobre las matemáticas, creencias sobre su aprendizaje y creencias sobre su enseñanza. En ocasiones, estas creencias han sido asumidas como parte del conocimiento del profesor.

Desde una postura más amplia, Shoenfeld (2015) planteó una teoría que tiene en cuenta una visión local (o reducida, porque se limita a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas) de la enseñanza, que asume la conducta del profesor como una función de sus conocimientos, objetivos y creencias. Es la teoría de la enseñanza en contexto (Teaching-in-Context), no se limita a ir más allá del conocimiento y las creencias asignando un rol esencial a los objetivos sino también enfatiza que las tres variables son las piezas de un puzzle y el reto es explorar cómo casan entre sí. Es decir, esta teoría explica el desarrollo en la enseñanza desde una perspectiva multifacética y permite el análisis didáctico centrándose en la comprensión y explicando las coherencias de la enseñanza. De este modo, una decisión tomada espontáneamente por el profesor se caracteriza en término de conocimiento disponible, objetivos de prioridad alta y creencias.

Skott (2015) organiza las perspectivas sobre el rol de las creencias del profesor para la práctica en las siguientes categorías: representación, activación, situación y emergencia. Esta categorización sirve para subrayar la concepción tradicional de las creencias que asume su existencia independientemente de la práctica; como un atributo personal relativamente estable y que requiere de la representación para la expresión social pero reflexivamente conectado con la práctica. Afirma, también, que las creencias son situacionales atribuyendo así un rol importante al contexto, admitiendo la posibilidad de que creencias contradictorias puedan ser representadas en diferentes contextos.

La correspondencia planteada entre creencias y práctica puede entenderse mejor si se tiene en cuenta la conexión paralela entre comprensión y práctica: “If practice is the enactment of both understanding and belief, what inferences about either can be construed from the performances encountered in classroom settings?” [Si la práctica es la representación tanto de la comprensión como de las creencias, ¿qué inferencias acerca de cualquiera de ellas se puede interpretar a partir de las interpretaciones que se encuentran en el aula?] (Clarke, 2015, p. 121).

Al asumir que la práctica constituye la representación de las creencias y de la comprensión, surgen dos cuestiones relacionadas con la interpretación: ¿qué formas de práctica pueden ser tomadas como la representación de creencias específicas? ¿Qué creencia particular puede ser significativa para cada forma específica de práctica? Estas mismas interrogantes pueden plantearse para el caso específico de la comprensión.

La investigación sobre creencias es una consecuencia de la conexión entre ambas cuestiones. Reflejando dentro y alrededor de esta concepción de las creencias, Clarke (2015) señala como un posible papel de filtrado a través del que las creencias dan forma a la interpretación de la experiencia del individuo. Afirma, también, que no se puede asegurar que las creencias expliquen una conducta determinada. Sugiere que la representación de las creencias es contingente en el contexto en el que dicha representación sucede y no es posible asumirse a dicha representación como un indicador directo de que se posea dicha creencia ni tampoco que el poseer determinada creencia pueda asumirse como un predictor definitivo de una acción consecuente. “Different beliefs will get activated (or have different levels of activation) in different contexts.” [Diferentes creencias se activarán (o tendrán diferentes niveles de activación) en diferentes contextos] (Schoenfeld, 2015, p. 398).

Con respecto a las creencias, Schlöglmann (2005) plantea que una de las cuestiones abiertas más importantes es la comprensión de cómo se desarrollan las creencias en los contextos escolares y cuáles son los factores más influyentes en dicho desarrollo. Asumir que las creencias tienen las siguientes funciones:

- a) Forman un sistema de base regulador de nuestras percepciones, pensamientos y acciones.
- b) Las creencias actúan como indicadores para la enseñanza y el aprendizaje.
- c) Pueden asumirse como una fuerza inercial contra el cambio.

- d) Tienen un carácter previsor; permite efectuar un análisis desde la perspectiva de la lógica del afecto teniendo en cuenta que este concepto propone la existencia de un sistema de referencia afectivo-cognitivo, estructurado jerárquicamente por esquemas afectivos-cognitivos.

Este sistema forma a cada instante la “visión del mundo” individual con respecto a un contenido específico. Controla la percepción, el pensamiento, el aprendizaje y la acción del individuo. El desarrollo de este sistema y su esquema afectivo-cognitivo es el resultado de la maduración de la acción y de procesos de aprendizaje basados en procesos de asimilación y acomodación que ocurren en el subconsciente, de manera que la persona solo es consciente de parte de sus resultados.

La investigación sobre creencias utiliza cuestionarios y entrevistas, métodos que solo permiten acceder a la parte del sistema afectivo-cognitivo que está disponible para la introspección (Schlöglmann, 2005).

Por otro lado, las concepciones son creencias conscientes para las que tenemos argumentos racionales y, por lo tanto, tienen un alto componente cognitivo. Dichos argumentos explican la base y el desarrollo de las concepciones de manera racional. En cambio, para las creencias primitivas no tenemos explicación racional alguna; somos parcialmente conscientes de su existencia, influyen en nuestras acciones y pensamientos pero su origen es desconocido; son creencias inconscientes con un alto componente afectivo. “[...] beliefs are the conscious window to our affective-cognitive reference system. They contain our knowledge of the mental structure that regulates our perception, thought and action, and are therefore our indicators for learning and teaching.” [(...) las creencias son la ventana consciente a nuestro sistema de referencia afectivo-cognitivo. Contienen nuestro conocimiento de la estructura mental que regula nuestra percepción, pensamiento y acción, y por lo tanto son nuestros indicadores de aprendizaje y enseñanza] (Schlöglmann, 2005, p. 6).

3.4.3.2. Aproximación sistémica de las creencias

Skott (2015) plantea la necesidad de efectuar un análisis distinto en el estudio de las creencias en Educación Matemática. Se trata de modificar la asunción de que las creencias se presentan de forma aislada por una visión que plantea que lo hacen en forma de “racimos” o “paquetes” que tienen diferentes relaciones con los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Desde esta nueva perspectiva, las creencias estarían estructuradas de manera que aquellas a las que se puede acceder (por medio de entrevistas, por ejemplo) son distintas de las que se manifiestan en la práctica. En todo caso, estas ideas son compatibles con la relación entre creencias y conducta. “Clusters of beliefs, not simply individual beliefs, shape behaviour.” [Las agrupaciones de creencias, no simplemente creencias individuales, moldean el comportamiento] (Shoenfeld, 2015, p. 397).

El interés por los sistemas de creencias proviene principalmente de la Psicología Cognitiva y fueron definidas como un juicio de la credibilidad de una conceptualización; tiene que ver con aceptar, rechazar o aplazar juicios concernientes a

un conjunto de conceptos y sus interrelaciones. Sin embargo, psicólogos e investigadores en Educación Matemática han utilizado las creencias y sistemas de creencias indistintamente (Hart, 2009).

De acuerdo con Schoenfeld (2015) un sistema de creencias es la visión del mundo matemático que tiene la persona, es decir, la perspectiva desde la que se aproxima a las matemáticas y a las tareas matemáticas, mientras que (Sowder, 1989) afirma que los sistemas de creencias pueden moldear las intenciones de una persona.

Por su parte, Goldin (2002) plantea la siguiente definición:

A belief structure is a set of mutually consistent, mutually reinforcing, or mutually supportive beliefs and warrants in the individual, mainly cognitive but often incorporating supportive affect. A belief system is an elaborate or extensive belief structure that is socially or culturally shared. [Una estructura de creencias es un conjunto de creencias y justificaciones mutuamente consistentes, que se refuerzan mutuamente o se apoyan mutuamente en el individuo, principalmente cognitivas pero que a menudo incorporan un efecto de apoyo. Un sistema de creencias es una estructura de creencias elaborada o extensa que se comparte social o culturalmente] (p. 64).

3.4.3.3. Creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje

McLeod (1989) asegura que este tipo de creencias involucran poco afecto pero constituyen una parte importante del contexto en el que se desarrollan los afectos.

Las creencias sobre las matemáticas están directamente relacionadas con la visión particular de profesores y estudiantes. Al respecto, Liljedahl (2009) considera las siguientes posibilidades:

1. Las tres filosofías de las matemáticas descritas por Ernest¹⁷: instrumentalista, platonista y resolución de problemas.
2. Dionne¹⁸ sugiere que las matemáticas pueden asumirse como una combinación de las tres perspectivas básicas (perspectiva tradicional, perspectiva formal y perspectiva constructivista) o como una sola de ellas.
3. Törner y Grigutsch¹⁹ se refieren a estos tres aspectos como “caja de herramientas”, sistema y proceso. Considerar a las matemáticas como “caja de herramientas” implica que las creencias sobre las matemáticas son un conjunto de reglas, fórmulas, habilidades y procedimientos e identifica a la actividad matemática con calcular y utilizar reglas, procedimientos y fórmulas. Una visión de sistema de las matemáticas se caracteriza por pruebas lógicas y rigurosas, definiciones exactas y un lenguaje

¹⁷ En Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Hampshire, UK: The Falmer Press. (Liljedahl, 2009)

¹⁸ En Dionne, J. J. (1984). The perception of mathematics among elementary school teachers. In J. M. Moser (Ed.), *Proceedings of 6th conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 223-228). Madison, WI: University of Wisconsin: PME-NA. (Liljedahl, 2009)

¹⁹ En Törner, G. y Grigutsch, S. (1994). *Matematische Weltbilder bei Studienanfängern – eine Erhebung*. *Journal für Mathematikdidaktik*, 15(3/4), 211-252. (Liljedahl, 2009)

matemático preciso; hacer matemáticas significa efectuar pruebas exactas y un uso del lenguaje riguroso y preciso.

Por su parte, el aspecto de proceso considera a las matemáticas como un proceso constructivo donde las relaciones entre diferentes nociones y afirmaciones son fundamentales. La actividad matemática implica creatividad al generar reglas y fórmulas a través de inventar o reinventar las matemáticas.

Las creencias sobre las matemáticas y sobre la actividad matemática no está limitada a uno de estos aspectos, por el contrario las creencias que posee una persona sobre las matemáticas pueden ser vistas como una combinación de estas tres con preferencias claras sobre alguna de ellas.

3.4.3.4. Creencias sobre uno mismo en relación con las matemáticas

Un término asociado frecuentemente con este tipo de creencias, es la confianza, que puede asumirse como: “Confidence includes the individual’s belief in his or her ability to succeed in problems as well as self-confidence with respect to his or her peers. Self-confidence actually is a consequence of a belief about self.” [La confianza incluye la creencia del individuo en su capacidad de tener éxito en los problemas, así como la confianza en sí mismo con respecto a sus compañeros. La confianza en uno mismo es en realidad una consecuencia de la creencia en uno mismo] (Lester et al. 1989, p. 76).

Goldin (2002), por su parte considera, entre este tipo de creencias, la habilidad propia, emociones, historia, integridad, motivaciones y autoconcepto. La percepción sobre uno mismo influye en la conducta. En este sentido, el concepto de autoeficacia para el aprendizaje de las matemáticas ha sido utilizado con frecuencia en la investigación dentro del área.

The concept of self-efficacy is based on the triadic reciprocity model symbolizing a relationship between: (a) personal factors i.e., cognition, emotion, and biological events, (b) behaviour, and (c) environmental factors (...). Cognition, emotion and behaviour are the domains of personality which form the basis of research in self-efficacy. [El concepto de autoeficacia se basa en el modelo triádico de reciprocidad que simboliza una relación entre: (a) factores personales, es decir, cognición, emoción y eventos biológicos, (b) comportamiento y (c) factores ambientales (...). Cognición, emoción y comportamiento son los dominios de la personalidad que forman la base de la investigación de la autoeficacia] (Akinsola, 2009, p. 120).

Una característica de la realidad actual es que las personas pertenecemos a más de un grupo social (familia, clase social, escuela, trabajo, etc.) y están incluidos en la “práctica discursiva” de todos esos grupos. Las matemáticas son una parte de diferentes prácticas discursivas cada una con sus propios significados y sentimientos, que constituyen métodos matemáticos estructuralmente iguales. En muchas aplicaciones, los algoritmos matemáticos son parte del contexto y con frecuencia no se asumen como matemáticas debido al carácter único de una situación que permite a un algoritmo ser adaptado a una necesidad particular sin que quien lo emplea requiera el algoritmo de una manera abstracta. Muchas personas no ven la conexión entre las matemáticas

escolares (con sus algoritmos generales) y las matemáticas utilizadas en la vida cotidiana y situaciones ocupacionales.

A. Creencias de los estudiantes

En Educación Matemática, los estudios centrados en las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas, las describen como concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas y, más específicamente, sobre la construcción de sus argumentos. Se relaciona el aprendizaje y la utilización de contenidos matemáticos con dichas creencias (Hart, 2009).

McLeod (1992) planteó cuatro cualidades estructurales para distinguir los sistemas de creencias de los estudiantes:

1. Creencias sobre las matemáticas. Asumir que las matemáticas son difíciles; creencias sobre la utilidad.
2. Creencias sobre sí mismo. Autoconcepto, confianza y atribuciones causales. Incluye éxitos y fracasos relacionados con las matemáticas.
3. Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas. Incluye creencias sobre lo que se espera de un profesor para ayudar a los estudiantes a aprender matemáticas. Es decir, mide la importancia que los estudiantes otorgan a la instrucción matemática.
4. Creencias sobre el contexto social. Incluye cuestiones culturales asociados con la Educación Matemática, la influencia de la familia y otras personas fuera del ámbito escolar sobre el aprendizaje matemático propio además del ambiente familiar.

Depaepe, De Corte y Verschaffel (2015) plantean las siguientes asunciones sobre las creencias de los estudiantes, típicamente desarrolladas a través de la inmersión en la cultura y práctica de las matemáticas escolares:

- Los estudiantes asumen que cada problema presentado por el profesor o que se encuentra en un libro de texto tiene sentido.
- No se cuestiona si el enunciado es correcto o si está completo.
- Asumen que solo existe una solución correcta para cada problema.
- Solo plantean una respuesta para cada problema presentado.
- Utilizan todos los números que son parte del problema para calcular la solución.
- Si se percibe que un problema es indeterminado, equivocado o que no tiene solución, buscan una interpretación obvia dada la información del problema y los conocimientos de las operaciones matemáticas.
- Si no comprenden un problema, observan las palabras clave o a problemas resueltos previamente para determinar una operación matemática o posible estrategia.

Consideran que la formación y el desarrollo de dichas creencias están directamente relacionados con los siguientes aspectos de la práctica docente:

- La naturaleza estereotipada no real de los problemas utilizados en clase.

- La manera en la que los profesores conciben los problemas de enunciado verbal.
- La manera en la que los profesores tratan los problemas en su práctica diaria.

Las creencias de los estudiantes sobre sí mismos pueden actuar como mecanismos de defensa, como el autodenominarse “inútil para las matemáticas”, conducirían a conductas de evitación de las dificultades y de episodios emocionales negativos. Los mecanismos que algunos niños utilizan para no enfrentarse a una determinada tarea pueden transformarse en un rechazo absoluto fundamentado en el carácter innato de la incapacidad de hacer matemáticas atribuido a la inutilidad para las matemáticas (Mandler, 1989b).

B. Creencias de los profesores

Además de las creencias de los estudiantes sobre sí mismos y sobre las matemáticas, el conjunto de creencias de los profesores también es determinante para la enseñanza de las matemáticas. De acuerdo con McLeod (1989), este conjunto está formado por creencias sobre sí mismos, creencias sobre las matemáticas y creencias sobre la enseñanza de las matemáticas. La investigación sobre este tipo de creencias representa una necesidad en la investigación sobre afecto en matemáticas “Because beliefs provide an important part of the context within which attitudinal and emotional responses to mathematics develop [...]” [Porque las creencias proporcionan una parte importante del contexto en que se desarrollan las actitudes y las respuestas emocionales a las matemáticas (...)] (p. 248).

Las creencias se han relacionado directamente con la autoeficacia de los profesores, asumiendo que se refieren a las creencias sobre la propia capacidad para organizar y ejecutar cursos de acción para lograr una tarea específica (Aguirre, 2009; Depaepe et al. 2015; Goldin, et al. 2009; Kuntze y Dreher, 2015; Furinghetti y Morselli, 2009; Philippou y Pantziara, 2015; Tsamir, Tirosh, Levenson, Tabach y Barkai, 2015).

Al respecto, Akinsola (2009) afirma: “In this regard, a teacher mathematics self-efficacy beliefs may affect the ways and manners he/she goes about impacting mathematical knowledge to his/her students, manage his classroom and level o engagement of students participation.” [En este sentido, las creencias de autoeficacia matemática del maestro pueden afectar la manera que utiliza para repercutir en el conocimiento matemático a sus estudiantes, manejar el aula y el nivel o la participación de los estudiantes] (p. 120).

Philippou y Pantziara (2015) plantean el constructo TEB (Teacher Efficacy Beliefs) y lo conceptualizan como contextual y como contenido específico. Implica a las creencias que varían a lo largo de los contenidos y tareas de enseñanza, tanto con el grupo de estudiantes como con el medio ambiente. Son las creencias sobre factores que influyen en un resultado tanto si están determinados por las acciones propias como por fuerzas externas que no se pueden controlar; también pueden asumirse como expectativas sobre los resultados (juicios sobre los resultados que tienen probabilidad de ocurrir desde la ejecución de la tarea).

Identifican tres tipos distintos de TEB: eficacia personal del profesor (a nivel individual); eficacia general del profesor (creencias en la habilidad de profesores en general), creencias sobre la eficacia colectiva de los profesores (juicios de profesores en una escuela sobre la habilidad de organizar y ejecutar acciones de enseñanza de manera efectiva).

La eficacia de los profesores ha demostrado ser muy influyente en relación a resultados educativos significativos tales como la persistencia, el entusiasmo, el compromiso así como también en lograr cambios en la conducta de los estudiantes, entre ellos en la motivación, creencias sobre la autoeficacia, habilidades para la resolución de problemas y el éxito, incluso en aquellos estudiantes con dificultades o con falta de motivación (Akinsola, 2009).

Las creencias de los profesores también son fundamentales para el éxito de reformas en la enseñanza de las matemáticas. De acuerdo a diversas investigaciones, dichas creencias pueden presentar importantes diferencias con la lógica y la filosofía que caracteriza los principios de una reforma. Teniendo en cuenta que las reformas suelen apuntar al currículo y la instrucción, la filosofía de la acción que la acompaña incluye asunciones epistemológicas sobre el aprendizaje de los estudiantes, concepciones de los roles de profesorado y alumnado y objetivos para la instrucción. Diversas investigaciones en este campo caracterizaron creencias globales sobre la naturaleza de las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje así como también describieron de qué modo estas creencias eran consistentes o no con la lógica de la reforma (Aguirre, 2009).

Se han utilizado marcos específicos para caracterizar las creencias individuales de los profesores y categorizarlas. En este sentido, se han encontrado inconsistencias entre las creencias enunciadas por los profesores durante las entrevistas y su práctica real. Algunas explicaciones para esta disparidad provienen de perspectivas tanto teóricas como metodológicas.

Desde una perspectiva teórica encontramos, por ejemplo, un argumento que sostiene que las discrepancias reportadas entre las creencias que los profesores profesan y las que se infieren de su conducta tiene su origen en las herramientas utilizadas por el método de investigación empleado, teniendo en cuenta que las creencias son, en alguna medida, inferidas tanto de las palabras del profesor como de sus comportamientos, por lo tanto no existe dicotomía. Dichos conflictos también pueden deberse a una ausencia de comprensión compartida de las mismas palabras entre profesores e investigadores.

Otra cuestión a tener en cuenta es el carácter contextual de las creencias; las inconsistencias pueden deberse a que las entrevistas o cuestionarios son respondidos en un contexto y la práctica llevarse a cabo en otro. Es fundamental tener en cuenta tanto el contexto como la situación social al efectuar las interpretaciones de los datos obtenidos (Chen y Leung, 2015).

Al respecto, Furinghetti y Morselli (2009), plantean que a pesar de que la investigación sobre las creencias de los profesores, centrada en las inconsistencias entre estas y su práctica docente real, sea frecuente, también es necesario identificar las razones que

subyacen a la toma de decisiones de los maestros, sin tener en cuenta las inconsistencias. Centrarse en ellas podría significar una mala interpretación de la implicación de las creencias identificadas.

La gestión del aula, asumida como “the actions taken to create and maintain a learning environment conducive to attainment of the goals instruction arranging the physical environment of the classroom, establishing rules and procedures, maintaining attention to lessons and engagement in academic activities.” [las medidas adoptadas para crear y mantener un entorno de aprendizaje conducente al logro de las metas, organizando el entorno físico del aula, estableciendo reglas y procedimientos, manteniendo la atención en las lecciones y motivando las actividades académicas] (Akinsola, 2009, p. 121), incluye tres dimensiones:

1. La personal, que está relacionada con las percepciones que tienen los profesores de los estudiantes como personas, y también las creencias de los profesores sobre qué pueden hacer para ayudar a sus estudiantes a desarrollarse como personas.
2. La dimensión de la instrucción, incluye lo que los profesores pueden hacer para permitir que los estudiantes aprendan a utilizar el tiempo, el diseño físico del aula así como el mantenimiento de las rutinas de clase.
3. La disciplina, implica aquellos comportamientos que los profesores utilizan para establecer un conjunto de estándares de comportamiento y para hacer cumplir esos estándares.

Por su parte, Skott (2015) afirma que las creencias atribuidas o impuestas a los profesores son el resultado de un proceso de segundo orden de objetivación (*objectification*) de parte del observador. El investigador trabaja con conjuntos de creencias que atribuyen conjuntos de prioridades reificadas a los profesores y los utilizan para explicar decisiones sobre su labor y poder, de este modo, interpretar y explicar las conductas observadas. El autor configura una teoría de la práctica social e interaccionismo simbólico para reconceptualizar lo que normalmente se expresa en términos de creencias. El marco conceptual de dicha teoría se denomina “Patterns of Participation” (PoP), que evita confiar en la *objetivación* al observar la práctica de aula de los maestros. Puede describirse como una aproximación a la interacción del aula que asume las contribuciones de los individuos en términos procesuales y participativos y los interpreta como reencuentros significativos con otras prácticas pasadas y presentes en vista de los que se desarrollan en el instante.

El planteamiento del PoP reduce el énfasis en la objetivación y asigna mayor significado a las relaciones entre la vida personal, la práctica docente y la escolaridad de los maestros sin asumir a las creencias como una reificación intermediaria. También incluye una dinámica dual para las interpretaciones de las interacciones en el aula:

- (1) Las prácticas de aula se asumen como fenómenos sociales y no como el resultado de las acciones de un solo individuo. Se consideran como constituidos a través de un proceso durante el que cada participante, de manera individual, efectúa interpretaciones simbólicas de manera continua de las acciones de los demás, así como también sus

posibles reacciones a la conducta propia. Se inspira en el interaccionismo simbólico, sobre todo en la asunción del *self* como el resultado de dos fases distintas: una de *I* y otra de *me* (el *I* actúa y en el proceso, el individuo se transforma en un objeto para sí mismo, se vuelve en *me*. En la acción el individuo toma la actitud de un individuo o de la mayoría y ajusta sus acciones de acuerdo a ello). Se asume como particularmente significativo para el estudio de lo afectivo.

(2) El comportamiento no se ve como una renuncia a las entidades mentales reificadas sino que, en forma de creencias, conocimiento o una combinación de ambas, se asumen como el resultado de la participación del maestro en una serie de otras prácticas sociales (trabajo entre compañeros de departamento, entre otros).

En este contexto, Skott (2015) considera cuatro orientaciones dinámicas de las creencias en relación con la práctica docente:

1. *Representación*. Dentro de este grupo se ubica el profesorado cuyas creencias relacionadas con las matemáticas tienen una estabilidad considerable y están muy cercanas a los contenidos, suelen estar presentes principalmente en profesores de secundaria experimentados y tienen una alta influencia en la práctica. Estas creencias se ubican en una dinámica interna que vincula objetivos, orientaciones y recursos. Enfatizan el rol de la planificación en la que se combinan objetivos, recursos y métodos teniendo en cuenta las contingencias del aula, las que pueden generar modificaciones en dicha planificación. Las tendencias del profesor tienen un papel significativo en esta aproximación debido a que influyen de manera determinante en la elección de acciones y de recursos. También reconoce lo significativo de la interacción social.
2. *Activación*. Esta aproximación de las creencias se desarrolla, principalmente, en profesores con bases más débiles en matemáticas o en Educación Matemática. En esta aproximación, las creencias relacionadas con los contenidos pierden significado o se modifican durante la práctica educativa; los profesores no focalizan su atención o interés únicamente en el desarrollo de la asignatura sino también en aspectos más amplios de las vidas de los estudiantes y sus necesidades particulares (situación socioeconómica, formación moral e intelectual, entre otros). El objetivo es abarcar cuestiones educativas más allá de las matemáticas. Las creencias de los profesores se activan en la interacción del aula a partir de las preexistentes relacionadas con las matemáticas. Las creencias de los profesores son altamente estables y posiblemente tienen poca influencia en su práctica docente.
3. *Situacional o contextual*. Sugiere que la corriente principal de la investigación sobre creencias no debe centrarse en la expectativa del impacto de las creencias relacionadas con las matemáticas sino en su estabilidad contextual. En esta aproximación, las creencias de los profesores son posiblemente poco estables pero tienen un alto impacto en su práctica docente, están situadas y el reconocimiento de este carácter hace evidente asumir que cualquier persona posee múltiples creencias, incluso contradictorias entre sí. Por lo tanto el desequilibrio, la transferencia y la inconsistencia entre las creencias identificadas en una entrevista o cuestionario y la

práctica real de aula no deben considerarse relevantes teniendo en cuenta que son cualitativamente distintos por el contexto. Esta aproximación cuestiona la estabilidad de las creencias a través de contextos pero no necesariamente su impacto. Ayuda a explicar las diferencias entre las prácticas observadas en distintas clases de un mismo profesor y porqué las prácticas docentes difieren de las creencias, tal como se caracterizan en las entrevistas y cuestionarios de investigación. También implica que las creencias son un principio que explica la práctica. Las diferencias se tienen en cuenta no para sugerir que se continúa asumiendo a las creencias como experiencias anteriores reificadas, que no son importantes para la práctica, sino que las experiencias obtenidas en diferentes situaciones son distintas de las creencias.

4. *Emergencia*. También reconoce, de algún modo, a las creencias como situadas. Las creencias se relacionan reflexivamente con los procesos de aula que evolucionan en el instante y por lo tanto se reifican menos. Asume la existencia de actos reflejos que emergen de la interrelación de lo social y lo individual así como la visión del aula como una realidad que emerge de las acciones tanto del profesor como de los estudiantes. Las creencias no son necesariamente estables ni tampoco determinantes de las prácticas que surgen y evolucionan en el aula. Incluye el concepto de normas sociomatemáticas que son asumidas como colectivos homólogos a las creencias y valores matemáticos. En un nivel de análisis más general, las normas sociales de aula corresponden a las creencias sobre el propio rol, el rol de los otros y la naturaleza general de la actividad matemática escolar. A un nivel más específico, las prácticas matemáticas en el aula son asumidas como relaciones sociales de las concepciones y actividad matemática de los individuos.

Por su parte, Furinghetti y Morselli (2009) identifican tres grupos de creencias de los profesores: creencias sobre la naturaleza de las matemáticas (tres visiones distintas: resolución de problemas, platonista e instrumentalista), sobre la naturaleza de la enseñanza de las matemáticas y sobre el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Aguirre (2009) añade las creencias sobre estrategias de enseñanza que ayuden a los alumnos a aprender matemáticas y el dominio específico de creencias vinculado a tópicos matemáticos, como el cálculo o la geometría.

3.4.4. Valores, ética y moral

Además de los tres componentes clásicos de la dimensión afectiva en la Educación Matemática, creencias, actitudes y emociones, planteadas por McLeod (1989); Goldin (2000) plantea desde su modelo tetraédrico un cuarto componente: valores, ética y moral. La importancia de considerar este cuarto componente con relación a la resolución de problemas, radica en el hecho de que los valores, la ética y la moral del individuo pertenecen a su afectividad tanto implícita como pública sobre el aprendizaje y el éxito en la resolución de problemas, entre otros (DeBellis y Goldin, 1997).

Los valores han sido, probablemente, los caracterizadores menos estudiados dentro del área. Sin embargo, las discusiones prosiguen sobre lo que el foco de investigación sobre valores puede ofrecer en lo concerniente al afecto dentro del área (Zan et al. 2006).

Los valores, la ética y la moral, pueden asumirse como preferencias profundas, probablemente caracterizadas como verdades personales o compromisos valiosos; ayudan a motivar elecciones a largo plazo y prioridades a corto plazo. Pueden ser estables, altamente afectivas y cognitivas y también pueden estar muy estructuradas formando sistemas de valores (DeBellis y Goldin, 2006; Schlöglmann, 2002).

We think an important fourth component deserves attention, one that includes aspects of a solver's values, morals, and ethical judgments that interact with problem decision-making. A complex values/morals/ethics system (sometimes shared, sometimes highly individualistic) is one of the most powerful motivators of human beings. [Creemos que un cuarto componente importante merece atención, uno que incluye aspectos de los valores, la moral y los juicios éticos del resolutor que interactúan con la toma de decisiones sobre los problemas. Un sistema complejo de valores/morales/ética (a veces compartido, a veces altamente individualista) es uno de los motivadores más poderosos de los seres humanos] (DeBellis y Goldin, 1997, p. 212).

Los juicios éticos, la moral y los valores se desarrollan en la infancia, de acuerdo a la teoría de Lawrence Kohlberg²⁰ (1927-1987), como un sistema que brinda el sentido psicológico de lo que es bueno o malo, el sentimiento de ser correcto o no, o plantear juicios sobre otros en lo bueno o lo malo. Es un sistema poderoso y suficiente para impulsar comportamientos profundamente creativos, altruistas o destructivos.

La naturaleza de las emociones de una persona depende de sus valores, muchos de los cuales son culturales y sociales. Se originan primero de la interacción con los padres y más adelante, a partir de la interacción con los pares y los maestros. Es decir, los valores se transmiten cultural y socialmente (Mandler, 1989b).

Seguir las reglas o seguir instrucciones (incluyendo reglas matemáticas), puede ser considerado por el niño como "bueno", como opuesto a lo "malo". No son únicamente creencias sobre lo que son las matemáticas, o lo que funciona para obtener soluciones. Los estudiantes asumen compromisos para lograr sus aprendizajes, asumiéndolos desde sus sentidos particulares sobre su propia bondad cuando hacen lo que "deben" hacer y asumir como incorrecto cuando actúan de manera contraria.

Es decir, ciertas normas propias de los procesos instructivos pueden entrar en conflicto con los propios valores de los estudiantes o sus expectativas mientras que otros pueden actuar en consonancia con ellos. Por ejemplo, copiar puede considerarse vergonzoso y malo y hacer matemáticas con ayuda puede asumirse como una forma de copiar (DeBellis y Goldin, 1997; Radford, 2015).

Un constructo importante de este componente es el autorreconocimiento, definido por DeBellis y Goldin (1997) en los siguientes términos:

We use the term mathematical self-acknowledgment to describe a learner or problem solver's ability (or willingness) to acknowledge an insufficiency of mathematical understanding. We place this construct, for many students, in the

²⁰ L. Kohlberg estructuró una teoría sobre el desarrollo moral en el ser humano, constituido por seis estadios.

values/morals/ethics component of the affective domain, as it may relate directly to the student's value of self or sense of right and wrong in relation to mathematics. [Empleamos el término autorreconocimiento matemático para describir la habilidad (o voluntad) de un estudiante o resolutor de problemas para reconocer una insuficiencia de comprensión en matemáticas. Colocamos este constructo, para muchos estudiantes, en el componente de valores/morales/ética del dominio afectivo, ya que puede relacionarse directamente con la valoración del estudiante sobre sí mismo o el sentido del bien y el mal en relación con las matemáticas] (p.213).

Aspectos importantes de este constructo son: reconocimiento de la insuficiente comprensión, la decisión de adoptar nuevas medidas y la naturaleza de dichas medidas. Reconocer que algo no tiene sentido matemático puede expresarse por uno mismo o por otra persona (el profesor, por ejemplo). Ambos tipos de reconocimiento pueden llevar valores específicos, moral o dilemas éticos para el resolutor, lo que puede ayudar a entorpecer la admisión de la insuficiencia matemática por parte del estudiante; que puede o no decidir hacer algo sobre el reconocimiento de dicha insuficiencia. Si decide actuar, su desempeño matemático puede ayudar o entorpecer, en función de las acciones elegidas. Dichas acciones pueden incluir ajustes a nivel superficial, esfuerzos explícitos para una comprensión más profunda o una combinación de ambos.

Los ajustes a nivel superficial pueden incluir, por ejemplo, algún tipo de engaño que permita asumir que se comprende algo, ocultar el hecho de no conocer más que un procedimiento plausible, no hacer nada, maquillar respuestas, forzar el sentido a respuestas equivocadas o adivinar mientras se crea la ilusión de que sabe. Estas acciones impiden la comprensión matemática real, sin embargo no todos los ajustes a este nivel tienen el mismo efecto. Plantear conjeturas rápidas o adivinar intuitivamente, generalizar una regla a una nueva situación, entre otros puede producir buenos resultados (DeBellis y Goldin, 1997).

El autorreconocimiento juega un papel importante en la construcción del afecto global del individuo. Si se evidencia un error, el estudiante puede sentirse matemáticamente insuficiente, lo que disminuye la elección de conductas que fomenten su buen rendimiento y pueden frenar el progreso del aprendizaje. Perder el poder de las rutas afectivas bloquea las conductas de autorreconocimiento matemático.

Mandler (1989b), afirma que los valores no se aplican de igual manera sino que varían de acuerdo a la situación; también es preciso reconocer que los valores varían de una cultura a otra, lo que podría explicar las diferencias en el éxito con las matemáticas en estudiantes de culturas y sociedades distintas. Los valores, como bases de los juicios, son importantes debido que son los que determinan la calidad de una emoción cuando experimentamos una agitación autonómica. En el caso del aprendizaje de las matemáticas, serán los valores los que determinen la intensidad de las emociones que experimenten. Al producirse errores e interrupciones, asumiéndolas como inevitables, el potencial matemático experimentará la agitación resultante como negativa si las actitudes hacia la asignatura son generalmente negativas. En cambio, si las matemáticas son asumidas como ocasiones para enfrentarse a retos interesantes y se valora

positivamente, algunas de estas ocasiones se experimentarán como respuestas positivas y como pasos hacia el éxito. Una estrategia errónea puede ser vista como un reto para encontrar una mejor en lugar de como una señal de fallo o incompetencia.

También plantea, como medidas para modificar los valores de los estudiantes, las acciones de los maestros, que para empezar, deben asumir la importancia de la curiosidad de los niños y realizar esfuerzos para mantenerla a lo largo de toda la escolaridad. Para ello, es fundamental presentarles la asignatura como positiva y apasionante, evitando transmitir una visión que la asuma, únicamente, como un conjunto de respuestas buenas o malas. No es necesario que los niños disfruten de las matemáticas para hacerlas bien, deben ver la asignatura como algo que merece ser trabajado, conocido y explorado, pues permite alcanzar muchos objetivos positivos. Permitir que descubran y conozcan la belleza de las matemáticas también les permitiría acercarse a ella de un modo más productivo y con emociones positivas.

Cobb et al. (1989) también consideran como una estrategia importante la participación activa de los estudiantes en la construcción de las normas de aula, evidenciando situaciones que llamen la atención de los niños y pedirles que profundicen sobre sus sentimientos en esa situación, ayudándoles a conocer cómo debe interpretarse dicha situación.

3.4.5. Motivación

La investigación en Educación Matemática ha evidenciado que los cuatro conceptos considerados anteriormente no cubren la totalidad del campo del afecto. Algunas investigaciones sobre las nuevas vías se centran en constructos tales como la motivación, el humor y el interés. Dichas investigaciones sobre motivación dieron resultados muy similares a los obtenidos a la investigación sobre actitudes y creencias: motivación y rendimiento tienen una correlación positiva. Por otro lado, la investigación sobre motivación es un campo muy amplio dentro de la investigación en Educación y en Psicología Educativa, por lo que también debería dejar de encontrarse en la periferia de la Educación Matemática (Hannula, 2006a, 2006b, 2012b, Zan et al. 2006).

A pesar de estas consideraciones, la aproximación teóricosistémica planteada por Hannula (2006a; 2006b; 2011; 2015), no sugiere la incorporación de la motivación como quinto elemento, sino:

[...] motivation offers a different perspective that illuminates new aspects of affect. As a potential, motivation cannot be directly observed. It is observable only as it manifests itself in affect, cognition and behaviour. How different elements of affect (emotions, attitudes, values, and beliefs) and motivation relate to each other and interact with each other is an issue that needs further research. [(...) la motivación ofrece una perspectiva diferente que ilumina nuevos aspectos del afecto. Como potencial, la motivación no se puede observar directamente. Es observable solo cuando se manifiesta en el afecto, la cognición y el comportamiento. La manera en que los diferentes elementos del afecto (emociones, actitudes, valores y creencias) y la motivación se relacionan entre

sí e interactúan entre sí es un tema que requiere más investigación] (Hannula, 2006b, p. 175).

Las distintas aproximaciones desde las que se investigó la motivación en el área, se centraron principalmente en medir aspectos predefinidos en lugar de describirlos. Otras necesidades de mejora en el estudio de este componente, son la aceptación de la importancia de la inconsciencia en la motivación y centrar la atención en los estados motivacionales y procesos, más que en las cualidades.

La motivación es una estructura de necesidades, objetivos y significados que dirige la conducta y al mismo tiempo está integrada en el sistema de control de las emociones. La motivación puede manifestarse en la cognición, en la emoción y en la conducta y puede variar mucho de una persona a otra (Hannula, 2006a; 2006b).

Las variables motivacionales están directamente relacionadas con los estados emocionales. Por ejemplo, las personas prefieren generar estados subjetivos (emociones) positivos que negativos. Por lo tanto todas aquellas condiciones (situaciones, acciones y pensamientos) que contribuyen a generar estados positivos se buscan o se repiten y aquellos que generan estados negativos, se evitan (Mandler, 1989a).

En este mismo sentido, Hannula (2012b) afirma que la motivación tiene una clara influencia en los procesos de toma de decisiones teniendo en cuenta que las posibilidades no pueden ser analizadas exhaustivamente a través de los procesos cognitivos y emocionales. “While the positive relation between internal motivation and positive emotions is a well known phenomenon, motivation theories and related research do not suggest a general positive relationship between external motivation and positive emotions.” [Mientras que la relación positiva entre motivación interna y emociones positivas, es un fenómeno muy conocido, las teorías de motivación y la investigación relacionada no sugieren una relación positiva general entre motivación externa y emociones positivas] (Hannula, 2015, p. 271).

La motivación es, probablemente, la categoría afectiva más difícil de definir. Su característica más importante es que refleja las preferencias personales y explica las elecciones. La diferencia entre el aspecto cognitivo es que las preferencias son subjetivas y no es posible atribuirles valor de verdad o aplicabilidad. La motivación varía desde preferencias muy locales hasta una variedad de diferentes niveles de objetivos y necesidades muy globales tales como la necesidad de nutrición o encajar socialmente. Aunque las necesidades básicas parecen universales, existen diferencias individuales en la importancia que se les brinde en diferentes situaciones (Hannula, 2011).

Hannula (2006b) también reconoce la importancia del inconsciente en los procesos mentales de los seres humanos, entre los que se encuentra la motivación a la que no se puede acceder completamente a través de la introspección. Aunque la emoción y la cognición solo se pueden observar parcialmente y pueden ser incluso parcialmente inaccesibles para quien las experimenta, la conducta siempre es una manifestación fiable de la motivación. Incluso si la persona no es capaz de explicar los motivos de su

propia conducta es posible hacer inferencias de su inconsciente y subconsciente a partir de sus acciones visibles.

Esta aproximación asume a la motivación como estado y como rasgo. El aspecto de rasgo de la motivación está relacionado con los valores globales que la persona atribuye a las matemáticas y a las orientaciones motivadoras generales para el aprendizaje. Sin embargo, este rasgo no es suficiente para comprender las elecciones personales durante la resolución de problemas o procesos de aprendizaje. Durante dichos procesos, uno fija objetivos más locales que representan el estado emocional en ese momento. “I would conclude that motivational traits are in the centre of mathematics-related affect.” [Concluiría que los rasgos motivacionales están en el centro del afecto relacionado con las matemáticas] (Hannula, 2015, p. 275).

Con respecto a la motivación es posible hacer una distinción entre necesidades fisiológicas, psicológicas y sociales. Por otro lado, las normas que los grupos sociales negocian y forman pueden verse como objetivos compartidos, lo que es otro aspecto social de la motivación (Hannula, 2011).

Por su parte, Radford (2015) afirma: “Motives are the affective component of projects of life that link the individuals and their contexts, present and future. How to explain this link is not an easy matter.” [Los motivos son el componente afectivo de los proyectos de vida que vinculan a las personas y sus contextos, presentes y futuros. Cómo explicar este enlace no es una cuestión fácil] (p. 26). Desde su marco teórico, plantea que motivo y motivación requieren que la forma en que las intenciones, necesidades e intereses de una persona se relacionen con el medio social y cultural de manera inequívoca; por lo tanto, los motivos son personales y culturales.

La distinción clásica entre motivación intrínseca y extrínseca asume que el individuo, mientras examina su medio sociocultural en busca de ideas, datos, guías o instrucciones, encuentra en una interioridad aislada los cimientos de lo que le mueve a la acción. Es decir, esta visión reduce al ser humano a una entidad solipsista capaz de sostenerse a sí misma. Los motivos son construcciones personales y las emociones fenómenos privados y corporales. “The point that is missed here is that the affective domain in general and motives and motivation in particular are not only subjective but also sociocultural phenomena.” [Lo que falta aquí es que el dominio afectivo en general y los motivos y la motivación en particular no son solo fenómenos subjetivos sino también socioculturales] (Radford, 2015, p. 26).

Plantea, también, que motivo y objeto no deben ser asumidos como entidades fijas sino como dinámicos y en evolución. Es decir, asumir a la actividad como un sistema abierto dirigido por un objeto en evolución y una red en desarrollo de motivos interconectados y a veces contradictorios. “The couple object-motive thus becomes the drive that moves activity and its sentient individuals not towards something to be attained, but rather towards a participation in a cultural way of life and the fulfilment of material and spiritual needs.” [La pareja objeto-motivo se convierte así en el impulso que mueve la actividad y sus individuos sensibles no hacia algo que debe alcanzarse, sino más bien

hacia una participación en un modo de vida cultural y la satisfacción de necesidades materiales y espirituales] (Radford, 2015, p. 34).

Por ejemplo, la motivación para resolver una tarea de matemáticas puede manifestarse en creencias sobre la importancia de la tarea (cognición), o en la perseverancia (conducta o actitud) o en tristeza o ira (emoción), si no se resuelve. La más pura manifestación de la motivación en la cognición es el deseo consciente por algo, pero la manifestación también puede tomar formas más sutiles, como la idea de uno mismo como buen resolutor de problemas. Las emociones están más vinculadas a la motivación manifestándose tanto positiva como negativamente. Emoción y cognición solo pueden observarse parcialmente y solo puede accederse a ellas parcialmente, incluso para la persona que las experimenta, la conducta siempre es la manifestación más fiable de la motivación. Asumir a la motivación como la inclinación para hacer ciertas cosas y evitar hacer otras nos permite comprender la conducta de los estudiantes si conocemos sus motivos (Hannula, 2006b).

Por otro lado, las necesidades son ocasiones específicas del potencial general para dirigir la conducta. De manera similar a la urgencia de las necesidades fisiológicas, las necesidades psicológicas pueden interferir en la búsqueda de objetivos de aprendizaje en los estudiantes. Las necesidades psicológicas que han sido enfatizadas con frecuencia en escenarios educativos son la autonomía, la competencia y la pertenencia social. La diferencia entre objetivos y necesidades radica en sus diferentes niveles de especificidad. Por ejemplo, en Educación Matemática, un estudiante puede asumir una necesidad de competencia como un objetivo para resolver tareas con soltura, o alternativamente, como un objetivo para comprender el tema que le enseñaron. Una necesidad social puede ser asumida como objetivo contribuir significativamente a un trabajo colaborativo, y una necesidad de autonomía como un objetivo para retar la autoridad del profesor (Hannula, 2006b).

Las creencias de los estudiantes influyen de manera importante en la asunción de necesidades como objetivos en la clase de matemáticas (creencias sobre sí mismos, sobre las matemáticas y sobre el aprendizaje) y también del contexto escolar, las normas sociales y sociomatemáticas en el aula. También se ha evidenciado que diferentes necesidades dominantes conducen a adoptar diferentes objetivos primordiales y a diferentes conductas en situaciones matemáticas. Los objetivos pueden organizarse jerárquicamente en una estructura y un objetivo puede ser inhibitorio, necesario o suficiente para alcanzar otro objetivo. Esta estructura jerárquica puede extenderse a los significados, planes y acciones (Hannula, 2006b).

Es decir, las relaciones entre necesidades y objetivos dependen de las creencias personales. Es posible percibir un objetivo aislado para satisfacer múltiples necesidades y una necesidad puede satisfacerse a través de múltiples objetivos. También es posible asumir algunos objetivos como contradictorios entre sí, es decir asumirlos como mutuamente excluyentes. Del mismo modo, se ha demostrado empíricamente la presencia de múltiples objetivos de manera simultánea en un estudiante.

Por su parte, Else-Quest et al. (2008) afirman: “Thought is engendered by motivation, i.e., by our desires and needs, our interests and emotions. Behind every thought there is an affective-volitional tendency, which holds the answer to the last ‘why’ in the analysis of thinking.” [El pensamiento es engendrado por la motivación, es decir, por nuestros deseos y necesidades, nuestros intereses y emociones. Detrás de cada pensamiento hay una tendencia afectivo-volitivo, que contiene la respuesta al último "por qué" en el análisis del pensamiento] (p. 252).

Una metodología centrada en el profesor que enfatiza reglas y rutinas no tendrá muchas opciones de conocer las necesidades de autonomía y pertenencia social de los estudiantes, mientras otra centrada en el estudiante y que plantea trabajo en grupo y que enfatiza la construcción de significados, tendrá muchas oportunidades de conocer dichas necesidades, porque se permite a los estudiantes ejercer su autonomía e interactuar socialmente (Hannula, 2006b).

3.4.6. Relaciones entre los componentes del dominio afectivo en matemáticas

Al respecto, Cobb et al. (1989) consideran que el estudio de las emociones requiere prestar atención al orden moral local. Al diferenciar emociones se ponen en juego los derechos, deberes y obligaciones de los integrantes de esa cultura en particular. Puede tratarse de un grupo de estudiantes, una clase de matemáticas o grupos más amplios. El carácter cualitativo de las emociones se encuentra en la contextualización de la realidad social que las genera. Por lo tanto, es preciso prestar atención a las normas del aula, si han sido estructuradas por los estudiantes y el profesor, entre otras cuestiones. Estas normas definen qué acciones tienen cabida dentro del contexto social de la que obtienen significado.

Por ello, afirman que las emociones no pueden contemplarse como objetos individuales que pueden ser estudiados de manera aislada y separada de las demás; la investigación debe centrarse en las acciones que representen una emoción teniendo en cuenta que ocurren en un mundo concreto. Las acciones emocionales tienen una lógica con relación al orden local social individual. “[...] emotional acts are generated by cognitive appraisals of situations, and that these appraisals are influenced by the local social order. The appraisals involve a comparison of the interpreted situation with expectations.” [(...) los actos emocionales son generados por las evaluaciones cognitivas de las situaciones, y estas valoraciones están influenciadas por el orden social local. Las evaluaciones implican una comparación de la situación interpretada con las expectativas] (Cobb et al. 1989, p. 121). Las acciones, al depender de la interpretación de una situación específica, dependen de las normas sociales o de la comprensión de las mismas que se representa a través de las creencias. De este modo, las creencias de los estudiantes, sus actos emocionales, la red de obligaciones y expectativas que constituyen el contexto social dentro del que se desarrolla la actividad matemática están íntimamente relacionados.

La relación entre las creencias y los actos emocionales se establece a través del proceso que permite atribuir alguna cualidad emocional a los actos de otra persona, que implica, necesariamente, inferencias sobre una construcción personal de la situación. Los actos emocionales son expresiones de las creencias y brindan información al observador sobre la posible naturaleza de dichas creencias. Los actos emocionales dependen de las creencias; las creencias son cognitivas y abarcan los dominios individual y social, lo que implica que no hay jerarquías entre ambos dominios y que no es posible analizarlos de manera aislada.

[...] the activities of individuals (including their emotional acts) serve to construct the social norms that constrain those very same activities. Conversely, the norms constrain the activities that construct the norms. Thus, to acknowledge that social context is an integral part of an individual's cognition and affect does not imply that social norms are taken as solid, independently existing bedrock upon which to anchor analyses of learning and teaching. [...] las actividades de los individuos (incluyendo sus actos emocionales) sirven para construir las normas sociales que limitan esas mismas actividades. Y a la inversa, las normas limitan las actividades que construyen las normas. Por lo tanto, reconocer que el contexto social es una parte integral de la cognición del afecto de un individuo no implica que las normas sociales se tomen como sólidas, con una existencia independiente, sobre la cual anclar los análisis de la enseñanza y el aprendizaje] (Cobb et al. 1989, p. 141).

La relación entre el orden local y las acciones emocionales puede verificarse, también, a partir del hecho de que esas mismas acciones pueden no ser apropiadas en un contexto distinto. La manera en que los estudiantes evidencian su alegría por lograr soluciones puede no considerarse apropiada en un grupo distinto. Los protagonistas deberían ser capaces de reconocer esta diferencia para no producir respuestas consideradas poco deseables por otro grupo. Se trata de lograr la capacidad de autocontrol de las respuestas en función del contexto, el trabajo continuo sobre las normas sociales construidas de manera conjunta, permite a los niños reestructurar sus creencias sobre su propio rol dentro de un grupo a partir de reconocer y respetar los sentimientos ajenos y las posibles consecuencias de sus acciones sobre ellos. Un objetivo importante de este trabajo radica, precisamente, en ayudar al niño a desarrollar su autonomía moral. Desde esta perspectiva, la reorganización de las creencias de los estudiantes (sinónimo del crecimiento tanto intelectual como de la autonomía moral) actúa al mismo tiempo como elemento motivador para el incremento de la implicación en la tarea.

Lester et al. (1989) afirman que el contexto sociocultural, creencias y actitudes interactúan de distintas maneras influyendo en la cognición. Por ejemplo, el contexto influye en la formación de actitudes y creencias así como también en la manera en que el individuo está dispuesto a ser capaz de involucrarse en la resolución de un problema con determinadas conductas reguladas. Del mismo modo, afectos y actitudes influyen y son influidas por las creencias.

Preferencias y actitudes son atributos probablemente transitorios de un individuo mientras que las emociones y el estado de ánimo son estados en momentos específicos

en función de situaciones concretas. De este modo, una persona puede desarrollar una actitud hacia una clase particular de problemas, actitud que influirá en el desempeño posterior al enfrentarse a problemas de esa categoría concreta. Del mismo modo, un problema específico puede desencadenar una emoción inesperada.

De acuerdo con DeBellis y Goldin (1997), el dominio afectivo puede representarse como un tetraedro cuyos vértices están representados por los cuatro componentes del dominio (emociones, actitudes, creencias y valores/moral/ética) que interactúan mutuamente influyendo en las distintas facetas del estado afectivo. Interactúan, también, con la cognición y el medio externo durante la resolución de problemas. Estas interacciones están representadas por las aristas del tetraedro.

Cada vértice se entiende como una interacción dinámica de cada componente con los otros en un individuo particular. Es así que los estados emocionales influyen y son influidos por las actitudes, las creencias y los valores. Un mecanismo para esta influencia es la construcción de estructuras globales para recorrer distintas rutas afectivas. Cada vértice interactúa con el correspondiente componente en el dominio afectivo de otros individuos (DeBellis y Goldin, 2006).

Por su parte, Hannula (2006b, 2011, 2012b) afirma que los términos cognición, motivación y emociones han sido utilizados con frecuencia por psicólogos y educadores como factores que permiten explicar la conducta y el aprendizaje. Las distinciones entre esas categorías tienen más sentido cuando uno se centra en su función en el pensamiento humano y la conducta. Desde el punto de vista funcional la cognición codifica la información personal sobre el yo y el medio ambiente. La motivación brinda dirección de conducta a través de dar preferencias a algunas relaciones yo-medio ambiente sobre algunos otros. El éxito o el fracaso en la conducta dirigida por la motivación se reflejan en las emociones. Estas emociones, en cambio, pueden influir en la cognición a través de cambiar el foco de atención lo que puede modificar la motivación, actuando como un sistema de retroalimentación (feedback) para los procesos cognitivos y motivacionales.

Las emociones son el vínculo más directo con la motivación. Se manifiesta tanto en positivo (alegría, alivio, interés) como en negativo (ira, tristeza, frustración). Las emociones dependen de si la situación está en línea con la motivación o no. Las emociones se pueden observar parcialmente a través de expresiones faciales o lenguaje corporal pero parte de su naturaleza es una experiencia subjetiva que no puede ser observada por alguien externo. Dichas expresiones están relacionadas, a su vez, con las normas sociales de un contexto determinado. En el caso concreto de un aula, el aprendizaje de las matemáticas debe ir acompañado de un trabajo explícito y consciente de autorregulación emocional que permita a los estudiantes reconocer las emociones que experimentan así como también comprender su rol en los procesos de aprendizaje y en las relaciones sociales. Una manera eficaz de lograr dicha autorregulación es establecer normas que animen a los estudiantes a dirigir sus expresiones emocionales.

Se trata de aspectos temporales, aunque están presentes en muchas investigaciones casi nunca se han tratado de manera explícita. Los cambios afectivos muy rápidos

(emociones y creencias) han sido asumidos como un elemento determinante en la resolución de problemas, porque pueden influir en las elecciones críticas que determinarán si un problema será resuelto o no. Estos afectos son situacionales y contextuales, sin embargo existe un patrón estable en cómo un individuo siente y piensa en esos contextos y situaciones distintos, es decir, como un rasgo afectivo (Hannula, 2011).

Emociones y motivación están muy relacionadas. Las emociones son funcionales y codifican información relevante sobre los objetivos que guían la conducta. Cada emoción básica indica una relación específica con un objetivo y activa una tendencia a la acción apropiada. Las reacciones emocionales automáticas pueden actuar como fuerzas de inercia para los cambios de objetivos de los estudiantes. Cuando se han formado, estas asociaciones de emociones automáticas son difíciles de modificar. Durante la etapa escolar, los estudiantes desarrollan alguna disposición emocional a diferentes acciones y objetivos matemáticos. También, las asociaciones emocionales pueden impedir el cambio, incluso si dicho cambio es “racional” (Hannula, 2006a).

La materialización de necesidades en objetivos tiene una gran influencia proveniente de las creencias de los estudiantes (sobre sí mismos, sobre las matemáticas, sobre el aprendizaje, etc.). La posibilidad de que las necesidades deriven en objetivos está mediatizada por dichas creencias. Puede percibirse un solo objetivo para satisfacer múltiples necesidades o una necesidad requerir de muchos objetivos. Los objetivos también pueden parecer contradictorios debido a que la consecución de uno puede impedir el logro de otros. Para que el cambio de objetivo a motivación se lleve a cabo, debe tratarse de un objetivo deseado y las creencias propias deben respaldar dicho cambio (Hannula, 2006a).

Desde este marco teórico se asume a la cognición, la motivación y la emoción como estado y como rasgo. La cognición se presenta como estado a través de pensamientos e ideas y como rasgo como conceptos y hechos. La motivación se presenta como estado a través de objetivos activos y como rasgo a través de necesidades, valores, deseos y orientaciones motivacionales. Con respecto a la emoción, puede ser estados emocionales o disposiciones emocionales (actitudes). En la cognición, la manifestación más pura de la motivación es el deseo consciente por algo, pero dicha manifestación puede tener también formas más sutiles tales como una visión de uno mismo como un buen resolutor de problemas.

Goldin et al. (2009) plantean que “Attitudes may be considered either as propensities toward certain patterns of behaviour, or propensities toward certain kinds emotional feelings in particular domains, e.g. in relation to mathematics.” [Las actitudes pueden considerarse tanto como tendencias hacia ciertos patrones de conducta como tendencias hacia ciertos tipos de emociones en dominios particulares, ej. en relación a las matemáticas] (p.11). También es posible asumir, desde esta afirmación, que objetivos y creencias pueden considerarse como conceptos mutuamente dependientes. Por ejemplo, cuando un profesor plantea ciertos objetivos expresa implícitamente sus creencias y las creencias presuponen e incorporan objetivos.

También definen el constructo social y psicológico *estructura afectiva arquetípica*, cuyos componentes son los valores y las creencias. Dichas estructuras son recurrentes, idealizan patrones que pueden ocurrir cuando los estudiantes están involucrados en situaciones sociales con desafíos conceptuales matemáticos, por ejemplo cuando trabajan en grupos en clase de matemáticas.

Se considera que las estructuras afectivas, de manera análoga a las cognitivas, interactúan mutuamente y puede activarse una o más de manera simultánea en un momento específico.

Los componentes de una estructura afectiva son mutuamente interactivos y son:

- a) Patrones de conducta característicos como respuestas a circunstancias sociales,
- b) una vía afectiva característica,
- c) los significados de las emociones vividas,
- d) hablar con uno mismo como respuesta a las emociones vividas o evocadas,
- e) estrategias características de resolución de problemas o heurísticos,
- f) interacciones con las creencias y valores del individuo,
- g) interacciones con la identidad, integridad e intimidad del individuo,
- h) meta-afecto,
- i) expresiones externas o manifestaciones del afecto.

In this analysis, mathematical beliefs and values not only have structure and belong to systems of beliefs and values, but are embedded in complex structures that are important to understanding students' motivations and behavioural patterns. If the validity of such a construct, or one like it, holds up in future research, we shall need to consider how changes in belief may contribute – positively or negatively- to the affective structures that govern student engagement with mathematical ideas. [En este análisis, las creencias y valores matemáticos no solo tienen estructura y pertenecen a sistemas de creencias y valores, sino que están incrustados en estructuras complejas que son importantes para comprender las motivaciones y los patrones de comportamiento de los estudiantes. Si la validez de tal constructo, o uno similar, resiste en la investigación futura, tendremos que considerar cómo los cambios en la creencia pueden contribuir -positiva o negativamente- a las estructuras afectivas que gobiernan el compromiso del estudiante con las ideas matemáticas] (Goldin et al., 2009, p. 13).

Radford (2015) plantea:

[...] from a cultural-historical perspective, emotions are both subjective and cultural phenomena simultaneously; they are entrenched in physiological processes and conceptual and ethical categories through which individuals perceive, understand, reflect, and act in the world. Their subjective-social link is to be found in the double-faced nature of motives, which are always personal and cultural. [(...) desde una perspectiva históricocultural, las emociones son

simultáneamente fenómenos subjetivos y culturales; están arraigados en procesos fisiológicos y en categorías conceptuales y éticas a través de las cuales los individuos perciben, comprenden, reflexionan y actúan en el mundo. Su vínculo subjetivo-social se encuentra en la doble cara de los motivos, siempre personales y culturales] (p.35).

Afirma que las emociones tienen una función de señales internas cuya característica especial es reflejar las relaciones entre motivos o necesidades y el éxito o la posibilidad de lograrlo. Al efectuar una acción determinada, el sujeto responde a esas necesidades o motivos. Es decir, la relación entre motivos y emociones puede plantearse como una consideración de la posibilidad de éxito o fracaso para lograr el objeto de la actividad; teniendo en cuenta que lo que caracteriza a una actividad es su objeto y la orientación del motivo. La actividad se concibe como algo que se dirige hacia un resultado para producir algo tangible: el producto de la actividad, que puede ser material o ideal. Sin embargo, la actividad no es principalmente una producción mecánica o técnica de cosas, incluye la dimensión del motivo. No hay actividad sin un motivo. Es preciso aclarar también que el concepto de motivo aparece en dos niveles distintos: el nivel de la actividad (donde aparece como el motivo de la actividad) y el nivel del individuo (donde aparece como el motivo del individuo).

Asume a motivo y objeto como los dos vectores principales de la actividad; sin embargo, sugiere no asumirlos como entidades fijas sino como dinámicos y en evolución. Es decir, asumir a la actividad como un sistema abierto dirigido por un objeto en evolución y una red en desarrollo de motivos interconectados y a veces contradictorios.

Con respecto a las emociones, afirma: “In the course of social life, emotions develop and ‘appear in new relations with other elements of mental life.” [En el curso de la vida social, las emociones se desarrollan y aparecen en nuevas relaciones con otros elementos de la vida mental] (Radford, 2015, p. 45).

Las emociones se relacionan con los motivos de los estudiantes considerados en términos de interés, deseo o pasión. También entran en juego cuestiones de tipo ético en la motivación de los estudiantes que influyen en sus decisiones y acciones posteriores; no se trata de una ética espontánea, sino de un producto histórico. Está relacionado con la comprensión que el estudiante tiene de su propio rol y de este en relación con los demás (Radford, 2015).

3.5. INTERRELACIÓN AFECTO-COGNICIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

“I suggest that only by considering both cognitive and emotional processing can we understand learning.” [Sugiero que solo considerando el procesamiento cognitivo y emocional podemos entender el aprendizaje] (McDonald, 1989, p. 221).

“[...] affect is not incidental but fundamental, and it cannot be handled simply by a commitment to make mathematics fun or enjoyable.” [(...) El afecto no es algo

incidental sino fundamental, y no puede ser manejado simplemente por el compromiso de hacer que las matemáticas sean divertidas o agradables] (Goldin, 2000, p. 218).

El interés por el estudio del afecto en el área de la Educación Matemática ha dejado de focalizarse únicamente en la influencia de las cuestiones afectivas sobre el rendimiento, para centrar la investigación en el vínculo, reconocido ampliamente, entre afecto y cognición en el aprendizaje de las matemáticas.

Presentamos las relaciones e interconexiones de la dimensión afectiva, sus componentes y la cognición, provenientes de las fuentes, aproximaciones y teorías utilizadas para nuestra investigación.

3.5.1. Pensamiento matemático y afecto

Históricamente se ha asumido la dicotomía afecto-cognición; sin embargo, referirse al afecto es hacer referencia simultáneamente a la cognición. La investigación en el área ha reconocido que emoción y cognición interactúan de muchas maneras; sin embargo, dichos estudios se han limitado a definir las condiciones bajo las cuales se presentan ciertas emociones o la naturaleza de la conducta de una persona en un estado emocional determinado. Se ha argumentado, también, una conexión compleja, fundamental e íntima de las distintas facetas del afecto, por ejemplo la relación entre creencias y emociones y aspectos de la cognición como aprendizaje y significado (Clarke, 2015; Lester et al. 1989).

McLeod afirma al respecto:

Affective factors should be incorporated in more cognitively oriented research; frequently, the additional data on affective factors could be gathered with little additional effort. However, researchers first need to become familiar with current conceptions of affect and identify theoretical frameworks that are compatible with their own research questions. [Los factores afectivos deben estar incorporados en una investigación más orientada cognitivamente; con frecuencia, los datos adicionales sobre los factores afectivos se pueden recopilar con poco esfuerzo adicional. Sin embargo, los investigadores primero necesitan familiarizarse con las concepciones actuales de afecto e identificar marcos teóricos compatibles con sus propias preguntas de investigación] (p. 255).

Lester et al. (1989) se interesaron por estudiar los procesos metacognitivos de estudiantes de diversas edades. Uno de sus objetivos, con los más pequeños, era explorar el alcance de la enseñanza para hacerlos más conscientes de sí mismos, de sus propias conductas en la resolución de problemas así como monitorizar y evaluar esas conductas. Pronto se dieron cuenta que no sería posible realizar el estudio sin considerar factores *no cognitivos*, motivo por el que decidieron incorporar al estudio información sobre actitudes y creencias. Recopilaron información sobre los niveles de interés de los estudiantes en diversos tipos de problemas, la autoconfianza durante la resolución de problemas, las percepciones de la dificultad del problema y sus creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y la resolución de problemas matemáticos.

“We begin by postulating that an individual’s failure to solve a problem successfully when the individual processes the necessary knowledge stems from the presence of noncognitive and metacognitive factors that inhibit the appropriate utilization of this knowledge.” [Comenzamos postulando que la incapacidad del individuo para resolver un problema con éxito, cuando procesa los conocimientos necesarios, proviene de la presencia de factores no cognitivos ni metacognitivos que inhiben la utilización apropiada de este conocimiento] (p. 75).

Un resultado frecuente de la investigación sobre el afecto en el área es que los estudiantes que tienen éxito en matemáticas tienden a tener un afecto más positivo hacia las matemáticas que aquellos que no tienen tan buenos resultados. Sin embargo, no se ha definido la dirección de la causalidad y es posible asumir, si se toman los resultados en conjunto, que la causalidad entre rendimiento y afecto es recíproca más que unidireccional (Hannula, 2011, 2015).

3.5.1.1. Perspectivas clásicas del vínculo entre afecto y cognición

Los primeros estudios focalizados en la relación entre afecto y cognición, realizados en el área específica de la Educación Matemática, se efectuaron utilizando el conocimiento proveniente, principalmente, de la Psicología. Identificamos, como bases, dos paradigmas fundamentales: el Psicoanálisis y la Psicología Cognitiva.

Así, por ejemplo, Goldin (2000) afirma que aunque existen esfuerzos por comprender la naturaleza real de la codificación cognitiva, esta no es importante si el afecto o la imaginación realmente requieren códigos distintos propios o si utilizan los códigos de otros sistemas de representación. “For purposes of mathematics education research, the affective system is worth treating as fundamentally different from other systems but, of course, interacting with them.” [Para los propósitos de la investigación en Educación Matemática, vale la pena tratar el sistema afectivo como fundamentalmente diferente de otros sistemas pero, por supuesto, interactuando con ellos] (p. 211).

Es decir, las configuraciones afectivas representan información a través de códigos. El sistema afectivo representacional incluye: configuraciones que son estados de sentimiento; maneras en las que puede influir en las secuencias de otros sistemas representacionales y maneras de transformarlas basadas en sucesos cognitivos.

Desde una perspectiva vinculada al Psicoanálisis, McDonald (1989) plantea que una experiencia emocional se procesa y está condicionada cognitivamente y no es posible comprenderla si no se cuenta con claves teóricas que permitan decodificarla. Utiliza las ideas de Freud sobre los mecanismos de defensa como una alternativa eficaz para la comprensión de dichas experiencias. Asume que el pensamiento consciente es defectuoso y que los mecanismos de defensa operan para mantener ese tipo de pensamiento. Estos mecanismos oscilan desde la negación hasta diversas formas de racionalización.

Esta aproximación permitiría interpretar las emociones en los ambientes específicos de aprendizaje así como también comprender por qué se producen reacciones emocionales

intensas en situaciones difíciles. Las categorías de dichos mecanismos, planteadas desde el Psicoanálisis, se extrapolan al caso concreto de la Educación Matemática:

- a) La inversión hacia el contrario o darle la vuelta al objeto que produce miedo (“no tengo miedo a las matemáticas, solo me parecen aburridas”; “¿Por qué necesitamos aprender esta herramienta inútil?”).
- b) Negación (“No estoy preocupado por mi desempeño con las matemáticas”).
- c) Sublimación (“invertir mucha energía en convertirse en el mejor deportista del grupo”) (McDonald, 1989).

La información afectiva almacenada en el inconsciente como producto de vivencias anteriores (creencias, actitudes, emociones), emergen mientras una persona se enfrenta a una actividad matemática. En ocasiones, esta información requiere mucha atención consumiendo de este modo los recursos disponibles para enfrentarse a la tarea. Al tratarse de procesos inconscientes, el estudiante no es capaz de reconocerlos y modificarlos por lo que su desempeño en la tarea no será lo suficientemente eficaz. Este análisis de la interacción de los procesos cognitivos y afectivos permite comprender mejor las situaciones a las que se enfrentan los estudiantes cotidianamente. Si la información es confusa y los errores han provocado interrupciones en la realización de la tarea, no es difícil entender que la atención se desvíe de esta (McDonald, 1989).

Durante el aprendizaje en la primera infancia muchas experiencias son interiorizadas y sin duda recordadas, probablemente de manera inconsciente lo que puede afectar a los procesos que se lleven a cabo en el futuro. Cuando se enfrenta un problema difícil de aprendizaje, las estructuras presentes en la memoria durante experiencias anteriores son evocadas consciente o inconscientemente y pueden operar durante el procesamiento de la situación actual. En el caso de estudiantes que no han experimentado dificultades durante su aprendizaje previo, las interrupciones emocionales son poco frecuentes y de menor intensidad, ocurriendo lo contrario con aquellos que han vivido algún tipo de ataque a su ego, en los que las interrupciones pueden ser realmente perjudiciales. Tendrá influencia si hubo aprendizaje a tolerar el error, aunque con frecuencia esta influencia de los aprendizajes previos no siempre es evidente ni para los propios estudiantes ni para sus profesores en situaciones posteriores (McDonald, 1989).

Las reacciones emocionales tienen influencia no solo en el desempeño frente a la tarea que se pretende resolver en un momento concreto, sino también en los aprendizajes posteriores y en los intentos futuros de enfrentarse a determinadas tareas. Esta situación se produce porque la tarea inicial no fue resuelta; al principio se establece un marco cognitivo codificado como una intención en una red proposicional utilizando verbos como “puedo, haré, deseo, debo”. Al intentar resolver una tarea y no conseguirlo o no finalizarla, las intenciones iniciales se degeneran porque estas no se han disipado. Esto se debe a que los estados motivacionales y emocionales resultantes de las intenciones fallidas son almacenadas en el inconsciente y operan simultáneamente con los procesos conscientes en los intentos posteriores de resolver otras tareas y ocupan la capacidad de procesamiento. Es decir, representa una manera de desviar la atención de la tarea a

través de la interacción entre la información cargada emocionalmente y los procesamientos conscientes (McDonald, 1989).

Es decir, de acuerdo con (McDonald, 1989), existen dos modos distintos en los que los procesos cognitivos y emocionales están involucrados en el aprendizaje:

- a) A través de la representación individual de información que está ligada a preocupaciones emocionales (las reacciones emocionales que afectan momento a momento al procesamiento consciente).
- b) La influencia sociocultural sobre los individuos en la manera en que se perciben a sí mismos o a la información.

Por su parte, Schlöglmann (2005) presenta el concepto *affect-logic* [lógica afectiva] que combina afecto y cognición. Se basa en las ideas planteadas por el psiquiatra suizo Luc Ciompi basado, a su vez, en el Psicoanálisis de Sigmund Freud y la epistemología genética de Jean Piaget.

Los principales aspectos de dicho concepto son:

- Se asume a la psique como una unidad. Es decir, afecto y cognición; sentimiento y pensamiento están inseparablemente combinados aunque tienen distinta naturaleza.
- La psique es una estructura jerárquica compleja que consiste en un esquema afectivo-cognitivo. Este esquema es resultado tanto de la maduración como del proceso de aprendizaje basado en la asimilación y la acomodación producto de la interacción con la realidad.
- Dicho esquema está condensado en sistemas de referencia afectivo-cognitivos que forman una visión del mundo en el individuo y controlan las acciones y los pensamientos.
- El sistema de referencia afectivo-cognitivo está estructurado por los componentes tanto cognitivos como afectivos. Por lo tanto, el acceso es posible a través de ambos componentes, pero el acceso no siempre es completo porque ciertas partes del sistema son inconscientes.

El sistema afectivo-cognitivo influye en la percepción, las reacciones corporales, las acciones, el pensamiento y el aprendizaje y a su vez todos ellos influyen en el sistema afectivo-cognitivo. Para entender estas relaciones, las ideas de Piaget sobre la asimilación y la acomodación son útiles. Plantea que, por un lado, todos los sistemas se esfuerzan para lograr y mantener un equilibrio con el medio ambiente y, por el otro, los sistemas deben interactuar con su medio pero esas interacciones pueden perturbar el equilibrio y es entonces cuando se requieren de reacciones sistémicas específicas: asimilación y acomodación.

Por otro lado, Marshall (1989) afirma que la memoria a largo plazo funciona como una red. Un conocimiento particular se asume como un nodo y diversos nodos se enlazan constituyendo así la red. Cuanto más conectado esté un nodo será más sencillo acceder a él y recuperarlo, un nodo aislado tiene más dificultades para su recuperación. Los nodos individuales empiezan a constituir parte de la red de la memoria a largo plazo a través

de las conexiones que se establecen entre ellos mientras se produce el aprendizaje significativo (intencionado o incidental) bajo un mecanismo al que denomina esquema; al que define como una estructura de conocimientos que permite al individuo reconocer aspectos de su medio ambiente y operar sobre ellos tanto de manera abstracta como concreta. Este esquema es el que gobierna las interacciones del individuo y son importantes para la resolución de problemas porque para ello se requieren respuestas del individuo y los esquemas son los significados por los que esas respuestas son construidas por el estudiante.

Un esquema está constituido por cuatro componentes:

1. Una representación genérica en la que el esquema se aplica, implica todos los hechos, descriptores, y ornamentos del caso en los que el esquema puede ser utilizado. Contiene la descripción general.
2. Restricciones y condiciones que se deben cumplir si el esquema será realmente evidenciado. Contiene el análisis de la validez de la descripción en la situación actual.
3. Mecanismos planificados en relación con la implementación del esquema. También incluye las expectativas de objetivos particulares así como procedimientos para la generación de estas u otras metas.
4. Acciones y procedimientos que gobiernan la implementación real del esquema.

En un desarrollo completo del esquema, cada uno de los componentes sería un subconjunto de nodos interconectados con enlaces entre componentes así como en el interior de cada uno. El acceso inicial al esquema puede ser a través de cualquiera de los subgrupos generando la activación del conjunto general de nodos que definen el esquema. De este modo, cuando un estudiante se enfrenta a un problema, podría empezar reconociendo la forma general de este (primer componente), identificar la presencia o ausencia de limitaciones particulares (segundo), centrarse en los objetivos obvios y secundarios que deben ser alcanzados antes de la solución (tercero) o puede identificar acciones particulares que serían apropiadas para la situación (cuarto). Cada uno de los componentes activaría los otros tres. La profundidad de acceso a cada componente y su respectiva activación depende de la complejidad del problema. Un problema sencillo requiere poco procesamiento cognitivo mientras que uno más difícil requiere acceder a muchos esquemas distintos. Esta concepción de la organización de la memoria se ha aplicado principalmente en la adquisición y recuperación del conocimiento y su relación con las habilidades cognitivas.

Incorpora las cuestiones afectivas a los esquemas de conocimiento desde dos vías distintas:

1. *Codificación simultánea.* Al resolver un problema, el estudiante tiene respuestas afectivas positivas si consigue resolverlo o negativas si no lo consigue o si se bloquea continuamente, dichas respuestas se almacenan en la memoria. Dentro del modelo de esquema, estas respuestas constituyen un nodo dentro de la red, que establece enlaces con otros nodos. Si el nodo corresponde a una reacción afectiva

negativa relacionada con un tipo específico de problema y la experiencia se repite, los enlaces se vuelven más fuertes y más difíciles de eliminar. Si por el contrario, dichos enlaces se debilitan debido a la vivencia de experiencias positivas, el nodo se transforma. Al codificarse la respuesta afectiva no lo hace de manera aislada sino que se efectúa de manera relacionada con otras características del problema al que se enfrenta. Si el estudiante continúa cometiendo errores al enfrentarse a ese tipo de tareas, los lazos del nodo afectivo se refuerzan aunque las causas de los errores sean la utilización de elementos inapropiados de cualquiera de los cuatro componentes del esquema de conocimiento. Es razonable aceptar que el nodo afectivo también puede encontrarse en cualquiera de los cuatro componentes.

2. *Codificación posterior.* Es posible que el estudiante desarrolle estructuras de esquemas de conocimiento con vínculos afectivos pequeños o poco aparentes. Por ejemplo, si un estudiante no ha tenido dificultades y posee esquemas de conocimiento a los que accede fácilmente para enfrentarse con éxito a las situaciones que se le plantean, puede experimentar una reacción afectiva negativa si debe enfrentar una tarea desconocida en una situación extraordinaria. En función de la fuerza de dicha reacción, en la experiencia actual, el estudiante codificará el afecto negativo de manera que enlace con todo el esquema. El nodo afectivo se conecta con todas las partes del esquema.

Una diferencia importante entre estos dos tipos de codificación es la especificidad de las conexiones. Cuando se trata de una codificación simultánea de los nodos afectivos con otras características de la situación, los lazos son específicamente dirigidos de un nodo a otro. También hay ampliaciones relativamente localizadas, principalmente hacia nodos dentro de un subcomponente del esquema. En cambio, en la codificación posterior, estas se dirigen hacia vínculos más difusos debido a que su constitución se produce entre los nodos afectivos y el esquema en sí mismo.

Desde esta perspectiva, es posible asumir que cambiar las respuestas afectivas que se codificaron simultáneamente es más sencillo que modificar las que se codificaron en momentos distintos, debido a que las primeras son resultado de casos específicos y tienen enlaces con partes identificables del esquema. Es decir, una experiencia positiva puede debilitar una negativa en el grado en que los lazos positivos serían dominantes. Las respuestas afectivas positivas se manifestaban a través de expresiones verbales de confianza y entusiasmo sobre la resolución del problema, puede estar incluso asociado con la autoevaluación sobre la comprensión.

Con respecto a la memoria, se ha reconocido la existencia de dos sistemas distintos con respecto a las emociones: (1) una memoria emocional implícita, que opera inconscientemente y está fuertemente conectada a los sistemas de activación y puede dirigir frecuentemente a reacciones corporales y (2) una memoria explícita que contiene todo el conocimiento consciente de situaciones emocionales, reacciones emocionales a objetos, personas e ideas. Este sistema de memoria explícita es parte de la memoria cognitiva y no hay distinción entre un recuerdo de una emoción y un recuerdo de un

contenido cognitivo. Asumir que la memoria de la emoción es cognitiva implica las siguientes consecuencias:

- a) Los seres humanos tenemos conocimiento sobre nuestros sentimientos, su origen y sus efectos. Este conocimiento está almacenado en los sistemas de memoria como conocimiento cognitivo.
- b) La memoria de las emociones está abierta a la manipulación “racional”. Es decir, que somos capaces de pensar sobre nuestros recuerdos emocionales y todas las afirmaciones verbales sobre hechos emocionales están controlados por la cognición.
- c) El conocimiento de nuestro afecto con respecto a los objetos y situaciones, nos permite manejar nuestro afecto al menos en situaciones controladas.
- d) Los seres humanos somos capaces de construir nuestros recuerdos de manera que podemos suprimir recuerdos desagradables y dolorosos mientras que los recuerdos placenteros se recuerdan con más facilidad.

Por otro lado, los procesos de asimilación y acomodación dirigen a los esquemas afectivo-cognitivos. El componente afectivo está almacenado tanto en la memoria implícita que trabaja inconscientemente pero influye en nuestras acciones y pensamientos como en la memoria explícita que almacena todo el conocimiento del afecto con respecto a personas, objetos y situaciones. Los esquemas afectivo-cognitivos siempre contienen los componentes tanto inconscientes como conscientes. La repetición de estos procesos consolida las reacciones inconscientes así como también permite el conocimiento cada vez más consciente de sentimientos y reacciones emocionales (Schlögmann, 2010).

3.5.1.2. Influencia de los componentes del dominio afectivo sobre la cognición

Un alto sentido de la eficacia aumenta los logros humanos. Las personas que confían en sus propias capacidades se enfrentan a tareas difíciles asumiéndolas como retos. Por el contrario, el poseer poca confianza facilita que las dificultades se reconozcan como amenazas no solo intelectuales o laborales sino, también, personales (Akinsola, 2009; Threadgill-Sowder, 1989).

La confianza en uno mismo está relacionada con la atribución causal de los estudiantes sobre sus éxitos y fracasos (si las causas son internas o externas, cuáles están bajo control y cuáles no). Este factor también se ha relacionado con el autoconcepto como matemático. En este caso, un estudiante que confía en sus habilidades matemáticas tenderá a atribuir sus éxitos a sus propias habilidades mientras que sus fallos se deberán a otras causas tales como tareas muy difíciles o poco esfuerzo. Un estudiante carente de confianza no se atreverá más allá de la seguridad de la utilización de los procesos que pueden conducirle al éxito (Threadgill-Sowder, 1989).

Sobre la relación específica entre emoción y cognición, McDonald (1989) afirma:

Cognition and emotion are inseparable. Anything that happens cognitively has taken place in the context of the whole person, emotions included. Anything

that happens emotionally is processed and stored cognitively. In fact, the very idea of a cognitive reaction implies emotional involvement. Although these processes may seem separate, they all operate simultaneously. [Cognición y emoción son inseparables. Todo lo que sucede cognitivamente ha tenido lugar en el contexto completo de la persona, incluidas las emociones. Todo lo que sucede emocionalmente es procesado y almacenado cognitivamente. De hecho, la idea misma de una reacción cognitiva implica participación emocional. Aunque estos procesos pueden parecer separados, todos operan simultáneamente] (p. 226).

Por su parte, Else-Quest et al. (2008) afirman que desde las distintas perspectivas más actuales es posible suponer que las experiencias emocionales, tanto positivas como negativas, de un estudiante mientras se enfrenta a una actividad matemática, pueden moldear los sentimientos del estudiante acerca de las matemáticas en general, lo que finalmente puede influir en la motivación, hábitos de estudio y persistencia en el aprendizaje.

La relación que plantea Gómez-Chacón (2011) entre los procesos cognitivos y los afectivos, están principalmente orientados a los afectos hacia las matemáticas a los que identifica como un sistema regulador del conocimiento. Afirma, también que las dificultades que pueda tener un estudiante dependen de las creencias que posea, sobre las matemáticas y sobre sí mismo. Estas creencias, a su vez, se forman a partir de las distintas reacciones que experimenta mientras aprende matemáticas. Las creencias negativas sobre las matemáticas y su aprendizaje configuran estudiantes pasivos con tendencia a la memorización en lugar de la búsqueda de la comprensión.

En el límite entre las aplicaciones matemáticas estructuralmente iguales y los contextualmente distintos, surgen situaciones conflictivas que conducen a afectos negativos hacia las matemáticas. Estos afectos son, con frecuencia, específicos de un grupo completo y conducen a sentimientos comunes compartidos hacia las matemáticas. En particular, la comprensión de los grupos de las matemáticas puede ser muy estable para dicho sentimiento. Para un esquema emocional estable, las personas pueden construir razones cognitivas para racionalizar dichos sentimientos. Las creencias y actitudes, al ser una parte consciente del esquema afectivo-cognitivo, reflejan de manera especial dichas emociones estables así como sus bases racionales (Schlögmann, 2005).

La motivación parece tener una retroalimentación cíclica con el procesamiento cognitivo. Para ello, se considera la existencia de dos tipos distintos de objetivos: los objetivos de rendimiento (el deseo de parecer más inteligente, obtener buenas calificaciones) y los objetivos de aprendizaje (deseos de volverse más inteligente, de lograr conocimiento). Las creencias de los estudiantes consideran la naturaleza de la inteligencia orientada a la consecución de determinados objetivos. Los que tienen la creencia de que el esfuerzo puede mejorar su inteligencia son más propensos a adoptar objetivos de aprendizaje mientras que los que asumen la inteligencia como un rasgo fijo adoptarán objetivos de rendimiento. Esa diversidad de creencias y consecuentes objetivos marca una distinción mayor entre el procesamiento cognitivo y las conductas relacionadas con el aprendizaje. Los estudiantes que persiguen objetivos de aprendizaje

presentan mayor atención, lo que permite lograr estrategias cognitivas más efectivas mejorando el nivel de sus logros (Hannula, 2006a).

Otro factor influyente en la motivación es el sentido que adquiere un determinado conocimiento. Cuando los estudiantes comprenden que el conocimiento que adquieren tiene sentido o utilidad para ellos, sus pensamientos son positivos y desarrollan una actitud positiva así como expectativas hacia dicho conocimiento. Este fenómeno también se efectúa en sentido contrario, es decir, las actitudes positivas hacen que el alumno se vuelva activo, motivado y dispuesto a estudiar (Reinup, 2009).

La relación entre la motivación y el rendimiento también se tiene en cuenta en Kuntze y Dreher (2015), que consideran para ello dos teorías distintas:

1. La teoría de la autodeterminación de Deci y Ryan²¹; enfatiza el rango entre motivación intrínseca y extrínseca. De acuerdo a esta teoría, los seres humanos buscan experiencias positivas de actuar de manera autónoma. Por lo tanto, las oportunidades de aprendizaje deben permitir la autonomía de los aprendices con el objetivo de promover el aprendizaje y el desarrollo de disposiciones afectivas positivas de los estudiantes.
2. La teoría de Schiefele, Krapp y Prenzel²²; asume a la motivación como una relación entre individuos y objetos, influida por circunstancias situacionales e intereses no específicos de la situación. Por lo tanto, aprender, desarrollar competencias y disposiciones afectivas en los estudiantes dependen de las condiciones positivas del contexto situacional y de las características afectivas positivas intrapersonales de los estudiantes.

Por su parte, Schoenfeld (2015) afirma:

[...] what 'counts' are people's decisions and actions. Beliefs (and values, and affect, and preferences, and habits of mind – what I call 'orientations' as an umbrella category) are critically important, but their main importance is in how they shape people's decisions and actions. [...] lo que "cuenta" son las decisiones y acciones de la gente. Las creencias (y los valores, y los afectos, y las preferencias, y los hábitos de la mente - lo que yo llamo "orientaciones" como una categoría general) son de importancia crítica, pero su principal importancia está en la forma en que dan forma a las decisiones y acciones de las personas] (p.399).

Es decir, pretende estructurar un marco que permita entender las acciones de los estudiantes y de los seres humanos en general así como también los procesos relacionados con la toma de decisiones en situaciones complejas.

Schoenfeld (2015), establece una relación directa entre lo que denomina orientaciones (cuestiones afectivas como preferencias, valores, creencias, hábitos mentales), metas (lo

²¹ En: Deci, E. L. y Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behaviour*. New York:Plenum. (Kuntze y Dreher, 2015)

²² En: Krapp, A. (1992). Das interessenskonstrukt. In A. Krapp y M. Prenzel (Hrsg.). *Interesse, lernen, Leistung. Neue Ansätze der pädagogisch-psychologischen Interessensforschung* (S. 297-329). Münster: ASchendorff. (Kuntze y Dreher, 2015)

que el individuo quiere lograr), recursos (los conocimientos que la persona posee, otras herramientas disponibles) y un mecanismo que permita elegir una opción de entre el abanico de opciones de cada situación dada. “As has been noted, decision-making is a complex function of resources, goals and orientations. Thus, addressing orientations – that is, beliefs, affect, values, habits of mind, and “personal” preferences is essential.” [Como se ha señalado, la toma de decisiones es una función compleja de recursos, objetivos y orientaciones. Por lo tanto, abordar las orientaciones -es decir, creencias, afectos, valores, hábitos de la mente y preferencias "personales" - es esencial] (p.402).

3.5.1.3. Nuevas perspectivas del vínculo entre emoción y cognición. Perspectivas integradoras y socioculturales

Desde que se asume al ser humano como un ser completamente emocional, se reconoce que el pensamiento también está arraigado en las emociones. Sin embargo, la relación entre emoción y pensamiento no es fácil de articular. Se ha planteado, por ejemplo, que las emociones son sentimientos que acompañan al pensamiento; el lado sentimental de los pensamientos; sentimientos llenos de pensamiento; pensamiento llenos de sentimiento. La controversia surge por la importancia que el paradigma desde el que se plantea la investigación otorgue al cuerpo y las funciones fisiológicas en los procesos mentales y corporales (Radford, 2015).

Asumir al ser humano como ser eminentemente emocional implica reconocer que no puede evitar sentir algo en todo momento. De este modo, mientras se efectúan cálculos o se resuelve un problema matemático la persona que se enfrenta a esa tarea lo hace sintiendo aburrimiento, disfrute o miedo. Los procesos emocionales-cognitivos que se llevan a cabo durante la actividad matemática se desarrollan en función de cómo la persona se percibe a sí misma en relación con el conocimiento, con la situación y con los demás y los resultados dependerán de esos procesos, no únicamente de las emociones que se experimenten. Es decir, las emociones no pueden asumirse como obstáculos para el desenvolvimiento, bueno o malo del estudiante. “[...] it is misleading to believe that emotions obstruct thinking. Emotions and thinking are not separate entities. They are fused together. We cannot think without emotions. Emotions and thought come to constitute a unity in ontogenetic development.” [(...) es engañoso creer que las emociones obstruyen el pensamiento. Las emociones y el pensamiento no son entidades separadas. Están fusionados. No podemos pensar sin emociones. Las emociones y el pensamiento llegan a constituir una unidad en el desarrollo ontogenético] (Radford, 2015, p.45).

Del mismo modo reconoce las bases fisiológicas del pensamiento y de las emociones sin restar importancia a las influencias sociales y culturales.

Now, if thought is inherently embodied and emotions are more than physiological processes, what is then the difference between emotion and thought? Perhaps what we should bear in mind is the fact that there is no dividing line between thought, body, and emotion. To refer to emotions as embodied thought is redundant. Our thinking is necessarily embodied and emotional. [Ahora bien, si el pensamiento está inherentemente encarnado y las

emociones son más que procesos fisiológicos, ¿cuál es entonces la diferencia entre emoción y pensamiento? Tal vez lo que deberíamos tener en cuenta es el hecho de que no hay una línea divisoria entre pensamiento, cuerpo y emoción. Hacer referencia a las emociones como pensamiento encarnado es redundante. Nuestro pensamiento es necesariamente corporal y emocional] (p.33).

La influencia cultural en el funcionamiento cognitivo se encuentra en las creencias y actitudes relacionadas con el aprendizaje, así como también con el autoconcepto y la autoestima vinculadas, a su vez, con las expectativas construidas culturalmente. Aunque creencias y actitudes son afectos más “fríos” que las emociones, influyen de manera importante en el procesamiento de la información de un estudiante, transformándose de este modo en “calientes”. Cuando una emoción, una actitud o una creencia predisponen a un individuo a sentirse menos competente en el desarrollo del aprendizaje, el sistema cognitivo se incapacita. Emociones, actitudes y creencias ocupan la capacidad de procesamiento e interfieren con la energía disponible para enfrentarse a una determinada tarea matemática (McDonald, 1989).

El desarrollo cognitivo y el emocional se producen simultáneamente y se lleva a cabo en presencia y en interacción con otros seres humanos, con una dependencia completa, sobre todo al principio. Los rasgos característicos de cada persona en el procesamiento cognitivo y emocional tienen su origen en el condicionamiento social, producto de la interacción entre el desarrollo individual y la relación con los padres, en un primer momento, y con el profesor y los compañeros más adelante. En general, todos los aprendizajes tienen lugar dentro de los contextos de desarrollo de la personalidad que se lleva a cabo en las relaciones con otros seres humanos. Se trata de un contexto significativo que implica aceptación o rechazo a niveles profundos en el que el individuo se desarrolla y de la que surgen los sentidos de competencia, tolerancia a la frustración y el error así como la necesidad de cumplir y sentir satisfacción, entre otras variables de la personalidad. Estas variables son importantes para el desarrollo del aprendizaje debido a que se producen o no en función de las reacciones emocionales surgidas de la interrupción de la tarea (McDonald, 1989).

3.5.1.4. Neurociencia, afecto y Educación Matemática

Los avances en el conocimiento sobre el afecto y los procesos neuroquímicos y neurofisiológicos que los generan, procedentes de la investigación en Neurociencia, también se tienen en cuenta en la investigación de la dimensión afectiva dentro del área de la Educación Matemática (Brown y Reid, 2006; Hannula, 2006a, 2006b, 2011, 2012a, 2012b; Hannaford, 1998; Radford 2013; 2015; Schlöglmann, 2002, 2005, 2010).

Dichos avances han cambiado radicalmente la visión de las relaciones entre emoción y cognición. Las emociones ya no son consideradas como periféricas a los procesos cognitivos ni tampoco como el ruido que impide la racionalidad. Las emociones se han aceptado como necesarias para la conducta racional.

También se ha demostrado que las emociones dirigen la atención y desvían el procesamiento cognitivo. En el caso del miedo, por ejemplo, este dirige la atención hacia la información amenazadora y la tristeza o la depresión desvía la memoria hacia

visiones menos optimistas del pasado, activando también las tendencias a la acción (Hannula, 2006a).

Schlöglmann (2010) afirma que la neurociencia distingue sistemas distintos para la cognición y la emoción. Ambos existen como resultado de la evolución biológica con el objetivo de ayudar a la supervivencia del individuo y ambos sistemas están interconectados. Una consecuencia importante de la existencia de dos sistemas es contar con la posibilidad de distinguir entre “sentimiento” y “conocer que se tiene un sentimiento” o tener “reacciones emocionales” y “experiencia emocional consciente”. Asume, también que todos los procesos a nivel neuronal son inconscientes aunque algunos de ellos conducen a resultados conscientes. Es decir, no tenemos criterios para distinguir entre conocimiento y el conocimiento de nuestras relaciones afectivas con las matemáticas. Esta afirmación nos permite apreciar el problema de definir las categorías afectivas, especialmente las creencias que deben ser consideradas a nivel discursivo.

Schlöglmann (2002) considera relevantes para la investigación en el área las siguientes cuestiones:

- 1) El uso de los términos afecto y emoción no es uniforme en neurociencia, con frecuencia se utilizan como sinónimos y como términos genéricos para las condiciones básicas afectivo-emocionales. El cerebro es el órgano en el que está representado todo el conocimiento sobre el mundo exterior pero también sobre lo que hay dentro del cuerpo.
- 2) Todos los sistemas del cerebro son el resultado de la evolución para ayudar al individuo a sobrevivir. La emoción y la cognición también son parte del sistema cerebral y además un resultado de la evolución.
- 3) El sistema cerebral especial de un individuo específico es consecuencia tanto de la evolución como del desarrollo ontogenético del individuo.
- 4) Todos los procesos a nivel neuronal son inconscientes, algunos de esos procesos conducen a resultados conscientes. Somos conscientes solo de la parte final del proceso.

Emoción y cognición son subsistemas del sistema cerebral. Están localizados en distintas partes del cerebro pero hay conexiones entre ambos que permiten interacciones. Una consecuencia importante de estos dos sistemas es la capacidad de distinguir entre un sentimiento y el conocimiento de lo que estamos sintiendo o las reacciones emocionales y experiencias emocionales conscientes.

Estos conocimientos son importantes para la investigación sobre la interacción entre afecto y cognición por los siguientes motivos:

- El sistema emocional influye en los procesos de la memoria. Por un lado dicho sistema está implicado en el proceso de almacenamiento. El sistema funciona como un filtro evaluador. Por otro lado, los resultados de los procesos de recuperación están emocionalmente relacionados.

- El control consciente sobre las emociones es débil mientras que las emociones pueden inundar la consciencia. Es decir, las emociones tienen más influencia sobre la cognición que la cognición sobre las emociones.
- LeDoux²³ utiliza el concepto de memoria de trabajo para representar el aquí y el ahora en el cerebro. Las entradas en la memoria de trabajo desde un sistema sensorial encuentra entradas desde los sistemas de agitación y emocionales así como información desde la memoria a largo plazo.

Los conceptos sobre los que se ha realizado la investigación más relevante dentro de la dimensión afectiva son las creencias y las actitudes. Ambos asumidos como bases mentales estables que regulan la percepción, el pensamiento y las acciones de una persona. Estos sistemas mentales estables son una consecuencia de todos los procesos de un individuo sobre un objeto especial, persona o idea.

Extrapolando los conocimientos de Neurociencia a la investigación en Educación Matemática, es posible afirmar que existen estados en los procesos de resolución de problemas que pueden activar el sistema de la memoria emocional. Esta activación puede observarse por el investigador a través de las reacciones corporales. Si se produce una reacción emocional fuerte, como la producida por algún tipo de trauma, no existe posibilidad de ayuda a nivel cognitivo; dichos conflictos no se pueden resolver en la práctica de aula. La emoción inunda a la cognición y el sistema cognitivo completo está bloqueado y no es capaz de ser alcanzado por argumentos racionales.

Sin embargo, las creencias y los valores expresados en una entrevista, son producto de la cognición debido a que tienen como base a la memoria explícita. En la realidad del aula, los sistemas inconscientes implícitos también se activan e influyen en todas las acciones que se producen en situaciones complejas. Es decir, en una situación de aula (principalmente en las más complejas), los sistemas conscientes y controlados cognitivamente (creencias y valores) así como los inconscientes gobernados por la memoria emocional implícita influyen en las acciones llevadas a cabo por los estudiantes. El sistema dominante dependerá de la situación local; así, en las situaciones críticas, el sistema implícito es más activo pues conduce a acciones orientadas a garantizar la supervivencia, independientemente de los valores y creencias (sistema consciente). Es posible encontrar incoherencias entre los relatos de una entrevista (sistema cognitivo) y las acciones reales (sistema inconsciente) debido a estas características.

3.5.2. Teoría de las discrepancias de Mandler y su influencia en el estudio del afecto en Educación Matemática

Mandler (1989a), asume que las emociones representan un interés fundamental para el estudio de los procesos cognitivos, reconociendo que los fenómenos emocionales no son únicamente aspectos anecdóticos o fenomenológicos del pensamiento y acción humanos. Pone en valor las evidencias sobre la interacción de los estados emocionales

²³ Los aportes de Joseph LeDoux sobre las emociones desde su perspectiva neurocientífica, forman parte de nuestros antecedentes relacionados y se presentan en el capítulo II del presente informe.

de formas distintas e importantes con las funciones tradicionalmente cognitivas. En el caso concreto del aprendizaje y la resolución de problemas, existe un rango amplio de fuentes de valor (creencias) sobre uno mismo y sobre las matemáticas. Del mismo modo, reconoce la influencia del contexto en el que se resuelven los problemas matemáticos, y si estos se resuelven satisfactoriamente o no.

Mandler ubica de este modo la fuente de construcción de emociones durante la resolución de problemas en la relación que establece el estudiante con una determinada tarea. Si se muestra dependiente de esta o del contexto que lo rodea, se produce la discrepancia y por tanto el despertar autonómico con la consiguiente experiencia emocional. Por el contrario, si el estudiante tiene autonomía, sus afectos no dependerán de la tarea o el contexto y contará con alternativas independientes a la tarea.

La construcción de la emoción requiere de la intervención de la consciencia y esta, a su vez, actúa como *limitante*, pues solo se puede llevar a cabo una construcción consciente a la vez. De este modo, es posible explicar la razón por la que una experiencia emocional intensa disminuye otras capacidades conscientes y cognitivas, interfiriendo así en la correcta resolución debido a que las estrategias se vuelven más simples. Sin embargo, no todas las consecuencias tienen porqué ser negativas pues algunos contenidos mentales pueden ser activados para hacer frente a la nueva situación. Este aspecto está íntimamente relacionado con el origen biológico y evolutivo de las emociones. Por ejemplo, la información inadecuada puede generar estrés y no necesariamente será negativo. Puede ayudar de manera constructiva permitiendo la modificación de la estrategia empleada, en función de los conocimientos que tenga la persona sobre la tarea y sobre los posibles caminos o vías de resolución o, por el contrario, puede dirigir la atención hacia una estrategia errónea.

En el caso específico de la resolución de problemas, al enfrentarse a una situación nueva (un problema matemático), surgen expectativas buenas y malas. Si el problema se resuelve, la discrepancia radicará en el hecho de que no era tan difícil o amenazador como en un principio se asumió.

El autor, define dos niveles distintos de análisis dentro de su teoría de las discrepancias:

1. *Macroanálisis*. Genera medidas globales sobre los cambios en la persona y su desempeño frente a una tarea. Pretende establecer una relación de covariación entre las características afectivas y la medida de las capacidades cognitivas (diferencias individuales y eficiencia cognitiva). Para ello, desarrolla tests que buscan organizar grupos de tareas representativas y sus efectos sobre grupos definidos de individuos. Produce un ranking de tareas más que de individuos. Sin embargo, no puede asumirse que una correlación particular es una medida absoluta de covariación entre ambas características.
2. *Microanálisis*. La discrepancia surge cuando el evento real no satisface las expectativas de una persona mientras se enfrenta a una tarea específica, “The mayor class of such events can generally be termed *errors*, when the learner does something or thinks something that is different from his or her original intention or is different

from what ought to happen.” [El principal tipo de tales eventos puede, generalmente, denominarse *errores*, cuando el estudiante hace algo o piensa algo que es diferente a su intención original o es diferente de lo que debería suceder] (Mandler, 1989a, p. 12).

Un error genera afectos negativos en grados de intensidad diversos: ansiedad, desilusión, disgusto, entre otros. Si el proceso continúa sin corregirse, el afecto negativo se incrementa. Los errores, tanto los planificados o esperados como los que no, van acompañados de evaluaciones negativas sobre la situación actual, generando así emociones negativas.

Por otro lado, las discrepancias relacionadas con el éxito pueden emerger si no se tienen expectativas positivas. Y por el contrario, no ocurre discrepancia si se actúa paso a paso; sin embargo, si no hay seguridad sobre dichos pasos, puede generarse una leve agitación. En las primeras fases del aprendizaje, es común encontrar más estados afectivos que cuando el estudiante ha construido más conocimientos y herramientas cognitivas; es más frecuente la presencia de interferencias cognitivas y con el aprendizaje al principio de cualquier proceso. La resolución de un problema genera discrepancia si el estudiante está inseguro de sus habilidades y resolverlo producirá disfrute, deleite y satisfacción.

El afecto que se genera como consecuencia de cometer un error, es un fenómeno consciente. Es decir, ocupa nuestra capacidad consciente que es limitada, evitando de ese modo que otras tareas puedan hacer uso de dicha capacidad, el error interfiere en otros procesos o actividades conscientes.

Sin embargo, una discrepancia no siempre entorpece las habilidades para responder efectivamente; lo hará únicamente si la agitación autonómica es intensa. Un afecto negativo intenso implica un intento inmediato para eliminar las causas e incluso una experiencia afectiva positiva puede resultar dañina si la persona se detiene, por ejemplo, a contemplar lo hecho, a disfrutar del logro. En estos casos, la consciencia también se desplaza y el problema pierde importancia. Por el contrario, un afecto negativo puede ser útil si se convierte en una especie de motivación para resolver el problema que genera afectos negativos.

Mandler (1989a) afirma que no es posible concebir la vida de una persona libre de errores. Considerar lo contrario sería dañino, por lo tanto debe adoptarse la característica natural de los sucesos inesperados en cualquier momento. “The occurrence of affective reactions to learning experiences, arousal due to discrepancies during the learning process, and other bad experiences build up expectancies, and are built up into experiential schemas.” [La aparición de reacciones afectivas en las experiencias de aprendizaje, la agitación debido a discrepancias durante el proceso de aprendizaje, y otras malas experiencias crean expectativas, y se construyen en esquemas experienciales] (p. 15).

La utilidad atribuida a estas afirmaciones para la enseñanza de las matemáticas, desde la perspectiva de la resolución de problemas puede resumirse en las siguientes cuestiones:

1. Considerar la importancia del refuerzo para la extinción de respuestas no deseadas. Asume que una respuesta sin refuerzo se extingue más rápidamente.
2. El microanálisis puede facilitar el diseño de tareas de enseñanza y aprendizaje. Es necesario analizar la tarea así como al estudiante para garantizar que las sorpresas, errores y pasos incorrectos durante el aprendizaje sean más pequeños intentando dominarlos a través de rutas alternativas, acciones sustitutas o repetir la tarea, como intenciones propias de quien se enfrenta a la tarea específica.
3. Es preciso asumir que no es posible evitar los incidentes afectivos completamente porque la pretensión es que el estudiante esté preparado para enfrentarse a ellos en el futuro.
4. Permite definir ciertas estrategias que pueden ser útiles: pequeños pasos que incrementen la dificultad poco a poco; instrucciones específicas en subrutinas, atención a posibles dificultades e instrucciones para la anticipación de dificultades.
5. Considerar las actitudes y creencias del estudiante sobre el problema porque interactuarán con las expectativas que se desarrollarán y las posibles discrepancias que puedan surgir.
6. Tener en cuenta para el análisis de una tarea y el diseño de la enseñanza los distintos caracteres, los de alumnos que presentan más ansiedad o agitación y aquellos que se muestran más estables y calmados. Lo ideal es diseñar distintas vías de adquisición (variando el nivel de exigencia) para los estudiantes con reacciones más intensas.

Por otro lado, Mandler (1989a) plantea que es probable que pudiera resultar efectivo tener en cuenta una postura neoconductual que explique la aversión de los estudiantes a las matemáticas como el resultado de experiencias desagradables al principio de su formación. También incorpora el dominio emocional dentro del área de las creencias de los estudiantes sobre estrategias y tácticas. Así, por ejemplo, las creencias y la metacognición contribuyen de manera importante al desempeño en la resolución de problemas. En la medida en que las creencias se confirmen o no, se generarán estados emocionales positivos o negativos los que, en función de la retroalimentación, se mantendrán o se descartarán.

También reconoce la importancia de los factores sociales y culturales en la formación y delimitación de actitudes y creencias sobre la resolución de problemas. Afirma que estos factores determinan muchas de nuestras expectativas sobre situaciones y tareas, sobre las interacciones sociales que son importantes para las situaciones de enseñanza y aprendizaje y sobre nuestros éxitos y fracasos y su relevancia para nuestras funciones sociales y para nuestra autoimagen/autoconcepto.

La teoría de Mandler ha tenido mucha influencia en la investigación de los afectos dentro del área de la Educación Matemática, sirviendo de bases a diversas investigaciones y aproximaciones. Por ejemplo, Gómez-Chacón (2011) afirma que este modelo pretende elaborar una teoría cognitiva que considere los orígenes de las emociones buscando definir la estructura cognitiva caracterizando las emociones individuales como diferentes tipos de cognición y las interrelaciones entre estas y la

estructura global de las emociones. También identifica dos sistemas distintos en la teoría de las discrepancias: un sistema cognitivo y uno biológico, afirmando al respecto: “En su concepción, la emoción es una interacción compleja entre sistema cognitivo y sistema biológico” (p.37). La intensidad de las emociones proviene de la activación fisiológica y la evaluación cognitiva dota a la experiencia de cualidad y contenido subjetivo.

Afirma también, que en dicha teoría existen tres fuentes distintas de evaluación cognitiva: “[...] evaluaciones innatas (por ejemplo, preferencia de lo dulce ante lo amargo); evaluaciones aprendidas culturalmente (por ejemplo, la moda) y evaluaciones de base estructural (por ejemplo, preferencia por lo conocido frente a lo desconocido)” (Gómez-Chacón, 2011, p. 37).

La teoría de las discrepancias asocia a las emociones con los conflictos entre las expectativas y los sucesos reales, lo que provoca reorganizaciones del sistema cognitivo. La teoría de Mandler resulta útil para comprender las reacciones afectivas que surgen durante la resolución de problemas.

Sowder (1989), por ejemplo, categoriza las estrategias que utilizan los estudiantes para resolver problemas de enunciado verbal y afirma que pueden explicarse desde la teoría de las discrepancias; teniendo en cuenta que las expectativas de los estudiantes están orientadas a resolver tareas de manera casi mecánica aplicando algoritmos y al enfrentarse a un problema de enunciado verbal se produce una interrupción entre lo que se le pide y sus expectativas, por lo que se produce una reacción emocional. Si la solución obtenida es equivocada, dicha reacción será más intensa y negativa. Si la falta de éxito predomina, probablemente resulten actitudes negativas. Por lo tanto, los estudiantes adoptan sus estrategias de resolución de problemas buscando el éxito, es decir buscando minimizar las interrupciones a través de la construcción de diversas estrategias, en ocasiones “inmaduras”.

Por otro lado, la investigación sobre los sentimientos de los estudiantes durante la resolución de problemas también se enfrenta a la situación en la que un estudiante que no ha tenido éxito en una tarea, se muestre complacido con su resultado aun cuando sea erróneo. La explicación a este tipo de respuestas se basa en la teoría de Mandler que considera asumir como un evento positivo la culminación de una tarea que había sido previamente interrumpida. Es decir, cuando un estudiante ha estado bloqueado, llegar a una respuesta, correcta o no, ya es motivo suficiente de satisfacción (Adams, 1989).

Por su parte, Thompson y Thompson (1989) afirman que la teoría de las discrepancias de Mandler otorga una explicación plausible sobre cómo las creencias de los estudiantes y su interacción en situaciones de resolución de problemas incluye respuestas afectivas. También brinda una descripción del origen de una emoción ubicándola en la evaluación de un suceso inesperado (una discrepancia) y una consecuente respuesta del sistema nervioso autónomo. Si las prácticas instructivas en un aula son radicalmente diferentes a lo que los estudiantes esperaban, se producen discrepancias entre dichas expectativas y lo que realmente ocurre y dichas discrepancias provocan reacciones emocionales significativas. Afirman que esta teoría es importante porque una comprensión de los

sistemas de creencias de los estudiantes así como de las expectativas que llevan a la clase de matemáticas sería un primer paso para aprender a tratar con sus afectos de manera efectiva durante la resolución de problemas.

McDonald (1989) afirma que la teoría de Mandler brinda aportaciones fundamentales desde su teoría al plantear que las reacciones emocionales en el aprendizaje de las matemáticas tienen mucha influencia sobre las respuestas a la dificultad o situaciones de confusión en aquellas tareas o contextos similares a experiencias previas del estudiante. Asimismo, reconoce la existencia de diversas teorías sobre la relación entre emoción y cognición señalando que la planteada por Mandler es la que mejor permite entenderla, teniendo en cuenta que el autor es un teórico del procesamiento de la información.

Argumenta esta afirmación considerando las siguientes razones:

- La teoría de Mandler se refiere al procesamiento de la información, nos permite ver lo que sucede durante el aprendizaje.
- Su modelo cognitivo es más que una red de nodulos y tiene en cuenta a la persona en su totalidad.
- Asume que la emoción es caliente y tiene lugar en el cuerpo.
- Enfatiza las expectativas del individuo en combinación con la interrupción de tareas, un suceso frecuente durante el aprendizaje. La interrupción de una tarea puede inducir al individuo a procesar información que no tiene relación con la tarea que perseguía antes de que ocurriera la interrupción. De acuerdo a esta teoría, en cualquier momento está ocurriendo mucha actividad preconsciente o inconsciente.

Estas consideraciones teóricas definen una representación compleja del individuo y de sus reacciones hacia los sucesos. Por lo tanto, esta teoría nos brinda una visión de la persona amplia y bien integrada.

Teniendo en cuenta que el foco de investigación de McDonald (1989) se encuentra en la búsqueda de la comprensión de los sucesos que acompañan una interrupción en la actividad matemática, en entender porqué se producen cambios en el rumbo de las acciones, porqué la autoevaluación sobre el desempeño se aplica cuando se ha dejado de ejecutar la tarea y cómo los pensamientos que acompañan este abandono ocurren frecuentemente de manera defensiva; los planteamientos de Mandler le permiten especular sobre cómo el sistema cognitivo selecciona las ideas para un procesamiento más amplio. También le permite comprender que la elección de estrategias es un proceso cuya dirección depende de la conexión entre el procesamiento emocional y el cognitivo, proceso que frecuentemente ocurre de manera inconsciente. La riqueza de esta interacción puede comprenderse de manera más sencilla y efectiva si se tienen en cuenta los planteamientos de Mandler.

Cobb et al. (1989) llevaron a la práctica los planteamientos teóricos de Mandler en diversas investigaciones, partiendo de reconocer que el tipo de evaluación que conduce a una experiencia emocional surge como resultado de alguna discrepancia perceptual o cognitiva con respecto a las expectativas propias. Y teniendo en cuenta que si dichas

discrepancias se asumen como parte de la vida, sus efectos negativos disminuyen. Partieron de la conjetura de que los niños no presentaban discrepancias porque sabían que tendrían dificultades. Relacionaron las expectativas de los niños sobre las tareas con sus creencias sobre la actividad matemática; de manera que sus expectativas incluían las dificultades asociadas a la resolución de las tareas. Las reacciones emocionales negativas fueron escasas.

Los argumentos contrarios a la teoría de la discrepancia, centran sus críticas en la incertidumbre que caracteriza al mundo actual y que generaría discrepancias continuamente. Mandler asegura que dichos argumentos refuerzan su teoría, pues reconocen que el ser humano se encuentra experimentando estados emocionales o humores determinados permanentemente. Sin embargo, las discrepancias que se producen, generalmente, son tenues por lo que el despertar autonómico también es leve. Las denominadas emociones típicas son producto de agitaciones fuertes producto de grandes discrepancias.

Por otro lado, Mandler considera un error asumir a la discrepancia solo como generadora de emociones negativas, un error frecuente en los seguidores de este autor. Las premisas reales de la teoría consideran a las discrepancias como el origen de emociones tanto positivas como negativas. Es decir, también asumiendo la importancia de las emociones positivas vinculadas a la resolución de problemas.

Plantea, así mismo, que muchas expectativas son ambivalentes; es decir, para buenas expectativas existen pensamientos negativos y desilusiones asociadas y las expectativas malas también pueden contener algo de esperanza e ilusión.

3.5.3. El afecto en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

La naturaleza del conocimiento matemático y la necesidad de utilizar un lenguaje propio constituido por un sistema de símbolos, facilita la aparición de interrupciones. Las respuestas emocionales surgen porque los estudiantes no tienen la misma sensación de control que en otras asignaturas que utilizan el lenguaje natural y cotidiano. Influye también la escasa relación que los estudiantes establecen entre los contenidos matemáticos y la vida cotidiana. Cuando los estudiantes están confundidos abandonan la tarea en lugar de persistir en ella. Surge, de este modo, un aprendizaje pobre y reacciones emocionales negativas que se almacenan en la memoria (McDonald, 1989).

El objetivo final de la investigación del dominio afectivo en Educación Matemática es mejorar el aprendizaje de las matemáticas a través del conocimiento de la influencia de dicha dimensión sobre los aspectos cognitivos (Goldin, 2000). Por ejemplo, Reinup (2009) afirma que existe una correlación positiva entre los progresos que el estudiante hace en una asignatura y cómo dota de importancia a la asignatura y mejora su autoestima.

Otro interés frecuente y que ha servido de foco en la investigación en el área específica, es conocer las razones, motivos y causas subyacentes al abandono de la tarea por parte del estudiante después de experimentar una interrupción o cometer un error. Dichas

investigaciones se efectuaron, principalmente, desde la perspectiva de la Psicología Cognitiva.

3.5.3.1. Resolución de problemas

Desde distintas perspectivas, investigaciones y teorías, la resolución de problemas ha ocupado un lugar destacado dentro del área y ha sido reconocida como la actividad idónea para la construcción de habilidades de pensamiento en la escuela y también para el desarrollo, tanto conceptual como procedimental, del conocimiento matemático; que, por otro lado, debe efectuarse simultáneamente.

Se le atribuye efectividad tanto en su enseñanza como en su aprendizaje, asumiendo que se trata de una actividad específicamente matemática dirigida a la consecución de un objetivo y en la que el aprendiz parte del desconocimiento de los pasos que debe seguir. Se han desarrollado modelos para la resolución de problemas, siendo el más conocido y utilizado el planteado por George Polya²⁴ (1887-1985), en 1945.

Sin embargo, para resolver un problema no es suficiente con seguir una serie de pasos, es preciso que quien se enfrente a él deba utilizar su propia creatividad, y un problema no puede resolverse siguiendo una secuencia lineal, teniendo en cuenta que la exploración real de las matemáticas no es lineal ni tan sistemática como los modelos de resolución de problemas (Cobb et al. 1989; Cortas y Nordlander, 2009; Goldin et al. 2009; Sivunen y Pehkonen, 2009).

Al respecto, Depaepe et al. (2015), asumen el uso de las matemáticas para resolver problemas como un proceso complejo de modelización, que implica distintas fases, no siguen un orden lineal estricto:

- a) Comprender y definir la situación problemática dirigiendo a una situación modelo.
- b) Construir un modelo matemático de elementos relevantes, relaciones y condiciones involucradas en el modelo.
- c) Trabajar a través del modelo matemático utilizando métodos propios de la disciplina para concluir en resultados matemáticos.
- d) Interpretar los resultados de los cálculos efectuados en relación con el problema original.
- e) Evaluar el proceso de modelización evaluando si la interpretación de los resultados matemáticos son apropiados y razonables para su propósito.
- f) Comunicar la solución obtenida del problema original.

Cobb et al. (1989), plantean dos concepciones de habilidad relacionada con la capacidad de resolver problemas: (a) la concepción diferenciada, que es la que define la capacidad de un estudiante en función del desempeño de los demás; evalúa si es más rápido o más eficaz que los otros. Por lo tanto, un estudiante que necesite más tiempo es considerado

²⁴ La versión original del libro *Cómo plantear y resolver problemas*, se publicó en 1945 y la versión en castellano en 1965. En él, Polya plantea heurísticos para la resolución de problemas, sin limitarlos al ámbito matemático.

menos capaz y (b) la concepción indiferenciada, no se construye por comparación con los demás.

Considera que un estudiante es capaz o tiene habilidad si persiste en la búsqueda de una estrategia que le permita encontrar la solución. Promover que se involucren en una tarea es una forma de motivación y una manera de evitar el empleo de la concepción diferenciada de habilidad. Por otro lado, teniendo en cuenta la teoría de las atribuciones causales de Weiner, que categoriza las causas del éxito o el fracaso en la resolución de problemas en: internas o externas al individuo, estables o inestables, controlables o incontrolables; la habilidad se considera como interna, inestable e incontrolable, generando una sensación de impotencia en el estudiante, pues le impide persistir en la búsqueda de una estrategia adecuada y, por lo tanto, lograr aprendizajes. Debido a esto, esta teoría no es adecuada para lograr motivación. Tampoco consideran adecuadas las recomendaciones sobre el aprendizaje libre de bloqueos para de ese modo disminuir o eliminar la frustración. Estas recomendaciones asumen a los bloqueos como generadores de emociones negativas que interfieren en el aprendizaje; esta postura implica reducir las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes.

Sivunen y Pehkonen (2009) plantean como alternativa a los modelos de resolución de problemas, una metodología conocida como *Aproximación abierta*, en la que el profesor ofrece un medio de aprendizaje flexible en forma de problemas abiertos, sin límites predeterminados. El objetivo es desarrollar habilidades matemáticas de resolución de problemas, además de brindar una oportunidad para que el estudiante pueda aprender a su propio ritmo y estilo. Esta metodología implica un reto para el profesor a tres niveles distintos: matemático, pedagógico y personal.

Los aspectos que los estudiantes pueden asumir como conflictos al resolver un problema son los relacionados con: resolver obstáculos o contradicciones que surgen cuando utilizan conceptos y procedimientos, contar con la aparición de resultados inesperados (por ejemplo cuando dos procedimientos alternativos conducen al mismo resultado), verbalizar su pensamiento matemático, explicar o justificar sus soluciones y resolver puntos de vista conflictivos (Cobb et al. 1989).

Otra conclusión de dichas investigaciones, sobre los mecanismos subyacentes al éxito en la resolución de problemas, es el de las diferencias en las conductas entre estudiantes expertos y novatos. Así, por ejemplo, se ha concluido que los expertos tienen almacenados extensos y poderosos dominios de conocimiento específico, a los que pueden acceder para resolver un problema. También se ha encontrado que tienen sistemas de representación flexibles disponibles y, frecuentemente, efectúan un análisis cualitativo del problema antes de empezar con las acciones cuantitativas (Silver y Metzger, 1989).

Los problemas matemáticos de enunciado verbal fueron identificados como las principales fuentes generadoras de afectos negativos, incluso en estudiantes que afirman disfrutar con las matemáticas, cuya respuesta afectiva se transforma en frustración cuando se enfrentan a un problema de este tipo. Las causas no están del todo claras y su

estudio podría representar el primer paso en la comprensión de la etiología de los afectos negativos en la resolución de problemas de este tipo (Sowder, 1989).

Depaepe et al. (2015), consideran que la resolución de este tipo específico de problemas tiene un rol fundamental en la enseñanza de las matemáticas en contextos escolares, no solo por su potencial para la motivación de los estudiantes y el desarrollo del significado de nuevos conceptos matemáticos y habilidades; también desde una perspectiva principalmente histórica, permiten desarrollar las habilidades de conocer cuándo y cómo aplicar sus conocimientos matemáticos de una manera efectiva en su vida cotidiana. También permiten desarrollar habilidades de modelización matemática a través del desarrollo de estructuras formales abstractas.

Durante mucho tiempo, los investigadores consideraron que los estudiantes no tendrían dificultades para establecer relaciones entre la situación planteada y el modelo matemático requerido para resolverla. Asumían que resolver un problema de enunciado verbal era un proceso de traducción directo desde el problema a símbolos matemáticos. Sin embargo, otro grupo de investigadores encontraron evidencias empíricas de que no siempre era así y que los estudiantes ignoraban aspectos esenciales de la realidad y que las acciones matemáticas se llevaban a cabo sin demasiado análisis de los números y palabras involucradas en el enunciado. Un ejemplo es el clásico problema de *la edad del capitán*²⁵, al que muchos estudiantes encontraban una respuesta sin tener en cuenta la falta de sentido entre los datos aportados y la solución requerida (Depaepe et al. 2015).

Goldin (2000), a su vez, afirma que durante la resolución de problemas se construyen estructuras que, probablemente, el estudiante retiene. Manipular problemas del mismo tipo permite construir esquemas para ese tipo concreto de problemas y cada vez que el estudiante se enfrenta a un problema de esa tipología, incorpora representaciones verbales y sintácticas, de notación formal y heurísticos interrelacionados. Cada esquema también incorpora competencias afectivas. Las estructuras cognitivas producto de la actividad matemática, contribuyen a la construcción de algunas estructuras generales del autoconcepto, como una creencia sobre si se es bueno o malo en la resolución de problemas; la expectativa de éxito o no cuando uno se enfrenta a un problema matemático; la anticipación de sentimientos previos de asombro, desconcierto o frustración que podrían finalmente transformarse en júbilo, alegría o satisfacción (o por el contrario frustración y ansiedad, miedo y desesperación). “Thus, local affect ultimately leaves its global trace.” [El afecto local finalmente deja su rastro global] (Goldin, 2000, p. 217).

Por otro lado, los factores que influyen en la resolución de problemas son: la comprensión del texto (la cantidad de palabras y frases de un problema, el grado de dificultad de las palabras elegidas, la complejidad gramatical, la cantidad de afirmaciones en la formulación de un problema), comprensión visual, concepción de la realidad, atención, separación, relaciones entre el total y las partes, habilidad para hacer

²⁵ Este problema; y sobre todo, las estrategias que utilizan los estudiantes para resolverlo, representa el ejemplo paradigmático de la conducta automatizada vinculada con la resolución de problemas matemáticos y la creencia subyacente de que todo problema tiene solución.

combinaciones, lógica, comprensión proporcional, consistencia, conceptos matemáticos, comprensión de los números, habilidad para calcular, relaciones entre diferentes cantidades, relaciones entre diferentes unidades y precisión.

También debe tenerse en cuenta que una respuesta incorrecta no necesariamente está relacionada con bajos niveles de comprensión o desconocimiento, y que en ocasiones, los estudiantes no son capaces de seguir el ritmo de un texto o explicación matemática que comprime mucha información compleja. En este sentido, la formulación del problema tiene un papel fundamental. Si el tema sobre el que trata el enunciado verbal está relacionado con los intereses de los estudiantes y tiene algún tipo de relación con su vida cotidiana, cometen menos errores aunque tenga mucha información irrelevante (Cortas y Nordlander, 2009).

A. Afecto y resolución de problemas

Las primeras investigaciones sobre resolución de problemas en Educación Matemática estuvieron restringidas a aspectos cognitivos; sin embargo, fueron considerados insuficientes para el estudio de la resolución de problemas en contextos escolares. En las citadas investigaciones participaron con frecuencia estudiantes que no fueron capaces de resolver un problema matemático de manera satisfactoria, a pesar de contar con los conocimientos necesarios. De ese modo, los investigadores empezaron a considerar la influencia de factores no cognitivos que entorpecían el uso de los conocimientos asumiendo que las respuestas no realistas de los estudiantes no necesariamente implicaban irracionalidad o desconocimiento (Depaepe et al. 2015; Lester et al. 1989).

El interés por el estudio de la relación del afecto y el desempeño en matemáticas estuvo, principalmente, orientado a la resolución de problemas. Se asume que durante la realización de dicha actividad se generan múltiples experiencias afectivas en los estudiantes, tanto positivas como negativas. La preocupación surge de relacionar las respuestas afectivas negativas con un descenso en las capacidades cognitivas y el posterior abandono de la tarea; desencadenando, finalmente, en aprendizajes pobres con respecto a contenidos matemáticos (Cobb et al. 1989; Marshall, 1989; McLeod, 1989).

DeBellis y Goldin (1997) afirman que el afecto relacionado con la habilidad para resolver problemas es complejo e incluye sentimientos tanto positivos como negativos e implica estructuras de autorreconocimiento matemático y meta-afecto que sirven para promover la comprensión a un nivel más profundo. Mandler (1989a), por su parte, asume que los afectos que participan en la resolución de problemas son *calientes* más que *fríos* y Adams (1989) identifica a la resolución de problemas como un medio adecuado para estudiar creencias y actitudes porque juegan un papel importante en la generación de emociones durante dichos procesos. Para resolver con éxito problemas matemáticos es preciso tomar decisiones continuamente; capacidad que se asume como una función de conocimiento, objetivos y creencias (Goldin et al. 2009).

El hecho de que un estudiante comprenda que ha fallado en el cumplimiento de una obligación ya puede producir una situación problemática en sí misma generando

emociones y acciones. Este tipo de situación generalmente desencadena emociones más fuertes que las que surgen de la incapacidad de resolver un problema. Si los fallos se repiten, cada vez serán más traumáticos y generarán sentimientos de culpa o vergüenza dependiendo de las circunstancias. En este caso, la discrepancia radica en la comprensión del estudiante sobre lo que se espera de él más que de su comprensión sobre lo que es típico (Cobb et al. 1989).

Silver y Metzger (1989), afirman que el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos es resultado tanto del gusto como de la competencia y plantean que la estética debe considerarse un aspecto fundamental de la cultura matemática, donde la elegancia, la parsimonia, la simetría, la coherencia, la simplicidad, la belleza y otros atributos sean valorados, teniendo en cuenta que los juicios estéticos ejercen de vínculo entre las emociones y la metacognición.

Goldin (2000), al respecto afirma: “[...] problem solvers use affect to make planning and heuristic choices.” [(...) los resolutores de problemas utilizan el afecto para planificar y elegir heurísticos] (p. 214).

Marshall (1989), por su parte, reconoce la influencia del afecto en los procesos cognitivos, más específicamente en el procesamiento de la información matemática en el contexto de la resolución de problemas y distingue dos tipos distintos de respuestas frecuentes (no únicas) de los estudiantes en la resolución de este tipo de problemas:

- a) *Respuesta emocional*. El estudiante establece relaciones entre “palabras clave” y acciones específicas, generando de este modo estrategias que, en ocasiones, no conducirán a la solución, incluso cuando el problema se haya comprendido de manera adecuada. Este tipo de errores no son evidentes para los estudiantes, produciendo confusión; una experiencia de este tipo que se presenta de manera aislada no desencadena reacciones emocionales. Sin embargo, la repetición de las mismas pueden generar frustración, desconfianza en las propias habilidades e intranquilidad. Si otras personas están involucradas de algún modo en el evento (padres, maestros o compañeros) se presentan también vergüenza y humillación. Estas emociones influyen en el desempeño del estudiante y se almacenan en la memoria como parte de la experiencia en la resolución de problemas de enunciado verbal.
- b) *Respuesta actitudinal*. Una vez almacenada en la memoria la experiencia emocional vinculada a la resolución de problemas, el reconocimiento de la situación será suficiente para desencadenar la respuesta afectiva, no es necesario que el estudiante se enfrente directamente a la resolución de un problema definiéndose de este modo una respuesta actitudinal.

Ambas respuestas (emocional y actitudinal) se diferencian en dos cuestiones:

1. La respuesta actitudinal proviene de la activación de recuerdos afectivos previamente almacenados mientras que la respuesta emocional es producto de la emoción que surge durante la situación.

2. La respuesta actitudinal es más fría y carente de pasión, la respuesta emocional tiene un sentimiento intenso acompañado en ocasiones por náuseas, aumento de los latidos del corazón o sudoración en las manos. Este tipo de respuesta, no tiene rasgos fisiológicos visibles, por eso es fría y puede tener influencia sobre la disposición del estudiante a abordar el problema y puede ser suficientemente fuerte como para bloquear los intentos de buscar en la memoria técnicas apropiadas para resolver el problema.

Grouws y Cramer (1989) consideran que el dominio afectivo está compuesto por tres dimensiones: disposición, perseverancia y confianza, cuya influencia sobre la resolución de problemas se asume como relevante. Es decir, los estudiantes que se enfrentan a la resolución de problemas matemáticos, presentan reacciones emocionales en dichas dimensiones: disposición a trabajar en tareas de resolución de problemas, perseverancia para completar la tarea y disfrute de hacerlas.

Lester et al. (1989) reconocen la influencia de las emociones sobre el desempeño en la resolución de problemas; sin embargo centraron sus estudios en los cuatro factores que consideran determinantes para la resolución de problemas: afectos y actitudes, creencias, control y factores contextuales. De este modo, consideran el interés de un estudiante en la resolución de problemas como una preferencia y la confianza en sus propias habilidades para resolverlos como una actitud relacionada con el gusto de comprometerse en la resolución del problema. Este compromiso depende de las condiciones en las que se desarrolla la actividad así como también de la naturaleza de los problemas involucrados y el control se refleja en el conocimiento sobre la cognición y la regulación de la misma (metacognición).

En general, se ha reconocido ampliamente que la disposición general de un estudiante al enfrentarse a la resolución de un problema (actitudes, creencias, valores, orientaciones motivadoras) influye en cuánto éxito tendrá en su intento de resolverlo (Hannula, 2012a).

Es decir, las creencias y las actitudes también influyen en el desempeño en la resolución de problemas. Una actitud negativa hacia una asignatura puede bloquear el desarrollo de los estudiantes y obstaculizar su visión sobre la misma. En ocasiones la naturaleza abstracta de las matemáticas favorece la formación de actitudes negativas en los estudiantes. Por otro lado, las creencias pueden impedir el aprendizaje de la asignatura en un estudiante que no tendrá éxito aunque las tareas sean sencillas. Por otro lado, se han relacionado las creencias de los profesores (frecuentemente negativas) sobre la enseñanza de las matemáticas y la ciencia en general, con el fracaso en los cambios previstos por las administraciones educativas orientadas a la mejora de los aprendizajes. Es posible que estas creencias tengan su origen en la importancia otorgada al razonamiento como una red de proposiciones gobernada por reglas lógicas, que desembocó en procesos instruccionales basados en proveer al estudiante de información (principios, leyes, teoremas y fórmulas) y en el desarrollo de métodos de razonamiento lógico adaptados al dominio específico de las disciplinas científicas y matemáticas. Esta perspectiva ha obviado el conjunto de expectativas y creencias que influyen

poderosamente en la recepción y uso del conocimiento matemático y científico (Cortas y Nordlander, 2009; Goldin et al. 2009).

Una primera discrepancia en un alumno que se inicia en la resolución de problemas está frecuentemente relacionada con las siguientes creencias (Thompson y Thompson, 1989):

- El profesor es quien brinda los conocimientos y herramientas necesarios.
- Una tarea que implica resolver un problema, tiene como principal objetivo encontrar la solución, es decir, la respuesta correcta sin importar el procedimiento o las estrategias que se pongan en juego. Esta creencia tiene que ver con la naturaleza de las tareas.
- Si no se tienen el conocimiento necesario o la estrategia que lleve directamente a la solución correcta, no se puede hacer nada al respecto. Por lo tanto, los estudiantes se sienten altamente frustrados, frustración que se incrementa si su respuesta no es correcta

Durante la resolución de problemas existen estallidos emocionales que pueden variar desde muy suaves a muy intensos, son locales y están incrustados en situaciones contextuales especiales. Así, si se observa a un estudiante mientras resuelve un problema, es posible identificar las siguientes emociones básicas: curiosidad al empezar y felicidad si se resuelve el problema. Si el estudiante no puede resolverlo, es posible que surja tristeza, confusión, miedo, ira o repulsión dependiendo de la atribución que el estudiante brinde a la ausencia de progreso, por ejemplo. Existe un acuerdo general de que las emociones son funcionales y que tienen un rol importante en la adaptación humana a diferentes situaciones y aprendizajes, entre ellos la resolución de problemas matemáticos (Hannula, 2012a; Schlöglmann, 2002).

En este sentido, los estudiantes experimentan continuamente emociones negativas y positivas que influyen en sus procesos de búsqueda de la solución. Por lo tanto, son una parte esencial de la autorregulación durante los procesos de resolución de problemas.

Por otro lado, los problemas matemáticos son resueltos por seres sociales y en la complejidad del medio de aprendizaje donde múltiples objetivos necesitan ser dirigidos. De este modo, el trabajo en grupo, implica la necesidad de resolver dos tipos distintos de problemas: los problemas matemáticos y la negociación de relaciones cooperativas viables que les permita resolver los problemas matemáticos (Cobb et al. 1989; Hannula, 2012a).

En este sentido, las tres funciones de las emociones definidas por Hannula (2005, 2012a), evidencian la relación entre procesos emocionales y cognitivos, cuya expresión visible se puede apreciar más fácilmente durante la resolución de problemas:

1. *Adaptación fisiológica*: se presenta cuando el miedo o la ansiedad, por ejemplo, ante un problema matemático generan respuestas fisiológicas que disminuyen la efectividad de los procesos cognitivos.

2. *Autorregulación psicológica*: las emociones tienen influencia directa en los procesos cognitivos; dirigen la atención, la inclinación y la memoria. Las emociones positivas pueden promover un pensamiento más inductivo y de abajo hacia arriba, mientras las emociones negativas pueden promover el pensamiento deductivo y de arriba hacia abajo. Aunque no existen evidencias suficientes para concluir que pueda tratarse de todas las emociones positivas o negativas, parece que las emociones positivas pueden facilitar los aspectos creativos de la resolución de problemas, mientras las negativas pueden facilitar la recuperación fiable de la memoria y el rendimiento en rutinas, lo que también es esencial en ciertas fases de la resolución de problemas. Los niveles más intensos de ansiedad pueden ser muy perjudiciales para la resolución de problemas y el mecanismo sugerido es la sobrecarga de la memoria de trabajo ya que el estudiante está preocupado por su miedo a las matemáticas y su ansiedad. Con respecto a la memoria, las emociones no solo inclinan a la recuperación de la memoria, sino también funciona como un *fijador* en el almacenamiento en la memoria a largo plazo. Un estudio reciente identificó que la actividad en la amígdala durante una experiencia de “¡Ajá!” o “¡Eureka!” es un fuerte predictor de qué soluciones permanecerán en la memoria a largo plazo.
3. *Adaptación social*: surge cuando los estudiantes deben interactuar con sus iguales para resolver un problema matemático de manera cooperativa. En esta situación, el estudiante debe resolver dos problemas distintos: el problema matemático y los relacionados con las interacciones. En la coordinación de la conducta colaborativa, las emociones se expresan e interpretan inconscientemente. Estos procesos también pueden efectuarse de manera consciente y de este modo, las emociones pueden ser utilizadas como significado para resolver problemas de comunicación y se vuelven susceptibles a la interpretación al transformarse en sujeto de reflexión y reevaluación.

La comunicación emocional en la coordinación de conductas de resolución de problemas en contextos colaborativos puede ser muy poderoso, por ejemplo, compartiéndolas en intimidad cognitiva, es decir, en la interacción íntima entre ellos y con la tarea que deben resolver. Esta intimidad está indicada por uno de los estudiantes que continúa o completa lo que el otro estudiante afirma y ocasionalmente ambos hablan al unísono. Es un ejemplo de una situación donde los estudiantes pueden conseguir sus objetivos sociales y cognitivos simultáneamente. Esta intimidad dual con los compañeros y las matemáticas es gratificante para los estudiantes y además puede ser una herramienta extremadamente útil para mejorar el clima de clase. Un problema con este tipo de intimidad es el que a veces puede excluir a otros estudiantes.

Por ejemplo, la ira facilita adaptaciones fisiológicas para ciertos obstáculos cuando se enfrenta un problema físico, como mover un objeto pesado, y resulta menos funcional cuando se enfrentan desafíos cognitivos de manera colaborativa. Por otro lado, los aspectos fisiológicos de una experiencia emocional y sus efectos residuales pueden interferir en los siguientes episodios emocionales. Por lo tanto, los efectos secundarios

no deseados de la reacción emocional puede considerarse como *ruido emocional* que puede interferir produciendo confusión en la suave comunicación emocional (Hannula, 2012a).

[...] emotions are an essential part of problem solving. Some emotions direct attention and intuition and are functional, perhaps necessary, in the process of successful problem solving. Emotions play an important part also in learning from the experience of both successful and unsuccessful problem solving. Moreover, emotions influence the formation and development of mathematics-related motivation, attitudes, and beliefs. As some emotions seem to be more beneficial to learning outcomes than others, teachers and curriculum developers need to pay attention to the student emotions. [(...) las emociones son una parte esencial de la resolución de problemas. Algunas emociones dirigen la atención y la intuición y son funcionales, tal vez necesarias, en el proceso de resolución exitosa de problemas. Las emociones también juegan un papel importante en el aprendizaje a partir de la experiencia tanto de la resolución de problemas exitosos como de los fallidos. Además, las emociones influyen en la formación y el desarrollo de motivaciones, actitudes y creencias relacionadas con las matemáticas. Como algunas emociones parecen ser más beneficiosas para los resultados de aprendizaje que otras, los profesores y los desarrolladores de planes de estudio deben prestar atención a las emociones del estudiante] (Hannula, 2012a, p. 282).

Al respecto, Goldin (2000) identifica las siguientes relaciones entre emoción y cognición durante la resolución de problemas:

1. *Curiosidad*. Este estado puede codificar la pertinencia de la exploración así como de heurísticos. Se evocan preguntas divergentes orientadas sobre todo a encontrar qué puede suceder en la situación problemática más que a un objetivo relacionado con el estado emocional. Se recuperan procesos heurísticos particulares, como casos especiales, también pueden evocarse razones exploratorias de planificación anticipada. Una característica de la curiosidad que puede considerarse motivadora, es que puede ser práctica (el deseo de utilizar el objetivo para algún otro propósito) o basado en la autoridad (la necesidad de seguir las instrucciones del profesor o de aprobar un examen). Sin curiosidad, otros motivadores pueden evocar objetivos dirigidos hacia procesos algorítmicos. En ocasiones, la curiosidad también puede actuar contra otros afectos motivadores, por ejemplo la urgencia de lograr un objetivo rápidamente por razones prácticas o basadas en la autoridad.

Las consecuencias de definir el problema de la curiosidad pueden incluir preguntar por qué algo sucede en una situación, procurando encontrar un dominio más amplio al que pueda generalizarse el patrón y definiendo nuevos objetivos.

2. *Asombro*. Esta emoción puede codificar la existencia de información inesperada o aparentemente contradictoria y también la necesidad de resolver una pregunta sin respuesta. Puede evocar en un estudiante competente la decisión de tratar “casos especiales” o “pensar en un problema simple” o “construir un diagrama”, entre otros.

El uso de estos procesos heurísticos tiene como elemento común un plan avanzado para comprender mejor el problema (por ejemplo, para entender las características más desconcertantes a través de casos especiales, diagramas o problemas relacionados y más simples). Los resultados pueden ayudar al estudiante a aliviar el afecto desplazándolo hacia un estado de ánimo positivo, incluso de euforia.

3. *Desconcierto*. Puede indicar algún aspecto importante sin resolver sobre cómo proceder con el problema. Codifica la existencia de algún fallo en la comprensión del problema o el reconocimiento de algo inadecuado en la representación imaginaria real del estudiante sobre la situación problemática. Puede evocar otros heurísticos de comprensión de problemas, como los recuperados a partir del asombro o puede provocar el uso de métodos antiguos pero fiables para resolver el problema (que en el pasado permitieron obtener resultados positivos). El desconcierto también puede iniciar un saludable reto a la autoridad. El estudiante desconcertado puede cuestionar lo que el libro o el profesor afirman sin una razón adecuada. Esto es posible porque puede codificar una insistencia en el estudiante en la construcción de una representación cognitiva adecuada para respaldar o refutar las fuentes autoritarias.
4. *Frustración*. El desánimo y la frustración codifican ausencia de progreso. Sugieren que se ha probado un proceso una y otra vez sin éxito o que una sucesión de estrategias resultan en pequeños avances en la comprensión. El afecto permite que esta información esté disponible inmediatamente aunque lo hace de manera desagradable. La frustración no necesariamente es una consecuencia negativa pues evoca numerosos procesos heurísticos útiles: empezar de nuevo, intentar una estrategia totalmente nueva o una lluvia de ideas de métodos que puedan ayudar, intentar con un problema más simple, entre otros. Se tienen en cuenta, incluso, estrategias que podrían parecer irracionales o ridículas en un primer momento. La frustración puede ir acompañada de desesperación y esta puede permitir que el estudiante olvide los límites que normalmente tendría en cuenta, incrementando de este modo la flexibilidad de pensamiento.
5. *Ansiedad, miedo y desesperación*. Al producirse la transformación de la frustración a ansiedad, miedo y desesperación; estos continúan evocando heurísticos. Sin embargo el problema ha cambiado, ya no se trata de un problema matemático sino de un problema social; es decir, cómo superar un malestar continuo o salir de una situación que se ha vuelto insoportable. En esta situación, el afecto evoca competencias de supervivencia tales como evitación más que heurísticos de resolución de problemas matemáticos. Para un estudiante que experimente sentimientos extremadamente negativos, puede resultar útil aceptar la autoridad intentando mitigar la ansiedad a través de obedecer. El estudiante puede intentar adivinar una respuesta que se asumió como la esperada, o buscar procedimientos memorizados previamente. En esta situación puede ayudar imitar los procedimientos indicados. Pueden desarrollarse, también, consecuencias cognitivas y afectivas más severas y dañinas como la construcción del poder de los mecanismos de defensa y evocar en este estado

afectivo competencias heurísticas para la evitación de la resolución de problemas u ocultando las deficiencias autoatribuidas, o incluso ambas.

6. *Ánimo y placer*. El ánimo que sigue a un éxito parcial puede evocar la aplicación continuada del método exitoso. Este estado, especialmente si sigue al desconcierto y la frustración se transforma en júbilo si el método utilizado funciona. El placer se intensifica cuando dicho método es propio del estudiante en lugar de ser sugerido por el profesor. El rol del ánimo puede evidenciarse cuando este es externo a través de alguna frase del profesor y que en muchos casos puede ser suficiente para superar las dudas del estudiante y permitirle persistir en la búsqueda de la solución.
7. *Euforia y satisfacción*. La euforia codifica un descubrimiento, o al menos la creencia de que se ha alcanzado. Puede ser la dimensión afectiva de la experiencia del “¡Ajá!” o “¡Eureka!”. El estudiante imagina representaciones que pueden ser reconstruidas con la percepción de nuevos resultados. Es posible detectar una relación estructural con otro problema. En el caso de un estudiante experto en resolver problemas, la euforia puede ser un poderoso evocador de procesos que buscan nuevas interpretaciones para, por ejemplo, reexaminar el problema desde el principio (la vuelta atrás de Polya), con la ayuda de nuevas configuraciones cognitivas que condujeron al sentimiento de euforia en primer lugar. La satisfacción codifica la solución del problema, la evaluación retrospectiva del proceso de evaluación y el sentido del estudiante de haber aprendido algo nuevo. Se transforma rápidamente en autosatisfacción, construyendo a la construcción del autoconcepto global positivo y las estructuras de autoidentidad en relación con las matemáticas.

Un estudio sobre las emociones de madres e hijos sobre los procesos de resolución de problemas en contextos de deberes en casa identificó las emociones que surgen en la interacción entre la madre y el niño: tensión, angustia, desaliento, frustración, tristeza, aburrimiento, apatía, ira, repulsión, desprecio, interés positivo, cariño, alegría, placer, humor y orgullo. Dicho estudio también respalda la hipótesis de que las emociones son a la vez una influencia y un resultado del rendimiento en matemáticas y sugiere una relación recíproca donde tanto la madre y el niño pueden iniciar cambios importantes en el estado emocional del otro (Else-Quest et al. 2008; Hannula, 2012a).

Al respecto, DeBellis y Goldin (2006) identifican como emociones que surgen en la resolución de problemas en solitario a la curiosidad, el asombro, el desconcierto, la frustración, el placer, el entusiasmo, la satisfacción, la ansiedad y la desesperación; emociones que también son importantes para los procesos de autorregulación. Las experiencias matemáticas íntimas (constructo proveniente de su aproximación teórica) implican representaciones internas de amor y respeto por los demás.

Por otro lado, es frecuente encontrar en una misma clase estudiantes con expectativas totalmente opuestas frente a una misma manera de enfocar los contenidos. Ante una situación así, se presenta una incoherencia entre los objetivos del profesor y las expectativas de los estudiantes cuyo origen podría ubicarse en las creencias del estudiante sobre el rol del profesor (Adams, 1989).

Con respecto a la investigación centrada en lograr explicaciones a las respuestas no realistas de los estudiantes a problemas de enunciado verbal, se concluyó que no se debían a ningún tipo de déficit cognitivo y que aunque es fácil asumir que los estudiantes no le dan sentido a lo que hacen, sí construyen y le dan sentido a sus acciones a un nivel mucho más profundo. Cada conducta dentro de los escenarios escolares representa la construcción de un conjunto de creencias y conductas que se reconocen como adecuadas. Es decir, la tendencia de los estudiantes a descuidar el conocimiento del mundo real está relacionada con creencias sobre los problemas de enunciado verbal y sobre cómo deben resolverse. Entran en juego, también, otros factores relacionados con los aspectos sociales y culturales del aula y las relaciones que se establecen en ella, así como también la conducta de los estudiantes mientras trabajan matemáticas en su clase con otros estudiantes y el profesor (Depaepe et al. 2015).

Los principios y juicios estéticos también han sido considerados como componentes importantes de la resolución de problemas matemáticos y fueron relacionados con cuestiones afectivas y emocionales. Silver y Metzger (1989) definen dos roles distintos para la estética dentro de la resolución de problemas: sirve de guía para la toma de decisiones durante el proceso y permite la evaluación de la solución alcanzada. Pueden clasificarse como tipos de monitorización y evaluación estéticas.

Una característica importante de la monitorización estética es su fuerte componente afectivo. Si la evaluación estética es positiva, hay sentimientos de satisfacción y viceversa. Estos sentimientos pueden conducir a acciones adecuadas; por ejemplo, si la evaluación es negativa, el sentimiento de insatisfacción podría desembocar en la búsqueda de una solución más elegante. Otra característica a tener en cuenta es que establece vínculos metacognitivos entre la monitorización y la evaluación estéticas y las respuestas emocionales de quien se enfrenta al episodio de resolución de problemas. Sin embargo, también es posible que otros tipos de monitorización sean significativos, la evaluación de las actividades de la resolución de problemas no siempre pasa por la estética. Una diferencia importante entre la monitorización estética y otros tipos de monitorización es que esta tiene un fuerte componente afectivo. Las decisiones sobre los pasos a seguir se toman porque el resolutor siente que debe hacer algo determinado porque se siente satisfecho o atraído por el método o el resultado.

Por otro lado, la belleza de una solución no necesariamente implica utilidad y los principios estéticos por sí mismos y actuando de manera aislada no dirigen hacia acciones cognitivas efectivas; aunque puedan servir como una guía poderosa para actividades cognitivas, no garantiza el éxito.

La relación entre la estética y las reacciones emocionales puede apreciarse, por ejemplo, en la decepción por la incapacidad de dar una respuesta estéticamente satisfactoria. Por otro lado, el problema en sí mismo puede despertar o anular el interés del resolutor permitiendo que se enfrente a la tarea o la abandone. La monitorización estética se presenta tanto como una guía para la toma de decisiones como el filtro para la valoración del resultado obtenido (Silver y Metzger, 1989).

B. El rol del profesor sobre los afectos relacionados con la resolución de problemas

Los profesores se enfrentan cotidianamente a las cuestiones afectivas de sus estudiantes durante la resolución de problemas y deben tomar decisiones sobre sus procesos de enseñanza basadas en las interpretaciones que hacen de ellas. Con frecuencia no tienen las estrategias adecuadas para hacer gestionar las reacciones emocionales de los estudiantes, o para ayudarles a regularlas; por ello, la investigación sobre afecto y resolución de problemas debe tener en cuenta el rol del profesor (Adams, 1989).

Pretender lograr una adecuada instrucción en la resolución de problemas, implica que el profesor deba asumir que deberá tratar con los cambios en los estados afectivos de los estudiantes como resultado de su enfrentamiento a situaciones nuevas. La resolución de problemas es una ocasión para generar discrepancias importantes entre las expectativas de los estudiantes, actividad que probablemente generará fuertes reacciones emocionales tanto en los alumnos como en el profesor (Marshall, 1989; McLeod, 1989; Thompson y Thompson, 1989).

En los contextos escolares, las emociones deben ser reguladas; es decir, es preciso tener en cuenta las distintas formas en que los seres humanos influyen en sus propias emociones, en qué momentos o situaciones las experimentan, cómo es su vivencia y expresión. El profesor puede influir en la regulación emocional de sus estudiantes a través de modelizar estrategias de regulación que les permitan aprender a reconocer y comprender el rol de diferentes emociones en la resolución de problemas y también aprender maneras distintas de controlar la experiencia y la expresión de dichas emociones (Hannula, 2012a).

Al respecto, Grouws y Cramer (1989) afirman: “Our research suggests that certain teaching conditions and structures may facilitate, or even be prerequisites for the development of positive affective responses to problem solving.” [Nuestra investigación sugiere que ciertas condiciones y estructuras de enseñanza pueden facilitar, o incluso ser prerequisites para el desarrollo de respuestas afectivas positivas a la resolución de problemas] (p.160).

Estas mismas conclusiones fueron obtenidas desde distintas aproximaciones e investigaciones. Por ejemplo, Thompson y Thompson (1989) plantean las siguientes recomendaciones para facilitar la generación de afectos positivos y disminuir los negativos durante la resolución de problemas:

- Organizar a los alumnos para trabajar en grupo reduciendo así la presión sobre una sola persona.
- Demostrar cercanía y disposición a ayudar contribuyendo de este modo a la apertura de los estudiantes y generando un ambiente de trabajo más positivo y con niveles bajos de estrés
- Felicitar a los estudiantes por compartir ideas y sugerencias.
- Alentar continuamente.
- Darles tiempo para pensar, manipular y resolver.

- Evitar hacer comentarios o plantear juicios, permitir que las observaciones provengan de los iguales.
- Mantener ambiente positivo en la clase.
- Plantear tareas interesantes y atractivas planteando también estrategias generales que puedan resultar útiles.
- Procurar que los estudiantes reconozcan el proceso cognitivo implicado en la resolución de un problema; reconocerlo y valorarlo como una actividad intelectual interesante y productiva, así como reconocer la evaluación y crítica reflexiva que deba hacer sobre sus propias ideas y sobre las de los demás.
- No pretender evitar la generación de emociones negativas, enfocar la atención en la manera en que los estudiantes se enfrentan a ellas cuando ocurren y en lo que los impulsa a perseverar en el problema al margen de su complejidad.

Por su parte, Adams (1989) plantea las siguientes:

- Incorporar en la dinámica de resolución de problemas los *problem-solving reports*, informes estructurados por los estudiantes en los que reflejan sus sentimientos y pensamientos durante el proceso de resolución del problema²⁶. De esta manera, los estudiantes asumen consciencia de sus procesos, de la variabilidad de sus estados afectivos y las situaciones que los generan. También se pone en evidencia la frecuencia con que se experimentan dichos fenómenos, en uno mismo y en los demás, eliminando la posible creencia de asumir a los procesos afectivos como respuestas inusuales.
- Facilitar un trato más cercano e individual que permita a los estudiantes reconocer la capacidad de control sobre sus propios procesos de aprendizaje.
- Permitir y animar a los estudiantes a hablar sobre su propia ansiedad.
- Permitirles trabajar en grupos o pedir ayuda. Si la ayuda es extensa, el estudiante debe preguntar por los procesos de pensamiento que se producen en quien le ayuda durante el trabajo e incluir esta información en su informe o protocolo escrito.
- Hablar con el grupo sobre el contenido de los informes/protocolos. Comentar las respuestas afectivas de los estudiantes así como los distintos métodos utilizados para resolver el problema.

Hannula (2012a) considera:

- Procurar un estilo de enseñanza basado en la generación de la autonomía y que permita a los estudiantes pensar y decidir por sí mismos, permite a los estudiantes regular sus emociones de manera más efectiva.
- Para el trabajo de la regulación de las emociones de los estudiantes, construir normas sociales en el aula que los animen a regular sus propias emociones y las de los

²⁶ Conocidos también como *protocolos* de resolución de problemas.

demás. Las normas también facilitan la construcción de un espacio seguro para la exploración y disfrute del trabajo.

- Presentar los problemas desde el humor y la distensión. Bromear, reducir la tensión y animar a buscar el apoyo de los compañeros también es una estrategia eficaz para enfrentarse a la frustración y otras emociones negativas.
- Una aproximación abierta puede brindar oportunidades para conocer las necesidades de autonomía, competencia y pertenencia al grupo.
- Los problemas matemáticos abiertos también han demostrado tener efectos positivos sobre el afecto y el rendimiento teniendo en cuenta que traen consigo diversidad de emociones al aula incluyendo *flow*²⁷.
- Las distintas formas de trabajar con problemas pueden brindar oportunidades a los estudiantes de enriquecer sus objetivos sociales de pertenencia.
- Encontrar la solución al problema puede brindar un sentimiento de objetivo cumplido, hazaña conseguida y orgullo para todos los estudiantes. Esto puede ser el mejor logro a través de centrarse en el proceso y a través de resaltar la variación importante en las ideas y la percepción de los intentos fallidos como oportunidades importantes para el aprendizaje.

De acuerdo con Cobb, Yackel y Wood (1989):

- Fomentar la autonomía.
- Descartar interpretaciones o juicios que pudieran generar vergüenza.
- Incentivar el trabajo en pequeño grupo y el diálogo entre sus componentes.
- Centrar la atención en los estudiantes que presentan más problemas.
- Si surge un conflicto en un grupo pequeño, plantearlo a toda la clase buscando una solución consensuada.
- Construir normas enfocadas a los afectos relacionados con la resolución de problemas.

Silver y Metzger (1989) consideran:

- Trasladar a las aulas la importancia de la estética matemática como componente del pensamiento matemático y explorar a partir de experiencias que permitan a los estudiantes apreciar y reflexionar sobre los principios estéticos fundamentales.
- Evitar el uso perverso de las facultades estéticas de las matemáticas, no tratar con pedantería su parsimonia o simplicidad. Para ello, el profesor debe guiar en la búsqueda de esos atributos en lugar de pretender transmitirlos y que los estudiante los asuman como ciertos de manera pasiva, pues esta situación podría, también, limitar la imaginación de muchos estudiantes.

²⁷ Flow o *fluir*, es un término acuñado por Mihály Csikszentmihályi (1997), describe un estado de concentración en una tarea cualquiera. Asumido como el estado óptimo de motivación intrínseca. Forma parte de los antecedentes relacionados de la presente investigación.

- Inculcar estos principios como guías de la conducta de los sistemas de valores y creencias propios. Se ha demostrado empíricamente que estos principios estéticos no se encuentran en el producto final de los matemáticos, sino en el proceso de búsqueda y selección. Por lo tanto, debe pretenderse introducir a los estudiantes en ese mundo de búsqueda y refinamiento propio de las matemáticas en el que los principios estéticos juegan un papel muy importante.

C. El modelo de comportamiento de aprendizaje autónomo (ALB)

The Autonomous Learning Behavior Model (ALB) fue planteado por Fennema y Peterson²⁸ con el propósito de ubicar de manera consistente las diferencias de género halladas en la investigación en Educación Matemática, desde una perspectiva que produzca hipótesis de investigación relevantes, buscando también una posible explicación a las diferencias de género en matemáticas. Entre estas diferencias resalta el mayor logro en matemáticas en hombres que en mujeres.

El modelo ALB considera los factores afectivos, principalmente los sistemas de creencias internos, así como también las influencias sociales externas. Sin embargo, no considera los resultados educativos. Por el contrario, incorpora las conductas de aprendizaje autónomo como factor mediador entre los dos anteriores factores y el desempeño en tareas de alto nivel cognitivo, como la resolución de problemas que implica la búsqueda de la solución a una situación que todavía no se sabe cómo afrontar ni qué pasos seguir para resolver. Para ello, es necesario ir más allá de los procesos mentales con los que ya se cuenta y hacer algo diferente de lo que se había hecho antes. Por lo tanto, para resolver un problema es necesario pensar de manera autónoma e independiente. El pensamiento independiente requiere autodirección, autorregulación y actividades de procesamiento de la información autónomas (Fennema, 1989).

Para desarrollar las habilidades que se requieren para el trabajo autónomo se debe participar en actividades que desarrollen esa autonomía, tal como plantea el modelo ALB. Este modelo incluye pensar independientemente sobre la solución del problema, elegir hacerlo, persistir en él y lograr el éxito. Es decir, se aprende a resolver problemas resolviendo problemas.

También es posible resolver problemas tanto dentro como fuera de clase, de manera grupal o individual. El componente fundamental es que la actividad requiere el compromiso de involucrarse en una actividad mental que va más allá de lo que se había hecho antes y hacerlo de manera autónoma, de manera que se construya un marco conceptual que permita seguir utilizando las matemáticas en otros contextos así como realizar tareas de alto nivel cognitivo (Fennema, 1989).

La influencia que el modelo otorga a los dos factores que reconoce sobre el aprendizaje autónomo y la resolución de problemas son:

²⁸ En Fennema, E. y Peterson, P. L. (1985). *Autonomous learning behavior: A possible explanation of gender-related differences in mathematics*. In L. C. Wilkinson y C. B. Marrett (Eds.), *Gender-related differences in classroom interactions* (pp. 17-35). New York: Academic Press.

1. El sistema interno de creencias influye en la participación de los estudiantes en el ALB. Participación que finalmente permitirá aprender de forma autónoma. Dicho sistema está constituido por múltiples componentes; sin embargo, si nos centramos en las diferencias de género, solo tres variables afectivas interrelacionadas son relevantes: la confianza en las propias habilidades para hacer matemáticas; la percepción de la utilidad de las matemáticas y la atribución causal en matemáticas. El sistema de creencias influye en la disposición a involucrarse en el modelo y permitirse aprender de manera autónoma.
2. Factores sociales y externos. Influyen tanto directa como indirectamente a través del desarrollo de los sistemas de creencias. Existen muchos factores externos pero el modelo considera al profesor como el más influyente en el aprendizaje de las matemáticas y cuyas intervenciones en clase pueden modificarse, resaltando la importancia del contexto de aula donde los estudiantes tienen más oportunidades de aprender y participar en el modelo. Todo lo que el profesor hace y dice, sus propias creencias y expectativas así como las actividades que plantea, cómo las plantea y cómo anima a los estudiantes a participar contribuyen a la formación de creencias de los estudiantes.

Este modelo demuestra la relación entre variables afectivas, influencias externas y los resultados más importantes del trabajo de las matemáticas. Actúa como un mediador entre afecto, profesor y resultados. Para lograr el éxito en el aprendizaje de la resolución de problemas es preciso tener la capacidad de pensar de manera independiente, persistir hasta que la tarea haya sido resuelta de manera satisfactoria. Es decir, este modelo enseña a los estudiantes qué deben hacer (Fennema, 1989).

El modelo ALB, aunque sea genérico, también es útil para mostrar la influencia del afecto en los resultados educativos de las mujeres porque tiene en cuenta variables afectivas que tienen bases teóricas consolidadas provenientes de otras aproximaciones y disciplinas. Dichas variables se han definido de manera clara y precisa haciendo una especie de traducción orientada al caso específico del aprendizaje matemático, a diferencia de las primeras investigaciones sobre actitudes.

Las variables afectivas que considera son: confianza, autoestima, capacidad de involucrarse en algo, capacidad de elegir, perseverancia y estilo/perfil de atribución. Estas variables están relacionadas con los procesos cognitivos. Por ejemplo, el estilo de atribución influye en el aprendizaje como una variable mediadora sobre las actividades cognitivas. Las creencias sobre uno mismo así como la autoestima influyen en la disposición para interactuar con cualquier tipo de información, por lo que también influyen en el aprendizaje. Del mismo modo, este modelo sugiere que el afecto influye en la persistencia, que a su vez, influye en el aprendizaje de las matemáticas teniendo en cuenta que las creencias internas son, probablemente, una razón para no permanecer en un bloqueo durante la resolución de problemas.

3.5.3.2. Orientación por competencias y por rendimiento

Schulz (2009) considera fundamentales dos orientaciones en términos de práctica docente: la basada en las competencias y la de rendimiento. Ambas orientaciones están delimitadas por los estándares marcados por la administración educativa, y estructuradas con el objetivo de mejorar el aprendizaje de los estudiantes. El rendimiento de los alumnos es evaluado por pruebas comparativas cuyos resultados son cotejados utilizando los criterios de los objetivos de aprendizaje que han sido definidos por estándares. De acuerdo a los paradigmas de la orientación de resultados, la interacción entre estándares definidos y la medida del rendimiento de los estudiantes, así como la autonomía del profesor, mejoran la calidad de la enseñanza. Son ejemplos los estándares planteados por la NCTM así como también las pruebas que se llevan a cabo en diversos países por la OCDE a través de las pruebas Pisa.

Se entiende por competencia al conjunto de conocimientos y habilidades que permiten resolver problemas en diversidad de situaciones. Es decir, se considera a la competencia como la integración de conocimientos, habilidades y actitudes que permiten a un individuo resolver problemas en diversas situaciones (Schulz 2009). Las competencias deben ser flexibles y sostenibles, características que influyen en cómo se desarrollan las habilidades y las actitudes positivas. Estas afirmaciones tienen implicaciones directas para la práctica docente. La orientación por competencias no solo incluye la perspectiva de objetivos de aprendizaje, también tiene implicaciones para las prácticas de enseñanza que parecen ser apropiadas para el desarrollo de los objetivos de aprendizaje planteados por dicha orientación. En este contexto, la orientación por rendimiento solo es una parte de la orientación por competencias.

Una consecuencia de reconocer la relación del concepto de competencia con el proceso de activación del conocimiento, de habilidades y actitudes en una variedad de contextos (denominados situaciones problemáticas) es que la sostenibilidad y la comprensión se han convertido en los principales objetivos de aprendizaje. Se piensa que ambos dependen de modelos mentales sostenibles, es decir que un estudiante integra ideas básicas adecuadas sobre un nuevo concepto matemático en su sistema de opciones de explicaciones y actividades. Este modelo de ideas básicas puede resumirse como la perspectiva sobre el aprendizaje como un proceso activo e interactivo (Schulz, 2009).

Estas orientaciones se encuentran dentro del grupo de las teorías centradas en distintos aspectos de la disposición, teniendo en cuenta que dichos estudios se centraron, frecuentemente, en la relación entre un rasgo afectivo característico (ansiedad, actitud, motivación o creencias) y el rendimiento en matemáticas. Probablemente, la primera aproximación para explorar la conexión entre disposición y rendimiento en matemáticas se encuentra en los numerosos estudios sobre la ansiedad matemática y su correlación negativa con el desempeño en matemáticas; del mismo modo se confirmaron relaciones similares entre actitudes hacia las matemáticas y rendimiento (Hannula, 2012a; McLeod, 1992).

También existen evidencias empíricas concluyentes de la correlación positiva entre motivación y desempeño, aunque la investigación sobre motivación tiene muchas

aproximaciones teóricas y el uso de la terminología en ocasiones resulta confuso. Se ha confirmado, por ejemplo, que la motivación intrínseca (interés en la tarea) es más productiva que la extrínseca. En la teoría de los objetivos de logro, se ha hallado una relación positiva entre orientación de objetivos de maestría y rendimiento. Los resultados concernientes a la orientación por objetivos de desempeño y rendimiento han sido menos consistentes. Algunos identificaron conductas de aprendizaje negativos mientras otros resultados indican que la orientación del desempeño dirige a conductas de aprendizaje positivo y buen rendimiento (Hannula, 2012a).

Finalmente, aunque los estudios indican una correlación clara entre el afecto relacionado con las matemáticas y el rendimiento, es más difícil confirmar la dirección de la causalidad. Es así que existen estudios que concluyeron que la correlación entre afecto y rendimiento sigue la dirección afecto-rendimiento y otros que plantean lo contrario, es decir que dicha correlación sigue la dirección rendimiento-afecto. Si consideramos estos estudios sobre afecto y rendimiento de manera conjunta, es posible concluir que la causalidad es más recíproca que unidireccional (Hannula, 2012a).

[...] we can conclude that there is strong evidence for the correlation between student disposition towards mathematics and their actual performance in mathematics. High achievement is related to liking mathematics and determination to do well. Moreover, the relationship is reciprocal; indicating that changes in either can lead to changes in the other. Moreover, beliefs about mathematics and problem solving may direct the problem solver to explore venues that support innovative solutions or they may suggest staying on more familiar paths. [(...) podemos concluir que existe una fuerte evidencia de la correlación entre la disposición de los estudiantes hacia las matemáticas y su desempeño real. El alto rendimiento está relacionado con el gusto por las matemáticas y la determinación de hacerlo bien. Además, la relación es recíproca, lo que indica que los cambios en una de las dos pueden dar lugar a cambios en la otra. Además, las creencias acerca de las matemáticas y la resolución de problemas pueden dirigir al resolutor a explorar lugares que apoyen soluciones innovadoras o sugerir permanecer en vías más familiares] (Hannula, 2012a, p. 272).

3.5.3.3. Aproximaciones de cambio y desarrollo

Goldin et al. (2009) plantean una aproximación para la mejora del aprendizaje de las matemáticas, alternativa a la de resolución de problemas. Se basa en asumir como objetivo central de la enseñanza cambiar y desarrollar el estado del aprendiz, asumiendo que el aprendizaje es en sí mismo un proceso de cambio de los estados mentales internos. Dicho cambio busca adaptar los esquemas existentes a las nuevas perspectivas que requiere una situación de aprendizaje específica. En las aproximaciones de cambio y desarrollo para el aprendizaje de las matemáticas, la evaluación se vuelve una herramienta fundamental. El conflicto surge tanto a nivel de las actividades de enseñanza y aprendizaje como a nivel del rol del profesor para facilitar el aprendizaje.

Frecuentemente, las creencias están vinculadas al autoconcepto de quien las posee y tienen la función de proteger a la persona de las ideas o pensamientos que puedan

resultar incómodas; motivo por el cual no es sencillo modificar dichas creencias. Teniendo en cuenta que las creencias no son entidades únicas sino que surgen agrupadas, no es posible reemplazar una única creencia sino que se debe cambiar conjuntos de creencias teniendo en cuenta que están entrelazadas dentro de sistemas con otras creencias. “As long as beliefs are organized as mental states open for development, beliefs can be extended without changing them in their core.” [Mientras las creencias se organicen como estados mentales abiertos al desarrollo, las creencias pueden extenderse sin cambiar en su núcleo] (Goldin et al. 2009, p. 8).

El cambio en las creencias de los maestros también ha sido un tema de interés dentro de esta aproximación, asumiendo como vías efectivas para su modificación la socialización y las vivencias-experimentación. Por otro lado, si se poseen creencias profundas y fuertes, la asimilación de información nueva es más sencilla de lograr que acomodar la ya existente. Para que una creencia pueda ser modificada, el que la posea debe desear ese cambio así como considerar que las nuevas creencias que vaya a construir son inteligibles y plausibles antes de que la acomodación tenga lugar. Las nuevas creencias deben ser consistentes con las otras concepciones y también debe haber conexiones funcionales con otras creencias de la estructura.

El aprendizaje depende de las creencias previas porque cumplen dos funciones distintas: le dan sentido al fenómeno actual volviéndolo inteligible y organizando y definiendo la información nueva. Es así, que las creencias no pueden ser reemplazadas a menos que sean fuente de insatisfacción consciente y reconocida; insatisfacción que no se producirá a menos que la persona no sea capaz de asimilar las nuevas creencias en concepciones ya existentes. Si esto ocurre, no se produce la asimilación e incluso la persona puede considerar irrelevante la información nueva para evitar, de este modo, posibles conflictos con las creencias que posee.

3.5.3.4. Aproximaciones de construcción de significado y sentido

Este enfoque también fue planteado por Goldin et al. (2009). Se trata de un conjunto de aproximaciones que consideran al aprendizaje como el proceso por el que se le otorga sentido, se genera significado, se adquiere o se construye comprensión.

El proceso de dotar de sentido y el origen de las creencias están muy relacionados, teniendo en cuenta que las creencias se desarrollan durante el proceso de búsqueda de sentido y significado para un objeto matemático determinado. “Since an individual’s perceptual and information processing capacity is limited, beliefs help to reduce and structure information to fit constrained patterns. In short, beliefs are at the heart of meanings.” [Dado que la capacidad de percepción y procesamiento de la información de un individuo es limitada, las creencias ayudan a reducir y estructurar la información para adaptarse a patrones limitados. En resumen, las creencias están en el corazón de los significados] (Goldin et al. 2009, p. 10).

En ocasiones, la reducción de la información no es aceptable y, por lo tanto, el problema de cambiar una creencia o sistema de creencias se convierte en un obstáculo potencial para el aprendizaje. Por otro lado, las creencias epistemológicas pueden ser decisivas

para la motivación del estudiante mientras los procesos de dotar de sentido y de generar creencias no pueden estar separadas del yo y reflejan aspectos de la identidad (como profesor o como estudiante). No hay nada intrínsecamente negativo sobre las creencias en relación a dotar de sentido a las matemáticas. “A belief or system of beliefs can function to facilitate or impede mathematical learning, depending on the belief, the object of belief, and the affordances provided by the belief.” [Una creencia o sistema de creencias puede facilitar o impedir el aprendizaje matemático, dependiendo de la creencia, el objeto de la creencia, y las posibilidades de desarrollo proporcionadas por la creencia] (Goldin et al. 2009, p. 10).

3.5.4. Meta-afecto

El concepto meta-afecto fue introducido por DeBellis y Goldin (1997), partiendo de reconocer la posibilidad de caracterizarlo, en relación al afecto, de un modo similar al que se caracteriza la metacognición (Goldin et al. 2009; Lester et al. 1989). “*Meta-affect* refers to affect about affect, affect about and within cognition about affect, and the individual’s monitoring of affect through cognition (thinking about the direction of one’s feelings) and/or further affect.” [El *meta-afecto* se refiere al afecto sobre el afecto, afecto sobre y dentro de la cognición sobre el afecto, y la monitorización del afecto del individuo a través de la cognición (pensando en la dirección de sus propios sentimientos) y/o del afecto más amplio] (DeBellis y Goldin, 2006, p. 136).

“In many situations, the meta-affect is actually the most important aspect of the affect.” [En muchas situaciones, el meta-afecto es en realidad el aspecto más importante del afecto] (Goldin, 2002, p. 62).

En este contexto, la cognición juega un papel muy importante para el meta-afecto. Si el estudiante sabe que hacer exploraciones matemáticas en un entorno en el que el error no tiene consecuencias, se sentirá seguro y podrá transformar sus emociones negativas en positivas. Las creencias, valores y ética también tienen un rol en el meta-afecto, teniendo en cuenta que influyen en cómo una emoción funciona ecológicamente en la personalidad del individuo (DeBellis y Goldin, 2006; Goldin, 2002; Goldin et al. 2009).

Las creencias establecen contextos meta-afectivos para la experiencia de la emoción conectada con las creencias. Las estructuras de creencias estables son cómodas pero no necesariamente satisfactorias, pueden únicamente actuar como mecanismos de defensa contra la pena o el dolor ayudando inconscientemente a quien las posee a sentirse un poco mejor consigo mismo. Este meta-afecto puede ser suficientemente fuerte para asegurar que incluso una persona cuidadosa, racional e inteligente encontrará garantía para mantener sus creencias incluso transgrediendo la evidencia de la experiencia. (Goldin, 2002)

El meta-afecto también puede brindar información sobre el estado afectivo en el que se encuentra un estudiante en un momento determinado. Permite que el observador no se limite a plantear hipótesis sobre si el estudiante experimenta una emoción y de cuál se trataría. A través de un proceso meta-afectivo, el estudiante puede compartir la información sobre su estado afectivo real así como también la relación entre este y otros

procesos afectivos y cognitivos, por ejemplo la interacción entre las emociones y las creencias (Goldin et al. 2009).

De este modo, el meta-afecto está estrechamente relacionado con la estabilidad de las creencias y de los sistemas de creencias en una persona, no solo porque le permite reconocer las emociones que interactúan con las creencias sino identificar los sentimientos asociados a la vivencia de esas emociones concretas. Los sentimientos de seguridad y orgullo sobre poseer determinadas creencias, las refuerza (Goldin, 2002; Goldin et al. 2009; Gómez-Chacón, 2015). “[...] prevailing belief structures in relation to mathematics are powerfully stabilized by meta-affect. Such beliefs are unlikely to change simply because factual warrants for alternate beliefs are offered.” [(...) las estructuras de creencias predominantes en relación con las matemáticas están fuertemente estabilizadas por el meta-afecto. Es improbable que tales creencias cambien simplemente porque se ofrecen garantías fácticas para creencias alternativas] (Goldin, 2002, p. 70).

La cultura escolar suele tener asociados ciertos valores y creencias referentes a lo que significa poseer habilidad y potencial matemático (por ejemplo). Este contexto puede evocar emociones personales que varían desde el orgullo y el placer (en algunos estudiantes) hasta la frustración y la ira (en otros). Los cambios de estados emocionales resultantes (en principio locales) forman patrones afectivos significativos que codifican información cognitiva. Dichos patrones se establecen mejor y se entrelazan con la cognición. Se crea en el individuo un contexto meta-afectivo para hacer matemáticas y las creencias individuales se construyen (por ejemplo, sobre la propia habilidad matemática o sobre la naturaleza de las matemáticas como un sistema de reglas aplicadas) que sirven para sostener el meta-afecto (Goldin, 2002).

Gómez-Chacón (2015) plantea el término metaemoción, al que asume como un conjunto organizado y estructurado de emociones y conocimientos sobre las propias emociones y las de los demás. Asume a metaemoción y metacognición como aspectos clave de la interacción entre afecto y cognición a través del autocontrol cognitivo y afectivo.

Hannula (2006a) lo denomina metanivel y lo considera fundamental para comprender los aspectos afectivos en escenarios de la vida real. Plantea que está formado por cuatro aspectos y dentro de cada uno de ellos es posible separar los aspectos de monitorización y control:

1. Metacognición (cognición sobre la cognición).
2. Emociones cognitivas (emociones sobre la cognición).
3. Cognición emocional (cognición sobre las emociones).
4. Metaemociones (emociones sobre emociones).

Desde este marco es posible asumir una visión distinta de la metacognición cuando es causada por una emoción. La dirección de la atención y la tendencia al procesamiento cognitivo no se entiende como parte de la metacognición sino como emociones

cognitivas. La cognición emocional incluye el conocimiento subjetivo de los estados y procesos emocionales propios. Los estudiantes son conscientes de sus emociones y las relacionan con situaciones específicas, entre ellas las clases de matemáticas. Este conocimiento subjetivo de las propias emociones son la base de las expectativas emocionales en situaciones diversas y dirigen la manera de acercarse a las situaciones matemáticas. También incluye la regulación consciente de nuestras propias emociones, regulación que tiene una influencia importante para la efectividad en la resolución de problemas.

Las emociones cognitivas son aquellas que están relacionadas con objetivos cognitivos (teniendo en cuenta que las emociones siempre están relacionadas con objetivos). Ejemplos de este tipo de emociones son la frustración y la curiosidad que están íntimamente relacionadas con la resolución de problemas. Los objetivos cognitivos pueden ser explícitos; por ejemplo cuando se pretende recordar un hecho o un procedimiento, o cuando se busca resolver un problema matemático. A veces puede ser un objetivo cognitivo más sutil; por ejemplo, comprender un determinado tópico (Hannula, 2006a).

3.5.5. Autorregulación

Hannula (2006a, 2006b) asume la autorregulación como la autogeneración de pensamientos, sentimientos y acciones que están planeadas y cíclicamente adaptadas para la consecución de logros personales. Por otro lado, si se asume el rol de la inconsciencia y la autorregulación automática, la planificación no debe asumirse como necesaria para la autorregulación.

Otra manera de conectar afecto y cognición es tomar constructos y procesos del yo y de la autorregulación como la característica combinada del poder del afecto y de la cognición. Alternativamente, el afecto puede también asumirse como el objeto de autorregulación, que mueve el foco sobre los procesos que regulan la generación y el desarrollo de constructos afectivos tales como la motivación (Zan et al. 2006).

Tradicionalmente, se han seguido tres ramas de investigación al respecto: investigación sobre estilos de aprendizaje, investigación sobre metacognición y estilos de regulación y teorías del yo incluyendo la conducta dirigida a objetivos.

La autorregulación se plantea como un sistema de control alternativo a la metacognición. Se trata de un sistema que implica una gestión amplia de la propia conducta a través de procesos interactivos entre dichos procesos de control distintos (el control de la atención, de la metacognición, de la motivación, de la emoción, de la acción y de la voluntad). Al asumir esta visión más amplia de la autorregulación, también es posible distinguir entre tres marcos temporales distintos:

1. La autorregulación rápida de acciones y pensamientos dentro de un contexto situacional concreto (por ejemplo, resolviendo una tarea matemática dada).
2. El marco intermedio que considera las características propias y psicológicas como constructos estables y que permiten la manipulación del contexto (por ejemplo, un niño resolviendo un problema y empieza a colaborar con un compañero).

3. El último marco temporal permite a los rasgos psicológicos ser contruidos y reconstruidos a través de la interacción con el medio (por ejemplo, el estudiante se vuelve más confiado a través de una serie de episodios exitosos de resolución de problemas (Hannula, 2006a).

La cognición, la motivación y la emoción tienen un rol distinto en la autorregulación tanto a nivel de rasgos como sobre los estados. La cognición se basa en la información sobre sí mismo y sobre las situaciones. La motivación brinda la dirección a la conducta teniendo en cuenta que existen necesidades que se desea satisfacer y objetivos que se quieren lograr. El rol de las emociones es regular el yo hacia la satisfacción de necesidades y también puede influir en la fisiología para adaptar el organismo a la situación (por ejemplo, para huir o para luchar) o inclinar la cognición de acuerdo a las necesidades más urgentes (la ansiedad desvía la atención hacia la amenaza) (Hannula, 2006a, 2006b).

Las creencias de los estudiantes sobre la accesibilidad de distintos objetivos constituyen otro aspecto de la regulación de la motivación. También se les denomina *creencias sobre la autoeficacia*. “The theory of self-regulation suggests that for a change in motivation to take place there must be a desired goal and one’s beliefs (including efficacy beliefs) must support the change.” [La teoría de la autorregulación sugiere que para que se produzca un cambio en la motivación debe haber una meta deseada y las creencias propias (incluyendo las creencias sobre la eficacia) deben apoyar el cambio] (Hannula, 2006b, p. 170).

Existen dos maneras distintas a través de las cuales el estado emocional se modifica: la primera es un análisis cognitivo (posiblemente inconsciente) de la situación con respecto a los objetivos propios y la otra es una reacción emocional automática, preconsciente a partir de un estímulo relativamente simple como un sonido (Hannula, 2006b).

Such automatic emotional reactions are based on earlier experiences that have left an association (a memory trace) between the emotion experienced in a situation and a specific element of the situation. In the mathematics class, such a stimulus might be, for example, the teacher’s tone of voice or the concept ‘fraction’. Such emotional associations form the core of attitude as an emotional disposition. [Tales reacciones emocionales automáticas se basan en experiencias anteriores que han dejado una asociación (un rastro de memoria) entre la emoción experimentada en una situación y un elemento específico de la situación. En la clase de matemáticas, tal estímulo podría ser, por ejemplo, el tono de voz del profesor o el concepto ‘fracción’. Tales asociaciones emocionales forman el núcleo de la actitud como una disposición emocional] (Hannula, 2006b, p. 170).

Dichas asociaciones permiten reacciones más cortas en el tiempo frente a posibles amenazas y también impiden futuros cambios en la conducta, pues carecen de flexibilidad, de este modo es posible distinguir entre una autorregulación automática y una más reflexiva. De manera paradójica, la regulación automática y aparentemente

ineficiente puede ser altamente eficiente si se combina con una autorregulación más reflexiva (Hannula, 2006b).

Gómez-Chacón (2011) afirma al respecto: “La toma de consciencia de la actividad emocional es un instrumento de control personal, un poderoso mediador en las relaciones con otros y un elemento clave de la autorregulación del aprendizaje en el aula” (p.27).

3.6. DIAGNÓSTICO Y EVALUACIÓN DE LOS AFECTOS. METODOLOGÍAS DE INVESTIGACIÓN

“Often emotional meanings are unconscious or preconscious, and difficult to verbalize or interpret. These features, among others, make the empirical study of affect extremely difficult.” [A menudo los significados emocionales son inconscientes o preconscientes, y difíciles de verbalizar o interpretar. Estas características, entre otras, hacen extremadamente difícil el estudio empírico del afecto] (DeBellis y Goldin, 2006, p. 133).

It is clear that gathering good data on the affective domain is a difficult task. Obtaining reliable data on the emotional aspects of problem solving is particularly difficult, but we believe that it is not only possible, but also necessary, to gather data on all aspects of the affective domain if we are to develop a more complete framework that can guide instruction in mathematical problem solving. [Está claro que la recopilación de buenos datos sobre el ámbito afectivo es una tarea difícil. Obtener datos fiables sobre los aspectos emocionales de la resolución de problemas es particularmente difícil, pero creemos que no solo es posible, sino también necesario, recopilar datos sobre todos los aspectos del dominio afectivo si queremos desarrollar un marco más completo que pueda guiar la instrucción en la resolución de problemas matemáticos] (McLeod, 1989, p. 255).

Leder (2006) considera que los componentes de la dimensión afectiva no son medibles directamente, motivo por el cual existe la necesidad de inferir su presencia, influencia y características desde las distintas respuestas que una persona brinda a través de instrumentos específicamente diseñados o a través de su conducta en ciertas situaciones.

Por su parte, Schlöglmann (2010) afirma que la investigación sobre el dominio afectivo en Educación Matemática debe tener en cuenta tres componentes fundamentales: la definición del concepto (independiente del estado formal de esta definición); las asociaciones y metáforas que combinan con la definición del concepto y los métodos de investigación que se utilizan para investigar y medir el concepto.

La motivación inicial en el estudio de las variables afectivas dentro del campo específico de la Educación Matemática surge por el deseo de comprender las diferencias de género con respecto a las matemáticas. Utilizando una metodología tradicional de investigación las variables de pensamiento que son importantes para explicar las

diferencias de género en matemáticas han sido identificadas y sus componentes han sido definidos en determinados ítems en distintas escalas. Las comparaciones entre hombres y mujeres hechas en dichas escalas y las correlaciones se han establecido entre esas variables y el aprendizaje de las matemáticas y la medición del logro (Fennema, 1989). Sin embargo, después de casi cuatro décadas de investigación sobre el dominio afectivo en Educación Matemática, todavía no existe claridad ni consenso en dos cuestiones fundamentales: terminología y metodología de investigación. Tradicionalmente, se han realizado sobre todo estudios cuantitativos y la tendencia actual está orientada a la definición de una metodología mixta, que incorpore elementos cuantitativos y cualitativos (Philippou y Pantziara, 2015).

Las evidencias sobre la existencia de procesos extracognitivos que influyen en el aprendizaje de las matemáticas y en el desempeño de los estudiantes, motivó y dirigió numerosas investigaciones que permitieron la construcción de las bases teóricas desde distintas aproximaciones. En ocasiones, la metodología empleada no era coherente con la teoría de la que partía y en otras, la metodología de investigación permitía delimitar de manera más clara y concreta ciertos constructos teóricos (Pepin y Roesken-Winter, 2015; Philippou y Pantziara, 2015).

Si la pretensión es medir un concepto, su descripción se formula en forma de ítems de un cuestionario y dichos ítems son una consecuencia de dicha definición, para lo que es preciso haberla estructurado previamente. Schöglmann (2010) afirma que se trata de una situación inevitable y para hacerle frente, los investigadores tuvieron que desarrollar distintos métodos cuya pertinencia está en función de la complejidad del fenómeno que se estudia. Frecuentemente se utiliza más de un método para solventar dicho problema

Aparentemente la mayoría de investigaciones se centró en una metodología estadística más que en la teoría. Es decir, los investigadores dieron definiciones escasamente explícitas de sus constructos. Por el contrario, dichas definiciones se inferían de los distintos tipos de instrumentos utilizados. Esta ausencia de claridad conceptual estuvo relacionada con el uso de instrumentos y constructos provenientes de la Psicología, sin elaboraciones teóricas específicas para la Educación Matemática (Zan et al. 2006).

Por ejemplo, los instrumentos para evaluar y medir actitudes no son consistentes con las diversas definiciones de actitud o con el hecho de si se da o no una definición explícita. Dichos instrumentos están casi exclusivamente basados en escalas de autoinformes; por ejemplo, las escalas de Thurstone o Likert. Estos instrumentos incorporan ítems relacionados con los aspectos conductuales, de creencias y emociones; es decir, teniendo en cuenta el modelo tripartito de las actitudes, sin considerar la definición planteada por dicho marco como punto de partida. Aunque los instrumentos han incrementado su sofisticación, sus resultados generalmente terminan en una reducción a la dicotomía actitud positiva/negativa que se obtiene de resumir los resultados relacionados con cada una de las tres dimensiones: cognitiva, afectiva y conductual; sin embargo, existen discrepancias al respecto (Di Martino y Zan, 2015).

[...] we will begin to understand how affective variables influence mental processing; however, the need for careful definition of the variable under

consideration is vital [...] Better definitions resulted in better and more useful information; thus, if we want to use a research methodology that probes influences of affective variables on cognitions, we must start with precise definitions of what affective variables we are looking for. This is not to say that we know what those precise definitions are. As we gain more information using a definition, that definition will be altered and ultimately improved. Without a beginning description of what we are looking for, however, little will be found. [...] comenzaremos a comprender cómo las variables afectivas influyen en el procesamiento mental; sin embargo, la necesidad de una cuidadosa definición de la variable considerada es vital [...] Las mejores definiciones darán como resultado una información mejor y más útil; por lo tanto, si queremos utilizar una metodología de investigación que pruebe las influencias de las variables afectivas sobre la cognición, debemos comenzar con definiciones precisas de las variables afectivas que estamos buscando. Esto no quiere decir que sepamos cuáles son esas definiciones precisas. A medida que obtengamos más información usando una definición, esta será alterada y finalmente mejorada. Sin una descripción inicial de lo que estamos buscando, sin embargo, poco se encontrará] (Fennema, 1989, p. 209).

Di Martino y Zan (2015) plantean al respecto que la actitud es un constructo complejo que no puede ser medido por un simple marcador sino que requiere diversos indicadores que deberán elegirse en función del contexto y de los objetivos del estudio. El debate teórico sobre la investigación sobre la actitud²⁹ contempla, además de lo anterior, otras cuestiones referentes a los procesos de medición:

1. La medición separada de cada componente presenta problemas importantes debido a las limitaciones de los cuestionarios. En el caso de las creencias, está reconocida la incompatibilidad entre las creencias reconocidas y las que se ponen en juego en las actuaciones reales; se trata del fenómeno denominado *deseabilidad social*. En cuanto a las emociones, los investigadores no se ponen de acuerdo sobre la diferencia entre una opinión sobre las emociones y la emoción en sí misma; los cuestionarios y las entrevistas son instrumentos con limitaciones en este sentido, tampoco permiten capturar reacciones emocionales de las que no somos conscientes.
2. Los ítems de los cuestionarios son elegidos íntegramente por los investigadores, mientras que a los participantes solo se les requiere que muestren su acuerdo o desacuerdo con las distintas afirmaciones. Surge así una pregunta clave al respecto: ¿cómo puede el investigador estar seguro de que las creencias consideradas en los cuestionarios son psicológicamente centrales en el sistema de creencias de quien responde?
3. La elección de la puntuación que se le atribuye a cada uno de los ítems requiere que actitudes, emociones y creencias positivas se identifiquen previamente. De este modo se evidencia la estrecha relación entre definición de un constructo y los problemas

²⁹ Teniendo en cuenta que las actitudes son el componente más estudiado del dominio afectivo en Educación Matemática.

asociados a su medición. Las puntuaciones de los ítems de un cuestionario se construyen teniendo en cuenta las siguientes cuestiones:

- Si se plantea una emoción positiva, normalmente significa percepción de agrado o de placer. Por lo tanto, la ansiedad al enfrentarse a un problema se asume como negativo, mientras el placer de hacer matemáticas es positivo.
 - Si lo positivo se refiere a las creencias, significa generalmente que es una creencia compartida por los expertos. Una primera limitación de esta aproximación es el reconocimiento de la ausencia de patrones de creencias compartidos entre expertos y con expertos en matemáticas. Surge la necesidad de identificar distintos patrones típicos de creencias hacia las matemáticas compartidas por expertos.
 - Si se refiere a una conducta específica, lo positivo significa “éxito”. En el contexto escolar, una conducta exitosa se identifica generalmente con un rendimiento alto. El problema surge en cómo evaluar el rendimiento.
4. No se plantean diferencias explícitas entre los distintos significados de actitud positiva. Se convierte en un problema si durante una investigación el investigador no deja clara su elección inicial o cómo se efectuará la interpretación de los resultados. Incluso si se tienen en cuenta estas cuestiones, otros problemas permanecen; por ejemplo, en algunos estudios los significados de positivo (relacionado con emoción, creencia y conducta), se superponen debido a supuestos implícitos. Por ejemplo, una creencia positiva está asociada con una conducta exitosa y genera una emoción agradable.

En este contexto, Clarke (2015) plantea: “The aspiration here is the optimal correspondence of theory and methodology to context and purpose, without any aspiration to synthesising a grand theory.” [La aspiración es la correspondencia óptima de teoría y metodología al contexto y al propósito, sin ninguna aspiración a sintetizar una gran teoría] (p.131).

Al respecto, Andrà (2015) afirma que la metodología implica técnicas de recolección e interpretación de datos de acuerdo a un sistema de principios de manera que cada metodología produce datos significativos solo dentro de un determinado marco teórico. Reconocido el vínculo entre principios y metodología, una nueva cuestión de interés es considerar el tipo de relación entre diferentes métodos cuando se combinan dos teorías, o se utilizan dos metodologías para examinar el mismo fenómeno. Es posible que no se logre una “súper teoría” capaz de abarcarlo todo, pero sí es posible utilizar metodologías interconectadas que contribuyan al desarrollo de la investigación en Educación Matemática. En este contexto plantea crear una red para unir distintas metodologías utilizadas en la investigación empírica del afecto en el área, así como también desarrollar un lenguaje específico y un marco conceptual que permita interconectar dichas metodologías.

I understand methods as the techniques or processes we use to conduct our research. The methodology is the body of knowledge, the discourse about these

methods. Given that methodology is theory about the method(s) being employed, we can see networking of methodologies as discourses about combining research methods. Once again, with networking of methodologies being a discourse, then the aim of finding a suitable language is central for the conceptual framework. [Entiendo a los métodos como las técnicas o procesos que utilizamos para llevar a cabo nuestra investigación. La metodología es el cuerpo del conocimiento, el discurso sobre estos métodos. Dado que la metodología es teoría sobre el (los) método(s) empleado(s), podemos asumir la creación de redes de metodologías como discursos sobre la combinación de métodos de investigación. Una vez más, siendo la red de metodologías un discurso, el objetivo de encontrar un lenguaje adecuado es central para el marco conceptual] (p.341).

En este sentido, es posible distinguir tres tipos distintos de métodos: el cuantitativo, cuya base es el cuestionario junto con métodos estadísticos utilizados para representar las respuestas; el cualitativo, basado principalmente en textos (protocolos de entrevistas, ensayos, protocolos de narrativas y protocolos de observaciones) y se utilizan para buscar claves de expresiones afectivas o respuestas emocionales. Las observaciones se utilizan para buscar indicadores de estados emocionales; por ejemplo, el lenguaje corporal (aunque solo un pequeño número de investigaciones tiene en cuenta los hechos fisiológicos) y una mezcla de ambos (Schöglmann, 2010).

Por otro lado, la actividad matemática debe ser estudiada en contexto. Asumir la perspectiva de los estudiantes permitirá dotar de significado a la estructura subyacente de las conductas de los protagonistas, explicitando de este modo las emociones de los mismos (Evans, 2006).

En este sentido, Hannula (2006a) afirma que es necesario tener en cuenta que la investigación sobre las experiencias subjetivas de seres humanos utiliza objetos creados culturalmente, tales como la conducta y las expresiones externas visibles (lenguaje verbal y corporal). Las herramientas empleadas han sido tests, cuestionarios, entrevistas, observaciones, protocolos escritos y en voz alta. Los análisis produjeron resultados, sin embargo es preciso recordar que el investigador está socialmente ubicado y dicha posición influye en el protagonista del estudio (en cómo y cuándo expresa sus afectos) y en el investigador (en la interpretación que realice de las muestras externas y visibles). Nos desarrollamos inmersos en una determinada sociedad y cultura y desde pequeños se educa, a través del lenguaje y experiencias comunes, nuestra manera de interpretar las acciones y expresiones de los demás. Dichas experiencias se vuelven fundamentales para las interpretaciones que efectúa un investigador, no es posible interpretar algo que no experimentamos en primera persona.

3.6.1. Metodología cuantitativa. Instrumentos y ejemplos de aplicación

Con frecuencia, y principalmente durante las primeras etapas de la investigación sobre el afecto en el área, se utilizaron herramientas cuantitativas tales como tests, escalas y cuestionarios; ocasionalmente también se consideran las entrevistas. El uso de estas herramientas tiene su base en la memoria del participante. La investigación que seguía esta metodología estuvo principalmente orientada al estudio de la ansiedad matemática,

las actitudes y más adelante también las creencias (Blömeke y Kaiser, 2015; Bofah y Hannula, 2015; Ding et al. 2015; Forgasz, Leder, Mittelberg, Tan y Murimo, 2015; Hart, 1989; Liljedahl, 2009; Philippou y Pantziara, 2015; Tsamir et al. 2015).

Por ejemplo, Tsamir et al. (2015) en su estudio sobre la autoeficacia en profesores de infantil utilizan un cuestionario con la escala de Likert, cambiando el contenido matemático específico de cada investigación y efectuando a continuación un análisis cuantitativo-estadístico.

Para relacionar la autoeficacia hacia el conocimiento, plantean dos cuestionarios. Cada uno de ellos consisten en dos partes: la primera con cuestiones referidas a la autoeficacia y la segunda sobre la habilidad para identificar y diferenciar dos conocimientos matemáticos en una serie de ejemplos y no-ejemplos de diferentes figuras, cada una de las cuales se acompañaba de una pregunta que dirigía la atención sobre las características fundamentales de los conocimientos implicados. En todos los casos utilizando la escala Likert. Para el análisis de los datos obtenidos con ambos cuestionarios se utilizan herramientas estadísticas.

Dentro de la investigación de las creencias, partiendo de su complejidad, se ha utilizado frecuentemente la aproximación cuantitativa, empleando cuestionarios como herramientas para identificar dimensiones que puedan estructurar; por ejemplo, el mundo de las creencias de una población específica, para luego investigar las relaciones entre esas dimensiones a través del análisis de patrones de respuesta y asociar creencias o patrones de creencias con actitudes, o con la receptividad a diversas prácticas de enseñanza y aprendizaje, con factores culturales u otras variables (Goldin et al. 2009).

Hannula (2006b; 2011) plantea los siguientes tests y cuestionarios utilizados en la investigación en Educación Matemática:

1. *MAS (Mathematics Attitude Scales)* Planteado por Fennema y Sherman (1976). Es la más influyente en el campo, ha sido ampliamente utilizada y ha permitido hallazgos significativos (Bofah y Hannula, 2015; Leder, 2006). Fennema (1989) considera que se trata de un ejemplo de metodología rigurosa que ha permitido lograr conocimiento sobre afecto y matemáticas. Está basada en el paradigma de la Psicología Diferencial, una aproximación para estudiar las características de los estudiantes. Tiene cuatro atributos importantes:

- a) Las variables a medir están basadas en la teoría.
- b) Cada actitud fue cuidadosamente definida.
- c) Las escalas son de dominio específico de las matemáticas.
- d) Fueron desarrolladas analíticamente.

Surgió para identificar variables cognitivas y afectivas relacionadas con las diferencias de género en las actividades vinculadas con las matemáticas. Está constituida por nueve variables afectivas y se utiliza la escala de Likert para medirlas (Fennema, 1989):

- a) Actitudes hacia el éxito en matemáticas.
- b) Matemáticas como dominio masculino
- c) Confianza en el aprendizaje de las matemáticas.
- d) Motivación intrínseca en matemáticas.
- e) Utilidad de las matemáticas.
- f) Ansiedad matemática.
- g) Percepción de las actitudes maternas hacia uno como aprendiz de matemáticas.
- h) Percepción de las actitudes paternas hacia uno como aprendiz de matemáticas.
- i) Percepción de las actitudes del profesor hacia uno como aprendiz de matemáticas.

Estudios teóricos y prácticos posteriores permitieron darle validez. Entre los hallazgos más destacables se encuentra el importante papel que juega la confianza en el aprendizaje y la diferencia que, aparentemente, existe entre hombres y mujeres, siendo más baja en las mujeres. Los datos obtenidos mediante esta metodología solo permiten análisis meramente descriptivos y están centrados en las características asumidas como estables describiendo las diferencias entre grupos o las relaciones entre variables (Fennema y Sherman, 1976; Fennema, 1989).

2. *BMPS (Beliefs about Mathematical Problem Solving)*; planteado por Kloosterman y Stage en 1992. Incluye un componente que requiere de la discriminación de si se trata de una creencia sobre las matemáticas o si de una motivación para estudiarlas.
3. *AtMI (Attitude towards Mathematics Inventory)*; planteado por Tapia y Marsh en 2004.
4. *MRBQr (Mathematics – Related Belief Questionnaire, refined)*; versión original de Op't Eynde y De Corte en 2003 y refinado por Mantecón, Andrews y Op't Eynde en 2007. Se utiliza para medir cuatro componentes fundamentales de los sistemas de creencias relacionados con las matemáticas de los estudiantes. Tiene entre cuatro y cinco escalas sobre la enseñanza y el aprendizaje, mientras otras herramientas solo consideran dos.
5. *OMQ (Online Motivation Questionnaire)*; puede encontrarse en Boekaerts, 2002; Hannula, 2006b; Op' t Eynde y Hannula, 2006.
6. *VoM (View of Mathematics)*; ejemplos de aplicación en Hannula, Kaasila, Laine y Pehkonen, 2006. Roesken, Hannula y Pehkonen, 2011.
7. *PALS (Patterns of Adaptive Learning Systems)*, planteado por Midgley et al. (2000). Incorpora diversas medidas de la percepción del participante sobre la orientación motivadora de padres y compañeros. Se centra en el contexto social.
8. *Video Based Stimulated Recall Interview (VBSRI)*, planteado por Prawatt y Anderson en 1994. Se expone un video o un extracto al participante y a continuación se le pide que comente los pensamientos que tuvo mientras observaba el vídeo (Op' t Eynde y Hannula, 2006).

9. *MEW (The Motivation and Engagement Wheel)*, se encuentra en Martin, 2001. Principalmente orientado a la motivación, incorpora una subescala en cada categoría.
10. *AEQ-M (The Academic Emotions Questionnaire-Mathematics)*, planteado por Pekrun, Goetz y Frenzel en 2005.
11. *Mathematics Anxiety Rating Scale*, se encuentra en Richardson y Suinn (1972). También muy influyente en Educación Matemática. Inicialmente contaba con 98 escalas que se fueron reduciendo hasta 30 (Bofah y Hannula, 2015).

Por su parte, Andrà (2015), identifica a los tests y escalas elaboradas y utilizadas en Psicología como herramientas útiles para el estudio de la afectividad en Educación Matemática. Considera las siguientes:

1. *Tests de evaluación de alternativa múltiple*. Miden la habilidad de una persona, entre otras para las matemáticas. El modelo de Rasch asume que un estudiante con buen nivel de habilidad tiene una alta probabilidad de responder correctamente las preguntas de un nivel más bajo que el suyo. Una ventaja de este modelo en la investigación en Educación Matemática, es que considera la integración entre cognición y afecto teniendo en cuenta que la dimensión que pretenden medir es precisamente la cognitiva.
2. *Tests con la Escala de Likert*. Consiste en una serie de afirmaciones clasificadas normalmente desde totalmente de acuerdo a totalmente en desacuerdo. Es muy frecuente la división en cinco posibilidades, las que luego se transforman en cantidades numéricas. Este tipo de test se centra principalmente en la medida de emociones y motivación, sin embargo también se ha utilizado para la medida de las creencias.

Una cuestión a resaltar es la popularidad de los ítems de la escala de Likert en los cuestionarios para la recolección de datos, aunque también es posible encontrar la combinación de un formato de respuesta siguiendo dicha escala con formatos de respuestas abiertas de una manera más estándar (Andrà, 2015; Ruthven, 2015).

Ambas herramientas comparten las siguientes características:

- Pueden o no ser unidimensionales, en función de los objetivos de la investigación. Es decir, permiten la incorporación de distintas variables o incluso dimensiones durante su ejecución.
- La puntuación final obtenida en el test identifica el objeto que se pretende medir con la dimensión o variable latente. Por ejemplo, la habilidad matemática es la puntuación lograda en el test.
- Asumen la monotonía y la unidimensionalidad para el estimador de la variable latente que miden.

Andrà (2015) plantea una metodología que integra ambos tests utilizando para ello 20 variables definidas en función de marcos teóricos distintos, lo que permite relacionarlas con aspectos cognitivos y afectivos. Parte de la asunción de que dichas variables son

buenas predictoras del rendimiento cognitivo y de la habilidad matemática de los participantes. El análisis se efectúa utilizando el *árbol de decisión*.

El árbol de decisión puede asumirse como un ejemplo de síntesis entre dos metodologías: test de respuesta múltiple y test de escala de Likert. Este proceso de síntesis de dos teorías, se define como una estrategia de interconexión que consiste en tomar dos teorías igualmente estables y conectarlas de manera que una nueva teoría evolucione. Esta estrategia tiene fuertes prerequisites, entre ellos es necesario que diferentes partes de teorías incompatibles no estén sintetizadas. La metodología planteada por Andrà (2015) afirma que ambos tests pueden ser sintetizados de acuerdo a sus similitudes y dicha síntesis genera una nueva metodología que ayuda al investigador a integrar la información que cada método brinda de manera separada.

También se han efectuado trabajos descriptivos sobre afecto utilizando la metodología de la ciencia cognitiva con algunas modificaciones (Sowder, 1989; Lester et al., 1989; Silver y Metzger, 1989). Usualmente, se le pide al estudiante que piense en voz alta sus sentimientos, se buscan patrones de relaciones entre estos reportes de sentimientos y conductas en la resolución de problemas. Generalmente, dichas investigaciones se efectuaron con base en el marco planteado por Mandler y el objetivo común fue identificar y comprender la influencia de las variables afectivas sobre la cognición, aunque se centraron en distintas variables afectivas. Cada estudio intentó describir individuos y buscar similitudes y diferencias (Fennema, 1989).

3.6.2. Metodología cualitativa

Los métodos cuantitativos brindan porcentajes que pueden ayudar a comprender los diferentes pesos que tienen las variables para predecir la puntuación de un test, pero debe tenerse en cuenta la necesidad de una interpretación más profunda de dichos datos numéricos. En este sentido, un estudio de casos cualitativo puede ayudar al investigador a profundizar su interpretación e incluso facilitar más y nueva información. La complejidad de estudiar los afectos requiere el uso de muchas “ventanas”, más allá de cuestionarios y entrevistas. Entre ellas se considera el uso de cintas de vídeo, las producciones de los niños así como las notas de observación del investigador (Andrà, 2015; DeBellis y Goldin, 2006).

Evaluar una creencia o emoción como positiva o negativa de acuerdo con la conducta relacionada, implica utilizar un modelo causa-efecto de acuerdo al que la misma creencia origine la misma emoción y la misma conducta en todos los individuos. Este paradigma no tiene en cuenta la naturaleza compleja de la relación entre creencias, emociones y conducta. En este contexto surgen nuevas propuestas que sugieren reemplazar el verbo medir por explorar, teniendo en cuenta la ineficacia de las aproximaciones basadas en los procesos de medición (Di Martino y Zan, 2015).

La aproximación cualitativa de las creencias, por ejemplo, las integra en teorías más amplias de resolución de problemas, afecto y motivación o aprendizaje y enseñanza. Busca evidencias desde las declaraciones y conductas relacionados con las matemáticas

(de profesores, estudiantes, investigadores) de cómo las creencias interactúan con otros factores para influir en el fenómeno que se estudia (Goldin et al. 2009).

Sin embargo, no es frecuente encontrar una metodología totalmente cualitativa. Se utilizan con frecuencia cuestionarios y escalas, no siempre cualitativos, y los resultados se presentan y analizan utilizando tablas y gráficos estadísticos junto a interpretaciones cualitativas.

Skott (2015), afirma que la metodología de investigación para el caso específico de las creencias del profesorado y su relación con la práctica docente, debe enfrentarse a la imposibilidad del acceso directo a los procesos mentales de reificación de las personas. Por lo tanto una combinación de observaciones, entrevistas y encuestas puede ser efectiva, asumiendo que dichas herramientas permitirán la obtención de datos con información relevante para la comprensión de las creencias reales de profesores y estudiantes. Sin embargo, teniendo en cuenta la naturaleza contextual y la estabilidad temporal de las creencias, la triangulación puede ser problemática. Plantea como alternativa, el uso de los *patrones de participación* PoP (patterns of participation) para la investigación sobre las creencias.

Teniendo en cuenta que dicho marco interpreta la acción en el aula y le otorga un sentido que se relaciona con la participación del maestro en otras prácticas pasadas y presentes, que no son igualmente accesibles, y cuyo carácter y significado no pueden ser especificados previamente. Los datos se obtienen de múltiples grabaciones en vídeo de clases de matemáticas; de entrevistas cualitativas abiertas y observaciones. Luego se codifican, comparan y teorizan siguiendo las directrices de Grounded Theory (Teoría Fundamentada en Datos). Los análisis de los datos permiten sugerir prácticas imaginarias significativas para las contribuciones del profesor. De este modo se generan nuevos datos en esas otras prácticas y comparadas con aquellas derivadas del aula. Es decir, el marco planteado por PoP implica asumir una perspectiva dinámica más allá de una aproximación que ve el movimiento de relaciones entre las reificaciones preestablecidas. En cambio sugiere intentar comprender cómo los profesores recurren y renegocian su participación en un rango de otras prácticas pasadas y presentes y cómo se involucran en la interacción del aula. Se plantea así una perspectiva dinámica distinta en la que la terminología de creencias puede ser expresada como un dilema creencias-práctica.

Di Martino y Zan (2011) plantean, a su vez, un marco metodológico que permite caracterizar la actitud hacia las matemáticas con base en las narraciones de los estudiantes sobre sus propias experiencias. De este modo, es posible que surjan tres cuestiones importantes: la disposición emocional (gusto/rechazo), la percepción de la competencia (puedo o no) y las visiones de las matemáticas. También plantean que a través de una narración personal los estudiantes tienen la libertad de mencionar ciertos factores e ignorar otros, incluso si son importantes para ellos, adquiriendo así más protagonismo y autonomía, a diferencia de los tests y cuestionarios donde todos los participantes deben considerar el mismo conjunto de argumentos. Tener en cuenta esta diversidad interna entre la narrativa y los tests y cuestionarios facilita la toma de

decisiones del investigador sobre la metodología más pertinente en función de sus objetivos de estudio.

Por su parte, Schlöglmann (2002) afirma que los cuestionarios y las entrevistas permiten acceder a hechos tanto cognitivos como emocionales y la diferencia entre ambos conceptos se encuentra principalmente en el tipo de preguntas que se plantea a los participantes más que en la fiabilidad de la memoria, teniendo en cuenta que esta solo nos permite acceder al conocimiento explícito y consciente. Con frecuencia, nos encontramos frente a situaciones de aprendizaje que no pueden verificarse a través de los conceptos de creencias y actitudes, es por ello que los métodos de investigación cualitativa conducen a nuevas categorías afectivas.

3.6.2.1. Herramientas para el diagnóstico y evaluación de los afectos y análisis de la información

La investigación sobre el afecto en Educación Matemática ha recurrido frecuentemente al estudio de casos como metodología, principalmente cuando se trabaja con muestras pequeñas, considerando como herramientas para la obtención de datos la observación, las entrevistas (individuales y grupales) y el análisis de los documentos generados por los participantes. Los datos obtenidos pueden analizarse utilizando distintas perspectivas teóricas y la metodología de la triangulación también permite la triangulación teórica (Aguirre, 2009; Chen y Leung, 2015; Di Martino y Zan, 2015; Furinghetti y Morselli, 2009; Hannula, 2006a; 2006b; Op 't Eynde y Hannula, 2006; Radford, 2015; Simons, 2011).

A. Cuestionarios

Representan una herramienta muy utilizada en la investigación sobre el afecto en el área, aunque se ha reconocido que puede resultar sencillo malinterpretar los datos que se obtienen a través de su uso. Otra limitación es el hecho de que solo muestran datos superficiales y tienen una capacidad limitada para obtener datos sobre afectos más o menos estables. Permiten obtener datos de muestras grandes y pueden aplicarse sobre cualquier actividad y un instrumento bien diseñado puede permitir el acceso a aspectos escondidos de los afectos y si se plantean on-line es posible obtener datos de las emociones más fugaces y cambiar objetivos en el proceso (Hannula, 2006a).

Schöglmann (2010) asegura que, son muy efectivos para medir las categorías planteadas a través de una operatividad en términos de ítems, que son formulados por los investigadores con el objetivo de plasmar todos los aspectos importantes de la definición y se formulan como preguntas o afirmaciones simples. La atención de quien responde se dirige a encontrar una respuesta apropiada o su valor en una escala.

Los ítems son más concretos que la definición y es fácil encontrarse en una situación donde los métodos de medición están derivados de conceptos teóricos mientras los mismos se vuelven una parte importante del concepto

B. Entrevistas

Pueden asumirse como “[...] a sincere sharing of opinions, among two persons (sic) that confront their points of view.” [(...) un sincero intercambio de opiniones, entre dos personas que enfrentan sus puntos de vista] (Furinghetti y Morselli, 2009, p. 63). Es decir, el entrevistador no tiene un papel neutral en la situación.

Generalmente se plantean entrevistas semiestructuradas cuyos principales tópicos son establecidos previamente por el entrevistador. Sin embargo, el orden e incluso la manera de formular las preguntas es flexible, de manera que tanto entrevistador como entrevistado tengan la libertad de otorgar el énfasis que consideren pertinente al o los tópicos que asuman como relevantes incluidas las emociones, creencias y motivaciones. Sin embargo, los datos obtenidos en una entrevista están limitados a la información consciente del participante o a aquello que esté dispuesto a compartir; la escuela sigue el patrón del éxito por lo que es frecuente que los estudiantes no siempre sean sinceros sobre sus procesos internos, incluidos los afectivos.

En una entrevista también es posible observar las expresiones faciales, la postura y el tono de voz que pueden brindar información relevante tanto sobre las emociones en la situación de la entrevista como sobre las emociones asociadas con el contenido. Las entrevistas se registran en audio o vídeo y luego se transcriben, el análisis de dicha información varía de acuerdo a la aproximación así como también al foco de la investigación y también es posible hacer un análisis narrativo de la entrevista.

El género, el argumento y el estilo (entre otros) elegidos por el estudiante brindan información sobre la identidad del narrador. En un análisis narrativo la atención debe centrarse en el énfasis, la repetición y lo que se dice a través de la negación, que puede ser una señal de relevancia altamente personal. También debe prestarse atención al habla espontánea y a los silencios. Cuando el estudiante plantea hablar sobre un tema concreto, es señal de ser relevante para él o de atribuirle un significado distinto a dicho tópico. La negativa a responder puede dar a entender que existen motivos para evitar el tópico en cuestión (Aguirre, 2009; Akinsola, 2009; DeBellis y Goldin, 2006; Furinghetti y Morselli, 2009; Hannula, 2006a; McDonald, 1989; Schulz, 2009; Sowder, 1989).

C. Observación

Representa la manera más natural para estudiar el afecto, teniendo en cuenta que las expresiones faciales, el tono de voz y la postura son representaciones externas de las emociones cuyos mensajes pueden interpretarse de manera más o menos natural, permitiendo así obtener información sobre los fenómenos afectivos de los que el protagonista no es totalmente consciente o de aquellos que prefiere no declarar en sus respuestas a través de acciones y conductas durante la práctica docente o la resolución de problemas matemáticos. La exactitud de las interpretaciones disminuirá al enfrentarse a una cultura distinta, aunque pueden mejorar (en todos los casos) a través de entrenamiento. Las grabaciones en audio y vídeo también son útiles para el registro y obtención de datos. Las imágenes y sucesos registrados en clase luego se analizan utilizando herramientas como la propuesta por Izard (Maximally Discriminative Facial

Movement Coding System); la planteada por Ekman (Facial action coding system) o el de Gottman (Specific affect coding system). El desarrollo tecnológico también permite efectuar mediciones de los cambios fisiológicos (ritmo cardíaco, etc.). (Aguirre, 2009; Cobb et al. 1989; Evans, 2006; Evans et al. 2006; Furinghetti y Morselli, 2009; Hannula, 2006a; Schlöglmann 2002; Schoenfeld, 2015).

It's what people do that matters, not what they say. Moreover, understanding why people (specifically, students and teachers) do what they do is what really counts [...] . People lie. They lie to others, they lie to themselves. You can never *take* what people say (in interviews, in response to questionnaires, etc.) at face value. To put this another way... statements of beliefs do not predict actions. If you're interested in what people do, what they say they believe is of limited value. In particular, while artfully constructed beliefs questionnaires may be of some value in some contexts. [Lo que importa es lo que hace la gente, no lo que dice. Además, entender por qué la gente (específicamente, estudiantes y profesores) hacen lo que hacen es lo que realmente cuenta. [...] . La gente miente. Mienten a los demás, se mienten a sí mismos. Nunca se puede tomar lo que la gente dice (en entrevistas, en respuesta a cuestionarios, etc.) a simple vista. En otras palabras, las declaraciones de creencias no predicen acciones. Si estás interesado en lo que la gente hace, lo que dicen que creen tiene un valor limitado. En particular, mientras que los cuestionarios de creencias artísticamente contruidos pueden tener algún valor en algunos contextos] (Schoenfeld, 2015, p.397).

Si la conducta, además de observarse directamente, se registra en fotografía o vídeo; será posible hacer una evaluación fiable de las expresiones de una emoción utilizando distintas herramientas. Por ejemplo, FAC (Facial Action Coding System) planteado por Ekman y sus colaboradores, se trata de un sistema para medir los movimientos musculares del rostro, como características faciales tales como las cejas, la boca, los párpados. Cada conjunto de músculos cuando se contraen producen un conjunto particular de acciones del rostro denominados “Unidades de Acción”. Por ejemplo, la contracción del músculo corrugador superciliar encima de los ojos provoca que las cejas caigan, expresión típica de la ira. Se trata de un sistema fiable teniendo en cuenta que como conclusiones de las investigaciones de Ekman, las seis emociones básicas se han relacionado con expresiones faciales específicas y puede utilizarse tanto en fotografías como en cintas de vídeo.

Otro sistema fiable para la medida de la expresión emocional es SPAFF desarrollado por Gottman para el estudio de las interacciones entre dos personas teniendo en cuenta los aspectos sociales de la expresión emocional. Este sistema incluye un análisis de expresiones faciales así como de otras expresiones verbales y no verbales de la emoción tales como contenido verbal y postura corporal. Gottman considera 16 emociones y conductas distintas, incluyendo las 6 emociones básicas de Ekman. Entre ellas: interés, aprobación, cariño, humor, agresividad, desprecio, estar a la defensiva, quejumbroso, tenso, dominante o evasivo y cerrado. Las expresiones falsas o enmascaradas son fácilmente reconocibles utilizando los sistemas de medida comentados. Por ejemplo,

Ekman identificó las distintas combinaciones de músculos implicadas en la expresión de una sonrisa social y la de una sonrisa auténtica (Else-Quest et al., 2008).

D. Protocolos

Mandler (1989b), afirma que la Psicología Cognitiva se ha beneficiado de los análisis de los protocolos de pensamiento en voz alta, teniendo en cuenta que no es complicado inducir a las personas a hablar de sus pensamientos, sus hipótesis y estrategias en los procesos de resolución de problemas, en el momento en que se producen. El análisis de estos pensamientos externalizados ha brindado indicadores importantes sobre los procesos cognitivos subyacentes a una conducta inteligente y la solución eficiente de un problema. Se ha asumido que los eventos emocionales que irrumpen en la resolución de problemas matemáticos efectiva, surge de la interacción entre las actividades de resolución de problemas en marcha y los eventos afectivos tales como aversiones, esperanzas y expectativas. Sin embargo, el conocimiento sobre el curso de esa interacción y sobre la secuencia de eventos intrapsíquicos que producen la emoción en el campo de las matemáticas es limitado.

Un análisis cuidadoso de los procesos de pensamiento que se están llevando a cabo durante la resolución de problemas matemáticos puede brindar una ruta hacia una mejor comprensión de la interacción entre afecto y cognición. Existen muchas razones para esperar que las personas sean capaces de verbalizar sus sentimientos, estados emocionales y procesos cognitivos conscientes mientras resuelven un problema (Mandler, 1989b).

3.6.2.2. Ejemplos de aplicación de metodología cualitativa

1. McDonald (1989) plantea un estudio en el que, para empezar, se produjo una conversación entre investigadora y participante sobre su habilidad para resolver una tarea determinada. Asume que lo reportado por el participante podría parecer, en un primer momento, alejado de la tarea que debía resolver o incluso carecer de contenido emocional. Las afirmaciones obtenidas en la entrevista, se categorizan en cuestiones relacionadas con la habilidad (“no soy bueno en esto”); afirmaciones relacionadas con la tarea y con frustración o la ausencia de frustración (“es una tarea muy interesante”, “es una tarea muy tonta”); si busca comparaciones con otros compañeros (“¿cómo lo hizo él?”). La observación permitía obtener datos sobre la conducta del participante frente a los errores: si volvía a la tarea o si postergaba dicha vuelta. Concluyó que si se producía un abandono de la tarea se expresaban emociones de manera más espontánea o se utilizaban estrategias evasivas, como hacer bromas. Para el análisis de los protocolos utiliza dos cuestionarios distintos. A continuación se comparaban las afirmaciones del estudiante con su desempeño real durante la resolución del problema, que debía incluir la elaboración de un protocolo escrito. Plantea como alternativa, para el estudio del aprendizaje de las matemáticas, el uso del análisis cognitivo de tareas y las técnicas de descomposición para lograr una comprensión más profunda de los errores cometidos por los estudiantes y para ubicar los errores cognitivos que impiden la comprensión. Estas herramientas no

brindan información sobre los procesos emocionales, únicamente sobre los cognitivos.

2. Sowder (1989), utiliza la escala semántica diferencial para analizar las respuestas obtenidas a través de una entrevista con un grupo de estudiantes y para establecer diferencias en una misma persona sobre la resolución de dos problemas distintos. Dicha escala está compuesta por solo dos extremos opuestos y asume que las respuestas afectivas pueden clasificarse en tres factores dominantes: evaluación (bueno y malo); potencia (fuerte y débil) y actividad (activo y pasivo). Sin embargo, debe tenerse en cuenta la ambivalencia de algunos términos. A pesar de la escasa muestra de respuestas emocionales públicas durante las entrevistas, el uso del diferencial semántico sugiere que hay respuestas diferentes dentro de los pares de problemas planteados (los que conservan la operación y los que no). Como conclusión, afirma que no parece relevante considerar al afecto como principal responsable en las diferencias en las preguntas.
3. DeBellis y Goldin (2006) obtuvieron datos de las transcripciones completas y detalladas de las entrevistas que también incluían la expresión, cambios en el tono de voz, pausas y sus tiempos, descripciones de expresiones faciales observables, movimientos de manos y cuerpo, postura, representaciones esquemáticas de diagramas originales dibujadas por los participantes u otras representaciones externas. También emplean información general de los estudiantes facilitada por el profesor. Todos los datos obtenidos a través de las distintas herramientas utilizadas se organizaron en tablas completas de las expresiones afectivas verbales, incluyendo descripciones, palabras y sonidos relacionados con la expresión del afecto y también ejemplos de interacción de cuestiones afectivas con el control ejecutivo inferido del análisis de protocolos. Se tuvieron en cuenta las impresiones generales sobre el afecto de los participantes, por investigadores externos a la investigación, a través del visionado de los vídeos y posterior debate. Se efectuaron análisis cognitivos con énfasis en las interacciones afectivas en un problema no rutinario obteniendo resultados de un esquema de codificación del afecto para expresiones faciales desarrollado a partir del propuesto por Izard (MAX=maximally discriminative facial movement coding system). Identifican evidencias de meta-afecto así como también de evidencias relacionadas con la integridad matemática. Todas estas inferencias permiten la descripción de recorridos afectivos.
4. La perspectiva sociocultural de Evans y su aproximación discursiva (Evans, 2006; Evans, Morgan y Tsatsaroni, 2006) emplea observaciones de aula, cuestionarios y entrevistas en dos fases distintas para la obtención de datos: (1) una valoración de las creencias de toda la muestra utilizando el MRBQ (Mathematics-Related Beliefs Questionnaire) y (2) la observación de la conducta de los participantes durante la resolución de problemas y entrevistas. Para esta última fase, se define una muestra de manera que todos los perfiles estén representados y se les pidió que resolvieran un problema matemático de entre cuatro posibles. Después de una primera aproximación al problema se les planteaba el OMQ (On-line Motivation Questionnaire), y también después de empezar a resolverlo. Todo el proceso de

resolución se registraba en vídeo, por lo que los participantes debían expresar en voz alta sus pensamientos. Inmediatamente después de terminar el problema planteado tuvo lugar una entrevista utilizando VBSR (Video-Based Stimulated Recall interview).

Las transcripciones incluyen la textualización de los sistemas semióticos implicados en la interacción social. El análisis de los datos se divide en cuatro fases principales:

- Los cuestionarios se analizan al nivel de la muestra completa. Se utiliza, por ejemplo, factor de análisis para explorar la dimensionalidad de las respuestas, de este modo se obtiene una base para comparar las respuestas de cada estudiante con las de los demás participantes y categorizarlas en “perfiles de creencias” (negativos, medianamente positivos o muy positivos).
- Se estructura una narrativa (por estudiante) que describa los procesos y experiencias para cada episodio de resolución de problemas utilizando para ello las diversas fuentes de datos.
- Las relaciones entre las creencias de los estudiantes, relacionadas con las matemáticas, sus percepciones sobre las tareas específicas y su conducta en la resolución de problemas, se analizan sistemáticamente para plantear explicaciones.
- Análisis transversal utilizando los resultados de los episodios de los estudiantes con la muestra completa.

Las transcripciones se analizan en dos fases distintas: estructural y textual con base en la aproximación teórica interdisciplinar.

1. La fase estructural utiliza la Sociología de la Educación de Bernstein. Se basa en las diferencias metodológicas y entre discursos pedagógicos (entre el propuesto en clase y los externos, el oficial, entre otros) que pueden provocar reacciones emocionales. El análisis de las posiciones disponibles en los discursos muestra las formas de significado, actuación y sentimiento disponibles para los participantes.
2. La segunda fase, textual, tiene dos funciones: mostrar cómo se produce el posicionamiento de los participantes en la interacción social y proveer material para identificar indicadores de la experiencia emocional. Se efectúa, a su vez, en dos momentos distintos:
 - a) El primero se centra en el texto en sí mismo. Se identifican aspectos interpersonales para ubicar a los participantes en posiciones discursivas particulares. Entre los indicadores están: referencia a uno mismo y a los otros; referencias a condiciones valoradas, reclamando comprensión o corrección; modalidad, indicando grados de certeza o incertidumbre; agentes ocultos (voces pasivas) o repeticiones; significantes clave, incluyendo metáforas, significados dentro de más de un discurso y por lo tanto iluminando el rol de los significados en la intersección de discursos y posiciones interdiscursivas de los participantes.

b) La segunda fase del análisis textual se centra en dos cuestiones distintas:

- Indicadores de la experiencia emocional generalmente asumida o utilizada dentro de una (sub) cultura. Los indicadores son: expresiones verbales directas (me siento ansioso); uso de metáforas particulares de dicha cultura; énfasis en palabras, gestos, entonación o repetición que indiquen sentimientos fuertes o crónicos; ‘lenguaje corporal’, expresiones faciales o rubores. Estos indicadores implican una exhibición emocional que puede no ser consciente. Requieren una interpretación cuidadosa.
- Indicadores para la presencia de defensas psíquicas contra emociones fuertes como la ansiedad, o el regreso del material inconsciente reprimido. Entre ellos: los lapsus freudianos (Freudian slips), chistes o bromas (errores inesperados en la resolución de problemas); negación de estar experimentando emociones; conductas extrañas (reírse mucho, hablar inusualmente bajo); impaciencia por conocer la respuesta correcta.

5. Aguirre (2009), además de tener en cuenta las entrevistas que permitían obtener autorreportes sobre la propia práctica de un grupo de profesores y las observaciones directas de dichas prácticas por parte de la investigadora, también tenía en cuenta el grupo de trabajo como una fuente de información. Es decir, el sistema de creencias que el grupo manejaba se consideró como una influencia social y cultural sobre las creencias particulares y la práctica docente, constituyendo una fuente de información sobre los significados compartidos, el lenguaje común y las estructuras de participación que permitieron comprender de manera más profunda las acciones personales de los participantes en la investigación. Dichos hallazgos se comparaban con el marco teórico sobre las creencias, utilizado como base para el estudio.
6. Furinghetti y Morselli (2009) utilizan, además de la observación, entrevistas semiestructuradas siguiendo tres fases distintas: en la primera, se plantea una pregunta a manera de introducción de manera que puede ayudar a vertebrar las siguientes preguntas; también permite al entrevistado aproximarse al tema de la entrevista de manera suave evitando así posibles preguntas impertinentes en las siguientes fases. La segunda fase sigue la línea planteada por la pregunta introductoria planteada en la fase anterior, se plantean preguntas relacionadas con el tópico de la investigación. Para finalizar, se obtiene más información sobre ciertas cuestiones que pueden no haber quedado claras debido a que no surgieron de manera espontánea, a través de preguntas más directas. Las conclusiones se construyen a partir de la interpretación de los datos obtenidos tanto de las entrevistas como de las observaciones; reconociendo la existencia de dificultades para efectuar dicha interpretación. Construyen un sistema de creencias que se atribuye a cada protagonista comparando los datos obtenidos tanto de las declaraciones obtenidas en las entrevistas como de las observaciones de las prácticas por parte de las investigadoras.
7. Schulz (2009), en su investigación sobre las orientaciones de los profesores de matemáticas, utiliza como herramientas de obtención de datos los grupos de

discusión, afirmando que generan conversaciones narrativas autónomas entre los participantes; entrevistas semiestructuradas, teniendo en cuenta que pueden ayudar a delimitar la información obtenida en el grupo de discusión y asumiendo la posibilidad de que en él se hayan obviado cuestiones importantes de percepción personal. Para el análisis de las transcripciones, considera dos métodos adecuados para la investigación en Ciencias Sociales: el primero conocido como secuencial, analiza pasajes completos en profundidad y detalle y el segundo utiliza códigos y es apropiado principalmente para grandes cantidades de texto y para investigar cuestiones relativas a significados de acceso más sencillo e información más visible en el texto. Para empezar se decodifica un primer perfil temático de la transcripción de los discursos y se eligen pasajes para un análisis e interpretación más amplios. En segundo lugar, se formulan interpretaciones del contenido de dichos pasajes recapitulando y parafraseando las palabras utilizadas por los participantes. A continuación se plantea una interpretación reflexiva, se analiza la elaboración colectiva de los tópicos dentro de los pasajes. Este análisis puede brindar evidencias de la importancia de los tópicos en el grupo. El tercer paso, busca reconstruir la acción que afecta al conocimiento basado en la experiencia que podría ser implícito y complicado de explicar para los participantes. Este método pretende hacer explícito dicho conocimiento.

8. Di Martino y Zan (2015), con respecto a la investigación sobre actitudes, afirman que las nuevas corrientes han transformado la investigación desde los paradigmas cuantitativos hacia los cualitativos. Se considera, sobre todo, el uso de la narrativa que permite a los investigadores tener en cuenta aquellas creencias y emociones que son relevantes para los participantes, quienes adquieren mayor protagonismo teniendo en cuenta que su participación no se limita a plantear su acuerdo o desacuerdo sobre afirmaciones estructuradas por otra persona, como ocurría con las escalas tradicionales, y por el contrario tienen la posibilidad de contar su propia historia y su relación con las matemáticas considerando todos los aspectos relevantes para cada caso particular. Las herramientas utilizadas son ensayos, diarios, entrevistas y también la observación de la conducta en escenarios naturales o en situaciones estructuradas.

El uso de ensayos autobiográficos permite evocar de manera explícita los eventos sobre el pasado de los participantes que son importantes para ellos, así como también introducir vínculos causales que permitan unir fragmentos inicialmente inconexos desde una perspectiva social, ética y psicológica.

3.6.3. Metodología mixta

“In ‘real’ research, one needs different data for making inferences about goals and for using goals to interpret behaviour –otherwise one ends up with circular reasoning.” [En la investigación "real", uno necesita datos diferentes para hacer inferencias acerca de los objetivos y para usar los objetivos para interpretar el comportamiento -de lo contrario, se termina con un razonamiento circular] (Hannula, 2006b, p. 173).

El estudio de la dimensión afectiva incluye discusiones sobre la comparación de diferentes definiciones y sugerencias sobre cómo integrar metodologías cuantitativas y cualitativas. “The dynamic and fluid nature of interactions and emotions is best described using a combination of quantitative and qualitative analysis.” [La naturaleza dinámica y fluida de las interacciones y emociones se describe mejor utilizando una combinación de análisis cuantitativo y cualitativo] (Else-Quest et al. 2008, p. 25).

La metodología de investigación más utilizada adopta una aproximación múltiple para obtener datos de las muestras seleccionadas (grupos de estudiantes, de profesores o estudios de casos) incorporando protocolos escritos o hablados, registros en audio, vídeo y fotografía de episodios de resolución de problemas, cuestionarios y entrevistas (Di Martino y Zan, 2011; Else-Quest et al. 2008; Evans, 2006; Hannula, 2002, 2006b; Fennema, 1989; Reinup, 2009; Threadgill-Sowder, 1989).

La manera en que se analizan los datos está directamente relacionada con la forma de obtenerlos. Así, las medidas efectuadas utilizando herramientas cuantitativas (como las escalas) se analizan utilizando procedimientos estadísticos o cuantitativos mientras que las herramientas cualitativas como entrevistas u observaciones, precisan análisis cualitativos temáticos, siguiendo los principios básicos de aproximaciones teóricas. Sin embargo, aunque los métodos de análisis de los datos están hasta cierto punto restringidos por los métodos de recolección, la decisión sobre los métodos de análisis de datos depende fundamentalmente de los propósitos específicos de la investigación y las preguntas que la dirigen. De este modo, aquellos estudios en los que se utiliza una metodología mixta, que combina tanto herramientas como análisis cualitativos y cuantitativos, estos deben estar lo suficientemente integrados para garantizar el hallazgo de las respuestas a las preguntas que dirigen la investigación.

Los análisis cuantitativos son relativamente más claros debido al tipo de preguntas que deben ser respondidas en caso de que estas sean predeterminadas o predecibles. Por su parte, los análisis cualitativos tienden a ser más complejos y demandan juicios sustanciales de los investigadores. Los esquemas analíticos son esenciales para cada análisis porque permiten la organización efectiva, la presentación y comprensión de los datos. Con la ayuda de esquemas analíticos los datos de diferentes fuentes pueden ser analizados de una manera consistente y comparable. Sin embargo, puede resultar complejo obtener conclusiones en el caso de metodologías mixtas (Radford, 2008; Chen y Leung, 2015; Clarke, 2015).

It has been argued [...] that multi-theoretic analyses of particular social situations, held as common referents for the purpose of the analyses, lead not only to more complex, complete and connected insights into those situations, but, through juxtaposition of the accounts generated by the various theories, afford the interrogation of the theories and their respective capacities to accommodate and to explain phenomena in the referent situations. [Se ha argumentado [...] que los análisis multiteóricos de situaciones sociales particulares, organizados como referentes comunes para el propósito de los análisis, no solo conducen a visiones más complejas, completas y conectadas en esas situaciones, sino que, a través de la juxtaposición de las explicaciones

generadas por las diversas teorías, permiten la consulta de las teorías y sus respectivas capacidades para acomodar y explicar los fenómenos en las situaciones referidas] (Clarke, 2015, p. 119).

En este sentido, Radford (2008), plantea la conexión de teorías como una opción adecuada para la investigación en el área, así como para la conceptualización de nuevos marcos teóricos. Si se asume que una teoría en Educación Matemática es una forma de producir comprensión y plantea maneras de actuar, dicha teoría tiene naturaleza triádica y está compuesta por:

1. *Un sistema de principios teóricos básicos.* Incluye visiones implícitas y afirmaciones explícitas que definen la frontera del futuro universo del discurso y la perspectiva de investigación adoptada. No se trata de un conjunto de principios sino de un sistema, lo que implica una jerarquía entre ellos; esta distinción es muy importante porque dos o más teorías pueden compartir principios, sin embargo el significado será distinto en cada una y esa diferencia en los conceptos clave es la que define una aproximación u otra. Los principios teóricos pueden ser de diversos tipos; entre ellos pueden ser de naturaleza psicológica, epistemológica u ontológica.
2. *Una metodología.* Incorpora técnicas de recolección e interpretación de datos. Debe ser operativa (debe ser capaz de producir y manejar datos de manera satisfactoria hacia respuestas a la pregunta de investigación; estas respuestas pueden ser métodos estadísticos, entrevistas, análisis de discursos o de episodios de aula, etc.) y estar en coherencia con el sistema de principios (la retórica de la argumentación de la metodología –estadística, discursiva u otra- debe ser consistente con los principios elegidos y apoyarse en ellos). También debe estar compuesta por una caracterización teórica y de funcionamiento.
3. *Un sistema de preguntas paradigmáticas que dirigen la investigación.* Plantillas o esquemas que generen preguntas específicas si surgen nuevas interpretaciones o si los principios se profundizan, expanden o modifican. Las teorías surgen como formas de comprender y de actuar y emergen como respuestas a problemas particulares; las preguntas deben estar claramente fijadas dentro del aparato conceptual de la teoría. Una pregunta de investigación supone una perspectiva teórica.

As theories evolve, the original questions become generalized in the form of templates or schemas. This means that in order to tackle a particular question, the question still has to be framed in a form that the theory can deal with. [A medida que las teorías evolucionan, las preguntas originales se generalizan en forma de plantillas o esquemas. Esto significa que para abordar una cuestión en particular, la pregunta debe ser planteada de una forma que pueda ser abordada por la teoría] (Radford, 2008, p. 321).

Esta visión tripartita ofrece una morfología de las teorías que hace posible investigar las diferencias así como también las conexiones potenciales entre teorías, teniendo en cuenta que los componentes de una teoría se interrelacionan entre sí de formas distintas.

Es posible asumir una red de teorías como una semioesfera (un espacio de encuentro de diversos lenguajes y tradiciones intelectuales), que debe girar alrededor de dos cuestiones distintas pero complementarias: integración y diferenciación.

Certainly, a condition for the implementation of a network of theories is the creation of a new conceptual space where the theories and their connections become objects of discourse and research. This space is one of networking practice and its language, or better still, its meta-language. In particular, the meta-language has to make possible the objectification of and reference to new conceptual “connecting” entities, such as “combining” or “synthetizing” theories. [Ciertamente, una condición para la implementación de una red de teorías es la creación de un nuevo espacio conceptual donde las teorías y sus conexiones se conviertan en objetos de discurso e investigación. Este espacio es un espacio de práctica en red y su lenguaje, o mejor aún, su metalenguaje. En particular, el metalenguaje debe hacer posible la objetivación y la referencia a nuevas entidades conceptuales "conectadas", como las teorías "combinadoras" o "sintetizadoras"] (Radford, 2008, p. 317).

Una característica fundamental de la semioesfera es la heterogeneidad, asumida como la diversidad de elementos o funciones distintas. El metalenguaje surge como una necesidad, permite conectar dos o más teorías sin pretender eliminar ninguna a través de la asimilación, sino asegurar formas posibles de conectar diferentes elementos heterogéneos. El metalenguaje debe ser capaz de expresar las caracterizaciones de los tipos de conexiones entre las teorías implicadas.

El metalenguaje debe basarse en el diálogo (puerta de entrada a la semioesfera). Dicho diálogo implica hacer esfuerzos por comprender y ser comprendido. Partir de asumir que dos teorías distintas pueden utilizar la misma palabra para conceptualizar cuestiones distintas y viceversa. La mayoría de las veces las afirmaciones entre teorías distintas no coinciden, por lo que surge la necesidad de efectuar algún tipo de traducción.

La conexión entre dos teorías dependerá al menos de dos parámetros distintos: la estructura de las teorías involucradas y el objetivo de la conexión. Este último, define el tipo de conexión que se establece: de comparación (encontrar diferencias y similitudes); de contraste (marcar las diferencias); combinar (elegir elementos que no necesariamente muestran la coherencia que pueda existir entre las teorías implicadas, se trata más de una yuxtaposición de elementos); coordinación (se eligen elementos de distintas teorías y se colocan juntos de manera más o menos armoniosa para investigar sobre un problema determinado); integrar localmente o de síntesis.

Las redes de teorías en sus distintas formas representan un conjunto de conexiones subsumidas (incluidas en otra más amplias) en la semioesfera, donde la integración solo es una parcela del metalenguaje de dicha semioesfera.

Otra cuestión importante a tener en cuenta es la identidad. Durante el proceso de conexión y más exactamente durante el diálogo, se hacen esfuerzos para explicar la propia teoría de manera que los demás la comprendan; en ese esfuerzo pueden aflorar cuestiones que hasta entonces permanecían escondidos, permitiéndonos de ese modo mejorar nuestra comprensión de nuestra propia teoría. En el diálogo se participa de un

proceso de extracción de ideas desde los soportes del sentido común; es decir, desde el supuesto soporte de asumir ciertas cuestiones como resueltas o confirmadas pero que no se habían tenido en cuenta hasta el momento. Con la ayuda de otras teorías se someten estas cuestiones a un escrutinio nuevo a través del diálogo; este tipo de conexión puede definirse como una comparación o contraste y desemboca en una mejor comprensión de nuestra propia teoría.

The self-inquisitionist character of the plot of identity should not be understood as a contemplative gesture, like someone scrutinizing himself in front of a mirror; for, the semiosphere is about interacting and dialoguing, and both interaction and dialogue are transformative relationships. [El carácter autoinquisitivo de la trama de identidad no debe entenderse como un gesto contemplativo, como alguien que se escudriña frente a un espejo; porque la semio-esfera es de interacción y diálogo, y tanto la interacción como el diálogo son relaciones transformadoras] (Radford, 2008, p. 319).

El metalenguaje que se constituye para una determinada semioesfera debe ser lo suficientemente general, como para que todas las teorías implicadas sean auténticos objetos de discurso, sin caer en la abstracción excesiva y sin perder de vista las particularidades de dichas teorías. Por lo tanto, el éxito de la semioesfera se encuentra en la tensión dialéctica entre sus parcelas de identidad y la integración.

Una conexión entre teorías puede darse de muchas maneras. Es posible establecer una conexión a nivel de principios, a nivel de metodología, a nivel de preguntas o como una combinación entre ellas (de todas las combinaciones posibles); por ejemplo, conectar la metodología de una teoría con los principios de otra. Sin embargo, para que esa conexión tenga sentido, es preciso que existan similitudes entre las teorías involucradas; es decir, existen límites para las conexiones y dicho límite radica, principalmente, en la frontera que una teoría no puede atravesar sin perder su propia identidad.

“[...] the possibilities of connectivity rest, in the end on the goal of the connectivity and the possibilities afforded by the principles of the theories under consideration.” [(...) las posibilidades de la conectividad descansan, en última instancia, sobre el objetivo de la conectividad y las posibilidades que ofrecen los principios de las teorías consideradas] (Radford, 2008, p. 324).

La conexión entre dos teorías será más probable cuanto más cercanos estén sus respectivos principios. Sin embargo, no es necesario que dicha cercanía se produzca entre todos los principios; es posible que se dé únicamente en dos de ellos, por ejemplo, en cuyo caso se trata de una conexión local.

Presentamos algunos ejemplos de aplicación de metodología mixta en la investigación sobre el afecto en Educación Matemática:

1. Op 't Eynde y Hannula (2006) presentan un estudio de caso sobre un estudiante de secundaria mientras resuelve un problema realista, cuya resolución solo requería el uso de contenidos matemáticos de primaria. La dificultad del problema radicaba en su naturaleza real, teniendo en cuenta que los estudiantes no están acostumbrados a resolver problemas de este tipo, así como también la división del enunciado en

subtareas. Obtuvieron dos tipos de datos distintos sobre el protagonista: la primera provenía de las respuestas del estudiante al *Students' Mathematics Related Beliefs Questionnaire* (MRBQ), dividido en cuatro categorías o escalas. El segundo grupo de datos, que proporciona más información real sobre el desempeño del estudiante, se obtuvo de las siguientes fuentes:

- a) Antes de resolver el problema, y después de comprenderlo, el estudiante debía cumplimentar la primera parte de un *On-line Motivation Questionnaire* (OMQ), que medía las percepciones del estudiante sobre la tarea específica justo antes de empezar a resolverla. Entre dichas percepciones se encuentran la de competencia, atracción, intención de aprendizaje y estado emocional.
- b) Durante la resolución del problema debía expresar en voz alta sus pensamientos. Su desempeño y acciones fueron registradas en audio y vídeo.
- c) Inmediatamente después de terminar, el estudiante fue conducido a otro espacio para un *Video Based Stimulated Recall Interview* (VBSRI). El estudiante ve su propio proceso de resolución del problema, escucha sus pensamientos y reflexiones durante dicho proceso y a continuación se produce una entrevista sobre dicho registro.
- d) Las expresiones verbales durante el proceso de resolución y la entrevista se registran en audio y luego se transcriben, incluyendo la conducta general del estudiante así como las expresiones faciales y otras que reflejen emociones.

Los datos obtenidos se presentan utilizando herramientas estadísticas y no se hace un análisis muy profundo de los mismos. Sin embargo, otros investigadores utilizan dichos datos para analizarlos desde sus respectivas aproximaciones: Brown y Reid (2006) utilizan la teoría de Antonio Damasio y la hipótesis del marcador somático para explicar las decisiones del estudiante durante el proceso; Hannula (2006b) efectúa un análisis sobre la motivación del estudiante a partir de la comprensión de las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y sobre sí mismo.

2. Por su parte, Op 't Eynde et al. (2006), analizaron dichos datos siguiendo dos fases en un proceso cíclico:
 - a) Para empezar, se analizan los pensamientos del estudiante durante el proceso de resolución obtenidos de sus propias expresiones en voz alta y de los protocolos de la resolución de problemas; las respuestas obtenidas a través del OMQ (*On-line Motivation Questionnaire*); la transcripción de entrevistas y las grabaciones en vídeo de los procesos de resolución de problemas. Dichos datos se describieron cronológicamente caracterizando, de manera muy detallada, las distintas experiencias mentales y actividades presentes en el proceso de resolución. Como resultado se obtuvieron narrativas con información valiosa y abundante sobre la manera en que el estudiante se enfrentó a la resolución del problema y cómo la experimentó. La atención se centró en los procesos (meta) cognitivos, motivacionales y emocionales.

- b) En la segunda fase, las emociones se etiquetaron e identificaron a través de una triangulación de las acciones faciales observables en los registros de vídeo, vocalizaciones en los audios, acciones corporales en los registros, interpretaciones y evaluaciones explicadas durante la entrevista.
3. Else-Quest et al. (2008) efectúan un estudio sobre las interacciones entre una madre y su hijo, mientras él hace los deberes de matemáticas. El primer objetivo fue medir el contenido emocional de las interacciones y el segundo fue investigar los vínculos entre emociones específicas y el rendimiento de las matemáticas sobre una tarea base y posttest basado en la resolución de tareas similares. La hipótesis que plantean con base en investigaciones anteriores es que las emociones positivas y negativas podrían estar asociadas con un desempeño mejor.

Para ello utilizan el MHT (Mathematics Homework Tasks), una batería de tareas diseñadas para simular las situaciones reales a las que se enfrentan padres e hijos durante el proceso de resolución de las tareas escolares en casa. Sin embargo, antes de empezar con la batería de tareas, el investigador se asegura de que la madre tenga las herramientas culturales necesarias para ayudar a su hijo a resolverlas, a través de una entrevista y cuestionarios para los niños antes de presentarles el MHT. Después de pocos minutos de haber empezado, se plantea un test a los niños sobre su desempeño. Las interacciones se graban en audio y vídeo y el análisis es estadístico, presentando la correlación entre las emociones de las madres y de los niños. También se presenta una descripción cualitativa, teniendo en cuenta que el proceso de resolución de una tarea matemática no es solo un proceso cognitivo sino también social y emocional.

Las emociones pueden medirse de distintas maneras: autorreportes de las emociones en un cuestionario de lápiz y papel o en una entrevista (utilizados en diversos estudios debido en parte a su facilidad de administración). Sin embargo existe el riesgo de enmascarar o esconder emociones para que encajen con las expectativas sociales y los participantes pueden no estar totalmente conscientes de sus propias emociones. Los autorreportes están solo modestamente vinculados a otras medidas de la emoción. Por otro lado, algunas medidas fisiológicas son fiables debido a que se tratan de indicadores de la activación del sistema nervioso simpático, que es sensible a los cambios de la emoción). Entre ellos, el ritmo cardíaco, muestran patrones específicos de la actividad del sistema nervioso autónomo. Sin embargo, estas medidas no son fáciles de tomar en escenarios naturales sin ayuda instrumental (Else-Quest et al. 2008).

4. Akinsola (2009), en la investigación sobre las creencias de los profesores, emplea una metodología basada en entrevistas compuestas por preguntas abiertas, sin número preestablecido; sin embargo, sí intentó dirigir la conversación hacia los sentimientos generales de la persona sobre sus creencias acerca de la autoeficacia. Empleó una versión modificada de las técnicas de entrevista en profundidad, siguiendo la recomendación de efectuar diferentes entrevistas en momentos distintos (lo que podría representar una limitación por la disponibilidad de tiempo) para

asegurar una buena relación con los participantes, garantizando el compromiso de confidencialidad y compartiendo los beneficios de la investigación para ambas partes. También utiliza *Teacher's Sense of Efficacy Scale*, con base en la escala de Likert. El análisis que efectúa es estadístico, aunque las entrevistas se analizan cualitativamente buscando patrones, consensos y similitudes.

5. Cortas Nordlander y Nordlander (2009) plantean una batería de diez problemas de enunciado verbal con distinta cantidad de información irrelevante. Durante el proceso de resolución de dichos problemas, los estudiantes debían comentar por escrito sus pensamientos y dilucidar sobre su razonamiento matemático. Este paso es fundamental y necesario para la evaluación de los resultados y decidir si los errores se deben a la presencia de información irrelevante, deficiencias matemáticas o cualquier otro motivo. También debían escribir reflexiones sobre sus emociones y pensamientos sobre las tareas, brindando la posibilidad de analizar cómo las actitudes, creencias y sentimientos influyen sobre sus resultados matemáticos. A pesar de la existencia de protocolos, el análisis fue cuantitativo. Se ponía un punto por respuesta incorrecta debido a la información irrelevante, dos puntos si el error no estaba relacionado con este tipo de información y tres puntos para la respuesta correcta. Se presentan los resultados en un gráfico de barras y los comentarios escritos se analizan cualitativamente.
6. Liljedahl (2009) hace un estudio sobre las creencias de los profesores, utiliza un cuestionario planteado en dos fases distintas con tres horas de diferencia entre cada una. Se trata de un cuestionario cualitativo con preguntas abiertas. Sin embargo, los datos se analizan estadísticamente describiendo la relación existente entre las respuestas formuladas por los profesores sobre sus propias creencias sobre las matemáticas y el tiempo que le dedican a cada una de dichas concepciones durante su práctica.
7. Ding, Pepin y Jones (2015) estudiaron las actitudes hacia las matemáticas de los estudiantes, utilizando el cuestionario cualitativo desarrollado por Zan y Di Martino (2007); Di Martino y Zan (2011) y Pepin (2011) que mide las actitudes hacia las matemáticas de los estudiantes, teniendo en cuenta tres dimensiones: (1) disposición emocional (me gusta/no me gusta la matemática porque...); (2) percepción de la propia competencia (puedo/no puedo hacer matemáticas porque...) y (3) visión de las matemáticas (la matemática es...). Se trata de un cuestionario con preguntas abiertas que buscan las perspectivas propias de los estudiantes en sus respectivos contextos escolares para comprender las relaciones entre las variables (género, grado y contexto) y las descripciones de los estudiantes de sus propias actitudes. Sin embargo, el análisis de los datos es estadístico y principalmente descriptivo organizando la información en tablas con las variables y los porcentajes obtenidos en el cuestionario para cada una de ellas.
8. Gómez-Chacón (2015) plantea un estudio combinando metodología cuantitativa y cualitativa en dos fases distintas. En la primera fase, se utilizaron cuestionarios y encuestas, herramientas que permiten obtener datos sobre variables de rasgos

similares. El análisis también fue cuantitativo. En la segunda fase, se utilizó una entrevista semiestructurada y la observación directa a los participantes mientras resolvían un problema y estructuraban un protocolo escrito cubriendo los siguientes aspectos: procesos de resolución de problemas paso a paso, descripción de las dificultades que pueden encontrar y estrategias utilizadas. También considera las emociones y dificultades. El análisis de los procesos motivacionales y emocionales fue cualitativo.

9. Kuntze y Dreher (2015) utilizan métodos cuantitativos y cualitativos para la obtención de datos así como para el análisis de los mismos en un estudio sobre la influencia del equilibrio entre los PCK (Pedagogical Content Knowledge) y los factores afectivos conscientes de los profesores sobre su práctica docente real. Se trata de tres estudios centrados en las visiones de los profesores sobre las oportunidades de aprendizaje; para ello se focaliza la atención en la consciencia de los docentes sobre los aspectos afectivos y otros componentes del PCK. En los dos primeros estudios utilizan cuestionarios mixtos (preguntas abiertas y preguntas tipo test usando la escala de Likert). En el primer estudio, se busca generar criterios de calidad educativa utilizando un enfoque interpretativo de abajo hacia arriba; el segundo estudio utiliza metodología cuantitativa y se enfocó en las opiniones de los profesores de acuerdo a criterios preestablecidos. El análisis es estadístico buscando perfiles de puntos de vista relacionados con las tareas. El tercer estudio busca profundizar en la información obtenida, se plantean situaciones de aula ficticias a los participantes para que evalúen el desempeño de un profesor en dicha aula, los comentarios de los profesores participantes se analizan cualitativamente.

3.7. RESULTADOS PRIMARIOS

A modo de síntesis, en este apartado final recopilamos los resultados primarios obtenidos tras la primera fase del Análisis Didáctico de los antecedentes específicos de Educación Matemática considerados en nuestra investigación. Están distribuidos siguiendo la organización empleada en este capítulo en la exposición de los antecedentes referidos al estudio del dominio afectivo en el área. En concreto, (a) afecto y matemáticas, (b) corrientes y aproximaciones en la investigación del dominio afectivo en el área, (c) componentes del dominio afectivo en Educación Matemática, (d) consideraciones sobre la interrelación entre afecto y cognición en el área, y (e) metodologías de investigación del dominio afectivo en Educación Matemática.

3.7.1. Afecto y matemáticas

RPE1 El dualismo cartesiano, que asume que razón y emoción son dos procesos opuestos, ha favorecido que las matemáticas sean consideradas el paradigma de la lógica y la racionalidad del ser humano. Sin embargo, la investigación en el área específica de la Educación Matemática ha tenido que enfrentar, frecuentemente, aspectos distintos de la pura cognición. Dichos aspectos fueron identificados como fenómenos afectivos y se convirtieron en un nuevo foco de investigación en el área.

RPE2 El afecto se asume como “limitante” o “distractor” del rendimiento adecuado en matemáticas y las actitudes representan el componente del dominio afectivo más estudiado, con el objetivo de modificarlas y mejorar el rendimiento y el aprendizaje de las matemáticas. Inicialmente la investigación estuvo motivada por el interés por las diferencias entre mujeres y hombres en el aprendizaje de las matemáticas.

RPE3 Las investigaciones focalizadas en las diferencias de género, concluyeron que dichas diferencias tenían su origen en el tratamiento injusto hacia las mujeres por parte de los sistemas educativos. Se verificó la existencia de distintas oportunidades educativas, barreras sociales, escolares y curriculares y uso de estereotipos en materiales educativos que repercutían en la formación de creencias sobre uno mismo en el estudiantado. De este modo, se demostró empíricamente el carácter social y cultural de la dimensión afectiva de una persona y su influencia, no solo en el desempeño, sino también en el aprendizaje.

RPE4 Durante la última década, la investigación sobre el dominio afectivo en Educación Matemática modifica su perspectiva y se orienta hacia el reconocimiento de la profunda interacción entre los procesos cognitivos y afectivos. Sin embargo, la falta de consenso y claridad sobre el dominio, sus componentes y su relación con la cognición dificultan el avance a nivel teórico y metodológico.

RPE5 Las aproximaciones más recientes en el área de la Educación Matemática, tienen en cuenta, además de la Psicología, el conocimiento proveniente de otras disciplinas; entre ellas la Sociología y la Neurociencia, cuyos aportes han enriquecido de manera definitiva el conocimiento sobre el afecto en el área, entre otros, en los siguientes aspectos: consideración de las cuestiones sociales y culturales asociadas a los afectos, carácter fisiológico/neurológico de las emociones y la cognición y consideración de metodologías cualitativas y mixtas en la investigación sobre el dominio afectivo.

RPE6 La pluralidad de aproximaciones, paradigmas y planteamientos sobre el dominio afectivo en el área genera diversidad de terminología. Sin embargo, dicha diversidad no ha frenado el avance en la investigación. Por este motivo, debe asumirse la diversidad como una característica inherente a la complejidad de la dimensión afectiva y su investigación y reconocer cada teoría en su propio contexto, con sus propias definiciones, su propia conceptualización del dominio y su metodología para la investigación. En este sentido, la tendencia de la investigación en el área es a las aproximaciones integradoras, perspectivas sistémicas y metodologías mixtas.

3.7.2. Aproximaciones y marcos teóricos en la investigación del dominio afectivo en Educación Matemática

RPE7 La aproximación cognitivo-constructivista planteada por McLeod es la más influyente en la investigación sobre el afecto en el área. Considera tres componentes de la dimensión afectiva: creencias, actitudes y emociones; y les atribuye distintos niveles de estabilidad y de intensidad. Las principales críticas a esta aproximación se relacionan con la falta de reconocimiento del carácter social y cultural de los afectos, la limitada visión de los componentes a partir solo de estabilidad y duración, la influencia

conductista que recibe de Mandler en la conceptualización de las emociones y limitarlas a la perspectiva cognitivista.

RPE8 La perspectiva representacionalista de Goldin considera, además de los tres componentes planteados por McLeod los valores, la ética y la moral. Incorpora la interacción entre personas y sus respectivos sistemas afectivos, que como sistemas representacionales también cumplen funciones en la interacción social. Esta teoría considera al sistema afectivo desde una perspectiva cognitivista.

RPE9 Brown y Reid tienen en cuenta la Hipótesis del Marcador Somático planteada por Damasio. Relacionan dicho marcador con la toma de decisiones de los estudiantes durante la actividad matemática desde una perspectiva cognitivista. Sin embargo, no tienen en cuenta las ideas de Damasio sobre las emociones y únicamente consideran al marcador somático como una estructura cognitiva vinculada a la acción.

RPE10 Las corrientes socioculturales asumen la necesidad de efectuar la investigación en el contexto natural en el que se desarrolla el fenómeno que se vaya a estudiar, partiendo de reconocer que los seres humanos viven inmersos en una realidad determinada que le afecta y que, a su vez, es afectada por las acciones del ser humano. El conocimiento se asume como una construcción cultural y los afectos reciben la influencia directa de lo social para su formación y representación. Las emociones son sociales y se sitúan en un contexto social y cultural particular.

RPE11 Hannula plantea una aproximación teórico-sistémica. Asume a la dimensión afectiva desde una perspectiva integradora: como proceso subjetivo, como proceso fisiológico y como proceso sociocultural. Además de los cuatro componentes que plantea Goldin, Hannula incorpora la motivación.

3.7.3. Componentes del dominio afectivo en Educación Matemática

RPE12 El ser humano es un ser eminentemente emocional y los pensamientos son corporales y emocionales. Las emociones no obstaculizan el pensamiento, no son fuerzas irracionales ni disrupciones en la vida cotidiana. Tienen una influencia directa sobre la visión del mundo, emoción y cognición interactúan continuamente vinculadas a una única actividad y, a su vez, la vida emocional de una persona está social y culturalmente configurada.

RPE13 El ser humano experimenta emociones constantemente, no es posible realizar una actividad matemática sin sentir algo, sin generar emociones. Estas experiencias dependen de las evaluaciones cognitivas que efectúa el estudiante sobre la tarea, la situación y el contexto.

RPE14 Las emociones cambian rápidamente y solo es posible experimentar una en un momento determinado.

RPE15 Se reconoce, además del carácter dinámico, la intensidad que define la experiencia emocional y se identifica a las evaluaciones cognitivas como el origen de las emociones. Los procesos asociados son fisiológicos (regulan el cuerpo), subjetivos (regulan la conducta) y expresivos (regulan la coordinación social).

RPE16 Durante la actividad matemática, una experiencia emocional puede generarse a partir de la evaluación de la tarea (su complejidad, identificarla con conocimientos que se poseen, el coste o beneficio de resolverla, entre otros). Sin embargo, una emoción también puede producirse por evocación si el estudiante relaciona la actividad que desarrolla con otra similar en el pasado, o si encuentra similitudes situacionales con una experiencia anterior.

RPE17 Aunque las actitudes son el componente más estudiado del dominio afectivo en Educación Matemática, no existe consenso ni claridad en su conceptualización. Su definición procedía, generalmente, de los instrumentos de medida utilizados en la investigación.

RPE18 Se han definido, con cierto grado de acuerdo, dos tipos distintos de actitudes: actitudes hacia las matemáticas y actitudes matemáticas. Cada grupo, a su vez se ha dividido en actitudes positivas o actitudes negativas.

RPE19 Las creencias se asumen como un tipo específico de conocimiento al que se atribuye valor de verdad y puede, o no, ser compartido por otros miembros de la comunidad a la que se pertenece; son altamente subjetivas. Se construyen a través de la experiencia personal.

RPE20 La investigación sobre las creencias también es muy amplia. Se divide en dos grandes grupos: creencias de los profesores (se las relaciona directamente con su práctica docente) y creencias de los estudiantes (vinculadas a su desempeño). Cada uno de ellos, a su vez, se divide en creencias sobre las matemáticas, sobre su enseñanza y aprendizaje y sobre uno mismo.

RPE21 Las aproximaciones más recientes reconocen el carácter sistémico de las creencias basado en el reconocimiento de la existencia de grupos de creencias. No se estructuran de manera individual, sino en colecciones.

RPE22 Los valores, la ética y la moral constituyen un sistema componente del dominio afectivo debido a su participación (implícita y explícita) e importancia en el aprendizaje y en la interacción social en el aula de matemáticas. Influyen en los procesos de evaluación cognitiva que subyacen a las emociones y guían la representación y control de las mismas.

RPE23 La motivación ha sido centro de interés de la investigación en el área, pero no se la ha vinculado con la dimensión afectiva. También se consideran los intereses y necesidades. Dirigen la conducta y están integrados en el sistema de control de las emociones. La motivación puede manifestarse en la cognición, en la emoción y en la conducta.

RPE24 Las relaciones entre los componentes del dominio afectivo no están claras, no hay consenso sobre ellas. La investigación parcelada (centrada en un solo componente) no ha permitido obtener conclusiones sobre la interacción entre todos los constructos. Si bien, encontramos algunos planteamientos sobre algunos vínculos parciales, por ejemplo, entre emoción y motivación, dichos planteamientos no han sido verificados empíricamente.

3.7.4. Interrelación afecto-cognición

RPE25 La investigación en el área ha reconocido el vínculo entre cognición y afecto y esta relación se ha definido en función de la aproximación desde la que se plantea. No obstante, no se ha considerado suficientemente el estudio del vínculo entre afecto y comprensión. Los estudios se limitan a la resolución de problemas, al rendimiento, al desempeño y ocasionalmente al aprendizaje.

RPE26 Las nuevas tendencias parten de reconocer el carácter emocional del ser humano y asumen que cognición y emociones son dos procesos fusionados; no es posible pensar sin la intervención de las emociones. De este modo, se define la mayor diferencia con los estudios clásicos sobre el afecto en Educación Matemática, que partían de asumir al afecto como interrupciones y obstáculos para el desempeño adecuado de los estudiantes.

RPE27 Un resultado frecuente es la correlación positiva entre afecto y rendimiento en matemáticas, sin bien la dirección de la causalidad no ha sido definida completamente. Teniendo en cuenta que se ha demostrado ambas vías (el afecto influye en el rendimiento y viceversa), se considera una relación recíproca más que unidireccional.

RPE28 Es habitual encontrar investigaciones que establecen interrelaciones entre procesos afectivos y procesos cognitivos específicos. Por ejemplo, la relación entre memoria y emoción, codificación y decodificación de las respuestas afectivas, entre otras.

RPE29 La Educación Matemática tiene en cuenta el conocimiento proveniente de Neurociencia; entre otros aspectos, en relación con la memoria. De este modo, se reconoce que es posible distinguir entre dos sistemas de memoria respecto a las emociones: la memoria emocional implícita y la memoria explícita sobre las emociones. La memoria emocional implícita opera inconscientemente, está fuertemente conectada con los sistemas de agitación corporal y pueden originar frecuentemente reacciones corporales. La memoria explícita sobre situaciones emocionales contiene todo el conocimiento consciente sobre situaciones emocionales, reacciones emocionales frente a objetos, personas e ideas. La consecuencia más importante es el hecho de que este sistema de memoria es parte de la memoria cognitiva y no hay distinción entre el recuerdo de una emoción y el de un contenido cognitivo.

RPE30 Estas consideraciones sobre el funcionamiento de la memoria también son importantes para el trabajo cotidiano en el aula y para la metodología de investigación, teniendo en cuenta que la actividad matemática de un grupo de estudiantes está influida, de manera decisiva, por los procesos tanto conscientes como inconscientes y estos últimos están vinculados a la memoria emocional.

RPE31 La investigación sobre la resolución de problemas, asume a la experiencia emocional como parte esencial de dicha actividad. Sin embargo, las conclusiones provenientes de dichos estudios son, principalmente, descriptivas. Se identifican los momentos que atraviesa un estudiante mientras se enfrenta a un problema y se describen

las emociones que experimenta en cada uno de ellos sin establecer conexiones con los otros componentes del dominio afectivo o con la comprensión.

3.7.5. Metodologías de investigación del dominio afectivo en Educación Matemática

RPE32 La investigación en Educación Matemática también tiene que enfrentarse a la imposibilidad del acceso directo a los procesos mentales. En el caso específico de la investigación sobre el dominio afectivo, el carácter inconsciente de las emociones dificulta aún más la investigación.

RPE33 La introspección no se asume como una vía de acceso fiable a los procesos mentales, teniendo en cuenta el carácter inaccesible de la mayoría de ellos por ser inconscientes. Por ello, es preciso tener en cuenta los cambios observables de los procesos fisiológicos asociados y las expresiones del afecto durante la actividad matemática y, en general, contar con diversidad de herramientas para la obtención de datos, teniendo en cuenta todas las representaciones semióticas.

RPE34 La investigación del área se ha centrado, frecuentemente, en el estudio individual de un componente del dominio afectivo (generalmente actitudes y creencias). No se ha estudiado el dominio de manera holística y contextualizada. No solo es preciso estudiar todos los componentes, sino que dichos estudios no deben limitarse a la descripción de los mismos, sino deben establecerse conexiones y relaciones entre ellos y entre todo el dominio afectivo y la comprensión para tener una visión amplia de los afectos de un estudiante con respecto a las matemáticas.

RPE35 Las actitudes han sido medidas continuamente utilizando escalas especialmente diseñadas para ello. De este modo, la investigación sobre las actitudes se centró en su medida, limitando la metodología de investigación a la representación y análisis cuantitativo y estadístico. La conceptualización de la dimensión afectiva, y más específicamente de la actitud, también dependió directamente de dichas escalas teniendo en cuenta que los ítems que las constituían, también se utilizaban para las definiciones.

RPE36 Si bien, desde la Educación Matemática se han reconocido dichas necesidades, también se asume que la posibilidad de su resolución está condicionada, además de por la complejidad inherente al dominio afectivo, por la ausencia de una metodología que permita lograr dichos objetivos: estudiar el dominio afectivo de manera integral y establecer relaciones entre sus componentes. Sin embargo, para que sea factible, es preciso contar con un marco teórico coherente con dicha metodología y que configure los vínculos entre los componentes desde la conceptualización de los mismos.

RPE37 Los componentes de la dimensión afectiva no son medibles. Por este motivo, el uso de tests o escalas no es apropiado y tampoco la representación y el análisis cuantitativo de la información. La metodología de investigación debe enmarcarse en la metodología cualitativa.

RPE38 Las últimas tendencias cualitativas en la investigación sobre el afecto en el área, implican una participación más directa de los participantes, teniendo en cuenta que ya

no se limitan a mostrar su acuerdo o discrepancia con un ítem formulado por una persona, generalmente desconocida. El cambio metodológico permite hacer descripciones amplias sobre las actitudes, evidenciando su relación con emociones, creencias y acción.

RPE39 Las entrevistas son una herramienta que permite acceder a la información de la que el protagonista tiene consciencia. O a la que, voluntariamente, quiera compartir. Además, la entrevista permite devolver el protagonismo al estudiante y mientras se produce y permite obtener información sobre las experiencias emocionales a través del lenguaje verbal utilizado, los silencios, las metáforas empleadas, las expresiones faciales y el lenguaje corporal.

RPE40 La naturaleza contextual y situacional de los afectos debe dirigir la elección de los escenarios de la investigación. Si el objetivo es estudiar la dimensión afectiva y su vínculo con la actividad matemática, la investigación debe llevarse a cabo en el mismo contexto cotidiano para minimizar o, incluso, eliminar aspectos que podrían modificar las experiencias afectivas de los participantes.

RPE41 La perspectiva sociocultural debe tener en cuenta el carácter individual de una persona y efectuar la interpretación desde la individualidad; sin perder de vista el carácter social y cultural de los afectos.

RPE42 Además de las herramientas para la recolección de datos, la metodología de investigación debe considerar técnicas para la interpretación de los mismos.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

CAPÍTULO IV

SEGUNDA FASE DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO: RESULTADOS SECUNDARIOS Y CONSECUENCIAS PARA LA INVESTIGACIÓN

4.1. INTRODUCCIÓN

El Análisis Didáctico, como metodología de investigación en Educación Matemática, considera la necesidad de la revisión del conocimiento proveniente de áreas distintas proporcionando un proceso de meta-análisis cualitativo que permite integrar dicha información con la proveniente del área específica. Para ello considera dos fases distintas para el tratamiento de la información, cada una de las cuales arroja resultados distintos.

En los capítulos II y III hemos presentado los resultados de la primera fase. El capítulo II contiene los resultados primarios de los antecedentes relacionados (Filosofía, Psicología, Biología y Neurociencia) centrados en el estudio de las emociones. El capítulo III expone los resultados primarios de los antecedentes específicos provenientes del ámbito de la Educación Matemática enfocados en la dimensión afectiva, en la que las emociones sólo son un componente.

En este capítulo presentamos los resultados correspondientes a la segunda fase del Análisis Didáctico. En concreto, establecemos conexiones entre las perspectivas de los autores de las áreas revisadas en la investigación, planteando posibles avances en el estudio de los afectos desde perspectivas integradoras. En nuestra exposición, incorporamos referencias a los resultados primarios obtenidos, relacionados y específicos (RPRi, RPEi), como estrategia para vertebrar la relación entre la primera fase del Análisis Didáctico y la segunda fase con sus resultados secundarios y consecuencias para la investigación que exponemos en este capítulo.

El capítulo está organizado en diez apartados, estructurados teniendo en cuenta las categorías constituidas por los puntos de encuentro de la información. El segundo apartado está compuesto por los objetivos y centros de interés de la investigación del

afecto en el área específica de la Educación Matemática. En el tercero presentamos las principales aproximaciones de la investigación del afecto en el área. El cuarto está centrado en las emociones y es el apartado que más se enriquece de los antecedentes relacionados. En el quinto apartado presentamos las principales consideraciones sobre los otros componentes del dominio afectivo: creencias, motivación, normas, valores, ética, moral y actitudes. El sexto expone las relaciones que se han establecido entre los distintos componentes del dominio afectivo en Educación Matemática. En el séptimo presentamos las ideas sobre el vínculo entre comprensión y afecto y en el octavo la metodología de investigación, limitaciones, obstáculos y perspectivas futuras. En el último apartado exponemos, a modo de resumen, las conclusiones y consecuencias para la investigación obtenidas de la segunda fase del Análisis Didáctico.

4.2. OBJETIVOS Y CENTROS DE INTERÉS EN EL ESTUDIO DEL AFECTO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

El aprendizaje de las matemáticas adquirió importancia a partir de la revolución industrial y en la actualidad, las matemáticas están estrechamente relacionadas con los sistemas tecnológicos, industriales, militares, económicos y políticos; motivo por el cual su enseñanza efectiva se convirtió en una preocupación constante de los gobiernos (D'Ambrosio, 1998). El aprendizaje en general, y el de las matemáticas en particular, fueron asumidos como una cuestión eminentemente cognitiva, desarrollándose complejos modelos de los procesos de aprendizaje (RPE1).

El Informe Cockcroft (1985), postula en el punto 28: “Las matemáticas son una asignatura difícil de enseñar y difícil de aprender” (p. 82). Sin embargo, el grupo de expertos encargado de la elaboración del informe no efectuó estudios más profundos para esclarecer las causas, limitándose a plantear conjeturas en función de sus observaciones. Esta misma realidad fue percibida por distintos investigadores del área cuyos estudios estuvieron encaminados a mejorar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes y coincidieron en reconocer la existencia de fenómenos extra-cognitivos, identificados principalmente como obstáculos para el adecuado rendimiento de los estudiantes y que habían sido ignorados hasta entonces (RPE1).

De este modo, la investigación sobre el afecto en Educación Matemática surge con el objetivo general de mejorar el rendimiento de los estudiantes de matemáticas y, de ese modo, ayudarles a tener éxito en su aprendizaje. Lester et al. (1989), por ejemplo, sugieren que el éxito en la resolución de problemas depende no sólo de poseer los conocimientos necesarios, sino también de la presencia de factores no cognitivos que inhiben la utilización adecuada de dichos conocimientos, identificando en este conjunto a afectos y actitudes, creencias, control y factores relacionados con el contexto (RPE1; RPE2; RPE27).

Todos estos esfuerzos tienen en común la incorporación explícita del afecto sobre el rendimiento en matemáticas en la investigación y posterior teorización (principalmente centrados en creencias y actitudes). Sin embargo, no suelen hacerse referencias al aprendizaje con comprensión y hasta ahora no se ha logrado establecer con claridad la

relación estrecha existente entre afecto y comprensión en matemáticas (RPE2; RPE18; RPE27; RPE29; RPE33; RPE37).

Incluso si se parte de reconocer la influencia del afecto sobre el rendimiento académico de los estudiantes, la dirección de la influencia no está totalmente definida. Existen evidencias de que el afecto influye en la conducta y también hay evidencias de que la conducta influye en el afecto (RPR24; RPE29).

Para alcanzar el objetivo de mejorar el rendimiento académico a través del estudio del afecto, la investigación se ha centrado en diversos focos de atención: (a) creencias y actitudes (los más numerosos), (b) frustración y ansiedad, (c) resolución de problemas, (d) mejora de la práctica docente en la enseñanza de las matemáticas y (e) potenciar la participación en el aula de los colectivos menos favorecidos y mejorar su rendimiento (RPE27).

4.2.1. Creencias y actitudes

La mayoría de investigaciones del área se interesó por mejorar la valoración de las matemáticas, la confianza, la seguridad, el interés y la perseverancia de los estudiantes mejorando, finalmente, su rendimiento. La investigación centrada en estos aspectos pretende modificar las actitudes relacionadas tanto con las matemáticas como con la convivencia en el aula. Por ejemplo, se reconoce ampliamente que las creencias de los estudiantes sobre la naturaleza de las matemáticas, sobre el rol del profesor y sobre su propio desempeño como aprendices son fundamentales para un trabajo productivo y un buen clima de aula (RPR21; RPR22; RPE3; RPE14; RPE22).

Un objetivo común ha sido que los estudiantes tengan actitudes positivas hacia las matemáticas. Algunos investigadores aseguran que dichas actitudes están directamente relacionadas con el éxito de los estudiantes con las matemáticas, otros que se trata de una consecuencia del aprendizaje y otro grupo lo considera como la causa de un aprendizaje adecuado (RPE3; RPE14; RPE22).

La investigación orientada en este sentido, tuvo como objetivo la identificación de correlaciones causales entre actitudes y otros factores, como los resultados obtenidos en las asignaturas de matemáticas y las elecciones de los estudiantes para continuar asignaturas de geometría o álgebra. Se tuvo en cuenta, entre otros, las diferencias de género en la resolución de problemas y en el éxito de las mujeres en matemáticas (RPE2; RPE3; RPE22; RPE29).

Se atribuye, generalmente, a las creencias y actitudes de los estudiantes sus resultados académicos y en diversos estudios incluso se establecen categorías de estudiantes en función de su actividad en el aula; por ejemplo, Goldin (2000) define al estudiante *slow learner* como una persona a la que le cuesta mucho empezar, que da vueltas e inventa excusas para retrasar el momento. O el estudiante *impulsivo*, que busca encontrar respuestas rápidamente, adivinando sin razonar; puede reconocer su error, pero lo repite dando un nuevo resultado también producto de la adivinación. Threadgill-Sowder (1989) define perfiles basados en alto o bajo autoconcepto matemático (RPE2; RPE3; RPE22; RPE29).

Se describen estas características, sin embargo no se tienen en cuenta los factores que influyeron en la construcción de las mismas. No se tiene en cuenta que la identidad matemática de una persona es producto de sus interacciones con otras personas en actividades compartidas relacionadas, en este caso, con las matemáticas.

Además del origen social y cultural de la identidad matemática, también está presente el problema de la estandarización y la falta de reconocimiento de la diversidad de pensamiento y de acción en diferentes seres humanos. Consideramos que las decisiones y acciones del profesor en el aula tienen una influencia importante en la formación de creencias y actitudes de los estudiantes en lugar de atribuir las a los afectos que generen cierto tipo de tareas o, peor aún, su *incompetencia autoatribuida* (Goldin, 2000; Gómez-Chacón, 2011). ¿Es posible autoatribuirse algún nivel de competencia sin la influencia de agentes externos? (RPR25; RPR30; RPR31; RPE2).

Al respecto, McDonald (1989) afirma: “To change the general attitudes held about fear of mathematics would require change in top-level educators, parents, teachers, and students.” [Cambiar las actitudes generales sobre el temor a las matemáticas requeriría un cambio en educadores de alto nivel, padres, maestros y estudiantes] (p. 231). Es decir, es preciso reconocer la dificultad de modificar actitudes así como también la importancia de involucrar a toda la comunidad educativa en dicho proceso partiendo de reconocer la diversidad y la influencia de los factores socioculturales en la formación de dichas actitudes (RPR20; RPE22; RPE3; RPE6; RPE11).

Con respecto a las creencias, Schoenfeld (2015) afirma que modificar las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas, incentivando la construcción de significados sobre el conocimiento matemático, mejorará el aprendizaje. Implica un cambio en las creencias del profesor, basado en su práctica docente cotidiana y la mejora en el desempeño de sus estudiantes. En ambos casos, la experimentación y la construcción de significados son fundamentales.

4.2.2. Frustración y ansiedad

Se asume que la frustración y la ansiedad son las respuestas afectivas negativas más frecuentes (la ansiedad es la emoción más estudiada en el área), pues se asume que interfieren en la actuación normal o esperada de los estudiantes durante la actividad matemática, provocando conductas de bloqueo, abandono y desinterés. Los efectos de la frustración y de la ansiedad sobre el rendimiento son, por lo tanto, evidentes (RPE1; RPE2).

Durante la primera etapa de la investigación del afecto en el área, incluso se acuñó el término *ansiedad matemática* para referirse al estado emocional que, generalmente, acompañaba el aprendizaje de la disciplina; asumiéndolo como un sentimiento negativo hacia las matemáticas o como una aversión hacia ellas. También se la categorizó como una actitud hacia las matemáticas, restando de este modo la intensidad emocional caracterizada por respuestas fisiológicas intensas.

Desde la neurociencia, LeDoux (1999) identifica la ansiedad como una emoción patológica basada en el miedo extremo hacia algo. Teniendo en cuenta este

planteamiento, podríamos asumir que la *ansiedad matemática* es el miedo patológico a las matemáticas; es decir, se trata de una emoción más que de una actitud y podría generarse debido a una experiencia o repetidas experiencias traumáticas durante la actividad matemática, almacenada en la memoria emocional, planteada por el mismo autor (RPR12; RPE6; RPE31).

4.2.3. Resolución de problemas

Los estudios centrados en este tópico, le otorgan mucha importancia al papel que desempeña este tipo de actividad en el adecuado aprendizaje de las matemáticas. Por otro lado, también se le ha reconocido como característica su potencialidad para respuestas afectivas (principalmente emocionales y negativas) durante su práctica (RPE27; RPE33).

Estos estudios han permitido alcanzar conclusiones importantes sobre este tipo de actividad. Sin embargo, aunque se haya reconocido la influencia de los afectos en la investigación sobre resolución de problemas, ni dicho reconocimiento ni la teoría desarrollada sobre este tópico permiten entender el rol que el afecto tiene para la resolución de problemas; aunque se han efectuado esfuerzos por plantear propuestas sobre dicho rol (RPR25; RPE27; RPE33).

Entre las sugerencias al profesorado sobre el trabajo de resolución de problemas, es frecuente encontrar la petición de tener en cuenta las cuestiones afectivas de los estudiantes, así como también plantearse el objetivo de desarrollar la disposición positiva y la perseverancia, evitando situaciones que puedan causar frustración o plantear a los estudiantes como objetivo la búsqueda de satisfacción al resolver un problema (RPE13; RPE28).

Sin embargo, encontramos aquí un punto de discrepancia con respecto a los planteamientos de Cobb et al. (1989) que afirman que no es productivo evitar la frustración de los estudiantes a partir de elegir tareas o situaciones que no la generen. La resolución de problemas implica dificultades y los estudiantes deben reconocer esa característica como parte natural del proceso; de este modo, la frustración puede minimizarse. Por su parte, Op 't Eynde et al. (2006) afirman que la presencia de emociones negativas durante un episodio de resolución de problemas es un indicador de interés, motivación y compromiso con la resolución del problema.

4.2.4. Mejora de la práctica docente en la enseñanza de las matemáticas

Los cambios orientados a la mejora se plantean, fundamentalmente, sobre las creencias y actitudes de los profesores y se desarrolla el concepto de autoeficacia. Sin embargo, se ha puesto insuficiente atención en: (a) las causas de la eficacia del profesor, (b) vínculos entre la eficacia del profesor y los resultados de los estudiantes y (c) ausencia de claridad conceptual en la medida del constructo (RPE22).

Los estudios sobre las creencias de los profesores se centran en tres focos distintos:

1. La influencia de los sistemas de creencias sobre la práctica docente. Se buscan conexiones entre ambas y se hacen estudios comparativos entre profesores de distintos niveles educativos y entre profesores noveles y experimentados. Se asume que modificando las creencias de los profesores, mejorará la práctica y, como consecuencia, también el rendimiento de los estudiantes. Con frecuencia se encuentran incoherencias entre las creencias que los profesores reconocen en entrevistas y cuestionarios y las que se infieren a partir de la observación de su práctica en el aula. Las creencias de los profesores se categorizan en: creencias sobre las matemáticas, sobre la autoeficacia y sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Akinsola, 2009; Blömeke y Kaiser, 2015; Chen y Leung, 2015; Depaepe et al. 2015; Furinghetti y Morselli, 2009; Hannula, 2015; Kuntze y Dreher, 2015; Liljedahl, 2009; Philippou y Pantziara, 2015; Rolka y Roesken-Winter, 2015; Sivunen y Pehkonen, 2009; Thompson y Thompson, 1989; Tsamir et al. 2015).
2. Por otro lado, los profesores deben enfrentar cotidianamente las respuestas afectivas de los estudiantes sin poseer las herramientas adecuadas para hacerlo de manera efectiva; por este motivo la investigación sobre afecto en Educación Matemática debe tener en cuenta al profesor y su influencia en la formación de creencias y actitudes en los estudiantes así como en el aprendizaje de la auto-regulación (el profesor debe dirigirlos o reconducirlos si es preciso) (Adams, 1989; Gómez-Chacón, 2011; Grows y Cramer, 1989; Sowder, 1989; Thompson y Thompson, 1989; Tsamir y Tirosh, 2009).

Se han reconocido las discrepancias entre las expectativas de profesores y estudiantes así como también entre estudiantes sobre el rol de cada uno en el aula de matemáticas. Si las expectativas de los alumnos no coinciden con las del profesor, no puede esperarse que disfruten de las clases ni que le encuentren sentido.

Consideramos que esta incoherencia puede resolverse a través del diálogo entre profesor y estudiantes. Este proceso dialógico debe efectuarse desde el respeto mutuo y el reconocimiento de las capacidades de ambas partes, de ese modo sería posible manifestar las expectativas de ambas partes. Si los estudiantes entienden los objetivos que el profesor pretende lograr con su manera específica de presentar los contenidos y de trabajarlos en el aula, íntimamente relacionados con las expectativas que el estudiante tiene de su participación y compromiso, probablemente se reduzca la brecha entre ambas expectativas y se encaminen ambas a la consecución de objetivos comunes.

3. Estructurar propuestas curriculares innovadoras que mejoren el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes. En las nuevas propuestas se incorporan de manera explícita los afectos y su importancia para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Se incorporan los contenidos actitudinales relacionados con la valoración positiva del conocimiento matemático, el interés, entre otros. En este sentido, se han hecho algunos progresos en términos de diversidad metodológica, especificidad del dominio y la focalización sobre la eficacia colectiva.

Se identifica el éxito de estos cambios con la práctica docente en el aula de matemáticas; no sólo a nivel de la mejora del rendimiento de los estudiantes, sino también a nivel de la convivencia en el aula (Aguirre, 2009; Cockcroft, 1985; Depaepe et al. 2015; Goldin et al. 2009; Philippou y Pantziara, 2015; Schulz, 2009; Sowder, 1989; Tsamir y Tirosh, 2009).

4.2.5. Potenciar la participación en el aula de los colectivos menos favorecidos y mejorar su rendimiento

Como ejemplos de este foco de atención encontramos a las investigaciones centradas en género y matemáticas; matemáticas y minorías étnicas o religiosas, o en poblaciones socioeconómicas menos favorecidas. Relacionan el bajo rendimiento en matemáticas de estos colectivos con cuestiones afectivas (creencias sobre la propia capacidad, confianza, seguridad, autoestima).

Se parte de asumir que estos colectivos (mujeres y estudiantes provenientes de clases socioeconómicas bajas) tienen poca participación en las matemáticas y su elección de una carrera raramente está encaminada a ellas. Se acepta que esta realidad también está relacionada con cuestiones afectivas (RPE2; RPE3).

Es decir, se asumen como verdaderas las diferencias entre las capacidades de individuos en diferentes razas y género. Sin embargo, es preciso tener en cuenta que todas las culturas y sociedades participan en actividades matemáticas (D'Ambrosio, 1998, 2002; Bishop, 1999). Por otro lado, también debe tenerse en cuenta el carácter ético de las matemáticas, asumiéndolas como un acuerdo entre seres humanos trabajando juntos al margen de sus diferencias de género, raza o procedencia en lugar de centrarse únicamente en los resultados (RPR25).

Desde otra perspectiva, dichas diferencias fueron atribuidas a la falta de igualdad en oportunidades; presencia de estereotipos en material escolar así como en los enunciados de ciertos problemas; transmisión de dichos estereotipos por parte de la comunidad y la influencia de dichos estereotipos en la formación de creencias sobre las matemáticas, sobre su aprendizaje y sobre uno mismo (RPE3).

Por otro lado, los estudios sobre las diferencias de género son principalmente descriptivos; no hemos encontrado conclusiones que expliquen estas diferencias desde perspectivas distintas de las creencias, normas y valores (cultural y socialmente constituidas). Uno de los aportes más destacados de estas investigaciones es el desarrollo de herramientas para medir las variables afectivas (principalmente escalas) que han sido utilizadas con mucha frecuencia dentro del área tanto en su forma original como en adaptaciones; por ejemplo la escala Fennema y Sherman (1976) para medir la actitud matemática. Este trabajo puso en evidencia algo que en la actualidad es incuestionable: la igualdad de capacidades entre hombres y mujeres.

4.3. INVESTIGACIÓN SOBRE EL DOMINIO AFECTIVO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: PRINCIPALES APROXIMACIONES

Las variables afectivas y su relación con la Educación Matemática han sido estudiadas desde diferentes perspectivas. Con frecuencia, estos estudios se limitaron a la medición de creencias y actitudes sobre las matemáticas; es decir, la investigación se centró más en la metodología cuantitativa y el uso de la estadística para la presentación y análisis de los datos que en la elaboración de constructos teóricos. Las definiciones eran poco precisas, en las ocasiones en que se hacían explícitas; en otros casos, las definiciones se inferían de los instrumentos utilizados para la recolección de datos, principalmente cuestionarios y escalas provenientes de la Psicología; asumiendo que los resultados de la investigación en otros campos sobre los mismos objetos de estudio podrían ser efectivos. Por este motivo, una necesidad reconocida dentro de la investigación en el área es la elaboración de herramientas específicas para el estudio del afecto (RPE4; RPE7; RPE18; RPE42).

Además de la necesidad de una metodología específica y consensuada dentro del área; también se ha identificado como necesidad la coherencia terminológica de los constructos relacionados con el dominio afectivo entre los investigadores de Educación Matemática (RPR5; RPE7).

La ausencia de lenguaje compartido y preciso, que se agudiza por el uso de diversos idiomas en la investigación, ha impedido un estudio más sistemático del dominio, impidiendo la estructuración de un marco teórico consensuado. Sin embargo, esta carencia se relativiza si se tiene en cuenta que la coherencia no es imprescindible si cada planteamiento estructura unas definiciones que estén en consonancia con las preguntas que dirigen una investigación en particular así como también con la metodología que se emplee (RPR5; RPE7).

Por ejemplo, Hart (2009) propone que la investigación sobre el afecto en el área debe encaminarse a entender las distintas maneras en que los constructos asociados al afecto son asumidos por la Psicología para, a continuación, describir las definiciones que se utilicen en una investigación concreta.

La necesidad de profundizar en los fundamentos teóricos se incrementó en el contexto de la investigación sobre la resolución de problemas, fomentado por el fracaso de estudiantes que, aparentemente, contaban con los recursos cognitivos necesarios. Estos hallazgos sugirieron a los investigadores considerar la importancia de procesos ignorados hasta ese momento (RPE1).

El afecto ha sido estudiado, principalmente, desde dos perspectivas distintas:

1. El afecto asumido como el conjunto de procesos distintos de la pura cognición y cuya importancia radica, únicamente, en su interferencia en el desempeño óptimo vinculado al aprendizaje de las matemáticas. Identificamos estas posturas con el dualismo cartesiano. Entre ellas, Hart (1989), Gómez-Chacón (2011, 2015), Lester et al. (1989) o McLeod (1989, 1992).

2. Cognición y afecto se asumen como procesos simultáneos. Son ejemplos de ello los trabajos de McDonald (1989), DeBellis y Goldin (1997, 2006), Goldin (2000, 2002) y Hannula (2006a, 2011, 2012a, 2012b, 2015).

Las nuevas corrientes y paradigmas en la investigación del afecto en Educación Matemática implican nuevas perspectivas y nuevas consideraciones más complejas que requieren la reconceptualización de los constructos afectivos. En este contexto, identificamos dos cuestiones fundamentales incorporadas en los nuevos paradigmas:

1. El estudio más profundo de las emociones y de su rol en el aprendizaje de las matemáticas (Hannula, 2006a, 2006b, 2011, 2012a; Op 't Eynde et al. 2006; Radford, 2015; Schöglmann, 2002, 2010).
2. El reconocimiento del carácter contextual del afecto así como de la influencia social y cultural en la estructuración del mismo, en lugar de considerarlo como una característica individual (Evans, 2006; Goldin 2000, 2002; Hannula, 2011, 2012b, 2015; Op 't Eynde et al., 2006; Radford, 2014).

Las aproximaciones consideradas para la presente investigación, han utilizado fuentes provenientes de la Psicología Cognitiva; el Psicoanálisis y más recientemente, la Neurociencia. En menor medida, también se han considerado la Pedagogía, la Sociología, la Antropología y de manera poco frecuente la Filosofía (RPE6).

El afecto en Educación Matemática ha sido reconocido como un dominio complejo y partiendo de dicho reconocimiento, identificamos dos rasgos característicos del estado del conocimiento del dominio afectivo en el área:

1. *Falta de consenso y claridad a nivel teórico y conceptual* (RPE7; RPE37; RPE38). Como ejemplos presentamos:
 - a) Schoenfeld (2015) utiliza el término *orientaciones* para definir el abanico de creencias, afecto, valores, hábitos mentales y preferencias; asumiendo que se desarrollan lentamente y dirigen la conducta de las personas que, normalmente, no son conscientes de poseer determinadas orientaciones y de su influencia. De este modo, se asume que las acciones son producto de la afectividad.
 - b) El término afecto también ha sido utilizado como sinónimo de emoción y no siempre en el sentido más amplio, por ejemplo Hart (2009).
 - c) Mandler (1989), por su parte plantea que el dominio afectivo es bastante amplio y abarca un rango que va desde lo *caliente* a lo *frío*, ubicando en los extremos a las emociones por un lado y las preferencias en el otro.
 - d) McLeod (1989, 1992), en este mismo sentido, plantea que el dominio afectivo es un rango amplio de sentimientos y humores.
 - e) Lester et al. (1989) consideran la existencia de dos dominios afectivos: afectos y actitudes, por un lado y creencias por el otro.
2. *Falta de consenso y claridad a nivel metodológico* (RPE7; RPE38). La investigación sobre el dominio afectivo en Educación Matemática se ha limitado a uno solo (o a una parte) de sus componentes. De este modo, solo se obtiene una visión parcial del estado real de todo el dominio (dentro de un grupo pequeño, un colectivo más

grande o una persona). Es preciso estudiar el dominio afectivo completo, considerando no sólo sus componentes sino también las interrelaciones que se establecen entre ellos.

El estudio de las creencias (de profesores y de estudiantes) y de las actitudes representan las investigaciones más numerosas: Aguirre (2009); Akinsola (2009); Bofah y Hannula (2015); Blömeke y Kaiser (2015); Chen y Leung (2015); Cortas Nordlander y Nordlander (2009); Depaepe et al. (2015); Di Martino y Zan (2011, 2015); Ding et al. (2015); Fennema y Sherman (1976); Forgasz et al. (2015); Furinghetti y Morselli (2009); Goldin et al. (2009); Grouws y Cramer (1989); Kislenko (2009); Liljedahl (2009); Pepin (2011); Philippou y Pantziara (2015); Sivunen y Pehkonen (2009); Skott (2015); Zan y Di Martino (2007).

También encontramos aproximaciones cuyos esfuerzos se orientan al planteamiento de propuestas integradoras, tanto a nivel teórico como metodológico: De Bellis y Goldin (1997); Evans (2006); Goldin (2000, 2002); Goldin et al. (2009); Hannula (2006a, 2006b, 2011, 2012b, 2015); Schoenfeld (2015).

Por otro lado, las distintas aproximaciones desde las que se realiza la investigación sobre el afecto en el área pueden categorizarse en psicológicas, organicistas, socioculturales e integradoras (RPE6; RPE8; RPE9; RPE10; RPE11; RPE12; RPE31).

4.3.1. Aproximaciones psicológicas

Constituyen la investigación tradicional y que estudian los afectos de manera análoga al estudio de los procesos cognitivos. Están basados, fundamentalmente, en aportes provenientes de Psicología (RPE8; RPE9). En la Tabla 4.1 presentamos los autores que ubicamos en esta aproximación, el objetivo u objetivos de sus planteamientos, la conceptualización que proponen sobre el término afecto, los componentes que atribuyen al dominio afectivo y sus principales consideraciones.

4.3.2. Aproximaciones organicistas (de la corporalidad)

La investigación más reciente sobre el afecto en el área, tiene en cuenta los conocimientos provenientes de la Neurociencia (Brown y Reid, 2006; Hannula, 2006, 2012b; Schlöglmann, 2002, 2005, 2010), cuyos hallazgos sobre el funcionamiento del cerebro, la emergencia de la mente y la importancia de los procesos inconscientes permiten estudiar el complejo fenómeno afectivo desde una perspectiva distinta (Damasio, 2011, 2014; Eagleman, 2013; LeDoux, 1999; Mariño, 2014; Sacks, 2009).

El conocimiento generado por la Neurociencia ayuda a verificar la idoneidad de los conceptos teóricos utilizados en la investigación en Educación Matemática (RPE6; RPE10; RPE31). También permite comprender dichos conceptos de manera más amplia y completa e incluso utilizar el conocimiento de esta disciplina en la construcción del significado de un concepto en Educación Matemática (Schlöglmann, 2010). Sin embargo, las cuestiones relativas a la relación entre afecto y cognición en el área, no pueden resolverse únicamente por estos conocimientos; por el contrario, es preciso

también tener en cuenta el conocimiento proveniente de las Ciencias Sociales (Damasio, 2011).

Brown y Reid (2006) pretenden establecer conexiones entre orientaciones emocionales, marcadores somáticos y toma de decisiones, utilizando la teoría planteada por Damasio (2011), y más concretamente, la hipótesis del marcador somático. Asumen que la cognición se lleva a cabo en el cuerpo y la toma de decisiones es un proceso inconsciente, cuyo producto externo y visible es la conducta. Por este motivo, no es posible acceder directamente al proceso mental encargado de tomar decisiones (ni por quien lo experimenta, ni por un observador externo). Sin embargo, es posible efectuar inferencias sobre su presencia y funcionamiento a través de la observación del comportamiento de la persona. Teniendo en cuenta que la toma de decisiones es producto de la presencia de marcadores somáticos, la observación de las acciones permitiría obtener conclusiones sobre dichos marcadores.

Estos autores afirman que los marcadores somáticos son estructuras cognitivas que guían la acción y que se trata de una habilidad que puede desarrollarse. En este contexto, plantean como interés futuro de esta investigación dotar a estudiantes y profesores de un conjunto de marcadores somáticos que les permita desempeñarse mejor en el aprendizaje de las matemáticas, por un lado, y en la enseñanza, por otro. En el primer caso, consideran que la resolución de problemas requiere tomar decisiones continuamente; es decir, los marcadores somáticos (negativos o positivos) tienen un rol importante.

Por otro lado, afirman que una manera de mejorar el rendimiento de los estudiantes en matemáticas es a través de la construcción de marcadores somáticos positivos. Al respecto, nos surgen las siguientes preguntas: ¿Es esto posible? ¿Se puede mejorar el rendimiento o el aprendizaje si se posee un mejor conjunto de marcadores somáticos “positivos”? ¿Qué marcadores son positivos y cuáles negativos? ¿Cómo podemos conocer qué marcadores posee una persona?

Podemos afirmar que estos planteamientos no son coherentes con los del autor original de la teoría. Consideramos las siguientes conclusiones sobre los planteamientos de Brown y Reid (2006), teniendo en cuenta el trabajo de Damasio (2011, 2014).

1. Los marcadores somáticos no son estructuras cognitivas en el sentido tradicional. Son pensamientos originados en las emociones: “[...] los marcadores somáticos son un caso especial de sentimientos generados a partir de emociones secundarias. Estas emociones y sentimientos han sido conectados, mediante aprendizaje, a resultados futuros predecibles de determinados supuestos” (Damasio, 2011, p. 244).

Es decir, un marcador somático tiene naturaleza emocional más que cognitiva (en el sentido tradicional y en el que utilizan Brown y Reid) y funciona como una alarma que alerta sobre los peligros y por lo tanto, la situación real o imaginada que lo provocó, es descartada automáticamente de la lista de opciones posibles. De la misma manera si ocurre lo contrario, si la respuesta es positiva, se considera la

necesidad de evaluar esa opción con más detenimiento. Su importancia radica en que representa la interconexión entre emoción y razón, teniendo en cuenta:

Quizá sea exacto decir que el propósito del razonamiento es decidir, y que la esencia de decidir es seleccionar una opción de respuesta, es decir, elegir una acción no verbal, una palabra, una frase o alguna combinación de todo lo anterior, entre las muchas posibles en aquel momento, en conexión con una situación determinada (Damasio, 2011, p. 233).

2. Poseer marcadores somáticos no es una habilidad de algunas personas, sino de una función del cerebro humano, más concretamente de las cortezas prefrontales, cuyas principales funciones son: elaborar pensamientos a partir de la información sensorial que obtiene proveniente de todas las regiones encargadas de procesar dicha información, recibir información relacionada con la supervivencia del organismo (por este motivo están relacionadas con la toma de decisiones) y promover respuestas químicas asociadas con la emoción fuera del hipotálamo y del tallo cerebral.
3. Coincidimos con Brown y Reid (2006) en reconocer el papel que la educación tiene en la formación de marcadores somáticos, aunque están directamente relacionados con las emociones secundarias, también son producto del aprendizaje y de las experiencias.

Así pues, los marcadores somáticos se adquieren con la experiencia, bajo el control de un sistema de preferencia interno y bajo la influencia de una serie de circunstancias externas que incluyen no sólo entidades y acontecimientos con los que el organismo ha de interactuar, sino también convenciones sociales y normas éticas (Damasio, 2011, p. 250).

4. Los marcadores somáticos pueden ser conscientes o inconscientes.
5. Los marcadores somáticos son necesarios pero no suficientes para la toma de decisiones. Estos marcadores permiten que el número de opciones se reduzca pero en muchos casos aún hace falta utilizar el razonamiento en su clásica acepción.

Por otro lado, para superar las dificultades asociadas a la incapacidad del acceso directo a los procesos mentales inconscientes, Brown y Reid (2006) plantean como alternativa la observación de las acciones de profesores y estudiantes cuando toman una decisión en una clase de matemáticas. Dichas acciones están fuertemente influidas por los marcadores somáticos y permitirían establecer algún tipo de conclusiones al respecto. Presentan un ejemplo empírico, en el que un estudiante se enfrenta a la resolución de problemas y los autores identifican marcadores somáticos a partir de las acciones del alumno (asumidas como resultados de decisiones).

Tabla 4.1. Aproximaciones psicológicas del dominio afectivo en Educación Matemática

Autor/a	Objetivo	Conceptualización del Afecto	Componentes del dominio afectivo	Principales consideraciones
McDonald (1989, 1992)	Mejorar el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas	Todo aquello distinto de la pura cognición. Respuestas hacia las matemáticas.	Creencias. Actitudes. Emociones.	a) Características de sus constructos: Magnitud o intensidad. Dirección (positivo o negativo). Duración (estabilidad). b) Plantea una visión constructivista del aprendizaje matemático.
DeBellis y Goldin (1997, 2006); Goldin (2000, 2002)	Desarrollar la competencia de resolución de problemas matemáticos. Empoderar al estudiante con respecto a su aprendizaje de las matemáticas.	Sistema representacional paralelo al sistema cognitivo.	Creencias. Actitudes. Emociones. Valores/ ética/moral.	a) Los componentes no se pueden organizar en una dimensión de estabilidad e intensidad. b) Las emociones tienen una actividad cognitiva importante. No identifica sus interacciones. c) Considera la conexión afecto-cognición. d) Plantea otros constructos: Profundidad, integridad o autorreconocimiento, meta-afecto, afecto local y afecto global, afecto individual y compartido, intimidad matemática, recorridos afectivos.

Cobb, Yackel y Wood (1989)	Motivar al estudiantado a partir de la promoción de la autonomía y la participación activa.	No se plantea explícitamente. Se identifican como seguidores de la teoría cognitivo-constructivista de las emociones planteada por Mandler.	Actos emocionales. Creencias. Contexto social.	<p>a) Las creencias, los actos emocionales y las expectativas del contexto social están interrelacionadas.</p> <p>b) Las normas sociales permiten desarrollar la autonomía moral, así como también reestructurar las creencias.</p> <p>c) Las creencias son cognitivas y los actos emocionales son su expresión.</p>
Gómez-Chacón (2011, 2015)	Mejorar el rendimiento en poblaciones de fracaso escolar basado en la alfabetización emocional (<i>emplea los mismos términos de Goleman</i>)	Procesos separados de la pura cognición (<i>En el mismo sentido que McLeod</i>).	Sentimientos. Emociones. Creencias. Actitudes. Valores. Apreciaciones.	<p>a) Los afectos son fundamentales para la comprensión del comportamiento de los estudiantes durante el aprendizaje de las matemáticas.</p> <p>b) Los afectos construyen un sistema regulador de la estructura del conocimiento del estudiante.</p> <p>c) Los afectos son un indicador de los aprendizajes.</p> <p>d) Los afectos constituyen fuerzas de resistencia al cambio.</p> <p>e) Los afectos son vehículos del conocimiento matemático.</p>

Sin embargo, consideramos que el análisis que efectúan y presentan es principalmente psicológico pues se hacen especulaciones sobre la presencia y la activación de marcadores somáticos (hipotéticos), categorizándolos en positivos y negativos. Se efectúa un salto a la mente del protagonista planteando, además, la existencia de otras posibilidades descartadas por los marcadores somáticos durante el proceso de decisión.

Si la pretensión es estructurar una aproximación corporal de la cognición, la actividad fisiológica y en este caso concreto, neurológica, debería hacerse patente y demostrable. Damasio, en sus investigaciones, presenta evidencias de actividad cerebral de esta índole en las zonas identificadas con el proceso de toma de decisiones. Para ello utiliza tecnología que le permite observar la actividad del cerebro y también estudia a personas con lesiones cerebrales en zonas específicas del cerebro. Por todo esto, no podemos considerar que el planteamiento de Brown y Reid (2006) se trate de una aproximación que demuestre empíricamente la activación de los marcadores somáticos y su influencia en la toma de decisiones en clase de matemáticas.

Estamos de acuerdo en la imposibilidad de acceso directo a los procesos mentales (RPR14; RPE34; RPE35). Sin embargo, ese reconocimiento no puede asumirse como una justificación para transgredir el problema de las otras mentes (Quintanilla y Gallardo, 2017).

Por su parte, Lester et al. (1989), Schoenfeld (2015) y Goldin et al. (2009) coinciden en asumir a la capacidad de tomar decisiones como el resultado de utilizar conocimiento, objetivos y creencias, mientras Damasio (2011) afirma que para razonar y decidir hace falta contar con conocimiento (sobre la situación, sobre las distintas opciones y sobre sus respectivas consecuencias) así como también con una estrategia que permita hacer inferencias válidas.

4.3.3. Aproximaciones socioculturales

La investigación del afecto en Educación Matemática realizada durante los últimos años también se nutre de las corrientes socioculturales (RPE6; RPE7; RPE11; RPE42), que permiten introducir nuevas perspectivas a nivel teórico y metodológico. En este sentido, asumimos como fundamental la recomendación de estudiar el dominio afectivo en el contexto cotidiano de los estudiantes (Evans, 2006).

Organizamos a los autores de esta aproximación en tres tendencias:

- a. Socioconstructivista, que asume la naturaleza social del afecto así como su carácter situacional en un contexto sociohistórico específico. En esta línea se encuentra Op 't Eynde et al. (2006).
- b. Discursiva, que asume las emociones como socialmente organizadas en una estructura de relaciones sociales organizadas en posiciones jerárquicas distintas. Ubicamos en este grupo el trabajo de Evans (2006); Evans et al. (2006).
- c. Actividad históricocultural, las emociones se producen en el cuerpo y son parte integral de la acción (Radford, 2015).

En la Tabla 4.2 exponemos los autores que ubicamos dentro de la aproximación sociocultural del afecto en Educación Matemática, sus objetivos, conceptualización del afecto, componentes del dominio y las principales consideraciones de sus marcos teóricos.

4.3.4. Perspectivas integradoras

La complejidad del fenómeno afectivo también se hace patente en la diversidad de aproximaciones desde la que se aborda su estudio. Inicialmente estuvo basado principalmente en la Psicología Cognitiva y paulatinamente fueron incorporándose aportes provenientes de otras disciplinas científicas, organizando sus respectivas investigaciones desde perspectivas interdisciplinarias (RPE6; RPE7).

Por ejemplo, las creencias de los profesores han sido estudiadas empleando aportes provenientes de la Pedagogía (Schulz, 2009; Tsamir y Tirosh, 2009; Tsamir et al. 2015); que también se utilizaron para el estudio de la conducta de los estudiantes (Evans et al. 2006).

Schlöglmann (2010), por su parte, reconoce la importancia de los avances efectuados en Neurociencia y asume el conocimiento generado en esta área con respecto a las emociones como una posibilidad efectiva para la investigación en el área. Por otro lado, afirma “We should probably accept that knowledge and concepts are outcomes of a cultural process and neither can be learned outside a discourse community.” [Probablemente deberíamos aceptar que el conocimiento y los conceptos son el resultado de un proceso cultural y que ninguno de ellos puede ser aprendido fuera de una comunidad discursiva] (p. 166).

Sin embargo, el autor centra la necesidad de la interacción social en la figura de una persona más experimentada, que podría asumirse como el profesor. Es interesante que aunque se reconoce la construcción social del conocimiento a través del diálogo, solo se la identifica en la interacción con el profesor, sin considerar las relaciones e intercambios entre estudiantes. Desde esta perspectiva, ¿qué rol se le asigna al profesor? ¿Cuál a los estudiantes?

Desde nuestra perspectiva, asumimos que para garantizar la construcción social del conocimiento matemático, las interacciones sociales que se producen en el aula deben ser horizontales entre todos sus protagonistas (RPR30; RPR31).

Los siguientes constructos son ejemplos de propuestas de integración o de perspectivas interdisciplinarias:

1. La *estructura afectiva arquetípica* (Goldin et al. 2009), cuyos componentes son creencias y valores, se estructura desde una aproximación psicológica y social. Se definen como estructuras de patrones idealizados que se manifiestan mientras los estudiantes se encuentran en una situación de resolución de problemas, que implica un desafío conceptual y que debe superarse en colaboración con otros estudiantes (por ejemplo, durante la resolución de problemas en grupo).

2. Asumir al dominio afectivo como un *sistema dinámico de afectos* (Pepin y Roesken-Winter, 2009). El pensamiento sistémico implica comprender el sistema a través de examinar los vínculos, interacciones y relaciones entre los elementos que componen dicho sistema. En el caso de los sistemas afectivos, durante las últimas décadas se produjeron importantes debates sobre el significado de emoción, actitud, creencia y valor. Sin embargo, el área aún no cuenta con una definición clara para cada uno de ellos. En este contexto surgen las siguientes interrogantes: ¿es posible que emociones, actitudes, creencias y valores constituyan un sistema? ¿Están estos sistemas interrelacionados dentro de cualquier persona o grupo siendo alimentados por el contexto?

Asumir al dominio afectivo como un sistema, a partir de las características que lo definen según las autoras, permitiría validar y argumentar las siguientes cuestiones (RPE23):

- El desarrollo de una actitud negativa conduce a la interrupción de la comprensión (por la primera característica).
 - El cambio de actitud de un estudiante con respecto a las matemáticas a lo largo de su escolaridad (por la segunda característica).
 - Las creencias, actitudes, emociones y valores pueden considerarse, a su vez, sistemas dinámicos (por la tercera característica).
 - Si se asume a un grupo humano como un sistema afectivo, cada uno de sus integrantes, a su vez representa un sistema dinámico de afectos diferentes, con rasgos distintos que los que se apreciarían desde una perspectiva individual (por la cuarta característica).
 - Los afectos de una persona, asumiéndolos como sistemas dinámicos, retroalimentan el sistema afectivo de la misma persona, proceso que puede modificar la conducta como producto de los nuevos afectos (por la quinta característica).

Consideramos que la propuesta de Pepin y Roesken-Winter (2009) representa una visión holística de los sistemas dinámicos que permite comprender los afectos de una persona o de un grupo partiendo de asumir como sistema dinámico a cualquier actividad humana colectiva, como la resolución de un problema en un sistema cultural y social (por ejemplo, en el aula de matemáticas). Y un sistema dinámico de afectos puede ser el sistema de afectos de un grupo de estudiantes o profesores trabajando con un problema matemático como grupo o de manera individual.

Dentro de la perspectiva integradora consideramos la metateoría planteada por Hannula (2006a, 2006b, 2011, 2012a, 2012b, 2015) como una propuesta relevante para el estudio de los afectos en Educación Matemática. La aproximación teórico-sistémica asume al afecto como un término amplio y global constituido por los fenómenos emocionales y motivacionales y es simultáneamente fisiológico, psicológico y social; teniendo en cuenta la importancia de la cultura de la clase, las normas sociales y sociomatemáticas,

así como el contexto social del estudiante y la escuela en lugar de una aproximación individualista.

Incorpora tres dimensiones: (a) aspecto cognitivo, motivacional y emocional del afecto; (b) estados afectivos que cambian rápidamente y cualidades o rasgos más estables y (c) naturaleza fisiológica, psicológica y social del afecto.

Reconoce el carácter innato de algunas reacciones emocionales y también la memoria emocional (aunque no utiliza el término) como la base de reacciones automáticas posteriores a un evento específico y emocionalmente intenso.

Afirma que las emociones influyen en la interpretación de experiencias a través de dirigir la atención y de desviar la memoria. Podemos asumir que este planteamiento es equivalente al proceso de evaluación que origina una emoción, si tenemos en cuenta la naturaleza interpretativa de la evaluación.

Está en consonancia con las ideas de Nussbaum (2008) al asumir a las emociones como resultado de la evaluación (elaboración de juicios). En el aula de matemáticas, las emociones se producen en función de las discrepancias entre los estándares de identidad y una situación. Por lo tanto, también tiene coincidencias con la teoría de las discrepancias de Mandler (1989), aunque no nombre de manera explícita dicha teoría y sus consideraciones. Por otro lado, considera que la reiteración de experiencias emocionales desemboca en actitudes.

4.4. ESTRUCTURA DEL DOMINIO AFECTIVO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

El dominio afectivo ha sido conceptualizado y categorizado de diversas maneras. Los descriptores que lo componen son resultado de la investigación motivada por la observación del fenómeno y no existe una categorización consensuada para dichos descriptores del afecto en relación con el aprendizaje de las matemáticas. Las relaciones entre procesos conscientes e inconscientes tampoco han sido discutidas de manera profunda (RPE5; RPE7; RPE26).

Encontramos con frecuencia el uso de términos distintos como sinónimos (por ejemplo afecto y emoción; emoción y reacción emocional; o afecto para referirse a cualquier componente del dominio afectivo; afecto, emoción y sentimiento). Consideramos que esta falta de claridad, tanto para el investigador como para el lector, es una consecuencia más de la complejidad del dominio y de la falta de marco teórico consensuado.

Hannula (2006a, 2006b, 2011, 2012a, 2012b, 2015) considera tres dimensiones para el afecto e intenta establecer conexiones entre ellas relacionándolas con las funciones en el pensamiento y la conducta; es decir, entre pensamiento y acción. Sin embargo, está intentando describir el funcionamiento del ser humano desde lo afectivo considerando aspectos extraafectivos (por ejemplo, la cognición).

Tabla 4.2. Aproximaciones socioculturales de la afectividad en Educación Matemática

Autor/a	Objetivo	Afecto	Componentes	Principales consideraciones
Evans (2006); Evans et al. (2006)	<p>a) Sensibilizar al profesorado, a formadores de profesorado y responsables políticos de la importancia de las emociones en el aprendizaje de las matemáticas.</p> <p>b) La aproximación discursiva se centra en prácticas sociales e institucionales.</p>	Desde su perspectiva discursiva, asume a la emoción como el deseo que impregna el lenguaje.	Centra el afecto en la emoción.	<p>a) También utiliza ideas provenientes del Psicoanálisis.</p> <p>b) Un discurso es un sistema de ideas que organiza y regula las acciones en las relaciones sociales de poder.</p> <p>c) El posicionamiento es el proceso a través del cual una persona asume su lugar de entre las posiciones disponibles. De este modo se define la influencia mutua entre lo social y lo individual.</p> <p>d) Distintas posiciones están asociadas con miembros de diferentes grupos sociales (género, etnia, clase social, entre otros).</p> <p>e) La identidad incluye afectos más duraderos (actitudes y creencias).</p>
Op 't Eynde, De Corte y Verschaffel (2006)	<p>a) Resaltar el carácter contextual y situacional de las actividades de aprendizaje.</p> <p>b) Identificar las interacciones entre los factores cognitivos, afectivos y conativos.</p>	Las emociones son el producto de la interacción de procesos cognitivos, fisiológicos y motivacionales en un contexto específico.	Emociones	<p>a) Las emociones son procesos en los que la evaluación tiene un rol fundamental.</p> <p>b) Son sociales por naturaleza y están situadas en un contexto social e histórico específico.</p>
Radford (2005, 2008, 2013, 2015)	<p>Establecer las conexiones entre emoción y pensamiento.</p> <p>Perfilar el rol de las emociones en el pensamiento matemático.</p>	El carácter contextual de las emociones no se limita al análisis de sus ocurrencias situacionales. Son procesos dinámicos socialmente organizados e históricamente constituidos.	Emociones	<p>a) Durante los procesos de aprendizaje de las matemáticas las emociones no son características individuales; son dimensiones del yo cultural e históricamente constituidas.</p> <p>b) Asume una visión holística del ser humano cuya psique está constituida por tres componentes distintos e inseparables: cognitivo, volitivo y emocional.</p>

En la Tabla 4.3 presentamos distintas propuestas de denominación del dominio afectivo en Educación Matemática y también los caracterizadores, descriptores o componentes que los autores consideraron dentro de sus respectivas aproximaciones. No todas las referencias utilizadas para la presente investigación presentan una conceptualización del dominio afectivo completo, sino que limitan su estudio a un solo componente y en otros casos se apoyan en la teoría planteada por otro autor (Clarke, 2015; Gómez-Chacón, 2011).

Tabla 4.3. Denominación y composición del dominio afectivo en Educación Matemática

Autor/a	Denominación	Composición
Else-Quest et al. (2008)	Afecto	Creencias. Actitudes. Emociones.
Evans (2006); Evans et al. (2006)	Afecto	Identidad (actitudes y creencias). Emociones.
Goldin (2000, 2002) DeBellis y Goldin (1997) Gómez-Chacón (2011, 2015)	Sistema representacional afectivo/ dominio afectivo	Creencias. Actitudes. Emociones. Valores, ética y moral. Meta-afecto. Afecto local. Afecto global. Recorridos afectivos. Competencias afectivas. Intimidad e integridad matemática
Hannula (2006a, 2006b, 2011, 2012a, 2012b, 2015)	Afecto	Aspecto emocional. Aspecto motivacional. Aspecto cognitivo.
Hart (1989)	Dominio afectivo	Emociones. Estados de ánimo o humor. Evaluación.
Lester et al. (1989)	Asume la existencia de dos dominios afectivos	Primero: afectos y actitudes. Segundo: creencias.
McLeod (1989, 1992) (Kislenko, 2009)	Dominio afectivo	Creencias. Actitudes.

		Emociones.
Op 't Eynde et al. (2006)	Categoría afectiva	Emociones. Actitudes. Sistemas de creencias. Meta-emoción/meta-afecto. Metacognición.
Radford (2005, 2013, 2015)	Afecto	Emociones. Motivación.
Roth (2006)	Afecto	Emoción. Motivación. Identidad.

En los apartados 4.5 y 4.6 detallamos las distintas conceptualizaciones de los componentes del dominio afectivo en Educación Matemática.

4.5. EMOCIONES. COMPONENTE CENTRAL DEL DOMINIO AFECTIVO

Las emociones representan el componente afectivo menos estudiado en Educación Matemática. Generalmente se las define como el componente más afectivo e intenso (Else-Quest et al. 2008; Hart, 1989; Gómez-Chacón, 2011; McLeod, 1989; Zan et al. 2006). Sin embargo, ha representado y representa un centro de interés en otras disciplinas, cuyas investigaciones han permitido estructurar las ideas que se manejan desde el área (RPR1; RPR2; RPR3).

Así, por ejemplo, las emociones se han identificado como procesos inconscientes, que no pueden controlarse a voluntad, característica que dificulta su descripción y estudio, motivo por el cual hace falta tener en cuenta otros procesos asociados a las emociones para poder interpretarlas (RPR14; RPR15).

Desde el siglo XVII las ideas de Descartes (2005) han servido de base para teorías posteriores sobre las emociones, sobre todo en Psicología y también han influido en diversas disciplinas, incluida la Educación Matemática. Además de su influencia sobre las investigaciones sobre las emociones, el dualismo que plantea ha definido una particular visión del ser humano, desde entonces hasta la actualidad; una visión que divide nuestra naturaleza en *sustancias* opuestas: alma y cuerpo, cabeza y corazón, razón y emoción (RPR2; RPE1).

De manera contraria, Spinoza (1980) plantea que razón y emoción son dos sustancias distintas pero complementarias, interdependientes e inseparables cuya interacción define la naturaleza emocional y racional del ser humano (RPR3).

Por otro lado, las distintas concepciones y teorías consideradas para la presente investigación evidencian la vasta complejidad subyacente al fenómeno emocional.

Dicha complejidad se evidencia en los desacuerdos entre investigadores, que pueden resumirse en las siguientes cuestiones:

1. La ausencia de consenso sobre la terminología asociada a las emociones, ha sido y sigue siendo una constante en el estudio de las emociones y los afectos en general (RPR5; RPR6; RPE7).
2. El número de emociones distintas y su clasificación (RPR5).
3. Los límites entre emoción y cognición (RPR23; RPR25; RPR26; RPR27; RPE13; RPE28).
4. Carácter consciente o inconsciente de las emociones (RPR6; RPR14).
5. Falta de claridad y acuerdo en herramientas y metodologías de investigación de la emoción (RPE4; RPE5; RPE6; RPE35).

Los autores consultados para nuestros antecedentes relacionados, centrados en las emociones, han tenido en cuenta en sus respectivos estudios los mismos aspectos, pretendiendo dar respuesta a las mismas interrogantes desde la perspectiva particular de sus respectivas áreas de conocimiento. Dichos aspectos son:

- a) *Naturaleza y origen*: ¿Qué es una emoción? ¿Dónde se origina?
- b) *Funciones*: ¿Cuál es su razón de ser? ¿Por qué se originan? ¿Por qué las emociones ejercen tanta influencia en la vida de un ser humano?
- c) *Funcionamiento*: ¿Qué hace posible que emerja una emoción? ¿Qué procesos se ponen en juego?
- d) *Terminología*: ¿Cómo nominar estados distintos pero similares? ¿Qué diferencia una emoción de las demás?
- e) *Clasificación de las emociones*: ¿Cuántos tipos distintos de emoción pueden distinguirse? ¿Cómo pueden organizarse? ¿Con qué criterios se pueden organizar en categorías?
- f) *Universalidad de las emociones*: ¿Son universales las emociones? ¿Cuánta influencia ejerce la cultura sobre ellas?
- g) *Manifestaciones externas y visibilidad de las emociones*: ¿Cómo se puede distinguir una emoción de otra? ¿Cómo se pueden interpretar las manifestaciones externas?

Por otro lado, las distintas investigaciones han alcanzado acuerdos sobre ciertos aspectos, aunque sus planteamientos sean distintos:

- a) Las emociones están relacionadas con objetivos personales (RPR4; RPR7; RPR12; RPR28).
- b) Implican tres procesos distintos: procesos fisiológicos (regulan el cuerpo); experiencias subjetivas (regulan la conducta) y procesos expresivos (regulan la coordinación social) (RPR9; RPR10; RPR15; RPE19; RPR20; RPE16).

- c) Son funcionales. Cumplen diversas funciones y están directamente relacionadas con la acción (RPR10; RPR18; RPR19; RPR20; RPE13).

4.5.1. Conceptualización y origen de las emociones

El término emoción también ha sido utilizado como sinónimo de afecto. Al respecto, Mandler (1989a) plantea como diferencia entre ambos fenómenos la presencia de cambios corporales y fisiológicos, característico de la emoción y dotando de un carácter más frío y eminentemente cognitivo al afecto (RPE7).

Las emociones se han identificado directamente con cambios fisiológicos, entre ellos la aceleración de los latidos del corazón, el aumento de temperatura de la sangre así como también la velocidad a la que recorre el cuerpo, entre otros. Se identifica a estos cambios como los responsables del carácter intenso y pasional del fenómeno emocional que lo distingue de cualquier otro proceso (PRR9).

La Psicología Cognitiva intentó incorporar las emociones en sus teorías, dándoles el mismo tratamiento que a los *fríos* procesos netamente cognitivos (con ausencia de cambios corporales y fisiológicos) (James, 1884) y denominándolas *cogniciones calientes* (Mandler, 1989a).

Teniendo en cuenta que el estudio de las emociones se ha efectuado utilizando marcos conceptuales distintos, tanto en los antecedentes relacionados como en los específicos, podemos agrupar los planteamientos estudiados en las siguientes categorías.

4.5.1.1. Emociones como procesos cognitivos

La perspectiva cognitivista considera a las emociones como procesos esencialmente cognitivos, cuyo resultado final es una acción o conjunto de acciones. También reconoce el origen neuronal del proceso mental y en el caso concreto de los psicólogos cognitivos, centran su interés en la relación emoción-cognición y su recíproca, así como las influencias de una sobre la otra asumiendo las emociones como procesos fríos sin el característico *calor emocional*. Es decir, afirman que se trata de fenómenos principalmente psicológicos generados y guiados por evaluaciones cognitivas (RPE8; RPE9). Ubicamos en esta categoría a los siguientes autores:

- a) Izard (1985) y su idea sobre las emociones como motivaciones para la cognición. Es decir, asume las emociones como procesos mentales que ejercen influencia sobre los procesos cognitivos.
- b) Lang (1985), distingue las emociones de cualquier otro proceso cognitivo únicamente por la participación de cambios orgánicos específicos del fenómeno emocional.
- c) Zajonc (1985), reconoce la relación entre emoción y cognición aunque los identifica como procesos mentales separados e independientes. También asume que la emoción es un proceso cognitivo que tiene representaciones observables y medibles.
- d) Vygotsky (2004), por su parte, se aleja de cualquier teoría organicista identificando las emociones con procesos eminentemente mentales y cognitivos. Al mismo tiempo,

distingue las emociones de los fríos procesos cognitivos, dotándolas de un carácter más *apasionado*.

- e) Lazarus (1982) afirma que la evaluación cognitiva es la condición necesaria y suficiente para la generación de una emoción.
- f) Stocker (1996) afirma que las emociones son procesos eminentemente mentales.
- g) Goldin (2000, 2002) relaciona las emociones con procesos cognitivos: codificación, memoria, decodificación. Teniendo en cuenta que, como sistema representacional, el sistema afectivo que define almacena información sobre estrategias, buenas o malas, que se recuperan en situaciones similares, codifica información e interactúa con otros sistemas.

4.5.1.2. Emociones como impulsos y acción. Perspectivas somáticas

Asumen que el objetivo fundamental de una emoción es desencadenar una acción, una respuesta como fruto de la evolución. Representan visiones principalmente biológicas (RPE10). Ubicamos aquí a:

- a) Buck (1999), que asume la experiencia emocional como un fenómeno del sistema perceptual interno o interoceptivo, cumple con sus funciones a través de sistemas neuroquímicos centrales. Dichas funciones son de tres tipos distintos y cada una se cumple en un momento distinto del proceso emocional.
- b) Ekman (1999a) plantea que las emociones tienen como objetivo fundamental la movilización del organismo como respuesta a situaciones de encuentros interpersonales. Dichas respuestas son fruto de la adaptación como parte del proceso evolutivo, tanto a nivel de especie como a nivel de individuo (historia personal).
- c) Goleman (1998) también plantea su teoría desde una perspectiva evolutiva. Asume que las emociones desencadenan reacciones que, en ocasiones, no corresponden al nivel evolutivo del ser humano desde una perspectiva social y cultural.
- d) Brown y Reid (2006), siguiendo a Damasio (2011, 2014), identifican la acción como expresión observable de los marcadores somáticos. Sin embargo, limitan sus conclusiones al carácter cognitivo de dichos marcadores sin tener en cuenta el verdadero sentido que Damasio plantea en su hipótesis: las emociones son la base de los marcadores somáticos. Es importante establecer esta conexión porque permite comprender la relación directa entre emociones y toma de decisiones, para finalmente desembocar en acciones específicas. Un aporte importante de Brown y Reid (2006) es la valoración de la naturaleza inconsciente de estos procesos y, por lo tanto, el reconocimiento de la incapacidad de acceso directo a los mismos, por parte de quien los experimenta o por un observador externo.

4.5.1.3. Emociones como procesos fisiológicos y mentales

En esta categoría ubicamos a los autores que consideran ambos procesos (fisiológicos y mentales) como la base de la generación de una emoción.

Las aproximaciones que consideran a procesos mentales y corporales como la base del fenómeno emocional son:

- a) Descartes (2005), identifica las emociones como las percepciones de los movimientos corporales.
- b) Spinoza (1980), considera las emociones como la combinación de cambios fisiológicos y pensamientos sobre dichos cambios.
- c) James (1884), una emoción es producto de la toma de consciencia de los cambios corporales subsecuentes a la percepción de un estímulo.
- d) Izard (1985), asume las emociones como procesos mentales relacionados con la motivación que desembocan en procesos motores y fisiológicos. Sin embargo, la expresión facial y la postura corporal son esenciales.
- e) Kagan (1985), los cambios de estado corporal que se detectan y evalúan cognitivamente generan una emoción.
- f) Lang (1985), plantea que las emociones tienen el mismo funcionamiento que un ordenador. La memoria almacena información que es evocada en forma de datos cuyo resultado final son respuestas corporales visibles y reconocibles para un observador externo.
- g) LeDoux (1999), plantea que las emociones son procesos mentales y por lo tanto neurofisiológicos asociados a diversos cambios. Establece una relación *apasionada* entre dichos procesos y la consciencia.
- h) Lazarus (2000), las emociones como un proceso que incluye evaluación, estados mentales subjetivos, impulsos para actuar y cambios fisiológicos. Llama la atención el cambio de perspectiva del autor con respecto a Lazarus (1982), que consideraba que la evaluación cognitiva era suficiente para la generación de una emoción.
- i) Damasio (2011, 2014), afirma que un estado emocional es la combinación de diversos procesos: evaluación, respuestas viscerales y musculares, categorización, memoria, estados subjetivos, feedback corporal, acción y consciencia.

4.5.1.4. Emociones como procesos sociales y culturales

Ubicamos en este grupo a los autores cuyas aproximaciones tienen un componente marcadamente social y cultural (RPE11). Son los siguientes:

- a) Nussbaum (2008) asume a las emociones como el resultado de juicios de valor efectuados sobre un objeto o situación desde una postura cognitivo-evaluadora. Ubica a las emociones en el pensamiento y son responsables de acciones consecuentes y distintas en función del juicio efectuado. Sin embargo, no las considera como procesos fríos; por el contrario, las dota de la pasión característica de estos procesos reconociendo la presencia de cambios fisiológicos y motores asociados a las emociones a los que considera componentes no cognitivos, cuya intervención no es indispensable en un proceso emocional y podrían tratarse únicamente de respuestas. Uno de los aportes más importantes y trascendentales de esta postura es precisamente la posibilidad de mejorar nuestra capacidad de razonamiento ético y político a partir del tratamiento cognitivo-evaluador de las emociones.
- b) Radford (2015) plantea una visión más amplia de la experiencia emocional, concibiéndola como un fenómeno arraigado en la manera en que nos asumimos a

nosotros mismos en el mundo, en lugar de reconocerlas únicamente como el principio de una acción. Las emociones tienen un componente fisiológico pero no pueden ser reducidos a él. Están formadas por categorías conceptuales y ético-culturales a partir de las que definimos nuestra posición hacia el mundo y cómo nos relacionamos con la gente y con los distintos hechos que debemos afrontar. También asume que las emociones no son fuerzas irracionales o impulsos, como se asumía tradicionalmente desde una perspectiva cartesiana, tampoco se trata de incidentes o disrupciones en nuestra vida diaria. Plantea que las emociones son parte de una visión del mundo que compartimos con los demás a través de nuestra participación en actividades sociales y culturales. Si las emociones se separan del contexto histórico y cultural no pueden comprenderse porque son dichos contextos los que dan forma a los motivos de una persona. Por otro lado, las emociones no son naturales, están histórica y culturalmente constituidas.

- c) Maturana (2001) considera la importancia del lenguaje en la interacción humana y la influencia de las emociones sobre ella. Afirma que los seres humanos se desenvuelven en comunidades en las que existen acuerdos alcanzados a través de explicaciones. Los criterios de aceptación o rechazo de un argumento ajeno se basan en las emociones. Denomina *orientación emocional* a dicho criterio. Del mismo modo, considera que el lenguaje no solo es un conjunto de símbolos abstractos útiles para comunicarnos, sino que es el origen de nuestra humanidad y el amor es la base de todo este proceso, es la emoción que posibilitó nuestra humanización a través del cooperativismo (en contra de la competencia) y la convivencia, quedando definido así nuestro carácter de *seres amorosos*.

Encontramos similitudes entre estas tres posturas y es posible relacionar la visión social y cultural de las emociones con la motivación, las necesidades, intereses y valores como la base para los procesos de evaluación de un evento u objeto determinado (¿es buena o mala para mis objetivos personales?). Los motivos pueden ser la base del juicio eudaimonista, partiendo del reconocimiento de la naturaleza social del ser humano que implica que las relaciones sociales son parte de los objetivos eudaimonistas, en términos de Nussbaum (2008).

- d) Evans et al. (2006) plantean una aproximación discursiva en la que las posiciones que ocupa un estudiante durante las interacciones en el aula son importantes. Identifican a las emociones como las responsables de las acciones que le permiten adoptar o modificar una determinada posición, sometiéndose o reclamando derechos y más participación al grupo al que pertenece. Las emociones fluyen y se constituyen durante el discurso a través de su relación con las ideas y creencias (cognición) y con lo subjetivo (sentimientos). Las expresiones que se utilizan en el diálogo pueden dar señales de los procesos emocionales que se están experimentando en dicho intercambio.

Asumimos que desde esta perspectiva se considera a la posición social un poderoso motivador que podría formar parte de los objetivos eudaimonistas de los estudiantes, teniendo en cuenta que se asume a las emociones como fenómenos socialmente organizados y constituidos en discursos. Sin embargo, consideramos que las

aproximaciones en las que se considere jerarquía y poder (implícito o explícito) no son coherentes con modelos educativos inclusivos y democráticos, que sí encontramos en Maturana (2001) y Radford (2015). Sin embargo, sí consideramos enriquecedores sus aportes sobre la importancia del diálogo desde su aproximación discursiva, así como sus recomendaciones metodológicas para la interpretación de distintos sistemas semióticos.

- e) La naturaleza social y cultural de las emociones se encuentra, incluso, en los planteamientos de Mandler (1989a) de manera implícita. Las relaciones que establece una persona así como el carácter de las mismas definen la posibilidad de que se produzca una discrepancia, debido a las expectativas que deposita en la otra persona. En el caso específico del aprendizaje de las matemáticas, este se desarrolla en contextos eminentemente sociales (Evans et al. 2006; Op 't Eynde et al. 2006), motivo por el cual la naturaleza de las expectativas de un estudiante incluyen su relación con el profesor, que a su vez influye en la discrepancia que pueda producirse durante la actividad matemática. Teniendo en cuenta estas consideraciones, asumimos que una discrepancia de carácter individual solo puede producirse durante el trabajo individual; pero incluso en esa situación, la relación con el profesor puede determinar si dicha discrepancia es positiva o negativa.
- f) Goldin (2000, 2002), por su parte, plantea una interrelación entre lo individual y lo social solo como feedback a nivel de emociones compartidas. No considera la influencia de dicho feedback sobre la generación de las emociones a través de normas y valores culturales y sociales.

Por otro lado, también se ha reconocido la ausencia de sincronía entre el desarrollo evolutivo del cerebro humano y las sociedades humanas (Damasio, 2011, 2014; Goleman, 1998; Mandler, 1989a). El ser humano no ha evolucionado orgánicamente sino socialmente, las estructuras sociales y culturales son las que marcan la diferencia con nuestros antepasados, entran en juego las normas socioculturales que hacen que ciertas emociones se reconozcan como menos efectivas o dañinas en la sociedad actual (Damasio, 2011; Goleman, 1998; Nussbaum, 2008). Por este motivo, la educación de las emociones es un tema fundamental también desde la Educación matemática.

En la Tabla 4.4 presentamos, a modo de resumen y organizadas en orden cronológico, las distintas definiciones e ideas asociadas al término emoción.

Tabla 4.4. Definiciones de emoción

Autor/a	Idea principal
Descartes (2005)	Identifica a las emociones como las percepciones de los movimientos corporales.
Spinoza (1980)	Considera a las emociones como la combinación de cambios fisiológicos y pensamientos sobre dichos cambios.
James (1884)	Una emoción es producto de la toma de consciencia de los cambios

	corporales subsecuentes a la percepción de un estímulo.
Vygotsky (2004)	Asume a las emociones como el resultado de la interacción de memoria, pensamiento y cambios corporales.
Zajonc (1980)	Las respuestas afectivas no tienen mediadores (tampoco cognitivos), son reacciones iniciales rápidas frente a sucesos y personas. Las características específicas de los sucesos (preferanda) potencian la motivación.
Izard (1985)	Asume a las emociones como procesos mentales relacionados con la motivación que desembocan en procesos motores y fisiológicos; son respuestas a pensamientos o eventos externos. Sin embargo, la expresión facial y la postura corporal son esenciales.
Kagan (1985)	Los cambios de estado corporal que se detectan y evalúan cognitivamente, generan una emoción.
Lang (1985)	Plantea que las emociones tienen el mismo funcionamiento que un ordenador. La memoria almacena información que es evocada en forma de datos cuyo resultado final son respuestas corporales externas y visibles para un observador externo.
Cobb et al. (1989)	Las emociones están basadas en valoraciones cognitivas de situaciones particulares. No son impulsos incontrolables que se deban sufrir de manera pasiva; la emoción depende del tipo de evaluación que se efectúe, evaluación que está, a su vez, basada en normas, principios y objetivos. Asumen a la emoción como estado (como sensaciones internas, fruto de la actividad visceral) y como acción (resultado de las evaluaciones o valoraciones).
Hart (1989)	Estados de mucha energía mental que dan origen a los sentimientos, cuya fuerza puede variar y una dirección suele estar asociada a dichos estados mentales. La intensidad es variable y pueden ser positivas o negativas.
Mandler (1989b)	Las emociones son el componente más <i>caliente</i> y menos cognitivo del afecto relacionado con la Educación Matemática.
McLeod (1989, 1992)	Las emociones son estados de sentimiento que cambian rápidamente. Altamente afectivos por naturaleza. Poco cognitivos, intensos, duración breve. Son el resultado de la concatenación consciente de una evaluación cognitiva y la percepción de la activación visceral.
Goleman (1998)	Emociones como impulsos para la acción.
Buck (1999)	Las emociones tienen tres lecturas distintas, mutuamente independientes: como respuestas de agitación adaptativa-homeostática; exposiciones expresivas y experiencias subjetivas. Todas constituyen el estado emocional.
Ekman (1999a)	Tienen como objetivo fundamental la movilización del organismo como respuesta a situaciones de encuentros interpersonales. Dichas respuestas son fruto de la adaptación como parte del proceso evolutivo, tanto a nivel de especie como a nivel de individuo

	(historia personal).
LeDoux (1999)	Plantea que las emociones son procesos mentales y por lo tanto neurofisiológicos asociados a diversos cambios. Establece una relación <i>apasionada</i> entre dichos procesos y la consciencia. Se trata de una experiencia subjetiva.
Lazarus (2000)	Las emociones son un proceso que incluye evaluación, estados mentales subjetivos, impulsos para actuar y cambios fisiológicos.
Maturana (2001)	Disposiciones corporales dinámicas que definen distintos dominios de acción.
Schöglmann (2002)	Estados que cambian rápidamente, altamente afectivos y de intensidad variable. Son contextuales.
DeBellis y Goldin (2006)	Las emociones describen estados que cambian rápidamente, pueden experimentarse de manera consciente o pueden ocurrir en el pre o en el inconsciente durante la actividad matemática. Oscilan en un rango de intensidad desde leve hasta muy intensa y son locales. Pueden ser positivas o negativas y tienen mucha relación con el contexto. Representan el componente más intenso y menos estable de la dimensión afectiva. Conllevan significado. Codifican y cambian información en la interacción con otros sistemas de representación internos. Son muy cognitivas y esenciales para la comprensión y el desempeño y se transforman unas en otras.
Evans (2006)	Las emociones pueden asumirse como procesos inconscientes desde la perspectiva psicoanalítica; es decir las emociones con fuerte carga negativa como la ansiedad tienen una tendencia a encontrar defensas en la represión. Están conectadas con deseos y fantasías.
Evans et al. (2006)	Las emociones son fenómenos socialmente organizados, constituidos en discursos formados por relaciones de poder. Están implicados en la construcción de la identidad social.
Leder (2006)	Las emociones representan una reacción <i>caliente</i> con actividad visceral.
Op 't Eynde et al. (2006)	Las emociones son procesos fundamentalmente evaluadores. Son sociales por naturaleza y se encuentran situadas en un contexto social e histórico específico. Relacionadas con la coordinación de la retroalimentación de diversos procesos que se regulan unos a otros a través de feedback en bucle o circuitos de feedback: sistema cognitivo (incluida la evaluación); sistema nervioso autónomo (activación); sistema de monitorización (sentimiento); sistema motor (expresiones y conducta); sistema motivacional (tendencia a la acción).
Hannula (2006a, 2011, 2012b)	La emoción es el aspecto fundamental del afecto; existen tres procesos involucrados: fisiológicos (regulan el cuerpo), experiencias subjetivas (regulan la conducta) y procesos expresivos (regulan la coordinación social). Dirigen la atención y el sesgo de procesamiento cognitivo.
Else-Quest et al. (2008)	Las emociones son respuestas a pensamientos o eventos externos. Reconocen la base biológica de la emoción aunque el alcance de

	dicha naturaleza no esté totalmente claro en su aproximación.
Nussbaum (2008)	Las emociones son formas de entender el mundo cargadas de valor. Resultado de juicios de valor efectuados sobre un objeto o situación desde una postura cognitivoevaluadora. Ubica a las emociones en el pensamiento y son responsables de acciones consecuentes y distintas en función del juicio efectuado. Sin embargo, no las considera como procesos fríos, por el contrario las dota de la pasión característica de estos fenómenos.
Gómez-Chacón (2011, 2015)	Las emociones son respuestas afectivas muy intensas, incluyen lo fisiológico, lo cognitivo, lo motivacional y el sistema experiencial. En situaciones de aprendizaje, la experiencia emocional está estrechamente vinculada con los objetivos de aprendizaje y el control de la conducta y más particularmente con los procesos de adquisición de conocimiento cognitivo y metacognitivo así como de estrategias heurísticas.
Damasio (2011, 2014)	Afirma que un estado emocional es la combinación de diversos procesos: evaluación, respuestas viscerales y musculares, categorización, memoria, estados subjetivos, feedback corporal, acción y consciencia.
Radford (2015)	Las emociones son procesos dinámicos, socialmente organizados e históricamente constituidos. Están vinculadas al significado de la vida más que como experiencias meramente biológicas o como fuerzas irracionales. Son parte de la visión del mundo de una persona, que se comparte a través de la participación en actividades sociales y culturales. Se relacionan con los motivos del estudiante en las actividades del aula. Resultado de la interrelación de procesos afectivos, cognitivos y sociales.

4.5.2. Procesos involucrados en la generación de una emoción

Todas las teorías de las emociones las han considerado como producto de la interacción e interrelación de una serie de procesos involucrados que podemos organizar en las siguientes categorías (RPR7; RPR9; RPR12, RPE31):

1. **Evaluación.** La evaluación cognitiva es común a las teorías de la emoción (Damasio, 2011, 2014; Hart, 1989; James, 1884; Kagan, 1985; Lazarus, 1982; Mandler, 1989a; Nussbaum 2008; Schöglmann, 2005). La evaluación cognitiva se efectúa sobre un objeto, las emociones siempre son sobre *algo* y es un proceso permanente (Hart, 1989; Nussbaum, 2008). Damasio (2014) denomina a estos objetos *Estímulos Emocionalmente Competentes*, Nussbaum (2008) los vincula con objetivos eudaimonistas y puede relacionarse con el cuerpo de creencias que tiene la persona sobre sí misma, sobre un objeto o una situación concreta.

En el caso del aprendizaje de las matemáticas, la evaluación estaría enfocada a una actividad concreta, a la resolución de problemas u otros tópicos matemáticos. La teoría de Mandler (1989a) considera necesario admitir la existencia de una representación mental (valor) que dé origen a los juicios y sentimientos de bueno o

malo y no considera la existencia de emociones inconscientes, las asume sólo como una parte de la experiencia emocional.

Sin embargo, Damasio (2011, 2014) y LeDoux (1999) plantean que la necesidad de una mente consciente sólo es necesaria para la generación de una emoción consciente (sentimiento, en términos de Damasio) mientras que las emociones básicas también pueden ser generadas por animales no humanos (Nussbaum, 2008).

Algunos autores consideran a la evaluación como un proceso inconsciente y otros, como un proceso consciente. A principios de los años sesenta, Magda Arnold introdujo el concepto de evaluación (*appraisal*), a la que definía como una valoración mental de los posibles beneficios o daños de una situación concreta. De este modo, una emoción implica acción: acercarse si se evalúa positivamente o alejarse en caso contrario. La evaluación se produce de manera inconsciente, sin embargo sus efectos inundan la consciencia (LeDoux, 1999).

Por su parte, Sacks (2009) afirma al respecto: “El juicio es intuitivo, personal, global y concreto: “vemos” cómo están las cosas, en relación unas con otras y consigo mismas” (p. 26).

Tener en cuenta cómo se evalúa el objeto permite identificar la emoción y el análisis de las causas de las emociones y permite mejorar la comprensión de las acciones (Cobb et al. 1989).

2. **Cambios fisiológicos.** El proceso de evaluación desencadena reacciones corporales a nivel químico y neuronal que, a su vez, originan las respuestas viscerales y musculares características de las emociones. Algunas de dichas reacciones son visibles por un observador externo (expresiones faciales y corporales) y otras son imperceptibles incluso por quien las experimenta (segregación de adrenalina y otras hormonas).

Vygotsky (2004) es el único que no considera como componente de las emociones a los cambios viscerales. Afirma que una emoción tiene su origen en una valoración cognitiva. Nussbaum (2008) también identifica al pensamiento y los juicios de valor como el origen de las emociones; sin embargo, considera los cambios corporales como un producto de las mismas.

Kagan (1978) identifica dos tipos distintos de cambios fisiológicos: los perceptibles y los imperceptibles. Es posible hacer un paralelismo y asumir a los cambios perceptibles como procesos conscientes y a los cambios imperceptibles como inconscientes. Los cambios perceptibles están identificados con procesos interpretativos y pensamiento en quien los experimenta, cumplen el papel de motivadores y predictores de cambios en el pensamiento y la acción. Estas diferencias entre ambos procesos coinciden con la definición de sentimiento (perceptible y consciente) y emoción (imperceptible e inconsciente).

Los cambios fisiológicos se asumen como los responsables de la intensidad y del carácter pasional o *caliente* de las emociones (Gómez-Chacón, 2011; Hart, 1989; Mandler, 1989a, McLeod, 1989).

3. **Feedback kinestésico.** Después de producirse los cambios físicos envían información al cerebro sobre esos mismos cambios. Este proceso de retroalimentación fue planteado inicialmente por William James (1884) quien le atribuyó toda la causalidad de las emociones. En la actualidad sabemos que cada emoción tiene una respuesta distinta del sistema nervioso autónomo (LeDoux, 1999).

Damasio (2014) se refiere a este proceso como “cartografiado del cuerpo” y afirma que se lleva a cabo continuamente en diversas estructuras cerebrales. Permite la generación de pensamientos relativos al estado general del organismo. También se le puede relacionar con el resultado de la percepción propioceptiva.

4. **Pensamiento.** Radford (2015) afirma que emociones y pensamiento no son entidades separadas mientras que Nussbaum (2008) ubica las emociones en el pensamiento. Si se asume que el pensamiento sobre una emoción es la toma de consciencia de los cambios experimentados por el organismo y de la emoción desencadenada; se trataría de los sentimientos definidos por Damasio (2011, 2014), considerados por otros autores aunque utilizando otros términos.

Por ejemplo, Descartes (2005) utiliza los términos pasión, sentimiento y emoción para referirse al mismo fenómeno. Nussbaum (2008) también emplea ambos términos indistintamente, no se establece ninguna diferencia entre ambos. LeDoux (1999) los denomina emociones conscientes, igual que Izard (1985). Lang (1985) utiliza la expresión *proposiciones de significado*, Kagan (1985) lo denomina *interpretación de los cambios corporales perceptibles*, Ekman (1999a), a su vez, *evaluación extendida* y Buck (1999), *emoción III* (experiencia subjetiva) (Tabla 4.5).

5. **Acción.** Las emociones implican significados para la decisión y la acción en función de la emoción (Brown y Reid, 2006; Buck, 1999; Cobb et al., 1989; Damasio, 2014; Ekman, 1977, 1992, 1999a, 1999b, Goleman, 1998; Hannula, 2006b; Lang, 1985; Mandler, 1989a; Maturana, 2001; Nussbaum, 2008; Roth, 2006). En el caso específico de la actividad matemática, la acción se define en términos de resolución de problemas y comportamiento.

6. **Memoria.** En la mayoría de antecedentes tanto relacionados como específicos revisados, la memoria no se considera como un componente de las emociones de manera explícita -excepto LeDoux (1999) que define la *memoria emocional*. Sin embargo, en todos los planteamientos se describe el proceso y se utilizan nombres alternativos o sinónimos como *vivencias*, *pensamientos sobre experiencias pasadas*, *sistema experiencial* entre otros.

La memoria también ha sido identificada como una fuente de generación de emociones, sobre todo en el caso de las emociones por evocación (Ekman, 1996b; Hart, 1989; Lang, 1985), cuya generación se puede explicar como el producto del funcionamiento de la memoria emocional planteada por LeDoux (1999), cuyos estudios empíricos demostraron que dicho tipo de memoria puede generar la misma emoción experimentada en el pasado si se activa un recuerdo a través de enfrentarse

al mismo estímulo o encontrarse en el mismo contexto. También distingue dos sistemas de memoria distintos respecto a las emociones:

- La memoria emocional implícita, que opera inconscientemente, está fuertemente conectada con los sistemas de agitación corporal y pueden originar reacciones corporales con frecuencia.
- La memoria explícita sobre situaciones emocionales, que contiene todo el conocimiento consciente sobre situaciones emocionales, reacciones emocionales a objetos, personas e ideas.

La consecuencia más importante de considerar a la memoria emocional es que este sistema de memoria es parte de la memoria cognitiva y no hay distinción entre el recuerdo de una emoción y el de un contenido cognitivo.

En la investigación en Educación Matemática consideraron a la memoria como fuente de generación de una emoción Marshall (1989), Evans (2006), Evans et al. (2006) y Shöglmann (2002, 2005, 2010).

Conocer y distinguir los dos tipos de memoria implicados en la generación de emociones planteados por LeDoux (1999) y considerados por Schöglmann (2002, 2005), permitiría, además de comprender las acciones de los estudiantes en clases de matemáticas (bloques, distracción, abandono), prevenir futuras acciones de este tipo evitando la vivencia de experiencias emocionales que puedan almacenarse como negativas.

7. **Imaginación.** Nussbaum (2008) también considera a la imaginación como responsable de la generación de emociones. En este caso, el juicio valorativo se efectúa sobre un objeto o situación imaginada.

En este sentido, Evans (2006) también vincula a las emociones con deseos y fantasías desde su perspectiva psicoanalítica. Identifica a estos aspectos como distintos de los objetivos personales. Muchos deseos son inconscientes si se asumen como inaceptables o si existe un conflicto con la imagen social deseada. Las fantasías son imágenes o narraciones irreales o irracionales que expresan deseos por algún objeto, pueden compartirse dentro de un grupo o a nivel de cultura nacional.

La falta de consenso también se hace evidente en los procesos asociados a la generación de las emociones. Sin embargo, es posible establecer una equivalencia entre las distintas aproximaciones, pues consideramos que se trata de diferencias principalmente terminológicas, como puede apreciarse en la Tabla 4.5.

Podemos resumir como un acuerdo amplio la consideración de tres aspectos de los estados emocionales, a partir de los análisis efectuados desde los antecedentes relacionados y los específicos sobre el fenómeno emocional (RPE16):

1. La emoción como proceso fisiológico: respuestas corporales incluyendo el cerebro, nervios y órganos.

2. La emoción como proceso psicológico: experiencias subjetivas, pensamiento, sentimientos.
3. La emoción como expresión conductual: incluyendo la verbal; relacionada con el carácter social.

En el área específica de la Educación Matemática, la teoría más aceptada y reconocida sobre el origen de las emociones es la planteada por George Mandler (1989a), que asume como punto de origen de una emoción a los conflictos entre las expectativas o planes de una persona y la realidad. En función de si las expectativas son superadas o no, la emoción generada es positiva o negativa. Sin embargo, en ocasiones sólo se han tenido en cuenta las emociones negativas considerándolas factores limitantes de los procesos cognitivos relacionados con el aprendizaje de las matemáticas. Su teoría considera dos fuentes distintas para la generación de una emoción: la orgánica (eventos fisiológicos) y la mental (pensamiento).

Mandler (1989a), define como evolucionista a la teoría sobre la generación de una emoción planteada por Darwin, mientras que considera como cognitiva y constructivista la estructurada por James (1884), asumiendo como inaceptable esta última. Sin embargo, encontramos más similitudes que contradicciones entre ambas posturas. Pueden resumirse en las siguientes cuestiones:

- a) James (1884) también considera el carácter evolutivo de las emociones, planteado inicialmente por Darwin. Las emociones como otros procesos asociados al sistema nervioso tienen el objetivo de resolver situaciones generadas por el medio exterior como una forma de adaptarse a él. Dichos mecanismos se han mantenido y aunque reconoce implícitamente que se generan a partir de un juicio sobre lo que es bueno o malo para el organismo, después, sería más bien un *sentimiento cognitivo*.
- b) James (1884) también reconoce que muchas de las evaluaciones de este tipo se efectúan teniendo en cuenta la sociedad y la cultura a la que se pertenece dotando así de mayor importancia en este sentido a los aspectos socioculturales y la educación que a la genética. Estas evaluaciones pueden identificarse con los procesos que dan como resultado final a lo que Mandler (1989a) denomina *discrepancias*.
- c) Por otro lado, James (1884) se esfuerza por diferenciar las emociones de cualquier proceso netamente cognitivo a los que define como fríos y faltos de color. Las emociones son intensas, aceleran el corazón, la sangre aumenta su temperatura y recorre el cuerpo a mayor velocidad. Es este carácter “caliente” (en términos de Mandler) lo que distingue a una emoción.
- d) Podemos asumir como una debilidad en el planteamiento de James (1884) la omisión de los procesos inconscientes. Teniendo en cuenta que su teoría asume a la emoción como el sentimiento de cambios corporales, que a su vez se producen directamente a partir de la percepción de un estímulo. Si no se producen cambios corporales como consecuencia de dicha percepción, no se produce la emoción y se trata únicamente de un proceso cognitivo.
- e) Esta limitación se supera con los planteamientos de Damasio (2011, 2014) que incorpora la evaluación inconsciente del EEC (estímulo emocionalmente

- competente) que origina, a su vez, el despertar fisiológico y las consecuentes acciones en función de la emoción. Identifica, también, el papel fundamental de las emociones para la toma de decisiones, proceso que James identifica únicamente con procesos cognitivos fríos, carentes de emoción.
- f) Otro aporte significativo de Damasio (2011, 2014) en este sentido es la diferenciación entre emoción y sentimiento. Asumiendo a la emoción como el proceso inconsciente y al sentimiento como la toma de consciencia de dicho proceso a partir de la percepción de los cambios corporales experimentados.
 - g) Mandler (1989a) plantea el proceso de generación de una emoción como la concatenación consciente de esquemas de evaluación cognitiva y la percepción de los cambios corporales; ignorando, también, los procesos inconscientes.
 - h) Estos desajustes en los planteamientos de Mandler (1989a) y James (1884) evidencian la complejidad del fenómeno emocional y las dificultades en su comprensión.

Por otro lado, en contra de las afirmaciones clásicas, Radford (2015) plantea una alternativa basada en la investigación en Psicología Cultural y Antropología en la que asume que las emociones no son fenómenos subjetivos momentáneos, sino que están históricamente constituidas (también considerado por James, 1884). Es decir, no es correcto asumir a las emociones únicamente desde la perspectiva biológica.

También es preciso tener en cuenta que un ser humano experimenta emociones de manera ininterrumpida (Damasio, 2011, 2014; Radford, 2015; Stocker, 1996), por lo que no es adecuado limitarlas únicamente a la faceta cognitiva de las mismas (Izard, 1985; Kagan, 1985; Lang, 1985; Zajonc, 1985; Zajonc y Markus, 1985).

4.5.3. Representación externa de las emociones

Paul Ekman (1977, 1993, 1999a, 1999b; Ekman y Oster, 1979) centró sus estudios en la universalidad de las emociones. Una de sus conclusiones más importantes es que las emociones tienen representaciones externas en forma de expresiones faciales y lenguaje corporal (RPR15; RPR17; RPE35).

La existencia de dichas representaciones externas de las emociones, ha sido reconocida ampliamente y están estrechamente relacionadas con la función social de las emociones, teniendo en cuenta que son visibles y reconocibles por un observador externo que, a su vez, lleva a cabo un proceso de interpretación de dichas señales basado en un conocimiento experiencial implícito (Buck, 1993; Damasio, 2011; 2014; Hannula, 2006a; 2012b; Izard, 1985; James, 1884; Lang, 1985; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999; Zajonc, 1980; Zajonc y Markus, 1985).

También existe un acuerdo sobre la caracterización de las expresiones faciales y el lenguaje corporal como representación de distintas emociones, de manera que es posible realizar inferencias sobre las mismas a partir de las expresiones observadas. Para que dichas inferencias sean fiables es preciso tener en cuenta los tres sistemas de representación afectiva planteadas por Lang (1985): informes verbales, actuaciones públicas y fisiología expresiva.

Tabla 4.5. Procesos involucrados en la generación de emociones

Autor/a	Cambios fisiológicos	Procesos cognitivos	Control o dominio	Acción	Participación de la consciencia
Descartes (2005)	Movimiento de los espíritus animales	Percepción de los movimientos de los espíritus animales	Voluntad Razón	Acción corporal	Percepciones del alma
James (1884)	Cambios corporales	Sentimiento cognitivo		Expresiones corporales	
Vygotsky (2004)		Valoraciones de las ventajas o prejuicios de un objeto. Vivencias emocionales conscientes			
Izard (1985)	Procesos neuroquímicos y motores	Procesos mentales		Comunicación con los demás (expresión facial y corporal)	Emoción consciente
Kagan (1985)	Cambios internos imperceptibles. Cambios perceptibles	Interpretación de los cambios corporales perceptibles		Acción	
Lang (1985)	Agitación Información sobre la	Valencia Información sobre el	Control/dominio	Salidas de conducta/ patrones	Información que define las

	respuesta (proposiciones de respuestas)	estímulo (proposiciones de los estímulos)		de conducta asociados a la información emocional	proposiciones de significado
Zajonc y Markus (1985)	Actividad autonómica y visceral	Memoria, percepción		Expresión de la emoción. Manifestación motora	
Mandler (1989a)	Despertar visceral	Evaluación en función de uno o más esquemas (expectativas, planes)		Interrupción o bloqueo	Pensamiento consciente. Sentimiento.
DeBellis y Goldin (1997)		Pequeñas evaluaciones cognitivas			
Buck (1999)	Emoción I: Respuesta sistemas autonómico/endocrino/inmune		Emoción II: autorregulación. Experiencia subjetiva	Emoción III: Conducta expresiva.	
Ekman (1999a)	Cambios fisiológicos	Mecanismos de evaluación: automático y extendido	Capacidad de control de las expresiones emocionales	Comunicar expresiones emocionales	Evaluación extendida
LeDoux (1999)	Respuestas fisiológicas	Evaluación inconsciente	Control cortical parcial	Acción	Emociones conscientes

Lazarus (2000)	Cambios somáticos	Valoración. Juicio sobre el beneficio o daño de la situación a la que se enfrenta la persona	Afrontamiento	Actuaciones específicas. Tendencia a la acción o impulso	
Radford (2005, 2013, 2015)	Cambios orgánicos y funcionales en el SNA.	Categorías conceptuales y éticoculturales, concepto del yo que definen nuestra posición en el mundo.		Moral	Maneras de relacionarnos con los demás y con las situaciones a afrontar.
Evans (2006)	Cerebro, nervios y órganos			Expresión conductual, incluyendo la verbal	Experiencias subjetivas o sentimientos
Op 't Eynde et al. (2006)	Sistema nervioso autónomo (activación)	Sistema cognitivo (evaluación). Interpretaciones cognitivas y evaluaciones de situaciones específicas.	Sistema monitorización (sentimiento)	Sistema motor (expresión). Sistema motivacional (tendencias a la acción)	Sentimiento
Zan et al. (2006)	Reacciones fisiológicas	Procesamiento cognitivo del afecto: inclinan la atención y la memoria.		Activan tendencias a la acción.	

Else-Quest et al. (2008)	Agitación fisiológica Activación cerebral.	Evaluación cognitiva.		Componentes verbales y no verbales (incluyendo las expresiones faciales).	Sentimientos subjetivos. Motivación
Nussbaum (2008)	Cambios fisiológicos	Juicio eudaimonista. Imaginación.		Patrones de acción	
Gómez-Chacón (2011)	Procesos Fisiológicos: activación	Procesos Cognitivos: conocimientos, interpretación. Sistema experiencial.	Autocontrol emocional: control de impulsos y fobias relacionadas con las matemáticas; regulación de los comportamientos no deseados en clase.		Motivación. Autoconsciencia.
Damasio (2011, 2014)	Respuestas químicas y neuronales	Evaluación de un EEC	Control premeditado a partir del sentimiento	Actuaciones específicas	Sentimiento
Eagleman (2013)	Cambios internos	Valoración del estímulo desencadenante (cambios internos)	Autoconocimiento y autorreflexión	Acciones de evitación o rechazo	

Evans et al. (2006) afirman al respecto, que las emociones están relacionadas con el deseo que impregna el lenguaje; están vinculadas a ideas y a los términos que se emplean para la expresión. Tienen expresión fisiológica, verbal y conductual; incluyendo lo subjetivo (sentimiento). En el mismo sentido que Lang (1985).

Por otro lado, Ekman (1977, 1993) considera la posibilidad de experimentar dos emociones a la vez, “This affect-about-the-affect” (Ekman, 1977, p. 113). Se refiere al hecho de que una emoción genere a su vez otra emoción (sentir vergüenza por estar enfurecido, o enfadado por estar molesto, por ejemplo); como una manera específica de generar representaciones externas en forma de expresiones faciales, cuya interpretación inicial puede ocasionar algún grado de confusión en el observador.

La investigación sobre la emociones ha utilizado dichas inferencias sobre las emociones a partir de sus representaciones externas y se han complementado con autoinformes de quien experimenta el fenómeno emocional. Sin embargo, existen incoherencias entre dichos autoinformes y las actuaciones reales en dichos estudios (Eagleman, 2013; Lang, 1985; LeDoux, 1999). Asumimos que dichas incoherencias se pueden minimizar si se consideran, además de las conductas observables de una emoción, las otras dimensiones de la experiencia emocional (estímulo y significado) para la interpretación de las descripciones orales (Lang, 1985).

Teniendo en cuenta estas observaciones, y a nivel metodológico, encontramos coincidencias en la recomendación de tener en cuenta las representaciones motoras, la acción y conducta así como los autoinformes o descripciones personales de las propias vivencias como elementos para una interpretación más completa del estado emocional de una persona durante la investigación.

En este sentido, Zajonc y Markus (1985) identifican a las actitudes como una forma de representación de las emociones con importantes componentes motores y, por lo tanto, de acción.

Lazarus (2000), por su parte, asegura que el proceso emocional tiene su base en el papel imprescindible de la razón y plantea una secuencia conformada por dos fases, la primera relacionada con el despertar emocional y la segunda con la representación voluntaria y con las acciones consecuentes de las emociones). Asumimos que el conocimiento de estas fases y, por lo tanto, de la secuencia del fenómeno emocional, permitiría entender y valorar la interrelación entre ambos procesos mentales.

- 1) **Fase 1: aparición de la emoción.** Esta se genera a partir de una valoración sobre lo que está ocurriendo y si es perjudicial, amenazador o beneficioso. Esta valoración depende de la razón, aunque el razonamiento puede que no sea acertado.
- 2) **Fase 2: control de la emoción.** En esta fase decidimos cuál es el mejor curso de acción. Es decir, la segunda fase implica el proceso de (lo que el autor denomina) afrontamiento.

La consideración de dos fases distintas asociadas a la emoción no se ha tenido en cuenta previamente y se han planteado de manera conjunta; únicamente Eagleman (2013) considera estas diferencias desde un punto de vista neurocientífico. Es decir,

tradicionalmente se han asumido dos procesos distintos como una unidad, generando de este modo confusión. Un ejemplo son los planteamientos de Izard (1985) que pone en duda el carácter cognitivo de las emociones, reconociendo únicamente la existencia de elementos mentales en su generación. Basa sus argumentos en la falta de control que tenemos sobre las emociones (primera fase), sin tener en cuenta que es posible gestionar las respuestas a las emociones experimentadas (segunda fase).

Del mismo modo, asumir ambas fases podría ayudar a resolver o aclarar las siguientes cuestiones:

- a) Reconocimiento de la individualidad en contra de la generalización. Es decir, se reconoce que existen unas valoraciones personales que pueden ser únicas y que son las que permiten valorar las situaciones cotidianas de manera que una misma situación es experimentada de forma distinta por las personas involucradas, de manera que una misma situación puede generar emociones distintas en diferentes personas. Está en consonancia con lo planteado por Maturana (2001) sobre la importancia del respeto y el reconocimiento a la individualidad y la inclusión. “La aparición y el control de una emoción son etapas diferentes del proceso emocional” (Lazarus, 2000. p. 376).
- b) Aportar nuevas consideraciones al debate abierto sobre la universalidad de las emociones. Si se tiene en cuenta que la primera fase (aparición de la emoción) se produce a niveles inconscientes y con una carga eminentemente genética, común al ser humano, es posible aceptar el carácter universal de las emociones (Damasio, 2011, 2014; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999). Mientras que la segunda fase (control) tiene un carácter consciente y está mediado por normas sociales y culturales, la expresión y representación emocional varía entre culturas distintas e incluso entre personas diferentes (Buck, 1999; Damasio, 2011, 2014; Nussbaum, 2008).
- c) Evitar confusiones tanto a nivel terminológico como conceptual. Un ejemplo que evidencia la necesidad de distinguir entre emoción y reacción emocional lo encontramos en la afirmación de Gómez-Chacón (2011): “[...] a lo largo de nuestro estudio utilizaremos, en algún caso, el término reacción emocional y el de emoción indistintamente. Si bien, consideramos que se puede estar experimentando una emoción sin que externamente se produzca una reacción emocional” (p.31). Al respecto, nos surgen las siguientes preguntas: ¿Cómo se observan estas reacciones? ¿Por los cambios corporales y faciales? ¿Qué se aprecia? ¿La emoción propiamente dicha o su representación? ¿El sentimiento?

4.5.4. Funciones de las emociones

Se han considerado, principalmente, dos funciones asociadas a las emociones (RPR18; RPR19; RPR22; RPE13):

1. **Funciones asociadas con la supervivencia.** Están relacionadas con la naturaleza genética y son producto de la evolución. Las emociones deben ayudar al organismo a responder de la manera más adecuada para su supervivencia frente a los cambios internos y externos y pueden ser de dos tipos: adaptaciones fisiológicas y

psicológicas (Buck, 1999; Damasio, 2011, 2014; Descartes, 2005; Eagleman, 2013; Hannula, 2012b; Goleman, 1998; Lazarus, 1982, 2000; LeDoux, 1999; Maturana, 2001; Nussbaum, 2008; Spinoza, 1980).

2. **Funciones asociadas a la comunicación y la interacción social.** Las emociones son un sistema de comunicación que facilita la interacción con los demás a través de las expresiones faciales, el lenguaje corporal y el tono de voz. El ser humano es capaz de generar y de interpretar dichas expresiones de manera natural (Buck, 1999; Damasio, 2011, 2014; DeBellis y Goldin, 2006; Goldin, 2002; Goleman, 1998; Hannula, 2012b; Izard, 1985; LeDoux, 1999; Lazarus, 2000; Maturana, 2001; Nussbaum, 2008, 2010; Salovey y Mayer, 1990).

4.5.5. Tipos de emociones y nomenclatura

La falta de consenso se percibe también en la clasificación de las emociones. Existen diversos criterios que definen clasificaciones distintas, sin embargo ninguna debe ser considerada equivocada, teniendo en cuenta que son coherentes con los criterios establecidos previamente (Kagan, 1985). Una pretensión en este sentido ha sido establecer una jerarquía definiendo un conjunto de emociones al que se pueda considerar más importante (biológicamente, evolutivamente, por el origen, entre otros). Un obstáculo para el logro de este objetivo ha sido la falta de claridad y acuerdo sobre la universalidad de las emociones y las diferencias lingüísticas entre diversas culturas que también influyen en dicha jerarquización (RPR5).

Damasio (2011, 2014) y Buck (1993, 1999) plantean una organización jerárquica de las emociones en función de la complejidad de los sistemas biológicos involucrados. Consideramos que ambos planteamientos son complementarios y, teniendo en cuenta el alto grado de argumentación así como la claridad en la terminología que utilizan, también los más satisfactorios (Figuras 4.1 y 4.2).

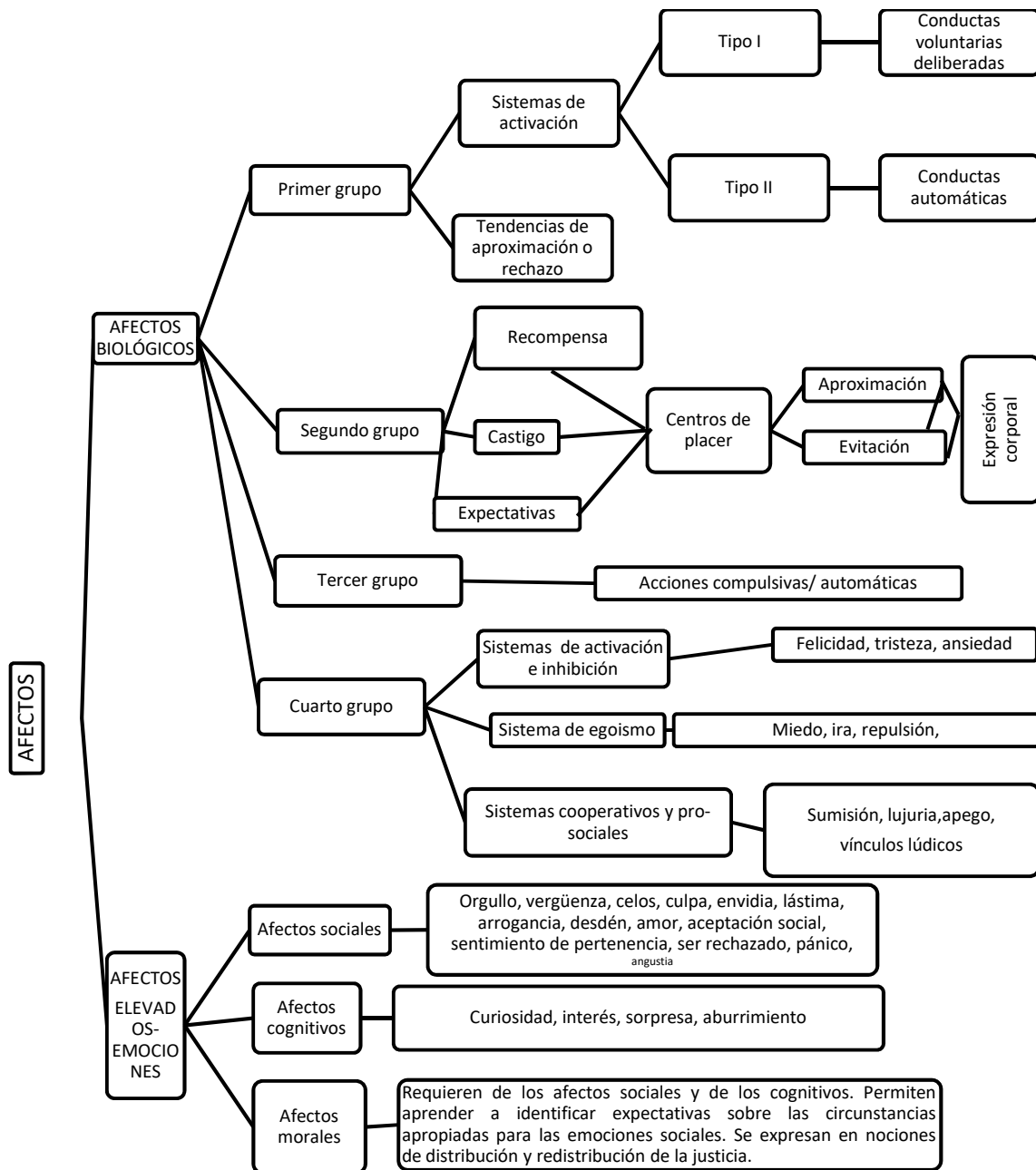


Figura 4.1. Clasificación de los afectos (Buck, 1999)

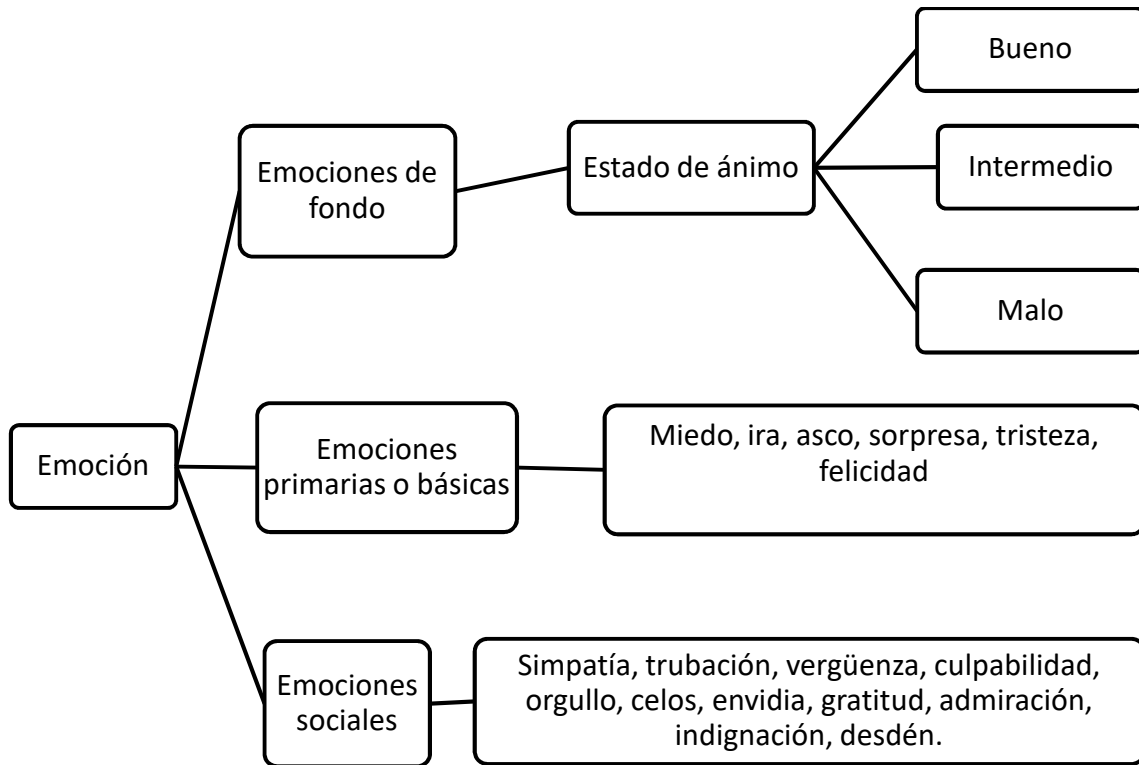


Figura 4.2. Clasificación de las emociones (Damasio, 2014)

Las distintas aproximaciones consideradas para nuestra investigación consideran la existencia de diversos tipos de emociones, que han permitido elaborar diferentes taxonomías y clasificaciones. Encontramos coincidencias en la consideración de unas emociones básicas, fundamentales o primarias que dan origen a familias o grupos de emociones; o a otras emociones como combinación o variación de las emociones básicas y se presentan en la Tabla 4.6.

Tabla 4.6. Emociones básicas, fundamentales o primarias

Autor/a	Nomenclatura	Cuáles son
Descartes (2005)	Emociones primarias	Admiración, amor, odio, deseo, alegría y tristeza
Spinoza (1980)	Afectos fundamentales	Alegría, tristeza y deseo
James (1884)	Emociones estándar	Sorpresa, curiosidad, éxtasis (embeleso), miedo, enojo, deseo, agrado, gusto
Izard (1985)	Emociones fundamentales	Placer, sorpresa, tristeza, asco, desprecio, miedo.
Hart (1989)	Emociones	Sorpresa, miedo, ira.
	Estados de ánimo o humor	Felicidad, tristeza.

Ekman (1999a)	Emociones básicas	Miedo, ira, alegría, sorpresa, tristeza, asco, desprecio
LeDoux (1999)	Emociones propiamente dichas o emociones básicas	Miedo, ira, alegría, sorpresa, tristeza, asco, desprecio
Damasio (2011, 2014)	Emociones primarias	Miedo, ira, asco, sorpresa, tristeza, felicidad.
Hannula (2011)	Emociones	Alegría, orgullo, tristeza, frustración, ansiedad, entre otros humores y reacciones emocionales.

En Educación Matemática la clasificación de las emociones no se ha tenido en cuenta de manera profunda, sólo en ocasiones se planteaba de manera explícita la teoría que se tenía en cuenta (Buck, Damasio y Ekman) para la investigación que se presentaba (Else-Quest et al, 2008; Goldin, 2000; Hannula, 2011, 2012a).

Emociones y sentimientos: una diferencia clave

Un tema recurrente de controversia entre los planteamientos estudiados es la falta de claridad en la distinción entre emoción y sentimiento planteada por Damasio (2011, 2014). Consideramos que no se trata únicamente de una situación nominal sino sobre todo conceptual. Generalmente se confunden ambos procesos e incluso se utilizan como sinónimos debido a que se encuentran profundamente relacionados y podría asumirse que se producen simultáneamente. Asumimos que las principales contradicciones en la conceptualización de las emociones se producen principalmente por no distinguir ambos procesos y, por el contrario, asumirlos como uno solo, pues la complejidad se agudiza al tratar de comprender dos fenómenos distintos (aunque estrechamente vinculados) desde la misma perspectiva (RPR6; RPR11; RPR29; RPE13).

Establecemos las siguientes diferencias entre ambos conceptos:

1. **Emociones.** Se producen en primer lugar y son las respuestas fisiológicas frente a un *estímulo emocionalmente competente* (EEC) (Damasio, 2014), que a su vez puede equipararse a lo que Lazarus (2000) denomina *provocación*; y para que un estímulo cualquiera se transforme en *provocador de una emoción* (EEC, en términos de Damasio), debe ser personalmente significativo.

Por su parte, LeDoux (1999) categoriza a los estímulos en dos grupo distintos: (1) Estímulos naturales: innatos, de origen genético. (2) Estímulos desencadenantes adquiridos: resultado de la socialización (educación-enculturación). Al respecto, Nussbaum (2008) afirma que las emociones siempre son con respecto a algo (persona, situación, objeto) al que se juzga en función de los objetivos eudaimonistas. Lang (1985), asume a dicho objeto como información y puede ser de tres tipos: (1) de estímulo, (2) de respuesta, (3) de significado.

Existe consenso sobre el objeto generador de la emoción al que se asume como estímulo.

2. **Sentimiento.** Emerge de la yuxtaposición de la imagen del cuerpo y las modificaciones que ha sufrido y de la imagen que provocó la emoción. Ambas imágenes no se mezclan, se combinan (Damasio, 2011). Las emociones preceden a los sentimientos y constituyen los cambios externos y visibles, se llevan a cabo en el *teatro del cuerpo*, podrían tener carácter universal y están presentes incluso en animales no humanos. Los sentimientos siempre se originan a partir de emociones pero no pueden generarlas. Constituyen la parte privada e íntima de la experiencia emocional, no es visible para los demás. Se producen en el *teatro de la mente*, son susceptibles a la influencia de la cultura y exclusivos del ser humano porque requieren de la existencia de una mente consciente (Damasio, 2014; LeDoux, 1999).

Si bien no se utilizan los mismos términos, las definiciones que otros autores utilizan para diferenciar ambos procesos se ajustan a los planteamientos de Damasio (2011, 2014):

- Descartes (2005) también consideró la existencia de una percepción de la actividad de lo que denominaba *el alma* y que podemos interpretar como la intervención de la consciencia.
- Vygotsky (2004) considera las *vivencias emocionales* a las que reconoce como procesos conscientes.
- Izard (1985) denomina *sentimiento emocional* o *emoción consciente*, cuando la persona se da cuenta de que está experimentando una emoción.
- Kagan (1985) asume la *interpretación de los cambios corporales perceptibles*.
- Lang (1985) identifica las *proposiciones de significado*.
- Zajonc y Markus (1985) que nombran *representaciones fuertes* a las respuestas motoras para diferenciarlas de las más abstractas (formas de representación verbales, proposicionales, análogas o icónicas) a las que designan *representaciones débiles*.
- Ekman (1999a) también diferencia los procesos inconscientes de lo que denomina *evaluación extendida*, que requiere intervención de la mente consciente.
- LeDoux (1999) por su parte, utiliza los términos *emoción consciente* o *emociones de orden superior*.

La introspección no permite acceder a programas inconscientes, responsables entre otros procesos de la generación de las emociones primarias. Sin embargo, solo es posible acceder a los sentimientos a través de la narración de la experiencia (Damasio, 2011, 2014; LeDoux, 1999; Egleman, 2013).

Consideramos que los siguientes aspectos podrían mejorar e incluso podrían resolverse utilizando la distinción entre emoción y sentimiento:

1. **La interpretación y medida de las emociones.** Por ejemplo, Lang (1985) considera que sólo es posible medir los cambios corporales asociados a una emoción, dejando de lado los demás procesos asociados. Considera la posibilidad de la introspección planteada como modo de acceder a la experiencia subjetiva y acercarse a alguna

manera de medición de la emoción experimentada por un individuo. Sin embargo, también se pone en duda la fiabilidad de estas prácticas si se asume que el informe verbal sobre algún procesamiento interno fuera considerado totalmente válido y si además el procesamiento interno fuera una experiencia emocional, la evaluación sería irremediabilmente confusa porque se consideraría o dotaría de dos roles distintos a un mismo organismo: (1) ser capaz de sentir o experimentar emociones, (2) ser observador de su propia experiencia (Lang, 1985).

Una *emoción propiamente dicha* (Damasio, 2014) puede ser medida a través de los datos aportados por los cambios viscerales, musculares y faciales. Distinguirlos de los sentimientos asociados podría permitir entre otras cosas limitar la psicoterapia a través de la introspección al análisis de los sentimientos teniendo en cuenta que otra diferencia entre emoción y sentimiento es que las emociones son procesos inconscientes y los sentimientos conscientes (Izard, 1985; Damasio, 2011, 2014; LeDoux, 1999).

Considerar emoción y sentimiento como procesos distintos permitiría interpretar las emociones básicas o fundamentales a través de los sentimientos conscientes (relatados en autoinformes o inferidos de la observación del lenguaje corporal o facial).

- 2. Relación entre emoción y consciencia.** Desde la teoría planteada por William James (1884) la relación entre emoción y consciencia constituye otro punto de interés y controversia. James asumía que una emoción es la consciencia de los cambios físicos, orgánicos y musculares. En este caso concreto, el término consciencia se refiere principalmente a la percepción de los cambios fisiológicos; Descartes (2005) utiliza explícitamente ambos términos para definir una emoción en función de la percepción del cuerpo.

El sentimiento también ha sido considerado un componente de las emociones diferenciándolo del pensamiento y de cualquier otra actividad cognitiva (Nussbaum, 2008). Si tenemos en cuenta que la autora considera los componentes clásicos de la emoción (cambios fisiológicos y procesos mentales), podría asumirse que *sentimiento* se refiere a la percepción del cuerpo. En inglés se utiliza el término *feeling* para sensaciones (percepciones corporales) y sentimientos; podría tratarse, en este caso concreto, de una cuestión relacionada con la traducción del texto original en inglés a la versión en castellano.

Por otro lado, Lazarus (1982) define al fenómeno de la subcepción como las percepciones inconscientes que desembocan en una acción de evitación o aproximación. Por este motivo consideramos oportuno esclarecer la diferencia entre percepción y consciencia asumiendo a ésta como un proceso más complejo y relacionado directamente con los sentimientos, “En sentido estricto, consciencia es el proceso por el que una mente se ve imbuida por una referencia que llamamos yo, y se dice que sabe de su propia existencia y de la existencia de objetos a su alrededor” (Damasio, 2014, p. 176).

Diversas teorías posteriores a James han centrado sus esfuerzos en explicar el mecanismo de las emociones conscientes siendo el problema de la comprensión de la generación de la consciencia el más complejo de todos (LeDoux, 1999). Si tenemos en cuenta la teoría de Damasio (2011, 2014), dichas investigaciones dejarían de interesarse por los cambios fisiológicos propios de las emociones centrando su atención en el carácter consciente de los sentimientos asumiendo que éstos sólo pueden ser generados por cerebros capaces de tener conocimiento consciente del yo y de las relaciones con el entorno.

En este sentido, LeDoux (1999) afirma que las emociones no precisan de este mecanismo más complejo y que los sentimientos conscientes no son distintos de otros procesos relacionados con la consciencia tales como la percepción, el lenguaje, entre otros. “Los estados de consciencia ocurren cuando el mecanismo responsable del conocimiento consciente se percata de la actividad que está teniendo lugar en los mecanismos de procesamiento inconsciente” (p. 21). El mecanismo que permite tener consciencia sobre un color, una forma, un sonido o una intensa emoción es el mismo y cumple sus funciones de manera aislada al objeto (color, forma o emoción).

Descartes (2005) planteó la existencia de consciencia e inconsciencia. La primera fue considerada como la mente que todo lo sabe, todo lo conoce y carece de aspectos no cognoscibles, característica que correspondería a la inconsciencia. Los conductistas no consideraban estos conocimientos dignos de ser estudiados por la Psicología y se limitaron a estudiar hechos observables, conductas objetivamente mensurables. “Las respuestas emocionales y el contenido consciente son el producto de mecanismos especializados de emoción que funcionan inconscientemente” (LeDoux, 1999, p. 337).

Desde principios del siglo XX se ha intentado encontrar un órgano concreto en el encéfalo que tuviera como principal función la generación de la consciencia, sin embargo, en la actualidad podemos afirmar que la consciencia es el resultado de un proceso en el que intervienen diversos sistemas cerebrales. No se trata de una función específica de un órgano específico. El neocórtex parece cumplir un papel fundamental en este proceso y podría explicar la ausencia de consciencia en otros animales. Hasta que se encuentren evidencias científicas contrarias.

Es decir, si consideramos la diferenciación tanto nominal como conceptual entre emoción y sentimiento, podríamos afirmar que las emociones son procesos inconscientes y los sentimientos conscientes.

3. **Nomenclatura y clasificación de las emociones.** Uno de los principales problemas en la nomenclatura de las emociones tiene su origen en asumir a emoción y sentimiento como un proceso único. Las distintas teorías esperan poder otorgar un nombre al estado interno mientras reconocen que debe ser un nombre distinto al de la combinación de cambios en el estado y su posterior detección y evaluación cognitiva. Se ha reconocido que aunque se pretenda separar ambas experiencias no siempre se experimentan de manera aislada por quien las vive, generalmente se perciben simultáneamente (Kagan, 1985), aunque las emociones se generen en primer lugar

(Damasio, 2011, 2014). Los cambios corporales constituyen el conjunto de emociones propiamente dichas, la experiencia interna a los sentimientos, las emociones están relacionadas con las sensaciones físicas intensas (LeDoux, 1999).

- 4. Relación entre emociones y lenguaje.** El lenguaje es una característica exclusiva de los seres humanos, asumido como “coordinaciones conductuales consensuadas de coordinaciones conductuales consensuadas” (Maturana, 2011, p. 52). Es responsable de nuestra humanidad y posibilitó la evolución de nuestro cerebro (Maturana, 2001).

Sin embargo, el lenguaje no es indispensable para la generación de las emociones pues estas pueden basarse en otras formas de representación simbólica. La importancia del lenguaje en relación a las emociones, radica en que es capaz de cambiar una emoción en otra. El hecho de poner palabras a una determinada emoción cuando se la está experimentando requiere establecer diferencias, organizar las ideas y sentimientos, poner orden. Proceso que podría modificar la emoción inicial a partir de las nuevas conclusiones encontradas en el ejercicio de verbalización (Nussbaum, 2008). A través del lenguaje se estructuran los sentimientos a partir de una emoción propiamente dicha.

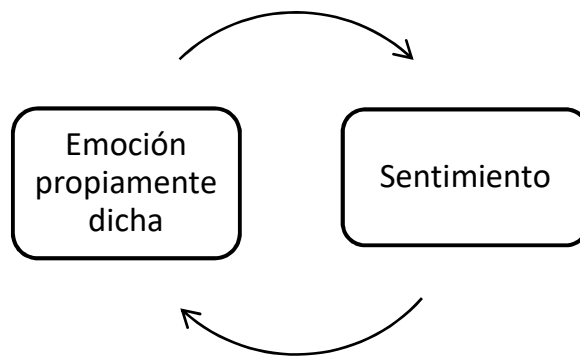


Figura 4.3. Relación entre emoción y sentimiento

- 5. Contribuciones de la diferencia entre emoción y sentimiento al área específica de la Educación Matemática.** El racionalismo cartesiano ha establecido diferencias importantes entre emoción y pensamiento, organizándolas jerárquicamente y aunque ya se asume al ser humano como un ser eminentemente emocional, aún no se ha establecido el vínculo entre emoción y pensamiento de manera satisfactoria (Radford, 2015). Consideramos que una perspectiva spinoziana, que reconozca la naturaleza imbricada de ambos, desde una aproximación integradora que parta de reconocer la interdependencia de emoción y sentimiento (pensamiento) (Clarke, 2015; Damasio, 2011, 2014; Nussbaum, 2008; Radford, 2013, 2015; Spinoza, 1980), permite establecer conexiones entre emoción, pensamiento y acción en Educación Matemática.

La investigación sobre el afecto en el área, ha propiciado la configuración de constructos que vinculan metacognición y dimensión afectiva, directamente relacionados con la autorregulación (Gómez-Chacón, 2011). Consideramos que estos constructos, fundamentalmente el meta-afecto asumido como el afecto sobre el

afecto, están directamente relacionados con el concepto de sentimiento, en los términos planteados anteriormente.

Ekman (1977) define afecto sobre el afecto a la capacidad de una emoción de generar otra emoción distinta (sentir vergüenza por tener miedo, por ejemplo), que puede equipararse al meta-afecto planteado por DeBellis y Goldin (1997, 2006). Esta consideración permitiría incorporar estos constructos dentro del dominio afectivo en Educación Matemática en lugar de considerarlos únicamente como epifenómenos asociados; asumiéndolos como procesos relacionados con el control premeditado de la conducta a partir del sentimiento (Damasio 2011, 2014).

En la Tabla 4.7 presentamos las principales consideraciones sobre los constructos vinculados al sentimiento en la investigación en Educación Matemática.

Tabla 4.7. Consideraciones sobre meta-afecto en Educación Matemática

Autor/a	Principales consideraciones
DeBellis y Goldin (1997, 2006)	Meta-afecto: el afecto sobre el afecto; incluye emociones sobre estados emocionales y emociones sobre o dentro de estados cognitivos y la monitorización y regulación de la emoción. Es el aspecto más importante del afecto. Las creencias, valores y ética tienen un rol importante en este proceso.
Hannula (2006a, 2006b)	Autorregulación: generación propia de pensamientos, sentimientos y acciones planificadas y adaptadas para la consecución de objetivos personales. También es posible la autorregulación automática, sin intervención de la consciencia, donde la planificación no tiene cabida. Sistema de control alternativo a la metacognición, implica gestión amplia de la propia conducta (control de la atención, de la metacognición, de la motivación, de la emoción, de la acción y de la voluntad).
Op 't Eynde et al. (2006)	Monitorización: Sistema de control basado en los sentimientos.
Zan et al. (2006)	Autorregulación: conexión entre afecto y cognición; combina el poder de ambos procesos. De manera recíproca, el afecto puede asumirse también como el objeto de la autorregulación de otros constructos afectivos, como la motivación.
Gómez-Chacón (2015)	Meta-emoción: emociones sobre los estados emocionales, emociones sobre estados cognitivos, pensamiento sobre emociones y cognición, regulación de las emociones. Es el conjunto organizado y estructurado de emociones y conocimiento sobre las emociones propias y ajenas. Permite controlar las acciones en situaciones afectivas. Implica las dimensiones personal y social de los constructos afectivos y el autocontrol de las emociones.

4.5.6. Relación entre emoción y cognición. Carácter cognitivo de las emociones

Históricamente se ha pretendido establecer una relación entre cognición y emoción; se ha estudiado la influencia de uno sobre el otro así como también se han alcanzado nuevos avances sobre las redes neurales que ambos procesos comparten. Las ideas de Descartes (2005) marcaron el desarrollo de diversas teorías de las emociones que encontraron en su dualismo una manera de explicar el complejo fenómeno emocional y su conexión con los procesos cognitivos en el ser humano. En palabras de Vygotsky (2004): “Durante mucho tiempo, los investigadores más distintos vieron en la teoría cartesiana de las pasiones el triunfo supremo del intelectualismo, que reducía los sentimientos a procesos puramente cognitivos” (p. 114) (RPR23; RPR24; RPR25; RPR26; RPR27; RPR28; RPR29; RPE5; RPE6; RPE5; RPE14; RPE28; RPE31).

Por ejemplo, Zajonc (1980), desde la Psicología Cognitiva plantea que la influencia sobre el procesamiento actual es tan rápido que la emoción influye sobre el pensamiento antes que el procesamiento cognitivo se lleve a cabo. Las expectativas que han ido generándose a través del tiempo, a veces inconscientemente, podrían determinar preferencias, actitudes o sentimientos.

El pensamiento es necesariamente corporal y emocional. El medio ambiente es fundamental teniendo en cuenta que los seres humanos somos seres sensitivos y a través de los procesos perceptivos (cognición) se constituyen las emociones contextualizadas (López Melero 2003, 2004, 2018; Nussbaum, 2008; Radford 2015).

En palabras de Sacks (2009):

Pero los procesos mentales, que constituyen nuestro ser y nuestra vida, no son sólo abstractos y mecánicos sino también personales...y, como tales, no consisten sólo en clasificar y establecer categorías, entrañan también sentimientos y juicios continuos. Si no los hay, pasamos a ser como un ordenador, [...]. Y, por lo mismo, si eliminamos sentimiento y juicio, lo personal, de las ciencias cognoscitivas, las reducimos a algo tan deficiente [...] y reducimos nuestra capacidad de captar lo concreto y lo real (p. 27).

En el área específica de la Educación Matemática, tampoco se ha profundizado en la interacción entre el afecto y la cognición de manera que permita comprender algunas reacciones afectivas y principalmente el rol de los afectos en la comprensión del conocimiento matemático. Tampoco se ha tenido en cuenta la relación entre procesos conscientes e inconscientes.

Mandler (1989a) considera la existencia de dos sistemas distintos: el cognitivo y el biológico, negando de este modo la naturaleza orgánica y fisiológica de los procesos cognitivos, desde una perspectiva claramente cartesiana. Debido, también, a la descripción del proceso emocional que plantea Mandler (1989a), la experiencia emocional se presenta como algo negativo o debilitante, un fenómeno que debe controlarse para evitar su influencia negativa, sin tener en cuenta que los procesos

cognitivos y los emocionales son inseparables (Damasio 2011, 2014; Lazarus, 2000; Nussbaum, 2008; Radford, 2013, 2015; Spinoza, 1980).

Por otro lado, el proceso de generación de una emoción es el mismo tanto si se trata de una emoción positiva (placer o alegría), que aumenta la motivación; como negativa (ansiedad), que ocupa la memoria y desvía la atención (Hannula, 2006a; LeDoux, 1999; Zan et al. 2006). En ocasiones, los seguidores de Mandler consideraron únicamente la faceta negativa de las emociones, enfocando sus estudios en consideraciones teóricas y metodológicas orientadas a minimizar la influencia, asumida como negativa, no sólo de las emociones, sino de los afectos en general. Por ejemplo, asumían que la construcción emocional requiere de la capacidad consciente y si un estudiante se enfrenta a una experiencia emocional durante la actividad matemática, dicha experiencia puede conducir a una reducción de la capacidad consciente disponible para enfrentar con éxito la actividad matemática.

Un ejemplo de esta perspectiva son los estudios centrados en poblaciones de fracaso escolar, en los que se pretende mejorar el rendimiento de dichos estudiantes a través de transformar sus afectos negativos en positivos. ¿Se parte del reconocimiento que dichos estudiantes tienen afectos negativos? ¿Hacia las matemáticas o en general? ¿Qué pasa con las poblaciones con éxito en las matemáticas? ¿Cómo son sus afectos? ¿Se asume que tienen una vida emocional satisfactoria y afectos positivos? Un programa que tenga en cuenta las emociones de los estudiantes ¿no debería ser más ambicioso y cambiar el paradigma emoción contra cognición? ¿No sería más productivo para todos y todas cambiar la concepción de inteligencia, cognición, aprendizaje?

Los avances en nuestro conocimiento sobre las bases neurofisiológicas del afecto han cambiado radicalmente la visión de las relaciones entre emoción y cognición. Las emociones ya no son consideradas como periféricas a los procesos cognitivos ni tampoco como el ruido que impide la racionalidad. Las emociones se han aceptado como necesarias para la conducta racional e incluso como tipos específicos de cognición (Buck, 1993, 1999; Damasio, 2011, 2014; Hannula, 2006a; Nussbaum, 2008; Radford, 2013, 2014; Sacks, 2009; Spinoza, 1980).

En este contexto, reconocemos la naturaleza cognitiva de las emociones, asumiéndola como un componente imprescindible de las mismas. No se trata de una relación entre ambos fenómenos. La emoción depende de la razón y sin razón no podríamos encontrar sentido a las emociones.

Planteamos los siguientes argumentos para justificar nuestras afirmaciones:

4.5.6.1. Reconocimiento de la importancia de los procesos inconscientes

Los procesos cognitivos (o cognición pura) se han identificado con la consciencia, sobre todo desde la Psicología Cognitiva, desde una postura afín a Descartes (2005) y su afirmación de que lo mental necesariamente debe ser consciente (RPR2).

Por otro lado, los procesos de evaluación han sido considerados un componente fundamental de las emociones; aunque no necesariamente se haya asumido el carácter cognitivo de los mismos al dotarlos de carácter inconsciente, al que también se

identificó con impulsos. Por lo tanto, las emociones han sido relacionadas con los impulsos alejados de toda racionalidad (RPE2).

Los avances tecnológicos han permitido que los estudios efectuados en Neurociencia durante las últimas décadas, modifiquen y amplíen de manera considerable el conocimiento sobre el funcionamiento del cerebro (Damasio, 2011, 2014; Eagleman, 2013; LeDoux, 1999; Mariño, 2014). Uno de los cambios más importantes es, precisamente, el reconocimiento de la importancia de los procesos inconscientes y de su implicación directa en la mayor parte de la actividad cerebral, de la que únicamente conocemos el resultado pues dichos procesos son inaccesibles para nuestra consciencia (Eagleman, 2013). “La mente consciente no se halla en el centro de la acción del cerebro, sino más bien en un borde lejano, y no oye más que susurros de actividad” (p. 18) (RPR27; RPR28; RPR29; RPE6; RPE31).

Desde la Educación Matemática, McDonald (1989) plantea que los procesos emocionales no suelen ser conscientes, por lo tanto, no es posible hablar de emociones sin considerar el inconsciente. Según la autora debemos hacernos la pregunta ¿Qué parte del proceso es consciente y cuál inconsciente? Y también ¿qué es el componente cognitivo y qué es el emocional? Consideramos que las ideas de Damasio (2011, 2014) ayudan a aclarar estas cuestiones, sobre todo si tenemos en cuenta la diferencia entre emoción y sentimiento, planteada anteriormente (RPR6; RPR11; RPR14; RPR29; RPR30; RPE13).

Mandler (1989a) considera que el análisis cognitivo de una reacción fisiológica no necesariamente es consciente y puede incluir procesamiento amplio que involucre las actitudes y las creencias del individuo. Este análisis que acompaña a actividad del SNA depende de la interpretación del evento y dicha interpretación depende de los valores que la persona posee. Este análisis consciente también puede equipararse a los sentimientos planteados por Damasio (2011, 2014).

4.5.6.2. Razones neurofisiológicas

También como consecuencia de los avances en Neurociencia (RPR27; RPR28; RPE6), se ha demostrado que a pesar de la especialización de cada región del cerebro, todas actúan de manera interrelacionada e interconectada y cualquier función es el producto de la interacción de distintos centros. Es decir, el cerebro es un supersistema de sistemas en el que la ubicación o topografía de sus elementos es imprescindible para su correcto funcionamiento (Damasio, 2011, 2014; Eagleman, 2013; LeDoux, 1999; Mariño, 2014).

Las teorías sobre las emociones de Damasio (2011; 2014) y LeDoux (1999) coinciden en identificar redes neurales y zonas del cerebro humano relacionadas tanto con el complejo fenómeno de la racionalidad y la toma de decisiones y también con las emociones y los sentimientos. Esta relación a nivel neuroanatómico las define como procesos indisociables. La corteza prefrontal ha sido directamente relacionada con la generación de: (a) emociones y sentimientos, (b) la capacidad de tomar decisiones y (c) la memoria de trabajo (Damasio, 2011, 2014).

En este contexto, Damasio (2011, 2014) plantea la hipótesis del marcador somático, al que identifica como un mecanismo que vincula directamente cognición y emoción y cuya función principal es la toma de decisiones. Brown y Reid (2006) plantean una aproximación, basada en los marcadores somáticos, en el área de la Educación Matemática (RPE10).

4.5.6.3. La cognición como componente de una emoción

El proceso evaluador, valorativo o de juicio inherente a las emociones, tiene un carácter eminentemente cognitivo (RPR23; RPR24; RPR26; RPR28; RPR29). Sin embargo, una emoción también implica cambios fisiológicos cuya percepción brinda el carácter pasional inconfundible de una experiencia emocional (RPE16).

Descartes (2005) considera como causas del amor o del odio a las percepciones, recuerdos, opiniones o a la idea de un objeto querido, despreciado o espantoso. Establecer las diferencias entre querido o despreciado, llamativo o espantoso requiere de un juicio previo, de un proceso de evaluación; aunque dicha valoración no se reconozca de manera explícita. Es decir, considera procesos cognitivos y juicios de valor sobre objetos externos como causas de las emociones. Sin embargo, define de manera clara y precisa los límites entre procesos viscerales y mentales en la generación de una emoción, otorgando más importancia a los primeros y negando los segundos o quitándoles importancia. Plantea como remedio a las pasiones el uso de la razón pues la virtud brinda la capacidad de controlar incluso los flujos sanguíneos y demás movimientos corporales involucrados en la generación de pasiones.

Por su parte, James (1884) se esforzó en diferenciar las emociones de cualquier proceso netamente cognitivo a los que define como fríos y faltos de color. También plantea que las emociones, como otros procesos asociados al sistema nervioso, tienen el objetivo de resolver situaciones generadas por el medio exterior como una forma de adaptarse a él. Dichos mecanismos se han mantenido y aunque reconoce implícitamente que se generan a partir de un juicio sobre lo que es bueno o malo para el organismo, después, sería más bien un *sentimiento cognitivo*. Reconoce también que muchas de las evaluaciones de este tipo se efectúan teniendo en cuenta la sociedad y la cultura a la que se pertenece dotando así de mayor importancia, en este sentido, a la educación que a la genética.

Lazarus (2000) plantea que las emociones tienen su origen en la razón. LeDoux (1999) y Damasio (2011, 2014) hablan de procesos simultáneos (conscientes e inconscientes) relacionados con el pensamiento, la percepción, la memoria y el lenguaje. Podemos establecer un paralelismo entre ambas posturas cuya principal diferencia puede ser nominal. Lo que Lazarus denomina razón puede considerarse como voluntad (Lazarus lo usa como sinónimos) o consciencia. De acuerdo a la Neurociencia, los procesos inconscientes son más rápidos pero menos precisos. La segunda fase del proceso emocional (control) planteada por Lazarus (2000), puede ubicarse completamente dentro de lo conocido como razón, voluntad o consciencia.

Por otro lado, las emociones básicas como el miedo pueden desembocar en reacciones mecánicas como lucha o huida. Pero al mismo tiempo esta misma emoción nos obliga a introducirnos en procesos mentales complejos asociados a la toma de decisiones, de carácter eminentemente cognitivo (Vygotsky, 2004). Encontramos, de este modo, uno de los escollos más grandes e importantes de la teoría organicista que fue resuelta sobre todo desde la Filosofía teniendo en cuenta que los conocimientos en Psicología y Neurología aún no podían explicar los nexos entre impulsos y procesos mentales superiores.

Los estoicos y la variante que presenta Nussbaum (2008) dotan de carácter cognitivo a las emociones teniendo en cuenta que las asumen como juicios eudaimonistas; considerando que un juicio conlleva procesos cognitivos y de pensamiento. Sin embargo, los estoicos también consideraban la irracionalidad de las emociones, pues asumían que estaban basadas en creencias falsas, argumentos malos y pruebas erróneas, motivo por el cual las consideraban contrarias a la razón. Al mismo tiempo, reconocían la capacidad de las emociones de discernir la verdad; pero dicha capacidad debía desarrollarse a través de la educación y principalmente del acercamiento a la Filosofía. Se puede percibir una contradicción porque implícitamente se están asumiendo a las emociones como capacidades humanas modificables y no simples impulsos irracionales.

Otro motivo por el que Nussbaum (2008) asume el carácter cognitivo de las emociones porque considera la existencia de emociones exclusivas del ser humano, que requieren de procesos cognitivos superiores. Por ejemplo, la esperanza o la culpa que no pueden generarse sin la intervención del concepto de tiempo.

Desde luego, el hecho de denominar cognitiva a una emoción no supone que sea consciente o reflexiva; sólo implica afirmar que comporta procesamiento de información y, en el caso de mi teoría, una suerte de evaluación rudimentaria de la situación en relación con los proyectos del agente (Nussbaum, 2008, p. 141).

En este contexto, podemos establecer las siguientes similitudes entre las ideas de Nussbaum (2008) y las hipótesis de Damasio (2011):

1. El carácter cognitivo-evaluador de las emociones planteado por Nussbaum (2008) puede equipararse al análisis-evaluación de la situación consciente o inconsciente en términos de Damasio (2011).
2. Ambos consideran la existencia del sentimiento (pensamiento sobre una emoción).
3. Ambos plantean que una emoción requiere de objetivos personales, expectativas y prioridades para el bienestar de quien las experimenta. Nussbaum (2008) lo denomina eudaimonismo y Damasio (2011), lo identifica con el significado personal construido sobre dicho objeto y que transforma un estímulo cualquiera en un estímulo emocionalmente competente.

Por su parte, LeDoux (1999), también dota de carácter cognitivo a las emociones desde dos vías distintas: (a) Considerando el componente evaluador y (b) en el origen de las emociones de orden superior: “La mezcla de emociones básicas para conformar emociones de orden superior suele considerarse una operación típicamente cognitiva” (pág. 125).

También afirma: “Con una mayor capacidad de conexión entre la corteza y el núcleo amigdalino, la cognición y la emoción podrían empezar a funcionar simultáneamente, en lugar de funcionar independientemente” (p. 341). ¿La influencia del núcleo amigdalino sobre la corteza no estaría, más bien, relacionada con la potenciación de las funciones superiores gracias a la influencia de las emociones? Damasio (2011), por su parte, sí reconoce dicha influencia. ¿Podría tratarse de una posición cautelosa de LeDoux debido a que la mayoría de sus estudios son con animales y que su teoría está limitada al miedo?

4.5.6.4. Cambio de paradigma sobre la concepción de la naturaleza humana

Damasio (2011) define *el error de Descartes* en los siguientes términos:

[...] la separación abismal entre el cuerpo y la mente, entre el material del que está hecho el cuerpo, medible, dimensionado, operado mecánicamente, infinitamente divisible, por un lado y la esencia de la mente, que no se puede medir, no tiene dimensiones, es asimétrica, moral y el sufrimiento que proviene del dolor físico o de la conmoción emocional pueden existir separados del cuerpo. Más específicamente: que las operaciones más refinadas de la mente están separadas de la estructura y funcionamiento de un organismo biológico (pág. 334).

El dualismo cartesiano ha permitido que se establezca una jerarquía donde la razón ocupa un lugar con mayor reconocimiento que la emoción, que a su vez se identifica con un carácter más sublime que no debería perder por reconocer la naturaleza neurobiológica de los procesos subyacentes (RPE1).

Sin embargo, el dualismo cartesiano también ha sido objeto de crítica desde el siglo XVII, siendo Baruch Spinoza (1980) el primero en contradecir sus postulados. Aunque dichas ideas gozaron de menor prestigio y tuvieron menor repercusión en los círculos científicos. En la segunda mitad del siglo XX, a principios de los años 70, Carroll E. Izard planteó una visión multidimensional del ser humano, como una colección de sistemas interrelacionados: motor, emocional, perceptivo y cognitivo (Izard, 1985). Más recientemente, los avances en la tecnología han permitido construir conocimiento nuevo sobre el cerebro, validando la teoría de Spinoza sobre la naturaleza unitaria del ser humano (RPR3).

Por otro lado, es preciso tener en cuenta que la mente, al igual que la percepción, la consciencia u otros procesos cerebrales; no tiene un único órgano encargado de su generación, sino que se trata del resultado de la interacción de diversos sistemas y complejas redes neuronales (Damasio, 2011; 2014; Eagleman, 2013; LeDoux, 1999; Mariño, 2014). También se debe tener en cuenta tanto la distinción entre mente y consciencia como la relación entre ambas: “En sentido estricto, consciencia es el proceso por el que una mente se ve imbuida por una referencia que llamamos yo, y se dice que sabe de su propia existencia y de la existencia de objetos a su alrededor” (Damasio, 2014, p. 176).

Sin embargo, el problema cuerpo-mente todavía no ha sido resuelto completamente, aunque ya se acepte de manera generalizada la relación mente-cerebro (el cuerpo y todas sus partes, a diferencia de la mente, son materia física; aunque la mente depende completamente del funcionamiento del cerebro) (Mariño, 2014), todavía se considera válido el dualismo cerebro-cuerpo, que impide encontrar respuestas más plausibles. En este sentido, Damasio (2014) plantea como alternativa un cambio de perspectiva basado en las siguientes cuestiones:

Comprender que la mente surge de, o, en un cerebro situado en un cuerpo, propiamente dicho con el que interacciona, que debido a la mediación del cuerpo, la mente está afianzada en el cuerpo propiamente dicho; que la mente ha perdurado en la evolución porque ayuda a mantener el cuerpo propiamente dicho, y que la mente surge del tejido biológico (neuronas) que comparten las mismas características que definen otros tejidos vivos en el cuerpo propiamente dicho (p. 182).

En este contexto, reconociendo la complejidad del ser humano e intentando asumir su naturaleza holística, consideramos las ideas de López Melero (2003) sobre el ser humano y las dimensiones que lo componen: cognición, lenguaje, afectividad y autonomía.

[...] el ser humano funciona como un todo, de tal manera que lo cognitivo está influenciado por lo lingüístico, afectivo y la autonomía; del mismo modo el lenguaje, como sistema de comunicación, se encuentra condicionado por la cognición, la afectividad y la autonomía; de la misma manera la afectividad se rige por la cognición, el lenguaje y la autonomía y el mundo motriz y de autonomía, está determinado por la cognición, el lenguaje y la afectividad (p. 71).

El carácter social y cultural del ser humano también ha sido ampliamente reconocido (Damasio, 2011, 2014; Evans, 2006; Evans et al., 2006; Hannaford, 2008; Hannula, 2006a, 2006b, 2011, 2012a; Lazarus, 2000; Morin, 1999, 2015; Nussbaum, 2008; Radford, 2005, 2008, 2015; Vygotsky, 2004). Podemos resumir estos planteamientos en palabras de Morin (1999): “El ser humano es a la vez físico, biológico, psíquico, cultural, social, histórico” (p. 1) (RPR13; RPR21; RPR30; RPE6; RPE13; RPE14; RPE28).

4.5.6.5. Nuevas concepciones de la inteligencia

La pretensión de medir la inteligencia a través del coeficiente intelectual ha marcado la Psicología a lo largo de todo el siglo pasado, estableciendo jerarquías entre seres humanos, utilizando como base las teorías de Darwin y afirmando que la inteligencia (medida a través del coeficiente intelectual) tendría un origen eminentemente genético relegando la influencia de lo social, lo cultural y lo ambiental (Evans et al. 2006; Gardner, 2011; Ovejero, 2004).

El determinismo genético está en consonancia con las ideas cartesianas que otorgan una categoría superior al razonamiento y la lógica separándolas completamente de cualquier

proceso emocional, en contra de una concepción acorde con la que defendemos cuando planteamos la naturaleza holística del ser humano.

En este sentido, Damasio (2011) encontró evidencias empíricas sobre la participación de procesos extracognitivos en la conducta inteligente del ser humano a partir de su estudio en personas con lesiones cerebrales en zonas concretas del encéfalo, cuyos resultados en las pruebas clásicas de inteligencia arrojaron coeficientes normales o incluso superiores pero que, sin embargo, carecían de la capacidad de toma de decisiones y de comportamiento autónomo. Estos pacientes presentaban otro rasgo característico: no representaban ni parecían experimentar emociones, aunque sus capacidades cognitivas funcionaban correctamente (lenguaje, memoria, percepción, entre otros).

A partir de estos hallazgos, se cuestiona la concepción sobre inteligencia que poseía hasta entonces y se plantea la pregunta: “¿Podría ser que el razonamiento y la toma de decisiones en el dominio personal y social fueran diferentes del razonamiento y el pensamiento en los dominios concernientes a los objetos, el espacio, los números y las palabras?” (p. 84). De este modo, estructura su teoría sobre la razón y la emoción y una nueva concepción de la inteligencia (RPR25).

Desde la Psicología también se han planteado teorías que buscan dar respuesta al tema abierto de la inteligencia humana. Entre ellos Gardner (2011) y la Teoría de las Inteligencias Múltiples:

[...] un enfoque de la mente radicalmente distinto y que conduce a una visión muy diferente de la escuela. Se trata de una visión pluralista de la mente, que reconoce muchas facetas distintas de la cognición, que tiene en cuenta que las personas tienen diferentes potenciales cognitivos y que contrasta diversos estilos cognitivos (p. 27).

La ausencia de relación directa entre un coeficiente intelectual alto y una vida social y personal exitosa también fue manifestada por Salovey y Mayer (1990) que consideran fundamental el conocimiento y la capacidad de control de emociones y sentimientos propios, en lo que denominaron “Inteligencia Emocional”. En 1995 Daniel Goleman plantea una teoría con el mismo nombre, en la que también reconoce la interrelación de distintas dimensiones del ser humano, afirmando que nuestras emociones y sentimientos pueden favorecer o entorpecer nuestras capacidades innatas para pensar, planificar y actuar, resolver problemas y conflictos, correr más riesgos y buscar mayores desafíos que, al ser superados, aumentan la noción de autoeficacia. “Es en este sentido que la inteligencia emocional es una aptitud superior, una capacidad que afecta profundamente a todas las otras habilidades, facilitándolas o interfiriéndolas” (Goleman, 1998, p. 107).

López Melero (2004) reconoce la importancia de la genética en la generación de la inteligencia pero centra su desarrollo en la interacción social.

[...] la inteligencia se construye y queremos decir con ello que la inteligencia no es una cuestión previa para el aprendizaje, sino que es justo al revés, el aprendizaje produce desarrollo cognitivo, nos hace inteligentes. La inteligencia no depende de ningún ‘don’, sino de las oportunidades que tengamos para aprender. No es cuestión de genes sino de oportunidades (p. 154).

Si se asume una visión distinta del ser humano en la que se consideren emociones y cognición como componentes de una misma sustancia (Spinoza, 1980), nuestra concepción sobre la inteligencia debe ser coherente con dicho principio.

Los esfuerzos por mantener dicha coherencia también deben considerar los aspectos relacionados con la metodología de investigación utilizada para el estudio de los afectos. Es decir, si se asume a las emociones como el resultado de diversos procesos, la investigación también debe abordarlas de manera multidimensional (Op't Eynde y Turner, 2006) (RPR13; RPE35; RPE37; RPE7).

4.5.7. Educación de las emociones

El ser humano en las sociedades actuales tiene como características el afecto y el aprendizaje y entenderlas y, si es posible, modificarlas para hacer ajustes para mejorar la condición humana, a nivel individual y contribuir a la construcción de sociedades más justas y democráticas. Comprender cómo se producen el aprendizaje y los fenómenos afectivos así como las interacciones entre ambos, podrían dotar de herramientas que permitan al profesorado tomar decisiones sobre su propia práctica en el aula en función de las necesidades particulares de los estudiantes (como individuos y como grupo) propiciando la comprensión del conocimiento matemático en contextos justos y democráticos (RPR20; RPR21; RPR22; RPR30; RPR31; RPR32).

Desde la Neurología Sacks (2009) plantea una conexión directa entre disfunciones cerebrales y alteraciones en la personalidad, es decir, plantea la unión entre alma y cuerpo en lo biológico. También reconoce la normalidad de lo poco común, la capacidad de adaptación del cerebro y del ser humano a unas condiciones particulares. No existen dos cuerpos iguales ni dos cerebros iguales, por lo tanto no es correcto hablar de *normalidad* sino únicamente de características estadísticamente significativas.

Si tenemos en cuenta estas consideraciones, podremos valorar las peculiaridades y la diversidad humana que todo modelo educativo debe tener en cuenta. La búsqueda de la homogenización y la uniformidad no tiene cabida en un paradigma que asume la diversidad como normalidad dejando de utilizar este término para las características estadísticamente significativas.

De acuerdo con estos planteamientos, Damasio (2011) no limita su teoría a una visión puramente organicista, sino que pone en valor la importancia de la cultura para el mundo emocional así como de los demás aspectos de la vida de un ser humano. Insiste en el poder de las influencias sociales y culturales sobre la salud mental o la ausencia de esta. Es decir, el reconocimiento del carácter biológico y neurofisiológico de la mente no puede reducirse a conexiones sinápticas o intercambios bioquímicos, las experiencias y la educación recibida son las que definen la historia personal y estos aspectos deben tenerse en cuenta en cualquier intervención educativa, entre ellas el aula de matemáticas.

El autor identifica las implicaciones pedagógicas del reconocimiento de la naturaleza compleja y diversa del ser humano así como de la importancia de las emociones y de los sentimientos para la adquisición de capacidades sociales que permitan estructurar

modelos educativos acordes a la naturaleza y necesidades reales en el mundo actual, complejo y lleno de incertidumbre (Gardner, 2011; Goleman, 1998; López Melero, 2003, 2004, 2018; Nussbaum, 2008).

La educación, teniendo en cuenta el fenómeno emocional, puede permitir disminuir actitudes discriminatorias si los estudiantes aprenden a reconocer, aceptar y amar su propia humanidad, en lugar de proyectar sobre colectivos distintos al suyo aquello que rechacen de su propia naturaleza.

Por otro lado, reconocer la diferencia entre la evolución de nuestro cerebro y el de nuestras sociedades, en las que el temor por el desconocido o diferente ya no tiene razón de ser, ayudaría a valorar a los seres humanos desde esa categoría única, sin establecer diferencias ni jerarquías.

La construcción de una sociedad más justa y democrática debe basarse en la compasión y el amor, emociones que pueden incentivarse y cuya responsabilidad deben asumir, además de la familia, las instituciones. En este caso concreto, una educación adecuada de las emociones permitiría mejorar los aspectos sociales relacionados con la convivencia contribuyendo a la formación de sociedades más justas y democráticas en el que las matemáticas asuman un rol democratizador basado en la argumentación y permitiendo a los estudiantes experimentar distintas imágenes de las matemáticas como disciplina (Damasio, 2011; Goleman, 1998; Hannaford, 1998; Mandler, 1989a; Maturana, 2001; Nussbaum, 2008; 2010; Schulz, 2009).

Por otro lado, Goleman (1998) plantea, como parte de su teoría, una educación de las emociones basada en el autoconocimiento, la autorreflexión y autocontrol o capacidad de autorregulación de las emociones y las consecuencias de estas en las futuras acciones y decisiones (procesos a los que denomina Inteligencia Emocional). Sin embargo, la *alfabetización emocional* que sugiere está basada principalmente en la introspección y la narración de las experiencias emocionales.

Sabemos por las investigaciones de Ledoux (1999), Damasio (2011, 2014) y Eagleman (2013), que la introspección no necesariamente es efectiva teniendo en cuenta que la mayoría de procesos emocionales se realiza a nivel inconsciente y por otro lado, incluso en casos de lesiones cerebrales es posible tomar decisiones acertadas sobre situaciones teóricas e hipotéticas, sin significado personal real.

Sería más productivo incluir en este tipo de formación un conocimiento sobre el funcionamiento del cerebro, la importancia de los procesos inconscientes y de la intuición a través del reconocimiento de los marcadores somáticos planteados por Damasio (2011) y también tener en cuenta las ideas aportadas por la Filosofía.

Asumir las dos fases de Lazarus ayudaría a comprender qué se puede controlar y qué no de una experiencia emocional. Sólo tenemos acceso a la segunda fase, la de representación, y por lo tanto se puede gestionar. No es posible controlar a voluntad las emociones (de naturaleza inconsciente y origen evolutivo), pero sí podemos decidir cómo gestionarlas (Goleman, 1998).

Buck (1993), por su parte, identifica el autocontrol emocional con los procesos de socialización y adaptación a los patrones culturales a través de la retroalimentación social implícita y no reglada, mediante la convivencia. Identifica a la competencia emocional como la capacidad de nombrar, comprender y expresar los sentimientos propios de manera coherente con las normas sociales y culturales del grupo.

En este sentido, los valores y normas socioculturales se han asumido como elementos que dan forma a las emociones y también definen la pertinencia o no de las representaciones externas (Cobb et al. 1989; Goldin, 2002; Lazarus, 2000; Nussbaum, 2008; Radford, 2015).

Sin embargo, Lazarus (2000), no relaciona la educación emocional y la segunda fase del proceso emocional. Por el contrario, identifica como un proceso distinto a la autorregulación de las emociones, y lo denomina “afrontamiento”. Desde su planteamiento, el afrontamiento (que puede ser de dos tipos: mediante la resolución de problemas o centrado en la emoción) debería regular las emociones cuando se han generado; es decir, en la fase de representación.

De acuerdo con estos planteamientos, Damasio (2014) ubica en los sentimientos la fuente de autocontrol y regulación emocional, teniendo en cuenta que se trata de los pensamientos y procesos de análisis referidos a nuestras propias emociones.

Por otro lado, evitando centrar la atención en los estudiantes y reconociendo la responsabilidad de los profesores, consideramos que la compasión puede ayudar a un profesor a posibilitar el éxito de todos sus alumnos. La emoción no surgirá a partir de la empatía porque el profesor no podrá imaginarse a sí mismo teniendo dificultades para resolver un problema matemático, pero sí se puede generar su juicio eudaimonista incluyendo sus aspiraciones de lograr que todos los estudiantes tengan éxito con las matemáticas. Es decir, la dimensión ética también debe considerar la educación emocional de los profesores, no sólo de los estudiantes. En este sentido, asumimos que las ideas de Mandler (1989a) ayudan a justificar la necesidad de establecer relaciones de igualdad entre profesorado y alumnado, en el que las expectativas sobre dicha relación estén equilibradas, evitando así que las acciones de uno provoquen desajustes o discrepancias sobre el otro.

En este sentido, también debemos tener en cuenta el sentido moral atribuido a las emociones, principalmente orientado a la autorregulación (Buck, 1999; Descartes, 2005; Goldin, 2002; Goleman, 1998; Nussbaum, 2008; Radford, 2015; Salovey y Mayer, 1990).

Reinup (2009) afirma sobre la educación emocional: “Knowing how the emotions influence pupils and their learning can consciously be used in a teaching process. All methods, using positive emotions as part of a learning process, are emotional teaching methods.” [Conocer cómo influyen las emociones en los alumnos y su aprendizaje consciente puede utilizarse en un proceso de enseñanza. Todos los métodos, con emociones positivas como parte de un proceso de aprendizaje, son métodos de enseñanza emocionales] (p. 91).

4.6. OTROS COMPONENTES DEL DOMINIO AFECTIVO

Además de las emociones, el dominio afectivo está compuesto por creencias, motivación, normas, valores, ética, moral y actitudes. En este subapartado exponemos la conceptualización de dichos constructos así como también las relaciones entre ellos.

4.6.1. Creencias

El estudio específico de las creencias en el ámbito de la Educación Matemática, también se caracteriza por la ausencia de una definición clara y consensuada. Incluso han sido estudiadas sin utilizar una definición previa y del mismo modo, la metodología utilizada para su estudio ha sido fundamentalmente cuantitativa (Clarke, 2015; Goldin et al. 2009; Philippou y Pantziara, 2015). Sin embargo, este hecho no ha supuesto un obstáculo para la investigación teniendo en cuenta que representa, junto con las actitudes, el componente más estudiado del dominio afectivo. Al respecto, Goldin et al. (2009) no comparten la necesidad de uniformizar definiciones pues asumen que las creencias son un constructo muy flexible y puede acomodarse fácilmente (RPE21; RPE22; RPE23).

Es posible confundir concepción, creencia y conocimiento, utilizando indistintamente dichos términos. Planteamos algunas diferencias entre ellos:

- a) **Concepción.** Es un concepto menos claro y no ha sido definido de manera consensuada ni convincente. Se asume al término como las creencias conscientes, considerando que en las concepciones el componente cognitivo de las creencias se acentúa mientras que en una creencia más básica el componente afectivo se enfatiza (Sivunen y Pehkonen, 2009).
- b) **Creencias.** Principalmente de naturaleza cognitiva y desarrolladas a lo largo de períodos de tiempo prolongados (Goldin, 2002; McLeod, 1992). También se las asume como el conocimiento subjetivo de un individuo (Lester et al. 1989) y están situadas en algún lugar entre el dominio afectivo y el cognitivo de los seres humanos (Kislenko, 2009).
- c) **Conocimiento.** No siempre es posible distinguir creencias de conocimiento (Lester et al. 1989; Rolka y Roesken-Winter, 2015; Thompson, 1992). Creencias y conocimiento pueden asumirse como subconjuntos complementarios de las cosas en las que creemos, son parte del conocimiento (Furinghetti y Morselli, 2009; Kislenko, 2009). El conocimiento tiene, a diferencia de las creencias, fiabilidad externa justificable (Lester et al. 1989), porque las creencias son cosas que simplemente creemos mientras el conocimiento *es más que creer, conocer* (Kislenko, 2009). El conocimiento es una creencia justificada (Goldin, 2002). Por otro lado, el conocimiento se divide en conocimiento objetivo y conocimiento subjetivo. El primero está científicamente avalado y reconocido, el segundo pertenece a una persona que asume que se trata de una verdad. Las creencias están relacionadas con el conocimiento e influyen en las reacciones de los estudiantes en una situación matemática nueva (Reinup, 2009).

Se asume a las creencias como constructos fundamentales para la investigación en Educación Matemática, pues las creencias dominantes se perciben como impedimentos para el éxito en una tarea (en el caso de los estudiantes) o para las reformas del currículo matemático y de metodología basados en la resolución de problemas (en el caso de los profesores). Sin embargo, aún no se ha estudiado el proceso de formación de una creencia y de su evolución en el aula de matemáticas.

4.6.1.1. Principales enfoques en el estudio de las creencias en Educación Matemática

Las creencias han sido estudiadas desde distintas perspectivas y aproximaciones. En la Tabla 4.8 presentamos las principales definiciones y consideraciones sobre el constructo en la investigación en Educación Matemática.

Tabla 4.8. Definiciones y principales consideraciones sobre las creencias

Autor/a	Definiciones y principales consideraciones
Cobb et al. (1989)	<p>Las creencias de los estudiantes son cognitivas y se utilizan para efectuar las interpretaciones que generen reacciones emocionales. Alcanzan los dominios individual y social (comprensión de las normas sociales del aula). Son explícitas e implícitas, originan las obligaciones y expectativas de las interacciones en el aula.</p> <p>Pueden ser: sobre el propio rol, sobre el rol del profesor y sobre la actividad matemática. Se desarrollan y evolucionan de manera interrelacionada, por lo tanto se asumen como tres componentes mutuamente dependientes, de manera que un cambio en uno de ellos produce modificaciones en los otros dos.</p>
Hart (1989)	<p>Las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y de su aprendizaje tienen un rol determinante en la capacidad de resolver problemas.</p> <p>No siempre es posible distinguir una creencia de una actitud.</p>
Lester et al. (1989)	<p>Las creencias constituyen el conocimiento subjetivo de una persona. Pueden ser: sobre uno mismo, sobre las matemáticas, sobre la resolución de problemas.</p> <p>No es sencillo plantear las diferencias entre creencia y actitud. Plantean como alternativa:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Las creencias sobre uno mismo son actitudes. - Las creencias sobre objetos e ideas externas son creencias propiamente dichas. <p>Interactúan dando forma a actitudes y emociones.</p>
Mandler (1989a)	Las cuestiones sociales y culturales influyen sobre las creencias.
McLeod (1989, 1992)	Se originan en contextos sociales y culturales específicos así como también en experiencias individuales.

	<p>a) Sobre las matemáticas como disciplina, no son emocionales en sí mismas pero pueden generar reacciones emocionales intensas, pueden debilitar las habilidades para resolver problemas.</p> <p>b) Sobre uno mismo; tiene un componente afectivo más fuerte. Incluye creencias sobre la confianza, el autoconcepto y las atribuciones causales de éxito y fracaso.</p> <p>c) Sobre la enseñanza, las presentan tanto estudiantes como profesores.</p> <p>d) Sobre el contexto social.</p>
Sowder (1989)	<p>Las creencias de los estudiantes sobre la naturaleza de la actividad matemática se basa en describir sus experiencias mientras resuelven tareas matemáticas. Estas experiencias incluyen las interacciones con el profesor y sus compañeros.</p> <p>Se construyen con el objetivo de darle sentido a lo que sucede en el aula de matemáticas.</p>
Goldin (2000, 2002), Goldin et al. (2009), DeBellis y Goldin (1997, 2006)	<p>Representan defensas frente a amenazas y a necesidades emocionales.</p> <p>Configuraciones cognitivo-afectivas; incluyen codificación proposicional (sin limitarse a ellas).</p> <p>Implican atribución de verdad, validez y aplicabilidad a sistemas de proposiciones u otras configuraciones cognitivas.</p> <p>Son altamente cognitivas, usualmente estables y pueden estar muy estructuradas. Pueden ser: (a) sobre las matemáticas como disciplina o (b) sobre uno mismo con respecto a las matemáticas.</p>
Leder (2006)	<p>Juicios incuestionables sobre un conjunto de conceptos.</p>
Op't Eynde et al. (2006)	<p>Son factores influyentes en la interpretación y procesos de evaluación que generan las emociones. Pueden ser:</p> <p>a) Sobre la educación matemática.</p> <p>b) Sobre sí mismo como matemático.</p> <p>c) Sobre el contexto del aula.</p>
Aguirre (2009)	<p>Las creencias de los profesores se centran, principalmente, en la visión que tienen de la naturaleza de las matemáticas, la comprensión de los estudiantes y las estrategias de enseñanza que los ayuden a aprender matemáticas.</p> <p>Tienen mucha influencia sobre la práctica docente.</p> <p>Son fundamentales para el éxito de las reformas en la enseñanza de las matemáticas.</p>
Akinsola (2009)	<p>Las creencias sobre la autoeficacia de los profesores afectan en su conducta que, a su vez, influye en el nivel de participación, la persistencia, el entusiasmo, el compromiso, la motivación, habilidades para la resolución de problemas y la autoeficacia de los estudiantes. Está relacionada con las estrategias de</p>

	<p>instrucción en el aula y la voluntad de adoptar innovaciones.</p> <p>La autoeficacia se conceptualiza como la relación entre factores personales (cognición, emoción y eventos biológicos); comportamiento y factores ambientales.</p>
Furinghetty y Morselli (2009)	<p>Funciones de las creencias: regular percepciones, pensamientos y acciones; indicadores para la enseñanza y el aprendizaje; fuerza inercial contra el cambio; tienen carácter predictor.</p> <p>Tres grupos de creencias de los profesores: naturaleza de las matemáticas, (platonista, resolución de problemas e instrumentalista), son muy estables.</p> <p>Creencias sobre la naturaleza de su enseñanza: el profesor como facilitador, como una persona que explica o como instructor. Son menos estables pues están influidas por factores externos, entre ellos el contexto y el proceso de aprendizaje.</p>
Kislenko (2009)	<p>Las creencias tienen naturaleza cognitiva y se desarrollan a lo largo de períodos de tiempo prolongados. Son el conocimiento subjetivo de una persona. Se encuentran entre el dominio afectivo y el cognitivo.</p> <p>Las creencias no sólo influyen en cómo aprenden los estudiantes, teniendo en cuenta la relación directa entre las creencias y los resultados de aprendizaje; sino que pueden convertirse en un obstáculo. Los estudiantes con creencias negativas son más pasivos.</p> <p>La formación de creencias en los estudiantes depende directamente del profesor y de su estilo de enseñanza.</p>
Liljedahl (2009)	<p>Las creencias que presentan los profesores sobre las matemáticas y sobre la actividad matemática son una mezcla de una combinación de: como caja de herramientas (conjunto de reglas, fórmulas, habilidades y procedimientos); como sistema (pruebas lógicas y rigurosas; definiciones exactas y lenguaje matemático preciso) y como proceso (proceso constructivo donde las relaciones entre diferentes nociones y afirmaciones tienen un papel importante). Sin embargo, cada persona posee una preferencia clara sobre alguna de ellas.</p> <p>Las creencias dependen del contexto.</p>
Sivunen y Pehkonen (2009)	<p>Las creencias son un concepto amplio que implica un conocimiento subjetivo basado en la experiencia, con frecuencia es implícito e implica emociones sobre el objeto.</p>
Gómez-Chacón (2011)	<p>Es un conocimiento subjetivo implícito. Basado en la experiencia. Pueden ser: creencias conscientes o creencias básicas o inconscientes. Tienen raíces profundas y son muy estables.</p> <p>Pueden representar influencias negativas para el aprendizaje como fuerzas de resistencia al cambio.</p>

Chen y Leung (2015)	Las creencias son contextuales. La interpretación adecuada de las creencias debe tener en cuenta el contexto y la situación en que se representan.
Clarke (2015)	Las creencias y la comprensión se representan en la práctica. En este sentido, la interpretación de las creencias da forma a la experiencia del individuo. Sin embargo, las creencias no necesariamente permiten explicar una conducta determinada teniendo en cuenta que su representación es contextual. No pueden asumirse como predictores.
Depaepe et al. (2015)	Las creencias son contextuales. En el caso de las creencias de los estudiantes están directamente relacionadas con las acciones del profesor.
Philippou y Pantziara (2015)	Lentes a través de las cuales se observa e interpreta el mundo. Las creencias del profesorado con respecto a su autoeficacia se refieren a las creencias sobre la propia capacidad para organizar y ejecutar cursos de acción. Conceptualizan el TEB (Teacher Efficacy Believes) como contextuales y como contenidos específicos.
Radford (2015)	No considera a las creencias en su teoría; sin embargo, a partir de sus afirmaciones es posible identificar las definiciones del constructo con sus planteamientos. De este modo, podemos asumir que las creencias se consideran una construcción cultural desde esta aproximación. Los roles impuestos a maestros y alumnos y las expectativas de la institución escolar en el esfuerzo individual se enfrentan a paradigmas distintos como el aprendizaje basado en la construcción social del conocimiento.
Rolka y Roesken-Winter (2015)	Las creencias del profesorado son conocimiento implícito. Se construyen a partir del conocimiento de los contenidos matemáticos y del conocimiento pedagógico. Están muy vinculadas con los objetivos. Permiten comprender las acciones llevadas a cabo en el aula.
Schoenfeld (2015)	Son concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas. Representan la perspectiva desde la que se aproxima a las matemáticas y a sus tareas. Alcanzan a los dominios cognitivo y afectivo. La conducta es producto de grupos de creencias o creencias agrupadas, no de creencias individuales. Las creencias pueden ser sutiles y no siempre es sencillo identificarlas. En distintos contextos se activan diferentes creencias. Cada conducta representa la construcción de un conjunto de creencias y conductas que se reconocen como adecuadas.

Skott (2015) Las creencias son construcciones mentales subjetivamente verdaderas, cargadas de valores. Son el producto relativamente estable de experiencias sociales previas significativas. Se caracterizan por grados de convicción, compromiso, estabilidad e impacto sobre la práctica.

Las creencias se han asumido como el componente afectivo más cognitivo y se las ha conceptualizado como conocimiento (subjetivo) o como parte del conocimiento que posee una persona. Esta idea ha permitido que su estudio se efectúe siguiendo la metodología y la teoría de la Psicología para el estudio de los procesos cognitivos (por ejemplo, modificar creencias a partir de conflictos cognitivos o plantear paralelismos entre la relación creencia-práctica y la de comprensión-práctica) (Clarke, 2015; Rolka y Roesken Winter; Skott, 2015).

Una corriente importante en el estudio de las creencias, y que supone un cambio importante en su conceptualización es la perspectiva sistémica, que las asume como organizadas en grupos en lugar de identificarlas de manera individual, aunque no siempre se utilicen los mismos términos o incluso se empleen indistintamente *creencia* y *sistemas de creencias* (Hart, 1989; Leder, 2006; Furinghetti y Morselli, 2009; Goldin 2000, 2002; Goldin et al. 2009; Hannula, 2011, 2012b, 2015; Op' t Eynde et al. 2006; Schoenfeld, 2015, Skott, 2015; Sowder, 1989).

Aunque no exista un consenso sobre la definición de creencia, todas las aproximaciones apuntan a las cuatro características definidas por Kislenko (2015):

1. Construcciones mentales subjetivamente ciertas, están caracterizadas por la convicción personal, aunque pueden aceptarse otras alternativas como razonables o justificables.
2. Tienen elementos de afecto hacia ellas; están cargadas de valor y se caracterizan por el grado de compromiso de quien las posee, hacia ellas.
3. Tienen cierto grado de estabilidad. Los escenarios a los que se enfrenta una persona no modifica sus creencias de manera considerable. Los cambios se producen como resultado de experiencias personales nuevas y significativas.
4. Influyen de manera considerable sobre la percepción e interpretación de las propias expectativas y de su participación en la práctica de la que forma parte.

El estudio del afecto, en general, pone de manifiesto una relación directa entre afecto y acción. En el caso específico de las creencias, también es posible apreciar la relación entre creencia y práctica (docente, en el caso de las creencias de los profesores y de comportamiento durante la actividad matemática, en el caso de los estudiantes). Sin embargo, Skott (2015) partiendo de las demostraciones empíricas, cuestiona la asunción de la práctica como representación de las creencias (asumidas, a su vez, como entidades mentales reificadas). Es decir, no puede asumirse la capacidad predictora de las creencias con respecto a la conducta de los estudiantes debido al carácter contextual de la representación de dichas creencias.

La alternativa es replantearse a las creencias a través de cambiar los modos de participación en las distintas prácticas sociales donde las acciones constituyentes de esas prácticas se reconocen como cargadas de afectividad. Las creencias propias y ajenas pueden estudiarse haciendo uso de observaciones empíricas y pensamiento racional, explorando luego sus implicaciones (Clarke, 2015; Goldin, et al. 2009; Skott, 2015). Goldin (2011), plantea al respecto, el constructo *estructuras de compromiso* que incluye como componentes a creencias y valores. Las describe como constelaciones conductuales, afectivas y sociales situadas en la persona. Estas estructuras se encuentran incrustadas en las personas pero se activan en situaciones particulares. Las creencias, en cambio, se asumen como atributos que en una situación particular pueden motivar la participación en ciertas estructuras de compromiso pero inhiben la participación de otras.

Las creencias, de acuerdo a Gómez-Chacón (2011) pueden ser conscientes o inconscientes. Al segundo tipo le dota de una carácter más afectivo que al primero, ¿se trata de identificar lo afectivo con la inconsciencia? ¿Qué concepción se tiene de los procesos inconscientes?

Sin embargo, a partir de los resultados primarios de los antecedentes relacionados, podemos afirmar que los procesos inconscientes cumplen funciones fundamentales en la construcción del conocimiento y en la afectividad en lugar del paradigma clásico que identifica inconsciencia con impulsos, como herencia del dualismo cartesiano (Damasio, 2011, 2014; Eagleman, 2013; LeDoux, 1999; Mariño, 2014).

4.6.1.2. Creencias del profesorado y del alumnado

El interés del estudio de las creencias se centra en las creencias relacionadas con las matemáticas en profesores y estudiantes, incluyendo las creencias sobre la autoeficacia y la autorregulación.

Los trabajos sobre las creencias de los profesores son principalmente descriptivos, no se profundiza en la naturaleza y características de la relación entre sus creencias y su práctica docente y tampoco en la relación entre creencias y las herramientas o estrategias que utiliza para tomar decisiones sobre sus actuaciones en el aula (también teniendo en cuenta aspectos relacionados con sus expectativas sobre el rol de los estudiantes, la diversidad de las aulas o los procesos de interpretación que lleve a cabo sobre las acciones de los estudiantes).

Se ha reconocido que un cambio en las creencias del profesor mejorará la práctica real en el aula. Asumimos que estos estudios están centrados en las creencias “negativas” (aquellas que impiden una adecuada actuación), y aunque encontramos los conceptos de autoeficacia (entendida como un juicio sobre la propia capacidad), autoestima (juicio de la propia valía) o sobre el margen de control (el espacio de responsabilidad sobre las cosas que suceden), como un ejemplos de creencias positivas (en el sentido de su capacidad potenciadora de la práctica), identificadas y categorizadas en distintos niveles (Adams, 1989; Aguirre, 2009; Akinsola, 2009; Blömeke y Kaiser, 2015; Chen y Leung, 2015; Depaepe et al. 2015; Furinghetti y Morselli, 2009; Kuntze y Dreher, 2015;

Liljedahl, 2009; Philippou y Pantziara, 2015; Schulz, 2009; Sivunen y Pehkonen, 2009; Tsamir y Tirosh, 2009; Tsamir et al. 2015). Sin embargo, no se plantean estrategias eficaces para el diagnóstico de las creencias existentes en los profesores (en formación, noveles o experimentados) y las herramientas o procedimientos para modificarlas.

Encontramos, por ejemplo, una sugerencia planteada por Kislenko (2009) en los siguientes términos: “I would suggest is to believe and to try to make your pupils to believe that ‘we can all do it, and we can all do it together, and we can all have an exciting time while doing it together!’” [Yo sugeriría que es creer y tratar de hacer que sus alumnos crean que “¡todos podemos hacerlo, y que todos lo hagamos juntos, y todos podemos tener un momento emocionante mientras lo hacemos juntos!”] (p.160) ¿Es posible transmitir entusiasmo y ganas de enfrentar una tarea matemática de manera cooperativa si no se cree en ello? ¿Qué acciones concretas deben acompañar este tipo de proclamas para asegurar la coherencia y la efectividad? Si se ha demostrado empíricamente que las declaraciones de los profesores con respecto a la naturaleza del conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje no son coherentes con su práctica habitual en el aula, ¿cómo puede conseguirse esa coherencia?

En este sentido, encontramos que las conductas o el rendimiento que discrepan con las expectativas del profesor o del investigador, se atribuyen a las creencias que posee el estudiante, responsabilizando de las mismas a la *incompetencia*, *falta de capacidad*, *malas habilidades*, *inutilidad para las matemáticas* o *pocos recursos* del alumnado (Goldin, 2002; Gómez-Chacón, 2011; Mandler, 1989b; Sivunen y Pehkonen, 2009).

Consideramos que el profesor debe asumir la responsabilidad de la construcción de dichas creencias en los estudiantes, así como también el deber de modificarlas introduciendo cambios en su práctica. ¿Qué implica que un estudiante sea incompetente? ¿Se asume que se trata de cuestiones genéticas? ¿Se tiene en cuenta el poder transformador de la educación? ¿Se asume que la inteligencia se construye? ¿Se tiene en cuenta la diversidad de inteligencias y de capacidades? ¿Existe una jerarquía entre ellas? Todas estas cuestiones también constituyen un sistema de creencias del profesorado, que debe modificarse y que no se ha considerado. El carácter innato de la incapacidad no es real, se trata de una falta de medios y oportunidades para el desarrollo del potencial matemático real de niños y niñas.

Si se tiene en cuenta la diversidad de pensamiento y de tipos de inteligencia y se asume un paradigma distinto de la inteligencia humana, asumiendo que no es una cuestión de genética sino que se construye con el aprendizaje; el profesorado asumiría su responsabilidad en dicha construcción modificando su práctica basándose en el reconocimiento de la naturaleza multidimensional del ser humano (cognitiva, comunicativa, afectiva y de acción) y diversificando sus expectativas en función de las necesidades y características distintas de las personas que constituyen su grupo de estudiantes (Gardner, 2011; Goleman, 1998; López Melero, 2003, 2004, 2018). Teniendo en cuenta el carácter histórico del ser humano, también podemos atribuir el origen social y cultural de determinadas creencias que se constituyen como producto de

la experiencia durante los años de escolarización, así como también la influencia de creencias provenientes de la familia y el círculo social más próximo.

Las creencias de los estudiantes no se asumen como emocionales en sí mismas, pero permiten generar reacciones emocionales intensas (en función de la creencia) hacia las matemáticas que pueden debilitar sus habilidades para resolver problemas no rutinarios. (Gómez-Chacón, 2011; McLeod, 1989). Es decir, se establece una conexión directa entre emociones y creencias, otorgando a las primeras un rol fundamental para la formación de las segundas. Por otro lado, se identifica únicamente a las emociones negativas que generan creencias negativas y que limitan el correcto desempeño de los estudiantes, no se tiene en cuenta la existencia de emociones positivas que generen creencias positivas y que, a su vez, potencian el rendimiento y mejoran el aprendizaje. De este modo se establece otro tipo de relación entre emoción y desempeño, con las creencias como mediadoras de la misma.

4.6.2. Motivación

La motivación, al igual que las emociones, representa un componente poco claro en Educación Matemática. Ha recibido mayor atención entre psicólogos educativos pero aún se mantienen en la periferia de la investigación en el área (Zan et al. 2006). Sin embargo, todas las referencias empleadas lo consideran desde distintas perspectivas: interés, objetivos personales, preferencias, inclinación, humor, expectativas y necesidades. Los estudios realizados sobre la motivación encontraron correlación positiva entre motivación y rendimiento (RPE25; RPE26).

En la Tabla 4.9 presentamos los principales planteamientos sobre la motivación y los constructos asociados.

Tabla 4.9. Consideraciones sobre la motivación

Autor/a	Principales consideraciones
Sowder (1989)	Motivación es la intención relacionada con el rendimiento (resultados). Una intención puede ser resolver un problema, evitar críticas o comprender lo que se hace y lograr respuestas correctas.
Silver y Metzger (1989)	Identifican los objetivos estéticos como un motivador para los estudiantes, aunque únicamente identifican dichos objetivos en estudiantes expertos en resolución de problemas sin aportar información sobre los estudiantes que no lo son.
DeBellis y Goldin (1997)	Emociones, actitudes y valores son representaciones de objetivos y necesidades, o codifican información importante sobre ellas, identifican a los valores como la base de los motivos que desembocan en decisiones, principalmente a largo plazo y también para satisfacer prioridades más inmediatas.
Buck (1999)	Plantea estrechas relaciones entre emoción, cognición y motivación, asumiendo a la última como un potencial para la conducta inherente a los sistemas neuroquímicos.

Brown y Reid (2006)	Asumen a los <i>propósitos</i> como un tipo específico de objetivos.
Evans (2006)	Desde una perspectiva psicoanalítica relaciona a las emociones con deseos y fantasías, algunos de los cuales pueden ser inconscientes y estar alejados de los objetivos personales.
Op ‘t Eynde et al. (2006)	Plantean una visión de identidad que podemos vincular estrechamente con la motivación. La principal diferencia es que la identidad encapsula un sistema completo de necesidades y objetivos dentro de un único paquete: la identidad deseada.
Roth (2006)	Identifica a motivación y emoción como base para la identidad.
Hannula (2011)	La motivación puede ser estado (objetivos en curso) o rasgo (necesidades, valores, deseos, orientaciones motivadoras).
Clarke (2015)	Identifica a motivo y objeto como los dos principales vectores de la actividad.
Radford (2015)	Los motivos pertenecen a una única persona, pero están relacionadas con lo social y cultural. También tienen naturaleza dual, son personales y culturales al mismo tiempo. Tienen carácter dinámico en la interacción social dentro del desempeño de cualquier actividad. Los motivos constituyen tendencias a la acción.

Los estudios más amplios respecto a la motivación fueron realizados por Hannula (2006a, 2006b, 2011, 2012a, 2012b, 2015) que parte de reconocer la dificultad de definir esta categoría del dominio afectivo. Sin embargo, identifica a emoción y motivación como dos constructos fundamentales del dominio y constituyen la base de su teoría. Basa su afirmaciones en el trabajo sobre la motivación de Buck (1999) y señala como el principal componente de la motivación al conjunto de preferencias personales que, a su vez, le otorga la característica de permitir explicar las elecciones de una persona, teniendo en cuenta que una elección no puede hacerse únicamente desde la cognición y la emoción. Otro aporte interesante de este autor sobre la motivación, es la consideración de la naturaleza dual de la motivación: estado y rasgo.

La motivación, como conjunto de preferencias personales también puede encontrarse detrás de la base de los juicios de valor, se evalúa una situación u objeto en función de aquello que nos motiva. Al igual que los valores, la motivación podría constituir la base de los juicios eudaimonistas planteados por Nussbaum (2008).

The specificity in the present approach is that it focuses on what the subject wants to do and why [...] Focusing on motivation we may find ways to influence what the subjects want to do, not only how they try to achieve it. [La especificidad del enfoque actual es que se centra en lo que el sujeto quiere hacer y por qué [...] Centrándonos en la motivación podemos encontrar formas de

influir en lo que los sujetos quieren hacer, no sólo en cómo intentan conseguirlo] (Hannula, 2006b, p. 176).

A partir de la definición de motivación que Hannula plantea, es preciso tener en cuenta tres aspectos de la regulación de la motivación que surgen como conclusiones de estudios empíricos: objetivos derivados de necesidades; la influencia de las creencias sobre la accesibilidad a los objetivos y la regulación automatizada de la motivación. En este contexto, la investigación precisa de diversidad de datos que permitan construir inferencias sobre los objetivos de los estudiantes y a través de un razonamiento circular, interpretar sus acciones.

Un constructo específico de Educación Matemática que relacionamos directamente con la motivación es el de *intimidación matemática* planteado por DeBellis y Goldin (2006) por la coincidencia entre dicha definición y el concepto de *flow* planteado por Csikszentmihalyi (1997).

Por otro lado, las afirmaciones de Radford (2015) sobre el origen cultural y social de los motivos coinciden con los planteamientos de Nussbaum (2008), no pueden considerarse motivos individualistas, deben asumirse como objetivos eudaimonistas que consideran el bienestar ajeno y la convivencia como sus componentes.

4.6.3. Normas, valores, ética y moral

La investigación sobre el afecto en el área también considera la importancia de las normas, los valores y la ética como componentes del dominio afectivo; aunque no se han estudiado de manera amplia. Normas, valores y moral se identifican con los aspectos socioculturales de la Educación Matemática (RPR3; RPR20; RPR21; RPR22; RPR31; RPR32; RPE24).

Sin embargo, sí se considera los valores y normas a partir de las observaciones realizadas durante estudios empíricos en Cobb et al. (1989) y Radford (2015), que coinciden en identificar emociones negativas en estudiantes que sienten que las normas sociomatemáticas no se respetan, estableciendo de este modo un vínculo entre el cumplimiento de normas y la generación de emociones.

Es posible establecer relaciones entre la teoría de las discrepancias de Mandler (1989a), identificando la existencia de una discrepancia que se produce cuando las expectativas del estudiante sobre el cumplimiento de las normas por parte de sus compañeros no se cumplen. También podemos ubicar estas expectativas en la base del juicio eudaimonista que el estudiante utiliza para valorar una situación en el aula de matemáticas (Nussbaum, 2008).

Por otro lado, Evans et al. (2006) plantean la existencia de posiciones jerárquicas en las relaciones que se establecen entre estudiantes durante la actividad matemática. Asumimos que las diferentes posiciones de poder implícito no son coherentes con el objetivo de seguir un modelo ético en el aula de matemáticas, que propicie la construcción de contextos cooperativos y democráticos (Dewey, 2004; Cortina, 2013; Freire, 1970; Hannaford, 1998; López Melero, 2003, 2004, 2015, 2018; Morin, 1999, 2015; Nussbaum, 2008; 2010; 2015; 2016; Ricoeur, 1996; Straume, 2014).

Al respecto, Mandler (1989b), afirma que al principio de la escolarización los niños suelen encontrar divertidas a las matemáticas, percepción que varía con el paso del tiempo. Este cambio puede deberse a la influencia del profesor o de los padres, sin olvidar que los gobernantes y los medios de comunicación son transmisores de mensajes que pueden reforzar, modificar o instaurar valores. Según el autor, no tenemos suficiente información para conocer las fuentes culturales de la reputación negativa de las matemáticas, que se transmite a los estudiantes facilitando la construcción de creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y sobre uno mismo como aprendiz de matemáticas. En este sentido, es frecuente la autodenominación de malo para las matemáticas, torpe con ellas, entre otros.

En la Tabla 4.10 presentamos las principales consideraciones sobre los valores, normas y moral como componente del dominio afectivo en Educación Matemática.

Tabla 4.10. Consideraciones sobre normas y valores

Autor/a	Principales consideraciones
Cobb et al. (1989)	Profesorado y alumnado deben participar activamente en la construcción del contexto social del aula de matemáticas a través de la construcción conjunta de normas como una estrategia para la formación de creencias adecuadas sobre sí mismos, sobre el aprendizaje de las matemáticas, sobre el profesor y sobre la disciplina. Su planteamiento también considera una propuesta para trabajar las emociones a partir de la construcción de normas sociales y trabajo cooperativo. El reconocimiento y valoración de las diferencias y el rol del profesor como guía, sin juzgar el trabajo o la producción de sus estudiantes. Las interpretaciones de una situación específica dependerán de las normas sociales o de la comprensión de las mismas, cuya representación constituyen las creencias. Los valores forman parte de las evaluaciones propias de las emociones y permiten explicar las acciones desencadenadas.
Lester et al. (1989)	Los valores y expectativas promovidos en el aula por el profesor, también definen las matemáticas que se trabajan y cómo se trabajan. Tienen una influencia directa sobre las actitudes y las creencias.
Mandler (1989b)	Los valores se aplican en función de la situación, varían de una cultura a otra. Determinan la calidad de una emoción; en el caso del aprendizaje de las matemáticas, determinan la intensidad de las emociones que se experimentan. La naturaleza de las emociones depende de los valores que se posean. Se transmiten cultural y socialmente.
DeBellis y Goldin (1997, 2006)	Incorporan al sistema afectivo la moral, los valores y la ética que interaccionan durante los procesos de resolución de problemas a través de la toma de decisiones. Son constituyentes del afecto global, representan las estructuras

	de autorregulación, cumpliendo un rol importante en el meta-afecto. Los valores pueden estar muy estructurados constituyendo sistemas de valores dirigiendo la toma de decisiones y también actúan como motivadores, teniendo en cuenta que se relacionan directamente con el sentido del bien y el mal con relación a las matemáticas. También plantean el constructo <i>integridad matemática</i> , que podemos identificar con la moral.
Schlöglmann, (2002)	Las normas sobre los sentimientos, como construcción social, pretenden definir qué sentimientos pueden considerarse apropiados para una situación particular en un grupo específico. Los valores de los demás (compañeros y profesores) también pueden influir en el estudiante a través de sus expectativas sobre sus acciones y pueden constituir sistemas de valores.
Brown y Reid (2006)	El conocimiento de los valores que posee un estudiante también permite explicar su comportamiento y las decisiones que asume durante la resolución de problemas.
Evans (2006)	Las normas sociomatemáticas establecidas en el aula, constituyen el mesonivel social que puede influir en el surgimiento de una emoción por evocación, así como las creencias y actitudes transmitidas culturalmente. Los valores y el poder crean espacios propicios para la generación de emociones.
Hannula (2006a, 2006b, 2011, 2012a, 2012b, 2015)	El carácter social del afecto, a nivel individual, se pone en juego durante las interacciones en el aula; cuya cultura está constituida por las normas sociales y sociomatemáticas, valores, discurso y acuerdos adoptados y compartidos, motivaciones y objetivos del grupo. Las normas se interpretan de formas distintas generando, a su vez, emociones distintas en diferentes personas. Las normas también constituyen una manera eficaz de lograr la autorregulación de las expresiones emocionales. Los valores, por su parte, son componentes del sistema motivacional de una persona
Leder (2006)	Los valores, la ética y la moral implican preferencias profundas, verdades personales estables, con carácter tanto afectivo como cognitivo.
Op ‘t Eynde et al. (2006).	Las emociones se contextualizan en función de la evaluación que un estudiante efectúa sobre la situación utilizando, entre otros, los valores que posee.
Furinghetti y Morselli (2009)	El rol del profesor se configura en tres dimensiones distintas, una de las cuales es la atención a las normas

	sociomatemáticas (como componente de las creencias del profesor sobre su propio rol). El estudiante, construye sus creencias sobre el profesor teniendo en cuenta esta misma dimensión.
Radoford (2015)	Considera la importancia de la dimensión moral y ética de las emociones en función del contexto en el que surgen y que las regula.
Skott (2015)	La realidad del aula emerge de las acciones de profesorado y alumnado, cuyas interacciones están basadas en las normas sociomatemáticas que se asumen como homólogos a las creencias y valores matemáticos.

4.6.4. Actitudes

El término actitud proviene de la Psicología y se ha utilizado para explicar diferencias en el rendimiento de los estudiantes. Se le identificó como influyente en el proceso de aprendizaje y, como consecuencia, en los resultados en matemáticas y representa el más contradictorio y al mismo tiempo el más estudiado. El interés se centró en la medición de dichas actitudes utilizando de manera casi exclusiva la escala de Fennema-Sherman (1976), que pretendía arrojar datos cuantitativos sobre las actitudes tanto matemáticas como hacia las matemáticas de los estudiantes (RPE2; RPE4; RPE18; RPE19).

Una consecuencia de considerar este concepto en la investigación en Educación Matemática, fue el desarrollo de un modelo genérico que relaciona el afecto y el resultado (Fennema, 1989). En este modelo el afecto es una consecuencia de influencias externas como el género o la clase social que influye en las actividades de aprendizaje y los resultados de las evaluaciones en matemáticas (RPE3).

La diferencia entre actitud y creencia no está totalmente definida en el área, de este modo, se considera a las creencias como componente de las actitudes, se asumen como constructos distintos o se utilizan como sinónimos (Ding et al. 2015; Hart, 1989). Por ejemplo, Lester et al. (1989) consideran a las creencias sobre uno mismo como actitudes y las creencias sobre objetos e ideas externas como creencias propiamente dichas. Es posible comprender esa falta de coherencia si reconocemos la falta de claridad, una vez más, sobre las conexiones entre emoción, creencia y actitud.

Al respecto, Reinup (2009) plantea que la imagen matemática que tiene una persona (creencia) está relacionada con las emociones y las actitudes. Las emociones son intensas y se expresan en sentimientos positivos o negativos, desapareciendo rápidamente. Por su parte, las actitudes son reacciones afectivas incluyendo emociones, positivas o negativas, más intensas y estables. Por ejemplo, la disposición positiva frente al estudio, mejora el aprendizaje.

En este sentido, un objetivo del estudio de este constructo dentro del área, ha sido transformar las actitudes (matemáticas y hacia las matemáticas) negativas en positivas

para mejorar el rendimiento de los estudiantes. Di Martino y Zan (2015) plantean como propuesta para promover actitudes positivas hacia las matemáticas, considerar actividades vinculadas con promover una visión positiva de la asignatura. Es decir, modificar las creencias de los estudiantes para mejorar las actitudes. No tener en cuenta el vínculo entre actitud positiva y una visión epistemológicamente correcta de la disciplina se evidencia en la elección de tareas simples por parte de los docentes, con el objetivo de evitar la generación de emociones negativas que, por otro lado, evidencia una visión simplista y errónea de actitud.

También es frecuente la dicotomía actitud positiva/actitud negativa, que está presente en las investigaciones tanto implícita como explícitamente. Al respecto, los estudios clásicos consideran la relación entre actitud y rendimiento y más exactamente la correlación entre actitud positiva y éxito.

Di Martino y Zan (2015) plantean asumir a la actitud no como una cualidad de un individuo sino un constructo de los deseos del observador para formular una historia que le permita narrar sus observaciones. Si esta afirmación se acepta, entonces las teorías del afecto no son teorías sobre el individuo sino teorías sobre la interpretación de tipos particulares de desempeño social. Teniendo en cuenta estas afirmaciones, si las actitudes son únicamente una construcción del observador, la investigación sobre actitudes, ¿qué estudia? ¿Qué miden las escalas planteadas para medir actitudes? ¿Qué se describe? ¿Qué se pretende modificar?

Esta consideración es importante porque nos permite asumir consciencia de que cualquier fenómeno solo puede ser observado desde un punto de vista particular; resalta el rol del investigador como intérprete de la realidad, cuyas observaciones y conclusiones no pueden construirse a partir de mediciones. Es decir, la actitud no es una cualidad que puede medirse de manera objetiva.

En este mismo sentido, Hannula (2012b) afirma que la definición que hace un profesor sobre la actitud o actitudes de un estudiante en realidad no es útil, teniendo en cuenta que solo se trata de un punto de vista externo, de observador. También concluye que, en ocasiones, el término actitud se utiliza para justificar la incapacidad de un profesor para ayudar a un estudiante.

En la Tabla 4.11 presentamos las diferentes definiciones y principales consideraciones sobre actitudes y Educación Matemática, planteadas por los autores considerados para nuestra investigación.

Tabla 4.11. Definiciones y principales consideraciones sobre actitudes

Autor/a	Definición y consideraciones sobre actitudes
Hart (1989)	Es una predisposición a responder de manera favorable o no con respecto a una actividad, una idea o una persona. Tiene tres componentes: una reacción afectiva o emocional, una conducta hacia el objeto y creencias sobre el objeto.
Lester et al. (1989)	Las creencias frecuentemente interactúan e incluso dan forma a actitudes y emociones. Influyen en las decisiones durante la resolución de problemas. Son contextuales.

McLeod (1989)	Respuestas afectivas que implican sentimientos positivos o negativos, de intensidad y estabilidad moderadas. Se desarrollan a partir de (a) la automatización de reacciones emocionales repetidas, con el tiempo la respuesta fisiológica pierde intensidad pero se vuelve estable. Se puede medir a través de cuestionarios y (b) a través de asignar una actitud ya existente a una tarea relacionada con la que dio origen a dicha respuesta. Por ello, cada actitud se relaciona con una emoción.
Zajonc y Markus (1989)	Asumen que las actitudes tienen un componente afectivo al que conceptualizan como mental. Los afectos están directamente relacionados con las respuestas motoras. Por lo tanto, las actitudes tienen un componente motor importante.
DeBellis y Goldin (1997, 2006)	Son respuestas que implican sentimientos positivos o negativos de moderada intensidad y estabilidad razonable, describen orientaciones o predisposiciones hacia sentimientos positivos o negativos en contextos matemáticos particulares. Se desarrollan desde la automatización de reacciones emocionales repetidas o desde la asignación de una actitud preexistente hacia una nueva tarea relacionada con la que originó la actitud previa.
Schlöglmann (2002)	Las actitudes hacia las matemáticas se asumen como predisposiciones aprendidas para responder de manera consistente a un objeto específico. Implica un balance entre afecto y cognición.
Evans (2006)	Las actitudes se transmiten culturalmente.
Hannula (2006a, 2011, 2012)	Son rasgos emocionales compuestos por tres componentes: creencias, emociones y conductas. Se generan a partir de emociones reiteradas. La actitud se asume como una representación del afecto como rasgo, desde una perspectiva psicológica. Son disposiciones emocionales, patrones estables de emociones y contextuales y situacionales.
Leder (2006)	Respuesta emocional hacia el objeto (conducta hacia el objeto y creencias sobre el objeto). Tiene tres componentes distintos: cognitivo (conocimiento, intelecto); afecto (emoción y motivación) y rendimiento (conducta o acción).
Zan et al. (2006)	Las actitudes se construyen a partir de reacciones emocionales repetidas. El autoconcepto es parte de la actitud.
Akinsola (2009)	La confianza en los estudiantes les permite participar más activamente, trabajan más y tienen mayor persistencia frente a las dificultades.
Kislenko (2009)	Es una respuesta afectiva, incluye sentimientos positivos o negativos de intensidad y estabilidad moderadas.
Di Martino y Zan (2011, 2015)	Son un constructo de los deseos del observador, en lugar de la cualidad de una persona, que le permite describir sus observaciones. Implica creencias y emociones, actúa como puente entre ellos. Ya no se utiliza como un constructo dirigido a explicar las causas de determinadas conductas; se asume como una herramienta interpretativa flexible y multidimensional dirigida a describir las interacciones entre los aspectos cognitivos y afectivos durante la actividad matemática y permiten interpretar las decisiones de las personas.

Gómez-Chacón (2011)	Una actitud es una predisposición evaluativa positiva o negativa, determina las intenciones personales, influye en el comportamiento. También identifica a la actitud con preferencias y considera el modelo TMA (Three-dimensional Model for Attitude).
----------------------------	--

Aunque tradicionalmente se asumió a la *actitud* como una dimensión única (igual que a las creencias y emociones) y que, además, coincidía con el significado coloquial de la palabra; en la actualidad, teniendo en cuenta que el constructo ha evolucionado, se considera como multidimensional compuesto por las dimensiones cognitiva, afectiva y conativa (Ding, Pepin y Jones, 2015). Al respecto, DiMartino y Zan (2010, 2015) identifican tres definiciones distintas de *actitud hacia las matemáticas*:

- Una definición simple, que describe a la actitud como el grado positivo o negativo de afecto asociado con las matemáticas.
- Una definición bidimensional que implica emociones y creencias asociadas a las matemáticas, pero en la que las conductas relacionadas con la disciplina no aparecen explícitamente. Esta definición evitaría los riesgos de la circularidad pero no identificaría actitudes positivas o negativas de acuerdo a una definición multidimensional.
- Una definición tripartita (TMA, Three-dimensional Model for Attitude) que reconoce tres componentes en la actitud: una respuesta emocional hacia las matemáticas, creencias sobre las matemáticas y conducta relacionada con las matemáticas. Se plantea buscando, no solo caracterizar en la dicotomía positivo/negativo cada dimensión (emociones, creencias, conductas) sino, sobre todo, buscando identificar si las dicotomías relacionadas con los componentes pueden resultar en una única caracterización de actitud positiva/negativa y cómo lo harían. Esta cuestión está íntimamente ligada a la elección de instrumentos de medida de la actitud, que permanece atado a instrumentos simples que fusionan aspectos conductuales con creencias y emociones y persisten en la dicotomía actitud positiva/actitud negativa. En este sentido, se viene considerando la manera de integrar metodologías cuantitativas y cualitativas para el estudio de la actitud desde esta perspectiva más amplia (Di Martino y Zan, 2001; Hannula, 2002). Di Martino y Zan (2011) identifican como un inconveniente de este modelo el peligro de circularidad.

En ciertos casos, se ha privado a la actitud de lo emocional y lo conductual; dos de los componentes planteados por este modelo. En dicha situación la actitud se transforma en sinónimo de creencia (Hart, 2009).

Un ejemplo de este modelo tripartito es la aproximación de Gómez-Chacón (2011) quien plantea que los componentes de una actitud son:

- Cognitivo, en el que ubica a las creencias.
- Afectivo. Las emociones no se consideran cognitivas, se ubican en este componente, aunque se asumen como resultado de una evaluación que desencadena aceptación o rechazo.

c) Intención o acción.

4.7. RELACIONES ENTRE LOS COMPONENTES DEL DOMINIO AFECTIVO

La investigación del dominio afectivo en Educación Matemática ha definido diferentes formas de relaciones, interconexiones y vínculos entre los distintos componentes del dominio. Sin embargo, dichas relaciones no siempre se han presentado de manera explícita (RPE26; RPE37; RPE38).

Por otro lado, la abundancia de estudios centrados en un solo componente (principalmente actitudes y/o creencias) tampoco ha facilitado la consecución de un acuerdo sobre dichos vínculos. Por ejemplo, Mandler (1989b) limitó el afecto a los aspectos cognitivos de las emociones y la influencia de valores, actitudes, creencias e ideas que definen la calidad de las emociones. De este modo, la emoción se presenta como más *caliente*, más intensa que las conceptualizaciones del afecto en modelos basados en actitudes, como el modelo tripartito de la actitud en el que las emociones son un componente de la actitud (Di Martino y Zan, 2011, 2015; Hannula 2006a, 2011, 2012; Hart, 1989; Leder, 2006; Zan et al. 2006).

En la Tabla 4.12 presentamos las relaciones entre los componentes del dominio afectivo en Educación Matemática, provenientes de los antecedentes específicos de nuestra investigación.

Tabla 4.12. Relaciones entre componentes del dominio afectivo

Autor/a	Relaciones entre componentes
Cobb et al. (1989)	Las normas sociales contextualizan las emociones definiendo de este modo su carácter cualitativo. Es decir, las acciones generadas por una emoción concreta están relacionadas con la lógica social (normas) del contexto. Los actos emocionales dependen de las creencias .
Lester et al. (1989)	Las normas influyen en la formación de creencias y actitudes . Emociones y actitudes influyen y son influidas por las creencias .
Mandler (1989b)	Valores, actitudes y creencias determinan la calidad de una emoción .
McLeod (1992)	Las creencias tienen su origen en experiencias individuales y el contexto social. Estas creencias pueden generar emociones que, si se repiten, generan actitudes (tendencias a sentir ciertas emociones).
Hannula (2006b, 2012a, 2012b)	La conducta está dirigida a cumplir objetivos relacionados con la identidad , cuyos estándares pueden discrepar con la realidad generando emociones . De este modo, las emociones son el vínculo más directo con la motivación . Las actitudes se asumen como disposiciones emocionales. Las normas sociales definen el tipo de expresión emocional más apropiado para cada situación.

Op t'Eynde et al. (2006)	Los procesos emocionales surgen de la interacción entre procesos motivacionales y cognitivos.
Roth (2006)	Las emociones son la base para la motivación y la identidad .
Akinsola (2009)	La autoeficacia del profesorado (creencia) es una relación entre factores personales (cognición, emoción y eventos biológicos), comportamiento y factores ambientales .
Cortas Nordlander (2009)	y Las actitudes negativas están relacionadas con la falta de motivación para el aprendizaje de las matemáticas.
Goldin et al. (2009)	Actitudes y emociones sostienen a las creencias . Lo emocional y lo actitudinal necesitan que las creencias sirvan así como los valores con los que están o no en consonancia. Es decir, las creencias pueden satisfacer necesidades emocionales o brindar defensas contra el sufrimiento. Las emociones están muy relacionadas con la acción y por lo tanto con el rendimiento.
Radford (2015)	Los motivos generan emociones que, a su vez, definen ciertas acciones encaminadas a conseguir los objetivos, intereses o deseos que constituyen los motivos. La motivación tiene un componente ético relacionado con la comprensión que una persona tiene sobre su propio rol con respecto a los demás (creencias). Las emociones son personales y culturales debido al vínculo entre motivo y emoción .
Schoenfeld (2015)	Plantea el concepto de “orientaciones” como el conjunto de creencias, preferencias, valores, hábitos que dirigen la toma de decisiones y, por lo tanto, la conducta .

4.8. DOMINIO AFECTIVO Y COMPRENSIÓN EN MATEMÁTICAS

La investigación del dominio afectivo en Educación Matemática ha estado orientada a mejorar el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de distintos niveles educativos. Sin embargo, no se ha considerado la relación entre afecto y comprensión; los estudios se centran principalmente en la relación entre afecto y rendimiento en matemáticas; entre afecto y éxito en la resolución de problemas y, más ampliamente, entre afecto y aprendizaje de las matemáticas limitándose a la influencia del afecto sobre el aprendizaje (Goldin, 2000; Gómez-Chacón, 2011; Lester et al. 1989; McDonald, 1989; Schöglmann, 2005). Por este motivo, la autoconfianza ha sido considerada como el *antídoto*, la autorregulación que permite minimizar los efectos negativos de los procesos afectivos sobre la resolución eficaz y exitosa de problemas en el aula de matemáticas (RPE29; RPE33).

Dichos planteamientos se estructuran, frecuentemente, separando cognición de afecto, reconociendo únicamente la importancia e influencia (generalmente negativa) de los afectos sobre los procesos cognitivos. En este sentido, se identifica al afecto como sistema autorregulador o de monitorización, como proceso influyente en la toma de decisiones o como responsable de bloqueos y abandono de la tarea (Adams, 1989; Brown y Reid, 2006; Goldin et al. 2009; Gómez-Chacón, 2011; Lester et al. 1989; Marshall, 1989; McLeod, 1989, 1992; Schoenfeld, 2015; Siver y Metzger, 1989; Threadgill-Sowder, 1989; Zan et al. 2006). Consideramos que esta visión de la relación entre afecto y cognición puede explicar la ausencia de cuestiones afectivas en los estudios sobre comprensión y matemáticas (RPE27; RPE28).

Al respecto, McDonald (1989) afirma que diversos estudios descriptivos asumen que existen diferencias en el éxito con las matemáticas en personas de distinto género y raza. Se trata de valores determinados culturalmente que influyen en los análisis cognitivos de la agitación del SNA en la interrupción de una tarea y da lugar a actitudes sobre el propio yo en el desarrollo del aprendizaje. La influencia cultural en el funcionamiento cognitivo se encuentra en las creencias y actitudes relacionadas con el aprendizaje así como también con el autoconcepto y la autoestima vinculadas, a su vez, con las expectativas construidas culturalmente. Aunque creencias y actitudes son afectos más *fríos* que las emociones, influyen de manera importante en el procesamiento de la información de un estudiante, convirtiéndose así en *calientes* (RPE2; RPE3).

Mandler (1989a) plantea que los errores que los estudiantes pueden cometer durante la actividad matemática generan emociones negativas, asumiéndolas de este modo como *limitantes*, teniendo en cuenta además que solo no es posible construir más de un proceso consciente a la vez (refiriéndose a la necesidad de la intervención de la consciencia en la generación de las emociones). Asumimos que en este caso concreto se refiere más bien a sentimientos y no a emociones propiamente dichas (en términos de Damasio). Sin embargo, nos preguntamos ¿qué influencia tienen las emociones positivas sobre los procesos cognitivos durante el aprendizaje de las matemáticas?

Pretender plantear actividades libres de errores y por lo tanto de emociones negativas no es adecuado pues implica reducir las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes y también implica la transmisión de creencias equivocadas sobre la naturaleza de las matemáticas. El estudiante debe asumir que el error y las respuestas afectivas negativas son componentes de todo proceso de aprendizaje. Normalizar estas experiencias en lugar de asumirlas como limitantes, permite disminuir las discrepancias entre expectativas y realidad, teniendo en cuenta que superarlas ayuda a construir esquemas experienciales (Cobb et al. 1989; Mandler, 1989a; McDonald, 1989; McLeod, 1989).

Una de las cuestiones que ha centrado el interés de los estudios sobre el dominio afectivo en el área es la direccionalidad de la relación afecto – cognición. Es decir, ¿el afecto influye en el rendimiento? O ¿es el rendimiento el que influye en el afecto? En dichas investigaciones se han encontrado evidencias de causalidad en ambos sentidos, además de la correlación positiva entre ambas variables. Por ejemplo, el conocimiento sobre la resolución de problemas puede afectar al interés, el conocimiento sobre los

problemas puede afectar la autoconfianza y el contexto afecta a las creencias sobre la resolución de problemas (Hart, 2009). Al respecto, Hannula (2011, 2012b, 2015) plantea asumir una direccionalidad recíproca más que una causalidad unidireccional.

La Educación Matemática ha considerado la relación entre afecto y cognición desde distintas perspectivas principalmente en función del constructo en el que se centra cada aproximación. En la Tabla 4.13 presentamos las principales consideraciones sobre la relación entre emociones y cognición. En la Tabla 4.14 sobre creencias y cognición, en la Tabla 4.15 sobre la relación entre motivación y cognición y en la Tabla 4.16 los vínculos entre actitudes y cognición.

Tabla 4.13. Relaciones entre emoción y cognición

Autor/a	Principales consideraciones
Hart (1989)	Las emociones son capaces de interrumpir el mecanismo atencional y dirigirlo a algún peligro o necesidad. Los estados de ánimo no producen interrupciones aunque sí influyen en la capacidad cognitiva.
Mandler (1989a)	<p>La construcción de la emoción requiere de la intervención de la consciencia y teniendo en cuenta que no es posible construir más de un proceso consciente a la vez, se asume como un <i>limitante</i>.</p> <p>Una experiencia emocional es el resultado de la combinación de un análisis cognitivo y una respuesta fisiológica. La interrupción del procesamiento de una tarea cognitiva planificada aumenta la actividad del sistema nervioso autónomo que es un conjunto de reacciones fisiológicas que pasan desapercibidas excepto si tiene un significado específico para el individuo en cuyo caso se procesa cognitivamente como cualquier otra experiencia.</p> <p>Después de efectuarse este análisis cognitivo, se refleja en la respuesta emocional del individuo. Una interrupción conduce a estas reacciones fisiológicas y cognitivas porque es contraria a lo esperado.</p>
McDonald (1989)	<p>En todo procesamiento cognitivo y emocional, parece haber una compensación entre el procesamiento actual del evento real y el procesamiento que depende de las experiencias pasadas almacenadas en la memoria a largo plazo.</p> <p>Si el tema está cargado de emoción, hay más posibilidad de distorsión del procesamiento actual con información del pasado, cargada de autoestima o de falta de ella.</p> <p>Las experiencias pasadas tendrán mucha influencia porque la manera en que los estudiantes manejan la frustración jugará un papel importante en la determinación de cómo reaccionarán a la frustración de aprender matemáticas. Las formas en que los estudiantes manejan la frustración así como los errores y fracasos tienen una prioridad en el desarrollo.</p> <p>Cognición y emoción operan simultáneamente, son inseparables.</p>
DeBellis y	La actividad cognitiva relacionada con las emociones es muy

Goldin (1997) alta aunque la interacción entre cognición y emociones fugaces puede ser difícil de identificar.

El meta-afecto; el afecto sobre el afecto, el afecto sobre y dentro de la cognición así como la monitorización del propio individuo sobre el afecto a través de la cognición y sobrepasando el afecto, establece conexiones directas entre emoción y cognición permitiendo una comprensión más profunda de las matemáticas.

Emociones cognitivas: las relacionadas con objetivos cognitivos.

La cognición emocional implica el conocimiento subjetivo de los estados y procesos emocionales propios. Este conocimiento subjetivo de las propias emociones son la base de las expectativas emocionales en situaciones diversas y dirigen la manera de acercarse a las situaciones matemáticas.

Las meta-emociones (reacciones emocionales sobre las propias emociones) codifican información sobre la pertinencia de la emoción que se experimenta.

El aprendizaje de las matemáticas está relacionado con emociones negativas y positivas.

Goldin (2000) El asombro codifica la información inesperada. Evoca una decisión de búsqueda de respuestas y estrategias para resolver un problema matemático.

El desconcierto permite cuestionarse o cuestionar lo que uno mismo u otros sugieren con respecto a una posible estrategia de solución, basándose en experiencias anteriores.

La frustración codifica ausencia de progreso, no necesariamente es una consecuencia negativa pues evoca numerosos procesos heurísticos útiles como empezar de nuevo o buscar nuevas estrategias.

La ansiedad, el miedo y la desesperación evocan heurísticos; sin embargo el problema se transforma de matemático a social y el objetivo es buscar una salida a una situación amenazadora. Pueden facilitar la formación de mecanismos de defensa tales como evitar la resolución de problemas.

El ánimo y el placer influyen en la aplicación continuada del método que tuvo éxito frente a una situación específica.

La euforia y la satisfacción codifican la solución del problema, la evaluación retrospectiva del proceso de evaluación y el sentido del estudiante de haber aprendido algo nuevo. Se transforma en autosatisfacción, permitiendo la construcción del autoconcepto global positivo y las estructuras de autoidentidad en relación con las matemáticas.

Hannula (2006a, 2011) Sigue a DeBellis y Goldin (1997) y sus propuestas de niveles y metaniveles: meta-afecto; emociones cognitivas; meta-emoción o cognición emocional.

Las emociones dirigen la atención y el sesgo de procesamiento cognitivo. El miedo dirige la atención hacia la información amenazante, la tristeza inclina la memoria hacia una visión menos optimista del pasado.

Las meta-emociones son reacciones emocionales a una experiencia emocional.

**Else-Quest et al.
(2008)**

Las emociones positivas moderadas mejoran la flexibilidad cognitiva (mejorar el procesamiento sistemático, creatividad y el uso heurístico) por el incremento de la actividad dopaminérgica en el cerebro. La flexibilidad cognitiva es fundamental para el aprendizaje matemático. Las emociones negativas no tienen impacto en la flexibilidad cognitiva.

La mayoría de estudios sobre las emociones se centró en la ansiedad que se refiere a sentimientos de tensión, aprehensión, o miedo a las matemáticas y es distinta de otros tipos de ansiedad, que puede interferir negativamente en los procesos cognitivos.

Las emociones negativas parecen estar vinculadas al funcionamiento pobre de la memoria de trabajo.

La actividad matemática está relacionada tanto con emociones positivas como negativas y cumplen funciones distintas en el aprendizaje y desempeño en matemáticas.

**Schlöglmann
(2010)**

La Neurociencia distingue sistemas distintos para la cognición y la emoción. Ambos existen como resultado de la evolución biológica con el objetivo de ayudar a la supervivencia del individuo y ambos sistemas están interconectados. Una consecuencia importante de la existencia de dos sistemas es contar con la posibilidad de distinguir entre *sentimiento* y *conocer que se tiene un sentimiento* (en consonancia con las afirmaciones de Damasio) o tener reacciones emocionales y *experiencia emocional consciente*; distinguiendo dos tipos de memoria distintos relacionados con los procesos emocionales (siguiendo a LeDoux, 1999).

Utiliza el término *lógica* para distinguir emociones cognitivas de las emociones básicas (por ejemplo, ‘fear logic’, ‘logic of joy or anger’). En este sentido, el término *lógica* expresa la visión de que el tipo de pensamiento es diferente si domina un sentimiento. Pueden relacionarse directamente con los sentimientos planteados por Damasio (2011, 2014) y el meta-afecto considerado en Educación Matemática.

**Gómez-Chacón
(2011)**

La alfabetización emocional (conocimiento de los sentimientos y emociones propias y ajenas) permite controlar los impulsos y fobias desarrollando así una atención eficaz para el logro de aprendizajes.

Sigue a DeBellis y Goldin (1997) en su planteamiento sobre meta-afecto y meta-emoción.

Radford (2015) Las emociones no obstruyen el pensamiento, no son entidades separadas, están fusionados. No es posible pensar sin emociones, constituyen una unidad en el desarrollo ontogenético.

Tabla 4.14. Relaciones entre creencias y cognición

Autor/a	Principales consideraciones
Adams (1989)	Las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas así como las que tienen sobre sí mismos interfieren en el éxito durante el aprendizaje.
Fennema (1989)	La seguridad en las propias habilidades con las matemáticas, la percepción de la utilidad de las matemáticas y la atribución causal en matemáticas influyen en la disposición a involucrarse en la resolución de problemas.
Lester et al. (1989)	Las creencias juegan un papel dominante y poderoso sobre la conducta durante la resolución de problemas.
McDonald (1989)	Las creencias reciben la influencia de lo cultural y a su vez influyen en el aprendizaje, definen la manera en que una persona se siente con respecto a sí misma en un ambiente de aprendizaje.
DeBellis y Goldin (1997)	El autorreconocimiento matemático permite asumir que se comprende algo, maquillar respuestas, forzar el sentido a respuestas equivocadas o crear la ilusión de que se sabe. Pero también permite plantear conjeturas rápidas o adivinar intuitivamente, generalizar una regla a una nueva situación, y producir resultados poderosos. Permite una comprensión más profunda.
Schlöglmann (2005)	El componente afectivo del sistema de referencia afectivocognitivo tiene un efecto estabilizador sobre el sistema y puede ser positivo o negativo. Las creencias son la expresión consciente del sistema afectivocognitivo, reflejo de la reacción de un sistema. Las creencias conscientes (concepciones) tienen un componente cognitivo importante y permiten estructurar argumentos racionales. Las creencias pueden brindar información pertinente de la fuerza inercial de un sistema afectivocognitivo.
Akinsola (2009)	Un sentido alto de la autoeficacia permite enfrentarse a tareas complejas asumiéndolas como retos a superar en lugar de asumirlas como amenazas a evitar.
Cortas y Nordlander (2009)	Las creencias pueden impedir el aprendizaje de las matemáticas impidiendo el éxito incluso en tareas sencillas.

Goldin et al. (2009)	Las creencias ayudan a reducir y estructurar la información para adaptarse a patrones restringidos debido a la limitada capacidad de percepción y procesamiento de la información de una persona. Las creencias están en el centro de los significados.
Gómez-Chacón (2011)	La relación entre creencias y cognición se concreta en una actitud. Las creencias rígidas y negativas sobre las matemáticas y su aprendizaje son responsables de conductas pasivas y la búsqueda de la memorización más que objetivos relacionados con la comprensión.

Tabla 4.15. Relaciones entre motivación y cognición

Autor/a	Principales consideraciones
DeBellis y Goldin (2006)	La intimidad matemática construye un vínculo entre el conocimiento personal construido y el contenido matemático.
Hannula (2006a)	Los objetivos cognitivos están relacionados con el aprendizaje de un contenido específico. La materialización de necesidades en objetivos está influida por las creencias, una necesidad se transforma en objetivo en función de las creencias. Un solo objetivo puede satisfacer múltiples necesidades o una necesidad requiere de diversos objetivos. Para que se produzca la transformación de objetivo a motivación, el objetivo debe ser deseado y las creencias deben respaldar el cambio. La motivación parece tener una retroalimentación cíclica con el procesamiento cognitivo.
Schoenfeld (2015)	Preferencias y objetivos influyen de manera directa en las decisiones

Tabla 4.16. Relación entre actitudes y cognición

Autor/a	Principales consideraciones
Adams (1989)	La confianza permite mantener el esfuerzo y la atención. las actitudes positivas, en general, permiten disfrutar y mantener la perseverancia.
McDonald (1989)	Las actitudes se definen culturalmente; tienen una influencia importante sobre la autopercepción, las estrategias de autorregulación y el desempeño. Al igual que las creencias, pueden representar afectos más fríos pero se transforman en calientes debido a su influencia sobre el procesamiento de la información en el estudiante.
Goldin (2000)	Una actitud curiosa permite la búsqueda de heurísticos en lugar de procesos algorítmicos.

Cortas y Nordlander (2009)	Una actitud negativa hacia las matemáticas puede bloquear el desarrollo de los estudiantes y obstaculizar su visión sobre ellas.
Reinup (2009)	Las actitudes positivas hacia el aprendizaje de las matemáticas permite conductas activas, motivadas y dispuestas. El conocimiento de las razones de las actitudes negativas de los estudiantes que conducen a una falta de motivación permite al profesorado tomar decisiones pedagógicas que permitan lograr aprendizajes adecuados.

4.9. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN DEL AFECTO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La investigación del dominio afectivo en Educación Matemática se ha efectuado haciendo frente a la complejidad subyacente a la comprensión de la interrelación entre afecto y cognición, cuya existencia se ha reconocido teóricamente y ha permitido a los investigadores del área investigar y obtener conclusiones sobre otros aspectos del dominio (RPR13; RPE34; RPE35; RPE37; RPE38; RPE39; RPE40; RPE41; RPE42; RPE43).

En este apartado presentamos los resultados secundarios de la segunda fase del Análisis Didáctico centrados en las dificultades a las que tiene que hacer frente la investigación del afecto en Educación Matemática, características y focos de atención de los estudios clásicos y las nuevas corrientes de investigación en el área.

4.9.1. Imposibilidad del acceso directo a la esfera mental para el estudio del afecto

El estudio de la afectividad ha tenido que hacer frente a las mismas dificultades que la investigación en la ciencia cognitiva. Por ejemplo, McLeod (1989) plantea de manera explícita que el afecto debe investigarse desde una orientación cognitiva. Nos referimos a la imposibilidad del acceso directo a los procesos mentales subyacentes a dichos procesos.

Inicialmente, la Educación Matemática utilizó las herramientas metodológicas provenientes de esta ciencia, principalmente escalas y test. Sin embargo, a diferencia de la aproximación cognitiva, no es posible conseguir el mismo nivel de análisis de los procesos que sustentan las respuestas de los test utilizados para la investigación sobre el afecto en Educación Matemática (Hart, 2009).

La introspección y los relatos sobre las experiencias afectivas también han sido utilizadas frecuentemente. Sin embargo, si tenemos en cuenta que las emociones son procesos inconscientes, la introspección no puede considerarse una herramienta fiable (Damasio, 2011, 2014; LeDoux, 1999). Por otro lado, la introspección no permite

distinguir de manera precisa una emoción de otra debido fundamentalmente a las limitaciones lingüísticas que esconde la existencia de multitud de emociones, sensaciones y sentimientos (Cobb et al. 1989; Hannula, 2006a, 2006b; Schöglmann, 2002, 2005, 2010).

Este reconocimiento ha permitido considerar otras fuentes para la obtención de datos, entre ellas las representaciones externas del afecto como vía de acceso a la esfera mental y afectiva. Entre dichas representaciones se consideran las expresiones faciales, el lenguaje corporal y el tono de voz y permiten hacer inferencias sobre el estado emocional de una persona (Buck, 1993; Damasio, 2011, 2014; DeBellis y Goldin, 2006; Ekman, 1977, 1993, 1999a, 1999b, Ekman y Oster, 1979; Hannula, 2006b; Gómez-Chacón, 2011; Leder, 2006; Radford, 2015; Skott, 2015).

4.9.2. Metodología clásica de investigación

Los investigadores en Educación Matemática durante los años 60 y principios de los 70, no fueron demasiado precisos y sus intereses estuvieron centrados en lo que denominaron *actitudes hacia las matemáticas*. Desarrollaron pruebas, principalmente escalas y test de lápiz y papel, para medir el gusto por las matemáticas incluyendo en algunos casos ítems específicos para la ansiedad generada por el trabajo con matemáticas y efectuando análisis de tipo cuantitativo (Bofah y Hannula, 2015; Hannula, 2011; Hart, 2009; Fennema y Sherman, 1976; Fennema, 1989). Frente a estas afirmaciones, nos surge la pregunta ¿es posible medir una actitud?

Otra característica de los estudios tradicionales en el área es la utilización de la dicotomía positivo/negativo en los estudios sobre emociones, actitudes y creencias. Esta dicotomía podía asumir formas distintas en función del componente objeto del estudio; por ejemplo. Por ejemplo, en el caso de las actitudes es frecuente el uso de gusto/rechazo (Di Martino y Zan, 2015; Gómez-Chacón, 2015; Zan y Di Martino, 2007).

En este sentido, no se plantean diferencias explícitas entre actitud positiva y negativa, carencia que puede convertirse en una limitación importante para la investigación si no están definidos de manera clara y precisa (RPE7).

Por otro lado un significado de actitud positiva implica, como consecuencia implícita, la asociación de dicha actitud con una conducta óptima y emociones agradables. Sin embargo, las relaciones que se establecen entre los distintos componentes del sistema afectivo son mucho más complejas que la relación causa-efecto que se asume desde la consideración dicotómica, teniendo en cuenta la diversidad de respuestas conductuales y emocionales frente a una misma situación, existentes en un aula. De este modo, podemos asumir que un nivel determinado de ansiedad generará respuestas emocionales y conductuales distintas en personas diferentes.

Los cuestionarios, frecuentemente utilizando la escala de Likert, también son una herramienta de uso muy difundido en la investigación en el área (Hannula, 2011; Ruthven, 2015; Tsamir et al. 2015). Sin embargo, estamos de acuerdo con las limitaciones que Di Martino y Zan (2015) plantean sobre los mismos:

- a) Están estructurados para estudiar un solo componente del dominio afectivo.
- b) Su fiabilidad se basa en la confianza que el investigador deposite en los autoinformes de los protagonistas. Esta limitación tiene características distintas en función del componente que se estudie, en el caso de las creencias puede haber discrepancias entre lo que se hace realmente y lo que se reconoce en el cuestionario. En el caso de las emociones, no es fácil distinguir entre el reporte sobre una emoción o una opinión sobre la misma. Por otro lado, teniendo en cuenta que una emoción es un proceso inconsciente, se trataría más bien de informes sobre un sentimiento.
- c) Los ítems son elegidos por los investigadores y los protagonistas sólo deben plantear su acuerdo o desacuerdo con dichas afirmaciones. Es decir, se asume que todos los seres humanos comparten los mismos sistemas de creencias (estructurados siguiendo la misma jerarquía), para el caso específico de las creencias. Los ítems de un cuestionario dirigen las respuestas de los participantes. Si asumimos que cada persona tiene un sistema de creencias propio, ¿cómo podemos estar seguros de cuál es la creencia central en un sistema particular?
- d) La elección de la puntuación que se le atribuye a cada uno de los ítems requiere una identificación de emociones/creencias y actitudes positivas. Este hecho pone en evidencia la estrecha relación entre definición y el problema de la medición:
 - Generalmente se identifica una emoción positiva con la percepción de agrado y de placer. Por lo tanto, la ansiedad al enfrentarse a un problema se asume como negativo mientras el placer de hacer matemáticas es positivo.
 - Las creencias positivas son aquellas que se comparten con los expertos. Una primera limitación de esta aproximación es el reconocimiento de la ausencia de patrones de creencias compartidos entre expertos y con expertos en matemáticas.
 - Una conducta positiva está vinculada con el *éxito*. En el contexto escolar una conducta exitosa se identifica generalmente con alto rendimiento, mientras que las actitudes negativas están relacionadas con la falta de motivación por el aprendizaje. Sin embargo, no se ha tenido en cuenta la relación con la comprensión

Más recientemente, la fiabilidad de los instrumentos de medida fue cuestionada y criticada por muchos investigadores; considerándolas, incluso, como *primitivas* (Leder, 2006). Por ejemplo, se volvieron a analizar datos de distintos estudios previos y los resultados fueron que la supuesta correlación evidenciada no era significativa estadísticamente. Se evidencia de este modo la necesidad de incorporar más herramientas y técnicas para la obtención de datos. Es así que progresivamente se fueron introduciendo herramientas cualitativas para la obtención de datos; principalmente análisis de protocolos (escritos y en voz alta) y escritos, y entrevistas (Di Martino y Zan, 2015; Mandler, 1989b).

En este sentido se incorporan aproximaciones múltiples para la obtención de datos utilizando análisis de protocolos, cuestionarios y entrevistas, además de registros en audio y vídeo de los episodios (Evans, 2006; Furinghetti y Morselli, 2009; Schlöglmann, 2002).

4.9.3. Nuevos enfoques metodológicos en la investigación del afecto en Educación Matemática

Los estudios empíricos han permitido evidenciar la existencia de situaciones de aprendizaje que no pueden verificarse a través de los conceptos de creencias y actitudes y también la limitada eficacia de la metodología cuantitativa. La metodología cualitativa, en cambio, permite acceder a más categorías afectivas así como también hacer aproximaciones más precisas sobre el dominio afectivo (Adams, 1989; Di Martino y Zan, 2015; Schöglmann, 2002).

El reconocimiento de la incapacidad de acceder a los propios procesos inconscientes y las limitaciones de la memoria, restan credibilidad a los autoinformes en cualquiera de sus formas (test, cuestionarios, entrevistas) y, por otro lado, la capacidad de enmascarar la verdad o transformarla (al margen del motivo) justifica el uso de la observación como herramienta de obtención de datos. En el caso específico del dominio afectivo, tener en cuenta expresiones faciales, gestos y lenguaje corporal (Reinup, 2009; Schoenfeld, 2015; Schöglmann, 2002; Sowder, 1989).

Es así que la tendencia al uso de metodologías mixtas se ha extendido, utilizando herramientas tanto cuantitativas como cualitativas en la misma investigación (distintos tipos de cuestionarios, protocolos escritos y de pensamiento en voz alta, observaciones, entrevistas, ensayos y narrativa en general, escalas y test), de manera que los datos obtenidos utilizando herramientas cuantitativas se analizan utilizando procedimientos estadísticos, mientras que las herramientas cualitativas precisan análisis cualitativos temáticos, siguiendo principios teóricos definidos previamente. En estas condiciones, la obtención de conclusiones es un proceso complejo (Akinsola, 2009; Chen y Leung, 2015; Cortas y Nordlander, 2009; Evans, 2006; Goldin et al. 2009; Kuntze y Dreher, 2015; Liljedahl, 2009; Op 't Eynde y Hannula 2006; Threadgill-Sowder, 1989).

Probablemente debido a dichas condiciones, el uso de análisis estadísticos de los datos sigue siendo el más utilizado, incluso para aquellos obtenidos a través de herramientas cualitativas (incluidos los cuestionarios cualitativos) y las conclusiones se continúan presentando utilizando como herramienta la estadística (Son ejemplos: Andrà, 2015; Ding et al. 2015; Gómez-Chacón, 2015; Hannula, 2006a; Op 't Eynde y Hannula 2006; Pepin, 2011; Zan y Di Martino, 2007).

Estas características no se modificarán si no se cuenta con marcos integradores, a nivel teórico y metodológico, que permitan no sólo obtener datos de manera efectiva sino principalmente obtener conclusiones plausibles de los mismos. En este sentido, consideramos que la propuesta de Rolka y Roesken-Winter (2015) sobre la construcción de redes de teorías podría representar una manera efectiva de suplir las carencias actuales teniendo en cuenta la relevancia de ciertas teorías con respecto a problemas particulares en escenarios específicos, teniendo en cuenta que una teoría no puede explicarlo todo y cada teoría tiene su área de aplicabilidad óptima, pues cada teoría se ocupa de algunos constructos e ignora otros. La creación de redes de teorías permitiría minimizar dichas limitaciones.

Asumir una red de teorías como base para la investigación del afecto también implica estudiar el dominio en toda su complejidad y amplitud. No es acertado plantear conclusiones a partir de un único componente, es necesario tener en cuenta todos los componentes del dominio afectivo así como las relaciones que se establecen entre ellos (Andrà, 2015; Clarke, 2015, Evans, 2006; McLeod, 1989).

Los análisis cualitativos son más complejos y demandan juicios sustanciales del investigador, motivo por el cual se corren ciertos riesgos de tipo ético, pues transgreden con facilidad el problema de las otras mentes y están dirigidos por la búsqueda de objetividad, que finalmente se ubica en los análisis estadísticos (Brown y Reid, 2006; Op 't Eynde y Hannula 2006; Quintanilla y Gallardo, 2017).

Asumimos que una solución factible a estas limitaciones se encuentra en la asunción de paradigmas interpretativos en Educación Matemática, siguiendo la tendencia de la investigación en Ciencias Sociales. El sentido de este cambio de perspectiva es que el investigador dote de significado al fenómeno que estudia desde la perspectiva de los participantes. Implica un movimiento significativo en el foco de la investigación hacia la atención de la comprensión de un fenómeno emergente que reemplaza la descripción del fenómeno en sí mismo. Puede asumirse como un desplazamiento desde el producto hacia el proceso (Di Martino y Zan, 2015; Skott, 2015).

Por otro lado, reconocer el carácter social y cultural del afecto también tiene repercusiones en la metodología utilizada para su investigación. La actividad matemática debe ser estudiada en contexto, los investigadores deben tomar la perspectiva del protagonista y que permita darle significado a la estructura subyacente de las conductas de los estudiantes y que posibilite a las emociones volverse explícitas. Es plausible argumentar que la estructura de creencias del alumnado tendrá una influencia social sobre los procesos cognitivos y motivacionales durante la actividad matemática en el aula (Evans, 2006; Hannula, 2012b; Lester et al. 1989; Op 't Eynde et al. 2006).

4.10. CONCLUSIONES Y CONSECUENCIAS PARA LA INVESTIGACIÓN

En el último apartado de este capítulo exponemos, a modo de resumen, las conclusiones y consecuencias para nuestra investigación obtenidas a través de la segunda fase del Análisis Didáctico.

CC1 Los estudios sobre el afecto y la emoción se han desarrollado desde distintas perspectivas y aproximaciones, por diversas disciplinas científicas. No existe consenso sobre la terminología ni sobre la metodología más adecuada para la investigación del dominio afectivo.

CC2 La interacción entre afecto y cognición no ha sido desarrollada de manera satisfactoria. Tradicionalmente se han considerado únicamente emociones, actitudes y creencias dejando de lado otros procesos fundamentales para el aprendizaje de las

matemáticas: (a) la perspectiva sociocultural, (b) el sistema motivacional, (c) normas y valores y (d) el carácter sistémico de las creencias.

CC3 Las emociones no han sido estudiadas con demasiada profundidad en el área de la Educación Matemática. En el área solo se asume la emoción como una reacción muy intensa, muy caliente, con una respuesta visceral importante; generalmente limitante de los procesos cognitivos. En otras áreas (Filosofía, Psicología, Biología y Neurociencia), se establece la participación directa de las emociones en el pensamiento, en el razonamiento lógico y en la toma de decisiones.

CC4 La separación de cuerpo y mente también ha repercutido en la educación, tanto en la reglada como en la informal. En el caso concreto de las escuelas y más específicamente en la enseñanza de las matemáticas, la investigación sobre los afectos en general (actitudes, creencias y, en menor medida, emociones) ha estado orientada a comprender las relaciones entre la lógica pura y la afectividad, con el objetivo de liberar a los procesos cognitivos de la influencia negativa y distractora de las emociones, mejorando así el rendimiento de los estudiantes en matemáticas.

CC5 La investigación sobre el afecto en Educación Matemática se centra en (a) relacionar dominio afectivo y rendimiento (nivel de éxito o logro), (b) diagnosticar e incentivar actitudes positivas hacia las matemáticas (gusto, valoración) y (c) explorar creencias. En ningún caso se trata el amplio y complejo tema de la comprensión en matemáticas como objeto de estudio explícito y su relación con la afectividad. Del mismo modo, tal como se apreciará en el capítulo V, las teorías de la comprensión en matemáticas no suelen tener en cuenta la dimensión afectiva en sus estudios.

CC6 Los estudios empíricos sobre el afecto en Educación Matemática suelen obtener sus conclusiones a partir del análisis estadístico de los datos obtenidos a través de herramientas y estrategias diversas. No se plantean metodologías interpretativas, aunque se las reconoce como una necesidad de la investigación cualitativa en el área.

CC7 Considerar de manera explícita la dimensión afectiva durante la actividad matemática implica tener en cuenta la relación entre dicha dimensión y la ética desde una perspectiva sociocultural.

CC8 Los aspectos éticos en el aula no deben centrarse únicamente en los valores que los estudiantes ponen en juego durante la actividad matemática. No se trata únicamente de fomentar la formación de valores, sino en la generación y construcción conjunta de espacios democráticos en los que se reconozca y valore a todos sus integrantes y el ejercicio del poder no encuentre lugar.

CC9 La dimensión ética debe partir de asumir una visión holística del ser humano: un ser que conoce, se comunica, siente y actúa. Asumiendo al mismo tiempo que se trata de un ser físico, biológico, social, histórico y cultural cuya principal característica es la diversidad.

CC10 Una aproximación sociocultural debe considerar objetivos relacionados con la convivencia y el trabajo cooperativo en contextos democráticos. De este modo, el estudiante asume más responsabilidades sobre sus propios aprendizajes y los de los demás, desarrollando su autonomía tanto intelectual como moral. Para hacerlo posible, las emociones y la motivación son fundamentales para la autorregulación. Las normas y valores construidos a través del diálogo cumplen el rol de mediadoras y estas, a su vez, definen las creencias y actitudes.

CC11 Considerar las cuestiones socioculturales en la interacción entre el sistema de creencias y la generación de emociones es fundamental, teniendo en cuenta que las diferencias entre individuos están definidas por sus historias personales y particulares, origen de sus respectivos sistemas de creencias. Estos sistemas de creencias se han constituido a través de vivencias y experiencias. Por lo tanto, una misma situación puede generar diferentes emociones en dos personas distintas.

CC12 Las emociones tienen vínculos estrechos con todos los componentes del dominio afectivo y existe una influencia recíproca entre emociones y actitudes, emociones y creencias, emociones y conducta y emociones y motivación. Por otro lado, normas y valores definen la evaluación cognitiva que las emociones efectúan.

CC13 Las emociones tienen naturaleza cognitiva, la cognición es una característica y componente imprescindible de las emociones. La emoción depende de la razón y sin razón no podríamos encontrar sentido a las emociones.

CC14 Los procesos afectivos y los cognitivos se desarrollan simultáneamente. Se encuentran imbricados, por lo tanto no es posible considerar la comprensión como un proceso libre de afectividad. La comprensión en matemáticas tiene un carácter afectivo intrínseco.

CC15 Existe la necesidad de una metodología que permita interpretar la dimensión afectiva en su amplitud y complejidad. Es decir, es preciso tener en cuenta todos sus componentes. No es acertado destinar esfuerzos sólo a uno de dichos caracterizadores. Dicha metodología, además de integrar todos los componentes de lo afectivo debe ser coherente con la teoría de la que parte y en la que se apoya.

CC16 Consideramos que una postura integradora podría contribuir a esclarecer algunas discrepancias presentes entre los diversos paradigmas teóricos de las emociones. Podemos justificar esta afirmación con los siguientes argumentos:

- a) Todos los planteamientos considerados para la presente investigación son el resultado de investigaciones tanto teóricas como empíricas efectuadas por científicos de reconocido prestigio.
- b) Sin embargo, sus respectivas teorías dan respuesta sólo a algunos aspectos, dejando cuestiones abiertas en función del marco conceptual en el que se encuentren. Podría, incluso, asumirse que existen posturas opuestas.

- c) Estimamos que las limitaciones de algunos marcos teóricos tienen su origen en la consideración de una única perspectiva, un único marco conceptual y una sola característica de las emociones.
- d) Consideramos fundamental tener en cuenta la complejidad del proceso emocional; asumiéndolo como la suma de diversas dimensiones, representaciones y componentes. Por este motivo, no estimamos oportuno reducir las emociones a una única perspectiva, tampoco ubicar su origen en un único punto o no tener en cuenta sus múltiples manifestaciones.
- e) Una teoría capaz de incluir todas las perspectivas y los diversos aspectos planteados por los distintos paradigmas podría brindarnos una visión más amplia y completa del fenómeno emocional.
- f) Teniendo en cuenta la bibliografía utilizada para la presente investigación, asumimos que Damasio presenta una teoría integradora teniendo en cuenta las siguientes cuestiones:
 - Considera no sólo los conocimientos de su disciplina científica (Neurociencia) sino también la proveniente de la Filosofía y la Psicología y es capaz de dar respuesta a los interrogantes abiertos por otros investigadores.
 - Otorga importancia tanto a la genética como a las cuestiones sociales, culturales y la educación y brinda una clasificación y nomenclatura que consideramos satisfactoria.
 - Identifica y reconoce el papel determinante del inconsciente en los procesos mentales.
 - Ha demostrado tanto empírica como teóricamente la relación entre emoción y cognición, identificando el papel fundamental de las emociones en la toma de decisiones.
 - Se le considera un referente importante para el estudio de las emociones en nuestra área específica.

CC17 El vínculo entre afecto y comprensión en matemáticas debe establecerse dentro de un marco teórico integrador que dote de carácter afectivo a la comprensión del conocimiento matemático. Las cuestiones éticas vinculadas tanto a la dimensión socioafectiva como al fenómeno de la comprensión también deben tenerse en cuenta.

CC18 Además del vínculo entre afecto y comprensión en matemáticas, la teoría integradora debe establecer relaciones entre los distintos componentes de la dimensión socioafectiva.

CC19 La metodología para la investigación del afecto en matemáticas debe permitir estudiar al afecto y a la comprensión de manera simultánea, teniendo en cuenta el vínculo indisoluble entre ambos procesos.

CC20 Dicha metodología también debe ser integradora y posibilitar el estudio de todos los componentes del dominio afectivo, utilizando para la obtención de datos diversas herramientas (registros escritos de los participantes, observación por parte del observador, protocolos escritos y orales, entrevistas).

CC21 Los datos obtenidos no sólo deben utilizarse para describir los componentes, sino que el investigador debe establecer relaciones entre ellos y entre todo el dominio afectivo y la comprensión en matemáticas.

CC22 La metodología de investigación debe ubicarse dentro del paradigma cualitativo y consideramos las aproximaciones interpretativas como las más idóneas para el estudio de los afectos, donde los protagonistas adquieren un mayor protagonismo en la interpretación de su propia comprensión.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

CAPÍTULO V

UN MODELO OPERATIVO PARA LA INTERPRETACIÓN DE LA COMPRENSIÓN EN MATEMÁTICAS

5.1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es una actividad esencialmente interpretativa. Los procesos cognitivos y discursivos involucrados en las prácticas matemáticas demandan ejercicios permanentes de interpretación por parte de los estudiantes y del profesor. Esta interpretación transcurre en entornos compartidos donde la comprensión matemática, propia y ajena, interactúa de manera compleja. En particular, cada protagonista se enfrenta al desafío constante de obtener información sobre la comprensión matemática de su interlocutor. Esta situación, que pone en evidencia el problema fundamental del acceso a la comprensión matemática del otro, justifica la pertinencia de realizar esfuerzos encaminados a esclarecer la naturaleza de la interpretación de la comprensión que acontece durante la actividad matemática y configurar procedimientos operativos con los que llevar a cabo esta interpretación.

Desde esta perspectiva, venimos desarrollando en los últimos años un modelo operativo para la interpretación de la comprensión en matemáticas (*An Operative Model for Interpreting Understanding in Mathematics [OMIUM]*) basado en el análisis de la experiencia matemática de los estudiantes (Gallardo y González, 2006; Gallardo, González y Quispe, 2008; Gallardo, González y Quintanilla 2013, 2014a; Gallardo y Quintanilla, 2016). Los últimos avances en el desarrollo de la dimensión hermenéutica del OMIUM, incorporan a su fundamentación los principios teórico-metodológicos que aporta la filosofía hermenéutica de Paul Ricœur para completar la configuración de un círculo interpretativo que busca acceder de una forma operativa a la comprensión matemática de los escolares.

En líneas generales, nuestra propuesta interpretativa circular arranca en el plano cognitivo con el reconocimiento de la comprensión matemática como fenómeno mental que emerge y se desarrolla mediado por el lenguaje; irrumpe en el ámbito semiótico con el análisis de la actividad matemática del estudiante a través de la caracterización de sus rastros de comprensión; y desemboca en una superación fenómeno-epistemológica y dialógica que nos permite retornar de nuevo a la comprensión del alumno a través de los usos dados al conocimiento matemático y con la búsqueda del consentimiento con el otro.

Por otro lado, también encontramos evidencias del uso cotidiano y natural del círculo hermenéutico en las interpretaciones que realizan de la actividad matemática de sus compañeros. Es decir, en la actualidad, el círculo hermenéutico planteado por el OMIUM tiene dos facetas de aplicación distintas: (a) como herramienta para la investigación en Educación Matemática y (b) como estrategia didáctica para la interpretación de la actividad matemática en el aula.

En este capítulo presentamos el marco teórico y metodológico que configura nuestra propuesta para la interpretación de la comprensión en matemáticas. Iniciamos el estudio exponiendo en el segundo apartado los cuestionamientos fundamentales que afectan a la interpretación de la comprensión y que son foco actual de debate en el ámbito de la Educación Matemática. En el tercer apartado acudimos a la filosofía hermenéutica de Paul Ricœur con el propósito de identificar en sus planteamientos soluciones dialécticas a las distintas discusiones planteadas en el apartado anterior. Utilizamos estas referencias para desarrollar en el apartado cuatro las bases teóricas y metodológicas que fundamentan nuestra propuesta interpretativa: el círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas.

Tras la configuración del círculo, describimos su aplicación en un quinto apartado a través de dos estudios exploratorios que evidencian la operatividad del círculo hermenéutico para la interpretación de la comprensión en matemáticas en dos facetas distintas. En el primero de ellos interpretamos la comprensión matemática desplegada por una alumna de primer curso de educación secundaria (12-13 años) al intentar resolver una tarea de divisibilidad de números naturales. Con este ejemplo, constatamos que el círculo interpretativo de la comprensión en matemáticas no solo es resultado de la investigación hermenéutica, sino que también se manifiesta útil en la práctica para esclarecer la comprensión involucrada en la actividad matemática cotidiana de los escolares.

El segundo estudio, relacionado con el anterior, muestra la presencia del círculo hermenéutico en las prácticas interpretativas de los escolares, a través de la identificación de rasgos genuinos del mismo en las interpretaciones particulares que los estudiantes realizan durante el desarrollo de su propia actividad matemática en el aula. Analizamos un episodio concreto donde otras dos alumnas de primer curso de educación secundaria interpretan un protocolo de resolución de una tarea de divisibilidad de números naturales elaborado previamente por una compañera de aula. A través de este ejemplo aportamos evidencias de la presencia, en los procesos

interpretativos naturales de los alumnos, de los planos cognitivo, semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico que conforman el círculo hermenéutico. Además de ello, observamos cómo el modo particular en que estos planos se relacionan entre sí durante el episodio termina configurando unos recorridos interpretativos alternativos al establecido inicialmente por el círculo hermenéutico. Esta circunstancia pone de manifiesto la existencia de perfiles de interpretación personales entre los estudiantes. Al mismo tiempo, muestra la potencialidad metodológica del círculo hermenéutico para explorar los procesos interpretativos que emplean los escolares en el aula de matemáticas, aportando criterios de referencia específicos con los que identificar, reconducir y promover las buenas interpretaciones durante la actividad matemática.

Finalmente, en el sexto y último apartado, subrayamos a modo de síntesis las características fundamentales de nuestra propuesta interpretativa en relación con algunas de las principales orientaciones a la interpretación en Educación Matemática y esbozamos algunas posibilidades de desarrollo futuro para nuestro modelo de interpretación de la comprensión en matemáticas.

5.2. DEBATES EN TORNO A LA INTERPRETACIÓN DE LA COMPRENSIÓN EN MATEMÁTICAS

La interpretación de la comprensión en matemáticas despierta interés en Educación Matemática y sus problemáticas asociadas generan discusiones abiertas en el campo de la investigación. Las controversias en las que se ven involucrados los diferentes enfoques giran en torno a distintos problemas abiertos en la interpretación, específicos y relacionados, como los relativos a la dualidad cognitivo-semiótica, el distanciamiento con el otro, la referencia al interpretar, la gestión de la intencionalidad, el retorno inclusivo y la apropiación de la comprensión, el protagonismo del estudiante o la objetividad de la interpretación. En los siguientes subapartados transitamos por los debates generados por tales cuestiones.

5.2.1. Sobre el acceso a la comprensión matemática del alumno

¿Hasta qué punto es posible obtener información sobre la comprensión matemática que poseen los estudiantes? Toda actividad matemática está propiciada por, y es consecuencia de, acciones intelectuales que demandan unas exigencias cognitivas necesariamente vinculadas a la esfera mental de sus protagonistas. Y la comprensión en matemáticas, desarrollada de forma individual o colectiva, también comparte el carácter interno e inmaterial propio de las actividades intelectuales cognitivas específicas. Esta realidad oculta impide considerar el acceso y la observación directa como opción metodológica para obtener información sobre la comprensión matemática de los estudiantes. De hecho, el estudio de la comprensión en matemáticas se ve afectado por el conocido *problema de las otras mentes* presente en la epistemología contemporánea (Dancy, 1993), pudiéndose ver como una concreción de éste en el ámbito particular de la Educación Matemática.

En Educación Matemática se reconocen los esfuerzos de la *orientación cognitiva* por superar esta situación y buscar estrechar progresivamente la distancia entre las

realidades interna y externa de la comprensión. Un claro exponente lo encontramos en el conocido enfoque representacional, que desarrolla una visión de la comprensión vinculada a las representaciones y conexiones, internas y externas, del conocimiento matemático (Barmby et al. 2007; Goldin, 2002; Hiebert y Carpenter, 1992). Sin embargo, la relación entre los ámbitos externo e interno de la comprensión no es tan homeomórfica como la plantea el representacionalismo (Font, Godino y D'Amore, 2007) y, de hecho, la transición entre objetos de ambos mundos puede llegar a resultar bastante más compleja. Así lo evidencia, por ejemplo, Sierpinska (1990, 1994) con su propuesta para vislumbrar cómo los sujetos comprenden las matemáticas. Los diferentes *actos* de comprensión, caracterizados como experiencias mentales reales por las que un sujeto relaciona un objeto de comprensión con otro, se enlazan entre sí en *procesos* más complejos mediante razonamientos internos de distinto tipo (Sierpinska, 1994). Para mayor complejidad aún, los mecanismos que hacen funcionar al sistema cognitivo en tales procesos incorporan además distintas operaciones mentales básicas que enlazan el objeto a comprender con la base de comprensión preexistente (Sierpinska, 1990).

En resumen, la orientación cognitiva de la interpretación contribuye al esclarecimiento del fenómeno de la comprensión en matemáticas. Sin embargo, a pesar de sus avances, todavía no logra desprenderse por completo de las dificultades operativas derivadas de los propios rasgos mentales de la comprensión, así como de la transición fundamental entre sus ámbitos externo e interno. Esta orientación transcurre necesariamente al amparo de supuestos teóricos que demandan algún tipo de plausibilidad sobre la relación reconocida entre los estados mentales del sujeto y su comportamiento externo visible (Koyama, 2000; Tatha, 1996).

5.2.2. Sobre el distanciamiento con el alumno y la referencia para interpretar su comprensión matemática

La imposibilidad de observar directamente la naturaleza y el funcionamiento interno de la comprensión provoca el traslado al ámbito externo de la actividad matemática observable. El centro de atención se desplaza desde el estudiante cuya comprensión se quiere valorar hacia su propia producción matemática externa. Una inevitable transición *de lo interno a lo externo* que también trae consigo como consecuencia un distanciamiento con el propio alumno. Las propuestas interpretativas que centran su atención en el propio registro escrito se ven afectadas por la cuestión de cómo mantener o recuperar el estatus cognitivo del alumno que comprende; cómo retornar de nuevo a su comprensión matemática tras el distanciamiento inicial. En la “triple aproximación” desarrollada por el grupo GECO (Drouhard y Sackur, 1997; Léonard y Sackur, 1991) encontramos un ejemplo de respuesta integradora para la dualidad cognitivo-semiótica, sobre todo a través de la propuesta de *l'entretien d'explicitation* como método fenomenológico de acceso al pensamiento y la vivencia privada del estudiante (Drouhard, Maurel y Sackur, 2011). El análisis cognitivo de la comprensión matemática propuesto por Duval (2006) también contribuye en parte a la resolución de esta problemática, al introducir un cambio de estatus en las representaciones semióticas, presentándolas como entidades de carácter externo e interno. Esta circunstancia impone

un inevitable traslado al ámbito de lo semiótico, también a nivel interno, en el estudio de los procesos de pensamiento requeridos para comprender los objetos matemáticos.

[...] la oposición a menudo hecha entre la comprensión como siendo conceptual o puramente mental y las representaciones semióticas como externas parece ser una oposición engañosa. De hecho, las representaciones mentales que son útiles o pertinentes en matemáticas son siempre representaciones semióticas interiorizadas. (Duval, 2006, p. 126)

Estas alternativas, sin embargo, no parecen encajar por completo en el marco de la *orientación semiótica* de la interpretación en matemáticas. En esta orientación se aprecia una clara renuncia al carácter mental de la comprensión, por lo que el distanciamiento en ella resulta especialmente acentuado. De hecho, la interpretación se circunscribe exclusivamente al análisis de la complejidad de las relaciones semióticas externas desplegadas durante la actividad matemática visible (Otte, 2006), sin más intervención complementaria del propio estudiante en el proceso interpretativo de su comprensión. Ejemplo de ello lo encontramos en la visión peirceana de la interpretación como doble proceso semiótico propuesta por Sáenz-Ludlow y Zellweger (2012). La primera transición de la interpretación desde la esfera cognitiva a la semiótica, cuya pertinencia se reconoce de forma justificada, podría constituir entonces una fase sólida aunque también provisional dentro del proceso de interpretación de la comprensión en matemáticas. Más aún, se plantea en este punto la discusión sobre la conveniencia de seguir transitando hacia referencias externas situadas más allá de la propia representación semiótica. ¿Hemos de aceptar una interpretación que transcurre exclusivamente en el entorno de lo semiótico o por el contrario podemos pensar en sortear sus límites? En principio, la interpretación de la comprensión matemática no parece concluir solo con un análisis semiótico de las producciones de los estudiantes, puesto que la actividad matemática siempre conlleva acciones y usos que, por lo general, traspasan las fronteras del registro escrito literal (Bagni, 2009; Brown, 2001).

5.2.3. Sobre la posibilidad de referencias complementarias y la realidad que proyectan más allá del texto matemático

Al interpretar la comprensión en matemáticas, ¿cabe más de una posibilidad en la búsqueda de referencias extralingüísticas? Transitar del sentido a la referencia trae consigo dos nuevas problemáticas relacionadas. La primera de ellas pone el acento sobre cuáles pueden ser estas referencias que traspasan el ámbito semiótico, dónde ubicarlas y cómo valorar su pertinencia. ¿Adónde remite o hacia dónde apunta el registro observable producto de la actividad matemática (*texto matemático*) y depósito de los rastros de comprensión del estudiante? En esta cuestión cobra protagonismo el debate en torno a lo que la teoría antropológica de lo didáctico ha caracterizado como dialéctica de lo ostensivo y no ostensivo en los objetos matemáticos (Bosch y Chevallard, 1999). La segunda señala al estatus ontológico de los objetos matemáticos, puesto que, al trascender al texto, habríamos de aceptar una realidad ontológica para ellos más allá del signo. ¿Cuál sería esta realidad concreta? El carácter paradójico del conocimiento matemático promueve esta problemática, que Duval (2006) describe bien

al cuestionarse cómo es posible reconocer y distinguir los objetos matemáticos de sus representaciones semióticas particulares si la vía de acceso a ellos es precisamente a través de estas mismas representaciones.

Entre las propuestas interpretativas en Educación Matemática que buscan superar el nominalismo propio de las posiciones semióticas puras se aprecian diferencias a la hora de situar la referencia y dotar de existencia a los objetos matemáticos. Por ejemplo, el enfoque representacional de la comprensión en matemáticas opta por posicionarse en la perspectiva no-realista del psicologismo, proponiendo una existencia mental para los objetos matemáticos y una referencia apuntando al interior del sujeto (Rico, 2009). El enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (Godino, 2002), por su parte, sugiere adoptar una posición ficcionalista con referencia metafórica para explicar cómo emergen los objetos en las prácticas matemáticas. Aquí los objetos matemáticos cumplen una función de referencia global para la configuración socio-epistémica que surge de los objetos primarios y sus relaciones (Font et al. 2013).

5.2.4. Sobre el protagonismo del alumno en la interpretación de su comprensión matemática y la búsqueda de interpretaciones inclusivas

La conexión última entre los rastros visibles del conocimiento, las producciones externas y los signos objetivados empleados por los estudiantes durante el desarrollo de sus prácticas matemáticas, por un lado, y la propia comprensión matemática como actividad intelectual específica de carácter interno, por otro, todavía requiere una última concreción relativa a la transición *de lo externo a lo interno*. La cuestión es: ¿cómo recuperar el carácter cognitivo de la comprensión matemática si regresamos a ella con una interpretación sustentada en los registros observables del conocimiento matemático y en sus referencias extralingüísticas asociadas? Se busca recomponer la comprensión matemática que fue provisionalmente distanciada con anterioridad en la fase interpretativa correspondiente al paso de lo cognitivo a lo semiótico. En principio, en esta labor se ha de tener en cuenta al propio estudiante y no solo la complejidad epistemológica de los conocimientos matemáticos (Duval, 2000). Más aún, la cuestión del retorno pone de relieve el modo de hacer partícipe al estudiante de la interpretación de su propia comprensión matemática. Se plantea entonces la posibilidad de configurar interpretaciones donde el distanciamiento con el estudiante sea transitorio, donde cobre mayor protagonismo la presencia y la participación del alumno en su proceso interpretativo y donde quede desestimado cualquier desequilibrio entre las partes intervinientes (Drouhard et al. 2011), en el sentido de alguna desigualdad manifiesta entre los protagonistas (estudiantes y agentes intérpretes de su comprensión). De este modo, se garantizarían unas interpretaciones de la comprensión en matemáticas más inclusivas con los estudiantes (Brown, 2008). En el caso concreto de la teoría de la objetivación (Radford, 2014), es el posicionamiento crítico de los alumnos frente a los conocimientos matemáticos y al resto de subjetividades en el aula el que posibilita el retorno a la consciencia del otro, entendida como experiencia social, emocional y sensible.

5.2.5. Sobre la objetividad al interpretar la comprensión matemática del otro

Los entornos interpretativos en los que transcurre la actividad matemática en el aula se ven afectados por el problema del relativismo al interpretar la comprensión matemática del otro y plantean el desafío metodológico de su superación efectiva. Este relativismo se manifiesta como consecuencia de la problemática aun abierta en torno a la objetividad en la interpretación de la comprensión en matemáticas (Tahta, 1996). En orientaciones a la interpretación en matemáticas, como la cognitiva o la semiótica, la objetividad suele sustentarse en la autonomía atribuida a las producciones externas de los escolares, establecidas y conservadas en registros y representaciones de varios tipos, verbales y escritos (Gallardo et al. 2014b). Las propuestas interpretativas también suelen justificar su objetividad apelando al carácter objetivo otorgado a la propia matemática, con referencias a sistemas lógicos (Sierpiska, 1994), análisis multifacéticos del conocimiento matemático (Niemi, 1996) o significados institucionales preestablecidos (Godino y Batanero, 1994). ¿La búsqueda de objetividad con base en estas referencias, aun entendida en términos no absolutos, ha de mantenerse como criterio principal para garantizar la pertinencia de la interpretación de la comprensión en matemáticas? ¿Dónde más es posible y pertinente situar la referencia para lograr una interpretación admisible de la comprensión en matemáticas? El papel que desempeña la intersubjetividad en la objetivación de los conocimientos, a través de la confrontación y el reencuentro con el otro (Radford, 2014; Sackur et al. 2005) permite pensar en criterios alternativos.

5.3. CONTRIBUCIONES HERMENÉUTICAS AL DEBATE INTERPRETATIVO: EL LEGADO DE PAUL RICŒUR

Las aportaciones de Paul Ricœur a la interpretación se desarrollan en el marco más general de la Filosofía Hermenéutica contemporánea, donde también se aborda la problemática del acceso a las realidades cognitivas internas a partir de la observación de realizaciones sensibles objetivadas. En este apartado, presentamos una síntesis de las principales conclusiones y consecuencias extraídas de la reflexión dialógica desarrollada por Ricœur. Pretendemos incorporarlas a la fundamentación del círculo interpretativo que propondremos en el subapartado 5.4. para acceder de forma operativa a la comprensión matemática de los estudiantes.

5.3.1. De lo cognitivo a lo semiótico: hacia el sentido del texto

Ricœur se muestra partidario de abandonar el psicologismo en cualquiera de sus variantes. “Nada ha hecho más daño a la teoría de la comprensión que la identificación entre comprensión y comprensión del otro, como si se tratara siempre, en primer término, de aprehender una vida psicológica ajena detrás de un texto” (Ricœur 2008, p. 87). Lo experimentado por un individuo, así como el devenir de su pensamiento privado, no puede ser transferido íntegramente a otro sujeto. No obstante, aun así algo de esa experiencia privada sí que se transfiere y se hace público. Este algo constituye, en cuanto marca visible, la significación o sentido de la propia experiencia y es lo único

a lo que puede acceder el intérprete externo (Ricœur, 2003a). Por tanto, la interpretación no ha de buscar su norma de inteligibilidad en la comprensión del otro sino que el objeto de la hermenéutica debe trasladarse, en un primer momento, de la vivencia expresada en el texto (*quien allí se pronuncia*) a su propio sentido (*lo que dice*). Esta transición pone en valor lo semiótico y reconoce la condición originariamente lingüística de toda experiencia humana (Ricœur, 2002). Por tanto, el lenguaje es un centro sobre el que dirigir la atención a la hora de interpretar. Más aún, la fijación por la escritura de los discursos y acciones (textualización de la obra del autor) confiere al texto resultante una autonomía que lo hace distanciarse y trascender de la propia intención original del autor: “Lo que el texto significa ya no coincide más con lo que el autor quería decir; significación verbal y significación mental tienen destinos distintos” (Ricœur, 2008, p. 176). Detrás del texto no hay que buscar entonces una intención oculta porque su sentido reside en la clausura de su organización interna.

En estas argumentaciones encontramos la justificación para pensar en la posibilidad de plantear una vía de acceso a la comprensión del conocimiento matemático que no requiera dar cuenta de lo que sucede en el interior de la mente del estudiante. Ricœur nos sugiere que no solo no es contradictorio, sino que además resulta compatible y posible, concebir la comprensión como fenómeno mental de carácter cognitivo y, al mismo tiempo, plantear su interpretación centrando la atención en un primer momento en el ámbito semiótico de las producciones externas, sin necesidad de traspasar la frontera de lo observable hacia el interior. En nuestro modelo interpretativo plantearémos una visión funcional de la comprensión en matemáticas donde renunciemos al anhelo cognitivo de preguntar acerca de las razones que llevan al otro a hacer y decir, y tratar de aclarar su intencionalidad privada elaborando respuestas propias de ello.

5.3.2 Más allá de lo semiótico: la interpretación como fijación de la experiencia del otro

Más allá de lo semiótico, Ricœur presta atención además a la *referencia* o denotación del texto. La interpretación no solo se traslada desde la vivencia expresada en el texto a su propio sentido, sino también a su referencia (*aquello sobre lo cual trata*) en una segunda transición (Ricœur, 2005, 2008). Contraviniendo los principios de las posiciones semióticas puras, distingue entre sentido y referencia y reconoce que la actividad simbólica está ligada a referencias extralingüísticas.

Comprender un texto es seguir su movimiento del sentido hacia la referencia, de lo que dice a aquello a lo cual se refiere. En este proceso, el papel mediador desempeñado por el análisis estructural constituye a la vez la justificación del enfoque objetivo y la rectificación del enfoque subjetivo (Ricœur, 2002, p. 192).

Propone diferenciar la realidad del lenguaje del texto de la propia experiencia humana que subyace a él, para captar únicamente la pretensión de aquello que se transmite. El movimiento interpretativo avanza de este modo hacia la identificación de las referencias no ostensivas del texto, caracterizadas en términos de actividad humana.

Es importante subrayar que el axioma implícito según el cual “todo es

lenguaje”, ha conducido muy a menudo a un semantismo cerrado, incapaz de explicar el obrar humano *en cuanto que acontece* efectivamente en el mundo, como si el análisis lingüístico condenase a saltar de un juego de lenguaje a otro, sin que el pensamiento pudiese alcanzar nunca un hacer *efectivo* (Ricœur, 1996, p. 333).

La hermenéutica Ricœuriana ofrece además una respuesta favorable a la posibilidad de aceptar vías de acceso distintas a las referencias extralingüísticas. En concreto, en el caso del diálogo directo el acceso a la referencia se resuelve en la capacidad de los interlocutores de mostrar su realidad común, de designar de forma ostensiva y en conjunto la situación que comparten a través de juegos particulares de preguntas y respuestas contextualizadas. En cambio, ante un texto dado sin presencia directa de su autor, el acceso cambia con la fijación y autonomía de la escritura, situándose la referencia ahora en el mundo o realidad extralingüística que proyecta el propio texto. En cualquiera de los dos casos, fijar esta referencia no ostensiva que apunta a la experiencia humana, a través de la acción y la utilización del conocimiento, será precisamente la tarea de la interpretación en esta fase.

Estas nuevas consideraciones justifican la conveniencia de transitar en la interpretación hacia referencias externas, centradas en el actuar y en el hacer, más allá del registro escrito literal. Por ello, consideramos que legitiman nuestra propuesta funcional de buscar, tras un análisis semiótico previo de la actividad matemática textualizada, evidencias de la comprensión matemática de los alumnos en los usos que estos hacen de los conocimientos matemáticos. Estas ideas nos sirven de inspiración para plantear también vías de acceso complementarias a tales usos, que como veremos transcurrirán en dos fases consecutivas, una fenómeno-epistemológica y otra dialógica. Con la primera de ellas procuraremos además dar una respuesta operativa al problema de la caracterización de los usos del conocimiento matemático cuando el registro escrito dado no permita la presencia directa del estudiante.

5.3.3. El retorno a la comprensión del otro: apropiación de la intención pública del texto y su efecto transformador en el intérprete

En el ámbito hermenéutico se sugiere en lo posible el intercambio dialógico entre participantes y el elemento común del consenso obtenido por ellos como añadido para respaldar la pertinencia de la interpretación. En términos estrictos, no nos bastamos solos para ver o decir algo sobre la comprensión del otro. Ricœur (2002) concreta este principio proponiendo en los últimos pasos del camino de la interpretación la redescipción, recontextualización y recomposición conjunta y solidaria con el otro. El retorno a la comprensión del otro estará basado en una apropiación de la intención pública o externa del texto y no en la búsqueda de la intención privada del autor: “La búsqueda de los motivos de una acción es una indagación *interminable*, perdiéndose la cadena de las motivaciones en la bruma de las insondables influencias internas y externas” (Ricœur, 1996, p. 84). Por el contrario, se reivindica la necesaria participación y el protagonismo del otro en los procesos interpretativos de su propia comprensión, que tan solo podrán garantizar una reconstrucción de la misma (Ricœur, 2003b). Esta

apropiación es la contrapartida del distanciamiento y, por hacer propio lo ajeno, también conlleva un efecto transformador en quien realiza la interpretación. En última instancia, comprender será quedar transformado por la apropiación de la faceta pública de la intención del texto que cobra sentido en la situación de interacción e interlocución con el otro al mencionar este lo que hace o experimenta (Ricœur, 1981).

En esta etapa final es donde terminamos de percibir la circularidad de la propuesta hermenéutica de Ricœur y donde vislumbramos por primera vez la posibilidad real de plantear en nuestro modelo un recorrido interpretativo, también de carácter circular, por la comprensión en matemáticas. Sus últimos planteamientos nos permiten pensar en la posibilidad de retornar a la comprensión matemática del estudiante a través de una interpretación inclusiva no psicologizante. Este recorrido nos sugiere además una solución dialéctica para la problemática del acceso a la comprensión del otro, a través de la vinculación de distintas orientaciones interpretativas. Con base en todo ello, desarrollaremos la opción de ampliar la interpretación incorporando a un mismo proceso varias etapas complementarias en las que se transite de forma sucesiva por los distintos planos de la comprensión en matemáticas: cognitivo, semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico.

5.3.4. Naturaleza y objetividad de la interpretación

En la hermenéutica contemporánea también se discute cómo superar el relativismo provocado por la imposibilidad de objetividad absoluta (interpretar sin intervenir en la realidad que se interpreta), y se buscan criterios y medios críticos con los que dilucidar la pertinencia de alguna alternativa interpretativa concreta. De inicio, se reconoce que la interpretación de la actividad humana requiere de una intervención intencional por parte del intérprete. El reto común consiste en buscar referencias con las que poder atestiguar un cierto grado de plausibilidad en los conocimientos adquiridos; en ellos descansa, en el mejor de los casos, la adecuación de la interpretación. Para Ricœur (2002), la renuncia a buscar la intención subjetiva del autor, la fijación del sentido en lo escrito, la autonomía del texto, la consideración de referencias no ostensivas y la variedad de los destinatarios del texto, son todos rasgos principales que, tomados en conjunto, confieren objetividad a la interpretación en su sentido más tradicional. Sin embargo, es en la intersubjetividad propia de la fase de retorno a la comprensión donde Ricœur promueve una caracterización distinta para la objetividad. En las situaciones de interacción suelen ejercerse poderes e influencias mutuas de unas voluntades sobre otras, por el hecho mismo de actuar. Esta circunstancia genera disimetrías iniciales entre los protagonistas que, sin embargo, pueden ser atenuadas y eliminadas empleando la reciprocidad como elemento mediador entre la diversidad personal. La finalidad última en la búsqueda de esta nueva objetividades la de garantizar la equidad de la situación de deliberación de la que podría resultar un posible acuerdo.

El camino de un consenso eventual no puede proceder más que de un reconocimiento mutuo en el plano de la admisibilidad, es decir, de la admisión de una verdad posible, de proposiciones de sentido que nos son en un primer contacto extrañas (Ricœur, 1996, p. 319).

En conclusión, el tipo de certeza al que podemos aspirar con nuestra interpretación de la comprensión en matemáticas también se aleja de los criterios de verificación de los saberes objetivos. No obstante, los últimos rasgos alternativos caracterizadores de la objetividad sugeridos por Ricœur nos invitan a pensar en la posibilidad de garantizar una interpretación dirigida por una intención inclusiva y una pretensión de reciprocidad y equidad al interpretar que pueda considerarse justa con la comprensión matemática del otro.

5.4. CONFIGURACIÓN DE UN CÍRCULO HERMENÉUTICO PARA LA COMPRENSIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: BASES TEÓRICAS Y METODOLÓGICAS

En los últimos años venimos trabajando en un modelo operativo para la interpretación de la comprensión en matemáticas. Su configuración actual exhibe dos dimensiones, una fenómeno-epistemológica y otra hermenéutica. Cada una de ellas aporta principios teórico-metodológicos, específicos y relacionados, que tomados en conjunto contribuyen a esclarecer en la práctica la complejidad de los procesos interpretativos involucrados en la comprensión en matemáticas.

La dimensión fenómeno-epistemológica incorpora (a) un procedimiento operativo para la identificación y organización de situaciones matemáticas con las que registrar e interpretar la actividad matemática, basado en el análisis fenomenológico y epistemológico del propio conocimiento matemático; y (b) una idea funcional de comprensión, caracterizada en términos de evidencias sobre los usos dados a los conocimientos matemáticos que emergen de la actividad matemática. En anteriores ocasiones se expusieron avances significativos en la configuración de esta dimensión, incluyendo ejemplos de su aplicación práctica en la interpretación de la comprensión de distintos conocimientos matemáticos, como es el caso del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales (Gallardo y González, 2006), el concepto de fracción (Gallardo, González y Quispe, 2008), el álgebra de polinomios (Gallardo, González y Quintanilla, 2014) o el sistema de numeración decimal (Ortiz y González, 2016).

En la dimensión hermenéutica estudiamos distintos problemas abiertos que afectan a la interpretación de la comprensión en matemáticas, como los relativos a la dualidad cognitivo-semiótica, el distanciamiento con el otro, la referencia al interpretar, la gestión de la intencionalidad, el retorno inclusivo y la apropiación de la comprensión, el protagonismo del estudiante o la veracidad y objetividad de la interpretación (Gallardo, 2016; Gallardo y Quintanilla, 2016). En el recorrido por tales cuestiones incorporamos las conclusiones de la reflexión dialógica desarrollada por Ricœur a la fundamentación de un círculo interpretativo que proponemos para acceder de forma operativa a la comprensión matemática de los estudiantes. A continuación, exponemos las bases teóricas y metodológicas que lo configuran.

5.4.1. Una visión funcional de la comprensión en matemáticas

En nuestro modelo también consideramos que la comprensión del conocimiento matemático demanda unas exigencias intelectuales necesariamente vinculadas a la esfera cognitiva de quien la desarrolla. No obstante, la complejidad relativa al funcionamiento cognitivo aconseja adoptar un enfoque funcional en el estudio de la comprensión. En lugar de aclarar su naturaleza interna, resulta más operativo destinar esfuerzos a explorar las condiciones que posibilitan la comprensión (Duval, 1996), a través de los requerimientos impuestos por la resolución de las situaciones problemáticas vinculadas a los distintos conocimientos matemáticos.

En el OMIUM apostamos por esta funcionalidad al reconocer que la comprensión de un conocimiento matemático está ligada a las experiencias matemáticas que se producen a través de las situaciones en las que interviene dicho conocimiento como medio de resolución. En este sentido, los estudiantes manifiestan una cierta comprensión en relación con un conocimiento matemático concreto cuando, ante situaciones de desequilibrio cognitivo que deciden voluntariamente abordar, elaboran y emiten a su satisfacción respuestas adaptadas donde hacen un uso significativo (esto es, libre, consciente e intencional) de este conocimiento. Esto conlleva analizar la situación, interpretar la información disponible, determinar la conveniencia de intervenir y actuar en consecuencia fabricando una respuesta donde tiene cabida el empleo del conocimiento matemático en cuestión, valorar la intervención en términos de efectividad y adecuación de la misma a la situación de interacción vivida y decidir finalizar la intervención o continuarla retomando algunos pasos del proceso. Así pues, concebimos la comprensión en matemáticas como una actividad intelectual que capacita al individuo para elaborar respuestas observables, adaptadas y contextualizadas que involucran la utilización registrable e interpretable del conocimiento matemático. El aprendizaje surge como consecuencia de esta comprensión, ligada a la funcionalidad del conocimiento matemático. Es por ello que afirmamos que un individuo comprende un conocimiento matemático si es capaz de emplearlo, en alguna de sus formas posibles, en todas aquellas situaciones en las que tenga sentido y contribuya como medio de resolución.

Esta visión funcional de la comprensión en matemáticas también exige la adopción de un modelo ontológico sobre el propio conocimiento matemático que tenga en cuenta sus diversas facetas y estructuras (Font et al. 2013; Godino, 2002; Radford, 2006). Al respecto, el conocimiento matemático es considerado en nuestro enfoque como una entidad concreta de referencia con dos estructuras básicas específicas y exclusivas que delimitan su naturaleza y existencia. Estas estructuras surgen de las relaciones con otros conocimientos matemáticos (estructura epistemológica) y de las situaciones que dan sentido al propio conocimiento (estructura fenomenológica). Las *situaciones* son contempladas en nuestro modelo en un sentido amplio (Sierpínska, 1994), básicamente como tareas problemáticas surgidas de la experiencia personal a las que se enfrenta el individuo con regularidad en contextos diversos. Entre todas, interesa considerar aquellas en las que se hace legítimo emplear el conocimiento matemático cuya

comprensión es objeto de estudio. Por una parte, los conocimientos matemáticos no siempre se utilizan del mismo modo y son los componentes caracterizadores de su estructura epistemológica los que establecen en cada caso los distintos requisitos condicionantes de su empleo intencionado por parte del individuo. Por otra parte, las situaciones matemáticas demandan la identificación de aquellos conocimientos matemáticos susceptibles de poderse emplear en ellas, en alguna de sus formas posibles, como medio de resolución, así como la decisión sobre cuál conocimiento matemático emplear, y de qué modo, entre las posibilidades identificadas previamente. La consideración conjunta de ambos aspectos nos permite percibir una estructura de conocimientos matemáticos y situaciones asociadas, conectados entre sí mediante vínculos epistemológicos (conocimiento-conocimiento) y fenomenológicos (conocimiento-situación). El método que proponemos para interpretar la comprensión matemática de los escolares exigirá, como paso previo al propio proceso interpretativo, un análisis fenómeno-epistemológico destinado a la descripción de esta estructura, correspondiente al conocimiento matemático objeto de comprensión o a la situación problemática concreta planteada.

5.4.2. Plano semiótico: identificación de rastros de comprensión en la actividad matemática

La comprensión es comunicable e incluye en su manifestación externa rastros interpretables. Asumimos que la exteriorización de la comprensión viene dada a través del lenguaje, medio privilegiado de transmisión de lo interno. Con base en esto, el *registro* observable generado durante la actividad matemática como resultado de la inscripción en el texto del quehacer matemático realizado, se erige como la primera fuente principal depositaria de las expresiones o *rastros* visibles derivados de la comprensión, constituyéndose por ello en el primero de los centros de interés de nuestra propuesta interpretativa (Figura 5.1).

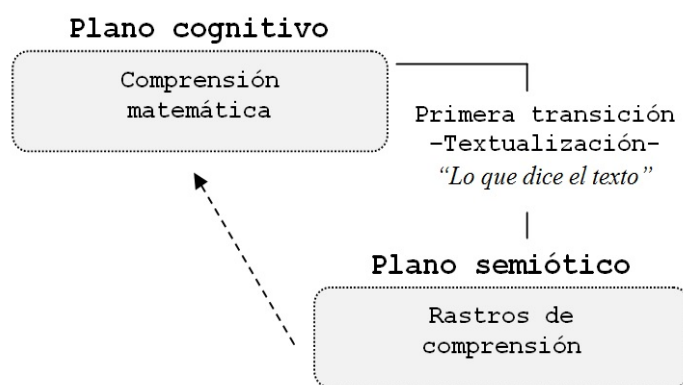


Figura 5.1. Círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas (Parte I)

El objetivo en esta fase inicial es identificar y delimitar entre todo lo observado y registrado de la actividad matemática del estudiante los rastros de su comprensión que pueden considerarse indicadores de algún uso tipificado dado al conocimiento matemático, de acuerdo con los resultados del análisis fenómeno-epistemológico realizado previamente. Aquí nos apoyamos en el supuesto interpretativo de carácter

funcional de que lo que un individuo utiliza y cómo lo utiliza para elaborar y emitir voluntariamente una respuesta adaptada a una situación, proporciona información específica sobre lo que comprende y cómo lo comprende. Desde el punto de vista de la observación e interpretación, será el uso intencional del conocimiento matemático por parte del alumno, como forma de acción observable e interpretable, el que dé cuenta de su comprensión matemática.

En primer lugar, la circunscripción al registro observable, más que limitación, es una condición necesaria para la interpretación. Una interpretación dirigida a la faceta mental de la comprensión, como sucede con la orientación cognitiva, induce a que la transición recíproca entre lo externo y lo interno resulte inevitablemente problemática desde el principio y suponga una limitación metodológica importante para esta vía. Como alternativa operativa, proponemos una opción interpretativa que se distancia provisionalmente del interés por lo mental y restringida al registro observable, lo cual permite justificar la interpretación como un requerimiento necesario para la detección y caracterización de rasgos genuinos de comprensión del conocimiento matemático, en lugar de ser un condicionante limitador del acceso a la propia comprensión.

Además, la interpretación tal como la planteamos demanda la “textualización” de lo observable en registros de naturaleza escrita. Consideramos que el carácter contingente, temporal y dependiente de las acciones y las manifestaciones gestuales y verbales vinculadas a la actividad matemática constituye una dificultad operativa para la interpretación. Por el contrario, la estabilidad, perdurabilidad e independencia del registro escrito lo hacen especialmente idóneo para desplegar en él nuestra propuesta. De este modo, la reducción ostensiva de las distintas evidencias observables al ámbito del registro escrito (Bosch y Chevallard, 1999), que incluye el paso de lo hablado a lo escrito, lejos de ser una limitación metodológica, se presenta más bien como una de las condiciones necesarias para la tarea interpretativa. La inscripción textual de lo observable hace patente el progresivo distanciamiento entre lo mental, lo verbal y, finalmente, lo escrito, poniéndose de manifiesto la inaccesibilidad directa de los aspectos internos de la comprensión, la imposibilidad de una relación especular entre lo verbal y lo escrito y la exigencia ineludible de una interpretación dirigida al texto (Ricoeur, 2002, 2008). El primer compromiso de la interpretación será entonces identificar los rastros de comprensión diseminados en el registro escrito. Este registro es el producto que resulta de textualizar en diferentes sistemas de representación semiótica las diversas evidencias observables de la actividad matemática realizada por el alumno. Empleamos el registro escrito en un sentido más amplio al caracterizado por Duval (1996, 2006), quien lo reserva para referirse exclusivamente a los sistemas semióticos que permiten la transformación de representaciones, tanto a nivel externo como interno. A diferencia de esto último, en nuestra propuesta otorgamos al registro un carácter exclusivamente externo, próximo también al introducido por Bosch y Chevallard (1999) aunque siempre vinculado a lo ostensivo escrito. En esta fase no planteamos un análisis cognitivo en términos de registros, sino la búsqueda a nivel semiótico de los rastros de comprensión que permitirán caracterizar posteriormente los usos del conocimiento matemático. La estructura fenómeno-epistemológica de las distintas situaciones

matemáticas planteadas a los escolares sirve de referencia para dirigir la búsqueda de tales rastros durante esta fase.

5.4.3. Plano fenómeno-epistemológico: caracterización de los usos del conocimiento matemático

Aunque la comprensión y la interpretación se ejerzan sobre la mediación de un texto, rebasan el campo de lo meramente semiótico. El hecho de que la capacidad para utilizar el conocimiento matemático dependa en buena medida de su comprensión, nos obliga a situar la referencia de la comprensión del estudiante, no ya en el propio registro escrito, sino en el uso del conocimiento matemático que deja entrever. Por ello, bajo la premisa de no poderse aplicar aquello que no se posee, encauzamos la búsqueda de la comprensión matemática en una dirección que parte de un texto pero prosigue más allá de él, hacia el empleo del conocimiento matemático (Figura 5.2). La interpretación se dirige entonces a la exteriorización y caracterización de los usos del conocimiento matemático que se desprenden de los rastros de comprensión emergentes de los registros escritos.

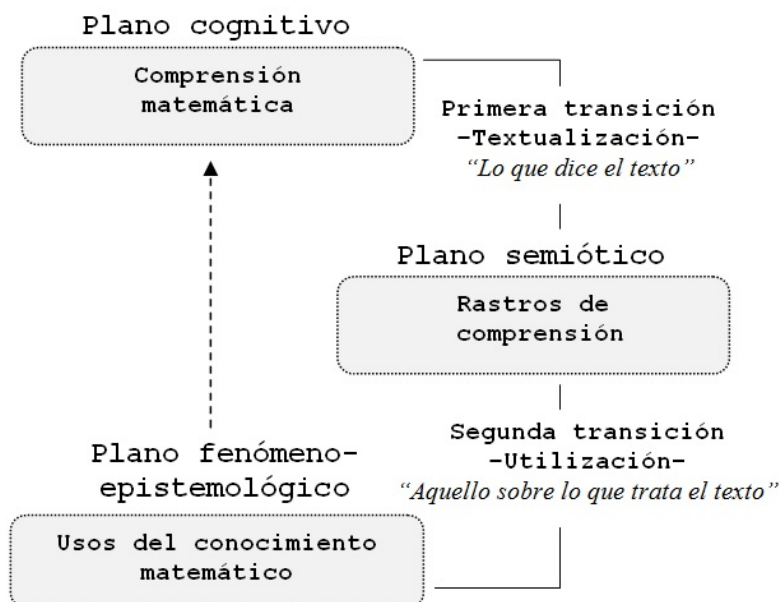


Figura 5.2. Círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas (Parte II)

El pensamiento se muestra de un modo más original mencionando lo que hacemos o experimentamos que describiendo lo que tenemos en la mente (Drouhard y Sackur, 1997). En la decisión que justifica el uso del conocimiento matemático siempre hay un ejercicio mental y privado de deliberación y elección de alternativas por parte del estudiante, ligada a una intención y a un cierto convencimiento de que la actuación es posible y pertinente. No obstante, no buscamos acceder a las vivencias internas que originan las acciones del estudiante, ni tan siquiera mediante métodos fenomenológicos de introspección guiada (Drouhard et al. 2011). En su lugar, nos parece más apropiada la opción de plantear la interpretación de la comprensión en términos de usos del conocimiento matemático, considerados objetos no mentales pero al mismo tiempo no ostensivos (Bosch y Chevallard, 1999). Al actuar, el estudiante interviene en el mundo

de las prácticas matemáticas y de los fenómenos organizados por los conocimientos matemáticos puestos en uso. Por ello, es necesario garantizar un control sobre la complejidad fenomenológica y epistemológica vinculada al conocimiento matemático objeto de comprensión (Assude, 1996). Esta intervención sobre la realidad matemática, sobre el mundo fenómeno-epistemológico de los objetos matemáticos y de las situaciones donde se hacen presentes con sus distintos usos, trasciende la esfera semiótica. Esta es para nosotros la referencia no ostensiva presente en la acción o actividad matemática, el correlato extrasemiótico al mundo del texto (Ricoeur, 2002) que es, en nuestro caso, el registro escrito matemático.

En resumen, en el OMIUM proponemos las caracterizaciones de los usos dados a los conocimientos matemáticos como referencia para realizar la interpretación de la comprensión matemática de los estudiantes (Gallardo y González, 2006; Gallardo et al. 2013; Ortiz y González, 2016). La comprensión que evidencia el estudiante en tales situaciones particulares quedará finalmente caracterizada en términos de tales usos. La propia estructura fenómeno-epistemológica de los conocimientos matemáticos y las situaciones asociadas seguirá siendo en cada caso la que actúe como referencia con la que certificar tales usos. Es aquí donde se evidencia en nuestro modelo la especificidad del conocimiento matemático como factor determinante que condiciona su comprensión (Duval, 2000; Sierpinska, 1994).

5.4.4. Plano dialógico: el retorno a la comprensión matemática a través del consentimiento con el otro

A pesar de los avances alcanzados en la configuración del OMIUM hasta este punto, aún no proporciona una respuesta completa, que podamos considerar satisfactoria, al problema del retorno a la comprensión matemática del estudiante a partir de la caracterización de los usos dados al conocimiento matemático durante su actividad en el aula. Proponemos una nueva extensión del ciclo, consistente en retornar a la comprensión matemática a través del *consentimiento con el otro*, un rastro visible complementario al uso evidenciado en el registro escrito matemático, que conecta y permite transitar desde el ámbito externo de los usos del conocimiento matemático a la esfera mental de la comprensión (Figura 5.3).

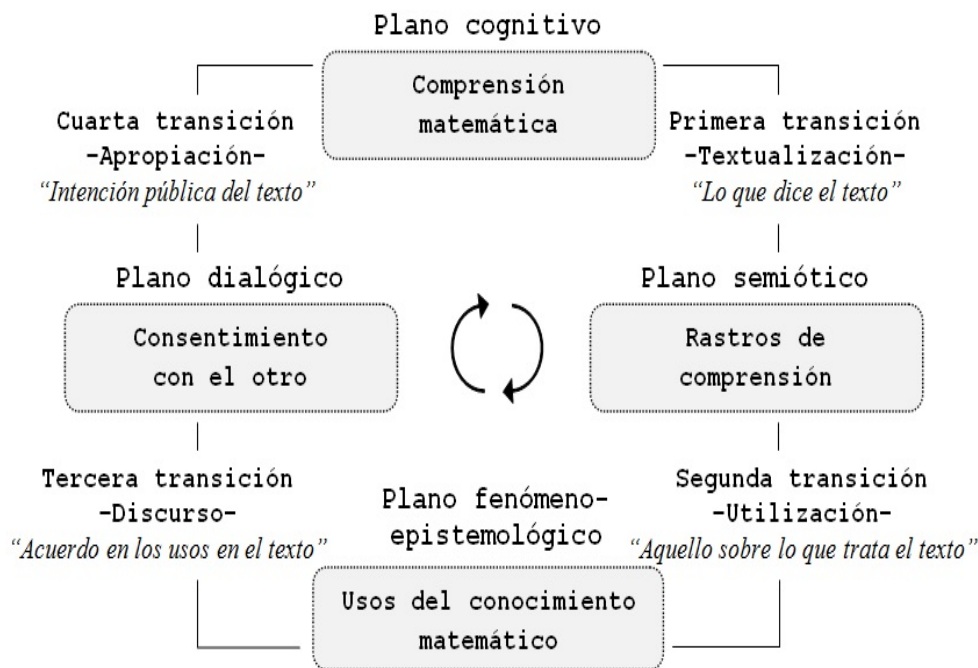


Figura 5.3. Círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas (Parte III)

Sugerimos ahora continuar el proceso interpretativo con la búsqueda de una conformidad (Drouhard y Sackur, 1997) recíproca entre el propio estudiante y su agente intérprete (investigador, profesor, compañeros) acerca de las conclusiones sobre los usos del conocimiento matemático obtenidas en las fases precedentes del círculo. En esta nueva fase, la comprensión interpretada se contrasta discutiendo con el propio alumno, directa o indirectamente, sobre los usos del conocimiento matemático evidenciado. Ahora se trata de compartir las diferencias entre lo realizado por el estudiante y lo propuesto por el agente intérprete de su comprensión; de reconocer y asumir otras posibilidades además de las propias sobre los usos del conocimiento matemático; de tomar consciencia mutua de la comprensión, propia y ajena, desplegada en el episodio. Este intercambio finalizará cuando las respuestas sean consideradas suficientes por quien las da y aceptables como tales por quien las recibe (Ricœur, 1996). En esencia, se trata de buscar y, en lo posible, alcanzar acuerdo y consenso, entre el alumno y sus interlocutores intérpretes acerca del trabajo matemático desempeñado. Es en este sentido que hablamos de alcanzar el consentimiento con el otro en el ejercicio de la interpretación de su comprensión matemática.

La búsqueda de consentimiento está motivada por la necesidad de resolver ciertos desajustes o desequilibrios acontecidos durante la actividad matemática del estudiante, que provocan algún tipo de incertidumbre en quien interpreta la comprensión en términos de usos dados a los conocimientos matemáticos a partir del trabajo interpretativo previo realizado exclusivamente sobre el registro escrito. Es el caso, por ejemplo, de un registro escrito que evidencia el empleo de distintos conocimientos matemáticos que entran en conflicto o se interfieren entre sí durante la resolución de tal modo que encubren la comprensión desplegada por el alumno y dificultan su interpretación. Proseguir con la fase de consentimiento también está justificado cuando

no resulta suficiente la interpretación de la comprensión con base en los usos dados al conocimiento matemático, en el sentido de que no resuelve por sí misma estados de comprensión no deseables en el alumno. En nuestra opinión, una interpretación que evidencia una comprensión deficiente en el estudiante al mismo tiempo debería asumir el compromiso de un esfuerzo suplementario, por parte de quien interpreta, destinado a revertir en lo posible tal situación. El consentimiento con el otro es nuestra propuesta para materializar esta intención respetuosa, solidaria e inclusiva.

La relación entre alumno y agente intérprete tiende a igualarse en esta fase dado que ambos se necesitan para la interpretación. Por un lado, la obtención de consentimiento trae como consecuencia la mejora de la comprensión matemática del estudiante. En general, el agente intérprete ofrece una oportunidad para que el propio alumno desarrolle un aprendizaje con comprensión (Sierpinska, 2000). Por otro lado, la interpretación de la comprensión matemática del estudiante exige su participación como mediador entre lo que él previamente ha realizado (el registro escrito de la acción matemática acontecida) y el agente empeñado en concretar lo que comprende y cómo lo comprende. El alumno interviene de forma directa en la construcción del consentimiento durante su práctica matemática, por lo que se convierte en artífice directo y protagonista del proceso de interpretación de su propia comprensión. A través de la fase de consentimiento alcanzamos una mayor garantía sobre la comprensión matemática manifestada por el estudiante, al servir de complemento a la interpretación previa de los usos dados al conocimiento matemático a partir del registro escrito.

En nuestro modelo presentamos la interpretación como un ejercicio de curiosidad hacia el otro y asombro desinteresado por sus acciones y producciones. Se trata de una interpretación dirigida por una pretensión de reciprocidad y equidad al interpretar. Una interpretación que pone en valor la diversidad de pensamiento a través del respeto por tales diferencias y dispuesta a la concesión con el otro. Para llevarla a cabo, la última fase del círculo hermenéutico nos ofrece un entorno común propicio para el discurso, la discusión crítica y el intercambio necesario para alcanzar en última instancia el consentimiento con el otro. No se trata de una negociación o confrontación de posiciones resistentes que buscan algún tipo de control o dominio sobre el otro o algún beneficio propio (Radford, 2014), con el riesgo añadido de provocar efectos de contrato indeseados. Más bien, interpretar de este modo implica estar dispuestos a quedar transformados por el otro a través de sus productos interpretables en un proceso principalmente dialógico, de forma directa o indirecta.

La fase de consentimiento, de carácter esencialmente dialógica, exige (a) la explicitación de la intención del estudiante a través de sus acciones matemáticas (lo que hace y lo que dice que hace), y (b) la apropiación por parte del agente intérprete (profesor, investigador, compañeros) de los usos intencionales identificados. En esto último es donde reside el efecto transformador de la comprensión sobre el agente: comprender al estudiante termina transformando al propio intérprete como consecuencia de hacer propio lo que en un principio le resultaba ajeno. En esta fase, el estudiante puede verse involucrado de manera directa y real junto con el intérprete en los procesos interpretativos de su propia comprensión matemática. También puede manifestarse

indirectamente en tales procesos, a través de la intención pública que expresa el texto autónomo que produce y después deja como herencia al intérprete de su comprensión (Ricœur, 2002, 2003b). Tanto la explicitación de la intención del alumno, directa o indirectamente, como la apropiación por parte del agente intérprete transcurre en la fase de consentimiento con el otro. En esta confluencia de la explicitación y la apropiación es donde concluye el círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas.

En la fase de consentimiento con el otro se vuelve a plasmar y percibir la dimensión o condición lingüística de toda experiencia matemática, aunque esta vez a nivel discursivo y social. Se trata de una nueva puesta en valor de lo semiótico que nos permite interpretar textos y acciones dentro de estructuras sociales (Dörfler, 2006; Morgan, 2014). Por otra parte, para interpretar la comprensión matemática desde nuestra perspectiva se vuelve fundamental lograr construir un entorno igualitario y democrático para todos los protagonistas. El aula de matemáticas lo concebimos entonces como un espacio en el que propiciar la participación equitativa de todos sus protagonistas, en el que el conocimiento matemático asume el papel de herramienta democratizadora, donde profesor y estudiantes se tratan unos a otros como individuos intelectualmente iguales, como buscadores de una verdad común a partir de situaciones de equidad (Hannaford 1998). Esto exige, a su vez, un ejercicio permanente de concesión hacia el otro por parte de los protagonistas. Para hacerlo posible es necesario considerar al otro como un legítimo otro en la convivencia (Maturana, 2001; Ricœur, 1996), reconocer la existencia de principios fundamentales distintos poniendo en valor la diversidad de pensamiento a través del respeto por esas diferencias. En definitiva, se trata de reconocer y permitir al otro poder actuar y expresarse en las condiciones más próximas posible a la simetría y de estar dispuestos los protagonistas a dar por buenos resultados y conclusiones finales que, aunque no siempre sean considerados externamente correctos o idóneos, resulten satisfactorios para sus intereses compartidos (Drouhard et al. 2011; Drouhard y Sackur, 1997; Llewellyn, 2012). Solo bajo tales condiciones cabe pensar en alcanzar el propósito final del consentimiento con el otro en la interpretación en matemáticas. De lo contrario, la interpretación puede correr el riesgo de caer en situaciones de injusticia en forma de desigualdad, desprestigio del otro o descuido y desprecio por lo ajeno (Brown, 2008; Morgan y Watson, 2002).

En resumen, el consentimiento con el otro nos ofrece una vía para retornar a la comprensión matemática. Por medio del protagonismo final adquirido por el estudiante, garantizamos de nuevo el carácter cognitivo de su comprensión, desplazado provisionalmente al comienzo del círculo interpretativo, y con la correspondiente apropiación completamos de un modo más inclusivo y justo el círculo interpretativo de la comprensión de la actividad matemática en el aula.

5.5. EL CÍRCULO HERMENÉUTICO EN LA PRÁCTICA: ESTUDIO EXPLORATORIO

Una vez expuestos los fundamentos teórico-metodológicos del círculo hermenéutico, pretendemos mostrar su operatividad metodológica partiendo de reconocer que el desarrollo de la actividad matemática conjunta que los estudiantes llevan a cabo de

forma compartida en el ámbito escolar depende en buena medida de las interpretaciones que éstos realizan sobre la comprensión matemática de sus interlocutores. Con el propósito de aportar conocimiento en torno a los fenómenos interpretativos involucrados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, presentamos la aplicación práctica del círculo hermenéutico como herramienta para la interpretación (a) por parte del profesor o investigador y (b) por parte de los propios estudiantes.

5.5.1. El caso de Isabela

En este primer estudio realizamos la interpretación de la comprensión matemática desplegada por Isabela, una alumna de primer curso de educación secundaria (12-13 años), en su intento por resolver una tarea escrita de divisibilidad de números naturales. Este trabajo interpretativo lo hemos realizado en esta ocasión en el marco de un programa educativo más amplio, destinado al fomento de la elaboración y análisis de protocolos escritos entre los alumnos de un centro educativo.

Dicho programa tiene como objetivo general fomentar los aprendizajes con comprensión (Sierpiska, 2000) y las acciones concretas que se ponen en marcha para su consecución tienen, a su vez, como objetivos principales favorecer (a) la argumentación escrita en matemáticas, (b) la búsqueda de acuerdos en la interpretación y la evaluación conjunta de la actividad matemática, (c) la configuración de criterios para consolidar buenas interpretaciones en el aula y (d) el desarrollo de la faceta socioafectiva de la comprensión matemática. Isabela y sus compañeros participaron en este contexto de trabajo como alumnos propios mientras cursaban la asignatura de matemáticas. El estudio de caso que presentamos ejemplifica el tipo de actividad matemática que desarrollaron los estudiantes en su ambiente natural de aula, que involucraba la descripción y explicación de los procesos y resultados obtenidos durante la resolución, propia y ajena, de tareas matemáticas escritas.

5.5.1.1. Metodología

A. Escenario básico de interpretación y actividad matemática de clase

La interpretación en el aula suele transcurrir en diferentes *escenarios básicos* que se originan cuando se pretende obtener información sobre la comprensión matemática de los escolares en fases distintas del proceso de enseñanza y aprendizaje. Aunque todos los escenarios comparten elementos comunes, cada uno es específico y diferente a los demás, razón por la cual resulta aconsejable delinear una interpretación que tenga en cuenta las particularidades de cada uno de ellos. La singularidad de la actividad matemática que pretendemos interpretar en cada escenario determina el resultado efectivo de la interpretación, de manera que nuestra propuesta hermenéutica aboga por una interpretación flexible adaptada también a las particularidades de los escenarios interpretativos básicos y de la actividad matemática desplegada en ellos.

B. Tarea

Parte de las tareas matemáticas incluidas en el programa de interpretación de protocolos, como la utilizada en el episodio de Isabela, son tareas escolares, convencionales y estereotipadas, extraídas de los libros de texto implantados en el centro educativo. Elegimos de forma intencionada este tipo de tareas con el propósito de asignar al libro de texto una utilidad didáctica alternativa y complementaria a la tradicional usualmente extendida. En esta ocasión, la tarea aritmética utilizada aparece incluida en la propuesta didáctica del libro de texto de Isabela para la enseñanza y aprendizaje de la divisibilidad de números naturales:

Un granjero, tras recoger en una cesta su cosecha de huevos, piensa:
Si los envaso por docenas, me sobran 5.
Si tuviera uno más, podría envasarlos exactamente en cajas de 10.
Casi he cogido 100.
¿Cuántos huevos tiene? (Colera y Gaztelu, 2011, p. 71)

De acuerdo con nuestro modelo interpretativo, se requiere un análisis fenómeno-epistemológico que tomaremos como referencia previa para la aplicación de las dos primeras fases del círculo hermenéutico. En este caso, se trata de una tarea que pertenece a la esfera fenómeno-epistemológica de varios conocimientos matemáticos distintos, que son susceptibles de poderse emplear de manera relacionada durante el proceso de resolución. En concreto, la tarea admite diferentes vínculos *situación-conocimiento* con los conocimientos matemáticos principales incluidos en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Análisis fenómeno-epistemológico de la tarea

Conocimientos matemáticos	<p>Concepto de división en su significado quotitivo.</p> <p>Elementos de la división: dividendo, divisor, cociente y resto.</p> <p>Concepto de divisibilidad.</p> <p>Conceptos de división entera y exacta.</p> <p>Idea de número próximo a 100 (“Casi he cogido 100”).</p> <p>Idea de siguiente/anterior de un número (“Si tuviera uno más”).</p> <p>Algoritmo estándar escrito para la división de números naturales (División por 12 y por 10). Uso de la calculadora como alternativa atractiva para el cálculo de las divisiones.</p> <p>Procedimiento de sumar 1 (“Si tuviera uno más”).</p> <p>Criterio de divisibilidad por 10.</p>
Relaciones	<p>División entera – división exacta.</p> <p>Divisibilidad por 10 – criterio asociado (“...podría envasarlos exactamente en cajas de 10”).</p> <p>Relación divisor – resto (“Si los envaso por docenas, me sobran 5”).</p>
Estrategias heurísticas	<p>Considerar las condiciones del enunciado en sentido inverso y argumentar desde el final.</p>

Asimismo, la tarea también exige para su resolución establecer diferentes relaciones adicionales entre estos conocimientos matemáticos básicos. Entre las fundamentales se encuentran, por ejemplo, la relación entre el concepto de divisibilidad y el criterio de divisibilidad por 10, la relación entre división entera y exacta, o distintas relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto. Finalmente, la resolución de la tarea requiere el empleo de estrategias heurísticas que permitan gestionar de forma simultánea las tres condiciones aritméticas impuestas por el enunciado. Un ejemplo de posible estrategia sería argumentar desde el final y considerar las condiciones en sentido inverso al presentado: un número próximo a 100 (condición 3) divisible por 10 (condición 2), podría ser 70, 80 o 90. Restando 1 a cada uno de los tres números candidatos (condición 2), obtendríamos 69, 79 y 89, respectivamente. Al dividir cada uno de estos números entre 12, por ejemplo con el algoritmo estándar escrito de la división, encontraríamos el resto 5 (condición 1) en el caso del número 89, siendo éste la solución del problema.

C. Recogida y análisis de datos

La actividad de interpretación asociada a este episodio concreto se inicia con la propuesta de resolución individual de la tarea a todos los alumnos del grupo-clase de primero de secundaria, entre los que se encuentra nuestra protagonista, incorporando a su procedimiento particular de resolución un protocolo explicativo de las principales estrategias y acciones realizadas en casa caso. La Figura 5.4 muestra el producto escrito elaborado por Isabela.

The image shows two columns of handwritten text. The left column is titled 'Protocolo' and contains a narrative of the student's problem-solving process. The right column is titled 'Cálculo' and contains several long division problems.

Protocolo:

Nobe que pensar, estoy leyendo los datos que dan, pero no los entiendo. Esto es una caca. Voy a probar un número dividiendolo entre decenas. Sale exacto, uooo!! Voy a probar otro número. ¡No sale! No tengo ganas de hacer esto pero, da igual. E probado con el número 76 pero no sale, creo que ya se cual es! Voy a intentar hacer otra división pero no da, ¡ohín no me da! Voy a intentarlo con diferentes números. Me ha dado, pero a la otra lo me da. ¡Ya está! Es 70! Bien, por fin.

Cálculo:

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 112} \\ \underline{08} \\ 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68 \overline{) 112} \\ \underline{136} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 112} \\ \underline{137} \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \overline{) 112} \\ \underline{26} \\ 7,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \overline{) 112} \\ \underline{18} \\ 2,6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 110} \\ \underline{05} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 112} \\ \underline{05} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \overline{) 110} \\ \underline{07} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \overline{) 112} \\ \underline{140} \\ 5,83 \end{array}$$

Figura 5.4. Registro escrito de Isabela en forma de protocolo

En una primera etapa interpretativa, aplicamos sucesivamente las fases semiótica y fenómeno-epistemológica del círculo hermenéutico sobre la propuesta de resolución con protocolo escrito que Isabela nos proporciona. En ella, buscamos identificar los rastros de la comprensión matemática desplegada y, con base en ellos, caracterizar a

continuación los usos dados a los diferentes conocimientos matemáticos puestos en juego. Para esta labor utilizamos como referencia el análisis fenónemo-epistemológico previo aplicado sobre la tarea, donde hemos caracterizado diversos conocimientos matemáticos vinculados con la divisibilidad y sus posibles modos de uso en la resolución de la tarea (Tabla 5.1).

Con los resultados obtenidos en esta primera etapa, proseguimos con la fase dialógica del círculo hermenéutico correspondiente a la búsqueda de consentimiento con Isabela. Desarrollamos esta fase unos días después de la entrega de su respuesta escrita inicial. Empleamos un aula convencional de las que la alumna utiliza a diario, aunque esta vez el ambiente es privado para evitar posibles interrupciones y ruido externo de otros compañeros. Aun así, la conversación transcurre en un entorno distendido y de confianza mutua que propicia el discurso, la discusión y el intercambio crítico, favorecido por la cercanía y confianza construidas cotidianamente por el carácter democrático e igualitario de la propuesta de trabajo en el aula de matemáticas en el centro y por la regularidad con la que se aplica el método interpretativo.

Registramos en audio la conversación durante el desarrollo de esta fase. La transcripción posterior de la grabación resultante nos permite generar un nuevo registro escrito complementario al protocolo de resolución de la tarea, que refleja las interacciones con Isabela en forma de diálogo textual. El producto final presenta en esta ocasión una extensión total de 83 entradas correspondientes a las distintas intervenciones realizadas durante esta fase. Los datos así recopilados se analizan tomando como referencia la estructura completa del propio círculo hermenéutico. En concreto, en el protocolo escrito y en cada entrada del registro escrito del diálogo buscamos posibles rastros significativos del proceder característico de cada uno de los planos hermenéuticos. Estos elementos nos permiten reconocer en cada momento el centro de atención variable de la alumna, las facetas de comprensión en las que pone el interés y los lugares hacia donde dirige la interpretación.

5.5.1.2. Textualización y rastros de comprensión en el registro escrito de Isabela

El primer desafío que nos impone el círculo interpretativo es el de identificar rastros de comprensión en el registro escrito que resulta de la textualización de la actividad matemática de la alumna (parte I). En este caso, el registro elaborado por Isabela como respuesta a la tarea incluye notaciones numéricas, cálculos aritméticos básicos y un texto explicativo (protocolo) del procedimiento seguido en la resolución (Figura 5.4). Para ello, se requiere elaborar una descripción lo más detallada posible del proceso de resolución de la tarea, que refleje, entre otros aspectos, los registros ostensivos de los conocimientos matemáticos puestos en juego. Esta componente semiótica incluye los términos y expresiones matemáticas, conceptos y definiciones, representaciones numéricas y simbólicas, procedimientos y propiedades empleadas por Isabela. También las posibles relaciones que establece entre los distintos registros y las estrategias heurísticas que utiliza durante la resolución.

En nuestra aproximación semiótica al registro escrito de Isabela observamos que esta comienza la resolución de la tarea considerando simultáneamente la primera y tercera condición del enunciado. La estrategia empleada consiste en buscar números próximos a 100 que al dividirlos entre 12 den de resto 5: “Voy a probar un número dividiéndolo entre decenas”. Aquí comete el error, que consideramos fortuito, de denominar “decena” al número 12 del cociente de la división. Inicia la búsqueda con el 96 (número próximo a 100), lo divide entre 12 en apariencia con el algoritmo estándar escrito para la división de números naturales, se percata de que la división es exacta y finalmente descarta la posibilidad por no ser el resto 5.

Isabela prosigue la resolución realizando dos nuevos ensayos con los números 65 y 75. Observamos que en su estrategia de comprobación comienza a perder vigencia la tercera condición, dado que en esta ocasión ambos números se alejan del 100 de forma notable. Tras dividirlos entre 12 con el mismo algoritmo de la división, los desestima por no cumplir la primera condición. Respecto a la aplicación del algoritmo, apreciamos en este momento que la alumna no tiene en cuenta las llevadas al multiplicar y que también hay una falta reiterada de correspondencia entre el resto que resulta de la división entera (en la mayoría de los casos, un resto mayor que el cociente) y la obtención subsiguiente de decimales en el cociente. Estos errores bien podríamos catalogarlos como sistemáticos, puesto que afloran con estos dos números y también con algunos más de los siguientes, como el 90, el 32 o el 70. También es posible que las divisiones las haya realizado con ayuda de la calculadora, sin aplicar los pasos propios del algoritmo, tan solo disponiendo los datos y resultados numéricos obtenidos según la forma usual del algoritmo. En cualquier caso, en un nuevo intento de búsqueda, Isabela cree haber encontrado la solución con el número 90: “Creo que ya sé cual es”. Sin embargo, tras una nueva comprobación del resto al dividir 90 entre 12 con el algoritmo de la división (de forma claramente errónea), concluye una vez más que no cumple el primer requisito del enunciado del problema. Sigue persistiendo en su estrategia y prueba todavía con el número 32, un candidato distanciado ya del 100 de forma notoria. Parece que pronto también lo descarta por la misma razón que en los casos anteriores.

A partir de aquí, Isabela intenta incorporar a su estrategia de comprobación la segunda condición del enunciado de la tarea. Suponemos que esta vez elige los números 60 y 70 buscando garantizar primero una división exacta (resto 0) al dividir entre 10, para poder cumplir de este modo con el requisito “podría envasarlos exactamente en cajas de 10”. Ambos números lo verifican. Sin embargo, no llega a reflexionar sobre la primera parte de la segunda condición: “Si tuviera uno más”. En un primer momento, Isabela descarta el número 60 al acreditar que no cumple la primera condición. Al dividir 60 entre 12 no le sale resto 5, sino una división exacta: “Me ha dado, pero a la otra no me da”. A continuación, finaliza la resolución proponiendo el número 70 como solución de la tarea. Es posible que esta conclusión la haya sustentado tan solo en el hecho de no ser exacta la división 70 entre 12, sin tener en cuenta la exigencia del resto 5.

5.5.1.3. *Indicios de comprensión matemática con base en los conocimientos matemáticos utilizados por Isabela*

Isabela utiliza de manera relacionada distintos conocimientos matemáticos en su intento por resolver la tarea, que son empleados además de formas específicas a lo largo de la resolución. De acuerdo con nuestra propuesta interpretativa, el tipo de vinculación que establece entre estos conocimientos y la situación enfrentada, a través de sus usos particulares en ella, proporciona la primera información referencial acerca de su comprensión matemática en el episodio que estamos analizando (parte II). La aproximación semiótica descrita en la sección anterior nos ha permitido identificar rastros de comprensión significativos con los que caracterizar ahora los usos dados a los principales conocimientos matemáticos puestos en juego por la alumna durante la resolución de la tarea (Tabla 5.2). Estos conocimientos incluyen, sobre todo, (a) conceptos vinculados con la divisibilidad de los números naturales, (b) el algoritmo estándar escrito para la división de números naturales y (c) el heurístico consistente en la búsqueda de la solución mediante ensayo-error o tanteo delimitado y dirigido por las tres condiciones del enunciado, como estrategia de resolución. A través de los usos de estos conocimientos matemáticos se evidencia la especificidad de los procesos de pensamiento y del trabajo cognitivo requeridos en este caso para la resolución de la tarea (Duval, 2000).

Tabla 5.2. Conocimientos matemáticos durante la resolución de la tarea de divisibilidad

Rastros de comprensión	Usos del conocimiento matemático
	<i>Divisibilidad de números naturales</i>
Realización de divisiones con divisores 12 y 10. Búsqueda de restos 5 y 0. Interpretación de restos y cocientes con decimales.	Conexiones fenómeno-epistemológicas: Envasar por docenas \equiv Dividir entre 12; Sobrar 5 \equiv Resto 5; Envasar en cajas de 10 \equiv Dividir entre 10; Exactamente \equiv Resto 0. El concepto de división. División entera y división exacta. Relación confusa.
	<i>Algoritmo estándar escrito para la división de números naturales</i>
Omisión en el algoritmo de las llevadas al multiplicar.	Aplicación no consolidada de la Faceta Técnica del algoritmo.
	<i>Estrategia de resolución</i>
Elección de números alejados de 100. El número 70 como solución de la tarea.	Vulnerabilidad en la aplicación de las condiciones del enunciado: posible relajación de la primera condición; aplicación parcial de la segunda condición; pérdida de relevancia de la tercera condición.

El proceso de resolución y la propuesta de solución para la tarea han estado determinados por los distintos usos, pertinentes y alterados, dados a estos conocimientos matemáticos. Caracterizar tales usos nos exige profundizar en las estrechas relaciones existentes entre el conocimiento conceptual, la destreza procedimental y la representación del problema evidenciados por Isabela (Rittle-Johnson, Siegler y Alibali, 2001). En lo que respecta a la divisibilidad de números naturales, la realización de sucesivas divisiones por 12 y por 10 junto con la búsqueda de los respectivos restos 5 y 0, evidencian conexiones de tipo fenómeno-epistemológico, a través de las equivalencias semióticas establecidas en la traducción del enunciado, entre la situación matemática y los conceptos de división y resto, vinculados ambos con la divisibilidad. Las consideramos muestras favorables de su comprensión de la división y el resto. Por otra parte, la interpretación de los restos por parte de Isabela también denota la incorporación del concepto de división entera a la resolución. Sin embargo, el uso que hace de esta división nos parece débil porque la división entera impone unos requerimientos matemáticos en su proceder (sobre todo, la determinación de un cociente entero y la consideración de un resto menor que el divisor) que no son suficientemente percibidos por la alumna. El uso de la división entera entra en conflicto además con la división exacta, que Isabela también utiliza al pretender calcular, tal vez con el apoyo complementario de una calculadora, unos cocientes más precisos con números decimales. Por todo ello, entendemos que los conceptos de división entera y exacta están presentes en la resolución, lo cual es un indicio favorable de su comprensión, aunque a través de un uso débil y confuso.

Sobre el algoritmo estándar escrito para la división de números naturales, Isabela proporciona indicios evidentes de un empleo Técnico reiterado, centrado en el establecimiento de las relaciones externas usuales entre los elementos básicos del algoritmo que hacen posible recorrer el procedimiento establecido en el sentido apropiado (Gallardo y González, 2006; Gallardo et al. 2013). En esencia, nos referimos al uso rutinario convencional del algoritmo como instrumento de cálculo aritmético elemental. No obstante, los errores cometidos en su aplicación, sobre todo el relativo a la omisión sistemática de las llevadas al multiplicar, ponen de manifiesto un uso no consolidado del procedimiento y una comprensión todavía incipiente de la faceta Técnica del algoritmo.

Por último, la estrategia de resolución incorpora la aplicación de un heurístico que actúa como mecanismo de representación, gestión y control del procedimiento. El uso de este tipo de conocimiento es propio del quehacer matemático ordinario en las aulas y desde nuestro enfoque también lo consideramos indicador de la comprensión matemática de los alumnos. En el caso de Isabela, observamos que pretende someter sus posibles candidatos a solución a las condiciones iniciales del enunciado de una forma secuencial. Sin embargo, la aplicación de estas condiciones sufre distintas alteraciones a lo largo del proceso, lo que desemboca en una resolución errónea de la tarea. En concreto, nos parece que relaja la primera condición cuando propone el número 70 como solución definitiva, siempre omite el primer requerimiento impuesto por la segunda condición y ya desde el inicio resta protagonismo al cumplimiento de la tercera condición al ensayar

con números alejados de 100. Todo ello pone de manifiesto que el uso dado al heurístico, aunque vinculado con la tarea y planificado de manera pertinente, evidencia sin embargo una cierta fragilidad en lo referente a su comprensión por parte de Isabela.

5.5.1.4. Discurso hacia el consentimiento con Isabela y retorno a su comprensión matemática

Con la caracterización de los usos dados a los conocimientos matemáticos puestos en juego durante la resolución de la tarea, detallada en la sección anterior, hemos obtenido una primera información sobre la comprensión matemática desplegada por Isabela en el episodio. Todavía quedan por dilucidar algunas cuestiones relativas a su desempeño en la tarea y al uso de los conocimientos matemáticos en ella que pueden aportar información complementaria sobre su comprensión. La evolución en la aplicación de las tres condiciones del enunciado, la no consideración del criterio de divisibilidad por 10, la relación entre división entera y exacta, la idoneidad de la estrategia empleada y la pertinencia de la solución dada, son los contenidos sobre los que centramos el discurso hacia el consentimiento. La discusión en torno a ellos define en esta ocasión la forma en la que queda finalmente completado el círculo de la interpretación de la comprensión matemática de Isabela, de acuerdo con los últimos planteamientos hermenéuticos incorporados al OMIUM relativos al retorno a la comprensión matemática a través del consentimiento con el otro (parte III).

A. Gestión simultánea de información aritmética diversa y uso del criterio de divisibilidad por 10

El primer foco de atención sobre el que buscamos consentimiento con Isabela está relacionado con el tratamiento dado a las tres condiciones del enunciado durante el proceso de resolución. Profundizamos en la relación que establece entre tales condiciones, en su orden de aplicación, y contrastamos el sentido de la vulnerabilidad apreciada con anterioridad al interpretar el registro escrito.

- 1 Investigador *¿Y las otras condiciones? Antes has dicho que los cogerías cercanos al 100, para cumplir esa condición [la tercera]. Pero, ¿y esta segunda condición?: Si tuviera uno más, podría envasarlos exactamente en cajas de 10.*
- 2 Isabela *Pues, si da.... Si complace ésta y ésta [la primera y tercera condición], probaría con un número más a ver si complace la de aquí [la segunda condición].*
- 3 Investigador *Pero primero tiene que cumplir la primera.*
- 4 Isabela *Ajá.*
- 5 Investigador *¿Y por qué probaste con el 65, si el 65 no es casi 100?*
- 6 Isabela *Ya, pero por probar.*
- 7 Investigador *Y aquí abajo con el 32. El 32 sí que no es casi 100, ¿no? ¿Por qué probarías con el 32? ¿Qué estarías buscando?*
- 8 Isabela *Podría probar con el 99 y bueno....*
- 9 Investigador *[Tras unos segundos en silencio] ¿Con el 99 no te convence?*
- 10 Isabela *No, porque si tuviera un número más, sería 100 entre 12.*
- 11 Investigador *Aquí dice: Si tuvieras uno más, podrías envasarlos exactamente en cajas de 10. Si tú tienes el 99 y le añades uno*

más, son 100. Y eso sí lo puedes empaquetar en cajas de 10. Aquí, algunas veces divides entre 10 y otras veces divides entre 12.

- 12 Isabela *Claro, para comprobar si... en cajas de 10 sobraba alguna. Puede ser, espera...*

Tal como ya habíamos percibido, la aplicación de la primera y tercera condición precede en su estrategia a la consideración de la segunda condición [2-4]. Ahora bien, el hecho de que no haya logrado aplicar esta segunda condición en su totalidad junto con la aparente pérdida de relevancia de la tercera condición [5-7, 10], parecen estar motivados por la dificultad que encuentra para gestionar al mismo tiempo las condiciones del enunciado. No podemos atribuirle entonces a Isabela la omisión, por olvido o indiferencia, de la primera parte de la segunda condición como consecuencia de algún tipo de carencia en su comprensión sobre la misma. Su intento al probar con el número 99 pone de manifiesto unas dificultades que tienen que ver más con su capacidad para aplicar una variedad de condiciones numéricas de forma simultánea [9-11]. Por otra parte, este fragmento de discurso también nos aporta nuevas evidencias que muestran que Isabela no ha logrado establecer el vínculo fenomenológico entre la tarea, a través de la segunda condición del enunciado, y el criterio de divisibilidad por 10. La alumna prefiere dividir por 10 con el algoritmo estándar escrito antes que emplear el correspondiente criterio de divisibilidad, especialmente recomendable en este caso por su facilidad de uso [12]. Desde nuestra perspectiva, interpretamos esta circunstancia como una evidencia desfavorable de su comprensión acerca del criterio de divisibilidad por 10.

B. Incompatibilidad de las divisiones entera y exacta

En otro orden de reflexión, en la interpretación del registro escrito de Isabela ya nos percatamos de la presencia de la división entera y la división exacta durante la resolución de la tarea. Sin embargo, con su uso no quedó del todo clara la relación concebida y establecida por la alumna entre las dos divisiones; ni tan siquiera si ella fue del todo consciente de la diferencia entre ambas. El consentimiento en torno a esta cuestión se manifiesta ahora a través del fragmento en el que Isabela prueba a dividir, como nueva opción posible, el número 99 entre 12.

- 13 Investigador *¿Ahora qué estás haciendo, dividiendo?*
 14 Isabela *Sí, 99 entre 12, a ver... [Tras unos segundos trabajando en silencio] Sacaría 4, sobraría 51, Bueno, sacaría decimales.*
 15 Investigador *Puedes seguir dividiendo. 51 lo puedes dividir entre 12, ¿no?*
 16 Isabela *Pero saldría decimales.*

Esta nueva evidencia nos ayuda a esclarecer la relación que Isabela aprecia entre las divisiones entera y exacta. A través de ella nos percatamos de que no solo las diferencia sino que además les atribuye una cierta relación de incompatibilidad. En efecto, la búsqueda de un resto, vinculada a la división entera, que en este caso es 51 y no 5 porque tampoco vislumbra la posibilidad de seguir dividiendo de forma entera [14-15],

le resulta incompatible con la opción de extraer decimales, una circunstancia que es más propia de la división exacta [16]. Es decir, lo que nos dice Isabela lo interpretamos del siguiente modo: si al dividir se calculan cocientes con decimales (división exacta), no se puede obtener como resto 5 (división entera).

C. Solidez de la estrategia empleada, delimitación de posibilidades y pertinencia de la solución dada

El discurso con Isabela nos permite interpretar la solidez de su estrategia de resolución, no solo desde un punto de vista matemático, sino también en términos de convencimiento sobre su idoneidad y convicción al momento de aplicarla.

- 17 Investigador *¿Utilizaste una buena estrategia?*
 18 Isabela *Hombre no, porque viendo los “destos” [en referencia a los restos], pues ya puedo descartar esos números y probar con otros más aproximados y a ver qué da.*
 19 Investigador *Tú mantendrías la estrategia de seguir probando con números para que dé resto 5, ¿no?*
 20 Isabela *Claro.*
 21 Investigador *¿Qué harías?*
 22 Isabela *Bueeno. Es que hasta que 5.... Es que es mucho lío.*
 23 Investigador *Tampoco hay tantos números. ¿O piensas que hay muchos números?*
 24 Isabela *Bueeno. No, porque si es cercano a 100, sería de 80 para arriba.*
 25 Investigador *De 80 para arriba. Entonces 20 números tan sólo, ¿no?*
 26 Isabela *Sí.*

Este fragmento revela la confianza que tiene Isabela en su estrategia, a pesar de los resultados negativos obtenidos hasta ahora con los dividendos contrastados y sus restos asociados. Su confianza se refleja en la decisión de mantener la estrategia [19-20], al entender que todavía tiene margen para seguir probando [18]. Asimismo, observamos cómo modifica incluso su percepción inicial sobre la dificultad que supondría prolongar sus ensayos con otros números. Al final, llegamos a reconocer con ella una delimitación de posibilidades que consigue que el desafío se le muestre más factible [22-26]. Todas estas circunstancias favorables para la resolución de la tarea vienen acompañadas además de una nueva reflexión conjunta, también con efectos positivos, sobre la pertinencia de la solución.

- 27 Investigador *Y ya para terminar, ¿podrías explicar el porqué del 70?*
 28 Isabela *Porque primero yo creo que hice éste, 70 entre 12, que dio 17 de resto. Y después ver si con un número más, podría envasarlo exactamente en 10 cajas.*
 29 Investigador *Pero un número más es 71, no es 70.*
 30 Isabela *Sí. Yo qué sé. No sé ni lo que he hecho. ¡Me habría liado!*
 31 Investigador *Creo que no solamente te has dado cuenta de que está mal, sino que tienes una buena estrategia para resolverlo, ¿no? Con un poco de paciencia, poniéndote tranquilamente a dividir como has dicho antes.*

- | | | |
|----|--------------|---|
| 32 | Isabela | <i>Claro.</i> |
| 33 | Investigador | <i>Bueno, eso es una ventaja ¿no te parece? Es un avance respecto a lo que hiciste.</i> |
| 34 | Isabela | <i>O si no, hoy en mi casa lo intento resolver.</i> |

En este punto de la discusión, Isabela admite de una forma más explícita la aplicación inadecuada de las condiciones del enunciado y pone de manifiesto una vez más sus dificultades para relacionar y utilizar información aritmética diversa suministrada de forma simultánea [28-30]. En cualquier caso, todas las puntualizaciones, modificaciones y rectificaciones producidas en esta fase de la interpretación han sido fruto de una discusión consensuada que concluye con el convencimiento compartido con Isabela de poseer una estrategia reforzada y mejorada que la sitúa en una situación propicia y prometedora para resolver la tarea de divisibilidad de números naturales [31-34]. De esta forma particular es como queda materializada en esta ocasión el consentimiento con Isabela.

D. El retorno a la comprensión matemática de Isabela

A partir del registro escrito elaborado por Isabela, en las anteriores fases sucesivas, semiótica y fenómeno-epistemológica, hemos sido capaces de delimitar y caracterizar los usos, pertinentes y alterados, dados por ella a determinados conocimientos matemáticos específicos durante la resolución de la tarea. A continuación, en la fase dialógica de consentimiento hemos conseguido contrastar y consensuar con ella algunos de estos usos y abierto la posibilidad de reconducir su estrategia con la incorporación de nuevos usos a la resolución. Esta fase nos ha permitido además evidenciar una evolución en la toma de consciencia de Isabela respecto a la validez matemática de su razonamiento. Todo este esfuerzo interpretativo es el que nos ha permitido apropiarnos de los distintos usos, al reconocerlos, caracterizarlos y aceptarlos como tales conjuntamente con la alumna. De este modo, transitamos desde una producción matemática personal hacia un saber compartido por consentimiento que ofrece garantías de racionalidad y certidumbre matemática (Sackur et al. 2005). Finalmente, es a través de la apropiación de todos estos usos, en la forma particular acontecida en este episodio, como accedemos o retornamos en última instancia a la comprensión que posee Isabela sobre los conocimientos matemáticos empleados en la tarea.

5.5.1.5. Discusión

Nos hemos enfrentado al reto fundamental de acceder a la comprensión matemática de una estudiante al intentar resolver una tarea de divisibilidad de números naturales. Con la aplicación del círculo hermenéutico en este episodio hemos querido constatar la posibilidad de transgredir con fines utilitarios el problema epistemológico de las otras mentes. Esta transgresión no se realiza de forma directa sino con el apoyo de diferentes elementos visibles que contribuyen a dar “el salto al interior” con mayores garantías y a reducir riesgos en la interpretación cuando se transita entre los ámbitos externo e interno de la comprensión del otro. De manera específica, hemos llevado a cabo una interpretación multifacética que toma como referencia distintos rastros para acceder a la comprensión matemática de la alumna, provenientes de los planos semiótico,

fenómeno-epistemológico y dialógico del círculo, respectivamente. Es por ello que presentamos el círculo hermenéutico como un método integrador, por cuanto en él se ven reflejadas distintas orientaciones de la interpretación en matemáticas. Como en ellas, ponemos de relieve la elevada complejidad que supone vislumbrar la comprensión matemática del otro y la importancia que tiene esta cuestión básica para la investigación en Educación Matemática.

5.5.2. El caso de Andrea y María Jesús

Buscamos ahora vislumbrar en la práctica que los escolares interpretan la actividad matemática cotidiana de sus compañeros de aula empleando de manera natural los distintos planos interpretativos del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas. Para ello, hacemos uso de un ejemplo concreto proporcionado por dos alumnas de primer curso de educación secundaria (12-13 años), Andrea y María Jesús, cuando interpretan juntas la producción escrita de su compañera Sara, elaborada previamente al intentar resolver una tarea de divisibilidad de números naturales.

5.5.2.1. Metodología

A. Escenario básico de interpretación y actividad matemática de clase

El episodio ejemplifica un tipo de actividad matemática desarrollada por las estudiantes en su ambiente natural de aula, que involucra la descripción y la explicación de los procesos y resultados obtenidos durante la resolución, propia y ajena, de tareas matemáticas escritas. Este trabajo interpretativo se realiza en el mismo programa educativo y centro que Isabela.

Los principales resultados obtenidos aportan información sobre la presencia del círculo hermenéutico de la comprensión en las interpretaciones matemáticas realizadas por las alumnas participantes en el estudio. Exponemos estos resultados organizados en dos secciones relacionadas (apartados 5.5.2.2 y 5.5.2.3).

B. Tarea

Teniendo en cuenta que Isabela, Andrea, María Jesús y Sara comparten grupo clase en el centro educativo y desarrollan su actividad cotidiana de aprendizaje de las matemáticas dentro del mismo programa de elaboración e interpretación de protocolos escritos, deben enfrentarse a las mismas tareas y problemas matemáticos. La tarea que utilizamos para este segundo estudio exploratorio es la misma que para el primero y, por lo tanto, el análisis fenómeno-epistemológico se presenta en la tabla 5.1.

Un granjero, tras recoger en una cesta su cosecha de huevos, piensa:
Si los envaso por docenas, me sobran 5.
Si tuviera uno más, podría envasarlos exactamente en cajas de 10.
Casi he cogido 100.
¿Cuántos huevos tiene? (Colera y Gaztelu, 2011, p. 71)

C. Recogida y análisis de datos

La actividad de interpretación asociada a esta tarea matemática se inicia con la propuesta de resolución individual de la tarea a todos los alumnos del grupo-clase, entre los que se encuentran nuestras protagonistas, incorporando a su procedimiento particular de resolución un protocolo explicativo de las principales estrategias y acciones realizadas en casa caso. La Figura 5.5 muestra el producto escrito elaborado por Sara. A continuación, los resultados obtenidos por cada estudiante se distribuyen entre otros alumnos distintos a fin de que estos últimos interpreten lo realizado por sus compañeros y extraigan información acerca de su comprensión matemática. Para evidenciar la presencia del círculo hermenéutico de la comprensión en la interpretación matemática de los escolares, nos servimos, a modo de ejemplo, de la actividad desarrollada en esta fase por la pareja formada por María Jesús y Andrea al interpretar el protocolo de Sara.

Registramos en audio la discusión de las alumnas durante el desarrollo del episodio de interpretación. La transcripción posterior de la grabación resultante nos permite generar un nuevo registro escrito complementario al protocolo de resolución de la tarea, que refleja las interacciones de las alumnas en forma de diálogo textual. El producto final presenta en esta ocasión una extensión total de 201 entradas correspondientes a las distintas intervenciones realizadas.

Los datos así recopilados se analizan tomando como referencia la estructura del propio círculo hermenéutico. En concreto, en cada entrada del registro buscamos posibles rastros significativos del proceder característico de cada uno de los planos hermenéuticos. Estos elementos nos permiten reconocer en cada momento el centro de atención variable de las alumnas, las facetas de comprensión en las que ponen el interés y los lugares hacia donde dirigen la interpretación.

<p>Primero: Primero voy a dividir 20 entre 5. Si divides entre 20 te sale exacto, pero 20 no es una cantidad de docenas. Me saldrían unas pocas de docenas, pero no exacta. Voy a probar a 21, a ver si se puede dividir entre cajas de 10. Cabe a 2 pero me sobra uno, o sea, que 21 huevos no sirve. Voy a probar con 100 huevos, a ver si cabe a cajas de 10. Caben 10 y me sale exacto, pero no ha cogido 100 huevos y creo que son 90 huevos. Y sí, creo que son noventa huevos. Y sí, noventa me da bien. Es 90. Tiene 90 huevos. Cumple las 3 cosas: No es de una docena. Se puede envasar en cajas de 10. Y es menos de 10.</p>	<p><u>Protocolo</u> <u>de resolución</u></p> <p>primero: primero voy a dividir 20 entre 5 si divides entre 20 te sale exacto pero 20 no es una cantidad de docenas me saldría unos pocos de docenas pero no exacta. Voy a probar a 21 a ver si se puede dividir entre cajas de 10, cabe a 2 pero me sobra uno sea que 21 huevos no sirve.</p> <p>Voy a probar con 100 huevos a ver si cabe a cajas de 10 cabe 10 y me sale exacto pero no ha cogido 100 huevos y creo que son 90 huevos y el otro que son noventa huevos. Y si noventa me da bien es 90. tiene 90 huevos.</p> <p>Cumple las 3 cosas: No es de una docena. Se puede envasar en cajas de 10. Y es menos de 10.</p> <p>90 = 12 06 = 7</p> <p><u>Calculos</u> <u>Resolución</u></p> <p>20 / 5 = 4 21 / 10 = 2 R 1 100 / 10 = 10</p>
---	---

Figura 5.5. Registro escrito de Sara en forma de protocolo

5.5.2.2. Evidencias de los planos hermenéuticos en la interpretación de las alumnas

Las alumnas perciben la comprensión del conocimiento matemático como un fenómeno interno que acontece en la esfera mental del individuo. Consideramos este reconocimiento consecuencia de las continuas alusiones que realizan a la faceta cognitiva de la comprensión matemática de su compañera (*plano cognitivo del círculo hermenéutico*). María Jesús y Andrea tienen interés por ver y explicar lo que pasa en la mente de Sara y buscan razones del porqué de su desempeño en la tarea matemática. Para encontrar una justificación interna de las manifestaciones externas de Sara las alumnas plantean de forma reiterada cuestiones centradas en la intencionalidad oculta de su compañera [3, 16, 69, 90] e intentan responderlas con suposiciones sobre la misma que provoca una variedad de afirmaciones distintas [43, 67, 71, 193, 201].

3	María Jesús	<i>¿Pero ese 20 a qué viene?</i>
16	Andrea	<i>¿Dónde va?</i>
43	María Jesús	<i>Sí, es que yo creo que se ha equivocado porque como no ha copiado el problema entero...</i>
67	Andrea	<i>Sí, pero eso es por toda la cara, maestro [en referencia a la división de 21 entre 10]. Yo no sé qué ha intentado hacer esta mujer, de verdad.</i>
69	Andrea	<i>¿De dónde ha cogido los datos de este problema, por favor?</i>
71	María Jesús	<i>No sobra. No sobra ninguno y se habrá equivocado.</i>
90	Andrea	<i>¿El 20 a qué viene? A ver, dinos qué has puesto ahí volando ¿Y lo de las cuantas de docenas? [Se refiere al fragmento “[...] pero 20 no es una cantidad de docenas. Me saldrían unas pocas de docenas, pero no exacta.”]</i>
193	María Jesús	<i>Es que es para matarte, niña. ¿Cómo has sacado un 20? ¡Un 21! ¿Qué dices, qué dices? ¡Ay, se le ha ido la olla a Sara!</i>
201	Andrea	<i>Y lo de que te salga unas cuantas de docenas, yo eso no lo entiendo, de verdad.</i>

También se perciben intentos de aclarar lo que dice el texto (*plano semiótico*). Las intervenciones en este plano se caracterizan por incluir análisis breves en forma de comprobaciones y reflexiones en torno a la idoneidad matemática de los elementos semióticos que configuran la respuesta del protocolo. La atención la centran sobre todo en las elecciones numéricas y los procedimientos de cálculo empleados [1, 4, 15, 19], la consideración de las condiciones del problema [19, 25, 27] y la identificación de la respuesta final dada por Sara [19, 29, 30]. Las evidencias del plano semiótico se concentran en la etapa inicial del episodio.

1	María Jesús	<i>¿Qué dice aquí? Se lo va a dividir entre 20.</i>
4	Andrea	<i>Y entre 5, ¿sabes? Entre 5.</i>
15	María Jesús	<i>Y ahora dice acá 100 huevos, entre 10.</i>
19	María Jesús	<i>¿100 huevos? Y cree que son 90 huevos. Mira... Después dice que cumple las tres condiciones.</i>
25	Andrea	<i>Pero Maestro una de las condiciones es que le sobren 5 y aquí</i>

- dice que le sobran unas pocas de docenas. Es muy raro.*
- 27 María Jesús *No tiene sentido.*
- 29 Andrea *Es que dice que no es una docena, que cree que...*
- 30 María Jesús *Que es 90. Que tiene 90 huevos.*

Se aprecian además reflexiones significativas en torno a los usos dados a los conocimientos matemáticos presentes en la resolución (*plano fenómeno-epistemológico*). Las descripciones elaboradas en el plano semiótico vienen acompañadas de afirmaciones acerca de los conocimientos matemáticos utilizados y sus posibles modos de empleo vinculados a la situación matemática propuesta. Los comentarios de María Jesús y Andrea subrayan su disconformidad con la consideración dada por Sara a las condiciones del problema y con su elección de los dividendos, cocientes y restos como conocimientos matemáticos vinculados con la división [2, 6, 33, 147]. Incorporan, asimismo, comprobaciones propias para justificar tales desacuerdos [98, 99, 107, 108].

- 2 Andrea *Pero si es que 20 no tiene nada que ver.*
- 6 Andrea *5 es lo que te sobra. Pero debería dividirlo entre 12, ¿no?*
- 33 María Jesús *[Regresa a la lectura del enunciado de la tarea]. Casi ha cogido 100. ¡Pero yo no estoy diciendo que hayas cogido 100! Ni 20, ni 30,...*
- 98 Andrea *Haz la cuenta María Jesús [la división de 90 entre 12].*
- 99 María Jesús *¡Pero yo no me acuerdo de dividir, eh? [risas]. 90 entre 12, ¿no?*
- 107 Andrea *Son 6.*
- 108 María Jesús *Son 6. Me llevo 2. 7 por 1, 7, 8 y 9. Cero. Tengo 6 [en referencia al resto].*
- 147 María Jesús *Si casi ha cogido 100, pues un número que esté más cerca de 100. Pero ahí no es [no identifica como válida ninguna de las opciones de Sara].*

Finalmente, las alumnas muestran predisposición por consentir con su compañera (*plano dialógico*). Los indicios en favor de lograr el consentimiento tienen su origen en la negación de, o el desacuerdo con, lo que hizo Sara en su protocolo de resolución. Tales evidencias se localizan sobre todo en la parte final del episodio en forma de sugerencias y reflejan el empeño de María Jesús y Andrea por establecer lo que Sara debiera hacer como mejor alternativa [122, 123, 124, 144, 146]. Incluyen una explicación razonada del procedimiento que conduce a la identificación y justificación de la solución correcta al problema [153, 154, 155, 199].

- 122 María Jesús *Le preguntaría de dónde ha sacado ese 20.*
- 123 Andrea *Eso, el 20. Y lo de las cuantas de docenas, también.*
- 124 María Jesús *Que si sabe lo que es una docena, que si no...*
- 144 María Jesús *Que busque los múltiplos de 12.*
- 146 Andrea *Y que se lo lea bien, por favor, que si no es un "relío".*
- 153 María Jesús *Y lo que dé, si se puede dividir entre 10... y entonces, pues eso*

- 154 Andrea *es. O sea, a 89 le sumamos 1.
Da 90.*
- 155 María Jesús *90 entre 10, a 9. O sea, es 89. Y ahora, 89 como dice que tiene que envasarse en docenas y que tiene que sobrar 5, pues 89 lo dividimos entre 12 y nos da de resto 5.*
- 199 María Jesús *Hay que dividir, porque como dice que ha cogido casi 100, pues divido 89. Y dice que al final le sobran 5, pues a 89 le sumamos 1 y nos da 90. Ahora, como dice que las agrupa en cajas de 10 exactamente: 90 entre 10 y nos da a 9. O sea, que es 89.*

5.5.2.3. Conexiones entre planos, recorridos por el círculo y perfiles de interpretación

Al vislumbrar los planos hermenéuticos anteriores ponemos de relieve que las alumnas desarrollan una estrategia interpretativa multifacética a lo largo del episodio, que se asemeja además a la propuesta metodológica sugerida por el círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas. En principio, en la interpretación desplegada por María Jesús y Andrea percibimos, a través del orden numérico de las entradas que registran sus intervenciones, tres etapas genéricas que transcurren de forma correlativa y donde la actividad principal se desarrolla en alguno de los planos semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico, respectivamente. En concreto, el episodio incluye una primera etapa de marcado carácter semiótico que acontece al inicio del proceso interpretativo. A continuación, prosigue en una segunda etapa posterior donde las alumnas centran la atención en los aspectos que caracterizan sobre todo al plano fenómeno-epistemológico. Por último, en una tercera etapa final la actividad interpretativa transcurre principalmente en el plano dialógico.

Por el contrario, el plano cognitivo, a diferencia de los otros, se hace presente de forma regular en el transcurso del episodio. En sucesivas ocasiones, a las alumnas les bastan unos primeros resultados obtenidos de su interpretación semiótica, fenómeno-epistemológica y/o dialógica, respectivamente, para extraer de manera reiterada conclusiones acerca de la comprensión matemática de su compañera. De este modo, trazan recorridos directos hacia el plano cognitivo en un juego de correspondencias de doble sentido entre planos que recuerda metodológicamente a la conexión entre los ámbitos interno y externo de la comprensión que promueve la orientación cognitiva de la interpretación (Figura 5.6a). A nivel aún más local, se vislumbran incluso recorridos puntuales por distintos planos en una misma intervención. Estos recorridos cubren parcial o totalmente el círculo hermenéutico, tanto en el sentido prefijado por él como en otros alternativos (Figura 5.6b y 5.6c).

En resumen, estos resultados considerados en conjunto ponen de manifiesto la presencia natural de los planos hermenéuticos y su consideración innata por parte de las alumnas para interpretar la comprensión matemática de su compañera. También la posibilidad de realizar recorridos diferentes por el círculo hermenéutico. En esta ocasión concreta, la manera en la que los planos se relacionan entre sí durante el proceso interpretativo difiere de lo establecido por el círculo. Avances y retrocesos no previstos terminan

materializando recorridos alternativos que permiten establecer diferencias entre las interpretaciones y caracterizar perfiles de interpretación propios.

	<p>7 María Jesús <i>Es que después... [Lee un fragmento del protocolo de Sara] “[...] una cantidad de docenas me sobraría. Unos pocos de docenas, pero no exacta” [plano semiótico]. Pero, ¿de dónde viene eso? [plano cognitivo]</i></p> <p>8 Andrea <i>Claro, pero si es que... Maestro mira, dice que le sobran unas cuantas de docenas. [plano semiótico] ¿Dónde vas? [plano cognitivo]</i></p>
	<p>186 María Jesús <i>Yo, ya ves maestro, porque ella dice que tiene unas cuantas de docenas. [plano semiótico]. Y le tienen que sobrar 5 huevos. [plano fenómeno-epistemológico]. ¿Dónde va? [plano cognitivo] Que lo ha hecho mal Sara, maestro, totalmente. [plano fenómeno-epistemológico]</i></p>
	<p>200 María Jesús <i>O sea, que es 89 porque como dice que le sobran 5, pues es 89 porque dividido en docenas da 5. ¿Ok? [plano dialógico]. Pero yo eso de que dice que hay que considerar tres cosas, que hay docenas [plano semiótico], vale eso está muy bien [plano fenómeno-epistemológico]. Pero, ¿de dónde viene ese 20 y ese 21, Sara? ¿De dónde viene? [plano cognitivo]</i></p>

Figura 5.6. Ejemplos de recorridos por el círculo hermenéutico

5.5.2.4. Discusión

El segundo estudio empírico permite discutir hasta qué punto resulta inevitable en la interpretación de la comprensión en matemáticas buscar dar el salto directo a la mente del otro y también sobre la pertinencia y operatividad de pretender ver lo que acontece en el interior de la conciencia ajena. Concluimos que preguntar acerca de las razones que llevan al otro a hacer y decir, y tratar de aclarar su intencionalidad privada elaborando respuestas propias de ello, caracteriza un tipo de interpretación de la comprensión, que si bien es débil por desconocerse las características precisas de cómo

los individuos representan y conectan internamente el conocimiento a partir de las representaciones y conexiones externas que establecen al resolver tareas matemáticas (Font et al. 2007), se manifiesta sin embargo de manera natural e innata durante la actividad interpretativa de los estudiantes.

En efecto, el episodio descrito evidencia que los procesos cognitivos y discursivos involucrados en las prácticas matemáticas demandan ejercicios permanentes de interpretación en el aula por parte de los estudiantes y del profesor (Morgan y Watson, 2002). En este caso, las alumnas protagonistas se han enfrentado al reto fundamental compartido de acceder a la comprensión matemática de su compañera y, a pesar de las dificultades que ello les supuso, sus esfuerzos interpretativos revelaron una clara voluntad innata por superar cualquier posición solipsista o relativista que les impidiera comunicarse y relacionarse con los demás. En línea con lo ya reconocido por LeDoux (1999), constatamos que la actividad interpretativa desarrollada por las alumnas transgrede con fines utilitarios el problema epistemológico de las otras mentes. En dicho problema, que también afecta al estudio de la comprensión en matemáticas, se discute la posibilidad de aceptar algún tipo de vínculo entre el estado mental de un sujeto ajeno y el de su agente intérprete, así como de acceder a proposiciones sobre mentes distintas a la propia (Dancy, 1993). Esta transgresión, sin embargo, no siempre se realiza de forma directa sino también con el apoyo de diferentes elementos externos y visibles de tipo semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico, lo que contribuye a dar “el salto al interior” con mayores garantías y a reducir riesgos en la interpretación cuando se transita entre los ámbitos externo e interno de la comprensión del otro.

De este modo, podemos afirmar que el círculo interpretativo de la comprensión en matemáticas expuesto en este estudio empírico no solo es resultado de la investigación hermenéutica en Educación Matemática, sino que se evidencia también en las interpretaciones que realizan los escolares en contextos de actividad matemática conjunta en el aula. En la actividad concreta analizada, identificamos la presencia de una interpretación multifacética en las alumnas que toma como referencia distintos rastros visibles para acceder a la comprensión matemática de su compañera provenientes de los planos semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico de dicho círculo, respectivamente. Es así que presentamos el círculo hermenéutico como un método integrador, por cuanto en él se ven reflejadas las distintas orientaciones de la interpretación en matemáticas.

Asimismo, se trata de un método fenomenológico que resuelve el problema del retorno a la comprensión del otro. La inaccesibilidad directa de los aspectos internos de la comprensión justifica la exigencia ineludible de una interpretación dirigida al texto, por lo que el compromiso inicial que establece el círculo es el de identificar los rastros de comprensión observables diseminados en el registro escrito. Al interpretar el estudiante también interviene en el mundo de las prácticas matemáticas y de los fenómenos organizados por los conocimientos matemáticos puestos en uso (Michener, 1978). Una intervención que trasciende la esfera semiótica y transita hacia otras referencias también visibles como la caracterización de los usos dados al conocimiento matemático

mediante análisis de tipo fenómeno-epistemológico y su extensión al plano dialógico de la interpretación a través de la búsqueda del consentimiento con el otro. En la confluencia de la explicitación de la intención pública del registro escrito del alumno y de su apropiación por parte del agente intérprete al recorrer los sucesivos planos hermenéuticos es donde concluye en la práctica el círculo interpretativo de la comprensión en matemáticas.

En el ejemplo discutido, no obstante, la manera en la que los planos se relacionan entre sí durante el proceso interpretativo difiere de lo previsto por el círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas. Esta circunstancia sugiere la posibilidad de establecer diferencias entre las interpretaciones de los escolares y valorar la idoneidad de cada una de ellas en función de su correspondencia con lo fijado por el círculo. El círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas se muestra entonces como un instrumento metodológico de referencia para la observación y, al mismo tiempo, justifica que pensemos en él como una vía operativa para mejorar la interpretación matemática de los escolares. En concreto, proponemos utilizarlo como referencia para hacer transitar a los alumnos desde sus modos idiosincrásicos de interpretar hasta el método interpretativo que propone. Haciendo explícito el método sugerido por el círculo podremos ayudar a los alumnos a transformar el suyo propio y transitar hacia formas más operativas y efectivas de acceder a la comprensión matemática del otro. También planteamos la interpretación a través del círculo como una vía para desarrollar la comprensión matemática propia y garantizar la obtención de nuevos aprendizajes de calidad. En definitiva, consideramos que la interpretación de los escolares puede mejorar si los planos se conectan de forma cíclica y se organizan siguiendo la estructura del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas.

5.6. CONCLUSIÓN

El anhelo cognitivo de dar cuenta de lo que sucede en el interior de la mente del otro se evidencia en el origen del debate hermenéutico contemporáneo, con los esfuerzos por dar consistencia a una interpretación dirigida a la reproducción de las experiencias vividas por otros (Von Wright, 1987). En el ámbito más próximo de la Educación Matemática, esta voluntad también se manifiesta sobre todo en los estudios originarios que configuran la orientación cognitiva de la comprensión en matemáticas (Hiebert y Carpenter, 1992; English y Halford, 1995).

Acudimos a la filosofía hermenéutica de Paul Ricœur buscando respuestas a cuestionamientos relevantes que afectan a la interpretación de la comprensión en matemáticas. Las conclusiones de la reflexión dialógica que desarrolla este autor contribuyen en forma de principios teórico-metodológicos a la fundamentación de un círculo interpretativo que incorporamos a la dimensión hermenéutica de un modelo operativo para la interpretación de la comprensión en matemáticas.

Al igual que la orientación cognitiva, reconocemos la especificidad de la actividad cognitiva requerida para comprender los conocimientos matemáticos, lo que la hace diferente a la implicada en otros aprendizajes (Duval, 1996). En nuestro modelo de

interpretación prestamos atención al estudio de lo que comprenden los sujetos y cómo lo comprenden, como alternativa a la caracterización de supuestas comprensiones incorrectas o deficientes. Se trata, por ello, de una aproximación positiva a la comprensión, en la que la especificidad del propio conocimiento matemático también desempeña un papel esencial (Sierpinska, 1994). En concreto, consideramos que los planos semiótico y fenómeno-epistemológico de nuestra propuesta son compatibles con las alternativas que plantean interpretar la comprensión con base en estrategias y procedimientos de valoración multifacética basados en el análisis del conocimiento matemático (Niemi, 1996; Godino, 2002). En el plano dialógico, por su parte, ponemos de relieve el papel esencial que desempeña el otro en la interpretación de la comprensión en matemáticas, reconociendo de este modo su protagonismo en la adquisición de los conocimientos en el aula de matemáticas (Sackur et al. 2005). Además, la labor interpretativa que promueve el plano dialógico la percibimos próxima al punto de vista dialéctico-materialista de la teoría de la objetivación de Radford (2014), como forma social de acción conjunta que garantiza de manera simultánea el acceso a la comprensión ajena en forma de reencuentro con el otro y la transformación continua de quien interpreta.

Finalmente, en el plan de desarrollo futuro previsto para las dimensiones que configuran el OMIUM, incluimos la elaboración de procedimientos específicos con los que promover en la práctica las buenas interpretaciones en el aula de matemáticas. El círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas nos sugiere la posibilidad de establecer diferencias entre las interpretaciones de los escolares y valorar la idoneidad de cada una de ellas en función de su correspondencia con lo fijado por él. Proponemos utilizarlo entonces como referencia para hacer transitar a los alumnos desde sus modos idiosincrásicos de interpretar hasta el método interpretativo que propone. Haciendo explícito el método sugerido por el círculo podremos ayudar a los alumnos a transformar el suyo propio y transitar hacia formas más operativas y efectivas de acceder a la comprensión matemática del otro. También planteamos la interpretación a través del círculo como una vía para desarrollar la comprensión matemática propia y garantizar la obtención de nuevos aprendizajes de calidad. En definitiva, consideramos que la interpretación de los escolares puede mejorar si los planos se conectan de forma cíclica y se organizan siguiendo la estructura del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas.

Asimismo, proponemos la configuración de una Dimensión Socioafectiva que permita vislumbrar no solo la naturaleza afectiva de la comprensión en matemáticas sino también el carácter cognitivo de las emociones (Damasio, 2011; Nussbaum, 2008). En este sentido, nos queda pendiente la tarea de incorporar los fenómenos afectivos al actual círculo hermenéutico, donde la imaginación desempeñe el papel de proceso cognitivo precursor necesario para la generación de las emociones que garanticen el consentimiento y el reencuentro con el otro en la interpretación de la comprensión en matemáticas (Quintanilla, 2016). Esta labor la desarrollamos en el Capítulo VI del presente informe de investigación.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

CAPÍTULO VI

DIMENSIONES SOCIOAFECTIVA Y ÉTICA DEL OMIUM

6.1. INTRODUCCIÓN

El OMIUM, como modelo abierto para la interpretación de la comprensión del conocimiento matemático, requiere incorporar las cuestiones afectivas inherentes a la cognición del ser humano tanto a su marco teórico como a su propuesta metodológica.

Por otro lado, la investigación en Educación Matemática requiere tener en cuenta tres cuestiones: la pregunta que dirige la investigación, la evidencia y la teoría (Di Martino y Zan, 2015). Nuestros planteamientos sobre las Dimensiones Socioafectiva y Ética de nuestro modelo sobre la comprensión del conocimiento matemático se han constituido teniendo en cuenta dichas cuestiones.

Estructuramos el marco teórico de la Dimensión Socioafectiva desde un paradigma cualitativo, integrador e interpretativo y nuestra pretensión es explorar el dominio afectivo en lugar de medirlo. El carácter ético de nuestra propuesta parte del reconocimiento de las particularidades de pensamiento y acción en un grupo de seres humanos valorando la diversidad y evitando la estandarización.

También definimos el vínculo indisociable y bidireccional entre afecto y comprensión y consideramos al círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas planteado por el OMIUM como la metodología más adecuada no sólo para la investigación de la comprensión del conocimiento matemático, sino también para el estudio del dominio afectivo en Educación Matemática.

El capítulo consta de siete apartados, en el segundo presentamos las consideraciones iniciales de nuestra propuesta: el sistema de principios teóricos, la metodología y las preguntas paradigmáticas que dirigen la investigación. El tercero contiene la propuesta teórica de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM y la conceptualización de sus sistemas componentes: sistema de creencias, sistema motivacional, sistema de valores y

normas, sistema emocional, actitudes e identidad. También exponemos las relaciones que se establecen entre ellos. En el cuarto apartado presentamos los vínculos entre afecto y comprensión en Educación Matemática. En el quinto proponemos al círculo hermenéutico como metodología para la investigación de la naturaleza socioafectiva de la comprensión en matemáticas. El sexto apartado expone la Dimensión Ética del OMIUM y el séptimo y último apartado presenta la relación entre ambas dimensiones.

6.2. CONSIDERACIONES INICIALES

Tradicionalmente las matemáticas se han asumido como una disciplina eminentemente lógica y racional, alejada irremediamente de las cuestiones afectivas (Else-Quest et al. 2008; Hannaford, 1998; Hannula, 2011; Hart, 1989; Goldin, 2002). Este sistema de creencias (que incluye la asunción generalizada que el aprendizaje de las matemáticas requiere de una inteligencia superior y que no está al alcance de todos los estudiantes) podría tener su origen en el dualismo cartesiano que no sólo separa razón de emoción, sino que también los plantea como opuestos, de manera que una de las funciones más importantes de la razón es, precisamente, la gestión y gobierno de las pasiones (Descartes, 2005). Estos planteamientos acarrear consecuencias negativas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas relacionadas principalmente con la falta de confianza, poca autoestima, inseguridad y, por consiguiente, actitudes de falta de interés y motivación en los estudiantes durante los procesos de instrucción. Un profesor que posee este sistema de creencias, traslada la responsabilidad del aprendizaje al propio estudiante y a su supuesta capacidad o nivel de inteligencia.

Es así como surge la pregunta: ¿el afecto es digno de investigación por sí mismo o lo es por su influencia en el aprendizaje? (Leder, 2006). En esta investigación, y en este apartado específico, partimos de reconocer al afecto como un componente fundamental de la naturaleza humana y, por lo tanto, una faceta que no debe ignorarse en la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas ni en la práctica docente (Bofah y Hannula, 2015; Chen y Leung, 2015; Cobb et al. 1989; DeBellis y Goldin, 1997; Di Martino y Zan, 2015; Ding et al. 2015; Hannula, 2006a, 2006b, 2011, 2012a; Hart, 2009; Lester et al. 1989; Maturana, 2001; McLeod, 1989, 1992; Radford, 2015; Zan et al. 2006). Más concretamente, asumimos que toda teoría sobre la comprensión del conocimiento matemático debe considerar el vínculo indivisible de esta con las cuestiones afectivas.

El afecto en Educación Matemática debe estudiarse como práctica social y también como un aspecto del pensamiento y del aprendizaje de un individuo. Sin embargo, las emociones deben considerarse en todos aquellos niveles en los que actúa, desde los cambios fisiológicos hasta los niveles culturales. Para comprender las funciones y roles de la emoción deben tenerse en cuenta alteraciones fisiológicas, estados psicológicos, señales interpersonales y contexto cultural (Hannula, 2006a).

La dimensión socioafectiva del OMIUM define las relaciones entre afecto y comprensión a nivel teórico y como metodología utiliza el círculo hermenéutico ya existente incorporando la consideración de cuestiones afectivas en cada uno de los planos. Se estructura incorporando aportes de diversas teorías, aproximaciones y marcos

teóricos del área de la Educación Matemática y se enriquecen con el conocimiento proveniente de otras disciplinas (Filosofía, Psicología, Biología y Neurociencia).

En este sentido, nos identificamos con Vygotsky (2004) cuando afirma:

Así como Spinoza no creía haber descubierto la mejor filosofía, pero sabía que había concebido la verdad, asimismo, en esta lucha entre las teorías psicológicas contemporáneas, nos esforzamos por encontrar no la que más responde a nuestros gustos, la que más nos satisface y que, por ello, nos parece la mejor, sino la que se adecua mejor a su objeto y, por lo tanto, debe ser reconocida como la más verídica, puesto que tanto el objetivo de la ciencia como el de la filosofía es la verdad. La verdad, efectivamente, da prueba de sí misma y del error. Al elucidar los errores históricos del pensamiento psicológico abrimos la vía que lleva al conocimiento de la verdad sobre la naturaleza psicológica de las pasiones humanas (p. 64).

Teniendo en cuenta las décadas que nos separan desde que el autor expuso estas ideas y el desarrollo científico y tecnológico producido desde entonces, así como el conocimiento subsecuente, consideramos fundamental incluir el conocimiento neurocientífico a las ideas de Vygotsky (que consideraba a la Filosofía y la Psicología) a una teoría amplia e integradora de las emociones. Debemos recordar que el autor también ubica en el cerebro la generación de las emociones e incluso describe los procesos cerebrales involucrados en función del conocimiento existente a principios del siglo XX, considerando pilares fundamentales del estudio de las emociones a la Psicología y la Fisiología. Por otro lado, considerar las definiciones y conceptos provenientes de la Neurociencia puede ser una buena opción, teniendo en cuenta que en Educación Matemática aún no se ha logrado consenso sobre la terminología y conceptualización de las cuestiones afectivas (Schöglmann, 2002, 2010).

La teoría de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM se estructura en consonancia con las redes de teorías *-Networking Theories-* (Andrà, 2015; Radford, 2008; Rolka y Roesken-Winter, 2015). Se trata de una manera de construir posturas integradoras a nivel metateórico entre diversas teorías específicas y sus constructos asociados, manteniendo la aplicabilidad de cada teoría (Clarke, 2015; Hannula, 2006a, 2006b, 2011, 2012b, Radford, 2008). En palabras de Rolka y Roesken-Winter (2015):

As an essential endeavour, the authors identify integrating or synthesizing theoretical approaches into a new framework. Connecting theoretical approaches can then follow a bottom-up development while using a concrete empirical phenomenon as starting point; or a top-down development while using different theories from the beginning and focusing on the relationship of theories. [Como un esfuerzo esencial, los autores identifican la integración o síntesis de los enfoques teóricos en un nuevo marco. Conectando enfoques teóricos se puede seguir un desarrollo de abajo hacia arriba utilizando un fenómeno empírico concreto como punto de partida; o un desarrollo de arriba hacia abajo utilizando diferentes teorías desde el principio y centrándose en la relación de las teorías] (p. 74).

Las redes de teorías facilitan la estructuración de espacios conceptuales a través de la investigación y mediados por la argumentación y el discurso. Las nuevas teorías emergentes dentro del área posibilitan el fortalecimiento de la Educación Matemática como disciplina científica (Clarke, 2015; Rolka y Roesken-Winter, 2015) y deben considerar las siguientes cuestiones (Radford, 2008):

1. Un sistema de principios básicos.
2. Metodología.
3. Un conjunto de preguntas paradigmáticas.

6.2.1. Sistema de principios teóricos

Las dimensiones socioafectiva y ética del OMIUM se estructuran teniendo en cuenta los siguientes principios teóricos:

1. Primero

Partimos de reconocer el carácter holístico del ser humano, identificando su naturaleza física, biológica, psicológica, cultural, social e histórica, así como también las dimensiones que lo componen: cognición, comunicación, afectividad y movimiento (López Melero, 2003, 2004, 2015, 2018; Morin, 1999, 2015). Desde una perspectiva acorde con Spinoza (1980).

En palabras de Maturana (2001): “Lo humano se constituye en el entrelazamiento de lo emocional con lo racional. Lo racional se constituye en las coherencias operacionales de los sistemas argumentativos que construimos en el lenguaje para defender o justificar nuestras acciones” (p. 10).

Comprender la naturaleza real del ser humano, aunque contraria a la tradición, debería permitir reconocer y valorar más nuestra vida emocional además de ayudarnos a reconocernos como una unidad donde la mente y las emociones también son producto del cuerpo (Damasio, 2011, 2014; Lazarus, 2000), a aceptar nuestra naturaleza holística (Spinoza, 1980) y permitimos gestionar de mejor manera las cuestiones humanas (Figura 6.1). “En otras palabras, cuerpo, cerebro y mente son manifestaciones de un único organismo. Aunque podamos disecarlos bajo el microscopio a efectos científicos son ciertamente inseparables en circunstancias normales de operación” (Damasio, 2014, p. 186).

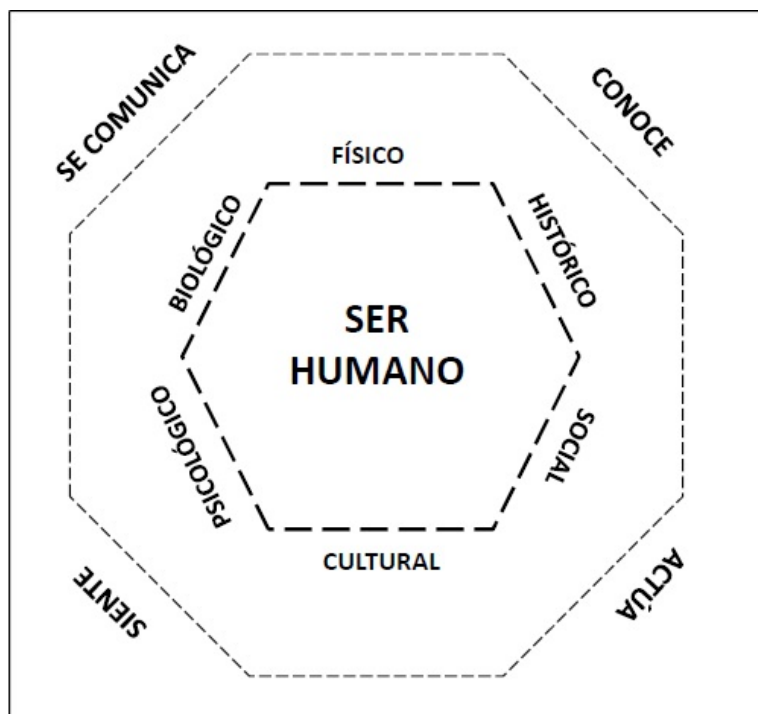


Figura 6.1. Perspectiva holística del ser humano

2. Segundo

Di Martino y Zan (2015) afirman que los problemas existentes para teorizar el afecto pueden derivar de la confusión entre categorías de desempeño social y la errónea atribución de dichos desempeños a características individuales más que al conjunto de precedentes culturales e históricos que dan forma a la conducta en situaciones sociales específicas.

En este sentido, nuestra propuesta se enmarca dentro de una perspectiva sociocultural (Di Martino y Zan, 2015; Evans, 2006; Evans et al. 2006; Hannula, 2006a; Maturana, 2001; Morin, 1999, 2015; Nussbaum, 2008, 2010; Op ‘t Eynde et al. 2006; Radford, 2015; Vygotsky, 2004). Es decir, tiene en cuenta la importancia del contexto sociocultural en el que el ser humano vive y se desarrolla y también aquel en el que se realiza una investigación. No existe coherencia entre la perspectiva holística del ser humano y la exclusión de cuestiones sociales y culturales.

Por otro lado, la construcción de significados se basa en las creencias y conocimientos individuales y éstas siempre son socioculturales y están vinculadas al contexto sociohistórico.

3. Tercero

El ser humano tiene como características el afecto y la capacidad de aprendizaje y conocer mejor la relación entre ambos procesos permite a las instituciones escolares tomar las decisiones que permitan no sólo potenciar la comprensión del conocimiento matemático, sino también mejorar la condición humana considerando su naturaleza social y la importancia de la educación en la transmisión de valores y

normas socioculturales posibilitando la construcción de contextos democráticos y la formación de ciudadanos comprometidos con el bienestar común (Damasio, 2011, 2014; Gardner, 2011; Goleman, 1998; Hannaford, 1998; Mandler, 1989a; Nussbaum, 2008, 2010, 2015, 2016).

En este sentido, consideramos fundamental que el estudio del afecto en Educación Matemática parta de reconocer la influencia de la práctica docente en el aula sobre los afectos actuales y futuros de los estudiantes, en lugar de considerar al dominio afectivo (principalmente creencias, actitudes, frustración y ansiedad) como procesos innatos del estudiantado.

4. Cuarto

Afecto y cognición son dos procesos interdependientes, interrelacionados e inseparables. Es decir, mutuamente influyentes (Brown y Reid, 2006; Damasio, 2011, 2014; Evans, 2006; Evans et al. 2006; Hannula, 2006a, 2011 2012a, 2012b; Izard, 1985; Lang, 1985; Lazarus, 1982, 2000; LeDoux, 1999; Nussbaum, 2008; Radford, 2013, 2015; Spinoza, 1980; Zajonc, 1980).

Los procesos afectivos y los cognitivos se desarrollan simultáneamente. Se encuentran imbricados, por lo tanto no es posible considerar la comprensión como un proceso libre de afectividad. La comprensión tiene un carácter afectivo intrínseco.

Consideramos que la separación de afecto y cognición puede haberse tenido en cuenta por motivos prácticos para la investigación. Sin embargo, su fuerte interconexión y mutua influencia deben considerarse de manera explícita así como también la imposibilidad de actuaciones independientes uno del otro.

5. Quinto

La investigación sobre la dimensión afectiva de la comprensión del conocimiento matemático debe considerar la aplicación directa del conocimiento que genere en el aula para poder lograr el objetivo de facilitar la labor del profesorado y mejorar la comprensión del conocimiento matemático en los estudiantes y su desarrollo integral como seres humanos (Leder, 2006; Reinup, 2009).

6.2.2. Metodología

La metodología que planteamos para la interpretación de la Dimensión Socioafectiva es el círculo hermenéutico de la comprensión del conocimiento matemático (capítulo V), cuya extensión se presenta y detalla en el apartado 6.5. del presente capítulo, al cual nos remitimos.

6.2.3. Preguntas paradigmáticas

La Dimensión Socioafectiva del OMIUM pretende dar respuesta a las siguientes cuestiones en el ámbito de la Educación Matemática:

1. ¿Qué entendemos por afecto?
2. ¿Qué es emoción?
3. ¿Qué componentes tiene el dominio afectivo? ¿Cómo se estructura?

4. ¿Existe alguna relación entre los componentes del dominio afectivo?
5. ¿Cuál? ¿Cómo se establece? ¿Cómo es/son?
6. ¿Cómo interactúa el dominio afectivo con los procesos cognitivos?
7. ¿Cuál es el vínculo entre afecto y comprensión? ¿Cómo es la relación que se establece entre ambos procesos?
8. ¿Cómo se interpreta la dimensión afectiva?

6.3. DIMENSIÓN SOCIOAFECTIVA DEL OMIUM

El OMIUM es una teoría que estudia el fenómeno de la comprensión del conocimiento matemático. Por ello debe considerar la dimensión socioafectiva como una de sus dimensiones componentes. En la actualidad, está conformado por dos dimensiones distintas: la dimensión fenómeno-epistemológica y la dimensión hermenéutica. Consideramos ahora la extensión a una nueva estructura compuesta por cuatro dimensiones (Figura 6.2).

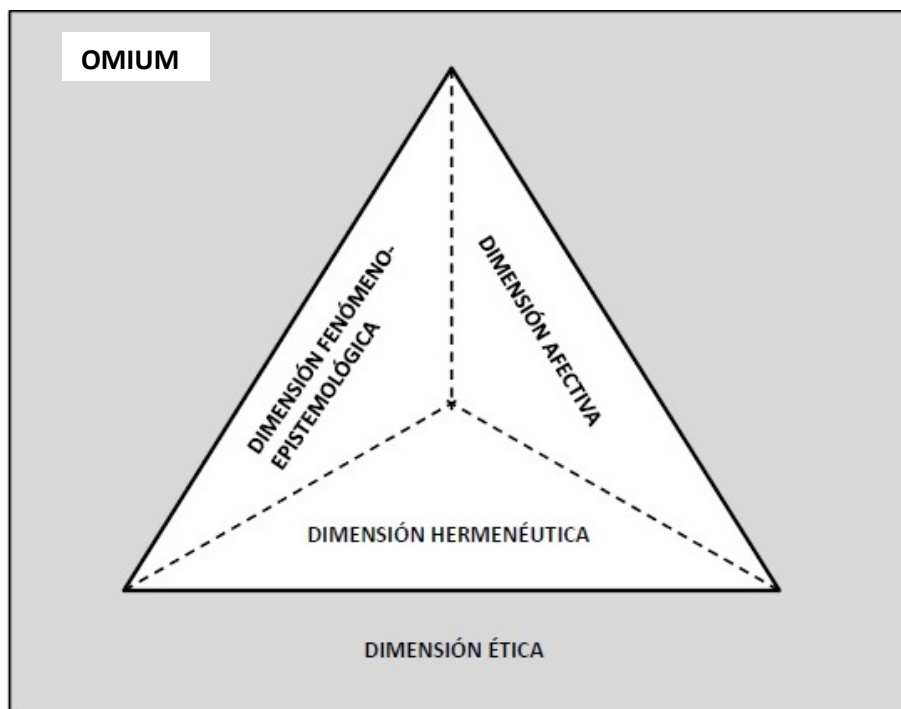


Figura 6.2. Estructura dimensional del OMIUM

Partimos de la necesidad de definiciones y conceptualizaciones claras y que estén en consonancia con los objetivos y con la metodología de la presente investigación, así como también con las preguntas paradigmáticas de la dimensión socioafectiva del OMIUM (Clarke, 2015; Di Martino y Zan, 2015; Else-Quest et al. 2008; Goldin et al. 2009; Kislenko, 2009) y que permitan configurar y delimitar dicha dimensión.

Nuestra Dimensión Socioafectiva, de acuerdo con Spinoza (1980), no considera una debilidad el carácter *pasional* de las emociones, sino que lo asume como una característica de la naturaleza humana, perspectiva que consideramos compatible con la asunción del origen biológico de las emociones y también teniendo en cuenta las influencias sociales y culturales en dicho origen y en su representación y control

(Bishop, 1999; Damasio, 2011; 2014; D'Ambrosio, 1998, 2002; Evans, 2006; Hannula, 2006a, 2011, 2012b; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999; Nussbaum, 2008; Op't Eynde et al. 2006; Radford, 2015; Roth, 2006).

Denominamos *afecto* al término global o término paraguas (Hannula, 2006a) que comprende a emociones, sentimientos, motivaciones, intereses, preferencias, valores y normas, creencias y actitudes.

La *Dimensión Socioafectiva* es la faceta del OMIUM que incorpora los componentes del afecto, sus relaciones y su conexión con la comprensión del conocimiento matemático, así como también el vínculo con las otras dimensiones de la teoría. La Dimensión Socioafectiva es un *sistema dinámico* (Pepin y Roesken-Winter, 2015) con las siguientes características:

1. Los componentes del sistema se encuentran estrechamente unidos de manera que el fallo en uno de ellos puede generar fallos concatenados.
2. El carácter dinámico del sistema implica que puede modificarse con el tiempo, así como también ser influido por experiencias pasadas.
3. Nuestro sistema dinámico tiene una estructura anidada. Es decir, sus componentes son a su vez sistemas dinámicos.
4. Es posible observar fenómenos emergentes determinados por la actividad de los componentes básicos de los sistemas cuyas propiedades pueden ser estudiadas a nivel emergente.
5. Nuestro sistema dinámico no es lineal. Por este motivo, una intervención o perturbación, incluso siendo pequeña, puede causar un gran efecto, uno proporcional o ninguno en el sistema.
6. Las relaciones entre los componentes están basados en feedback circulares. Éstos pueden ser positivos, que amplifican los feedback, o negativos, que los amortiguan.

Esta perspectiva nos permite comprender al afecto en su complejidad y amplitud a través de la consideración y comprensión de cada uno de los elementos que lo componen y las relaciones que se establecen entre ellos desde una perspectiva holística de los sistemas dinámicos.

Por todo ello, consideramos que nuestro planteamiento representa una propuesta integradora del dominio afectivo en Educación Matemática, tanto a nivel teórico como metodológico (Goldin et al. 2009; Pepin y Roesken-Winter, 2009).

La Dimensión Socioafectiva del OMIUM, como sistema dinámico, está compuesta por los siguientes sistemas:

1. Sistema de creencias.
2. Sistema motivacional.
3. Sistema de valores y normas.
4. Sistema emocional.
5. Actitudes.

6. Identidad.

Para organizar la Dimensión Socioafectiva del OMIUM, tomamos como ejemplos la organización de los afectos planteada por Lang (1985) y el modelo tripartito de la actitud planteado por Di Martino y Zan (2011, 2015). En nuestro caso, utilizamos las cuatro dimensiones del Proceso Lógico de Pensamiento planteadas por López Melero (2003, 2004, 2018) (Figura 6.3).

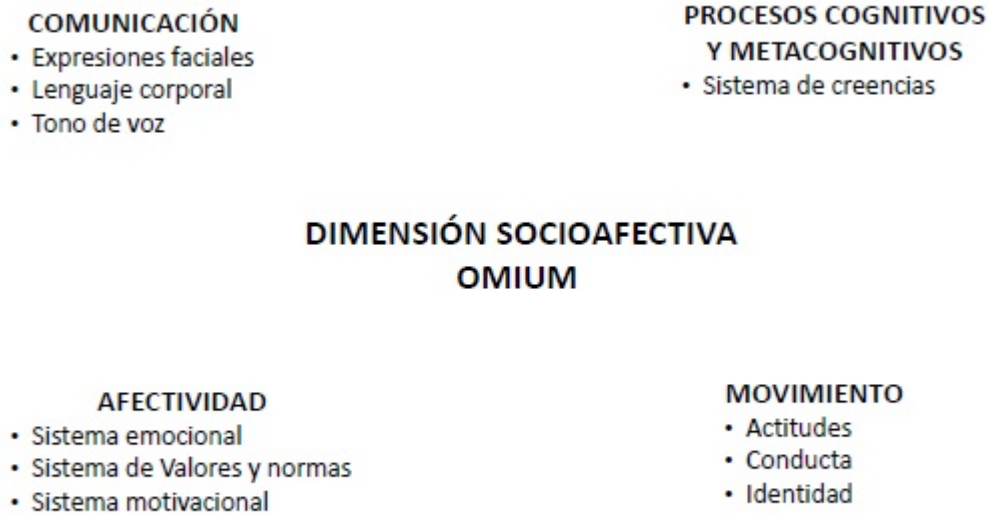


Figura 6.3. Dimensión Socioafectiva del OMIUM

En los próximos apartados describimos estos sistemas, prestando especial atención al papel central que desempeña el sistema emocional. Los sistemas de creencias, motivacional y de valores y normas participan en el proceso de evaluación cognitiva que genera una emoción. Actitudes e identidad son productos de una experiencia emocional.

6.3.1. Sistema de creencias

Asumimos las creencias como representaciones internas a las que se les atribuye verdad, validez y aplicabilidad. El poseedor de la creencia le otorga estas atribuciones que la distinguen de una conjetura, proposición o hipótesis. Son usualmente estables, altamente cognitivas y construidas culturalmente en contextos específicos a través de la experiencia e influyen en las reacciones emocionales (Clarke, 2015; DeBellis y Goldin, 2006; Evans, 2006; Goldin, Rösken y Törner, 2009; Gómez-Chacón, 2011; Liljedahl, 2009; Mandler, 1989a; McLeod, 1989; Schlöglmann, 2002; Sivunen y Pehkonen, 2009; Skott, 2015; Zan et al. 2006).

Sin embargo, las creencias no se presentan de manera aislada, están vinculadas unas con otras constituyendo *sistemas de creencias* y pueden ser individuales (configuraciones internas personales y complejas de un individuo) o culturalmente compartidas (Di Martino y Zan, 2015; Furinghetti y Morselli, 2009; Goldin et al. 2009; Hannula, 2015;

Hart, 1989; Pepin y Roesken-Winter, 2015; Radford, 2015; Schoenfeld, 2015; Sowder, 1989). Tienen las siguientes características:

- a) Las creencias son utilizadas principalmente como argumentos para razonar sobre las creencias derivadas (un orden cuasi-lógico).
- b) Las creencias psicológicamente centrales son retenidas con más fuerza que las periféricas.
- c) Las creencias son contextuales.

6.3.1.1. Características de las creencias

Caracterizamos a las creencias en cuatro aspectos distintos relacionados con sus funciones (Goldin et al. 2009):

- 1. Aspectos ontológicos.** Las creencias siempre van unidas al objeto de la creencia. Para dirigir una creencia es preciso identificar su objeto. Los objetos de las creencias pueden constituir un dominio específico; pueden ser de naturaleza personal, social o epistemológica. No hay restricciones, casi cualquier cosa puede ser un objeto con el que pueda asociarse a las creencias y en el estudio de estas los objetos relevantes pueden nombrarse explícitamente.
- 2. Aspectos enumerativos.** Las creencias pueden considerarse como la suma total de diversos estados mentales. Los objetos de las creencias pueden ser asignadas a un conjunto de contenidos subjetivos de percepciones, características, suposiciones, filosofías, ideologías a las que frecuentemente se hace referencia como a estados de creencias. Un conjunto de contenidos puede contener uno o varios elementos (creencias) dependiendo del objeto y de quien las posee en un momento determinado. El conjunto de estados de creencias pueden modificarse, ampliarse o reducirse en cualquier momento en función del análisis del objeto asociado.
- 3. Aspectos normativos.** Las creencias son altamente personalizables. Los elementos del conjunto de contenidos poseen diferentes pesos que se atribuyen a diversas percepciones o suposiciones. Esta función de pertenencia puede ser considerada como una medida del nivel de consciencia y certidumbre de quien posee la creencia o del grado de activación de la creencia. Los estados de creencias pueden distinguirse entre aspectos lógicos, psicológicos, epistemológicos o sociales. Esto significa que los elementos en un conjunto de creencias específico no son intercambiables.
- 4. Aspectos afectivos.** Las creencias tienen fuertes lazos con la afectividad (emociones, sentimientos, actitudes y valores). Los elementos del conjunto de contenidos conllevan una dimensión afectiva incluyendo algún tipo de medida de evaluación que exprese el grado de aprobación o desaprobación emocional.

Por otro lado, también es preciso tener en cuenta los factores sociales y culturales asociados a la formación, fortalecimiento y transformación de las creencias. Los seres humanos somos producto de las situaciones culturales y sociales en las que nacemos, crecemos y nos desarrollamos, entre ellas el género, la etnia, la clase social, la identidad sexual, la religión y la comunidad en la que estamos inmersos (Schlöglmann, 2005).

El carácter histórico del ser humano permite atribuir el origen social y cultural a determinadas creencias que se configuran como producto de la experiencia durante los años de escolarización y de la influencia de creencias provenientes de la familia y el círculo social más próximo.

6.3.1.2. Funciones de las creencias

Siguiendo a Schlöglmann (2002, 2005), consideramos las siguientes funciones de las creencias:

- a) Regulan percepciones, pensamientos y acciones.
- b) Actúan como indicadores para la enseñanza y el aprendizaje.
- c) Son una fuerza inercial contra el cambio.
- d) Tienen carácter predictor, como consecuencia de la función anterior.

La formación de creencias en los estudiantes depende del profesor y de su estilo de enseñanza y existe una relación directa entre los resultados de aprendizaje de los estudiantes y sus creencias sobre las matemáticas. En este sentido, las creencias no sólo influyen en cómo se aprenden las matemáticas, sino también pueden convertirse en un obstáculo para el aprendizaje efectivo si son negativas (Kislenko 2009). Por otro lado, son procesos influyentes en la interpretación y procesos de evaluación subyacentes a la generación de emociones y también en la práctica, a la que asumimos como la representación de las creencias y la comprensión. Permiten explicar las decisiones que se toman a través de la interpretación de las acciones observables (Clarke, 2015; Goldin et al. 2009; Op't Eynde et al. 2006; Schoenfeld, 2015).

6.3.1.3. Creencias de los estudiantes

Las creencias que poseen los estudiantes pueden categorizarse en tres grandes grupos: sobre uno mismo, sobre las matemáticas y sobre su enseñanza y aprendizaje (Cobb et al. 1989; Goldin, 2000; Goldin, 2002; Goldin et al. 2009; Lester et al. 2009; McLeod, 1989, 1992). Estas categorías de sistemas de creencias se desarrollan y evolucionan de manera interrelacionada, por lo tanto se asumen como componentes mutuamente dependientes, de manera que alguna modificación en uno de estos sistemas produce modificaciones en los otros (Cobb et al. 1989).

6.3.1.3.1. Creencias sobre uno mismo

Este tipo de creencias tiene un componente afectivo más fuerte e incluye creencias relacionadas con la confianza, el autoconcepto y las atribuciones causales de éxito y fracaso. También están muy relacionadas con las nociones de metacognición y autoconsciencia (McLeod, 1989).

Si se tiene en cuenta que las creencias son los lentes a través de los cuales se interpreta el mundo, las creencias en la eficacia propia son un recurso clave en el desarrollo propio, para el éxito en la adaptación y el cambio. También afecta a los objetivos y aspiraciones de las personas, en cómo se motivan a sí mismas y a su perseverancia frente a la adversidad (Philippou y Pantziara, 2015).

Estas creencias están constituidas por estructuras mentales relativamente estables que abarcan el conocimiento de las matemáticas, creencias sobre la asignatura y sobre sí mismo con relación a la disciplina (esquemas afectivos y patrones de conducta habituales en situaciones matemáticas) y representan la base del funcionamiento de los estudiantes. Sin embargo, su rol está condicionado por factores específicos de la situación de manera que es posible encontrar representaciones de creencias distintas en contextos diferentes (Clarke, 2015; Liljedahl, 2009; McLeod, 1989; Opt' Eynde et al. 2006; Skott, 2015).

Pueden ser:

1. **Autoconcepto.** Ejemplos: soy muy bueno, soy muy malo, soy capaz de resolver problemas matemáticos.
2. **Autoeficacia.** Ejemplos: tengo éxito con las matemáticas, son fáciles para mí, no puedo con ellas, cuanto más aprendo más hábil me vuelvo.
3. **Autocontrol.** Ejemplos: puedo resolver problemas y tareas matemáticas si me concentro.
4. **Atribuciones causales.** Ejemplos: si tengo suerte aprobaré, fallé por mala suerte pues yo sabía hacerlo, la habilidad con las matemáticas es innata.

Las creencias sobre uno mismo también pueden estar orientadas a objetivos intrínsecos o extrínsecos y a la valoración de las tareas.

6.3.1.3.2. Creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje

Goldin (2002) plantea la siguiente categorización de creencias sobre las matemáticas organizada por la naturaleza del dominio de contenido:

1. Creencias sobre el mundo físico y sobre la correspondencia de las matemáticas con el mundo físico (ejemplo: números, medida).
2. Creencias específicas, incluyendo las erróneas, sobre hechos matemáticos, reglas, ecuaciones y teoremas (ejemplo: la ley de exponentes, la fórmula cuadrática, la idea de que la multiplicación siempre hace crecer los números).
3. Creencias sobre la validez matemática o cómo se establecen las verdades matemáticas.
4. Creencias sobre métodos efectivos de razonamiento matemático y estrategias o heurísticos.
5. Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas incluyendo las bases metafísicas o filosofía de las matemáticas.
6. Creencias sobre las matemáticas como un fenómeno social.
7. Creencias sobre estética, belleza, significado o poder en matemáticas.
8. Creencias sobre personas individuales que hacen matemáticas o matemáticos famosos, sus rasgos y características.
9. Creencias sobre la habilidad matemática, como se manifiesta a sí misma o como puede ser evaluada.

De manera más general, las creencias sobre las matemáticas pueden organizarse en tres grupos (Liljedahl, 2009):

1. Las matemáticas son pruebas lógicas y rigurosas, definiciones exactas y el lenguaje matemático es preciso. Hacer matemáticas es demostrar con exactitud y utilizar lenguaje riguroso.
2. Son un conjunto de reglas, fórmulas, habilidades y procedimiento. Hacer matemáticas es calcular y utilizar reglas, procedimientos y fórmulas.
3. Son un proceso constructivo en el que las relaciones entre distintas nociones y oraciones juegan un papel importante. Hacer matemáticas es generar pasos creativos inventando o reinventando las matemáticas.

Para algunas de estas creencias existen sistemas muy definidos y culturalmente normativos dentro de la comunidad matemática, para otras las normas varían o no existen. En todo caso, la cuestión sobre la interrelación entre lo individual y lo social se mantiene.

Los siguientes son ejemplos de creencias sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas:

1. La dificultad de las tareas y los contenidos aumenta con el paso del tiempo.
2. Para aprenderlas hace falta mucho esfuerzo y trabajo.
3. Para tener éxito debes resolver muchas tareas iguales.
4. Aprendo por mí mismo, no por los demás.
5. Aprender matemáticas te ayuda a aprender otras asignaturas.
6. Hay que ser rápido en encontrar las respuestas.
7. Sólo existe una respuesta correcta.
8. La respuesta es más importante que el procedimiento.
9. Hay que evitar los errores.

Las creencias sobre las matemáticas que forman la visión de la disciplina son muy estables. En cambio, las creencias sobre la enseñanza pueden ser más secundarias porque están influidas por factores externos como el contexto y las prescripciones institucionales. Están sujetas a continuos feedback por la acción de la clase y por lo tanto son sujeto de cambios y adaptaciones, aunque su principal origen se encuentre en la visión de las matemáticas, también están basadas en un conjunto de experiencias propias, reflexiones sobre el contexto en el que se desarrolla el proceso y también en las creencias sobre el aprendizaje matemático (Furinghetti y Morselli, 2009).

6.3.1.3.3. Creencias sobre el contexto social

En este grupo de creencias ubicamos aquellas vinculadas con los roles (de profesorado, alumnado, entre iguales durante el trabajo cooperativo, entre otros), las normas sociales implícitas y las normas sociomatemáticas, sobre las expectativas propias y ajenas, sobre la competitividad o sobre la cooperación.

6.3.1.3.4. Rol del profesor en la generación de creencias de los estudiantes

Los resultados de investigaciones relacionadas con las creencias de los profesores, han concluido que existe un alarmante círculo vicioso: los profesores enseñan de la misma manera en que se les enseñó y a su vez sus alumnos también formarán parte de dicho círculo repitiendo creencias, actitudes y concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza. Es decir, las creencias del profesorado están basadas en las propias experiencias vividas con las matemáticas durante la etapa escolar (Sivunen y Pehkonen, 2009).

Si se tiene en cuenta la diversidad de pensamiento y de tipos de inteligencia y se asume un paradigma distinto de la inteligencia humana, basado en asumir que no solo es una cuestión de genética sino que se construye con el aprendizaje; el profesorado asumiría su responsabilidad en dicha construcción modificando su práctica docente basándose en el reconocimiento de la naturaleza multidimensional del ser humano (cognitiva, comunicativa, afectiva y de acción) y diversificando sus expectativas en función de las necesidades y características diversas de las personas que constituyen su grupo de estudiantes (Else-Quest et al. 2006; Gardner, 2011; Goleman, 1998; Hannula, 2001, 2015; López Melero, 2003, 2004, 2015, 2018).

6.3.2. Sistema motivacional

El sistema motivacional de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM también tiene carácter dinámico y está constituido por: motivación, intereses, objetivos personales, preferencias, inclinación, expectativas y necesidades.

Tiene una influencia directa en el sistema emocional. Por ejemplo, la preferencia por situaciones que generan sensaciones de bienestar, dirige la toma de decisiones y por lo tanto la conducta (Buck, 1993, 1999; Cortas y Nordlander, 2009; Evans, 2006; Hannula, 2006a, 2006b; 2011, 2012b; Mandler, 1989a; McLeod, 1989; Nussbaum, 2008; Opt' Eynde et al. 2006; Radford, 2015; Sowder, 1989). Del mismo modo, las emociones influyen en el sistema motivacional. Spinoza (1980) afirma al respecto: “El deseo que surge de la alegría, en igualdad de circunstancias, es más fuerte que el deseo que brota de la tristeza” (p. 199).

Teniendo en cuenta nuestra teoría sobre la comprensión del conocimiento matemático, asumimos que el sistema motivacional está vinculado con los valores globales que el estudiante atribuye a las matemáticas y a las diversas prácticas docentes involucradas en sus procesos de aprendizaje que definen los objetivos locales contextuales y situacionales (Hannula, 2011).

Las variables motivacionales varían desde preferencias muy locales hasta una variedad de diferentes niveles de objetivos y necesidades muy globales tales como la necesidad de nutrición o encajar socialmente. Aunque las necesidades básicas parecen universales existen diferencias individuales en cuánta importancia se les brinde en diferentes situaciones. Es decir, podemos distinguir entre necesidades fisiológicas, psicológicas y sociales (Damasio, 2014; Hannula, 2006b, 2011; Nussbaum, 2008; Spinoza, 1980).

El aspecto social de la motivación también se hace patente a través de las normas que los grupos sociales negocian y constituyen y que pueden asumirse como objetivos compartidos. Teniendo en cuenta que los proyectos de vida involucrados en el sistema motivacional vinculan a una persona con sus contextos y requieren que intenciones, necesidades e intereses se relacionen con el medio social y cultural, los motivos son personales y socioculturales (Hannula, 2006b, 2011; Nussbaum, 2008; Op 't Eynde et al. 2006; Radford, 2015).

Podemos plantear un paralelismo entre el sistema motivacional y el conatus planteado por Spinoza (1980) en los siguientes términos: “Cada cosa se esfuerza, cuanto está a su alcance, por perseverar en su ser” (p. 131). Considera a este esfuerzo como la esencia real del ser, de manera que el objetivo del ser humano no se reduce a una vida neutra sino a un estado vital mejor y la búsqueda de la felicidad entendida como la capacidad de preservarse a sí mismo a través del empeño y la fuerza tanto mental como corporal.

En este sentido, Nussbaum (2008) considera a los objetivos eudaimonistas como el esquema personal de objetivos y proyectos relacionados con una vida plena y el florecimiento personal. Dentro de estos esquemas personales se incluye todo aquello que la persona considera valioso para su bienestar; entre ellos acciones, relaciones y personas. Aunque aparentemente se trate de una postura egoísta e individualista es preciso tener en cuenta que objetivos más amplios también pueden ser componentes de la eudaimonía de una persona si para ella la búsqueda de la justicia social es valiosa para su propio bienestar o también las relaciones recíprocas con otros seres humanos donde el bienestar se obtiene de ofrecer y dar.

Motivos y motivación son subjetivos en el sentido de que pertenecen concretamente a una única persona pero también están relacionadas con el mundo histórico y sociocultural porque trascienden al individuo. Es en esta trascendencia que el mundo histórico y sociocultural da forma y organiza los motivos y motivación del individuo indirectamente y sin embargo, de manera decisiva (Radford, 2015).

Por otro lado, las necesidades son ocasiones específicas del potencial general para dirigir la conducta. De manera similar a la urgencia de las necesidades fisiológicas, las necesidades psicológicas pueden interferir en la búsqueda de objetivos de aprendizaje en los estudiantes. Las necesidades psicológicas que han sido enfatizadas con frecuencia en escenarios educativos son la autonomía, la competencia y la pertenencia social. La diferencia entre objetivos y necesidades radica en sus diferentes niveles de especificidad. Por ejemplo, en Educación Matemática, un estudiante puede asumir una necesidad de competencia como un objetivo para resolver tareas con soltura o alternativamente como un objetivo para comprender el tema que le enseñaron. Una necesidad social puede ser asumir como objetivo contribuir significativamente en el trabajo cooperativo y una necesidad de autonomía puede ser un objetivo para retar la autoridad del profesor (Hannula, 2006b).

Las creencias de los estudiantes influyen de manera importante en la asunción de necesidades como objetivos en la clase de matemáticas (creencias sobre sí mismos, sobre las matemáticas y su aprendizaje) y del contexto escolar, las normas sociales y

sociomatemáticas en el aula. Diferentes necesidades dominantes conducen a adoptar diferentes objetivos primordiales y a diferentes conductas en situaciones matemáticas. Los objetivos pueden organizarse jerárquicamente en una estructura y un objetivo puede ser inhibitorio, necesario o suficiente para alcanzar otro objetivo. Esta estructura jerárquica puede extenderse a los significados, planes y acciones (Hannula, 2006b).

Es decir, las relaciones entre necesidades y objetivos dependen de las creencias personales. Es posible percibir un objetivo aislado para satisfacer múltiples necesidades y una necesidad puede satisfacerse a través de múltiples objetivos. También es posible asumir algunos objetivos como contradictorios entre sí, es decir asumirlos como mutuamente excluyentes. Del mismo modo, se ha demostrado empíricamente la presencia de múltiples objetivos de manera simultánea en un estudiante.

6.3.3. Sistema de valores y normas

Los valores personales pueden estar muy estructurados constituyendo sistemas de valores que dirigen la toma de decisiones y actúan como motivadores, teniendo en cuenta que se relacionan directamente con el sentido del bien y del mal transmitido por la cultura de la que forma parte y constituyen otro sistema componente de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM.

El contexto social del aula debe construirse a través de la participación activa de los protagonistas (educadores y educandos) y evitar la transmisión teórica de valores (que por otro lado, es ineficaz), sino que deben vivirse a través de la formación de contextos democráticos basados en unas normas construidas y legitimadas por consenso y que faciliten la convivencia armónica y justa. En este contexto se pone en juego el carácter social del afecto (Evans, 2006; Hannula, 2006a, 2006b; Skott, 2015).

De este modo, las normas sociales que se constituyen varían de una comunidad a otra, de una cultura a otra e incluso pueden variar de una persona a otra de manera que frente a una misma situación las experiencias emocionales sean distintas debido a la interpretación individual con base en el sistema de normas que se posee. Los valores tienen carácter eminentemente sociocultural (Cortina, 2013; Hannula, 2006a, 2006b, 2011, 2012b; López Melero, 2015, 2018; Nussbaum, 2008).

La construcción conjunta de normas a través del diálogo también tiene como resultado la formación de creencias adecuadas sobre sí mismos, sobre las matemáticas y sobre su enseñanza y aprendizaje teniendo en cuenta que los valores de respeto y confianza, contruidos a través de normas sociales, permiten que el trabajo cooperativo lo sea realmente y las diferencias se valoren en lugar de buscar la homogenización (Cortina, 2013; Cobb et al. 1989; López Melero, 2003, 2004).

Por lo tanto, las normas sociales deben negociarse en un diálogo argumentado, partiendo de reconocer que estructuran la realidad social local dentro de la que se enseña y se aprende matemática y desde las cuales las acciones fruto de las emociones adquieren significado.

6.3.4. Sistema emocional

La Dimensión Socioafectiva del OMIUM establece diferencias entre sistema emocional, experiencia emocional y emociones desde su propuesta integradora de los estudios sobre la emoción.

El *sistema emocional* (Buck, 1993; Schlöglmann, 2002) es un sistema dinámico (Pepin y Roesken-Winter, 2015; Radford, 2015) compuesto, a su vez, por diversos sistemas (siguiendo una estructura anidada) cuya interacción continua tiene como producto una *experiencia emocional*. Dicha interacción se produce tanto a nivel consciente como inconsciente y de distintas maneras y varían de una persona a otra, e incluso en una misma persona a lo largo del tiempo o en función de la situación y del contexto (Cobb et al. 1989; Damasio, 2011, 2014; Ekman, 1993; Izard, 1985; Kagan, 1985; Nussbaum, 2008; Op' t Eynde et al. 2006). Las *emociones* son el proceso regulador fundamental y nuclear del sistema emocional y cuya emergencia se produce en la primera fase de la experiencia emocional.

El sistema emocional está compuesto, a su vez, por los siguientes sistemas:

1. *Sistema cognitivo*: responsable de los procesos de evaluación, núcleo de la experiencia emocional.
2. *Sistema nervioso autónomo*: responsable de los cambios fisiológicos asociados a cada emoción (la activación corporal, característica de la experiencia emocional).
3. *Sistema de monitorización*: sentimientos, responsables de la segunda fase de la experiencia emocional asociada a la auto-regulación.
4. *Sistema conativo*: dirige la tendencia a la acción.
5. *Sistema motor*: responsable de la expresión de la experiencia emocional a través de expresiones faciales, lenguaje corporal, tono de voz. Ejecuta la acción asociada a la experiencia.

6.3.4.1. Hacia una aproximación integradora de los enfoques sobre la emoción

Aunque frecuentemente se han utilizado los términos emoción y sentimiento e incluso afecto como sinónimos, la Dimensión Socioafectiva del OMIUM considera diferencias fundamentales entre ellos. En este apartado conceptualizamos las *emociones propiamente dichas* partiendo de reconocer que no es suficiente con etiquetar a los procesos que se observan o experimentan, sino también procurando comprender cómo surgen (Mandler, 1989a) y su vínculo con la comprensión del conocimiento matemático.

Las emociones han sido estudiadas desde tres perspectivas distintas que caracterizan la naturaleza compleja y multicomponente de las emociones: como proceso fisiológico, como proceso subjetivo y como expresión conductual. Desde nuestro planteamiento integrador consideramos a cada una de esas perspectivas como componentes distintos

del sistema emocional. Asumimos que dicha organización que puede ayudar a esclarecer las diferencias entre dichas perspectivas (Tabla 6.1).

Tabla 6.1. Perspectivas tradicionales sobre la emoción y perspectiva del OMIUM

OTRAS PERSPECTIVAS	DIMENSIÓN SOCIOAFECTIVA OMIUM
La emoción como proceso fisiológico (respuestas corporales en cerebro, sistema nervioso autónomo, órganos y músculos).	Emociones propiamente dichas, “ <i>Teatro del cuerpo</i> ” (Damasio, 2011, 2014).
La emoción como proceso psicológico, experiencias subjetivas, pensamiento y sentimientos.	Sentimientos, “ <i>Teatro de la mente</i> ” (Damasio, 2011, 2014).
La emoción como expresión conductual incluyendo la verbal, relacionada con el carácter social, faceta comunicativa de la emoción.	Representación externa de las emociones. Parte de los cambios corporales específicos de cada emoción. Pueden ser controlados o manipulados en la segunda fase de la experiencia emocional (Lazarus, 2000).

La Dimensión Socioafectiva del OMIUM considera a las emociones como el componente central y fundamental de la dimensión teniendo en cuenta las siguientes cuestiones:

1. Todos los demás componentes de la Dimensión Socioafectiva (sistema de creencias, sistema motivacional, sistema de normas y valores, actitudes, conducta e identidad) tienen vínculos bidireccionales con las emociones.
2. Todos los componentes de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM están relacionados entre sí, en algunos casos de manera directa y en otros a través de las emociones que actúan como mediadoras entre una y otra (Figura 6.4). Estas relaciones se conceptualizan en el subapartado 6.3.7. del presente capítulo.

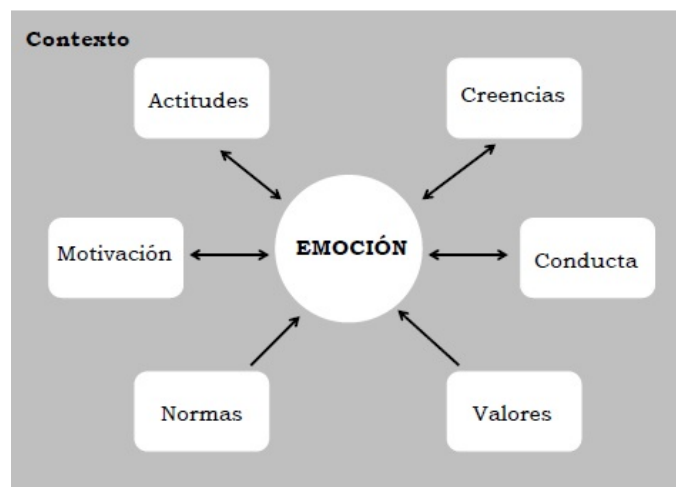


Figura 6.4. La emoción como componente central de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM

Según el principio de anidamiento planteado por Damasio (2014), los procesos de autorregulación más sencillos se incorporan a otros más complejos de manera que las emociones propiamente dichas están constituidas por todos los niveles previos de regulación (reflejos básicos, respuestas inmunes, equilibrio metabólico, comportamientos de dolor y placer, instintos y motivaciones). Tienen origen genético y son procesos automáticos y estereotipados, sin embargo los procesos de socialización y la educación pueden definir los patrones de ejecución de las respuestas asociadas a una emoción (Buck, 1999; Damasio, 2011, 2014; Ekman, 1999a; Izard, 1985; Kagan, 1985; Lang, 1985; Lazarus, 2000; Nussbaum, 2008).

Los mecanismos para el comportamiento más allá de los impulsos y los instintos usa, así lo creo, tanto el piso de arriba como la planta baja: la neocorteza participa junto con el núcleo cerebral más antiguo, y la racionalidad resulta de su actividad concertada (Damasio, 2011, pág. 186).

Las emociones no son opuestas al pensamiento ni son *cogniciones calientes*. Los sistemas cognitivo, nervioso autónomo y motor definen tanto la naturaleza cognitiva como pasional de una experiencia emocional. La cognición es una característica y componente imprescindible de las emociones de manera que la emoción depende de la razón y sin razón no podríamos encontrar sentido a las emociones (Damasio, 2011, 2014; Lazarus, 2000; Nussbaum, 2008; Op' t Eynde et al. 2006; Radford, 2015). El sistema nervioso autónomo predispone al cuerpo a asumir una acción determinada en función de la evaluación efectuada por el sistema cognitivo, el sistema conativo define y dirige los cursos de acción y el sistema motor es el encargado de ejecutar dicha acción así como de generar las expresiones externas.

Las emociones son procesos dinámicos de regulación, contextuales y situacionales, que se originan como resultado de la interacción de diversos procesos a través de feedback circulares y definen distintos dominios de acción (Brown y Reid, 2006; Buck, 1999; Cobb et al. 1989; Damasio, 2011, 2014; Eagleman, 2013; Else-Quest et al. 2008; Evans, 2006; Goleman, 2008; Izard, 1985; Kagan, 1985; Lang, 1985; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999; Mandler, 1989a; Maturana, 2001; Nussbaum, 2008; Op' t Eynde et al. 2006; Radford, 2005, 2013, 2015; Zajonc y Markus, 1985; Zan et al. 2006).

6.3.4.1.1. Clasificación de las emociones

Siguiendo a Damasio (2014) consideramos tres tipos fundamentales de emociones (únicamente con fines prácticos) ensambladas siguiendo el principio de anidamiento de lo simple dentro de lo complejo. Todos estos procesos de regulación tienen el mismo objetivo: la integridad y el bienestar del organismo y se activan por desencadenantes distintos, variando el objetivo específico de cada emoción.

Es decir, cuando el cerebro detecta la presencia de un EEC (estímulo emocionalmente competente, debe ser personalmente significativo) desencadena respuestas automáticas químicas y neuronales distintivas de cada emoción de manera que cada emoción posee repertorios específicos de acción que posibiliten la supervivencia y el bienestar del organismo. Sin embargo, el repertorio de EEC puede ampliarse y/o modificarse a través de la experiencia: “Nuestras emociones dependen principalmente del aprendizaje.

Tenemos que ser sensibles ante lo que ocurre e interpretar lo que ello significa para nuestro bienestar. Tenemos que aprender lo que es peligroso o inocuo en una sociedad compleja [...]” (Lazarus, 2000, p. 230).

Aunque los procesos simples formen parte de lo complejo, la complejidad varía desde los reflejos y apetitos hasta las emociones propiamente dichas y los sentimientos; de manera que las emociones primarias influyen en los apetitos y viceversa.

1. Emociones de fondo. El ser humano siente algo en todo momento, incluso en aquellos momentos de aparente calma (Damasio, 2011, 2014; Hart, 1989; Lang, 1985; Maturana, 2001; Maturana y Verden-Zöler, 2011; Nussbaum, 2008, 2010; Radford, 2015; Stocker, 1996). Las emociones de fondo no son visibles por un observador externo y son el resultado de combinaciones de reacciones reguladoras más sencillas (procesos homeostáticos básicos, conductas de dolor y placer, apetitos) siguiendo el principio de anidamiento. Incluyen ajustes metabólicos a necesidades internas y también se vinculan con situaciones externas que requieran el uso de otras emociones, apetitos o cálculos intelectuales. El resultado es el *estado de ánimo*, que puede ser bueno, malo o intermedio (Damasio, 2014).

2. Emociones primarias o básicas. Se trata de mecanismos preorganizados innatos, de origen genético e inconsciente y son universales. Las más reconocibles y visibles son: miedo, ira, asco, sorpresa, tristeza, felicidad. Se identifican fácilmente en los seres humanos de distintas culturas y también en especies no humanas. Desencadenan respuestas automáticas a determinadas características de estímulos internos o externos, entre ellas movimientos y cambios involuntarios externos fácilmente reconocibles por un observador. La emoción emergente depende de las características del EEC. Por ejemplo, si un sonido se identifica con la felicidad, puede generarla por evocación. Del mismo modo, una forma o tamaño determinados pueden generar miedo (Buck, 1999; Damasio, 2011, 2014; Descartes, 2005; Ekman, 1999a; Izard, 1985; Kagan, 1985; Lazarus, 1982, 2000; LeDoux, 1999; Nussbaum, 2008; Spinoza, 1980).

3. Emociones sociales. Están directamente relacionadas con la interacción social. El principio de anidamiento permite explicar el hecho de que expresiones faciales correspondientes a emociones primarias también se presenten en este tipo de emociones. Del mismo modo, se incluyen componentes de otros procesos reguladores en la generación de éstas. En este grupo se encuentran la simpatía, la turbación, la vergüenza, la culpabilidad, el orgullo, los celos, la envidia, la gratitud, la admiración, la indignación y el desdén, entre otros. También tienen un origen inconsciente y genético; sin embargo, algunas reacciones inconscientes pueden moldearse durante el desarrollo individual a través del aprendizaje y la socialización de manera que configuren afinidad y rechazo sobre ciertos grupos, personas, objetos, actividades o lugares (Damasio, 2014).

6.3.4.1.2. Funciones de las emociones

Las emociones como procesos autorreguladores tienen carácter funcional (Evans, 2000; DeBellis y Goldin, 2006; Hannula, 2012b) y están directamente relacionadas con la

toma de decisiones que desemboca en acciones específicas. Consideramos las siguientes funciones:

1. **Funciones asociadas con la supervivencia.** Las emociones son procesos ligados a las acciones y movimientos de acercamiento o rechazo a *algo* que ha sido previamente evaluado como beneficioso o dañino para la supervivencia del organismo. Estas funciones son producto de la evolución y han permitido que los procesos emocionales se vuelvan más complejos, de manera que puedan dar respuesta a las nuevas necesidades relacionadas con la supervivencia del ser humano actual, cada vez más complejas (relacionadas con la vida social, cuestiones laborales, gestión de la incertidumbre, entre otros) (Buck, 1999; Damasio, 2011, 2014; DeBellis y Goldin, 2006; Descartes, 2005; Eagleman, 2013; Evans, 2000; Hannula, 2002; 2012b; Goleman, 1998; Lazarus, 1982, 2000; LeDoux, 1999; Maturana, 2001; Nussbaum, 2008; Spinoza, 1980).

Los cambios emocionales a lo largo de la vida de una persona también se consideran cambios vinculados a la evolución y reciben la influencia directa de la interacción social, la educación y la enculturación (Damasio, 2011; Izard, 1985; Kagan, 1985; Nussbaum, 2008).

Dentro de esta categoría, es posible definir dos subcategorías distintas (Hannula, 2012b):

- a) *Adaptación fisiológica.* Una emoción genera respuestas corporales en función del EEC, entre ellos la aceleración del ritmo cardiaco, de la circulación sanguínea y la secreción de hormonas, entre otros.
- b) *Adaptación psicológica.* Se producen cambios en la atención, la memoria o el procesamiento cognitivo.

2. **Funciones asociadas a la comunicación y la interacción social.** Esta función está muy vinculada con las manifestaciones externas de una emoción. Entre ellas las expresiones faciales, el lenguaje corporal y el tono de voz asociados a las distintas emociones (Buck, 1999; Damasio, 2011, 2014; DeBellis y Goldin, 2006; Ekman, 1999a; Else-Quest et al. 2008; Evans, 2006; Goldin, 2002; Goleman, 1998; Hannula, 2012b; Izard, 1985; Lang, 1985; LeDoux, 1999; Lazarus, 2000; Maturana, 2001; Nussbaum, 2008, 2010; Op ‘t Eynde et al. 2006; Salovey y Mayer, 1990; Zajonc y Markus, 1985).

Las emociones sociales y su gestión definirán la calidad de las interacciones sociales de una persona teniendo en cuenta la naturaleza eminentemente emocional del ser humano. Consideramos fundamental que la Educación Matemática reconozca la importancia del conocimiento de estas emociones, sus características y posibilidades de modificación o consolidación (en función de la emoción) para incorporar de manera explícita y planificada la educación emocional en el aula de matemáticas.

6.3.4.2. *Sentimientos*

Un sentimiento es la representación mental de la emoción a través de dos procesos: (a) tomar consciencia de los cambios corporales que se experimentan y (b) establecer conexiones entre dichos cambios y la situación, objeto o persona que los generó (Damasio, 2011, 2014; Evans et al. 2006; Goleman, 1998; Izard, 1985; LeDoux, 1999).

El principio de anidamiento planteado por Damasio (2014) también se aplica a los sentimientos y los ubica en la cúspide de la complejidad de los procesos reguladores. Un sentimiento emerge de la yuxtaposición de la imagen del cuerpo y las modificaciones que ha sufrido y de la imagen que provocó la emoción. Ambas imágenes no se mezclan, se combinan (Damasio, 2011).

Los sentimientos siempre se originan a partir de emociones pero no pueden generarlas, constituyen la parte privada e íntima de la experiencia emocional, no es visible para los demás. Se producen en el *teatro de la mente* y son susceptibles a la influencia de la cultura y exclusivos del ser humano porque requieren de la existencia de una mente consciente (Damasio, 2014; Eagleman, 2013; LeDoux, 1999).

Los sentimientos para ser tales necesitan la percepción del estado del cuerpo, es decir requieren de la presencia de pensamientos relacionados con un estado específico, de otro modo los sentimientos sólo serían pensamientos sobre ciertos temas. Los pensamientos relativos al estado general del organismo son resultado del proceso de *cartografiado* continuo en diversas estructuras cerebrales. Los contenidos de dichas percepciones son claros (músculos tensos o relajados, latidos del corazón, respiración lenta o agitada). Sin embargo, no necesariamente percibimos de manera clara o directa estos cambios corporales, algunos son inaccesibles para nuestra consciencia pero sí podemos percibir las consecuencias y no son visibles para los demás (Damasio, 2011, 2014).

Los sentimientos son percepciones de objetos internos. Es decir, son percepciones sobre partes y estados del organismo e incluyen implicación dinámica del cuerpo y una variación dinámica subsiguiente a la percepción. Todos los sentimientos son sensaciones (los sentimientos son más intelectuales o espirituales a diferencia de las sensaciones que son más corporales o materiales, generalmente percibidas con los sentidos) de algunas de las reacciones básicas reguladoras, de apetitos o de emociones propiamente dichas (Damasio, 2014).

Es decir, para experimentar un sentimiento no es suficiente con recibir las señales de los cambios corporales. Un sentimiento requiere: (a) la percepción subjetiva de un objeto, (b) la percepción del estado corporal y sus cambios y (c) la percepción del pensamiento (Damasio, 2011).

Los sentimientos permiten decidir el tipo de representación externa de la emoción que se está experimentando y estructurar el autoinforme verbal que se compartirá con el observador externo. Los sentimientos están directamente relacionados con el autocontrol o autorregulación (segunda fase de la experiencia emocional), no se trata de un proceso pasivo sino que está muy relacionado con la acción.

En el aula, la actividad matemática (como término general engloba al tipo de tarea, al conocimiento matemático que se pone en juego, la práctica docente, el contexto de aula y las relaciones que se establecen entre los protagonistas) asume el papel de EEC y por lo tanto genera emociones distintas en los participantes (profesorado y alumnado) mientras se lleva a cabo y estas emociones, a su vez, generan sentimientos referidos a la actividad matemática incluido el contexto social del aula. Este tipo específico de sentimientos se denomina meta-afecto.

El meta-afecto es un constructo específico de Educación Matemática análogo al de metacognición y se conceptualiza como el afecto sobre el afecto (DeBellis y Goldin, 1997, 2006; Ekman, 1977, 1993; Goldin et al. 2009; Lester et al. 1989) e incluye: (a) sentimientos sobre estados emocionales y sentimientos sobre estados cognitivos y (b) la monitorización y regulación de la emoción potenciando las acciones asociadas a emociones positivas y minimizando o modificando los efectos de emociones negativas (utilizar la frustración como motivación, por ejemplo).

Considerar la existencia del meta-afecto y su importancia implica modificar los objetivos de la enseñanza dirigiéndolos a desarrollar la capacidad de transformar las emociones negativas (asociadas con dificultades) en pensamientos productivos para el aprendizaje. Es decir, desarrollar las capacidades meta-afectivas y orientar los sentimientos en lugar de pretender eliminar la frustración, el miedo y la ansiedad reduciendo la dificultad de las tareas. “Powerful affective representation that fosters mathematical success inheres not so much in the surface-level affect, as it does in the meta-affect.” [La poderosa representación afectiva que fomenta el éxito matemático no es inherente tanto al afecto superficial como al meta-afecto] (Goldin, 2002, p. 63).

6.3.4.3. Memoria y emociones

Consideramos dos tipos distintos de memoria vinculados a las emociones y la experiencia emocional: la memoria emocional o memoria implícita y la memoria explícita.

- 1. Memoria emocional o memoria implícita.** La memoria emocional es un tipo específico de memoria vinculado con las emociones (LeDoux, 1999). Opera inconscientemente y de manera permanente, su función evolutiva es ayudar al individuo a sobrevivir debido a que tiene conexiones importantes con los sistemas corporales que conducen a reacciones automáticas. Este tipo de memoria influye e incluso determina la evaluación cognitiva generando, además de la emoción, la activación del SNA y la necesidad de acción. Es distinta de la evocación consciente o memoria explícita vinculada con el recuerdo de una emoción.
- 2. Memoria explícita.** Contiene todo el conocimiento consciente de experiencias o reacciones emocionales relacionadas con objetos, personas e ideas en momentos y lugares específicos. La memoria dota de carácter autobiográfico a un recuerdo ubicándolo en nuestra historia particular, por ello es imprescindible para transformar un estímulo cualquiera en un EEC al inundarlo de significado personal.

Este tipo de memoria es parte de la memoria cognitiva y no hay distinción entre un recuerdo de una emoción y el recuerdo de un contenido cognitivo y tiene las siguientes consecuencias: (LeDoux, 1999; McDonald, 1989; Sclöglmann, 2002, 2010):

- a) Tenemos conocimiento sobre nuestros sentimientos, su origen y sus efectos. Este conocimiento está almacenado en los sistemas de memoria como conocimiento cognitivo.
- b) La memoria de las emociones está abierto a la manipulación *racional*. Es decir, que somos capaces de pensar sobre nuestros recuerdos emocionales y todas las afirmaciones verbales sobre hechos emocionales están controlados por la cognición y la consciencia.
- c) El conocimiento de nuestro afecto con respecto a los objetos y situaciones nos permite manejarlo, al menos en situaciones controladas.
- d) Los seres humanos somos capaces de construir o modificar nuestros recuerdos a través de mecanismos de supresión de la memoria que permite minimizar los efectos negativos de recuerdos dolorosos.

El componente afectivo está almacenado tanto en la memoria implícita que trabaja inconscientemente pero influye en nuestras acciones y pensamientos como en la memoria explícita que almacena todo el conocimiento del afecto con respecto a personas, objetos y situaciones. Los esquemas afectivo-cognitivos siempre contienen los componentes tanto inconscientes como conscientes (Damasio, 2011; Lang, 1985; LeDoux, 1999; Schlöglmann, 2010).

6.3.4.4. Razón y emoción: carácter cognitivo de las emociones

Asumimos que las emociones tienen naturaleza cognitiva, no sólo por el proceso de evaluación que llevan a cabo sobre un objeto sino también porque están directamente relacionadas con la toma de decisiones, propósito del razonamiento. Emoción y cognición son dos procesos interconectados, ambos son parte del sistema autorregulador producto de la evolución biológica y tienen el objetivo de ayudar a la supervivencia del organismo (Buck, 1993, 1999; Damasio, 2011, 2014; Eagleman, 2013, Hannula, 2006a; LeDoux, 1999; McDonald, 1989; Nussbaum, 2008; Radford, 2013, 2014, 2015; Sacks, 2009; Schlöglmann, 2010; Spinoza, 1980).

Tomar una decisión requiere de dos herramientas mentales distintas:

1. Conocimiento de la situación sobre la que se debe decidir, sobre las distintas respuestas posibles y sobre las consecuencias de dichas respuestas (realidades sobre objetos, personas y situaciones del mundo externo, hechos y mecanismos referidos a la regulación del organismo como un todo) y depende de numerosos sistemas localizados en diferentes regiones del cerebro separadas espacialmente.
2. Estrategias de razonamiento para operar sobre dicho conocimiento. Estas estrategias giran alrededor de objetivos, opciones de acción, predicciones de resultados futuros y planes para la puesta en práctica de objetivos a escalas de tiempo variadas. El

conocimiento para ser recuperado necesita de la atención y de la memoria funcional de orden superior que permite definir una estrategia lógica que, a su vez, posibilite hacer inferencias válidas y sobre cuya base se seleccionará la respuesta considerada más apropiada. Emociones y sentimientos son fundamentales para la generación de un repertorio de diversas opciones para la selección posterior.

El *marcador somático* (Damasio, 2011) es un caso especial de sentimiento que funciona como una alarma al enfrentarse a una situación que requiere tomar una decisión. El marcador somático transmite una sensación negativa o placentera a nivel visceral como resultado de imaginar las posibles consecuencias de las decisiones que pueden asumirse frente a la situación particular que se afronta. Si una alternativa es valorada como positiva, se considera la necesidad de evaluar dicha opción con más detenimiento.

[...] con frecuencia nuestro cerebro puede decidir bien, en cuestión de segundos o minutos, en función del marco temporal que establezcamos como apropiado para el fin que queremos conseguir y, si puede hacerlo, debe hacer esta tarea maravillosa con algo más que razón pura (Damasio, 2011, p. 242).

De acuerdo con estas afirmaciones, el proceso que conocemos como intuición tendría bases biológicas. Este proceso empezaría igual que con cualquier proceso que se lleva a cabo a nivel de la consciencia (a través de la creación de imágenes) pero en este caso no haría falta cambios a nivel corporal, éstos quedarían bloqueados a nivel del núcleo cerebral inhibiéndose la respuesta que conduce a una acción determinada. Las opciones negativas quedarían simplemente descartadas lo que permitiría que únicamente las opciones más favorables sean consideradas a nivel de la consciencia. Esta forma de proceder está considerada también en ámbitos distintos del personal y social, tal como plantean ciertos matemáticos, físicos y biólogos que reconocen y ponen en valor la mezcla de *intuición* y *razón* en cualquier proceso de creación descartando la intervención exclusiva del razonamiento lógico (Damasio, 2011).

Sin embargo, un marcador somático no siempre será suficiente para tomar decisiones pero sí ayuda a disminuir considerablemente las opciones que luego deberán ser analizadas utilizando el razonamiento consciente de evaluación coste/beneficio. De este modo se hace patente la asociación entre procesos cognitivos y emocionales (Damasio, 2011).

Por otro lado, el cerebro sólo es capaz de procesar un número limitado de imágenes a la vez, por lo tanto necesariamente debe realizar un proceso de selección y este solo es posible si existe una jerarquía. Los marcadores somáticos son los encargados de realizar dicha categorización, los propios marcadores somáticos son los que incluso funcionan como predilecciones o sesgos. Estas predilecciones sobre ciertas opciones de entre todas las posibles hacen que la atención se centre especialmente en ellas. Sucede también que los marcadores somáticos no sólo atraen la atención sobre una opción concreta sino que también refuerzan o intensifican esa atención. El papel de la memoria funcional es importante porque es la que permite que la opción u opciones reconocidas por los marcadores somáticos permanezcan más tiempo en la consciencia de la persona. La lógica y el proceso de razonamiento se realizan a continuación y permite, por ejemplo,

evaluar las opciones elegidas y efectuar un diagnóstico sobre sus consecuencias de manera efectiva debido a que su número ha disminuido notablemente (Damasio, 2011).

6.3.4.5. Experiencia emocional

Las emociones se han caracterizado desde dos perspectivas distintas: como estado (fenomenología, emociones internas) y como acción (resultado de los juicios o evaluaciones con determinados valores o estándares). Desde nuestra propuesta, asumimos ambas perspectivas como dos fases distintas de un mismo proceso, al que denominamos *experiencia emocional*.

Una experiencia emocional es el resultado de la interacción de los sistemas componentes del sistema emocional (sistema cognitivo, sistema nervioso autónomo, sistema de monitorización, sistema conativo y sistema motor). Siguiendo a Lazarus (2000) asumimos que la experiencia emocional se lleva a cabo en dos fases distintas: generación de la emoción y representación/control de la emoción.

También tenemos en cuenta el acuerdo general existente sobre los procesos involucrados en las emociones: fisiológicos, psicológicos y expresivos (Hannula, 2006a, 2011, 2012b) y los ubicamos en cada una de las fases de la experiencia emocional, de manera que los procesos fisiológicos se llevan a cabo en la primera fase y los psicológicos y expresivos en la segunda. Consideramos que de esta manera conseguimos integrar las tres perspectivas, aparentemente inconexas, en un único proceso más amplio.

El conocimiento de las causas que originan las emociones tiene repercusiones, no sólo a nivel teórico sino también metodológico. Teóricamente nos permite comprender las relaciones entre los componentes de la Dimensión Socioafectiva y metodológicamente permite efectuar una aproximación a la comprensión de las acciones de los estudiantes, atribuyendo una cualidad emocional particular a las mismas a través de un proceso de interpretación de las acciones observables (Cobb et al. 1989).

6.3.4.5.1. Fase 1: Generación de una emoción

Durante la primera fase de la experiencia emocional, emerge la emoción propiamente dicha. Teniendo en cuenta la perspectiva holística del ser humano y reconociendo que mente y cerebro tienen el mismo origen orgánico, asumimos la naturaleza biológica de las emociones en cuya emergencia intervienen procesos cognitivos de evaluación sobre sí mismo, otra persona, una situación o un objeto, cambios fisiológicos (neuroquímicos, hormonales, musculares), feedback circulares, toma de consciencia (sentimiento) y acción a partir de la toma de decisiones.

1. Proceso de evaluación cognitiva

Las emociones siempre son por *algo* (sí mismo, un objeto, persona o situación) que tiene algún significado personal. La evaluación cognitiva es un proceso permanente e inconsciente cuya función es definir si dicho objeto posee o carece de dicho significado personal. Es decir, la evaluación cognitiva busca establecer si un objeto concreto es un Estímulo Emocionalmente Competente (EEC) y otorgarle el valor que se encuentra

almacenado en la memoria y ubicado en una categoría determinada (bueno o malo, produce sufrimiento o placer, entre otros). Estos estímulos pueden ser: (a) naturales: desencadenantes de una emoción que se poseen incluso antes del primer encuentro con dicho estímulo o (b) adquiridos: situaciones o lugares relacionados con el estímulo natural, información almacenada en la memoria emocional relativa a vivencias o situaciones particularmente significativas en solitario o con sucesos relacionados con la interacción social.

Estos juicios de valor se efectúan en función de:

- a) Patrones estereotipados de origen genético, se relacionan fundamentalmente con las emociones primarias y con estímulos naturales. Por ejemplo, el miedo innato a ciertos animales o ruidos intensos y repentinos, el asco por materia potencialmente dañina o venenosa, entre otros.
- b) Patrones sociales y culturales aprendidos, relacionados con los estímulos adquiridos. Los juicios de valor se efectúan en función del sistema de creencias, el sistema motivacional y el sistema de valores y normas que posee la persona. Por lo tanto las emociones varían en función de la edad, la historia personal y el contexto cultural y social.

En el proceso de evaluación cognitiva puede intervenir uno o más patrones simultáneamente y está influido por el contexto, teniendo en cuenta que una emoción se genera en una realidad social y cultural específica. Las emociones son inestables, dinámicas y temporales debido a que las situaciones y también la persona están en desarrollo y cambio continuo (Cobb et al. 1989; Damasio, 2011, 2014; DeBellis y Goldin, 1997; Eagleman, 2013; Ekman, 1999a; Else-Quest et al. 2008; Lang, 1985; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999; Mandler, 1989a; Nussbaum, 2008; Op 't Eynde et al. 2006; Radford, 2005, 2013, 2015; Vygotsky, 2004; Zan et al. 2006).

2. Cambios fisiológicos

Como resultado de la evaluación, el cuerpo sufre modificaciones químicas y neuronales que empiezan en el cerebro a niveles inconscientes y desencadenan respuestas viscerales y musculares produciéndose así la agitación característica de las emociones que son perceptibles por quien las experimenta (entre ellos aumento de los latidos del corazón, cambios en la respiración y la sudoración). También se producen cambios imperceptibles como la segregación de adrenalina y otras hormonas en función de la emoción, preparando al cuerpo para una reacción coherente con la situación evaluada. Cada emoción también se representa externamente a través de expresiones faciales, lenguaje corporal, tono de voz y expresiones verbales reconocibles por observadores externos cumpliendo así con la función de comunicación e interacción social (Buck, 1999; Damasio, 2011, 2014; Eagleman, 2013; Ekman, 1999a; Else-Quest et al. 2008; Evans, 2006; Gómez-Chacón, 2011; Hannula, 2006a, 2006b, 2011, 2012a, 2015; Hart, 1989; Izard, 1985; James, 1884; Kagan, 1985; Lang, 1985; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999; Mandler, 1989a; McLeod, 1989; Nussbaum, 2008; Op 't Eynde et al. 2006; Radford, 2005, 2013, 2015; Zajonc y Markus, 1985; Zan et al. 2006).

3. *Feedback circulares*

Después de producirse los cambios fisiológicos producto de la activación del SNA, envían información al cerebro sobre esos mismos cambios. Cada emoción tiene una respuesta del SNA distinta que es identificada por las regiones cerebrales encargadas del *cartografiado del cuerpo*, proceso que permite la generación de pensamientos relativos al estado general del organismo. También se le puede relacionar con el resultado de la percepción propioceptiva (Damasio, 2011, 2014; Eagleman, 2013; James, 1884; LeDoux, 1999).

4. *Generación de sentimientos: toma de consciencia de la experiencia emocional*

El feedback de los cambios corporales provoca la toma de consciencia sobre dichos cambios y sobre la situación u objeto que los generó y se produce el sentimiento que, a su vez, es evaluado por los mismos mecanismos cognitivos cuya primera valoración generó la emoción.

La emoción que genera el sentimiento permite por sí sola responder de forma efectiva aunque no creativa a una serie de circunstancias mientras que los sentimientos introducen una alerta mental para los acontecimientos buenos o malos y prolonga el impacto de las emociones al afectar de manera permanente la atención y la memoria. Como resultado de la combinación con recuerdos, imaginación y razonamiento los sentimientos conducen a la aparición de la capacidad de previsión y la posibilidad de crear respuestas nuevas no estereotipadas (Damasio, 2011, 2014; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999). Los sentimientos al ser evaluados cognitivamente, generan emociones distintas o meta-emociones en un proceso circular y dinámico y sirven de conexión con la segunda fase de la experiencia emocional (acción).

De manera más amplia, los sentimientos están vinculados con el constructo de meta-afecto (DeBellis y Goldin, 1997, 2006) y puede ascender muchos niveles, cada uno de los cuales es usualmente poderoso y estable.

El reconocimiento de las estrechas relaciones entre los procesos cognitivos, metacognitivos, motivacionales y afectivos permite asumir una visión de las emociones que enfatiza dos características principales: una emoción es un proceso en el que la activación juega un rol central y las emociones son sociales por naturaleza y están situadas en un contexto sociohistórico específico.

5. *Otras vías para la generación de una emoción*

En ocasiones, es suficiente con evocar las imágenes mentales de una situación, objeto o persona almacenadas en la memoria emocional para que se produzca la evaluación cognitiva. Es decir, no es necesario enfrentarse a un EEC real en un momento concreto para generar la misma emoción experimentada en el pasado si se activa dicho recuerdo motivado por la presencia de un estímulo relacionado con el contexto o la experiencia emocional previa. Del mismo modo, el estímulo puede surgir de la imaginación y provocar la emergencia de una emoción. En todo caso, el proceso es el mismo: evaluación cognitiva, despertar fisiológico, feedback kinestésico y sentimientos (Cobb et al. 1989; Damasio, 2011, 2014; Ekman, 1999a; Evans et al. 2006; Lang, 1985;

Lazarus, 2000; LeDoux, 1999; Marshall, 1989; McDonald, 1989; Nussbaum, 2008; Schlöglmann, 2010; Spinoza, 1980).

Existen dispositivos neurales que permiten al cerebro construir una imagen, algo más débil, del estado corporal sin que este haya sufrido cambios o alteraciones reales. Este proceso se da a partir de la experiencia, es decir cuando un determinado estado corporal es asociado a una reacción emocional. Se trataría de una especie de atajo que el cerebro asumiría en aras de economizar recursos y energía a los que Damasio (2011) denomina sentimientos *como si*.

En el aula de matemáticas, los estudiantes se enfrentan continuamente a diversos estímulos que pueden ser valorados como EEC, entre ellos un conocimiento específico, un tipo de tarea, la relación con el profesor, la práctica docente, el contexto social del aula o las normas sociales y matemáticas. Las emociones que se generen durante la actividad matemática se almacenan en la memoria emocional, en función de su intensidad, y puede explicar la ansiedad de un estudiante por la resolución de problemas, la ejecución de un examen o el aprendizaje de las matemáticas en general (LeDoux, 1999).

En este sentido, consideramos que el profesorado debe asumir consciencia de la importancia de su rol en la generación de experiencias emocionales (positivas o negativas) en los educandos, así como también en la posibilidad de modificarlas a través de acciones concretas en el aula de matemáticas. Es decir, tenemos la capacidad de modificar el ambiente y nuestras relaciones tomando decisiones sobre nuestra práctica docente y eligiendo las opciones que más se ajusten a nuestras expectativas y las de nuestros estudiantes (Hannula, 2015; Thompson y Thompson, 1989).

6.3.4.5.2. Fase 2: Acción, representación y control

1. Acción

Las emociones implican significados para la decisión y la acción en función de la emoción. Es decir, el despertar del SNA, producto del proceso de evaluación cognitiva, desencadena acciones específicas asociadas a una emoción concreta en un contexto específico como resultado de un proceso de toma de decisiones que puede ser consciente o inconsciente (Brown y Reid, 2006; Buck, 1999; Cobb et al. 1989; Damasio, 2011, 2014; Descartes, 2005; Eagleman, 2013; Ekman, 1977; 1992; 1999a; 1999b; Evans, 2006; Goleman, 1998; Gómez-Chacón, 2011; Hannula, 2006b; Izard, 1985; James, 1884; Kagan, 1985; Lang, 1985; LeDoux, 1999; Lazarus, 2000; Mandler, 1989a; Maturana, 2001; Nussbaum, 2008; Op 't Eynde et al. 2006; Radford, 2005, 2013, 2015; Roth, 2006; Zajonc y Markus, 1985; Zan et al. 2006).

a) Procesos conscientes

Son procesos complejos que permiten tomar decisiones vinculadas con la autoregulación y el autocontrol de las acciones asociadas a las emociones. Están basados en los sentimientos y permiten, entre otros, gestionar la representación externa de una emoción en función de las normas sociales y culturales (sistema de valores y normas) o para enmascarar la emoción que se experimenta para la

consecución de objetivos personales (sistema motivacional). Implica una gestión amplia de la propia conducta que permite regular otros procesos (control de la atención, de la metacognición, de la motivación y de la voluntad). Pretende minimizar los efectos no deseados de las acciones automáticas asociadas a las emociones, es decir existe la posibilidad de tomar una decisión sobre las respuestas que se proporcionarán a la generación de la emoción, con respecto a los demás y a la propia situación desencadenante, o EEC (Buck, 1999; Gardner, 2011; Goleman, 1998; Hannula, 2006a, 2006b; Lang, 1985; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999; Nussbaum, 2008; Op 't Eynde et al. 2006; Zan et al. 2006).

Durante la segunda fase de la experiencia emocional, estos procesos y el meta-afecto tienen una influencia directa sobre las acciones que lleva a cabo un estudiante en el aula de matemáticas. Si el estudiante sabe que hacer exploraciones matemáticas en un entorno en el que el error no tiene consecuencias, se sentirá seguro y podrá transformar sus emociones negativas en positivas. Las creencias, valores y ética también tienen un rol en el meta-afecto, teniendo en cuenta que influyen en cómo una emoción funciona ecológicamente en la personalidad del individuo (DeBellis y Goldin, 2006; Goldin, 2002; Goldin et al. 2009).

b) Procesos inconscientes

Son procesos que desencadenan respuestas automáticas, en algunos casos como impulsos para la acción (por ejemplo, alejarse de un estímulo valorado como peligroso) que pueden ser controlados por los procesos de autorregulación descritos anteriormente. En este grupo también ubicamos a los marcadores somáticos (Damasio, 2011; Hannula, 2006b; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999).

Por otro lado, las decisiones se asumen como parte de la acción desencadenada por la evaluación cognitiva que, a su vez, determinarán las respuestas a la situación. Este proceso es inconsciente y en ocasiones la generación por evocación el rol de la memoria emocional (LeDoux, 1999) juega un papel fundamental para la función de los marcadores somáticos (Damasio 2011, 2014).

2. Representación externa de las emociones

Las emociones se representan a través de expresiones faciales y lenguaje corporal y están estrechamente relacionadas con la función social de las emociones y pretenden comunicar a los demás la vivencia de un determinado estado emocional. Del mismo modo, el lenguaje y el tono de voz se modifican después de impregnarse de la emoción que se experimenta. Todas estas representaciones son visibles y reconocibles por un observador externo, que a su vez efectúa interpretaciones de dichas señales basadas en un conocimiento experiencial implícito que permite distinguir una emoción de otra a partir de las inferencias sobre las representaciones externas observadas. La comunicación emocional se basa en despliegues innatos y sincronizaciones previas desplegadas tanto por el emisor como por el receptor. Las representaciones y las sincronizaciones previas están codificadas genéticamente en el emisor y el receptor, respectivamente (Buck, 1999; Damasio, 2011; 2014; Ekman, 1977, 1993, 1999a, 1999b;

Ekman y Oster, 1979; Evans et al. 2006; Hannula, 2006a; 2012b; Izard, 1985; James, 1884; Lang, 1985; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999; Zajonc, 1980; Zajonc y Markus, 1985).

Las representaciones externas asociadas a las emociones son, por lo tanto, universales y tienen origen inconsciente. Sin embargo, es posible aprender a controlarlas en función de las normas sociales sobre la expresión de una determinada emoción o pueden modificarse para ocultar a un espectador el verdadero estado emocional (Damasio, 2011, 2014; Ekman, 1999b; Lazarus, 2000; Nussbaum, 2008).

Sin embargo, aunque es posible disfrazar las expresiones faciales y confundir al observador, también es posible distinguir una expresión falsa de una verdadera teniendo en cuenta que en una expresión verdadera (tiene carácter inconsciente) participan músculos que no pueden moverse a voluntad. Por otro lado, el mismo carácter inconsciente permite que una expresión auténtica se genere de manera inmediata y automática y para modificarse precisa de la intervención de la consciencia, lo que finalmente generaría dos expresiones distintas una a continuación de la otra (Damasio, 2011, 2014; Ekman y Oster, 1979; LeDoux, 1999).

De acuerdo con Ekman (1977, 1993, 1999a, 1999b) y Ekman y Oster (1979), tenemos en cuenta las siguientes consideraciones:

- Los movimientos de cabeza (abajo, hacia atrás, hacia adelante o hacia los lados) se han incluido dentro de las expresiones de tristeza, miedo, interés o asco. Dicha expresión no comunica por sí sola dichas emociones sino que añade a la información un acuerdo creciente entre el que observa la conducta para dichas expresiones faciales particulares.
- El puño cerrado brinda información compatible con una expresión facial de ira. La mano cubriendo parte de una expresión de tristeza puede significar el cambio de tristeza a vergüenza, mientras la mano cubriendo parte de una expresión de alegría puede cambiar el significado de la señal en timidez.
- La voz suele llamar la atención de los demás solo como un tipo de fuente de mensaje de la emoción. Es posible que existan expresiones vocales para emociones que no tienen expresiones faciales.
- Las expresiones faciales momentáneas, son aquellas que brindan información sobre una emoción en un momento concreto debido a una configuración momentánea producida por la contracción de un conjunto particular de músculos faciales.
- También existen las expresiones que se prolongan en el tiempo. Por ejemplo, para la vergüenza puede considerarse la siguiente secuencia que podría durar aproximadamente cinco segundos: bajar la mirada, sonreír, voltear la cabeza o tocarse el rostro, presión en los labios.
- Para el caso de las emociones positivas (regocijo, placer sensorial, orgullo, entre otros) comparten una expresión única: un tipo específico de sonrisa.

- Otro grupo de emociones, las que pueden denominarse negativas (decepción, tristeza por una pérdida, remordimiento, vergüenza y culpa), también comparten una expresión: levantar las esquinas internas de las cejas, las mejillas se elevan ligeramente y las esquinas de los labios se curvan hacia abajo.

La observación de las representaciones externas de las emociones debe complementarse con autoinformes de quien experimenta el fenómeno emocional de manera que, a nivel metodológico, puedan obtenerse más datos y minimizarse posibles incoherencias. Es decir, la interpretación de un estado emocional debe tener en cuenta tres sistemas de representación distintos: expresiones faciales, lenguaje corporal e informes verbales de la experiencia.

3. Control

Una característica de los seres humanos es el querer ser correctos y mantener el control por sí mismos y evitar equivocarse o ser controlados. También es una fuente de interacción emocional entre el niño y sus cuidadores en el desarrollo de los procesos cognitivos y emocionales.

Las interacciones que se producen durante los primeros aprendizajes entre el niño y sus cuidadores facilitan oportunidades para aprender cómo actuar en el medio de aprendizaje, cómo sentirse con respecto a uno mismo, cómo enfrentar la frustración o el éxito en función de los valores y normas propios de una sociedad y una cultura. De este modo, el carácter cualitativo de las emociones se encuentra en la contextualización de las mismas en la realidad social en que se generan y frente a las que debe actuar y se concreta a través del sistema de valores y normas (Cobb et al. 1989; Damasio, 2011; Evans, 2006; McDonald, 1989; Nussbaum, 2008; Radford, 2005, 2013, 2015).

Durante la segunda fase de la experiencia emocional, como parte de la acción desencadenada por la emergencia de una emoción, además de los procesos de representación se produce el control y autorregulación de la emoción a partir de los sentimientos y el meta-afecto. En este sentido, asumimos que la autorregulación, como sistema de control, es el resultado de la interconexión de los procesos cognitivos y el sistema emocional, influye en la motivación y define el curso de acción (Hannula, 2006a, 2006b; Op't Eynde et al. 2006; Zan et al. 2006).

Los procesos cognitivos, en forma de sentimiento, se basan en la información sobre uno mismo y sobre la situación. El sistema motivacional dirige la conducta hacia las necesidades, objetivos, deseos e intereses y el sistema de valores y normas define la pertinencia de los dominios de acción (si estos tienen cabida o no dentro del contexto social de la que obtienen significado) que se llevarán a cabo con el fin de adaptar el organismo a la situación a nivel fisiológico y psicológico y responder en consecuencia. En el caso de la adaptación psicológica, los procesos de autorregulación implican el control de la atención, de la metacognición y de la memoria para generar conductas voluntarias que se consideren apropiadas a la situación y el contexto (Cobb et al. 1989; Damasio, 2014; Hannula, 2006b; Zan et al. 2006).

El autocontrol y la autorregulación también se efectúan sobre las expresiones faciales y corporales características de cada emoción (acciones asociadas a una emoción concreta) y reconocibles por personas de la misma cultura pues esta define las normas de expresión emocional. Los seres humanos experimentamos las mismas emociones básicas pero la manera de representarlas y expresarlas se define social y culturalmente y es preciso aclarar que no es posible controlar las emociones por su carácter inconsciente y genético, controlamos su representación externa y la acción con base en los sentimientos (Damasio, 2011; DeBellis y Goldin, 1997, 2006; Lazarus, 2000; Nussbaum, 2008; Op't Eynde et al. 2006; Radford, 2005, 2013, 2015).

Teniendo en cuenta estos aspectos, podemos asumir que las acciones de una persona, asumidas como el producto de sus experiencias emocionales, brindan información valiosa sobre el sistema de valores y normas, el sistema motivacional, el sistema de creencias así como sobre su herencia cultural (Buck, 1993; Clarke, 2015; Damasio, 2011, 2014; Ekman, 1977, 1993, 1999a, 1999b; Lang, 1985; Lazarus, 2000; LeDoux, 1999; Izard, 1985; James, 1884; Radford, 2015; Zajonc, 1980; Zajonc y Markus, 1985).

Asumir las dos fases de la experiencia emocional permite, además de integrar los aspectos fisiológico, psicológico y expresivo en un solo proceso, también tiene las siguientes consecuencias:

- a) Integrar en un único proceso los aspectos fisiológico, psicológico y expresivo de las emociones.
- b) Reconocer la validez de las emociones tanto *conscientes* como *inconscientes*, estableciendo diferencias entre unas y otras (Izard, 1985; Lang, 1985; LeDoux, 1999). Las *emociones conscientes* corresponden a los sentimientos (Damasio, 2011, 2014; LeDoux, 1999) y establecen el vínculo entre la primera y la segunda fase de la experiencia emocional (autorregulación y control), mientras que las emociones propiamente dichas tienen origen inconsciente (*emociones inconscientes*) y se generan en la primera fase.
- c) La controversia sobre la universalidad de las emociones se argumenta desde las diferencias en las expresiones externas de las mismas. Si asumimos el carácter genético e innato de las emociones primarias o básicas, estos procesos son inherentes a la naturaleza humana. Es decir, las emociones son universales. La segunda fase está condicionada por la cultura, por eso las expresiones varían de una sociedad a otra.

En la Figura 6.5 presentamos los procesos vinculados a las dos fases de la experiencia emocional.

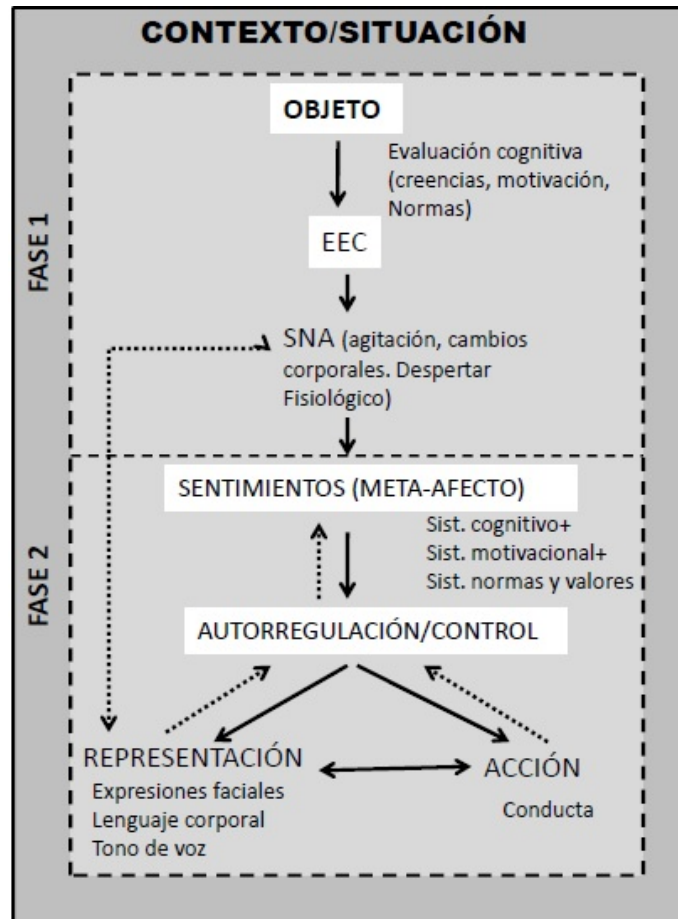


Figura 6.5. Fases de la experiencia emocional

6.3.5. Actitudes

Toda emoción desencadena una acción y una actitud es una tendencia a un tipo específico de acción en función del contexto y la situación. Por lo tanto, ubicamos el origen de las actitudes en las emociones y la memoria emocional. Pueden ser actitudes más estables, fruto de emociones repetidas en situaciones y contextos similares o actitudes momentáneas, temporales, que surgen como respuesta a una determinada emoción fruto de una situación concreta en un contexto específico (McLeod, 1989, 1992; Zajonc y Markus, 1985; Zan et al. 2006).

Asumimos a las actitudes como herramientas flexibles y multidimensionales para la interpretación de las interacciones entre los procesos cognitivos y afectivos durante la actividad matemática. Dichos procesos de interpretación permiten efectuar inferencias sobre la comprensión del conocimiento matemático de los estudiantes a partir de sus decisiones, que a su vez está vinculada con el sistema emocional, el sistema de creencias, el sistema motivacional y el sistema de valores y normas (Di Martino y Zan, 2011, 2015; Hart, 1989).

6.3.6. Identidad

El constructo de identidad en la Dimensión Socioafectiva del OMIUM, al igual que el de actitud es un producto de las experiencias emocionales. Se construye con base en experiencias emocionales repetidas durante la práctica social.

Una persona desarrolla diversas identidades en función de los distintos contextos en los que interactúa con otros seres humanos. En el caso de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, es posible considerar la existencia de una *identidad matemática* cuya configuración está directamente relacionada con las actitudes y con el sistema de creencias sobre uno mismo y sobre las matemáticas y es producto de las interacciones con los demás protagonistas del aula de matemáticas (D'Ambrosio, 1998; Evans, 2006; Evans et al. 2006; Hannaford, 1998; Hannula 2012b; Lester et al. 1989; McDonald, 1989; Pepin, 2009; Radford, 2005, 2015; Roth, 2006; Schölglmann, 2005).

La identidad es un constructo importante porque permite comprender la diversidad de pensamiento y acción de los seres humanos, favoreciendo su valoración basada en el reconocimiento de la unicidad y renunciando a la búsqueda de la estandarización por parte del profesorado, quien también debe asumir su responsabilidad en la construcción de creencias, actitudes e identidad matemática.

6.3.7. Relaciones entre los componentes

La Dimensión Socioafectiva del OMIUM es un sistema dinámico cuya estructura sistémica implica que para comprender la dimensión en su amplitud y complejidad es preciso conocer los vínculos, interacciones y relaciones entre los elementos que componen la dimensión (Pepin y Roesken-Winter, 2009). Al mismo tiempo, constituye una propuesta integradora que reconoce la triple naturaleza del afecto: fisiológica, psicológica y sociocultural (Hannula, 2006a, 2006b, 2011, 2012a, 2012b, 2015).

En nuestra propuesta el sistema emocional, y más concretamente las emociones, constituyen el elemento central de la dimensión dado que los demás componentes están directamente vinculados con ellas y, al mismo tiempo, las emociones actúan como mediadoras entre los demás componentes. De este modo, es posible comprender los afectos constituyentes de la dimensión (creencias, motivación, intereses, objetivos, valores, emociones, actitudes e identidad) a partir de la interpretación de las acciones y configurar inferencias sobre la comprensión del conocimiento matemático y tomar decisiones sobre su enseñanza (Akinsola, 2009; Cobb et al. 1989; Cortas y Nordlander, 2009; Goldin et al. 2009; Hannula, 2006b, 2012a, 2012b; Lester et al. 1989; Mandler, 1989b; McLeod, 1992; Nussbaum, 2008; Op t'Eynde et al. 2006; Roth, 2006; Radford, 2015; Schoenfeld, 2015).

El principio subyacente a las relaciones que establecemos entre los componentes de la dimensión, es que las creencias, motivos y emociones no sólo configuran y pertenecen al sistema de creencias o al sistema motivacional sino que están incrustados en estructuras complejas comunes de manera que los cambios en uno de ellos condiciona no sólo las acciones sino también a los otros componentes. De este modo, las acciones

de un estudiante proporcionan información relevante sobre los componentes de la dimensión (Goldin et al. 2009).

6.3.7.1. Relaciones entre sistema de creencias y sistema emocional

El sistema de creencias de una persona tiene un papel fundamental en los procesos de evaluación cognitiva que dan origen a una emoción. Por lo tanto, la consideración de los aspectos socioculturales es fundamental teniendo en cuenta que las diferencias entre individuos están definidas por sus historias personales y particulares de donde, a su vez, provienen los respectivos sistemas de creencias, pues estos se han constituido a través de la educación y las experiencias de la historia personal (Cobb et al. 1989; Di Martino y Zan, 2015; Gómez-Chacón, 2011; McLeod, 1989; Nussbaum, 2008; Op 't Eynde et al. 2006).

En este sentido, las creencias sobre uno mismo (autoeficacia) también están directamente relacionadas con el meta-afecto, la autorregulación, la metacognición y la motivación. Estos procesos si son lo suficientemente fuertes pueden, a su vez, modificar el sistema de creencias (Gardner, 2011; Goldin, 2002; Goleman, 1998; Hannula, 2011; Salovey y Mayer, 1990).

De este modo, el meta-afecto está estrechamente relacionado con la estabilidad de los sistemas de creencias en una persona, no sólo porque permite reconocer las emociones que interactúan con las creencias sino porque también permite identificar los sentimientos asociados a la vivencia de esas emociones concretas.

Los sentimientos de seguridad y orgullo sobre poseer determinadas creencias, las refuerza (Goldin, 2002; Goldin et al. 2009; Gómez-Chacón, 2015). “[...] prevailing belief structures in relation to mathematics are powerfully stabilized by meta-affect. Such beliefs are unlikely to change simply because factual warrants for alternate beliefs are offered.” [(...) las estructuras de creencias predominantes en relación con las matemáticas están fuertemente estabilizadas por el meta-afecto. Es improbable que tales creencias cambien simplemente porque se ofrecen garantías fácticas para creencias alternativas] (Goldin, 2002, p. 70).

Por otro lado, la cultura escolar suele tener asociados ciertos valores y creencias referentes a lo que significa por ejemplo, poseer habilidad y potencial matemático. Este contexto puede evocar emociones personales que varían desde el orgullo y el placer (en algunos estudiantes) hasta la frustración y la ira (en otros). Los cambios de estados emocionales resultantes forman patrones afectivos significativos que codifican información cognitiva. Dichos patrones se establecen mejor y se entrelazan con la cognición y se crea en el individuo un contexto meta-afectivo para hacer matemáticas y las creencias individuales se construyen (por ejemplo, sobre la propia habilidad matemática o sobre la naturaleza de las matemáticas como un sistema de reglas aplicadas) que sirven para sostener el meta-afecto (Goldin, 2002).

6.3.7.2. Relaciones entre sistema motivacional y sistema emocional

El sistema motivacional también interviene en las evaluaciones cognitivas de la primera fase de la experiencia emocional e influye de manera determinante sobre las acciones producto de los sentimientos, asumidos como pensamiento sobre las emociones. En palabras de Else-Quest et al. (2008): “Thought is engendered by motivation, i.e., by our desires and needs, our interests and emotions. Behind every thought there is an affective-volitional tendency, which holds the answer to the last ‘why’ in the analysis of thinking.” [El pensamiento es engendrado por la motivación, es decir, por nuestros deseos y necesidades, nuestros intereses y emociones. Detrás de cada pensamiento hay una tendencia afectivo-volitiva, que contiene la respuesta al último “por qué” en el análisis del pensamiento] (p. 252).

Las conductas de placer y dolor, instintos y motivaciones y emociones propiamente dichas están dirigidas (directa o indirectamente) a regular el proceso vital y promover la supervivencia. El sistema motivacional y el emocional comparten dicho objetivo e interactúan para definir el curso de acción que garantice no sólo la supervivencia sino también el bienestar (Buck, 1999; Damasio, 2014).

Al parecer, así son las emociones. Insisten en la importancia real de su objeto, pero también representan el compromiso de la persona con el objeto en tanto que es parte de su esquema de fines. Por eso, en los casos negativos, uno siente que las emociones destrozan el yo: porque tienen que ver conmigo mismo y con lo mío, con mis planes y objetivos, con lo que es importante en mi propia concepción (o impresión más embrionaria) de lo que significa vivir bien (Nussbaum, 2008, p. 55).

Si asumimos a los objetivos eudaimonistas de las emociones como el sistema motivacional, debemos también reconocer su origen cultural. De este modo, si una persona pasara largo tiempo viviendo con una cultura distinta, las concepciones eudaimonistas (el sistema motivacional) se modificarían y como consecuencia, las emociones también sufrirían cambios (Nussbaum, 2008).

En el caso específico del aprendizaje de las matemáticas, la motivación para resolver una tarea de matemáticas puede manifestarse en creencias sobre la importancia de la tarea (cognición), o en la perseverancia (conducta o actitud) o en tristeza o ira (emoción) si no se resuelve. La más pura manifestación de la motivación en la cognición es el deseo consciente por algo, pero la manifestación también puede tomar formas más sutiles como la idea de uno mismo como buen resolutor de problemas. Las emociones están más vinculadas a la motivación manifestándose tanto positiva como negativamente. Emoción y cognición sólo pueden observarse parcialmente y sólo puede accederse a ellas parcialmente incluso para la persona que las experimenta, la conducta siempre es la manifestación más fiable de la motivación. Asumir a la motivación como la inclinación para hacer ciertas cosas y evitar hacer otras nos permite comprender la conducta de los estudiantes si conocemos sus motivos (Csikszentmihalyi, 1997; Hannula, 2006b).

6.3.7.3. Relaciones entre sistema de valores y normas y sistema emocional

El sistema de valores, de naturaleza social y cultural, define la evaluación cognitiva que generará una emoción u otra, teniendo en cuenta que el primer objetivo de la evaluación cognitiva es determinar si un objeto es un EEC. Es decir, si es significativo para el bienestar propio o ajeno (en el caso de la empatía y la compasión, por ejemplo) o si se considera valioso o no. Las normas regulan la experiencia emocional además de conferir más valor a ciertos objetos influyendo en las valoraciones que efectúen las personas que pertenecen al grupo social que estructuró dichas normas (Cobb et al. 1989; Mandler, 1989b; Nussbaum, 2008).

En el aula de matemáticas, las normas sociales que se construyan y la manera en que se construyan influirán en la generación de emociones de los estudiantes y pueden modificar actitudes y creencias. Si se construye un contexto democrático y justo, donde todos y todas se sientan valorados y escuchados en lugar de juzgados, basado en el trabajo cooperativo en lugar de un contexto competitivo y en el que la frustración se considere como parte del proceso de aprendizaje, la motivación se incrementará, las creencias sobre uno mismo no se configurarán por la comparación con los demás y la confianza como actitud también se fortalecerá. Como consecuencia final, la comprensión del conocimiento matemático se desarrolla (Cobb et al. 1989; D'Ambrosio, 1998; Dewey, 2004; Freire, 1970; Gallardo, González y Quintanilla, 2014; Hannaford, 1998; Hannula, 2012a; López Melero, 2003, 2004, 2015, 2018; Morin, 2015; Nussbaum, 2016; Quintanilla y Gallardo, 2017; Ricoeur, 1996; Skott, 2015; Straume, 2014; Veugelers, 2007).

El sistema de valores y normas está directamente relacionado con el sistema de creencias y la conducta, con la mediación del sistema emocional:

One cannot adequately analyze one without considering the other, because the activities of individuals (including their emotional acts) serve to construct the social norms that constrain those very same activities. Conversely, the norms constrain the activities that construct the norms. Thus, to acknowledge that social context is an integral part of an individual's cognition and affect does not imply that social norms are taken as solid, independently existing bedrock upon which to anchor analyses of learning and teaching. [No se puede analizar adecuadamente una sin considerar la otra, porque las actividades de los individuos (incluyendo sus actos emocionales) sirven para construir las normas sociales que limitan esas mismas actividades. Por el contrario, las normas limitan las actividades que construyen las normas. Por lo tanto, reconocer que el contexto social es una parte integral de la cognición y el afecto de un individuo no implica que las normas sociales sean tomadas como una base sólida e independiente sobre la cual anclar los análisis del aprendizaje y la enseñanza] (Cobb et al. 1989, p. 141).

Por lo tanto, el estudio de las emociones requiere prestar atención al orden moral local establecido por las normas sociales. Al diferenciar emociones se ponen en juego los derechos, deberes y obligaciones de los integrantes de esa cultura en particular, como la de un aula de matemáticas. El carácter cualitativo de las emociones se encuentra en la

contextualización de la realidad social que las genera, por lo tanto es preciso prestar atención a las normas del aula y si han sido estructuradas por los estudiantes y el profesor, entre otras cuestiones. Estas normas definen qué acciones tienen cabida dentro del contexto social de la que obtienen significado (Cobb et al. 1989).

6.3.7.4. Relaciones entre actitudes e identidad y sistema emocional

Las actitudes están directamente relacionadas con la acción producida por una experiencia emocional. Se definen a partir de experiencias repetidas y constituyen una tendencia a un tipo específico de acción. Las actitudes específicas del aula de matemáticas también contribuyen a la configuración de la identidad matemática de los estudiantes, teniendo en cuenta que comparten el origen. De este modo, las experiencias emocionales son el vínculo entre identidad, creencia y actitud.

La Figura 6.6 representa las relaciones entre los distintos sistemas componentes de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM.

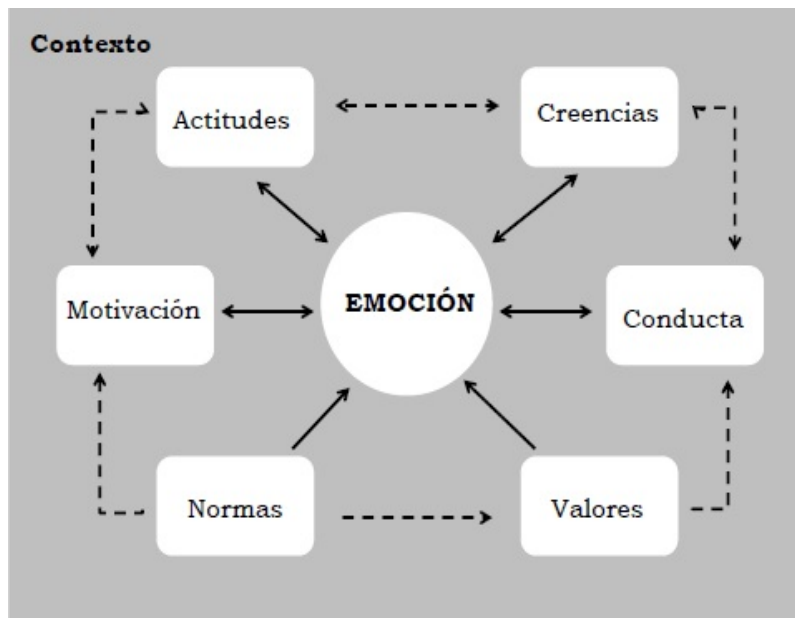


Figura 6.6. Relaciones entre los componentes de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM

6.4. RELACIÓN ENTRE AFECTO Y COMPRENSIÓN EN MATEMÁTICAS: UNA APROXIMACIÓN DESDE EL OMIUM

Teniendo en cuenta que partimos de reconocer el vínculo indisoluble de emoción y cognición en Educación Matemática y que las emociones son el núcleo de la Dimensión Socioafectiva del OMIUM, en este apartado pretendemos establecer las conexiones entre afecto y comprensión desde nuestra aproximación.

El OMIUM asume la comprensión del conocimiento matemático desde una perspectiva multidimensional: origen y fuentes, naturaleza y funcionamiento, evolución, factores y efectos; también concibe la comprensión desde un punto de vista funcional en los siguientes términos:

[...] como fenómeno mental de carácter cognitivo, como actividad intelectual cognitiva específica, que capacita o hace competente al individuo para elaborar respuestas adaptadas y contextualizadas (observables o no) que involucran la utilización (registrable e interpretable, en su caso) del conocimiento matemático en alguna de las categorías y formas posibles de su dimensión fenómeno-epistemológica (Gallardo et al. 2014, p. 324).

La dimensión fenómeno-epistemológica del OMIUM identifica al conocimiento matemático como una entidad de referencia con estructuras básicas que surgen de las relaciones con otros conocimientos y de las situaciones y tareas, campos y fenómenos que le dan sentido. En este contexto, un conocimiento matemático específico puede ser utilizado de diversos modos dentro de su estructura fenómeno-epistemológica (Gallardo y González, 2006; Gallardo, González y Quispe, 2008; Gallardo, González y Quintanilla, 2013; Gallardo et al. 2014).

La comprensión de un determinado conocimiento matemático se manifiesta externamente a través de:

1. La decisión voluntaria de abordar la tarea.
2. Hacer uso del conocimiento que se pone en juego, dentro de su estructura fenómeno-epistemológica.
3. Elaborar respuestas sobre dicha tarea.

Para que una determinada actividad matemática sea significativa para el estudiante y lograr aprendizajes con comprensión, este debe participar activamente, es decir el estudiante “[...] construye, recuerda, incorpora, reorganiza, completa, comprende y mejora sus posibilidades de actuación, es decir, mejora su comprensión” (Gallardo et al. 2014, p. 325). Por lo tanto, el desarrollo de la comprensión está íntimamente relacionado con procesos vinculados con la acción.

Teniendo en cuenta las dos fases que consideramos constituyentes de una experiencia emocional, establecemos las siguientes relaciones entre comprensión y experiencia emocional:

1. Una experiencia emocional se produce a partir de la evaluación de un objeto o situación que puede representar algún tipo de discrepancia perceptual o conflicto cognitivo, también durante la actividad matemática. En este sentido, una tarea que involucre a un conocimiento matemático, asume el papel de objeto provocador de la discrepancia cuya primera valoración puede concluir con identificarlo con un EEC, generando una emoción y un dominio de acciones encaminadas a minimizar los efectos del conflicto cognitivo. Acciones que por otro lado, están relacionadas con los usos del conocimiento matemático vinculado a la tarea (Cobb et al. 1989; DeBellis y Goldin, 2006; Gallardo et al. 2014; Mandler, 1989; Op ’t Eynde et al. 2006).
2. Todas las acciones y usos del conocimiento matemático que se efectúen para resolver la tarea están directamente relacionadas con el proceso de toma de decisiones vinculado a una emoción y, por lo tanto, a determinados marcadores somáticos. De

este modo, establecemos la interconexión entre cognición y emoción y más ampliamente entre emoción y comprensión, identificando la existencia de procesos mentales inconscientes fuertemente vinculados con las emociones, responsables de la toma de decisiones sobre los usos de un determinado conocimiento matemático. Las emociones, a través de los marcadores somáticos, participan activamente en la toma de decisiones sobre los usos del conocimiento matemático más pertinentes para resolver una determinada tarea matemática en un contexto específico. De manera que las emociones pueden favorecer o bloquear una acción o el uso que se haga del conocimiento matemático (Brown y Reid, 2006; Damasio, 2011, 2014).

Quizá sea exacto decir que el propósito del razonamiento es decidir, y que la esencia de decidir es seleccionar una opción de respuesta, es decir, elegir una acción no verbal, una palabra, una frase o alguna combinación de todo lo anterior, entre las muchas posibles en aquel momento, en conexión con una situación determinada (Damasio, 2011, p. 233).

Las distintas experiencias emocionales de un estudiante, como producto de sus vivencias en el aula de matemáticas, se almacenan en la memoria emocional configurando nuevos marcadores somáticos asociados a dichas experiencias y modificando los existentes. En este contexto, el profesorado también tiene responsabilidad en la formación o modificación de marcadores somáticos, que luego tendrán una influencia directa sobre las acciones y usos y, por lo tanto, sobre el desarrollo de la comprensión del conocimiento matemático en los estudiantes. También se establecen conexiones entre emociones, comprensión y sistema de valores y normas:

Así pues, los marcadores somáticos se adquieren con la experiencia, bajo el control de un sistema de preferencia interno y bajo la influencia de una serie de circunstancias externas que incluyen no sólo entidades y acontecimientos con los que el organismo ha de interactuar, sino también convenciones sociales y normas éticas (Damasio, 2011, p. 250).

El proceso de toma de decisiones también requiere la intervención del conocimiento en diversas manifestaciones: conocimiento sobre la situación, sobre las distintas opciones, sobre posibles consecuencias, conocimiento conceptual y también de creencias entendidas como conocimiento. Es así que el sistema de creencias también está vinculado con los usos del conocimiento matemático relacionado con la comprensión del mismo; además del reconocimiento extendido de la relación entre creencias y acción. Por ejemplo, las creencias sobre la propia ineficacia generan inseguridad, inhiben la acción y generan actitudes más pasivas.

El sistema motivacional también participa de manera directa en la toma de decisiones. Los objetivos, intereses y motivaciones generan emociones de curiosidad y actitudes de perseverancia como impulsos para la acción (Aguirre, 2009; Akinsola, 2009; Clarke, 2015; Damasio, 2011; Depaepe et al. 2015; Furinghetti y Morselli, 2009; Goldin, 2000; Goldin, et al. 2009; Lester et al. 1989; Rolka y Roesken-Winter, 2015; Schoenfeld, 2015; Skott, 2015; Sowder, 1989).

La comprensión y la conducta de los estudiantes en clase de matemáticas es una función de la interconexión entre su identidad y el contexto específico del aula. Quiénes son, cuáles son sus valores y su sistema emocional revelan qué les interesa y de qué manera en una situación dada. Los procesos de interpretación y evaluación de los estudiantes que generan los procesos emocionales están basados en un contexto específico y en los distintos componentes de dicho contexto inmediato (la presencia del profesor, su tono de voz, cómo mira o qué dice) (Hannula, 2006a; Op 't Eynde et al. 2006).

Desde nuestra perspectiva, la investigación sobre comprensión y afecto comparten las siguientes características:

1. La comprensión y la afectividad son procesos mentales internos, por lo tanto el investigador debe enfrentarse a la imposibilidad del acceso directo a los mismos.
2. El estudio de ambos procesos requiere de la interpretación de acciones visibles y representaciones externas vinculadas a ellos como vías de acceso a la faceta mental del estudiante.
3. La comprensión de un conocimiento matemático específico se interpreta a partir de los usos que el protagonista hace de dicho conocimiento, teniendo en cuenta que dichos usos determinan el carácter de las evidencias observables asumidas como el vínculo entre las representaciones internas y las externas.
4. La Dimensión Socioafectiva está íntimamente relacionada con la acción. Es decir, con los usos del conocimiento que el estudiante efectúa durante la resolución de una tarea matemática.
5. Por lo tanto, no es posible interpretar la comprensión con base en los usos sin tener en cuenta a los procesos subyacentes a dichos usos (sistema de creencias, sistema motivacional, sistema de valores y normas, sistema emocional, actitudes e identidad).
6. Comprensión y afectividad están íntimamente conectados; por lo tanto, deben interpretarse simultáneamente.

En la Figura 6.7 ubicamos el vínculo entre comprensión y afecto en los usos del conocimiento matemático. Es decir, en la acción asociada tanto a la comprensión en matemáticas como al afecto.

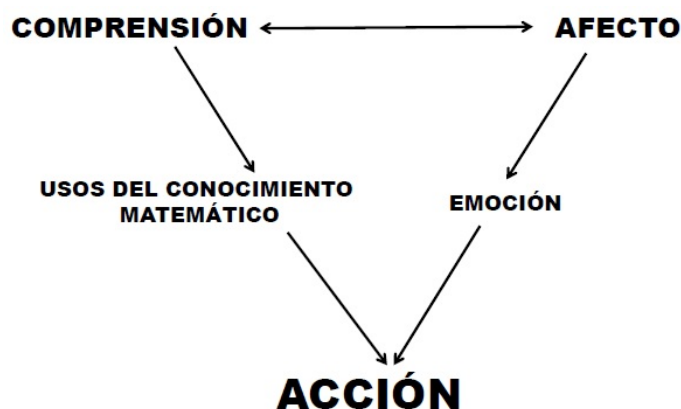


Figura 6.7. Vínculo entre comprensión y afecto

6.5. EL CÍRCULO HERMENÉUTICO COMO METODOLOGÍA PARA LA INTERPRETACIÓN DEL AFECTO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La investigación sobre el afecto en Educación Matemática necesita una metodología que permita interpretar la Dimensión Socioafectiva en su amplitud y complejidad. Es preciso tener en cuenta todos sus componentes, influencias y productos. No es acertado destinar esfuerzos sólo a uno de dichos caracterizadores. Dicha metodología, además de integrar todos los componentes de lo afectivo debe ser coherente con la teoría de la que parte y en la que se apoya y debe permitir hacer aproximaciones más precisas a las cuestiones afectivas desde una perspectiva holística e integradora (Adams, 1989; Hannula, 2006a).

Teniendo en cuenta que compartimos lenguaje, biología y experiencias, al menos dentro de nuestra propia cultura (Evans, 2006; Hannula, 2006a, 2006b, 2012b; Radford, 2005), tenemos la capacidad de interpretar las acciones y expresiones de los que nos rodean; asumiendo que son una representación externa de lo afectivo (Kagan, 1985; Stocker, 1996; Zajonc, 1980). “However, there are limits to sharing other people’s experiences. We cannot interpret beyond what we have experienced [...] The subjective experiences of the researcher become important determinants of what the researcher may understand of other people’s mind.” [Sin embargo, hay límites para compartir las experiencias de otras personas. No podemos interpretar más allá de lo que hemos experimentado [...]] Las experiencias subjetivas del investigador se convierten en condicionantes importantes de lo que el investigador puede entender de la mente de otras personas] (Hannula, 2006a, p. 215).

La eficacia empírica del *círculo hermenéutico* que plantea el OMIUM como metodología para la interpretación de la comprensión del conocimiento matemático ha sido demostrada en diversas investigaciones. Sin embargo, hasta el momento no había considerado las cuestiones afectivas en las interpretaciones efectuadas. La incorporación de la Dimensión Socioafectiva a su marco teórico también debe verse reflejada en la metodología teniendo en cuenta que todo proceso interpretativo de la comprensión debe tener en cuenta las cuestiones afectivas.

El círculo hermenéutico está compuesto por los planos cognitivo, semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico. Su recorrido ha sido utilizado hasta el momento para interpretar la comprensión del conocimiento matemático, sin tener en cuenta las cuestiones afectivas. Planteamos incorporar la interpretación de los factores afectivos en el mismo episodio interpretativo sin efectuar cambios en la estructura del círculo, sino únicamente ubicando los distintos sistemas componentes de la Dimensión Socioafectiva en cada uno de los planos del círculo y cambiando el foco de atención hacia rastros afectivos en un escenario específico.

6.5.1. El recorrido afectivo del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas

Los cuatro planos que componen el círculo hermenéutico planteado por el OMIUM posibilitan la búsqueda y obtención de datos de distinta naturaleza de manera secuenciada¹. Al finalizar el recorrido y habiendo obtenido interpretaciones parciales en cada uno de los planos, se reconstruye el sistema afectivo utilizando las relaciones y conexiones entre los componentes de la Dimensión Socioafectiva planteadas teóricamente.

1. Plano cognitivo

En este plano ubicamos a los procesos mentales conscientes e inconscientes, entre ellos las emociones y los marcadores somáticos vinculados a la toma de decisiones y las acciones subsecuentes. No es posible el acceso a los mismos pero es posible realizar inferencias sobre las emociones emergentes a partir de las acciones y representaciones externas de las mismas. El círculo hermenéutico, como metodología, permite obtener información a través de los demás planos y efectuar dichas inferencias. También tenemos en cuenta que la toma de decisiones es un proceso complejo en el que creencias, normas, valores, motivos y emociones les dan forma (Schoenfeld, 2015).

2. Plano semiótico

Se efectúa interpretaciones de tres sistemas semióticos distintos:

- a) *Oral*: tono de voz y expresiones verbales asociadas a estados emocionales.
- b) *Escrito*: registros escritos elaborados por los participantes para la búsqueda de meta-afecto.
- c) *Expresiones faciales y corporales* asociadas a experiencias emocionales

La interpretación de dichos sistemas permitirá identificar emociones a partir de sus representaciones externas incluidos los textos orales y escritos obteniendo información sobre los sistemas de creencias, sistema motivacional y sistema de valores y normas (Cobb et al. 1989; Evans et al. 2006).

3. Plano fenómeno-epistemológico

Buscamos respuestas a las siguientes cuestiones a partir de la observación de las acciones y la conducta:

- a) ¿Qué actitudes pueden vislumbrarse?
- b) ¿Qué creencias? ¿Qué prácticas específicas pueden asumirse como representaciones del sistema de creencias?
- c) ¿Qué motivos, intereses y preferencias?
- d) ¿Qué valores? ¿Qué normas?
- e) ¿Cómo influyen en las acciones del participante?

¹ El círculo hermenéutico se ha presentado a nivel teórico y también su aplicación práctica en dos estudios exploratorios en el capítulo V del presente informe.

- f) ¿Qué proceso sigue para tomar decisiones?
- g) ¿Son procesos conscientes o inconscientes?
- h) ¿Qué podemos decir de su identidad matemática?

La relación entre afecto y acción, y más concretamente entre afecto y usos del conocimiento matemático se establece a través del sistema de creencias, sistema motivacional y sistema de valores y normas que tienen influencia directa sobre la conducta de una persona (Schoenfeld, 2015).

La correspondencia planteada entre creencias y práctica puede entenderse mejor si se tiene en cuenta la conexión paralela entre comprensión y práctica y se utiliza para la interpretación: “If practice is the enactment of both understanding and belief, what inferences about either can be construed from the performances encountered in classroom settings?” [Si la práctica es la representación tanto de la comprensión como de la creencia, ¿qué inferencias sobre cualquiera de las dos pueden ser interpretadas a partir de las actuaciones que se producen en el aula?] (Clarke, 2015, p. 121).

Las creencias dan forma a la interpretación de la comprensión del conocimiento matemático (las limitaciones autoimpuestas o la falta de apertura a ideas ajenas podrían relacionarse con algún sistema de creencias). Sin embargo, es preciso tener en cuenta que no necesariamente explican una conducta u otra debido al carácter contingente de esta última (Skott, 2015; Tsamir y Tirosh, 2009). Del mismo modo, los valores que posee un estudiante permiten explicar su comportamiento y las decisiones que toma, aunque también es preciso actuar con cautela y no estructurar conclusiones apresuradas (Brown y Reid, 2006).

Las creencias de los estudiantes, específicamente con el yo y su relación con las matemáticas, son factores influyentes en la interpretación y procesos de evaluación que constituyen sus emociones. Por lo tanto, los sistemas de creencias relacionados con las matemáticas y el conocimiento matemático de los estudiantes puede identificarse como las estructuras mentales centrales que subyacen a la comprensión de los estudiantes en la clase de matemáticas así como sus funciones en ella (Op ‘t Eynde et al. 2006).

4. Plano dialógico

A través del diálogo durante la búsqueda del consentimiento con el otro, pondremos en juego la naturaleza y función social de las emociones. Además de buscar la conformidad mutua sobre las interpretaciones efectuadas previamente por el intérprete, pretendemos dar respuesta a las siguientes cuestiones: ¿Qué emociones se ponen en juego en la interacción mientras se lleva a cabo el proceso de búsqueda del consentimiento? ¿Qué valores, creencias y motivaciones lo hacen posible? ¿El protagonista es consciente de estos procesos subyacentes?

Durante el diálogo también se pretende conocer la historia personal del participante con relación a las matemáticas teniendo en cuenta que serán estos precedentes los que enmarquen y den sentido a las experiencias emocionales, sistemas de creencias,

motivacional y de valores y normas. Partiremos de identificar dichos patrones en las acciones observadas e interpretadas previamente. No es posible interpretar una experiencia emocional sin tener algún conocimiento sobre el pasado matemático de la persona a quien se interpreta (Clarke, 2015; Radford, 2015).

La búsqueda del consentimiento con el otro permitirá esclarecer la relación entre creencias, motivos, valores y conducta a partir de las observaciones efectuadas sobre la conducta y los usos del conocimiento matemático desplegados.

En la búsqueda del consentimiento el meta-afecto tiene un papel fundamental teniendo en cuenta que brindará información sobre los estados afectivos del participante en momentos determinados a lo largo del episodio. De este modo las hipótesis sobre las reacciones afectivas consideradas por el intérprete durante las fases precedentes serán contrastadas con la información brindada por el estudiante.

El plano dialógico del círculo hermenéutico está basado, más que en una entrevista, en el diálogo o el *conversar* (en términos de Maturana, 2001) asumido como la unión del discurso y las emociones (Evans, 2006; Evans et al. 2006; Freire, 1970; Maturana, 2001).

Finalmente, se retorna al plano cognitivo para configurar las conclusiones sobre la comprensión del conocimiento matemático del participante a partir de la interpretación de las evidencias encontradas.

En la práctica, para efectuar la interpretación de los afectos desde el círculo hermenéutico, proponemos considerar para la obtención de datos tres sistemas de expresión afectiva:

- a) Informes orales y escritos. Se obtienen a través de protocolos escritos u orales (los registros de audio de la interacción con compañeros y/o profesor) durante la actividad matemática y a través de las entrevistas conversacionales, fundamentalmente durante la búsqueda del consentimiento con el otro. Estos autoinformes permiten obtener datos sobre las creencias (sobre sí mismo, sobre las matemáticas, sobre su enseñanza y aprendizaje, sobre el contexto social) y sobre la historia matemática del estudiante.
- b) Actuaciones públicas. A través de la observación se obtiene información sobre las actitudes desplegadas en la interacción con la tarea matemática y con los demás (compañeros y profesores).
- c) Fisiología expresiva. La observación permite identificar cambios en el tono de la voz, expresiones orales asociadas a fenómenos afectivos, expresiones faciales y lenguaje corporal vinculados a experiencias emocionales.

Asumimos la posibilidad de detectar incoherencias entre autoinformes y acción como parte de la naturaleza del proceso. Además de buscar minimizar los efectos de estas incoherencias en la búsqueda del consentimiento con el otro, tendremos en cuenta tres cuestiones fundamentales que dan sentido y forma a una experiencia emocional: (1) respuestas conductuales, (2) información del estímulo, (3) información del significado.

Esta información también se obtiene durante la búsqueda del consentimiento. En el capítulo VII damos más detalles sobre ello.

6.5.2. Idoneidad del círculo hermenéutico para interpretar la naturaleza socioafectiva de la comprensión en matemáticas

Consideramos que el círculo hermenéutico, como propuesta interpretativa planteada por el OMIUM, representa una metodología apropiada, efectiva y operativa para el estudio de la Dimensión Socioafectiva de la comprensión del conocimiento matemático con base en los siguientes argumentos:

1. El círculo hermenéutico como metodología cualitativa

La Dimensión Socioafectiva y todos sus componentes no son mensurables y los datos estadísticos sobre ellos no han brindado respuestas satisfactorias en el estudio de los afectos en Educación Matemática. En este contexto, la metodología cualitativa, propia de la investigación en Ciencias Sociales, permite superar las limitaciones de los paradigmas cuantitativos teniendo en cuenta que permite acceder a más categorías afectivas y hacer aproximaciones más precisas sobre el dominio afectivo. Por otro lado, la necesidad de aproximaciones cualitativas para el estudio del dominio afectivo está reconocida y argumentada (Adams, 1989; Aguirre, 2009; Andrà, 2015; Chen y Leung, 2015; De Bellis y Goldin, 2006; Di Martino y Zan, 2011, 2015; Furinghetti y Morselli, 2009; Goldin et al. 2009; Hannula, 2006a, 2006b; Op 't Eynde y Hannula, 2006; Radford, 2015; Schlöglmann, 2002).

2. El círculo hermenéutico como metodología interpretativa

El estudio de la Dimensión Socioafectiva utiliza como fuentes de información las expresiones externas y las representaciones visibles de los fenómenos afectivos. Para poder obtener conclusiones y realizar inferencias es preciso efectuar interpretaciones de dichas representaciones.

The gradual affirmation of the interpretive paradigm in the social sciences, including a greater attention paid to the complexity of human behaviour, leads researchers in mathematics education to abandon the attempt of explaining behaviour through measurement or general rules bases on a cause-effect model, and to search instead for new interpretive tools (once again drawing on other domains). [La progresiva afirmación del paradigma interpretativo en las ciencias sociales, que incluye una mayor atención a la complejidad de la conducta humana, lleva a los investigadores en la Educación Matemática a abandonar el intento de explicar el comportamiento a través de medidas o reglas generales basadas en un modelo causa-efecto para buscar en cambio nuevas herramientas interpretativas (una vez más basándose en otros dominios)] (Di Martino y Zan, 2015, p. 63).

Por otro lado, la metodología interpretativa permite al investigador obtener información y dotarla de sentido desde la perspectiva del protagonista. Para ello, puede utilizar múltiples definiciones del mismo constructo dependiendo del propósito y situación de investigador y protagonista; no precisa de definiciones

universales aplicables a todas las situaciones (Adams, 1989; Clarke, 2015; Cobb et al. 1989; Furinghetti y Morselli, 2009; Hannula, 2006a). El círculo hermenéutico es una metodología de investigación fundamentalmente interpretativa.

3. El círculo hermenéutico como propuesta integradora

La Dimensión Socioafectiva es un sistema dinámico con estructura anidada. Es decir, está constituida a su vez por otros sistemas dinámicos. La metodología de investigación debe tener en cuenta esta naturaleza de manera que permita la aproximación a todos los sistemas componentes en un mismo episodio; por el contrario, la observación de uno solo de dichos componentes no permite obtener conclusiones plausibles ni válidas sobre los afectos de una persona y desde la investigación en el área se ha reconocido la necesidad y ausencia de métodos integradores que permitan el estudio del dominio afectivo en su totalidad (Andrá, 2015; Clarke, 2015; Evans, 2006; Hannula, 2006a; McLeod, 1989).

El círculo hermenéutico efectúa recorridos sistemáticos a través de cuatro planos distintos, permitiendo de este modo aproximarnos a distintos sistemas de representación a través de procesos sistemáticos y, en el caso de la Dimensión Socioafectiva, también a los sistemas que la componen (sistema de creencias, sistema motivacional, sistema de normas y valores, sistema emocional, actitudes, identidad) y vislumbrar sus conexiones y relaciones. Asumimos que el círculo hermenéutico es una propuesta integradora y permite al investigador aproximarse al dominio afectivo en toda su amplitud y complejidad.

4. El círculo hermenéutico renuncia a la búsqueda de la objetividad

La búsqueda de la objetividad ha sido una preocupación constante en la investigación sobre el afecto en Educación Matemática que ha justificado el uso de herramientas principalmente cuantitativas tales como escalas y tests así como su representación y análisis estadístico.

La falta de objetividad no es una limitación para la Dimensión Socioafectiva del OMIUM. Por el contrario la reconoce como parte de la naturaleza de la investigación en Ciencias Sociales, teniendo en cuenta que cualquier fenómeno es observado desde un particular punto de vista basado en un universo conceptual, histórico y cultural único. Por otro lado, no pretendemos *medir* el afecto sino *explorarlo* y el círculo hermenéutico como propuesta metodológica integradora, interpretativa y cualitativa lo hace posible (Di Martino y Zan, 2011, 2015; Quintanilla y Gallardo, 2017; Gallardo, Quintanilla y Ladrón de Guevara, 2018).

5. El carácter ético del círculo hermenéutico

La comprensión y su Dimensión Socioafectiva, desde los principios del OMIUM, pertenecen a la esfera mental de una persona y no es posible acceder a ellas directamente. Por lo tanto, su estudio se basa en la inferencia desde las respuestas, conductas y acciones observables de los estudiantes (Brown y Reid, 2006; Leder, 2006). Sin embargo, al efectuar dichas inferencias se corre el peligro de transgredir el problema de las otras mentes, acarreado de ese modo consecuencias éticas

desfavorables para lo que se interpreta y principalmente para quien se interpreta. El círculo hermenéutico exige ser cauto en las conclusiones y afirmaciones, valora la diversidad de pensamiento y acción y dota así de contenido humano al ejercicio de interpretación que se realiza a través del plano dialógico y la búsqueda del consentimiento con el otro (Quintanilla y Gallardo, 2017; Gallardo et al. 2018). Asumimos que el círculo hermenéutico como metodología para la investigación del dominio afectivo tiene carácter ético.

6. El círculo hermenéutico permite utilizar diversidad de herramientas para la obtención de datos

Teniendo en cuenta el carácter sistémico de la Dimensión Socioafectiva es necesario utilizar diversas herramientas para la obtención y registro de datos, no solo por las características particulares de cada sistema componente de la Dimensión, sino también para minimizar los riesgos que conlleva la utilización de una sola herramienta (Andrà, 2015; DeBellis y Goldin, 2006; Di Martino y Zan, 2015; Evans, 2006; Furinghetti y Morselli, 2009; Hannula, 2006b; Lang, 1985; Schlöglmann, 2002, 2010; Skott, 2015).

Por otro lado, no es posible acceder a los procesos inconscientes subyacentes a la Dimensión Socioafectiva a través de la introspección motivo por el cual la información obtenida a través de cuestionarios, entrevistas o narraciones debe ser contrastada con la observación directa (Cobb et al. 1989; Damasio, 2011, 2014; Eagleman, 2013; Ekman, 1993; Hannula, 2006a, 2006b; Lang, 1985; LeDoux, 1999; Kagan, 1985; Schlöglmann, 2002, 2005, 2010; Zajonc, 1980).

Debido al carácter inconsciente de los afectos es frecuente percibir incoherencias entre las acciones y las narraciones personales o autoinformes registrados en cuestionarios, entrevistas o diarios. Este hecho debe asumirse como parte de la naturaleza de la investigación cualitativa reconociendo que la información que la persona brinda es la que está dispuesta a brindar y puede estar enmascarada, modificada o inventada en función de sus objetivos y de sus propios afectos (vergüenza, temor o recelo) o por fallos de memoria (Chen y Leung, 2015; Lang, 1985; Schoenfeld, 2015; Schlöglmann, 2002)

Las herramientas que el círculo hermenéutico utiliza para el estudio de la comprensión del conocimiento matemático (incluida su Dimensión Socioafectiva) son: registros escritos elaborados por los protagonistas, protocolos (escritos y orales), la observación directa y entrevistas conversacionales en la búsqueda del *consentimiento con el otro* (plano dialógico). La información se registra en audio y vídeo y también se dispone de las producciones escritas de los participantes durante la actividad matemática.

Los datos y evidencias obtenidos permiten efectuar inferencias de los procesos cognitivos y afectivos, permitiendo así una aproximación a la comprensión del conocimiento matemático que posee el estudiante. Para ello es preciso *reconstruir el esqueleto del dinosaurio a partir de los fósiles encontrados* (Furinghetti y Morselli,

2009). Es decir, efectuar interpretaciones e inferencias para estructurar una visión global de la comprensión (incluido su carácter afectivo).

7. El círculo hermenéutico efectúa la investigación en el propio contexto

El afecto tiene carácter contextual y situacional. Por lo tanto, el contexto en el que se realice la investigación es fundamental. La elección del contexto debe estar en coherencia con los objetivos de la investigación, si la pretensión es estudiar los afectos de un estudiante en su contexto social habitual, el estudio debe llevarse a cabo en la misma aula, con las mismas normas y con las mismas personas protagonistas de dicho contexto (Cobb et al. 1989; Di Martino y Zan, 2015; Evans, 2006; Op 't Eynde et al. 2006; Simons, 2009). El círculo hermenéutico utiliza el contexto habitual de aula para la investigación.

8. El círculo hermenéutico otorga protagonismo a los participantes

El OMIUM y su propuesta interpretativa consideran fundamental la participación activa de los protagonistas, no sólo desde una perspectiva ética sino también metodológica pues una participación más activa permite obtener más y mejores datos sobre la comprensión del conocimiento matemático (y su Dimensión Socioafectiva).

Tradicionalmente se han utilizado cuestionarios para obtener información sobre los participantes a través de actuaciones más bien pasivas teniendo en cuenta que los participantes se limitan a dar opiniones sobre unos criterios o cuestiones previamente establecidos y definidos por otra persona sin considerar que las prioridades o perspectivas de investigador e investigado podrían no coincidir.

En este sentido, las entrevistas pueden asumirse como un proceso más dinámico, de intercambio de opiniones en el que el investigador no se limita al papel de observador neutral. El círculo hermenéutico, en su plano dialógico no se limita a efectuar una entrevista, busca *el consentimiento con el otro*, asumido como un proceso “[...] de búsqueda de conformidad recíproca entre el propio estudiante y su agente intérprete (investigador/profesor/compañeros) acerca de las conclusiones sobre los usos del conocimiento matemático obtenidas en las fases precedentes del ciclo” (Gallardo y Quintanilla, 2016, p. 633).

Durante este proceso es posible suprimir desajustes en la interpretación efectuada sobre los usos del conocimiento matemático y los afectos desplegados logrando así una interpretación más ajustada al desarrollo de la comprensión del participante. Por otro lado, se asume como un proceso transformador y de aprendizajes tanto para el intérprete como para el interpretado. La narrativa que se genera durante el intercambio permite conocer las creencias, motivos, valores y emociones que son relevantes para el participante que tiene, además, la posibilidad de contar su historia personal con las matemáticas. Esta información permite establecer vínculos causales desde una perspectiva social y ética (Chen y Leung, 2015; Di Martino y Zan, 2015; Furinghetti y Morselli, 2009; Gallardo y Quintanilla, 2016).

9. El círculo hermenéutico establece vínculos directos entre afecto y comprensión

El recorrido por los cuatro planos planteados por el círculo hermenéutico, permite interpretar procesos cognitivos y afectivos simultáneamente, permitiendo de este modo acercarnos a la relación afecto-cognición y realizar aproximaciones globales a la comprensión del conocimiento matemático del estudiante partiendo del vínculo indisoluble entre los procesos afectivos y los cognitivos.

6.6. DIMENSIÓN ÉTICA DEL OMIUM

La visión conceptual que poseen los profesores acerca de la comprensión en matemáticas (lo que para ellos significa comprender un conocimiento matemático), la orientación que asumen para interpretarla y los procedimientos que utilizan para desarrollarla en el aula vienen acompañados de consecuencias éticas de distinto tipo que terminan influyendo en la percepción de la escuela como espacio para el desarrollo social y cultural de la persona y en la formación integral del estudiante como individuo crítico. Se influye en la relación particular que cada estudiante construye con el conocimiento matemático, en su concepción ontológica y epistemológica de la materia, en su posición afectiva y emocional frente a ella y en su idea sobre qué y cómo aprender matemáticas. También en el papel que ha de desempeñar cada protagonista en el aula de matemáticas (alumno, profesor, compañeros) durante los procesos de enseñanza y aprendizaje de la materia, así como en el propósito de la escuela como institución social encargada de facilitar el acceso al conocimiento matemático. Es así como se configuran los sistemas de creencias en los estudiantes. En tales influencias es donde reconocemos que también existe una dimensión ética de la comprensión en matemáticas. Una dimensión que nos plantea el objetivo fundamental de contar en la práctica con una ética cívica (Cortina, 2013) que pueda desarrollarse y transmitirse en el aula de matemáticas a través de la actividad interpretativa de sus protagonistas.

Como contribución específica a esta cuestión, en el OMIUM también incorporamos el discurso ético al debate abierto sobre la interpretación de la comprensión en matemáticas. Lo hacemos tomando como punto de partida la reflexión en torno al problema del relativismo siempre presente al interpretar. Un riesgo que nos lleva a plantearnos, como alternativa a la búsqueda de objetividad en la interpretación, el propósito didáctico de ser justos con la comprensión matemática del estudiante. De este modo, como alternativa a la existencia de interpretaciones objetivas que transcurren al margen y sin intervenir en la realidad que se interpreta, desde nuestro modelo proponemos las interpretaciones justas que emergen de la actividad matemática realizada en situaciones y contextos compartidos.

Con una clara intencionalidad ética, en la segunda parte de este capítulo destacamos los principios básicos que fundamentan nuestra propuesta para interpretar con justicia la comprensión en matemáticas. A través de la noción básica de *consentimiento con el otro*, incorporada al plano dialógico del círculo hermenéutico de la comprensión, desarrollamos la idea de *ser justo con la comprensión matemática del otro en entornos de aula democráticos*. Con ello planteamos la interpretación de la comprensión en el aula de matemáticas esencialmente como una oportunidad para reconocer al estudiante

en toda su integridad. Asimismo, justificamos el carácter ético de nuestros planteamientos subrayando las alternativas que ofrece el OMIUM para reducir el riesgo de injusticia al interpretar la comprensión matemática del estudiante. En los siguientes apartados, exponemos con mayor detalle las bases que configuran la dimensión ética de nuestra propuesta interpretativa.

6.6.1. Naturaleza y justificación de la interpretación: relativismo y objetividad

¿Es posible participar en un proceso de comunicación y entendimiento sin influir, o influyendo lo mínimo posible, sobre el propio proceso que se pretende comprender? En ciencias sociales se reconoce que la interpretación de la actividad humana requiere de una intervención intencional por parte del intérprete que siempre se ve afectada por el problema abierto de la objetividad y el relativismo al interpretar. El conocimiento generado por cualquier propuesta interpretativa está condicionado por los fundamentos y principios teóricos con los que se interpreta (Popper, 2005). El intérprete participa e influye en el procedimiento de interpretación y cualquier anticipación del sentido forma parte integrante del propio sentido a interpretar (Habermas, 1999; Ricœur, 2002). Esta circunstancia no hay que entenderla como una debilidad, sino que forma parte de la propia naturaleza de la interpretación. Más que una limitación ineludible en el estudio de la actividad humana, la interpretación se erige como la vía operativa necesaria para el acceso efectivo a la misma. En el ámbito social se discute cómo superar el relativismo provocado por la imposibilidad de objetividad absoluta o neutralidad (interpretar sin intervenir en la realidad que se interpreta), y se buscan criterios y medios críticos con los que dilucidar la pertinencia de alguna alternativa interpretativa concreta. El reto común consiste en buscar referencias con las que poder atestiguar un cierto grado de plausibilidad en los conocimientos adquiridos; en ellos descansa, en el mejor de los casos, la adecuación de la interpretación.

La relación entre objetividad y subjetividad parece mostrarse indisoluble al estar mediatizada por el lenguaje: no existe la una sin la otra y ambas no pueden ser dicotomizadas (Freire, 1975). Aun así, encontramos contribuciones destacadas que buscan solventar la compatibilidad de la objetividad de la comprensión con la participación en un proceso de entendimiento. Habermas (1999), por ejemplo, introduce las denominadas *estructuras generales de los procesos de entendimiento*, compartidas por el intérprete y por los implicados directos en la acción comunicativa. Son las estructuras que suministran al científico social los medios críticos con los que poder garantizar la objetividad de los conocimientos adquiridos. Es a través de ellas como el observador puede controlar su influencia en el proceso de comunicación cuando interviene en él con la intención de comprenderlo, garantizando de este modo una transparencia en la relación entre los procesos de comprensión y de producción de datos:

[...] el científico social no puede asegurar la objetividad de su conocimiento recurriendo furtivamente al ficticio papel de un <<observador desinteresado>> y huyendo así a un lugar utópico fuera del contexto vital que nos resulta

comunicativamente accesible. Antes bien, tendrá que buscar en las estructuras generales de los procesos de entendimiento, en los que no tiene más remedio que introducirse, las condiciones de objetividad de la comprensión para averiguar si el conocimiento de esas condiciones le permite cerciorarse reflexivamente de las implicaciones de su participación. (Habermas, 1999, p. 173)

También Ricœur (2002) reconoce distintos rasgos principales que, tomados en conjunto, confieren objetividad a la interpretación en su sentido más tradicional. Entre otros, la renuncia a buscar la intención subjetiva del autor, la fijación del sentido en lo escrito, la autonomía del texto, la consideración de referencias no ostensivas y la variedad de los destinatarios del texto. Aunque es en la *intersubjetividad* donde promueve una caracterización distinta para la objetividad. Este autor reconoce que en las situaciones de interacción suelen ejercerse poderes e influencias mutuas de unas voluntades sobre otras, por el hecho mismo de actuar. Esta circunstancia genera disimetrías iniciales entre los protagonistas que, sin embargo, pueden ser atenuadas y eliminadas empleando la reciprocidad como elemento mediador entre la diversidad personal. La finalidad última en la búsqueda de esta nueva objetividad es la de garantizar la equidad de la situación de deliberación de la que podría resultar un posible acuerdo.

El camino de un consenso eventual no puede proceder más que de un reconocimiento mutuo en el plano de la admisibilidad, es decir, de la admisión de una verdad posible, de proposiciones de sentido que nos son en un primer contacto extrañas. (Ricœur 1996, p. 319)

En definitiva, aproximaciones como éstas ponen de manifiesto que el tipo de certeza al que podemos aspirar al interpretar en el ámbito social se aleja de los criterios de verificación de los saberes objetivos. Además, la interpretación encuentra su lugar y razón de ser en el vínculo complejo entre la coherencia narrativa de la reconstrucción de la comprensión que realiza el agente intérprete y su conformidad con los productos (textos y acciones) evidenciados y ofrecidos por el autor. La condición que justifica la interpretación reside justamente en el distanciamiento previo, entre autor y sus productos, que motiva la posterior reconstrucción del intérprete. Finalmente, los rasgos caracterizadores de la objetividad en el ámbito social nos invitan a pensar también en la posibilidad de garantizar una interpretación dirigida por una intención inclusiva y una pretensión de reciprocidad y equidad al interpretar que pueda considerarse justa con el entendimiento del otro.

6.6.2. Búsqueda de pertinencia para la interpretación de la comprensión en matemáticas

Hace décadas que se reconoce en Educación Matemática la posibilidad de interpretar de múltiples maneras la comprensión matemática que despliegan los estudiantes durante su actividad en el aula. Es un hecho constatado que las apreciaciones sobre la comprensión matemática del otro son relativas y que las valoraciones resultan diferentes si las hacen distintos observadores (Sierpinska, 1994; Morgan, 1996). Tanto es así que suelen estudiarse con regularidad las características de las interpretaciones que realizan los profesores durante su trabajo diario, con el propósito de encontrar en ellas razones que

justifiquen el tipo de enseñanza que desarrollan de las matemáticas y el aprendizaje que promueven en los estudiantes (Morgan y Watson, 2002; Sheiner, 2016).

¿Qué veracidad podemos otorgar entonces a las distintas interpretaciones que se realizan sobre la comprensión matemática de los estudiantes? Con base en argumentos como los expuestos en la sección anterior, parece evidente que el tipo de certeza a la que puede aspirar la interpretación de la comprensión en matemáticas se aleja también de los criterios de verificación de los saberes objetivos, por lo que no habría que buscar la pertinencia de las propuestas interpretativas en alguna supuesta veracidad absoluta adquirida. El reto abierto consiste más bien en hacer compatible la justificación de la interpretación como requisito indispensable para acceder a la comprensión matemática de los estudiantes con el propósito de garantizar algún tipo de objetividad para los conocimientos logrados mediante esta interpretación. Una respuesta extendida en Educación Matemática consiste en responder en términos de aplicabilidad o potencialidad práctica de los enfoques interpretativos (Tahta, 1996).

En este sentido, se desarrollan propuestas interpretativas fundamentadas en la investigación que persiguen aproximarse a la realidad comprensiva de los alumnos del modo más objetivo y operativo posible. En orientaciones a la interpretación en matemáticas, como la cognitiva o la semiótica, la objetividad suele sustentarse en la independencia atribuida a las producciones externas establecidas y conservadas en registros y representaciones de varios tipos, verbales y escritos (Gallardo et al. 2014). Las propuestas interpretativas también suelen justificar su objetividad apelando al carácter objetivo otorgado a la propia matemática, con referencias a sistemas lógicos (Sierpiska, 1994), análisis multifacéticos del conocimiento matemático (Niemi, 1996) o significados institucionales preestablecidos (Godino y Batanero, 1994).

No obstante, ¿hasta qué punto presentar la objetividad en términos de plausibilidad puede alcanzar grados de concreción, profundidad y eficacia aceptables? ¿Cómo se discrimina entre distintas propuestas interpretativas atendiendo a su aplicabilidad o potencialidad práctica? ¿La búsqueda de objetividad con base en estas referencias, aun entendida en términos no absolutos, ha de mantenerse como criterio principal para garantizar la pertinencia de la interpretación de la comprensión en matemáticas? ¿Dónde más es posible y pertinente situar la referencia para una interpretación admisible de la comprensión en matemáticas? Nuevamente, el papel que desempeña la intersubjetividad en la objetivación de los conocimientos, a través de la confrontación y el reencuentro con el otro (Radford, 2014; Sackur et al. 2005), también permite pensar en criterios alternativos en el ámbito de la Educación Matemática. Las teorías fenomenológicas en el área contribuyen a ello poniendo de relieve la necesidad de hacer partícipe al estudiante en el proceso conjunto de interpretación de su propia comprensión matemática, con el propósito último de garantizar unas interpretaciones más inclusivas con los escolares (Brown, 2001, 2008; Drouhard y Sackur, 1997).

6.6.3. Más allá de la objetividad: fundamentos para una interpretación justa de la comprensión matemática en entornos de aula democráticos

Admitimos que la interpretación de la comprensión en matemáticas no puede llegar a ser neutra ni objetiva, por lo que nos parece desaconsejable destinar esfuerzos a valorar la idoneidad o pertinencia al interpretar en términos de objetividad. Como alternativa, consideramos posible y también deseable pensar en lograr ser justos con lo que se interpreta y sobre todo con respecto a quién se interpreta. Por ello, no sustentamos la pertinencia o idoneidad de la interpretación en una supuesta objetividad alcanzable, sino en la idea de justicia social para quien es interpretado, para el protagonista interpretado (alumno, compañero, profesor) y para sus productos observables derivados de una actividad matemática materializada en registros de distinto tipo.

El trabajo matemático en el aula ha de ser capaz de generar condiciones propicias que permitan a cada estudiante desarrollar no sólo sus capacidades cognitivas sino también promover una formación ética que contribuya a la construcción de su identidad como persona. La actividad matemática ofrece oportunidades para que los escolares incrementen sus posibilidades de alcanzar un desarrollo íntegro viviendo con y para los demás en instituciones regidas por normas justas.

Una norma es justa si todos los afectados por ella pueden darle su consentimiento después de un diálogo celebrado en las condiciones más próximas posible a la simetría, un diálogo en que los afectados han sacado a la luz sus intereses de forma transparente y están dispuestos a dar por justo el resultado final, el que satisfaga intereses universalizables (Cortina, 2013, p. 42).

Nos inspiramos en la clásica cuestión fundamental planteada por D'Ambrosio (1998) acerca de cómo poder cumplir, como matemáticos y profesores de matemáticas, con nuestras responsabilidades con la humanidad. Como contribución específica a este desafío, desde el OMIUM planteamos la interpretación como un ejercicio continuo cuyo principal objetivo es la comprensión del otro en toda su dimensión (sentimientos, acciones, conocimientos), un requisito necesario a su vez para establecer las relaciones sociales que permiten la convivencia con los demás a través del lenguaje (Maturana, 2001). Desde nuestra teoría interpretativa de la comprensión, presentamos la *interpretación justa* como un ejercicio de curiosidad hacia el otro y asombro desinteresado por sus acciones y producciones.

Se trata de una interpretación dirigida por una intención inclusiva y una pretensión de reciprocidad y equidad al interpretar. Una interpretación que pone en valor la diversidad de pensamiento a través del respeto por tales diferencias y dispuesta a la concesión con el otro. Interpretaciones que reconocen lo bueno que el alumno es capaz de hacer con el conocimiento matemático; que identifican los usos apropiados y pertinentes que realizan del conocimiento matemático; que se centran en los aspectos positivos de la comprensión, en lo que el estudiante comprende y cómo lo comprende. Para llevarla a cabo, proponemos el círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas como método interpretativo, el cual ofrece un entorno común propicio para el discurso, la discusión crítica y el intercambio necesario para alcanzar el denominado *consentimiento*

con el otro (Gallardo y Quintanilla, 2016). Interpretar con justicia a través del consentimiento implica estar dispuestos a quedar transformados por el otro a través de sus productos interpretables en un proceso principalmente dialógico, de forma directa o indirecta. Como bien advierte Radford (2013), en este propósito no se trata de promover una negociación o confrontación de posiciones resistentes que buscan finalmente algún tipo de control sobre el otro o algún beneficio propio.

Es en la naturaleza cooperativa y amorosa innata de los seres humanos donde situamos el origen de nuestra conciencia social, de nuestra capacidad para convivir de manera solidaria con nuestros iguales (Maturana, 2001).

Es por esto que para interpretar la comprensión matemática desde nuestra perspectiva se vuelve fundamental lograr construir un entorno igualitario y democrático para todos los protagonistas. Ello nos exige conformar un escenario favorable para las actividades comunes y las experiencias compartidas, la comunicación y la diversidad de opiniones, la aceptación del cambio y la resolución pacífica de las diferencias; todos ellos, en conjunto, elementos caracterizadores de una educación democrática (Dewey, 2004, Nussbaum, 2010). Tomamos entonces el aula de matemáticas como institución básica desde la que promover la estructura del vivir-juntos (Ricœur, 1996) necesaria para la consecución de nuestro objetivo de justicia e igualdad.

El aula de matemáticas lo concebimos como un espacio en el que propiciar la participación equitativa de todos sus protagonistas, en el que el conocimiento matemático asume el papel de herramienta democratizadora, donde profesor y estudiantes se tratan unos a otros como individuos intelectualmente iguales, como buscadores de una verdad común a partir de situaciones de equidad (Hannaford, 1998; Morgan y Watson, 2002). Esto exige, a su vez, un ejercicio permanente de concesión hacia el otro por parte de los protagonistas. Para hacerlo posible es necesario considerar al otro como un legítimo otro en la convivencia (Maturana, 2001), ejercer la virtud cognitiva de la empatía hacia la diferencia con los otros en la percepción de una situación común (Habermas, 1999), reconocer la existencia de principios fundamentales distintos poniendo en valor la diversidad de pensamiento a través del respeto por esas diferencias (Morin, 1999).

En definitiva, se trata de reconocer y permitir al otro poder actuar y expresarse en las condiciones más próximas posibles a la simetría y de estar dispuestos los protagonistas a dar por buenos resultados y conclusiones finales que, aunque no siempre sean considerados externamente correctos o idóneos, resulten satisfactorios para sus intereses compartidos (Drouhard et al. 2011; Drouhard y Sackur, 1997; Llewellyn, 2012). Solo bajo tales condiciones cabe pensar en alcanzar el propósito final del consentimiento con el otro en la interpretación en matemáticas. De lo contrario, la interpretación puede correr el riesgo de caer en situaciones de injusticia en forma de desigualdad, desprestigio del otro o descuido y desprecio por lo ajeno (Brown, 2008; Morgan y Watson, 2002). En el siguiente apartado, describimos algunos de estos riesgos con más detalle, junto con las iniciativas del OMIUM para reducirlos.

6.6.4. Contribuciones éticas para reducir riesgos vinculados con la interpretación de la comprensión en el aula de matemáticas

Las propuestas que aspiran interpretar la actividad matemática en el aula pueden correr el riesgo de ser injustas con la comprensión matemática de los estudiantes. Esto sucede sobre todo cuando promueven, con sus diversos planteamientos y estrategias, fenómenos como la estandarización de la comprensión del conocimiento matemático, el control sobre la fuerza epistémica de la interpretación, la transgresión excedida del problema de las otras mentes y la confrontación ontológica de los conocimientos matemáticos puestos en uso en el aula. Nuestra propuesta interpretativa ofrece alternativas para reducir las distintas consecuencias desfavorables que se desprenden de estos fenómenos. Entendemos que tales contribuciones son las que confieren un carácter ético a nuestro modelo.

6.6.4.1. Estandarización de la comprensión en matemáticas

Toda persona comprende conocimientos matemáticos. Es algo consustancial al ser humano, forma parte de su esencia y contribuye a caracterizar al individuo como tal. Sin embargo, la delimitación externa y estandarizada de un conjunto reducido de conocimientos matemáticos seleccionados para su enseñanza y secuenciados en instituciones regladas destinadas a ello (por ejemplo, la escuela), no garantiza el desarrollo de la comprensión matemática de todas las personas. Es decir, reconocer una diversidad de pensamiento y acción entre los estudiantes, como consecuencia de sus diferencias fisiológicas y sus distintos estilos y potenciales cognitivos (Eagleman, 2013), pone en entredicho la búsqueda o aspiración de alguna supuesta y pretendida perfección o corrección estandarizada en los aprendizajes adquiridos (López Melero, 2003). Más bien, los procesos de homogeneización en el desarrollo de la comprensión matemática en los alumnos generan entornos injustos que favorecen la estigmatización, marginalización y exclusión educativa y social de parte del alumnado. Como alternativa, nuestra propuesta interpretativa promueve como objetivo principal compartir diferentes modos de ver y comprender las matemáticas desde el interior del aula, antes que insistir en promocionar desde el exterior una versión correcta de ellas y una supuesta buena comprensión (Brown, 2008). Constatamos con Llewellyn (2012) que un lugar alejado de la comprensión estándar establecida puede llegar a ser en ocasiones la situación cognitiva más deseable, confortable y segura para determinados alumnos.

6.6.4.2. Control sobre la fuerza epistémica de la interpretación

Las propuestas centradas en el desarrollo de la comprensión en el aula de matemáticas suelen incorporar reflexiones acerca de cuáles son o debieran ser los ámbitos de aplicación de los conocimientos matemáticos. Esta circunstancia puede dar lugar a decisiones que terminan delimitando de forma unilateral la utilidad del conocimiento (Morin, 1999), restringiendo de este modo la competencia de los protagonistas del aula de matemáticas a decidir de forma legítima sobre la conveniencia de tales usos y su posible ampliación o adaptación en otras situaciones pertenecientes también al ámbito fenómeno-epistemológico de los distintos conocimientos matemáticos. Con el propósito

de aumentar la fuerza epistémica de la interpretación, como generadora de conocimiento en el aula de matemáticas, cabe pensar también en el desarrollo de entornos interpretativos regulados que favorezcan las oportunidades para que los estudiantes determinen y decidan conjuntamente posibles contextos alternativos de aplicación de los conocimientos matemáticos compartidos durante su actividad, sin necesidad de que tales usos distintos sigan siendo establecidos de manera necesaria por agentes externos a los propios protagonistas. La posibilidad de que los estudiantes asuman el protagonismo de decidir construir y aplicar junto a los demás, sin que nadie lo haga por ellos (Cortina, 2013), es uno de los aspectos que caracteriza la formación ética que nuestra propuesta interpretativa ofrece a los escolares a través del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas.

6.6.4.3. Transgresión del problema de las otras mentes

El estudio de la comprensión en matemáticas se ve afectado por el conocido *problema de las otras mentes* presente en la epistemología contemporánea (Dancy, 1993), pudiéndose ver como una concreción de este en el ámbito particular de la Educación Matemática. En dicho problema se discute la posibilidad de aceptar algún tipo de vínculo entre el estado mental de un sujeto ajeno y el de su agente intérprete, así como de acceder a proposiciones sobre mentes distintas a la nuestra propia. En la práctica, cuando se interpreta suele transgredirse el problema de las otras mentes, de forma natural y con fines utilitarios (LeDoux, 1999). Esto sucede cuando la interpretación se sitúa en los dominios de la esfera mental de la comprensión del otro. Sin embargo, al sobrepasar esta frontera se puede dejar de ser cauto y realizar afirmaciones excedidas, y por ello injustas, sobre la comprensión matemática del otro. En este ejercicio también es frecuente que una voluntad termine imponiéndose sobre otra atendiendo a razones jerárquicas o de posición dominante, lo cual vuelve a generar escenarios de injusticia con la comprensión ajena. Desde nuestra perspectiva, proponemos una interpretación multifacética al enfrentar el reto fundamental de acceder a la comprensión matemática del estudiante. Plantear como alternativa el acceso al ámbito interno del otro de forma no directa, sino con el apoyo de elementos externos y visibles de tipo semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico, tal como recoge el OMIUM a través del círculo hermenéutico, puede contribuir a reducir riesgos y a dar “el salto al interior” de una mejor forma.

6.6.4.4. Confrontación ontológica de los conocimientos matemáticos

Cada persona trata de resolver continuamente la relación particular entre los conocimientos matemáticos existentes y sus modos de accederlos y comprenderlos. Suponer que los conocimientos matemáticos existen prefigura para cada individuo una regla para su posible conciencia experiencial (Husserl, 1994), esto es, una manera para su posible comprensión que es tomada de referencia para llevar a cabo posteriores procesos de comprensión y labores de interpretación, propia y ajena. Uno interpreta y valora lo que realiza y comprende el otro, y también a sí mismo como otro (Ricœur, 1996), en función de juicios, ideas y concepciones propias sobre lo que es o debiera ser el conocimiento matemático. Cuando se trata de un profesor y alumnos inmersos en un

proceso de enseñanza y aprendizaje, se corre el riesgo de que la solución ontológica del primero, no solo no se corresponda con las de los segundos, sino que se asuma para ella una mayor corrección, verdad y bondad respecto a aquellas. En cambio, desde nuestra propuesta interpretativa contemplamos la posibilidad de plantear lo contrario: los objetos que emergen de la actividad matemática de los alumnos, evidenciados mediante distintos rastros observables (acciones, textos, discursos), manifiestan mayor estatus ontológico que los propios conocimientos matemáticos curriculares y oficiales tomados de referencia para su enseñanza y aprendizaje en las aulas de matemáticas. Esta visión, inspirada en parte en la reducción (*epoché*) del programa fenomenológico husserliano (Husserl, 1994) pone en valor las producciones matemáticas de los estudiantes y su correspondiente comprensión de ellas, en relación con la oficialidad de los programas educativos y con las enseñanzas promulgadas por los profesores como transmisores para favorecer la “buena” comprensión. Hablamos, en todo caso, de ontologías que podrían llegar a rivalizar en el aula de matemáticas, con el peligro asociado de una posible imposición de la alternativa ontológica del profesor sobre las de los estudiantes. Una circunstancia que recuerda en parte a la jerarquía histórica ejercida por las matemáticas y a su papel discriminatorio frente a otras manifestaciones humanas (D’Ambrosio, 1998). Esta confrontación resulta ficticia e irrelevante si lo único que se persigue y desea conseguir es hacer prevalecer una en detrimento de otras. También es un modo de contravenir la idea de aula como lugar de encuentro entre personas en comunicación que buscan saber más entre sí (Freire, 1975). Si en Educación Matemática es frecuente la discusión crítica en torno a la asunción de ontologías diferentes por parte de las teorías que estudian los procesos que regulan la enseñanza y el aprendizaje (Radford, 2006; Font, Godino y Gallardo, 2013), esta cuestión también debiera ser centro de interés y desarrollo en el contexto de actividad matemática de un profesor con sus alumnos en su ambiente natural de aula.

6.7. AFECTO Y ÉTICA

La Educación Matemática debe tener presente que la formación matemática que se imparte en instituciones regladas no se lleva a cabo de manera aislada ni puede asumirse como un único fin en sí mismo. La enseñanza de las matemáticas forma parte de un proceso mucho más amplio y ambicioso que persigue el objetivo de la educación: formar ciudadanos libres, cultos, reflexivos, críticos, demócratas, con capacidad de trabajar cooperativamente con los demás renunciando a la competitividad y el individualismo (Cortina, 2013; Dewey, 2004; López Melero 2003, 2004, 2015; Nussbaum, 2008, 2015, 2016; Ricoeur, 1996).

Teniendo en cuenta estas consideraciones, las matemáticas asumen su papel de herramienta o medio, en lugar de únicamente un fin en sí mismas. Implica que tanto la práctica docente como la investigación deben considerar aspectos éticos y políticos relacionados con las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje (Cobb et al. 1989; D’Ambrosio, 1998; Hannaford, 1998; Radford, 2008).

Las matemáticas, por sí mismas, son éticamente neutras, sin embargo los principios éticos que producen tanto la democracia como las matemáticas pueden transmitirse a

través de su enseñanza. Es decir, la moralidad de las matemáticas no radica en sus resultados sino en los acuerdos morales subyacentes al trabajo cooperativo entre seres humanos con cercanía y en igualdad de condiciones e importancia (Hannaford, 1998).

Por otro lado, asumimos que comprensión y afecto son dos procesos mutuamente influyentes y que actúan de manera interdependiente. Es decir, cambios en uno de ellos necesariamente provocará cambios en el otro recíprocamente (Else-Quest et al. 2008; Hannula, 2011, 2015; McDonald, 1989)

Desde nuestros planteamientos, las decisiones que los estudiantes asumen sobre el uso que harán con un determinado conocimiento matemático en una tarea específica dependen de sus emociones y los marcadores somáticos asociados y también de los sistemas de creencias, sistema motivacional, sistema de valores y normas que definen el carácter y el sentido de la emoción que se genera como respuesta a un objeto durante la actividad matemática en un contexto específico.

La Dimensión Socioafectiva del OMIUM cuenta entre sus componentes con un sistema de valores y normas íntimamente relacionado con las funciones asociadas a la interacción social de las emociones, la identidad y las cuestiones éticas vinculadas a la comprensión del conocimiento matemático, teniendo en cuenta que el aprendizaje y la práctica matemática se realizan en contextos sociales y culturales específicos. En palabras de Damasio (2014): “[...] la asociación de emoción y sentimiento desempeña un papel esencial en el comportamiento social, y por extensión, en el comportamiento ético” (p. 170).

De manera recíproca, la ética debe tener en cuenta a las emociones asumiéndolas como parte del propio pensamiento ético y no sólo como un apéndice psicológico dado el carácter cognitivo que se le otorga. En palabras de Nussbaum (2008): “[...] las emociones están imbuidas de inteligencia y discernimiento y si contienen en sí mismas conciencia de valor e importancia, no pueden, por ejemplo, dejarse fácilmente a un lado a la hora de dar cuenta del juicio ético [...]” (p. 21).

Reconocer y comprender el carácter cognitivo y evaluador de las emociones posibilita mejorar la capacidad de razonamiento ético y político, “El hecho de que los seres humanos deliberen éticamente sobre cómo vivir supone que las emociones son una parte fundamental de la deliberación moral” (Nussbaum, 2008, p. 201). De este modo, las emociones tienen un papel imprescindible para la construcción de sociedades democráticas y justas, fundamentalmente el amor y la compasión debido a que ambas emociones generan acciones beneficiosas para los demás (Cobb et al. 1989; Goldin et al. 2009; Marshall, 1989; Maturana, 2001; Nussbaum, 2008, 2010; Op ‘t Eynde et al. 2006; Radford, 2015).

Asumimos las siguientes conceptualizaciones de compasión y amor:

“[...] la compasión es una emoción dolorosa ocasionada por la conciencia del infortunio inmerecido de otra persona” (Nussbaum, 2008, p. 339). Tiene un fuerte componente vinculado a la acción.

El amor es la emoción que constituye el dominio de conductas donde se da la operacionalidad de la aceptación del otro como un legítimo otro en la convivencia, y es ese modo de convivencia lo que connotamos cuando hablamos de lo social. Por esto digo que el amor es la emoción que funda lo social; sin aceptación del otro en la convivencia no hay fenómeno social (Maturana, 2001, p. 9).

El contexto particular y único de un aula de matemáticas se constituye a través de la interacción de sus integrantes que actúan, se desenvuelven y desarrollan persiguiendo objetivos comunes. Es preciso que dichas interacciones, para ser productivas se constituyan en escenarios equitativos, justos y democráticos, regulados por unas normas sociales estructuradas a través del consenso de todos sus participantes y centrado en el trabajo cooperativo (Aguirre, 2009; Biesta y Lawy, 2006; Cobb et al. 1989; Cockcroft, 1985; Cortina, 2013, 2017; D'Ambrosio, 1998; Depaepe et al. 2015; Dewey, 2004; Freire, 1970; Goldin et al. 2009; Hannaford, 1998; Hannula, 2012a; Nussbaum, 2010, 2016; Philippou y Pantziara, 2015; Radford, 2015; Ricoeur, 1996; Schulz, 2009; Sowder, 1989; Tsamir y Tirosh, 2009).

Durante la actividad matemática los estudiantes además de enfrentarse al proceso de aprendizaje de las matemáticas, tendrán que resolver situaciones sociales que también generarán emociones distintas en función de la evaluación cognitiva que se realice. Así por ejemplo, creer que no se satisfacen las expectativas ajenas o no cumplir con las normas acordadas puede desencadenar emociones que podrían entorpecer el desarrollo de la comprensión, principalmente culpa y vergüenza, que inhiben la acción. Este hecho trae consigo aprendizajes distintos a los estrictamente matemáticos y relacionados con la gestión y control de las emociones propias y ajenas y el desarrollo de la autonomía moral además de la intelectual (Cobb et al. 1989; Goleman, 1998; Hannula, 2012a).

En este sentido, la equidad y la participación activa del estudiantado, no sólo durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, sino también en la toma de decisiones sobre dicho proceso (característica de un contexto democrático) tiene un papel fundamental pues refuerza las creencias sobre las propias posibilidades, sobre el aprendizaje de las matemáticas, sobre el profesor y sobre las matemáticas como disciplina y permite la evolución de la confianza en uno mismo a partir del reconocimiento y valoración de las diferencias en contra de la competitividad, la comparación, las jerarquías y el poder.

Es decir, un contexto democrático es un contexto emocionalmente seguro para sus miembros debido a:

- a) La interconexión entre identidad y contexto específico de aula y su influencia en las experiencias emocionales.
- b) La construcción conjunta y consensuada de las normas reduce el estrés y permite conocer las expectativas que los demás tienen sobre uno.
- c) La frustración se asume como parte del proceso de aprendizaje.
- d) El trabajo cooperativo potencia la generación de alegría y disfrute estimulando la acción).

The students have to engage in and practice intersubjective understanding, openness towards others, etc. These fostered cultural forms of being at the heart of our didactic designs bring with them forms of ethical relationships and concomitant forms of sensing. They make students prone to *move* towards certain forms of actions rather than others. This is what emotion means etymologically. Emotion comes from the Latin *emovere*, that is “to move” or “to move out”. [Los estudiantes tienen que involucrarse y practicar la comprensión intersubjetiva, la apertura hacia los demás, etc. Estas formas culturales fomentadas de ser en el corazón de nuestros diseños didácticos traen consigo formas de relaciones éticas y formas concomitantes de percepción. Ellos hacen a los estudiantes propensos a *move* hacia ciertas formas de acciones en lugar de otras. Esto es lo que significa emocionalmente etimológicamente. La emoción proviene del latín *emovere*, que es "moverse"] (Radford, 2015, p. 44).

El desarrollo de la compasión en el profesorado, le permite facilitar el aprendizaje exitoso de todos sus estudiantes. En este caso concreto, la empatía es insuficiente porque es poco probable que el profesor sea capaz de imaginarse a sí mismo teniendo dificultades para resolver una tarea matemática. Sin embargo, si dentro de su sistema de valores se encuentra la valoración de las diferencias, como creencia asume que todos y todas son capaces de comprender un conocimiento matemático y entre sus objetivos docentes está el que todos sus estudiantes logren aprendizajes significativos; las dificultades con el aprendizaje matemático de alguno de sus estudiantes será asumido como un sufrimiento innecesario que debe resolverse. Ubicamos en estas ideas el sentido moral de las emociones (Buck, 1993; Nussbaum, 2008).

CAPÍTULO VII

DISEÑO DEL ESTUDIO EMPÍRICO

7.1. INTRODUCCIÓN

El OMIUM, como modelo teórico y metodológico para la interpretación de la comprensión del conocimiento matemático ha demostrado su eficacia empírica en diversas investigaciones. En el capítulo V del presente trabajo hemos presentado dos estudios exploratorios relacionados, pertenecientes al primer estudio empírico, que también muestran operatividad y eficacia en la práctica. Además, dichos estudios ponen en evidencia una doble potencialidad del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas: (1) como herramienta metodológica para la investigación y (2) como herramienta de uso cotidiano en las interpretaciones efectuadas por los estudiantes en el aula de matemáticas.

Sin embargo, estos estudios exploratorios también evidencian la necesidad de la ampliación del círculo hermenéutico debido a la presencia de rasgos afectivos. La ausencia de herramientas en nuestro modelo actual, tanto teóricas como metodológicas, impide por ahora el análisis e interpretación de dichos rasgos.

Esta circunstancia nos ha llevado a desarrollar en el capítulo VI la Dimensión Socioafectiva del OMIUM, junto con las consideraciones éticas del modelo en una cuarta Dimensión Ética complementaria. La incorporación de la Dimensión Socioafectiva se realiza a nivel teórico y metodológico, basada en los resultados presentados en los capítulos II, III y IV. Esta dimensión parte de reconocer el carácter afectivo de la comprensión, motivo por el cual asumimos que la investigación sobre la comprensión también debe incorporar los afectos. Teniendo en cuenta estas aportaciones teóricas, consideramos necesario contrastar dichas afirmaciones con evidencias empíricas.

En el presente capítulo presentamos el diseño y las cuestiones formales del estudio empírico de nuestro trabajo de investigación. En concreto, en el segundo apartado enunciaremos los objetivos que nos proponemos alcanzar en esta fase empírica. En el tercer apartado explicamos la metodología empleada a través de la descripción de la población y muestra seleccionadas, el contexto general del aula, las fases del estudio, la organización temporal de las mismas y los instrumentos de recogida de datos. En el apartado cuatro llevamos a cabo el análisis fenómeno-epistemológico de las tareas utilizadas en la experimentación. En el quinto apartado, por su parte, centramos la atención en el análisis fenomenológico de los componentes de la Dimensión Socioafectiva que también utilizamos para la interpretación. En el sexto y último apartado describimos de qué modo llevamos a cabo el análisis e interpretación de los datos obtenidos.

7.2. OBJETIVOS

El segundo estudio empírico de nuestra investigación persigue los siguientes objetivos:

[OM₂] *Ampliar el círculo hermenéutico existente incorporando en él los componentes de la Dimensión Socioafectiva para interpretar la comprensión matemática de los estudiantes.*

[OE₁] *Contrastar en la práctica la idoneidad del círculo hermenéutico como método integrador para la interpretación del sistema afectivo vinculado a la comprensión en matemáticas.*

[OE₂] *Evidenciar el carácter afectivo de la comprensión durante la actividad matemática de los estudiantes.*

7.3. METODOLOGÍA

En nuestro estudio empírico empleamos el *estudio de caso múltiple*, una metodología de carácter cualitativo utilizada con frecuencia en la investigación en Ciencias Sociales. El estudio de caso múltiple también es una referencia metodológica para los enfoques actuales de investigación en el área específica de la Educación Matemática y más concretamente en el estudio del dominio afectivo (Aguirre, 2009; Furinghetti y Morselli, 2009; Op 't Eynde y Hannula, 2006; Op 't Eynde et al. 2006; Tsamir y Tirosh, 2009).

En el capítulo VI hemos planteado las características que debe tener una metodología apropiada para la investigación del afecto en Educación Matemática, entre ellas la necesidad de realizar la investigación en el contexto real y cotidiano de los participantes y con el círculo social asociado a su actividad matemática rutinaria (Cobb et al. 1989; Di Martino y Zan, 2015; Evans, 2006; Op 't Eynde et al. 2006; Simons, 2009), así como también la pertinencia de realizar el estudio de todos los componentes de la Dimensión Socioafectiva en un único episodio.

Por tales razones, adoptamos la metodología de estudio de caso cualitativo como opción adecuada, asumiéndola como “[...] el estudio de lo singular, lo particular, lo exclusivo”

(Simons, 2009, p. 19). Partimos del reconocimiento del carácter individual de los afectos y la comprensión en los seres humanos, desde una perspectiva inclusiva y respetuosa con la diversidad. Desde este enfoque, nuestro estudio empírico se centra en la especificidad de cada uno de los participantes.

El estudio de caso cualitativo valora las múltiples perspectivas de los interesados, la observación en circunstancias que se producen de forma natural, y la interpretación en contexto. Es una idea que se corresponde con mi forma de ver el mundo y cómo decido entenderlo, es decir, mediante las formas en que los participantes construyen sus mundos y cómo nosotros y ellos los interpretamos (Simons, 2009, p. 21).

7.3.1. Población y muestra

Nuestra investigación no requiere de un perfil o perfiles específicos de participantes, teniendo en cuenta que el presente trabajo de investigación se ubica dentro del paradigma cualitativo, no se busca representatividad ni validación externa. Por otro lado, el círculo hermenéutico debe demostrar su operatividad para la interpretación de la comprensión del conocimiento matemático al margen de las peculiaridades de sus protagonistas. El estudio de caso múltiple se efectuó sobre una población de 20 estudiantes voluntarios de cuarto curso del *Grado en Educación Primaria*, de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga durante el curso académico 2017-2018. La investigadora también era la profesora responsable de la asignatura *Didáctica de la Medida* en los grupos a los que pertenecían los estudiantes protagonistas.

Los 20 estudiantes se organizaron en 10 parejas, sin ningún criterio concreto preestablecido de antemano, constituyendo de este modo un total de 10 episodios. Si bien los 20 estudiantes completaron las tres fases constituyentes del estudio empírico, la muestra del estudio está constituida por 6 estudios de caso, repartidos en tres episodios de trabajo en pareja. Esta pequeña muestra intencional fue seleccionada al finalizar la tercera fase con los 20 participantes, teniendo en cuenta que previamente se efectuó el recorrido por los planos semiótico y fenómeno-epistemológico de cada uno. Si bien es cierto que no se efectuó la interpretación en profundidad, dicho acercamiento a la comprensión y experiencias afectivas de los participantes nos permitió definir las características y rasgos afectivos desplegados durante el estudio. Esta información nos brindó los criterios para la selección de los 6 estudios de caso con base en las características de cada uno de los tres episodios a los que pertenecen y que los distinguen no sólo entre sí, sino también de los demás:

a) Episodio 1: Adela y José. Los protagonistas, a diferencia de los demás participantes, no habían coincidido previamente en ninguna asignatura, no se conocían y este hecho influyó en el desempeño de ambos y sobre sus experiencias afectivas. Por otro lado, la tercera fase con José nos permitió buscar y alcanzar el consentimiento no sólo sobre sus conocimientos sobre la medida sino también sobre su mundo afectivo y la influencia que ejerce sobre su comprensión en matemáticas de manera explícita.

b) Episodio 2: Ana Belén y Carmen N. Las protagonistas, a diferencia de los componentes del episodio anterior, tienen una relación de amistad que se remonta al inicio de sus estudios en la Facultad de Ciencias de la Educación; están acostumbradas a trabajar juntas y se conocen bien. Este hecho provocó que ambas se sintieran cómodas y que el episodio se efectuara con mucha naturalidad (en la tercera fase reconocieron que olvidaron la presencia de la videocámara) de manera que brindaron mucha información sobre sus experiencias emocionales, principalmente a nivel de expresión externa.

c) Episodio 3: Carmen M. y Orlando. A diferencia de los anteriores episodios, ambos protagonistas habían compartido asignaturas previamente, pero no habían trabajado juntos. Por otro lado, sus dominios afectivos eran muy diferentes entre sí, de manera que pudimos intuir una personalidad dominante y otra pasiva. En este episodio, también pudimos vislumbrar, incluso desde el primer acercamiento, la influencia de los afectos sobre la comprensión de manera opuesta a lo encontrado en los dos episodios previos.

Los catorce participantes que no conformaron la muestra intencional presentaban rasgos comunes entre sí tales como grado de amistad, similitudes entre sus sistemas de creencias sobre las matemáticas y sobre sí mismos o pasado matemático semejante.

7.3.2. Contexto general de aula

El estudio de caso múltiple se desarrolló dentro del trabajo cotidiano de la asignatura *Didáctica de la Medida*. El trabajo en esta asignatura se encuentra inmerso dentro de un proyecto más amplio, reconocido oficialmente por la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga (a través de un Proyecto de Coordinación reconocido para el curso 2017-2018) y por la propia Universidad (a través del Proyecto de Innovación Educativa PIE 17-133), enfocado a la formación del profesorado en contextos democráticos (Soler, Quintanilla y Aguilar, 2018), basado en los principios, las bases teóricas y la metodología del modelo educativo de Proyecto Roma (López Melero, 2003, 2004, 2015, 2018).

Los principios que dirigen nuestra práctica docente son:

1. El respeto a las peculiaridades del alumnado. Todos/as son competentes para aprender.
2. El conocimiento se construye de manera social a través de proyectos de investigación en grupos cooperativos y heterogéneos.
3. El aula se organiza, para su funcionamiento, emulando un cerebro (proceso lógico de pensamiento: zonas de desarrollo y aprendizaje).
4. Construcción de espacios democráticos en las relaciones interpersonales entre profesorado y alumnado y la mejora de la calidad de vida en la clase.
5. Reconocimiento de la diferencia como valor. Las diferencias mejoran los procesos de enseñanza y aprendizaje.

[...] the importance of communities where students learn and how they identify with these communities. [...] learning, and developing understandings is a

process of identity formation, and that students develop a sense of belonging to a particular community of practice when they think they understand and can do what is asked of them. [...] la importancia de las comunidades donde los estudiantes aprenden y cómo se identifican con estas comunidades. (...) el aprendizaje y el desarrollo de la comprensión es un proceso de formación de la identidad, los estudiantes desarrollan un sentido de pertenencia a una práctica comunitaria particular cuando piensan que entienden y pueden hacer lo que se les pide] (Pepin, 2009, p. 181).

Dicha asignatura tiene una carga semanal de cuatro horas y media, de las cuales dos horas y media se emplean en la construcción de conocimientos teóricos de didáctica y las otras dos en cuestiones prácticas enfocadas al trabajo de conocimientos matemáticos sobre el dominio de la medida. Para esta última actividad los estudiantes se dividen en dos grupos reducidos, de manera que cada estudiante participa en dos horas y media de trabajo teórico y una hora de trabajo práctico.

Los episodios transcurrieron durante las horas prácticas de la asignatura, con la participación de dos estudiantes por episodio a quienes se solicitaba que resolvieran, trabajando cooperativamente, una batería de cinco tareas pertenecientes al dominio de la medida. La importancia del trabajo cooperativo para nuestra investigación radica en tres cuestiones distintas:

- a) La construcción social del conocimiento constituye uno de los principios fundamentales de la asignatura.
- b) Perspectiva socio-cultural del OMIUM.
- c) Tener en cuenta la función social de las emociones (objeto de nuestra investigación).

Las tareas planteadas para el estudio empírico no fueron utilizadas de manera exclusiva por los 20 participantes de la población de nuestra investigación, sino que fueron resueltas por todo el grupo clase, aunque en fechas distintas, buscando de este modo conservar la naturalidad del contexto y de la situación y minimizar la posible presión y/o temor en los participantes de nuestra investigación.



Tres momentos distintos de los tres episodios del estudio de caso múltiple

7.3.3. Fases del estudio de caso múltiple

Cada estudio de caso transcurrió por tres fases distintas:

1. Fase 1: Breve entrevista semiestructurada individual previa al episodio de resolución de las tareas (F_1). Una vez definidos los participantes voluntarios, se les hizo entrega del documento con la batería de tareas. Se les pidió que las observaran durante dos o tres minutos para, a continuación, tener una breve conversación individual, primero con uno de los integrantes de la pareja y a continuación con el otro, sobre las primeras sensaciones y sentimientos experimentados a partir del primer contacto con las tareas que debían resolver (Furinghetti y Morselli, 2009; Maturana, 2001; Simons, 2009).

El objetivo de esta primera fase es hacer aflorar el sistema de creencias, motivos, intereses, emociones y también la historia matemática personal de cada estudiante. Estos datos nos permiten aproximarnos de manera más efectiva a los afectos de los estudiantes y estructurar conclusiones sobre su comprensión y el carácter afectivo de la misma (Hannula, 2006b).

2. Fase 2: Resolución conjunta de la batería de tareas (F_2). En el aula cotidiana, en el horario habitual, con la profesora de la asignatura y sus compañeros de clase, la pareja de estudiantes debe resolver las tareas planteadas trabajando de manera cooperativa y buscando de manera conjunta las estrategias, procedimientos y conclusiones. Se busca la interacción a dos niveles distintos: (1) entre los estudiantes y las tareas matemáticas y (2) entre ambos participantes.

Durante este proceso los afectos de cada uno de los participantes se irán modificando, representando e interactuando con los procesos cognitivos asociados a la resolución de problemas matemáticos (Cobb et al. 1989; Di Martino y Zan, 2015; Liljedahl, 2009). “[...] students learn by participating in social practice using the tools and artefacts that constitute the resources of that community” [(...) los estudiantes aprenden participando en la práctica social utilizando las herramientas y los artefactos que constituyen los recursos de esa comunidad] (Pepin, 2009, p. 181).

Los patrones de interacción y las normas sociales asociadas pueden analizarse como obligaciones implícitas asumidas y aceptadas para la situación particular y, del mismo modo, las expectativas que tiene uno sobre el otro.

El análisis de las creencias de los estudiantes sobre el rol de cada uno, así como sus creencias sobre la actividad matemática, podrían constituir una parte sustancial de las expectativas normativas cuyas discrepancias con la realidad podrían ser el origen de experiencias emocionales.

3. Fase 3: Búsqueda del consentimiento con el otro (F_3). Después de una primera interpretación por parte de la investigadora, se lleva a cabo una segunda entrevista semiestructurada individual en la que los participantes recuperan su papel protagonista. Esta tercera fase tiene los siguientes objetivos fundamentales:

- (1) Profundizar sobre la historia matemática personal de los estudiantes como una manera de entender el origen de los sistemas de creencias identificados.
- (2) Solicitar un autoinforme oral sobre las emociones y sentimientos desplegados durante la realización de cada una de las tareas, cuya información será cotejada con los datos obtenidos de la observación y registro de las expresiones verbales, faciales y corporales asociadas a las experiencias emocionales desplegadas por el estudiante.
- (3) Buscar el consentimiento propiamente dicho, es decir, presentar los resultados obtenidos sobre los usos del conocimiento matemático y los afectos detectados al propio alumno que los ha evidenciado, con objeto de alcanzar un acuerdo con él o ella. También, explicitar y reconocer las diferencias entre lo que hizo y lo que debiera hacer realmente, utilizando para ello las referencias basadas en el análisis fenómeno-epistemológico teórico efectuado durante el diseño de los estudios exploratorios.
- (4) Procurar que el alumno tome consciencia de su propia comprensión y que reconozca otra posibilidad además de la suya.
- (5) Intentar alcanzar un consenso entre el alumno y la investigadora/profesora acerca del trabajo matemático desempeñado y de las emociones experimentadas.

Estas conversaciones se realizan en un ambiente más íntimo y distendido caracterizado por la confianza mutua. Las citas se programan en función de la disponibilidad horaria de los participantes.

7.3.4. Organización temporal de los episodios

Los 20 estudiantes de la población de nuestro estudio empírico se organizaron en diez episodios distintos (cada uno con la participación de dos estudiantes [E.E.i.]), durante un total de nueve semanas entre los meses de marzo a mayo del año 2018. Presentamos la distribución temporal de los mismos en la Tabla 7.1. Los episodios se presentan por orden cronológico en función de la fecha de realización de las Fases 1 y 2.

Tabla 7.1. Organización y distribución de los episodios

Episodio	Fase	Fecha de realización
E.E.1. (Jesús e Isa)	F ₁ y F ₂	7 de marzo
	F ₃ (Jesús)	3 de abril
	F ₃ (Isa)	25 de abril
E.E.2. (José E. y Adela)	F ₁ y F ₂	14 de marzo
	F ₃ (ambos)	3 de abril
E.E.3. (Jorge y Lidia)	F ₁ y F ₂	14 de marzo
	F ₃ (ambos)	3 de abril
E.E.4. (Remi y Juan)	F ₁ y F ₂	15 de marzo
	F ₃ (ambos)	9 de abril

E.E.5. (Ana y Anabel)	F ₁ y F ₂	21 de marzo
	F ₃ (ambas)	11 de abril
E.E.6. (Macarena y Marina)	F ₁ y F ₂	21 de marzo
	F ₃ (Macarena)	11 de abril
	F ₃ (Marina)	18 de abril
E.E.7. (Carmen N. y Ana Belén)	F ₁ y F ₂	22 de marzo
	F ₃ (ambas)	3 de abril
E.E.8. (Raquel y Leticia)	F ₁ y F ₂	4 de abril
	F ₃ (ambas)	18 de abril
E.E.9. (Carmen y Orlando)	F ₁ y F ₂	5 de abril
	F ₃ (Orlando)	16 de abril
	F ₃ (Carmen)	3 de mayo
E.E.10. (José y Raúl)	F ₁ y F ₂	12 de abril
	F ₃ (ambos)	16 de abril

7.3.5. Instrumentos de recogida de datos

Teniendo en cuenta las diferencias entre las tres fases constituyentes del estudio empírico, adoptamos una aproximación múltiple para la obtención de datos en cada una de ellas, incorporando registros de audio y vídeo, así como las producciones escritas de los propios estudiantes (Di Martino y Zan, 2015; Evans, 2006; Hannula, 2006b). Los registros de audio se transcribieron para textualizar la información y efectuar la búsqueda de rastros afectivos y de comprensión. Por otro lado, obtuvimos imágenes fijas de los registros en vídeo para documentar las expresiones faciales y corporales asociadas a experiencias emocionales. La organización, por fases, de los instrumentos utilizados se efectuó del siguiente modo:

Fase 1: Breve entrevista semiestructurada individual previa al episodio de resolución de las tareas

La primera fase se planificó como una *entrevista como conversación*, con la finalidad de establecer un clima de confianza que permita al estudiante compartir sus experiencias previas con las matemáticas, sin sentirse juzgado ni avergonzado, manteniendo la relación de equilibrio entre investigadora y participante. Para ello, planteamos preguntas abiertas y mantuvimos una escucha activa (Simons, 2009). Estas entrevistas se registraron en audio.

Esta primera fase se diseñó con los objetivos de conocer las emociones y sentimientos generados a partir del primer encuentro con las tareas y de conocer la historia matemática de los protagonistas (vinculada con el sistema de creencias, motivos y objetivos) (Di Martino y Zan, 2015; Hannula, 2006b). Por ello, la entrevista fue semiestructurada considerando las siguientes cuestiones:

- Sensaciones y sentimientos experimentados a partir del primer contacto con la práctica.

- Disposiciones emocionales hacia las matemáticas.
- Visión de las matemáticas (creencias).
- Percepción de la propia competencia en matemáticas (creencias).

Fase 2: Resolución conjunta de la batería de tareas

La segunda fase, en la que los estudiantes resuelven juntos las tareas propuestas, se registra en audio y vídeo. Contamos, además, con las producciones escritas de los participantes. De este modo, obtenemos información sobre los usos del conocimiento matemático desplegados durante el episodio. Sistemas semióticos propios de la resolución de las tareas matemáticas, así como también aquellos correspondientes a la representación externa de la dimensión afectiva (tono de voz, expresiones faciales, lenguaje corporal y expresiones orales) (Di Martino y Zan, 2015; Op 't Eynde et al. 2006).

Asumimos la textualización de los diálogos que los participantes mantuvieron entre sí mientras resolvían las tareas como una valiosa fuente de información sobre los usos del conocimiento matemático que se ponen en juego y también de expresiones verbales asociadas a experiencias afectivas (Cobb et al. 1989; Pepin, 2009).

Fase 3: Búsqueda del consentimiento con el otro

La última fase también tiene carácter de entrevista como conversación. Los temas a tratar (entrevista semiestructurada) surgen de un primer ejercicio de interpretación por parte de la investigadora, en el que se buscan posibles incoherencias, contradicciones, errores o información considerada relevante pero insuficiente. Cada entrevista se registró en audio.

En esta fase, el meta-afecto tiene un papel importante teniendo en cuenta que brindará información sobre el estado afectivo del estudiante en un momento determinado, de manera que la investigadora no se limita a plantear hipótesis sobre las experiencias emocionales de los participantes, pues estos pueden compartir la información sobre sus experiencias emocionales reales, así como también la relación entre éste y otros procesos afectivos y cognitivos. El carácter de entrevista como conversación implica que, aunque los temas estén preestablecidos por la investigadora (al tratarse de una entrevista semiestructurada), el orden de los temas así como la formulación de las preguntas es totalmente flexible de manera que cualquiera de los dos protagonistas es libre de enfatizar sobre aquellas cuestiones que considere más relevantes.

In qualitative research, one of the most widespread methods is the interview, seen as a sincere sharing of opinions, among two persons that confront their points of view. This view underlines the non-neutral role of the interviewer and brings to the fore the human dimension of the interview. [En la investigación cualitativa, uno de los métodos más extendidos es la entrevista, vista como un sincero intercambio de opiniones, entre dos personas que se enfrentan a sus puntos de vista. Este punto de vista subraya el papel no neutral del entrevistador

y pone de relieve la dimensión humana de la entrevista] (Furinghetti y Morselli, 2009, p. 63).

7.4. ANÁLISIS FENÓMENO-EPISTEMOLÓGICO DE LAS TAREAS

La metodología propuesta por el OMIUM para la interpretación de la comprensión implica un análisis fenómeno-epistemológico teórico previo de las tareas que se plantean a los participantes. Este análisis se utiliza como referencia para la interpretación en las dos primeras fases del estudio empírico, correspondientes a los planos semiótico y fenómeno-epistemológico del círculo hermenéutico.

En esta ocasión, la batería de tareas (llamada “práctica” en el trabajo cotidiano de la asignatura) estuvo constituida por un total de cinco tareas correspondientes al ámbito fenómeno-epistemológico de la medida. La selección de las tareas se efectuó como resultado de un primer análisis fenómeno-epistemológico de las mismas, tomando como referencia organizativa las fases por las que transita el proceso de fundamentación matemática de la medida (Figura 7.1), de manera que cada tarea la consideramos representativa de cada una de estas fases. Las tareas seleccionadas exigen para su resolución los diferentes conceptos y procesos matemáticos involucrados en la magnitud y su medida (son tareas fenomenológica y epistemológicamente no equivalentes).

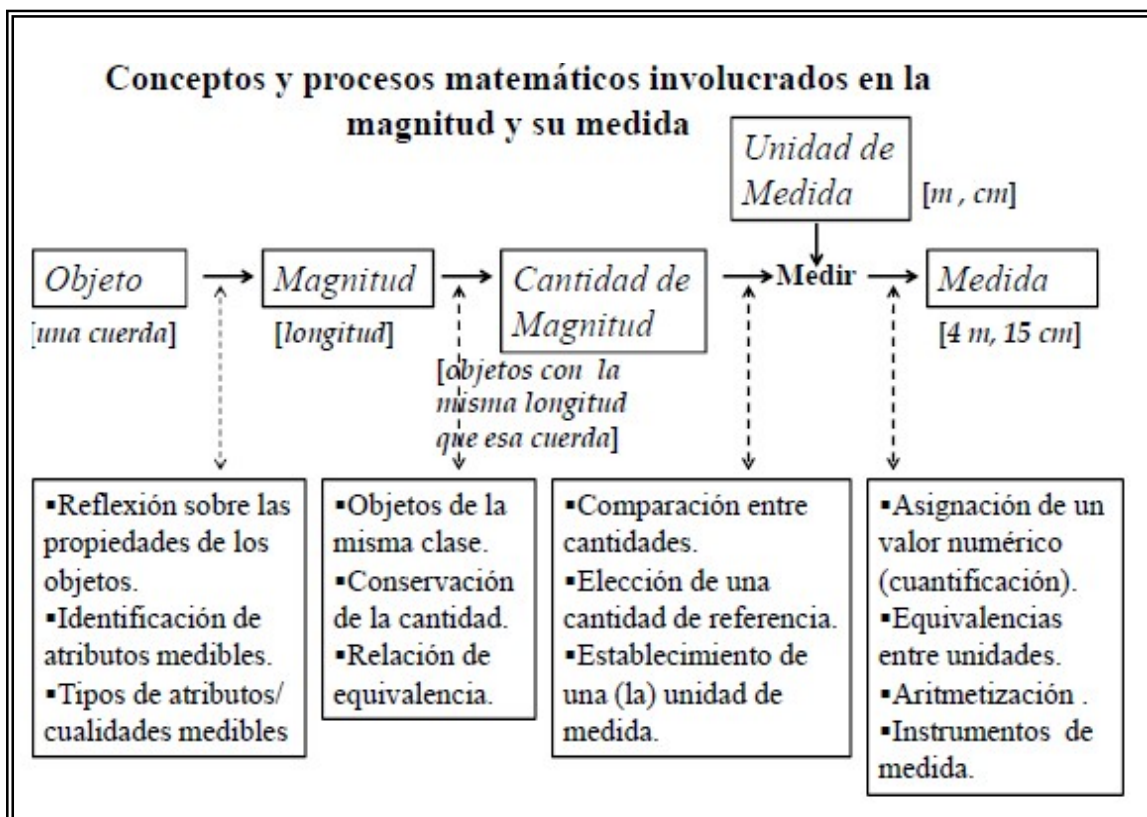


Figura 7.1. Fundamentos matemáticos de la medida [adaptación del original (González y Gómez, 2011, p. 358)]

A continuación, presentamos los detalles del análisis fenómeno-epistemológico de cada una de las cinco tareas utilizadas en la experimentación.

Tarea 1

1. ¿Qué puedes decir de la longitud de los perímetros de los triángulos equiláteros de la figura? (González y Gómez, 2011).

Ubicamos esta tarea en la segunda fase del proceso de fundamentación de la medida (medida informal), directamente relacionada con la construcción de la estructura conceptual de la noción de magnitud, en este caso, de la longitud. En este nivel, es posible encontrar el número de unidades que encajan en una cantidad; conocer que el número de unidades usadas da una medida de la cantidad; utilizar estos números (medidas) para comparar cantidades.

Para resolverla es preciso establecer conexiones con contenidos geométricos; entre ellos identificar a las figuras como triángulos semejantes y el perímetro debe reconocerse como longitud (magnitud involucrada). La observación y visualización de las figuras permite efectuar comparaciones y poner en juego la cantidad de magnitud y la equivalencia de figuras permitirá conservar la magnitud (Tabla 7.2).

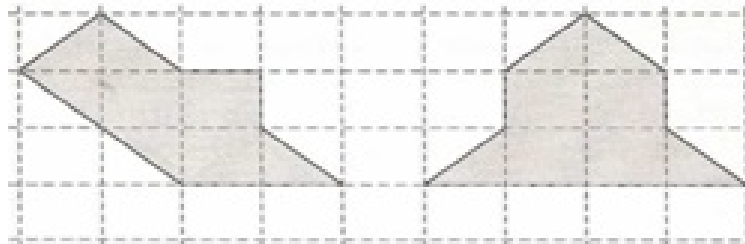
Tabla 7.2. Análisis fenómeno-epistemológico de la primera tarea

Conocimientos matemáticos	Identificar la magnitud involucrada en la tarea Triángulo equilátero Atributos medibles Magnitud Cantidad de magnitud Equivalencia de figuras Conservación de la cantidad Longitud Perímetro Superficie Área Triángulos semejantes
---------------------------	---

Relaciones	Semejanza de triángulos Lados homólogos Entre área y perímetro Entre longitud y perímetro Entre geometría y número La longitud del lado del triángulo de la Imagen i es el doble de la longitud del lado homólogo del triángulo de la Imagen $i+1$
Estrategias heurísticas	Observación Búsqueda de regularidades Uso de analogías Clasificar Ordenar Comparar Visualizar

Tarea 2

2. ¿Cuánto mide la superficie de las siguientes figuras? (González y Gómez, 2011).



La tarea se ubica en la tercera fase del proceso de fundamentación de la medida (estructura de la unidad). En este caso, transcurre en un contexto de área. Es preciso establecer relaciones entre área y superficie, dibujar o visualizar la estructura de la unidad y relacionar el tamaño de la unidad con el número de unidades empleadas en la medición. Para resolverla, es preciso elegir una unidad de superficie (puede usarse un cuadrado de la cuadrícula; el triángulo que se forma al trazar su diagonal o un rectángulo formado por dos cuadrados) que, a continuación, se utilizará para replicar/iterar dicha unidad para cubrir cada uno de los polígonos (Tabla 7.3).

Tabla 7.3. Análisis fenómeno-epistemológico de la segunda tarea

Conocimientos matemáticos	Dimensiones lineales (largo, ancho...) Comparación de unidades Unidad de superficie Unidad idéntica Iteración Submúltiplo Medida Precisión
---------------------------	---

	Superficie Área Cantidad de magnitud Polígono Aditividad Cuadrado Rectángulo Conservación de la cantidad Número natural Número racional
Relaciones	Entre área y superficie Geometría y número Unidad y submúltiplo
Estrategias heurísticas	Elegir la unidad Medir de forma directa Comparar superficies Pavimentar superficies con la unidad Descomponer la superficie Recomponer Sumar las partes Cuantificar

Tarea 3

3. Calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C, respectivamente (Battista, 2003).

Esta tarea también exige un desempeño propio de la tercera fase del proceso de fundamentación de la medida, aunque en este caso la atención se centra en el volumen. Los estudiantes deben definir el número de unidades cúbicas que mide la caja, en función de cada una de las unidades. Ello teniendo en cuenta que tanto las unidades propuestas como la caja están divididas en cubos cuya visualización y conexión podría facilitar la tarea.

El uso de modelos mentales existentes, permitirá imaginar o recuperar experiencias con tareas similares facilitando la visualización y razonamiento espacial; abstraer la

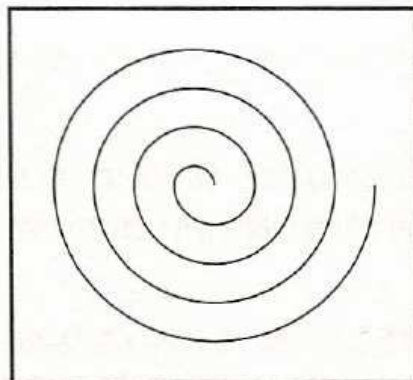
composición y forma de la caja identificando, interrelacionando y organizando sus componentes en función de cada una de las tres unidades planteadas (Tabla 7.4).

Tabla 7.4. Análisis fenómeno-epistemológico de la tercera tarea

Conocimientos matemáticos	Cubo Prisma rectangular Volumen Capacidad Unidad de volumen Submúltiplos Cantidad Localización de unidades
Relaciones	Entre área y volumen Entre unidades distintas Entre geometría y aritmética Estructura espacial Coordinación espacial
Estrategias heurísticas	Estructurar conjuntos de unidades de volumen Composición Descomposición Organizar por composición Comparar Llenar Completar Visualizar Recuento Uso de analogías

Tarea 4

4. ¿Cuánto mide la longitud de la espiral? (González y Gómez, 2011).



Se trata de una tarea que consideramos propia de la cuarta fase del proceso de fundamentación de la medida (longitud). Es una tarea de medición de una longitud, en la que la percepción visual y la estimación tienen un rol importante, teniendo en cuenta

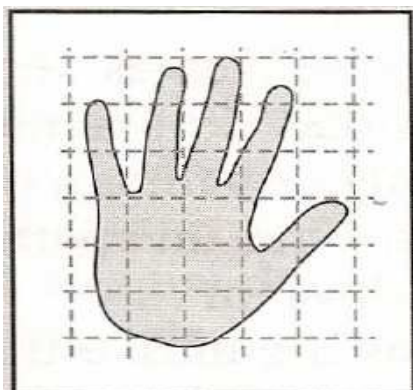
que se presenta una figura de contornos curvos. Entre las posibles estrategias para su resolución están el trocear la figura en semicircunferencias y calcular sus respectivas longitudes para, finalmente, sumar los resultados o imaginar la línea curva como una línea recta y medir la longitud. No cuentan con ningún instrumento de medida, motivo por el cual también deberán decidir tanto sobre la unidad de medida como el instrumento a utilizar (Tabla 7.5).

Tabla 7.5. Análisis fenómeno-epistemológico de la cuarta tarea

Conocimientos matemáticos	Atributos mesurables Magnitud Longitud Línea curva Circunferencia Semicircunferencia Radio Longitud de la circunferencia Medida Estimación Unidad de longitud Asignación de unidad Cuantificación Equivalencia de figuras Instrumentos de medida
Relaciones	Geometría y aritmética Geometría y medida Equivalencias entre unidades Circunferencia y semicircunferencia
Estrategias heurísticas	Percepción visual Estimar Comparar Descomponer en semicircunferencias Medir indirectamente Utilizar instrumentos de medida Uso de analogías

Tarea 5

5. ¿Cuánto mide la superficie de la mano? (González y Gómez, 2011).



También ubicamos esta última tarea en la cuarta fase del proceso de fundamentación de la medida (superficie). Se ponen en juego los procesos básicos de la medida: comparación, estimación y aproximación. Para empezar, es preciso tener claridad sobre el concepto de superficie, definir una unidad de medida (puede ser un cuadrado de la cuadrícula) y pavimentar la figura. Para ello, la estrategia de descomponer la mano en partes que se asemejen a polígonos regulares (cuadrados o rectángulos), calcular la superficie de cada uno y sumarlos para obtener la superficie final. El resultado del proceso de medición será una aproximación teniendo en cuenta las líneas curvas que forman la figura (Tabla 7.6).

Tabla 7.6. Análisis fenómeno-epistemológico de la quinta tarea

Conocimientos matemáticos	Magnitud Área Superficie Comparación de unidades Unidad de superficie Submúltiplo Medida Precisión Cantidad de magnitud Polígono Cuadrado Rectángulo
Relaciones	Geometría y aritmética Entre área y superficie Entre figuras geométricas Entre líneas curvas y rectas
Estrategias heurísticas	Elegir la unidad Medir de forma directa Comparar superficies Estimar Aproximar Pavimentar superficies con la unidad Descomponer la superficie Recomponer Sumar las partes Cuantificar Uso de analogías

7.5. ANÁLISIS FENOMENOLÓGICO DE LA DIMENSIÓN SOCIOAFECTIVA

Durante el estudio empírico, principalmente durante la segunda fase, los estudiantes experimentan diversidad de emociones en función de las creencias, motivos, objetivos, intereses, preferencias y normas y valores asociados a la situación particular a la que se enfrentan (resolver una batería de tareas de manera cooperativa con compañero o compañera). La memoria emocional también tiene un papel relevante teniendo en cuenta la generación de emociones por evocación.

El análisis fenomenológico de los componentes de la Dimensión Socioafectiva está basado en las caracterizaciones de los mismos provenientes del área específica de la Educación Matemática. En concreto, la interpretación tendrá como referencia el trabajo de Chen y Leung (2015), Di Martino y Zan (2015), Ekman (1977, 1992, 1999a, 1999b), Else-Quest et al. (2008), Evans et al. (2006), Furinghetti y Morselli (2009) y Schlöglmann (2002).

7.5.1. Sistema de creencias

El sistema de creencias está constituido por: creencias sobre uno mismo, creencias sobre las matemáticas, creencias sobre su enseñanza y aprendizaje y creencias sobre el contexto social (Akinsola, 2009; Depaepe et al. 2015; Goldin, 2002; Hart, 2009; Lester et al. 1989; Liljedahl, 2009; Mandler, 1989b; McLeod, 1989, 1992; Op'tEynde et al. 2006; Philippou y Pantziara, 2015; Skott, 2015). En la Tabla 7.7 detallamos los aspectos que evidencian tales creencias.

Tabla 7.7. Análisis fenomenológico de las creencias

Sobre uno mismo	<ul style="list-style-type: none"> a) Autoconcepto: soy muy bueno. Soy muy malo. Soy capaz de resolver problemas. b) Autoeficacia: tengo éxito con las matemáticas; son fáciles para mí; no puedo con ellas; cuanto más aprendo más hábil me vuelvo. c) Autocontrol: puedo resolverlas si me concentro. d) Atribuciones causales: si tengo suerte, apruebo. Fallé por mala suerte, yo sabía hacerlo. La habilidad con las matemáticas es innata.
Sobre las matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> a) Son pruebas lógicas y rigurosas. Definiciones exactas y el lenguaje matemático es preciso. Hacer matemáticas es demostrar con exactitud y utilizar lenguaje riguroso. b) Son un conjunto de reglas, fórmulas, habilidades y procedimientos. Hacer matemáticas es calcular y utilizar reglas, procedimientos y fórmulas. c) Son un proceso constructivo en el que las relaciones entre distintas nociones y oraciones juegan un papel importante. Hacer matemáticas es generar pasos creativos inventando o reinventando las matemáticas.
Sobre su enseñanza y aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> a) La dificultad de las tareas y los contenidos aumenta con el paso del tiempo. b) Para aprenderlas hace falta mucho esfuerzo y trabajo.

	<ul style="list-style-type: none"> c) Para tener éxito debes resolver muchas tareas iguales. d) Aprendo por mí mismo, no por los demás. e) Aprender matemáticas te ayuda a aprender otras asignaturas. f) Hay que ser rápido en encontrar las respuestas. g) Sólo existe una respuesta correcta. h) La respuesta es más importante que el procedimiento. i) Hay que evitar los errores.
Sobre el contexto social	<ul style="list-style-type: none"> a) Roles b) Normas implícitas c) Expectativas propias y ajenas d) Competitividad e) Cooperación

7.5.2. Sistema motivacional

El sistema motivacional asociado a las matemáticas y su aprendizaje está constituido por motivación, objetivos, intereses y preferencias (Else-Quest et al. 2008; Hannula, 2006a, 2006b, 2011, 2012b, 2015; Mandler, 1989a; Radford, 2015; Zan et al. 2006). En la Tabla 7.8 se presenta este sistema detallado y sus respectivas evidencias.

Tabla 7.8. Análisis fenomenológico del sistema motivacional

Motivación	<ul style="list-style-type: none"> Búsqueda del éxito. Las matemáticas son importantes. Me ayudan a comprender la vida y el mundo.
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> Intrínsecos: Son necesarias para mi formación. Son útiles para mi vida. No tengo necesidad de saber matemáticas. Extrínsecos: tengo que hacerlo aunque no quiera. Debo demostrar que puedo, aunque no sea así. De rendimiento: debo aprobar. De comprensión: debo aprender y comprender lo que estoy haciendo
Intereses	<ul style="list-style-type: none"> Las matemáticas son interesantes. Me gusta trabajar con ellas y pensar sobre ellas.
Preferencias	<ul style="list-style-type: none"> Me gustan No son para mí Me aburren No me canso de hacer matemáticas

7.5.3. Sistema de valores y normas

El análisis fenomenológico del sistema de valores y normas incorpora únicamente los valores y normas asociados al trabajo cooperativo y a la actividad matemática en el aula

(Cobb et al. 1989; DeBellis y Goldin, 1997, 2006; Goldin, 2000; Mandler, 1989b; Radford, 2015; Schlöglmann, 2002; Zan et al. 2006). Se presenta en la Tabla 7.9.

Tabla 7.9. Valores y normas asociadas al trabajo cooperativo durante la actividad matemática

Valores	Respeto
Normas	Consensuar
	Escuchar
	Apoyar
	Buscar apoyo

7.5.4. Sistema emocional

El sistema emocional es el menos estudiado en el área de la Educación Matemática. Por este motivo, las referencias que utilizamos para su caracterización provienen sobre todo de la revisión de los antecedentes relacionados (Buck, 1999; Damasio, 2011, 2014; Ekman, 1977, 1993, 1999a, 1999b; Ekman y Oster, 1979; Else-Quest et al. 2008; LeDoux, 1999). Presentamos emociones y respuestas emocionales asociadas a la interacción social y la actividad matemática (Tabla 7.10).

Tomamos como referencia a Ekman (1977, 1993, 1999a, 1999b) y a Else-Quest et al. (2008) para la interpretación de las expresiones faciales y corporales. También tenemos en cuenta que desde pequeños aprendemos a interpretar las acciones y expresiones de los que nos rodean. Esto es posible porque compartimos lenguaje, biología y experiencias al menos dentro de nuestra propia cultura. “However, there are limits to sharing other people’s experiences. We cannot interpret beyond what we have experienced [...] The subjective experiences of the researcher become important determinants of what the researcher may understand of other people’s mind.” [Sin embargo, hay límites para compartir las experiencias de otras personas. No podemos interpretar más allá de lo que hemos experimentado [...] Las experiencias subjetivas del investigador se convierten en determinantes importantes de lo que el investigador puede entender de la mente de otras personas] (Hannula, 2006a, p. 215).

Tabla 7.10. Análisis fenomenológico del sistema emocional

Emociones	Empatía
	Sorpresa
	Disgusto
	Alegría
	Incertidumbre
	Miedo
	Ansiedad
	Miedo
	Angustia
	Alivio
	Satisfacción
	Orgullo

	Frustración Vergüenza Enfado Decepción Alegría Preocupación altivez
Representación	Expresiones faciales y corporales Expresiones verbales
Acción (respuestas emocionales)	Tensión Tranquilidad Bloqueo Evitación “¡Eureka!” Abandono/tiempo fuera de la tarea Agobio Inquietud

7.5.5. Actitudes

La caracterización que utilizamos para el análisis fenomenológico de las actitudes tiene como referencia los aportes provenientes del área de la Educación Matemática (DeBellis y Goldin, 2006; Di Martino y Zan, 2015; Gómez-Chacón, 2011; Hart, 2009; Leder, 1993; McLeod, 1989; Schlöglmann, 2002). Se presenta en la Tabla 7.11.

Tabla 7.11. Análisis fenomenológico de las actitudes

Actitudes	Confianza Curiosidad Seguridad Desconfianza en el propio desempeño Inseguridad Perseverancia Liderazgo Tendencia a la justificación
-----------	--

7.6. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS

El análisis e interpretación de datos se efectúa de manera individual, teniendo en cuenta las siguientes cuestiones, planteadas en términos interrogativos:

1. ¿Qué afectos emergen durante la segunda fase?
2. ¿Qué rastros de comprensión encontramos en cada una de las tareas?
3. ¿Es posible establecer relaciones entre los afectos desplegados? ¿Cuáles?
4. ¿Qué conexiones se pueden determinar entre las experiencias afectivas y la comprensión?
5. ¿Cuál es el sentido de dichas conexiones?
6. ¿Se encuentran evidencias empíricas del carácter afectivo de la comprensión?

El esquema referencial que establecemos para el análisis e interpretación de los datos obtenidos en el estudio empírico presenta la siguiente estructura:

Fase 1: Entrevista previa

- Conocimientos matemáticos.
- Relaciones.
- Estrategias heurísticas.
- Sistemas de creencias.
- Sistema motivacional.
- Sistema emocional.
- Actitudes.

Fase 2: Resolución de las tareas

Además del uso del análisis fenómeno-epistemológico de cada tarea, utilizaremos como referencia para la interpretación de los fenómenos afectivos los siguientes aspectos, organizados en función de los planos del círculo hermenéutico. Esta estructura se repite para cada tarea.

Plano semiótico

- Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea.
- Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos (creencias, motivación, emociones, actitudes).
- Expresiones faciales y corporales vinculadas a experiencias emocionales.

Plano fenómeno-epistemológico

Utilizamos tres categorías asociadas a los usos del conocimiento matemático: conocimientos matemáticos, relaciones y estrategias heurísticas. Cada una de ellas tiene componentes distintos, en cada tarea, en función del análisis fenómeno-epistemológico previo.

Por otro lado, tenemos en cuenta el análisis fenomenológico de la Dimensión Socioafectiva como referencia para identificar creencias, motivación, intereses, preferencias, valores, normas, emociones y actitudes emergentes durante la resolución de las tareas.

Fase 3: Búsqueda del consentimiento con el otro. Plano dialógico

El último plano del círculo hermenéutico de la interpretación planteado por el OMIUM, la tercera fase en nuestro estudio empírico, está constituido por la búsqueda del consentimiento con el otro a través de la interacción dialógica entre protagonista e investigadora. Para hacerlo efectivo, es preciso haber transitado por los planos semiótico y fenómeno-epistemológico previamente, de manera que las cuestiones

abiertas a tratar durante la fase dialógica estén ya definidas. Sin embargo, como ya hemos mencionado previamente, al tratarse de entrevistas conversacionales existe flexibilidad en el tratamiento de los asuntos establecidos previamente. Para el estudio de caso múltiple tendremos en cuenta los siguientes aspectos:

- Sobre los usos del conocimiento matemático: conocimientos, estrategias y relaciones. Se abordarán de manera independiente para cada tarea.
- Teniendo como referencia la entrevista previa correspondiente a la primera fase, buscamos obtener más información sobre el pasado matemático de los protagonistas.
- Las diferencias epistemológicas entre las tareas generan respuestas afectivas distintas en los participantes, por este motivo buscaremos profundizar sobre los afectos desplegados en cada una de ellas.

Tras obtener los datos reconstruimos los sistemas de creencias de los estudiantes (creencias sobre uno mismo, creencias sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje), sistema motivacional (intereses, objetivos, preferencias, motivos), sistema de normas y valores, sistema emocional (emociones y respuestas emocionales), actitudes e identidad matemática. Finalmente establecemos relaciones entre el sistema afectivo del protagonista y los usos del conocimiento matemático desplegados durante el episodio y estructuramos las conclusiones sobre la comprensión de la medida de los estudiantes utilizando para ello la triangulación de las interpretaciones efectuadas en cada uno de los planos del círculo hermenéutico, buscando la consistencia y la validación interna de los datos obtenidos.

En el capítulo VIII se exponen con detalle los resultados y conclusiones obtenidos en el estudio de caso múltiple realizado, siguiendo la estructura de referencia descrita para el análisis e interpretación de los datos.

CAPÍTULO VIII

ESTUDIO DE CASO MÚLTIPLE

8.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo presentamos los resultados y conclusiones de los seis estudios de caso, constituyentes del segundo estudio empírico de nuestra investigación. Corresponden a seis estudiantes del cuarto curso del Grado de Educación Primaria de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga durante el curso académico 2017-2018.

Los resultados están organizados en tres episodios, cada uno de los cuales está constituido, a su vez, por dos estudios de caso. Los episodios se presentan en orden cronológico, en función de la fecha de realización de las fases 1 y 2 del estudio y los estudios de caso en orden alfabético.

8.2. EPISODIO 1: ADELA Y JOSÉ

Las fases 1 y 2 de los estudios de caso de Adela y José se efectuaron el 14 de marzo de 2018 y la tercera fase el 3 de abril.

Ambos se ofrecieron como voluntarios, junto con otros estudiantes, y fueron elegidos para trabajar juntos por azar. José era nuevo en el grupo de manera que Adela y él no se conocían pero tampoco manifestaron ningún inconveniente en enfrentar juntos la actividad que les planteamos.

Asumimos la influencia de esta situación en el desempeño individual y en pareja de Adela y José teniendo en cuenta la tensión que demostraron durante todo el episodio y la ausencia de naturalidad en sus interacciones. Por otro lado, la presencia de la videocámara también influyó en sus respectivas conductas, principalmente en José (la miraba con frecuencia).

Nombramos y presentamos ambos estudios de caso teniendo en cuenta el orden alfabético.

8.2.1. Estudio de caso 1A: Adela

8.2.1.1. Fase 1: Entrevista previa

Durante la primera fase del estudio de caso de Adela pretendíamos, principalmente, obtener datos e información sobre dos cuestiones: (a) sus emociones, expectativas, creencias y motivaciones relacionadas con las tareas que deberá resolver y (b) conocer su pasado matemático para aproximarnos a sus sistemas de creencias actuales y sus reacciones afectivas en general (Anexo A.1.2.).

1. Emociones generadas a partir del primer contacto con las tareas

- | | | |
|----|---------------|--|
| 1. | Investigadora | <i>¿Cuál ha sido tu primera sensación cuando supiste que tenías que resolver estas tareas?</i> |
| 2. | Adela | <i>A ver, si lo hago correctamente, si doy la puntuación adecuada [indicio de miedo] y si no soy demasiado torpe [creencia sobre si misma].</i> |
| 3. | Investigadora | <i>¿Por qué crees eso?</i> |
| 4. | Adela | <i>Bueno, porque a veces...la matemática no es lo que uno piensa que puedes hacer [incertidumbre sobre su desempeño y creencia sobre las matemáticas]. Muchas veces la práctica o investigando, observando o incluso mirándolo varias veces puedes sacar muchas conclusiones de cómo puedes ejecutar un ejercicio. Porque en el primer vistazo, primero he pensado una cosa, luego he pensado también hay simetría puedo hacerlo de otra forma y he ido haciendo otros cálculos diferentes [creencia sobre las matemáticas].</i> |

Adela manifiesta enfrentarse a la práctica con miedo a ser juzgada [2], aunque no lo plantea de manera explícita. Vislumbramos una relación entre emoción y sistemas de creencias que puede plantearse en los siguientes términos: el miedo, como emoción, se origina debido a la evaluación que realiza su sistema cognitivo de la situación (resolver una batería de tareas para ayudar en una investigación) utilizando para ello las creencias sobre su autoconcepto (“soy torpe” [2]) y también sus creencias sobre las matemáticas (las matemáticas son un proceso constructivo). Esta última creencia también está relacionada con la incertidumbre que experimenta sobre su propio desempeño (“a ver si lo hago correctamente”; “porque a veces...la matemática no es lo que uno piensa que puedes hacer” [4]); la incertidumbre se genera por la discrepancia entre su creencia sobre las matemáticas (son un proceso creativo) y la creencia sobre su propia autoeficacia (no tengo los suficientes conocimientos). También evidenciamos rastros de motivación externa vinculada a satisfacer las expectativas ajenas.

1.2. Pasado matemático

Tener datos sobre la historia matemática de Adela nos permitirá identificar los orígenes de su sistema de creencias, el papel de la memoria emocional y los rasgos de su identidad matemática.

- | | | |
|----|---------------|--|
| 5. | Investigadora | <i>¿Cómo se te daban las matemáticas en el colegio o el instituto?</i> |
| 6. | Adela | <i>En el cole se me daban bien, lo que pasa que hace muchísimos años que yo fui al cole. En el cole, las matemáticas eran una asignatura que no se me daban mal, no se me daban mal. Tampoco brillé por mi inteligencia, [creencia sobre el carácter innato de la “habilidad” para aprender matemáticas] pero bueno... éramos cuarenta y, ahora se quejan de que hay muchísimos alumnos, pero éramos 45 o 48 por clase [atribución causal]. En ese tiempo, las clases sí que eran grandes.</i> |

Identificamos una creencia sobre uno mismo que vincula el desempeño en matemáticas y la inteligencia otorgándole así un carácter innato a la habilidad para trabajarlas. También encontramos evidencias de una creencia sobre sí misma (“*Tampoco brillé por mi inteligencia*” [6]) que podría interpretarse como una justificación sobre su desempeño, que probablemente no satisfacía sus expectativas y en el mismo sentido encontramos indicios de atribución causal (creencia): (“[...] *pero bueno... éramos cuarenta y, ahora se quejan de que hay muchísimos alumnos, pero éramos 45 o 48 por clase [...]*” [6]).

1.3. Sobre sus creencias sobre las matemáticas en la actualidad

Buscamos obtener más información sobre las creencias de Adela, principalmente sobre las que posee en la actualidad.

- | | | |
|-----|---------------|---|
| 7. | Investigadora | <i>¿Utilizas cotidianamente los conocimientos matemáticos que obtuviste durante el colegio y el instituto?</i> |
| 8. | Adela | <i>No. No. De hecho, incluso en mi profesión las medidas se toman por segundos, por segundos. Tú las vas contando por segundos y así alcanzas 200 metros o 300 metros. Las cuentas por segundos y tú misma vas haciendo mil uno, mil dos y entonces ya vas alcanzando al acercarte. Otros trucos [creencia: las matemáticas son abstractas, no tienen relación con la vida real].</i> |
| 9. | Investigadora | <i>Eso es medir, ¿no?</i> |
| 10. | Adela | <i>Sí, es medir. Pero de otra forma.</i> |

En este extracto evidenciamos la presencia de una creencia sobre las matemáticas (son abstractas y no tienen relación con la realidad) que impide establecer relaciones directas

entre un conocimiento matemático determinado y su aplicación en situaciones reales. Adela describe una situación real en la que utiliza la medida de longitudes utilizando la velocidad, pero no la identifica con conocimientos matemáticos, sino con “trucos”.

Durante la primera fase del estudio de caso de Adela, encontramos los rasgos afectivos presentados en la Tabla 8.1.1.

Tabla 8.1.1. Rastros afectivos emergentes durante la entrevista previa correspondiente a la primera fase

Sistema de creencias	<i>Sobre uno mismo:</i> Autoconcepto (soy torpe) [2]; atribuciones causales: La habilidad con las matemáticas es innata, yo no era muy inteligente [6]; había muchos niños y niñas en clase [6]. <i>Sobre las matemáticas:</i> son un proceso constructivo [4]; no tienen relación con la vida real [8].
Sistema motivacional	<i>Motivación extrínseca:</i> tengo que hacerlo, debo demostrar que puedo [2]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> miedo [2]; incertidumbre [2; 4]

Durante la tercera fase del estudio empírico buscaremos obtener más información sobre las siguientes cuestiones:

- Buscaremos obtener más información sobre su pasado matemático y la relación que establece entre su vida cotidiana y las matemáticas.

8.2.1.2. Fase 2: Resolución de las tareas

Tarea 1

1. Plano semiótico

La primera tarea del episodio representó, probablemente, un reto a superar por parte de Adela; un reto que tuvo dos implicaciones distintas: (a) la resolución de las tareas matemáticas y (b) el esfuerzo por trabajar cooperativamente con un compañero a quien no conocía. Estos dos factores influyeron en las actitudes de Adela que se mostró reservada e insegura; con una actitud más bien pasiva, aceptando las propuestas de su compañero; con el que no hubo ningún contacto visual durante los minutos que estuvieron inmersos en la resolución de esta tarea. Sin embargo, se esforzó por llegar a consenso con él y presentar una única conclusión elaborada por ambos.

La primera lectura del enunciado no brindó toda la información que Adela necesitaba para poder definir una estrategia, encontrar una respuesta y argumentarla. Vuelve a leerlo y es entonces cuando centra su atención en las palabras “longitud” y “perímetro” (que remarca en el enunciado de su ficha) otorgándoles significados distintos en cuya

diferencia ubica la solución [21]: “Ya está. Primero hemos pensado... en el perímetro... pero luego, más adelante ya nos hemos percatado de la palabra longitud...” [35].

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Utiliza un rectángulo para encerrar la palabra “longitud” en el enunciado de la tarea y subraya la palabra “perímetro”. Estas acciones se llevan a cabo durante la segunda lectura del enunciado.

Sobre la figura, traza prolongaciones de los lados externos de los triángulos en las imágenes 2, 3 y 4, recreando así el triángulo de la primera imagen.

Escribe como conclusión: “Hemos pensado en el perímetro y luego nos hemos percatado de la longitud. Entiendo que como no tenemos para medir hemos supuesto que la proporción de cada triángulo son proporciones del primer triángulo, por lo que la longitud de los perímetros es la misma.” (Anexo A.1.5.)

La conclusión que presenta es la misma que su compañero, excepto por una observación que José consideró oportuno incorporar.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.1.2) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.1.2. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Adela – tarea 1





Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Sí, sí.</i> [3] [Voz firme y contundente]. <i>Claro.</i> [5; 27; 29] [Firme y contundente, asiente a todas las afirmaciones de su compañero].
Angustia (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	<i>Podemos decir que por lo menos... que son triángulos equiláteros porque los tres lados son iguales.</i> [7] [Hasta este momento manifiesta su acuerdo con las afirmaciones de su compañero, pero no tiene propuestas distintas; intuimos indicios de un bloqueo ocasionado, probablemente, por la angustia, que busca aliviar planteando algo que sí sabe con seguridad: las propiedades de un triángulo equilátero].
Sorpresa (emoción) y “¡Eureka!” (respuesta emocional)	<i>¡La longitud!, oye, la longitud...</i> [21]. [Voz alta, y firme, con entusiasmo. Después de leer el enunciado por segunda vez, identifica la palabra que asume como clave para la resolución de la tarea].

Alivio (emoción)	<i>¡Ya está!</i> [45] [Encuentra una solución y redacta junto con su compañero una conclusión que le satisface. Siente alivio].
-------------------------	---

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la primera tarea (Tabla 8.1.3).

Tabla 8.1.3. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 1

	
<p>Imagen 1 [15] Vergüenza (emoción) y tensión (respuesta emocional) [<i>Cuerpo tenso, cabeza gacha, rostro tenso, voz baja. Se tapa la cara con la mano, brazos pegados al pecho</i>]. Excepto miradas fugaces, no mira a su compañero mientras se dirige a él ni cuando él le habla, su atención se centra en el papel.</p>	<p>Imagen 2 [16] Alivio (emoción). [Relaja el cuerpo, aleja las manos de la cara, observa los gestos de su compañero mientras él le explica su idea mientras sonríe levemente]. Le convencen los argumentos de José.</p>
	
<p>Imagen 3 [46] Disgusto (emoción). [<i>Labios apretados, cuerpo y cara tensos, manos apretadas</i>]. No está convencida de lo que hacen, observa a su compañero mientras él escribe, descubre algo y retoma la escritura.</p>	<p>Imagen 4 [50] Curiosidad (actitud). [<i>Observa el texto de su compañero. Sigue cubriendo su rostro</i>]. Mientras José redacta su observación particular sobre el enunciado de la tarea, Adela lo observa atentamente, intuimos que buscando entender la decisión de su compañero.</p>

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.4).

Tabla 8.1.4. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la primera tarea.

Conocimientos matemáticos	Identificar la magnitud involucrada en la tarea [21] Triángulo equilátero [7] Longitud [21] Perímetro [17; 23]
Relaciones	Semejanza de triángulos [9; 39; 41; 43; 45]
Estrategias heurísticas	Observación [11; 13] Búsqueda de regularidades [9] Búsqueda de la unidad [17] Componer [11; 13; 17] Visualizar [9]
Sistema de creencias	<i>Sobre las matemáticas:</i> son un conjunto de reglas, fórmulas y procedimientos pre-establecidos [37]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [3; 5; 27; 29]; búsqueda de consenso: [17; 31; 33; 37; 41]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> angustia [7;]; sorpresa [21;]; alivio [16; 45]; vergüenza [15]; disgusto [46] <i>Reacciones emocionales:</i> bloqueo [7]; “;Eureka!” [21]; tensión [15]
Actitudes	Curiosidad [50]

Durante los primeros minutos, Adela se limita a escuchar las propuestas de su compañero, basadas principalmente en las dificultades para calcular el perímetro de los triángulos de la figura. Demuestra estar de acuerdo con él y plantea como alternativa utilizar una estrategia de componer el triángulo mayor utilizando los más pequeños: “*Y claro que con la suma de triángulos alcanzamos también la suma del triángulo mayor*” [11] (Anexo A.1.4.).

Ante la poca aceptación de su propuesta por parte de su compañero, plantea buscar una unidad para calcular el perímetro de los triángulos, aunque no utiliza la palabra de manera explícita: “*También podríamos inventarnos una medida y sobre la medida... ir haciendo el perímetro de los triángulos más pequeños, ¿no?*” [17]. Finalmente, plantea una tercera estrategia basa en la composición y recomposición de figuras basándose en la semejanza de los triángulos de la figura: “*Que la longitud es proporcional...*” [39] (Anexo A.1.4.).

Adela presenta rasgos de comprensión de la medida a nivel informal (longitud); identifica la magnitud involucrada en la tarea; aunque encontramos desajustes en la relación que establece entre perímetro y longitud. Establece relaciones entre figuras geométricas semejantes y equivalentes conservando la cantidad de magnitud.

Esperamos obtener más información durante la fase dialógica sobre las siguientes cuestiones:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Relación entre perímetro y longitud.
- b) Sobre sus experiencias afectivas:
 - Emociones y sentimientos durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

Tarea 2

1. Plano semiótico

Adela empieza a resolver la tarea planteando a su compañero una estrategia basada en completar figuras y medir de manera directa; una estrategia que a José no le satisfizo completamente y propuso alternativas distintas basadas en la medición indirecta; que a su vez, no convencen a Adela. Sin embargo, se esfuerza por trabajar cooperativamente con su compañero, acepta sus sugerencias y estructuran juntos la conclusión.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Numera las figuras de la imagen, utiliza el número *1* encerrado en una circunferencia para la figura de la izquierda y el número *2* para el de la derecha. En la figura *1*, efectúa diversos trazos, marca cuadriláteros y sombrea dos cuadrados de la cuadrícula y una mitad de otro. En la figura *2*, traza flechas que indican movimiento desde los triángulos de la base de la figura hasta la parte superior, colocando un número a cada uno de ellos (*1* y *2*). Este movimiento le permite completar un rectángulo, cuyos lados marca con el lápiz (Anexo A.1.5.).

Escribe como conclusión: *“1º en la figura 1, para facilitar el cálculo de la superficie, formamos un cuadrilátero, una vez formado nos sobra un triángulo rectángulo y al cual le aplicamos el teorema de Pitágoras para conocer su medida y calcular su superficie y luego le sumamos la superficie del cuadrilátero. Figura 2. La superficie es la misma que la superficie del cuadrilátero 1.”*

Encontramos evidencias del uso de la estrategia de completar una figura con el objetivo de transformarla en un polígono conocido. Identifica triángulos rectángulos y plantea la pertinencia del uso del teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa y hallar el área del triángulo utilizando la fórmula. Sin embargo, sólo plantea el procedimiento, no lo lleva a cabo y no da respuesta a la pregunta que el enunciado le plantea sino que efectúa una comparación de las superficies de ambas figuras y afirma que es la misma en ambos casos. Probablemente debido a una confusión provocada por un paralelismo con la tarea anterior.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.1.5) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.1.5. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de Adela – tarea 2

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Satisfacción (emoción)	<i>¡Ahí va!</i> [56] [Ha planteado una estrategia satisfactoria tanto para ella como para su compañero].
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>¿Te viene bien ahí?</i> [60] [Su compañero le plantea una duda, no está totalmente seguro de la pertinencia de la estrategia que acaba de sugerir y busca comprenderlo para llegar a un acuerdo].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Claro</i> [72; 74]. [Plantea su conformidad con el planteamiento de su compañero; utiliza un tono de voz bajo, probablemente no esté realmente convencida de la pertinencia de la estrategia de José].
Incertidumbre (emoción)	<i>Vale. Por ahí sí empezamos, ¿no?</i> [80]. <i>Vale. ¿Y cómo...? “¿Cuánto miden las superficies de la siguiente figura?”</i> [Vuelve a leer el enunciado]. <i>No podemos dar una medida exacta de cuánto mide.</i> [76] [No está segura y se lo hace saber a su compañero. Finalmente comparte el origen de su incertidumbre: la relación entre “exacto” y número entero. No considera apropiada una respuesta con números racionales].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.1.6).

Tabla 8.1.6. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 2

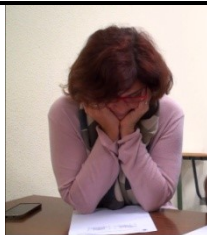


Imagen 5 [51]

Vergüenza (emoción) y **tensión** (respuesta emocional) [*Cuerpo tenso, cabeza gacha, rostro tenso, voz baja. Se*



Imagen 6 [58]

Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo). Se esfuerzan por llegar a acuerdos, por convencer al otro, por

tapa la cara con la mano, brazos pegados al pecho]. Empieza la segunda tarea demostrando tensión; es probable que la situación y la presencia de la vídeo-cámara generen su vergüenza.

hacer aportes pero sin relacionarse, no hay conexión, no se miran, no se buscan. Probablemente debido a que no se conocen y su objetivo es únicamente cumplir con la tarea, no hay relación personal por medio.



Imagen 7 [64]

Orgullo (emoción) [*Cuerpo erguido, mira al compañero, alza la voz para comentar un hallazgo*].



Imagen 8 [65]

Tensión (respuesta emocional). [*Sonríe de manera discreta, cabeza gacha, cuerpo encorvado*]. No se encuentra cómoda con la situación; en este punto concreto, su compañero le comenta un rasgo de su identidad matemática; podría implicar algún tipo de acercamiento basado en el mutuo conocimiento, pero ella no demuestra disposición.



Imagen 9 [80]

Angustia (emoción) [*Boca baja y apretada, cejas arqueadas hacia abajo, ojos abiertos; manos cubriendo el rostro*]. Mira fijamente a su compañero mientras le plantea una duda. No está segura de los argumentos que él acaba de compartir.



Imagen 10 [92]

Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo). Se miran directamente, por primera vez, quizás empiecen a acercarse. Acaban de llegar a un acuerdo.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.1.7).

Tabla 8.1.7. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la segunda tarea.

Conocimientos matemáticos	Superficie [58; 64; 68]
	Área [64]
	Polígono [54; 89]
	Rectángulo [54; 58]
	Número natural [76]
	Número racional [58]
Relaciones	Entre área y superficie [68; 85]

	Establecer analogías [56]
Estrategias heurísticas	Comparar superficies [64] Componer [52; 56; 62; 66; 89] Sumar las partes [58]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> búsqueda de consenso: [52; 58; 60; 66]; consenso [72; 74; 80]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> satisfacción [56]; incertidumbre [65; 76]; vergüenza [51]; orgullo [64]; angustia [80] <i>Respuestas emocionales:</i> tensión [51; 65]

Busca componer un rectángulo descomponiendo la figura original; considera una dificultad la existencia de un triángulo “que sobra”. Las dudas de su compañero sobre su estrategia y las alternativas que él plantea, generan incertidumbre en Adela, que no llega a aceptar completamente las ideas de José pero tampoco argumenta la suya, de manera que durante la resolución de esta tarea, Adela tuvo una actitud principalmente pasiva.

Adela presenta rasgos de comprensión de la medida pertenecientes al tercer nivel, utiliza la estructura de unidad de medida de superficie y estrategias de descomposición y composición de la figura para, a continuación, pavimentarla con la unidad elegida. Establece relaciones entre figuras geométricas mostrando evidencias del uso de la fórmula del área del rectángulo.

Esperamos obtener más información durante la fase dialógica sobre las siguientes cuestiones:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Intentaremos conocer y llegar al consentimiento sobre los motivos que le impidieron medir la superficie de las figuras, basándonos en sus afirmaciones orales al respecto.
- Obtener más datos sobre su estrategia original completa y las razones que le impidieron continuar con ella en caso de considerarla efectiva.
- Buscaremos el consentimiento sobre la pertinencia de dar una respuesta a una tarea y a continuación conocer si es consciente de no haber planteado ninguna solución. Intentaremos buscar dicha solución conjuntamente.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

Tarea 3

1. Plano semiótico

Adela plantea como estrategia llenar la “caja” (no utiliza el término prisma) utilizando para ello las unidades que el enunciado de la tarea le facilita; sin embargo, la dificultad de poder medir únicamente con la unidad A (no considera la posibilidad de fraccionarla) le conduce a aceptar otras estrategias basadas en el uso de más de una unidad o de una unidad distinta a la planteada por el enunciado. La discrepancia entre las condiciones del enunciado y lo que asume como *posible* generan respuestas afectivas que influyen en su comprensión. Por otro lado, se esfuerza continuamente por trabajar de manera cooperativa con su compañero y utiliza la primera persona del plural en sus sugerencias. Sin embargo, sus expresiones faciales y corporales brindan indicios de incomodidad.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Encierra la palabra “volumen” en el enunciado de la tarea.

Escribe 4 y 6 en los lados de la base del prisma rectangular para indicar la longitud de los mismos. Debajo escribe una letra *A* mayúscula, que luego tacha; probablemente debido a una confusión que le llevó a representar área, en lugar de volumen. A continuación escribe la fórmula del volumen y el resultado del cálculo, utilizando para ello un cuadrado pequeño como unidad de longitud: “ $l \cdot l \cdot a = 72$ unidades cúbicas”.

Escribe como conclusión: “1° opción: para poder rellenar la caja hemos utilizado la suma de *A*, *B*, *C*.”

2° opción: hemos utilizado las unidades por separado, llegando a la conclusión de: *A* → no la llena, *B* y *C*: sí.

3° Dar el valor una unidad cúbica a cada cubo, contando cubitos, caben dentro de la caja”. (Anexo A.1.5.)

Encontramos rastros de comprensión del volumen, del uso de la fórmula para su cálculo y de la elección apropiada de una unidad. Sin embargo, no presenta la respuesta al enunciado de la tarea, aunque sí plantea el procedimiento que llevaría a cabo para hallarla. Encontramos evidencias de una interpretación adecuada del enunciado en la segunda opción; sin embargo la dificultad de utilizar la unidad A para el cálculo del volumen del prisma se resuelve utilizando otras estrategias. Denomina “caja” al prisma rectangular.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.1.8) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.1.8. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Adela – tarea 3

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<p>¿Vale? [100].</p> <p>¡Sí, claro! Y el C... ¿y el C dónde lo ponemos? [122]. [Sigue el razonamiento de su compañero y busca una respuesta conjunta].</p> <p>¿No? [179]. [Busca la aprobación de su compañero frente a su planteamiento].</p>
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<p>¡Claro! [112; 132; 144; 162] [Voz alta y firme].</p> <p>¡Ah, vale! [118]. [El argumento de su compañero le satisface].</p> <p>Ah, claro! 2, 4 y 6. [120]. [Comprueba que, efectivamente, su compañero tiene razón].</p> <p>Vale. [195]</p>
Incertidumbre (emoción) y tensión (respuesta emocional)	[Risas] [116]. [Descubre un inconveniente en el planteamiento de su compañero, se lo hace ver con incertidumbre].
Angustia (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	Vamos a ver... [126]. [Tono de voz bajo, guarda silencio durante varios segundos]. Un desajuste en la interpretación del enunciado le genera angustia y bloqueo].
Sorpresa (emoción) y “¡Eureka!” (respuesta emocional)	¡Espérate! [128] [Con voz más alta, tono de voz más firme]. [Acaba de ser consciente de una interpretación distinta del enunciado].
Objetivo extrínseco	¿Y si quiere que calculemos el volumen con A? ¿El volumen con B y el volumen con C? [128]. [Su objetivo es cumplir con las expectativas de la profesora/investigadora].
Seguridad (actitud)	¿Cuántos necesito de A? ¿Cuántos necesito de B? para hacer la caja y ¿Cuántos necesito del B y cuántos necesito del C? ... [134] [Voz más alta y más firme]. [Explica a su compañero su interpretación más reciente del enunciado].
Frustración (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	[Ríe discretamente]. Ya no es ni A ni B ni C [voz baja] [166]. [Una discrepancia entre su interpretación del enunciado y el planteamiento de su compañero, que en un primer momento parece apropiado, genera frustración].
	Bueno... [169]. [Guarda silencio durante

algunos segundos].

Hemos pensado varias opciones... [170]. La angustia genera un bloqueo y busca alivio considerando los procedimientos empleados hasta el momento junto con su compañero.







Angustia (emoción)

[Risas tímidas] [172]. No logra sentir alivio.

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la tercera tarea se presentan en la Tabla 8.1.9.

Tabla 8.1.9. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 3

 <p>Imagen 11 [105]</p> <p>Enfado (emoción) y tensión (respuesta emocional). [<i>Cabeza gacha, labios apretados, cuerpo tenso</i>]. Plantea su interpretación del enunciado a su compañero y a continuación, él intenta encontrar una estrategia que parece no convencer demasiado a Adela.</p>	 <p>Imagen 12 [122]</p> <p>Angustia (emoción) y bloqueo (respuesta emocional). [<i>Cuerpo rígido, boca tensa, cabeza gacha</i>]. Mira fijamente el papel con la tarea en silencio, permanece inmóvil.</p>
 <p>Imagen 13 [124]</p> <p>Angustia (emoción) y bloqueo (respuesta emocional). [<i>Cuerpo rígido, rostro tenso, labios apretados, cabeza gacha</i>]. Cambia de posición pero se mantiene en silencio, mantiene la vista fija en el papel.</p>	 <p>Imagen 14 [128]</p> <p>Sorpresa (emoción). [<i>Cuerpo erguido, alza el tono de la voz, mira a su compañero, ojos abiertos, utiliza las manos y brazos para plantear una nueva idea</i>]. Considera una interpretación distinta del enunciado.</p>
 <p>Imagen 15 [137]</p> <p>Decepción (emoción) y tensión</p>	 <p>Imagen 16 [140]</p> <p>Enfado (emoción) y tensión (respuesta</p>

(respuesta emocional). [*Rostro tenso, labios apretados, ceño fruncido, manos en el rostro*]. La idea que acaba de plantear le convence, no así la que le está comentando su compañero.

emocional). [*Labios apretados, cuerpo erguido, evita mirar a su compañero aunque él la mira fijamente mientras le explica su propuesta*]. Expresa verbalmente su acuerdo, pero no está totalmente convencida.



Imagen 17 [142]

Decepción (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Rostro y cuerpo tensos, labios apretados, cabeza gacha, ojos entornados*]. El procedimiento que plantea basado en una nueva interpretación del enunciado presenta una dificultad que no tuvo en cuenta y que su compañero le ayuda a comprender.



Imagen 18 [163]

Angustia (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Labios apretados, rostro y cuerpo tensos*]. No tiene claridad sobre la estrategia que le plantea su compañero.



Imagen 19 [169]

Frustración (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Movimientos bruscos, rápidos, rostro tenso*]. La angustia da paso a la frustración; busca alivio simulando escribir un texto explicativo de sus intentos y procedimientos con movimientos rápidos.



Imagen 20 [177]

Alivio (emoción). [*Cuerpo erguido, mira directamente a su compañero, expresa su satisfacción con la conclusión que acaban de construir conjuntamente con un tono de voz más alto y firme*]. La conclusión que plantea junto con su compañero le satisface y consideran tres opciones posibles.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.1.10) (Anexo A.1.4.)

Tabla 8.1.10. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la tercera tarea.

Conocimientos matemáticos	Cubo [102] Capacidad [160] Unidad de volumen [146; 166] Localización de unidades [110; 160; 164; 166; 175; 177; 189]
Relaciones	Entre unidades distintas [106; 110; 164; 158] Coordinación espacial [104; 106; 108; 142; 158; 191]
Estrategias heurísticas	Estructurar conjuntos de unidades de volumen [110; 173; 183] Medida indirecta [152; 193] Llenar [104; 106; 110; 120; 142; 154] Visualizar [98; 102; 191] Recuento [120; 146; 150; 154]
Sistema motivacional	<i>Objetivos extrínsecos:</i> cumplir con las expectativas de la profesora/investigadora [128]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> búsqueda de consenso: [98; 164; 179; 181]; consenso [100; 112; 118; 120; 132; 144; 195]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> incertidumbre [116]; angustia [122; 124; 126; 163; 172]; sorpresa [128]; frustración [166; 169; 170]; enfado [105; 140]; decepción [137; 142]; alivio [177] <i>Respuestas emocionales:</i> tensión [105; 116; 137; 140; 142; 163; 169; 172]; bloqueo [122; 124; 126; 166; 169; 170]; “¡Eureka!” [128]
Actitudes	Seguridad [134]

Utiliza la estrategia de llenar el prisma con las unidades que el enunciado le plantea, utilizando además los cuadrados base de la cuadrícula como unidad de superficie, uno de sus lados como unidad de longitud y un cubo pequeño como unidad de volumen.

Adela presenta rasgos de comprensión de la medida pertenecientes al tercer nivel, en este caso del volumen. Define el número de unidades cúbicas que mide la caja utilizando para ello un cubo pequeño como unidad. Encontramos desajustes en la utilización de la unidad A planteada por el enunciado como evidencia de dificultades en la comprensión de submúltiplos; dificultad que enfrenta combinando unidades evidenciando rasgos de visualización y razonamiento espacial identificando, interrelacionando y organizando los componentes del prisma en función de cada una de las tres unidades planteadas.

Encontramos evidencias de un desajuste en el uso de números racionales cuando plantea la relación entre “exacto” y “número impar”: “[...] *fíjate que el B es impar, ya se nos plantea un problema.*” [114]

Durante el proceso, se enfrenta a una nueva discrepancia generada por la interpretación parcial del enunciado de la tarea que, a su vez, origina angustia y bloqueo [124; 126]; que interfieren en la comprensión de la medida del volumen. Encontramos así una nueva evidencia de la relación directa entre afecto y comprensión.

El carácter dinámico de la dimensión afectiva se evidencia en la rapidez del cambio que experimenta nuestra protagonista, pasando del bloqueo producido por la angustia a la sorpresa por el “descubrimiento” de datos que podrían facilitar la resolución de la tarea, en tan sólo unos segundos [128].

Esperamos obtener más información durante la fase dialógica sobre las siguientes cuestiones:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Indagaremos sobre su renuncia a utilizar la primera estrategia que plantea basada en llenar la caja con cada una de las unidades.
- Motivos que le llevaron a elegir como unidad de volumen un cubo pequeño, aunque no estuviese considerado por el enunciado.
- Intentaremos obtener más datos de las razones de limitarse a plantear tres estrategias distintas pero no llevarlas a cabo y encontrar la solución a la tarea.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Buscaremos llegar al consentimiento sobre sus reacciones afectivas durante la resolución de la tarea partiendo de nuestras interpretaciones.

Tarea 4

1. Plano semiótico

El primer contacto de Adela con la batería de tareas le permite una primera valoración de las mismas, de manera que identifica a la cuarta como “difícil” (Anexo A.1.2.). Sin embargo, plantea una solución a su compañero basada en el uso del radio; interpretamos que identifica circunferencias en la figura correspondiente. Aunque utiliza la expresión: “*Haciendo un radio*” [205], especificando a continuación que debería “hacerse” (calcularse) por cada una de las circunferencias que percibe en la figura, aunque no utiliza la palabra circunferencia: “*O el radio por círculo*” [207]. Encontramos así una confusión entre círculo y circunferencia.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza un segmento que une los puntos inicial y final de la espiral de la figura; en la parte inferior de esta.

Escribe como conclusión: “1º hemos pensado en el radio, hemos visto que no es necesario”.

2º Ponemos un hilo sobre toda la línea de la espiral, ese hilo lo alargamos y medimos su longitud con una regla.” (Anexo A.1.5.)

Aunque define el contenido de su conclusión de manera conjunta con su compañero, la redacción de la misma es distinta en ambos casos.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.1.11) (Anexo A.1.4.).






Tabla 8.1.11. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de Adela – tarea 4





Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Miedo (emoción) y perseverancia (actitud)	<i>Bueno, ¡hala! Vamos a por el difícil...</i> [197] [Voz alta]. [Asume que la tarea que debe resolver es más complicada que las anteriores; sin embargo, intenta animarse y animar a su compañero demostrando su disposición al esfuerzo que podría suponer].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Claro</i> [209].
Alegría (emoción)	[Risas] [215]. [Encuentra una estrategia distinta].
Incertidumbre (emoción)	<i>Vale, pero es que...</i> [Risas bajas y algo tensas] [227]. [Las nuevas dudas que su compañero plantea discrepan con el entusiasmo con el que inicialmente recibió su propuesta].
Búsqueda del consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Pues vamos a hacerlo de forma práctica.</i> [233]. [Insiste en su estrategia, en esta ocasión también como una forma de aliviar la angustia de su compañero].
Seguridad (actitud), apoyo (normas asociadas al trabajo cooperativo) y búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Es que... es la mejor manera, ¡eso nos daría la solución!</i> [235]. [Está segura de la pertinencia de su estrategia, busca convencer a su compañero utilizando la primera persona del plural también como una manera de aliviar la angustia que percibe en él].
Creencias sobre las matemáticas y sistema motivacional	<i>Yo prefiero la solución rápida</i> [237]. [La insistencia de Adela en la estrategia de medir la espiral utilizando un hilo, que asume como una preferencia se basa en la creencia sobre las matemáticas como un proceso constructivo y creativo].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.1.12.

Tabla 8.1.12. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 4

 <p>Imagen 21 [199]</p> <p>Incertidumbre (emoción) y vergüenza (meta-emoción) [<i>Cuerpo encorvado, cabeza gacha, manos cubriendo el rostro, brazos pegados al pecho</i>]. Comparte con su compañero que ha tenido una idea; sin embargo, su voz es suave y sus expresiones corporales y faciales indican vergüenza. No está segura de su estrategia y la consciencia de la incertidumbre genera vergüenza como meta-emoción.</p>	 <p>Imagen 22 [203]</p> <p>Curiosidad (emoción) e incertidumbre (emoción). [<i>Cuerpo erguido, labios apretados, mira fijamente a su compañero</i>]. Explica su estrategia, observa las reacciones de su compañero, buscando aprobación; no tiene seguridad sobre sus propios planteamientos.</p>
 <p>Imagen 23 [207]</p> <p>Satisfacción (emoción). [<i>Se relaja, cuerpo erguido, sonríe</i>]. Su estrategia le satisface.</p>	 <p>Imagen 24 [211]</p> <p>Seguridad (actitud). [<i>Sonríe, cuerpo erguido, mira fijamente a su compañero</i>]. Acaba de descubrir que la primera estrategia que planteó no es la única ni la mejor.</p>
 <p>Imagen 25 [215]</p> <p>Alegría (emoción). [<i>Ríe, movimientos corporales intensos, rostro y cuerpo relajados</i>]. Probablemente le cause gracia el intento de su compañero de apropiarse de su idea.</p>	 <p>Imagen 26 [217]</p> <p>Orgullo (emoción). [<i>Cuerpo erguido, hombros hacia atrás, mira fijamente a su compañero y utiliza las manos para explicar su idea</i>].</p>

 <p>Imagen 27 [218]</p> <p>Satisfacción (emoción). [<i>Cuerpo erguido y relajado, sonrisa, tono de voz alto y firme; enfatiza sus palabras con movimientos de sus manos</i>].</p>	 <p>Imagen 28 [230]</p> <p>Incertidumbre (emoción) y tensión (respuesta emocional). [<i>Cuerpo tenso, cabeza gacha, ceño fruncido, una mano tapa su boca</i>]. Su compañero vuelve a plantear la necesidad de buscar otra estrategia distinta. Ese cambio como necesidad de seguir buscando una alternativa después de haberse mostrado satisfecho con la propuesta que ella le planteó, implica una discrepancia entre el acuerdo al que habían llegado y las dudas que él, nuevamente, le plantea.</p>
 <p>Imagen 29 [242]</p> <p>Disgusto (emoción) y tensión (respuesta emocional). [<i>Cuerpo rígido, boca apretada, nariz arrugada, brazos pegados al cuerpo, manos tapando parte de la cara</i>]. Su compañero insiste en una estrategia más “matemática” que no le convence porque no la conoce.</p>	 <p>Imagen 30 [260]</p> <p>Respeto (valor) y apoyo (normas asociadas al trabajo cooperativo). [<i>Lo mira fijamente, se acerca físicamente, el tono de voz es más cálido y ríe tímidamente buscando distensión</i>]. Sabe que su compañero está angustiado, intenta tranquilizarlo.</p>

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la cuarta tarea (Tabla 8.1.13) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.1.13. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la cuarta tarea.

Conocimientos matemáticos	Atributos mesurables [213] Longitud [213; 223] Circunferencia [231] Radio [203; 205] Instrumentos de medida [221; 223]
Relaciones	Circunferencia y espiral [207; 231]
Estrategias heurísticas	Percepción visual [207; 217] Utilizar instrumentos de medida [217; 221; 223]
Sistema de creencias	<i>Sobre las matemáticas:</i> son un proceso constructivo y creativo [237]

Sistema motivacional	<i>Preferencias:</i> por lo sencillo y eficaz [237]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [209]; búsqueda del consenso [233; 235]; apoyo [235; 249; 260] <i>Valores:</i> respeto [260]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> temor [197]; alegría [215]; incertidumbre [199; 203; 227; 230]; satisfacción [218]; disgusto [242] <i>Respuestas emocionales:</i> tensión [230; 242]
Actitudes	Perseverancia [197]; seguridad [211; 235]; curiosidad [235;];

Su primera estrategia es calcular el radio de cada circunferencia, identificando de ese modo la relación entre radio y longitud de la circunferencia; sin embargo, debido probablemente a las características de la figura, plantea calcular la longitud de la espiral utilizando un instrumento de medida no convencional: “*Bueno pues. Esto es muy sencillo. [...] es coger una cuerdecita, trazarla encima y después abrirla.*” [217]

A pesar de las reticencias de su compañero sobre la pertinencia de esta estrategia, Adela insiste sobre la idoneidad de la misma; poniendo en evidencia, a través de su conducta, la relación entre afecto y comprensión. En este caso específico, identificamos la creencia sobre las matemáticas como un proceso constructivo y creativo que dirige su toma de decisiones hacia la utilización de una estrategia sencilla y eficaz [221; 223; 233; 235; 237].

La insistencia de José sobre la necesidad de buscar una estrategia distinta no le inquieta, incluso afirma con tranquilidad “*Yo es que no lo sé.*” [247], a la petición implícita de ayuda de su compañero. También presenta rasgos de sensibilidad que evidencian su percepción de las experiencias negativas de José y se esfuerza por convencerlo y ayudarlo a lograr alivio: “*Venga, vámonos a la que sabemos*” [249].

Encontramos rasgos de comprensión de la medida pertenecientes al cuarto nivel, en este caso de la longitud, utilizando la percepción visual y la identificación de la magnitud involucrada. La dificultad del cálculo de una figura de contornos curvos se supera considerando una herramienta que le permita trasladar la longitud de la espiral a un instrumento estándar de medida para la longitud.

Esperamos obtener más información durante la fase dialógica sobre las siguientes cuestiones:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Motivos por los que la primera estrategia fue descartada.

- Pertinencia del uso del radio para el cálculo de la longitud de una circunferencia.
- Buscaremos el consentimiento sobre la ausencia de respuesta, aún contando con una estrategia para encontrarla.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Experiencias afectivas durante la resolución de la tarea.

Tarea 5

1. Plano semiótico

Durante la resolución de la última tarea, Adela se muestra más confiada en sí misma y expresa sus desacuerdos con los planteamientos de su compañero con más frecuencia [281; 283; 285; 309; 311; 319; 337; 339; 365] sin dejar de esforzarse por trabajar de manera cooperativa, que asumimos como un rasgo de seguridad relacionada con la confianza que ha construido junto con su compañero durante todo el episodio, de manera que incluso reconduce las ideas de José en diversas ocasiones.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza un pentágono encerrando la mano de la figura y también el eje de simetría, que divide en dos no sólo al pentágono sino también a la mano por la representación correspondiente al dedo corazón, que también queda dividido en dos.

Utiliza la expresión “ejecutar simetría”, asumimos que pretende expresar “utilizar la simetría” [287].

Escribe como conclusión: *“1º Hemos intentado buscar la simetría, hemos encontrado que tenemos a cada lado un polígono de cuatro lados irregular. Esto nos ha llevado a pensar en un pentágono, por lo tanto al conocer el pentágono obtendríamos una superficie aproximada de la mano.”* (Anexo A.1.5.)

Pretendía encontrar un polígono conocido que le permitiera calcular el área utilizando la fórmula correspondiente; identifica la existencia de una simetría y descompone el pentágono en dos cuadriláteros iguales a partir del eje de simetría que traza.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.1.14) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.1.14. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Adela – tarea 5

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	Claro. [291; 345].

	<i>Sí. Yo creo que al final la simetría sí; como tú acabas de hacer. [297].</i>
	<i>Bueno... pues, lo que tú dices. [341].</i>
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Y a partir de ahí ¿ya te sale? ¿La aproximación? [315].</i>
	<i>Mira, sí. ¿Al final es un pentágono? [335].</i>
	<i>Ponemos la primera idea... [343]. Utiliza la primera persona del plural buscando una solución conjunta..</i>
	<i>Hemos utilizado la mitad, hemos buscado... ¿no? [347].</i>
	<i>Bueno, pues, ponemos que primero hemos intentado buscar la simetría, ¿no? [361].</i>
Alivio (emoción)	<i>Vale. ¡Hasta ahí! [333]. [Encuentran una primera aproximación satisfactoria a la solución de la tarea].</i>
	<i>¡Hala! [379].</i>
	<i>Al final no ha sido tan duro. [383].</i>
Frustración (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	<i>No, ya. No, no, no. Ya eso no... [337]. [Deben resolver una nueva dificultad, su compañero intenta buscar un argumento válido pero no lo consigue. Adela tampoco tiene una respuesta].</i>
Orgullo (emoción)	<i>¡Pues yo estoy muy orgullosa al final! [381].</i>
Satisfacción (emoción)	<i>Nosotros, ya, hemos llegado a nuestros propios razonamientos. ¡Hemos llegado! [390].</i>

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.1.15.

Tabla 8.1.15. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 5



Imagen 31 [266]

Miedo (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Cuerpo rígido, rostro*



Imagen 32 [267]

Orgullo (emoción) y **seguridad** (actitud). [*Cuerpo erguido, mira a su compañero*

tenso, se aleja físicamente del papel]. La tensión que expresa es la respuesta al miedo al fracaso que la tarea le genera.

mientras comparte su estrategia, utiliza sus manos para explicarse mejor].



Imagen 33 [271]

Incertidumbre (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Cuerpo y rostro rígidos, labios apretados, ojos abiertos*]. Mira fijamente a su compañero mientras busca el consenso con él.



Imagen 34 [299]

Angustia (emoción) y **bloqueo** (respuesta emocional). [*Rostro y cuerpo tensos, mirada fija en el papel*]. Lee el enunciado nuevamente, guarda silencio, lo rompe sólo para afirmar que desconoce cómo resolver la tarea.



Imagen 35 [324]

Angustia (emoción) y **evitación** (respuesta emocional). [*Cuerpo y rostro rígidos, labios apretados, ceño fruncido*]. Se aleja físicamente de la tarea y de su compañero.

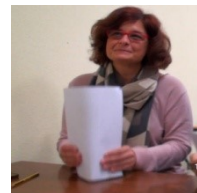


Imagen 36 [381]

Orgullo (emoción). [*Cuerpo erguido y relajado, rostro relajado, sonríe*]. Ha terminado la tarea.



Imagen 37 [388]

Alivio (emoción). [*Cuerpo y cabeza erguida y relajada, sonríe*].

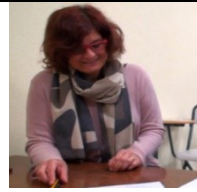


Imagen 38 [392]

Satisfacción (emoción). [*Cuerpo relajado, hombros hacia atrás, cabeza levantada, sonrisa*]. Se aleja físicamente de las tareas.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de esta tarea (Tabla 8.1.16) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.1.16. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la quinta tarea.

Conocimientos matemáticos	Polígono [303; 305; 307; 311; 313; 319; 329; 331; 365; 371; 373]
----------------------------------	--

	Simetría [267; 285; 287; 363]
Relaciones	Entre geometría y medida [267; 285; 287] Entre longitud y área [301] Entre figuras geométricas [333]
Estrategias heurísticas	Medir de forma directa [279] Aproximar [277] Descomponer la superficie [303; 309; 333; 369] Uso de analogías [287; 289]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> búsqueda de consenso [293; 315; 343; 345; 347; 361]; consenso [291; 297; 341]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> angustia [299; 324]; alivio [333; 379; 383; 388]; frustración [337]; orgullo [267; 381]; miedo [266; 386]; satisfacción [390; 392] <i>Respuestas emocionales:</i> tensión [266]; bloqueo [299; 337]; evitación [324]
Actitudes	Seguridad [267; 281; 283; 285; 309; 311; 319; 337; 339; 365; 388]

Sugiere a su compañero, para empezar, utilizar la simetría que ella percibe en la figura para descomponerla en polígonos [287; 301; 303; 305; 307; 309] y observa una de sus manos continuamente y traza líneas imaginarias sobre ella [287; 289]. Sin embargo, no aporta una solución a la tarea, únicamente describe el procedimiento que considera más apropiado o efectivo para resolverla.

Encontramos rasgos de comprensión de la medida asociados al cuarto nivel. Utiliza los procesos básicos de la medida: comparación, estimación y aproximación estableciendo relaciones entre geometría y medida (simetrías y polígonos) descomponiendo la figura en partes que se asemejen a polígonos conocidos (cuadriláteros y pentágono) para calcular sus respectivas áreas y finalmente sumarlas para obtener el área de toda la figura. Asume que el resultado de la medición será una aproximación teniendo en cuenta las líneas curvas que forman la figura.

Después de culminar la tarea, y por lo tanto la práctica, Adela confiesa a su compañero su miedo inicial, asegurando que compartían el miedo al error o a no poder resolver las tareas (Anexo A.1.4.)

384. Adela *¿Sabes por qué lo hemos hecho a lápiz primero, no?*
385. José *¿El qué?*
386. Adela *Por el miedo a equivocarnos.*
387. José *¡Ah! Por el miedo a equivocarnos, claro.*
388. Adela *Ahora, como ya tenemos seguridad, vamos a escribir el nombre a boli. Todo es psicológico.*

El haberse enfrentado a las tareas genera orgullo en ella, y así lo manifiesta [381]; dicha emoción está directamente relacionada con la seguridad que afirma sentir al finalizar

[388]; mostrando evidencias de una creencia sobre la influencia de lo “psicológico” en los procesos de resolución de problemas matemáticos.

Esperamos obtener más información durante la fase dialógica sobre las siguientes cuestiones:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Partiendo de sus comentarios a su compañero intentaremos profundizar en la relación que establece entre medir y aproximar.
- Buscaremos el consentimiento sobre el uso que pretende darle a la simetría y a la estrategia de descomponer la figura en polígonos.
- Motivos de la ausencia de respuesta a la tarea.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Intentaremos obtener más información sobre sus experiencias afectivas durante la resolución de la tarea.

8.2.1.3. Fase 3: *Búsqueda del consentimiento con el otro*

El último plano del círculo hermenéutico de la interpretación planteado por el OMIUM, la tercera fase en nuestro estudio empírico, está constituido por la búsqueda del consentimiento con el otro a través de la interacción dialógica entre protagonista e investigadora. Para hacerlo efectivo, es preciso haber transitado por los planos semiótico y fenómeno-epistemológico previamente de manera que las cuestiones abiertas a tratar durante la fase dialógica estén ya definidas. Sin embargo, al tratarse de entrevistas conversacionales existe flexibilidad en el tratamiento de los asuntos establecidos previamente. Para el presente estudio de caso tendremos en cuenta las siguientes cuestiones que serán abordadas por tareas (Anexo A.1.7.).

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Relación entre perímetro y longitud.
- Buscaremos más información sobre su necesidad de un instrumento de medida para resolver la primera tarea.
- Intentaremos conocer y llegar al consentimiento sobre los motivos que le impidieron medir la superficie de las figuras, basándonos en sus afirmaciones orales al respecto.
- Buscaremos conocer sus estrategias originales completas y las razones que le impidieron continuar con ellas, aun cuando las consideraba efectivas.
- Motivos que le llevaron a elegir como unidad de volumen un cubo pequeño, aunque no estuviese considerado por el enunciado.
- Pertinencia del uso del radio para el cálculo de la longitud de una circunferencia.
- Partiendo de los comentarios a su compañero, intentaremos profundizar en la relación que establece entre medir y aproximar.

- Buscaremos el consentimiento sobre el uso que pretende darle a la simetría y a la estrategia de descomponer la figura en polígonos.
- Buscaremos el consentimiento sobre la pertinencia de dar una respuesta a una tarea y a continuación conocer si es consciente de no haber dado ninguna solución. Intentaremos buscar dicha solución conjuntamente.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sensaciones durante la resolución de cada una de las tareas; teniendo en cuenta las diferencias epistemológicas entre ellas, las asumimos como situaciones distintas que pueden generar respuestas afectivas diferentes.

1. SOBRE LOS USOS DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

1.1. Sobre conocimientos matemáticos

a) Las conclusiones que Adela estructura para las cinco tareas solo describen el procedimiento que llevaría a cabo para encontrar la solución, sin dar la respuesta que cada enunciado le pedía. El siguiente extracto corresponde a la segunda tarea.

49. Investigadora *En la segunda tarea dices: “en la primera figura, para facilitar el cálculo de la superficie, formamos un cuadrilátero.” ¿No? “Una vez formado nos sobra un triángulo que...” me está contando lo que harías... [lee la conclusión de Adela]*
50. Adela *Lo que hemos hecho.*
51. Investigadora *Lo que habéis hecho. Sin embargo, no veo la respuesta. Fíjate, dice...*
52. Adela *[Lee el enunciado] “Cuánto mide la superficie de las siguientes figuras.” No.*
53. Investigadora *¿Tenías claro qué se te estaba pidiendo? Yo creo que sí.*
54. Adela *La pregunta está clarísima. Pero es verdad que la respuesta no es la adecuada. Lo que hicimos fue unificar una y otra, ¿verdad? Una figura y otra figura, pero no, no hablamos de medida. Es cierto [risas tímidas].*
56. Adela *No. No, tienes razón. No lo hicimos.*

b) Después de lograr el consentimiento sobre la ausencia de respuesta, pretendemos encontrar la respuesta conjuntamente.

65. Investigadora *¿Podrías decirme cuál es la superficie?*
66. Adela *No sé qué decirte de respuesta, de verdad. No sé darte una respuesta. Sería lado por lado, ¿no?*
67. Investigadora *Sí, pero no conocemos cuánto mide cada lado. ¿Te ayuda la fórmula?*
68. Adela *¿Nos inventamos una medida?*
69. Investigadora *Si quieres, hazlo, invéntatela, a ver qué pasa.*
70. Adela *¿Sí? Si yo digo, que por ejemplo es uno, ya pues, alcanzo el uno y multiplico, ¿no? ¿O qué? ¿O no lo hago así? Este*

- sería medio, ¿no?*
71. Investigadora *Claro, claro. Si este es uno, este es medio. Pero esto estaría bien si tú me dices “lado por lado” para hallar el área o superficie de un cuadrado o un rectángulo. Pero esta figura no es un cuadrado ni tampoco un rectángulo, lo vas completando pero al final, ¿cómo podrías saber cuánto mide?*
72. Adela *Haciendo la suma de todo. Aquí hago uno por uno, y luego como en medio, pues pondríamos...no sé.*
73. Investigadora *Claro, a ver. Me estás planteando utilizar como unidad un lado, ¿cierto?*
74. Adela *Sí, un lado.*
75. Investigadora *De este rectángulo, que tendría una superficie de uno, ¿verdad? Porque uno por uno es uno.*
76. Adela *Sí, claro.*
77. Investigadora *Podríamos utilizar este rectángulo como una unidad de superficie, ¿no?*
78. Adela *Sí, se puede utilizar como unidad de superficie. Entonces, ya podría igualar medio más medio y hacer uno, ¿no? Y así voy sumando las superficies y voy diciéndote, al final que hay “cinco cuadrados de uno”, por ejemplo [cuando plantea esta posibilidad, alza el tono de voz y habla más rápido].*
79. Investigadora *Efectivamente. Ahí, estarías tomando como unidad un rectángulo y vas completando, ¿cierto?*
80. Adela *Sí. Cierto.*
81. Investigadora *¿Cuánto sería?*
82. Adela *A ver... 1, 2, 3, 4 y medio.*
83. Investigadora *¿Sí? A ver...*
84. Adela *1, 2, éste y esté 3, 4, ¡ay, no! Este está entero, 5 y medio.*
85. Investigadora *Cinco y medio. ¿Sí?*
86. Adela *Sí. Ahora sí.*
87. Investigadora *¿Y éste? [Refiriéndose a la figura de la derecha]*
88. Adela *Pues, 1, 2, 3, 4, 5 y 6.*
89. Investigadora *Vale.*

c) La conclusión correspondiente a la segunda tarea tampoco considera la solución a la misma, únicamente presenta la descripción de la estrategia a seguir.

117. Investigadora *Vale, lo que habéis hecho al final es utilizar la fórmula para hallar el volumen, que está muy bien. Y llegasteis a la conclusión que eran 72 unidades cúbicas, ¿cierto?*
118. Adela *Sí.*
119. Investigadora *Luego pones: “para poder rellenar la caja hemos utilizado la suma de A, B y C.” Es decir, ¿estás asumiendo que esto más esto, más esto cabe aquí?*
120. Adela *No. Porque faltaría. Yo supongo que faltaría. Tiene que faltar porque estamos hablando...*
121. Investigadora *Vale, esa era la primera opción, ¿no? La primera opción sería que tienes 72 unidades cúbicas, debido a que utilizaste como unidad un cubito pequeño, ¿no?*

122. Adela *Sí, sí.*
 123. Investigadora *Vale. En la segunda opción: “hemos utilizado las unidades por separado, llegando a la conclusión de que A no la llena, A no la completa”. Vale. “B y C, sí”, ¿no?*
 124. Adela *Sí.*
 125. Investigadora *De acuerdo. Pero no me dices cuántas de B y cuántas de C.*
 126. Adela *No, no lo hacemos.*
 127. Investigadora *“Y dar el valor de una unidad cúbica a cada cubo contando cuántos caben dentro de la caja.” Aquí tienes una conclusión interesante, lo único que tenías que hacer era...
 128. Adela *Cuántas del A... pero no cabe. No la llena, pero ¿cuántas necesitaría? Tenía que haber dicho de esta misma unidad y hacer lo mismo con B y luego con C. teníamos que haber seguido la segunda opción.*
 129. Investigadora *Eso es. La otra es una respuesta con una unidad distinta...*
 130. Adela *Un cubito solo...*
 131. Investigadora *Eso es. Y aquí te decían que utilices A, B y C respectivamente. Es decir, primero la unidad A, después B y después C. Deberían salir tres medidas distintas, ¿no? Tú tenías la idea...*
 132. Adela *A veces falta comprensión...**

Adela, a través de la búsqueda del consentimiento, asume consciencia de la falta de respuesta en su conclusión así como también de la pertinencia de su primera estrategia y plantea la falta de comprensión como la causa de su desempeño [132]. Encontramos evidencias de la relación entre afecto y comprensión que podrían explicar estas acciones; se presentan e interpretan en el sub-apartado correspondiente (punto (d) del apartado 3).

d) La resolución de la cuarta tarea implicó el uso de términos geométricos relacionados con la medida entre ellos circunferencia, radio y su relación con la espiral.

170. Adela *[...] es que no hay otra manera de hallar la longitud de esto porque como no tiene fin, no puedes encontrar una longitud. Era una manera lógica.*
 171. Investigadora *¿Crees que no tiene fin? ¿O que es una línea curva y por eso la dificultad?*
 172. Adela *Hum... sí, más bien eso, si fuera infinito, no se podría medir.*
 173. Investigadora *De acuerdo, estupendo.*
 174. Adela *¡Vale!*

e) Los usos desplegados durante la quinta tarea quedan reflejados en el siguiente extracto.

176. Adela *Que yo... creo recordar... creo recordar que yo veía la mitad de la mano. Yo veía la mitad y yo decía: “esta es la mitad, se pone uno encima del otro y te da la mitad.” Hasta ahí llego. Y claro, ya luego nos empeñamos con formar*

- también un polígono, así que ya aquí nos fuimos complicando.*
177. Investigadora *Ajá. Y uno de tus primeros comentarios fue: “aquí tenemos que aproximar”. Tú viste el gráfico y pensaste que no ibas a ser capaz de dar una medida exacta.*
178. Adela *Porque no se podían dar medidas exactas porque una mano es irregular, entonces aquí tenemos que trabajar con la aproximación.*
179. Investigadora *Claro. Y ¿aproximar es medir? ¿Si haces una aproximación estás midiendo?*
180. Adela *Mira, pues sí. Sí.*
181. Investigadora *Es decir, por lo que me dijiste hace un momento, tú planteaste buscar una simetría. Dijiste: “aquí hay una simetría”, y de hecho aquí trazas un eje de simetría, ¿no?*
182. Adela *Sí. Ya está.*
183. Investigadora *Vale, y otra vez buscaste algo más “complejo”, buscando polígonos, ¿para qué? ¿Cuál era el objetivo?*
184. Adela *Creo recordar que José decía que si alcanzábamos un polígono, pues ya por lo menos podíamos medir la superficie del polígono.*
185. Investigadora *¿Utilizando la fórmula del área del polígono que obtengas?*
186. Adela *Sí, utilizando la fórmula del polígono.*

1.2. Sobre estrategias

- a) Para resolver la segunda tarea, Adela planteó inicialmente una estrategia basada en componer y descomponer la figura; estrategia que finalmente fue descartada.

57. Investigadora *¿Qué es la superficie?*
58. Adela *La superficie es todo lo que está dentro del polígono.*
59. Investigadora *Exactamente. Y aquí se ve que estuviste completando...*
60. Adela *Sí, estuvimos completando para igualar los polígonos, ¿no? Por decirlo así.*
61. Investigadora *Quizás lo que pretendías era formar un polígono regular, ¿no? O por lo menos que sea más conocido...*
62. Adela *Efectivamente, claro.*
63. Investigadora *Como un rectángulo...*
64. Adela *Sí, y a partir de ahí, pues ya...*

El objetivo de este procedimiento era transformar la figura en un polígono conocido con una superficie equivalente para calcular el área utilizando la fórmula correspondiente (las evidencias que permiten obtener esta conclusión se encuentran en [65-89], presentadas en el sub-apartado anterior, durante la búsqueda de la solución a la tarea).

- b) Para la resolución de la segunda tarea, Adela planteó una estrategia que también fue descartada.

108. Adela *El volumen aquí costó, ¿eh?*
 109. Investigadora *¿Sí?*
 110. Adela *Sí, porque no lo terminábamos de ver. Yo quería ensamblar cada uno de ellos dentro y ya a partir de ahí sumar.*
 111. Investigadora *¿Por qué no lo hiciste?*
 112. Adela *No lo sé, nos complicamos bastante ya.*
 113. Investigadora *En el vídeo, le dices a José: “lo que tenemos que hacer es coger cada una de estas unidades y meterlas en la caja y ver cuántas caben.”*
 114. Adela *¡Sí!*
 115. Investigadora *¿Por qué no lo hiciste?*
 116. Adela *[Silencio] Porque él tuvo otra idea y me pareció bien y la desarrollamos, fuimos adelante con ella.*

Los motivos por los que esta estrategia fue eliminada están directamente relacionados con la dimensión afectiva, motivo por el cual se presentan e interpretan en el apartado correspondiente (punto (d) del apartado 3).

- c) Buscamos el consentimiento sobre los motivos que le impidieron buscar la solución de la tarea (después de comentar la estrategia previamente) (Anexo A.1.7.):

163. Investigadora *No te diste cuenta, ¿no? De que no estabas respondiendo, que sólo ponías el procedimiento.*
 164. Adela *Sí, yo... es que la realidad, no es esa habitualmente, no es lo que hacemos. Aunque llevamos cuatro años en la universidad, estudiando que es lo que tenemos que hacer, como no sabemos traspasar a hacerlo, pues no lo hacemos. Es decir, explicamos sólo la teoría. Pero, claro, ahora doy con el truco [risas]. Era tan fácil como desarrollar la práctica.*
 165. Investigadora *Sí, claro, claro. Buscando alguna herramienta, un hilo o lo que sea...*
 166. Adela *Un cordón; un algo; un elástico de estos del pelo, abierto, se corta y sale. Cualquiera cosa de esas, ¡un pelo! [Risas]. Bien, no está la respuesta.*
 167. Investigadora *Bueno, pero no pasa nada. Yo por lo que vi en el vídeo, estabas contenta, ¿verdad? Al terminar con la estrategia, terminas con la estrategia y se te veía contenta.*
 168. Adela *Sí, porque yo me lo he imaginado pero, claro, no lo hice. Hubiera sido mejor que se hubiera hecho.*

Considera como estrategia satisfactoria el uso de instrumentos de medida no convencionales.

- d) La quinta tarea, al involucrar el cálculo del área de una figura, podía utilizar para su resolución la misma estrategia utilizada en la segunda (pavimentar la superficie con la unidad). Buscamos conocer su opinión al respecto:

187. Investigadora *Y después de haber hecho la segunda tarea, ¿crees que la misma estrategia pudo haber funcionado?*
188. Adela *Sí, hubiéramos hecho lo mismo. Pero en aproximación. Porque no rellenamos el cuadrado entero, así de fácil sí. Este medio y medio, podemos hacerlo así y hubiéramos puesto tantos cuadrados. Dándole a cada cuadrado el valor de uno. ¡Qué fácil!*

Los contornos curvos de la figura, (ella lo denomina “irregular”), disuadieron a Adela de emplear la misma estrategia que utilizó con éxito en la resolución de la segunda tarea. Durante la búsqueda del consentimiento considera la aproximación como una forma válida de medir y la estrategia de pavimentar la figura con la unidad cobra sentido.

1.3. Sobre relaciones

- a) La resolución de la primera tarea puso en evidencia la ausencia de relación entre longitud y perímetro. Buscamos el consentimiento al respecto.

23. Investigadora *Vale, vamos a ver la primera. Lo que pude ver en el vídeo, es que al principio hubo una pequeña confusión entre longitud y perímetro. Parece que no estaba muy claro si significan lo mismo, ¿verdad?*
24. Adela *Sí. Por eso, de hecho, fíjate que al final pusimos... puse en lápiz puse un ¿cuadrado? Un cuadrado, sí, un rectángulo pero lo borré, sobre longitud porque empezamos pensando en el perímetro, perímetro y perímetro y no parábamos de darle vueltas al perímetro. Luego nos dimos cuenta que hablaba de longitud, no hablaba de perímetro.*
25. Investigadora *¿Recuerdas qué es el perímetro?*
26. Adela *La suma de los lados.*
27. Investigadora *La suma de las longitudes de los lados, ¿no?*
28. Adela *Sí.*
29. Investigadora *¿Qué es longitud?*
30. Adela *La medida. Cuánto mide algo.*
31. Investigadora *¿Qué te piden cuando te piden el perímetro de un triángulo?*
32. Adela *Cuánto suman los tres lados.*
33. Investigadora *¿Y qué es lo que sumas?*
34. Adela *Cuánto miden...*
35. Investigadora *Las longitudes, ¿no?*
36. Adela *Sí.*
37. Investigadora *Y si sumas tres longitudes, el resultado es una longitud, ¿cierto?*
38. Adela *Sí*
39. Investigadora *Entonces, ¿qué relación hay entre longitud y perímetro?*
40. Adela *Hum... son lo mismo, ¿no?*

2. SOBRE SUS EXPERIENCIAS AFECTIVAS DURANTE EL EPISODIO

2.1. Sobre su pasado matemático

a) Adela afirma haber tenido dificultades con el aprendizaje de las matemáticas a partir del cambio de primaria a secundaria. Al ser preguntada sobre los motivos de los mismos, muestra rasgos de creencias sobre la enseñanza de las matemáticas y del rol del profesor en la formación de las mismas así como también creencias sobre sí misma (atribuciones causales).

1. Investigadora *¿Recuerdas la conversación que tuvimos antes de empezar la práctica? Me contaste que en el cole te fue bien.*
2. Adela *Sí.*
3. Investigadora *¿Y en el instituto?*
4. Adela *En el instituto la cosa ya cambió.*
5. Investigadora *¿Y por qué? ¿Cómo era?*
6. Adela *Seguramente por la frialdad del profesor a la hora de enseñar.*
7. Investigadora *¿Ya no te iba tan bien?*
8. Adela *Ya no me fue bien.*
9. Investigadora *¿Y sólo crees que tuvo que ver la frialdad del profesor?*
10. Adela *Sí, bueno, también la juventud ¿no? La edad, las hormonas, también interfieren mucho; aunque lo reconocemos años más tarde. Se junta todo.*

2.2. Sobre los afectos desplegados

a) Durante la entrevista previa, encontramos indicios de objetivos de rendimiento por parte de Adela. Durante la fase dialógica buscamos más información al respecto.

11. Investigadora *Sobre la práctica y tu primera impresión, me dijiste que tenías dudas de si serías capaz de hacerla. Tus palabras fueron: “no sé si seré capaz de lograr la puntuación adecuada”.*
12. Adela *Sí.*
13. Investigadora *Si no hay puntuación, ¿sientes las mismas dudas? Si no es un examen.*
14. Adela *Hombre, también... no es la puntuación en sí, sino no saber alcanzar el... a ver si eres capaz de acabar el examen y saber hacer algo, saber desarrollarlo. Porque que se quede un examen en blanco, no desarrollarlo, entonces no tiene una interpretación. Por lo menos que tenga una base lógica, además estamos aquí por algo. Tenemos que contestar.*
15. Investigadora *Entiendo, pero esto no era un examen y provocó la misma sensación.*
16. Adela *Provocó una sensación de examen. El papel provoca una sensación de examen. Además, de hecho, invitaste a*

hacerlo y uno duda: “¿Lo hago? ¿No lo hago? No sé cómo voy a quedar. A lo mejor va a llevar de mí una ... se va a llevar una idea de que no... no tengo ni los conocimientos mínimos y cuando no tengo los conocimientos mínimos, va a decir: “¿qué hace esta mujer aquí?” o va a decir “¿qué hace esta chica aquí?” ¿No? Aquí, estudiando para maestra [risa tímida]

17. Investigadora *Entonces, tenías miedo de ser juzgada, ¿no? Y que se te juzgue mal.*
18. Adela *Sí.*

Además de confirmar la existencia de dichos objetivos, podemos establecer una relación entre sistema motivacional, sistema de creencias y sistema emocional en los siguientes términos: la situación a la que tiene que enfrentarse (resolver una batería de tareas para una investigación) es evaluada por su sistema cognitivo utilizando para ello: (a) creencias sobre las expectativas de los demás sobre sí misma (sistema de creencias) y (b) un objetivo de rendimiento (sistema motivacional). El miedo que Adela reconoce haber sentido puede explicarse teniendo en cuenta esta interacción. También se pone en evidencia el carácter dinámico del sistema emocional en la presencia, casi simultánea, de miedo y vergüenza [16]; si bien, consideramos que la vergüenza es una metaemoción.

- b) Empezó la resolución de las tareas con incertidumbre sobre su propia autoeficacia, pero el trabajo cooperativo y el apoyo de su compañero aumentaron su confianza y aliviaron su incertidumbre.

19. Investigadora *[...] ¿Las dudas te acompañaron durante toda la práctica? O se fueron modificando.*

20. Adela *No. Una vez que me puse con José, un chico muy apañado, de verdad. Los dos... los dos, la verdad, es que nos entendimos muy bien. Y lo que él iba pensando en lógica, yo le acompañaba o él me acompañaba y, la verdad, es que juntos acabamos bastante contentos porque nos ayudábamos. Entonces, pues, fue, la verdad es que después... salimos satisfechos. No es que sabíamos que el examen era un examen perfecto, porque hay gente que sabe más de matemáticas y que va a hacer un examen mejor... ¡un papel! Va a rellenar el papel mucho mejor que nosotros; pero, lo hicimos bastante bien juntos. Juntos lo hicimos mejor, ¡lo afrontamos mejor!*

21. Investigadora *¿Crees que si hubieses estado sola hubiese sido distinto?*

22. Adela *¡Me hubiese hundido!... creo. Sola me hubiera hundido, no hubiera llegado a algunos. Hubiera salido más triste, al acabar. Aunque tampoco... no pasa nada, pero hubiera salido más triste.*

El trabajo cooperativo con su compañero no sólo le aporta confianza sino también modifica su sistema motivacional con respecto a la situación; cambia el objetivo de rendimiento que manifestó inicialmente por un objetivo orientado al esfuerzo, la búsqueda y el trabajo en grupo. Establece una relación directa entre este objetivo y la satisfacción y el orgullo y el trabajo en soledad con la tristeza que, a su vez, puede ser un rastro de la actitud de valoración del trabajo cooperativo.

c) Durante nuestra búsqueda de información sobre los sentimientos que Adela experimentó al finalizar la tercera tarea, se produjo el siguiente diálogo:

145. Investigadora [Ríe]. *Vale, y cuando terminaste de escribir la conclusión, ¿te sentiste satisfecha con lo que habías hecho o tenías dudas?*
146. Adela *Pues no lo sé, de verdad. No lo recuerdo bien, el momento de acabar. Ahora que lo veo, pienso que estaba... era una pregunta sin acabar.*
147. Investigadora *Bueno, das esta respuesta, a lo mejor en el momento te pareció suficiente*
148. Adela *Sí, 72 unidades cúbicas, está. Pero que hubiera sido más completo si hubiéramos terminado de desarrollar la opción. Pero no la desarrollamos [voz suave y baja]. No hay vuelta atrás [ríe], nos tienes que volver a grabar [ríe].*
149. Investigadora *No, no pasa nada.*
150. Adela *No pasa nada.*

La razón que le impide recordar los sentimientos experimentados al finalizar la tercera tarea puede explicarse con las emociones que experimenta en ese momento concreto de la fase dialógica. Acaba de asumir que su tarea no podía considerarse culminada, no había proporcionado una respuesta en forma de solución y ese descubrimiento discrepa con su creencia de haber resuelto la tarea de manera adecuada; teniendo en cuenta el contexto y la situación, Adela experimenta decepción [146] y también vergüenza [148]. Percibimos las respuestas emocionales a dichas emociones (tono de voz, mirada esquiva, tensión en el rostro, risas nerviosas) e intentamos ayudarle a minimizar los efectos de dicha experiencia emocional [149].

d) La quinta tarea, al ser la última, nos permite buscar información sobre las emociones experimentadas por Adela al terminar el episodio.

193. Investigadora *Al terminar, dijiste que estabas orgullosa.*
194. Adela [Ríe]. *Sí.*
195. Investigadora *Terminaste contenta, ¿verdad?*
196. Adela *Sí, acabé contenta, la verdad que sí. Ya te digo, lo afronté regular, no tendría una buena tarde en principio, pero bueno. Bien, con el compañero al lado, la verdad es que lo afrontamos juntos y bueno, la verdad es que nos ayudábamos e inventamos, quizás, demasiadas cosillas. Pero, bueno, acabamos muy contentos. Ya era el último, es*

- verdad.*
197. Investigadora *Sí.*
198. Adela *Sí, la verdad es que sí.*
199. Investigadora *Y ¿sentiste algo especial o distinto con alguna de las tareas?*
200. Adela *Con el primero, en el primero no... sé que yo ahí todavía no estaba.*
201. Investigadora *¿Qué sentías?*
202. Adela *Como que no lo entendía. No llegaba a entender el primer ejercicio. No sé si no estaba todavía... no sé si el vídeo... o que todavía no estábamos bien colocados, estábamos leyendo tranquilos, estábamos... ya a partir del segundo ya nos soltamos, empezamos ya a escribir sin temor y a pensar y a ejecutar lo que íbamos pensando rápidamente. Lo íbamos haciendo, pero en el primero nos costó. A mí me costó personalmente.*
203. Investigadora *Es decir, en el primero tenías un poco de temor, ¿no?*
204. Adela *Sí. En el primero tenía miedo, después en los demás no.*
205. Investigadora *Vale. De acuerdo.*

Ratifica el orgullo y alegría (sistema emocional) que experimentó al finalizar la quinta y última tarea; reconoce y valora el trabajo cooperativo con su compañero (sistema de valores y normas) relacionándolo directamente con la disminución de la ansiedad y el aumento de la confianza.

Por otro lado, reconoce el cambio de actitud que experimentó a medida que iba transcurriendo el tiempo; ella ubica el cambio en la segunda tarea, pero a partir de nuestras evidencias lo ubicamos en el cuarto.

No hace referencias directas a su relación previa con José, pero sí identifica la presencia de la vídeo-cámara como un factor determinante sobre sus emociones; principalmente el miedo (a no satisfacer las expectativas propias y ajenas) al que hace referencia [204].

3. SOBRE LA RELACIÓN COMPRENSIÓN – AFECTO

- a) La resolución de la primera tarea puso en evidencia la relación entre sistema de creencias y comprensión. Más específicamente, la creencia sobre las matemáticas: “son un conjunto de reglas, fórmulas, habilidades y procedimientos”, que en el caso de la medida identifica con el uso de instrumentos de medida estándar. En este contexto, plantear conclusiones sobre el perímetro de varios triángulos equiláteros sin una herramienta que permita calcular dichos perímetros, se asumió como “imposible”.

41. Investigadora *[...] Otra dificultad es que echabas en falta algo para medir, dices: “no tenemos nada para medir.” ¿Te hacía falta un instrumento?*
42. Adela *Sí. Echábamos en falta la regla; pero, claro, es verdad, que a lo largo ya, aunque llevemos pocas prácticas, en el desarrollo de la medida, pues, claro ya piensa uno: “realmente no necesita una regla para medir”, podemos*

- haber utilizado otra cosa para medir, ¡cualquier cosa! Y con esa medida que hubiéramos planteado hubiéramos medido pero no caímos, ¡no caímos en ello! Después sí [risas]*
43. Investigadora *Además, en esta tarea en concreto, no necesitaste ninguna herramienta, porque la estrategia que utilizaste consistía en completar...*
44. Adela *Sí, completamos y así lo hicimos.*

Teniendo en cuenta que este episodio se llevó a cabo durante las primeras clases de la asignatura, consideramos el comentario de Adela sobre las prácticas realizadas desde ese día hasta el de la entrevista como un rasgo de la consciencia de la transformación de determinadas creencias, la interiorización de nuevos conocimientos (conceptuales y procedimentales) y la interacción entre ambos.

b) Adela identifica la influencia de la comprensión sobre su sistema afectivo.

45. Investigadora *¿Qué sentías mientras ibas descubriendo todas esas cosas?*
46. Adela *¡Ah! Bueno, nos íbamos sintiendo cada vez mejor, porque, es como que se te sube la moral, ¿no? [ríe]*
47. Investigadora *[También ríe] ¿Te pasó eso con esta tarea?*
48. Adela *Sí, sí. Se te va subiendo la moral, cuando vas llegando, vas alcanzando lo que vamos... [segundos de silencio]*

c) Encontramos evidencias sobre la relación entre el sistema de creencias sobre las matemáticas (son difíciles, exactas, utilizan lenguaje complejo y riguroso) y las acciones vinculadas a la comprensión de la medida.

90. Adela *¡Ay! Con lo fácil que es... [refiriéndose a la solución de la segunda tarea, que acaba de encontrar junto con la investigadora]*
91. Investigadora *Cuando terminaste con esta tarea, escribiste tu conclusión ¿te quedaste contenta, satisfecha? Lo veías bien, ¿verdad?*
92. Adela *Nosotros... sí, yo creo... quizás es que a veces crees que tienes que contestar algo más difícil [risas tímidas].*
93. Investigadora *Ajá. A lo mejor se te ocurrió pero tú pensaste que era muy fácil, ¿no?*
94. Adela *Claro, es que... no sé, vamos planteándonos las respuestas en plan más difícil.*
95. Investigadora *¿Y por qué?*
96. Adela *No lo sé. De verdad, porque ahora contigo aquí enfrente, pues sí, he llegado a otra conclusión.*
97. Investigadora *¿Era más fácil de lo que pensabas?*
98. Adela *Sí, por favor. No que aquí te hemos contado, vamos, una historia larguísima [ríe].*

d) Durante la tercera tarea y en dos situaciones distintas, ambas relacionadas con las estrategias consideradas satisfactorias por nuestra protagonista, encontramos evidencias de la interacción entre afecto y comprensión.

131. Investigadora *Eso es. Y aquí te decían que utilices A, B y C*

- respectivamente. Es decir, primero la unidad A, después B y después C. Deberían salir tres medidas distintas, ¿no? Tú tenías la idea...*
132. Adela *A veces falta comprensión*
133. Investigadora *¿Sí? ¿De qué? ¿Del enunciado?*
134. Adela *Sí, del enunciado. No sé.*
135. Investigadora *A lo mejor no estaba muy claro...*
136. Adela *Sí, el enunciado está clarísimo, pero fíjate que nos... además, en el vídeo se nos verá, que nos vamos complicando. Empiezas a recapacitar, empiezas a hablar, empieza uno con una idea, el otro con otra, vamos desarrollando y nos vamos complicando.*
137. Investigadora *Tú lo viste, sabías qué tenías que hacer, lo dices y planteas la segunda opción, pero ya está. Luego, pasó lo que me dices...*
138. Adela *Continuamos los dos, a pesar que terminamos satisfechos, fíjate no estaba nada... [segundos de silencio]*
139. Investigadora *¿Puede ser que no estabas muy segura de lo que estabas planteando?*
140. Adela *Puede ser. Porque a veces cuando no se está muy seguro no es uno tajante, ¿no? No, yo también es que he aprendido, esto que ya son otras circunstancias, que no puedo ser tan tajante, que no siempre debo llevar la razón, ¿no? Yo he aprendido a ceder.*
141. Investigadora *En este caso concreto, ¿crees que has cedido?*
142. Adela *No lo sé, no lo sé. No recuerdo la situación, de verdad.*
143. Investigadora *Vale.*
144. Adela *Pero, si es verdad que, eso que doy más opciones [ríe].*

Este extracto nos permite comprender los motivos que le impidieron insistir en la pertinencia de la estrategia que planteó inicialmente:

- Falta de seguridad en sus propios planteamientos. Las creencias sobre su autoeficacia originan incertidumbre (emoción) cuya repetición en situaciones parecidas (por ejemplo durante el trabajo de las matemáticas), origina que la respuesta se vuelva más estable y se convierta en una tendencia a la inseguridad, es decir en una actitud.
 - Sistema de valores y normas asociadas al trabajo cooperativo más fuertes. Adela reconoce que se esfuerza más por lograr el consenso cuando trabaja en grupo y por respetar y valorar la opinión y propuestas de su compañero, cediendo cuando ella asume que corresponde.
- e) La cuarta tarea implicó para Adela un cambio de actitud, desde la inseguridad hacia la confianza. Es así que, aunque escuchaba y respetaba a su compañero y sus propuestas continuamente, insistió más sobre la pertinencia de las suyas. Por otro lado, relaciona directamente la resolución de esta tarea con el disfrute y la alegría.

151. Investigadora *No pasa nada, vamos con la cuarta.*
152. Adela *¡Ay, con esta me lo pasé muy bien!*
153. Investigadora *¿Sí? ¿Te parecía difícil?*

154. Adela *Yo es que emplee la lógica y no sé realmente si existe una fórmula para ello, no sé si lo has visto en el video pero yo aquí le dije: “mira, esto es tan fácil como que cogemos un hilo, ponemos el largo del hilo, lo ponemos en la espiral y aquí nos da la media exacta y ya está. ¡No hay más!” [risas]*
155. Investigadora *Ya está [risas]*
156. Adela *[Ríe]. ¡No hay más! ¡Lo vi y lo vi! [Risas]. Y lo vi claro, pero ya no sé, ahora no recuerdo. Hemos pensado en el radio, sí...*
157. Investigadora *A pesar de que tú tenías una estrategia muy sencilla, directa y efectiva; empezaste otra vez a pensar en el radio...*
158. Adela *Sí, en la opción del radio de una circunferencia; pero claro una circunferencia no tiene fin y... dije: “mira esto, un hilo... esto se hace en la misma y después se pone el hilo y se coge la medida” y ya está. ¡Es que no hay más! [Risas].*
159. Investigadora *Vale, perfecto. Pero si te das cuenta, aquí tampoco hay respuesta.*
160. Adela *¿Hum? No decimos cuánto, porque no lo cogimos ¡y no lo hicimos!*
161. Investigadora *Claro, planteas tu estrategia...*
162. Adela *Es verdad, como alumnos te fallamos, porque en ningún momento ejecutamos lo que teníamos que haber hecho. Porque que teníamos que haber dicho: “¿Tienes un hilo? ¿O una correa? O un algo”, ¿no? [Risas]. Para haberlo hecho... tienes toda la razón.*
163. Investigadora *No te diste cuenta, ¿no? De que no estabas respondiendo, que sólo ponías el procedimiento.*
164. Adela *Sí, yo... es que la realidad, no es esa habitualmente, no es lo que hacemos. Aunque llevamos cuatro años en la universidad, estudiando que es lo que tenemos que hacer, como no sabemos traspasar a hacerlo, pues no lo hacemos. Es decir, explicamos sólo la teoría. Pero, claro, ahora doy con el truco [risas]. Era tan fácil como desarrollar la práctica.*

Afirma haber experimentado alegría y satisfacción durante la resolución de la cuarta tarea [152] y durante la fase dialógica vuelve a experimentar las mismas emociones [154; 156; 158]. La relación entre comprensión y afecto, en este caso, sigue dicha dirección; es decir, la comprensión (los usos que hace del conocimiento matemático a nivel procedimental) genera afectos positivos (alegría y satisfacción).

Adela demuestra una tendencia a no buscar la solución y, por lo tanto, no incluirla en su conclusión; al tratar esta cuestión referida a la cuarta tarea, encontramos las siguientes evidencias de la influencia de la dimensión afectiva sobre sus acciones:

- Sistema motivacional. Se hace explícito el objetivo extrínseco que perseguía con la resolución de las tareas: “satisfacer las expectativas de la investigadora/profesora”. Asume que al no dar una respuesta “fallaron como alumnos” [162]; este reconocimiento, como discrepancia, origina vergüenza

cuyos efectos intenta minimizar a través de las explicaciones que plantea a modo de justificaciones.

- Sistema de creencias sobre sí misma. Afirma no saber cómo llevar a la práctica la teoría que adquiere en las aulas y como atribución causal afirma: “*es que la realidad, no es esa habitualmente, no es lo que hacemos*” [164].

8.2.1.4. Conclusiones

1. Adela no considera sus emociones y sentimientos en las descripciones de sus procedimientos.
2. La situación (resolver una batería de tareas para una investigación) y el contexto (trabajar con un compañero al que no conoce) definen sus experiencias afectivas, principalmente durante las primeras tareas. De este modo debe hacer frente no sólo al reto matemático que se le plantea sino también al desafío social de trabajar cooperativamente con otra persona.
3. Hasta la cuarta tarea, Adela muestra rasgos de inseguridad e incomodidad, actitudes que le impiden insistir en sus planteamientos o incluso dudar de ellos. Sin embargo, durante la fase dialógica su narrativa expresa ideas contrarias a nuestras interpretaciones asegurando haberse sentido cómoda y respaldada por su compañero. Interpretamos esta incoherencia como una muestra de la valoración positiva del trabajo cooperativo que hace Adela, aunque en realidad la situación no haya sido completamente cómoda para ella, principalmente por el compromiso de compartir la experiencia con una persona desconocida para ella.
4. El sistema motivacional de nuestra protagonista (objetivos extrínsecos orientados a satisfacer las expectativas de los demás) discrepan con su sistema de creencias sobre su autoeficacia, lo que le genera angustia, vergüenza e incertidumbre.
5. La actitud de inseguridad es el resultado de experiencias similares repetidas durante la actividad matemática en su historia personal.
6. Consideramos que las creencias que posee sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje están orientadas a asumirlas como un proceso constructivo en el que las relaciones entre distintos conocimientos y procedimientos juegan un papel importante. Las principales evidencias encontradas sobre dichas creencias las encontramos en sus planteamientos sobre las estrategias a seguir caracterizadas por la creatividad y la “lógica” más que por fórmulas y procedimientos estandarizados.
7. Las creencias que Adela posee sobre su autoeficacia y sobre su autoconcepto definen las emociones que experimenta mientras resuelve una tarea matemática. Si estas emociones son negativas (angustia, decepción o frustración), sus efectos se minimizan por la creencia sobre las matemáticas que posee (son un proceso constructivo) que le permite buscar estrategias y soluciones utilizando la creatividad. De este modo, establecemos una relación entre sistema afectivo y comprensión: la creencia sobre las matemáticas influye en el tipo de acciones asociadas a la comprensión.

8. Su sistema de valores y normas orientados al trabajo cooperativo (que también tienen relación con sus creencias sobre el contexto social) se hacen evidentes en el respeto y valoración de las ideas de su compañero; aunque estas normas y valores en ocasiones implicaban la renuncia a sus propios planteamientos.
9. La tendencia a no buscar la solución a las tareas y limitarse a describir el procedimiento a seguir para encontrarlas tiene su origen en una creencia sobre su autoeficacia y atribuciones causales.
10. Los afectos desplegados por Adela durante nuestra investigación se presentan en la Tabla 8.1.17.

Tabla 8.1.17. Afectos desplegados durante la investigación

Sistema de creencias	<p><i>a) Creencias sobre uno mismo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Autoconcepto: no era muy inteligente; soy un poco torpe. - Atribuciones causales: la habilidad con las matemáticas es innata; había muchos niños y niñas en la clase. <p><i>b) Creencias sobre las matemáticas:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Son un proceso constructivo. - No tienen relación con la vida real. - Son un conjunto de reglas, fórmulas y procedimientos pre-establecidos. <p><i>c) Creencias sobre su enseñanza y su aprendizaje:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - El rol del profesor es importante. <p><i>d) Creencias sobre el contexto social:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Debo satisfacer las expectativas de los demás sobre mi desempeño.
Sistema motivacional	<p><i>a) Preferencias:</i></p> <p>Por lo simple y eficaz.</p> <p><i>b) Motivación:</i></p> <p>Motivación extrínseca: debo demostrar que puedo.</p>
Sistema de valores y normas	<p><i>a) Valores:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Respeto. <p><i>b) Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Consenso. - Búsqueda de consenso - Apoyo.
Sistema emocional	<p><i>a) Emociones:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Incertidumbre. - Miedo. - Angustia. - Sorpresa. - Alivio. - Vergüenza. - Disgusto. - Satisfacción. - Orgullo.

	<ul style="list-style-type: none"> - Frustración. - Enfado. - Decepción. - Alegría.
	<p><i>b) Respuestas emocionales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Bloqueo. - “¡Eureka!” - Tensión - Evitación.
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> - Curiosidad. - Seguridad. - Perseverancia.
Identidad matemática	<p>La actitud de Adela se caracteriza por el optimismo, la perseverancia y la tendencia al trabajo cooperativo. Posee una creencia sobre sí misma en relación a sus conocimientos matemáticos y autoeficacia que no le impiden sentir curiosidad ni interés por resolver problemas matemáticos. Su creencia sobre las matemáticas le permite enfrentarse a dichas tareas con confianza y disfrutar cuando encuentra la solución.</p>

11. El contenido de la Tabla 8.1.17 pone en evidencia las siguientes cuestiones:
- 11.1. El sistema afectivo es un sistema dinámico.
 - 11.2. Las emociones son los afectos más cambiantes de la Dimensión Socioafectiva.
 - 11.3. Las emociones son procesos inconscientes. Únicamente se puede acceder y tomar decisiones sobre la segunda fase del proceso emocional y dichas decisiones y acciones subsecuentes están en función del sistema de valores y normas que posee Adela.
 - 11.4. Adela experimenta emociones en todo momento. Si no se produce ninguna discrepancia, no se genera ninguna emoción distinta de las emociones de fondo.
 - 11.5. Los afectos son situacionales y contextuales. El momento y la situación determinan la emergencia de una emoción u otra o incluso de una actitud u otra. De este modo, si Adela hubiese tenido que compartir la experiencia con una persona más cercana a ella, sus experiencias afectivas y acciones hubiesen sido distintas a las registradas en este estudio.

8.2.2. Estudio de caso 1B: José

8.2.2.1. Fase 1: Entrevista previa

Durante la entrevista previa, correspondiente a la primera fase del estudio de caso de José, pretendíamos obtener datos e información sobre dos cuestiones: (a) sus emociones, expectativas, creencias y motivaciones relacionadas con las tareas que

deberá resolver y (b) conocer su pasado matemático para aproximarnos a sus sistemas de creencias actuales y sus reacciones afectivas en general (Anexo A.1.3.).

1. Emociones generadas a partir del primer contacto con las tareas

Buscamos datos sobre las emociones experimentadas por José después de su primer acercamiento a las tareas.

- | | | |
|----|---------------|---|
| 1. | Investigadora | <i>¿Qué has sentido al ver las tareas?</i> |
| 4. | José | <i>Personalmente, lo que es a nivel de resolución, hay cosas que es cierto que ni yo sé hacerlas [creencia sobre lo que debería saber], me he puesto a verlas y como no he hecho uso de ellas en gran parte de mi vida cotidiana [atribución causal], no sé cómo resolver, por ejemplo, la actividad 4; actividad 5. Yo ahora mismo no tengo ni idea de cómo resolverlas [indicios de vergüenza].</i> |
| 5. | Investigadora | <i>¿Y tus sensaciones? ¿Qué sentiste al pensar que tienes que enfrentarte a estas tareas?</i> |
| 6. | José | <i>Mi sensación ha sido de... a ver, que algunas sabría cómo resolverlas, otras que no [indicios de frustración]. Siento que muchas de las cosas, que yo en teoría debí haber trabajado; muchas de estas cosas de pequeño en el cole, y hay cosas que no sabría resolver a día de hoy y no sé si es porque no las he trabajado, porque no me las han enseñado, o simplemente han caído en el olvido, no lo sé [atribuciones causales].</i> |
| 7. | Investigadora | <i>Y si tuvieses que ponerle un nombre a esa sensación. Una emoción o un sentimiento, ¿cuál sería?</i> |
| 8. | José | <i>Duda. Duda, bastante duda [emoción]. Es verdad que por ejemplo, perímetro sí lo tengo a día de hoy... porque en la práctica lo he trabajado hace poco con los niños de clase y sí lo tengo muy presente pero hay otros conceptos que tengo que pararme y pensar y quizás puedo llegar a dudar, es decir esto era exactamente esta cosa o se hacía de esta forma; duda sobre todo. Yo creo que al no hacer uso o no hago uso de la geometría y la medida a diario, va cayendo en el olvido [atribuciones causales].</i> |

José reconoce no tener estrategias, en el momento de la entrevista, para resolver algunas de las tareas que se le plantean, lo que podría generar vergüenza (esta posibilidad toma fuerza si tenemos en cuenta que durante esta respuesta utiliza un tono de voz bajo y risas nerviosas) [4] (Anexo A.1.3.). Esta emoción tiene su origen en la discrepancia entre una creencia sobre sí mismo (debería saber más matemáticas) y una creencia sobre el contexto social (las expectativas que tiene la profesora sobre sus conocimientos) y el reconocimiento de no contar, en el momento, con una estrategia satisfactoria. En este contexto, utiliza atribuciones causales como justificación, probablemente intentando

minimizar los efectos negativos de la emoción que experimenta [4; 6; 8]. Es decir, evidenciamos una relación entre comprensión y afecto: la falta de comprensión genera incertidumbre y vergüenza.

1.2. Sobre los afectos experimentados en el primer contacto con las tareas y su relación con su pasado matemático

Buscamos obtener más datos sobre el origen de las emociones negativas experimentadas por José (Anexo A.1.3.).

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 9. | Investigadora | <i>¿Te sentirías más cómodo si anteriormente te hubieses enfrentado a tareas parecidas?</i> |
| 10. | José | <i>Yo creo que sí. Si por ejemplo, cualquiera de estas actividades, hubiesen sido realizadas de forma, no sé... que quien me diese el conocimiento, me hubiese puesto un ejemplo real [creencia sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas], me hubiese dicho por ejemplo, en el caso de la espiral; que es el que ahora mismo me tiene... le estoy dando vueltas, no dejo de darle vueltas. En la espiral, me diga por ejemplo, no sé cómo se resuelve, pero si me da un ejemplo que yo dijese...vale, no se me va a olvidar nunca. Algo relevante, algo que profundizase dentro de mí. Ahora mismo no sé cómo decirlo, no encuentro la palabra adecuada para describirlo, pero que fuese relevante [atribución causal]. También es cierto que el profesor, que de ese modo, tendría que saber uno a uno, qué inquietudes tenemos, qué cosas nos inquietan para cogernos a cada uno y decir a ti te enseñó de esta forma, a ti te enseñó de esta otra [valoración de las diferencias] y claro habiendo un profesor por aula a día de hoy eso es imposible y yo entiendo que los docentes enseñen de la forma que enseñan, enseñan de manera general, que en teoría dicen que es la correcta. Y sí, será la correcta entre comillas porque la media, más o menos, funciona y todos van cumpliendo los objetivos pero hay personas que o no los cumplen o los cumplen y se le olvida, como a mí me está pasando, que yo ni me acuerdo. Quizás cuando lo aprendí sí sabía cómo se hacía pero a día de hoy 15 o 20 años después de haberlo aprendido no me acuerdo, porque como no tuve un ejemplo relevante, un ejemplo que marcase mi...ese aprendizaje, pues no me acuerdo [atribución causal].</i> |

El sistema de creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje así como las atribuciones causales, están muy relacionadas. Las creencias sobre la importancia del papel del profesor en el aprendizaje de los estudiantes y asumir que el aprendizaje depende del número o tipo de ejercicios que se resuelvan, están directamente

relacionadas con atribuir la causalidad del olvido al desempeño de su profesor y al tiempo transcurrido sin utilizar un conocimiento concreto. También vislumbramos la valoración de las diferencias en un aula de matemáticas.

2. Sobre su pasado matemático

Ubicamos el origen de sus creencias en su historia personal vinculada al aprendizaje de las matemáticas durante su escolaridad (Anexo A.1.3.).

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 11. | Investigadora | <i>Y cuando estabas en el colegio o el instituto, ¿cómo te enfrentabas a las matemáticas, en general?</i> |
| 12. | José | <i>Yo a las matemáticas en el colegio, en el principio yo no tuve problemas, yo no tenía problemas con las matemáticas. Los problemas vinieron en el instituto que me encontré con profesores que su forma de dar la clase era yo te copio el ejercicio en la pizarra, tú lo copias, y si lo entiendes bien, y si no yo lo borro y ya no lo ves [creencia sobre la enseñanza de las matemáticas]. Es decir, dudas que se me podían pasar por la cabeza no se me resolvían, yo tenía que irme a casa, tenía que irme con mi ejercicio [atribución causal]. Si me había dado tiempo a copiarlo en la libreta bien y si no...mala suerte y me tenía que poner en casa a reflexionar, a darle vueltas de porqué una ecuación o una operación daba ese resultado [necesidad]</i> |
| 13. | Investigadora | <i>¿Te gustaba? ¿Disfrutabas de ese ejercicio personal de reflexión, de análisis, de búsqueda?</i> |
| 14. | José | <i>Yo personalmente, a veces sí, a veces no. A veces yo decía: “es que no entiendo porqué no me explican esto” [creencia sobre el rol del profesor]. Otras veces sí me gustaba porque a mí siempre me ha gustado, no sé, personalmente, me ha gustado comerme el coco hasta hallar la solución porque soy así. Soy muy inquieto para ciertas cosas y como me pique con eso tengo que ir a por la respuesta sí o sí [identidad matemática relacionada con una actitud perseverante]. Pero yo sé de compañeros, por ejemplo, que decían es que hay que ver, yo no lo veo por ningún lado, yo por mucho que tal...no lo entiendo y el profesor no lo explica en clase y no lo entiendo. Y a mí me pasaba igual, yo no lo entendía, pero tenía esa inquietud quizás y decía venga voy a buscar la respuesta y a ver si la encuentro [objetivo intrínseco].</i> |
| 15. | Investigadora | <i>Los conocimientos que adquiriste durante esos años, ¿tuviste que utilizarlos en algún momento de tu vida? ¿Pudiste relacionar algo que aprendiste en matemáticas con alguna situación cotidiana?</i> |
| 16. | José | <i>Si le digo la verdad no. Quitando, no sé, por ejemplo, la medida en este caso [creencia sobre la relación entre</i> |

las matemáticas y la realidad]. *La medida sí es cierto que se usa diariamente por si vas conduciendo con el coche y ves un cartel Málaga, 24 km, pues yo me imagino la distancia que puede haber en 24 km. El tiempo también es una cosa que más o menos he controlado, pero quitando eso...yo por ejemplo, a día de hoy no sé para qué me sirve, a ver sí sé porque me lo han explicado teóricamente, pero en la práctica yo no he usado nunca una ecuación de segundo grado para nada, pero para nada.*

La narración de José sobre su pasado matemático también está impregnada de las mismas creencias y atribuciones causales evidenciadas durante la primera parte de la entrevista. Identificamos el origen de una de ellas (creencias sobre el papel del profesor) en la transición del colegio al instituto ([...] *yo no tenía problemas con las matemáticas. Los problemas vinieron en el instituto que me encontré con profesores que su forma de dar la clase era yo te copio el ejercicio en la pizarra, tú lo copias, y si lo entiendes bien, y si no yo lo borro y ya no lo ves [...]*) [12] (Anexo A.1.3.).

En este mismo punto de su historia personal inicia una narración sobre su identidad matemática relacionada con sus necesidades e intereses. La necesidad y el objetivo intrínseco (sistema motivacional) configuran la actitud de la perseverancia, que constituye una característica de su identidad.

También identificamos una creencia sobre las matemáticas y su utilidad en la resolución de situaciones cotidianas [16] (Anexo A.1.3.).

Durante la primera fase del estudio de caso de José, encontramos los rasgos afectivos presentados en la Tabla 8.2.1.

Tabla 8.2.1. Rastros afectivos emergentes durante la entrevista previa correspondiente a la primera fase

Sistema de creencias	<p><i>Sobre uno mismo:</i> debo tener un buen nivel de matemáticas [4].</p> <p><i>Atribuciones causales:</i> no sé hacerlo porque no las utilizo cotidianamente [4; 6; 8]; no me las enseñaron [6; 10; 12].</p> <p><i>Sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas:</i> el aprendizaje de los estudiantes depende de lo que haga el profesor [10; 12; 14]; para aprender matemáticas hace falta hacer muchos ejercicios iguales [10].</p> <p><i>Sobre las matemáticas:</i> no tienen ninguna relación con la realidad [16].</p>
Sistema motivacional	<p><i>Intereses:</i> llegar hasta el final de un problema [14]</p> <p><i>Preferencias:</i> siempre me han gustado las matemáticas [12]</p>

	<i>Objetivo intrínseco:</i> buscar respuestas [14].
Sistema de valores y normas	<i>Valores:</i> valoración de la diversidad [10].
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> vergüenza [4]; frustración [6]; incertidumbre [8].
Actitudes	Perseverancia [14].
Identidad	Inquieto, buscar la respuesta hasta el final, no abandonar [14].

Durante la tercera fase del estudio empírico buscaremos obtener más información sobre las siguientes cuestiones su pasado matemático y el origen de su sistema de creencias.

8.2.2.2. Fase 2: Resolución de las tareas

Tarea 1

1. Plano semiótico

José se enfrentó a la primera tarea con inquietud y nerviosismo. Asumimos que estas reacciones tienen su origen en dos cuestiones distintas:

(a) Asuntos relacionados con las tareas matemáticas. La información obtenida durante la entrevista previa de la primera fase nos permite conocer algunas creencias de José: sobre los conocimientos que debería tener para su nivel educativo y sobre las expectativas de los demás en función de dichos conocimientos esperados. En la entrevista previa José reconoce que no tiene estrategias para resolver algunas tareas y ubicamos en dicha discrepancia (entre sus creencias y la realidad) el origen de su angustia y tensión.

(b) Asuntos relacionados con el contexto social. José es un alumno nuevo en el grupo, el episodio se desarrolló durante las primeras semanas de clase y no conocía a casi ningún compañero o compañera. Es así que deberá enfrentarse a la situación de trabajar cooperativamente con una persona desconocida.

Durante la resolución de la primera tarea, José se muestra colaborador y se esfuerza por explicar a su compañera sus razonamientos y acepta sus propuestas. Finalmente, estructuran de manera conjunta la conclusión que presentan a la que él añade una observación sobre la importancia de una lectura e interpretación adecuadas del enunciado.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Marca los extremos del segmento AB (base del triángulo) de la primera imagen, traza prolongaciones a los lados externos de los dos triángulos de la imagen 2 y en la tercera imagen remarca el primer triángulo de la izquierda.

Escribe como conclusión: “1º hemos pensado en el perímetro del triángulo y luego nos hemos percatado de la longitud. Entendiendo que no tenemos para medir hemos supuesto que la proporción de cada triángulo es proporcional al primer triángulo, por lo que la longitud de los perímetros es la misma.

Observación: leer bien el enunciado. El objetivo que planteaba no es el primero que he pensado resolver.” (Anexo A.1.6.)

Su conclusión es la misma que su compañera, excepto la observación que plantea sobre la adecuada interpretación del enunciado.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.2.2) (Anexo A.1.4.).

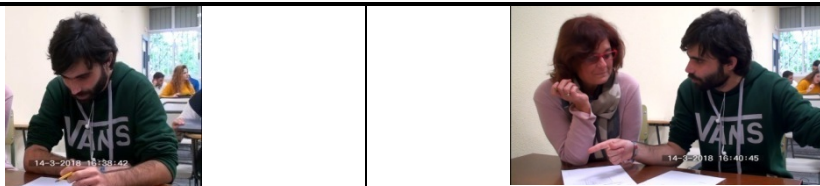
Tabla 8.2.2. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de José – tarea 1

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Interés y compromiso compartido.	<i>Vale, ¡vamos a empezar!</i> [2] [Indicios de compromiso compartido y ánimo para él y su compañera, utiliza la primera persona del plural].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Efectivamente</i> [8; 10; 36].
	<i>Exactamente</i> [8; 12; 18; 42].
	<i>¡Claro!</i> [44].
Sorpresa (emoción) y “ ¡Eureka! ” (respuesta emocional)	<i>Es que no lo sé... a ver, espérate... ¡la longitud!</i> [20]. [Voz más alta y firme. Vuelven a leer el enunciado y descubren aquello por lo que se les pregunta. En esta frase también se pone en evidencia el carácter dinámico de las emociones, la frustración de no saber qué hacer da paso rápidamente a la sorpresa].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la primera tarea (Tabla 8.2.3).

Tabla 8.2.3. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 1



<p>Imagen 1 [4] Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional) [<i>Cuerpo tenso, cabeza gacha, rostro tenso, voz baja</i>]. No mira a su compañera mientras le habla, tampoco mientras él se dirige a ella. Mueve el lápiz con rapidez y fuerza.</p>	<p>Imagen 2 [26] Orgullo (emoción) y seguridad (actitud). [<i>Cuerpo erguido, mira a su compañera, utiliza manos y brazos para explicar mejor sus ideas</i>].</p>
<p>Imagen 3 [30] Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo). [<i>Mira continuamente a su compañera, busca su aprobación</i>]. Asumimos que no sólo en relación con el trabajo cooperativo, sino también para reafirmar una idea suya de la que, probablemente, no esté tan seguro.</p>	<p>Imagen 4 [38] Tensión (respuesta emocional). [<i>Se toca la nariz con frecuencia</i>]. Intenta estructurar una conclusión válida tanto para él como para su compañera.</p>

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.2.4).

Tabla 8.2.4. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la primera tarea.

Conocimientos matemáticos	Identificar la magnitud involucrada en la tarea [16] Atributos medibles [20; 22; 24] Magnitud [16; 20; 22; 24] Cantidad de magnitud [18] Conservación de la cantidad [28] Longitud [20; 22; 24] Perímetro [2; 4] Triángulos semejantes [28]
Relaciones	Semejanza de triángulos [42] Entre longitud y perímetro [22; 46]
Estrategias heurísticas	Observación [24] Búsqueda de regularidades [28] Comparar [22] Descomponer [28] Componer [28]

	Medir directamente [4; 6; 16]
Sistema de creencias	<i>Sobre las matemáticas:</i> son un conjunto de reglas, fórmulas y procedimientos pre-establecidos [4; 6; 14; 16; 38;] <i>Sobre uno mismo:</i> atribuciones causales: es preciso leer el enunciado más de una vez [46]
Sistema motivacional	<i>Motivación:</i> motivos compartidos [2]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [8; 10; 12; 18; 42]; <i>búsqueda de consenso:</i> [30; 33]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> angustia [4]; incertidumbre [14]; sorpresa [20]; orgullo [26] <i>Respuestas emocionales:</i> bloqueo [14]; “¡Eureka!” [21]; tensión [4]
Actitudes	Seguridad [26]

José muestra indicios de comprensión del perímetro de un polígono, sin embargo, la ausencia de una herramienta de medición para calcular el perímetro implica una dificultad para la resolución de la tarea: “[...] *vale, lo primero es saber cuánto mide cada lado. Y sin una regla no sabemos cuánto mide cada lado, tampoco*” [4] (Anexo A.1.4.). Interpretamos que a dicha afirmación subyace una creencia sobre la medida relacionada con el vínculo instrumento y proceso de medir, que evita la búsqueda de otras estrategias influyendo en su comprensión sobre la medida de la longitud, “*Sin regla no podemos saber cuánto miden*” [6].

Su compañera le plantea una estrategia alternativa, pero no lo convence y su incertidumbre aumenta debido a su falta de comprensión del enunciado y de lo que se espera que haga. Esta incertidumbre desemboca en un bloqueo [14] del que intenta salir insistiendo en su idea de averiguar la longitud de los triángulos de la figura [16]. Establecemos, una vez más una relación entre la acción asociada a la comprensión de la medida y sus creencias sobre las matemáticas (implica calcular y utilizar reglas, procedimientos y fórmulas pre-definidas).

Leen el enunciado por segunda vez y “descubren” la palabra longitud. Centra la estrategia para la búsqueda de la solución en la diferencia entre “longitud” y “perímetro” [20; 26]; “*¡Ah! La longitud de los perímetros...*” [22] (Anexo A.1.4.).

Asume que la longitud de los perímetros es la misma [24] y utiliza para argumentar su respuesta la semejanza de triángulos: “*Exactamente, que la longitud es proporcional ya que cada triángulo es la mitad del anterior. Cada serie de triángulos es la mitad del anterior*” [42]. (Anexo A.1.4.).

Encontramos indicios del origen de una emoción negativa (angustia o frustración) en la justificación que da a su compañera de su necesidad de incluir una observación sobre el enunciado en su conclusión (Anexo A.1.4.):

46	José	[...] <i>Yo pondría: “una observación de leer bien el enunciado.”</i>
47.	Adela	[Risas].
48.	José	<i>Yo lo voy a poner.</i>
49.	Adela	¿Sí?
50	José	<i>Sí. Ya que ella lo usa para darse cuenta qué problemas puede llegar a dar el ejercicio, yo lo voy a poner... el objetivo planteado no es el primero que yo pensaba... [Escribe].</i>

Dirige la observación a quien redacta el enunciado en términos de lectura, afirmando que el ejercicio puede conducir a errores debido a una mala interpretación del mismo a partir de su propia experiencia. Identificamos una discrepancia entre las expectativas que se originan en sus primeras ideas y la que el enunciado le pedía en realidad.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Relación entre perímetro y longitud.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

Tarea 2

1. Plano semiótico

Durante la resolución de esta tarea, José evidencia poseer creencias sobre las matemáticas con base en la dificultad, la exactitud, el uso de fórmulas y procedimientos. Estas creencias le impiden identificar la idoneidad de los planteamientos de su compañera y busca la solución intentando ajustar sus procedimientos a sus creencias, demostrando de ese modo una relación directa entre afecto y comprensión.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Numera las figuras de la imagen, utiliza el número 1 para la figura de la izquierda y el número 2 para la de la derecha. En la figura 1, traza un rectángulo en medio de la figura con trazos suaves; resalta el triángulo rectángulo de la parte inferior derecha de la figura. Utiliza muchos puntos para marcar algunos cuadrados y triángulos, no parecen

estar hechos con ningún propósito específico sino como las marcas que dejó el lápiz mientras contaba o señalaba dichos polígonos. En la segunda figura, también resalta los dos triángulos rectángulos de la parte inferior externa de la misma y encontramos los mismos puntos sobre ellos (Anexo A.1.6.).

Escribe como conclusión: “1 Figura 1: Para facilitar el cálculo de la superficie, buscamos formar un cuadrilátero. Una vez formado nos sobra un triángulo rectángulo al cual podemos aplicar el teorema de Pitágoras para conocer todas sus medidas y así calcular su superficie. A esta superficie le sumamos la superficie del cuadrado anteriormente formado.

2 Figura 2: la superficie de la figura 2 es la misma que la superficie del cuadrilátero que hemos formado en la figura 1.”

José pretende calcular el área de las figuras utilizando para ello fórmulas conocidas y para hacerlo posible necesita tener polígonos conocidos en los que pueda aplicarlas. Utiliza la composición para formar un rectángulo y en dicho proceso le sobra un triángulo rectángulo cuya superficie también espera calcular utilizando la fórmula correspondiente; para hacerlo posible considera utilizar el teorema de Pitágoras para calcular los lados del triángulo. No da respuesta a la tarea, únicamente compara las superficies de ambas figuras concluyendo que son iguales debido, probablemente, a un paralelismo con la tarea anterior.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.2.5) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.2.5. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de José – tarea 2

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Sí, eso es.</i> [53]
	<i>Efectivamente.</i> [55]
Identidad matemática y creencia sobre las matemáticas	<i>[...] porque yo soy así de paranoico con estas cosas. Yo estas cosas siempre tienen truco. Yo para mí, yo siempre soy mal pensado, siempre tiene que tener algún truco [...]</i> [65] [Identifica como un rasgo de su identidad las dudas sobre la resolución de una tarea matemática, probablemente relacionada con la creencia: las matemáticas son difíciles].
Alivio (emoción)	<i>¡Ya está!</i> [96] [Utiliza un tono de voz más alto, se aleja del papel por unos segundos después de terminar de redactar su conclusión].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.2.6).

Tabla 8.2.6. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 2



Imagen 5 [51]

Angustia (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Cuerpo y rostro tensos, se toca la nariz continuamente*]



Imagen 6 [58]

Búsqueda de consenso (normas implícitas asociadas al trabajo cooperativo). Se esfuerzan por llegar a acuerdos, por convencer al otro, por hacer aportes pero sin relacionarse, no hay conexión, no se miran, no se buscan. Probablemente debido a que no se conocen y su objetivo es únicamente cumplir con la tarea, no hay relación personal por medio.



Imagen 7 [64]

Incertidumbre (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*No mira a su compañera, a pesar de que ella sí lo mira. Cubre la boca con la mano, tiene el cuerpo encorvado, mira el papel de su compañera, cuerpo tenso, manos apretadas*]. Adela intenta enriquecer el planteamiento que él acaba de hacer; no le convence.



Imagen 8 [65]

Angustia (emoción) y **evitación** (respuesta emocional). La incertidumbre y la tensión dan paso a la angustia [*cabeza baja, ojos entornados, mirada distante*]. Busca distensión comentando con su compañera rasgos de su identidad matemática, como una vía de escape a la angustia y probable bloqueo a los que se enfrenta.



Imagen 9 [81]

Angustia (emoción) y **bloqueo** (respuesta emocional). [*Cabeza gacha, ceño fruncido, rostro tenso,*



Imagen 10 [92]

Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo). Se miran directamente, por primera vez, quizás empiecen a acercarse.

<i>mano cubriendo la boca, hombros hacia delante</i>]. No consigue minimizar los efectos de la angustia, continúa bloqueado.	Acaban de llegar a un acuerdo.
---	--------------------------------

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.2.7).

Tabla 8.2.7. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la segunda tarea.

Conocimientos matemáticos	Dimensiones lineales (largo, ancho...) [67] Comparación de unidades [59] Unidad de superficie [71] Superficie [67] Área [67] Teorema de Pitágoras [67; 73] Cantidad de magnitud [77] Polígono [90] Número natural [63; 67]
Relaciones	Entre área y superficie [67]
Estrategias heurísticas	Elegir la unidad [71] Medir de forma directa [71; 92] Medir de forma indirecta [59; 67; 69] Comparar superficies [59] Descomponer la superficie [61] Componer [57; 69] Sumar las partes [67; 71; 75]
Sistema de creencias	<i>Sobre las matemáticas:</i> son difíciles [60;]; son un conjunto de fórmulas y procedimientos [77]; un problema debe aportar valores numéricos para poder ser resuelto [77]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [53; 55; 92]; búsqueda de consenso [58]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> frustración [77]; alivio [96]; angustia [51; 65; 81]; incertidumbre [64] <i>Respuestas emocionales:</i> tensión [51; 64]; evitación [65;]; bloqueo [81]
Identidad	<i>“soy paranoico, estas cosas siempre tienen truco”</i> [65]

Para la primera figura, busca formar un rectángulo en la figura 1, utilizando estrategias de composición y descomposición, pero no lo consigue porque sobra un triángulo rectángulo (la mitad de un cuadrado base). Plantea calcular dos áreas por separado: la del rectángulo y la del triángulo y luego sumarlas y considera oportuno utilizar la

misma estrategia para la segunda figura; en la que se puede formar fácilmente un cuadrado cuya área buscaría utilizando la fórmula del área de un cuadrado.

Surge otra dificultad: necesita longitudes que pueda utilizar para hallar la superficie: “*Si no sabemos lo que mide, no podemos dar nada. No tenemos números, no podemos dar números.*” [77] (Anexo A.1.4.). Vislumbramos una creencia subyacente a esta afirmación: “un problema matemático siempre provee todos los datos necesarios”; el enunciado no le facilita ningún dato numérico y eso implica, para él, que está incompleto y no puede seguir buscando la solución pues no considera la posibilidad de utilizar una estrategia distinta del uso de fórmulas (creencia: las matemáticas son fórmulas y procedimientos exactos). La discrepancia entre estas creencias y la realidad (debe resolver una tarea sin información suficiente para utilizar fórmulas) generan en José frustración que, a su vez, desencadena un bloqueo. Identificamos de este modo una relación entre afecto y comprensión.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Buscaremos más información sobre la imposibilidad de encontrar una solución a la tarea con base en sus afirmaciones de no contar con valores numéricos.
- Alcanzar el consentimiento sobre la pertinencia del uso del teorema de Pitágoras y las razones de su planteamiento.
- Obtener más datos sobre los motivos de ausencia de una solución a la tarea y la no consideración de estrategias distintas al uso de fórmulas.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Intentaremos profundizar sobre sus creencias sobre las matemáticas a partir de sus razones para afirmar la existencia de “trucos” y su necesidad de utilizar fórmulas para calcular el área de una figura.
- Buscaremos el consentimiento sobre las reacciones afectivas desplegadas durante la resolución de la tarea, a partir de nuestras interpretaciones.

Tarea 3

1. Plano semiótico

Durante el proceso de resolución de la tercera tarea, José evidencia su esfuerzo por trabajar cooperativamente con su compañera, utiliza con frecuencia la primera persona del plural y escucha con flexibilidad y respeto los planteamientos que ella comparte. La conclusión que presenta está estructurada de manera conjunta, después de lograr el consenso con Adela.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Escribe el volumen de cada una de las unidades que el enunciado le plantea, utilizando para ello como unidad un cuadrado base. Sobre la unidad A escribe 8^3 ; sobre la unidad B, 2^3 y sobre la C 4^3 . Utilizando el mismo procedimiento escribe sobre cada lado del prisma rectangular la longitud correspondiente: 4 junto al ancho de la base; 6 junto al largo de la base y 3 la altura de una cara lateral. Debajo de la imagen escribe la fórmula del volumen, reemplaza en la fórmula los valores numéricos que ya conoce y calcula el volumen: “ $l \cdot l \cdot a = 4 \cdot 6 \cdot 3 = 24 \cdot 3 = 72$ unidades cúbicas”

Escribe como conclusión: “1º opción: para rellenar la caja hemos utilizado la suma de las unidades A, B y C.

2º opción: hacer uso de forma individual de las unidades llegando a la conclusión de que con A no llenamos y con B y C sí.

3º opción: dar el valor de una unidad cúbica a cada cubito contando cuántos caben dentro de la caja (72)” (Anexo A.1.6.).

Encontramos rastros de comprensión del volumen, del uso de la fórmula para su cálculo y de la elección apropiada de una unidad. Sin embargo, no presenta la respuesta al enunciado de la tarea, aunque sí plantea el procedimiento que llevaría a cabo para encontrarla. Encontramos evidencias de una interpretación adecuada del enunciado en la segunda opción; sin embargo la dificultad de utilizar la unidad A para el cálculo del volumen del prisma se resuelve considerando otras opciones. Denomina “caja” al prisma rectangular.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.2.8) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.2.8. Rastros afectivos en las expresiones verbales de José – tarea 3



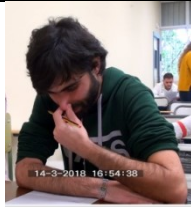

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Motivos compartidos	<i>¡Vamos allá! [...]</i> [97] [Tono de voz alto y firme]. [Empieza la tarea con ánimo e intenta contagiar a su compañera. Utiliza la primera persona del plural, evidencia de su esfuerzo por trabajar de manera cooperativa y de motivos compartidos].
Objetivo extrínseco	<i>Es que no sé si quiere que metamos todas, todas, todas o si quiere que metamos de una en una...</i> [123]. [El objetivo es satisfacer las expectativas de la profesora/investigadora].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Efectivamente.</i> [99; 105; 184]

	<i>Exactamente.</i> [149; 159]
	<i>Claro</i> [165]
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo) respeto (valor)	<i>Exactamente. Lo que pasa es que de A...</i> [135]. [Está parcialmente de acuerdo con su compañera y le plantea esta situación con respeto].
Frustración (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	<i>Ya no es ni A ni b ni C. ¡Qué lío!</i> [Ríe]. [167]. [Experimenta una discrepancia entre una estrategia que asumía satisfactoria y las condiciones del enunciado que, a su vez, genera frustración]. <i>Cinco mil opciones</i> [170]. La frustración genera un bloqueo.
Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional)	[Risas tímidas] [172]. [El bloqueo, a su vez, le genera angustia y tensión].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la tercera tarea se presentan en la Tabla 8.2.9.

Tabla 8.2.9. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 3

 <p>Imagen 11 [122]</p> <p>Ansiedad (emoción) y bloqueo (respuesta emocional). [<i>Cuerpo rígido, boca tensa, cabeza gacha, mano en el rostro</i>]. Mira fijamente el papel con la tarea en silencio, permanece inmóvil.</p>	 <p>Imagen 12 [124]</p> <p>Angustia (emoción) y bloqueo (respuesta emocional). [<i>Cuerpo rígido, rostro tenso, labios apretados, cabeza gacha, hombros encorvados</i>]. Cambia de posición pero se mantiene en silencio, mantiene la vista fija en el papel.</p>
 <p>Imagen 13 [127]</p> <p>Angustia (emoción) y bloqueo (respuesta emocional). [<i>Cuerpo rígido, rostro tenso, cabeza gacha; hombros encorvados</i>]. Se mueve continuamente, se rasca los brazos, la</p>	 <p>Imagen 14 [137]</p> <p>Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo). [<i>Mira a su compañera mientras le explica sus argumentos, utiliza sus manos para dar énfasis a sus palabras</i>].</p>

pierna, la nariz; mira de reojo continuamente a la cámara, probablemente su presencia contribuya a su angustia.



Imagen 15 [140]

Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo) y **apoyo** (normas asociadas al trabajo cooperativo). [*Mira de manera insistente a su compañera mientras habla, busca su aprobación*]. Percibe los rastros de angustia en su compañera, se esfuerza por plantear sus ideas de manera clara.



Imagen 16 [163]

Frustración (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Se toca los brazos continuamente, cuerpo y rostro rígidos, cabeza gacha, hombros encorvados*].



Imagen 17 [167]

Angustia (emoción) y **bloqueo** (respuesta emocional). [*Ríe nerviosamente mientras se tapa la cara*].

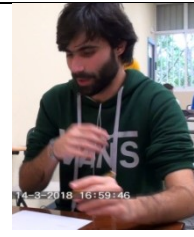


Imagen 18 [178]

Alivio (emoción). [*Cuerpo erguido, expresa su satisfacción con la conclusión que acaban de construir conjuntamente con un tono de voz más alto y firme*]. La conclusión que plantea junto con su compañera le satisface, consideran tres opciones posibles para hallar la solución de la tarea.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.2.10) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.2.10. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la tercera tarea.

Conocimientos matemáticos	Cubo [101] Volumen [97] Unidad de volumen [143; 145; 161; 163; 178] Localización de unidades [103; 105; 111; 113; 119; 139; 147; 188; 194]
Relaciones	Entre área y volumen [105; 117]

	Entre unidades distintas [105; 109; 111; 141; 186] Coordinación espacial [107; 109; 111; 117; 131; 137; 139; 141; 151; 190]
Estrategias heurísticas	Estructurar conjuntos de unidades de volumen [105; 111] Medida indirecta [97; 194; 196] Llenar [105; 107; 109; 119; 121; 137; 153] Visualizar [101; 190] Recuento [103; 115; 145]
Sistema de creencias	<i>Sobre las matemáticas:</i> son un conjunto de fórmulas [97; 127]
Sistema motivacional	<i>Motivación:</i> motivos compartidos [97] <i>Objetivos extrínsecos:</i> satisfacer las expectativas de los demás [123; 129]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> búsqueda del consenso [97; 135; 137; 140; 182]; consenso [99; 105; 149; 159; 165; 180; 184]; apoyo [140] <i>Valores:</i> respeto [135]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> incertidumbre [123; 125; 133]; frustración [163; 167; 170]; ansiedad [122]; angustia [124; 127; 172] <i>Respuestas emocionales:</i> bloqueo [122; 124; 125; 127; 167; 170;]; tensión [163; 172]

En la búsqueda de la solución utiliza, además de las tres unidades planteadas en el enunciado, el cuadrado base como unidad de superficie, uno de sus lados como unidad de longitud y un cubo pequeño como unidad de volumen. Ante la imposibilidad de completar el prisma con la unidad A (debido a la no consideración de fraccionar la unidad), utiliza dos unidades distintas pero no se siente seguro de esta estrategia debido a un desajuste en la interpretación del enunciado de la tarea: “*Es que no sé si quiere que metamos todas, todas, todas o si quiere que metamos de una en una...*” [123] (Anexo A.1.4.)

Esta discrepancia entre sus creencias sobre las matemáticas como un conjunto de reglas y fórmulas y las acciones que la resolución de la tarea implican, genera un nuevo episodio de angustia y un bloqueo subsecuente que interfiere en la comprensión de la medida, en este caso, del volumen; evidenciando así la relación entre afecto y comprensión.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

- a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Buscaremos conocer los motivos que le impidieron dar una solución a la tarea y la buscaremos conjuntamente.
- Indagaremos sobre su necesidad de utilizar fórmulas y de las razones que le impidieron resolver la tarea.
- Buscaremos el consentimiento sobre la pertinencia del uso de la cuarta unidad (un cubo pequeño).

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.
- Intentaremos profundizar en las características de su identidad matemática, conocer las creencias que subyacen a afirmaciones como “esto tiene truco”.

Tarea 4

1. Plano semiótico

José parte de reconocer la dificultad de la cuarta tarea así como también el no contar con una estrategia que le permita resolverla. Expresa su acuerdo con los planteamientos de su compañera con energía y rotundidad; sin embargo, la estrategia que ella le plantea no le satisface completamente y se esfuerza por recordar un procedimiento que le permita calcular la longitud de una espiral a través de procesos de medida indirectos. Su sistema de creencias sobre las matemáticas se evidencia continuamente interfiriendo en sus acciones y limitando su comprensión sobre la medida.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Marca la espiral de la figura con un trazo fino del lápiz.

Escribe como conclusión: *“Hemos pensado en el radio pero hemos observado que no nos sirve de nada.*

Como solución proponemos superponer un hilo sobre la espiral. Ese hilo alargarlo y medir su longitud con una regla.” (Anexo A.1.6.)

Aunque define el contenido de su conclusión de manera conjunta con su compañera, la redacción de la misma es distinta en ambos casos.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.2.11) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.2.11. Rastros afectivos en las expresiones verbales de José – tarea 4

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Ansiedad (emoción)	<i>¡Uy, este es mortal! Este yo lo he visto y he dicho: ¡Ay, Dios mío! ¿Y esto cómo se calcula?</i> [198]. [Encontramos evidencias de una relación entre comprensión y afecto; en este caso, una comprensión insuficiente de la medida origina angustia].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Vale.</i> [206]. <i>¡No tiene más!</i> [218] [Voz alta]. [La nueva estrategia planteada por su compañero le parece satisfactoria, aunque la frase podría indicarnos que la considera simple]. <i>Sí, ¿verdad?</i> [234]. [Vuelve a mostrar su acuerdo con la sugerencia de su compañera]. <i>Exactamente</i> [238]. <i>Totalmente. Estoy totalmente de acuerdo.</i> [240]. [A pesar de estas afirmaciones rotundas, no está completamente convencido. La incertidumbre se manifiesta continuamente].
Angustia (emoción), atribuciones causales (creencias sobre uno mismo) y tensión (respuesta emocional)	<i>¡Es que esto a mí no se me ha enseñado en la vida! Creo que no me han enseñado a hacerlo, creo...</i> [210] [Tono de voz alto]. [Siente angustia por no encontrar una estrategia satisfactoria, atribuye esta situación a un desconocimiento de su parte como resultado de que no se lo enseñaron]. <i>Vamos a darle más vueltas a ver si hay otra forma de hacerlo. Tiene que haber otra forma, ¡no lo sé!</i> [226] [Alza el tono de voz para pronunciar las tres últimas palabras]. [Aunque plantea con entusiasmo su acuerdo sobre la pertinencia de una estrategia de medida directa, su creencia sobre las matemáticas (son fórmulas) le generan angustia e insiste en la necesidad de buscar una forma más acorde con ella].
Incertidumbre (emoción) y atribuciones causales (creencias sobre uno mismo)	<i>¡Pero yo no lo veo! A ver, tenemos esto... yo creo que en dibujo técnico yo algo vi en su día, ya ves yo esto que lo di ya hace seis años</i> [228]. [Su sistema de creencias sobre las matemáticas (son fórmulas) le producen incertidumbre y se justifica].
Creencia sobre sí mismo (atribuciones causales)	<i>Ya hace seis años ya y no me acuerdo de las cosas</i> [230]. Busca justificar el olvido de

<p>Frustración (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)</p>	<p>una estrategia distinta.</p> <p><i>¡Es que no lo sé! Yo no lo sé.</i> [236]. [La discrepancia entre su sistema de creencias sobre las matemáticas y la estrategia de su compañera subyacen a la angustia que experimenta y que le impide actuar].</p> <p><i>¡Es que no me acuerdo cómo se hacía!</i> [246].</p> <p><i>¡No me acuerdo, no me acuerdo!</i> [248]. [A pesar de sus esfuerzos, no encuentra una estrategia que le satisfaga].</p>
--	--

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.2.12.

Tabla 8.2.12. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 4





 <p>Imagen 19 [199]</p> <p>Incertidumbre (emoción) y tensión (respuesta emocional). [<i>Cuerpo tenso, hombros hacia adelante, cabeza gacha, mueve el lápiz continuamente</i>]. Escucha a su compañera sin mirarla, observa la figura de la tarea.</p>	 <p>Imagen 20 [203]</p> <p>Curiosidad (actitud). Mira con atención el papel de su compañera mientras ella comparte una posible estrategia.</p>
 <p>Imagen 21 [205]</p> <p>Angustia (emoción) y bloqueo (respuesta emocional). [<i>Cuerpo rígido, cabeza gacha y apoyada en una mano, hombros hacia adelante, mirada fija en el papel</i>]. Aunque su compañera está hablándole, él sigue mirando su propio papel.</p>	 <p>Imagen 22 [211]</p> <p>Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo). [<i>Mira a su compañera mientras expresa oralmente su acuerdo con ella</i>].</p>



Imagen 23 [217]

Respeto (valor) y **búsqueda del consenso** (normas asociadas al trabajo cooperativo). [*Mira fijamente a su compañera mientras la escucha. Se produce un acercamiento, hay contacto visual*].



Imagen 24 [230]

Angustia (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Cuerpo rígido, hombros hacia adelante, cabeza gacha*]. A pesar de haber mostrado públicamente su acuerdo, nuevamente se esfuerza en encontrar otra estrategia distinta. La incertidumbre se origina en la discrepancia entre su sistema de creencias y la estrategia “simple” que le plantea su compañera.



Imagen 25 [242]

Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo). [*Mira a su compañera mientras le explica un posible procedimiento para resolver la tarea*].



Imagen 26 [260]

Angustia (emoción) y **bloqueo** (respuesta emocional). [*Cuerpo rígido, hombros hacia adelante, cabeza gacha y apoyada en una mano, mira atentamente el papel*]. A pesar de haber manifestado estar de acuerdo con su compañera, no está convencido, preferiría una solución distinta, cuya búsqueda infructuosa le genera angustia y bloqueo.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la cuarta tarea (Tabla 8.2.13) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.2.13. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la cuarta tarea.

Conocimientos matemáticos	Atributos mesurables [212; 214] Longitud [212; 214; 230] Línea curva [216; 230] Radio [208] Instrumentos de medida [238]
Relaciones	Geometría y medida [242] Circunferencia y espiral [208; 232]
Estrategias heurísticas	Percepción visual [208; 220; 222]

	Descomponer en semicircunferencias [242] Utilizar instrumentos de medida [220; 240]
Sistema de creencias	<i>Creencias sobre sí mismo:</i> atribuciones causales [210; 228; 230] <i>Creencias sobre las matemáticas:</i> son un conjunto de fórmulas, reglas y procedimientos [226; 228; 242]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [206; 211; 218; 220; 234; 238; 240; 242]; búsqueda de consenso [217; 242]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> ansiedad [198]; angustia [205; 210; 226; 230; 246; 260]; incertidumbre [199; 228]; frustración [236; 248] <i>Respuestas emocionales:</i> tensión [199; 210; 226; 230]; bloqueo [205; 236; 246; 248; 260]
Actitudes	Curiosidad [203]

Ante la propuesta de su compañera de empezar calculando el radio de las circunferencias, José describe la dificultad de dicho procedimiento en la variación de las circunferencias para formar una espiral: “*El círculo... lo malo es que al ser una espiral, el círculo... el radio varía, por así decirlo, cada centímetro ya está variando, que es lo malo.*” [208] (Anexo A.1.4.). Como alternativa, su compañera le plantea una alternativa basada en la medida directa de la figura, José comparte su acuerdo con entusiasmo: “*No tiene más. Coger cuerda que ponga aquí, ponga aquí, corta aquí, corta aquí...*” [220] (Anexo A.1.4.).

La discrepancia entre su sistema de creencias sobre las matemáticas y la idoneidad de esta estrategia le generan angustia que, a su vez, dirige sus acciones hacia la búsqueda de una manera coherente con dicho sistema de creencias [226; 228; 230; 236], que no consigue encontrar. De este modo, se origina un ciclo angustia-bloqueo-angustia-frustración-bloqueo del que no puede salir.

Ante la insistencia de su compañera, acepta la estrategia de medir directamente, una vez más. La incertidumbre no lo abandona, incluso a pesar del entusiasmo con el que expresa su acuerdo [238; 240] y continúa buscando una estrategia que le resulte más satisfactoria (Anexo A.1.4.):

- 242 José *A ver, si yo me acuerdo cómo se hace una espiral, lo mismo mediante ingeniería inversa lo mismo. Pero primero hay que saber cómo se hace una espiral, que no me acuerdo yo cómo se hacía la espiral. No me acuerdo... es que una espiral se hacía de una manera bastante “chungu”, había que poner el compás mediante escuadra y cartabón y no me acuerdo cuántas movidas, te salía una serie de puntos y...*
- 243 Adela *De puntos y vas uniendo los puntos.*

244	José	<i>Exactamente y con el compás lo vas haciendo. Un punto, un cachito; después te ibas a otro punto, otro cachito; otro punto... pero claro...</i>
245	Adela	<i>Entonces partiría a lo mejor de una diagonal, ¿no?</i>
246	José	<i>¡Es que no me acuerdo cómo se hacía!</i>
247	Adela	<i>Yo es que no lo sé.</i>
248	José	<i>¡No me acuerdo, no me acuerdo!</i>

Sus creencias sobre las matemáticas (son un conjunto de fórmulas, reglas y procedimientos) dirigen sus procesos de toma de decisiones y, por lo tanto, sus acciones o falta de acción en las situaciones de bloqueo; identificamos de este modo una relación directa entre afecto y comprensión.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones: durante la fase dialógica

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Intentaremos obtener más información sobre los motivos de su insatisfacción con la estrategia planteada por su compañera y también sobre las características que debía cumplir el procedimiento que, para él, fuera convincente.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Buscaremos el consentimiento sobre su sistema de creencias y la influencia que ejerce sobre su comprensión.
- Emociones y sentimientos durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

Tarea 5

1. Plano semiótico

El esfuerzo de José de trabajar de manera cooperativa con su compañera se evidencia de manera más clara durante la resolución de la quinta tarea, conducta que relacionamos directamente con la confianza que él y su compañera fueron construyendo a lo largo de la segunda fase, de manera que Adela reconduce sus ideas en diversas ocasiones; apoyo que le brinda seguridad.

Al finalizar la tarea, y por lo tanto, la práctica, su compañera comparte con él algunas cuestiones afectivas relacionadas con el episodio. José expresa su acuerdo con ella; sin embargo, no comparte dichas experiencias con Adela (Anexo A.1.4.):

381	Adela	<i>¡Pues yo estoy muy orgullosa al final!</i>
382	José	<i>¡Pues sí!</i>
384.	Adela	<i>¿Sabes por qué lo hemos hecho a lápiz primero, no?</i>
385.	José	<i>¿El qué?</i>

386. Adela *Por el miedo a equivocarnos.*
 387. José *¡Ah! Por el miedo a equivocarnos, claro.*
 388. Adela *Ahora, como ya tenemos seguridad, vamos a escribir el nombre a boli. Todo es psicológico.*
 389. José *Con el nombre ya no nos podemos equivocar, estoy totalmente seguro... [Ríe].*

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza un pentágono encerrando la mano de la figura y también el eje de simetría, que divide en dos no sólo al pentágono sino también a la mano por la representación correspondiente al dedo corazón, que también queda dividido en dos.

Expresa su acuerdo con su compañera sobre la pertinencia de tener en cuenta la simetría, aunque utiliza la expresión “aplicar la simetría” [292]. Sin embargo, no está seguro de cuánto puede, realmente, ayudar en la búsqueda de la solución [299] (Anexo A.1.4.).

Escribe como conclusión: “1º Hemos intentado buscar la simetría de la mano. Al encontrar una simetría aproximada, observamos que tenemos a cada lado un polígono de cuatro lados irregular. Esto nos ha hecho ver que la mano completa forma un pentágono. Por lo tanto al conocer el pentágono obtendríamos una superficie aproximada de la mano.” (Anexo A.1.6.)

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.2.14) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.2.14. Rastros afectivos en las expresiones verbales de José – tarea 5

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Ansiedad (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	<i>Bueno. Y este ya, jete ya! Este ya es el remate de todo.</i> [266]. [La ausencia de una estrategia al primer contacto con la tarea discrepa con su creencia sobre las expectativas de los demás sobre sí mismo, generando así la ansiedad con la que se enfrenta a la resolución de la última tarea].
Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional)	[Suspiro largo y sonoro] <i>¡Ay, por Dios! [...]</i> [274]. [Explica a su compañera la posibilidad de calcular el área de la mano utilizando la estrategia de pavimentar la superficie con la unidad (un cuadrado base de la cuadrícula); pero surge una discrepancia entre esta estrategia y la dificultad del cálculo del área de una

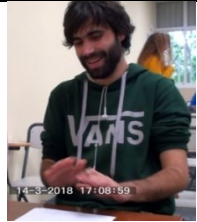



	superficie curva sin considerar la aproximación; origen de su angustia].
	<i>¡No me acuerdo!</i> [324]. [La creencia sobre las expectativas de los demás discrepa con el olvido que expresa generando así angustia].
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>La simetría ¿no?</i> [286]. <i>Podemos poner...</i> [342; 344]. [Utiliza la primera persona del plural buscando una respuesta conjunta].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Exactamente.</i> [284]. <i>¡Ah! Vale, vale, vale.</i> [310]. <i>¡Pues sí!</i> [382]. [Manifiesta su acuerdo ante el orgullo que su compañera expresa por haber terminado la tarea y, por tanto, toda la práctica]. <i>¡Ah! Por el miedo a equivocarnos, claro.</i> [387]. [Su compañera le plantea una conjetura sobre la relación entre el uso de lápiz para escribir sus nombres y el miedo que sentían al iniciar la resolución de la batería de tareas. Él se muestra de acuerdo, pero no parece muy convencido].
Angustia (emoción) y abandono (respuesta emocional)	<i>Efectivamente, ¡a tomar viento!</i> [332]. [No está convencido de los argumentos de su compañera pero los acepta y decide abandonar la búsqueda de una estrategia distinta que le permita encontrar la solución, como una manera de buscar alivio a su angustia].
Frustración (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	[...] <i>Bueno, no lo sé. No sé qué decirte.</i> [338]. [Intenta argumentar una nueva idea, pero no lo consigue; experimenta frustración y bloqueo].
Creencia sobre la enseñanza de las matemáticas	<i>Hombre, yo no creo que dé la casualidad. De verdad que es un ejercicio prefabricado. No, pero regular no puede ser.</i> [338]. [Reconoce su visión sobre la naturaleza de las tareas matemáticas que un profesor plantea a sus estudiantes].
Frustración (emoción) y tensión (respuesta emocional)	[...] <i>¡Ay, no me sale ahora! ¡Que no hay mano!</i> [350]. [No consigue encontrar un argumento convincente y satisfactorio].
Alivio (emoción)	<i>¡Eso!</i> [Rie]. [352]. [Su compañera le facilita una respuesta satisfactoria].


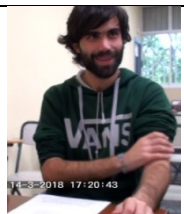
	¡Hala! [380].
Incertidumbre (emoción)	<i>Y... por lo tanto lo que tenemos es una aproximación. Yo creo que una... que una exactitud no se puede obtener, CREO. [Resalta esta palabra] [354]. [La incertidumbre surge de la discrepancia entre su creencia sobre que una respuesta debe ser exacta y sus propias conclusiones sobre la tarea y su solución].</i>
Satisfacción (emoción)	¡Hemos razonado! [391]

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.2.15.

Tabla 8.2.15. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 5

	
<p>Imagen 19 [266] Miedo (emoción) y tensión (respuesta emocional). [<i>Cuerpo rígido, rostro tenso, se aleja físicamente del papel</i>]. La tensión que expresa es la respuesta al miedo al fracaso que la tarea le genera.</p>	<p>Imagen 20 [268] Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional). [<i>Cuerpo encorvado, cabeza gacha, mira de reojo el papel y las manos de su compañera, mueve el lápiz con mucha rapidez mientras la escucha</i>].</p>
	
<p>Imagen 21 [272] Incertidumbre (emoción) y tensión (respuesta emocional). [<i>Cuerpo y rostro tensos, hombros hacia adelante, cabeza gacha</i>]. Mira fijamente el papel, no está seguro de la pertinencia de la sugerencia de su compañera, busca errores o limitaciones o argumentos que le conduzcan a una estrategia distinta.</p>	<p>Imagen 22 [300] Angustia (emoción) y bloqueo (respuesta emocional). [<i>Rostro tenso, labios apretados, ojos abiertos</i>]. Mira fijamente el papel de su compañera, guarda silencio, lo rompe sólo para afirmar que desconocen cómo resolver la tarea.</p>

 <p>Imagen 23 [324]</p> <p>Ansiedad (emoción) y bloqueo (respuesta emocional). [<i>Voz tensa. Se cubre la cara con las manos</i>]. No consigue encontrar una estrategia distinta.</p>	 <p>Imagen 24 [388]</p> <p>Alivio (emoción). [<i>Cuerpo y cabeza erguidos y relajados, sonríe</i>].</p>
--	--

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de esta tarea (Tabla 8.2.16) (Anexo A.1.4.).

Tabla 8.2.16. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la quinta tarea.

Conocimientos matemáticos	Superficie [378] Unidad de superficie [280] Polígono [306; 312; 314; 322; 330; 334; 340; 346; 350; 364; 366; 372; 374] Simetría [268; 288; 362]
Relaciones	Entre figuras geométricas [344; 346]
Estrategias heurísticas	Elegir la unidad [280] Comparar superficies [296] Aproximar [278; 280; 350; 354; 378] Pavimentar superficies con la unidad [280] Descomponer la superficie [318; 330; 344; 348; 370] Recomponer [334] Uso de analogías [296]
Sistema de creencias	<i>Sobre la enseñanza de las matemáticas:</i> todas las tareas están pre-definidas en función de unos objetivos claros [338]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [278; 280; 284; 382; 387]; búsqueda de consenso [286; 288; 290; 342; 344]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> ansiedad [266; 324]; miedo [266]; angustia [268; 274; 300; 324; 332]; frustración [338; 350]; alivio [352; 380; 388]; incertidumbre [272; 354]; satisfacción [391] <i>Respuestas emocionales:</i> abandono [332]; bloqueo [266; 300; 324; 338]; tensión [266; 268; 272; 274; 324; 350]

Asume que pavimentar la superficie con la unidad podría ser útil para las situaciones en las que esté involucrada el área de un polígono. Sin embargo, no considera efectiva a dicha estrategia debido a las curvas de la figura. Aunque muestra su acuerdo con su compañera sobre la pertinencia de la aproximación.

También plantea: “*Podemos dar una APROXIMACIÓN [con énfasis en esta palabra], podemos decir pues, no sé... si podemos coger los cuadrados que sí están dentro de la superficie y darlos como medida... es que tampoco hay cuadrados...*” [280] (Anexo A.1.4.). Sugiere utilizar un cuadrado como unidad de medida (aunque él la llama “medida”), pero percibe que no podrá completar trozos del gráfico con esta unidad y se produce una discrepancia. La aproximación tampoco le satisface completamente pues no es coherente con su creencia sobre las matemáticas (son exactas); también manifiesta esta creencia como una discrepancia con sus propias conclusiones sobre la tarea [358] (Anexo A.1.4.).

En su búsqueda de alivio, sugiere la posibilidad de cálculo del volumen de la mano intentando encontrar una relación entre área y volumen: “*Pero la superficie...no recuerdo que calculando el volumen se pueda calcular la superficie. No lo recuerdo yo ahora mismo.*” [360] (Anexo A.1.4.).

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Buscaremos profundizar la información sobre el objetivo de su búsqueda de un polígono regular.
- Buscaremos el consentimiento sobre la relación entre medición y aproximación.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos al primer contacto con la tarea.
- Experiencias afectivas desplegadas durante la resolución de la última tarea.
- Emociones y sentimientos al finalizar la tarea y la práctica.

8.2.2.3. Fase 3: Búsqueda del consentimiento con el otro

El último plano del círculo hermenéutico de la interpretación planteado por el OMIUM, la tercera fase en nuestro estudio empírico, está constituido por la búsqueda del consentimiento con el otro a través de la interacción dialógica entre protagonista e investigadora. Para hacerlo efectivo, es preciso haber transitado por los planos semiótico y fenómeno-epistemológico previamente de manera que las cuestiones abiertas a tratar durante la fase dialógica estén ya definidas. Sin embargo, al tratarse de

entrevistas conversacionales existe flexibilidad en el tratamiento de los asuntos establecidos previamente. Para el presente estudio de caso tendremos en cuenta las siguientes cuestiones, que serán abordadas por tareas (Anexo A.1.8.):

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Relación entre perímetro y longitud.
- Pertinencia del uso del teorema de Pitágoras y las razones de su planteamiento en la segunda tarea.
- Pertinencia del uso de la cuarta unidad de volumen (un cubo pequeño).
- Motivos de su falta de convicción sobre la estrategia planteada por su compañera para la cuarta tarea y características que debía cumplir el procedimiento que, para él, fuera convincente.
- Objetivo de su búsqueda de un polígono regular en la quinta tarea.
- Relación entre medición y aproximación.
- Razones por las que no proporciona las soluciones de las tareas planteadas.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sensaciones durante la resolución de cada una de las tareas; teniendo en cuenta las diferencias epistemológicas entre ellas, las asumimos como situaciones distintas que pueden generar respuestas afectivas diferentes. Buscaremos el consentimiento sobre las reacciones afectivas desplegadas durante la resolución de la tarea, a partir de nuestras interpretaciones.
- Intentaremos profundizar sobre sus creencias sobre las matemáticas a partir de sus razones para afirmar la existencia de “trucos” y su necesidad de utilizar fórmulas para calcular el área de una figura.
- Intentaremos profundizar en las características de su identidad matemática, conocer las creencias que subyacen a afirmaciones como “esto tiene truco”.
- Buscaremos el consentimiento sobre su sistema de creencias y la influencia que ejerce sobre su comprensión.
- Sobre la necesidad de tener valores numéricos para encontrar una medida.
- Sobre sus preferencias por el uso de fórmulas.

1. SOBRE LOS USOS DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

1.1. Sobre conocimientos

a) Encontramos rastros de comprensión de la medida en los usos que José efectúa de la longitud.

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 29. | Investigadora | <i>También escribes: “Observación: leer bien el enunciado”</i> |
| 30. | José | <i>Efectivamente, estuvimos un rato... a mí me pasó lo primero de ver la imagen y decir: “vale”... no me acuerdo... ya no me acuerdo de lo primero de lo que</i> |

pensé. Pero es verdad que ya leí el enunciado y dije: “¡Ah, no! Lo que yo tengo que hacer es otra cosa, no es lo que yo estaba pensando”. Por eso leer el bien enunciado, porque claro, te daba como “la longitud de los perímetros de los triángulos”. Claro la LONGITUD DE LOS PERÍMETROS. Entonces la longitud de los perímetros; aquí está claro que lo que se ha hecho es dividir el triángulo aquí en 2, aquí en 4 y aquí en 8. Pero es el mismo triángulo, entonces la longitud de los perímetros que es la suma de todos los lados de los triángulos sigue siendo la misma porque lo que se ha hecho ha sido dividir.

31. Investigadora *Eso es. Además sólo te decían: “¿Qué puedes decir?”*
 32. José *Claro.*
 33. Investigadora *Con decir que eran iguales... y tú lo tenías claro, ya era suficiente, lo tenías resuelto, no tenías que dar una medida.*
 34. José *Exactamente, correcto.*

Durante la búsqueda del consentimiento encontramos rastros de comprensión que no habíamos percibido durante las fases anteriores del círculo hermenéutico. En este caso concreto, José establece una relación directa entre longitud y perímetro, define la relación entre los triángulos semejantes de la figura para concluir, finalmente, sobre la igualdad de los perímetros.

- b) Durante la resolución de la segunda tarea, José planteó a su compañera el uso del teorema de Pitágoras. Buscamos el consentimiento sobre la pertinencia del mismo y también la solución de la tarea.

55. Investigadora *[...] empezaste a hablar de Pitágoras, “podemos aplicar el teorema de Pitágoras”. Yo no sé si el teorema de Pitágoras te ayude a hallar la superficie, ¿no?*
 56. José *[Suspira]. Claro, a ver. Si aquí realmente, es verdad que ahora así... a simple vista no tenemos ninguna medida. Yo el teorema de Pitágoras lo quería aplicar en caso de que hubiese alguna medida, claro. Entonces para hallar el área de los triángulos había que hallar el teorema de Pitágoras ya que al tratarse de un triángulo rectángulo, pues aplicaríamos Pitágoras conociendo dos de sus lados, ya sea cateto y la diagonal, el cateto mayor y la diagonal o a la inversa; pues al final obtendríamos lo que es la superficie del triángulo. Entonces la superficie del triángulo la multiplicaríamos por dos y tendríamos la superficie del cuadrado. Pero claro, yo lo pensaba así en caso de que hubiese una medida.*
 57. Investigadora *Y de hecho, decías: “no se puede medir porque no hay medidas.” Pero tú sabías resolver la tarea, tú tenías la respuesta. Tú decías: “esto es uno y empiezo a contar: 1, 2, 3, 4” y ya la tenías.*

58. José *Claro. Entonces aquí la superficie se daría en cuadraditos, ¿no?*
59. Investigadora *¿Cuánto sería?*
60. José *Pues sería, esto sería 1, 2...6. 6 cuadraditos y medio si no me equivoco. Y en la otra, serían 6.*
61. Investigadora *¿Aquí 6?*
62. José *Aquí 6, y esta a ver, 1, 2, 3, estos formarían 2, 4, 5. ¡Ah, no! 5 y medio.*

La estrategia que planteó basada en el uso del teorema de Pitágoras, evidencia la relación que establece entre geometría y medida; también está relacionada con su sistema de creencias sobre las matemáticas (son un conjunto de reglas, fórmulas y procedimientos). El teorema de Pitágoras le permitiría conocer uno de los tres lados del triángulo rectángulo, polígono más pequeño de la figura, para calcular el área de dicho triángulo y utilizarlo como unidad de superficie. No pudo llevar a la acción esta estrategia por falta de datos numéricos sobre las longitudes de los lados del triángulo o del cuadrado base de la cuadrícula.

1.2. Sobre estrategias

- a) La fase dialógica nos permite conocer de manera más amplia y profunda la estrategia que José considero para la segunda tarea.

35. Investigadora *Vamos a ver esta. ¿Qué tal con la segunda? ¿Cómo te sentiste?*
36. José *En esta... en esta, en esta. Es verdad que en esta, hombre, como esta ya la hice con Adela y ella me dio un razonamiento. Yo tenía otro razonamiento, ya no recuerdo cuál. Sí me acuerdo que ella... no recuerdo bien lo que decía ella, ella decía que... le quitabas a uno y le ponías a otro. Yo tenía el razonamiento de que yo sabía que medio triángulo, vaya, yo cogí como unidad más pequeña... busqué la unidad más pequeña que había y era la mitad de un triángulo, sabía que dos mitades formaban un cuadradito. Entonces... y primero contaba las unidades más pequeñas que eran los medios triángulos y después contaba los cuadraditos, entonces de esa forma hallaba lo que era el conjunto completo. De ese... creo recordar que fue mi razonamiento [...]*
39. Investigadora *[...] tú lo tenías claro, ¿no? Todo lo que estás comentando ahora.*
40. José *Más o menos... ¡sí!*
41. Investigadora *Escoges una unidad, sólo tienes que contar y me das la medida.*
42. José *Sí.*

La fase dialógica nos permite identificar los usos que José hace del conocimiento de la medida: relaciona área y superficie, elige una unidad y la utiliza para pavimentar la

figura. Durante el diálogo con su compañera en la segunda fase, esta estrategia y los usos que hace no se evidencian (Anexo A.1.4.).

- b) El ejercicio de interpretación de la tercera tarea en los dos primeros planos nos condujeron a plantear un primer acercamiento a los procedimientos empleados por José. La tercera fase pone en evidencia la primera estrategia que tuvo en cuenta.

75. Investigadora *¿Qué tal con la tercera? ¿Qué sentiste?*
 76. José *Eh... en esta... la verdad que bien. Yo la vi, no sé, a mí...la vi bien. Porque yo, lo que son objetos tridimensionales, no sé si es porque también he estudiado... me ha gustado mucho el dibujo técnico, me ha gustado mucho diseñar en 3D y la vi bien, vi que cada cuadradito se podía colocar dentro de la caja, una caja 3D con una serie de cuadraditos, entonces yo dije: "esto es colocar cuadraditos dentro de la caja. ¿Cómo voy a llenar la caja?" y yo sabía que metiendo A no se podía llenar completa, porque al ser impar la altura y al ser par la altura de la unidad A; no se podría llenar nunca. Con la unidad B, sí, porque son 3, entonces serían 6 de profundidad y, claro, los 6 de profundidad ya se rellenarían con los tres, porque 3 más 3, seis y el cuadradito de altura pues rellenaría un cuadradito, un cuadradito una altura. Y con C pasa exactamente igual porque como son, eh..., 6 por 4, darían 24 que sería par, entonces nos entraría en lo que son los cuadraditos pares. Un razonamiento un poco abstracto, lo que yo hice, lo que yo digo: "si entran 4, si tengo 6 huecos me entran 6 unidades C y de altura, igual, pues como es 1 y son 3, pues entrarían 1, 1 y 1."*

La claridad sobre la estrategia de llenar el prisma con las unidades planteadas por el enunciado y su utilización hasta la consecución de la solución no se evidencian en ningún punto de su registro escrito ni en los diálogos con su compañera durante la resolución de la tercera tarea. Sin embargo, durante la búsqueda del consentimiento encontramos rastros de comprensión asociados al uso pertinente de estrategias heurísticas y del conocimiento de la medida del volumen.

- c) La quinta tarea implicaba el cálculo del área de una figura con líneas curvas cuya imagen incorporaba una cuadrícula base. Buscamos el consentimiento sobre la pertinencia de utilizar la misma estrategia que para la segunda.

155. Investigadora *¿Y no era posible utilizar la misma estrategia que en el segundo?*
 156. José *Sí, metiéndolo en una cuadrícula sí. Claro, éste metido en la cuadrícula, contando los cuadraditos... sí. Podría tener la medida. Porque es verdad que aquí sería aproximadamente medio triángulo, aquí... ¡ufff! Claro, es que también hay partes que no tenemos ni uno ni medio. No tengo ni medio ni uno...*

157. Investigadora *¿Y aproximando?*
158. José *Sí. Yo creo que aproximando sí.*

Tiene dudas, no está convencido de la efectividad de la estrategia que le planteamos; identifica las diferencias entre las figuras de las tareas 2 y 5 y las utiliza como justificación para la pertinencia de pavimentar la figura con la unidad descomponiendo y recomponiendo la superficie. La evidencia empírica a la que se enfrenta le permite admitir la aproximación como medida aceptable; aunque remarca que una aproximación no siempre es correcta [152].

1.3. Sobre relaciones

- a) Nuestra conversación sobre la resolución de la quinta tarea nos permite encontrar rastros de comprensión de la medida vinculados a las relaciones que José establece entre conocimientos y estrategias.

147. Investigadora *Vamos a la última. La ves y dices: “¡Por Dios!”*
148. José *Sí, “¡por Dios! ¿Y ahora qué hago yo con esto?” ¿Qué hago yo con esto? Y claro lo más parecido que se me ocurrió es buscar una figura geométrica. Buscar lo que, digo: “exacto no lo voy a poder sacar nunca, tal cual no lo voy a poder sacar de ninguna forma”, por lo menos es lo que yo pensaba. Yo lo que tengo opción es buscar una figura geométrica, digo: “tengo que dar una aproximación.” Entonces intenté buscar la figura geométrica más parecida, la más parecida a la figura de la mano y me di cuenta y digo: “¡mira, me da un pentágono!” Entonces, claro, digo yo: “se puede sacar lo que es un pentágono y podemos despreciar el resto. Dar una aproximación.”*
149. Investigadora *¿Te satisface una aproximación? ¿Aproximar es medir?*
150. José *Aproximar es medir. Yo creo que sí, que es medir.*
151. Investigadora *Entonces, si das una respuesta aproximada, ¿es correcta?*
152. José *Claro. Porque es verdad que aquí, por ejemplo, no es la construcción de un puente que no puede tener una variación de... 5 milímetros; pero, al medir una mano puede dar una aproximación de lo que mide el área de la mano, porque tampoco... [...] Y claro, se da la aproximación y puedes despreciar algo.*
153. Investigadora *Claro. Y aquí, fíjate, trazaste un pentágono, ¿verdad? También hablasteis de simetría... total, que aquí tienes un pentágono y un eje de simetría.*
154. José *Sí, se forman dos cuadriláteros. Si calculo el área de uno de ellos ya sé el área del pentágono.*

Establece relaciones directas entre geometría y medida, entre figuras geométricas, entre superficie y área. También encontramos rastros de comprensión de la medida vinculados al reconocimiento de la aproximación.

2. SOBRE SUS EXPERIENCIAS AFECTIVAS DURANTE EL EPISODIO

2.1. Sobre su pasado matemático

- a) Durante los primeros minutos de la fase dialógica, José comenta características de su identidad matemática cuyo origen podemos relacionar con la información que obtenemos mientras pretendemos profundizar sobre sus creencias sobre las matemáticas y los motivos que le condujeron a descartar su estrategia durante la resolución de la segunda tarea.

- | | | |
|-----|---------------|---|
| 43. | Investigadora | <i>[...] tenías dudas y decías: “Aquí hay truco. Esto no puede ser.” [Sobre su desempeño en la segunda tarea].</i> |
| 44. | José | <i>Es que lo veía demasiado fácil, lo veía demasiado fácil.</i> |
| 45. | Investigadora | <i>¿Y no podría ser algo fácil?</i> |
| 46. | José | <i>No lo sé.</i> |
| 47. | Investigadora | <i>¿No existe algo fácil en matemáticas?</i> |
| 48. | José | <i>Como me he enfrentado a tantas cosas tan abstractas, yo ahora veo una cosa fácil y digo: “aquí hay truco, esto tiene que tener truco, seguro.” Porque a mí me pasaba, claro, vengo de ingeniería, vengo de los cálculos de ingeniería y me ponían algo fácil y no era fácil. Había un trasfondo que como yo no me diese cuenta de ese trasfondo lo tenía mal entero. Entonces, claro, ahora a mí, como persona, me cuesta mucho trabajo ver que las cosas pueden ser simples. Me pasó con Didáctica de la Aritmética, que suspendí la primera vez porque... sí, mis cálculos estaban bien, todo estaba correcto pero mis explicaciones no eran simples, yo daba explicaciones muy técnicas, muy matemáticas. Y me dijo el profesor: “están bien, pero tienes que dar las explicaciones como se las darías a un niño”. O sea, no con tanto tecnicismo, un niño no se entera, entonces me pasa eso. Yo creo que a veces me pasa eso.</i> |
| 49. | Investigadora | <i>Sí, aquí también empezaste a eso... a...</i> |
| 50. | José | <i>Tecnicarlo un poquito [risas suaves].</i> |
| 51. | Investigadora | <i>Estabas intentando buscar alguna manera más compleja. A lo mejor para ti más interesante, ¿no? ¿O no?</i> |
| 52. | José | <i>No lo sé.</i> |
| 53. | Investigadora | <i>O te parece mejor, quizás, o más bonita, más correcta.</i> |
| 54. | José | <i>No lo sé, como me han enseñado a lo largo del tiempo así a machacarme el coco para buscar más allá, para ver más allá, pues yo ya no sé si es correcto, si sería correcto decir más completa o simplemente que me han enseñado así y ya lo busco porque me han enseñado así,</i> |

por inercia. No lo sé, la verdad.

Su pasado matemático, principalmente su experiencia en una Facultad de Ingeniería, y la manera en que las matemáticas le fueron enseñadas configuran sus creencias sobre las matemáticas: “Las matemáticas son pruebas lógicas y rigurosas. Definiciones exactas y el lenguaje matemático es preciso. Hacer matemáticas es demostrar con exactitud y utilizar lenguaje riguroso.”

- b) Mientras José resolvía la tercera tarea con su compañera, surge nuevamente su certeza sobre la existencia de algún “truco”. En este caso, además, identifica a la paranoia como una característica de su identidad matemática y ubica el origen de la misma en su experiencia en la Facultad de Ingeniería.

- | | | |
|------|---------------|---|
| 95. | Investigadora | <i>De hecho hay un momento en que tú le dices: “aquí tiene que haber truco, yo soy un paranoico.”</i> |
| 96. | José | <i>Sí, sí, efectivamente [ríe]. Yo soy un paranoico.</i> |
| 97. | Investigadora | <i>¿De dónde sacas eso? ¿Te pasaba antes?</i> |
| 98. | José | <i>Me pasó antes, en Ingeniería me pasaba muchas veces. Yo veía las cosas muy fáciles. Yo decía: “¡anda, qué fácil!”, hacía mi ejercicio, después en el examen y cero en el ejercicio. ¿Por qué? “Sí, porque no has visto esto, no has visto esto lo otro, esto...” No sé ahora mismo poner un ejemplo concreto, la verdad. Pero se me escapan detalles y entonces, claro, yo ya con todo el tema de las matemáticas y el cálculo me he vuelto muy “mijita” como digo yo, muy paranoico. Yo digo: “no puede ser tan fácil, tiene que haber algo más.”</i> |
| 99. | Investigadora | <i>Y le das muchas vueltas.</i> |
| 100. | José | <i>Muchas vueltas, muchas vueltas, muchas vueltas y nunca me quedo satisfecho. Lo mismo tengo el ejercicio bien, tengo al lado una clave de ejercicios y me dice que está bien, y yo no me lo creo. Digo: “esto no está bien.”</i> |
| 101. | Investigadora | <i>Es eso lo que yo vi en el vídeo. Te veía dándole muchas vueltas y me llama la atención que nada más ver la tarea, veías la respuesta pero empezabas a dar vueltas y te veía incómodo. No te veía satisfecho, no estabas bien.</i> |
| 102. | José | <i>No, no, no, no. No terminaba de... porque, claro, yo decía: “es que no puede ser así”. Y no terminaba nunca de sentirme cómodo. Pero es que siempre me ha pasado, ya desde hace años que me pasa eso. Yo creo que Ingeniería Informática fue un paso duro en mí que como persona me hizo bastante daño. Me salí de la carrera porque, eh... cogí una depresión y todo por culpa de la carrera, porque no supe afrontarla no tuve la madurez suficiente y no supe afrontarla, cogí una depresión por culpa de... porque no sacaba resultados.</i> |

Además de identificar más evidencias sobre la identidad matemática de José y su sistema de creencias subyacente; encontramos información sobre el origen de la

desconfianza en su propio desempeño (actitud). Las experiencias emocionales negativas vinculadas al trabajo de las matemáticas (la decepción como resultado de la discrepancia entre sus creencias sobre su desempeño y la realidad), al reiterarse continuamente, configuran una actitud (un afecto más estable), en este caso desconfianza.

2.2. Sobre los afectos desplegados

a) El primer contacto con la batería de tareas genera en José incertidumbre; una emoción que se mantuvo durante todo el episodio.

1. Investigadora *¿Recuerdas que al principio estuvimos hablando un ratillo? Me dijiste que no tenías ni idea de cómo resolver las tareas, ¿no?*
2. José *Sí... alguna sí. Tenía dudas.*
3. Investigadora *Tenías dudas.*
4. José *Sí.*
5. Investigadora *¿Sentiste dudas durante toda la práctica?*
6. José *¿Cuándo ya comencé a realizarla?*
7. Investigadora *Sí.*
8. José *Pues...leí...ya me puse a leer los enunciados, porque es verdad que el primer vistazo que le eché, me fijé más en el tema visual, en las imágenes más que en el enunciado. Yo soy muy de... tengo esa cosa que es un fallo mío, vaya, que lo reconozco yo. Y me fijé en el primer vistazo más en las imágenes que en el enunciado. Es verdad que cuando ya me puse a leer el enunciado ya dije: “espérate, para. No te está preguntando lo primero que has pensado, te está preguntando otra cosa”. Y verdad, cuando había ya otras cosas... eh, cuando yo ya sabía de verdad lo que me estaba preguntando, había algunos que sabía resolverlos y otros que no. Había otros que no tenía ni idea; el de la espiral, a día de hoy no sé, he estado buscando cómo hacerlo y todavía sigo sin enterarme. Me tiene este ejercicio que no...*

José utiliza argumentos basados en sus creencias sobre su autoeficacia para explicar su incertidumbre. Teniendo en cuenta que asume una tendencia a la desconfianza en las estrategias que utiliza para enfrentarse a un problema matemático (actitud) que interpretamos como un rasgo de su identidad matemática.

b) Intentamos averiguar si experimentó otras emociones además de la incertidumbre y obtenemos más información sobre su sistema de creencias.

9. Investigadora *Vale. ¿Entonces, podemos decir que las dudas te acompañaron durante toda la práctica? ¿Qué otros sentimientos experimentaste?*
10. José *Sí [voz firme, suena contundente]. Duda y en parte frustración. Porque digo yo: “esto yo debería poder*

hacerlo y ¿por qué no puedo?” Es más, yo he estudiado dos años de ingeniería y he aprobado los cálculos de ingeniería y yo [risa nerviosa] me pongo delante de esto y digo: “esto yo, yo, yo... ¿cómo es que no soy capaz de hacerlo?” Que hay cosas que no... esto por ejemplo, este ejercicio creo que sí pero el ejercicio de la espiral, es que yo digo: “¡es que no sé hacerlo!” Es que no tengo ni idea, ¡es que no sabía ni cómo plantearlo siquiera! Entonces, claro, me sentía frustrado en el fondo porque yo decía: “¿para qué me sirve lo que he aprendido hasta ahora si no puedo resolver esto?” Me encuentro con un ejercicio y no sé resolverlo.

Encontramos evidencias de la relación entre la incertidumbre y la frustración que experimentó y sus creencias sobre sí mismo (autoeficacia) así como también sobre el contexto social (las expectativas propias y ajenas sobre lo que debería ser capaz de hacer). Durante la entrevista, vuelve a demostrar tensión y nerviosismo como respuestas emocionales a la evocación de la discrepancia entre su sistema de creencias y su desempeño durante la resolución de las tareas.

c) La actitud de desconfianza sobre sus propios procedimientos, como rasgo de su identidad matemática se expresan en el siguiente extracto:

- 11. Investigadora *Vale, entiendo. ¿Y al final, cuando terminaste?*
- 12. José *Al terminar... pues, en parte dije: “bien, hay cosas que sí”, pero... me seguían quedando dudas, sigo teniendo dudas a día de hoy.*
- 13. Investigadora *¿Sí?*
- 14. José *¡Sí! Sigo teniendo dudas.*

d) Durante las dos primeras fases de la interpretación encontramos rastros de experiencias emocionales negativas en José. En la búsqueda del consentimiento sobre su desempeño en la tercera tarea intentamos obtener más información sobre dichas experiencias.

- 93. Investigadora *[...] Hasta ahora, vamos por el tercero; yo creo que muy satisfecho no terminabas, ¿verdad?*
- 94. José *No, porque... vuelvo a lo mismo, digo: “esto es demasiado...” digo, aquí por ejemplo, ya se me barrió esa idea y di otra idea, pero yo decía: “no puede ser así, no puede ser así.” Yo siempre la inseguridad de “no puede ser así”.*

Asumimos a estas afirmaciones como nuevos rastros de la actitud de desconfianza sobre su propio desempeño, como una característica de su identidad matemática.

e) Buscamos información sobre sus experiencias afectivas al finalizar la batería de tareas.

- 159. Investigadora *¿Qué sentiste al terminar? Cuando dijiste: “se ha*

acabado.”

160. José *En parte sentí... que no me había quedado contento del todo, porque... no sé. Como yo siempre había estado acostumbrado a dar medidas exactas, cosas exactas y aquí yo no veía nada exacto; pues, me sentía incompleto. No estaba completo, como que si no hubiese completado el ejercicio.*
161. Investigadora *¿Te sentiste aliviado?*
162. José *Bueno... un poco, digo “por lo menos lo he hecho, por lo menos... estará bien o estará mal pero lo he hecho.”*
[Risas tímidas].

La desconfianza sobre su propio desempeño (actitud) continúa haciéndose evidente; en este caso, le impide experimentar alivio o satisfacción; la incertidumbre prevalece por encima de otras emociones.

3. SOBRE LA RELACIÓN COMPRENSIÓN - AFECTO

- a) En la búsqueda del consentimiento sobre su desempeño durante la resolución de la primera tarea, encontramos evidencias de la relación entre su sistema afectivo (más concretamente, su identidad matemática) y la acción vinculada a la comprensión de la medida.

17. Investigadora *En este primer ejercicio, tú tenías claro de que los perímetros eran iguales. ¿Verdad?*
18. José *Sí.*
19. Investigadora *Tú los viste y dijiste: “estos perímetros son iguales”.*
20. José *Sí.*
21. Investigadora *Sin embargo, no estabas contento con tu respuesta. Tú querías MEDIR. No sé si lo que querías era probar que efectivamente...*
22. José *Probar que mi razonamiento era correcto. Soy muy de hacer esas cosas; yo... es algo típico de mí tener una imagen y yo tener que coger una reglita y yo medir con mi reglita y decir: “vale, mi razonamiento es correcto.”*
23. Investigadora *Vale, entiendo.*
24. José *Me gusta siempre...ser muy... no sé, no sé si perfeccionista, no sé cómo definirlo, la verdad.*
25. Investigadora *Sí, sí; entiendo.*
26. José *Me gusta corroborar mucho las cosas. Si yo no puedo corroborar dos veces la misma cosa, no me quedo contento.*
27. Investigadora *Vale.*
28. José *Nunca.*

Su identidad matemática está muy vinculada con la actitud de desconfianza hacia sus propios procedimientos que, a su vez, se relaciona con su sistema motivacional (la necesidad de demostrar sus conclusiones utilizando distintas estrategias). Esta característica de su identidad le impide asumir como válida la primera solución que

considera, aunque sea correcta. En este caso concreto, el sistema afectivo influye de manera decisiva sobre la comprensión (los usos que hace del conocimiento de la medida).

- b) Durante el diálogo sobre su desempeño durante la segunda tarea, buscamos comprender los motivos que le impidieron utilizar una estrategia efectiva. Después de llegar al consentimiento sobre la solución de la tarea, buscamos información sobre la ausencia de respuesta en su conclusión y, nuevamente, plantea como explicación los rasgos de su identidad matemática.

63. Investigadora *Cinco y medio. Esa era la respuesta. ¿Te liaste?*
 64. José *¡Sí!*
 65. Investigadora *¿Qué crees que pasó?*
 66. José *Me gustan las cosas complicadas [ríe suavemente].*
 67. Investigadora *Y no hay respuesta, de hecho, ¿no? No pones ninguna respuesta.*
 68. José *Claro, como yo no veía medidas, pues yo no daba respuesta. Yo no estoy acostumbrado a dar una...*
 69. Investigadora *Pero sí comentas tu razonamiento, tu procedimiento pero...*
 70. José *Pero no di respuesta. Porque, claro, yo no tenía medida tangible y al no tener medida tangible no di respuesta.*
 71. Investigadora *De hecho, lo dice: “no se puede medir” y ya está. Te faltaban números, ¿no?*
 72. José *Me faltaban números. Correcto.*
 73. Investigadora *¿Te siguen faltando?*
 74. José *Ya no [risas suaves].*

Su sistema afectivo, fundamentalmente sus creencias sobre las matemáticas y sobre sí mismo (como base de su identidad matemática) interfieren en los usos y acciones vinculados a la comprensión de la medida como otra evidencia del estrecho vínculo entre afecto y comprensión.

- c) A través de la búsqueda del consentimiento sobre los usos del conocimiento desplegados por José en la resolución de la tercera tarea, buscamos profundizar sobre los motivos por los que nuestro protagonista descartó la estrategia de rellenar el prisma utilizando las unidades planteadas por el enunciado [76] (Anexo A.1.4.) y centró sus esfuerzos en modificar los datos y la figura para poder emplear la fórmula del volumen.

77. Investigadora *Esa era la respuesta. Eso era lo que había que hacer; sin embargo... tú lo viste, lo viste, y lo tenías claro tal como me lo estás contando ahora; pero tampoco estabas satisfecho y empezaste a buscar la fórmula.*
 78. José *Sí. Empecé a buscar la fórmula.*
 79. Investigadora *La fórmula del volumen. Y decidiste dejar a un lado... a ver, esto es lo que yo interpreto...*
 80. José *Sí.*
 81. Investigadora *¿Vale? Si me equivoco, tú me corriges. Estamos aquí*

82. José *para eso, ¿vale?*
83. Investigadora *Sí.*
84. José *En tu búsqueda de la perfección o de una cosa más correcta, te olvidaste de ese razonamiento tuyo y lo que hiciste fue coger la unidad, el cubo más pequeño, y dijiste: “hay 72 unidades”, ¿no?*
85. Investigadora *Sí, correcto.*
86. José *Y llegaste a esa conclusión, cuando lo que se te estaba pidiendo era lo que ya tenías.*
87. Investigadora *Sí, yo ya lo tenía desde el principio. Lo que pasa también es que... aquí me pasó, creo recordar, que Adela también empezó a decir: “sí porque ahora metemos no sé qué, ahora metemos no sé cuántos” y yo ya la idea se me fue, como se me borró, se me barrió de la mente. Entonces, yo ya perdí la idea, pero otra vez lo he vuelto a ver y he dicho: “si esto lo meto aquí, lo meto aquí, lo meto aquí, lo meto aquí.” Que también me pasa que cuando trabajo con otra persona como yo no sea afín a esa persona, a mí se me borran las ideas muchas veces, pierdo la seguridad que tengo. Me suele pasar, como yo no trabaje con una persona afín a mí, pierdo la seguridad, no sé porqué.*
88. José *¿Y cuando trabajas solo?*
89. Investigadora *Cuando trabajo solo, suelo funcionar bastante bien.*
90. José *¿Prefieres trabajar solo?*
91. Investigadora *Prefiero trabajar solo. O con una persona que yo sea muy afín a ella.*
92. José *Vale, entiendo.*
93. José *Pero por lo general he trabajado solo muchos años y ya...no sé si es ya la práctica, si es...no sé, costumbre, no lo sé.*

Encontramos, nuevamente, indicios de la interconexión entre afecto y comprensión. El sistema de creencias sobre las matemáticas (son un conjunto de fórmulas y procedimientos) subyace a su decisión de descartar una estrategia distinta para la resolución de la tarea, cuya efectividad fue reconocida por José durante el episodio de resolución de las tareas y durante la fase dialógica del episodio de interpretación.

Por otro lado, las características de su identidad matemática también se hacen evidentes en dos cuestiones distintas: (a) por un lado, encontramos rasgos de desconfianza sobre su propio desempeño (actitud) y (b) creencias sobre sí mismo (trabajo mejor solo o con alguien que conozca bien) y atribuciones causales (los comentarios de su compañera facilitaron que olvidara y descartara su estrategia original).

El sistema de creencias sobre sí mismo está relacionado con su sistema motivacional (prefiero trabajar solo). La situación (resolver una batería de problemas matemáticos con una persona que no conozco) fue evaluada por su sistema cognitivo utilizando para ello ambos sistemas (de creencias y motivacional) cuyo resultado fueron las

emociones, generalmente negativas, que José demuestra durante todo el episodio [94] (Anexo A.1.8.).

- d) La tercera fase y la entrevista conversacional asociada, hasta la tercera tarea, puso en evidencia la relación entre sistema afectivo y comprensión, también permitiéndonos vislumbrar la influencia de los afectos desplegados (o ya existentes) sobre los usos del conocimiento matemático y, por lo tanto, sobre la comprensión de José. Sin embargo, durante la conversación sobre la cuarta tarea encontramos evidencias del sentido causal contrario; es decir, la influencia de la comprensión sobre el sistema afectivo.

105. Investigadora *Sigamos. ¿Qué tal la cuarta? Ésta fue especialmente dura, ¿verdad?*
106. José *Esto es horroroso, esto es horroroso.*
107. Investigadora *¿Qué sentiste?*
108. José *Era: “¿Y ahora cómo hago esto? ¿Cómo hago esto?” Porque claro, yo sé que la espiral, digo: “mido, mido el diámetro porque no me sirve de nada porque la espiral varía, en cada punto ya es un poquito más grande, un poquito más pequeña. Entonces, yo sé que ni midiendo radio, ni midiendo diámetro, ni midiendo nada la puedo sacar.*
109. Investigadora *Y una cosa que, creo, con respecto a las anteriores, es que tú viste ésta y dijiste: “yo nunca he visto algo así.”*
110. José *No lo he visto.*
111. Investigadora *Las otras “te sonaban”. Sabías, calcular el volumen, la superficie...*
112. José *Sí. Volumen y superficie.*
113. Investigadora *Lo primero que dijiste fue: “esto no me lo han enseñado nunca.”*
114. José *Efectivamente. No me lo han enseñado o me lo han enseñado tan mal que no me acuerdo.*
115. Investigadora *Y te sentías, a lo mejor, sin herramientas, ¿no? No tenías estrategias, estabas...*
116. José *Estaba bloqueado, estaba bloqueado. No sabía qué hacer, no tenía nada con qué resolverla.*
117. Investigadora *¿Y tus sentimientos?*
118. José *Frustración, duda [ríe suavemente]. No sé, rabia porque es que no, no puedo, ¡no puedo! Yo quiero pero no puedo.*

- e) Con respecto a la misma tarea (la cuarta) buscamos más información sobre su incertidumbre sobre la estrategia planteada por su compañera (utilizar una cuerda para medir la espiral).

123. Investigadora *[...] tu compañera plantea coger un hilo, tomar la forma de la espiral, estirarlo sobre una regla y medirlo. Al final os quedáis con esa estrategia.*
124. José *Sí, era lo más cercano.*
125. Investigadora *¿Te convenció? ¿Te convence?*

126. José *A mí no me convence. Ahora, era lo más cercano que yo también vi.*
127. Investigadora *¿Qué te convencería?*
128. José *No lo sé.*
129. Investigadora *¿Quizás una fórmula?*
130. José *No lo sé, una fórmula quizás, no lo sé. Es que como me han enseñado a base de fórmulas toda la vida; yo, lo mismo veo una fórmula y me convence la fórmula pero sí que es verdad que el hilo si se mide... si se pone tal cual, al final sobre una regla, sale. Eso es cierto, no es que no me convenza, pero es como que... no sé, como que me han enseñado ...*
131. Investigadora *¿Está incompleto, quizás?*
132. José *Está incompleto, como me han enseñado que las matemáticas tienen que tener fórmula, tienen que tener esas cosas, pues claro, yo para mi es lo mismo, y ya me falta una fórmula. Yo veo un hilo y yo digo: "¿un hilo? ¿Pero, qué me estás diciendo?" Yo necesito la fórmula para comprobarlo. Creo yo que la cosa va por ahí.*

José es consciente de sus creencias sobre las matemáticas y en cierta medida, reconoce su interferencia sobre las acciones asociadas a su comprensión. Por otro lado, establecemos una relación entre dicho sistema de creencias y el sistema motivacional (necesidad de utilizar una fórmula) con la actitud de desconfianza en su propio desempeño.

f) Finalmente, buscamos el consentimiento sobre la relación entre el sistema afectivo y la comprensión de José.

165. Investigadora *[...] Yo creo que has despreciado; corrígeme si me equivoco; las estrategias adecuadas y las soluciones correctas porque te parecían muy sencillas.*
166. José *Claro, es correcto. Totalmente de acuerdo.*
167. Investigadora *¿Es eso lo que pasó?*
168. José *Sí. Totalmente de acuerdo.*
169. Investigadora *Y también estaremos de acuerdo en que tiene que ver con la influencia de tu formación previa; esas creencias que tienes sobre las matemáticas, lo que significa hacer matemáticas y también tus creencias sobre ti mismo como matemático.*
170. José *Exactamente.*
171. Investigadora *Y lo que se espera de ti, también ¿no?*
172. José *Efectivamente. Estoy acostumbrado a que tenían que ser, a que tiene que ser un resultado exacto o lo más parecido a la exactitud... y no es así. [Risitas tímidas]. Pero todavía lo sigo teniendo ahí, es una cosa que... no sé...*

- g) Además de alcanzar el consentimiento sobre nuestra interpretación, José plantea la influencia de su sistema afectivo sobre su comprensión; en este caso, en sus acciones como maestro de matemáticas.

174. José *Yo no sé si algún día lo conseguiré perder...*
175. Investigadora *Pero tú me dices que tu visión está cambiando...*
178. José *Yo, la verdad, es que cada vez ya poco a poco... ya fui capaz de aprobar la asignatura de aritmética. Yo dije en septiembre: "tengo que cambiar la forma de ver las cosas, yo el conocimiento matemático, lo tengo." Lo que tengo que ver es cómo enseñar de verdad ese conocimiento matemático a personas que no lo conocen y hacerlo de la forma más amena posible.*

Encontramos evidencias de un nuevo objetivo centrado en su futura práctica docente y con la influencia del sistema de creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que evidencia durante la entrevista previa en la primera fase (el aprendizaje de las matemáticas depende de lo que haga el profesor).

8.2.2.4. Conclusiones

1. El ejercicio de interpretación realizado tanto del material escrito como de la textualización de las conversaciones que mantiene con su compañera provenientes del registro en audio y vídeo del episodio de resolución de las tareas en la segunda fase, nos conducen a plantear conclusiones alejadas de la comprensión real de la medida de José con base en los usos del conocimiento de la medida y estrategias que no lleva a la práctica.
2. Durante la fase dialógica José muestra rastros de comprensión de la medida que no habíamos encontrado en las dos fases anteriores. Evidencia conocimientos, estrategias y establece relaciones entre ellos.
3. Es así que demostramos empíricamente la importancia del plano dialógico en un episodio de interpretación también poniendo en valor la pertinencia del uso de diversas herramientas para la obtención de datos y posterior ejercicio de interpretación.
4. La fase dialógica, además de brindar información sobre los conocimientos y estrategias de José, nos permite identificar a su sistema afectivo como el responsable de las interferencias en los usos del conocimiento matemático que efectúa. En sus propias palabras: *"tengo que cambiar la forma de ver las cosas, yo el conocimiento matemático, lo tengo."* [178] (Anexo A.1.8.).
5. Encontramos rastros afectivos negativos en sus expresiones faciales y corporales durante todo el episodio; principalmente incertidumbre, frustración, ansiedad y angustia que a su vez generan bloqueo y tensión como respuestas emocionales.
6. Vislumbramos que dichas emociones tienen su origen en dos aspectos distintos aunque relacionados de la situación (resolver una batería de tareas para una investigación trabajando cooperativamente con una compañera que no conoce): (a)

resolver problemas matemáticos y (b) manejar cuestiones relativas a la relación con su compañera.

7. Encontramos evidencias del esfuerzo de José por trabajar cooperativamente con su compañera entre ellos rastros de respeto por los planteamientos ajenos, utilizar la primera persona del plural continuamente, apoyo y búsqueda de consenso.
8. Sin embargo, durante la tercera fase afirma no sentirse cómodo trabajando con otra persona y el esfuerzo desplegado por José para hacerlo posible es una evidencia de la influencia del sistema de normas y valores sobre el sistema motivacional (preferencia por el trabajo en solitario) determinando de este modo la segunda fase del sistema emocional.
9. Los afectos desplegados por José durante nuestra investigación se presentan en la Tabla 8.2.17.

Tabla 8.2.17. Afectos desplegados durante la investigación

Sistema de creencias	<p>a) <i>Creencias sobre uno mismo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Atribuciones causales: No sé hacerlo porque no las utilizo cotidianamente. No me enseñaron matemáticas de una manera adecuada. <p>b) <i>Creencias sobre las matemáticas:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - No tienen ninguna relación con la realidad. - Son un conjunto de reglas, fórmulas y procedimientos pre-establecidos. - Son difíciles. - Un problema debe aportar valores numéricos para poder ser resuelto. <p>c) <i>Creencias sobre su enseñanza y su aprendizaje:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - El aprendizaje de los estudiantes depende de lo que haga el profesor. - Para aprender matemáticas hace falta hacer muchos ejercicios iguales. - Todas las tareas están pre-definidas en función de unos objetivos claros. <p>d) <i>Creencias sobre el contexto social:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Expectativas propias: debo tener un buen nivel de matemáticas. - Expectativas propias y ajenas sobre lo que debería ser capaz de hacer con las matemáticas.
Sistema motivacional	<p>a) <i>Preferencias:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Por el trabajo individual. - Me gustan las matemáticas. <p>b) <i>Motivación:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Motivación extrínseca: debo demostrar que puedo. - Motivos compartidos. <p>c) <i>Intereses:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Por la actividad.

	<ul style="list-style-type: none"> - Llegar hasta el final de un problema. <p>d) <i>Objetivos extrínsecos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Satisfacer las expectativas de los demás. <p>e) <i>Objetivos intrínsecos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Buscar respuestas.
Sistema de valores y normas	<p>a) <i>Valores:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Respeto. <p>b) <i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Consenso. - Búsqueda de consenso - Apoyo.
Sistema emocional	<p>a) <i>Emociones:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Incertidumbre. - Ansiedad. - Miedo. - Angustia. - Sorpresa. - Alivio. - Satisfacción. - Orgullo. - Frustración. <p>b) <i>Respuestas emocionales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Bloqueo. - “¡Eureka!” - Tensión - Evitación. - Abandono.
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> - Curiosidad. - Seguridad.
Identidad matemática	El sistema de creencias configura su identidad matemática cuya principal característica es la desconfianza en su propio desempeño (actitud), lo que él denomina ser “paranoico o mijita”.

10. Podemos establecer las siguientes relaciones que nos permiten comprender la conexión entre el sistema afectivo de José y su comprensión:

- a) Una situación asociada a la actividad matemática es evaluada por su sistema cognitivo utilizando para ello: sus sistemas de creencias (sobre las matemáticas, sobre su enseñanza y aprendizaje, sobre sí mismo y sobre el contexto social).
- b) Estos sistemas de creencias discrepan con la realidad de la situación, del contexto y de la naturaleza de las tareas matemáticas generando de este modo emociones (incertidumbre, frustración, ansiedad y angustia).
- c) Estas emociones, a su vez, generan respuestas emocionales (tensión y bloqueo) y definen las decisiones de José sobre sus acciones.

11. Asumimos a esta conexión entre sistema afectivo y comprensión como la prueba empírica del carácter afectivo de la comprensión.
12. Sin embargo, también encontramos evidencias del carácter dinámico de esta relación en la incoherencia entre el sistema de creencias de José y su reconocimiento de la validez de la aproximación (durante el diálogo sobre la quinta tarea). Puede ser por la evidencia empírica a la que se enfrenta y que, en su momento, pudo haberle ocasionado una discrepancia importante y por lo tanto una experiencia emocional intensa.

8.3. EPISODIO 2: ANA BELÉN Y CARMEN N.

Las fases 1 y 2 de los estudios de caso de Ana Belén y Carmen N. se efectuaron el 22 de marzo de 2018 y la tercera fase el 3 de abril.

Ana Belén y Carmen N. son amigas cercanas, se conocieron en su primer año en la Facultad de Ciencias de la Educación y han trabajado juntas en diversas asignaturas. Se ofrecieron como voluntarias a la vez después de consultarse una a la otra. La relación cercana entre ambas, así como también su interés y motivación por enfrentar juntas la actividad, propiciaron que sus interacciones fueran naturales y espontáneas, de manera que durante el episodio olvidaron que estaban siendo grabadas en audio y vídeo, tal como reconocieron al finalizar.

8.3.1. Estudio de caso 2A: Ana Belén

8.3.1.1. Fase 1: Entrevista previa

Durante la primera fase del estudio de caso de Carmen, pretendíamos obtener datos sobre dos cuestiones distintas: (a) sus emociones, expectativas, creencias y motivaciones relacionadas con las tareas que deberá resolver y (b) conocer su pasado matemático, cuya información nos permitirá aproximarnos a su sistema de creencias actual y a sus reacciones afectivas en general (Anexo A.2.2.).

Encontramos rastros cognitivos y también afectivos, entre ellos emociones asociadas al primer contacto con la batería de tareas; información sobre su historia personal y el origen de su sistema de creencias y preferencias.

1. Rastros cognitivos

La primera fase empieza por la búsqueda de información sobre las emociones y sentimientos generados a partir del primer contacto con las tareas.

1. Investigadora *¿Qué has sentido cuando viste las tareas? Sabiendo que tienes que resolverlas.*
2. Ana Belén *Solamente he visto el primer ejercicio y he visto que jugando un poco con los lados del triángulo, son los mismos. Simplemente que cambiando la forma.*

Preguntamos directamente a Ana Belén por sus emociones y sentimientos y sin embargo no responde a la pregunta, describe directamente las estrategias y relaciones que considera apropiadas para resolver la primera tarea.

2. Emociones generadas a partir del primer contacto con las tareas

Insistimos sobre las emociones experimentadas por Ana Belén durante su primer contacto con las tareas.

3. Investigadora *Me estás hablando de la solución del ejercicio, ¿no? De cómo lo resolverás. Antes de buscar la solución, al primer contacto con la tarea, ¿qué sentiste?*
4. Ana Belén *Hum... no sé... un poco de inquietud, a lo mejor, porque no sabía cómo resolverlo o por equivocarme, inseguridad... no sé.*

Identifica incertidumbre (emoción), inquietud (respuesta emocional) e inseguridad (actitud) relacionados con el miedo a cometer errores (emoción). Consideramos una creencia vinculada a las expectativas ajenas sobre ella misma como el origen de dichas experiencias.

Para finalizar la primera fase buscamos una conclusión sobre las emociones experimentadas antes de empezar la fase 2.

17. Investigadora *Pero ahora te sientes bien, ¿no?*
18. Ana Belén *Sí, ahora sí.*

Asumimos que Ana Belén se enfrenta a la tarea con tranquilidad y confianza también teniendo en cuenta el interés que demostró por participar en nuestra investigación. Interés que fue confirmado durante la primera fase.

3. Pasado matemático

Conocer la historia matemática de Ana Belén nos permitirá identificar los orígenes de su sistema de creencias, de la memoria emocional y de la identidad matemática de nuestra protagonista.

5. Investigadora *¿Habías resuelto tareas similares antes? ¿En el instituto, quizás?*
6. Ana Belén *No. Que me hiciesen pensar no.*
7. Investigadora *¿No resolvías problemas?*
8. Ana Belén *Sí, problemas sí. Pero no de este tipo, no comparando a lo mejor una foto con otra que... me está diciendo lo mismo pero de diferente manera... o eso creo. [Risitas nerviosas].*
9. Investigadora *¿Y cómo te iba?*
10. Ana Belén *Bien. Con matemáticas bien, (risas)*
11. Investigadora *¿Cómo eran tus clases?*
12. Ana Belén *Da la casualidad que las únicas vivencias así que...recuerdo de primaria es con mi profesora de matemáticas que era mi tutora y he tenido la suerte de...me han tocado profesores que han sabido cómo*

enseñarme las matemáticas de forma divertida o a lo mejor que como a mí me gustaban, pues yo lo veía de esa forma.

13. Investigadora *Te gustaban, ¿no?*
 14. Ana Belén *Sí. Y me gustan.*

Vislumbramos: (a) Rastros de creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas vinculadas a: hacer matemáticas es resolver tareas del mismo tipo y el rol del profesor es importante para el aprendizaje; (b) evidencias del sistema motivacional orientado a su gusto y preferencias por las matemáticas y (c) la relación entre una creencia sobre el aprendizaje (las matemáticas pueden hacerse divertidas por el profesor) y su preferencia por la disciplina.

Admite que los problemas matemáticos que resolvía durante la Educación Primaria y la Secundaria, “no le hacían pensar demasiado”, pero que sus profesores y profesoras le enseñaban de manera divertida, como a ella le gustaba y como creía que sería trabajar con matemáticas. Estas creencias se transformaron en expectativas que dirigieron la decisión sobre sus estudios universitarios al Grado en Matemáticas.

15. Investigadora *Entonces te debes sentir muy cómoda haciendo este tipo de actividades, ¿no?*
 16. Ana Belén *Sí. De hecho intenté estudiar la carrera de matemáticas, estuve un año entero pero no me fue bien. Porque es otro mundo distinto.*

La discrepancia entre sus expectativas y las creencias sobre las matemáticas y su aprendizaje y la realidad (representada por resultados no deseados) le generaron ansiedad y como consecuencia el cambio de facultad y de estudios, sin renunciar a la enseñanza como parte de su objetivo.

Durante esta entrevista, Ana Belén se muestra segura y narra con confianza su experiencia personal. Su tono de voz es seguro, firme y se mantiene a lo largo de toda la primera fase y no utiliza ninguna expresión que pueda representar alguna experiencia emocional concreta. Su cuerpo y rostro se mantienen relajados, utiliza las manos para explicar sus ideas y su mirada se mantiene firme en la investigadora, señales de comodidad y confianza.

En la Tabla 8.3.1 presentamos los conocimientos matemáticos y los rastros afectivos de Ana Belén durante la entrevista previa

Tabla 8.3.1. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la entrevista previa correspondiente a la primera fase.

Conocimientos matemáticos	Triángulo [2]
Relaciones	Equivalencia de figuras e imágenes [2]
Estrategias heurísticas	Completar, visualizar, descomponer, recomponer [2; 8]
Sistema de creencias	<i>Sobre las matemáticas:</i> son procedimientos [6; 8]

	<p><i>Sobre su enseñanza y aprendizaje:</i> los profesores pueden hacerlas divertidas y que me gusten [12]; los errores deben evitarse [4]</p> <p><i>Sobre el contexto social:</i> expectativas ajenas sobre su desempeño [4]</p>
Sistema motivacional	<p><i>Preferencias:</i> me gustan y siempre me han gustado [14]; me siento cómoda haciendo matemáticas [16]</p> <p><i>Intereses:</i> me gusta trabajar con ellas [16]</p>
Sistema emocional	<p><i>Emociones:</i> incertidumbre [4]; miedo al error [4];</p> <p><i>Respuestas emocionales:</i> inquietud [4]</p>
Actitudes	Seguridad [2; 4; 18]

Esperamos obtener más información y buscar el consentimiento sobre las siguientes cuestiones en la fase dialógica:

- Motivos y expectativas al empezar el grado en matemáticas.
- Razones de la decisión de su cambio de facultad.
- Sentimientos asociados a la toma de dichas decisiones.
- Si la inseguridad que afirma sentir antes de empezar la segunda fase permaneció a lo largo del mismo o si hubo modificaciones.

8.3.1.2. Fase 2: Resolución de las tareas

Tarea 1

1. Plano semiótico

Durante la realización de la primera tarea Ana Belén se muestra segura y confiada, comparte con su compañera las conclusiones que obtiene a partir de la visualización directa de las cuatro imágenes que conforman la figura. Se esfuerza por argumentar dichas conclusiones utilizando la comparación, descomposición y composición de figuras.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Ana Belén se enfrenta a esta primera tarea con una estrategia que considera apropiada y que ya había comentado con la investigadora en la entrevista previa, consistente en “jugar con los lados” (composición y descomposición de figuras) ([2], Anexo A.2.2.) para verificar que las cuatro figuras tienen el mismo perímetro. Traza segmentos discontinuos para completar los triángulos de las imágenes y así demostrar su hipótesis sobre la longitud de los perímetros.

Escribe como conclusión: “*La longitud de los perímetros es la misma en todos los casos, es como si cogemos una tableta de chocolate, la cortamos en cuadrados y vamos cambiando su forma. La forma cambia, pero el perímetro no.*” (Anexo A.2.5.)

La analogía que plantea en su conclusión como argumento de su respuesta evidencia una confusión entre el área y el perímetro de una figura.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.3.2).



Tabla 8.3.2. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de Ana Belén – tarea 1

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Exacto</i> [3]. [Comparte las conclusiones de su compañera].
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	[...], <i>¿sabes?</i> [5]. [Plantea una estrategia a su compañera y le interesa alcanzar el consenso con ella, se preocupa porque sus ideas queden claras].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la primera tarea (Tabla 8.3.3).

Tabla 8.3.3. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 1

 <p>Imagen 1 [4]</p> <p>Interés y compromiso (normas asociadas al trabajo cooperativo). [<i>Cara y cuerpos relajados e inclinados hacia la tarea. Tono de voz suave</i>]. Está totalmente involucrada en la resolución de la tarea.</p>	 <p>Imagen 2 [15]</p> <p>Respeto (valor) y empatía (emoción). [<i>Mira fija y continuamente a su compañera, se acerca a ella. Mantiene un tono de voz suave y cálida</i>]. Se esfuerza en que su compañera comprenda sus argumentos.</p>
--	--

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.3.4).

Tabla 8.3.4. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la primera tarea.

Conocimientos matemáticos	Magnitud, longitud, perímetro [9] Conservación de cantidad [9; 11; 13; 15]
Relaciones	Entre longitud y perímetro [9; 11] Entre perímetro y área [13]
Estrategias heurísticas	Visualización [1; 5; 7; 15] Descomposición de figuras [1; 5; 7; 15] Composición de figuras [1; 5; 7; 15] Uso de analogías [9; 11; 13]
Sistema de creencias	<i>Creencias sobre uno mismo:</i> atribuciones causales: lo visual a veces engaña [15]
Sistema motivacional	<i>Interés:</i> Por la actividad [4]
Sistema de valores y normas	<i>Valores:</i> respeto [15] <i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [3]; compromiso [4]; búsqueda del consenso [5]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> empatía [15]
Actitudes	Interés [4];

Identifica la magnitud involucrada en la tarea (la longitud) y establece una relación directa entre ésta y el perímetro de un triángulo. Utiliza estrategias de descomposición y recomposición de figuras para probar su hipótesis y argumentar su respuesta. La visualización de las figuras le permite efectuar comparaciones, la equivalencia de figuras le permite conservar la cantidad. A partir de estos rastros de los usos del conocimiento matemático, ubicamos la comprensión de la medida de Ana Belén en el segundo nivel.

Sin embargo, también encontramos evidencias de una confusión entre el área y el perímetro de una figura en la analogía que utiliza para argumentar su conclusión (los perímetros son iguales) (Anexo A.2.4):

- 9 *Que... bueno, yo lo que le he dicho a ella es que el perímetro, o sea, la longitud de los perímetros es el mismo en todos los casos, simplemente que se presenta de distintas longitudes pero jugando con los lados le he puesto lo de la tableta de chocolate.*
- 13 *Como si coges una tableta de chocolate, y la cortamos en cuadraditos y le vamos cambiando la forma.*

Ana Belén se enfrenta a la tarea con seguridad y confianza, una primera aproximación a la misma es suficiente para conocer la respuesta de manera que sus esfuerzos se centran casi exclusivamente en argumentar dicha respuesta y los procedimientos que utiliza, en primer lugar frente a su compañera. En este sentido, Ana Belén se muestra preocupada por cumplir una norma implícita del trabajo cooperativo: el consenso. Su compañera

debe estar tan segura como ella del proceso que deben llevar a cabo para resolver la tarea; para ello es precisa la emergencia de la empatía y el respeto por las diferencias que le permiten enfocar sus esfuerzos en la búsqueda del consenso y, en cierta forma, el aprendizaje de su compañera. Consideramos que la seguridad y confianza que posee le hace, en cierta forma, desestimar la participación activa de su compañera; quien en esta primera tarea tiene un rol muy pasivo y no necesariamente por decisión propia, intenta hacer aportaciones o enriquecer los planteamientos de Ana Belén, pero es interrumpida permanentemente. Posiblemente dichas actitudes de seguridad y confianza tienen su origen en el pasado de Ana Belén, su preferencia sobre las matemáticas y las creencias sobre su autoeficacia.

Esperamos obtener más información y buscar el consentimiento sobre las siguientes cuestiones en la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Buscar el consentimiento con Ana Belén sobre la analogía empleada (la tableta de chocolate) y la relación entre área y perímetro.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos experimentados durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

Tarea 2

1. Plano semiótico

Ana Belén conoce el área de ambas figuras y dice las respuestas correctas inmediatamente después de leer el enunciado en voz alta. Su compañera le pregunta las razones de dichas respuestas; mientras estructura argumentos que expliquen su razonamiento, se enfrenta a numerosas dudas sobre su interpretación de la palabra “superficie”, así como también sobre las estrategias que podrían ser efectivas.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Identifica su respuesta con el recuerdo de tareas semejantes en otra asignatura y traza flechas para indicar el movimiento que hace posible la recomposición de la superficie, señala con “X” muy marcadas las unidades completas. En la parte superior del polígono de la izquierda escribe “5,5” y “6” sobre el de la derecha.

Presenta como conclusión: *“La primera figura mide 5,5 y la segunda 6. Juntando las mitades para formar el rectángulo vemos como en la primera figura nos sobra medio.”* (Anexo A.2.5)

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.3.5).

Tabla 8.3.5. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Ana Belén – tarea 2

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Es lo mismo</i> [25] [Está de acuerdo con su compañera, aunque hayan utilizado palabras distintas, expresan la misma idea]. <i>Claro</i> [33; 36; 39; 41]
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>[...] ¿Me entiendes?</i> [29] [Se interesa porque sus ideas estén claras para su compañera].
Decepción (emoción)	<i>Claro, porque yo a simple vista a lo mejor me creía que a lo mejor eran lo mismo pero cambiando la forma por lo que había visto en el primero pero...</i> [33]. <i>Pero luego, no...</i> [35] [Se produce una discrepancia entre su observación inicial y la relación real entre las superficies de la figura].
Búsqueda de alivio (respuesta emocional)	<i>“Es que soy de lo que no hay”</i> [43] [El objetivo de este comentario en voz alta es principalmente justificarse ante sí misma, más que ante su compañera, para aliviar la frustración y disgusto que experimenta como consecuencia de la discrepancia entre su sistema de creencias sobre sí misma y su desempeño real frente a esta tarea (no consigue argumentar satisfactoriamente sus estrategias), así como también evitar demostrar desconfianza e inseguridad]. <i>No pasa nada</i> [47] [Su compañera le explica la estrategia que ella ha seguido, Ana Belén escucha en silencio. Interpretamos que utiliza la frase para quitarle importancia a lo sucedido, busca alivio a la frustración que emerge por la discrepancia entre su creencia sobre su autoeficacia y su desempeño real]. <i>Yo lo he puesto de manera más abstracta</i> [49] [Nuevamente intenta justificar sus acciones]
Alivio (emoción)	<i>[...] ¡Ya está!</i> [45] [Voz más alta y firme].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.3.6).

Tabla 8.3.6. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 2



Imagen 4 [32]

Incertidumbre (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Rostro tenso, movimientos nerviosos, tiene el ceño fruncido y observa atentamente a su compañera*]. Los argumentos que su compañera le plantea ponen en duda los suyos.



Imagen 5 [40]

Frustración (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Mirada baja, labios apretados, ceño fruncido; movimientos tensos*]. Asume que su compañera tiene razón y ella no. Su creencia sobre su autoeficacia y la realidad discrepan y surge la emoción.

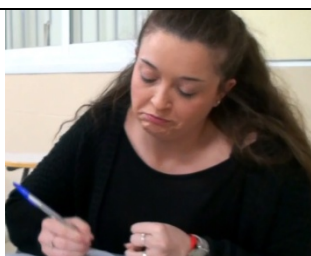


Imagen 6 [46]

Disgusto (emoción). [*Labios apretados, manos apretadas, cejas arqueadas hacia abajo*]. Los argumentos de su compañera le parecen acertados y discrepan con su creencia sobre su autoeficacia.

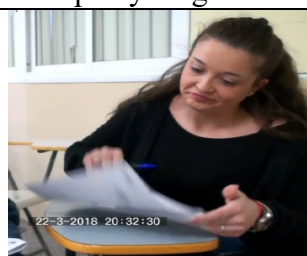


Imagen 7 [50]

Disgusto (emoción) y **frustración** (emoción). [*Boca tensa y apretada, mirada baja, nariz arrugada*]. Sus expectativas sobre su propio desempeño frente a la tarea no se han cumplido.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de esta tarea (Tabla 8.3.7).

Tabla 8.3.7. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la segunda tarea.

Conocimientos matemáticos	Números racionales [17] Unidad de superficie [19; 21] Cantidad de magnitud [17; 19; 37] Rectángulo [23] Superficie [27] Lados de un rectángulo [27; 31] Diagonal [27]
Relaciones	Entre área y superficie [17; 19; 21] Entre lado y diagonal [27; 31] Entre longitud y área [27]
Estrategias heurísticas	Elegir la unidad [19] Pavimentar [19; 29; 31; 36; 39] Cuantificar [19; 29; 31; 36; 39] Recomponer [19; 29; 31; 36; 39]

	Completar [19; 29; 31; 36; 39] Medir de forma directa [21] Medir de forma indirecta [27; 36] Comparar [33]
Sistema de creencias	<i>Sobre uno mismo:</i> Autoeficacia: sé hacerlo [19; 21; 49]; Autoconcepto: si me concentro, puedo resolver la tarea [43] <i>Sobre la enseñanza de las matemáticas:</i> las respuestas y conclusiones deben ser distintas [41]
Sistema motivacional	<i>Objetivos extrínsecos:</i> debo demostrar que sé hacerlo [19; 33; 41]
Sistema de valores y normas	<i>Normas implícitas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [25; 33; 36; 39]; búsqueda de consenso [27; 29; 31; 37; 39; 41]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> incertidumbre [27]; alivio por descubrir posibles nuevas estrategias [27]; decepción [31; 33; 35; 43; 47]; frustración [40; 50]; disgusto [46; 50; 141]; preocupación [41]; alivio [45] <i>Respuestas emocionales:</i> búsqueda de alivio [43; 47; 49]; tensión [32; 40]
Actitudes	Confianza [17; 19; 25; 29] Flexibilidad [25; 33; 37; 39] Tendencia a la justificación [19; 21; 33; 35; 43; 47; 49]

El recuerdo de tareas similares en una asignatura del curso anterior le permite encontrar las respuestas correctas con rapidez. Sin embargo, mientras intenta argumentar frente a su compañera dichas respuestas, le surgen dudas sobre las estrategias de pavimentar, completar y recomponer una superficie así como sobre su decisión de utilizar como unidad de superficie un rectángulo de la cuadrícula. Es posible que esta inconsistencia se deba a la falta de comprensión de la medida de superficies y los procesos asociados de manera que las respuestas se obtienen de manera mecánica.

Esta tarea corresponde al tercer nivel de comprensión de la medida y de acuerdo a nuestro análisis fenómeno-epistemológico y los usos y rastros de comprensión que Ana Belén despliega, podemos identificarla con este nivel. Sin embargo, las dificultades que presenta, principalmente a nivel meta-cognitivo (no es capaz de argumentar satisfactoriamente sus procedimientos, aunque sean correctos), suponen una inconsistencia.

Su compañera, esta vez más decidida y segura, argumenta las mismas ideas pero desde una perspectiva distinta, lo que provoca cierta incomodidad en Ana Belén. En este caso concreto, evidenciamos la direccionalidad de la influencia: la falta de comprensión genera reacciones emocionales negativas. Interpretamos que para minimizar los efectos de una experiencia negativa decide buscar estrategias distintas; más concretamente

procesos de medida indirecta del área involucrando la longitud de los lados del rectángulo. Sin embargo, debe superar la dificultad de calcular el área de los triángulos que se forman al trazar las diagonales de los rectángulos. Cuenta los lados y las diagonales, pero no llega a ninguna estrategia satisfactoria. Abandona momentáneamente la figura de la izquierda y se centra en la de la derecha cuya área es un número entero; recupera la estrategia de completar y se la explica a su compañera, quien parece estar más segura de la pertinencia de este procedimiento y se lo explica de manera más detallada.

La seguridad inicial de Ana Belén se enfrenta a sus propias dudas sobre su respuesta y procedimiento, generando en ella emociones de incertidumbre, preocupación, disgusto y frustración; sin embargo se esfuerza por escuchar a su compañera y reconoce cuando le plantea una estrategia satisfactoria con flexibilidad. Sin embargo, sus expresiones faciales y corporales, de carácter inconsciente nos permiten vislumbrar el grado de incomodidad que está experimentando, aunque conscientemente se esfuerce en demostrar lo contrario y en actuar siguiendo las normas implícitas del trabajo cooperativo.

Nuevamente se evidencia la interconexión entre el sistema de creencias sobre las matemáticas y su enseñanza y los objetivos extrínsecos a través de su preocupación por estructurar una respuesta lo más adecuada posible. En el caso concreto de esta tarea, justifica sus conclusiones en los siguientes términos: “*Yo lo he puesto de manera más abstracta*” (49).

Las reacciones afectivas de Ana Belén cambian continuamente mientras se enfrenta a esta tarea. Empieza muy segura y decidida, las dudas sobre su desempeño le generan emociones de preocupación, frustración, incertidumbre y disgusto. Acepta los argumentos de su compañera e intenta justificar lo que ella considera negativo o alejado de su desempeño habitual o esperado. Durante la redacción de las conclusiones afirma haber estructurado un argumento más “abstracto” que el de su compañera.

Destacamos también la tendencia a la justificación de la protagonista, asumimos que se trata de un mecanismo orientado a minimizar la frustración y el disgusto. Del mismo modo, utiliza frases que pretenden restar importancia a aquellas cuestiones que le generan más dudas y por lo tanto emociones negativas.

Esperamos obtener más información y buscar el consentimiento sobre las siguientes cuestiones en la fase dialógica:

- a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:
 - Motivos de la búsqueda de estrategias alternativas a la planteada inicialmente.
 - Ausencia de unidad en la respuesta.
- b) Sobre sus experiencias afectivas:
 - Consentimiento sobre sus reacciones afectivas durante la resolución de la tarea.

Tarea 3

1. Plano semiótico

Ana Belén terminó la segunda tarea con disgusto e incomodidad; experiencias emocionales que podrían condicionar sus reacciones emocionales durante la resolución de la tercera tarea; de manera que empieza esta tarea con más dudas que en las dos anteriores. Es posible hacer esta información si comparamos los primeros minutos de resolución de las tres tareas: en las dos primeras, con voz firme y alta comparte con su compañera el resultado o la estrategia (o incluso ambas), mientras que en la tercera, sus expresiones verbales denotan inseguridad e incertidumbre.

Las respuestas afectivas de Ana Belén durante la resolución de esta tarea fueron más homogéneas que en la anterior; las emociones negativas que ya presentaba al finalizar la tarea anterior se mantuvieron durante casi todo el tiempo que precisó para resolver esta tarea, excepto por algunas breves representaciones externas asociadas a sorpresa, alegría e incluso orgullo. El esfuerzo por trabajar de manera cooperativa con su compañera se mantuvo también durante esta tarea.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Después de leer el enunciado interpreta adecuadamente la condición que le plantea: “respectivamente”. Identifica las caras de la caja (prisma rectangular) como “base”, “altura” y “un lado” y calcula el área de cada una de ellas utilizando como unidad de superficie un cuadrado base de la cuadrícula y escribe debajo de las tres unidades planteadas por el enunciado: “*Base = 4 · 6; Altura = 3 · 6; Un lado = 3 · 4*” dentro de un rectángulo (Anexo A.2.5.).

Junto al prisma rectangular escribe:

- *Si usamos sólo el taco B necesitamos 24. (8x3)*
- *Si usamos sólo el taco C necesitamos 18. (6x3)*

Y en la parte central de la carilla:

- *Si usamos los tacos A y C, necesitamos 6 tacos de cada uno para completar la caja.*
- *Si usamos los tacos A y B, necesitamos 6 tacos del A y 8 tacos del B para completar la caja.*
- *Si usamos los tacos B y C, necesitamos 12 tacos del C y 8 del B para completar la caja.*

A diferencia de las representaciones escritas correspondientes a las tareas anteriores, en esta ocasión, Ana Belén utiliza tachones y efectúa diversas marcas sobre los gráficos que se le dieron. En las cinco soluciones enfatiza la unidad o unidades que utiliza encerrándolas dentro de un rectángulo.

La conclusión que presenta para esta tarea es: “*Tenemos que rellenar la caja 5 soluciones porque con el taco A al ponerlo de nuevo, se sale de la caja.*”

La dificultad que plantea en su conclusión (no se puede llenar con la caja A) produce una discrepancia entre sus expectativas con respecto a su estrategia y su aplicación real en la figura que, a su vez, genera una emoción, probablemente frustración, que Ana Belén busca aliviar cambiando de estrategia y utilizando para el cálculo del volumen unidades combinadas; obteniendo así cinco soluciones distintas. Sin embargo, las dudas sobre el significado de la palabra “respectivamente” no le permiten avanzar de manera fluida.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.3.8).

Tabla 8.3.8. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de Ana Belén – tarea 3

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Agobio (respuesta emocional)	<i>Espérate...</i> [52; 56; 96; 122; 124; 146; 152; 184] [Repite continuamente la palabra, interpretamos que el objetivo es buscar el alivio frente al agobio que experimenta y en tal caso, está dirigido a sí misma más que a su compañera].
Angustia (emoción)	<i>¡Osú!</i> [56] <i>¡Uy, qué complicado! [...]</i> [74] <i>¡Hostia!</i> [96] <i>¡Uffff!</i> [106; 122]
Búsqueda de ayuda (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Cuatro ¿por qué? Tres ¿por qué?</i> [62] [Comparte sus dudas con su compañera, le pide ayuda y más explicaciones]. <i>¿Tú qué dices? ¿Que el A con el B y el A con el C y el B con el C?</i> [140].
Apoyo (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>A ver, que da igual siempre y cuando cojas siempre las mismas medidas, ¿sabes?..</i> [70]. <i>... da igual cuál sea tu base...o cuál tu...</i> [72]. <i>[...] Claro, como si éste lo estuvieses viendo tú desde abajo.</i> [74] <i>Mira, la base.</i> [78] <i>Sí, pero que te falta el otro, nena, este ¿ves que es distinto? ¿que es cuatro por tres?</i> [98] <i>Tienes que ir intercalando...</i> [118] <i>Así mira, yo cojo y tal y como está yo pongo esto</i>

	<p>[160]</p> <p>Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo) <i>Escúchame, será... [76] [Se esfuerza porque su compañera la comprenda y al mismo tiempo busca su ayuda en la búsqueda de la solución].</i></p> <p><i>La caja hasta ahora mismo estaría llena hasta aquí, ¿verdad? poniendo lo que es los tacos así... [158]</i></p> <p><i>No, porque tu lado lo has señalado por aquí y yo he hecho la marca ahí. Es lo mismo. [162] [Su compañera no está convencida de sus planteamientos y se esfuerza por hacerse entender].</i></p> <p><i>Exacto, eso. No sé porqué lo has hecho súper difícil, tú lo has dibujado para el otro lado, sin tener ninguna marca. [164] [Es importante para ella que su compañera esté convencida de la idoneidad de lo que le plantea].</i></p> <p><i>Espérate, mira, vamos con el B [184].</i></p> <p><i>El B y el C, ¿no? [190]</i></p>
<p>Empatía (emoción) y respeto (valor)</p>	<p><i>Claro, estabas mirando este ¿no?[68]</i></p> <p><i>Claro, como si éste lo estuvieses viendo tú desde abajo [74]</i></p> <p><i>Así de perfil, ¿no? [risa floja] [80]</i></p>
<p>Creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje</p>	<p><i>Esto se sale de lo normal ¿eh? [76] [Considera que en matemáticas existen las tareas “normales”]</i></p> <p><i>¡No había pensado tanto en mi vida! [196] [La tarea a la que se enfrenta es distinta a las que resolvió con anterioridad; relaciona esta característica con la necesidad de pensar más].</i></p> <p><i>Ahora tenemos que ver si ponemos solamente esto o solamente esto, porque con el A no se puede porque se sale [200] [La respuesta es lo más importante para Ana Belén]</i></p> <p><i>Hombre, le hemos dado todos los posibles casos. Da igual, si eran solos o separados lo hemos hecho de las dos formas, hemos hecho doble trabajo [207] [Vuelve a emerger la creencia en la importancia del resultado y las soluciones que se plantean sobre el procedimiento seguido]</i></p>

	<i>[...] Serían 8 tacos, pero espérate, no apuntes [...] [182] [Asume que la respuesta es lo más importante de una tarea, busca asegurarse antes de escribir ninguna conclusión].</i>
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Así de perfil, ¿no? [risa floja] [80]</i> <i>Pero es que luego, bueno, sí, el C [...] [186]</i> <i>¡Exacto! [188]</i>
Bloqueo (respuesta emocional)	<i>Sí, mira...por eso... [silencio, inmovilidad] [82]</i> <i>Altura 3...[silencio, inmovilidad] [92]</i> <i>Y luego...[silencio, inmovilidad] [94]</i> <i>Por ejemplo, sería aquí, ¡ufff! [122]</i> <i>Esto, sí, sí, mientras más la miro más me lío porque vamos a ver... [128]</i> <i>Ya no sé ni en qué letra estoy [196]</i>
Perseverancia (actitud)	<i>[...] tenemos que ver el otro...este de aquí y luego los lados, uno de los lados... [96] [Ana Belén busca romper el bloqueo]</i>
Alivio (emoción)	<i>¡Exacto! [120] [Tono de voz más alto]</i>
Sorpresa (emoción)	<i>¡Ah, respectivamente! [134] [Su tono de voz se eleva]</i> <i>¡Seis tacos! ¡Claro! ¡Sí, sí! [176]</i>
Flexibilidad (actitud)	<i>¿Tú qué dices? ¿Que el A con el B y el A con el C y el B con el C? [140]</i> <i>Me entiendes que antes hemos dicho “que no, es que parece un rectángulo” [150] [Identifica un error y busca corregirlo junto con su compañera]</i>
Frustración (emoción)	<i>¡Qué rayante! [196]</i>
Satisfacción (emoción)	<i>¡Qué guay está esto! [207]</i>

Demuestra una vez más preocupación por la manera en que estructura sus conclusiones y la presentación de sus producciones escritas; asumimos que estas acciones están relacionadas con las creencias sobre la enseñanza de las matemáticas (el resultado importa más que el proceso) y con sus objetivos extrínsecos orientados a satisfacer las expectativas de los demás. Mientras redactaba sus conclusiones, además de manifestar su preocupación por la presentación “poco limpia” de sus papeles, comenta en voz alta: “¡Qué guay esta esto!” [207], una expresión oral que se identifica con el disfrute, la alegría, el orgullo y la satisfacción; sin embargo, sus expresiones faciales y corporales no son coherentes con dichas emociones que representan más bien tranquilidad y confianza. Es posible que sólo sea una frase sin significado real, un deseo más que una

certeza o que se pronuncie la frase de manera automática y no consciente, relacionada con la finalización de una actividad cualquiera, en este caso de matemáticas, y que represente más bien alivio.

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la tercera tarea se presentan en la Tabla 8.3.9.

Tabla 8.3.9. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 3

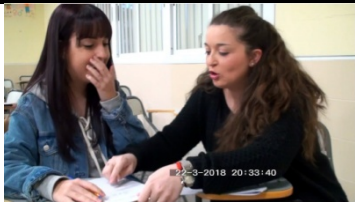

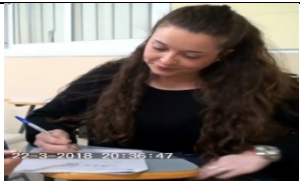


	
<p>Imagen 8 [74] Empatía (emoción), respeto (valor), apoyo (valor). Tranquiliza a su compañera quitando importancia y esforzándose por asumir su perspectiva. Le explica su visión utilizando la ficha de su compañera, no la suya.</p>	<p>Imagen 9 [128] Frustración (emoción) y Bloqueo (respuesta emocional). [<i>Rostro y cuerpo tensos; movimientos bruscos, estallidos</i>]. Sus dificultades con la visualización le impiden llevar a la práctica su estrategia; esta realidad discrepa con sus expectativas y con su creencia sobre su autoeficacia generando frustración y bloqueo. Establecemos así una relación directa entre afecto y comprensión: el sistema afectivo de Ana Belén interfiere en las acciones asociadas a la comprensión.</p>
	
<p>Imagen 10 [130] Disgusto (emoción). [<i>Labios apretados, manos apretadas, cejas arqueadas hacia abajo</i>]. Sigue la estrategia pero no está cómoda, no está convencida.</p>	<p>Imagen 11 [136] Respeto (valor) y empatía (emoción). [<i>Mira fija y continuamente a su compañera, se acerca a ella. Mantiene un tono de voz suave y cálida</i>]. Se esfuerza en que su compañera comprenda sus argumentos.</p>
	

Imagen 12 [141]

Angustia (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Rostro y cuerpo tensos, cabeza gacha, labios apretados, cejas hacia abajo, movimientos nerviosos con el bolígrafo*]. Su compañera le explica una estrategia distinta. La angustia surge de la discrepancia entre sus expectativas y el no poder enfrentarse a la tarea.

Imagen 13 [143]

Sorpresa (emoción). [*Rostro tenso, ojos abiertos y fijos*]. Acaba de identificar el número de unidades A que pueden caber exactamente en el prisma rectangular.



Imagen 14 [153]

Interés (motivación), **apoyo** (normas asociadas al trabajo cooperativo) y **flexibilidad** (actitud). [*Inclinación hacia la tarea, cuerpo y rostros relajados y enfocados en la tarea*]. Se buscan mutuamente. Puede explicar la concentración que manifiestan.

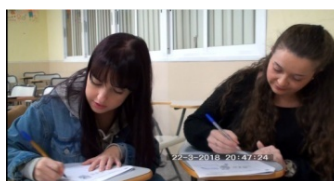


Imagen 15 [207]

Alivio (emoción) y **tranquilidad** (respuesta emocional). [*Rostro y cuerpo relajados, voz suave*]. Expresa verbalmente la frase: “¡Qué guay!” que debería estar asociada al entusiasmo y la alegría; sin embargo, las expresiones faciales y corporales no son coherentes con dichas emociones.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de esta tarea (Tabla 8.3.10).

Tabla 8.3.10. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la tercera tarea.

Conocimientos matemáticos	Unidad de volumen [54; 116; 156; 170] Submúltiplo [147] Prisma rectangular [126; 148] Cubo [148] Elementos del prisma rectangular [64; 66; 78; 86; 92; 96; 114; 144] Superficie [66; 88; 90; 100; 102; 104; 202] Conservación de la cantidad [70; 72] Cubo [112; 114] Cuadrado [112; 114] Volumen [124; 136]
Relaciones	Entre área y volumen [114; 142; 144; 172] Entre cubo y prisma rectangular [146; 148] Entre unidades distintas [174; 178; 180; 182; 188; 190; 194; 205]
Estrategias heurísticas	Recuento [56; 58; 60; 86; 106; 130; 142; 172]

	Visualizar [68; 74; 80; 96; 110; 162] Conjeturar [84; 116; 132] Llenar [104; 124; 136; 158; 174] Componer [118; 152; 168; 188] Uso de analogías [126]
Sistema de creencias	<i>Sobre la enseñanza de las matemáticas:</i> las tareas y problemas son siempre iguales [76; 84; 196]; la respuesta es más importante que el proceso [182; 200; 207] <i>Sobre uno mismo:</i> Autocontrol: puedo hacerlo si me concentro [74; 82; 94, 96; 122; 130; 136; 184]
Sistema motivacional	<i>Objetivos extrínsecos:</i> satisfacer las expectativas de los demás [200; 207] Interés [173]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> busca ayuda, [62; 140]; apoyo [70; 72; 74; 78; 88; 98; 118; 153; 160]; búsqueda de consenso [76; 82; 96; 104; 136; 150; 158; 162; 164; 184; 190; 200]; consenso [80; 186; 188] <i>Valores:</i> Respeto [68; 98; 136]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> angustia [56; 74; 76; 92; 96; 122; 141]; empatía [68; 98; 136]; frustración [82; 92; 96; 106; 108; 116; 196]; enfado [108; 164]; decepción [112; 134]; sorpresa [134; 146; 176]; alivio [120; 176; 207] <i>Respuestas emocionales:</i> agobio [52; 56; 122; 124; 146; 152]; bloqueo [82; 92; 94; 106; 128; 196]; tensión [141]; tranquilidad [207]
Actitudes	Perseverancia [96] Flexibilidad [140; 150; 153; 186] Confianza [207]

Interpreta adecuadamente los requerimientos del enunciado de la tarea, principalmente el significado de la palabra “respectivamente”. Empieza con recuentos utilizando como unidad de superficie un cuadrado de la cuadrícula base para calcular el área de las caras del prisma rectangular cuyo volumen debe calcular. Identifica tres superficies distintas, en lugar de dos, y las denomina “base, altura y un-lado”.

Utiliza estrategias de visualización, pavimentación de superficies y conteo sin éxito. Después de diversos intentos y momentos de inacción propios de un bloqueo, toma la decisión de utilizar la estrategia de llenar la caja con las distintas unidades, efectuando de este modo una medición directa buscando el número de “cajitas” (las unidades propuestas por el enunciado) que necesita para llenar la “caja”. Al intentarlo con la unidad A se enfrenta a la dificultad de no poder cubrir la totalidad del prisma con dicha unidad y se produce un bloqueo. Busca estrategias alternativas entre ellas cambiar de

posición la unidad, pero descubre que se trata de un cubo (aunque se refiere a él como cuadrado), concluye que la posición no es importante en este caso.

Vuelve a leer el enunciado y plantea una interpretación distinta del mismo, probablemente como consecuencia de la frustración que desvía su atención y busca una estrategia que minimice los efectos negativos de la experiencia emocional. Plantea: “*No hace falta siempre con la A... tienes que ir intercalando*” [116-118]. En ningún caso considera la posibilidad de partir la unidad A; ni tan siquiera cuando identifica a la unidad C como la mitad de la unidad A; aun reconociendo que con C puede llenar el prisma completamente.

Interpretamos el cambio en la interpretación del enunciado, para adaptarlo a una nueva estrategia que parece ser efectiva, como una forma de legitimar una estrategia que contradice los requerimientos del enunciado de la tarea disminuyendo así la frustración y ganando seguridad y confianza; también teniendo en cuenta las creencias de Ana Belén sobre la enseñanza de las matemáticas y los objetivos extrínsecos que dirigen sus acciones.

Esta tarea corresponde al tercer nivel de la comprensión de la medida, en este caso del volumen. El razonamiento y la visualización espacial empleadas por Ana Belén le permitieron abstraer la composición y forma de la caja. Sin embargo, no tiene en cuenta la noción de sub-múltiplo, que le hubiese permitido partir la unidad A y dar una solución adecuada a los requerimientos del enunciado.

El trabajo cooperativo, la búsqueda de consenso, la flexibilidad y la perseverancia fueron fundamentales para la realización de esta tarea teniendo en cuenta que las estrategias iniciales de Ana Belén no fueron productivas. La falta de avances y éxito le genera emociones negativas como angustia, decepción, frustración y enfado en diferentes momentos de la segunda fase; sin embargo, las creencias que posee sobre sí misma (autoconcepto como buena en matemáticas y autocontrol), así como aquellas relacionadas con la naturaleza de las matemáticas (requieren esfuerzo) le permiten mantener las actitudes de flexibilidad y perseverancia, que le permite romper los bloqueos que experimentó en diversas ocasiones.

Esperamos obtener más información y buscar el consentimiento sobre las siguientes cuestiones en la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias

- Objetivos del cálculo del área de las caras del prisma.
- Motivos por los que cambia la estrategia inicial, coherente con el enunciado, por una distinta que implica combinar las unidades.
- ¿Por qué no se puede medir el volumen sólo con la unidad A?
- Pertinencia de cinco respuestas frente al requerimiento del enunciado de la tarea.

b) Sobre sus experiencias afectivas

- Emociones y sentimientos experimentados durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones.
- Posible incoherencia entre una expresión verbal y las expresiones faciales y corporales.

Tarea 4**1. Plano semiótico**

Ana Belén se enfrenta a la cuarta tarea en dos momentos distintos. En el primero, plantea una estrategia con ánimo y rapidez; sin embargo, la descarta rápidamente y decide abandonar momentáneamente la tarea un minuto después de haber empezado con su resolución. Decide resolver la última tarea pero vuelve a la cuarta solo dos minutos después y empieza lo que asumimos como el segundo momento de resolución de la tarea.

1.1. Rasgos de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

No realiza ningún tipo de marca o representación escrita sobre la figura, únicamente presenta su conclusión en los siguientes términos: *“Si tomamos como referencia la yema del dedo índice que mide 1 cm, haciendo la espiral, comprobamos que mide alrededor de 40 cm.”* (Anexo A.2.5.)

No hace uso de la palabra unidad, en su lugar utiliza “referencia”; describe el proceso de medición de la longitud con la expresión “haciendo la espiral”; el resultado del proceso lo asume como una “comprobación” y afirma que la unidad elegida, su dedo índice, mide 1 cm y por lo tanto, su respuesta incluye el cm como unidad de medida.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.3.11).

Tabla 8.3.11. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de Ana Belén – tarea 4


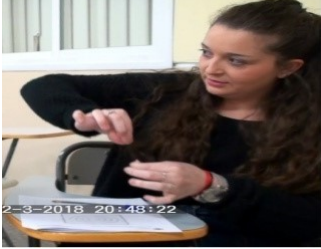


Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional)	Risas sonoras y prolongadas [210; 212; 214]. Durante los primeros segundos del proceso de resolución de la tarea se produce una nueva discrepancia entre sus expectativas, sus creencias sobre su autoeficacia y la primera impresión sobre la tarea que debe resolver. La angustia genera tensión como respuesta emocional.
Bloqueo (respuesta emocional)	<i>No entiendo nada, yo veo ahora mismo un “foskito”</i> [212]. La angustia además de tensión genera bloqueo.

	<i>Cuánto mide la longitud...</i> [224]. Repite en voz alta la pregunta del enunciado, no puede avanzar.
Perseverancia	<i>¿Cuánto mide?</i> [Continúa riendo, con fuerza]. <i>Hombre, en verdad...esto es como un círculo, ¿no?</i> [214]. Se esfuerza por dominar la angustia y el bloqueo; no abandona.
Incertidumbre	<i>Que cómo lo mido...</i> [218]. Todavía no encuentra ninguna estrategia satisfactoria. <i>Pues me lo imagino</i> [risas], <i>no sé</i> [222]. Expresa en voz alta la incertidumbre.
Sorpresa (emoción) y “¡Eureka!” (respuesta emocional)	<i>Pues lo estiro. ¡Es como un regaliz!</i> [220] [con voz segura y firme].
Angustia (emoción)	<i>Espérate</i> [224] [Voz muy baja].
Satisfacción (emoción) y alegría (emoción)	<i>Ehhh, no dedos, sino 40 pul... mi índice</i> [risas] [254]. En este punto, la risa está asociada a la alegría y la satisfacción.

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.3.12.

Tabla 8.3.12. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 4

	
<p>Imagen 16 [212] Tensión (respuesta emocional). [<i>Risas nerviosas, manos y brazos inquietos, rostro tenso, cuerpo rígido, hombros hacia adelante</i>].</p>	<p>Imagen 17 [220] Orgullo (emoción) y seguridad (actitud). [<i>Mira fijamente a su compañera, el cuerpo erguido, mejillas levantadas, utiliza las manos para comunicar su idea</i>]. Comparte con su compañera una estrategia que le satisface.</p>
	
<p>Imagen 18 [252] Orgullo (emoción) y tranquilidad</p>	<p>Imagen 19 [254] Alegría (emoción) y orgullo (emoción).</p>

<p>(respuesta emocional). [Cuerpo erguido, mejillas levantadas, manos en movimiento, rostro relajado]. Después de cambiar de tarea y sentir alivio, plantea una estrategia nueva y satisfactoria para ella, la comenta con su compañera con tranquilidad mientras la ejecuta.</p>	<p>[Risa, ojos abiertos, mejillas levantadas, cuerpo erguido]. Está satisfecha con su resultado.</p>
---	--

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de esta tarea (Tabla 8.3.13).

Tabla 8.3.13. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la cuarta tarea.

Conocimientos matemáticos	Círculo [210] Longitud de la circunferencia [216] Atributos mesurables [250] Longitud [250] Equivalencias [250] Estimación [250] Recuento [252] Unidad de medida [254] Asignación de unidad [250] Cuantificación [254]
Relaciones	Círculo y circunferencia [214] Diferencia entre longitud y área [216]
Estrategias heurísticas	Analogías [220] Visualización [222] Medir directamente [250; 252] Uso de instrumentos de medida [250]
Sistema de creencias	<i>Sobre las matemáticas y su enseñanza:</i> debe utilizarse una unidad de medida estándar [250; 256] La respuesta debe ser exacta [256] La imaginación no es una buena estrategia [222]
Sistema motivacional	<i>Objetivos extrínsecos:</i> satisfacer las expectativas de los demás [256]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> angustia [210; 212; 214; 224]; incertidumbre [218; 222]; sorpresa [210; 220]; orgullo [220; 252]; alegría [254]; satisfacción [254] <i>Respuestas emocionales:</i> tensión [210; 212; 214]; bloqueo [212; 224]; “¡Eureka!” [220]; tranquilidad [252]; acciones orientadas a disminuir las emociones negativas [226]

Actitudes	Perseverancia [214] Seguridad [220; 250; 252; 254]
------------------	---

Ana Belén resuelve la cuarta tarea en dos momentos distintos:

- 1) Durante el primer momento del proceso de búsqueda de la longitud de la espiral establece relaciones y utiliza conocimientos matemáticos pertenecientes al dominio fenómeno-epistemológico de la tarea (identifica la magnitud implicada y plantea una estrategia basada en imaginar la línea curva como una línea recta). Sin embargo, no es capaz de efectuar conexiones entre ellos debido a un bloqueo. Como mecanismo de defensa y buscando aliviar la frustración que le impide resolver la tarea decide pasar a la quinta tarea. Sin embargo, sólo permanece en ella durante dos minutos y vuelve a la tarea cuatro.

El primer contacto con el enunciado y la figura de la tarea genera angustia y, como respuesta emocional, tensión. Plantea a su compañera una estrategia para resolverla con voz firme y segura; además de la tensión Ana Belén sufre un bloqueo, también como respuesta emocional a la angustia. Busca alivio a dicha experiencia emocional abandonando la tarea momentáneamente.

- 2) La vuelta a la tarea marca el inicio del segundo momento. Plantea a su compañera, directamente y con seguridad, la idoneidad del uso de la yema de su dedo índice como instrumento de medida para el cálculo de la longitud de la espiral afirmando que esta tiene 1 cm de anchura (la unidad a utilizar, aunque ella lo denomina “referente”) y calcula la longitud de la espiral midiendo directamente.

No utiliza la estimación y considera importante dar una respuesta “exacta” (números naturales) asignando una equivalencia a la herramienta de medición basada en el sistema métrico decimal. La dificultad de medir la longitud de una línea curva es resuelta con éxito utilizando un instrumento de medida no convencional y de carácter primario.

El segundo momento de resolución de la tarea se caracteriza por la emergencia de emociones positivas (orgullo, satisfacción y alegría) relacionados con la pertinencia que atribuye a su estrategia y la consecución de la solución.

Esperamos obtener más información y buscar el consentimiento sobre las siguientes cuestiones en la fase dialógica:

- a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:
 - Motivos para descartar la primera estrategia basada en una analogía.
 - Origen de la medida de la anchura de la yema de su dedo índice, ¿es una aproximación?
 - Sobre la necesidad de obtener una respuesta exacta, sin tener en cuenta la aproximación.
- b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones subyacentes a la decisión de cambiar de tarea.
- Emociones y sentimientos experimentados durante el proceso de resolución y a la finalización del mismo.

Tarea 5

1. Plano semiótico

El primer contacto de Ana Belén con esta tarea se produce como búsqueda de alivio frente al bloqueo que experimentó en el primer momento de resolución de la tarea anterior. Durante los primeros dos minutos intenta encontrar una estrategia heurística satisfactoria para la última tarea, al no conseguirlo regresa a la cuarta y una vez finalizada de manera satisfactoria se enfrenta, nuevamente, a la resolución de la última tarea.

Durante la segunda parte de la resolución de esta tarea, encontramos evidencias de rastros externos de angustia, incertidumbre y bloqueo. Sin embargo, su perseverancia y la creencia sobre sí misma (si me esfuerzo, lo conseguiré) le permiten encontrar una estrategia que le permite resolver la tarea.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza rectángulos buscando encajar la mano de la figura en ellos y calcula el área de los mismos utilizando la fórmula y asumiendo como unidad de superficie a un cuadrado de la cuadrícula base; señala la medida en dos de los lados: 5 para la altura y 6 para la base. Marca con una “X” los cuadrados que va contando. Escribe:

$$6 \times 5 = 30 \text{ cuadrados}$$

$$30 - 6 = 24 \text{ cuadrados}$$

Intenta utilizar la estrategia de dividir la figura en polígonos conocidos, calcular sus respectivas áreas y sumarlas. Por otro lado, calcula el área del rectángulo que encierra la mano; resta la suma de las superficies de los rectángulos pequeños calculada anteriormente de la superficie total del rectángulo mayor.

Escribe como conclusión: *“Si cerramos la mano vemos como forma un rectángulo donde la palma de la mano es la mitad de la superficie. Si cogemos como referencia ese rectángulo, basándonos en los rectángulos como medida de superficie, tenemos de altura 6 y de ancho 3, por tanto $6 \times 3 = 18$ rectángulos”*. (Anexo A.2.5.)

Sin embargo, esta conclusión no es coherente con las representaciones escritas comentadas.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.3.14).

Tabla 8.3.14. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Ana Belén – tarea 5

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Creencia sobre las matemáticas y su enseñanza	<p><i>Este es mejor</i> [226]. Considera que existen unas tareas más difíciles que otras.</p> <p><i>Esto es muy raro</i> [242]. Utiliza la comparación con otras tareas para definir la tarea a la que se enfrenta</p> <p><i>Es que en la vida se podría saber. Hombre, la de antes sí porque eran piezas que encajaban</i> [246]. No considera la aproximación como una solución plausible para el cálculo del área de una figura con bordes curvos.</p> <p><i>Pero claro, es que este no lo puedes poner</i> [265]. No considera el submúltiplo de una unidad de superficie; ubicamos su origen en la creencia de que una medida debe ser exacta.</p> <p><i>En el otro caso era más fácil pero aquí...</i> [285]. Creencia: algunas tareas son más difíciles que otras.</p> <p><i>Algo tiene que haber...</i> [287]. Las matemáticas son un conjunto de reglas y procedimientos que sirven para todo.</p>
Sorpresa (emoción)	<p><i>¡Ah, dios!</i> [228]. Es su primer acercamiento a la tarea, busca resolverlo como una manera de encontrar alivio frente a la angustia que le generó la tarea anterior. Sin embargo, estas expectativas discrepan con la dificultad de la tarea.</p> <p><i>¡Ah, mira!</i> [301]</p> <p><i>¡Ahhh!</i> [342]</p>
Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional)	<p><i>Espérate...</i> [228; 246 (dos veces); 273]. Es una expresión que utiliza de manera recurrente cuando experimenta angustia.</p> <p><i>¡Dios mío!</i> [246]</p> <p><i>¡Uffff!</i> [238]</p> <p><i>¡Ay, dios mío, mi mano!</i> [259]</p>

	<p><i>¡Dios mío!, ¡Dios mío!</i> [297]</p>
Búsqueda del consenso	<p><i>Vamos a ver cómo hacemos...</i> [232]. Utiliza la primera persona del plural para empezar a definir una estrategia conjunta.</p> <p><i>Pero date cuenta...</i> [238]. Se interesa porque su compañera comprenda y acepte sus planteamientos como pertinentes.</p> <p><i>Lo hemos puesto todo, ¿no?</i> [273]</p> <p><i>Pero es que nosotras estamos cogiendo como referencia lo que es los rectángulos cuando podemos coger otros, ¿no?</i> [281]. Utiliza la primera persona del plural para sus afirmaciones y consulta sobre la pertinencia de las mismas.</p>
Incertidumbre (emoción) y tensión (respuesta emocional)	<p>[Risas] <i>lo echamos para arriba</i> [234]. Ríe de manera tensa y nerviosa y hace bromas para minimizar los efectos de la incertidumbre sobre la pertinencia de su estrategia.</p> <p><i>Hum...</i> [303] <i>Pero ...</i> [325]</p> <p><i>Es que no me convence</i> [327]. La incertidumbre le produce, a su vez, bloqueo.</p>
Bloqueo	<p><i>Pero entonces ...</i> [240]</p> <p><i>Pero, a ver...</i> [244] En ambos casos, las frases van seguidas de silencios prolongados y falta de acción.</p> <p><i>A ver...</i> [291]. Plantea a su compañera una estrategia distinta a las tradicionales, Carmen no está segura de comprenderla y le hace dudar. Ana Belén sufre un bloqueo como resultado de la frustración]</p> <p><i>Uno... yo diría... A ver... son...</i> [297]</p>
Frustración (emoción) y tensión (respuesta emocional)	<p><i>Voy a llegar a mi casa...</i> [Risas] <i>me voy a dibujar yo la mano y me voy a poner yo a...</i> [259]. Experimenta frustración</p>

	como el resultado de la discrepancia entre sus expectativas y la ausencia de una estrategia satisfactoria que genera tensión. Las bromas se minimizan los efectos de la frustración.
Alivio (emoción)	<p><i>¡Ya está!</i> [271] [Suspira larga y profundamente mientras escribe las conclusiones de la última tarea [374]</p> <p><i>¡Ufff! ¡La manita!</i> [408]</p>
Frustración (emoción) y tiempo fuera de la tarea (respuesta emocional)	<p><i>¡Son las 8, niña!</i> [277]. Como resultado de la frustración, Ana Belén abandona la tarea y lleva a cabo acciones que no tienen relación con el proceso de resolución de la tarea; por ejemplo, consultar el reloj y centrar su atención y preocupación en el tiempo.</p> <p><i>Y esta tarea es lo único que teníamos que hacer hoy...</i> [279]. Busca conversar con su compañera sobre algo más amable que la búsqueda de la solución de la tarea, nuevamente busca alivio en el abandono de la tarea.</p>
Creencias sobre uno mismo	<p><i>Sí, como aquí, pero era más fácil</i> [314]. Atribución causal: no la resuelvo porque la tarea es muy complicada.</p> <p><i>Esto tiene truco</i> [321]. Atribución causal.</p> <p><i>Soy muy cabezona</i> [327]</p>
Satisfacción (emoción)	<p><i>¡He descubierto las Américas!</i> [344]</p> <p><i>¡Qué imaginación!</i> [375]</p> <p><i>Es que cortarle los dedos, no iba mal encaminada</i> [tono de voz alto, risas] [379]</p>
Orgullo (emoción)	<i>Ya se lo podemos contar aunque en verdad no veas la imaginación</i> [370]

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.3.15.

Tabla 8.3.15. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 5



Imagen 20 [226]

Alivio (emoción). Sonríe y se relaja al cambiar de tarea, su angustia se minimiza.

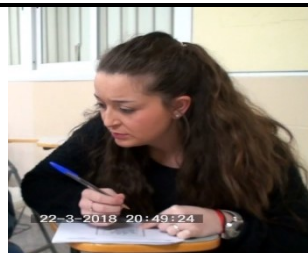


Imagen 21 [234]

Incertidumbre (emoción) y **angustia** (emoción). [*Cuerpo rígido, boca tensa, ceño fruncido, manos apretadas*]. Observa atentamente a su compañera mientras ella le explica su razonamiento.

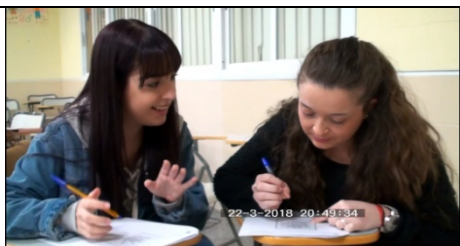


Imagen 22 [237]

Angustia (emoción). [*Cuerpo recogido, cabeza gacha, labios apretados, esquiva a su compañera*]. No le convence la explicación de Carmen pero tampoco tiene una estrategia satisfactoria.



Imagen 23 [240]

Disgusto (emoción). [*Labios apretados, ojos entornados, nariz encogida*]. No le convence nada de lo que su compañera le comenta.

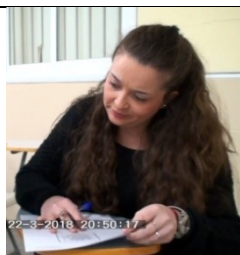


Imagen 24 [246]

Angustia (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Cuerpo recogido, cabeza gacha, labios apretados*]. No ve ninguna salida, está bloqueada y las emociones negativas la inundan. Busca alivio renunciando momentáneamente a la tarea y vuelve a la anterior.



Imagen 25 [259]

Angustia (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Hace comentarios jocosos sobre el enunciado, busca retrasar el enfrentarse a la tarea y aliviar la angustia y la frustración*]. Vuelve a la tarea y no encuentra una estrategia satisfactoria.

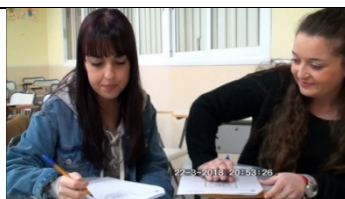


Imagen 26 [261]

Ansiedad (emoción) y **evitación**



Imagen 27 [262]

Disgusto (emoción). [*Está muy incómoda,*

(respuesta emocional). [*Se aleja físicamente del papel y de su compañera, cuerpo y rostro tensos, labios apretados*]. Busca aliviar la angustia alejándose de la tarea, evitando la situación que le genera la emoción.

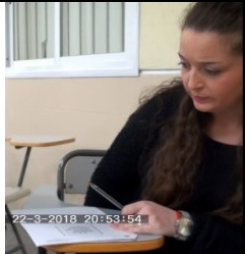


Imagen 28 [264]

Ansiedad (emoción) y **bloqueo** (respuesta emocional). [*Se aleja físicamente, nuevamente; cuerpo y rostro tensos, ceño fruncido, labios apretados*]. Guarda silencio, observa fijamente el papel de su compañera.

tuerce la boca, cuerpo tenso, mirada directa a su compañera]. Probablemente espera que Carmen también se aleje de la tarea, le siga en las bromas y le ayude a desconectar de la tarea, pero la actitud de su compañera es opuesta a la suya.



Imagen 29 [301 y 302]

Enfado (emoción). [*Cejas hacia abajo y juntas, labios apretados, mirada fija*]. Continúa bloqueada, se esfuerza por volver a la tarea. Plantea una estrategia a su compañera y no consigue convencerla.

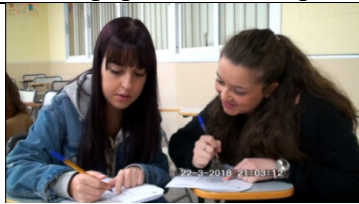


Imagen 30 [352]

Disfrute (emoción). [*Sonrisa, cuerpo inclinado a la tarea, rostro relajado, tono de voz más elevado*]. Acaba de ser consciente de una estrategia satisfactoria para ambas, se relaja y disfruta del nuevo proceso que les llevará a resolver la tarea.



Imagen 31 [408]

Orgullo (emoción) y **satisfacción** (emoción). [*Erguida, sonriente, cuerpo y rostro relajados*]. Comenta sus logros mientras contempla sus resultados.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de esta tarea (Tabla 8.3.16).

Tabla 8.3.16. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la quinta tarea.

Conocimientos matemáticos	Magnitud [230; 328] Área [230; 276; 328] Comparación de unidades [281; 283] Unidad de superficie [281; 283; 328; 348; 373] Medida [232; 348]
----------------------------------	--

	Cantidad de magnitud [232; 271; 348] Cuadrado [236; 244] Rectángulo [269; 360; 364; 377] Recuento [232]
Relaciones	Entre área y superficie [230; 311] Entre figuras geométricas [244; 265; 285; 293; 299; 301; 328; 340; 356; 364]
Estrategias heurísticas	Elegir la unidad [230; 281; 283] Medir de forma directa [230; 232; 354] Comparar superficies [267; 330; 342; 364; 377] Aproximar [261; 323, 328] Pavimentar superficies con la unidad [230; 232; 348; 354; 356; 362] Descomponer la superficie [234; 269; 289; 293; 295; 299; 301; 332; 334; 338; 340; 348] Recomponer [267; 269; 271; 301; 348] Cuantificar [230; 232; 348; 362] Visualización [328; 330; 340; 342; 346]
Sistema de creencias	<i>Sobre las matemáticas y su enseñanza:</i> hay tareas más fáciles que otras [226; 242; 246; 285]; todas las tareas se resuelven utilizando los mismos procedimientos [246]; el resultado es lo más importante [248; 364]; una medida debe ser exacta [265; 316]; las matemáticas son como una caja de herramientas [287] <i>Sobre uno mismo:</i> atribuciones causales [314; 321]; autoconcepto [327]; autoeficacia [301]
Sistema motivacional	<i>Objetivos extrínsecos:</i> satisfacer las expectativas de los demás [248; 364]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> búsqueda de consenso [232; 238; 273; 281]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> sorpresa [228; 301; 342]; angustia [228; 237; 238; 246; 259; 273; 297]; incertidumbre [234; 237; 303; 325; 327]; frustración [259; 277; 279; 291; 297]; alivio [226; 271; 374]; satisfacción [344; 375; 379]; disgusto [240; 262]; ansiedad [261; 264]; enfado [301; 302]; orgullo [370] <i>Respuestas emocionales:</i> tensión [228; 234; 238; 246; 259; 273; 303; 325; 327]; bloqueo [240; 244; 261; 264; 277; 291; 297; 327]; tiempo fuera de la tarea [277; 279; 301]; evitación [261].

Ubicamos a la última tarea en el cuarto nivel de comprensión de la medida (superficie). Las principales dificultades que Ana Belén identifica son (a) si bien la segunda y la quinta tarea pueden resolverse utilizando las mismas estrategias, la diferencia es que la figura de la última tarea es una figura curva [311; 316] y (b) la imposibilidad de obtener una medida exacta de su superficie [314].

Ana Belén pone en juego los procesos básicos de la medida: comparación, estimación y aproximación. Demuestra tener claridad sobre el concepto de superficie, define como unidad de medida un cuadrado de la cuadrícula base. Descompone y modifica la posición de la mano para adaptarla a un rectángulo; también la descompone en rectángulos más pequeños y calcula las longitudes de sus lados para, finalmente, hallar sus superficies utilizando la fórmula.

Sus esfuerzos para trabajar de manera cooperativa le impiden insistir en su estrategia de “cortar los dedos” de la mano (descomposición) frente a las dudas de su compañera sobre la pertinencia de la misma [317]; probablemente porque tampoco tiene los argumentos suficientes para convencerla y alcanzar el consenso. Sus esfuerzos por trabajar de manera cooperativa, a través del consenso, se hacen patentes en las numerosas representaciones orales que evidencian las normas intrínsecas que dirigen las interacciones con su compañera. Estas normas pueden estar relacionadas con el sistema de creencias sobre el contexto social y el trabajo cooperativo. Sin embargo, se preocupa por estructurar una conclusión escrita distinta de la de su compañera; cuyo origen, probablemente, se encuentre en el sistema de creencias sobre la enseñanza de las matemáticas (importancia de la respuesta, copiar no es apropiado). En este sentido, podemos evidenciar una discrepancia entre dos creencias opuestas relativas al trabajo cooperativo, por un lado, y la individualidad por el otro [364].

Vislumbramos la presencia de la perseverancia (actitud) que evita el abandono completo de la tarea y, por el contrario, le permite volver a ella a pesar de los múltiples bloqueos que experimenta. Asumimos que dicha actitud se constituye a través de la relación entre dos creencias distintas: (1) las matemáticas necesitan esfuerzo (creencia sobre la enseñanza de las matemáticas) y (2) que si se esfuerza conseguirá resolver la tarea (creencia sobre uno mismo). Finalmente, estas creencias, además de influir en la configuración de la actitud (perseverancia) también influyen sobre la constitución de un objetivo intrínseco: resolver la tarea como un reto personal.

Al finalizar la tarea, Ana Belén suspira como una representación del alivio que experimenta. La investigadora se acerca y la protagonista le describe los procedimientos de las dos últimas tareas con voz firme, segura y relativamente alta, lo que nos permite vislumbrar el orgullo y la alegría que experimenta por haber resuelto con éxito una tarea compleja [375].

Esperamos obtener más información y buscar el consentimiento sobre las siguientes cuestiones en el plano dialógico:

- a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:
 - Principal dificultad de la tarea.

- Estrategias utilizadas para el cálculo de la superficie de la mano.
- Pertinencia de la aproximación.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos experimentados durante el primer contacto con el enunciado y su imagen, teniendo en cuenta que se produjo como consecuencia del abandono momentáneo de la tarea anterior.
- Emociones y sentimientos experimentados durante la resolución de la tarea.
- Significa de la frase “soy muy cabezota”.
- Emociones y sentimientos al finalizar la tarea y, por lo tanto, la batería de tareas.

8.3.1.3. Fase 3: Búsqueda del consentimiento con el otro

El último plano del círculo hermenéutico de la interpretación planteado por el OMIUM, la tercera fase en nuestro estudio empírico, está constituido por la búsqueda del consentimiento con el otro a través de la interacción dialógica entre protagonista e investigadora. Para hacerlo efectivo, es preciso haber transitado por los planos semiótico y fenómeno-epistemológico previamente de manera que las cuestiones abiertas a tratar durante la fase dialógica estén ya definidas. Sin embargo, al tratarse de entrevistas conversacionales existe flexibilidad en el tratamiento de los asuntos establecidos previamente. Para el presente estudio de caso tendremos en cuenta las siguientes cuestiones, que serán abordadas por tareas (Anexo A.2.7.).

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Buscar el consentimiento con Ana Belén sobre la analogía empleada (la tableta de chocolate) y la relación entre área y perímetro.
- Motivos de la búsqueda de estrategias alternativas a la planteada inicialmente durante la resolución de la segunda tarea.
- Ausencia de unidad en la respuesta de la segunda tarea.
- Objetivos del cálculo del área de las caras del prisma en la tercera tarea.
- Motivos por los que cambia la estrategia inicial, coherente con el enunciado de la tercera tarea, por una distinta que implica combinar las unidades.
- ¿Por qué no se puede medir el volumen sólo con la unidad A?
- Pertinencia de cinco respuestas frente al requerimiento del enunciado de la tercera tarea.
- Motivos para descartar la primera estrategia basada en una analogía, durante la resolución de la cuarta tarea.
- Origen de la medida de la anchura de la yema de su dedo índice, ¿es una aproximación?

- Sobre la necesidad de obtener una respuesta exacta, sin tener en cuenta la aproximación durante la búsqueda de la longitud de la espiral.
- Principal dificultad de la quinta tarea.
- Estrategias utilizadas para el cálculo de la superficie de la mano.
- Pertinencia de la aproximación en la última tarea.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Motivos y expectativas al empezar el grado en matemáticas.
- Razones de la decisión de su cambio de facultad.
- Sentimientos asociados a la toma de dichas decisiones.
- Si la inseguridad que afirma sentir antes de empezar la segunda fase permaneció a lo largo del mismo o si hubo modificaciones.
- Información sobre una posible incoherencia entre una expresión verbal y la expresión facial asociada.
- Emociones subyacentes a la decisión de cambiar de la cuarta tarea a la quinta.
- Emociones y sentimientos experimentados durante el primer contacto con el enunciado y la imagen de la última tarea, teniendo en cuenta que se produjo como consecuencia del abandono momentáneo de la tarea anterior.
- Significa de la frase “soy muy cabezota”.
- Emociones y sentimientos experimentados durante la resolución de las distintas tareas. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

1. SOBRE LOS USOS DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

1.1. Sobre conocimientos

- a) La resolución de la primera tarea incluye el uso de una analogía para argumentar la respuesta. Sin embargo, dicha analogía pone en evidencia una confusión entre área y perímetro; buscamos el consentimiento sobre la diferencia entre ambos conceptos.

Durante la fase dialógica de Ana Belén estuvo presente su compañera en la fase 2, Carmen, y aprovechamos para conversar con ambas sobre dicha analogía.

- | | | |
|-----|---------------|---|
| 27. | Investigadora | <i>Vamos a aprovechar que también está Ana porque quería comentarles una cosita. Fíjate, vamos a suponer, porque tú hablabas de tarta y tú de chocolate...</i> |
| 28. | Carmen | <i>Teníamos hambre a esa hora [risas].</i> |
| 29. | Investigadora | <i>Bueno...</i> |
| 30. | Ana | <i>Pero ahora no me queda tan claro...</i> |
| 31. | Investigadora | <i>Entonces dices: “es como si una tableta de chocolate”, [...] Vamos a suponer que tenemos esta tableta de chocolate [representa gráficamente una tableta de</i> |

- chocolate rectangular, dividida en cuadrados pequeños] y tenemos 1, 1, 1, 1, 1, 1 [señala el lado de cada cuadrado] ¿Vale? ¿Sí? ¿Qué pasa si yo hago esto? [Divide en dos el rectángulo]
32. Ana *Eso es lo que yo hice.*
33. Investigadora *Y dices que es lo mismo ¿no? 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. 1, 2, 3, 4, 5, 6...*
34. Ana *Sí, porque...*
35. Investigadora *¿Es lo mismo?*
36. Carmen *Claro, es como que lo hemos dividido y lo hemos puesto de otra forma.*
37. Investigadora *Estamos hablando del perímetro, ¿qué es el perímetro?*
38. Ana *La suma de los lados.*
39. Investigadora *La suma de las longitudes de los lados, vale.*
40. Carmen *Ajá, entonces...*
41. Investigadora *¿Es lo mismo?*
42. Ana *Claro, 8 por 1 y 4 por 2 son 8.*
43. Investigadora *1, 2, ..., 12.*
44. Carmen *Aquí hay 24.*
45. Investigadora *¿Y aquí hay 24?*
46. Carmen *Bueno, no... no sé.*
47. Investigadora *¿Las contamos? 1, 2, ..., 18.*
48. Ana *¡Ah, 18!*
49. Carmen *Yo pensaba que era el doble, claro porque este lado con este lado, se unen.*
50. Ana *¡Claro!*
51. Investigadora *Claro, está esto, ¿verdad?*
52. Ana *Sí. Se vuelve a formar otro lado más.*
53. Carmen *Claro.*
54. Ana *No es el doble.*
55. Carmen *Claro.*
56. Investigadora *Yo creo que hay una confusión con el área.*
57. Carmen *¡Claro! Porque el área sí sería la misma, lo de dentro digamos, el chocolate.*
58. Investigadora *Exactamente.*
59. Carmen *Pero no los lados de la tableta o del chocolate.*
60. Investigadora *Eso es, ¿lo ven?*
61. Carmen *Sí. Entonces no era tan fácil [risas].*
62. Investigadora *¿No crees que tu respuesta sea correcta?*
63. Carmen *Si me hubieran pedido el área, sí, pero... claro...*
64. Investigadora *¿Tú crees que el área es la misma en estas figuras?*
65. Carmen *Tampoco.*
66. Investigadora *A ver, vuestra respuesta es correcta. Es decir, el perímetro es el mismo pero la razón no es la que plantean.*
67. Ana *Nosotras lo que hicimos era, por ejemplo, quitar este lado y ponerlo aquí y este lado ponerlo aquí y ya tenemos el primero y con el resto más de lo mismo.*
68. Investigadora *Efectivamente, eso es.*
69. Ana *Pero ya no sé cómo llegamos ni a la tarta ni al chocolate*

70. Investigadora *Ahí empezó la confusión, ¿no?*
71. Carmen *Claro, porque nosotras dibujamos esto, ¿no? como completar la figura colocando lado con lado entonces no pasaría nada porque no se aumenta la cantidad. Pero intentamos encontrar una respuesta a lo mejor más simple o más visual como una tarta o un chocolate para explicarlo y ahí cambiamos el sentido y la versión*
72. Investigadora *Claro, entiendo, pero vuestro procedimiento y la respuesta son correctos, lo que pasa es que hubo confusión entre área y perímetro y la relación entre ellos.*
73. Carmen *Y también intentar simplificarlo. En ese proceso de simplificar algo para ponerlo con un ejemplo ya hemos confundido de perímetro a área.*

Conocían la relación entre los perímetros, utilizando la visualización pudieron concluir que eran iguales; sin embargo, no pudieron argumentar dicha respuesta e identifican el origen de su confusión en la búsqueda de una analogía para argumentar su respuesta.

- b) La estrategia que utiliza para el cálculo de la longitud de la espiral en la cuarta tarea pone en evidencia el uso del conocimiento de la aproximación.

89. Investigadora *Yo vi en el vídeo que el dedo número 40 no cubría totalmente el trozo que te faltaba...*
90. Ana Belén *¿Eso se veía?*
91. Investigadora *Sí. Y tú dices ¡40!*
92. Ana Belén *[Ríe] Porque ya al poner el otro se me... a parte que no fue exacto porque se me movían así al ponerlo no me...*
93. Investigadora *Pero tú no pones aproximadamente en tu respuesta, ¿no? Si hubieses puesto aproximadamente, sería más real ¿no crees? Por otro lado, asumes que tu dedo mide un centímetro pero porque lo sabías, estabas segura de ello...*
94. Ana Belén *Sí porque lo comprobé en el piso, ahora mismo no me acuerdo con qué, pero sí.*

Aunque sabe que se trata de una medida aproximada busca una unidad estándar para dar la respuesta.

1.2. Sobre estrategias

- a) Buscamos obtener más información sobre la búsqueda de estrategias distintas para la resolución de la segunda tarea.

39. Investigadora *Y le dijiste “aquí lo que hay que hacer es esto” y además le dijiste el resultado. “Esto es 5,5 y esto es 6”*
40. Ana Belén *[Risas]. También porque en la asignatura del año pasado, de geometría también tuvimos que hacer juegos con piezas así y nada más verlo digo esto tiene que ser así y luego vi la imagen y digo esto es así y luego ya vi el enunciado y digo, pues nada, así será.*

Conoce una estrategia efectiva para resolver la tarea; sin embargo, no tiene seguridad de su pertinencia ni es capaz de argumentar las razones de sus acciones.

- b) Durante la fase dialógica obtenemos más información sobre la estrategia utilizada por Ana Belén para la resolución de la tercera tarea.

60. Investigadora *¿Qué tal con la tercera tarea?*
 61. Ana Belén *Con esta me lié muchísimo con tantos cuadraditos y me imaginé una caja e ir metiendo las piezas de...como la que utilizan mucho los niños de encajar los tacos, pues eso me imaginé entonces fui rellenando los cuadraditos con cada una de ellas y como no sabíamos exactamente lo que nos pedía el enunciado...*
 62. Investigadora *¿No estaba muy claro el enunciado?*
 63. Ana Belén *Respectivamente... no sabíamos si era con A, con B y con C cada uno por un lado o mezclando lo que es los dos y digo pues vamos a hacer todas las opciones y estábamos de acuerdo las dos en eso y fuimos probando uno por uno [norma asociada al trabajo cooperativo: búsqueda del consenso]. Y con, ¿cuál era? Con uno no... con el A. Con el A no se podía rellenar la caja porque luego al ponerlo a partir de aquí nos sobraba la parte de arriba y no se podía cerrar la caja, con las demás sí.*
 64. Investigadora *Vale.*

Evidencia el uso de la estrategia de llenar la caja con las unidades proporcionadas por el enunciado de la tarea. Sin embargo, identifica la falta de claridad sobre el significado de la palabra “respectivamente”, la dificultad del uso exclusivo de la unidad A y el uso de otra estrategia como alternativa: combinar unidades.

- c) La cuarta tarea tenía la dificultad de medir la longitud de una figura con contornos curvos.

87. Investigadora *Vale. Y de este ¿qué? ¿Qué me cuentas del cuarto?*
 88. Ana Belén *Ese lo vimos y digo, ¡ufff! ¿Cómo puedo yo medir la longitud de esto? Digo, si es una espiral, con curvas. Digo, no hay manera... Digo: “vamos a ver el otro.” Cuando vimos el otro, digo: “vamos a volver de nuevo al otro ejercicio”, y se me ocurrió como en la prácticas de infantil tomaban como unidades los pulgares, las manos, del codo a la mano, los pies, también, pues se me ocurrió con los deditos y como en mi piso tuve que medir algo y justamente, el pulgar, lo que es la yema del dedo me medía un centímetro, pues digo ya está. Y lo hice así, lo fui poniendo así, daba 40 y listo. Pero es aproximadamente, porque la medida exacta sería en dedos.*

Identifica la dificultad de la tarea y decide abandonarla momentáneamente y pasar a la siguiente. Durante ese lapso de tiempo considera el uso de una estrategia de

medición directa utilizando instrumentos de medida no estándar (la yema de su dedo); define la unidad basada, a su vez, en la medida de dicho instrumento con una unidad del sistema métrico decimal (centímetros). También identifica a la aproximación como un procedimiento válido para el cálculo de la longitud; en este caso vinculada a la equivalencia de unidades.

- d) Durante el primer momento de resolución de la cuarta tarea, su estrategia inicial estaba vinculada a la visualización de la línea curva como una línea recta utilizando para ello dos analogías.

105. Investigadora *Me hablaste del regaliz...*
 106. Ana Belén *Es verdad, el regaliz. Pero luego también pensé con plastilina, poniéndolo con plastilina y también en mi piso pensando porque salí súper rayadísima digo también como si fuera un muelle donde van formando círculos pero abiertos.*
 107. Investigadora *¿Un muelle es como una espiral?*
 108. Ana Belén *No, porque en el muelle todos los círculos miden igual, en este no.*
 109. Investigadora *¿Círculo o circunferencia?*
 110. Ana Belén *Circunferencia. Pero en el muelle sería hallar lo que es el área: (πr^2) , creo que era, y multiplicarlo tantas veces como vueltas daba. Pero claro, en el muelle todos los círculos son iguales, pero aquí no.*

Además de la estrategia basada en la visualización, considera la posibilidad de trocear la espiral en semicircunferencias, calcular la longitud de cada una y sumarlas para obtener la longitud total. Sin embargo, la dificultad de las diferencias entre las semicircunferencias dirige su decisión de descartar dicha estrategia. Por otro lado encontramos evidencias de confusión entre círculo y circunferencia y entre área del círculo y longitud de la circunferencia.

- e) Buscamos ampliar información sobre la decisión final sobre una de ellas.

111. Investigadora *¿Buscabas una estrategia distinta?*
 112. Ana Belén *Buscando otra solución diferente a la que había pensado en clase.*
 113. Investigadora *A la que hiciste, ¿no? Porque en clase tenías dos, la que hiciste midiendo con tu dedo y la del regaliz.*
 114. Ana Belén *En clase eran el dedo y el regaliz, pero como no tenía nada manipulativo, pues ya está la única forma que me queda es con el dedo.*
 115. Investigadora *Luego se te ocurre utilizar una fórmula, ¿no? ¿Quizás te gustaba más?*
 116. Ana Belén *Sí, pero tampoco se me daba el radio. Era para tener una longitud exacta, algo exacto sí o sí.*
 117. Investigadora *Pero si no te dan el radio, no te dan datos, ¿sería posible?*
 118. Ana Belén *Pues, tomando como referencia el dedo.*
 119. Investigadora *Lo que hiciste, ¿no?*
 120. Ana Belén *Sí...*

Es importante para ella brindar una respuesta “exacta” [116] y puede ser el motivo subyacente a su decisión de descartar la estrategia de imaginar la espiral como una línea recta, necesita algo físico para poder llevar a cabo dicha estrategia. Otra estrategia descartada es la medición indirecta a través del uso de la fórmula de la longitud de la circunferencia debido a la falta de información sobre los radios de las semicircunferencias que componen la espiral [116]. Finalmente elige un instrumento de medida y una unidad no convencionales.

- f) En la quinta tarea, Ana Belén se enfrentó a la dificultad de calcular la superficie de una figura irregular y con líneas curvas. La visualización de estas características le hizo descartar la estrategia de componer y descomponer, que ya había utilizado con éxito en la resolución de la segunda tarea. Buscamos conocer su recorrido en la búsqueda de estrategias.

128. Investigadora *¿Qué tal con la última? ¿Cómo te sentiste?*
 129. Ana Belén *Ahí no había manera [se refiere a la búsqueda de la estrategia dominada por la frustración, la angustia y el bloqueo]. Ahí no estaba de acuerdo con Carmen porque ella me decía “mira quitamos los cuadraditos estos que son los que sobran” y también quitaba, por ejemplo quería quitar éste. Digo: “pero es que aquí también lo cubre un poquito”; igual que este, igual que aquí que también decidimos de quitarlo [sistema de valores: respeto por las diferencias; norma asociada al trabajo cooperativo: búsqueda del consenso]. Yo me miraba mi mano y miraba el papel, digo es que la veo doblada y me miraba otra vez mi mano y en un momento hice así yo sola y digo ¡Anda! [Sorpresa, alegría]. Digo “esto es lo mismo que si lo tenemos así” la superficie no va a cambiar y me imaginé un rectángulo quitando, cortando [comparación de figuras, visualización] y ella me decía “¡pero cómo vas a cortar el dedo pulgar, pero cómo!” y al final pues... búsqueda del consenso]*
 130. Investigadora *Al final lo hiciste, ¿no? Lo cortaste y obtuviste un rectángulo ¿no?*
 131. Ana Belén *Sí, y aproximadamente, pues pusimos... 18 cuadrados ¿no? ¡Rectángulos!*

Ante la propuesta de su compañera de utilizar la misma estrategia que para la segunda tarea (descomponer, componer, pavimentar la superficie con la unidad); Ana Belén decide descomponer la figura en partes que se asemejan a rectángulos para calcular la superficie de cada uno y sumarlos para calcular la superficie total.

2. SOBRE SUS EXPERIENCIAS AFECTIVAS DURANTE LA SEGUNDA FASE

2.1. Sobre su pasado matemático

Buscamos más información sobre los motivos de la decisión de su cambio de la Facultad de Ciencias a la Facultad de Ciencias de la Educación.

3. Investigadora *¿Qué expectativas tenías cuando empezaste la carrera de matemáticas?*
4. Ana Belén *Ufff. Desde el primer día mal [risa suave y floja, nerviosa].*
5. Investigadora *¿Cuáles eran las expectativas que tenías cuando decidiste estudiar matemáticas?*
6. Ana Belén *¡Ah!, de ser profesora de matemáticas, porque me gustaban y me gustaba también enseñárselas a los niños y hacerles pensar. Pero luego cuando entré en la carrera vi que era totalmente diferente a lo que nos habían enseñado porque siempre nos han dicho “el área de esto es tal y es así porque es así y ya está”, pero nunca nos han dicho el porqué. Cuando llegué a la carrera, era siempre el porqué. Porqué y demuéstramelo, 2 por 2 es 4 pero porqué y no había manera de ver más allá de... a lo mejor porque era a lo que había estado acostumbrada siempre; de esto es así, es mecánico y como todos los ejercicios eran iguales, que es eso también; que nunca me han hecho pensar como aquí, que esto [señalando a la práctica] me lo tomé como un juego, de esto puede ser así no sé qué, pero... las matemáticas a lo largo de mi vida siempre han sido muy mecánicas.*
7. Investigadora *¿Así? Y tú pensabas que la carrera iba a ser así...*
8. Ana Belén *Sí.*
9. Investigadora *Y no fue así.*
10. Ana Belén *No, porque no había números por ningún lado, era todo letras... [Risas].*
11. Investigadora *Te entiendo [risas]. Y decidiste dejarlo...*
12. Ana Belén *Sí, bueno, estuve el año entero pero luego en el verano no podía, me estaba agobiando y ya me estaba afectando más allá, y digo mejor me salgo.*
13. Investigadora *Ya.*
14. Ana Belén *Digo, como lo que me gusta es al fin y al cabo enseñar a los niños, digo pues me meto en magisterio y antes estaba la especialidad de matemáticas pero luego me dijeron que ya no estaba, digo pues inclusión.*

Los autoinformes de Ana Belén durante las fases 1 y 3 coinciden en su preferencia e interés sobre las matemáticas. Durante la búsqueda del consentimiento obtenemos algunos datos que nos permiten vislumbrar el origen de dicha preferencia en las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza, resaltando el rol de los profesores en la formación de actitudes en los estudiantes. Reconoce que los profesores que tuvo le presentaron la disciplina “como a ella le gustaba”; estableciendo una relación entre matemáticas y diversión.

Vislumbramos dos creencias distintas sobre las matemáticas que le fueron transmitidas durante sus dos etapas educativas distintas [6 y 10] y que originaron una discrepancia:

- las matemáticas son un conjunto de reglas, fórmulas, habilidades y procedimientos; hacer matemáticas es calcular y utilizar reglas, procedimientos y fórmulas (durante su etapa escolar).

- son pruebas lógicas y rigurosas, definiciones exactas y el lenguaje matemático es preciso; hacer matemáticas es demostrar con exactitud y utilizar lenguaje riguroso (en la Facultad de Ciencias).

Los objetivos e intereses de Ana Belén, estuvieron orientados a la enseñanza y se centraron en las matemáticas por su preferencia hacia ellas [6 y 10]. Sin embargo, las expectativas basadas en su creencia no fueron coherentes con la realidad; discrepancia que motivó la decisión del cambio de facultad. Consideramos la presencia de emociones negativas como producto de dicha discrepancia y, por lo tanto, la existencia de respuestas emocionales también negativas [8]. La decisión de abandonar los estudios de matemáticas está relacionada con la búsqueda de alivio a las experiencias emocionales [10]. Sin embargo su preferencia por las matemáticas y la enseñanza se mantienen; esta preferencia tiene su origen en las emociones positivas experimentadas durante su etapa escolar (disfrute y alegría) en la que el rol del profesor fue fundamental.

2.2. Sobre los afectos desplegados

- a) En la primera fase de la investigación, Ana Belén afirma enfrentarse a la batería de tareas con incertidumbre. Buscamos información sobre la evolución de dicha emoción durante la segunda fase.

15. Investigadora *[...] También me comentaste que empezabas la práctica con un poquillo de inseguridad... y decías: “no sé, vamos a ver qué pasa.”*
16. Ana Belén *Pero yo soy así, siempre.*
17. Investigadora *¿Sí? ¿Siempre eres así? ¿Lo dices por costumbre o porque de verdad sentías inseguridad?*
18. Ana Belén *No, de verdad sentía inseguridad porque nunca sé si de verdad lo he hecho bien o no. A lo mejor en el principio puedo decir esto sí, es así pero luego me pongo a pensar, a pensar y a pensar y me lío todavía más y digo es que a lo mejor no es así, es que puede ser de otra forma y es que...*
19. Investigadora *Le das muchas vueltas.*
20. Ana Belén *Ajá.*

Identifica a la incertidumbre (emoción) y la inseguridad (actitud) expuestas durante la entrevista previa como rasgos característicos de su identidad [16]. La afirmación de que “*siempre*” es así, evidencia una tendencia; por lo que podemos afirmar que se trata de una actitud de falta desconfianza en sus acciones y su propio desempeño.

- b) Durante la búsqueda del consentimiento sobre las estrategias utilizadas en la resolución de la primera tarea, vuelven a surgir los rasgos de su identidad matemática.

31. Investigadora *Vale. De esta primera tarea ya hemos hablado, ¿no? Tú lo viste y sabías que eran iguales pero luego intentaste explicarlo, a lo mejor por lo que me comentas, ¿no? Te liaste...*
32. Ana Belén *Sí, ya me lío, me lío...*
33. Investigadora *Te liaste un poquillo...*

34. Ana Belén *Ajá.*

La inseguridad y la falta de confianza en el propio desempeño impiden que Ana Belén se enfrente de manera satisfactoria a la resolución de una tarea matemática; hecho que identifica con “liarse”.

- c) La búsqueda del consentimiento sobre la solución (o soluciones) de la tercera tarea también nos permite obtener evidencias de dichas actitudes; esta vez contamos con la confirmación de su compañera.

65. Ana Belén *Se podían todas las opciones... o eso creo.*

66. Investigadora *¿Estás segura o tienes dudas?*

67. Ana Belén *Sí, yo creo que sí. A no ser que me haya equivocado contando los cuadraditos...*

68. Carmen *Siempre piensa que se ha equivocado.*

- d) Nuestra pretensión de llegar al consentimiento sobre sus reacciones afectivas vinculadas a la resolución de la tercera tarea nos brinda información sobre la valoración del uso de la creatividad.

73. Investigadora *En esta tarea, me pareció verte más confundida que en las anteriores... pero, no sé, al terminar, junto con Carmen, dijiste: ¡qué guay!*

74. Ana Belén *Es que ella también al leer la palabra “volumen”...*

75. Carmen *Es que como fue el proceso tan... no largo, pero sí complejo de pensar todo el tiempo.*

76. Ana Belén *Cuando yo vi la palabra volumen, digo ¡ufff!, volumen. Digo, ¿qué era eso?, digo bueno... y dejé un poco lo que me pedía lo que es el enunciado y ya fue... me lo tomé como un juego, me imaginaba yo en mi cabeza y metiendo la caja, las piecitas y ya está.*

77. Investigadora *Lo tenías claro, pero las dudas volvieron, dudaste otra vez...*

78. Ana Belén *Sí, siempre.*

79. Investigadora *Te enredaste un poco, pero al terminar ambas decís “qué guay”. ¿Qué querías decir?*

80. Ana Belén *Estaba contenta.*

81. Investigadora *¿Terminaste satisfecha?*

82. Ana Belén *Sí, con esta también.*

Surgen, nuevamente, los rasgos de su identidad matemática [78]. Por otro lado, las emociones positivas experimentadas al finalizar la tarea [80 y 82] surgen como producto de la discrepancia entre sus expectativas (asumirla como un reto) y la dificultad generada por las pequeñas incoherencias en los usos del conocimiento del volumen.

- e) Nos interesamos por conocer las experiencias emocionales de Ana Belén al finalizar la tercera tarea.

95. Investigadora *¿Qué sentiste al terminar esta tarea?*

96. Ana Belén *Bien porque se me ocurriese algo, porque tampoco soy de dejar los ejercicios en blanco, al menos por arriesgarme tampoco voy a perder nada porque no me van a quitar puntos ni...*
97. Investigadora *¿Y si hubiese sido un examen?*
98. Ana Belén *También... si no me dicen si lo tienes mal te quitamos un punto, yo por intentarlo sí. Porque nunca se sabe si a lo mejor lo tienes bien...*

Vislumbramos rastros de los sistemas emocional (alegría, orgullo, satisfacción) y motivacional (objetivos de rendimiento más que de comprensión. También identificamos una relación entre ambos sistemas: la ausencia de riesgo (no hay penalización por “no hacerlo bien” [96; 98]) no genera ninguna emoción distinta de las emociones de fondo, por lo que la respuesta emocional es de tranquilidad. Del mismo modo, reconocemos dos actitudes distintas: perseverancia (“[...] porque tampoco soy de dejar los ejercicios en blanco [...] [96]), e inseguridad (“Porque nunca se sabe si a lo mejor lo tienes bien...” [98]).

- f) Las tareas segunda y tercera generaron angustia de manera progresiva, de modo que al llegar a la cuarta sus afectos se representaban con más intensidad, y por lo tanto se experimentaban más intensamente. Durante la cuarta tarea pudimos apreciar los efectos de un bloqueo importante y hablamos con Ana Belén al respecto.

99. Investigadora *Cuando viste este ejercicio, viste la espiral ¿sabes lo que hiciste? ¿Lo recuerdas? Empezaste a reír, te reíste mucho.*
100. Ana Belén [Ríe]
101. Investigadora *Mirabas a Carmen y te reías. ¿Sabes por qué? ¿Estabas nerviosa?*
102. Ana Belén *No me acuerdo porqué me reía, ¿con la espiral? No me acuerdo. Quizás porque me imaginaba como una rueda de churro o un alambre y tiraba de un lado y lo estiraba...*
103. Investigadora *Esa era otra estrategia, ¿no? Me la comentaste*
104. Ana Belén *Sí.*

Interpretamos las palabras de Ana Belén desde dos perspectivas distintas: (a) por un lado, las relacionamos con el carácter inconsciente de las emociones y sus respuestas asociadas (bloqueos, tensión, expresiones faciales y corporales) y (b) Ana Belén relaciona la risa a la que hacemos referencia como la respuesta frente a algo divertido o gracioso (“Quizás porque me imaginaba como una rueda de churro o un alambre y tiraba de un lado y lo estiraba...” [102]) y no como una expresión de la tensión producida por una emoción.

- g) Teniendo en cuenta que la cuarta tarea fue resuelta en dos momentos distintos, buscamos identificar los afectos vinculados a su resolución.

121. Investigadora *¿Cómo te sentiste?*
122. Ana Belén *De acuerdo y por otra parte no, porque yo digo esto tiene que tener algún truco por algún lado. Yo siempre pienso*

eso. En este ejercicio digo tan difícil no tiene que ser, tiene que ser más fácil de lo que yo creo.

Emergen, una vez más, la incertidumbre y la falta de confianza en su propio desempeño como rasgos de su identidad matemática. En este caso lo vinculamos con dos creencias sobre las matemáticas vinculada a la existencia de “trucos” o “atajos” y que las tareas siempre son difíciles.

- h) Procuramos obtener más evidencias sobre dichas creencias, esta vez basándonos en una afirmación de Ana Belén durante la segunda fase.

123. Investigadora *Pero también dices: “Eso no se puede hacer” antes de empezar con tu dedo, después de plantear lo del regaliz.*

124. Ana Belén *Dije que era imposible porque, claro, al leer directamente lo de mide la longitud, digo, vale. Si tuviese una línea, cojo la regla, la mido y ya está. Pero ahora la espiral ¿Cómo hago yo con la regla para medir? [Risas].*

La creencia sobre las matemáticas como un conjunto de reglas y procedimientos está conectada con la visión que hacer matemáticas es calcular y utilizar reglas, procedimientos y fórmulas. Ana Belén debe enfrentarse a esta creencia para poder resolver la tarea.

- i) La búsqueda del consentimiento sobre la quinta tarea nos brinda más información sobre su identidad matemática.

138. Investigadora *[...] ¿Qué significa que seas cabezota?*

139. Ana Belén *Que le doy muchas vueltas a las cosas. A todo.*

140. Investigadora *No te quedas satisfecha al principio y terminas liándote mucho, ¿es eso?*

141. Ana Belén *Sí, cada vez me voy liando más. Pero bueno, al final me convenció la imaginación que tuve que no sé ni cómo me salió esa imaginación, fue mirándome la mano en un momento hice así con los dedos y digo ¡uy! ¡A lo mejor es así!*

Nuestra primera interpretación sobre el significado de la palabra “cabezota” la relacionaba con falta de flexibilidad. Sin embargo, la fase dialógica nos permite corregir esta primera aproximación y llegar al consentimiento sobre el significado que Ana Belén le atribuye y el sentido en el que la utiliza. Finalmente, volvemos a los rasgos característicos de su identidad matemática (inseguridad y desconfianza en el propio desempeño). Por otro lado, también encontramos rastros de perseverancia en sus acciones [141].

- j) Buscamos el consentimiento sobre otra frase empleada por Ana Belén y que vinculamos a una respuesta afectiva.

144. Investigadora *También dijiste ¡he descubierto las Américas!*

145. Ana Belén *[Risas]*

146. Investigadora *¿Qué sentías?*

147. Ana Belén *Estaba muy contenta porque es eso que también ha dicho Carmen que siempre nos han dicho “esto tiene que ser así,*

esto tiene que ser así” o no sé qué pero aquí como que nos dejaba libertad para hacerlo como quisiéramos y entonces... a mí es que esos juegos me encantan.

148. Investigadora *¿Era una expresión de alegría, no? ¿Y orgullo?*
149. Ana Belén *Sí, también [risas]. Me lo pasé súper bien, me lo pasé bien, me quedé con ganas de hacer más, la verdad...*

En este caso, nuestra interpretación es coherente con la situación en la que Ana Belén utiliza dicha frase y expresa alegría y orgullo [147; 149]. Estas emociones surgen de la discrepancia entre la creencia sobre las matemáticas que le transmitieron en su etapa escolar y la certeza (obtenida a través de la experiencia) de que no es real. Sin embargo, también encontramos evidencias de la fuerza de dicha creencia en la caracterización que hace de las tareas como “juegos” [147].

- k) Finalmente y a partir de su última afirmación consideramos oportuno conocer su perspectiva global, a nivel afectivo, durante la segunda fase.

166. Investigadora *¿Y qué tal? ¿Terminaste contenta?*
167. Ana Belén *Sí, terminé contenta pero no satisfecha porque sigo teniendo dudas, quiero saber las respuestas. Si tiene respuesta o no.*
168. Investigadora *¿Incluso después de esta conversación? ¿No estás más tranquila? Tus procedimientos están muy bien, tus respuestas son correctas.*
169. Ana Belén *Sí, pero creo que tiene que haber algo más exacto [risas].*
170. Investigadora *¿Así?*
171. Ana Belén *Sí, no sé...[...]*

No obstante afirma haber experimentado alegría y orgullo al terminar la última tarea, vuelve a mostrar evidencias de su identidad matemática [167]. Relacionamos la necesidad de “algo más exacto” [167] con la creencia sobre las matemáticas que posee; precisa una expresión con lenguaje matemático para representar sus respuestas y conclusiones.

3. SOBRE LA RELACIÓN COMPRENSIÓN – AFECTO

- a) Pretendemos obtener más información sobre el origen de la incertidumbre y la inseguridad que reconoce como características de su identidad (punto a) del subapartado 2.2).

21. Investigadora *¿Saber que vas a darle muchas vueltas es lo que te produce la inseguridad?*
22. Ana Belén *Sí [ríe suavemente].*
23. Investigadora *[Asiente y también ríe]*
24. Ana Belén *Sí, porque creo que ya ninguna respuesta va a estar bien. Es como que al ver los ejercicios a lo mejor la respuesta es tan simple pero a lo largo de mi vida me han enseñado que la matemática es difícil, es complicada entonces cuando me ponen por delante un ejercicio fácil digo “¿en serio es así?”*
25. Investigadora *Dudas, desconfías...*

26. Ana Belén *Digo, ¿no es más difícil? Pero también es por lo que nos han inculcado...*

Alcanzamos el consentimiento sobre su actitud de desconfianza en su propio desempeño y también sobre el origen de la misma: la creencia sobre las matemáticas que le fue transmitida en su etapa escolar.

También identificamos la relación entre dos creencias: creencias sobre la autoeficacia y creencias sobre las matemáticas; dicha relación se establece en ambos sentidos, determina la actitud, define las acciones y, por lo tanto, influye sobre la comprensión de Ana Belén.

b) Durante la entrevista previa en la primera fase de la investigación, Ana Belén reconoce enfrentarse a las tareas con un poco de inseguridad. Consideramos apropiado conocer si esos sentimientos se fueron modificando a lo largo de la segunda fase.

29. Investigadora *[...] ¿Esa inseguridad te acompañó durante toda la práctica? ¿O se fue modificando?*

30. Ana Belén *Al principio fue cambiando, en el primer ejercicio sí estaba segura porque veía que los lados me coincidían y demás igual que en el ejercicio 2, cogí como unidad lo que son los rectángulos y también me fueron coincidiendo porque estaban justo cortados por la mitad, ya si a lo mejor los tamaños hubiesen variado, a lo mejor ya se hubiese complicado más la cosa. Luego ya los demás sí, en los otros dos...*

Identifica dificultad con aproximación; la tarea le parece sencilla porque es posible dividir las unidades en mitades. Vislumbramos una creencia sobre las matemáticas vinculada con identificarlas con procesos exactos; esta creencia, a su vez, interfiere en su comprensión sobre los números racionales, a los que dota de una dificultad añadida (*"[...] me fueron coincidiendo porque estaban justo cortados por la mitad, ya si a lo mejor los tamaños hubiesen variado, a lo mejor ya se hubiese complicado más la cosa."* [30]).

Por otro lado, es posible vislumbrar una actitud de confianza basada en su conocimiento de una estrategia apropiada para la resolución de la segunda tarea. A partir de estas evidencias, establecemos una conexión bidireccional entre comprensión y afecto.

c) La segunda tarea, en principio, no supuso ninguna dificultad para Ana Belén pues conocía una estrategia apropiada. Sin embargo, busca estrategias distintas a la que plantea inicialmente.

41. Investigadora *Y lo tenías muy claro. Sin embargo, ya sabemos lo que pasa ¿verdad? Que empezaste a dudar, a desconfiar, empezaste a mirarlo y a buscar otra manera de hacerlo. ¿Es por lo que me acabas de comentar? ¿Te parecía muy fácil para considerarla como la solución?*

42. Ana Belén *Sí, porque... bueno, eh, es que en geometría lo hacíamos*

tomando lo que son los lados, contando los lados, pero no me acuerdo exactamente cómo era. Contando algo de los lados, pero eso ya era para el área y digo: “bueno... pero si es la superficie, es el área”. No sé, ya me lié...

No logra argumentar ni las estrategias ni los conocimientos que emplea. Se evidencia una confusión entre superficie, longitud, medida directa y medida indirecta. En este caso, es la comprensión la que influye sobre el sistema afectivo de Ana Belén; la confusión ente dichos conocimientos generan incertidumbre, inseguridad y bloqueo [42].

d) Buscamos ayudarla a romper el bloqueo que experimenta mientras conversamos.

43. Investigadora *¿Intentabas hacerlo de ese modo?*
 44. Ana Belén *Sí, pero luego ya la otra parte ya...*
 45. Investigadora *Empezaste a jugar con las longitudes, ¿no? Y a intentar calcularlas...*
 46. Ana Belén *Yo no, soy me rayo muchísimo, le doy muchísimas vueltas a las cosas.*

La confusión entre conocimientos le genera ansiedad y bloqueo [44]. Comentamos nuestra interpretación sobre sus acciones y surge, nuevamente, su identidad matemática, en esta ocasión, como la justificación de su confusión. Sin embargo, interpretamos que la direccionalidad es la contraria: la confusión entre conocimientos (comprensión) influye sobre su sistema afectivo (genera angustia y bloqueo).

e) Decidimos no insistir y desviar la conversación hacia las cuestiones afectivas dejando de lado los conocimientos y estrategias que le ocasionan la experiencia emocional.

49. Investigadora *Estaba claro para ti, ¿no? Al pasar a la siguiente tarea, ¿te sentías satisfecha con tu resultado y con lo que habías hecho?*
 50. Ana Belén *También por la inseguridad y manía que yo tengo al comentarlo con Carmen, pues ella me decía: “sí”, entonces ya me sentía más segura. Pero si lo hubiera hecho sola, no sé qué opción hubiera puesto.*
 51. Investigadora *¿Es posible que te hubieses quedado en la segunda dando vueltas buscando otra forma de hacerlo?*
 52. Ana Belén *Sí.*
 53. Investigadora *¿Crees que hay otra forma de hacerlo?*
 54. Ana Belén *Creo que sí... pero... habrá distintas formas, pero no sé...*

Vislumbramos, nuevamente, la relación entre comprensión y afecto vinculado, en esta ocasión, al sistema de normas y valores (trabajo cooperativo) y creencias sobre el contexto social.

f) Intentamos conocer los motivos que le impidieron calcular el volumen del prisma rectangular únicamente con la unidad A, en la tercera tarea, y encontramos rastros de la relación entre afecto y comprensión (en ese sentido).

69. Investigadora *¿Y no hay manera de medir utilizando A?*
 70. Ana Belén *No sé, no cabe entero... o falta o sobra [no tiene en cuenta la existencia de sub-múltiplos de una unidad]*
 71. Investigadora *¿Podrías partir A?*
 72. Ana Belén *Hum. No lo dicen, no lo pone. Si se puede partir, entonces se podría completar sólo con A [creencia sobre la enseñanza de las matemáticas: el enunciado aporta la información necesaria para resolver el problema.]*

Emerge una evidencia sobre la influencia de una creencia sobre la enseñanza de las matemáticas (no se debe suponer nada, es preciso limitarse a la información que la propia tarea facilita) en las decisiones sobre sus acciones. En este caso, descarta la posibilidad de partir la unidad y utilizar los submúltiplos. Establecemos una relación entre afecto y comprensión teniendo en cuenta que la primera le impide emplear una estrategia adecuada.

- g) Teniendo en cuenta los rastros afectivos encontrados durante nuestro análisis en las dos fases anteriores podemos afirmar que la resolución de la última tarea supuso para Ana Belén una experiencia principalmente afectiva.

132. Investigadora *En este caso, cuando empezaste viste la mano y dijiste “¡Dios mío!”*
 133. Ana Belén *[Risas]*
 134. Investigadora *¿Qué significa? ¿En qué situaciones dices esa frase?*
 135. Ana Belén *Claro, porque yo al ver la mano digo “¡ah! Mira, es como el primer ejercicio... el segundo ejercicio. Digo: “pero claro, aquí la superficie es rectángula y los dedos son curvas”. Digo: “aquí no sirve este trozo lo coloco aquí y esto no sé qué”, porque no va a... no va a encajar con la superficie que hay. Pero...*
 136. Investigadora *[...] cuando Carmen planteaba “quitamos este, quitamos este...” y tú le decías “no me convence porque yo soy muy cabezota”...*
 137. Ana Belén *Claro, no me convence porque yo... [Risas]. No, no me convenía porque quitábamos estos de aquí, pero luego ¿cómo lo dije? Tampoco este es que esté entero relleno, ni este, ni este. Los únicos que están rellenos enteros son estos, entonces... tampoco. Es que no sé, me estoy liando otra vez...*

Si bien identifica una estrategia como adecuada, no la tiene en cuenta y la descarta debido a la discrepancia entre su creencia sobre las matemáticas como procedimientos exactos y la dificultad de pavimentar una superficie con bordes curvos. La decisión de buscar una estrategia distinta está relacionada con la búsqueda de alivio a las emociones generadas por la discrepancia (angustia y frustración) y las respuestas emocionales asociadas (bloqueo, tensión, evitación). Definimos una nueva relación entre sistema afectivo y comprensión.

- h) En el punto (k) del subapartado 2.2. presentamos las evidencias de la necesidad de Ana Belén de utilizar el lenguaje matemático para representar las soluciones de las

tareas y la relacionamos con su creencia sobre las matemáticas. Buscamos más información al respecto.

172. Investigadora *Esa solución exacta que tú estás buscando, a lo mejor no existe. ¿Lo has pensado?*
173. Ana Belén *Sí, ya, por eso ya me quedé más tranquila, si ella me dice que no, le creo más a ella que a mí misma.*
174. Investigadora *Tu procedimiento es correcto. Vuestro razonamiento es adecuado...*
175. Ana Belén *Más soluciones sí tiene que haber, pero ya está yo lo vi ya así con la manita cerrada.*

Encontramos una nueva relación entre afecto y comprensión. La inseguridad y la desconfianza en el propio desempeño tienen una influencia importante sobre las acciones vinculadas a la comprensión de Ana Belén.

8.3.1.4. Conclusiones

1. Ana Belén no está acostumbrada a hablar de las emociones y sentimientos que acompañan las actividades que realiza. Incluso cuando la pregunta es directa, vuelve a describir sus procedimientos permitiéndonos distinguir creencias, actitudes y rasgos de su identidad matemática.
2. En este sentido, la interpretación de las expresiones faciales y corporales es fundamental para la obtención de datos sobre las experiencias emocionales.
3. Los conocimientos matemáticos, relaciones y estrategias heurísticas utilizadas, representan rasgos del cuarto nivel de comprensión. Sin embargo, su actitud desconfiada sobre sus propias acciones, sus creencias sobre su autoeficacia y sobre las matemáticas le generan incertidumbre que, a su vez se transforma, principalmente, en angustia y frustración. Las respuestas emocionales asociadas a ellas son bloqueo, tensión y evitación. Es decir, encontramos evidencias de la relación afecto - comprensión y también del carácter bilateral del mismo.
4. Ana Belén también establece relaciones entre comprensión (lo que sabe, lo que hace y cómo lo hace) con sus respuestas afectivas (“es que soy muy cabezota”, “dudo mucho”, “me lío”, “ya me quedé más tranquila”).
5. Llama la atención que Ana Belén no es consciente de las emociones negativas experimentadas durante toda la segunda fase y afirma lo contrario, asume al episodio de resolución de las tareas como una experiencia de la que disfrutó. Vinculamos esta emoción con el trabajo cooperativo desplegado por Ana Belén y su compañera.
6. Podemos explicar esta incoherencia desde tres puntos de vista distintos: (1) que sea consciente pero lo niegue por vergüenza o prefiera no compartir dicha información; (2) que no haya sido consciente de sus reacciones negativas (o de haberlo sido, no se hayan almacenado en la memoria), sino únicamente de las positivas y su descripción no falte a la verdad o (3) que, de acuerdo con sus sistemas de creencias, la resolución de las tareas haya significado un reto interesante que requería esfuerzo en el que la

frustración y la angustia son parte inevitable, de manera que los efectos negativos a largo plazo son nulos recordando únicamente las emociones positivas de disfrute, orgullo y satisfacción por lograr resolverlas.

7. Su actitud perseverante frente a los bloqueos nos permite reconocer la tercera opción como la más cercana a Ana Belén, sin dicha actitud difícilmente hubiese terminado las cinco tareas.
8. En la Tabla 8.3.17 presentamos un compendio de los componentes del sistema afectivo de Ana Belén a partir de las evidencias encontradas a través nuestra interpretación.

Tabla 8.3.17. Afectos desplegados durante la investigación.

Sistema de creencias	<p><i>a) Creencias sobre uno mismo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Atribuciones causales: lo visual a veces engaña. - Autoeficacia: tengo éxito con las matemáticas. - Autocontrol: puedo resolver un problema si me concentro. - Autoconcepto: soy muy cerrada. <p><i>b) Creencias sobre las matemáticas:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Son un conjunto de reglas, fórmulas, habilidades y procedimientos. - Son como una caja de herramientas. <p><i>c) Creencias sobre su enseñanza y su aprendizaje:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - El rol del profesor es importante. Puede hacer que los estudiantes disfruten con las matemáticas. - Los errores deben evitarse. - Las respuestas de dos personas distintas también deben ser diferentes. - La respuesta es más importante que el proceso. - Las tareas y problemas siempre son del mismo tipo. - Es preciso utilizar una unidad de medida estándar. - La respuesta debe ser exacta. - La imaginación no siempre es una buena estrategia. - Las tareas tienen distintos niveles de dificultad. <p><i>d) Creencias sobre el contexto social:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Debo satisfacer las expectativas de los demás sobre mi desempeño.
Sistema motivacional	<p><i>a) Objetivos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Intrínsecos: quiero enseñar matemáticas. - Extrínsecos: debo demostrar que puedo. - De rendimiento: debo obtener una buena puntuación. <p><i>b) Intereses:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Me gusta trabajar con matemáticas.

	<ul style="list-style-type: none"> - Interés por participar en una investigación relacionada con matemáticas. <p>c) <i>Preferencias:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Siempre ha sido mi asignatura favorita. - Me siento cómoda haciendo matemáticas.
Sistema de valores y normas	<p>a) <i>Valores:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Respeto. <p>b) <i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Consenso. - Búsqueda de consenso. - Búsqueda de ayuda. - Brindar apoyo. - Compromiso.
Sistema emocional	<p>a) <i>Emociones:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Incertidumbre. - Miedo al error. - Empatía. - Alivio. - Decepción. - Frustración. - Disgusto. - Preocupación. - Angustia. - Enfado. - Sorpresa. - Orgullo. - Alegría. - Satisfacción. - Ansiedad. <p>b) <i>Respuestas emocionales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Inquietud. - Agobio. - Bloqueo. - Tensión. - Tranquilidad. - ¡Eureka! - Tiempo fuera de la tarea. - Evitación.
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> - Seguridad. - Confianza. - Flexibilidad. - Tendencia a la justificación. - Perseverancia. - Inseguridad. - Desconfianza en el desempeño propio.
Identidad matemática	<p>Los rasgos característicos de la identidad matemática de Ana Belén son la desconfianza en el propio desempeño y la inseguridad así como también su sistema de valores y normas asociados al trabajo cooperativo que le proporcionan el equilibrio</p>

necesario para enfrentarse a las tareas de manera satisfactoria.

9. El contenido de la Tabla 8.3.17 pone en evidencia las siguientes cuestiones:

- 9.1. El sistema afectivo es un sistema dinámico.
- 9.2. Las emociones son los afectos menos estables del sistema afectivo.
- 9.3. Las actitudes, consideradas tradicionalmente como más estables, pueden sufrir cambios.
- 9.3. Ana Belén experimenta emociones en todo momento.
- 9.4. Los afectos son situacionales y contextuales. El momento y la situación determinan la emergencia de una emoción u otra o incluso de una actitud u otra.

8.3.2. Estudio de caso 2B: Carmen N.

8.3.2.1. Fase 1: Entrevista previa

Durante la primera fase del estudio de caso de Carmen, pretendíamos obtener datos sobre dos cuestiones distintas: (a) sus emociones, expectativas, creencias y motivaciones relacionadas con las tareas que deberá resolver y (b) conocer su pasado matemático, cuya información nos permitirá aproximarnos a su sistema de creencias actual y a sus reacciones afectivas en general (Anexo A.2.3.).

1. Emociones generadas a partir del primer contacto con las tareas

- | | | |
|----|---------------|--|
| 1. | Investigadora | <i>¿Qué has sentido cuando viste las tareas?</i> |
| 2. | Carmen | <i>Al principio pensé que sería más difícil porque no había leído el enunciado, pero al leerlo y razonarlo, por lo menos la conclusión a la que hemos llegado las dos, es que es más sencillo de lo que esperábamos.</i> |
| 3. | Investigadora | <i>¿Las viste todas o sólo la primera</i> |
| 4. | Carmen | <i>He visto la primera y la parte de atrás que también he hecho más o menos el mismo razonamiento que con la primera actividad.</i> |
| 5. | Investigadora | <i>Es decir que ya tienes pensada una estrategia para resolver esas tareas, ¿no?</i> |
| 6. | Carmen | <i>Sí, como... nada más verlo he pensado como resolverlo.</i> |

Describe su percepción y sus creencias vinculadas tanto a la resolución como a la naturaleza de las tareas; sin embargo no incluye sus emociones en su descripción.

Insistimos sobre sus respuestas afectivas, esta vez de manera más directa.

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 11. | Investigadora | <i>¿Te sientes cómoda?</i> |
| 12. | Carmen | <i>Sí, la verdad es que sí.</i> |
| 13. | Investigadora | <i>Pensando que tienes que resolver las tareas, ¿no?</i> |
| 14. | Carmen | <i>Sí, porque como nos lo has dado así de forma como que</i> |

“quiero que hagáis esto pero para ayudarme en una cosa”, ¿no? No es como “tenéis que hacer esto para un examen o va a tener nota”, simplemente es un ejercicio, como si te hacen una pregunta de cualquier cosa. No lo ves como un reto, sino como algo que lo puedes responder si puedes y si no, no.

Manifiesta curiosidad e interés por participar en nuestra investigación así como también la motivación que surge de la falta de presión o consecuencias sobre su desempeño.

2. Pasado matemático

Tener datos sobre la historia matemática de Carmen nos permitirá identificar los orígenes de su sistema de creencias, el papel de la memoria emocional y los rasgos de su identidad matemática.

- | | | |
|----|---------------|--|
| 7. | Investigadora | <i>¿Habías resuelto tareas parecidas antes? ¿En el colegio o el instituto?</i> |
| 8. | Carmen | <i>No, de hecho las matemáticas para mí siempre han sido como algo...porque...ha dado la casualidad que siempre los maestros que he tenido me la han mostrado como si fuese algo muy difícil o muy inalcanzable. Que si lo entendía a la primera bien y si no pues no. Entonces, no he tenido mucho interés en las matemáticas porque lo veía como algo que no era para mí y nunca tampoco lo he intentando.</i> |

Identifica las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza que le fueron transmitidas durante su etapa escolar: “el rol del profesor es importante en la configuración de creencias de los estudiantes”; “las matemáticas son muy difíciles y no son para todos”; “deben comprenderse rápidamente”; y parece no estar de acuerdo con ellas. Identifica la influencia de estas creencias sobre su interés en la asignatura y también en la configuración de las creencias sobre sí misma: “no eran para mí” que finalmente desembocaron en renunciar a la asignatura, manteniendo únicamente un objetivo de rendimiento (debo aprobar la asignatura).

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 9. | Investigadora | <i>¿Y sigues pensando igual?</i> |
| 10. | Carmen | <i>No sé, cuando he visto los ejercicios me han parecido fáciles y a lo mejor si eso lo hubiese pensado cuando era más pequeña, me hubiesen dado la oportunidad de pensar, pues a lo mejor se me hubiesen dado mejor de lo que se me dieron.</i> |

En esta primera fase afirma sentirse interesada por las actividades opuestas a aquellas que tuvo que desarrollar durante su etapa escolar identificando a las tareas que le planteamos como sencillas y atractivas, de manera que después del primer contacto con ellas ya contaba con estrategias para su resolución. En este sentido, es posible establecer una relación entre la sensación de libertad para pensar y hacer que le brinda la ausencia de presión y el interés y curiosidad que finalmente le hicieron ofrecerse como voluntaria para participar en nuestro trabajo de investigación.

Durante el transcurso de esta entrevista percibimos comodidad, tranquilidad y confianza en Carmen. Su tono de voz es suave, su rostro y cuerpo se mantienen relajados y mira directamente a los ojos mientras responde nuestras preguntas.

En esta primera fase pudimos obtener los rastros afectivos presentados en la Tabla 8.4.1.

Tabla 8.4.1. Rastros afectivos emergentes durante la entrevista previa correspondiente a la primera fase

Sistema de creencias	<p><i>Sobre las tareas:</i> son más sencillas de lo que esperábamos [2] <i>Creencias que le transmitieron sobre las matemáticas:</i> son difíciles e inalcanzables [8]; no son para todos [8] <i>Creencias que le transmitieron sobre su enseñanza:</i> hay que entenderlas a “la primera” [8] <i>Creencias sobre uno mismo:</i> Autoeficacia: las matemáticas no eran para mí [8]</p>
Sistema motivacional	<p><i>Intereses:</i> las matemáticas no le interesaban [8] por participar en la investigación [10]</p>
Actitudes	<p>Renuncia a las matemáticas durante su escolaridad [8]</p>

Durante la tercera fase del estudio empírico buscaremos obtener más información sobre las siguientes cuestiones:

- Hasta qué punto asumió como propias las creencias que le transmitieron en su etapa escolar.
- Cómo influyeron en su desempeño.
- Si dichas creencias se han modificado con el paso del tiempo.
- También consideramos oportuno conocer su postura crítica sobre dichas creencias desde su perspectiva de futura maestra.

8.3.2.2. Fase 2: Resolución de las tareas

Tarea 1

1. Plano semiótico

Carmen empieza la primera tarea con confianza, seguridad y curiosidad. Durante los primeros minutos de contacto, previos a la entrevista de la primera fase, relacionó los enunciados con estrategias heurísticas, probablemente a partir de sus experiencias anteriores. Su actitud es respetuosa y posee normas asociadas al trabajo cooperativo, de manera que no interrumpe a su compañera ni insiste en terminar de compartir una propuesta cuando es interrumpida, por el contrario responde con empatía.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza segmentos discontinuos para completar los triángulos de las imágenes y así demostrar su hipótesis sobre la longitud de los perímetros.

Escribe como conclusión: “*La longitud de los perímetros es la misma en todos los casos. Es como una tarta, podemos dividirla en dos, cuatro, ocho, pero la tarta seguirá siendo la misma.*” (Anexo A.2.6.)

A partir de la analogía que emplea para justificar su conclusión, intuimos una confusión entre área y perímetro.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.4.2).

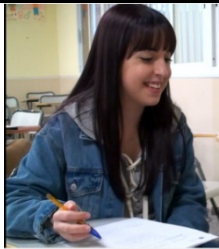

Tabla 8.4.2. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Carmen – tarea 1

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<p><i>Claro. Lo que yo he hecho aquí ha sido... [2].</i></p> <p><i>Yo he puesto lo mismo pero con la tarta, que da igual las veces que [...] [10]. [Se muestra de acuerdo con su compañera, le explica lo que ella hizo para, si fuera necesario, hacer aportes al trabajo de ambas].</i></p> <p><i>Claro, y daría lugar a la ... [6]</i></p> <p><i>Claro. Yo lo tenía puesto en la conclusión, de que ... [8]</i></p> <p><i>Claro, lo hacemos así si quieres o... [14]. [Se esfuerza por demostrar su acuerdo, no le preocupa ser interrumpida; vislumbramos una actitud flexible y abierta así como normas asociadas al trabajo cooperativo].</i></p>
Empatía (emoción)	<p><i>[Risa] y yo en tartas [12] [quita importancia a un comentario de su compañera, riendo y siguiendo su tendencia]</i></p>

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la primera tarea (Tabla 8.4.3).

Tabla 8.4.3. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 1

	
Imagen 1 [4]	Imagen 2 [15]
<p>Disfrute (emoción), interés, compromiso (normas asociadas al trabajo cooperativo), motivos compartidos (motivación) y tranquilidad (respuesta emocional). <i>[Cara y cuerpos relajados e inclinados hacia la tarea. Tono de voz suave. Busca a su compañera para cooperar y enfrentarse a la tarea. Sonríe]</i>. Evidencia afectos vinculados con el trabajo cooperativo.</p>	<p>Respeto (valor) y curiosidad (actitud). <i>[Observa con curiosidad y atención evitando interrumpir o invadir el espacio de su compañera]</i>. Carmen respeta el tiempo que Ana Belén necesita para escribir una respuesta que sea satisfactoria para ella. No se limita a una espera pasiva, por el contrario, demuestra interés y curiosidad por la producción de su compañera.</p>

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.4.4).

Tabla 8.4.4. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la primera tarea.

Conocimientos matemáticos	Triángulo equilátero [2] Cantidad de magnitud [10] Equivalencia de figuras [16] Conservación de la cantidad [10]
Relaciones	Entre área y perímetro [10] Entre longitud y perímetro [10]
Estrategias heurísticas	Búsqueda de regularidades [2; 4] Uso de analogías [10; 12] Componer [2; 4; 10] Visualizar [2]
Sistema motivacional	Interés [4] <i>Motivación:</i> motivos compartidos [4]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [2; 6; 8; 10; 14]; compromiso [4] <i>Valores:</i> respeto [15]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> empatía [12]; disfrute [4] <i>Respuestas emocionales:</i> Tranquilidad [4]

Actitudes	Flexibilidad [2; 6; 8; 10; 12] Curiosidad [15]
------------------	---

Durante la resolución de la primera tarea obtenemos información limitada sobre los usos del conocimiento matemático desplegados y sobre las reacciones afectivas de Carmen.

Resuelve la tarea utilizando la composición y descomposición de figuras y la conservación de la cantidad, relacionando adecuadamente longitud y perímetro así como también la conservación de la cantidad. Sin embargo, encontramos un pequeño desajuste en la analogía empleada por Carmen para argumentar su respuesta pues intuimos que se produce una confusión entre área y perímetro.

Sin embargo, su conducta no puede describirse como pasiva pues se esfuerza continuamente por hacer aportes y alcanzar el consenso con su compañera y también por trabajar de manera cooperativa demostrando compromiso, interés y curiosidad.

Los fenómenos afectivos que vislumbramos durante la resolución de esta primera tarea se caracterizan principalmente por estar orientados al trabajo cooperativo: sistema motivacional: motivos compartidos; interés por la tarea; sistema de valores y normas: respeto y normas asociadas al trabajo cooperativo; sistema emocional: empatía; actitudes: flexibilidad, compromiso, apertura y curiosidad.

Esperamos obtener más información y buscar el consentimiento sobre las siguientes cuestiones en la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Búsqueda del consentimiento sobre el uso de una analogía relacionada con el área para explicar los argumentos sobre el perímetro.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

Tarea 2

1. Plano semiótico

Su compañera lee en voz alta el enunciado y en cuanto termina, le dice la respuesta correcta. Carmen no ha tenido tiempo de buscar una estrategia y se desconcierta, pide una explicación que no le convence demasiado e intenta encontrar por sí misma una solución que le satisfaga más.

Probablemente a diferencias en la visualización de la figura y en la elección de la unidad no consiguieron llegar a un consenso de manera inmediata, aún utilizando las mismas estrategias de composición y llegando a la misma solución.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza rectángulos equivalentes a los polígonos planteados en el enunciado e intenta componerlos con los trozos de figura que quedan fuera de él. Para ello, traza flechas que indican el movimiento de dichos fragmentos (mitades). Debajo de cada figura escribe el área correspondiente de acuerdo a su procedimiento: 5'5 y 6. No hace alusión a la unidad en su respuesta.

Escribe en su conclusión: “*He llegado a esta conclusión juntando los triángulos ‘suelos’ y usando como medida de referencia los cuadrados.*” (Anexo A.2.6.)

No utiliza la terminología propia de la medida: en lugar de unidad, se refiere a “medida de referencia” y “triángulos suelos” a la mitad de la unidad (submúltiplo).

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.4.5).

Tabla 8.4.5. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Carmen – tarea 2

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Incertidumbre (emoción)	<i>Ajá</i> [20] [Asiente tímidamente, no parece convencida por las explicaciones de su compañera].
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Sí, pero si te fijas... yo antes cuando lo he mirado me he puesto a pensar que...</i> [22] [Intenta llegar a un acuerdo con su compañera, no puede terminar pero no le preocupa].
	<i>Sí... vale, vale, vale</i> [26] [Muestra su acuerdo con su compañera, reconociendo implícitamente su error].
	<i>Ya. Pero eso ya es mucho más complicado, que estemos ahora intentando...</i> [28] [Hace aportes para el trabajo conjunto].
	<i>Sí, sí. No pero lo que yo te quería decir es...</i> [30].
Respeto (valor)	<i>No, pero no me refiero a eso, para comprobar [...]</i> [32] [Intenta hacer una sugerencia, en función de la disposición de su compañera, no impone en ningún momento].
	<i>No, no; eso no. Es que, por ejemplo, este lo quitamos de aquí y lo pasamos aquí, ¿no? Este lo quitamos y lo ponemos aquí...</i> [24]



<p>Empatía (emoción)</p>	<p>[Explica a su compañera un argumento distinto al que ella plantea, lo hace sin imponer, consultando y con voz suave].</p> <p><i>No pasa nada, si lo estamos haciendo en común es lógico que tengamos las cosas igual</i> [42] [Intenta tranquilizar a su compañera, que se preocupa porque no sea aceptable una respuesta compartida].</p> <p><i>Yo lo que he hecho, mira...</i> [44] [Intenta tranquilizar a su compañera y transmitirle seguridad otorgándole sus conclusiones para que pueda compararlas con las suyas].</p> <p><i>Que se entiende</i> [48] [Sabe que su compañera está preocupada porque no está muy segura de su conclusión].</p> <p>[Risas] <i>Está bien</i> [50] [Ríe para transmitir seguridad y acuerdo a su compañera y le demuestra su aprobación sobre su conclusión].</p>
---------------------------------	---

El tono de voz de Carmen es siempre bajo y se expresa lentamente y con firmeza, sin titubeos. Asumimos que se trata de una representación de su seguridad y tranquilidad.

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.4.6).

Tabla 8.4.6. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 2

 <p>Imagen 3 [32]</p> <p>Confianza (actitud), seguridad (actitud), motivos compartidos (motivación) y apoyo (normas asociadas al trabajo cooperativo). [Cuerpo y rostro relajados e inclinados hacia la tarea de su compañera mientras le explica su razonamiento]. Explica sus ideas a su compañera con tono de voz firme y seguro, aunque suave.</p>	 <p>Imagen 4 [40]</p> <p>Confianza (actitud), empatía (emoción) y apoyo (normas asociadas al trabajo cooperativo). [Cuerpo y cara relajados, mira directamente a su compañera mientras le explica su razonamiento]. Se esfuerza por apoyar a su compañera, percibe su experiencia emocional negativa.</p>
---	--

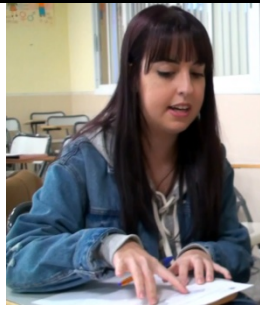


Imagen 5 [46]

Orgullo (emoción). [*Cuerpo erguido, mejillas erguidas, voz suave*].

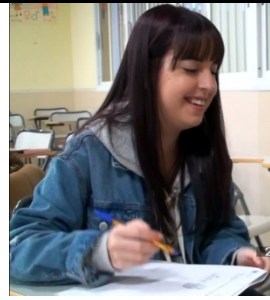


Imagen 6 [50]

Orgullo (emoción), **alegría** (emoción), **empatía** (emoción) y **respeto** (valor). [*Ríe, hace bromas*]. Intenta restar importancia al hecho de que su compañera no haya llegado a las mismas conclusiones que ella.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.4.7).

Tabla 8.4.7. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la segunda tarea.

Conocimientos matemáticos	Unidad de superficie [36; 46] Submúltiplo [46] Superficie [32; 46] Área [36] Cantidad de magnitud [34; 46] Rectángulo [36; 40; 46] Conservación de la cantidad [32] Número racional [36; 40]
Relaciones	Entre área y superficie [32; 46]
Estrategias heurísticas	Visualización [32] Elegir la unidad [36] Medir de forma directa [36] Comparar superficies [32; 34; 46] Pavimentar superficies con la unidad [36] Descomponer la superficie [24; 46] Recomponer [24; 36; 38; 40; 46] Sumar las partes [36]
Sistema de creencias	<i>Creencias sobre el contexto social:</i> roles, normas, expectativas propias y ajenas relativas a la cooperación [22; 26; 28; 30]
Sistema motivacional	<i>Motivación:</i> motivos compartidos [28; 32; 36; 38; 42]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> búsqueda del consenso [22; 26; 28; 30]; apoyo [32; 40]

	<i>Valores:</i> respeto [24; 30; 32; 50]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> incertidumbre [20]; empatía [40; 42; 44; 48; 50]; orgullo [46; 50]; alegría [50]
Actitudes	Seguridad [32;] Confianza [32; 40] Tranquilidad [tono de voz]

Para resolver la tarea Carmen hace uso de los conocimientos matemáticos, relaciones y estrategias heurísticas vinculadas a la medida de la superficie. Establece relaciones entre superficie y área, elige una unidad de medida apropiada, compara áreas de figuras y utiliza la composición y descomposición con base en la conservación de la cantidad.

Es posible vislumbrar en las acciones de Carmen compromiso con el trabajo cooperativo, la existencia de motivos compartidos y la empatía. Además de buscar la solución a la tarea se esfuerza por tranquilizar a su compañera, quita importancia a aquellos asuntos que sabe la inquietan; tiene mucho sentido del trabajo cooperativo. Probablemente estas acciones están determinadas por la relación e interconexión entre el sistema de creencias sobre el contexto social, emociones (empatía) y un sistema de normas y valores orientados a la cooperación.

Esperamos obtener más información durante la fase dialógica sobre las siguientes cuestiones:

- a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:
 - La falta de uso de los términos “unidad” y “submúltiplo”, cuyas definiciones plantea en su conclusión evidenciando un uso adecuado de los mismos.
- b) Sobre sus experiencias afectivas:
 - Emociones y sentimientos durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

Tarea 3

1. Plano semiótico

Carmen empieza la tarea con tranquilidad y confianza; después de leer el enunciado comparte con su compañera, en voz alta, su interpretación del mismo. Sin embargo, se enfrenta a la dificultad de no poder utilizar la unidad A, excepto si la trocea. No considera esta opción como apropiada e intenta buscar una manera de solventar dicho inconveniente; en este proceso la palabra *respectivamente* provoca confusión y busca ignorar esa condición para adaptarla a alguna estrategia que le permita resolver la tarea [131-141].

Su compañera y ella deciden conjuntamente utilizar más de una unidad para poder “completar” la caja. Sin embargo, cuando llega el momento de redactar la conclusión surge nuevamente la duda. Intuimos que Carmen entendía de manera correcta el significado de esa condición; sin embargo, decide ignorarla. Dicha decisión le produce

inquietud y busca apoyo en su compañera: “Ya, entonces ‘respectivamente’ ¿qué quiere decir? Que las usemos todas o que...” [157].

Deciden que para asegurar una buena respuesta, deben presentar todas las soluciones y combinaciones posibles. Vislumbramos en esta decisión una creencia sobre la enseñanza de las matemáticas subyacente, concretamente “la respuesta es más importante que el proceso”.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza un rectángulo paralelo a la base de la caja, señala con puntos los cuadrados base de la cuadrícula y los utiliza como unidad para calcular la superficie de los lados del prisma rectangular. Escribe debajo de la figura (Anexo A.2.6.):

$$\text{Base} = 4 \times 6$$

$$\text{Altura} = 3 \times 6$$

$$\text{Un lado} = 3 \times 4$$

A continuación, escribe las siguientes expresiones, que interpretamos como soluciones de la tarea, cada una de ellas encerrada en un rectángulo, probablemente para señalar sus conclusiones.

- * Si usamos A y C = 6 packages de A
6 packages de C
- * Si usamos A y B = 6 packages de A
8 packages de B
- * Si usamos B y C = 12 packages de C
8 packages de B

Junto a la figura, en el lado derecho de esta, escribe otras dos conclusiones distintas, también encerradas en un rectángulo cada una. Las interpretamos como dos soluciones más a la tarea.

- * Si usamos sólo packages de B serían 24 (8 x 3)
- * Si usamos sólo packages de C serían 18 (6 x 3)

No considera la unidad o unidades en sus respuestas.

Escribe como conclusión: “Tenemos cinco opciones, ya que solo con los packages de A no podemos completar la caja”.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.4.8).

Tabla 8.4.8. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Carmen – tarea

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Sorpresa (emoción), alegría (emoción), ¡Eureka! (respuesta emocional)	<i>¡Ah! Que primero tienes que hacerlo [...]</i> [53] [Eleva el tono de voz]. [Acaba de interpretar el enunciado de manera satisfactoria para ella]. <i>[...] A no ser que... ¡Mira!</i> [175].
Frustración (emoción) y tensión (respuesta emocional)	<i>Exacto, entonces... ¡uy, que me marea a mí esto! (risas nerviosas)</i> [55] [La interpretación de la palabra “respectivamente” le genera frustración. No encuentra una estrategia coherente con los requerimientos del enunciado]. <i>¡Hostia!</i> [95]. <i>Me estoy rayando un montón con la figura</i> [163].
Sorpresa (emoción), decepción (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	<i>¡Ah, claro! Porque...</i> [101] [por un momento cree tener una estrategia, pronto asume que no es útil].
Incertidumbre (emoción) y tensión (respuesta emocional)	<i>Espérate...</i> [57; 61; 65; 67]. <i>No sé cómo lo estaba viendo, ¡uy qué raro! ¿No?</i> [69].
Incertidumbre (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	<i>Ya... pero...</i> [129] [silencio prolongado. La incertidumbre le genera un nuevo bloqueo] <i>Yo no sé si era esto lo que nos pedía pero hemos llegado a una conclusión que...</i> [silencio] [206].
Vergüenza (emoción) y tensión (respuesta emocional)	<i>¡Ay que...! No, es que...</i> [risas] [67]. <i>¡No!</i> [Tono de voz alto y firme] <i>no, estaba viendo como si éste...</i> [71] [vergüenza, intenta explicar su error o buscar una explicación]. <i>¡Uy, yo es que!</i> [73] [risas nerviosas, flojas]. <i>Ya</i> [risas nerviosas] [165].
Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional)	<i>¡Claro! Me he atacado un montón, vale.</i> [75]. <i>No, no, no, ¡madre mía!</i> [141].
Autoconcepto (creencia sobre uno mismo)	<i>Sí, yo que soy un poco...</i> [77]. [Puede estar intentando justificar su bloqueo].
Bloqueo (respuesta emocional)	<i>Vale y ahora... es que como me he... ya... voy a hacerlo como...</i> [79]. [Silencio prolongado].

	<i>Vale, entonces... [83]. [Silencio prolongado].</i>
	<i>Altura... [91].</i>
	<i>Ya... pero... ¡Ah, ese lado de ahí! Vale, un lado, ¿no? Vale, vale; sí que no... [Risa nerviosa] un lado sería... [99] [Silencio prolongado].</i>
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Ah, vale, todas... [117].</i>
	<i>Vale, vale, vale [121].</i>
	<i>Ah, vale, vale, entiendo [163].</i>
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Claro, por eso... [145].</i>
	<i>Ya, ya, pero bueno...me refiero que nos faltaría [...] [151].</i>
	<i>Sí. ¿Ves? Sería hasta aquí, [...] [153].</i>
	<i>¿Cómo los has puesto? [159].</i>
Empatía (emoción)	<i>Sí, es un taco. Porque también... [risas] [149]. [Acepta con entusiasmo la idea de su compañera, ríe buscando distensión pues sabe que su compañera está experimentando una emoción negativa].</i>
	<i>La verdad es que sí [208]. [Más que una exclamación de satisfacción o alegría, intuimos que se trata de demostrar empatía frente a la satisfacción que su compañera expresa en voz alta].</i>
Preocupación (emoción)	<i>Todavía nos quedan dos más eh, [risas] [183].</i>
Motivos compartidos (motivación)	<i>Y ahora tenemos que pensar también B y C, que es lo que nos queda... ¿Y con B y C cuánto serían? [183].</i>

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la tercera tarea se presentan en la Tabla 8.4.9.

Tabla 8.4.9. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 3

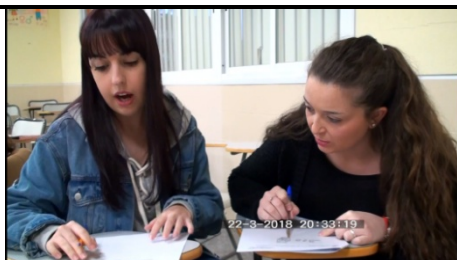


Imagen 7 [65]

Sorpresa (emoción) [*Ojos y boca abiertos*]

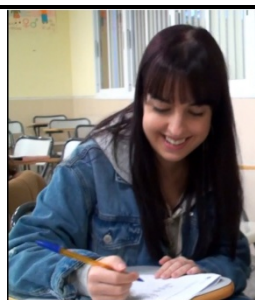


Imagen 8 [67]

Vergüenza (emoción) [*Mirada baja, cuerpo encorvado, sonrisa*]. Reconoce que cometió un error y se siente avergonzada, ríe de manera nerviosa, baja la mirada e intenta hacer bromas.

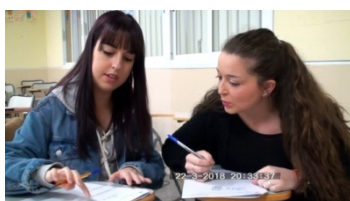


Imagen 9 [73]

Orgullo (emoción) y **seguridad** (actitud). [*Cuerpo erguido y relajado, rostro relajado, utiliza las manos para reforzar su argumento*]. Explica su estrategia a su compañera.

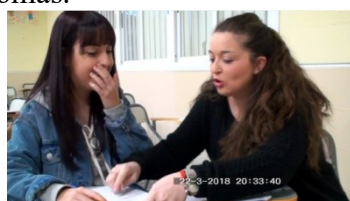


Imagen 10 [74]

Vergüenza (emoción) [*Mirada baja, sonríe y se lleva la mano a la boca*]. Reconoce que ha cometido un error y la seguridad y orgullo que experimentaba se transforman en vergüenza.

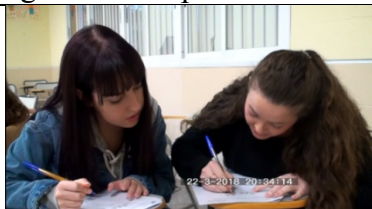


Imagen 11 [93]

Curiosidad (actitud) [*Observa con atención el trabajo de su compañera*]

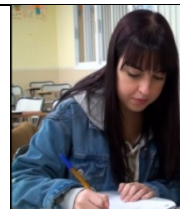


Imagen 12 [107]

Bloqueo (respuesta emocional) [*Cuerpo y rostro rígidos, labios apretados, mira fijamente el papel. Guarda silencio, no actúa*].



Imagen 13 [130]

Angustia (emoción) y **tensión** (respuesta emocional) [*Cuerpo y rostro tensos, labios apretados*]. La discrepancia entre su comprensión del enunciado y la falta de una estrategia coherente con él generan angustia y bloqueo.



Imagen 14 [136]

Decepción (emoción) y **bloqueo** (respuesta emocional) [*Cabeza gacha, ojos entornados, brazo sosteniendo la cabeza, cuerpo encorvado*]. Observa lo que su compañera le muestra, pero no dice ni hace nada.



Imagen 15 [153]

Interés, apoyo (normas asociadas al trabajo cooperativo) y **entusiasmo** (actitud) [*Cuerpo inclinado hacia la tarea, rostro relajado*]. Estas reacciones afectivas están conectadas con la concentración que se evidencia.



Imagen 16 [193]

Flexibilidad (actitud) [*Mira fijamente a su compañera, escucha con atención los argumentos ajenos*].

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.4.10).

Tabla 8.4.10. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la tercera tarea.

Conocimientos matemáticos	Cubo [93] Elementos de un prisma rectangular [57; 61; 63; 73; 75; 85; 87; 89; 109; 147; 153; 188, 201] Superficie [59; 61; 79; 103] Volumen [93; 97; 105; 107; 127; 131; 137; 169] Capacidad [141] Unidad de volumen [53; 105; 153] Localización de unidades [53; 93; 97; 115; 123; 139; 141; 171; 175; 179; 201]
Relaciones	Entre área y volumen [59; 61; 113; 147] Entre unidades distintas [131; 137; 143; 151; 153; 169; 175; 193] Coordinación espacial [97; 127]
Estrategias heurísticas	Estructurar conjuntos de unidades de volumen [105; 119; 131; 135; 137; 141; 151; 155; 177; 181; 183; 186] Composición [137; 143; 199] Organizar por composición [105; 143] Llenar [97; 105; 107; 115; 127; 131; 141; 151; 153; 155; 181] Visualizar [73; 81; 113; 163] Uso de analogías [125; 127; 149]
Sistema de creencias	<i>Sobre uno mismo:</i> autoconcepto [77] <i>Sobre la enseñanza de las matemáticas:</i> la respuesta es más importante que el proceso [189]

Sistema motivacional	Interés [153] <i>Motivación:</i> motivos compartidos [183]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> búsqueda de consenso [117; 121; 141; 145; 151; 153; 155; 159; 163; 189; 197]; apoyo [153]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> sorpresa [53; 64; 101; 175]; alegría [53; 175]; incertidumbre [57; 61; 65; 67; 69; 71; 129; 206]; frustración [55; 95; 163]; vergüenza [67; 71; 73; 74; 165]; angustia [75; 77; 130; 141]; empatía [149; 208]; preocupación [183]; orgullo [73]; decepción [101; 136] <i>Respuestas emocionales:</i> ¡Eureka! [53; 175]; tensión [55; 57; 61; 65; 67; 69; 71; 73; 75; 95; 141; 163; 165]; bloqueo [77; 79; 83; 91; 99; 101; 107; 129; 136; 206]
Actitudes	Flexibilidad [193] Seguridad [73] Curiosidad [93] Entusiasmo [153]

Carmen utiliza la estrategia de llenar el prisma con las unidades que el enunciado le proporciona. La dificultad de utilizar únicamente la unidad A para calcular el volumen se resuelve combinando unidades; no considera la posibilidad de trocear la unidad y, por lo tanto, los submúltiplos. Calcula las áreas de los lados del prisma y también el volumen de las tres unidades planteadas, utilizando para ello como unidad los cuadrados base de la cuadrícula.

Los conocimientos matemáticos evidenciados, las relaciones establecidas y las estrategias heurísticas empleadas nos proporcionan rasgos de comprensión vinculadas con identificar la magnitud implicada en una tarea, elegir una unidad adecuada como referencia, comparar y conservar cantidades y establecer conexiones entre unidades distintas, aunque no considera los submúltiplos.

Se enfrenta a una discrepancia entre la interpretación adecuada que efectúa del enunciado de la tarea y la ausencia de una estrategia coherente con esta. Esta discrepancia genera frustración y decepción que, a su vez, producen como respuesta emocional bloqueos o falta de acción. Sin embargo, también evidencia actitudes vinculadas al trabajo cooperativo y el esfuerzo.

Vislumbramos creencias subyacentes a dichas actitudes: (a) la creencia sobre que las matemáticas son difíciles, le permiten enfrentarse a un problema matemático sin que se produzca ninguna discrepancia porque sus expectativas concuerdan con la dificultad característica de un problema; (b) la creencia sobre la enseñanza de las matemáticas: la respuesta es más importante que el proceso, constituye la base de su objetivo con respecto a la tarea y dirige sus esfuerzos a estructurar una respuesta lo más cercana a (c)

la creencia sobre el contexto social, relacionada con las expectativas de los demás (en este caso concreto, busca seguridad planteando cinco soluciones posibles); (d) la creencia sobre sí misma y su autoeficacia (si me esfuerzo, puedo hacerlo) que se traduce en motivación y dirige su acción; (e) creencia sobre el contexto social (el consenso es fundamental para el trabajo cooperativo) que se relacionan con valores (respeto), emociones (empatía) y normas asociadas al trabajo en grupo.

Esperamos obtener más información y buscar el consentimiento sobre las siguientes cuestiones en la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Las razones para el cálculo del área de los lados del prisma rectangular.
- Dificultades sobre el uso exclusivo de la unidad A.
- Razones por las que combina unidades aun habiendo interpretado adecuadamente el enunciado.
- Motivos para ofrecer cinco soluciones distintas.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Un posible desajuste entre una expresión verbal, relacionada con alegría y satisfacción y su lenguaje corporal, vinculado más bien a la tranquilidad.
- Emociones y sensaciones durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

Tarea 4

1. Plano semiótico

Las dificultades de la cuarta tarea determinan las experiencias afectivas de Carmen. Resuelve la tarea en dos momentos distintos; en el primero, con una duración de un minuto, busca sin éxito una estrategia que le permita resolverla y ante la angustia y frustración experimentada, principalmente por su compañera, acepta su propuesta de seguir con la siguiente, abandonando temporalmente la tarea cuatro. Sin embargo, sólo tardan dos minutos en volver debido a la imposibilidad de encontrar una estrategia satisfactoria para la quinta tarea.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

En esta tarea Carmen no efectúa ningún tipo de escritura ni marca sobre la figura del enunciado. Únicamente presenta su conclusión en los siguientes términos:

“Si tomamos como referencia un dedo índice, serían, aproximadamente 40 dedos. 1 dedo = 1cm

La longitud sería 40 cm.” (Anexo A.2.6.)

No utiliza la palabra unidad, en su lugar hace uso de “tomamos como referencia” para describir su elección de una unidad.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Tabla 8.4.11. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de Carmen – tarea 4

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Curiosidad (actitud)	<i>A ver...</i> [209] [Lee en voz alta el enunciado de la tercera tarea].
Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional)	[Risas sonoras y prolongadas] [210]. [El primer contacto con el enunciado y la figura de la tarea discrepan con sus creencias sobre la longitud (se trata de una línea curva) generan angustia.
Frustración (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	<i>Yo te quería... he llegado a mi límite de pensar</i> [211] [Intenta hacer alguna aportación pero no puede, sufre un bloqueo producto de la frustración e intenta justificarse].
Empatía (emoción)	<i>Y yo una caracola...</i> [213] [Sigue la broma de su compañera, también ríe pero con menos intensidad, más tímidamente].
Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas y sobre el contexto social	<i>Pero es que hay que poner el resultado</i> [223] [La respuesta es más importante que el proceso y satisfacer expectativas ajenas].
Sorpresa (emoción)	<i>¡Ah, mira! Si...</i> [225] [Acaba de descubrir algo, pero no puede definirlo, su compañera cambia de tarea y a ella le parece bien]
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Pues sí</i> [251] [muestra su acuerdo con la propuesta de su compañera, no recurre a su planteamiento anterior. Es probable que aquél no le convenciera completamente]
Valoración de la actividad (actitud)	<i>Yo nunca he pensado más</i> [257] [su tono de voz suave y tranquilo, nos permite interpretar la frase como una expresión de valoración positiva más que como una expresión negativa]

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.4.12.

Tabla 8.4.12. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 4



Imagen 17 [210]

Sorpresa (emoción) y **motivos compartidos** (motivación). [*Ojos y boca abierta, silencio. Mira con atención a su compañera*]. El



Imagen 18 [212]

Incertidumbre (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Risas nerviosas, manos y brazos inquietos, hace bromas*]

enunciado la sorprende, mira a su compañera para conocer su reacción. Es posible que sus expresiones faciales sean una representación de su empatía.



Imagen 19 [252]

Disfrute (emoción), **curiosidad** (actitud) y **tranquilidad** (respuesta emocional). [*Sonríe, cuerpo y cara relajados, mejillas levantadas*]. La estrategia de su compañera le parece satisfactoria, observa atentamente las acciones de Ana Belén

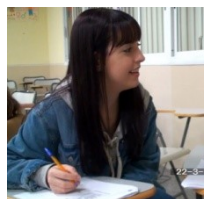


Imagen 20 [254]

Tranquilidad (respuesta emocional) y **confianza** (actitud) [*Cuerpo y rostro relajados, sonríe levemente*]. La estrategia de Ana Belén le parece convincente. No experimenta ninguna emoción distinta de las emociones de fondo.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la cuarta tarea (Tabla 8.4.13).

Tabla 8.4.13. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la cuarta tarea.

Conocimientos matemáticos	Unidad de longitud [253; 255] Cuantificación [253]
Relaciones	Entre longitud y área [217] Equivalencias entre unidades [conclusión]
Sistema de creencias	<i>Sobre la enseñanza de las matemáticas:</i> el resultado es más importante que el proceso [223]
Sistema motivacional	<i>Objetivos extrínsecos:</i> satisfacer las expectativas de los demás [223] <i>Motivación:</i> motivos compartidos [210]
Sistema de normas y valores	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [251]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> ; angustia [210]; frustración [211]; empatía [213]; sorpresa [210; 225]; incertidumbre [212]; disfrute [252] <i>Reacciones emocionales:</i> tensión [210; 212]; bloqueo [211]; tranquilidad [252; 254]
Actitudes	Curiosidad [209; 252] Flexibilidad [251]; Valoración de la actividad [257] Confianza [254]

La información sobre los usos del conocimiento matemático desplegados por Carmen durante la resolución de esta tarea, son escasos; asumimos que se debe, principalmente, a una participación pasiva de la protagonista durante esta tarea; probablemente generada por su tendencia a la escucha, el respeto y la consideración de la otra persona más que a una falta de argumentos o conocimientos.

Teniendo en cuenta estas observaciones, podemos afirmar que Carmen identifica atributos medibles, define la magnitud correspondiente, establece una unidad de medida y la compara con una unidad estándar. Reconoce las diferencias existentes en la medida de la longitud en función de la unidad que se utiliza (exige a su compañera especificarla en la respuesta), no considera suficiente otorgar únicamente la cantidad. Sin embargo, duda de la pertinencia de utilizar unidades no convencionales.

Entre los rastros afectivos evidenciados durante la resolución de la tarea, consideramos oportuno resaltar la importancia que Carmen brinda a la solución, a una respuesta bien estructurada más que al proceso. Intuimos que subyace a dicho objetivo una creencia sobre la enseñanza de las matemáticas (son pruebas lógicas y rigurosas, definiciones exactas y el lenguaje matemático es preciso), construida durante su escolaridad así como también una creencia sobre el contexto social vinculada con las expectativas ajenas.

Esperamos obtener más información y buscar el consentimiento sobre las siguientes cuestiones en la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Pertinencia del uso de unidades no convencionales.
- Importancia de explicitar la unidad utilizada.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sensaciones durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

Tarea 5

1. Plano semiótico

La resolución de la última tarea también se realizó en dos momentos distintos; el primero representó una forma de aliviar la angustia provocada por la ausencia de estrategias satisfactorias para resolver la tarea anterior. Sin embargo, el primer contacto con la quinta tarea no contribuyó a aliviar su angustia, por el contrario, es probable que la reforzara. Estuvo durante dos minutos intentando encontrar una estrategia para resolver la tarea, al cabo de los cuales volvió a la anterior. El segundo momento fue definitivo para la consecución de la solución.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza tres rectángulos distintos dentro de la figura, representa movimientos de los dedos y marca con X los cuadrados externos a la mano, tanto a derecha como a izquierda. Al lado derecho e inferior de la figura, traza un segmento que luego intenta eliminar utilizando tachones. En la parte central y superior de la figura escribe el número 3 dentro de una circunferencia.

Debajo de la figura también encontramos dos tachones grandes, a través de los cuales sólo podemos leer la palabra “cuadrado” en cada uno de ellos. Debajo de los mismos, escribe en una línea $3 \times 6 = 18$ y en la siguiente “si cerrásemos la mano ocuparía 18 cuadrados”.

Escribe como conclusión: “No podemos calcular exactamente la superficie, pero aproximadamente son 18 cuadrados, teniendo en cuenta la mano cerrada. (Dedos juntos)” (Anexo A.2.6.).

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.4.14).

Tabla 8.4.14. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Carmen – tarea 5

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Empatía (emoción)	<i>Bueno, este es mejor porque...</i> [227] [Pretende ayudar a su compañera a justificar el cambio]. <i>Sí pero ahora tú no puedes completar con este dedo esto de aquí</i> [risas], <i>te conozco</i> [231]. [Advierte a su compañera mientras ríe para demostrar su empatía y evitar que Ana Belén interprete su comentario como una crítica].
Creencia sobre la enseñanza de las matemáticas	<i>[...] parece los dos más complicados para el final</i> [233].
Decepción (emoción) y búsqueda de alivio (respuesta emocional)	<i>[...] lo metemos dentro y este se sale un poquillo pero no pasa nada</i> [233]. [Posee la creencia de que la medida de una superficie debe ser exacta, si “se sale un poquillo” indica que hay un error. Esta discrepancia entre sus creencias y las observaciones sobre su propia estrategia generan una emoción negativa (decepción) cuyos efectos intenta minimizar afirmando que “no pasa nada”]. <i>Se mete entre medias</i> [risas], <i>algo de eso...</i> [235]. [Plantea una idea de la que no está

	segura, las risas y la expresión “algo de eso” podrían buscar minimizar los efectos negativos de la decepción].
Incertidumbre (emoción) y tensión (respuesta emocional)	<i>Aproximadamente 26</i> [risas]... [237]. [No está segura de su procedimiento ni de su respuesta; la ausencia de exactitud discrepa con su creencia sobre las matemáticas].
Sorpresa (emoción)	<i>¡Ah, no!</i> [239]
Objetivo extrínseco y creencia sobre el contexto social	<i>Mejor que decir que es todo el cuadrado...</i> [243]. [Es posible vislumbrar una relación entre sistema motivacional (objetivo: cumplir con los requerimientos) y el sistema de creencias (la respuesta es lo más importante). Se esfuerza por dar una respuesta que cumpla las expectativas del otro].
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>¿Sabes?</i> [245]. <i>Es que como está la cuadrícula, vamos a usar la cuadrícula</i> [284] [Utiliza la primera persona del plural para hacer su propuesta]. [Risas] <i>Yo es que no lo veo</i> [302]. [Demuestra confianza al reconocer en voz alta que no está de acuerdo con la propuesta de su compañera].
Frustración (emoción) y bloqueo (respuesta emocional)	<i>Vamos a poner que tanto la espiral como esta no se pueden saber...</i> [247] [No encuentra una estrategia que le ayude a resolver la tarea, está bloqueada y decide “rendirse”, concluir que las tareas más complicadas (desde su perspectiva) no tienen solución; como una manera de minimizar la frustración]. <i>Es que no se me ocurre otra cosa</i> [272]. <i>Yo es que no veo otra forma de...</i> [298].
Decepción (emoción)	<i>Estos ejercicios...</i> [249]. <i>Pues no veas</i> [278].
Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional)	<i>¡Ojú!</i> [278]. <i>¡No ve!</i> [risas] [304].
Preocupación (emoción) y búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Pues tendríamos que estar reflexionando</i> [280] [Su compañera le comenta el tiempo que han empleado en la resolución de la tarea, Carmen siente preocupación (emoción) por la posibilidad de no terminar a tiempo. Asumimos que se trata de un rasgo

	del vínculo entre el sistema de creencias (la respuesta es lo más importante) y el sistema motivacional (objetivo: satisfacer las expectativas de los demás). Al hacer uso de la primera persona del plural, también vislumbramos el objetivo de trabajar cooperativamente].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Claro</i> [286]. <i>En base a lo que tú has dicho, si... lo que es la mano como está para un lado lo pones aquí dentro, vale, dentro de esto...</i> [345].
Satisfacción (emoción)	<i>¿Qué? ¡Ya está!, ¡24 cuadraditos!</i> [326] [Encuentra una solución, no se preocupa por su pertinencia, obtener una cantidad la alivia]. <i>Sí, sí,</i> [risas] [343]. [Las observaciones de su compañera le parecen apropiadas, ríe satisfecha].
Creencia sobre las matemáticas	<i>¿Cómo vamos a hacer la mitad si son 9?</i> [353]. [Una medida debe ser exacta].
Valoración del uso de la creatividad (actitud)	<i>Así, imaginación ante todo</i> [risas] [371]. [Valoración de la posibilidad de utilizar la creatividad en lugar de limitarse al uso de procedimientos estrictamente matemáticos].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.4.15.

Tabla 8.4.15. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 5

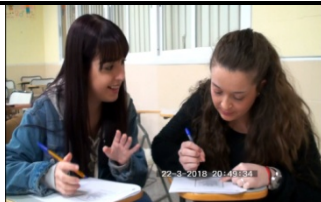


Imagen 21 [237]

Empatía (emoción) y **apoyo** (normas asociadas al trabajo cooperativo). [Mira fijamente a su compañera, risas nerviosas, comentarios que pretenden relajar la tensión o justificar sus argumentos y/o posibles errores, intenta enfatizar lo que dice utilizando las manos]. Identifica la angustia de su compañera y la relaciona con la falta de confianza sobre su propia

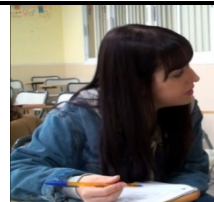


Imagen 22 [247]

Preocupación (emoción), **empatía** (emoción), **respeto** (valor) y **apoyo** (normas asociadas al trabajo cooperativo). [Mira continuamente a su compañera, la busca, se acerca a ella]. Sabe que Ana Belén no se siente cómoda con la situación y la tarea, intenta aliviarla con sus comentarios. No insiste con sus argumentos, no pretende convencerla, modifica su discurso orientándolo a mejorar el estado de Ana

propuesta. Surge la empatía que, a su vez, desemboca en acciones destinadas a apoyar a su compañera: se esfuerza por aliviar su angustia y expresa en voz alta dudas sobre sus propios planteamientos.



Imagen 23 [258]

Incertidumbre (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Cuerpo tenso, rostro serio*]. La vuelta a la tarea le genera más dudas.

Belén.



Imagen 24 [262]

Angustia (emoción), **tensión** (respuesta emocional) y **perseverancia** (actitud). [*Cuerpo rígido, rostro tenso, labios apretados*]. Si bien Carmen experimenta angustia y tensión, no se aleja de la tarea y continúa implicada en la búsqueda de una estrategia.



Imagen 25 [276]

Apoyo (normas asociadas al trabajo cooperativo). [*Se acerca a su compañera, le plantea una propuesta utilizando su mesa y sus papeles*]. Percibe la angustia y el bloqueo de su compañera, se esfuerza por ayudarle a volver a la tarea.

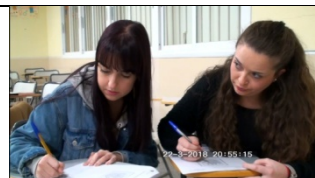


Imagen 26 [280]

Tranquilidad (respuesta emocional) e **interés**. [*Cuerpo inclinado hacia la tarea, cuerpo y rostro relajados*].



Imagen 27 [282]

Sorpresa (emoción). [*Ojos y boca abiertos, mira fijamente a su compañera*]. No esperaba los movimientos repentinos de su compañera.



Imagen 28 [302]

Tranquilidad (respuesta emocional) y **confianza** (actitud). [*Plantea sus dudas sobre la propuesta de su compañera con tono de voz sarcástico, ríe*].



<p>Imagen 29 [342] Asombro (emoción) y curiosidad (actitud). [<i>Ojos y boca abiertos, mirada fija</i>]. La curiosidad se genera como resultado del asombro ante una propuesta distinta.</p>	<p>Imagen 30 [374] Alivio (emoción), orgullo (emoción) y tranquilidad (respuesta emocional). [<i>Suspira, relaja el cuerpo, lo estira, buscan con la mirada a la profesora</i>]. Acaba de terminar la última tarea, la sensación de haber cumplido con el reto le produce orgullo, busca a la profesora para enseñarle sus resultados.</p>
---	--

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de esta tarea (Tabla 8.4.16).

Tabla 8.4.16. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la quinta tarea.

Conocimientos matemáticos	<p>Área [276; 280] Superficie [276; 288; 349; 359; 361] Comparación de unidades [231; 282] Unidad de superficie [237; 282; 310; 315; 373] Cantidad de magnitud [237; 264; 276; 280; 324] Polígono [229] Cuadrado [237; 243] Rectángulo [349; 357] Recuento [237; 260; 264; 353]</p>
Relaciones	<p>Entre área y superficie [276; 280; 288; 351; 359] Entre figuras geométricas [231; 245; 288; 349; 351; 357]</p>
Estrategias heurísticas	<p>Elegir la unidad [231; 237; 239; 282; 284; 310; 315] Medir de forma directa [237; 276] Comparar superficies [329; 331; 347] Aproximar [233; 237; 262; 266; 310; 313] Pavimentar superficies con la unidad [237; 264] Descomponer la superficie [233; 239; 245; 264; 280; 288; 296; 300; 337; 339; 351; 353; 357; 367] Recomponer [231; 233; 235; 239; 245; 264; 266; 268; 280; 288; 296; 337; 339; 345; 351; 355; 357] Cuantificar [237] Visualización [345; 347; 351; 380]</p>
Sistema de creencias	<p><i>Sobre las matemáticas y su enseñanza:</i> hay tareas más fáciles que otras [233]; una medida debe ser exacta [233; 237; 247; 353]; la respuesta es más importante que el procedimiento [243; 280; 363]; no es correcto poner la misma respuesta [363; 365; 373] <i>Sobre el contexto social:</i></p>

	Los demás esperan que lo haga bien.
Sistema motivacional	Interés [280] <i>Objetivo extrínseco:</i> satisfacer las expectativas de los demás [243; 280; 363; 373]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> búsqueda de consenso [227; 231; 245; 280; 282; 284; 286; 292; 296; 300; 331; 335; 337; 339; 347; 359; 371]; consenso [302; 345]; apoyo [237; 247; 276] <i>Valores:</i> respeto [247]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> empatía [227; 231; 237; 247; 371]; angustia [262; 278; 304]; incertidumbre [237]; vergüenza [237; 258]; sorpresa [239; 278; 282]; frustración [247; 272; 298]; decepción [233; 235; 249; 278]; preocupación [247; 280]; alivio [326; 343]; asombro [342] <i>Respuestas emocionales:</i> búsqueda de alivio [233; 235]; tensión [237; 258; 262; 278; 304]; bloqueo [247; 272; 298]; tranquilidad [280; 302; 374]; búsqueda de distensión [294]
Actitudes	Perseverancia [262; 276; 280] Confianza en su compañera [302] Valoración del uso de la creatividad [371] Burla [301; 302] Curiosidad [342]

Carmen relaciona superficie y área, elige una unidad apropiada y la utiliza para pavimentar la superficie. Sin embargo, debe enfrentarse a la dificultad de completar la superficie de una figura curva con cuadrados; para ello decide descomponer y recomponer pero también ignorar los espacios más pequeños que considera no pueden ser completados. Le quita importancia en lugar de considerar la aproximación como una respuesta válida.

Sus esfuerzos por trabajar de manera cooperativa, a través del consenso, se hacen patentes en las numerosas representaciones orales que evidencian las normas intrínsecas que dirigen las interacciones con su compañera. Estas normas pueden estar relacionadas con el sistema de creencias sobre el contexto social y el trabajo cooperativo. Sin embargo, se preocupa por estructurar una conclusión escrita distinta de la de su compañera; cuyo origen, probablemente, se encuentre en sus creencias sobre la enseñanza de las matemáticas (importancia de la respuesta, copiar no es apropiado). En este sentido, podemos evidenciar una discrepancia entre dos creencias opuestas relativas al trabajo cooperativo, por un lado, y la individualidad por el otro [363; 365].

De este modo, dejamos pendientes las siguientes cuestiones para la fase dialógica:

- a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:



- Dificultad o dificultades asociadas a esta tarea (plantearemos la cuestión de manera abierta para no dirigir sus respuestas y poder obtener más información sobre los conocimientos matemáticos que Carmen posee, estrategias que considera útiles y válidas y las relaciones que puede establecer).

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sensaciones durante la resolución de la tarea. Buscaremos el consentimiento a partir de nuestras interpretaciones sobre sus estados afectivos.

8.3.2.3. Fase 3: Búsqueda del consentimiento con el otro

El último plano del círculo hermenéutico de la interpretación planteado por el OMIUM, la tercera fase en nuestro estudio empírico, está constituido por la búsqueda del consentimiento con el otro a través de la interacción dialógica entre protagonista e investigadora. Para hacerlo efectivo, es preciso haber transitado por los planos semiótico y fenómeno-epistemológico previamente de manera que las cuestiones abiertas a tratar durante la fase dialógica estén ya definidas. Sin embargo, al tratarse de entrevistas conversacionales existe flexibilidad en el tratamiento de los asuntos establecidos previamente. Para el presente estudio de caso tendremos en cuenta las siguientes cuestiones, que se abordarán por tareas (Anexo A.2.8.).

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Búsqueda del consentimiento sobre el uso de una analogía relacionada con el área para explicar unos argumentos sobre el perímetro.
- La falta de uso de los términos “unidad” y “submúltiplo”, cuyas definiciones plantea en su conclusión evidenciando un uso adecuado de los mismos.
- Las razones para el cálculo del área de los lados del prisma rectangular.
- Dificultades sobre el uso exclusivo de la unidad A.
- Razones por las que combina unidades aun habiendo interpretado adecuadamente el enunciado.
- Motivos para ofrecer cinco soluciones distintas.
- Pertinencia del uso de unidades no convencionales.
- Importancia de explicitar la unidad utilizada.
- Dificultad o dificultades asociadas a la quinta tarea (plantearemos la cuestión de manera abierta para no dirigir sus respuestas y poder obtener más información sobre los conocimientos matemáticos que Carmen posee, estrategias que considera útiles y válidas y las relaciones que puede establecer).

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Buscaremos obtener más información sobre las creencias que le fueron transmitidas durante los niveles educativos anteriores, si aún las posee o si se modificaron, proceso de modificación de las mismas, sistemas de creencias que

posee en la actualidad y su postura crítica frente a las creencias que logró modificar desde su perspectiva de futura maestra.

- Un posible desajuste entre una expresión verbal, relacionada con alegría y satisfacción y su lenguaje corporal, vinculado más bien a la tranquilidad.
- Emociones y sensaciones durante la resolución de cada una de las tareas; teniendo en cuenta las diferencias epistemológicas entre ellas, las asumimos como situaciones distintas que pueden generar respuestas afectivas diferentes.

1. SOBRE LOS USOS DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

1.1. Sobre conocimientos matemáticos

- a) La interpretación que efectuamos sobre los usos de la unidad, durante la segunda tarea, nos sugieren la pertinencia de buscar el consentimiento con Carmen.

77. Carmen *Sí, porque es muy fácil de ver cómo un triángulo... o sea por ejemplo este triángulo de aquí encajaría aquí si lo giras, se veía a simple vista fácil. Además yo lo dibujé encima como que esto quedaría como un rectángulo y le faltaría un trocito por eso el 5,5 y este [refiriéndose a la otra figura] sí sería entero, como para ver las dos figuras que son diferentes que serían iguales más o menos.*
78. Investigadora *Tu respuesta es 5, 5. ¿Cuál era tu unidad?*
79. Carmen *Los rectángulos estos de aquí, ¿o cuadraditos?*
80. Investigadora *Parecen más bien rectángulos, ¿no? Vale. De acuerdo [...]*

Los argumentos que plantea Carmen nos permiten conocer que, en realidad, utilizó dos unidades distintas: el triángulo que se forma al trazar la diagonal de los rectángulos base y los propios rectángulos. De este modo conocemos también cómo establece relaciones entre ambas unidades y cómo elige cuándo utilizar una u otra. Es así como obtenemos más información sobre los usos del conocimiento matemático desplegados por Carmen. Interpretamos que evita utilizar los números racionales, y por ese motivo utiliza los triángulos como unidad.

La figura genera confusión sobre la forma del polígono base, no queda claro si se trata de un cuadrado o de un rectángulo. Esta duda impidió que Carmen incluyera esta información en su respuesta y conclusión.

- b) La tercera tarea implicaba el uso de tres unidades de superficie distintas; buscamos conocer los motivos de las cinco soluciones distintas planteadas por Carmen y su compañera.

80. Investigadora *[...] ¿Y la otra?*
81. Carmen *¡Ufffff!*
82. Investigadora *La tercera, ¿qué tal? ¿Por qué dices “ufff”?*
83. Carmen *[risas] porque nos surgían dudas de... como era “respectivamente” pensábamos con A, con B y con C y conforme íbamos haciendo con cada uno, llegamos a la*

conclusión de que con A no se podía llenar entero porque claro como tiene altura de 2 y este es de 3, si no recuerdo mal, ¡sí! Pues como que la parte de arriba no se podría llenar con esto, entonces...

84. Investigadora *Ajá, pero esa idea no la has puesto en las conclusiones, ¿no?*
85. Carmen *¿Dónde? Aquí está... si con los de A no podemos completar la caja...*
86. Investigadora *¡Ah, vale!, cierto, aquí está.*
87. Carmen *Entonces, eh, como veíamos que con ese no podíamos creo que pusimos eh, ya las combinaciones. Llegamos a pensar si usamos sólo A no podemos completar la caja entonces usamos A con C que sí es pequeñito de altura, entonces sí podemos llenarlo, eso nos llevó a pensar otra vez que con B podríamos también llenarlo porque también tiene la misma altura que C. Y empezaron a surgir combinaciones y dijimos, bueno vamos a probar sólo con B que sí se puede y sólo con C que también, y ya pusimos ahí un caos de cosas que...*

Carmen utiliza las estrategias adecuadas y sus conclusiones son pertinentes; sin embargo, evidencia un desajuste entre unidad y submúltiplo pues no considera la posibilidad de partir la unidad y dar como medida un número racional. Esta cuestión dirige su búsqueda de una estrategia que le permita salvar dicho inconveniente, sin éxito. Su incertidumbre es evidente, incluso en esta fase, cuando la tarea está resuelta.

1.2. Sobre estrategias

- a) Buscamos el consentimiento sobre el uso de una analogía que, empleada tanto por Carmen como por su compañera, relacionamos con una confusión entre área y perímetro.

23. Investigadora *Vale. La primera estuvo muy bien, ¿verdad? Sin ningún problema. La viste sencilla, fue mirarla y saber qué hacer, ¿verdad? Tú me lo comentaste: “el perímetro es el mismo en todos los casos. Es como una tarta, podemos dividirla en dos, cuatro, ocho, pero la tarta seguirá siendo la misma”.*
24. Carmen *Sí. Yo lo vi así, como si hubiésemos partido una tarta en distintos trozos y los hubiésemos colocado en línea continua.*
25. Investigadora *Vale. Pero estamos hablando de los perímetros, ¿no?*
26. Carmen *[Risas tímidas]*
27. Investigadora *Vamos a aprovechar que también está Ana porque quería comentarles una cosita. Fíjate, vamos a suponer, porque tú hablabas de tarta [refiriéndose a Carmen] y tú de chocolate [refiriéndose a Ana Belén]...*
28. Carmen *Teníamos hambre a esa hora [risas].*
29. Investigadora *Bueno...*

30. Ana *Pero ahora no me queda tan claro...*
31. Investigadora *Entonces dices: "es como si una tableta de chocolate", yo lo veo más fácil que una tarta porque quizás al ser redonda podría ser más complejo, ¿vale? Vamos a suponer que tenemos esta tableta de chocolate y tenemos 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1. ¿Vale? ¿Sí? ¿Qué pasa si yo hago esto?*
32. Ana *Eso es lo que yo hice.*
33. Investigadora *Y dices que es lo mismo ¿no? 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. 1, 2, 3, 4, 5, 6...*
34. Ana *Sí, porque...*
- 35.. Investigadora *¿No? ¿Es lo mismo?*
36. Carmen *Claro, es como que lo hemos dividido y lo hemos puesto de otra forma.*
37. Investigadora *Estamos hablando del perímetro, ¿qué es el perímetro?*
38. Ana *La suma de los lados.*
39. Investigadora *La suma de las longitudes de los lados, vale.*
40. Carmen *Ajá, entonces...*
41. Investigadora *¿Es lo mismo?*
42. Ana *Claro, 8 por 1 y 4 por 2 son 8.*
43. Investigadora *1, 2, ..., 12.*
44. Carmen *Aquí hay 24.*
45. Investigadora *¿Y aquí hay 24?*
46. Carmen *Bueno, no... no sé.*
47. Investigadora *¿Las contamos? 1, 2, ..., 18.*
48. Ana *¡Ah, 18!*
49. Carmen *Yo pensaba que era el doble, claro porque este lado con este lado, se unen.*
50. Ana *¡Claro!*
51. Investigadora *Claro, está esto, ¿verdad?*
52. Ana *Sí. Se vuelve a formar otro lado más.*
53. Carmen *Claro.*
54. Ana *No es el doble.*
55. Carmen *Claro.*
56. Investigadora *Yo creo que hay una confusión con el área.*
57. Carmen *¡Claro! Porque el área sí sería la misma, lo de dentro digamos, el chocolate.*
58. Investigadora *Exactamente.*
59. Carmen *Pero no los lados de la tableta o del chocolate.*
60. Investigadora *Eso es, ¿lo ven?*
61. Carmen *Sí. Entonces no era tan fácil [risas].*
62. Investigadora *¿No crees que tu respuesta sea correcta?*
63. Carmen *Si me hubieran pedido el área, sí, pero... claro.*
64. Investigadora *¿Tú crees que el área es la misma en estas figuras?*
65. Carmen *Tampoco.*
66. Investigadora *A ver, vuestra respuesta es correcta. Es decir, el perímetro es el mismo pero la razón no es la que plantean.*
67. Ana *Nosotros lo que hicimos era, por ejemplo, quitar este lado y ponerlo aquí y este lado ponerlo aquí y ya tenemos el primero y con el resto más de lo mismo.*

68. Investigadora *Efectivamente, eso es.*
69. Ana *Pero ya no sé cómo llegamos ni a la tarta ni al chocolate.*
70. Investigadora *Ahí empezó la confusión, ¿no?*
71. Carmen *Claro, porque nosotras dibujamos esto, ¿no? como completar la figura colocando lado con lado entonces no pasaría nada porque no se aumenta la cantidad. Pero intentamos encontrar una respuesta a lo mejor más simple o más visual como una tarta o un chocolate para explicarlo y ahí cambiamos el sentido y la versión.*
72. Investigadora *Claro, entiendo, pero vuestro procedimiento y la respuesta son correctos, lo que pasa es que hubo confusión entre área y perímetro y la relación entre ellos.*
73. Carmen *Y también intentar simplificarlo. En ese proceso de simplificar algo para ponerlo con un ejemplo ya hemos confundido de perímetro a área.*

Logramos el consentimiento cuando el argumento sobre la diferencia entre área y perímetro así como la relación entre ambas les parece satisfactorio.

- b) Durante la tercera fase de nuestro estudio, Carmen plantea una estrategia que no había considerado durante el episodio para resolver la cuarta tarea.

111. Carmen *[...] Y no sé, otra cosa que podría hacer si tuviésemos herramientas para hacerlo que no fuese como ahí que teníamos un boli y los dedos, pues con una cinta métrica, de estas de costura como ponerla de alguna forma para que hiciese la espiral y luego ya ponerla como si ya te da... ponerla en línea recta sí se podría medir en centímetros. Pero claro, sin eso pues más o menos a ojo.*
112. Investigadora *Pero mediste, ¿no?*
113. Carmen *Eh... sí, suponiendo que nuestros dedos midan un centímetro más o menos, lo que es la yema, pues serían 40 centímetros [risas].*

Carmen identifica como una limitación la falta de instrumentos de medida para el cálculo de la longitud de la espiral. Dicha limitación le impide que su procedimiento y su respuesta utilicen centímetros (unidades estándar); hecho que identifica como exacto y correcto contra la alternativa de medir “a ojo”. La cinta métrica representó una buena solución teniendo en cuenta que se trata de un instrumento de medida estándar que puede asumir la forma de una espiral. Evidenciamos la falta de uso de la aproximación como una forma de medir válida.

- c) También aporta información sobre el momento de encontrar esta estrategia:

120. Investigadora *Y lo de la cinta métrica, ¿cuándo se te ocurrió? ¿Antes, durante o después?*
121. Carmen *No, porque lo hemos estado hablando porque hemos estado pensando, a ver algo que... porque intentábamos recordar porque después de semana santa, y... hemos estado pensando y algo que pudiésemos cambiar de lo*

que hicimos y ya pues hemos estado dándole vueltas y lo he pensado por eso, porque es como cuando mi madre cuando guarda la cinta esa en la caja de costura hace una cosa así, entonces pues se me ha venido a la cabeza.

122. Investigadora *Pero eso ha sido ahora, ¿no?*
123. Carmen *Sí, sí, ha sido totalmente improvisado, hace diez minutos.*

d) Buscamos el consentimiento sobre los usos desplegados durante la última tarea.

124. Investigadora *Entiendo. ¿Y la última?*
125. Carmen *[Risas] a la vista está que con tantos tachones... yo ¡odio! Hacer tachones, pero claro cuando no me queda más remedio y... y eso... pues yo al principio lo que había pensado es aplicar un poco lo de la figura anterior de... la segunda, pero claro, aquí se ve sencillo porque o sea son figuras geométricas que son exactas, pero una mano no es exacta porque un dedo... no siempre son iguales.*
126. Investigadora *¿Por las curvas?*
127. Carmen *Claro, las curvas ¿no? Y que era muy complicado decir bueno si este hueco que hay entre un dedo lo pongo aquí, entonces dije, bueno así a ojo pues este cuadrado pues como no tiene apenas nada más que ese cachito, pues lo quité, estos dos igual y estos tres así.*
128. Investigadora *Vale.*
129. Carmen *Pero después dije, es algo, lo escribí todo pero ya cuando ella dijo bueno ¿y si cerramos la mano? Se quedaría... claro todo este espacio desaparecería y dije bueno, pues vale, llevas razón [risas] y ya lo pensamos así y ya lo reducimos por eso aquí, creo que puse 24 cuadrados y al final se quedó en 18.*
130. Investigadora *Ajá.*
131. Carmen *Y lo que es el total, este de aquí, dije pienso que sería más exacto dentro de lo inexacto que es eso [risas].*
132. Investigadora *¿Cuál era tu unidad?*
133. Carmen *El cuadrado también, pero tomando como referencia que la mano estuviese dentro de este porque sería cerrada en lugar de abierta.*
134. Investigadora *Vale. ¿Es una medida aproximada?*
135. Carmen *Sí. Totalmente aproximada.*
136. Investigadora *¿Eso es bueno o malo?*
137. Carmen *Ehhh... es que bueno claro, la pregunta pone ¿cuánto mide? Entonces, por lo general, siempre que nos han preguntado de pequeñas tienes que decir la respuesta que es a menos que te digan aproxima, entonces cuando te preguntan algo tienes que decir como la verdad absoluta. Porque si aproximas es como si pierde credibilidad lo que estás diciendo.*

Nuevamente, encontramos indicios de la falta de reconocimiento de la aproximación como una forma de medida.

2. SOBRE SUS EXPERIENCIAS AFECTIVAS DURANTE EL EPISODIO

2.1. Sobre su pasado matemático

a) Carmen identifica las creencias sobre las matemáticas que le fueron transmitidas durante su etapa escolar y establece una relación directa entre éstas y su rendimiento académico.

3. Investigadora *¿Qué sentías cuando tenías que resolver un problema? Teniendo en cuenta esa idea que tenías.*

4. Carmen *Me costaba más a priori, ¿no? Porque yo tenía una imagen de que aquello a lo que me iba a enfrentar iba a ser demasiado complicado para lo que yo entendía. [...]*

Es posible establecer conexiones entre la creencia sobre las matemáticas (son muy difíciles); el bajo nivel de motivación que le generó y la actitud de renuncia a tener éxito en las mismas. Su objetivo (sistema motivacional) se transforma así, en un objetivo de rendimiento, “sólo importa aprobar”, asume que no aprenderá todo lo que debería o le gustaría.

b) Evidencia una relación entre una creencia sobre la enseñanza de las matemáticas (la personalidad del profesor influye en el aprendizaje de los estudiantes) y su rendimiento. Intuimos que para ella la personalidad influye más en el rendimiento que el propio conocimiento matemático y la dificultad que se le atribuya.

4. Carmen *[...] porque yo en cuarto de la ESO, yo tenía una profesora, ahora que estoy estudiando para ser profesora... o sea, ¡fatal! Era una persona que no hacía lo que le gustaba, al menos esa era la imagen que tenía, además nos trataba muy mal y suspendíamos la mayoría de la clase y de hecho me tuve que apuntar a una academia para matemáticas porque no ... es que no entendía, suspendía los exámenes pero con 0,25; 0,5. Me apunté a la academia, encontré una profesora que, la verdad, me enseñaba súper bien y conseguí aprobar pero tampoco con unas notas... porque ponía los exámenes muy complicados y sin embargo, pasé a bachillerato y sin academia y sin nada y sacaba sobresalientes teniendo otra profesora distinta y en teoría bachillerato sería un nivel un poco más superior que cuarto de la ESO. Aún así yo no estaba muy confiada todavía, aunque me salía bien matemáticas decidí en segundo quitármelas y tire para historia del arte y tal que me gusta más esas cosas, pero no sé... no es tanto lo difícil que sea algo o un tema o un curso sino como te lo presentan porque yo viví la experiencia esa de que estando en un curso inferior tenía que ir a una academia y luego en un curso superior con contenidos distintos no la necesitaba y sacaba buenas*

notas.

Desde su nueva posición, como futura maestra, considera que tiene más elementos para argumentar sus descripciones sobre la práctica docente de sus antiguos profesores, a la que también identifica como la causa de la mayoría de suspensos en su antiguo grupo. Relaciona la supuesta “falta de gusto por su actividad profesional” y la falta de cercanía con los estudiantes y los exámenes tan complicados; situación que se modifica al cambiar de curso y de profesora:

5. Investigadora *¿Cómo te sentías en una y en otra?*
6. Carmen *Pues en cuarto de la ESO era fatal y sin embargo cuando empecé... porque yo hice el primer examen, lo recuerdo de bachillerato como diciendo seguro que voy a suspender o voy a sacar una nota así y cuando vi que saqué creo que fue un 8 y algo o un 9, dije la profesora se ha equivocado o algo y lo vi y digo, jolín pero si lo he hecho bien y lo he hecho yo sin ayuda externa digamos, estudiando y yendo a clase.*

Este cambio produce una discrepancia entre sus creencias sobre su autoeficacia y su rendimiento, que probablemente generaron diversas emociones: sorpresa; orgullo, satisfacción y alegría. Sin embargo, la creencia sobre la influencia del profesor sobre el rendimiento estaba más afianzada y dirigió sus decisiones futuras:

- 7 Investigadora *¿No esperabas esas notas?*
- 8 Carmen *No, no lo creía. Pero aún así, pese a sacar esas buenas notas no era yo capaz de continuar matemáticas en segundo por si me tocaba otro profesor y ya no iba a ser igual.*

c) Las creencias sobre las matemáticas (son muy difíciles), sobre su autoeficacia (las matemáticas no son para mí) y sobre la enseñanza (el profesor influye de manera decisiva en mi rendimiento); generaban en Carmen incertidumbre, angustia y ansiedad. Emociones específicas de su experiencia con las matemáticas:

9. Investigadora *¿Cómo te sentías cuando tenías que hacer un examen? ¿Y la noche antes del examen? [Ambas ríen].*
10. Carmen *Es que, claro, a mí siempre me ha pasado, que como soy más de letras, o en teoría, como que me han inculcado que soy más de letras, eh, si yo estudiaba para un examen, como estaba segura de lo que había estudiado, no había aprendido de memoria, estaba segura de ello pero con matemáticas siempre tenía la incertidumbre, por mucho que yo estudie, por mucho que yo sepa hacer todos los ejercicios que hemos hecho en clase, no sé qué me va a caer en el examen, porque si te preguntan... yo qué sé,*

algo de historia... segunda guerra mundial, tú te has estudiado toda la segunda guerra mundial, te puedes quedar en blanco pero es lo único que te puede pasar. Sin embargo un ejercicio que tú has dado, yo qué sé, fracciones y ahora te... no sabes cómo avanzar, entonces... era un miedo realmente de no saber qué me iba a encontrar en el examen. La verdad que lo pasaba un poquillo mal, la verdad es que sí.

- d) Asume una postura crítica sobre el tratamiento que se hace de las matemáticas en las escuelas, las creencias que los profesores transmiten y lo identifica como parte de la realidad de nuestra sociedad contemporánea. También establece conexiones entre la presión externa y la motivación intrínseca, otorgando más importancia e influencia a la segunda.

Los siguientes extractos corresponden al Anexo A.2.7. (Fase 3 de Ana Belén) pues Carmen estuvo presente durante la conversación con su compañera y en ocasiones realizó aportaciones a la misma.

156. Carmen *Pues no sé, es que es como que vivimos en un mundo en el que nos exigen la perfección en todo, tanto en nosotras mismas como en lo que hacemos. Entonces cuando tú te sales de eso ya está mal, que no tendría por qué estar mal pero la sociedad es así, entonces cuando a un niño lo suspenden y es porque a lo mejor un problema ha hecho...*

158. Carmen *Siempre va a ser la culpa del niño.*

160. Carmen *Entonces, claro, hemos sido educados en... como si fuésemos máquinas, ¿no? Esa alienación de ese capitalismo que hay y todos somos máquinas, todos tenemos que entrar por el mismo sitio y todos debemos hacer las mismas cosas y hacerlas bien. Cuando no es así pues... qué pasa, que el resultado de eso es pobre porque no es lo mismo cuando tú haces algo por iniciativa propia, porque tú quieres o porque estás motivado o simplemente porque nadie te dice que si no lo haces bien te vaya a pasar algo. No es el mismo resultado. A mí me pasa continuamente, yo eh, por ejemplo, leer un libro, no es lo mismo que tú elijas un libro que a lo mejor no te gusta, pero empezar a leértelo porque lo has elegido tú, que cuando te dicen “tienes que leerte esto en esta semana, vas a hacer un examen de este libro”. A lo mejor el libro es una maravilla...*

162. Carmen *A mí me ha pasado muchas veces de leer un libro y decir “es que no quiero seguir leyendo.”*

2.2. Sobre los afectos desplegados

a) Durante las dos primeras tareas Carmen evidencia alegría, orgullo, empatía y disfrute. Sin embargo, durante la resolución de las tres siguientes el número de emociones que experimenta se incrementa y vislumbramos incertidumbre, frustración, angustia, preocupación, decepción y tensión. Consideramos que dichas emociones se generaron a partir de la discrepancia entre las expectativas de Carmen respecto a las tareas (son ejercicios sencillos y atractivos) y la dificultad real de las mismas. Al terminar se siente orgullosa y contenta.

11. Investigadora *Y cuando viste los ejercicios de esta práctica, tú me dijiste que te parecían sencillos, ¿no? No te parecieron complejos...*
12. Carmen *La primera página sí [risas] ya conforme fui viendo con Ana, algo más ya dije ¡uy! Ya no era tan sencillo, pero la primera sí.*
13. Investigadora *La primera sí, ¿no? Por ese primer vistazo, tú ibas tranquila, te sentías bien, cómoda, ¿verdad? A lo largo de toda la práctica, ¿cómo fue?*
14. Carmen *No sé, nos dio la sensación a Ana y a mí que, como el grado de dificultad conforme pasaban las páginas era mayor, a lo mejor no era tan difícil la solución como el proceso que tenías que hacer para eso. Entonces, el primero lo ves muy fácil porque en realidad es la misma figura pero como que dividida en más partes, pero conforme vas pasando las páginas era como... y ahora ¿qué tengo que hacer aquí? También a lo mejor, estábamos más cansadas ¿no? De tanto pensar y como que al final ya no sabemos qué hacer, pero con... al principio era más fácil, sobre todo la primera actividad era más fácil.*
15. Investigadora *¿Tus sentimientos se iban modificando a medida que ibas avanzando?*
16. Carmen *Sí, porque las dos últimas preguntas que era la de la espiral y luego la última que era la de la mano, que las dos teníamos como puntos de vista diferentes para hallar la respuesta y claro, como yo decía una cosa y ella veía otra, yo ya no estaba segura si lo que yo estaba diciendo estaba bien o si lo de ella. Porque claro, no sabíamos la respuesta ni sabíamos si estábamos a lo mejor las dos equivocadas posiblemente. Entonces ya era: dudo de mí, dudo de lo que dice mi compañera, y digo yo no sé esto cómo se hace.*
17. Investigadora *Claro.*
18. Carmen *Pero sí era como que, creo que me he confiado mucho al principio porque lo veía sencillo pero ya he pecado de confiarme y ya no sé hacer esto.*
19. Investigadora *¿Qué te iba pasando? ¿Te sentías más confundida? ¿Tenías más dudas? ¿Menos confianza?*
20. Carmen *Sí, porque cada vez que... un problema y lo hablábamos,*

que si cerramos la mano, que si la partíamos por la mitad que si quitábamos un cuadrado, entonces... pero cuando ya al final acepté su modo de verlo porque lo vi mucho más lógico que... bueno más exacto y era como que me quedé más tranquila porque dije mira, lo hemos resuelto, no sé si estará bien pero por lo menos hemos llegado a una conclusión.

21. Investigadora *Ajá. Y al terminar, ¿cómo te sentiste?*
22. Carmen *Contenta, satisfecha. Porque eso me pasa siempre, cuando algo se me quede a medias me pone muy nerviosa, tengo... a lo mejor no está bien lo que he hecho pero... yo por ejemplo no soy nunca de dejar en un examen una pregunta en blanco o en un tipo test. Qué es lo que pasa, que a lo mejor lo pones y digo no tenía que haber contestado porque me han quitado un punto pero es como si ¿y si está bien? Siempre soy de terminar.*

Las emociones experimentadas por Carmen no estuvieron únicamente relacionadas con la resolución de las tareas sino también con la interacción con su compañera. La empatía, el respeto y el apoyo estuvieron presentes durante todo el episodio, aunque Carmen no fue consciente de los mismos pues no los nombra explícitamente. Sin embargo, durante el diálogo utiliza con frecuencia la primera persona del plural e involucra continuamente a su compañera en su descripción de sus procesos [16; 20].

- b) Al finalizar la tercera tarea, encontramos un posible desajuste entre una expresión verbal, relacionada con alegría y satisfacción y su lenguaje corporal, vinculado más bien a la tranquilidad, le planteamos la pregunta a Carmen.

102. Investigadora *[...]. Cuando ya estaban terminando, tú dijiste “¡qué guay!”*
103. Carmen *Sí, porque... [risas] porque... lo hice totalmente sin darme cuenta, eso porque al grabarlo te das cuenta. No sé, sería la satisfacción de que... la que hemos liado para llegar a una respuesta y que al final nos ha salido bien. Porque muchas veces cuando te lías tanto haciendo algo y salen un montón de posibilidades, es como no llegar a ninguna respuesta y como llegamos a una solución, es como...*
104. Investigadora *¿Estabas contenta?*
105. Carmen *Sí, es como ¡Qué guay! Que no nos hemos perdido.*
106. Investigadora *Sí, sí...*
107. Carmen *Pues no lo recuerdo, no recuerdo haberlo dicho, pero es muy típico en mí, sí [risas].*
109. Carmen *Siempre digo algo así cuando me siento bien, satisfecha, puede ser [risas].*

Identifica esa expresión verbal con la satisfacción y también como un rasgo característico de su identidad. Sin embargo, al no recordarlo (e incluso dudar) refuerza nuestra primera interpretación: se trata de una respuesta generada por empatía, hacia su compañera (que dijo la frase en primer lugar). Sin embargo, sí

reconoce haber sentido alegría al terminar la tarea y por haber encontrado una solución satisfactoria.

- c) La cuarta tarea se resolvió en dos momentos distintos. Aunque la decisión fue, aparentemente (a partir de nuestra primera interpretación), de la compañera de Carmen, ella la asume como propia. Probablemente como una evidencia de su sistema de creencias sobre el contexto social relacionadas con el trabajo cooperativo, su sistema de valores y normas y la empatía que demuestra durante todo la segunda fase. En el siguiente fragmento también confirmamos nuestra suposición inicial sobre el motivo del cambio:

110. Investigadora *Genial, estupendo. Y la cuarta... ¿Cómo te sentiste?*

111. Carmen *Yo esta, sinceramente al principio no la vi [risas]. De hecho... se verá en el vídeo, que estábamos las dos en esta página... y dijimos lo típico cuando vemos un examen: "¡uy esta pregunta!" La dejo para el final, pasamos a la otra y dijimos: "¡uy, mejor volvemos para atrás porque es todavía peor!", [risas] [...]*

Ambos cambios de pregunta (de la cuarta a la quinta y viceversa) se realizan para minimizar la angustia que le genera la ausencia de una estrategia satisfactoria para resolver ambas tareas durante los primeros minutos.

- d) Encontramos rastros de perseverancia en la conducta de Carmen:

111. Carmen *[...] Así que digo vamos a pensar un poquito más que si esta es más fácil que la otra, podremos [...]*

La actitud de Carmen minimiza los efectos de la angustia y el bloqueo evitando que abandone la tarea por completo.

- e) Anteriormente, Carmen reconoció que suele expresar verbalmente la satisfacción y la alegría cuando termina alguna actividad que le supuso un reto y quisimos saber si experimentó la misma emoción al terminar la cuarta tarea, aunque no lo haya expresado públicamente.

118. Investigadora *Vale. ¿Aquí también pensaste ¡Qué guay!?*

119. Carmen *Guay porque mi compañera me abrió la mente y no tuve que comerme más la cabeza, no lo dije pero lo sentí [risas].*

Además de confirmar la satisfacción experimentada al terminar la tarea, vislumbramos un nuevo origen de la misma: la valoración del trabajo cooperativo y del apoyo de su compañera.

- f) En la segunda fase pudimos interpretar las reacciones afectivas de Carmen como satisfacción, orgullo y alegría; buscamos su consentimiento al respecto.

140. Investigadora *¿Qué sentiste cuando terminaste?*

141. Carmen *Me sentí aliviada y después mire el móvil, no sé si sale en el vídeo, ¿Qué hora es? ¿Cuánto ha pasado?*
142. Ambas [Risas]
143. Carmen *Porque es como lo hicimos y lo hicimos en una hora o algo así creo, porque tuvimos rato para la otra ficha pero dije ¡uy! Como pensé tanto para lo que estamos acostumbrados a hacer también en la carrera que no nos dejan mucho pensar nada más que trabajo, trabajo, trabajo. Pues era, ¡uy, qué esfuerzo! ¿no? Es como...*
144. Investigadora *¿Estabas cansada?*
145. Carmen *No cansada pero sí es como que notaba que había pensado más de lo que suelo hacer a lo mejor diariamente en clase.*
146. Investigadora *Y ¿qué sentimiento te genera esa sensación?*
147. Carmen *Bien, es como que me sentía a gusto y bien en cierto modo porque sirve de algo lo que he hecho ¿no? Y como también es para un trabajo para usted pues, lo que haya hecho esté bien o mal ha servido de algo, por lo menos.*
148. Investigadora *Claro que ha servido y mucho, gracias. Todo es muy interesante.*
149. Carmen *Interesante... tantas cruces y tantas tachones [risas]. No... pero de hecho llegué a mi casa y lo seguía recordando como “¡Ay que ver lo que hemos hecho en clase! ¿No?” Me parecía curioso porque la verdad es que en la facultad no, como que no... te dicen lo que tienes que hacer y a veces cómo, a veces no y ya está. Pero no tienes como la oportunidad de expresar, aunque te equivoques, tu imaginación, ¿sabes? Usar los dedos, que eso es una tontería aparentemente pero es una forma de resolver algo y eso no te dan la oportunidad, por lo menos nosotras no hemos tenido la suerte de que nos den esa oportunidad nunca, pero...*
150. Investigadora *Entonces, terminaste contenta ¿no?*
151. Carmen *Sí, mucho.*

3. SOBRE LA RELACIÓN COMPRENSIÓN – AFECTO

a) Al abordar el tema de los sentimientos que experimentó durante la segunda tarea, se produjo el siguiente diálogo:

74. Investigadora *[...] Si te parece vamos a seguir, ¿qué tal con la segunda? ¿Cómo te sentiste?*
75. Carmen *Esta también me parecía sencilla porque, bueno... la verdad que si esto lo hubiese hecho a lo mejor en primero o segundo de carrera no... me hubiese quedado bloqueada pero como el año pasado dimos en geometría, dimos el plano y la cuadrícula esa y estuvimos dos horas haciendo cosas y traslaciones y ya como que en mi cabeza eso lo asimilé y cada vez que veo algo así digo bueno pues tengo que completar y por eso llegamos las dos a la misma*

- conclusión porque lo vimos en clase.*
76. Investigadora *Salió rápidamente, ¿verdad? Me pareció verte cómoda, segura, tranquila.*
77. Investigadora *Sí, porque es muy fácil de ver cómo un triángulo [...]*

Carmen establece una relación entre su conocimiento sobre las estrategias que debe emplear para resolver la tarea y la tranquilidad y comodidad con que se enfrenta a la misma. Aunque no utiliza el término comprensión, lo describe como poseer un conocimiento y sus acciones asociadas. En este caso la relación tiene la dirección comprensión-afecto.

1. La resolución de la tercera evidencia una clara conexión entre afecto y comprensión.

82. Investigadora *La tercera, ¿qué tal? ¿Por qué dices “ufff”?*
83. Carmen *[risas] porque nos surgían dudas de... como era “respectivamente” pensábamos con A, con B y con C y conforme íbamos haciendo con cada uno, llegamos a la conclusión de que con A no se podía llenar entero porque claro como tiene altura de 2 y este es de 3, si no recuerdo mal, ¡sí! Pues como que la parte de arriba no se podría llenar con esto, entonces...*

Vislumbramos los sistemas de creencias de Carmen relacionados con las matemáticas y con su enseñanza. Más concretamente “las matemáticas son exactas; una medida debe ser exacta” [137; 115] y “no es posible hacer algo que no nos indica el enunciado” [137].

Por otro lado, Carmen identifica como satisfactoria la estrategia de llenar y completar; sin embargo, no considera la posibilidad de partir la unidad en submúltiplos. Es así que establecemos una conexión entre creencias (afecto) y comprensión (no hace uso del submúltiplo).

La discrepancia entre sus creencias y los conocimientos que debe emplear le generan angustia. Como una vía de aliviar dicha experiencia emocional negativa decide utilizar una nueva estrategia basada en combinar las unidades, decisión que solo le satisface parcialmente pues no cumple con los requerimientos del enunciado. La relación entre comprensión y afecto, en este caso, es bidireccional.

2. La respuesta y la conclusión planteadas por Carmen a la tercera tarea están relacionados con la creencia sobre la enseñanza de las matemáticas “el resultado es más importante que el proceso”.

88. Investigadora *Pero la resolviste, ¿no?*
89. Carmen *Sí, la resolvimos bien y ... y no sabíamos si era la respuesta que nos pedían porque como a lo mejor se refería sólo con A, con B y con C pero nosotras dijimos todas las posibilidades*
90. Investigadora *¿Para asegurarte?*
91. Carmen *Sí, porque era como que ya que habíamos llegado a ese*

pensamiento de combinar la A con las otras, porque no, así...

92. Investigadora *Para asegurarte...*
 93. Carmen *Sí, para completar la caja*

Durante la fase dialógica con su compañera Ana Belén, Carmen hizo pública su creencia (Anexo A.2.7.):

153. Carmen *Claro, es que depende de que el resultado esté bien y no que tú hayas hecho el esfuerzo de hacer algo para resolverlo. Entonces cuando el resultado es lo que importa, al final el proceso sale peor. Es lo que yo he observado*

En este caso concreto, podemos afirmar que el sistema de creencias de Carmen influye sobre sus decisiones y sus conductas subsecuentes.

3. Durante el proceso de resolución de la cuarta tarea, encontramos evidencias de la falta de uso de la aproximación. Intuimos una relación entre estas acciones y el sistema de creencias sobre las matemáticas, de manera que podemos establecer una conexión entre afecto y comprensión.

114. Investigadora *¿Tienes dudas porque es una aproximación? ¿Cuál crees tú que es más exacto? ¿40 centímetros o 40 dedos?*

115. Carmen *Eh... hombre, más exacto de... o sea lo que hemos seguido han sido 40 dedos porque es verdad que mide 40 dedos. 40 centímetros es aproximado, igual que aquí que un dedo es un centímetro. Entonces, siendo sincera, serían los 40 dedos, pero claro...tú pones eso en un examen o si alguien te pregunta cuánto mide la ventana no vas a decir mide 5 manos, quedaría feo porque la unidad estándar es la que es.*

116. Investigadora *¿Y si no has utilizado una unidad estándar?*

117. Carmen *Entonces ya 40 pues dedos, porque es con lo que yo lo he medido, eso sería lo más real.*

Además de las creencias sobre la exactitud de las matemáticas y la falta de validez de unidades de medida no estándar, vislumbramos una creencia sobre las expectativas de los demás sobre sus acciones. Todas estas creencias configuran objetivos y motivos que, a su vez, dirigen sus acciones.

8.3.2.4. Conclusiones

1. Carmen no considera sus emociones y sentimientos en la descripción de sus procedimientos, incluso cuando se le pregunta por ellos explícitamente.
2. Los afectos de Carmen están, principalmente, orientados hacia el trabajo cooperativo y es posible establecer una relación entre su sistema de creencias (sobre el trabajo cooperativo y su rol), su sistema de valores y normas (respeto, búsqueda del consenso) y su sistema motivacional (compromiso, motivos compartidos) como la base de las evaluaciones cognitivas que generan la empatía que, finalmente,

- desemboca en actitudes de flexibilidad y confianza en su compañera y acciones vinculadas al sistema de valores y normas (búsqueda de consenso y apoyo).
3. La perseverancia es otro rasgo característico de la identidad matemática de Carmen, una actitud que le ayuda a superar los bloqueos y no abandonar la tarea incluso frente a episodios de angustia y frustración. En este caso, es posible establecer una relación entre afecto y comprensión (la actitud define las acciones vinculadas a la comprensión).
 4. Su sistema de creencias sobre las matemáticas y su enseñanza también definen los usos que hace del conocimiento matemático, le permite descartar o elegir estrategias y dirige su búsqueda de la solución. Evidenciamos de este modo la relación sistema de creencias y comprensión.
 5. Conocer el pasado matemático de Carmen nos permite tener un acercamiento más estrecho a sus creencias que, a su vez, nos permiten explicar los usos o falta de usos del conocimiento matemático.
 6. La narrativa de Carmen sobre sus sentimientos al finalizar la segunda fase aportan mucha información sobre su sistema afectivo. En la Tabla 8.4.17 presentamos un compendio de los componentes del sistema afectivo de Ana Belén a partir de las evidencias encontradas a través nuestra interpretación.

Tabla 8.4.17. Afectos desplegados durante la investigación.

Sistema de creencias	<p><i>a) Creencias sobre uno mismo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Las matemáticas no eran para mí. <p><i>b) Creencias sobre las matemáticas:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Son difíciles e inalcanzables. - Una medida debe ser exacta. <p><i>c) Creencias sobre su enseñanza y su aprendizaje:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Hay que aprenderlas a “la primera”. - La respuesta es más importante que el proceso. - Hay tareas más fáciles que otras. - Las respuestas de dos personas distintas también deben ser diferentes. <p><i>d) Creencias sobre el contexto social:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Sobre los roles, normas y expectativas propias y ajenas relativas al trabajo cooperativo.
Sistema motivacional	<p><i>a) Objetivos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Extrínsecos: satisfacer las expectativas de los demás. <p><i>b) Intereses:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - No sentía interés por las matemáticas. - Por la actividad. <p><i>c) Motivación:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Motivos compartidos.
Sistema de valores y normas	<p><i>a) Valores:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Respeto. <p><i>b) Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Consenso.

	<ul style="list-style-type: none"> - Búsqueda de consenso. - Apoyo.
Sistema emocional	<p>a) <i>Emociones:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Incertidumbre. - Empatía. - Orgullo. - Alegría. - Sorpresa. - Frustración. - Vergüenza. - Angustia. - Preocupación. - Decepción. - Disfrute. - Alivio. - Asombro. <p>b) <i>Respuestas emocionales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - “¡Eureka!” - Bloqueo. - Tranquilidad. - Búsqueda de distensión.
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> - Seguridad. - Confianza. - Flexibilidad. - Curiosidad. - Entusiasmo. - Valoración de la actividad.
Identidad matemática	<p>Los rasgos característicos de la identidad matemática de Carmen están íntimamente vinculados a su sistema de valores y normas, más que al sistema de creencias o al motivacional. El sistema emocional, principalmente la segunda fase de las experiencias emocionales, recibe esta influencia de manera que las acciones asociadas a una determinada emoción son coherentes con los valores y normas. La perseverancia, como rasgo de su identidad, también está íntimamente vinculada con el sistema de valores y normas.</p>

7. A partir del contenido de la Tabla 8.4.17 encontramos las siguientes evidencias:

- 7.1. La evaluación cognitiva de una situación se efectúa utilizando como referencia el sistema de creencias.
- 7.2. Si el producto de dicha evaluación es una discrepancia, se genera una emoción de manera inconsciente. Quien experimenta la emoción tampoco es consciente de las expresiones faciales y corporales asociadas al fenómeno emocional.
- 7.3. Si no hay discrepancia no se genera ninguna emoción distinta a las emociones de fondo. Los seres humanos siempre sentimos algo.

- 7.4. Sin embargo, la fase de la experiencia emocional requiere de la intervención de la consciencia de manera que las acciones que se lleven a cabo, en función de la emoción experimentada, están definidas por el sistema de valores y normas.
- 7.5. El sistema de creencias puede modificarse con el tiempo. Una persona puede asumir una postura crítica frente a ellas y modificarlas.
- 7.6. El sistema afectivo, en general, es un sistema dinámico.
- 8. El fenómeno afectivo está en función del contexto y de la situación.

8.4. EPISODIO 3: CARMEN M. Y ORLANDO

Las fases 1 y 2 de los estudios de caso de Carmen M. y Orlando se efectuaron el 5 de abril de 2018 y la tercera fase con Orlando el 16 de abril y la de Carmen el 3 de mayo.

Carmen y Orlando fueron compañeros durante gran parte de sus cuatro años de estudio en la Facultad de Ciencias de la Educación; sin embargo, su relación no era cercana. Sus caracteres son muy distintos, Orlando es tímido y callado mientras Carmen es extrovertida; la pareja cooperativa constituida por ambos se formó por azar y no manifestaron tener inconvenientes en trabajar juntos.

8.4.1. Estudio de caso 3A: Carmen M.

8.4.1.1. Fase 1: Entrevista previa

Durante la entrevista previa vinculada a la primera fase del estudio de caso de Carmen buscamos, principalmente, obtener datos e información sobre dos cuestiones: (a) sus emociones, expectativas, creencias y motivaciones relacionadas con las tareas que deberá resolver y (b) conocer su pasado matemático para aproximarnos a sus sistemas de creencias actuales y sus reacciones afectivas en general (Anexo A.3.2.).

Obtenemos información sobre las siguientes cuestiones: preferencias y autoconcepto; historia personal con las matemáticas y emociones generadas por el primer contacto con las tareas.

1. Preferencias y autoconcepto

Obtenemos evidencias sobre su preferencia por las matemáticas y su autoconcepto:

- | | | |
|----|---------------|--|
| 1. | Investigadora | <i>¿Qué te han parecido las tareas?</i> |
| 2. | Carmen | <i>Fáciles.</i> |
| 3. | Investigadora | <i>¿Cómo te has sentido?</i> |
| 4. | Carmen | <i>Bien. Porque estas cosas en sí, me gustan.</i> [Sistema motivacional: preferencias] |
| 5. | Investigadora | <i>¿Siempre te han gustado las matemáticas?</i> |
| 6. | Carmen | <i>Sí, yo soy de ciencias.</i> [Creencia sobre sí misma: autoconcepto] |
| 7. | Investigadora | <i>¿Así? No lo sabía...</i> |
| 8. | Carmen | <i>Porque quería magisterio y como para selectividad me</i> |

contaban las especialidades, lo mismo, cogí ciencias. Me gustaba más. [Sistema motivacional: preferencias]

Carmen afirma tener preferencia por las matemáticas y la ciencia, motivo por el cual define a las tareas que se le plantean como “fáciles” a partir de su primer contacto con ellas. Relacionamos, igual que ella, su preferencia y gusto por las matemáticas con su autoconcepto (*soy de ciencias*).

2. Pasado matemático

Indagamos sobre su historia personal con las matemáticas en los niveles educativos previos y también en el actual:

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 9. | Investigadora | <i>Entonces, en el instituto se te darían muy bien, ¿no?</i> |
| 10. | Carmen | <i>Sí, siempre</i> [Creencia sobre sí misma: autoeficacia] |
| 11. | Investigadora | <i>¿Hubo algo que te costó un poco más o que no se te haya dado tan bien?</i> |
| 12. | Carmen | <i>Me costó mucho la trigonometría, pero cuando le cogí el truco ya lo sacaba del tirón</i> [creencia sobre sí misma: autoeficacia]. <i>Pero me costó bastante, me costó tres suspensos largos y varias recuperaciones.</i> |
| 13. | Investigadora | <i>¿Cómo lo superaste?</i> |
| 14. | Carmen | <i>Con una profesora particular y un reloj en la cocina.</i> |
| 15. | Investigadora | <i>¿Un reloj?</i> |
| 16. | Carmen | <i>Me explicó los senos, los cosenos con el reloj, en una tarde</i> [creencia sobre la enseñanza de las matemáticas: el rol del profesor es importante]. <i>A partir de ahí ya lo entendí, ya lo sacaba todo</i> [creencia sobre sí misma: autoeficacia]. |
| 17. | Investigadora | <i>¿Te gustaba ir a clases de matemáticas?</i> |
| 18. | Carmen | <i>Sí.</i> |
| 19. | Investigadora | <i>¿Y ahora en la facultad?</i> |
| 20. | Carmen | <i>Ahora... depende de. Por ejemplo, geometría el año pasado me gustó mucho porque era muy fácil</i> [relación entre creencia sobre las matemáticas y preferencias] <i>y como trabajábamos con Geogebra yo le entendía todo lo que íbamos haciendo y sacaba las conclusiones y a mis compañeros, por ejemplo, les costaba más. Pero yo lo veía muy claro, todo</i> [creencia sobre sí misma: soy buena en matemáticas]. <i>Eso siempre lo he visto muy claro y por ejemplo, este verano pasado le di clase a un niño de primero de bachiller de dibujo técnico y... y cosas que yo veía a simple vista como por ejemplo desde un banco sentado, dos edificios que están en paralelo; yo veía pues que las dos rayas se inclinaban hacia abajo conforme avanzaba la superficie y el niño me dibujaba dos prismas completos. Entonces yo sí lo veía muy claro y a él le costaba mucho. Entonces, no sé. Yo siempre... todas esas cosas, el dibujo...</i> [creencia sobre sí misma: soy buena en matemáticas] |

Carmen asegura haber tenido éxito con las matemáticas durante su etapa escolar, afirmaciones en las que encontramos nuevas evidencias de su sistema de creencias sobre

su autoeficacia [10]. El único episodio vinculado a dificultades con su aprendizaje de las matemáticas está relacionado con un tópico específico (trigonometría) [12] y atribuye sus inconvenientes al rol del profesor (de manera implícita), identificando la comprensión de dichos conocimientos a la ayuda de una profesora distinta y los recursos y metodologías empleadas [14; 16]. Emerge así, nuevamente, su sistema de creencias sobre su autoeficacia (*cuando lo entiendo, no tengo problemas*) [16] (Anexo A.3.2.).

También establecemos una relación entre los sistemas de creencias y el motivacional; su preferencia por las matemáticas tiene un vínculo estrecho con sus creencias sobre su autoeficacia, a la que Carmen identifica como la responsable de sus buenos resultados académicos con la asignatura [10] (Anexo A.3.2.). Destacamos también, dentro del sistema de creencias sobre sí misma, la correspondiente al autoconcepto (*soy muy buena en matemáticas*) a la que alude continuamente de manera implícita a través de comparaciones de su desempeño, rendimiento y habilidades con las de otras personas con las que compartió actividades matemáticas [20] (Anexo A.3.2.).

3. Experiencias emocionales durante el primer contacto con las tareas

Encontramos información sobre los afectos desplegados durante su primer contacto con la batería de tareas:

- 21. Investigadora *Entiendo, ahora viste estas tareas y te sientes cómoda, ¿no?*
- 22. Carmen *Sí.*
- 23. Investigadora *Tú crees que los vas a resolver sin problema.*
- 24. Carmen *Sí. [Tono de voz firme]*

Carmen se enfrenta a la resolución de las tareas con confianza y seguridad (actitudes), vinculadas a su sistema de creencias que, por el momento, no discrepa con la realidad, por lo que únicamente vislumbramos emociones de fondo cuya respuesta emocional es la comodidad que afirma sentir.

Durante la primera fase del estudio de caso de Carmen, encontramos los rasgos afectivos presentados en la Tabla 8.5.1.

Tabla 8.5.1. Rastros afectivos emergentes durante la entrevista previa correspondiente a la primera fase

Sistemas de creencias	<p><i>Creencias sobre sí misma:</i> autoconcepto: soy de ciencias [6]; autoeficacia: se me dan bien las matemáticas [10; 20]; cuando las entiendo, no tengo problemas [12; 16] <i>Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas:</i> el rol del profesor es importante [14; 16] <i>Creencias sobre las matemáticas:</i> la geometría es fácil [20]</p>
Sistema motivacional	<p><i>Preferencias:</i> Me gustan las matemáticas [4; 8; 18; 20]</p>
Sistema emocional	<p><i>Respuestas emocionales:</i> tranquilidad [22]</p>

Actitudes

Confianza [24]; seguridad [24]

Buscaremos obtener más información sobre las siguientes cuestiones en la fase dialógica:

- Si la confianza y seguridad que aseguró sentir antes de empezar con las tareas se mantuvo durante todo el episodio o si, por el contrario, sufrió modificaciones. Si así fuese, en qué situación o situaciones.
- Sentimientos al finalizar las tareas.

8.4.1.2. Fase 2: Resolución de las tareas**Tarea 1****1. Plano semiótico**

Carmen empieza la resolución de la primera tarea preguntando a su compañero por sus ideas. Sin embargo, no las tiene en cuenta, plantea su interpretación del enunciado y saca conclusiones sobre su observación de la figura. No se detiene a reflexionar sobre la respuesta que encuentra y la argumenta con seguridad utilizando frecuentemente la primera persona del singular.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Escribe 1 junto al triángulo de la imagen 1 de la figura; $\frac{1}{2}$ junto a la imagen 2; $\frac{1}{4}$ junto a la imagen 3 y $\frac{1}{8}$ junto a la imagen 4.

Escribe como conclusión: “Partiendo de que suponemos que I_1 es 1 el resto son las mitades respectivamente: $I_2 = \frac{1}{2}$; $I_3 = \frac{1}{4}$; $I_4 = \frac{1}{8}$ ” (Anexo A.3.5.).

Interpretamos que se refiere a la relación entre las superficies de los triángulos de las respectivas figuras; no asume a las imágenes como un todo, se centra en cada uno de los triángulos que las componen. No establece ninguna relación entre los perímetros de los mismos, objetivo de la tarea expuesto en el enunciado de la misma.

La conclusión sobre la tarea fue escrita después de terminar de resolver las cinco tareas, las inscripciones sobre la imagen son las mismas que las de su compañero y también la idea principal de la conclusión.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.5.2) (Anexo A.3.4.).


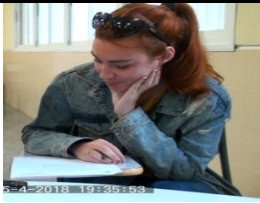


Tabla 8.5.2. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Carmen – tarea 1

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>¿Tú qué piensas de los perímetros de esta figura?</i> [1]. [Evidencia interés por conocer las ideas de su compañero].
Individualismo (creencia sobre el contexto social) y seguridad (actitud)	<i>Yo creo...</i> [3]. <i>Yo lo veo... vamos, yo lo veo así</i> [9] [Utiliza como argumento de sus afirmaciones su percepción y sus ideas. El uso reiterado de la primera persona del singular es significativo].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la primera tarea (Tabla 8.5.3).

Tabla 8.5.3. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 1

 <p>Imagen 1 [1] Curiosidad (actitud) [<i>Mirada fija en la tarea, cuerpo inclinado hacia adelante</i>].</p>	 <p>Imagen 2 [2] Ativez (emoción) [<i>Labios apretados y movimientos laterales de los mismos hacia un lado; levanta las cejas</i>]. Mientras su compañero le explica sus ideas, verbalmente le da la razón, pero su expresión facial no es coherente con sus palabras.</p>
 <p>Imagen 3 [3] Orgullo (emoción) y seguridad (actitud). [<i>Cuerpo y rostro relajados, torso erguido, mira fijamente el papel. Su tono de voz es firme</i>]. Comparte con su compañero la estrategia que ella considera apropiada y efectiva.</p>	 <p>Imagen 4 [10] Satisfacción (emoción) y tranquilidad (respuesta emocional). [<i>Rostro relajado, torso erguido, mejillas levantadas</i>]. Termina la tarea, está convencida de la idoneidad de la solución que ha encontrado.</p>

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.5.4).

Tabla 8.5.4. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la primera tarea.

Conocimientos matemáticos	Cantidad de magnitud [3; 5; 7] Superficie [3]
Estrategias heurísticas	Búsqueda de regularidades [3; 173] Ordenar [7] Comparar [3; 5; 7] Visualizar [3]
Sistema de creencias	<i>Sobre el contexto social:</i> Individualismo: [3; 9]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> Búsqueda de consenso: [1]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> curiosidad [1]; altivez [2]; orgullo [3]; satisfacción [10] <i>Respuestas emocionales:</i> tranquilidad [10]
Actitudes	Seguridad [3; 9]

Ubicamos la primera tarea dentro del segundo nivel de comprensión de la medida (longitud). Sin embargo, la rapidez de Carmen por resolver la tarea nos impide obtener información suficiente sobre los conocimientos, estrategias y relaciones que establece para resolverla. Identificamos rastros de los usos de la visualización observación de las figuras que le permiten definir una regularidad en la superficie de los triángulos sin considerar el perímetro y la longitud de los mismos, objetivo de la tarea.

Aunque verbalmente expresa interés por las ideas de su compañero (sobre el perímetro de los triángulos), no las tiene en cuenta y plantea con seguridad, desde una perspectiva individual (utiliza con frecuencia la primera persona del singular) una solución distinta basada en sus propias observaciones. Aparentemente plantea lo mismo que su compañero: “*si este es uno, el siguiente es la mitad*”; sin embargo, Carmen se refiere a la superficie y Orlando al perímetro, pero no tiene en cuenta esa diferencia.

El argumento que utiliza para defender su propuesta no tiene base matemática sino la validez atribuida a su idea: “*Yo lo veo... vamos, yo lo veo así*” [9] (Anexo A.3.4.).

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Aclarar la aparente confusión entre área y perímetro a través de la búsqueda del consentimiento sobre el enunciado y la respuesta correcta.

- Motivos por los que no se detuvo a considerar más ampliamente la propuesta de su compañero y de la aparente falta de reflexión sobre la idoneidad de sus conclusiones.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Obtener información sobre su interés por escuchar las ideas de su compañero y la aparente incoherencia de no tenerlas en cuenta durante el proceso de resolución.
- Conocer su concepción de trabajo cooperativo.
- Emociones y sentimientos al finalizar la tarea.

Tarea 2

1. Plano semiótico

Identifica la figura del enunciado de la segunda tarea con el tipo de tareas que resolvieron durante una asignatura anterior: “*El segundo lo hicimos en geometría*” [13] (Anexo A.3.4.) conocimiento que reforzó su seguridad y le permitió resolver la tarea con rapidez.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Utiliza dos letras para diferenciar las dos imágenes que constituyen la figura. Denomina *A* a la imagen de la izquierda y *B* a la de la derecha. Junto a cada una escribe: 5'5 y 6 respectivamente.

Escribe como conclusión: “*Si cada cuadrado representa $1u^2$, rellenamos y sumamos los cuadrados. Siendo $A = 5'5u^2$ y $B = 6u^2$* ” (Anexo A.3.5.)

Plantea, además de la solución a la tarea, la estrategia que utilizó para encontrarla: define como unidad de superficie un cuadrado base de la cuadrícula, componiendo unidades cuando es necesario, calculando la medida del área por iteración.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos



El conocimiento previo sobre la estrategia que debía seguir le permitió encontrar la solución de manera rápida y directa, las expresiones verbales de Carmen únicamente aportan información sobre la actividad matemática que lleva a cabo.

Durante la resolución de la segunda tarea, no encontramos ninguna evidencia verbal asociada a ninguna respuesta afectiva. El tono de voz que emplea tampoco aporta evidencias significativas sobre los afectos de Carmen.

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.5.5).

Tabla 8.5.5. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 2

	
Imagen 5 [13]	Imagen 6 [15]
<p>Sorpresa (emoción) y seguridad (actitud), motivos compartidos (motivación). [<i>Ojos abiertos, rostro relajado, leve sonrisa, mira fijamente a su compañero</i>]. Identifica la tarea con otras similares, conoce la estrategia y se lo plantea a su compañero.</p>	<p>Altivez (emoción) y seguridad (actitud). [<i>Labios apretados y movimientos laterales de los mismos hacia un lado; ojos abiertos, cejas levantadas, mira fijamente a su compañero</i>]. Le hace ver el error que acaba de cometer con tono de voz firme y alto.</p>

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.5.6).

Tabla 8.5.6. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la segunda tarea.

Conocimientos matemáticos	Unidad de superficie [17] Iteración [19; 21] Superficie [15]
Estrategias heurísticas	Elegir la unidad [17] Medir de forma directa [19; 21] Pavimentar superficies con la unidad [19; 21] Sumar las partes [19; 21]
Sistema motivacional	Motivos compartidos [13]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> sorpresa [13]; altivez [15]
Actitudes	Seguridad [13; 15]

Ubicamos esta tarea en el tercer nivel de comprensión de la medida (estructura de unidad) y no representa ninguna dificultad para Carmen, conoce la estrategia que debe seguir y los conocimientos necesarios para afrontarla con éxito. Identifica la magnitud involucrada y elige una unidad de medida acorde con ella. Pavimenta la superficie con la unidad elegida, componiéndola cuando es necesario y obtiene la medida del área sumando las partes.

El desempeño de Carmen durante la resolución de la segunda tarea demuestra más seguridad y más confianza que en la tarea anterior; actitudes que le permiten resolverla

con rapidez, sin necesidad de detenerse a reflexionar sobre su estrategia o conclusión dirigiendo la situación en todo momento, sin tener en cuenta a su compañero.

Esperamos obtener más información sobre las cuestiones relativas a sus experiencias afectivas durante la fase dialógica:

- ¿Qué emociones asocia con la seguridad y confianza que sentía con esta tarea cuya estrategia ya conocía?
- Indagar sobre la emergencia de alguna emoción particular relacionada con la resolución exitosa de la tarea (ejemplos: satisfacción, orgullo, alegría).

Tarea 3

1. Plano semiótico

La resolución de la tercera tarea también se caracteriza por la seguridad, confianza y rapidez de Carmen y a diferencia de las anteriores, asume un papel más comprometido con su compañero y su desempeño. Sin embargo, la actitud de Carmen está más orientada al liderazgo y la dirección que la búsqueda de respuestas de manera conjunta y cooperativa. En determinados momentos, rechaza las ideas de su compañero utilizando argumentos que las respaldan afirmando, finalmente, lo mismo que él con palabras distintas.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Representa gráficamente tres prismas distintos divididos en cubos, uno de los cuales es igual al prisma rectangular del enunciado. El segundo tiene como dimensiones $4 \times 6 \times 2$ y el tercero $4 \times 6 \times 1$. El último está apoyado sobre el ancho. Junto al primer prisma escribe:

$$\begin{array}{l|l} 8B & 8B \\ 6A & 12C \end{array}$$

Interpretamos que combina unidades distintas para el cálculo del volumen del prisma y presenta así dos soluciones: $8B + 6A$ y $8B + 12C$.

Debajo de las unidades planteadas por el enunciado escribe: $4 \times 3 \times 6 = 12 \times 6 = 72$. Interpretamos que calcula el volumen del prisma utilizando como unidad de volumen un cubo pequeño obteniendo como medida 72.

Debajo de esta expresión escribe tres divisiones que resuelve utilizando el algoritmo estándar: $72 \div 8 = 9$; $72 \div 3 = 24$ y $72 \div 4 = 18$. Teniendo en cuenta que el volumen del prisma es 72 cubos pequeños; calcula el volumen de cada unidad planteada por el enunciado utilizando nuevamente un cubo pequeño como unidad de referencia. Obtiene así que la unidad A mide 8; la unidad B mide 3 y la unidad C mide 4. La división que efectúa pretende averiguar cuántas unidades de A caben en el prisma, cuántas de B y cuántas de C desde el cálculo aritmético y sin tener en cuenta la organización espacial de los mismos.

Escribe como conclusión: “*Se puede rellenar de diferentes formas. Con A utilizaríamos 9A; con B, 24B y con C, 18C. De forma mixta hemos sacado que se llena con 8B y 6A o 8B y 12C, aunque hay más formas*” (Anexo A.3.5.).

Plantea como solución los resultados de las divisiones y considera la posibilidad de combinar unidades, presentando dos respuestas distintas y dejando abierta la opción de encontrar otras distintas.

Estructura la conclusión utilizando la primera persona del plural para la descripción de sus procedimientos.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.5.7) (Anexo A.3.4.).

Tabla 8.5.7. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Carmen – tarea 3

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Liderazgo (actitud)	<p><i>Sí, pero <u>tú</u> por ejemplo, a A, B y C <u>tú</u> no lo puedes descomponer. O sea, yo lo veo en plan más así... ¿vale? <u>Tú</u> tienes esto, y esto lo tienes dividido aquí en cuatro, ¿vale? Y en tres. Si esto lo tienes dividido en tres y este es [...] [26] [Carmen utiliza la primera y la segunda persona del singular para describir sus ideas determinando así distancia entre ella y su compañero. Por otro lado, empieza negando la pertinencia de la idea que su compañero le ha expresado y termina argumentando lo mismo que él. Vislumbramos una tendencia a la dirección más que al trabajo cooperativo].</i></p> <p><i><u>Tú</u> colocas aquí uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis. O sea cinco, seis, siete y ocho. Ocho B. O sea, <u>imagínate</u> que esto es un cuadrado [32] [Explica su estrategia a su compañero dirigiendo su atención].</i></p> <p><i>Claro, pero <u>colocas</u> aquí una unidad [...] [34] [Dirige las acciones de su compañero].</i></p> <p><i>Tú <u>imagínate</u> [38] [Dirige la atención y las estrategias de su compañero].</i></p>
Individualismo (creencia sobre el contexto social)	<p><i>Si esto es, por ejemplo, así yo lo veo en plan [...] [30] [Los argumentos que utiliza para justificar sus propuestas son sus propias observaciones, no utiliza argumentos matemáticos].</i></p>

	<p>[...] Entonces yo veo, que por ejemplo[...] [52] [Utiliza la primera persona del singular].</p> <p>Yo esto lo veo [...] [56].</p>
Seguridad (actitud)	<p>[...] O sea, solo son tres cubitos, ¿sabes? Entonces la primera fila de arriba ya te la has quitado. Serían seis... serían ocho B. ¿Lo ves? [36] [Ante la duda de su compañero, ella argumenta con seguridad utilizando un tono de voz más alto y firme].</p>
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<p>¿Vale? [48] [Busca conocer si su compañero comparte sus argumentos].</p>

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la tercera tarea se presentan en la Tabla 8.5.8.

Tabla 8.5.8. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 3





 <p>Imagen 7 [26]</p> <p>Seguridad (actitud) y tranquilidad (respuesta emocional). [<i>Cuerpo y rostro relajados, torso erguido</i>]. Explica su estrategia con tono de voz suave y firme.</p>	 <p>Imagen 8 [36]</p> <p>Orgullo (emoción) y seguridad (actitud). [<i>Cuerpo y rostro relajados, hombros hacia atrás, mejillas levantadas</i>]. Argumenta su estrategia con tono de voz firme, no mantiene contacto visual con su compañero.</p>
 <p>Imagen 9 [37]</p> <p>Disgusto (emoción). [<i>Rostro tenso, labios apretados y hacia un lado, mirada baja, ceño fruncido</i>]. Surge debido a la discrepancia entre la seguridad sobre su estrategia y el esfuerzo que empleó para explicarla y la incertidumbre de su compañero.</p>	 <p>Imagen 10 [41]</p> <p>Disgusto (emoción). [<i>Rostro tenso, labios apretados, cejas levantadas, se toca la oreja</i>]. Escucha las ideas de su compañero.</p>



Imagen 11 [42]

Seguridad (actitud) y **tranquilidad** (respuesta emocional). [*Cuerpo y rostro relajados, torso erguido*]. Explica su estrategia con tono de voz suave y firme.



Imagen 12 [47]

Satisfacción (emoción). [*Rostro y cuerpo relajados, mejillas levantadas, sonrisa suave*]. Su compañero expresa efusivamente su acuerdo con su propuesta.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.5.9) (Anexo A.3.4.).

Tabla 8.5.9. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la tercera tarea.

Conocimientos matemáticos	Unidad de volumen [26; 40; 42] Cantidad [62; 64] Localización de unidades [36; 42; 56]
Relaciones	Entre unidades distintas [56; 66; 68; 188] Coordinación espacial [46; 58]
Estrategias heurísticas	Estructurar conjuntos de unidades de volumen [68; 200] Descomposición [30; 54] Organizar por composición [26; 28; 30; 36; 54; 180] Llenar [30; 32; 34; 46; 54; 56; 60] Visualizar [40; 44; 52; 58; 196] Recuento [30; 54; 60; 180; 194] Uso de analogías [32; 50]
Sistema de creencias	<i>Sobre el contexto social:</i> Individualismo [30; 52; 56]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> búsqueda de consenso [48]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> orgullo [36]; disgusto [37; 41]; satisfacción [47] <i>Respuestas emocionales:</i> tranquilidad [26; 42]
Actitudes	Liderazgo [26; 32; 38;]; seguridad [26; 34; 36; 42]

Encontramos rastros de comprensión de la medida, en este caso del volumen, en las estrategias y relaciones que Carmen establece para resolver la tarea. Define la magnitud involucrada, elige una unidad de volumen adecuada y calcula el volumen de las cuatro figuras que componen la imagen (un cubo y tres prismas). Teniendo en cuenta los

requerimientos del enunciado busca la cantidad necesaria de cada unidad para calcular el volumen del prisma rectangular; sin embargo, este cálculo lo efectúa realizando operaciones aritméticas sin tener en cuenta la organización espacial ni la posibilidad de fraccionar la unidad en submúltiplos.

Encontramos evidencias de actitudes de dirigir más que la búsqueda de consenso, actúa más como maestra que como compañera.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Objetivo de la tarea a partir del enunciado. Buscar el consentimiento sobre lo que el enunciado pedía y lo que hizo.
- Necesidad de utilizar un cubo pequeño como unidad de volumen.
- Estrategia de descomponer el prisma rectangular aritméticamente.
- Buscar el consentimiento sobre la medida del prisma con la unidad A.
- La estrategia de combinar unidades distintas.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos asociados a la resolución de la tarea.
- ¿Cómo puede interpretarse la rapidez en la resolución de un problema matemático?
- Si la rapidez fue una constante en la actividad matemática que realizó en el pasado o si es un rasgo de su identidad más allá del aula de matemáticas.
- La prisa impide detenerse a reflexionar, ¿también es un rasgo de su identidad?
- ¿Fue por causa de la prisa que las conclusiones se escribieran al finalizar el episodio?

Tarea 4

1. Plano semiótico

La tendencia de Carmen de llevar el control de la resolución de las tareas también se evidencia durante la cuarta tarea; en este caso concreto es incluso más fuerte debido a la afirmación de su compañero de no tener propuestas claras sobre una estrategia efectiva.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza un segmento que tiene como extremos el punto final de la espiral y un punto en la línea curva externa, dicho segmento pasa por el punto inicial (interior) de la espiral. De este modo, divide la espiral en semicircunferencias a las que identifica utilizando números. Así, a la más pequeña e interior le corresponde 1; continúa hacia abajo de manera que la siguiente tiene el número 2; la tercera tiene dos inscripciones distintas: una en bolígrafo con el número 8 y otra en lápiz con el 4. La cuarta semicircunferencia también tiene dos inscripciones: en lápiz el número 6 y con bolígrafo el 32; la última

tiene en lápiz el número 8 y en bolígrafo el 128. Hacia arriba el proceso es muy parecido: la segunda semicircunferencia tiene escrito en bolígrafo el número 4 y en lápiz 31; la tercera tiene en lápiz el 5 y en bolígrafo el 16 y la última semicircunferencia tiene en lápiz el número 7 y en bolígrafo el 64.

Junto a la figura escribe con bolígrafo: $1+2+4+8+16+32+64+128=255$. Debajo de esta expresión, encontramos escrito a lápiz: $1+2+3+4+5+6+7+8=36$.

Interpretamos que otorga un valor numérico, probablemente una cantidad de medida, a cada semicircunferencia y finalmente calcula la longitud total de la espiral sumando todas esas cantidades. Tanto dentro de la espiral como en las sumas, distinguimos dos series de datos representadas una a lápiz y la otra a bolígrafo.

Escribe como conclusión: “Partiendo de que el semicírculo central mide 1, el resto irá midiendo el cuadrado del anterior siendo el total 255 u” (Anexo A.3.5.).

Asume como unidad de longitud a la semicircunferencia más pequeña (ella la denomina semicírculo) y a partir de dicha referencia establece una relación entre la semicircunferencia interior y las demás.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.5.10) (Anexo A.3.4.).



Tabla 8.5.10. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Carmen – tarea 4

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Individualismo (creencia sobre el contexto social)	<i>Ahora este, yo lo veo</i> [70] [Empieza planteando su propuesta con la primera persona del singular]. <i>Este yo lo veo en plan así, ¿vale?</i> [72]. <i>[...] Yo lo veo en plan así</i> [88].
Liderazgo (actitud)	<i>Entonces lo que tienes son [...]</i> [74] [Explica su estrategia con distancia hacia su compañero].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.5.11.

Tabla 8.5.11. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 4

	
<p>Imagen 13 [74] Seguridad (actitud), apoyo (normas asociadas al trabajo cooperativo). [Mira a su compañero mientras le explica su estrategia con voz suave y firme].</p>	<p>Imagen 14 [84] Entusiasmo (emoción). [Cuerpo inclinado hacia la tarea, cara y cuerpo relajados, tono de voz suave]. Está totalmente inmersa en la resolución de la tarea. Evidenciamos la conexión entre afecto y la acción vinculada con la comprensión.</p>

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la cuarta tarea (Tabla 8.5.12) (Anexo A.3.4.).

Tabla 8.5.12. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la cuarta tarea.

Conocimientos matemáticos	Longitud [88] Semicircunferencia [74] Estimación [74] Unidad de longitud [74] Asignación de unidad [74] Cuantificación [84]
Relaciones	Circunferencia y semicircunferencia [74]
Estrategias heurísticas	Percepción visual [204] Comparar [74; 78] Descomponer en semicircunferencias [74; 78] Medir indirectamente [74; 78; 80; 82]
Sistema de creencias	Sobre el contexto social: Individualismo [70; 72; 88]
Sistema de valores y normas	Normas asociadas al trabajo cooperativo: apoyo [74]
Sistema emocional	Emociones: entusiasmo [84]
Actitudes	Liderazgo [74]; seguridad [74];

La cuarta tarea se encuentra dentro del cuarto nivel de comprensión de la medida (longitud).

Carmen propone a su compañero resolver la tarea utilizando como unidad de medida la longitud de la semicircunferencia más pequeña, que se forma al trazar un segmento

desde el punto final de la espiral hasta un punto opuesto de la línea curva que forma la espiral pasando por el punto inicial. Establece una relación entre las longitudes de las semicircunferencias sin argumentar los principios matemáticos de dicha relación y no es clara en su explicación, cayendo en contradicciones: “[...] si a este semicírculo tú le das el valor uno, este de aquí vale el doble, este es dos y este de aquí vale tres y este cuatro y este cinco” [74] (Anexo A.3.4).

Después de asignar una cantidad de medida a cada semicircunferencia, siguiendo la relación que establece, obtiene la longitud total de la espiral sumando dichas cantidades.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Buscar el consentimiento sobre la terminología utilizada: ¿son semicírculos? ¿Son semicircunferencias?
- Buscar el consentimiento sobre las bases de la relación que establece entre las longitudes de las semicircunferencias que constituyen la espiral.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos experimentados durante la resolución de la tarea y a la finalización de la misma.

Tarea 5

1. Plano semiótico

Empieza la última tarea con incertidumbre, mientras su compañero le propone una estrategia, ella se limita a asentir sin demasiado entusiasmo. Sin embargo, asume la estrategia de su compañero y participa más activamente completando unidades y componiendo y descomponiendo la superficie.

La resolución de la última tarea se caracteriza por el trabajo cooperativo que efectúan Carmen y Orlando; es la única en la que buscan y encuentran consenso, en las anteriores, Carmen dominaba la situación y Orlando tenía una participación más pasiva. Sin embargo, después escriben sus conclusiones de manera independiente.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza rectángulos uniendo dos cuadrados de la cuadrícula base, en horizontal y vertical. Coloca el número 1 dentro de cada cuadrado completo; 2 en dos rectángulos y $\frac{1}{2}$ en el extremo del pulgar de la mano. En el lado derecho de la figura escribe: $4d$ y $4f$ completos. $13'5$ sup.” (Anexo A.3.5.).

Interpretamos que utiliza la estrategia de componer y descomponer la figura para completar una unidad de superficie, en cada caso y que la solución que obtiene es 13,5 unidades de superficie.

Escribe como conclusión: “*En este no hemos tenido ninguna explicación clara y lo hemos averiguado “a ojo”. La superficie nos ha dado 13’5 u².*” (Anexo A.3.5.).

Asumimos que su afirmación sobre “averiguar a ojo” se refiere al uso de la aproximación como procedimiento para el cálculo de la superficie de la mano de la figura empleando como unidad de superficie un cuadrado de la cuadrícula base obteniendo como resultado 13,5 unidades. En la conclusión de esta tarea emplea un lenguaje más cercano al trabajo cooperativo utilizando para la descripción de su procedimiento la primera persona del plural.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.5.13) (Anexo A.3.4.).


Tabla 8.5.13. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de Carmen – tarea 5

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Incertidumbre (emoción)	<i>El de la mano es el que yo veo más...distinto</i> [91] [A diferencia de las tareas anteriores, empieza la resolución reconociendo tener más dudas que certezas sobre la estrategia a desarrollar].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Vale, sí.</i> [123] [Su tono de voz es firme y transmite seguridad, está convencida de los planteamientos de su compañero]. <i>Un cuadrado solo, claro</i> [135] [Está de acuerdo con las ideas de su compañero].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.5.14.

Tabla 8.5.14. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 5

 <p>Imagen 15 [92]</p>	 <p>Imagen 16 [93]</p>
Angustia (emoción) y tensión	Vergüenza (emoción) y tensión (respuesta)

(respuesta emocional). [*Cuerpo y rostro tensos, ceño fruncido, se toca la cara con fuerza mientras observa el papel de su compañero*]. Reconoce que no tiene una estrategia para resolver la tarea. Evidenciamos la relación entre la emoción que experimenta y la falta de acción.



Imagen 17 [104]

Frustración (emoción) y **bloqueo** (respuesta emocional). [*Cuerpo y rostro tensos, torso inclinado hacia adelante, hombros encorvados, ceño fruncido. Silencio*]. La discrepancia entre su sistema de creencias sobre sí misma y las acciones de su compañero genera frustración que a su vez le produce un bloqueo. Evidenciamos la relación entre afecto y comprensión en la falta de acción de Carmen.

emocional). [*Cuerpo y rostro tensos, se tapa parte de la cara con una mano. Su voz es muy baja*]. Su compañero le explica una estrategia cuya eficacia ella reconoce. Es la primera tarea en la que no tiene nada que aportar, por el momento. La emoción surge de la discrepancia entre sus creencias sobre su autoeficacia y la realidad.



Imagen 18 [126]

Disgusto (emoción). [*Cejas hacia abajo, nariz arrugada, labio superior levantado*]. No consigue encontrar una estrategia distinta. Encontramos evidencias del carácter dinámico de las emociones, teniendo en cuenta que se transforma continuamente, en este caso siempre dentro del grupo de emociones consideradas negativas (angustia-frustración-disgusto), cuyas consecuencias están directamente relacionadas con la falta de acción asociada a la comprensión del conocimiento matemático.



Imagen 19 [142]

Angustia (emoción) y **bloqueo** (respuesta emocional). [*Cuerpo tenso, cabeza gacha, se toca la cara, no actúa*]. El sistema afectivo de Carmen continúa influyendo en sus acciones (o en la falta de ellas) asociadas a la comprensión de la medida.



Imagen 20 [150]

Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo), **motivos compartidos** (sistema motivacional). Argumenta y comparte sus ideas, escucha a su compañero, utiliza la primera persona del plural. Estos rasgos se mantienen durante el tiempo que se encuentra resolviendo la quinta tarea.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de esta tarea (Tabla 8.5.15) (Anexo A.3.4.).

Tabla 8.5.15. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la quinta tarea.

Estrategias heurísticas	Comparar superficies [111; 137; 141; 147] Aproximar [103] Descomponer la superficie [113; 155] Recomponer [97; 99; 101; 115; 119; 125; 129; 145; 149] Sumar las partes [127; 159; 161] Cuantificar [105]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> Consenso [123; 135]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> incertidumbre [91]; angustia [92]; vergüenza [93]; frustración [104]; disgusto [126] <i>Respuestas emocionales:</i> tensión [92; 93]; bloqueo [104]

La última tarea también corresponde al cuarto nivel de comprensión de la medida, en este caso de la superficie. Descompone los cuadrados base que constituyen la mano de la figura para completar unidades y los suma para obtener la superficie final. El resultado es una aproximación, que ella identifica con “averiguar a ojo”.

A diferencia de las tareas anteriores, Carmen no tiene ninguna estrategia ni propuesta para resolverla. Esta situación genera en Carmen diversas emociones, cuyas evidencias se encuentran principalmente en sus expresiones faciales y corporales, rastros que no se encuentran en la interpretación de las tareas previas.

El carácter dinámico de las emociones se hace evidente en el cambio constante y la corta duración de cada una de las experiencias emocionales que encontramos durante el desempeño de Carmen en la segunda fase.

En esta situación, el papel del compañero asume la importancia de la que carecía en las tareas anteriores. Sus ideas y propuestas sirven de apoyo, finalmente Carmen asume la estrategia planteada por su compañero y de manera conjunta llegan a una solución satisfactoria para ambos trabajando de manera cooperativa.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Significado de la descripción de la tarea como “distinta”, características que la distinguen de las anteriores.
- Motivos por los que no consideró las conclusiones como parte de la tarea.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos asociados a la resolución de la tarea: antes, durante y al finalizar.

8.4.1.3. Fase 3: Búsqueda del consentimiento con el otro

El último plano del círculo hermenéutico de la interpretación planteado por el OMIUM, la tercera fase en nuestro estudio empírico, está constituido por la búsqueda del consentimiento con el otro a través de la interacción dialógica entre protagonista e investigadora. Para hacerlo efectivo, es preciso haber transitado por los planos semiótico y fenómeno-epistemológico previamente de manera que las cuestiones abiertas a tratar durante la fase dialógica estén ya definidas. Sin embargo, al tratarse de entrevistas conversacionales existe flexibilidad en el tratamiento de los asuntos establecidos previamente. Para el presente estudio de caso tendremos en cuenta las siguientes cuestiones, que serán abordadas por tareas (Anexo A.3.7.):

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Aclarar la aparente confusión entre área y perímetro a través de la búsqueda del consentimiento sobre el enunciado de la primera tarea y la respuesta correcta.
- Motivos por los que no se detuvo a considerar más ampliamente la propuesta de su compañero y de la aparente falta de reflexión sobre la idoneidad de sus conclusiones.
- Objetivo de la tercera tarea a partir del enunciado. Buscar el consentimiento sobre lo que el enunciado pedía y lo que hizo.
- Necesidad de utilizar un cubo pequeño como unidad de volumen.
- Estrategia de descomponer el prisma rectangular aritméticamente.
- Buscar el consentimiento sobre la medida del prisma con la unidad A.
- La estrategia de combinar unidades distintas.
- Buscar el consentimiento sobre la terminología utilizada durante la cuarta tarea: ¿son semicírculos? ¿Son semicircunferencias?
- Buscar el consentimiento sobre las bases de la relación que establece entre las longitudes de las semicircunferencias que constituyen la espiral.
- Significado de la descripción de la quinta tarea como “distinta”, características que la distinguen de las anteriores.
- Motivos por los que no consideró las conclusiones como parte de la tarea.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Si la confianza y seguridad que aseguró sentir antes de empezar con las tareas se mantuvo durante todo el episodio o si, por el contrario, sufrió modificaciones. Si así fuese, en qué situación o situaciones.
- Sobre su identidad matemática y actitudes de liderazgo.
- Emociones y sensaciones durante la resolución de cada una de las tareas; teniendo en cuenta las diferencias epistemológicas entre ellas, las asumimos como situaciones distintas que pueden generar respuestas afectivas diferentes.
- Obtener información sobre su interés por escuchar las ideas de su compañero y la aparente incoherencia de no tenerlas en cuenta durante el proceso de resolución.
- Conocer su concepción de trabajo cooperativo.
- ¿Qué emociones asocia con la seguridad y confianza que sentía con la segunda tarea cuya estrategia ya conocía?
- Indagar sobre la emergencia de alguna emoción particular relacionada con la resolución exitosa de las tareas (satisfacción, orgullo, alegría).
- ¿Cómo puede interpretarse la rapidez en la resolución de un problema matemático?
- Si la rapidez fue una constante en la actividad matemática que realizó en el pasado o si es un rasgo de su identidad más allá del aula de matemáticas.
- La prisa impide detenerse a reflexionar, ¿también es un rasgo de su identidad?
- ¿Fue por causa de la prisa que las conclusiones se escribieran al finalizar el episodio?
- Sentimientos al finalizar las tareas.

1. SOBRE LOS USOS DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

1.1. Sobre conocimientos

a) Buscamos más información sobre la conclusión que presenta para la primera tarea.

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 25. | Investigadora | <i>¿Qué pasa con la conclusión que pusiste?</i> |
| 26. | Carmen | <i>Que está mal.</i> |
| 27. | Investigadora | <i>¿Qué está mal? “Aquí pones, si esto es uno, esto es un medio”.</i> |
| 28. | Carmen | <i>Claro, porque parece la mitad. Yo creo que lo pensé como la superficie, no como el perímetro.</i> |
| 29. | Investigadora | <i>Vale, entiendo. Entonces hubo una confusión entre perímetro y superficie.</i> |
| 30. | Carmen | <i>Sí. Al verlo así parece como más lógico pensar que este es la mitad.</i> |
| 31. | Investigadora | <i>Claro, pensando en superficie.</i> |
| 32. | Carmen | <i>Sí.</i> |

Identifica la confusión entre superficie y perímetro después de llegar al consentimiento sobre la relación entre los perímetros de los triángulos (líneas 12 a 24; se presentan en el punto a) del sub-apartado 1-3).

b) La segunda tarea no supuso ninguna dificultad teniendo en cuenta había resuelto tareas del mismo tipo en una asignatura anterior; conclusiones que reafirmamos durante la fase del consentimiento.

52. Investigadora *¿Qué tal la segunda?*
53. Carmen *Este, yo pienso que mejor.*
54. Investigadora *También lo tenías claro, sabías qué tenías que hacer*
55. Carmen *Sí, aquí sí estamos hablando de superficie.*
56. Investigadora *Aquí sí.*
57. Carmen *Y aquí lo veía claro. Porque, si por ejemplo, contamos con que un cuadrado o un rectángulito, yo lo veo más como un cuadrado, pero bueno, más o menos. Una unidad de superficie, pues, simplemente contando y ya está. Y si tenemos cuadrados partidos, pues la suma de dos cuadraditos, o sea dos medios cuadrados pues, nos dan uno.*
58. Investigadora *Y llegaste a la conclusión de que la figura A mide 5,5 unidades cuadradas.*
59. Carmen *Y la otra, 6 unidades cuadradas.*
60. Investigadora *Y tu unidad era un cuadrado [...]*

1.2. Sobre estrategias

- a) La búsqueda del consentimiento sobre el procedimiento de Carmen en la primera tarea y la evidencia sobre su confusión entre área y perímetro, la conducen a definir una estrategia para establecer una relación entre los perímetros de los triángulos equiláteros de la figura.

17. Investigadora *Vale. ¿Cómo llegas a esa conclusión?*
18. Carmen *Pensando que si esto lo dividimos en cuatro triángulos equiláteros, nos salen dos. Pero si lo miro ahora después de haber hecho la actividad del tangram, este trozo sería para arriba y este trozo sería para arriba. Entonces no sería exactamente la mitad, sería... si esto vale uno; este sería uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis. Sería... igual*
19. Investigadora *¿El perímetro?*
20. Carmen *El perímetro sería el mismo, porque lo único que hemos hecho ha sido mover dos trocitos*
21. Investigadora *Vale, ¿y con la imagen 3?*
22. Carmen *Con la imagen 3, igual. Lo mismo porque habríamos movido este trozo y este trozo, para arriba. Y este trozo y este trozo para arriba. O sea, estos tres trocitos y estos tres trocitos, entonces se quedaría igual. Y está dividido en...no, aquí, uno, dos, tres, cuatro; esto debería ser cuatro y esto cuatro. Uno, dos, tres y cuatro. Sí, se quedaría igual*
23. Investigadora *Entonces, el perímetro también sería el mismo ¿no?*
24. Carmen *Sería el mismo*

Carmen identifica su cambio de perspectiva con experiencias de aprendizaje posteriores al episodio. Llegamos al consentimiento sobre la solución de la primera tarea.

b) La estrategia utilizada por Carmen para resolver la tercera se centró principalmente en rellenar el prisma rectangular empleando para ello un cubo pequeño como unidad.

63. Investigadora *¿Qué sentiste con la tercera?*
64. Carmen *Aquí le dimos muchas vueltas y después pensé, en plan, formas más fáciles de hacerlo. En el sentido de que yo me imaginaba este cubo y lo iba rellenando yo con las figuras. Entonces yo me lo imaginé así y entonces en la primera parte dije: “bueno, si este me ocupa tres unidades, digo voy a rellenar lo de arriba”, que son seis unidades por cuatro, dije voy a rellenar la parte de arriba. Entonces voy a utilizar ocho B, ¿vale? ¿Qué pasa? Que abajo me quedaban dos unidades de alto y seis de ancho, entonces dije: “pues lo puedo rellenar o con C o con A”, hay dos formas posibles. C es la mitad exactamente de A, entonces si con A relleno seis, con C relleno doce. Que también puede hacerse combinando ambas. Eso fue lo primero que pensé, pero después me di cuenta de que contando todos los cuadrados que hay dentro de este cubo, básicamente he multiplicado seis por tres por cuatro, que fue lo que hice aquí, me dio setenta y dos. Entonces lo que hice fue contar cuantos cuadrados había en cada figura y si setenta y dos entre ocho, me daba nueve. O sea, que podía rellenar esto entero con 9A. Después setenta y dos entre tres me daba veinticuatro, lo podía rellenar con veinticuatro B. Y setenta y dos entre cuatro, me daba dieciocho; o sea lo podía rellenar con dieciocho C. Después le di la vuelta a eso y dije: “oye, pues si esto es divisible entre lo que nos ocupa las diferentes figuras, es más fácil hacerlo así; rellenar solamente con una figura”. Pero la forma de rellenarlo es infinita.*

La unidad elegida, el cubo pequeño, también se utiliza para calcular el volumen de las unidades planteadas por el enunciado de la tarea. Utilizando como procedimiento la división, busca el número necesario de cada una de las unidades para rellenar el prisma.

c) Buscamos el consentimiento sobre la coherencia entre su estrategia y el enunciado.

65. Investigadora *El enunciado dice: “calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C respectivamente” [lee el enunciado]. Es decir, se refiere a lo que me dijiste, cuántas de A, cuántas de B y cuántas de C.*
66. Carmen *Sí, lo que es la división en sí.*
67. Investigadora *Tú tienes estas tres unidades, pero tú elegiste utilizar una cuarta, la más pequeña; por eso el volumen que obtuviste es setenta y dos, ¿no crees?*
68. Carmen *Sí.*
69. Investigadora *Es decir...*

70. Carmen *Sí, yo comparé cuántos en total había y cuántos tenía aquí en total; entonces, cuántos grupos de ocho puedo hacer dentro de ese cubo .*
71. Investigadora *Si asumimos que A, por ejemplo, es la unidad, nos olvidamos de los cubos pequeños. Tú me dices que caben nueve A.*
72. Carmen *Sí.*
73. Investigadora *¿Puedes meter nueve A?*
74. Carmen *Girándolo, claro.*
75. Investigadora *¿Segura? Si lo giras ¿cómo queda? Fíjate, aquí hay dos, dos aquí y dos de alto, ¿cierto?*
76. Carmen *¿Cómo dos?*
77. Investigadora *Ahora sí estoy utilizando como unidad el cubo pequeño. Fíjate, aquí hay dos, aquí dos y aquí dos.*
78. Carmen *Vale, de alto tendría dos, de ancho tendría uno y...*
79. Investigadora *¿Uno de ancho?*
80. Carmen *No, en el sentido de que esto de aquí sería uno, esto sería uno y esto sería dos, ¿no? ¿Es a lo que te estás refiriendo?*
81. Investigadora *No.*
82. Carmen *¿Entonces?*
83. Investigadora *Si utilizamos, como has hecho tú, un cubito pequeño como unidad, aquí hay dos, aquí hay dos y aquí hay dos, ¿vale?*
84. Carmen *Sí.*
85. Investigadora *Y entonces mi pregunta es, si esta es tu unidad, ¿caben nueve unidades en la caja?*
86. Carmen *Sí.*
87. Investigadora *Vamos a comprobarlo. Aquí cabe uno, ¿cierto? Hasta aquí, dos, tres, cuatro, son ocho.*
88. Carmen *Ocho. Hasta aquí. Hasta esta parte, aquí no me entrarían más. Dos, dos y si lo paso por aquí son seis los que me entran.*
89. Investigadora *¿Solo seis?*
90. Carmen *Sí.*
91. Investigadora *Uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis. Vale.*
92. Carmen *Ahí me entran seis y después contando la parte de arriba. Que la parte de arriba sería, eh... si es hasta aquí... por ahí y ahora esto estaba dividido en seis, ¿no? Sí, pues sería tumbándolo...*
93. Investigadora *Si lo tumbas, también tiene dos ¿no?*
94. Carmen *No, porque así está en vertical. Aquí serían dos, dos y dos.*
95. Investigadora *Es un cubo.*
96. Carmen *Sí, es un cubo.*
97. Investigadora *Entonces da igual que lo tumbes, sus medidas no varían.*
98. Carmen *Claro.*
99. Investigadora *Entonces si aquí te falta uno y este tiene dos de alto. ¿Te caben nueve?*

100. Carmen *No.*
101. Investigadora *¿Qué ha fallado?*
102. Carmen *La visión que yo tenía del cubo. No lo veía como un cubo, lo veía como un rectángulo... o sea como un prisma.*
103. Investigadora *Vale.*
104. Carmen *Entonces, yo lo veía que el prisma al girarlo, se podría meter aquí. Y es más, al girarlo cabría porque eran, ¿cuánto era? Eran seis ¿no? Cinco y seis; de este eran cuatro, más o menos. Y aquí, pues... eran cuatro y me falta uno. Cuatro... bueno no, aquí no me hace falta ahora mismo ninguno. Claro, claro no me cabría, no entraría.*
105. Investigadora *Si asumes esto como una unidad... [Refiriéndose a la unidad A].*
106. Carmen *No me entraría.*

El uso de un cubo pequeño como unidad facilita la visualización y el cálculo de la medida con las tres unidades propuestas por el enunciado. Sin embargo, Carmen solo hace uso de procedimientos aritméticos sin tener en cuenta la distribución espacial.

d) Después de alcanzado el consentimiento sobre la idoneidad de su respuesta buscamos estrategias distintas de manera conjunta.

107. Investigadora *No caben nueve ¿verdad?*
108. Carmen *No. En cambio, de esta forma, sí.*
109. Investigadora *Así sí, combinando.*
110. Carmen *Sí. O incluso, con alguna de estas también. Con esta y con esta sí.*
111. Investigadora *Y ¿cómo explicas que aquí te sale nueve?*
112. Carmen *Porque si este lo dividimos sí llenaríamos un cubo completo. Aquí serían seis y aquí nos quedaría, pues... seis por cuatro son veinticuatro entre ocho... ocho por cuatro. Nos quedarían cuatro cubos que cada uno tendría ocho piezas que estarían distribuidas aleatoriamente.*
113. Investigadora *¿Aleatoriamente?*
114. Carmen *Bueno, completando lo que es la figura pero sin llegar a formar el cubo este en sí, o sea el cubo completo. Habría que cortarlo.*

Como alternativa plantea otras dos estrategias de solución: (a) combinar unidades y (b) cortar la unidad A; es decir considerar los submúltiplos de la unidad A.

e) La quinta tarea supuso un reto para Carmen. Pretendemos buscar información sobre la estrategia empleada para su resolución.

197. Investigadora *Utilizaste la misma estrategia que en la segunda tarea, de elegir una unidad y contar cuántas caben en la superficie, ¿no?*
198. Carmen *Sí, básicamente, eran... estos cuatro de aquí estaban*

- completos, ahora si juntábamos estos dos, estos de aquí como nos sobraba aquí un cachito, lo podíamos poner aquí y aquí y ya teníamos otros dos cuadrados y con eso al fin del mundo íbamos nosotros. Después aquí y aquí teníamos que había medio y medio, pues uno. Aquí, eh, ¿qué hicimos? Aquí, no me acuerdo bien qué hicimos.*
199. Investigadora *Bueno, pero en todo caso, tu estrategia era completar, ¿cierto?*
200. Carmen *Sí.*

1.3. Sobre relaciones

- a) Durante la segunda fase del proceso de interpretación evidenciamos una confusión entre lo que el enunciado pedía y la solución que Carmen encuentra, centrado en la ausencia de diferencia entre área y perímetro.

7. Investigadora *Cuando viste la figura formada con cuatro imágenes, ¿qué sentiste?*
8. Carmen *Que era la mitad de todo y como todo en la imagen uno. Para mí*
9. Investigadora *Escribes: “partiendo de suponer que la imagen uno...*
10. Carmen *De que la superficie...*
11. Investigadora *¡Ah!*
12. Carmen *No, de que el perímetro...de la imagen 1 es uno, el resto son las mitades respectivamente*
13. Investigadora *Hablando de superficie, ¿no?*
14. Carmen *Hablando de perímetro, porque nos pedían los perímetros*
15. Investigadora *Vale, ¿entonces me dices que el perímetro de la imagen 2 es la mitad del perímetro de la imagen 1?*
16. Carmen *No. Al revés, la mitad... o sea este perímetro [un triángulo de la imagen 2] es la mitad de este [del triángulo de la imagen 1]*

Durante la fase dialógica Carmen se da cuenta de su confusión durante el episodio y establece relaciones entre las superficies de los triángulos y también entre los perímetros de los mismos.

- b) Buscamos obtener más información sobre su decisión de considerar como unidad de volumen un cubo pequeño y las relaciones que establece entre las unidades planteadas por el enunciado de la tercera tarea.

115. Investigadora *Vale, de acuerdo. ¿Te das cuenta de lo que pasa? ¿Fue buena idea coger un cubito pequeño? ¿O te generó confusiones?*
116. Carmen *Bueno, pero sí me ayuda a relacionarlos. Otra cosa, también la imagen da lugar a confusión.*
117. Investigadora *Cierto, tienes razón. No está claro si es un cubo o un prisma, ¿verdad?*
118. Carmen *Eso es.*

Identifica la idoneidad del uso de un cubo base como unidad de volumen para establecer relaciones entre las distintas unidades y el prisma rectangular cuyo volumen debía encontrar. También evidencia una confusión en la visualización de las figuras.

- c) La conversación sobre la cuarta tarea empieza con la afirmación súbita de Carmen de haber cometido errores en su resolución. Buscamos el consentimiento sobre su procedimiento y sobre las relaciones que establece entre las longitudes de las semicircunferencias.

130. Investigadora *¿Qué tal con la espiral?*
 131. Carmen *¡La espiral está mal!*
 132. Investigadora *¿Y eso?*
 133. Carmen *Pues porque lo he deducido yo sola.*
 134. Investigadora *¿Ahora?*
 135. Carmen *Sí.*
 136. Investigadora *¿Cómo te sentiste ese día al resolverlo? No sé si lo recuerdas...*
 137. Carmen *Bien, yo estaba tranquila.*
 138. Investigadora *Vale. ¿Qué planteaste?*
 139. Carmen *Plantee que si tengo un semicírculo y el siguiente es el doble de grande, pues por consiguiente el siguiente va a ser el doble de grande y así. Pero ahora, viéndolo otra vez, no.*
 140. Investigadora *¿Qué ves ahora?*
 141. Carmen *Pues ahora veo que si el primer semicírculo vale uno, el siguiente el de aquí, vale dos. Pero el siguiente no vale el doble de este, sino tres veces este, tres veces el pequeño.*
 142. Investigadora *Vale.*
 143. Carmen *O sea, sería tres uno, por así decirlo y el siguiente no valdría seis sino cinco y el cinco no valdría, ¿qué puse aquí? No valdría... aquí puse ocho, no sería ocho. Aquí sería cinco, claro. Un, dos, tres, cuatro y cinco. Este no sería dieciséis, sería menos.*
 144. Investigadora *Sobre esta tarea tú dijiste: “es el cuadrado”.*
 145. Carmen *Sí.*
 146. Investigadora *Sin embargo, en el papel, no planteas el cuadrado, sino el doble, ¿lo ves?*
 147. Carmen *No, pero al fin y al cabo... bueno, el cuadrado de uno es uno que es este; el cuadrado de dos es cuatro; el cuadrado de cuatro es dieciséis...*
 148. Investigadora *Pero...*
 149. Carmen *No, no. No lo estoy planteando como el cuadrado. Yo lo veía como el cuadrado pero no.*
 150. Investigadora *Escribes: “partiendo de que el semicírculo central mide uno, el resto irá midiendo el cuadrado”. Pero aquí no figura el cuadrado sino el doble. ¿Fue una confusión de términos?*

151. Carmen *Sí. Es más, yo creo que no es así, en plan... si este es uno, este de aquí es dos, este de aquí es tres, este de aquí es cuatro, este de aquí es cinco. Un, dos, tres, cuatro y cinco. Este de aquí es cinco, este de aquí sería seis, este de aquí, sería siete y este de aquí ocho. Sería uno más dos más tres más cuatro más cinco más seis más siete y más ocho. Que serían diez, veinte, treinta y seis.*
152. Investigadora *De acuerdo, vale. Ese día no lo veías así.*
153. Carmen *Yo no lo veía así.*
154. Investigadora *Tú dijiste: “es el cuadrado” y empezaste a poner, además el doble; fijate, llegaste hasta ciento veintiocho.*
155. Carmen *Sí.*
156. Investigadora *Si tú sigues la estrategia que acabas de utilizar de contar, yo creo que a ciento veintiocho no llegas.*
157. Carmen *No.*

Durante la fase anterior del episodio de interpretación, encontramos una incoherencia entre el planteamiento verbal que comparte con su compañero y la conclusión que presenta y durante la fase dialógica establece una nueva relación entre las longitudes de las semicircunferencias que constituyen la espiral.

2. SOBRE SUS EXPERIENCIAS AFECTIVAS DURANTE EL EPISODIO

2.1. Sobre su pasado matemático

- a) La búsqueda del consentimiento sobre los usos de la medida y los afectos desplegados por Carmen durante la resolución de la cuarta tarea, nos permitieron obtener información sobre su identidad matemática: “*soy muy cerrada*” [167] (Anexo A.3.7.) y utiliza pequeños datos sobre su pasado matemático para ilustrar dicha característica.

168. Investigadora *¿O muy confiada? En lugar de cerrada.*
169. Carmen *No, muy cerrada, me ha pasado muchas veces. Yo tenía profesora particular, con la trigonometría me llevaba muy mal y suspendí como cuatro o cinco veces hasta que llegó ella, pero porque yo lo veía de una forma y no había manera de verlo de otra forma. Daba igual el tiempo que yo le dedicara.*

- b) Intentamos obtener información sobre la influencia de su identidad matemática en su rendimiento en matemáticas.

176. Investigadora *¿Te ha pasado más veces? Me refiero a revisar algo que tú habías hecho en un momento concreto, después de un tiempo y te dieras cuenta de que habías cometido un error, ¿te ha pasado?*
177. Carmen *¡Sí! Con los exámenes, muchas veces. Con exámenes en sí e incluso de llevarme la sorpresa al revés; de decir: “este ejercicio seguro que lo tengo mal y sé que lo*

tengo mal porque yo he hecho esto y esto y esto y esto así no era, era de esta forma” y cuando lo he visto en una revisión o algo, digo: “¡toma!”. O de al revés, por ejemplo, yo con geometría el año pasado, yo manejaba muy bien Geogebra y todo lo que eran preguntas y tal que surgían en la clase yo las respondía porque yo estaba segura y sabía, sabía lo que estaba respondiendo. Es más, el profesor me afirmaba casi todo y en el examen yo me quedé sorprendida, saqué un siete y poco. Cuando incluso le di clase en verano a una compañera que sacó cerca de un nueve [risas suaves].

En su narración sobre sus experiencias pasadas vinculadas con su identidad matemática, encontramos evidencias del sistema de creencias sobre sí misma (autoeficacia) que definen las actitudes de seguridad y confianza, características de su desempeño.

2.2. Sobre los afectos desplegados

a) El primer contacto de Carmen con la batería de tareas no generan en ella ninguna respuesta afectiva concreta. Su actitud se caracteriza por la seguridad y la confianza en su autoeficacia

- | | | |
|----|---------------|---|
| 1. | Investigadora | <i>Antes de empezar la práctica tú me dijiste que ibas muy confiada, que todo te parecía muy sencillo, ¿cierto?</i> |
| 2. | Carmen | <i>Sí</i> |
| 3. | Investigadora | <i>¿Esa sensación te acompañó durante toda la práctica?</i> |
| 4. | Carmen | <i>Sí</i> |
| 5. | Investigadora | <i>Te sentiste cómoda, segura...</i> |
| 6. | Carmen | <i>Ehhh, la mayoría segura. En una específica no... cómoda sí me sentí</i> |

Interpretamos que la falta de seguridad que reconoce haber sentido en una tarea específica se refiere a la última, único momento del episodio para el que no tiene una estrategia clara de resolución.

b) Una vez alcanzado el consentimiento sobre la confusión entre superficie y perímetro y la estrategia para establecer la relación entre las longitudes de los perímetros de los triángulos de la figura, buscamos conocer los valores y normas asociadas al trabajo cooperativo.

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 33. | Investigadora | <i>De acuerdo. Cuando vi el vídeo vi que te esforzaste por trabajar de manera cooperativa con tu compañero.</i> |
| 34. | Carmen | <i>Sí.</i> |
| 35. | Investigadora | <i>¿Te parecía importante?</i> |
| 36. | Carmen | <i>Yo pienso que si creo que sé una cosa, por ejemplo, yo esto... cuando yo hice la práctica con Orlando yo esto yo lo veía muy claro, entonces yo se lo intento explicar todas las veces que pueda y de todas las maneras que</i> |

- pueda si una persona no lo entiende. También estoy acostumbrada a dar clases de matemáticas a los niños, entonces busco muchas soluciones.*
37. Investigadora *Vale. Sin embargo, ahora te estás dando cuenta...*
38. Carmen *Sí, de que está mal.*
39. Investigadora *... de que estaba mal y Orlando, él veía claro que se trataba del perímetro y te lo planteó.*
40. Carmen *Sí.*
41. Investigadora *Pero tú en ese momento no lo viste, ¿cierto?*
42. Carmen *Claro, él me lo planteaba en perímetro, pero... yo lo seguía viendo como... o sea, en mi cabeza estaba lo que es el perímetro pero yo lo seguía viendo como que era la mitad. Porque al estar dividido lo veía como la mitad todo el rato. Yo pienso que... más confusión óptica, en plan que lo ves y dices: "si esto es uno, pues esto es la mitad."*

La actitud de Carmen frente al trabajo con su compañero es de liderazgo más que de búsqueda de consenso y trabajo cooperativo. Sus objetivos están encaminados al apoyo que cree puede brindar, sin considerar los conocimientos o estrategias que su compañero puede aportar para la solución de la tarea, incluso cuando estos se acercan más a una estrategia adecuada y una buena interpretación del enunciado, como ella misma reconoce.

- c) Durante el plano dialógico y la conversación sobre solución de la segunda tarea, encontramos evidencias sobre sus actitudes y valores y normas asociadas al trabajo cooperativo.

60. Investigadora *[...] Terminaste contenta*
61. Carmen *Sí. También porque estas cosas las dimos en geometría, entonces esta, incluso Orlando también lo veía muy claro.*
62. Investigadora *Sí, lo visteis claro*

Identifica su seguridad y satisfacción con la resolución de la tarea con los conocimientos adquiridos en una asignatura anterior. Encontramos evidencias de su sistema de creencias sobre su autoeficacia y su actitud de liderazgo en la afirmación sobre el desempeño de su compañero (utiliza la palabra *incluso*).

- d) Buscamos información sobre el sistema afectivo de Carmen a partir de la resolución de la tercera tarea.

119. Investigadora *¿Terminaste satisfecha? ¿Convencida?*
120. Carmen *Sí.*
121. Investigadora *A lo mejor, esto también te ayudó a asegurarte de que se podía rellenar la caja con las unidades [se refiere al uso de un cubo pequeño como unidad de volumen].*
122. Carmen *Exacto, que no había que hacerlo en plan probando. Si no de una forma más segura, más precisa.*

123. Investigadora *Aunque para hacerlo tuvieras que cambiar la unidad.*
124. Carmen *Claro.*

Carmen identifica seguridad con un procedimiento vinculado a una visión de las matemáticas orientado al uso de fórmulas, habilidades y procedimientos, evidencia de su sistema de creencias sobre las matemáticas.

- e) Buscamos obtener más datos sobre la ausencia de conclusiones durante la resolución de la tarea.

125. Investigadora *También me sorprendió un poco que las conclusiones las pusiste al final, incluso con un poco de prisa, ¿no?*
126. Carmen *Es que lo veía muy claro y el último era el que no tenía claro y era el que me estaba comiendo la cabeza y entonces yo quería ir al último, averiguar qué sacaba de ahí.*
127. Investigadora *Tenías muchas ganas de ese.*
128. Carmen *Yo, esto lo veía como más claro, como más fácil, entonces el último era el que a mí me tenía trastocada.*

Encontramos rastros de seguridad y confianza (actitudes) en la justificación de su decisión de postergar la redacción de la conclusión. También sobre su sistema motivacional y asumir un problema matemático como un reto (motivación e interés).

- f) Durante la búsqueda del consentimiento sobre los usos y relaciones establecidas durante la resolución de la cuarta tarea, intentamos relacionar las confusiones e incoherencias que encontramos con la rapidez con la que Carmen resuelve las tareas.

158. Investigadora *En este caso, ¿qué crees que ha pasado?*
159. Carmen *Yo creo que más por... es como en plan... los ejercicios estos llevan a confusión por la ilusión óptica que te hacen. Yo pienso que más por los dibujos, al verlos tú simplemente como comparas el primero con el segundo, ves que es el doble y entonces piensas que el resto ya es igual y como más o menos tienen relación en sí, parece que... pero después no lo es. Es como con el de los cubos, parece que va a entrar pero no entra, no te fijas en el detalle de que tiene dos plantas, es una sola.*
160. Investigadora *Vale. Crees que si hubieses ido un poco más despacio, si te hubieses detenido a pensar y revisar lo que hacías y lo que te pedían, ¿te hubieses dado cuenta de estos detalles?*
161. Carmen *No lo sé.*
162. Investigadora *Está claro que en ese momento no sentías la necesidad.*
163. Carmen *No lo sé.*

Encontramos evidencias sobre su sistema de creencias sobre sí misma (autoeficacia) y atribuciones causales (las imágenes generan confusión) y de actitudes de seguridad y confianza en su propio desempeño.

g) Pretendemos buscar más datos sobre sus procedimientos y su desempeño en general.

164. Investigadora *Yo creo que hacías lo que me comentas; encontrabas una relación de un vistazo: “es el cuadrado” y seguías con ello hasta el final; como si fueras con prisa.*
165. Carmen *No sé si lo habría visto si lo hubiese revisado.*
166. Investigadora *¿No lo crees?*
167. Carmen *Yo a veces que soy muy “cerrada”. Sobre todo con las matemáticas.*

Identifica como un rasgo de su identidad matemática la falta de flexibilidad.

h) Buscamos más información sobre dicho rasgo en el caso concreto de la tarea sobre la que gira la conversación en este punto concreto de la fase dialógica.

170. Investigadora *Y en este caso, lo estás viendo ¿no? [Haciendo referencia a las evidencias de su confusión]*
171. Carmen *Ahora, sí.*
172. Investigadora *¿Qué ha cambiado?*
173. Carmen *Yo creo que ha sido el tiempo.*
174. Investigadora *¿Crees que si hubiésemos hablado al día siguiente hubieses seguido pensando lo mismo?*
175. Carmen *Sí, seguramente. Encima, yo soy “cabezona”, muy cabezona.*

Reafirma la característica de su identidad matemática, en este caso utiliza el adjetivo “cabezona”.

i) Mientras buscábamos el consentimiento sobre las primeras tareas, Carmen se refirió a la última como la tarea que más la motivaba por considerarla un reto.

185. Investigadora *Esta es la tarea que tenías ganas de resolver ¿no?*
186. Carmen *Esta, esta no me ha gustado.*
187. Investigadora *Esta la viste y querías llegar...*
188. Carmen *Sí y no me gusta, yo pienso que es absurdo.*
189. Investigadora *En el vídeo dices: “este es más distinto”. ¿Cuál es la diferencia con los otros?*
190. Carmen *Distinto en sí porque los otros eran más como todo muy simétrico y este no.*
191. Investigadora *¿Con esta tarea no sentías lo mismo que con los anteriores? ¿No estabas tan segura o confiada?*
192. Carmen *Es más, lo veo ahora y me quedo igual.*
193. Investigadora *¿Qué lo hace tan complejo?*
194. Carmen *Pues que había que averiguar la superficie de esta mano y la sacamos Orlando y yo como nos pareció, básicamente.*

Sin embargo, cuando debemos abordar sus estrategias y solución, su versión es distinta. Teniendo en cuenta estas nuevas afirmaciones encontramos evidencias del

sistema motivacional de Carmen en la falta de interés o gusto por la tarea vinculado con la falta de sentido atribuido al mismo (“es absurdo”). Esta afirmación sobre esta tarea está directamente relacionada con su sistema de creencias sobre las matemáticas (son un conjunto de reglas, fórmulas, habilidades y procedimientos) y el cálculo de la superficie de la mano requería de la aproximación, un procedimiento que discrepa con sus creencias.

j) La búsqueda del consentimiento asociada a la quinta tarea también nos permite obtener más información sobre la identidad matemática de Carmen.

219. Investigadora *Al terminar esta tarea, te diste cuenta, o te lo dije, que no habías puesto las conclusiones, volviste atrás y empezaste a escribir las conclusiones. ¿Es importante para ti la rapidez?*
220. Carmen *Depende para qué.*
221. Investigadora *En este caso concreto. Viendo el vídeo tuve la sensación de que ibas rápido.*
222. Carmen *Es lo que te digo, cuando yo veo una cosa muy clara la hago rápido.*
223. Investigadora *Entonces era porque lo veías todo muy claro.*
224. Carmen *Por ejemplo, con este tardamos más, no lo veía claro, no veía qué hacer con él.*
225. Investigadora *¿Es posible que asumas que si vas más despacio es porque estás más insegura?*
226. Carmen *No insegura en sí, por ejemplo, el primer problema lo podría haber hecho más lento pero es lo que te digo, si al momento de leer un problema lo veo claro, yo voy como los caballos, yo veo esa cosa, a lo mejor le tengo que dar tres vueltas más que alguien me dice si lo miras desde aquí...[...].*

Identificamos rastros de la identidad matemática de Carmen asociada a su sistema de creencias sobre sí misma y más concretamente, sobre su autoeficacia.

k) Distinguimos una nueva relación vinculada a su identidad matemática, en este caso con el sistema motivacional.

229. Investigadora *Y tu manera de abordar los problemas, ¿sólo es para las matemáticas o también en tu vida diaria o con otras asignaturas?*
230. Carmen *Con otras asignaturas, en sí, por ejemplo, historia. Historia nunca me ha gustado porque me parece una asignatura absurda, me parece muy bien que debamos saber historia por cultura general porque vamos a ser maestros, vale, todo lo que tú quieras. Pero no de la forma en que nos explican en el colegio, con un libro y te tienes que aprender ahí veinte páginas para el examen.*
231. Investigadora *Y entonces...*
232. Carmen *Y como no llego a entender qué finalidad tiene eso, que*

- es una cosa que te vas a aprender más o menos de memoria o vas a tener que aprender trescientos nombres y cuatrocientas fechas, lo veo como innecesario.*
233. Investigadora *No te motiva tanto como resolver un problema de matemáticas.*
234. Carmen *No. Pero por ejemplo, los documentales de historia, me encantan.*
235. Investigadora *Y hablando de resolver problemas en tu vida cotidiana.*
236. Carmen *Soy muy cerrada, mucho.*
237. Investigadora *¿Actúas de la misma manera?*
238. Carmen *Sí, mucho. Soy muy cerrada, muy cuadrículada...*

Establecemos una relación entre su identidad y su sistema motivacional (preferencia e interés relacionados con el sentido de una actividad). En este extracto también se encuentran evidencias del carácter general de los rasgos de la identidad de Carmen, en lugar de estar vinculados únicamente a las matemáticas como habíamos considerado anteriormente.

3. SOBRE LA RELACIÓN COMPRENSIÓN – AFECTO

- a) Durante las dos primeras fases de la interpretación de los usos del conocimiento desplegados por Carmen, identificamos la seguridad y la confianza en su autoeficacia como dos características de su identidad matemática. Durante la resolución de la primera tarea evidenciamos la influencia de estas actitudes (vinculadas a sus creencias sobre sí misma y su identidad) sobre sus acciones. Buscamos el consentimiento sobre dicha relación.

43. Investigadora *Ajá. ¿Tú crees que tiene algo que ver con que, probablemente, no te haya quedado muy claro lo que se te estaba pidiendo? ¿A lo mejor el enunciado no estaba muy claro?*
44. Carmen *El enunciado en sí... yo le presté atención y lo entendí. Lo que pasa es que a la hora de trabajar lo veía como... la visión que yo tenía era de superficie, aunque estaba hablando en perímetro. Mi visión era superficie porque yo lo veía claro que era la mitad, de la mitad, de la mitad; pero estaba hablando en perímetro.*
45. Investigadora *Vale. También me sorprendió un poco, creo que es porque estabas muy segura, que en ningún momento, ni en este ejercicio ni en los siguientes, sentiste la necesidad de revisar si lo habías hecho bien. ¿Crees que si hubieses revisado lo que hiciste te hubieses dado cuenta de tu confusión?*
46. Carmen *Yo creo que no. No. Porque yo lo pienso ahora así, después de haber hecho la actividad del tangram, que fue la semana pasada. A mí, a lo mejor me lo preguntan la semana pasada sin haber hecho el tangram y sigo con las mismas.*

47. Investigadora *¿En ningún caso sientes la necesidad de revisar tus respuestas?*
48. Carmen *Es que lo vi al principio. Cuando nos lo diste, lo vi al principio y dije: “esto es la mitad de la mitad”; y cuando me puse a hacerlo, lo seguí viendo igual y cuando nos dijiste que teníamos que escribir la conclusión, lo seguía viendo igual. Entonces era como que lo había revisado ya dos veces y lo seguía viendo igual.*
49. Investigadora *Estabas muy segura y terminaste la tarea contenta.*
50. Carmen *Yo, sí.*

Afirma haber tenido claridad sobre lo que el enunciado le pedía pero la seguridad que experimentó sobre sus observaciones de la figura le impidió tenerla en cuenta. Reconoce su cambio de perspectiva a partir de una experiencia de aprendizaje posterior. En este caso, la relación entre el sistema afectivo (sistema de creencias y actitudes) le impiden modificar su perspectiva o tener en cuenta posibilidades distintas.

b) Durante la conversación centrada en la cuarta tarea, buscamos más información sobre la influencia del sistema afectivo de Carmen y su desempeño en matemáticas.

180. Investigadora *Y estas experiencias ¿no te ayudaron? Quiero decir, si tú ya sabías que era posible que cometieras un error, quizás por la prisa o porque estabas muy confiada; ¿no has pensado, en alguna situación, que deberías detenerte un poco, revisar qué has hecho? Para no cometer el mismo error.*
181. Carmen *Muchas veces cuando me pongo con un problema de matemáticas lo hago de una forma y a lo mejor, si acaso, busco otra posible solución, pero si acaso. Si lo reviso, por ejemplo, en cualquier examen de matemáticas en bachiller y tal, yo he revisado siempre el examen y lo volvía a mirar y tal, pero si yo lo había visto al principio de una forma era muy, muy raro que yo cambiase el problema entero y lo hiciese de otra manera.*
182. Investigadora *¿Te has puesto a pensar por qué? ¿Te parece bueno o no?*
183. Carmen *Yo pienso que en plan, cuando yo veo algo, aparte a mí lo que son problemas en sí, de... cualquier tipo de problema no estilo este que es más de mirar más lo que tienes que hacer, lo que son problemas en sí siempre se me han dado muy bien porque siempre los entendía [creencia sobre sí misma]. A mis amigas no les pasaba, ellas no los comprendían, ellas tenían que hacer un montón de problemas, yo con un par de problemas ya sabía lo que tenía que hacer en el siguiente [creencia sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje].*

Entonces eso, como más o menos sabía siempre la tónica por la que iba, pues yo iba confiada a hacer los problemas [actitud]. A mí lo que más me gustaba era hacer los problemas, cuando me ponían integrales y tal, yo decía: “tengo que hacer un integral, ¿no hay ningún problema que tengo yo que crear mi integral?” [Preferencias]. Me gustaba más, pero también me he llevado sorpresas varias veces, decir: “esto está mal, esto está mal, esto está mal”; porque yo estaba confiada en lo que había hecho que estaba mal y después darme cuenta de que no, que estaba bien.

Identifica la influencia de su identidad, su sistema de creencias (sobre sí misma y sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje) y sus actitudes sobre su rendimiento en matemáticas, pero no es algo que le preocupe. La seguridad en su propio desempeño y su falta de flexibilidad le impiden incluso considerar dicha influencia como un rasgo que debería modificarse para mejorar su comprensión en matemáticas.

- c) La búsqueda del consentimiento sobre los conocimientos, estrategias y relaciones empleados para la resolución de la quinta tarea nos permitió encontrar evidencias sobre la relación entre el sistema afectivo y la comprensión del conocimiento matemático.

- | | | |
|------|---------------|--|
| 199. | Investigadora | <i>Bueno, pero en todo caso, tu estrategia era completar, ¿cierto?</i> |
| 200. | Carmen | <i>Sí.</i> |
| 201. | Investigadora | <i>Y al terminar esta tarea ¿te sentiste contenta?</i> |
| 202. | Carmen | <i>No, no lo veía, porque no veía ninguna explicación lógica.</i> |
| 203. | Investigadora | <i>¿Qué te hacía falta?</i> |
| 204. | Carmen | <i>Que hubiese alguna forma de saberlo exactamente.</i> |
| 205. | Investigadora | <i>Exactamente.</i> |
| 206. | Carmen | <i>Sí.</i> |
| 207. | Investigadora | <i>En este caso, exactamente no era posible.</i> |
| 208. | Carmen | <i>Ya.</i> |
| 209. | Investigadora | <i>Y ¿una aproximación es aceptable? ¿Te satisface?</i> |
| 210. | Carmen | <i>Bueno, en sí, no sé, yo creo que llegamos a una aproximación.</i> |
| 211. | Investigadora | <i>Aquí pones “a ojo”.</i> |
| 212. | Carmen | <i>¡A ojo!, era básicamente “a ojo”.</i> |
| 213. | Investigadora | <i>Te hacía falta algo exacto, la exactitud.</i> |
| 214. | Carmen | <i>Claro, saber cómo hacerlo.</i> |
| 215. | Investigadora | <i>Quizás porque estás acostumbrada a que las respuestas siempre sean exactas.</i> |
| 216. | Carmen | <i>Claro. Las matemáticas son una ciencia exacta, o eso dicen.</i> |
| 217. | Investigadora | <i>Entiendo, era eso lo que echabas en falta.</i> |
| 218. | Carmen | <i>Sí.</i> |

El sistema de creencias sobre las matemáticas le impide considerar posibilidades distintas asociadas a una visión más flexible de las matemáticas. Es decir, el sistema afectivo interfiere en la comprensión de la medida.

8.4.1.4. Conclusiones

1. Carmen no considera los aspectos relacionados con su sistema afectivo en la descripción de sus procedimientos, incluso cuando se le hacen preguntas directas al respecto. Únicamente se refiere a “sentirse cómoda” o “estar segura”; en ningún caso a las emociones y sentimientos generados a partir de la situación (resolver una batería de tareas de manera cooperativa con un compañero).
2. El desempeño de Carmen durante el episodio de resolución de la batería de tareas se caracteriza por la rapidez; rasgo que relacionamos con dos cuestiones distintas: (a) establece una conexión directa entre rapidez y un nivel adecuado de comprensión de los contenidos matemáticos involucrados en las tareas y (b) otorga mayor importancia al resultado u obtención de la solución que a los procedimientos implicados.
3. La rapidez con la que resuelve las distintas tareas le impide dejar rastros visibles de su actividad mental interna. El episodio fue diseñado con base en el trabajo cooperativo para facilitar el diálogo y la interacción entre dos personas y asegurar de ese modo la emergencia de datos e información que puedan ser útiles para la interpretación posterior, asumimos que nos enfrentamos a la dificultad del acceso al plano cognitivo de la protagonista a partir de dichos rastros teniendo en cuenta que los esfuerzos desplegados por Carmen por compartir, dialogar o buscar el consenso con su compañero fueron escasos.
4. A partir de la interpretación efectuada en los planos semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico identificamos los afectos presentados en la Tabla 8.5.16.

Tabla 8.5.16. Afectos desplegados durante la investigación

Sistema de creencias	
	<i>a) Creencias sobre uno mismo:</i>
	- Autoconcepto: soy muy buena en matemáticas; soy capaz de resolver problemas.
	- Autoeficacia: tengo éxito con las matemáticas.
	- Autocontrol: si las entiendo no tengo problemas.
	- Atribuciones causales: fallé porque los gráficos no eran correctos y conducían a equivocación.
	<i>b) Creencias sobre las matemáticas:</i>
	- Son un conjunto de reglas, habilidades y procedimientos. Hacer matemáticas es calcular y utilizar reglas, procedimientos y fórmulas.
	<i>c) Creencias sobre su enseñanza y su aprendizaje:</i>
	- Para tener éxito es preciso resolver muchas tareas iguales.
	- Aprendo por mí misma.

	<ul style="list-style-type: none"> - Hay que ser rápida en encontrar las respuestas. - La respuesta es más importante que el procedimiento. - El rol del profesor es importante. <p>d) <i>Creencias sobre el contexto social:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - No necesito ayuda. Soy capaz de ayudar a los demás. Individualidad.
Sistema motivacional	<p>a) <i>Motivación:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Motivos compartidos. <p>b) <i>Preferencias:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Me gustan las matemáticas.
Sistema de valores y normas	<p>a) <i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Consenso. - Búsqueda de consenso - Apoyo.
Sistema emocional	<p>a) <i>Emociones:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Incertidumbre. - Curiosidad. - Altivez. - Angustia. - Sorpresa. - Disgusto. - Vergüenza. - Satisfacción. - Orgullo. - Entusiasmo. - Frustración. <p>b) <i>Respuestas emocionales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Bloqueo. - Tranquilidad. - Tensión
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> - Seguridad. - Confianza en su propio desempeño. - Liderazgo.
Identidad matemática	<p>Su identidad matemática está relacionada con su sistema de creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, el contexto social y sobre sí misma y se caracteriza por la falta de flexibilidad que le impide considerar alternativas distintas o admitir los errores propios. Carmen es consciente de dicho rasgo de su identidad y no lo limita a la actividad matemática sino que lo extiende a su vida cotidiana. Otro rasgo importante de la identidad de Carmen es su actitud de liderazgo que le impide efectuar un trabajo cooperativo basado en el consenso y la búsqueda conjunta de estrategias y soluciones. Asume el rol de maestra centrado en prestar ayuda a los demás, aunque se trate de un compañero.</p>

5. Las emociones generadas por la situación (resolver una batería de problemas matemáticos cooperativamente con un compañero) están relacionadas con su identidad, su sistema de creencias y actitudes (altivez, orgullo, satisfacción, entusiasmo) durante la resolución de las primeras cuatro tareas. La última tarea fue asumida como “*distinta*” [91] (Anexo A.3.4.) y “*absurda*” [188] (Anexo A.3.7.) y las emociones asociadas a dicha situación son coherentes con sus sentimientos (angustia, vergüenza, incertidumbre, frustración y disgusto).
6. Todas las experiencias emocionales siempre son muy breves dando paso a nuevas emociones y por lo tanto respuestas emocionales distintas, demostrando así el carácter dinámico del sistema emocional.
7. En este caso, la relación entre sistema afectivo y comprensión se establece en ambos sentidos:
 - a) Sus creencias sobre sí misma definen sus actitudes que, a su vez, dirigen la toma de decisiones sobre las acciones a realizar. Las actitudes de seguridad y confianza, consideradas generalmente como positivas y potenciadoras de la comprensión, en el caso de Carmen suponen un elemento coercitivo de su comprensión.

Del mismo modo, las emociones generadas a partir de dichas discrepancias tienen, a su vez, respuestas asociadas (tensión y bloqueo) que dificultan la toma de decisiones y por lo tanto, la acción vinculada a la resolución de la tarea (comprensión).
 - b) Los buenos resultados académicos obtenidos en niveles educativos anteriores y en el actual moldearon sus sistemas de creencias y definieron las actitudes como afectos más estables, de manera que cada avance en su comprensión del conocimiento matemático refuerza dichos afectos.

Por otro lado, la comprensión (en términos de estrategias, conocimientos y habilidades) generan emociones debido a la discrepancia entre su sistema de creencias, sistema motivacional y actitudes y su nivel de comprensión real.
8. Sin embargo, las evidencias sobre los errores cometidos y las emociones asociadas no parecen convencer a Carmen para efectuar cambios en su desempeño y evitar cometerlos en el futuro. Asumimos este rasgo como una característica de la estabilidad, fortaleza y poder del sistema afectivo.

8.4.2. Estudio de caso 3B: Orlando

8.4.2.1. Fase 1: Entrevista previa

Durante la entrevista previa vinculada a la primera fase del estudio de caso de Orlando, buscamos obtener datos e información sobre dos cuestiones: (a) sus emociones, expectativas, creencias y motivaciones relacionadas con las tareas que deberá resolver y (b) conocer su pasado matemático para aproximarnos a sus sistemas de creencias actuales y sus reacciones afectivas en general (Anexo A.3.3.).

Encontramos evidencias sobre las siguientes cuestiones: relación entre los afectos generados a partir de su primer contacto con las tareas y su sistema de creencias; datos relevantes sobre su pasado matemático; el origen de su sistema de creencias sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje y las reacciones afectivas asociadas experimentadas durante su historia personal; las relaciones que él mismo identifica entre su rendimiento y su sistema afectivo y sus expectativas sobre la situación que se le plantea.

1. Relación entre su sistema de creencias y los afectos experimentados a partir del primer contacto con la batería de tareas

1. Investigadora *¿Qué te ha parecido la práctica? ¿Qué has sentido cuando viste las tareas?*
2. Orlando *Pues que... a simple vista parece un poco complicado y tampoco es que yo tengo mucho conocimiento de esto [creencia sobre su autoeficacia y conocimientos], pero sí es verdad que...me parece un poco relativo, depende de cómo lo enfoques el ejercicio. Pero vaya, a simple vista, muy simple vista. [Rastros de vergüenza por su creencia en su falta de conocimientos]*
3. Investigadora *¿Cómo te has sentido?*
4. Orlando *Ehh...un poco inseguro porque no sabría...a la hora de... [Emoción: incertidumbre], si tú ahora en vez de preguntarme esta pregunta me preguntas, “¿cómo resolverías este problema?” Pues, a lo mejor te diría “pues no lo sé”. ¿Sabes? Me crea un sentimiento de inseguridad. [Actitud]*

Encontramos evidencias de la relación entre comprensión y afecto; en este caso, la insuficiente comprensión sobre la medida que Orlando afirma poseer influye sobre su sistema afectivo generando incertidumbre y vergüenza. Busca aliviar esta última emoción con su afirmación de la relatividad de la perspectiva desde la que se enfocan las tareas.

2. Pasado matemático

5. Investigadora *¿Resolviste tareas de este tipo con anterioridad?*
6. Orlando *Ehhh... no... de esta manera, no.*
7. Investigadora *Pero sí resolvías problemas en el instituto, ¿no?*
8. Orlando *Sí, sí. Sí, pero sobre todo enfocados más a las fórmulas. La fórmula del perímetro, del área, de... [creencia sobre las matemáticas]*
9. Investigadora *¿Cómo te iba con esos problemas?*
10. Orlando *Ehhh... regular... o sea, bien porque al fin y al cabo era estudiarte una fórmula y bueno, a partir de un problema decir la fórmula, transformarla numéricamente y resolverla [creencia sobre las matemáticas]. Pero, tampoco...depende, conforme van pasando los cursos sí*

- que es verdad que me iba costando un poco más, sobre todo cuando ya se... sobre todo en la ESO, etc. más complicado* [creencia sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas]
11. Investigadora *¿Te iba bien?*
12. Orlando *Humm, uff... regular, mal. Sobre todo en los cursos más superiores sí que me costaba mucho* [creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje]. *Es más, siempre intentaba evitar... vaya, las matemáticas en general pero en cuanto al tema de álgebra y geometría también...me ha costado siempre mucho* [preferencias].

Los problemas matemáticos a los que se enfrentaba durante su escolaridad se enfocaban desde la visión de las matemáticas como “caja de herramientas” (Liljedahl, 2009); origen de su sistema de creencias sobre las matemáticas y sobre su enseñanza y aprendizaje [8]. Identificamos rastros de vergüenza en la contradicción entre dos afirmaciones sobre su rendimiento [10 y 12] (Anexo A.3.3.). En [12] reconoce tener malos resultados a los que relaciona con evitar las matemáticas, vinculada a su vez, con su falta de comprensión de los contenidos. Establecemos de este modo la relación entre comprensión y afecto: la falta de comprensión influye sobre el sistema afectivo.

3. Origen de su sistema de creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje

Buscamos obtener más información sobre su desempeño con las matemáticas y encontramos evidencias sobre el origen de su sistema de creencias.

13. Investigadora *¿Sabes por qué te costaba? ¿Tienes una idea del por qué?*
14. Orlando *Porque... porque al fin y al cabo se centra todo un poco en memorizar ciertos patrones y luego desarrollarlos, pero es como que no tiene una base fundamentada real. O sea, no te lo explican de una manera...razonada* [creencia sobre las matemáticas y su enseñanza]
15. Investigadora *Es decir, ¿tú no sabías por qué hacías lo que hacías? ¿Es lo que me estás planteando?*
16. Orlando *Sí, más o menos, sí. Exactamente, o sea tú...ellos te dicen esto se hace así y se hace así porque se hace así y punto. Igual cuando te explican trigonometría, igual cuando te explican el teorema de Tales, todo eso de... cateto al cuadrado más cateto al cuadrado igual hipotenusa y no sé qué y...tú te quedas igual, ¿sabes? No tiene una razón fundamentada cuando la matemática realmente es...se supone que tiene que trabajar a partir del razonamiento.* [Creencia sobre la enseñanza]
17. Investigadora *¿Cómo te sentías en esa situación? Me refiero a cuando tenías que utilizar algo sin entender el porqué.*
18. Orlando [Silencio]. *Ehhh, hombre, en ese momento te lo comes y ya está, o sea no es que te pones a pensar, “bueno, yo me siento mal”* [sistema emocional] *porque como es la primera vez que te lo dan así y no es sólo un profesor sino*

todos los profesores te lo dan de la misma manera, al fin y al cabo como que te habitúas y dices bueno, esto es lo normal, esto es así, todos mis compañeros se lo estudian igual y “pa’lante”, ¿sabes? [creencia sobre el aprendizaje] Como... cuadriculado, todo...

Su sistema de creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje se construyó a partir de experiencias reiteradas durante su escolaridad, relacionadas con los roles de profesorado y alumnado [16; 18] así como también a través de la visión de las matemáticas que le fue transmitida [14]. Identifica la generación de emociones negativas durante dichas experiencias, fenómenos que no tenían cabida durante los procesos de aprendizaje [18] (Anexo A.3.3.).

4. Sobre su rendimiento

Pretendemos obtener información sobre la influencia de este sistema de creencias, sus reacciones emocionales a los procesos de enseñanza y aprendizaje sobre su rendimiento académico, sin considerar aún la comprensión y su importancia.

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 19. | Investigadora | <i>¿Aprobabas?</i> |
| 20. | Orlando | <i>No, no, no. Cuando ya termino lo que es la secundaria obligatoria, mi nota de matemáticas era un uno. O sea, siempre he sido... bastante regular en matemática [creencia sobre sí mismo] y me han gustado pero viendo tus notas, te dejan de gustar [sistema motivacional]. Y me ha ido bastante mal, la verdad. O sea, en ese sentido.</i> |
| 21. | Investigadora | <i>No ha sido una experiencia agradable para ti.</i> |
| 22. | Orlando | <i>No. La verdad es que no.</i> |

Orlando establece una relación directa entre rendimiento y sistema afectivo [20] (Anexo A.3.3.). Si identificamos dicho rendimiento con el nivel de comprensión alcanzado, determinamos la influencia de la comprensión sobre el sistema afectivo.

5. Expectativas sobre la situación que se le plantea

Para finalizar la primera fase, indagamos sobre sus expectativas sobre su desempeño en la resolución de la batería de tareas que debe resolver.

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 23. | Investigadora | <i>¿Qué crees que va a pasar con esta práctica? ¿Crees que podrás resolver estas tareas?</i> |
| 24. | Orlando | <i>Ehhhh...</i> |
| 25. | Investigadora | <i>Por lo poco que has visto...</i> |
| 26. | Orlando | <i>Podría intentarlo, la verdad. Pero... [incertidumbre] tendría que echar la vista atrás bastante para saber si podría resolverlo porque seguramente necesitaré algún tipo de fórmula o algún tipo de conocimiento previo para hacerlo y mi base en matemática y sobre todo en geometría no es muy buena, la verdad [creencia sobre sí mismo]</i> |

Reconoce enfrentarse a las tareas con incertidumbre. Esta emoción se genera de la desconfianza sobre sus conocimientos basada en sus creencias sobre su autoeficacia.

Durante la primera fase del estudio de caso de Orlando, encontramos los rasgos afectivos presentados en la Tabla 8.6.1.

Tabla 8.6.1. Rasgos afectivos emergentes durante la entrevista previa correspondiente a la primera fase

Sistema de creencias	<p><i>Creencias sobre sí mismo:</i> autoeficacia [2; 20; 26]</p> <p><i>Creencias sobre las matemáticas:</i> son un conjunto de reglas, fórmulas, habilidades y procedimientos [8; 10]; están alejadas del mundo real [14]</p> <p><i>Creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas:</i> la dificultad de las tareas y contenidos aumenta con el paso del tiempo [10; 12]; el rol del profesor es importante [14; 16]; el alumnado debe tener un rol pasivo [18]</p>
Sistema motivacional	<p><i>Preferencias:</i> evitaba estudiar matemáticas [12]</p> <p><i>Gusto por las matemáticas:</i> en el pasado [20]</p>
Sistema emocional	<p><i>Emociones:</i> vergüenza [2; 10 y 12]; incertidumbre [4; 26]; frustración [18]</p>
Actitudes	<p>Inseguridad [4]; desconfianza en sus conocimientos [2; 26]</p>

Durante la fase dialógica buscaremos más información sobre las siguientes cuestiones:

- A partir de su afirmación de las matemáticas como una experiencia no grata para él. ¿Qué cambios cree necesarios para que su visión sobre las matemáticas se modifique?
- Si la inseguridad que asegura sentir antes de empezar con las tareas se mantuvo intacta durante todo el episodio o si sufrió modificaciones. En caso de que fuese así, en qué situación o situaciones.

8.4.2.2. Fase 2: Resolución de las tareas

Tarea 1

1. Plano semiótico

Orlando comparte con su compañera la solución que considera apropiada para el enunciado; lo hace respondiendo a la pregunta que ella le plantea sobre sus ideas sobre la tarea. Su compañera no tiene en cuenta esta solución y le plantea otra distinta,

Orlando asume la solución de su compañera y su actuación es fundamentalmente pasiva.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Escribe 1 junto al triángulo de la imagen 1 de la figura; $\frac{1}{2}$ junto a la imagen 2; $\frac{1}{4}$ junto a la imagen 3 y $\frac{1}{8}$ junto a la imagen 4.

Escribe como conclusión: “Partiendo de la imagen 1, cada imagen es la mitad de la anterior” (Anexo A.3.6.).

Encontramos evidencias de falta de claridad entre el objetivo de la tarea: establecer una relación entre los perímetros de las cuatro imágenes, planteado en el enunciado de la misma. Asumimos que la conclusión escrita de Orlando se refiere a que cada triángulo de cada una de las figuras, asumido individualmente, tiene la mitad de superficie de un triángulo de la imagen anterior; partiendo de que el triángulo mayor representado en la imagen 1 tiene una superficie de una unidad.

La conclusión sobre la tarea fue escrita después de terminar de resolver las cinco tareas, las inscripciones sobre la imagen son las mismas que las de su compañera y también la idea principal de la conclusión.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.6.2) (Anexo A.3.4.).


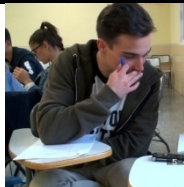


Tabla 8.6.2. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Orlando – tarea 1

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Incertidumbre (emoción) e inseguridad (actitud)	<i>¿No?</i> [2] [Repite la pregunta en tres ocasiones distintas en la misma frase mientras comparte sus ideas con su compañera. La incertidumbre, como experiencia emocional reiterada es la base de la inseguridad (actitud)].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Eso mismo</i> [6]. <i>Sí, sí. Eso es</i> [8].
Creencias sobre las matemáticas	<i>Que yo estaba mirando y no te dan valor numérico de nada</i> [10] [Asume que una tarea matemática debe proporcionar valores numéricos para que su resolución sea posible]

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la primera tarea (Tabla 8.6.3).

Tabla 8.6.3. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 1

	
<p>Imagen 1 [1] Curiosidad (emoción). [<i>Mirada fija en la tarea, cuerpo inclinado hacia adelante, boca abierta</i>]. Observa el papel de su compañera, en lugar del suyo.</p>	<p>Imagen 2 [2] Vergüenza (emoción) e inseguridad (actitud). [<i>Cuerpo tenso, se toca la nariz y se tapa la boca</i>]. Responde a su compañera, le explica sus ideas.</p>
	
<p>Imagen 3 [3] Interés (Sistema motivacional). [<i>Cuerpo y cabeza inclinados hacia su compañera</i>]. Escucha la propuesta de su compañera.</p>	<p>Imagen 4 [10] Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo). [<i>Mira fijamente a su compañera mientras intenta hacer aportes a la conclusión</i>]. Busca no sólo consentimiento, también su aprobación.</p>

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.6.4).

Tabla 8.6.4. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la primera tarea.

Conocimientos matemáticos	Perímetro [2]
Relaciones	La longitud del lado del triángulo de la Imagen i es el doble de la longitud del lado homólogo del triángulo de la Imagen $i+1$ [2]
Estrategias heurísticas	Observación [2] Búsqueda de regularidades [2; 174] Comparar [2; 4]
Sistema de creencias	<i>Sobre las matemáticas:</i> hacer matemáticas es calcular y usar reglas y fórmulas [10]

Sistema motivacional	<i>Interés</i> [3]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo: consenso</i> [6; 8]; <i>búsqueda de consenso</i> [10]
Sistema emocional	<i>Emociones: curiosidad</i> [1]; <i>incertidumbre</i> [2]; <i>vergüenza</i> [2]
Actitudes	<i>Inseguridad</i> [2]

La primera tarea se ubica dentro del segundo nivel de comprensión de la medida (medida informal).

Interpreta adecuadamente el enunciado y concluye que los perímetros de las cuatro imágenes que componen la figura es el mismo. Sin embargo, plantea a su compañera dicha conclusión con dudas e inseguridad. Esta actitud le impide argumentar su solución y renuncia a ella para asumir la que su compañera le plantea (la relación entre las superficies de los triángulos individuales de la figura). El abandono de la solución que plantea puede estar relacionado con el vínculo que podría establecer entre perímetro y área, reforzado por el uso que su compañera hace de los mismos términos que él: “*si este es uno, el siguiente es la mitad*”. No identifica que su compañera se refiere a la superficie y él a la longitud de los lados.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Sobre su primera estrategia y solución: “*todos los perímetros son iguales*”.
- Los motivos que le impidieron insistir en su solución.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos emergentes durante la resolución de la tarea.
- Emociones y sentimientos al finalizar la tarea.

Tarea 2

1. Plano semiótico

El desempeño de Orlando durante la segunda tarea es más pasivo que durante la primera.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Escribe debajo de cada imagen una letra S , el signo igual y números. Asumimos que expresa la superficie de cada una de ellas. Debajo de la imagen de la izquierda escribe: $S = 5 \cdot 5$ y debajo de la imagen de la derecha: $S = 6$.

Como conclusión presenta: “*Suponiendo que cada cuadrado vale 1, rellenamos y sumamos los cuadrados que hay*” (Anexo A.3.6.).

La conclusión considera la estrategia empleada para la búsqueda de la solución de la tarea: elige como unidad de superficie un cuadrado base de la cuadrícula, componiendo unidades cuando es necesario para, al final, encontrar la medida del área por iteración.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.6.5) (Anexo A.3.4.).

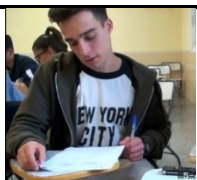

Tabla 8.6.5. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de Orlando – tarea 2

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Consenso	<i>Sí, sí, es verdad.</i> [14]
Incertidumbre	<i>¿Cómo?</i> [16]

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

El registro en vídeo nos permite obtener las siguientes expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos en la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.6.6).

Tabla 8.6.6. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 2

 <p>Imagen 5 [13]</p> <p>Incertidumbre (emoción). [<i>Boca abierta, cejas levantadas, párpados caídos</i>]. No tiene seguridad sobre la afirmación de su compañera.</p>	 <p>Imagen 6 [15]</p> <p>Angustia (emoción) y tensión (reacción emocional). [<i>Cabeza gacha, cuerpo rígido, labios apretados</i>]. Plantea una propuesta a su compañera, pero ella no la acepta y evidencia el error que cree él está cometiendo.</p>
---	--

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.6.7).

Tabla 8.6.7. Conocimientos matemáticos y rasgos afectivos emergentes durante la resolución de la segunda tarea.

Conocimientos matemáticos	Dimensiones lineales (largo, ancho...) [14] Unidad de superficie [18; 22; 177] Iteración [20; 22]
Estrategias heurísticas	Elegir la unidad [18] Medir de forma directa [20; 22] Pavimentar superficies con la unidad [20; 22; 177]

	Sumar las partes [20]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> Consenso [14]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> incertidumbre [13; 16]; angustia [15] <i>Respuestas emocionales:</i> tensión [15]

Ubicamos a la segunda tarea en el tercer nivel de comprensión de la medida (estructura de unidad).

Orlando plantea a su compañera la idoneidad de elegir como unidad de medida el lado de un cuadrado base de la cuadrícula: “*Si a... o sea si a un lado de los cuadrados le das un número de...*” [14] (Anexo A.3.4.). Su compañera le interrumpe y le aclara que la tarea implica el cálculo del área: “*Estamos hablando de superficie ¿eh?*” [15]. Los aportes de Orlando son mínimos, sin embargo, no sigue a su compañera sino que lleva la estrategia a la práctica de manera simultánea.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Conocer más información sobre el objetivo de su planteamiento inicial, ¿qué pretendía eligiendo como unidad de longitud a un lado del cuadrado base? ¿Hay confusión entre magnitudes? O por el contrario, si tenía claridad sobre la magnitud involucrada.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos desplegados durante la resolución de la tarea.
- Emoción experimentada al finalizar la tarea.

Tarea 3

1. Plano semiótico

Orlando empieza la tercera tarea planteando una estrategia similar a la utilizada en la tarea anterior: definir una unidad de medida del volumen y medir de manera directa el prisma rectangular. Dicha estrategia y unidad de medida es la que utiliza no sólo para calcular el volumen de la caja sino también el volumen de las unidades propuestas (A, B y C).

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Escribe debajo de cada unidad: $6A$; $8B$ o $12C$. Une con dos circunferencias distintas $6A$ y $8B$, por un lado, y $8B$ y $12C$ por el otro. Ambas circunferencias se cortan formando una intersección dentro de la cual se encuentra $8B$.

Interpretamos que cada expresión representa la cantidad de unidades que caben dentro del prisma ($6A$, $8B$ y $12C$) y que las circunferencias representan las soluciones basadas en unidades combinadas ($6A + 8B$ y $8B$ y $12C$).

Debajo de estas expresiones escribe: $4x3x6=72$. Interpretamos que calcula el volumen del prisma utilizando como unidad de medida un cubo pequeño.

A continuación, resuelve tres divisiones utilizando el algoritmo estándar: $72 \div 8=9$; $72 \div 3=24$ y $72 \div 4=18$. Interpretamos que, en primer lugar, calcula el volumen de cada unidad utilizando el cubo pequeño como unidad de volumen obteniendo como medidas: unidad $A=8$; unidad $B=3$ y unidad $C=4$. El objetivo de las divisiones es averiguar cuántas unidades A hacen falta para llenar el prisma, cuántas de B y cuántas de C desde el cálculo aritmético sin tener en cuenta la organización espacial.

Escribe como conclusión: “*Se puede realizar de muchas maneras, tomando así unidades de medida (A, b, c), incluso rellenando el cubo con una sola unidad*” (Anexo A.3.6.).

Describe un procedimiento que podría conducir a la solución de la tarea, o soluciones, sin embargo no utiliza ninguna para hallar la solución o soluciones.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.6.8) (Anexo A.3.4.).

Tabla 8.6.8. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Orlando – tarea 3





Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Individualismo (creencia sobre el contexto social)	<i>Aquí yo, yo haría lo mismo [...] [25] [Utiliza la primera persona del singular para describir un procedimiento].</i>
Consenso (normas asociadas)	<i>Son cuatro, sí [31] [Comparte el razonamiento y la respuesta de su compañera].</i> <i>¡Ahhh! ¡Vale! [47] [Tono de voz alto, eufórico. Comprende los argumentos de su compañera].</i> <i>Vale, vale, vale [49] [Remarca su acuerdo</i>

	<p>repetiendo tres veces seguidas la misma palabra].</p> <p><i>Vale, vale, vale</i> [51] [Insiste en demostrar su acuerdo].</p> <p><i>Vale</i> [55] [Sigue el razonamiento de su compañera].</p> <p><i>Claro</i> [69].</p>
Incertidumbre (emoción)	<i>Ehhhhh</i> [37] [Los argumentos de su compañera no le convencen completamente].
Desconfianza en los conocimientos propios (actitud)	<i>Sí, vale, vale. Creía que... sí, vale</i> [43] [Cede ante los argumentos de su compañera, a pesar de que son los mismos que él defiende].
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	[...] <i>O sea no usaríamos uno ¿no? ¿Entiendes?</i> [57] [Utiliza la primera persona del plural y plantea sus ideas como una pregunta, no como una afirmación].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la tercera tarea se presentan en la Tabla 8.6.9.

Tabla 8.6.9. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 3

 <p>Imagen 7 [26]</p> <p>Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional). [<i>Cuerpo tenso, cabeza gacha, labios apretados, mano en la cara, mirada fija en la tarea</i>]. Ha comentado una estrategia con su compañera, ahora ella ha empezado a argumentar los aspectos negativos de la misma.</p>	 <p>Imagen 8 [30]</p> <p>Frustración (emoción) y tensión (respuesta emocional). [<i>Cuerpo y rostro tensos, se tapa la cara con fuerza</i>]. Su compañera le sigue explicando una estrategia que parece no convencerle completamente.</p>
 <p>Imagen 9 [36]</p>	 <p>Imagen 10 [41]</p>

Disgusto (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Cuerpo y rostro tenso, labios apretados y hacia un lado, ojos entornados*]. No entiende el razonamiento de su compañera, le hace una pregunta y la respuesta que ella le da le parece insuficiente.

Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo). [*Cuerpo inclinado hacia su compañera, la mira fijamente*]. Plantea una idea a su compañera en tono de interrogación buscando su aprobación.



Imagen 11 [42]

Decepción (emoción) y **tensión** (respuesta emocional). [*Rostro tenso, apoya la cabeza en una mano*]. Su compañera le rebate la idea que acaba de expresar. La discrepancia se produce entre sus expectativas de éxito y los argumentos contrarios de su compañera.



Imagen 12 [47]

Sorpresa (emoción) y **“Eureka”** (respuesta emocional). [*Movimientos repentinos, tono de voz más elevada*]. El argumento de su compañera le convence.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la primera tarea (Tabla 8.6.10) (Anexo A.3.4.).

Tabla 8.6.10. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la tercera tarea.

Conocimientos matemáticos	Capacidad [53] Unidad de volumen [25; 41; 199] Localización de unidades [25; 41]
Relaciones	Entre unidades distintas [63; 65; 179; 187] Estructura espacial [45; 53]
Estrategias heurísticas	Estructurar conjuntos de unidades de volumen [59; 67] Organizar por composición [27; 29] Llenar [45; 59; 61; 179] Visualizar [33; 41; 53] Recuento [61; 185; 195]
Sistema de creencias	<i>Sobre el contexto social:</i> Individualismo: [25]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso: [31; 47; 49; 51; 55; 69]; búsqueda de consenso: [41; 57]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> angustia [26]; incertidumbre [37]; frustración [30]; disgusto [36]; decepción [42]; sorpresa [47]

	<i>Respuestas emocionales:</i> tensión [26; 30; 36; 42]; “Eureka” [47]
Actitudes	Desconfianza en los propios conocimientos [43]

Ubicamos rastros de comprensión en los usos del conocimiento de la medida desplegados por Orlando a pesar de su desempeño, principalmente pasivo, durante la resolución de esta tarea. La estrategia que él plantea inicialmente implica reconocimiento de la magnitud implicada, elección de una unidad acorde, llenar la superficie con la unidad y calcular el volumen de manera indirecta.

También encontramos evidencias de desconfianza en sus propios conocimientos incluso cuando su compañera termina planteando las mismas ideas que él ya había propuesto; cede fácilmente ante los argumentos de Carmen aunque en ocasiones estos no sean matemáticos sino estén basados en la percepción y las creencias.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Motivos por los que utilizó estrategias distintas a la que él plantea inicialmente efectuando una interpretación adecuada del enunciado.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos desplegados durante la resolución de la tarea.
- ¿Por qué no insistió en su interpretación y en su estrategia?
- La estrategia y soluciones planteadas por su compañera ¿fueron realmente convincentes?
- ¿Cómo puede interpretarse la rapidez en la resolución de un problema matemático?
- ¿La prisa es una característica de su trabajo matemático?
- ¿Se siente cómodo yendo de prisa? ¿No siente necesidad de detenerse a reflexionar sobre sus procedimientos y soluciones?
- La tarea también implicaba la redacción de una conclusión; sin embargo, no se estructuró hasta finalizar el episodio. ¿Por qué?

Tarea 4

1. Plano semiótico

Orlando empieza la cuarta tarea afirmando no poseer una propuesta de estrategia para la resolución de la misma; *“Esta sí que no tengo ni idea”* [71] (Anexo A.3.4.). De este modo, su actitud es pasiva y se limita a seguir las indicaciones de su compañera sin hacer ningún planteamiento distinto u observación al proceso que siguen.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza un segmento que tiene como extremos el punto final de la espiral y un punto en la línea curva externa, dicho segmento pasa por el punto inicial (interior) de la espiral. De este modo, divide la espiral en semicircunferencias a las que identifica utilizando números. Así, a la más pequeña e interior le corresponde 1; continúa hacia abajo de manera que la siguiente tiene el número 2; la tercera el 8; la cuarta el 32 y la última tiene el número 128. Hacia arriba el proceso es muy parecido; la segunda semicircunferencia tiene escrito el número 4; la tercera el 16 y la última el 64.

Debajo de la figura escribe en vertical, siguiendo el algoritmo estándar de la suma, los sumandos: 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128 y como suma 255.

Interpretamos que otorga un valor numérico a cada semicircunferencia, probablemente una cantidad de medida, cuyos valores suma para calcular la longitud total de la espiral.

Escribe como conclusión: “Tomando como unidad de medida el semicírculo y dándole el valor de 1, podemos deducir que cada semicírculo será el cuadrado del anterior. Posteriormente los sumamos para calcular su longitud total.” (Anexo A.3.6.).

Elige como unidad de medida de longitud la semicircunferencia más pequeña y a partir de ella establece una relación entre las longitudes de las demás semicircunferencias (las denomina semicírculos). La longitud total la calcula sumando dichas cantidades. No aporta información sobre los criterios que utiliza para “deducir” la relación entre las longitudes de las semicircunferencias que constituyen la espiral.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.6.11) (Anexo A.3.4.).



Tabla 8.6.11. Rastros afectivos en las expresiones verbales de Orlando – tarea 4

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Vergüenza (emoción)	<i>Este sí que no tengo ni idea</i> [71] [Reconoce su falta de ideas para la resolución de la tarea con voz muy baja].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo) y sorpresa (emoción)	<i>¡Ah, vale! Sí</i> [73] [Sube el tono de voz. Reacciona a una primera explicación de su compañera sobre una posible estrategia].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.6.12.

Tabla 8.6.12. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 4

	
Imagen 13 [74]	Imagen 14 [84]
<p>Angustia (emoción) y evitación (respuesta emocional). [<i>Se mueve continuamente, cuerpo rígido, boca tensa, ceño fruncido. Se aleja físicamente de su compañera, apoya gran parte de su cuerpo sobre la mesa</i>]. Su compañera describe una estrategia para resolver una tarea que él reconoce no saber cómo abordar.</p>	<p>Angustia (emoción) y tensión (respuesta emocional). [<i>Cuerpo rígido, rostro tenso, apoya la cabeza en una mano, labios apretados</i>]. Ha decidido realizar los cálculos solo, buscando alivio frente a la angustia que le genera la seguridad de su compañera y su propia falta de comprensión sobre el procedimiento que ella lleva a cabo.</p>

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de la cuarta tarea (Tabla 8.6.13) (Anexo A.3.4.).

Tabla 8.6.13. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la cuarta tarea.

Conocimientos matemáticos	Longitud [87] Estimación [79] Cuantificación [85]
Estrategias heurísticas	Comparar [79] Medir indirectamente [79; 81; 83; 85]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> consenso [73]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> vergüenza [71]; sorpresa [73]; angustia [74; 84] <i>Respuestas emocionales:</i> evitación [74]; tensión [84]

Su reconocimiento de “no tener ni idea” [71] (Anexo A.3.4.), le impide plantear estrategias distintas a las de su compañera. Acepta dichos procedimientos y se limita a seguirlos. Después de encontrar la longitud total de la espiral, echa en falta una unidad de medida estándar: “*Sin unidad de medida tiene que ser*” [89] (Anexo A.3.4.).

Su actitud fundamentalmente pasiva durante la resolución de esta tarea nos impide obtener información suficiente sobre los usos del conocimiento de la medida que pone en juego.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Buscar información sobre su grado de convencimiento sobre la estrategia seguida para encontrar la longitud total de la espiral, planteada por su compañera.
- ¿Es correcto afirmar que cada semicircunferencia es el doble de la anterior? ¿Es el cuadrado? ¿Por qué?

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones experimentadas a partir del primer contacto con el enunciado y la figura de la tarea; durante el proceso de resolución y al finalizar.

Tarea 5

1. Plano semiótico

Durante la resolución de la quinta tarea, la participación de Orlando es más mucho más activa que en las tareas anteriores. Propone una estrategia que convence a su compañera y, por primera vez, trabajan de manera cooperativa para hallar la solución. Es la única en la que buscan y encuentran consenso. En las anteriores, Carmen dominaba la situación y Orlando tenía una participación más pasiva. Sin embargo, cada uno escribe su conclusión de manera independiente.

1.1. Rastros de comprensión en las representaciones escritas durante la resolución de la tarea

Traza cuadrados y rectángulos sobre la cuadrícula base y coloca el número 1 en todos los cuadrados del interior y también en cuatro del exterior; excepto en uno en el que escribe $\frac{1}{2}$. Debajo de la figura escribe $13 y \frac{1}{2}$ y encierra esta expresión en un rectángulo. (Anexo A.3.6.).

Escribe como conclusión: “*Hemos desarrollado el ejercicio por intuición plástica. Dándole a cada cuadrado pintado el valor de 1*” (Anexo 63).

Interpretamos que la expresión “*intuición plástica*” se refiere a la visualización y al uso de la aproximación (intuición en lugar de exactitud). Estructura su conclusión utilizando la primera persona del plural, evidencia de un mayor esfuerzo por trabajar cooperativamente con su compañera.

1.2. Expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos

Los registros en audio y vídeo nos permiten obtener los siguientes datos sobre las expresiones verbales asociadas a rasgos afectivos durante la resolución de la segunda tarea (Tabla 8.6.14) (Anexo A.3.4.).





Tabla 8.6.14. Rasgos afectivos en las expresiones verbales de Orlando – tarea 5

Rasgos afectivos	Expresiones verbales
Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>No sé. A ver, podríamos hacer; creo que tiene que ver algo con contar también el área de fuera y luego la restamos con la de dentro, algo así. O sea la superficie de fuera</i> [92] [Utiliza lenguaje inclusivo para proponer una estrategia]. <i>¿Sabes lo que te digo?</i> [106]. <i>¿Entiendes?</i> [124].
Creencia sobre las matemáticas	<i>Esto es complicado. Yo lo veo complicado</i> [96] [La dificultad de calcular el área de una figura curva evidencia una creencia sobre las matemáticas: las tareas tienen siempre la misma estructura, son del mismo tipo].
Consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo)	<i>Claro. Más o menos por ahí se puede sacar eso</i> [126] [Las observaciones de su compañera le satisfacen].

1.3. Expresiones faciales y corporales asociadas a rasgos afectivos

Las expresiones faciales y corporales más representativas de la protagonista durante el desarrollo de la cuarta tarea se presentan en la Tabla 8.6.15.

Tabla 8.6.15. Expresiones faciales y corporales como rasgos emocionales - tarea 5

 <p>Imagen 15 [92]</p> <p>Orgullo (emoción). [<i>Cuerpo erguido, cabeza levantada, rostro relajado voz suave</i>]. La emoción surge de la discrepancia entre sus creencias sobre su propia autoeficacia y la falta de acción de su compañera. En este caso, la emoción positiva potencia la acción.</p>	 <p>Imagen 16 [104]</p> <p>Orgullo (emoción) y confianza (actitud). [<i>Cuerpo erguido, rostro relajado, tono de voz alto y firme</i>]. Su estrategia es satisfactoria también para su compañera. Su capacidad de acción es reforzada por su emoción positiva. Encontramos una nueva evidencia entre el vínculo entre afecto y comprensión.</p>
 <p>Imagen 17 [120]</p> <p>Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo). [<i>Se</i></p>	 <p>Imagen 18 [126]</p> <p>Satisfacción (emoción). [<i>Cuerpo y rostro relajados, leve sonrisa</i>]. Continúan con su</p>

acerca físicamente a su compañera, llama su atención y le explica sus ideas con tono de voz firme y más alto del utilizado hasta el momento] estrategia.



Imagen 19 [142]

Incertidumbre (emoción) y **bloqueo** (respuesta emocional). [*Cuerpo tenso, cabeza gacha, se toca la cara, silencio*].



Imagen 20 [150]

Búsqueda de consenso (normas asociadas al trabajo cooperativo), **motivos compartidos** (sistema motivacional). Acerca su cuerpo a su compañera, argumenta y comparte sus ideas, escucha al otro, utiliza la primera persona del plural.

2. Plano fenómeno-epistemológico

Caracterizamos los usos dados al conocimiento matemático, relaciones y estrategias así como los rasgos afectivos evidenciados durante la resolución de esta tarea (Tabla 8.6.16) (Anexo A.3.4.).

Tabla 8.6.16. Conocimientos matemáticos y rastros afectivos emergentes durante la resolución de la quinta tarea.

Conocimientos matemáticos	Área [92] Superficie [92] Unidad de superficie [104]
Relaciones	Entre área y superficie [92] Entre figuras geométricas [104]
Estrategias heurísticas	Comparar superficies [108; 110; 116; 128; 136; 138; 142; 158] Descomponer la superficie [94; 104] Recomponer [114; 132; 134; 148; 150; 152] Sumar las partes [122; 146; 156] Cuantificar [92; 104; 160; 162]
Sistema de creencias	<i>Sobre las matemáticas:</i> son complicadas [96]
Sistema motivacional	<i>Motivos compartidos</i> [150]
Sistema de valores y normas	<i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i> búsqueda de consenso [92; 106; 120; 124; 150]; consenso [126]
Sistema emocional	<i>Emociones:</i> orgullo [92; 104]; satisfacción [126]; incertidumbre [142] <i>Respuesta emocional:</i> bloqueo [142]

Actitudes**Confianza [104]**

Define como unidad de superficie un cuadrado base de la cuadrícula y calcula la superficie de la mano utilizando estrategias de composición y descomposición buscando completar una unidad para, finalmente, contarlas y obtener la medida del área. Su primer planteamiento consideraba calcular el área de todo el cuadrado y luego restar la superficie exterior de la mano. Sin embargo, finalmente utiliza la estrategia de Carmen basaba en completar, descomponer y recomponer.

Las emociones experimentadas por Orlando potencian la acción vinculada a la comprensión de la medida. La actitud de seguridad así como también las emociones de orgullo y satisfacción se relacionan con un desempeño más activo durante la última tarea.

Esperamos obtener más información sobre las siguientes cuestiones durante la fase dialógica:

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- ¿Cuál era la dificultad en esta tarea?
- Sobre su estrategia original y la que utilizan.

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- Emociones y sentimientos al primer contacto con la tarea y su figura; durante el proceso de resolución y al finalizar.
- Buscar el consentimiento sobre la confianza y seguridad que demuestra en esta tarea.

8.4.2.3. Fase 3: Búsqueda del consentimiento con el otro

El último plano del círculo hermenéutico de la interpretación planteado por el OMIUM, la tercera fase en nuestro estudio empírico, está constituido por la búsqueda del consentimiento con el otro a través de la interacción dialógica entre protagonista e investigadora. Para hacerlo efectivo, es preciso haber transitado por los planos semiótico y fenómeno-epistemológico previamente de manera que las cuestiones abiertas a tratar durante la fase dialógica estén ya definidas. Sin embargo, al tratarse de entrevistas conversacionales existe flexibilidad en el tratamiento de los asuntos establecidos previamente. Para el presente estudio de caso tendremos en cuenta las siguientes cuestiones que se abordan por tareas (Anexo A.3.8.):

a) Sobre los usos del conocimiento matemático y estrategias:

- Sobre su primera estrategia y solución a la primera tarea: “*todos los perímetros son iguales*” y los motivos que le impidieron insistir en su solución.
- Conocer más información sobre el objetivo de su planteamiento inicial para la resolución de la segunda tarea, ¿qué pretendía eligiendo como unidad de longitud a

un lado del cuadrado base? ¿Hay confusión entre magnitudes? O por el contrario si tenía claridad sobre la magnitud involucrada.

- Motivos por los que utilizó estrategias distintas a la que él plantea inicialmente para la resolución de la tercera tarea, cuyo enunciado interpreta adecuadamente.
- Buscar información sobre su grado de convencimiento sobre la estrategia seguida para encontrar la longitud total de la espiral, planteada por su compañera.
- ¿Es correcto afirmar que cada semicircunferencia es el doble de la anterior? ¿Es el cuadrado? ¿Por qué?
- ¿Cuál era la dificultad la última tarea?
- Sobre su estrategia original para medir la superficie de la mano y la que utilizan finalmente.
- Las tareas también implicaban la redacción de una conclusión; sin embargo, no se estructuró hasta finalizar el episodio. ¿Por qué?

b) Sobre sus experiencias afectivas:

- A partir de su afirmación de las matemáticas como una experiencia no grata para él. ¿Qué cambios cree necesarios para que su visión sobre las matemáticas se modifique?
- Si la inseguridad que asegura sentir antes de empezar con las tareas se mantuvo intacta durante todo el episodio o si sufrió modificaciones. En caso de que fuese así, en qué situación o situaciones.
- Emociones y sensaciones durante la resolución de cada una de las tareas; teniendo en cuenta las diferencias epistemológicas entre ellas, las asumimos como situaciones distintas que pueden generar respuestas afectivas diferentes.
- ¿Por qué no insistió en su interpretación y en su estrategia en la tercera tarea? ¿La estrategia y soluciones planteadas por su compañera ¿fueron realmente convincentes?
- ¿Cómo puede interpretarse la rapidez en la resolución de un problema matemático?
- ¿La prisa es una característica de su trabajo matemático?
- ¿Se siente cómodo yendo de prisa? ¿No siente necesidad de detenerse a reflexionar sobre sus procedimientos y soluciones?
- Buscar el consentimiento sobre la seguridad y confianza que demuestra durante la resolución de la última tarea.

1. SOBRE LOS USOS DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

1.1. Sobre conocimientos

a) Indagamos sobre los conocimientos puestos en juego durante la primera tarea.

15. Investigadora *¿Qué sentiste en la primera tarea? Cuando viste la imagen de los triángulos.*
16. Orlando *Pues, nada, veo la imagen, veo la pregunta: “las longitudes de los perímetros” y luego pues intento resolver lo que es el ejercicio y sí que es verdad que con*

la ayuda de Carmen, más o menos... como no te daba una medida, no te dan un número específico sino solo te dicen: “adivina la longitud”, pues eso sí lo aprendí en matemáticas que tú le das el valor que tú quieras. Entonces a partir del valor que tú quieras, pues se ve claramente que esto es uno, la mitad de uno, un cuarto de uno, un octavo de uno.

Encontramos evidencias de comprensión de la unidad y su asignación, aunque él lo denomina “dar el valor que tú quieras”. Y establece relaciones entre los perímetros de los triángulos.

- b) La resolución de la primera tarea y la conversación sobre su respuesta evidencian la confusión entre perímetro y superficie. Buscamos el consentimiento sobre dichos conceptos.

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 24. | Orlando | <i>Sí, claro, yo como lo veo es: hay uno, de perímetro uno en la imagen 1 y en la imagen 2 es la mitad de este perímetro.</i> |
| 25. | Investigadora | <i>¿Tú crees? Fíjate. Este, hasta aquí más o menos, y aquí. ¿Podrías decir que este lado es igual que este y este otro igual que este de aquí?</i> |
| 26. | Orlando | <i>Hum...</i> |
| 27. | Investigadora | <i>¿Recuerdas qué es el perímetro?</i> |
| 28. | Orlando | <i>Es la..., dicho de mala manera, la línea que forma el triángulo. Claro, yo creo que sí porque si tú levantas este pico, se forma el triángulo grande.</i> |
| 29. | Investigadora | <i>¿Es el mismo perímetro?</i> |
| 30. | Orlando | <i>Sí. Yo sí lo veo así.</i> |
| 31. | Investigadora | <i>De acuerdo, pero el decir uno, un medio, un cuarto y un octavo...</i> |
| 32. | Orlando | <i>¡Ah! Vale, vale, no tiene sentido.</i> |
| 33. | Investigadora | <i>¿Te das cuenta? ¿Qué se te pide y tú que das?</i> |
| 34. | Orlando | <i>Me piden el perímetro y yo me centré en el área.</i> |

Encontramos evidencias del conocimiento de la diferencia entre perímetro y área.

- c) La segunda tarea fue resuelta de manera fluida y segura.

- | | | |
|-----|---------------|---|
| 58. | Investigadora | <i>¿Qué tal con esta? Aquí también la cosa estaba bastante clara, ¿verdad?</i> |
| 59. | Orlando | <i>Sí, porque esta el año pasado la hicimos en geometría y más o menos dándole, o sea, ¿cómo lo hicimos? Dándole el valor de uno a cada lado del cuadrado, pues sacas más o menos... ¡no! Mentira, a cada cuadrado le das el valor de uno, exactamente.</i> |

Elige una unidad coherente con la magnitud implicada en la tarea; sin embargo, durante la fase dialógica plantea utilizar un lado del cuadrado como unidad, de la

misma manera que durante el episodio de resolución con su compañera. Pronto aprecia el error y lo corrige.

1.2. Sobre estrategias

a) El primer contacto con la primera tarea durante el episodio, fue suficiente para que Orlando comentara con su compañera la solución a la misma. Pretendemos conocer las estrategias subyacentes a dicha solución.

17. Investigadora *Aquí vi algo que me llamó la atención, tú viste el ejercicio y lo tenías muy claro.*
18. Orlando *Sí.*
19. Investigadora *Y dices a Carmen: “aquí todos los perímetros son iguales”, el perímetro de este triángulo es igual al perímetro de esta figura, es igual a este y es igual a este. Lo tenías muy claro, lo viste desde el principio. Y ella te dice: “aquí, lo que ha pasado es que los triángulos se han dividido, si esto es uno, este triángulo es un medio, este otro triángulo es un medio y aquí entre cuatro y aquí entre ocho”*
20. Orlando *Sí.*
21. Investigadora *Pero yo creo, que lo que ella vio es cómo se fueron dividiendo la superficie de los triángulos, entonces aquí hay uno, aquí dos, aquí cuatro y aquí ocho. Pero no era eso lo que se te pedía, tenías que hacer lo que tú ya sabías y dijiste.*
22. Orlando *El perímetro.*
23. Investigadora *Exactamente.*

Identificamos conjuntamente una posible confusión entre la propuesta de Orlando y la de Carmen, una centrada en el perímetro y la otra en la superficie.

b) La estrategia utilizada para resolver la tercera tarea no convencía completamente a Orlando. Buscamos el consentimiento sobre lo que hizo y sobre lo que pudo hacer.

70. Investigadora *De acuerdo, entonces... empecemos por el principio. Tenemos tres unidades y había que averiguar cuántas de cada una caben en la caja.*
71. Orlando *Exactamente.*
72. Investigadora *Y para hacerlo más fácil, ¿no? Cuentas los cubos pequeñitos que hay en la caja y son setenta y dos.*
73. Orlando *Más fácil no, sino para ver cuántos cubos hay y cuántos puedo ir metiendo.*
74. Investigadora *Entiendo. Luego dices: “como aquí hay setenta y dos, este son...”*
75. Orlando *Ese me da...ocho, aquí hay tres y ahí hay cuatro.*
76. Investigadora *Vale, entonces luego divides.*
77. Orlando *Sí.*
78. Investigadora *¿Fue idea tuya o sugerencia de Carmen?*
79. Orlando *No lo recuerdo, en todo caso, la idea era esa, seis A...uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis... no entiendo*

- porqué pone 6A si realmente eran ocho...
80. Investigadora ¿Crees que ocho cajas A caben en una caja grande?
81. Orlando Ocho no, ¡ah, no! Claro, mentira, vale, vale, vale. Seis cubos, ¿no? Seis cubitos de esos y... lo conté ¿no? Un, dos, tres, cuatro, cinco y seis... luego 8 B y luego 12 C y ahí formas todo.
82. Investigadora Vale. Es decir 6A más 8B o 12C.
83. Orlando Sí así es como lo hicimos.
84. Investigadora ¿12C?
85. Orlando Podríamos hacerlo: 6A más 8B o 6A más 12C.
86. Investigadora Vale.
87. Orlando Pero creo que también se podía hacer ocho B más 12 C y al fin y al cabo creo que se puede hacer incluso con el mismo; lo que pasa es que eso yo creo que no lo comprobamos, pero vamos; a ver si está hecho... setenta y dos partido ocho te da nueve, entonces era un poco... o sea la división la sacamos porque era para ver con cuántos cubos... por ejemplo, en este caso, en el caso de B, con cuántos cubos de B puedo rellenar el cubo entero, sacas nueve cubos, nueve es igual a setenta y dos.
88. Investigadora ¿Seguro?
89. Orlando Eso fue lo que...
90. Investigadora ¿Crees que nueve cubos de estos caben en esta caja?
91. Orlando ¿Del A?
92. Investigadora Sí, sólo de A. Esto es lo que dice aquí, ¿no?
93. Orlando No, de A es este...uno, dos, tres, cuatro,... ¡sí! Nueve de A caben aquí.
94. Investigadora Vamos a hacerlo.
95. Orlando Ehh... ¿esto se puede separar?
96. Investigadora ¿Te hace falta?
97. Orlando Sí, lo partiría por la mitad, así me cabe aquí. Esa es otra forma de resolverlo.
98. Investigadora Vale, entiendo.
99. Orlando Esa era la manera que creo que se puede ¿no? Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis; ya tienes toda la parte de aquí y ahora la mitad de seis que es tres, vamos sería partiendo A porque un cubo entero no cabe.
100. Investigadora Vale, de acuerdo. ¿Y B y C?
101. Orlando También se puede, con 24 de B y ...

Identifica adecuadamente las unidades que impone el enunciado y utiliza un cubo pequeño para facilitar el cálculo del volumen en función de cada una de ellas. Durante el episodio se limitó a averiguar el número de unidades necesarias haciendo uso de procedimientos aritméticos; en la fase dialógica le planteamos la perspectiva espacial de su respuesta y como solución a la dificultad que surge considera el uso de submúltiplos.

c) Después de alcanzar el consentimiento sobre la incoherencia entre sus representaciones escritas y la conclusión de la tercera tarea (sub-apartado c) 2.3.) buscamos también la idoneidad de dicha relación.

126. Investigadora *[...] ¿Te convenció?*
 127. Orlando *Sí, sí, no sé si es así pero sí.*
 128. Investigadora *Podría ser una manera de resolverlo, ¿no? En todo caso, tendríamos que asegurarnos de algún modo que esto es realmente la mitad de esto, ¿no crees?*
 129. Orlando *Ehhh...*
 130. Investigadora *Parece...*
 131. Orlando *Ehhh, es que es muy complicado, sí puede ser que no sea, pero es como el ejercicio de después, el de la mano, que es una aproximación.*
 132. Investigadora *¿Esta también puede ser una aproximación?*
 133. Orlando *Claro.*

Considera la aproximación como una condición adecuada y pertinente para la solución de la tercera tarea.

d) La resolución de la quinta tarea implicaba el uso de una estrategia similar a la utilizada en la segunda. Buscamos conocer las diferencias percibidas entre ambas.

134. Investigadora *Vamos a por la última. ¿Cómo te sentiste cuando viste la mano?*
 135. Orlando *Pues, intentamos hacerlo como el ejercicio número dos, creo que es, parecido pero, ayudándonos entre los dos, pues sí, pues esta parte puede que se parezca más a esta, esta a esta otra y así.*
 136. Investigadora *¿Qué diferencia había entre esta tarea y la segunda?*
 137. Orlando *En esta, realmente no...no... ¿cómo te lo puedo decir? No sigue una... no sé cómo explicártelo. Que, al ser una mano, o sea no cubre espacios de los cuadrados que a lo mejor son distintos, entonces a la hora de darle un valor uno a un cuadrado para rellenar un cuadrado que por ejemplo, si te fijas en el dedo gordo es muy complicado rellenar ese espacio. ¿Con qué lo rellenas? Pues nosotros decíamos: “pues pues con ese, y este pues con este” y así pues más o menos se saca uno, y luego intentar sacar la mayoría de unos posible para llegar al final que era lo que te pedía: la superficie.*
 138. Investigadora *Y era trece y medio, ¿verdad?*
 139. Orlando *Sí.*
 140. Investigadora *En este caso, tú tenías una estrategia muy clara. La que me acabas de describir: “vamos a contar los cuadrados y vamos a ir completando lo que falta”.*
 141. Orlando *Sí, completando a la unidad.*

Identifica la dificultad de la tarea en la forma irregular de la figura, elige una unidad adecuada para la magnitud implicada y utiliza la estrategia de descomponer y recomponer buscando completar la unidad.

1.3. Sobre relaciones

- a) La resolución de la primera tarea empezó con una propuesta de solución por parte de Orlando, aunque finalmente asume la que su compañera le plantea; pretendemos conocer las relaciones que establece para encontrarla y los motivos de su renuncia a su planteamiento.

47. Investigadora *Yo entiendo que la respuesta que presentas es distinta de tu primer planteamiento. A ver, esta respuesta es correcta, aquí hay un triángulo, aquí dos, aquí cuatro y aquí ocho; pero no es una respuesta al enunciado que te pide encontrar una relación entre los perímetros; sin embargo, lo que tú dices al principio y como hemos comprobado ahora, los perímetros de todas las figuras son iguales.*

48. Orlando *¡Ahhh! [Expresión de asombro y alegría, está contento]. Ya, pero como aquí te pide: “¿Qué puedes decir de la longitud de los perímetros?”; claro, yo qué te puedo decir, que sí que todos son iguales pero que numéricamente expresándolo yo lo veo así.*

Establece una relación entre los perímetros de los triángulos, no de las figuras de manera que al comparar los perímetros de las figuras completas concluye que son iguales. La aparente confusión surge de su necesidad de expresar numéricamente dicha relación (se busca el consentimiento al respecto en el sub-apartado c) de 2.2.)

- b) El desempeño de Orlando durante el cálculo de la longitud de la espiral fue principalmente pasivo. Intentamos conocer las relaciones que establece entre las longitudes de las semicircunferencias que constituyen la espiral.

111. Orlando *[...] Creo que cuánto mide la longitud de la espiral; pues si le das el valor de uno a la más pequeña, y te das cuenta de que a partir de ahí siempre son el doble. Uno por dos, o sea... son exponenciales de cada número; por ejemplo, si este es dos, de longitud dos, este es de longitud cuatro que sería el doble de dos, por lo tanto este es ocho, dieciséis, treinta y dos y así. Luego sumas las longitudes y te da la longitud completa de la espiral.*

- c) Describe el procedimiento que plantea en la conclusión de la tarea y las relaciones que establece su compañera; sin embargo encontramos algunas incoherencias y buscamos el consentimiento sobre las mismas.

118. Investigadora *Aquí dice: “tomando como unidad de medida el semicírculo y dándole el valor de uno, podemos deducir que cada uno será el cuadrado del anterior” [Leyendo la*

conclusión escrita]. *Pero yo no estoy segura de que sea el cuadrado, fijate: si este es el anterior, el cuadrado sería uno* [Llamando su atención sobre la incoherencia entre las expresiones escritas y la conclusión].

- 119. Orlando *Sí, exactamente.*
- 120. Investigadora *Si este es el anterior, el cuadrado es cuatro. Aquí no hay problema.*
- 121. Orlando *Pero cuatro al cuadrado no es ocho*
- 122. Investigadora *Exactamente. Entonces no es elevar al cuadrado al anterior...*
- 123. Orlando *Es el doble, siempre es el doble, sí, sí.*
- 124. Investigadora *El doble.*
- 125. Orlando *El doble del anterior.*

2. SOBRE SUS EXPERIENCIAS AFECTIVAS DURANTE EL EPISODIO

2.1. Sobre su pasado matemático

a) Buscamos ampliar la información sobre la historia matemática obtenida durante la primera fase de nuestra investigación.

- 1. Investigadora *Me comentaste que las matemáticas, en general, fueron para ti una experiencia más bien desagradable ¿verdad?*
- 2. Orlando *Sí.*
- 3. Investigadora *¿Qué tendría que cambiar para que disfrutes de la asignatura? ¿Qué echas en falta?*
- 4. Orlando *Pues el hecho de comprender lo que estoy haciendo, porque una vez que tú lo comprendes luego te sale solo; es como más fluido, ¿sabes?*
- 5. Investigadora *¿Y en algún momento llegaste a disfrutar de algo?*
- 6. Orlando *Eh... ¡ufff! Que yo recuerde... eh...la verdad que muy poco, que yo recuerde nunca he tenido la... vamos, así la idea general que recuerde de las matemáticas no es una idea buena, como a lo mejor otro tipo de asignaturas que sí la tenía.*
- 7. Investigadora *¿Sólo te pasaba con las matemáticas?*
- 8. Orlando *Bueno, me ha pasado con otras asignaturas. Pero yo, por ejemplo, también di física que estaba un poco relacionado con el tema de las matemáticas y eso y la verdad que me gustaba porque tenía sentido lo que estaba haciendo, trabajábamos con problemas de distancias reales y al fin y al cabo, no sé, te motiva un poquito más, pero la matemática, por lo menos la que yo di no tenía mucho sentido, en ese sentido.*
- 9. Investigadora *¿No eran reales?*
- 10. Orlando *No.*

La información obtenida sobre la historia matemática de Orlando nos permite establecer una relación entre el sistema de creencias sobre las matemáticas que le fue

transmitido (las matemáticas no tienen relación con la realidad) y su sistema motivacional (preferencias).

Por otro lado, establecemos una conexión entre su afirmación “las matemáticas fueron una experiencia desagradable” con la vivencia de experiencias emocionales negativas intensas relacionadas con la actividad matemática que quedaron registradas en la memoria emocional definiendo no sólo sus creencias sino también sus experiencias emocionales posteriores y constituyendo actitudes.

2.2. Sobre los afectos desplegados

a) Tenemos en cuenta su afirmación sobre la incertidumbre con la que se enfrenta a la batería de tareas referida en la primera fase.

- | | | |
|-----|---------------|---|
| 11. | Investigadora | <i>[...] Al empezar me comentaste que ibas con muchas dudas, que no estabas seguro de que podrías hacerlo. ¿Esas dudas te acompañaron durante toda la práctica o se fueron modificando o aliviando?</i> |
| 12. | Orlando | <i>Después me resultó mucho más fácil de lo que parecía porque Carmen, no es que me ayudara, sino que me hacía ver cosas que yo no me había dado cuenta y al revés, yo a ella. Entonces era como un poco más fluido y fácil. Y luego, la verdad es que los ejercicios...no me costaron tanto.</i> |
| 13. | Investigadora | <i>No fue tan difícil como tú pensabas ¿no?</i> |
| 14. | Orlando | <i>No, yo ya no sé si estarán bien pero... [risa tímida]</i> |

Valora positivamente el trabajo con su compañera y lo identifica como el factor que le ayudó a ganar confianza y seguridad. También le parece importante resaltar que el rol de Carmen estuvo centrado en el trabajo cooperativo y en la búsqueda de respuestas conjuntas a través del consenso en lugar de una ayuda. Interpretamos que dichas afirmaciones pretenden evitar la vergüenza que podría sentir si una tercera persona asume que él no fue capaz de resolver las tareas sin ayuda de su compañera. Vislumbramos a la inseguridad como la actitud subyacente a esta respuesta y también de la última frase del fragmento: “yo ya no sé si estarán bien pero...” [14] (Anexo A.3.8.).

b) La segunda fase del episodio de interpretación nos permite vislumbrar la inseguridad de Orlando durante la resolución de la primera tarea.

- | | | |
|-----|---------------|--|
| 35. | Investigadora | <i>De acuerdo. Tú lo viste claro, sabías la respuesta, pero es como si hubieses renunciado a tu solución.</i> |
| 36. | Orlando | <i>Puede ser, puede ser.</i> |
| 37. | Investigadora | <i>Porque esta respuesta también te pareció muy lógica, ¿cierto? [Haciendo referencia a la respuesta planteada por la compañera de Orlando].</i> |
| 38. | Orlando | <i>Sí, claro.</i> |
| 39. | Investigadora | <i>Quizás no identificaste que esta respuesta [la de la compañera] de uno, un medio, un cuarto y un octavo era</i> |

- la relación de las superficies y no era lo que se te pedía.
40. Orlando Ya.
41. Investigadora *A pesar de tener la respuesta correcta.*
42. Orlando *Sí, sí, sí.*
43. Investigadora *¿Qué crees que pasó? ¿Será que no reflexionaste lo suficiente sobre las diferencias entre ambas soluciones?*
44. Orlando *Yo recuerdo que Carmen como que me dijo, es que...ya no me acuerdo bien. Recuerdo que Carmen como que me dijo eso, como que también no estaba de acuerdo con lo que yo... o a lo mejor ella me dijo una cosa, yo le dije que sí entendiéndolo que ella estaba entendiéndolo que yo estaba entendiéndolo.*
45. Investigadora *Vale, claro*
46. Orlando *Y le dije: “¡vale, vale!” y a lo mejor ella estaba hablando de una cosa totalmente distinta y yo estaba hablando de eso, pero...*

Encontramos rastros de desconfianza en el propio desempeño y en los propios conocimientos. Reconoce la falta de acuerdo de su compañera con su propuesta y no pone en duda estas afirmaciones, por el contrario, las asume en detrimento de su estrategia y solución, que también eran los correctos. Sin embargo, plantea un posible mal entendido como la causa de su actitud pasiva. Las palabras que utiliza para aceptar nuestros planteamientos, la repetición de los mismos en la misma frase y el lenguaje corporal que pudimos observar durante la conversación nos sugieren que se encontraba experimentando alguna emoción negativa; probablemente vergüenza cuyo alivio pretendía encontrar en la justificación que nos plantea.

- c) El consentimiento sobre las relaciones que establece entre las longitudes de los perímetros de los triángulos de la primera tarea, nos permiten obtener evidencias sobre el sistema de creencias sobre las matemáticas que Orlando posee.

49. Investigadora *Entiendo, buscabas expresar numéricamente la relación entre los perímetros de cada uno de los triángulos con respecto al grande.*
50. Orlando *Sí, esa era mi manera de hacerlo. Partiendo de que esto es uno, pues la mitad, la mitad de la mitad y así.*
51. Investigadora *Entiendo, vale, vale. En tu conclusión escribes: “cada imagen es la mitad de la anterior”, aunque es correcta y después de hablar contigo tiene mucho sentido, no responde al enunciado, ¿no crees? Y tu respuesta: “son iguales”, no la pusiste.*
52. Orlando *Sí, sí.*
53. Investigadora *¿Preferiste poner números?*
54. Orlando *Sí, me convence más.*

Vislumbramos su sistema de creencias sobre las matemáticas y las conectamos con una visión que las asume como un conjunto de pruebas rigurosas y lógicas expresadas utilizando lenguaje matemático.

d) Orlando reconoce haber resuelto tareas similares a la segunda en una asignatura anterior, vislumbramos inseguridad sobre su desempeño.

62. Investigadora *Aquí todo fue bien, ¿te sentiste tranquilo?*

63. Orlando *Sí, ese sí lo sabía. Está bien ¿no?*

Necesita escuchar el reconocimiento sobre la idoneidad de su estrategia y solución.

e) El consentimiento alcanzado sobre la estrategia utilizada para resolver la tercera tarea se caracterizó por la seguridad de Orlando, si bien su primer comentario sobre dicha tarea incluía la incertidumbre sobre su desempeño. Le planteamos esta diferencia para obtener más información desde su perspectiva.

102. Investigadora *Vale. Lo tenías muy claro, ¿no? Ahora me lo cuentas muy bien, con argumentos y con tranquilidad.*

103. Orlando *Sí, sí, sí.*

104. Investigadora *Sin embargo, en ese momento a lo mejor tenías más dudas, ¿no?*

105. Orlando *Sí, es que también, hay veces en las que me cuesta razonar las cosas, o sea llega un momento en que le pilla ya más o menos la idea, si la puedo sacar.*

Vislumbramos el sistema de creencias sobre sí mismo relacionado con la inseguridad (actitud) y que puede dar respuesta a la aparente incoherencia: soy lento para las matemáticas pero si me concentro puedo resolver tareas.

f) La búsqueda del consentimiento sobre la cuarta tarea también nos permite obtener más información sobre el sistema de creencias sobre sí mismo.

108. Investigadora *¿Qué tal con la cuarta?*

109. Orlando *Pues ese... es que Carmen lo vio y dijo: “así, se hace así, pom, pom, pom, pom” y lo sacó ella, eso es así.*

110. Investigadora *Pero entonces tú no lo tenías muy claro...*

111. Orlando *Yo la verdad es que no... la verdad es que me... Es que yo, primero pienso las cosas, vamos que pienso más las cosas, que puede que sea más torpe pero bueno... y sí que es verdad que tenía razón [...]*

Encontramos evidencias de la misma creencia que en el punto anterior. En el presente extracto, Orlando también relaciona “torpeza” con lentitud, afirmación que nos permite vislumbrar la valoración positiva del desempeño de su compañera teniendo en cuenta la rapidez con la que ella es capaz de actuar.

g) Buscamos más información sobre la rapidez en la resolución de las tareas.

112. Investigadora *Vale. Una cosa que me llamó la atención es que ibas muy rápido, ¿o fue impresión mía? ¿Es posible que el ritmo lo marcara Carmen?*

113. Orlando *Hum... puede ser, puede ser.*

114. Investigadora *Acabas de decirme que te gusta pensar las cosas, eso*

- implica tomarte tu tiempo y a lo mejor tú necesitabas un poco más de tiempo para reflexionar.*
115. Orlando *Sí, sí, sí, sí. También creo que con el... con el... entre dos personas era mucho más...no sé, más fácil.*
116. Investigadora *¿Te tranquiliza trabajar con otra persona?*
117. Orlando *Sí, hombre, es mejor... te ayudas más, la otra persona siempre ve cosas que tú no ves y tú ves cosas que esa persona no ve, entonces puede ser que me haya ayudado bastante.*

Valora de manera positiva el trabajo cooperativo con su compañera; sin embargo, encontramos rastros de vergüenza cuando reconoce la ayuda que ella le proporcionó. Identificamos una creencia sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que relaciona rapidez con “ser bueno” en matemáticas. No considera la rapidez como algo negativo y asume que su compañera le ayudó a ser más rápido y por lo tanto a tener mejor desempeño.

- h) La búsqueda de más información sobre la no consideración de las conclusiones de las tareas nos permite, nuevamente, encontrar evidencias sobre su sistema de creencias.

152. Investigadora *Si la hubieses resuelto tú solo, ¿hubieses tenido la misma prisa?*
153. Orlando *No lo sé, quizás no. Pero a lo mejor al ser dos, pues nos costó un poco menos también. Ella por lo que sé, sabe algo más de matemáticas y le gusta y eso... yo...siempre he intentado evitarlas. Pero no me cuestan tanto, incluso me gustan cuando tienen algún sentido, cuando pierden el sentido me cuesta mucho [...]*

En este extracto se establece la relación directa y explícita entre “saber” matemáticas, tener preferencia por ellas y rapidez. También encontramos rastros de su creencia sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y sobre sí mismo.

- i) La inseguridad emerge nuevamente durante la conversación sobre la última tarea.

154. Investigadora *Esta práctica la has hecho muy bien, pero me sorprende que teniendo estrategias muy válidas, en algunos casos incluso las soluciones al primer vistazo; no hayas insistido en ellas, sino que en algunos casos te dejaste llevar por una solución o estrategia menos acertada.*
155. Orlando *Sí, sí, sí.*
156. Investigadora *¿Es posible que no estuvieras muy seguro de tus planteamientos?*
157. Orlando *Puede ser.*

Además de la inseguridad; actitud que interpretamos como subyacente a la renuncia a sus propios planteamientos, incluso siendo pertinentes; encontramos rastros de

meta-afecto en la vergüenza que siente (por el tono de voz empleado y el lenguaje corporal) por su inseguridad en su propio desempeño.

3. SOBRE LA RELACIÓN COMPRENSIÓN – AFECTO

1. La conversación sobre la resolución de la tercera tarea nos brinda información sobre la relación entre afecto y comprensión.

66. Investigadora *¿Qué tal este?*
67. Orlando *Bueno, este, sí que es verdad que le hice un poco más de caso a lo que me decía mi compañera, pero no me convencía del todo. Lo que pasa es que llegó un momento en el que ya le dije: “vale, lo que tú digas”, más o menos así, mal dicho.*
68. Investigadora *Pero no estabas convencido.*
69. Orlando *O sea, no estaba convencido y estaba convencido, yo creo que había varias maneras de hacerlo y al final yo creo que llegamos a esa conclusión, de que había varias maneras de hacerlo. Porque tú, solo con una placa, por ejemplo esta, la A puedes rellenar todo el cubo, incluso con la B e incluso, creo, que con la C. Porque eran todos divisores de setenta y dos.*

La inseguridad de Orlando y la desconfianza en su propio desempeño lo conducen a aceptar las propuestas de su compañera, aunque no necesariamente las comparta. En este caso, el sistema afectivo influye en el desempeño de Orlando en la resolución de una tarea matemática, aunque no necesariamente en su comprensión. Asumimos, a partir de la interpretación efectuada en las fases anteriores, que Orlando hace un uso adecuado de los conocimientos, estrategias y relaciones vinculadas a esta tarea pero sus actitudes le impiden argumentar a favor de ellas ocasionando que asuma una propuesta que no comparte y que no es correcta.

2. La resolución de la última tarea estuvo caracterizada por una participación muy activa por parte de Orlando.

142. Investigadora *Y en esta tarea, a diferencia de las anteriores, te vi más seguro. Insististe en tu estrategia.*
143. Orlando *Sí, también... vendría más... como motivado, no sé o como que la cabeza ya... a mí me pasa mucho que me bloqueo, pero cuando me desbloqueo, en cierta manera como que ya empiezo a pensar las cosas de manera más fresca entonces ya con este ejercicio pues intenté hacer lo que habíamos hecho en el anterior, pero bueno, dándole el valor de uno a todos pero intentando rellenar los que... por ejemplo, en este caso, en el dedo con la parte izquierda de la mano.*
144. Investigadora *Vale, vale. Las otras serían las de “calentamiento” y aquí llegaste preparado y confiado.*
145. Orlando *[Ríe] sí, sí, sí.*

Relaciona la motivación y la seguridad con la ausencia de bloqueo y con un rendimiento más satisfactorio para él. También involucra a la confianza aunque no la nombre explícitamente.

3. La relación entre el sistema afectivo y la comprensión también emerge durante la búsqueda del consentimiento referida a la última tarea.

158. Investigadora *Es posible que también te hubiese ayudado volver a revisar lo que hiciste, lo que se te pedía. Quizás al identificar el error o el desajuste hubieses recuperado tus planteamientos iniciales.*

159. Orlando *Por ejemplo, me suele pasar en los campos en los que yo sé que no me desenvuelvo tan bien, por ejemplo si estamos hablando de otro tipo de cosas que yo sé que sí me desenvuelvo mejor, pues a lo mejor sí que le echas más cabeza. Pero en este tema, pues me dejo guiar un poco por lo que dice uno, un poco por mi intuición propia también, pero bueno, como tampoco estoy seguro verdaderamente de lo que estoy haciendo, digo: “pues, será así, si tú lo ves así y tal”. Y ya está.*

Encontramos evidencias de la relación, en ambos sentidos, entre la creencia sobre sí mismo (no soy bueno en matemáticas) y su sistema motivacional (preferencias). El resultado de dicha relación es la inseguridad que le impide argumentar o defender sus ideas y propuestas interfiriendo de este modo en su comprensión del conocimiento, en este caso, de la medida.

8.4.2.4. Conclusiones

1. Orlando no considera los aspectos afectivos en la descripción de sus procesos aunque se le haya preguntado por ellos directamente.
2. El desempeño de Orlando durante el episodio de resolución de las tareas se caracterizó por una actitud pasiva, asumiendo las propuestas de su compañera aunque fueran contrarias a la suyas.
3. Sin embargo hace un uso pertinente de conocimientos y estrategias y plantea relaciones apropiadas.
4. A partir de la interpretación efectuada en los planos semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico identificamos los componentes del sistema afectivo de Orlando presentados en la Tabla 8.6.17.

Tabla 8.6.17. Afectos desplegados durante la investigación

Sistema de creencias	<p>a) <i>Creencias sobre uno mismo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Autoeficacia: soy lento con las matemáticas, puedo ser algo torpe. - Autocontrol: si me concentro, puedo resolverlas. <p>b) <i>Creencias sobre las matemáticas:</i></p>
-----------------------------	--

	<ul style="list-style-type: none"> - Las matemáticas son pruebas lógicas y rigurosas, definiciones exactas y el lenguaje matemático es preciso. Hacer matemáticas es demostrar con exactitud y utilizar un lenguaje riguroso. - Están alejadas de la realidad. - Son complicadas. <p>c) <i>Creencias sobre su enseñanza y su aprendizaje:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Hay que ser rápido en encontrar las respuestas. - La dificultad de las tareas aumenta con el paso del tiempo. - El rol del profesor es importante. - El alumnado debe tener un rol pasivo. <p>d) <i>Creencias sobre el contexto social:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - El trabajo cooperativo es beneficioso.
Sistema motivacional	<p>a) <i>Preferencias:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Evitaba las matemáticas. - Gusto previo a los malos resultados. <p>b) <i>Interés:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Por la actividad.
Sistema de valores y normas	<p>a) <i>Normas asociadas al trabajo cooperativo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Consenso. - Búsqueda de consenso.
Sistema emocional	<p>a) <i>Emociones:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Incertidumbre. - Curiosidad. - Angustia. - Sorpresa. - Disgusto. - Vergüenza. - Decepción. - Satisfacción. - Orgullo. - Frustración. <p>b) <i>Respuestas emocionales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Bloqueo. - Tensión. - “¡Eureka!” - Evitación.
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> - Inseguridad. - Desconfianza en el propio desempeño. - Confianza.
Identidad matemática	<p>Identificamos la timidez e introversión como rasgos característicos de la identidad de Orlando, no sólo durante las distintas fases de la investigación, sino también durante las sesiones de la asignatura).</p> <p>Por otro lado, su identidad matemática está caracterizada por la inseguridad y la desconfianza en el propio desempeño. Dichas actitudes, junto con la timidez, provocan la emergencia de la vergüenza en</p>

situaciones en las que debe argumentar sobre sus procedimientos.

5. Los rasgos de la identidad de Orlando nos impiden obtener más datos sobre su sistema afectivo. La vergüenza que nuestro protagonista evidencia subyace a sus narraciones, en ocasiones contradictorias e insuficientes. Identificamos dicha emoción como un rasgo característico de su identidad (timidez).
6. Estos inconvenientes para la obtención de datos se acentúan teniendo en cuenta la rapidez empleada en la resolución de las tareas y el escaso intercambio con su compañera.
7. Identificamos a la memoria emocional de Orlando como un factor importante en la formación de sus actitudes. Reconoce a las matemáticas “como una experiencia desagradable” [18] (Anexo A.3.3.); [2] (Anexo A.3.8.); relacionamos esta afirmación con experiencias emocionales negativas y frecuentes durante la actividad matemática en los niveles educativos previos, la frecuencia e intensidad de dichas experiencias configuran las actitudes de inseguridad y desconfianza.
8. Establecemos una interconexión entre el sistema afectivo y la comprensión de la medida de Orlando, que nos permite explicar su conducta: el sistema de creencias, el sistema motivacional y el sistema emocional configuran la inseguridad y la desconfianza en el propio desempeño; actitudes que son coherentes con los rasgos de su identidad (timidez e introversión). Dichas actitudes interfieren negativamente sobre las acciones y los usos del conocimiento asociados a la comprensión; incluso cuando sus conocimientos son los esperados.
9. Ponemos en evidencia, una vez más, la importancia del plano dialógico desde una perspectiva ética asociada a una interpretación justa de la comprensión del conocimiento matemático de una persona. Sin este plano, en el que realmente tenemos acceso a los usos del conocimiento matemático que Orlando despliega, la interpretación de su comprensión sobre la medida sería equivocada.

8.5. OBSERVACIONES FINALES SOBRE EL ESTUDIO EMPÍRICO

El análisis e interpretación de los datos obtenidos para cada estudio de caso se efectuó utilizando como metodología el círculo hermenéutico planteado por el OMIUM y buscando dar respuesta a las interrogantes planteadas en el diseño del estudio empírico. Exponemos las siguientes conclusiones finales:

Primero. El círculo hermenéutico es una herramienta eficaz e integradora que permite el estudio de la Dimensión Socioafectiva en su totalidad.

Segundo. El análisis fenómeno-epistemológico teórico que se lleva a cabo con anterioridad permite definir los usos del conocimiento matemático (estrategias heurísticas y relaciones) y también los afectos vinculados a la actividad matemática.

Tercero. No solo es posible establecer relaciones entre todos los afectos desplegados por los estudiantes, sino que también es recomendable teniendo en cuenta que el carácter afectivo de la comprensión incluye a todos los componentes de la Dimensión Socioafectiva y solo el estudio holístico de la misma permite un mejor y más real acercamiento a la comprensión.

Cuarto. Encontramos evidencias empíricas de la interconexión entre el sistema afectivo y la comprensión, asumidos como dos procesos interdependientes y mutuamente influyentes. Es decir, los afectos influyen en la comprensión y viceversa.

Las conclusiones finales expuestas están vinculadas con las conjeturas de la investigación del siguiente modo:

	<i>Primero</i>	<i>Segundo</i>	<i>Tercero</i>	<i>Cuarto</i>
[C2]	✓	✓		
[C3]	✓	✓	✓	✓
[C4]	✓	✓	✓	✓

Entendemos las conjeturas C2, C3 y C4 han sido contrastadas en este estudio empírico. Como consecuencia, podemos afirmar también que el objetivo metodológico [OM2] y los objetivos empíricos [OE1] y [OE2] se han logrado con esta investigación.

CAPÍTULO IX

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

9.1. INTRODUCCIÓN

La investigación objeto del presente informe se ha centrado en el estudio del dominio afectivo en Educación Matemática tomando como referencia la información sobre emociones procedente de las áreas de Filosofía, Psicología, Biología y Neurociencia y también aportes del área específica de la Educación Matemática sobre dominio afectivo y aprendizaje de las matemáticas. Siguiendo la metodología del Análisis Didáctico para el análisis y meta-análisis de la información, finalmente hemos estructurado las Dimensiones Socioafectiva y Ética del modelo operativo para la interpretación del conocimiento matemático [OMIUM], cuya revisión y actualización también forma parte de la investigación. De este modo, los resultados constituyen una ampliación de dicho modelo a nivel teórico y metodológico. Nuestra propuesta teórica fue puesta a prueba a través de dos estudios empíricos, el primero centrado en aplicar el círculo hermenéutico como metodología planteada por el OMIUM para la interpretación del conocimiento matemático y el segundo enfocado en evidenciar la pertinencia de la Dimensión Socioafectiva del modelo teniendo como base de su aplicación la Dimensión Ética.

En este capítulo exponemos los principales resultados y conclusiones de la investigación, centrándonos en los siguientes aspectos. En primer lugar, en el segundo apartado se describe una síntesis de los aspectos formales de la investigación: objetivos, conjeturas, metodología y fases. Los resultados y conclusiones que consideramos más relevantes, tanto a nivel teórico como metodológico, se presentan en el tercer apartado. En el cuarto exponemos los logros y hallazgos a nivel de conjeturas y objetivos y también exponemos las conclusiones finales. En el quinto apartado ubicamos algunas consideraciones teóricas y metodológicas del OMIUM (incluyendo las nuevas dimensiones Socioafectiva y Ética) dentro de los debates actuales sobre el dominio afectivo y el aprendizaje de las matemáticas en nuestra área. Finalmente, en el sexto y último apartado describimos las perspectivas futuras como vías de ampliación y profundización de esta investigación, centradas en nuestro modelo.

9.2. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este apartado exponemos las conclusiones sobre los aspectos fundamentales que delimitan el problema de investigación abordado en nuestro trabajo. Dichos aspectos formales son objetivos teóricos, objetivos metodológicos, objetivos empíricos, conjeturas, metodología y proceso seguido.

9.2.1. Objetivos

Nuestro trabajo de investigación contempló tres tipos distintos de objetivos: teóricos, metodológicos y empíricos y se exponen en el subapartado 1.5.1. del primer capítulo.

9.2.1.1. *Objetivos teóricos*

[OT₁] *Organizar un marco teórico referencial, integrador y operativo, que contribuya a caracterizar la compleja relación entre afecto y comprensión en matemáticas.*

[OT₂] *Incorporar al OMIUM el conjunto de principios y fundamentos teóricos que caracterizan su nueva Dimensión Socioafectiva.*

9.2.1.2. *Objetivos metodológicos*

[OM₁] *Actualizar el Análisis Didáctico como metodología para el tratamiento de los antecedentes bibliográficos en la investigación en Educación Matemática y contrastar su vigencia aplicándolo al campo de estudio del dominio afectivo en matemáticas.*

[OM₂] *Ampliar el círculo hermenéutico existente incorporando en él los componentes de la Dimensión Socioafectiva para interpretar la comprensión matemática de los estudiantes.*

9.2.1.3. *Objetivos empíricos*

[OE₁] *Contrastar en la práctica la idoneidad del círculo hermenéutico como método integrador para la interpretación del sistema afectivo vinculado a la comprensión en matemáticas.*

[OE₂] *Evidenciar el carácter afectivo de la comprensión durante la actividad matemática de los estudiantes.*

9.2.2. Conjeturas

Para la consecución de los objetivos teóricos, metodológicos y empíricos se han contrastado las siguientes conjeturas (se presentan en el subapartado 1.5.2. del capítulo I).

C1. Los procesos cognitivos y afectivos en matemáticas no son opuestos, sino que se encuentran imbricados. La comprensión del conocimiento matemático, como fenómeno cognitivo, también posee un componente afectivo esencial que lo caracteriza.

C2. El círculo interpretativo de la comprensión en matemáticas no solo es un producto teórico de la investigación hermenéutica. Resulta idóneo como método para interpretar la comprensión matemática en la práctica e incluso se evidencia en las interpretaciones particulares que realizan los escolares en contextos de actividad conjunta en el aula.

C3. El círculo hermenéutico mejora su fundamentación teórica y su potencialidad operativa como método de interpretación cuando se incorporan a su configuración los componentes afectivos que también caracterizan a la comprensión en matemáticas.

C4. El recorrido afectivo incorporado al círculo hermenéutico transita por los mismos planos interpretativos de su configuración previa y permite realizar interpretaciones del carácter socioafectivo de la comprensión a partir de las muestras visibles y externas de los estudiantes durante su quehacer matemático cotidiano.

La relación entre conjeturas y objetivos se muestra en la Figura 9.1.

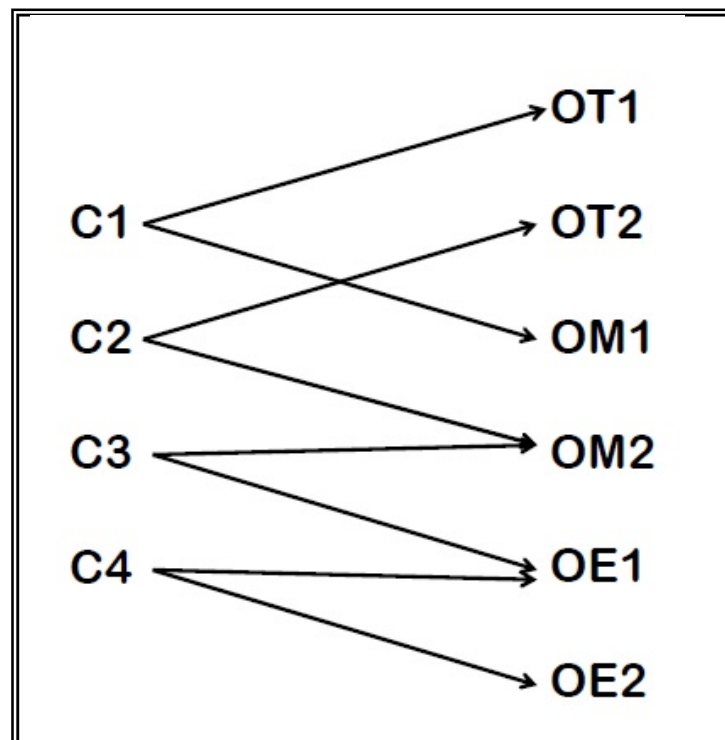


Figura 9.1. Relación entre conjeturas y objetivos de la investigación

9.2.3. Metodología

Para la contrastación de las conjeturas hemos empleado una metodología mixta en función de las dos fases principales de la investigación (apartado 1.7. del primer capítulo):

- En la fase teórica de la investigación se ha empleado el Análisis Didáctico para la selección y el tratamiento de antecedentes.
- La fase empírica y sus dos etapas (estudio exploratorio y estudio de caso múltiple) ha utilizado como metodología el círculo hermenéutico de la comprensión del conocimiento matemático planteado por el OMIUM.

9.2.4. Proceso

La investigación se ha desarrollado según el esquema de la Figura 9.2, en el que se muestran los estudios realizados en cada etapa del trabajo y las relaciones entre ellos.

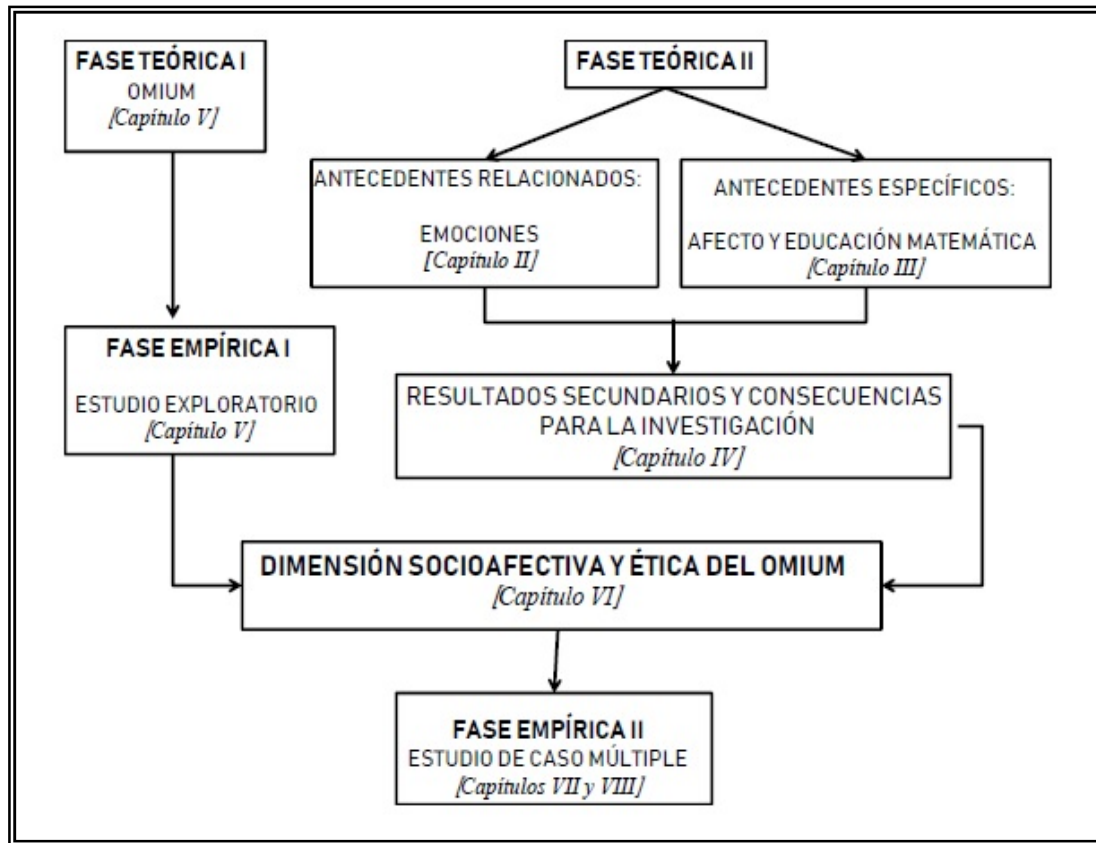


Figura 9.2. Proceso seguido en la investigación

1. En la primera etapa de la Fase Teórica realizamos una revisión, profundización y ampliación del recorrido del círculo hermenéutico planteado por el OMIUM incorporando las contribuciones filosóficas de Paul Ricoeur y asumiendo al plano dialógico y la búsqueda del consentimiento con el otro como la manera de retornar al plano cognitivo de los estudiantes. Se presenta en el capítulo V.
2. El círculo hermenéutico se aplica por primera vez en un estudio exploratorio correspondiente a la primera etapa del estudio empírico. Además de demostrar la operatividad del círculo hermenéutico de la interpretación de la comprensión del conocimiento matemático como objeto de estudio en Educación Matemática, también demostramos su aplicabilidad en contextos escolares en dos situaciones distintas: en la primera interpretamos la comprensión matemática de una estudiante de primer curso de educación secundaria y en el segundo verificamos la presencia natural en las interpretaciones de la actividad matemática que efectúan los escolares. También se expone en el quinto capítulo del presente informe.
3. La segunda etapa de la fase teórica realizamos un estudio de revisión bibliográfica de la información proveniente de dos fuentes distintas: (a) antecedentes relacionados,

tomados de Filosofía, Psicología, Biología y Neurociencia centrados fundamentalmente en el estudio de las emociones; y (b) antecedentes específicos, obtenidos del área específica de la Educación Matemática en el que exploramos el estado actual de los conocimientos sobre el dominio afectivo en el ámbito. Los resultados primarios provenientes de ambos tipos de fuentes se exponen en los capítulos II y III respectivamente.

4. A partir de dichos resultados primarios estructuramos los resultados secundarios y consecuencias para la investigación que se presentan en el capítulo IV.
5. La Dimensión Socioafectiva del OMIUM se estructura teniendo en cuenta los resultados y conclusiones provenientes de las dos etapas de la fase teórica: (1) la primera etapa, nos permite justificar a nivel teórico y metodológico la pertinencia de la incorporación de dicha dimensión al marco actual del OMIUM; y (2) las conclusiones y consecuencias obtenidas del meta-análisis de los antecedentes relacionados y específicos nos permiten en una segunda etapa estructurar nuestra propuesta. Se expone en el capítulo VI.
6. Finalmente, ponemos a prueba nuestros planteamientos en la segunda etapa de la fase empírica a través de un estudio de caso múltiple sobre la comprensión de la medida de seis estudiantes universitarios. El diseño de dicho estudio de caso se presenta en el capítulo VII y los resultados y conclusiones en el capítulo VIII.

9.3. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En este apartado presentamos los resultados y conclusiones más relevantes de cada una de las etapas por las que ha transcurrido la investigación y se organizan siguiendo las dos fases principales: teórica y empírica.

9.3.1. Fase teórica

La fase teórica de nuestro trabajo de investigación transcurre en dos etapas distintas. Presentamos los principales resultados y conclusiones de cada una de ellas:

9.3.1.1. Primera etapa

Entre las principales conclusiones obtenidas de la actualización y ampliación del OMIUM destacamos las siguientes:

CO1. El anhelo cognitivo de dar cuenta de lo que sucede en el interior de la mente del otro se evidencia en el origen del debate hermenéutico contemporáneo, con los esfuerzos por dar consistencia a una interpretación dirigida a la reproducción de las experiencias vividas por otros.

CO2. En nuestro modelo de interpretación prestamos atención al estudio de lo que comprenden los sujetos y cómo lo comprenden, como alternativa a la caracterización de supuestas comprensiones incorrectas o deficientes. Se trata, por ello, de una aproximación positiva a la comprensión, en la que la especificidad del propio conocimiento matemático también desempeña un papel esencial.

CO3. Los planos semiótico y fenómeno-epistemológico de nuestra propuesta son compatibles con las alternativas que plantean interpretar la comprensión con base en estrategias y procedimientos de valoración multifacética basados en el análisis del conocimiento matemático.

CO4. En el plano dialógico ponemos de relieve el papel esencial que desempeña el otro en la interpretación de la comprensión en matemáticas, reconociendo de este modo su protagonismo en la adquisición de los conocimientos en el aula de matemáticas.

CO5. El círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas nos sugiere la posibilidad de establecer diferencias entre las interpretaciones de los escolares y valorar la idoneidad de cada una de ellas en función de su correspondencia con lo fijado por él. Proponemos utilizarlo como referencia para hacer transitar a los alumnos desde sus modos idiosincrásicos de interpretar hasta el método interpretativo que propone. Haciendo explícito el método sugerido por el círculo podremos ayudar a los alumnos a transformar el suyo propio y transitar hacia formas más operativas y efectivas de acceder a la comprensión matemática del otro.

CO6. La interpretación de los escolares puede mejorar si los planos se conectan de forma cíclica y se organizan siguiendo la estructura del círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas.

9.3.1.2. Segunda etapa

La segunda etapa de la fase teórica se efectuó utilizando la metodología del Análisis Didáctico. Presentamos los principales resultados y conclusiones siguiendo la estructura que su metodología sugiere.

9.3.1.2.1. Resultados primarios (I): Antecedentes relacionados

Los principales resultados primarios provenientes del análisis de los antecedentes relacionados provenientes de la Filosofía, la Psicología, la Biología y la Neurociencia, centrados en el estudio de las emociones, son:

RPR1 Las emociones han sido un tema de interés permanente y continuo a lo largo de la historia de la humanidad. Inicialmente fueron abordadas por la Filosofía y más adelante por la Biología y la Psicología. Recientemente, la Neurociencia también se ha preocupado por su estudio, aportando nuevos y relevantes datos sobre su origen y funcionamiento a partir del campo conceptual generado durante las últimas décadas forjado con ayuda de los avances tecnológicos propios de la actualidad. En todos los casos, se ha reconocido su complejidad; carácter que ha dificultado el consenso en las diversas teorías y aproximaciones centradas en su comprensión.

RPR2 Tradicionalmente, los estudios de las emociones se han orientado por dos corrientes principales. Por una parte, la que las identifica con procesos netamente corporales, basados en los cambios fisiológicos asociados al fenómeno emocional. Por otra, la que considera a las emociones principalmente como procesos mentales. Esta división de los estudios clásicos tiene su base en el dualismo cartesiano que separa cuerpo y mente, considerándolas dos sustancias distintas.

RPR3 En la actualidad, las emociones están siendo estudiadas siguiendo las ideas de Spinoza, quien las asumió como dos sustancias complementarias de la naturaleza del ser humano. Las corrientes socioculturales también incluyen la importancia de la influencia de las cuestiones culturales, reconociendo el carácter social del ser humano desde una perspectiva más holística.

RPR7 Una emoción tiene su origen en la evaluación cognitiva (valoración o juicio de valor) de una persona, objeto o situación; una emoción siempre está vinculada a algo (objeto, persona o situación). Dicha evaluación se efectúa en función de los significados, necesidades, o intereses personales; el resultado puede ser positivo (es bueno para mí) o negativo (es perjudicial). Las dos posibilidades de resultado pueden, a su vez, originar diversas emociones diferentes en función de lo que se valora y de su relación con quien lo experimenta. En términos de Lazarus (2000), depende de la *trama argumental*.

RPR8 Las emociones son contextuales y situacionales; los procesos de evaluación cognitiva evalúan permanentemente el medio ambiente y todo lo relacionado con él de manera que una emoción se transforma en otra continuamente. Es decir, además del carácter contextual y situacional, las emociones tienen carácter dinámico.

RPR9 La emoción resultante del proceso de evaluación cognitiva desencadena cambios a nivel fisiológico. Estos cambios también son distintos en función de la emoción y tienen el objetivo de preparar el organismo para una respuesta efectiva a la situación, objeto o persona evaluados. La evaluación, además de la emoción que se genera, define la intensidad de la misma.

RPR10 Además de los cambios fisiológicos, las emociones implican una tendencia a la acción, aunque algunas estén vinculadas a acciones sutiles o no perceptibles por un observador externo.

RPR11 Todas las emociones generan sentimientos. Un sentimiento es la toma de consciencia de los cambios corporales que se experimentan y permite relacionar dicha experiencia con el objeto que lo provocó y también es el origen del autocontrol. No es posible controlar una emoción por su carácter inconsciente, pero sí podemos decidir qué hacer a continuación por la naturaleza consciente de los sentimientos.

RPR14 El carácter inconsciente de las emociones impide nuestro acceso a ellas, de manera que únicamente somos conscientes del resultado. En este contexto, la narrativa autorreferencial de las experiencias emocionales puede ser muy inexacta incluso en el caso de que quien narra su vivencia no oculte ni distorsione la verdad.

RPR15 Entre las respuestas corporales asociadas al despertar emocional se encuentran las representaciones externas, principalmente expresiones faciales y corporales que también tienen carácter inconsciente, sobre todo, durante los primeros segundos de la generación de la emoción. Es decir, las primeras expresiones faciales y corporales no pueden controlarse.

RPR18 El origen genético de las emociones nos permite comprender sus funciones vinculadas a la supervivencia, teniendo en cuenta que son procesos autorreguladores

que se encargan de discriminar lo dañino de lo beneficioso para el organismo. El ser humano moderno debe enfrentarse a nuevos retos y situaciones en su vida cotidiana, no necesariamente vinculados con su supervivencia directa, y lo hace con la participación de las emociones.

RPR20 Identificar a las emociones con procesos impulsivos y alejados de la razón dificultan el cumplimiento de sus funciones sociales. Por el contrario, asumir su carácter mental, cognitivo y asociado al pensamiento y la lógica dirige las acciones asociadas a las emociones hacia el bien común y no solo hacia el propio.

RPR21 En este sentido, reconocer el carácter cognitivo evaluador de las emociones permite desarrollar y mejorar la capacidad de razonamiento ético y político de los más jóvenes; dentro de la familia, en primer lugar, y luego en las instituciones educativas regladas.

RPR22 Las emociones vinculadas con el bienestar común, la convivencia justa y sana y el desarrollo cooperativo y equitativo son la compasión y el amor.

RPR23 La relación entre emociones y cognición se ha contemplado desde todas las perspectivas, en ocasiones de manera implícita o utilizando descripciones en lugar de nombrar al pensamiento o algún proceso netamente cognitivo (memoria, percepción, lenguaje, evaluación, codificación o decodificación, entre otros) en la conceptualización de una emoción.

RPR24 Se establecen relaciones bidireccionales entre los procesos cognitivos y los emocionales, de manera que los procesos cognitivos pueden generar emociones y las emociones influyen en la cognición.

RPR25 Emociones e inteligencia son indisociables, no solo teniendo en cuenta el concepto de Inteligencia Emocional, sino como base de la naturaleza del ser humano: seres inherentemente inteligentes y emocionales.

RPR26 El carácter evaluador de las emociones las dota de carácter cognitivo de manera que incluso se consideran como un tipo particular de cognición. De manera opuesta a la perspectiva que contrapone razón y emoción, las emociones son procesos racionales pues captan, procesan y discriminan información importante acerca del propio cuerpo y del contexto. Las emociones asumen el rol de mediadoras entre el medio ambiente y el ser humano.

RPR29 Las emociones están, por lo tanto, directamente relacionadas con los procesos racionales orientados a la toma de decisiones sobre las acciones. Los sentimientos, al ser considerados procesos conscientes vinculados al pensamiento, siguen el mismo proceso que cualquier otro proceso considerado netamente cognitivo. Las emociones actúan a través del cuerpo, los sentimientos lo hacen a través de la mente y funcionan de manera paralela.

RPR30 El conocimiento más amplio y profundo sobre las emociones y el mundo emocional del ser humano nos permite desterrar la relación emoción-impulso y apostar por la capacidad lógica y racional vinculada a nuestras emociones. Del mismo modo,

conocer el funcionamiento de nuestro cerebro y su plasticidad exige un cambio de paradigma en la educación de niños y adolescentes dentro de la familia y de las instituciones.

RPR31 Como educadores, debemos asumir nuestra responsabilidad en la formación de ciudadanos y ciudadanas demócratas y democratizadores partiendo de ayudarles a conocerse a sí mismos, desarrollar su capacidad de autocontrol y de decisión sobre sus propias vidas y a formar su carácter con base en la formación de valores vinculados a la convivencia pacífica y justa a través de las normas construidas de manera conjunta.

RPR32 Las emociones, principalmente el amor y la compasión, tienen un papel fundamental en el desarrollo de contextos democráticos.

9.3.1.2.2. Resultados primarios (II): Antecedentes específicos

RPE1 El dualismo cartesiano, que asume que razón y emoción son dos procesos opuestos, ha favorecido que las matemáticas sean consideradas el paradigma de la lógica y la racionalidad del ser humano. Sin embargo, la investigación en el área específica de la Educación Matemática ha tenido que enfrentar, frecuentemente, aspectos distintos de la pura cognición. Dichos aspectos fueron identificados como fenómenos afectivos y se convirtieron en un nuevo foco de investigación en el área.

RPE2 El afecto se asume como “limitante” o “distractor” del rendimiento adecuado en matemáticas y las actitudes representan el componente del dominio afectivo más estudiado, con el objetivo de modificarlas y mejorar el rendimiento y el aprendizaje de las matemáticas. Inicialmente la investigación sobre actitudes estuvo motivada por el interés por las diferencias entre mujeres y hombres en el aprendizaje de las matemáticas.

RPE6 La pluralidad de aproximaciones, paradigmas y planteamientos sobre el dominio afectivo en el área genera diversidad de terminología. Sin embargo, dicha diversidad no ha frenado el avance en la investigación. Por este motivo, debe asumirse la diversidad como una característica inherente a la complejidad de la dimensión afectiva y su investigación y reconocer cada teoría en su propio contexto, con sus propias definiciones, su propia conceptualización del dominio y su metodología para la investigación. En este sentido, la tendencia de la investigación en el área es a las aproximaciones integradoras, perspectivas sistémicas y metodologías mixtas.

RPE7 La aproximación cognitivo-constructivista planteada por McLeod es la más influyente en la investigación sobre el afecto en el área. Considera tres componentes de la dimensión afectiva: creencias, actitudes y emociones y les atribuye distintos niveles de estabilidad y de intensidad. Las principales críticas a esta aproximación se relacionan con la falta de reconocimiento del carácter social y cultural de los afectos, la limitada visión de los componentes a partir solo de estabilidad y duración, la influencia conductista que recibe de Mandler en la conceptualización de las emociones y limitarlas a la perspectiva cognitivista.

RPE12 El ser humano es un ser eminentemente emocional y los pensamientos son corporales y emocionales. Las emociones no obstaculizan el pensamiento, no son fuerzas irracionales ni disrupciones en la vida cotidiana. Tienen una influencia directa

sobre la visión del mundo, emoción y cognición interactúan continuamente vinculadas a una única actividad y, a su vez, la vida emocional de una persona está social y culturalmente configurada.

RPE13 El ser humano experimenta emociones constantemente, no es posible realizar una actividad matemática sin sentir algo, sin generar emociones. Estas experiencias dependen de las evaluaciones cognitivas que efectúa el estudiante sobre la tarea, la situación y el contexto.

RPE14 Las emociones cambian rápidamente y solo es posible experimentar una en un momento determinado.

RPE15 Se reconoce, además del carácter dinámico, la intensidad que define la experiencia emocional y se identifica a las evaluaciones cognitivas como el origen de las emociones. Los procesos asociados son fisiológicos (regulan el cuerpo), subjetivos (regulan la conducta) y expresivos (regulan la coordinación social).

RPE16 Durante la actividad matemática, una experiencia emocional puede generarse a partir de la evaluación de la tarea (su complejidad, identificarla con conocimientos que se poseen, el coste o beneficio de resolverla, entre otros). Sin embargo, una emoción también puede producirse por evocación si el estudiante relaciona la actividad que desarrolla con otra similar a la que tuvo que enfrentarse en el pasado, o si encuentra similitudes situacionales con una experiencia anterior.

RPE17 Aunque las actitudes son el componente más estudiado del dominio afectivo en Educación Matemática, no existe consenso ni claridad en su conceptualización. Su definición procedía, generalmente, de los instrumentos de medida utilizados en la investigación.

RPE19 Las creencias se asumen como un tipo específico de conocimiento al que se atribuye valor de verdad y puede, o no, ser compartido por otros miembros de la comunidad a la que se pertenece, son altamente subjetivas. Se construyen a través de la experiencia personal.

RPE22 Los valores, la ética y la moral constituyen un sistema componente del dominio afectivo debido a su participación (implícita y explícita) e importancia en el aprendizaje y en la interacción social en el aula de matemáticas. Influyen en los procesos de evaluación cognitiva que subyacen a las emociones y guían la representación y control de las mismas.

RPE23 La motivación ha sido centro de interés de la investigación en el área, pero no se la ha vinculado con la dimensión afectiva. También se consideran los intereses y necesidades. Dirigen la conducta y están integrados en el sistema de control de las emociones. La motivación puede manifestarse en la cognición, en la emoción y en la conducta.

RPE24 Las relaciones entre los componentes del dominio afectivo no están claras, no hay consenso sobre ellas. La investigación parcelada (centrada en un solo componente) no ha permitido obtener conclusiones sobre la interacción entre todos los constructos. Si

bien encontramos algunos planteamientos sobre algunos vínculos parciales, por ejemplo entre emoción y motivación, dichos planteamientos no han sido verificados empíricamente.

RPE25 La investigación en el área ha reconocido el vínculo entre cognición y afecto y esta relación se ha definido en función de la aproximación desde la que se plantea. No obstante, no se ha considerado suficientemente el estudio del vínculo entre afecto y comprensión. Los estudios se limitan a la resolución de problemas, al rendimiento, al desempeño y ocasionalmente al aprendizaje.

RPE26 Las nuevas tendencias parten de reconocer el carácter emocional del ser humano y asumen que cognición y emociones son dos procesos fusionados, no es posible pensar sin la intervención de las emociones. De este modo, se define la mayor diferencia con los estudios clásicos sobre el afecto en Educación Matemática, que partían de asumir al afecto como interrupciones y obstáculos para el desempeño adecuado de los estudiantes.

RPE27 Un resultado frecuente es la correlación positiva entre afecto y rendimiento en matemáticas, sin bien la dirección de la causalidad no ha sido definida completamente. Teniendo en cuenta que se ha demostrado ambas vías (el afecto influye en el rendimiento y viceversa), se considera una relación recíproca más que unidireccional.

RPE32 La investigación en Educación Matemática también tiene que enfrentarse a la imposibilidad del acceso directo a los procesos mentales. En el caso específico de la investigación sobre el dominio afectivo, el carácter inconsciente de las emociones dificulta aún más la investigación.

RPE34 La investigación del área se ha centrado, frecuentemente, en el estudio individual de un componente del dominio afectivo (generalmente actitudes y creencias). No se ha estudiado el dominio de manera holística y contextualizada. No solo es preciso estudiar todos los componentes, sino que dichos estudios no deben limitarse a la descripción de los mismos, sino deben establecerse conexiones y relaciones entre ellos y entre todo el dominio afectivo y la comprensión para tener una visión amplia de los afectos de un estudiante con respecto a las matemáticas.

RPE35 Las actitudes han sido medidas continuamente utilizando escalas especialmente diseñadas para ello. De este modo, la investigación sobre las actitudes se centró en su medida, limitando la metodología de investigación a la representación y análisis cuantitativo y estadístico. La conceptualización de la dimensión afectiva, y más específicamente de la actitud, también dependió directamente de dichas escalas teniendo en cuenta que los ítems que las constituían también se utilizaban para las definiciones.

RPE36 Si bien, desde la Educación Matemática se han reconocido dichas necesidades, también se asume que la posibilidad de su resolución está condicionada, además de por la complejidad inherente al dominio afectivo, por la ausencia de una metodología que permita lograr dichos objetivos: estudiar el dominio afectivo de manera integral y establecer relaciones entre sus componentes. Sin embargo, para que sea factible, es

preciso contar con un marco teórico coherente con dicha metodología y que configure los vínculos entre los componentes desde la conceptualización de los mismos.

RPE37 Los componentes de la dimensión afectiva no son medibles. Por este motivo, el uso de tests o escalas no es apropiado y tampoco la representación y el análisis cuantitativo de la información. La metodología de investigación debe enmarcarse en la metodología cualitativa.

RPE40 La naturaleza contextual y situacional de los afectos debe dirigir la elección de los escenarios de la investigación. Si el objetivo es estudiar la dimensión afectiva y su vínculo con la actividad matemática, la investigación debe llevarse a cabo en el mismo contexto cotidiano para minimizar o, incluso, eliminar aspectos que podrían modificar las experiencias afectivas de los participantes.

RPE41 La perspectiva sociocultural debe tener en cuenta el carácter individual de una persona y efectuar la interpretación desde la individualidad, sin perder de vista el carácter social y cultural de los afectos.

RPE42 Además de las herramientas para la recolección de datos, la metodología de investigación debe considerar técnicas para la interpretación de los mismos.

9.3.1.2.3. Conclusiones y consecuencias para la investigación

CC1 Los estudios sobre el afecto y la emoción se han desarrollado desde distintas perspectivas y aproximaciones, por diversas disciplinas científicas. No existe consenso sobre la terminología ni sobre la metodología más adecuada para la investigación del dominio afectivo.

CC2 La interacción entre afecto y cognición no ha sido desarrollada de manera satisfactoria. Tradicionalmente se han considerado únicamente emociones, actitudes y creencias dejando de lado otros procesos fundamentales para el aprendizaje de las matemáticas: (a) la perspectiva sociocultural, (b) el sistema motivacional, (c) normas y valores y (d) el carácter sistémico de las creencias.

CC3 Las emociones no han sido estudiadas con demasiada profundidad en el área de la Educación Matemática. En el área solo se asume la emoción como una reacción muy intensa, muy caliente, con una respuesta visceral importante; generalmente limitante de los procesos cognitivos. En otras áreas (Filosofía, Psicología, Biología y Neurociencia), se establece la participación directa de las emociones en el pensamiento, en el razonamiento lógico y en la toma de decisiones.

CC5 La investigación sobre el afecto en Educación Matemática se centra en (a) relacionar dominio afectivo y rendimiento (nivel de éxito o logro), (b) diagnosticar e incentivar actitudes positivas hacia las matemáticas (gusto, valoración) y (c) explorar creencias. En ningún caso se trata el amplio y complejo tema de la comprensión en matemáticas como objeto de estudio explícito y su relación con la afectividad. Del mismo modo las teorías de la comprensión en matemáticas no suelen tener en cuenta la dimensión afectiva en sus estudios.

CC6 Los estudios empíricos sobre el afecto en Educación Matemática suelen obtener sus conclusiones a partir del análisis estadístico de los datos obtenidos a través de herramientas y estrategias diversas. No se plantean metodologías interpretativas, aunque se las reconoce como una necesidad de la investigación cualitativa en el área.

CC7 Considerar de manera explícita la dimensión afectiva durante la actividad matemática implica tener en cuenta la relación entre dicha dimensión y la ética desde una perspectiva sociocultural.

CC8 Los aspectos éticos en el aula no deben centrarse únicamente en los valores que los estudiantes ponen en juego durante la actividad matemática. No se trata únicamente de fomentar la formación de valores, sino en la generación y construcción conjunta de espacios democráticos en los que se reconozca y valore a todos sus integrantes y el ejercicio del poder no encuentre lugar.

CC9 La dimensión ética debe partir de asumir una visión holística del ser humano: un ser que conoce, se comunica, siente y actúa. Asumiendo al mismo tiempo que se trata de un ser físico, biológico, social, histórico y cultural cuya principal característica es la diversidad.

CC12 Las emociones tienen vínculos estrechos con todos los componentes del dominio afectivo y existe una influencia recíproca entre emociones y actitudes, emociones y creencias, emociones y conducta y emociones y motivación. Por otro lado, normas y valores definen la evaluación cognitiva que las emociones efectúan.

CC13 Las emociones tienen naturaleza cognitiva, la cognición es una característica y componente imprescindible de las emociones. La emoción depende de la razón y sin razón no podríamos encontrar sentido a las emociones.

CC14 Los procesos afectivos y los cognitivos se desarrollan simultáneamente. Se encuentran imbricados, por lo tanto no es posible considerar la comprensión como un proceso libre de afectividad. La comprensión en matemáticas tiene un carácter afectivo intrínseco.

CC15 Existe la necesidad de una metodología que permita interpretar la dimensión afectiva en su amplitud y complejidad. Es decir, es preciso tener en cuenta todos sus componentes. No es acertado destinar esfuerzos sólo a uno de dichos caracterizadores. Dicha metodología, además de integrar todos los componentes de lo afectivo debe ser coherente con la teoría de la que parte y en la que se apoya.

CC16 Consideramos que una postura integradora podría contribuir a esclarecer algunas discrepancias presentes entre los diversos paradigmas teóricos de las emociones. Podemos justificar esta afirmación con los siguientes argumentos:

- a) Todos los planteamientos considerados para la presente investigación son el resultado de investigaciones tanto teóricas como empíricas efectuadas por científicos de reconocido prestigio.

- b) Sin embargo, sus respectivas teorías dan respuesta sólo a algunos aspectos, dejando cuestiones abiertas en función del marco conceptual en el que se encuentren. Podría, incluso, asumirse que existen posturas opuestas.
- c) Estimamos que las limitaciones de algunos marcos teóricos tienen su origen en la consideración de una única perspectiva, un único marco conceptual y una sola característica de las emociones.
- d) Consideramos fundamental tener en cuenta la complejidad del proceso emocional, asumiéndolo como la suma de diversas dimensiones, representaciones y componentes. Por este motivo, no estimamos oportuno reducir las emociones a una única perspectiva, tampoco ubicar su origen en un único punto o no tener en cuenta sus múltiples manifestaciones.
- e) Una teoría capaz de incluir todas las perspectivas y los diversos aspectos planteados por los distintos paradigmas podría brindarnos una visión más amplia y completa del fenómeno emocional.
- f) Teniendo en cuenta la bibliografía utilizada para la presente investigación, asumimos que Damasio presenta una teoría integradora teniendo en cuenta las siguientes cuestiones:
- Considera no sólo los conocimientos de su disciplina científica (Neurociencia) sino también la proveniente de la Filosofía y la Psicología y es capaz de dar respuesta a los interrogantes abiertos por otros investigadores.
 - Otorga importancia tanto a la genética como a las cuestiones sociales, culturales y la educación y brinda una clasificación y nomenclatura que consideramos satisfactoria.
 - Identifica y reconoce el papel determinante del inconsciente en los procesos mentales.
 - Ha demostrado tanto empírica como teóricamente la relación entre emoción y cognición, identificando el papel fundamental de las emociones en la toma de decisiones.
 - Se le considera un referente importante para el estudio de las emociones en nuestra área específica.

CC17 El vínculo entre afecto y comprensión en matemáticas debe establecerse dentro de un marco teórico integrador que dote de carácter afectivo a la comprensión del conocimiento matemático. Las cuestiones éticas vinculadas tanto a la dimensión socioafectiva como al fenómeno de la comprensión también deben tenerse en cuenta.

CC18 Además del vínculo entre afecto y comprensión en matemáticas, la teoría integradora debe establecer relaciones entre los distintos componentes de la dimensión socioafectiva.

CC19 La metodología para la investigación del afecto en matemáticas debe permitir estudiar al afecto y a la comprensión de manera simultánea, teniendo en cuenta el vínculo indisoluble entre ambos procesos.

CC20 Dicha metodología también debe ser integradora y posibilitar el estudio de todos los componentes del dominio afectivo, utilizando para la obtención de datos diversas herramientas (registros escritos de los participantes, observación por parte del observador, protocolos escritos y orales, entrevistas).

CC21 Los datos obtenidos no sólo deben utilizarse para describir los componentes, sino que el investigador debe establecer relaciones entre ellos y entre todo el dominio afectivo y la comprensión en matemáticas.

CC22 La metodología de investigación debe ubicarse dentro del paradigma cualitativo y consideramos las aproximaciones interpretativas como las más idóneas para el estudio de los afectos, donde los protagonistas adquieren un mayor protagonismo en la interpretación de su propia comprensión.

9.3.2. Fase empírica

La fase empírica de nuestro estudio transcurre en dos etapas distintas: el estudio exploratorio y el estudio de caso múltiple. En este subapartado presentamos las principales conclusiones de cada uno de ellos.

9.3.2.1. Primera etapa: estudio exploratorio

La primera etapa de la fase empírica de nuestro estudio tiene carácter exploratorio y está compuesto por dos episodios distintos: en el primero utilizamos el círculo hermenéutico de la comprensión planteado por el OMIUM para interpretar la comprensión de una estudiante de secundaria y en el segundo ponemos en evidencia la existencia natural y el uso cotidiano que efectúan los estudiantes en sus procesos de interpretación.

Entre las conclusiones obtenidas del estudio exploratorio destacamos las siguientes:

- a) El tránsito por planos semiótico y fenómeno-epistemológico nos permitió delimitar y caracterizar los usos, pertinentes y alterados, dados por la estudiante a determinados conocimientos matemáticos específicos durante la resolución de la tarea.
- b) La fase dialógica y la búsqueda del consentimiento nos permitió contrastar y consensuar con Isabela algunos de estos usos y también abrió la posibilidad de reconducir su estrategia con la incorporación de nuevos usos a la resolución.
- c) La búsqueda del consentimiento también permite evidenciar la evolución en la toma de conciencia de la alumna respecto a la validez matemática de su razonamiento.
- d) Todo este esfuerzo interpretativo es el que nos ha permitido apropiarnos de los distintos usos, al reconocerlos, caracterizarlos y aceptarlos como tales conjuntamente con la alumna.
- e) De este modo, transitamos desde una producción matemática personal hacia un saber compartido por consentimiento que ofrece garantías de racionalidad y certidumbre matemática.

- f) Presentamos el círculo hermenéutico como un método integrador, por cuanto en él se ven reflejadas distintas orientaciones de la interpretación en matemáticas. Como en ellas, ponemos de relieve la elevada complejidad que supone vislumbrar la comprensión matemática del otro y la importancia que tiene esta cuestión básica para la investigación en Educación Matemática.
- g) En el segundo episodio del estudio exploratorio las alumnas protagonistas se han enfrentado al reto fundamental compartido de acceder a la comprensión matemática de su compañera y, a pesar de las dificultades que ello les supuso, sus esfuerzos interpretativos revelaron una clara voluntad innata por superar cualquier posición solipsista o relativista que les impidiera comunicarse y relacionarse con los demás.
- h) Esta transgresión efectuada con fines utilitarios, sin embargo, no siempre se realiza de forma directa sino también con el apoyo de diferentes elementos externos y visibles de tipo semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico, lo que contribuye a dar “el salto al interior” con mayores garantías y a reducir riesgos en la interpretación cuando se transita entre los ámbitos externo e interno de la comprensión del otro.
- i) De este modo, podemos afirmar que el círculo interpretativo de la comprensión en matemáticas expuesto en este estudio empírico no solo es resultado de la investigación hermenéutica en Educación Matemática, sino que se evidencia también en las interpretaciones que realizan los escolares en contextos de actividad matemática conjunta en el aula.
- j) En la actividad concreta analizada, identificamos la presencia de una interpretación multifacética en las alumnas que toma como referencia distintos rastros visibles para acceder a la comprensión matemática de su compañera provenientes de los planos semiótico, fenómeno-epistemológico y dialógico de dicho círculo, respectivamente.
- k) Asumimos al círculo hermenéutico como un método integrador, por cuanto en él se ven reflejadas las distintas orientaciones de la interpretación en matemáticas. Asimismo, se trata de un método fenomenológico que resuelve el problema del retorno a la comprensión del otro. La inaccesibilidad directa de los aspectos internos de la comprensión justifica la exigencia ineludible de una interpretación dirigida al texto, por lo que el compromiso inicial que establece el círculo es el de identificar los rastros de comprensión observables diseminados en el registro escrito. Al interpretar el estudiante también interviene en el mundo de las prácticas matemáticas y de los fenómenos organizados por los conocimientos matemáticos puestos en uso.

9.3.2.2. Segunda etapa: estudio de caso múltiple

La segunda etapa de la fase empírica de nuestro estudio está constituida por un estudio de caso múltiple en el que interpretamos la comprensión de la medida de seis estudiantes universitarios incorporando la Dimensión Socioafectiva del OMIUM a los episodios de interpretación. Presentamos un resumen de las principales conclusiones de dicho estudio.

- a) El sistema afectivo es un sistema dinámico.
- b) Las emociones son los afectos más cambiantes de la Dimensión Socioafectiva.

- c) Las emociones son procesos inconscientes. Únicamente se puede acceder y tomar decisiones sobre la segunda fase del proceso emocional y dichas decisiones y acciones subsecuentes están en función del sistema de valores y normas que posee los protagonistas.
- d) Quien experimenta la emoción tampoco es consciente de las expresiones faciales y corporales asociadas al fenómeno emocional.
- e) Se experimentan emociones en todo momento. Si no se produce ninguna discrepancia, no se genera ninguna emoción distinta de las emociones de fondo.
- f) Los afectos son situacionales y contextuales. El momento y la situación determinan la emergencia de una emoción u otra o incluso de una actitud u otra.
- g) Podemos establecer las siguientes relaciones que nos permiten comprender la conexión entre el sistema afectivo y comprensión:
 - Una situación asociada a la actividad matemática es evaluada por el sistema cognitivo utilizando para ello: sistemas de creencias (sobre las matemáticas, sobre su enseñanza y aprendizaje, sobre uno mismo y sobre el contexto social).
 - Estos sistemas de creencias discrepan con la realidad de la situación, del contexto y de la naturaleza de las tareas matemáticas generando de este modo emociones.
 - Estas emociones, a su vez, generan respuestas emocionales y definen las decisiones sobre la acción en forma de usos del conocimiento matemático (conocimientos, estrategias, relaciones).
- h) Asumimos a esta conexión entre sistema afectivo y comprensión como la prueba empírica del carácter afectivo de la comprensión.
- i) La relación entre sistema afectivo y comprensión se establece en ambos sentidos.
- j) El sistema de creencias puede modificarse con el tiempo. Una persona puede asumir una postura crítica frente a ellas y modificarlas.
- k) Las actitudes, consideradas tradicionalmente como más estables, pueden sufrir cambios.
- l) Ponemos en evidencia, una vez más, la importancia del plano dialógico desde una perspectiva ética asociada a una interpretación justa de la comprensión del conocimiento matemático de una persona. Sin este plano, en el que realmente tenemos acceso a los usos del conocimiento matemático que los protagonistas despliegan, la interpretación de la comprensión sobre la medida sería incompleta e incluso equivocada.

9.4. LOGROS Y HALLAZGOS

Durante el transcurso de la investigación se han ido aportando datos y estructurando argumentos que respaldan las cuatro conjeturas planteadas en el primer capítulo del informe y que también se presentan en el subapartado 9.2.2. de este capítulo, logrando así la consecución de los objetivos propuestos. En este apartado exponemos los logros y hallazgos obtenidos organizados por conjeturas y objetivos. Finalmente, presentamos las conclusiones generales de nuestro trabajo de investigación.

9.4.1. Respecto a las conjeturas

Conjetura 1. *Los procesos cognitivos y afectivos en matemáticas no son opuestos, sino que se encuentran imbricados. La comprensión del conocimiento matemático, como fenómeno cognitivo, también posee un componente afectivo esencial que lo caracteriza.*

Los resultados primarios obtenidos de los antecedentes relacionados expuestos en el capítulo II nos permiten considerar el carácter cognitivo de las emociones y su implicación en los procesos cognitivos y la toma de decisiones. Nuestros resultados secundarios, presentados en el capítulo IV, extrapolan estos hallazgos a la realidad concreta de la comprensión en matemáticas asumida como proceso cognitivo específico. La Dimensión Socioafectiva del OMIUM planteada en el capítulo VI considera a las emociones como su componente central; por lo tanto, podemos establecer una conexión bidireccional e indisoluble entre afecto y comprensión.

Conjetura 2. *El círculo interpretativo de la comprensión en matemáticas no solo es un producto teórico de la investigación hermenéutica. Resulta idóneo como método para interpretar la comprensión matemática en la práctica e incluso se evidencia en las interpretaciones particulares que realizan los escolares en contextos de actividad conjunta en el aula.*

La primera etapa de la fase empírica de nuestra investigación evidencia la idoneidad del círculo hermenéutico no sólo como herramienta para la interpretación de la comprensión de los estudiantes por parte del investigador en el aula de matemáticas sino también como herramienta metodológica para la consecución de mejores interpretaciones y mejora de la comprensión por parte de los estudiantes. El estudio exploratorio y sus conclusiones se encuentran en el capítulo V.

Conjetura 3. *El círculo hermenéutico mejora su fundamentación teórica y su potencialidad operativa como método de interpretación cuando se incorporan a su configuración los componentes afectivos que también caracterizan a la comprensión en matemáticas.*

Teniendo en cuenta los resultados secundarios y consecuencias para la investigación obtenidos del análisis y meta-análisis de los antecedentes relacionados y de los antecedentes específicos, nuestro modelo debe dar cuenta de los fenómenos afectivos característicos de la naturaleza humana. Por otro lado, la Dimensión Socioafectiva que proponemos establece vínculos entre comprensión y afectividad, de manera que los marcos teórico y metodológico del OMIUM se enriquecen con los aportes que exponemos en el capítulo VI.

Conjetura 4. *El recorrido afectivo incorporado al círculo hermenéutico transita por los mismos planos interpretativos de su configuración previa y permite realizar interpretaciones del carácter socioafectivo de la comprensión a partir de las muestras visibles y externas de los estudiantes durante su quehacer matemático cotidiano.*

Partimos de reconocer el carácter holístico del ser humano y desde una perspectiva spinoziana asumimos que los procesos afectivos y cognitivos son interdependientes y mutuamente influyentes. Por este motivo, un episodio interpretativo debe tener en

cuenta tanto el aspecto cognitivo vinculado a la comprensión matemática como los fenómenos afectivos en el mismo recorrido por el círculo hermenéutico. Por otro lado, tenemos en cuenta que ambos procesos tienen su origen en la esfera mental de los protagonistas y por lo tanto asumimos la imposibilidad de acceso directo y la interpretación se efectúa sobre las acciones externas y visibles de los estudiantes. Estos hallazgos se presentan teóricamente en los capítulos II, III, IV y VI y empíricamente en los capítulos VII y VIII.

9.4.2. Respecto a los objetivos

La contrastación favorable de las conjeturas de la investigación ha permitido alcanzar los objetivos propuestos:

9.4.2.1. Objetivos teóricos

[OT₁] *Organizar un marco teórico referencial, integrador y operativo, que contribuya a caracterizar la compleja relación entre afecto y comprensión en matemáticas.*

Podemos considerar que el primer objetivo teórico ha sido alcanzado como consecuencia de contrastar la primera conjetura (C1). El marco referencial del carácter afectivo de la comprensión en matemáticas se expone en el capítulo VI.

[OT₂] *Incorporar al OMIUM el conjunto de principios y fundamentos teóricos que caracterizan su nueva Dimensión Socioafectiva.*

El segundo objetivo teórico se alcanza a través de la verificación de la segunda conjetura (C2). La Dimensión Socioafectiva del OMIUM se presenta en el capítulo VI.

9.4.2.2. Objetivos metodológicos

[OM₁] *Actualizar el Análisis Didáctico como metodología para el tratamiento de los antecedentes bibliográficos en la investigación en Educación Matemática y contrastar su vigencia aplicándolo al campo de estudio del dominio afectivo en matemáticas.*

El primer objetivo metodológico se consigue a través de la validación de la primera conjetura (C1). Los capítulos II, III y IV contienen los resultados primarios (de antecedentes relacionados y de antecedentes específicos), los resultados secundarios y las conclusiones y consecuencias para la investigación respectivamente.

[OM₂] *Ampliar el círculo hermenéutico existente incorporando en él los componentes de la Dimensión Socioafectiva para interpretar la comprensión matemática de los estudiantes.*

Constatamos la consecución del segundo objetivo metodológico a través de la confirmación conjunta de la segunda y tercera conjetura (C2 y C3). Presentamos la ampliación del círculo a nivel teórico en el capítulo VI y en el capítulo VII se describe la primera parte de la puesta en práctica a través del diseño del estudio de caso múltiple cuyos resultados y conclusiones se presentan en el capítulo VIII.

9.4.2.3. *Objetivos empíricos*

[OE₁] *Contrastar en la práctica la idoneidad del círculo hermenéutico como método integrador para la interpretación del sistema afectivo vinculado a la comprensión en matemáticas.*

Consideramos que el primer objetivo empírico se ha alcanzado a través de la contrastación de la tercera y cuarta conjetura (C3 y C4). Se detalla en el capítulo VIII.

[OE₂] *Evidenciar el carácter afectivo de la comprensión durante la actividad matemática de los estudiantes.*

El segundo objetivo empírico se alcanza de manera satisfactoria a través de la comprobación de la cuarta conjetura (C4) a través del segundo estudio empírico expuesto en los capítulos VII y VIII.

9.4.3. Conclusiones generales

De la investigación realizada se extraen algunas consecuencias generales que consideramos de interés para el estudio del afecto en Educación Matemática.

1. Las emociones son el centro del sistema afectivo y participan directamente en la toma de decisiones sobre las futuras acciones mientras se resuelve una tarea matemática. Por consiguiente, determina los usos que se hace del conocimiento matemático, influyendo de este modo de manera directa sobre la comprensión.
2. La relación entre sistema afectivo y comprensión se produce en ambos sentidos de manera que la comprensión también determina las experiencias emocionales a partir de las evaluaciones cognitivas de la situación y de la tarea que debe resolverse.
3. El estudio de la comprensión debe considerar el carácter afectivo del mismo y viceversa. Los afectos vinculados con el aprendizaje de las matemáticas deben estudiarse asumiéndolos como procesos inherentes al fenómeno de la comprensión y no únicamente como epifenómenos asociados al desempeño o al rendimiento de los estudiantes.
4. La Dimensión Socioafectiva debe investigarse e interpretarse desde una perspectiva relacional. No sólo es posible, sino que es recomendable evitar presentar únicamente descripciones. Deben establecerse relaciones entre los distintos componentes del sistema afectivo.
5. El sistema afectivo debe estudiarse de manera integrada y holística. Considerar únicamente uno de sus componentes sólo aporta información parcial del mismo.
6. El plano dialógico y la búsqueda del consentimiento con el otro es importante por los siguientes motivos:
 - 6.1 Motivos éticos: reconocer al estudiante como un legítimo otro, devolverle el protagonismo en la evaluación de sus propios aprendizajes.
 - 6.2 Permite un acercamiento más real a la comprensión de quien es evaluado.

- 6.3 El proceso de búsqueda del consentimiento mejora la comprensión del estudiante a partir de sus errores conceptuales y procedimentales.
- 6.4 En este proceso, el estudiante asume consciencia de su sistema afectivo y de la conexión entre este y su comprensión y desempeño, facilitando así la modificación de creencias y actitudes.
- 6.5 El profesorado también queda transformado durante la fase dialógica en un contexto que asume a profesor y estudiante como intelectualmente iguales.
7. El círculo hermenéutico planteado por el OMIUM es una herramienta eficaz para el estudio del afecto en Educación Matemática por tener las siguientes características:
 - 7.1 Se ubica en el paradigma cualitativo.
 - 7.2 Es un ejemplo de metodología interpretativa.
 - 7.3 Representa una propuesta integradora.
 - 7.4 Renuncia a la búsqueda de objetividad.
 - 7.5 Tiene carácter ético.
 - 7.6 Permite utilizar diversidad de herramientas para la obtención de datos.
 - 7.7 Efectúa la investigación en el contexto natural.
 - 7.8 Otorga protagonismo a los participantes.
 - 7.9 Establece vínculos directos entre afecto y comprensión.
8. Las matemáticas deben asumirse como herramienta democratizadora y las interpretaciones que se lleven a cabo dentro de las aulas deben seguir unos principios éticos orientados a la justicia con lo que se interpreta y sobre todo con quien se interpreta. El sistema afectivo tiene un papel determinante en la generación de dichos contextos.

9.5. EL OMIUM DENTRO DE LOS DEBATES ACTUALES SOBRE EL DOMINIO AFECTIVO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La segunda etapa de la fase teórica de nuestro trabajo de investigación y la información obtenida sobre el estado actual del estudio del dominio afectivo en Educación Matemática nos ha permitido identificar no sólo avances y conclusiones importantes sino también algunas carencias y necesidades identificadas por los autores consultados. En este apartado presentamos algunas conclusiones consideradas teóricamente y nuestros hallazgos empíricos de las mismas en el estudio de caso múltiple, coincidencias entre nuestros planteamientos y los de otras aproximaciones y algunas propuestas de solución a algunas carencias y necesidades en la investigación del dominio afectivo identificadas por los autores consultados. De este modo establecemos una conexión entre los debates actuales sobre el dominio afectivo en el área y nuestros planteamientos teóricos y nuestros hallazgos empíricos.

1. Hannula (2015) afirma que el afecto debe ubicarse en las prácticas sociales más que en la persona a nivel individual. Lo social influye en los rasgos afectivos de estudiantes y profesores. La Dimensión Socioafectiva del OMIUM asume el carácter social y contextual del afecto. Por otro lado, la historia personal de los estudiantes (cuya información obtenemos durante la primera y la última fase de nuestro segundo estudio empírico) nos permite relacionar directamente su sistema afectivo vinculado con las matemáticas y las prácticas de sus profesores en el pasado. Durante la búsqueda del consentimiento y preguntados por este tema, todos los protagonistas reconocen dicho vínculo.
2. En este mismo sentido, Hart (1989) plantea que los fenómenos afectivos varían con frecuencia de un contexto a otro. Del mismo modo, una misma situación en un contexto determinado puede generar respuestas afectivas en dos personas distintas. Estas afirmaciones están en consonancia con el carácter social y contextual planteado por la Dimensión Socioafectiva del OMIUM y se evidencia en nuestro estudio empírico en la presentación que hacemos de la interpretación de los sistemas afectivos de dos personas enfrentándose juntas a una misma situación, en cada uno de los tres episodios que constituyen nuestro estudio de caso múltiple. Los intereses que cuentan los estudiantes se relacionan con su desempeño y experiencias emocionales con las matemáticas y varían de una persona a otra.
3. Con respecto a la falta de consenso en la conceptualización de los componentes del dominio afectivo y su relación con el desarrollo de la investigación sobre dicho foco de interés en el área, Hannula (2015) afirma que no representa un limitante real si se tiene en cuenta que cada aproximación y cada investigador parte de estructurar su propia base teórica y conceptual de manera amplia y clara. Es decir, es probable que no sea adecuado pretender generalizar la terminología o la conceptualización del dominio afectivo y sus componentes. Cada propuesta teórica debe asumirse desde el propio contexto teórico que plantea y el marco en el que se inserta. Nuestra propuesta teórica está estructurada partiendo de la conceptualización y caracterización del sistema afectivo y sus componentes y también estableciendo relaciones entre ellos.
4. Zan et al. (2006) identifican la necesidad de contar con modelos teóricos que permitan explicar la conexión entre afecto y cognición en Educación Matemática. Reconocen que dicho vínculo se establece como hipótesis de partida de la investigación sobre el dominio afectivo en el área aunque la naturaleza de dicha interrelación no está clara. La Dimensión Socioafectiva del OMIUM plantea una relación bidireccional entre el sistema afectivo y la comprensión y lo ubica en los usos del conocimiento matemático.
5. Una propuesta de tratamiento a la complejidad inherente al dominio afectivo pasa por asumirlo como un sistema dinámico. Pepin y Roesken-Winter (2015) caracterizan a dichos sistemas y resaltan su potencialidad en las interconexiones que se establecen entre sus componentes, de manera que el sistema resultante es mayor que la suma de sus partes. Nuestra propuesta se enmarca desde un paradigma

sistémico asumiendo al dominio afectivo como un sistema dinámico con estructura anidada. Es decir, está compuesto por otros sistemas dinámicos.

6. El interés en el estudio del dominio afectivo en Educación Matemática estuvo centrado en conocer las razones subyacentes a las actitudes negativas y falta de motivación por parte de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas. Por otro lado, también encontramos perspectivas más ambiciosas que ubican el objetivo de la investigación sobre el afecto para ayudar a los estudiantes a tomar consciencia de los factores que influyen en sus propios aprendizajes (Fennema, 1989; Mandler, 1989b). Desde nuestro modelo, consideramos fundamental el reconocimiento del carácter afectivo de la comprensión en matemáticas en la investigación en el área y también en la práctica docente en el aula.
7. La investigación educativa debe efectuarse en el contexto cotidiano de aula (Evans, 2006; Op 't Eynde et al. 2006; Lester et al. 1989; Schlöglmann, 2010). Nuestro estudio empírico en sus dos etapas se lleva a cabo en el ambiente natural y cotidiano de aula también teniendo en cuenta el carácter contextual y situacional de los afectos.
8. La naturaleza social de las emociones y su situación en contextos socio-históricos específicos han sido reconocidos desde las perspectivas socioculturales (Evans, 2006; Op 't Eynde et al. 2006; Radford, 2015). La Dimensión Socioafectiva del OMIUM asume la naturaleza social de las emociones.
9. Op 't Eynde et al. (2006) desde su marco teórico, reportan un conjunto de conclusiones obtenidas de sus estudios empíricos que coinciden con los resultados de nuestro segundo estudio empírico:
 - 9.1. Es posible apreciar una sucesión de muchas emociones distintas a lo largo de un período de tiempo corto como consecuencia del cambio de los sucesos y de las evaluaciones efectuadas por el estudiante.
 - 9.2. Las emociones negativas se experimentan, usualmente, en momentos en que el estudiante no es capaz de resolver el problema de manera tan fluida como esperaba.
 - 9.3. La naturaleza e intensidad de la emoción experimentada difiere entre estudiantes y varía dependiendo del estado en que se encuentre el proceso de resolución de problemas. Por ejemplo, en los primeros momentos, una emoción negativa puede transformarse más fácilmente en esperanza frente a la consideración de una posible estrategia que en una fase más avanzada (aunque sea solo temporalmente).
 - 9.4. Los sistemas de creencias hacen que surjan dichas diferencias. Si un estudiante parte cuestionando sus propias competencias matemáticas generales, sus primeras experiencias emocionales negativas continuarán siendo negativas frente a un bloqueo cognitivo mientras que otro estudiante con más seguridad puede afrontar el bloqueo cambiando una primera emoción negativa por otra positiva o asumiendo el problema como un reto interesante.

- 9.5. Durante la actividad matemática existe un flujo de experiencias emocionales que cambia individualmente y que tiene su origen en las interpretaciones y apreciaciones de los estudiantes de los eventos a los que tienen que enfrentarse.
- 9.6. Resolver un problema consiste en una cadena de diferentes eventos para cada estudiante.
- 9.7. Los eventos similares son, en ocasiones, interpretados y evaluados de forma distinta de acuerdo a la persona y al contexto.
- 9.8. Las emociones son una parte muy importante de la resolución de problemas en el aula de matemáticas.
- 9.9. Si un estudiante experimenta emociones negativas durante la resolución de problemas es porque está realmente interesado, motivado y comprometido con resolverlo.
10. Radford (2015) sostiene el carácter socio-histórico de las emociones y la importancia de la historia personal en la formación de la vida emocional de un ser humano. Desde nuestra propuesta, consideramos necesario conocer el pasado matemático de los estudiantes y en nuestro segundo estudio empírico indagamos sobre él en la primera fase, a través de la entrevista previa y también en la búsqueda del consentimiento durante la tercera fase. Estos datos nos permiten establecer relaciones entre las experiencias pasadas y el sistema de creencias que poseen los protagonistas.
11. Este autor también asume la dimensión moral y ética de las emociones partiendo de reconocer la importancia del contexto para la emergencia de las emociones. La Dimensión Socioafectiva del OMIUM dota de carácter ético a las emociones considerándolas elementos fundamentales para la generación de espacios democráticos y también se asumen como el nexo con la Dimensión Ética de nuestro modelo.
12. Nuestra propuesta reconoce el carácter inconsciente de las emociones y la incapacidad de acceso directo a ellas, por parte del investigador y también del estudiante que las experimenta. Por este motivo, consideramos necesario el uso de diversas representaciones semióticas para la interpretación de la comprensión en matemáticas (incluyendo su carácter afectivo). Entre ellas las expresiones faciales y verbales además del lenguaje corporal. En esta misma línea se manifiestan Cobb et al. (1989); Hannula (2006a, 2011, 2015) y Schölglmann (2002, 2005, 2010).
13. Por otro lado, el carácter no medible de los componentes del dominio afectivo requieren de una conceptualización de los mismos en coherencia con la metodología y el problema de investigación (Leder, 2006; Schölglmann, 2010). La Dimensión Socioafectiva del OMIUM tiene en cuenta estas consideraciones en sus planteamientos teóricos y metodológicos. Además de definir los principios básicos conceptualizamos nuestra Dimensión y sus componentes, también definiendo las relaciones entre ellos. En nuestro estudio empírico ponemos a prueba el círculo

hermenéutico como metodología para la investigación del afecto en matemáticas utilizando para ello el marco teórico estructurado previamente.

14. Hannula (2012b) plantea que la perspectiva social del dominio afectivo no debe dejar de lado la individualidad y la importancia de la identidad a la que concibe como las relaciones individuales con el medio social en el que la persona se encuentra inmersa y en la que desarrolla la actividad matemática. La Dimensión Socioafectiva del OMIUM reconoce el carácter social y cultural de los afectos pero también identifica a la identidad como uno de sus componentes. Nuestro segundo estudio empírico organiza a los participantes por parejas para la resolución de las tareas; sin embargo, las fases uno y tres así como las interpretaciones se efectúan de manera individual.
15. En este mismo sentido, Hannula (2012b) afirma que es posible asumir que la conducta está dirigida hacia los objetivos de cumplir con la identidad propia. Nuestro segundo estudio empírico pone en evidencia el vínculo entre identidad y el sistema de creencias sobre uno mismo que, a su vez, dirigen la acción.
16. El carácter dinámico de las emociones y su naturaleza fugaz ha sido ampliamente reconocido en el área (De Bellis y Goldin, 1997; Hannula, 2011, 2012a, 2012b; McLeod, 1989; Radford, 2015; Schlöglmann, 2002). Nuestro trabajo de investigación demuestra empíricamente dicho carácter, poniendo en evidencia los cambios frecuentes y rápidos de una emoción a otra.
17. Las investigaciones más actuales sobre el dominio afectivo en el área abogan por el uso de metodología cualitativa e interpretativa. En este sentido Di Martino y Zan (2015) defienden el retorno del protagonismo del estudiante en el estudio de sus afectos. El círculo hermenéutico planteado por el OMIUM considera un plano dialógico y la búsqueda del consentimiento con el otro como parte de su Dimensión Ética devolviendo así el protagonismo y como un esfuerzo por efectuar interpretaciones justas.
18. Clarke (2015) señala a las creencias como una fuente importante para la interpretación de las experiencias afectivas del estudiante. En nuestro segundo estudio empírico utilizamos las creencias y su origen en el pasado matemático de los protagonistas en la interpretación que efectuamos sobre su quehacer matemático como una forma de explicar sus decisiones y conducta.
19. Skott (2015) también relaciona directamente el sistema de creencias de los estudiantes (sobre las matemáticas, sobre su enseñanza y aprendizaje, sobre uno mismo y sobre el contexto social) con la conducta desplegada durante la actividad matemática así como también la existencia de incoherencias entre las creencias que reconocen poseer y las manifestadas en la práctica. Nuestro segundo estudio empírico también pone en evidencia que los sistemas de creencias que los protagonistas identifican como propios pueden ser distintos a los representados en la acción.

- 20.** Depaepe et al. (2015) plantean las siguientes asunciones sobre las creencias de los estudiantes, típicamente desarrolladas a través de la inmersión en la cultura y práctica de las matemáticas escolares, cuya presencia demostramos empíricamente en nuestro segundo estudio empírico:
- Los estudiantes asumen que cada problema presentado por el profesor o que se encuentra en un libro de texto tiene sentido.
 - No se cuestiona si el enunciado es correcto o si está completo.
 - Asumen que sólo existe una solución correcta para cada problema.
 - Sólo plantean una respuesta para cada problema presentado.
 - Utilizan todos los números que son parte del problema para calcular la solución.
 - Si se percibe que un problema es indeterminado, equivocado o que no tiene solución, buscan una interpretación obvia dada la información del problema y los conocimientos de las operaciones matemáticas.
 - Si no comprenden un problema, observan las palabras clave o a problemas resueltos previamente para determinar una operación matemática o posible estrategia.
- 21.** El autorreconocimiento planteado por DeBellis y Goldin (1997) y definido como la habilidad de reconocer una comprensión del conocimiento matemático en desarrollo. Este constructo puede derivar en acciones orientadas a enmascarar esa supuesta carencia que puede generar vergüenza y discrepar con sus creencias sobre su propia autoeficacia. El segundo estudio empírico de nuestra investigación también pone en evidencia este tipo de acciones de los estudiantes.
- 22.** Mandler (1989b) reconoce la importancia de los valores en la generación de emociones. Las interpretaciones que efectuamos en el estudio de caso múltiple establece en sus conclusiones el vínculo entre valores y emociones, de manera que una misma situación genera experiencias emocionales distintas en los estudiantes.
- 23.** Las funciones de las emociones definidas por Hannula (2005, 2012a) establecen una relación directa entre la adaptación fisiológica y los procesos cognitivos asociados a la actividad matemática. Entre ellos, identifica conductas de evitación o rechazo como respuesta a experiencias emocionales negativas. Encontramos evidencias empíricas de dichas respuestas en los estudiantes participantes de nuestro segundo estudio en forma de movimientos bruscos, alejarse físicamente del compañero o de las tareas, involucrarse en otras actividades, entre otros.
- 24.** La segunda función, de autorregulación psicológica, establece conexiones entre los procesos cognitivos (atención, memoria, percepción, entre otros) y emociones. Nuestro estudio de caso 1B pone en evidencia dichas respuestas originadas por la inseguridad que el protagonista demuestra. Entre ellas, bloquea su memoria y descarta estrategias creativas buscando aliviar los efectos negativos de sus emociones intentando utilizar estrategias que asume como “más seguras”

25. Las respuestas emocionales vinculadas a la función de adaptación social también se evidencian en los seis estudios de caso de nuestro segundo estudio empírico. En cada uno, el tipo de relación previa de los estudiantes define el tipo de coordinación de conductas durante la resolución conjunta de las tareas.
26. Las relaciones entre emociones y cognición planteadas teóricamente por Goldin (2000) se evidencian empíricamente en el estudio de caso múltiple que presentamos en el capítulo VIII. Entre las emociones que vinculamos con procesos cognitivos durante la resolución de las tareas se encuentran la curiosidad, el asombro, el desconcierto, la frustración y la ansiedad. En nuestras interpretaciones utilizamos dichos aportes teóricos para definir la emoción experimentada por los estudiantes.
27. La importancia del estudio del dominio afectivo en Educación Matemática está orientado a mejorar la práctica docente de manera que pueda dar respuestas a las reacciones emocionales y orientarlas a la consecución de aprendizajes con comprensión. En este contexto encontramos recomendaciones provenientes de distintas aproximaciones (Adams, 1989; Cobb et al. 1989; Grouws y Cramer, 1989; Hannula, 2012a, Marshall, 1989; McLeod, 1989; Silver y Merzger, 1989; Thompson y Thompson, 1989). El trabajo de aula cotidiano dentro del que se lleva a cabo el segundo estudio empírico sigue dichas sugerencias.
28. Los sistemas de creencias establecen contextos meta-afectivos que regulan las experiencias emocionales durante la actividad matemática (Goldin, 2002). Entre los resultados empíricos de nuestro segundo estudio encontramos evidencias de la interacción entre creencias, meta-afecto y emociones.
29. El estudio del dominio afectivo en Educación Matemática ha estado centrado en un solo componente, principalmente en creencias o actitudes. La ausencia de una metodología que permita la investigación de todos los componentes ha sido uno de los principales obstáculos (Di Martino y Zan, 2015). El círculo hermenéutico ha demostrado, en nuestro segundo estudio empírico, tener potencialidad para el estudio de todos los componentes de la Dimensión Socioafectiva, por este motivo asumimos que representa una alternativa operativa y eficaz para la investigación del afecto en Educación Matemática.
30. La investigación clásica en el área ha utilizado con frecuencia cuestionarios para el estudio de creencias y actitudes. Sin embargo, Di Martino y Zan (2015) identifican como una debilidad la poca capacidad de decisión de los protagonistas de los estudios sobre sus propios afectos, teniendo en cuenta que los ítems de los cuestionarios son predefinidos por el investigador y no necesariamente son coherentes con el sistema afectivo real de los estudiantes. Como alternativa consideramos el plano dialógico del círculo hermenéutico, que durante la búsqueda del consentimiento con el otro, evita la elección previa de los temas de interés por parte del investigador. Durante dicha fase, los temas son abiertos y el protagonista tiene poder de decisión sobre lo que comparte, característica que nuestro segundo estudio empírico pone en evidencia.

31. Goldin et al. (2009) afirman que no es frecuente el uso de metodología totalmente cualitativa. Consideramos que nuestro segundo estudio empírico es un ejemplo de la aplicación de una metodología íntegramente cualitativa.
32. Asumimos que el círculo hermenéutico planteado por el OMIUM como metodología para la investigación del dominio afectivo en Educación Matemática y los datos que obtenemos en nuestro segundo empírico como resultado de aplicar sus directrices, produce datos significativos dentro del marco teórico de la Dimensión Socioafectiva que planteamos, de manera que principios teóricos y metodología son coherentes. Este hecho se encuentra en consonancia con la aspiración que Clarke (2015) plantea sobre la conexión entre metodología y teoría dentro de un único marco, en lugar de pretender sintetizar una única teoría producto del consenso (Andrà, 2015; Hannula, 2011).

9.6. PERSPECTIVAS FUTURAS

En este apartado planteamos algunas dificultades específicas y cuestiones pendientes surgidas durante el transcurso de las distintas etapas de la investigación, dificultades y cuestiones que dejan abiertas posibles vías de continuación para futuras investigaciones y presentamos un resumen de las más significativas.

1. Consideramos que la revisión de antecedentes provenientes de distintas áreas de conocimiento, entre las que se encuentra la Educación Matemática, aunque suficiente para esta investigación, debe completarse con la exploración del conocimiento sobre las emociones en otras disciplinas de las Ciencias Sociales, por ejemplo Sociología y Antropología. Del mismo modo, asumimos que el estudio de las emociones en Filosofía debe profundizarse considerando más autores.
2. La operatividad del círculo hermenéutico planteado por el OMIUM debe ponerse a prueba con estudiantes de distintas edades y niveles educativos.
3. Los estudios empíricos con muestras de estudiantes más jóvenes pueden enriquecer el marco teórico de la Dimensión Socioafectiva de nuestro modelo sobre los sistemas de creencias en niños, su origen, procedencia, grado de arraigo y nivel de estabilidad.
4. Estos estudios también pueden incrementar nuestra información actual sobre la evolución del sistema emocional durante los distintos niveles de escolaridad.
5. El OMIUM y su propuesta para la interpretación del conocimiento matemático debe relacionarse de manera directa con los procesos de evaluación que el profesorado efectúa en clase. Para ello, es preciso efectuar una propuesta de transferencia de su uso en la investigación en Educación Matemática hacia una herramienta didáctica que pueda aplicarse en el aula de matemáticas.
6. Definir y delimitar los perfiles interpretativos de los estudiantes en función de los recorridos que realizan por el círculo hermenéutico mientras efectúan interpretaciones.

7. En este mismo sentido, es preciso incorporar el círculo hermenéutico al trabajo cotidiano en el aula de matemáticas y mejorar las interpretaciones de los estudiantes a través de uso.
8. Consideramos que un foco de interés para futuras investigaciones es la caracterización de perfiles afectivos en los estudiantes, no para ser utilizados como predictores de los resultados académicos sino como herramienta que facilite la toma de decisiones del profesorado con el objetivo de orientar sus acciones a la educación emocional potenciando, entre otros, el aprendizaje con comprensión en matemáticas.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adams, V. M. (1989). Affective Issues in Teaching Problem Solving: A Teacher's Perspective. En D. B. McLeod y V.M. Adams (Eds.) *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp. 192-201). New York: Springer-Verlag.
- Aguirre, J. (2009). Teacher Domain-Specific Beliefs and their Impact on Mathematics Education Reform. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Believes and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 45-58). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Aiken, L. R. (1996). *Rating scales and checklists: Evaluating behaviour, personality and attitudes*. New York: John Wiley.
- Akinsola, M. K. (2009). Comparison of Prospective and Practicing Teachers' Mathematics Efficacy Beliefs Regarding Mathematics Teaching and Classroom Management. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Believes and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 119-129). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Andrà, Ch. (2015). A Specific Language Towards a New Conceptual Framework for Networking Methodologies in the Field of Affect. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 339-354). Zürich, Switzerland: Springer.
- Assude, T. (1996). De l'écologie et de l'économie d'un système didactique: une étude de cas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16(1), 47-70.
- Bagni, G. T. (2009). Mathematics and positive sciences: a reflection following Heidegger. *Educational Studies in Mathematics*, 73(1), 75-85.
- Barmby, P., Harries, T., Higgins, S. y Suggate, J. (2007). How can we assess mathematical understanding? En J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, D., Y. Seo (Eds.) *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 41-48). Seoul, South Korea: PME.
- Battista, M. T. (2003). Understanding Student's thinking about Area and Volume Measurement. En D. H. Clements y G. Bright (Eds.). *Learning and Teaching Measurement* (pp. 122- 142). Reston: NCTM.

- Biesta, G. y Lawy, R. (2006). From teaching citizenship to learning democracy: overcoming individualism in research, policy and practice. *Cambridge Journal of Education*, 36(1), 63-79.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Bisquerra, R. (1998). *Métodos de investigación educativa*. Barcelona: Ceac.
- Blömeke, S. y Kaiser, G. (2015). Effects of Motivation on the Belief Systems of Future Mathematics Teachers from a Comparative Perspective. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 227-243). Zürich, Switzerland: Springer.
- Bofah, E. A. y Hannula, M. S. (2015). Studying the Factorial Structure of Ghanaian Twelfth-Grade Students' Views on Mathematics. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 355-381). Zürich, Switzerland: Springer.
- Bosch, M., y Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Brown, L. y Reid, D. A. (2006). Embodied Cognition: Somatic Markers, Purposes and Emotional Orientations. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 179-192.
- Brown, T. (1996). Towards a hermeneutical understanding of mathematics and mathematical learning. En P. Ernest (Ed.). *Constructing mathematical knowledge: Epistemology mathematical education* (pp. 141-150). London: Routledge Falmer.
- Brown, T. (2001). *Mathematics Education and language. Interpreting hermeneutics and post-structuralism*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Brown, T. (2008). Making mathematics inclusive: interpreting the meaning of classroom activity. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 23. Recuperado de <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome23/index.htm>
- Buck, R. (1993). The spontaneous communication of interpersonal expectations. En P. D. Blanck (Ed.). *Interpersonal expectations. Theory, research, and applications* (pp. 227-241). New York: Cambridge.
- Buck, R. (1999). The Biological Affects: A Typology. *Psychological Review* 106(2), 301-336.
- Chen, Q. y Leung, F. K. S. (2015). Analyzing Data and Drawing Conclusion on Teacher's Beliefs. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 281-294). Zürich, Switzerland: Springer.
- Clarke, D. (2015). Reaction to Section 1: Faith, Hope and Charity: Theoretical Lenses on Affect. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 119-134). Zürich, Switzerland: Springer.

- Cobb, P., Yackel, E. y Wood, T. (1989). Young Children's Emotional Acts While Engaged in Mathematical Problem Solving. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.118-148). New York: Springer-Verlag.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan. El informe Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Colera, J. y Gaztely, I. (2011). *Matemáticas I. Educación Secundaria*. Madrid: Anaya.
- Cortas Nordlander, M. y Nordlander, E. (2009). Influence of Students' Attitudes and Beliefs on the Ability of Solving Mathematical Problems with Irrelevant Information. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 165-178). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Cortina, A. (2013). *¿Para qué sirve realmente la ética?* Barcelona: Paidós.
- Cortina, A. (2017). *Aporofobia, el rechazo al pobre*. Barcelona: Paidós.
- Csikszentmihalyi, M. (1997). *Fluir (flow): una psicología de la felicidad*. Barcelona: Kairos.
- D'Ambrosio, U. (1998). Mathematics and Peace: Our Responsibilities. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 30(3), 67-73.
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. Belo Horizonte, Brazil: Autêntica.
- Damasio, A. R. (2011). *El error de Descartes*. Barcelona: Destino.
- Damasio, A. R. (2014). *En busca de Spinoza*. Barcelona: Crítica.
- Dancy, J. (1993). *Introducción a la epistemología contemporánea*. Madrid: Tecnos.
- DeBellis, V. y Goldin, G. (1997). The affective domain in mathematical problem solving. En E. Pehkonen (Ed.). *Proceedings of the Twenty-First Annual Meeting of PME*, 2, (pp. 209-216). Lahti, Finland: University of Helsinki.
- DeBellis, V. A. y Goldin, G. A. (2006). Affect and Meta-Affect in Mathematical Problem Solving: A Representational Perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 131-147.
- Deigh, J. (1998). Review of Stocker. *Philosophical Review*, 107, 617-620.
- Depaepe, F., De Corte, E. y Verschaffel, L. (2015). Students' Non-realistic Mathematical Modeling as a Drawback of Teachers' Beliefs About and Approaches to Word Problem Solving. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 137-156). Zürich, Switzerland: Springer.
- Descartes, R. (1649/2005). *Tratado de las pasiones del alma*. Madrid: Biblioteca Nueva.

- Dewey, J. (2004). *Democracia y educación*. Madrid: Morata.
- Di Martino, P. y Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: a bridge between beliefs and emotions. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 43(4), 471-482.
- Di Martino, P. y Zan, R. (2015). The Construct of Attitude in Mathematics Education. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 51-72). Zürich, Switzerland: Springer.
- Ding, L., Pepin, B. y Jones, K. (2015). Students' Attitudes Towards Mathematics Across Lower Secondary Schools in Shanghai. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 157-178). Zürich, Switzerland: Springer.
- Dörfler, W. (2006). Inscriptions as objects of mathematical activities. En J. Maasz, W. Schoeglmann (Eds.), *New Mathematics Education research and practice* (pp. 97-111). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Drouhard, J-PH., Maurel, M. y Sackur, C. (2011). La souffrance à l'école. Le cas des mathématiques: souffrance ou plaisir et liberté ? *Les Collectifs du Cirp*, 2, 294-310.
- Drouhard, J-PH. y Sackur, C. (1997). Triple approach: A theoretical frame to interpret students' activity in algebra. En E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 225-232). Lhati, Finland: PME.
- Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16(3), 349-382.
- Duval, R. (2000). Basic Issues for research in mathematics education. En T. Nakahara y M. Koyama (Eds.). *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 55-68). Hiroshima, Japan: PME.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1/2), 103-131.
- Eagleman, D. (2013). *Incógnito. Las vidas secretas del cerebro*. Barcelona: Anagrama.
- Ekman, P. (1977). Facial Expression. En A. Siegman y S. Feldstein (Eds.). *Non Verbal Behaviour and Communication* (pp. 97-116). New Jersey: Lawrence Erlbaum Association.
- Ekman, P. y Oster, H. (1979). Facial Expressions of Emotion. *Annual Reviews of Psychology* 30, 527-524.
- Ekman, P. (1993). Facial Expressions and Emotion. *American Psychologist* 48(3), 384-392.

- Ekman, P. (1999a). Basic Emotions. En T. Dalgleish y M. Power (Eds.). *Handbook of Cognition and Emotion* (pp. 45-60). Chichester, UK: John Wiley & Sons.
- Ekman, P. (1999b). Facial Expressions. En T. Dalgleish y M. Power (Eds.) *Handbook of Cognition and Emotion* (pp. 301-320). Chichester, UK: John Wiley & Sons.
- Ell, F. (2006). Can moderate hermeneutics help us to understand learning and teaching in the mathematics classroom? En J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, y N. Stehlíková (Eds.). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 33-40). Prague, Czech Republic: PME.
- Else-Quest, N. M., Hyde, J. S. y Hejmadi, A. (2008). Mother and Child Emotions during Mathematics Homework. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 5-35.
- English, L. D. y Halford, G. S. (1995). *Mathematics Education: models and processes*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Evans, J. (2006). Affect and emotion in Mathematical Thinking and Learning. The turn to the Social: Sociocultural Approaches Introduction: Recent Developments in Research of Affect. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *New Mathematics Education Research and Practice* (pp. 233-255). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Evans, J., Morgan, C. y Tsatsaroni, A. (2006). Discursive Positioning and Emotion in School Mathematics Practices. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 209-226.
- Fennema, E. y Sherman, J. (1976). Attitudes scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7(5), 324-326.
- Fennema, E. (1989). The Study of Affect and Mathematics: A Proposed Generic Model for Research. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.) *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.205-219). New York: Springer-Verlag.
- Font, V., Godino, J. D. y D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, 27(2), 2-9.
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 97-124.
- Forgasz, H., Leder, G., Mittelberg, D., Tan, H. y Murimo, A. (2015). Affect and Gender. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 245-268). Zürich, Switzerland: Springer.
- Freire, P. (1970). *Pedagogía del oprimido*. Montevideo: Tierra Nueva.
- Furinghetti F. y Morselli, F. (2009). Leading Beliefs in the Teaching of Proof. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 59-74). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

- Gallardo, J. (2004). *Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. El caso del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Málaga.
- Gallardo, J. (2006). Aportes a la investigación en Educación Matemática en contextos latinoamericanos desfavorables: el acceso a la información a texto completo. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (6), 31-43.
- Gallardo, J. y González, J. L. (2006a). Assessing understanding in mathematics: steps towards an operative model. *For the Learning of Mathematics*, 26(2), 10-15.
- Gallardo, J. y González, J. L. (2006b). Una aproximación operativa al diagnóstico y la evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. *PNA*, 1(1), 21-31.
- Gallardo, J., González, J. L. y Quispe, W. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME*, 11(3), 355-382.
- Gallardo, J. y González, J.L. (2013). Análisis didáctico como método para el tratamiento de los antecedentes bibliográficos en la investigación en educación matemática. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Medina (Eds.). *Análisis didáctico en educación matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 415-432). Granada: Comares.
- Gallardo, J., González, J. L. y Quintanilla, V. A. (2013). Tareas, textos y usos del conocimiento matemático: aportes a la interpretación de la comprensión desde el cálculo aritmético elemental. *Educación Matemática*, 25(2), 61-88.
- Gallardo, J., González, J. L. y Quintanilla, V. A. (2014a). Revisiting understanding in mathematics. *Quadrante*, 23(1), 63-78.
- Gallardo, J., González, J. L. y Quintanilla, V. A. (2014b). Sobre la valoración de la competencia matemática: claves para transitar hacia un enfoque interpretativo. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(3), 319-336.
- Gallardo, J. y Quintanilla, V. A. (2016). El consentimiento con el otro en la interpretación de la comprensión en matemáticas. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 625-648.
- Gallardo, J., Quintanilla, V. A. y Ladrón de Guevara, M. L. (2018). Interpretando con justicia la comprensión en matemáticas. *UNO*, 80, 21-26.
- Gardner, H. (2011). *Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica*. Barcelona: Paidós.
- Glaser, B. y Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research*. New York: Aldine Publishing Company.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

- Goldin, G. A. (2000). Affective Pathways and Representation in Mathematical Problem Solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(3), 209-219.
- Goldin, G. A. (2002a). Affect, Meta-Affect, and Mathematical Belief Structures. En G. C. Leder, E. Pehkonen y G. Törner (Eds.) *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 59-72). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- Goldin, G. A. (2002b). Representation in mathematical learning and problem solving. En L. D. English (Ed.). *Handbook of international research in Mathematics Education* (pp. 197-218). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Goldin, G. (2004). Characteristics of affect as a system of representation. En M. J. Hoines y A. B. Fuglestad (Eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 109-114). Bergen: Bergen University College.
- Goldin, G., Rösken, B. y Törner, G. (2009). Beliefs – no Longer a Hidden Variable in Mathematical teaching and Learning Processes. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 1-18). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Goleman, D. (1998). *La inteligencia emocional*. Buenos Aires: Javier Vergara Editor.
- Gómez-Chacón, I. M. (2011). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Gómez-Chacón, I. M. (2015). Meta-Emotion and Mathematical Modeling Processes in Computerized Environments. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 201-226). Zürich, Switzerland: Springer.
- González, J. L. (1998). Didactical Analysis: A non empirical qualitative method for research in mathematics education. En I. Schwank (Ed.) *Proceedings of the First Conference of the European Society in Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 245-256). Osnabrück, Germany: ERME.
- González, J. L. y Ortiz, A. (2000). La investigación en Educación Matemática en la Universidad de Málaga: estructura y fundamentos. En L. C. Contreras, J. Carrillo, N. Climent y M. Sierra (Eds.). *Actas del IV Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática SEIEM* (pp 131 – 146). Huelva: Universidad de Huelva.
- González M. J. y Gómez, P. (2011). Magnitudes y medida. Medidas directas. En I. Segovia y L. Rico (Coords). *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (pp. 351-374). Madrid: Pirámide.
- Grouws, D. A. y Cramer, K. (1989) Teaching Practices and Student Affect in Problem-Solving Lessons of Select Junior-High Mathematics Teachers. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp. 149-161). New York: Springer-Verlag.

- Habermas, J. (1998). *Teoría de la acción comunicativa I. Racionalidad de la acción y racionalización social*. Madrid: Taurus.
- Hannaford, C. (1998). Mathematics Teaching is Democratic Education. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 30(6), 181-187.
- Hannula, M. S. (2006a). Affect in Mathematical Thinking and Learning. Towards Integration of Emotion, Motivation, and Cognition. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.) *New Mathematics Education Research and Practice* (pp. 209-232). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Hannula, M. S. (2006b). Motivation in Mathematics: Goals Reflected in Emotions. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 165-178.
- Hannula, M. S. (2011). The Structure and Dynamics of Affect in Mathematical Thinking and Learning. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Sowoboda (Eds.). *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (pp. 34-60). Poland: University of Rzesów.
- Hannula, M. S. (2012a). Emotions in Problem Solving. En S. J. Cho (Ed.) *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp.269-288). Zürich, Switzerland: Springer.
- Hannula, M. S. (2012b). Exploring New Dimensions of Mathematics-Related Affect: Embodied and Social Theories. *Research in Mathematics Education*, 14(2), 137-161.
- Hannula, M. S. (2015). Reaction to Section 2: The Relevance of Affective Systems and Social Factors: A Commentary. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 269-277). Zürich, Switzerland: Springer.
- Hart, L. E. (1989). Describing the Affective Domain: Saying What We Mean. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.37-45). New York: Springer-Verlag.
- Hiebert, J. y Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. En D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: MacMillan Publishing Company.
- Husserl, E. (1994). *Problemas fundamentales de la fenomenología*. Madrid, España: Alianza Universidad.
- Izard, C. E. (1985). Emotion-cognition relationships and human development. En C. E. Izard, J. Kagan y R. B. Zajonc (Eds.). *Emotions, cognition and behavior* (pp.17-37). New York: Cambridge.
- James, W. (1884). What is an emotion? *Mind*. 9(34), 188-205.
- Kagan, J. (1978). On emotion and its development: A working paper. En M. Lewis y L. A. Rosenblum (Eds.). *The development of affect* (pp.11-42). New York: Plenum.

- Kagan, J. (1985). The idea of emotion in human development. En C. E. Izard, J. Kagan y R. B. Zajonc (Eds.). *Emotions, cognition and behavior*. (pp. 38-72). New York: Cambridge.
- Kaput, J. J. (1989) Information Technologies and Affect in Mathematical Experience. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.) *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.89-103). New York: Springer-Verlag.
- Kislenko, K. (2009). ‘Mathematics is a bit Difficult but you Need it a Lot’: Estonian Pupils’ Beliefs About Mathematics. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Believes and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 143-163). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Koyama, M. (2000). A research on the validity and effectiveness of “two-axes process model” of understanding mathematics at elementary school level. En T. Nakahara, M. Koyama (Eds.). *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 159-166). Hiroshima, Japan: PME.
- Kuntze, S. y Dreher, A. (2015). PCK and the Awareness of Affective Aspects Reflected in Teachers’ Views About Learning Opportunities – A Conflict?. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 295-318). Zürich, Switzerland: Springer.
- Lang, P. J. (1985). Cognition in emotion: concept and action. En C. E. Izard, J. Kagan y R. B. Zajonc (Eds.). *Emotions, cognition and behaviour* (pp.192-226). New York: Cambridge.
- Lazarus, R. S. (1982). Thoughts on the Relations Between Emotion and Cognition. *American Psychologist*, 37(9), 1019-1024.
- Lazarus, R. S. (2000). *Pasión y razón. La comprensión de nuestras emociones*. Barcelona: Rubí.
- Leder, G. C. (2006). Affect and Mathematics Learning. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *New Mathematics Education Research and Practice* (pp. 203-208). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- LeDoux, J. (1999). *El cerebro emocional*. Barcelona: Ariel.
- Leonard, F. y Sackur, C. (1991). Connaissances locales et triple approche, une méthodologie de recherche. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2/3), 205-240.
- Lester, F. K., Garofalo, J. y Kroll, D. L. (1989) Self- Confidence, Interest, Beliefs, and Metacognition: Key Influences on Problem-Solving Behavior. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.) *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.75-88). New York: Springer-Verlag.

- Liljedahl, P. (2009). Teachers' Insights into the Relationship Between Beliefs and Practice. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Believes and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 33-43). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Llewellyn, A. (2012). Unpacking understanding: the (re)search for the Holy Grail of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 81(3), 385-399.
- López Melero, M. (2003). *El proyecto Roma. Una experiencia de educación en valores*. Málaga: Aljibe.
- López Melero, M. (2004). *Construyendo una escuela sin exclusiones*. Málaga: Aljibe.
- López Melero, M. (2015). Sin distancias, la cultura escolar se construye. En Gimeno Sacristán, J. (Comp.). *Los contenidos. Una reflexión necesaria*. Madrid: Morata.
- López Melero, M. (2018). *Fundamentos y prácticas inclusivas en el Proyecto Roma*. Madrid: Morata.
- Mandler, G. (1989a). Affect and Learning: Causes and Consequences of Emotional Interactions. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.) *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.3-19). New York: Springer-Verlag.
- Mandler, G. (1989b). Affect and Learning: Reflections and Prospects. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp. 237-244). New York: Springer-Verlag.
- Mariño, X. (2014). *Neurociencia para Julia. Un viaje de exploración a la máquina de la mente*. Pamplona: Laetoli.
- Marshall, S. P. (1989). Affect in Schema Knowledge: Source and Impact. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.49-58). New York: Springer-Verlag.
- Maturana, H. (2001). *“Emociones y lenguaje en Educación y Política”*. Palma de Mallorca: Dolmen.
- Maturana, H. y Verden-Zöler, G. (2011). *Amor y juego. Fundamentos olvidados de lo humano. Desde el patriarcado a la democracia*. Barcelona: Granica.
- McDonald, B. A. (1989). Psychological Conceptions of Mathematics and Emotion. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.) *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.220-234). New York: Springer-Verlag.
- McLeod, D. B. (1989). Beliefs, Attitudes, and Emotions: New Views of Affect in Mathematics Education. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.) *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp. 245-256). New York: Springer-Verlag.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 575-596). New York: Macmillan.

- Michener, E. R. (1978). Understanding understanding mathematics. *Cognitive Science*, 2(4), 361-383.
- Morgan, C. (1996). Language and Assessment Issues in Mathematics Education. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.). *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.4, pp. 19-26). Valencia: PME.
- Morgan, C. (2014). Understanding practices in mathematics education: structure and text. *Educational Studies in Mathematics*, 87(2), 129-143.
- Morgan, C. y Watson, A. (2002). The interpretive nature of teacher's assessment of students' mathematics: issues for equity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(2), 78-111.
- Morin, E. (1999). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. París: UNESCO.
- Morin, E. (2015). *Enseñar a vivir. Manifiesto para cambiar la educación*. Buenos Aires: Nueva Visión.
- Niemi, D. (1996). Assessing conceptual understanding in mathematics: representations, problem solutions, justifications, and explications. *The Journal of Educational Research*, 89(6), 351-363.
- Nussbaum, M. (2008). *Paisajes del pensamiento. La inteligencia de las emociones*. Barcelona: Paidós.
- Nussbaum, M. (2010). *Sin fines de lucro. Por qué la democracia necesita de las humanidades*. Buenos Aires: Katz.
- Nussbaum, M. (2015). *Crear capacidades. Propuesta para el desarrollo humano*. Barcelona: Paidós.
- Nussbaum, M. (2016). *Las fronteras de la justicia. Consideraciones sobre la exclusión*. Barcelona: Paidós.
- OCDE (2004). *Marcos teóricos de Pisa 2003: la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y resolución de problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Op 't Eynde, P., De Corte, E. y Verschaffel, L. (2006). "Accepting Emotional Complexity": a Socio-Constructivist Perspective on the Role of Emotion in the Mathematics Classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 193-207.
- Op 't Eynde, P. y Hannula, M. S. (2006). The Case Study of Frank. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 123-129.
- Ortiz, A. (2014). *Comprensión de los sistemas de numeración. Un estudio en el grado de maestro en educación primaria*. Tesis Doctoral no publicada. Universidad de Málaga.

- Ortiz, A. L. y González, J. L. (2016). Comprensión de los sistemas de numeración. Modelos y tareas. *Enseñanza de las Ciencias*, 34(3), 161-182.
- Otte, M. (2006). Proof and explanation from a semiotic point of view. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(4), 23-43.
- Ovejero, A. (2004). Los test de inteligencia: algunas consecuencias de su aplicación. *Tabanque*, 18, 153 – 168.
- Parot, F. y Doron, R. (2004). *Diccionario Akal de Psicología*. Madrid: Akal.
- Pepin, B. (2009). ‘Negativity’ and Learner Identity: Classroom Tasks, the ‘Minus Sign’ and Classroom Environments in English, French and German Classrooms. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 179-196). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Pepin, B. (2011). Pupils’ attitudes towards mathematics: a comparative study of Norwegian and English secondary students. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 43(4), 535-546.
- Pepin, B. y Roesken-Winter, B. (2015). Introduction. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp.xv-xix). Zürich, Switzerland: Springer.
- Philippou, G. N. y Pantziara, M. (2015). Developments in Mathematics Teachers’ Efficacy Beliefs. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 95-117). Zürich, Switzerland: Springer.
- Quintanilla, V. A. (2015). *Hacia una dimensión socioafectiva de la comprensión en Matemáticas a través del consentimiento con el otro*. Trabajo de Fin de Máster no publicado. Universidad de Málaga.
- Quintanilla, V. A. (2016). *Vislumbrando la dimensión socioafectiva de la comprensión del conocimiento matemático*. Plan de Investigación del Programa de Doctorado en Educación y Comunicación Social. Universidad de Málaga.
- Quintanilla, V. A. y Gallardo, J. (2017). *Hacia una interpretación justa de la comprensión en matemáticas*. VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM). Madrid, 10-14 de julio.
- Quispe, W. (2008). *Interferencias en la comprensión de los significados del número racional*. Tesis de Maestría no publicada. Cusco, Perú: Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco-CUES.
- Quispe, W., Gallardo, J. y González, J. L. (2010). ¿Qué comprensión de la fracción fomentan los libros de texto de matemáticas peruanos? *PNA*, 4(3), 111-131.
- Radford, L. (2005). Why do Gestures Matter? Gestures as Semiotic Means of Objectification. En H. L. Chick y J. L. Vincent (Eds.). *Proceedings of the 29th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol.1, (pp. 143-145). Melbourne, Australia: PME.

- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(4), 103-129.
- Radford, L. (2008). Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 40(2), 317-327.
- Radford, L. (2013). Sensuous cognition. En D. Martinovic, V. Freiman y Z. Karadag (Eds.). *Visual Mathematics and Cyberlearning, Mathematics Education in the Digital Era 1*, (pp. 141-162). New York: Springer.
- Radford, L. (2014). Towards an embodied, cultural, and material conception of mathematics cognition. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 46(3), 349-361.
- Radford, L. (2015). Of Love, Frustration, and Mathematics: A Cultural-Historical Approach to Emotions in Mathematics Teaching and Learning. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 25-49). Zürich, Switzerland: Springer.
- Reinup, R. (2009). Emotional Teaching Methods in the Elementary Stage of Percentage Learning. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 87-98). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Reséndiz, E. (2010). El discurso en la clase de matemáticas y los acuerdos sociales. La noción de variación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME*, 13(4-1), 99-112.
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA*, 4(1), 1-14.
- Ricœur, P. (1981). *El discurso de la acción*. Madrid, España: Ediciones Cátedra.
- Ricœur, P. (1996). *Sí mismo como otro*. Madrid, España: Siglo XXI.
- Ricœur, P. (2002). *Del texto a la acción*. México DF, México: Fondo de Cultura Económica.
- Ricœur, P. (2003a). *Teoría de la interpretación: discurso y excedente de sentido*. México DF, México: Siglo XXI Editores-Universidad Iberoamericana.
- Ricœur, P. (2003b). *El conflicto de las interpretaciones*. México DF, México: Fondo de Cultura Económica.
- Ricœur, P. (2008). *Hermenéutica y acción: de la hermenéutica del texto a la hermenéutica de la acción*. Buenos Aires, Argentina: Prometeo Libros.
- Rittle-Hohnson, B., Siegler, R. S. y Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 346-362.

- Rolka, K. y Roesken-Winter, B. (2015). Networking Theories to Understand Beliefs and Their Crucial Role in Mathematics Education. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 73-93). Zürich, Switzerland: Springer.
- Roth, W. M. (2006). Motive, emotion and identity at work: A contribution to third-generation cultural historical activity theory. *Mind, Culture and Activity*, 13(4), 279-282.
- Ruthven, K. (2015). Reaction to Section 3: Some Methodological Reflections on Studies of Mathematical Affect. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 383-393). Zürich, Switzerland: Springer.
- Sacks, O. (2009). *El hombre que confundió a su mujer con un sombrero*. Barcelona: Anagrama.
- Sackur, C., Assude, T., Maurel, M., Drouhard, J-PH. y Paquelier, Y. (2005). L'expérience de la nécessité épistémique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25(1), 57-90.
- SAEM Thales (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: SAEM Thales.
- Saenz-Ludlow, A. y Zellweger, S. (2012). The teaching-learning of mathematics as a double process of intra- and inter-interpretation: A peircean perspective. En S. J. Cho (Ed.). *The 12th International Congress on Mathematical Education ICME* (pp. 3117-3126). Seoul, Korea: ICME.
- Salovey, P. y Mayer, J. D. (1990). Emotional intelligence. *Imagination, Cognition and Personality*, 9(30), 185-211.
- Schlöglmann, W. (2002). Affect and mathematics learning. En A. D. Cockburn y E. Nardi (Eds.). *Proceedings of the 26th PME*, 4, pp.185-192. Norwich: UK.
- Schlöglmann, W. (2005). Affect and Cognition – Two Poles of a Learning Processes. En C. Bergsten y B. Grevholm (Eds.). *Conceptions of mathematics. Proceedings of Norma 01, Third Nordic Conference on Mathematics Education*. Kristianstad, Suecia: SMDF.
- Schlöglmann, W. (2010). Categories of Affect – Some Remarks. En V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne y F. Arzarello. *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (pp. 164-173). Lyon, Francia: Institut National de Recherche Pédagogique.
- Schoenfeld, A. H. (2015). What Counts, When? – Reflections on Beliefs, Affect, Attitude, Orientation, Habits of Mind, Grain Size, Time Scale, Context, Theory, and Method. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 395-404). Zürich, Switzerland: Springer.

- Schulz, A. (2009). Competence-Orientation in Literature and in Teachers' Perception: Implications for Educational Quality Management and Teacher Education. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 99-117). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Sierpinska, A. (1990). Some remarks on understanding in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 10(3), 24-36.
- Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. London: The Falmer Press.
- Sierpinska, A. (2000). Mathematics classrooms that promote understanding [Review of the book *Mathematics classrooms that promote understanding*, by E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.)]. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 33(2), 45-50.
- Silver, E. A. y Metzger, W. (1989). Aesthetic Influences on Expert Mathematical Problem Solving. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.59-74). New York: Springer-Verlag.
- Simons, H. (2009). *El estudio de caso: teoría y práctica*. Madrid: Morata.
- Sivunen, M. y Pehkonen, E. (2009). Finnish Elementary Teachers' Conceptions on Problem Solving in Mathematics Teaching. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 75-86). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Skott, J. (2015). Towards a Participatory Approach to "Beliefs" in Mathematics Education. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education (pp. 3-23). Zürich, Switzerland: Springer.
- Soler, C., Quintanilla, V. A. y Aguilar, D. (2018). La formación inicial del profesorado. Un proceso democrático. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado* 92(32.2), 107-122.
- Sowder, L. (1989). Searching for Affect in the Solution of Story Problems in Mathematics. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.) *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.104-113). New York: Springer-Verlag.
- Spinoza, B. (1677/1980). *Ética*. Madrid: Editora Nacional.
- Stocker, M. (1996). *Valuing emotions*. New York: Cambridge.
- Straume, I. S. (2014). Education in a crumbling democracy. *Ethics and Education*, 9(2), 187-200.
- Tahta, D. (1996). On interpretation. En P. Ernest (Ed.). *Constructing mathematical knowledge: Epistemology mathematical education* (pp. 125-133). London: Routledge Falmer.

- Threadgill-Sowder, J. (1989). Affective Factors and Computational Estimation Ability. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.177-191). New York: Springer-Verlag.
- Thompson, A. G. y Thompson, P. W. (1989) Affect and Problem Solving in an Elementary School Mathematics Classroom. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving. A new perspective* (pp.162-176). New York: Springer-Verlag.
- Tsamir, P. y Tirosh, D. (2009). Affect, Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: The Case of a Kindergarten Teacher. En J. Maasz y W. Schloglmann (Eds.). *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 19-31). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Tabach, M. y Barkai, R. (2015). Preschool Teachers' Knowledge and Self-Efficacy Needed for Teaching Geometry: Are They Related? En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.). *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education. Advances in Mathematics Education* (pp. 319-337). Zürich, Switzerland: Springer.
- Veugelers, W. (2007). Creating critical-democratic citizenship education: empowering humanity and democracy in Dutch education. *Compare: A Journal of Comparative and International Education*, 37(1), 105-119.
- Von Wright, G. H. (1987). *Explicación y comprensión*. Madrid, España: Alianza Universidad.
- Vygotsky, L. S. (2004). *Teoría de las emociones. Estudio histórico-psicológico*. Madrid: Akal.
- Zajonc, R. B. (1980). Feeling and Thinking: Preferences need no inferences. *American Psychologist*. 35(2), 151-175.
- Zajonc, R. B. y Markus, H. (1985). Affect and cognition: the hard interface. En C. E. Izard, J. Kagan y R. B. Zajonc (Eds.). *Emotions, cognition and behaviour*. (pp.73-102). New York: Cambridge.
- Zan, R. y Di Martino, P. (2007). Attitude toward mathematics: Overcoming the positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 157-168.
- Zan, R., Brown, L., Evans, J. y Hannula, M. S. (2006). Affect in Mathematics Education: An Introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 113-121.

ANEXOS



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

ANEXO I. EPISODIO 1: ADELA Y JOSÉ

A.1.1. INTRODUCCIÓN

El primer anexo presenta las evidencias y producciones del primer episodio constituido por las tres fases del estudio de caso de Adela y José. Están organizados por fases y por protagonista.

A.1.2. TRANSCRIPCIÓN PRIMERA FASE. ENTREVISTA PREVIA CON ADELA

1. Investigadora *¿Cuál ha sido tu primera sensación cuando supiste que tenías que resolver estas tareas?*
2. Adela *A ver, si lo hago correctamente, si doy la puntuación adecuada y si no soy demasiado torpe.*
3. Investigadora *¿Por qué crees eso?*
4. Adela *Bueno, porque a veces...la matemática no es lo que uno piensa que puedes hacer. Muchas veces la práctica o investigando, observando o incluso mirándolo varias veces puedes sacar muchas conclusiones de cómo puedes ejecutar un ejercicio. Porque en el primer vistazo, primero he pensado una cosa, luego he pensado también hay simetría puedo hacerlo de otra forma y he ido haciendo otros cálculos diferentes.*
5. Investigadora *¿Cómo se te daban las matemáticas en el colegio o el instituto?*
6. Adela *En el cole se me daban bien, lo que pasa que hace muchísimos años que yo fui al cole. En el cole, las matemáticas eran una asignatura que no se me daban mal, no se me daban mal. Tampoco brillé por mi inteligencia, pero bueno... éramos cuarenta y, ahora se quejan de que hay muchísimos alumnos, pero éramos 45 o 48 por clase. En ese tiempo, las clases sí que eran grandes.*
7. Investigadora *¿Utilizas cotidianamente los conocimientos matemáticos que obtuviste durante el colegio y el instituto?*
8. Adela *No. No. De hecho, incluso en mi profesión las medidas se toman por segundos, por segundos. Tú las vas contando por segundos y así alcanzas 200 metros o 300 metros. Las cuentas por segundos y tú misma vas haciendo mil uno, mil dos y entonces ya vas alcanzando al acercarte. Otros trucos.*
9. Investigadora *Eso es medir, ¿no?*
10. Adela *Sí, es medir. Pero de otra forma.*

A.1.3. TRANSCRIPCIÓN PRIMERA FASE. ENTREVISTA PREVIA CON JOSÉ

1. Investigadora *¿Qué has sentido al ver las tareas?*
2. José *Vale. Ehh, la primera... ¿le voy diciendo una por una o en general?*
3. Investigadora *Mejor en general*
4. José *Personalmente, lo que es a nivel de resolución, hay cosas que es cierto que ni yo sé hacerlas, me he puesto a verlas y como no he hecho uso de ellas en gran parte de mi vida cotidiana, no sé cómo resolver, por ejemplo, la actividad 4; actividad 5. Yo ahora mismo no tengo ni idea de cómo resolverlas.*
5. Investigadora *¿Y tus sensaciones? ¿Qué sentiste al pensar que tienes que enfrentarte a estas tareas?*
6. José *Mi sensación ha sido de... a ver, que algunas sabría cómo resolverlas, otras que no. Siento que muchas de las cosas, que yo en teoría debí haber trabajado muchas de estas cosas de pequeño en el cole, y hay cosas que no sabría resolver a día de hoy y no sé si es porque no las he trabajado, porque no me las han enseñado, o simplemente han caído en el olvido, no lo sé.*
7. Investigadora *Y si tuvieses que ponerle un nombre a esa sensación. Una emoción o un sentimiento, ¿cuál sería?*
8. José *Duda. Duda, bastante duda. Es verdad que por ejemplo, perímetro sí lo tengo a día de hoy... porque en la práctica lo he trabajado hace poco con los niños de clase y sí lo tengo muy presente pero hay otros conceptos que tengo que pararme y pensar y quizás puedo llegar a dudar, es decir esto era exactamente esta cosa o se hacía de esta forma; duda sobre todo. Yo creo que al no hacer uso o no hago uso de la geometría y la medida a diario, va cayendo en el olvido.*
9. Investigadora *¿Te sentirías más cómodo si anteriormente te hubieses enfrentado a tareas parecidas?*
10. José *Yo creo que sí. Si por ejemplo, cualquiera de estas actividades hubiesen sido realizadas de forma, no sé... que quien me diese el conocimiento, me hubiese puesto un ejemplo real, me hubiese dicho por ejemplo, en el caso de la espiral. Que es el que ahora mismo me tiene... le estoy dando vueltas, no dejo de darle vueltas. En la espiral, me diga por ejemplo, no sé cómo se resuelve, pero si me da un ejemplo que yo dijese...vale, no se me va a olvidar nunca. Algo relevante, algo que profundizase dentro de mí. Ahora mismo no sé cómo decirlo, no encuentro la palabra adecuada para describirlo, pero que fuese relevante. También es cierto el profesor que de ese modo tendría que saber uno a uno, qué inquietudes tenemos, qué cosas nos inquietan para cogernos a cada uno y decir a ti te enseño de esta forma, a ti te enseño de esta otra y claro habiendo un profesor por aula a día de hoy eso es imposible y yo entiendo que los docentes enseñen de la forma que enseñan, enseñan de manera general, que en teoría dicen*

que es la correcta. Y sí, será la correcta entre comillas porque la media, más o menos, funciona y todos van cumpliendo los objetivos pero hay personas que o no los cumplen o los cumplen y se le olvida, como a mí me está pasando, que yo ni me acuerdo. Quizás cuando lo aprendí sí sabía cómo se hacía pero a día de hoy 15 o 20 años después de haberlo aprendido no me acuerdo, porque como no tuve un ejemplo relevante, un ejemplo que marcara mi...ese aprendizaje, pues no me acuerdo.

11. Investigadora *Y cuando estabas en el colegio o el instituto, ¿cómo te enfrentabas a las matemáticas en general?*
12. José *Yo a las matemáticas en el colegio, en el principio yo no tuve problemas, yo no tenía problemas con las matemáticas. Los problemas vinieron en el instituto que me encontré con profesores que su forma de dar la clase era yo te copio el ejercicio en la pizarra, tú lo copias, y si lo entiendes bien, y si no yo lo borro y ya no lo ves. Es decir, dudas que se me podían pasar por la cabeza no se me resolvían, yo tenía que irme a casa, tenía que irme con mi ejercicio. Si me había dado tiempo a copiarlo en la libreta bien y si no... mala suerte y me tenía que poner en casa a reflexionar, a darle vueltas de porqué una ecuación o una operación daba ese resultado.*
13. Investigadora *¿Te gustaba? ¿Disfrutabas de ese ejercicio personal de reflexión, de análisis, de búsqueda?*
14. José *Yo personalmente, a veces sí, a veces no. A veces yo decía, es que no entiendo porqué no me explican esto. Otras veces sí me gustaba porque a mí siempre me ha gustado, no sé, personalmente, me ha gustado comerme el coco hasta hallar la solución porque soy así. Soy muy inquieto para ciertas cosas y como me pique con eso tengo que ir a por la respuesta sí o sí. Pero yo sé de compañeros, por ejemplo, que decían es que hay que ver, yo no lo veo por ningún lado, yo por mucho que tal...no lo entiendo y el profesor no lo explica en clase y no lo entiendo. Y a mí me pasaba igual, yo no lo entendía, pero tenía esa inquietud quizás y decía venga voy a buscar la respuesta y a ver si la encuentro.*
15. Investigadora *Los conocimientos que adquiriste durante esos años, ¿tuviste que utilizarlos en algún momento de tu vida? ¿Pudiste relacionar algo que aprendiste en matemáticas con alguna situación cotidiana?*
16. José *Si le digo la verdad no. Quitando, no sé, por ejemplo, la medida en este caso. La medida sí es cierto que se usa diariamente por si vas conduciendo con el coche y ves un cartel Málaga, 24 km, pues yo me imagino la distancia que puede haber en 24 km. El tiempo también es una cosa que más o menos he controlado, pero quitando eso...yo por ejemplo, a día de hoy no sé para qué me sirve, a ver si sé*

porque me lo han explicado teóricamente, pero en la práctica yo no he usado nunca una ecuación de segundo grado para nada, pero para nada.

A.1.4. TRANSCRIPCIÓN SEGUNDA FASE. INTERACCIÓN ENTRE ADELA Y JOSÉ

PRIMERA TAREA		
1.	Adela	<i>¿Qué puedes decir de la longitud de los perímetros de los triángulos equiláteros de las figuras? [lee el enunciado].</i>
2.	José	<i>Vale, ¡vamos a empezar! A ver. Yo lo que veo primero, lo primero que yo he pensado nada más que he visto el ejercicio es perímetro, que es la suma de todos los lados.</i>
3.	Adela	<i>Sí, sí [voz firme y contundente].</i>
4.	José	<i>Entonces yo he dicho: “vale, lo primero es saber cuánto mide cada lado. Y sin una regla no sabemos cuánto mide cada lado, tampoco.</i>
5.	Adela	<i>Claro [firme y contundente, asiente a todas las afirmaciones de su compañero].</i>
6.	José	<i>Sin regla no podemos saber cuánto miden.</i>
7.	Adela	<i>Podemos decir que por lo menos... que son triángulos equiláteros porque los tres lados son iguales.</i>
8.	José	<i>Exactamente, efectivamente.</i>
9.	Adela	<i>Y claro que la suma de triángulos alcanzamos también la suma del triángulo mayor.</i>
10.	José	<i>Efectivamente.</i>
11.	Adela	<i>Porque por ejemplo, aquí, lo que nos faltaría serían... para hacer el triángulo, el primero, nos faltarían dos triángulos pequeños, ¿no?</i>
12.	José	<i>Exactamente.</i>
13.	Adela	<i>Y aquí, pues, haríamos lo mismo. Sería doblar y aquí igual, es decir, sería multiplicando.</i>
14.	José	<i>Si quiere que sumemos el triángulo mayor, como dices, o si lo que quiere son los perímetros de estos, realmente. Eso es lo que yo no sé. Tampoco te especifica exactamente, dice: “los perímetros de los triángulos”. Pero tampoco te dice si sólo se limita a estos triángulos o hay que sacar el triángulo mayor. Ahí hay una cosa que no entiendo.</i>
15.	Adela	<i>Claro. [Voz suave y baja].</i>
16.	José	<i>Entonces, para empezar se me plantea primero la duda esa de la medida que tenga cada lado. Al no tener con qué medir ahora mismo no sé cuánto mide cada lado. Después la siguiente duda es ésa, si quiere que calculemos también el triángulo mayor o simplemente nos limitemos a lo que hay en la imagen.</i>
17.	Adela	<i>Claro. También podríamos inventarnos una medida y sobre la medida... ir haciendo el perímetro de los triángulos más pequeños, ¿no?</i>
18.	José	<i>Exactamente [mientras su compañera habla, completa las frases y afirma contundente: exactamente y efectivamente]. Sí, yo creo que pueden ser 5 cm por ejemplo.</i>
19.	Adela	<i>Pero es que... “¿Qué puedes decir de la longitud de los perímetros de</i>

- los triángulos equiláteros de la figura” [lee el enunciado nuevamente].*
20. José *Es que no lo sé... a ver, espérate... ¡la longitud!*
21. Adela *¡La longitud!, oye, la longitud...*
22. José *¡Ah! La longitud de los perímetros...*
23. Adela *... de los triángulos...*
24. José *Yo creo que es igual.*
25. Adela *Vale, entonces...*
26. José *Que la longitud de los perímetros es igual ¿por qué? Porque está diciendo la longitud de los perímetros...*
27. Adela *¡Claro!*
28. José *Porque lo que hay que hacer es descomponer el triángulo, hacerlo así. Entonces todo esto al ser la mitad de la mitad de la mitad de la mitad. Lo que nos sale es que la longitud de los perímetros es la misma en los cuatro casos, ¿no?*
29. Adela *¡Claro! [voz firme y contundente].*
30. José *¿No? Digo yo...*
31. Adela *Conclusión: primero hemos pensado... ¿cada uno tenemos que escribir lo nuestro?*
32. José *No lo sé, si tenemos que escribir uno o dos, no lo sé. Como tampoco hemos estado...*
33. Adela *Ponemos: primero...*
34. José *Vamos a escribir los dos y ya está.*
35. Adela *Ya está. Primero hemos pensado... en el perímetro... pero luego, más adelante ya nos hemos percatado de la palabra longitud... [Mientras escriben su conclusión].*
36. José *Efectivamente.*
37. Adela *... entendiendo que como no tenemos para medir... ¿no?*
38. José *¡Claro! [Algunos segundos de silencio mientras escriben] entendiendo que no tenemos para medir, eh... simplemente hemos supuesto lo que es el... ¿Cómo podemos decirlo?... el...*
39. Adela *Que la longitud es proporcional...*
40. José *Sí pero, no...*
41. Adela *La longitud es proporcional, ¿no?*
42. José *Exactamente, que la longitud es proporcional ya que cada triángulo es la mitad del anterior. Cada serie de triángulos es la mitad del anterior.*
43. Adela *Claro. Hemos supuesto que la proporción... de cada triángulo va siendo proporcional... son proporciones del primer triángulo, ¿no? [Escribe].*
44. José *¡Claro!*
45. Adela *¡Ya está! Son proporciones del primer triángulo... [Escribe].*
46. José *Por lo que la longitud de los perímetros es la misma. Yo pondría: “una observación de leer bien el enunciado”.*
47. Adela *[Risas].*
48. José *Yo lo voy a poner.*
49. Adela *¿Sí?*

50. José *Sí. Ya que ella lo usa para darse cuenta qué problemas puede llegar a dar el ejercicio, yo lo voy a poner... el objetivo planteado no es el primero que yo pensaba... [Escribe].*

SEGUNDA TAREA

51. José *“¿Cuánto mide la superficie de las siguientes figuras?” [lee el enunciado].*
52. Adela *Yo lo que he pensado nada más verlo, cuando nos dejó que lo observáramos solos, es que he pensado: “este lo llevo aquí y este lo llevo aquí y ya tengo un rectángulo.” ¿No?*
53. José *Sí, eso es.*
54. Adela *Tenemos un rectángulo.*
55. José *Efectivamente.*
56. Adela *¡Ahí va! Entonces, ahora, hacemos lo mismo con este. Entonces este lo pongo aquí...*
57. José *Tenemos aquí un cachito, nos queda un cachito aquí...*
58. Adela *Aquí hay un medio, medio más medio, hacen uno y aquí me queda medio que lo pongo aquí. No llego a tener el rectángulo completo.*
59. José *Claro pero ya no es lo mismo que estar midiendo triángulos, porque al ser... a ver... tenemos esto...*
60. Adela *¿Te viene bien ahí?*
61. José *A ver, vamos a ver cuánto sobra. Sobran 1, 2, 3 y 4. Claro, sobran 4, éste lo podemos traer aquí a ver si lo podemos poner de otra forma... no pero siempre sobra un cachito*
62. Adela *Siempre sobra uno.*
63. José *Claro porque son impares, siempre va a sobrar un cachito*
64. Adela *Siempre te sobra uno, un cuadrante pequeño. Por tanto, que la medida de la siguiente figura... de las dos figuras no son iguales. ¡Eso está claro!*
65. José *Eso está claro. Igual no puede, a ver... igual no puede...yo voy a contar porque yo soy así de paranoico con estas cosas. Yo estas cosas siempre tienen truco. Yo para mí, yo siempre soy mal pensado, siempre tiene que tener algún truco. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...*
66. Adela *Mira, si lo hacemos de la siguiente manera; fíjate, si este medio con este medio, iguala. Y ahora aquí tenemos medio y tú coges este medio y lo colocas aquí. Ahora no sobra nada más que medio.*
67. José *Nos sobra medio, exactamente. Tiene un cuadrante pero nos sobra medio, como son impares siempre va a sobrar medio. Es cierto que al ser medio, eh, si conocemos, que lo conocemos, sabemos que es una unidad diagonal. No sé si tiene que ver con... en primaria no se sabe Pitágoras, pero... si yo conozco esto y conozco esto sé sacar cuánto mide la diagonal. Sacando el área de este triángulo se la sumo al área del cuadrado y ya tenemos la superficie.*
68. Adela *Y ya tenemos la superficie, efectivamente.*
69. José *De toda la figura. Que también se podría hacer en esta. En esta es verdad que es más fácil coger esto de aquí, quitar esto de aquí, añadirlo aquí, tenemos un cuadrado: lado por lado, y tenemos la superficie automáticamente.*
70. Adela *Aquí sí.*
71. José *Y en caso de no, pues habría que calcular la superficie de uno de los triángulos y como todos los triángulos son iguales, simplemente*

- sumar la superficie a éste, a éste y a éste y calcular la superficie del cuadrado, que es más complicado, obviamente, tiene más pasos. Sería otra opción. Y en este caso pues eso, formar el cuadrado con las piezas sobrantes, las que quedan y a la última sí le podemos calcular la superficie.*
72. Adela *Claro.*
73. José *Con teorema de Pitágoras.*
74. Adela *Claro.*
75. José *Y se le suma al cuadrado. Yo es lo que veo.*
76. Adela *Vale. ¿Y cómo...? “¿Cuánto miden las superficies de la siguiente figura?” [Vuelve a leer el enunciado]. No podemos dar una medida exacta de cuánto mide.*
77. José *Si no sabemos lo que mide, no podemos dar nada. No tenemos números, no podemos dar números.*
78. Adela *Podemos hablar...*
79. José *Podemos hablar, exactamente. Podemos decir que...podemos explicar que, por ejemplo, les vamos a llamar esta figura 1, esta figura 2. Ehhh, en conclusión podemos decir que... en la figura 1 eh... cogemos los triángulos y con cuatro de... vaya, intentamos formar... primero podemos decir que para facilitar el cálculo de la superficie vamos a formar un cuadrilátero.*
80. Adela *Vale. Por ahí sí empezamos, ¿no?*
81. José *Por ahí empezamos. Entonces...*
82. Adela *Primero...*
83. José *Figura 1... para facilitar el cálculo [escribe].*
84. Adela *Para facilitar el cálculo... figura 1 [escribe].*
85. Adela *Y de la figura 2, automáticamente, si tenemos la medida.*
86. José *Exactamente porque simplemente, si ya tenemos calculado lo que es la... bueno, da igual...*
87. Adela *Claro, ya tenemos calculado, esto, el triángulo...*
88. José *... los triángulos...*
89. Adela *Ya podemos hacerla directamente, nos dará con el resultado de la suma del cuadrilátero.*
90. José *Efectivamente. Porque el cuadrilátero es esto...*
91. Adela *El de la primera figura.*
92. José *El cuadrilátero... de la primera figura se forma con este, ¿no? A ver, 6, éste sería lo que son 6 cuadrados, aquí formaríamos, 6 cuadrados también. Sería lo mismo.*
93. Adela *¡Claro!*
94. José *Exactamente. Eh, la superficie... [Escribe].*
95. Adela *Figura 2... [Escribe].*
96. José *¡Ya está!*

TERCERA TAREA

97. José *¡Vamos allá! Calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C, respectivamente... [Lee el enunciado]. Volumen: lado por lado por altura. Vale...*
98. Adela *Bueno, lo que tenemos... lo que sí tenemos es lo que vemos.*

99. José *Efectivamente.*
100. Adela *¿Vale?*
101. José *Tenemos cubitos...*
102. Adela *Tenemos cubitos y aquí tenemos...*
103. José *Cuatro, cinco, seis, más cubitos...*
104. Adela *Más cubitos que tenemos que meterlos dentro de la caja. Tipo tetris [ríe discretamente].*
105. José *Efectivamente. Yo creo que entran todos...creo, a ver 4... tenemos 4 por 6. Sí, yo creo que entran todos de la A entrarían... ¿o no? Dos, dos... por ejemplo de la A no entrarían todos. Del A: entraría una fila de A completa pero después tenemos que meter una fila de C y lo llenaríamos completamente.*
106. Adela *Doble ¿no? El C ahí va doble, ¿no? Se va tres veces.*
107. José *Claro, digo yo de altura, de lo que es de altura. Si metemos A llenaríamos hasta lo que sería el segundo nivel...*
108. Adela *El segundo nivel...*
109. José *Y se nos quedaría un nivel vacío que nos haría falta esas piecitas de C...*
110. Adela *De B.*
111. José *O del B. De B o de C.*
112. Adela *¡Claro!*
113. José *El C también nos valdría porque tenemos cuatro por cuatro...*
114. Adela *Claro, pero ten en cuenta, fíjate que el B es impar, ya se nos plantea un problema.*
115. José *A ver: 1, 2, 3, 4, 5 y 6*
116. Adela *[Risas].*
117. José *No. Porque, realmente, como hay 6 de profundidad...*
118. Adela *¡Ah, vale!*
119. José *Pues podríamos meter el B, B, B.*
120. Adela *¡Ah, claro! 2, 4 y 6.*
121. José *¡Claro! Esto lo podríamos poner encima, al ser de una planta lo podríamos poner encima.*
122. Adela *¡Sí, claro! Y el C... ¿y el C dónde lo ponemos?*
123. José *Es que no sé si quiere que metamos todas, todas, todas o si quiere que metamos de una en una...*
124. Adela *“Calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C...” [Lee el enunciado incompleto. Guarda silencio durante varios segundos]. Calcula el volumen...*
125. José *Las unidades A, B y C. Yo no sé si quiere... a ver...lado*
126. Adela *Vamos a ver...*
127. José *A ver, lado por lado por altura sería el volumen. Pero claro, si meto A...*
128. Adela *¡Espérate! ¿Y si quiere que calculemos el volumen con A. El volumen con B y el volumen con C? [Con voz más alta, tono de voz más firme].*
129. José *Exactamente. Si eso también lo he pensado yo al principio, a ver si lo que quiere es que halle el volumen con A, con B y con C.*
130. Adela *¿Y no uniéndolos todos?*
131. José *Eso es, y así entrarían todos perfectamente.*
132. Adela *¡Claro!*

133. José *Así entrarían... bueno, todos no...*
134. Adela *¿Cuántos necesito de A? ¿Cuántos necesito de B? para hacer la caja y ¿Cuántos necesito del B y cuántos necesito del C? ... [Voz más alta y más firme].*
135. José *Exactamente. Lo que pasa es que de A...*
136. Adela *En vez de ponerlos juntos.*
137. José *¡Claro! Pero que de A no entran. No podríamos completarlo con A. Porque tendríamos... sí, tendríamos abajo dos, pero llenaríamos lo que son dos pisos y nos sobraría un piso y A tiene dos pisos. Con A sólo puede que... yo creo que es eso, pero no sé si el objetivo del ejercicio es ver que con A no podemos llenar la caja; es decir, que nos sobra, nos sobraría una unidad en A...*
138. Adela *Claro.*
139. José *Con B sí podemos y con C sí podemos.*
140. Adela *Yo creo que sí. Que va a ser así, ¿eh?*
141. José *Vamos a probar. 4, 4, 4, 4, y después podemos ir poniendo encima y B igual. De 3, 3, 3, 3, 3 caben encima. Y con A no podríamos porque sobresaldría 1.*
142. Adela *Claro. El A nos sobra un piso y el B [segundos de silencio] del B nos sobra también una fila...*
143. José *Claro. Creo que puede estar preguntando cuadraditos, ya que... los cubos. Como la medida se da en cubos, cada cubo puede representar una unidad cúbica.*
144. Adela *Claro.*
145. José *Aquí serían 4 unidades cúbicas, 3 unidades cúbicas y 8 unidades cúbicas.*
146. Adela *[Dice lo mismo que su compañero, casi al mismo tiempo].*
147. José *Serían 8 cubos, 3 cubos y cuatro cubos.*
148. Adela *Bueno, pues vamos a averiguar cuántos cubos necesitamos.*
149. José *Exactamente.*
150. Adela *¿No? 1, 2, 3, 4, 5 y 6.*
151. José *Con A sabemos que no podemos llenarlo.*
152. Adela *4 por 5 por la altura, ¿no?*
153. José *4... a ver...*
154. Adela *1, 2, 3, 4. 4 por 5...no, no*
155. José *¡Son 6, son 6!*
156. Adela *Son 6.*
157. José *Sí.*
158. Adela *Son 4 por 6 y la altura que nos da. 2, 3. ¿No?*
159. José *Exactamente.*
160. Adela *¡Vale! ¡Bueno! Entonces ¿Ponemos lo de la capacidad de la caja según A, según B y según C?*
161. José *Claro, podemos aplicarlo como unidades cúbicas. Cada cubo vale una unidad cúbica.*
162. Adela *Claro.*
163. José *Es lo que podemos hacer. Le añadimos un valor cúbico a cada unidad. Entonces el resultado nos lo va a dar en unidades cúbicas,*

- vamos a tener por ejemplo, pues...
164. Adela *Claro pero ya nos estamos saliendo. Ya no es ni A ni B ni C ¿eh?*
165. José *Claro.*
166. Adela *[Ríe discretamente]. Ya no es ni A ni b ni C.*
167. José *Ya no es ni A ni b ni C. ¡Qué lío! [Ríe].*
168. Adela *Bueno...*
169. Adela *Hemos pensado varias opciones...*
170. José *Cinco mil opciones.*
171. Adela *Cinco mil opciones.*
172. Ambos *[Ríen tímidamente].*
173. Adela *Uniendo los cubos A, B y C rellenamos la caja. Eso lo tenemos claro.*
174. José *Sin ningún problema.*
175. Adela *Esa es la primera opción. Segunda opción: la que hemos pensado, por A, que no termina, por B que sí y por C también.*
176. José *[Dice lo mismo que su compañera, casi al mismo tiempo]. Y ahora...*
177. Adela *Y ahora tenemos también la opción por unidades...*
178. José *Cúbicas, caben tantas unidades cúbicas. Eso es...*
179. Adela *¿No?*
180. José *¡Sí! Yo creo que sí.*
181. Adela *Exacto. Así que vamos a escribir las opciones: primera opción... [Escribe].*
182. José *Primera opción, eh... [Escribe] hemos dicho eh... de meterlo... contar el número de... ¿cómo podemos llamar a esto?*
183. Adela *Para rellenar la caja hemos utilizado A, B y C y la podemos rellenar. [Escribe].*
184. José *Exactamente.*
185. Adela *Para poder rellenar la caja... Para poder rellenar la caja... hemos utilizado... la suma de A, B y C... de los productos ¿no?*
186. José *La suma de las unidades... A, B y C... según... [Escribe].*
187. Adela *La segunda opción que hemos pensado. Utilizando por separado. [Escribe].*
188. José *Utilizar por separado las unidades. [Escribe].*
189. Adela *Las unidades y hemos llegado a la conclusión. [Escribe].*
190. José *De que con A no podemos llenarla... [Escribe].*
191. Adela *Con A no la llenamos... a ver, la segunda opción... hemos utilizado [Escribe].*
192. José *De forma individual [Escribe].*
193. Adela *Por separado [Escribe]... para la tercera opción si usamos el lado, por lado y por altura, ¿no?*
194. José *Claro... 4 por 3 es 12 y por 6, 72 unidades cúbicas*
195. Adela *Vale.*
196. José *No sé si está bien, a ver... Sí, sí, 72.*

CUARTA TAREA

197. Adela *Bueno, ¡hala! Vamos a por el difícil...*
198. José *¡Uy, este es mortal! Este yo lo he visto y he dicho: ¡Ay, Dios mío! ¿Y esto cómo se calcula?*
199. Adela *Pues... yo he tenido una idea.*
200. José *¿Sí?*

201. Adela *Sí.*
202. José *¿Cómo?*
203. Adela *Pensando que podríamos calcular el radio.*
204. José *Ajá.*
205. Adela *Haciendo un radio.*
206. José *Vale.*
207. Adela *O el radio por círculo.*
208. José *El círculo... lo malo es que al ser una espiral, el círculo... el radio varía, por así decirlo, cada centímetro ya está variando, que es lo malo.*
209. Adela *Claro.*
210. José *¡Es que esto a mí se me ha enseñado en la vida! Creo que no me han enseñado a hacerlo, creo...*
211. Adela *No, a mí tampoco. ¿Cuánto mide la longitud de la espiral? [Lee el enunciado]. Pero bueno, y ¿yo para qué quiero saber el radio?*
212. José *Claro, el radio. No te sirve para nada saber el radio porque lo que queremos saber es cuánto mide todo esto.*
213. Adela *La longitud.*
214. José *Es estirar todo esto.*
215. Adela *[Ríe].*
216. José *Y la cosa es, en un papel cómo estiras todo eso. Es que ése es el problema ahora cómo coges y estiras y dices: venga, voy a estirarlo [en tono burlón].*
217. Adela *Bueno pues. Esto es muy sencillo. Si lo tenemos que llevar a la escuela o si nosotros lo tuviéramos que hacer es coger una cuerdecita, trazarla encima y después abrirla.*
218. José *¡No tiene más!*
219. Adela *Es que...*
220. José *No tiene más. Coger cuerda que ponga aquí, ponga aquí, corta aquí, corta aquí...*
221. Adela *Coges un hilo, empiezas, lo haces entero y luego...*
222. José *Lo alargas.*
223. Adela *Lo alargas y lo pones sobre una regla.*
224. José *Sobre el papel o sobre eso.*
225. Adela *Vale.*
226. José *Vamos a darle más vueltas a ver si hay otra forma de hacerlo. Tiene que haber otra forma, ¡no lo sé!*
227. Adela *Vale, pero es que... [Risas bajas y algo tensas].*
228. José *¡Pero yo no lo veo! A ver, tenemos esto... yo creo que en dibujo técnico yo algo vi en su día, ya ves yo esto que lo di ya hace seis años*
229. Adela *Yo no. Yo no di dibujo técnico.*
230. José *Ya hace seis años ya y no me acuerdo de las cosas. No sé si una espiral se podía la longitud... porque una espiral....esto es una espiral...*
231. Adela *Es que no llega a ser una circunferencia completa para ...*
232. José *No, no, no. Efectivamente. Es más, cada centímetro ya tiene un*

- radio distinto porque se va cerrando cada vez más, se va abriendo cada vez más.*
233. Adela *Pues vamos a hacerlo de forma práctica.*
234. José *Sí, ¿verdad?*
235. Adela *Es que... es la mejor manera, ¿eso nos daría la solución!*
236. José *¡Es que no lo sé! Yo no lo sé.*
237. Adela *Yo prefiero la solución rápida.*
238. José *Exactamente. Coger un hilo corta aquí, corta aquí,, lo metes y alargas.*
239. Adela *Un hilo... [Risas].*
240. José *Totalmente. Estoy totalmente de acuerdo.*
241. Adela *Así que otra conclusión... eso, piensa tú otra.*
242. José *A ver, si yo me acuerdo cómo se hace una espiral, lo mismo mediante ingeniería inversa lo mismo. Pero primero hay que saber cómo se hace una espiral, que no me acuerdo yo cómo se hacía la espiral. No me acuerdo... es que una espiral se hacía de una manera bastante “chungu”, había que poner el compás mediante escuadra y cartabón y no me acuerdo cuántas movidas, te salía una serie de puntos y...*
243. Adela *De puntos y vas uniendo los puntos.*
244. José *Exactamente y con el compás lo vas haciendo. Un punto, un cachito; después te ibas a otro punto, otro cachito; otro punto... pero claro...*
245. Adela *Entonces partiría a lo mejor de una diagonal, ¿no?*
246. José *¡Es que no me acuerdo cómo se hacía!*
247. Adela *Yo es que no lo sé.*
248. José *¡No me acuerdo, no me acuerdo!*
249. Adela *Venga, vámonos a la que sabemos.*
250. José *Sí. Vamos a lo del hilo, porque es que... ¿no? Conclusión... [Escribe].*
251. Adela *Primero, hemos pensado en el radio pero luego hemos visto que no lo necesitamos... [Escribe].*
252. José *Yo cuando termine se lo voy a preguntar, ¿cómo se calcula?*
253. Adela *Vale.*
254. José *Es que, ya por curiosidad.*
255. Adela *Y la segunda es, eh..., ponemos un hilo ¿no?*
256. José *Como solución proponemos... [Escribe].*
257. Adela *Ponemos un hilo sobre la espiral, sobre toda la línea de la espiral [escribe] ¿no?*
258. José *Sí. [Escribe].*
259. Adela *... de la espiral. [Escribe].*
260. José *Claro, es que no hay otra forma. Yo es que tengo la curiosidad de cómo se mide la longitud de una espiral.*
261. Adela *Yo también, PERO [pone énfasis en esta palabra] hemos buscado la solución más práctica para nuestro cerebro, ¿eh? [risas].*
262. José *Espérate, aquí también. Está metido dentro de un cuadrado, revela que todo está metido dentro de un cuadrado a ver si el cuadrado tiene algo que ver.*
263. Adela *No.*
264. José *Es que todo está metido dentro de un cuadrado.*

265. Adela No.

QUINTA TAREA

266. José *Bueno. Y este ya, jete ya! Este ya es el remate de todo.*
267. Adela *Bueno, este tiene una línea imaginaria donde hay simetría.*
268. José *Hay simetría. Lo malo es que tenemos este dedo que está por aquí.*
269. Adela *El dedo este va aparte [risa suave].*
270. José *Va aparte.*
271. Adela *Podemos decir que la mano tiene una simetría, ¿no?*
272. José *A ver... podemos llegar a decir...*
273. Adela *Y quiere saber la superficie*
274. José *[Suspiro largo y sonoro] ¡Ay, por Dios! A ver, aquí volvemos igual, tenemos nuestros cuadraditos pero, claro, al ser irregular ya no es como antes. Antes era regular y, claro, cogíamos tenía... como hemos dicho podemos formar el cuadrado pero porque son polígonos regulares pero este es irregular. Aquí es que no podemos hacer eso. Es que aquí mismo aunque tú digas: "vale, meto un pedazo aquí", pero es que aquí ya nos está quedando un cachito vacío.*
275. Adela *No... claro. Hombre, con el programita Geogebra que vimos el año pasado, sí...*
276. José *Sí, es maravilloso.*
277. Adela *Vale. Pero, sin programa Geogebra, está difícil. Podemos decir cuánto aproximadamente.*
278. José *Podemos dar una APROXIMACIÓN. [Pone énfasis en esta palabra].*
279. Adela *Podemos ver hasta el dedo más largo, porque siempre tenemos el dedo más largo, ¿no? Hasta el dedo más largo dónde llega.*
280. José *Podemos dar una APROXIMACIÓN [Pone énfasis en esta palabra], podemos decir pues, no sé... si podemos coger los cuadrados que sí están dentro de la superficie y darlos como medida... es que tampoco hay cuadrados...*
281. Adela *No, no, no*
282. José *Realmente dentro hay eso.*
283. Adela *No te da nada. Te da la palma. La palma de la mano.*
284. José *Exactamente. Una mínima parte. Yo creo que aquí una medida exacta, tal cual en el papel, yo creo que no se puede dar. Yo creo que podríamos dar, en todo caso, una aproximación.*
285. Adela *Una aproximación. Pero yo vuelvo a insistirte, yo creo que la simetría, creo...*
286. José *La simetría ¿no?*
287. Adela *Creo que podríamos ejecutar simetría. [observa su mano. Hay foto].*
288. José *Pero para eso... simetría encontraríamos pero, en todo caso, en este dedo ¿no?*
289. Adela *Desde el dedo... [observa su mano, hace trazos imaginarios sobre ella. Hay foto].*
290. José *Exactamente. Lo malo es que este dedo lo tenemos aquí, y está doblado encima.*
- 291.. Adela *Claro.*

292. José *Si lo doblamos un poco, podríamos aplicar una simetría más o menos.*
293. Adela *Claro, y ahora a unir.*
294. José *Más o menos.*
295. Adela *Más, menos. Menos más.*
296. José *Teniendo en cuenta que el dedo gordo, pues bueno, vale más o menos igual que el chico. [compara sus propios dedos. Hay foto].*
297. Adela *Sí. Yo creo que al final la simetría sí; como tú acabas de hacer.*
298. José *Por aquí. Pero claro, ahora estamos en las mismas, haces una simetría que es la misma y ahora cómo calculamos esto [risas]. [Hay foto].*
299. Adela *“¿Cuánto mide la superficie de la mano?” [Lee el enunciado]. No lo sabemos, sinceramente [después de algunos segundos de silencio].*
300. José *Yo no tengo ni idea. [Segundos de silencio]. Yo, sinceramente, no tengo ni idea.*
301. Adela *De aquí al dedo más largo, ¿cuánto hay? Y a partir de ahí... a partir de ahí, ¿qué?*
302. José *¡Es que es irregular!*
303. Adela *Ya tendríamos la medida más larga y una vez que hemos hecho la simetría podríamos hacer... a lo mejor... ¿un romboide?*
304. José *Sí. O un...*
305. Adela *Sale un romboide, ¿no?*
306. José *Un pentágono.*
307. Adela *1, 2, 3, 4 lados ¿eh?*
308. José *A ver...*
309. Adela *No, yo decía: tú partes aquí la mitad y ahora de aquí la mitad y te sale este lado, éste, y éste.*
310. José *¡Ah! Vale, vale, vale*
311. Adela *No, no es un romboide; es un...*
312. José *¿Cuadrilátero? ¿Paralelogramo?*
313. Adela *Sí, paralelogramo, ¿no? Eso, porque romboide...*
314. José *Sí, porque paralelogramo, sí porque tiene dos lados paralelos es un paralelogramo.*
315. Adela *Y a partir de ahí ¿ya te sale? ¿La aproximación?*
316. José *¿La aproximación? Lo único que...*
317. Adela *Que ya es por decir, ¿no?*
318. José *Y aquí, igual, aquí en vez de sacar esto podemos sacar lo mismo o un romboide, no sé si es un romboide.*
319. Adela *No, romboide no es porque los romboides...*
320. José *Los romboides.*
321. Adela *Los romboides del rombo. No me acuerdo cómo se llamaban.*
322. José *Porque el rombo era perfecto, estaba el paralelogramo y el romboide era el que era... no, este era paralelogramo.*
323. Adela *Nosotros dimos cuadriláteros el año pasado, ¡esto lo dimos!*
324. José *¡No me acuerdo!*
325. Adela *Yo lo di el año pasado pero no me acuerdo.*
326. José *Yo todavía no lo he dado.*
327. Adela *Yo lo di, pero ahora no me acuerdo cómo se llamaba.*
328. José *Yo la de...*
329. Adela *Bueno, era un... era un rectángulo pero no era, era...irregular*

- totalmente.*
330. José *Sí, pero podemos sacar dos rectángulos. Uno aquí y el otro aquí...*
331. Adela *Un polígono de cuatro lados irregular.*
332. José *Efectivamente, ¡a tomar viento!*
333. Adela *Vale. ¡Hasta ahí! Polígono de cuatro lados irregular. ¡Nos daría dos polígonos irregulares!*
334. José *¡Sí! Incluso nos daría un pentágono, si lo juntamos así.*
335. Adela *Mira, sí. ¿Al final es un pentágono?*
336. José *Tenemos un pentágono. Ahora que sea un pentágono regular, no. Regular creo yo que no es ni broma, vamos. Bueno, no lo sé. No sé qué decirte.*
337. Adela *No, ya. No, no, no. Ya eso no...*
338. José *Hombre, yo no creo que dé la casualidad. De verdad que es un ejercicio pre-fabricado. No, pero regular no puede ser.*
339. Adela *No, no.*
340. José *Porque esto está mucho más bajo y aquí esto tiene un pico. Pero tiene, sale un pentágono.*
341. Adela *Bueno... pues, lo que tú dices.*
342. José *Podemos poner...*
343. Adela *Ponemos la primera idea...*
344. José *Lo que podemos poner es que: “ya que al tratarse de una figura irregular nosotros tenemos que intentar buscar como regularizar el...la mano, por lo tanto, buscamos eh... cómo convertirla en un polígono regular que conozcamos”.*
345. Adela *Claro.*
346. José *En un polígono que conozcamos, mejor dicho. No un polígono regular.*
347. Adela *Hemos utilizado la mitad, hemos buscado... ¿no?*
348. José *Sí, hemos partido por la mitad la mano y hemos intentado buscar la semejanza...*
349. Adela *Hemos buscado la simetría.*
350. José *Con un polígono conocido. Sabemos que el resultado que nos da no es exacto ya que hay partes que se encuentran dentro del polígono que no... que no tienen... ¡ay, no me sale ahora! ¡Que no hay mano!*
351. Adela *¿Que no está rellena la mano?*
352. José *¡Eso! [Ríe].*
353. Adela *La mano, ¿no? No hay mano. [Ríe].*
354. José *Y... por lo tanto lo que tenemos es una aproximación. Yo creo que una... que una exactitud no se puede obtener, CREO. [Resalta esta palabra].*
355. Adela *No.*
356. José *No. Porque... el volumen...*
357. Adela *Primero, carecemos de Geogebra...*
358. José *El volumen sí lo podríamos calcular metiéndolo en una probeta. En una probeta... en cualquier cosa con agua metemos la mano y calculamos el volumen fácilmente.*
359. Adela *Sí, hombre, te da el volumen.*

360. José *Pero la superficie...no recuerdo que calculando el volumen se pueda calcular la superficie. No lo recuerdo yo ahora mismo.*
361. Adela *Bueno, pues, ponemos que primero hemos intentado buscar la simetría, ¿no?*
362. José *Primero, hemos intentado buscar la simetría de la mano [escribe].*
363. Adela *Buscar la simetría, una vez que hemos alcanzado eso, hemos visto...*
364. José *Lo primero sería ver que no se trata de un polígono...de un polígono regular. Lo ponemos ¿o no?*
365. Adela *¡NO! Vamos...esa es la conclusión final a la que hemos llegado, no hemos llegado a la primera conclusión a eso. Sí que hemos intentado buscar la simetría, vale. Una vez que hemos buscado la simetría, que así lo hemos hecho, hemos visto que ya teníamos un polígono de cuatro lados irregular, a cada lado.*
366. José *Totalmente irregular. Exactamente.*
367. Adela *Hemos observado [escribe].*
368. José *Al encontrar una simetría aproximada. Porque es verdad que no es exacta... [Escribe].*
369. Adela *...que tenemos a cada lado un polígono... [Escribe].*
370. José *De cuatro lados a cada lado [escribe].*
371. Adela *De cuatro lados, irregular [escribe]. Esto nos ha llevado... a ver que podíamos observar un pentágono...*
372. José *Un pentágono. Exactamente. [Escribe].*
373. Adela *Un pentágono de cinco lados... ¡todos los pentágonos son de cinco lados! [ríe].*
374. José *[Ríe]. ¡Un pentágono! ¡Ya está!*
375. Adela *Un pentágono, ¡hala! ¿Qué más ponemos?*
376. José *Hum... por tanto...*
377. Adela *Por tanto ya tendríamos... [Escribe].*
378. José *Ya obtendríamos una superficie aproximada de la mano, por lo tanto, al conocer el pentágono.... Tendríamos una superficie aproximada de la mano [Escribe].*
379. Adela *¡Hala!*
380. José *¡Hala!*
381. Adela *¡Pues yo estoy muy orgullosa al final!*
382. José *¡Pues sí!*
383. Adela *Al final no ha sido tan duro.*
384. Adela *¿Sabes por qué lo hemos hecho a lápiz primero, no?*
385. José *¿El qué?*
386. Adela *Por el miedo a equivocarnos.*
387. José *¡Ah! Por el miedo a equivocarnos, claro.*
388. Adela *Ahora, como ya tenemos seguridad, vamos a escribir el nombre a boli. Todo es psicológico.*
389. José *Con el nombre ya no nos podemos equivocar, estoy totalmente seguro... [Ríe].*
390. Adela *Nosotros, ya, hemos llegado a nuestros propios razonamientos. ¡Hemos llegado!*
391. José *¡Hemos razonado!*
392. Adela *¡Hemos razonado! Que hayamos acertado o no...*
393. José *Eso ya es distinto.*

A.1.5. PRODUCCIÓN ESCRITA DE ADELA

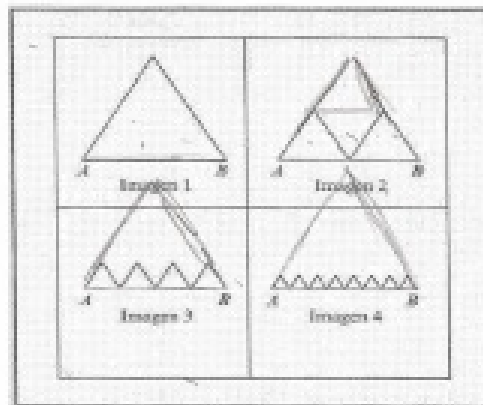


Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

EXPLORANDO LA COMPRESIÓN DE LA MEDIDA

Nombre: Adela García Ramos

1. ¿Qué puedes decir de la longitud de los perímetros de los triángulos equiláteros de la figura?



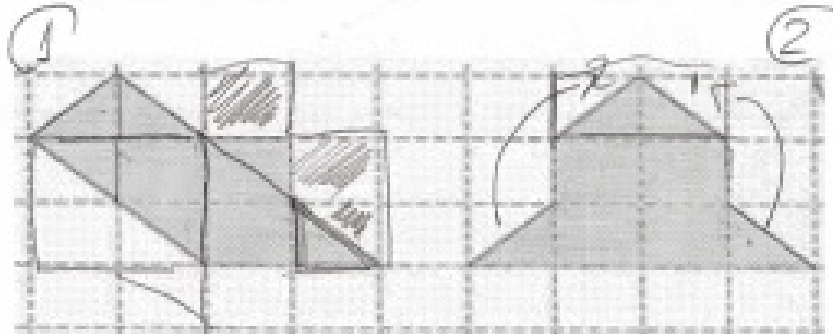
Conclusión:

Se tiene pensado en el perímetro y hay que tener pensado de longitud. Entendiendo que como no tenemos para medir, hemos supuesto que la proporción de cada triángulo son proporciones del primer triángulo, por lo que la longitud de los perímetros es la misma.





2. ¿Cuánto mide la superficie de las siguientes figuras?



Conclusión: 1º En la figura 1, para facilitar el cálculo de la superficie, formamos un cuadrilátero, una vez formado nos sobre un triángulo rectángulo y al cual le aplicamos el Teorema de Pitágoras para conocer su medida y calcular su superficie y luego le sumamos la superficie del cuadrilátero.
Figura 2. la superficie es la misma que la superficie del cuadrilátero nº1.

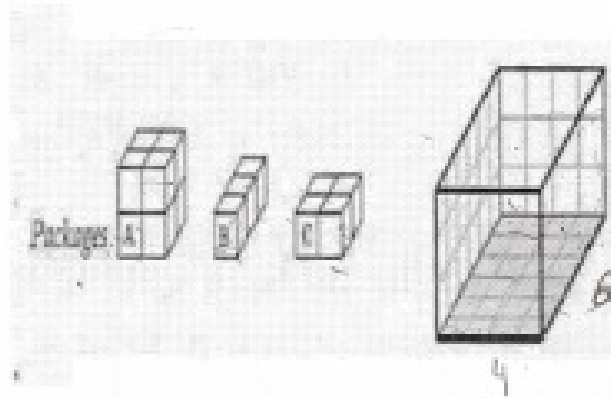




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

3. Calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C, respectivamente.



~~25~~ $l \cdot l \cdot a = 72$ unidades cúbicas.

Conclusión: 1ª Opción: Para poder rellenar la caja hemos utilizado la suma de A, B, C.
2ª Opción: Hemos utilizado las unidades por separado, llegando a la conclusión de: A no la llena, B y C sí.
3ª por el valor una unidades cúbica a cada cubo, Entendamos cuantas cabeen dentro de la caja -

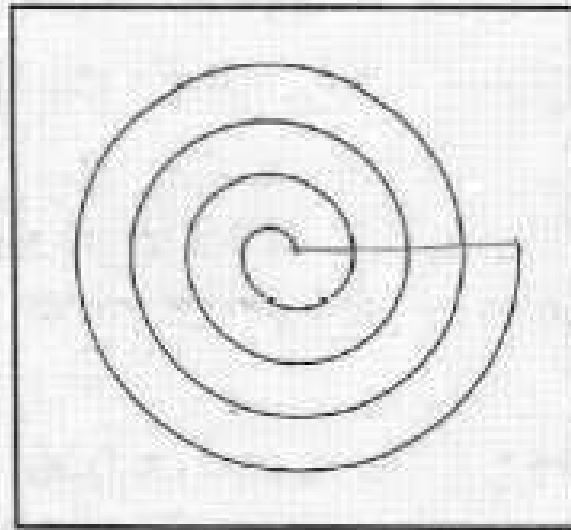




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

4. ¿Cuánto mide la longitud de la espiral?



Conclusión: 1º Hemos pensado en el radio, hemos visto que no es necesario
2º Ponemos un hilo sobre toda la línea de la espiral, ese hilo lo alargamos y medimos su longitud con una regla.

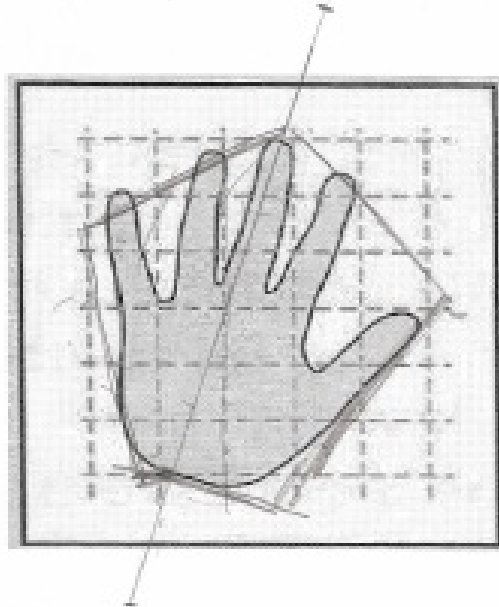




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

5. ¿Cuánto mide la superficie de la mano?



Conclusión: Hemos intentado hacer la simetría, hemos
~~este~~ encontrado que tenemos a cada lado un polígono
de otros lados irregular. Esto nos ha llevado a
pensar en un pentágono, ~~de~~ por lo tanto al
trazar el pentágono obtendríamos una superficie
aproximada de la mano.



A.1.6. PRODUCCIÓN ESCRITA DE JOSÉ



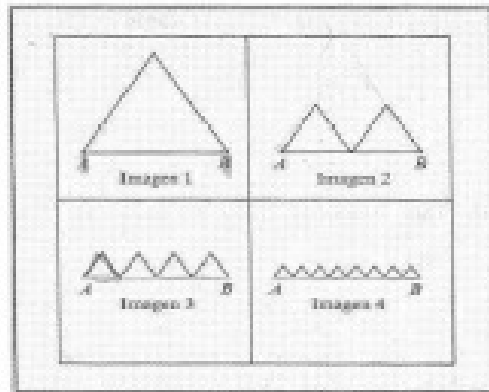
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
 Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales

EXPLORANDO LA COMPRESIÓN DE LA MEDIDA

Nombre: José Joaquín Espasa Recio

1. ¿Qué puedes decir de la longitud de los perímetros de los triángulos equiláteros de la figura?

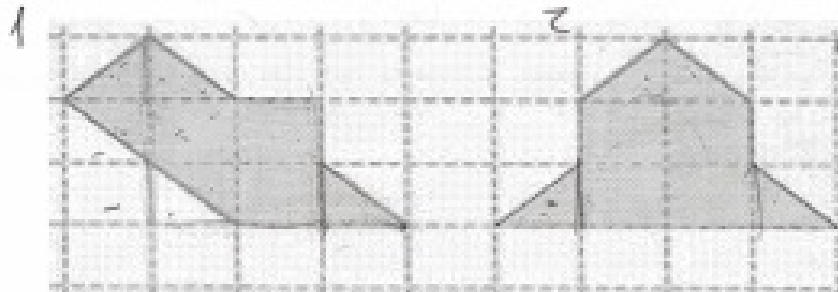


Conclusión:
 He pensado en el perímetro del triángulo y luego en hacer percatado de la longitud. Entendiendo que no tenemos para medir como supuesto que la proporción de cada triángulo es proporcional al primer triángulo por lo que la longitud de los perímetros es la misma.

Observación: Leer bien el enunciado. El objetivo que plantea no es el primero que he pensado resolver.



2. ¿Cuánto mide la superficie de las siguientes figuras?



Conclusión:

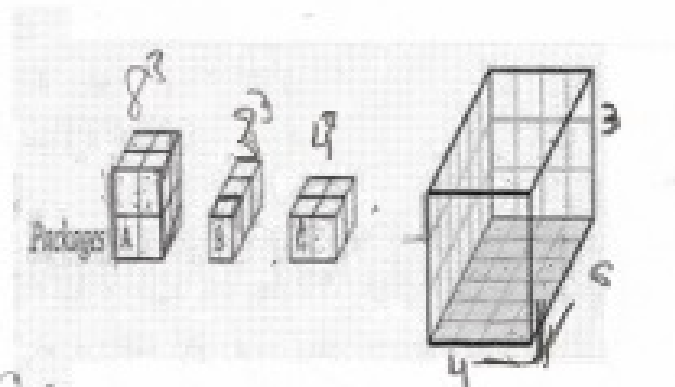
Figura 1: Para facilitar el cálculo de la superficie, hacemos formar un cuadrilátero. Una vez formado nos sobre un triángulo rectangular al cual podemos aplicar el teorema de pitágoras para conocer todos sus medidos y así calcular su superficie. A esta superficie le sumamos la superficie del cuadrado anteriormente formado.

Figura 2: La superficie de la figura 2 es la misma que la superficie del cuadrilátero que hemos formado en la figura 1.





3. Calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C, respectivamente.



$$P.p.a = 4 \cdot 6 \cdot 3 = 24 \cdot 3 = 72 \text{ unidades cúbicas.}$$

Conclusión: 1ª opción: Para rellenar la caja hemos utilizado 72 unidades de las unidades A, B y C.
2ª opción: Hacemos uso de formas individuales las unidades llegando a la conclusión de que con A o B o C si.
3ª opción: Dar el valor de una unidad cúbica a cada ~~unidad~~ cubito contando cuantos caben dentro de la caja. (72)

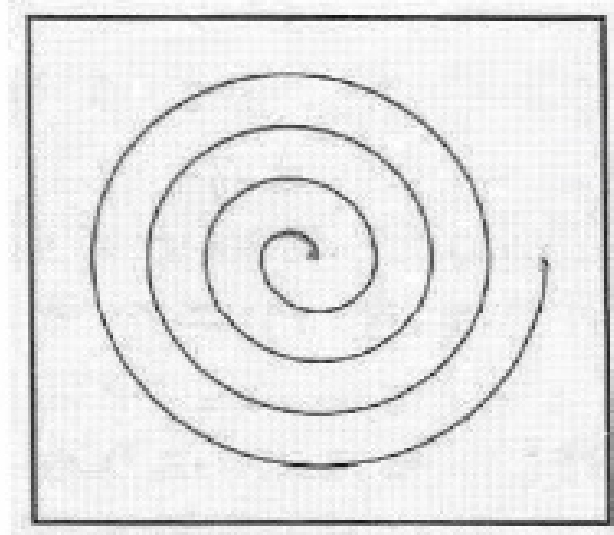




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

4. ¿Cuánto mide la longitud de la espiral?



Conclusión:

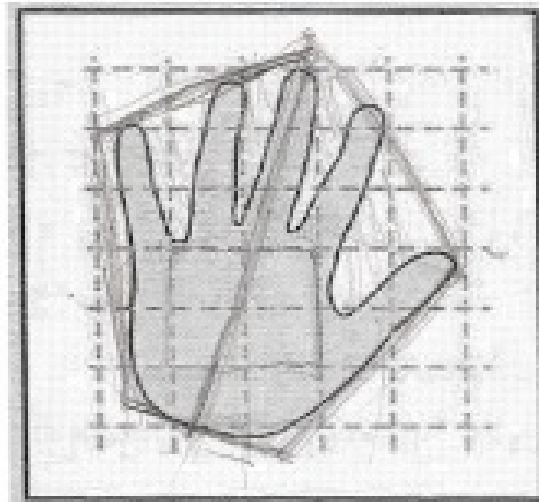
Hemos probado en el radio pero hemos observado que no nos sirve de nada.

Como solución proponemos superponer un hilo sobre la espiral. Ese hilo alargarlo y medir su longitud con una regla.





5. ¿Cuánto mide la superficie de la mano?



Conclusión: Hemos intentado buscar la simetría de la mano. Al encontrar una simetría aproximada, observamos que formamos a cada lado un polígono de cuatro lados (cuadrado). Esto nos ha hecho ver que la mano completa forma un pentágono. Por lo tanto al conocer el pentágono obtendríamos una superficie aproximada de la mano.



A.1.7. TRANSCRIPCIÓN TERCERA FASE. BÚSQUEDA DEL CONSENTIMIENTO CON ADELA

1. Investigadora *¿Recuerdas la conversación que tuvimos antes de empezar la práctica? Me contaste que en el cole te fue bien.*
2. Adela *Sí.*
3. Investigadora *¿Y en el instituto?*
4. Adela *En el instituto la cosa ya cambió.*
5. Investigadora *¿Y por qué? ¿Cómo era?*
6. Adela *Seguramente por la frialdad del profesor a la hora de enseñar.*
7. Investigadora *¿Ya no te iba tan bien?*
8. Adela *Ya no me fue bien.*
9. Investigadora *¿Y sólo crees que tuvo que ver la frialdad del profesor?*
10. Adela *Sí, bueno, también la juventud ¿no? La edad, las hormonas, también interfieren mucho; aunque lo reconocemos años más tarde. Se junta todo.*
11. Investigadora *Sobre la práctica y tu primera impresión, me dijiste que tenías dudas de si serías capaz de hacerla. Tus palabras fueron: “no sé si seré capaz de lograr la puntuación adecuada”.*
12. Adela *Sí.*
13. Investigadora *Si no hay puntuación, ¿sientes las mismas dudas? Si no es un examen.*
14. Adela *Hombre, también... no es la puntuación en sí, sino no saber alcanzar el... a ver si eres capaz de acabar el examen y saber hacer algo, saber desarrollarlo. Porque que se quede un examen en blanco, no desarrollarlo, entonces no tiene una interpretación. Por lo menos que tenga una base lógica, además estamos aquí por algo. Tenemos que contestar.*
15. Investigadora *Entiendo, pero esto no era un examen y provocó la misma sensación.*
16. Adela *Provocó una sensación de examen. El papel provoca una sensación de examen. Además, de hecho, invitaste a hacerlo y uno duda: “¿Lo hago? ¿No lo hago? No sé cómo voy a quedar. A lo mejor va a llevar de mí una ... se va a llevar una idea de que no... no tengo ni los conocimientos mínimos y cuando no tengo los conocimientos mínimos, va a decir: “¿qué hace esta mujer aquí?” o va a decir “¿qué hace esta chica aquí?” ¿No? Aquí, estudiando para maestra [risa tímida]*
17. Investigadora *Entonces, tenías miedo de ser juzgada, ¿no? Y que se te juzgue mal.*
18. Adela *Sí.*
19. Investigadora *Vaya. Nadie te va a juzgar, no te preocupes. ¿Las dudas te acompañaron durante toda la práctica? O se fueron modificando.*
20. Adela *No. Una vez que me puse con José, un chico muy apañado, de verdad. Los dos... los dos, la verdad, es que nos entendimos*

muy bien. Y lo que él iba pensando en lógica, yo le acompañaba o él me acompañaba y, la verdad, es que juntos acabamos bastante contentos porque nos ayudábamos. Entonces, pues, fue, la verdad es que después... salimos satisfechos. No es que sabíamos que el examen era un examen perfecto, porque hay gente que sabe más de matemáticas y que va a hacer un examen mejor... ¡un papel! Va a rellenar el papel mucho mejor que nosotros; pero, lo hicimos bastante bien juntos. Juntos lo hicimos mejor, ¡lo afrontamos mejor!

21. Investigadora *¿Crees que si hubieses estado sola hubiese sido distinto?*
 22. Adela *¡Me hubiese hundido!... creo. Sola me hubiera hundido, no hubiera llegado a algunos. Hubiera salido más triste, al acabar. Aunque tampoco... no pasa nada, pero hubiera salido más triste.*

PRIMERA TAREA

23. Investigadora *Vale, vamos a ver la primera. Lo que pude ver en el vídeo, es que al principio hubo una pequeña confusión entre longitud y perímetro. Parece que no estaba muy claro si significan lo mismo, ¿verdad?*
 24. Adela *Sí. Por eso, de hecho, fíjate que al final pusimos... puse en lápiz puse un ¿cuadrado? Un cuadrado, sí, un rectángulo pero lo borré, sobre longitud porque empezamos pensando en el perímetro, perímetro y perímetro y no parábamos de darle vueltas al perímetro. Luego nos dimos cuenta que hablaba de longitud, no hablaba de perímetro.*
 25. Investigadora *¿Recuerdas qué es el perímetro?*
 26. Adela *La suma de los lados.*
 27. Investigadora *La suma de las longitudes de los lados, ¿no?*
 28. Adela *Sí.*
 29. Investigadora *¿Qué es longitud?*
 30. Adela *La medida. Cuánto mide algo.*
 31. Investigadora *¿Qué te piden cuando te piden el perímetro de un triángulo?*
 32. Adela *Cuánto suman los tres lados.*
 33. Investigadora *¿Y qué es lo que sumas?*
 34. Adela *Cuánto miden...*
 35. Investigadora *Las longitudes, ¿no?*
 36. Adela *Sí.*
 37. Investigadora *Y si sumas tres longitudes, el resultado es una longitud, ¿cierto?*
 38. Adela *Sí*
 39. Investigadora *Entonces, ¿qué relación hay entre longitud y perímetro?*
 40. Adela *Hum... son lo mismo, ¿no?*
 41. Investigadora *Eso es. Otra dificultad es que echabas en falta algo para medir, dices: “no tenemos nada para medir.” ¿Te hacía falta un instrumento?*
 42. Adela *Sí. Echábamos en falta la regla; pero, claro, es verdad, que a lo largo ya, aunque llevemos pocas prácticas, en el desarrollo de la medida, pues, claro ya piensa uno: “realmente no necesita una regla para medir”, podemos*

- haber utilizado otra cosa para medir, ¡cualquier cosa! Y con esa medida que hubiéramos planteado hubiéramos medido pero no caímos, ¡no caímos en ello! Después sí [risas]*
43. Investigadora *Además, en esta tarea en concreto, no necesitaste ninguna herramienta, porque la estrategia que utilizaste consistía en completar...*
44. Adela *Sí, completamos y así lo hicimos.*
45. Investigadora *¿Qué sentías mientras ibas descubriendo todas esas cosas?*
46. Adela *¡Ah! Bueno, nos íbamos sintiendo cada vez mejor, porque, es como que se te sube la moral, ¿no? [ríe]*
47. Investigadora *[También ríe] ¿Te pasó eso con esta tarea?*
48. Adela *Sí, sí. Se te va subiendo la moral, cuando vas llegando, vas alcanzando lo que vamos...*

SEGUNDA TAREA

49. Investigadora *En la segunda tarea dices: “en la primera figura, para facilitar el cálculo de la superficie, formamos un cuadrilátero.” ¿No? “Una vez formado nos sobra un triángulo que...” me está contando lo que harías...*
50. Adela *Lo que hemos hecho.*
51. Investigadora *Lo que habéis hecho. Sin embargo, no veo la respuesta. Fíjate, dice...*
52. Adela *[Lee el enunciado] “Cuánto mide la superficie de las siguientes figuras.” No.*
53. Investigadora *¿Tenías claro qué se te estaba pidiendo? Yo creo que sí.*
54. Adela *La pregunta está clarísima. Pero es verdad que la respuesta no es la adecuada. Lo que hicimos fue unificar una y otra, ¿verdad? Una figura y otra figura, pero no, no hablamos de medida. Es cierto [risas tímidas].*
55. Investigadora *De la superficie, quiero decir. Porque aquí decís: “aplicamos el teorema de Pitágoras...” ¿Tú crees que para hallar la superficie te hacía falta el teorema de Pitágoras en este caso concreto?*
56. Adela *No. No, tienes razón. No lo hicimos.*
57. Investigadora *¿Qué es la superficie?*
58. Adela *La superficie es todo lo que está dentro del polígono.*
59. Investigadora *Exactamente. Y aquí se ve que estuviste completando...*
60. Adela *Sí, estuvimos completando para igualar los polígonos, ¿no? Por decirlo así.*
61. Investigadora *Quizás lo que pretendías era formar un polígono regular, ¿no? O por lo menos que sea más conocido...*
62. Adela *Efectivamente, claro.*
63. Investigadora *Como un rectángulo...*
64. Adela *Sí, y a partir de ahí, pues ya...*
65. Investigadora *¿Podrías decirme cuál es la superficie?*
66. Adela *No sé qué decirte de respuesta, de verdad. No sé darte una respuesta. Sería lado por lado, ¿no?*

67. Investigadora *Sí, pero no conocemos cuánto mide cada lado. ¿Te ayuda la fórmula?*
68. Adela *¿Nos inventamos una medida?*
69. Investigadora *Si quieres, hazlo, invéntatela, a ver qué pasa.*
70. Adela *¿Sí? Si yo digo, que por ejemplo es uno, ya pues, alcanzo el uno y multiplico, ¿no? ¿O qué? ¿O no lo hago así? Este sería medio, ¿no?*
71. Investigadora *Claro, claro. Si este es uno, este es medio. Pero esto estaría bien si tú me dices “lado por lado” para hallar el área o superficie de un cuadrado o un rectángulo. Pero esta figura no es un cuadrado ni tampoco un rectángulo, lo vas completando pero al final, ¿cómo podrías saber cuánto mide?*
72. Adela *Haciendo la suma de todo. Aquí hago uno por uno, y luego como en medio, pues pondríamos...no sé.*
73. Investigadora *Claro, a ver. Me estás planteando utilizar como unidad un lado, ¿cierto?*
74. Adela *Sí, un lado.*
75. Investigadora *De este rectángulo, que tendría una superficie de uno, ¿verdad? Porque uno por uno es uno.*
76. Adela *Sí, claro.*
77. Investigadora *Podríamos utilizar este rectángulo como una unidad de superficie, ¿no?*
78. Adela *Sí, se puede utilizar como unidad de superficie. Entonces, ya podría igualar medio más medio y hacer uno, ¿no? Y así voy sumando las superficies y voy diciéndote, al final que hay “cinco cuadrados de uno”, por ejemplo [cuando plantea esta posibilidad, alza el tono de voz y habla más rápido].*
79. Investigadora *Efectivamente. Ahí, estarías tomando como unidad un rectángulo y vas completando, ¿cierto?*
80. Adela *Sí. Cierto.*
81. Investigadora *¿Cuánto sería?*
82. Adela *A ver... 1, 2, 3, 4 y medio.*
83. Investigadora *¿Sí? A ver...*
84. Adela *1, 2, éste y esté 3, 4, ¡ay, no! Este está entero, 5 y medio.*
85. Investigadora *Cinco y medio. ¿Sí?*
86. Adela *Sí. Ahora sí.*
87. Investigadora *¿Y éste? [Refiriéndose a la figura de la derecha]*
88. Adela *Pues, 1, 2, 3, 4, 5 y 6.*
89. Investigadora *Vale.*
90. Adela *¡Ay! Con lo fácil que es...*
91. Investigadora *Cuando terminaste con esta tarea, escribiste tu conclusión ¿te quedaste contenta, satisfecha? Lo veías bien, ¿verdad?*
92. Adela *Nosotros... sí, yo creo... quizás es que a veces crees que tienes que contestar algo más difícil [risas tímidas].*
93. Investigadora *Ajá. A lo mejor se te ocurrió pero tú pensaste que era muy fácil, ¿no?*
94. Adela *Claro, es que... no sé, vamos planteándonos las respuestas en plan más difícil.*
95. Investigadora *¿Y por qué?*
96. Adela *No lo sé. De verdad, porque ahora contigo aquí enfrente, pues*

- sí, he llegado a otra conclusión.*
97. Investigadora *¿Era más fácil de lo que pensabas?*
98. Adela *Sí, por favor. No que aquí te hemos contado, vamos, una historia larguísima [ríe].*
99. Investigadora *[También ríe] ¿Vemos el siguiente?*
100. Adela *¡Sí! Has tenido que reírte bastante.*
101. Investigadora *¡No! En absoluto, todo lo que hiciste es muy interesante.*
102. Adela *No pasa nada, es gracioso...*
103. Investigadora *No, no es gracioso. Es interesante.*
104. Adela *Puedes hacer libros de ello. Se pueden escribir libros, son anécdotas [ríe].*
105. Investigadora *No, yo lo utilizaré para una investigación porque es muy interesante todo lo que haces y dices.*

TERCERA TAREA

106. Adela *Venga, vamos al volumen.*
107. Investigadora *¿Qué pasa? Éste lo ves regular ¿no?*
108. Adela *El volumen aquí costó, ¿eh?*
109. Investigadora *¿Sí?*
110. Adela *Sí, porque no lo terminábamos de ver. Yo quería ensamblar cada uno de ellos dentro y ya a partir de ahí sumar.*
111. Investigadora *¿Por qué no lo hiciste?*
112. Adela *No lo sé, nos complicamos bastante ya.*
113. Investigadora *En el vídeo, le dices a José: “lo que tenemos que hacer es coger cada una de estas unidades y meterlas en la caja y ver cuántas caben.”*
114. Adela *¡Sí!*
115. Investigadora *¿Por qué no lo hiciste?*
116. Adela *[Silencio] Porque él tuvo otra idea y me pareció bien y la desarrollamos, fuimos adelante con ella.*
117. Investigadora *Vale, lo que habéis hecho al final es utilizar la fórmula para hallar el volumen, que está muy bien. Y llegasteis a la conclusión que eran 72 unidades cúbicas, ¿cierto?*
118. Adela *Sí.*
119. Investigadora *Luego pones: “para poder rellenar la caja hemos utilizado la suma de A, B y C.” Es decir, ¿estás asumiendo que esto más esto, más esto cabe aquí?*
120. Adela *No. Porque faltaría. Yo supongo que faltaría. Tiene que faltar porque estamos hablando...*
121. Investigadora *Vale, esa era la primera opción, ¿no? La primera opción sería que tienes 72 unidades cúbicas, debido a que utilizaste como unidad un cubito pequeño, ¿no?*
122. Adela *Sí, sí.*
123. Investigadora *Vale. En la segunda opción: “hemos utilizado las unidades por separado, llegando a la conclusión de que A no la llena, A no la completa”. Vale. “B y C, sí”, ¿no?*
124. Adela *Sí.*

125. Investigadora *De acuerdo. Pero no me dices cuántas de B y cuántas de C.*
126. Adela *No, no lo hacemos.*
127. Investigadora *“Y dar el valor de una unidad cúbica a cada cubo contando cuántos caben dentro de la caja.” Aquí tienes una conclusión interesante, lo único que tenías que hacer era...*
128. Adela *Cuántas del A... pero no cabe. No la llena, pero ¿cuántas necesitaría? Tenía que haber dicho de esta misma unidad y hacer lo mismo con B y luego con C. teníamos que haber seguido la segunda opción.*
129. Investigadora *Eso es. La otra es una respuesta con una unidad distinta...*
130. Adela *Un cubito solo...*
131. Investigadora *Eso es. Y aquí te decían que utilices A, B y C respectivamente. Es decir, primero la unidad A, después B y después C. Deberían salir tres medidas distintas, ¿no? Tú tenías la idea...*
132. Adela *A veces falta comprensión*
133. Investigadora *¿Sí? ¿De qué? ¿Del enunciado?*
134. Adela *Sí, del enunciado. No sé.*
135. Investigadora *A lo mejor no estaba muy claro...*
136. Adela *Sí, el enunciado está clarísimo, pero fíjate que nos... además, en el vídeo se nos verá, que nos vamos complicando. Empiezas a recapacitar, empiezas a hablar, empieza uno con una idea, el otro con otra, vamos desarrollando y nos vamos complicando.*
137. Investigadora *Tú lo viste, sabías qué tenías que hacer, lo dices y planteas la segunda opción, pero ya está. Luego, pasó lo que me dices...*
138. Adela *Continuamos los dos, a pesar que terminamos satisfechos, fíjate no estaba nada...*
139. Investigadora *¿Puede ser que no estabas muy segura de lo que estabas planteando?*
140. Adela *Puede ser. Porque a veces cuando no se está muy seguro no es uno tajante, ¿no? No, yo también es que he aprendido, esto que ya son otras circunstancias, que no puedo ser tan tajante, que no siempre debo llevar la razón, ¿no? Yo he aprendido a ceder.*
141. Investigadora *En este caso concreto, ¿crees que has cedido?*
142. Adela *No lo sé, no lo sé. No recuerdo la situación, de verdad.*
143. Investigadora *Vale.*
144. Adela *Pero, si es verdad que, eso que doy más opciones [ríe].*
145. Investigadora *[Ríe]. Vale, y cuando terminaste de escribir la conclusión, ¿te sentiste satisfecha con lo que habías hecho o tenías dudas?*
146. Adela *Pues no lo sé, de verdad. No lo recuerdo bien, el momento de acabar. Ahora que lo veo, pienso q[ue estaba... era una pregunta sin acabar.*
147. Investigadora *Bueno, das esta respuesta, a lo mejor en el momento te pareció suficiente*

148. Adela *Sí, 72 unidades cúbicas, está. Pero que hubiera sido más completo si hubiéramos terminado de desarrollar la opción. Pero no la desarrollamos [voz suave y baja]. No hay vuelta atrás [ríe], nos tienes que volver a grabar [ríe].*
149. Investigadora *No, no pasa nada.*
150. Adela *No pasa nada.*

CUARTA TAREA

151. Investigadora *No pasa nada, vamos con la cuarta.*
152. Adela *¡Ay, con esta me lo pasé muy bien!*
153. Investigadora *¿Sí? ¿Te parecía difícil?*
154. Adela *Yo es que emplee la lógica y no sé realmente si existe una fórmula para ello, no sé si lo has visto en el vídeo pero yo aquí le dije: “mira, esto es tan fácil como que cogemos un hilo, ponemos el largo del hilo, lo ponemos en la espiral y aquí nos da la media exacta y ya está. ¡No hay más!” [risas]*
155. Investigadora *Ya está [risas]*
156. Adela *[Ríe]. ¡No hay más! ¡Lo vi y lo vi! [Risas]. Y lo vi claro, pero ya no sé, ahora no recuerdo. Hemos pensado en el radio, sí...*
157. Investigadora *A pesar de que tú tenías una estrategia muy sencilla, directa y efectiva; empezaste otra vez a pensar en el radio...*
158. Adela *Sí, en la opción del radio de una circunferencia; pero claro una circunferencia no tiene fin y... dije: “mira esto, un hilo... esto se hace en la misma y después se pone el hilo y se coge la medida” y ya está. ¡Es que no hay más! [Risas].*
159. Investigadora *Vale, perfecto. Pero si te das cuenta, aquí tampoco hay respuesta.*
160. Adela *¿Hum? No decimos cuánto, porque no lo cogimos ¡y no lo hicimos!*
161. Investigadora *Claro, planteas tu estrategia...*
162. Adela *Es verdad, como alumnos te fallamos, porque en ningún momento ejecutamos lo que teníamos que haber hecho. Porque que teníamos que haber dicho: “¿Tienes un hilo? ¿O una correa? O un algo”, ¿no? [risas]. Para haberlo hecho... tienes toda la razón.*
163. Investigadora *No te diste cuenta, ¿no? De que no estabas respondiendo, que sólo ponías el procedimiento.*
164. Adela *Sí, yo... es que la realidad, no es esa habitualmente, no es lo que hacemos. Aunque llevamos cuatro años en la universidad, estudiando que es lo que tenemos que hacer, como no sabemos traspasar a hacerlo, pues no lo hacemos. Es decir, explicamos sólo la teoría. Pero, claro, ahora doy con el truco [risas]. Era tan fácil como desarrollar la práctica.*

165. Investigadora *Sí, claro, claro. Buscando alguna herramienta, un hilo o lo que sea...*
166. Adela *Un cordón; un algo; un elástico de estos del pelo, abierto, se corta y sale. Cualquiera cosa de esas, ¡un pelo! [Risas]. Bien, no está la respuesta.*
167. Investigadora *Bueno, pero no pasa nada. Yo por lo que vi en el vídeo, estabas contenta, ¿verdad? Al terminar con la estrategia, terminas con la estrategia y se te veía contenta.*
168. Adela *Sí, porque yo me lo he imaginado pero, claro, no lo hice. Hubiera sido mejor que se hubiera hecho.*
169. Investigadora *Ajá. Sin embargo, aquí a José lo vi como que, quería más, quería algo más... una respuesta distinta. Pero a ti no te hacía falta más, ¿verdad? Él era quien insistía con el radio, pero a ti no te hacía falta. Estabas contenta con tu estrategia, estabas segura de que funcionaba, ¿cierto?*
170. Adela *Que yo recuerde sí. Yo sí, es que no hay otra manera de hallar la longitud de esto porque como no tiene fin, no puedes encontrar una longitud. Era una manera lógica.*
171. Investigadora *¿Crees que no tiene fin? ¿O que es una línea curva y por eso la dificultad?*
172. Adela *Hum... sí, más bien eso, si fuera infinito, no se podría medir.*
173. Investigadora *De acuerdo, estupendo.*
174. Adela *¡Vale!*

QUINTA TAREA

175. Investigadora *¿Qué tal con la última? ¿Qué sentiste cuando vista la mano, los cuadrados?*
176. Adela *Que yo... creo recordar... creo recordar que yo veía la mitad de la mano. Yo veía la mitad y yo decía: "esta es la mitad, se pone uno encima del otro y te da la mitad." Hasta ahí llego. Y claro, ya luego nos empeñamos con formar también un polígono, así que ya aquí nos fuimos complicando.*
177. Investigadora *Ajá. Y uno de tus primeros comentarios fue: "aquí tenemos que aproximar". Tú viste el gráfico y pensaste que no ibas a ser capaz de dar una medida exacta.*
178. Adela *Porque no se podían dar medidas exactas porque una mano es irregular, entonces aquí tenemos que trabajar con la aproximación.*
179. Investigadora *Claro. Y ¿aproximar es medir? ¿Si haces una aproximación estás midiendo?*
180. Adela *Mira, pues sí. Sí.*
181. Investigadora *Es decir, por lo que me dijiste hace un momento, tú planteaste buscar una simetría. Dijiste: "aquí hay una simetría", y de hecho aquí trazas un eje de simetría, ¿no?*
182. Adela *Sí. Ya está.*
183. Investigadora *Vale, y otra vez buscaste algo más "complejo", buscando polígonos, ¿para qué? ¿Cuál era el objetivo?*
184. Adela *Creo recordar que José decía que si alcanzábamos un polígono, pues ya por lo menos podíamos medir la superficie del polígono.*

185. Investigadora *¿Utilizando la fórmula del área del polígono que obtengas?*
 186. Adela *Sí, utilizando la fórmula del polígono.*
 187. Investigadora *Y después de haber hecho la segunda tarea, ¿crees que la misma estrategia pudo haber funcionado?*
 188. Adela *Sí, hubiéramos hecho lo mismo. Pero en aproximación. Porque no rellenamos el cuadrado entero, así de fácil sí. Este medio y medio, podemos hacerlo así y hubiéramos puesto tantos cuadrados. Dándole a cada cuadrado el valor de uno. ¡Qué fácil!*
 189. Investigadora *¿Era más fácil de lo que pensabas?*
 190. Adela *Sí... [Voz poco firme, duda]. Era más fácil, ahí nos liamos con simetrías, con polígonos, con dibujos...*
 191. Investigadora *Pero eso no es malo. Tú has identificado cosas que a lo mejor no se te pedía pero que fuiste capaz de ver. Eso nunca es malo porque estás utilizando conocimientos que posees.*
 192. Adela *Bueno... [siente dudas]*
 193. Investigadora *Al terminar, dijiste que estabas orgullosa.*
 194. Adela *[Ríe]. Sí.*
 195. Investigadora *Terminaste contenta, ¿verdad?*
 196. Adela *Sí, acabé contenta, la verdad que sí. Ya te digo, lo afronté regular, no tendría una buena tarde en principio, pero bueno. Bien, con el compañero al lado, la verdad es que lo afrontamos juntos y bueno, la verdad es que nos ayudábamos e inventamos, quizás, demasiadas cosillas. Pero, bueno, acabamos muy contentos. Ya era el último, es verdad.*
 197. Investigadora *Sí.*
 198. Adela *Sí, la verdad es que sí.*
 199. Investigadora *Y ¿sentiste algo especial o distinto con alguna de las tareas?*
 200. Adela *Con el primero, en el primero no... sé que yo ahí todavía no estaba.*
 201. Investigadora *¿Qué sentías?*
 202. Adela *Como que no lo entendía. No llegaba a entender el primer ejercicio. No sé si no estaba todavía... no sé si el vídeo... o que todavía no estábamos bien colocados, estábamos leyendo tranquilos, estábamos... ya a partir del segundo ya nos soltamos, empezamos ya a escribir sin temor y a pensar y a ejecutar lo que íbamos pensando rápidamente. Lo íbamos haciendo, pero en el primero nos costó. A mí me costó personalmente.*
 203. Investigadora *Es decir, en el primero tenías un poco de temor, ¿no?*
 204. Adela *Sí. En el primero tenía miedo, después en los demás no.*
 205. Investigadora *Vale. De acuerdo.*

A.1.8. TRANSCRIPCIÓN TERCERA FASE. BÚSQUEDA DEL CONSENTIMIENTO CON JOSÉ

1. Investigadora *¿Recuerdas que al principio estuvimos hablando un ratillo? Me dijiste que no tenías ni idea de cómo resolver las tareas, ¿no?*
2. José *Sí... alguna sí. Tenía dudas.*
3. Investigadora *Tenías dudas.*
4. José *Sí.*
5. Investigadora *¿Sentiste dudas durante toda la práctica? ¿Las dudas te acompañaron durante toda la práctica?*
6. José *¿Cuándo ya comencé a realizarla?*
7. Investigadora *Sí.*
8. José *Pues...leí...ya me puse a leer los enunciados, porque es verdad que el primer vistazo que le eché, me fijé más en el tema visual, en las imágenes más que en el enunciado. Yo soy muy de... tengo esa cosa que es un fallo mío, vaya, que lo reconozco yo. Y me fijé en el primer vistazo más en las imágenes que en el enunciado. Es verdad que cuando ya me puse a leer el enunciado ya dije: “espérate, para. No te está preguntando lo primero que has pensado, te está preguntando otra cosa”. Y verdad, cuando había ya otras cosas... eh, cuando yo ya sabía de verdad lo que me estaba preguntando, había algunos que sabía resolverlos y otros que no. Había otros que no tenía ni idea; el de la espiral, a día de hoy no sé, he estado buscando cómo hacerlo y todavía sigo sin enterarme. Me tiene este ejercicio que no...*
9. Investigadora *Vale [ríe]. ¿Entonces, podemos decir que las dudas te acompañaron durante toda la práctica? ¿Qué otros sentimientos experimentaste?*
10. José *Sí[voz firme, suena contundente].Duda y en parte frustración. Porque digo yo: “esto yo debería poder hacerlo y ¿por qué no puedo?”Es más, yo he estudiado dos años de ingeniería y he aprobado los cálculos de ingeniería y yo [risa nerviosa] me pongo delante de esto y digo: “esto yo, yo, yo... ¿cómo es que no soy capaz de hacerlo?” Que hay cosas que no... esto por ejemplo, este ejercicio creo que sí pero el ejercicio de la espiral, es que yo digo: “¡es que no sé hacerlo!” Es que no tengo ni idea, ¡es que no sabía ni cómo plantearlo siquiera! Entonces, claro, me sentía frustrado en el fondo porque yo decía: “¿para qué me sirve lo que he aprendido hasta ahora si no puedo resolver esto?” Me encuentro con un ejercicio y no sé resolverlo.*
11. Investigadora *Vale, entiendo. ¿Y al final, cuando terminaste?*
12. José *Al terminar... pues, en parte dije: “bien, hay cosas que sí”, pero... me seguían quedando dudas, sigo teniendo dudas a día de hoy.*
13. Investigadora *¿Sí?*
14. José *¡Sí! Sigo teniendo dudas.*
15. Investigadora *Vamos a ver si las aclaramos, ¿vale?*
16. José *Venga.*

PRIMERA TAREA

17. Investigadora *En este primer ejercicio, tú tenías claro de que los perímetros eran iguales. ¿Verdad?*
18. José *Sí.*
19. Investigadora *Tú los viste y dijiste: “estos perímetros son iguales”.*
20. José *Sí.*
21. Investigadora *Sin embargo, no estabas contento con tu respuesta. Tú querías MEDIR. No sé si lo que querías era probar que efectivamente...*
22. José *Probar que mi razonamiento era correcto. Soy muy de hacer esas cosas; yo... es algo típico de mí tener una imagen y yo tener que coger una reglita y yo medir con mi reglita y decir: “vale, mi razonamiento es correcto.”*
23. Investigadora *Vale, entiendo.*
24. José *Me gusta siempre...ser muy... no sé, no sé si perfeccionista, no sé cómo definirlo, la verdad.*
25. Investigadora *Sí, sí.*
26. José *Me gusta corroborar mucho las cosas. Si yo no puedo corroborar dos veces la misma cosa, no me quedo contento.*
27. Investigadora *Vale.*
28. José *Nunca.*
29. Investigadora *También pones: “Observación: leer bien el enunciado” porque estuviste un rato...*
30. José *Efectivamente, estuvimos un rato... a mí me pasó lo primero de ver la imagen y decir: “vale”... no me acuerdo... ya no me acuerdo de lo primero de lo que pensé. Pero es verdad que ya leí el enunciado y dije: “¡Ah, no! Lo que yo tengo que hacer es otra cosa, no es lo que yo estaba pensando”. Por eso leer el bien enunciado, porque claro, te daba como “la longitud de los perímetros de los triángulos”. Claro la LONGITUD DE LOS PERÍMETROS. Entonces la longitud de los perímetros; aquí está claro que lo que se ha hecho es dividir el triángulo aquí en 2, aquí en 4 y aquí en 8. Pero es el mismo triángulo, entonces la longitud de los perímetros que es la suma de todos los lados de los triángulos sigue siendo la misma porque lo que se ha hecho ha sido dividir.*
31. Investigadora *Eso es. Además sólo te decían: “¿Qué puedes decir?”*
32. José *Claro.*
33. Investigadora *Con decir que eran iguales... y tú lo tenías claro, ya era suficiente, lo tenías resuelto, no tenías que dar una medida.*
34. José *Exactamente, correcto.*

SEGUNDA TAREA

35. Investigadora *Vamos a ver ésta. ¿Qué tal con la segunda? ¿Cómo te sentiste?*
36. José *En esta... en esta, en esta. Es verdad que en esta, hombre, como esta ya la hice con Adela y ella me dio un razonamiento. Yo tenía otro razonamiento, ya no recuerdo cuál. Sí me acuerdo que ella... no recuerdo bien lo que decía ella, ella*

decía que... le quitabas a uno y le ponías a otro. Yo tenía el razonamiento de que yo sabía que medio triángulo, vaya, yo cogí como unidad más pequeña... busqué la unidad más pequeña que había y era la mitad de un triángulo, sabía que dos mitades formaban un cuadradito. Entonces... y primero contaba las unidades más pequeñas que eran los medios triángulos y después contaba los cuadraditos, entonces de esa forma hallaba lo que era el conjunto completo. De ese... creo recordar que fue mi razonamiento, pero Adela me dio también otro razonamiento... ¿es que no recuerdo bien el otro razonamiento!

37. Investigadora *Ella intentó completar a un cuadrado o a un rectángulo.*
38. José *Sí, a un cuadrado. Correcto.*
39. Investigadora *Ella buscaba eso. Por lo que yo vi, tú lo tenías claro, ¿no? Todo lo que estás comentando ahora.*
40. José *Más o menos... ¡sí!*
41. Investigadora *Escoges una unidad, sólo tienes que contar y me das la medida.*
42. José *Sí.*
43. Investigadora *Vale. Pero tenías dudas y decías: “Aquí hay truco. Esto no puede ser.”*
44. José *Es que lo veía demasiado fácil, lo veía demasiado fácil.*
45. Investigadora *¿Y no podría ser algo fácil?*
46. José *No lo sé.*
47. Investigadora *¿No existe algo fácil en matemáticas?*
48. José *Como me he enfrentado a tantas cosas tan abstractas, yo ahora veo una cosa fácil y digo: “aquí hay truco, esto tiene que tener truco, seguro.” Porque a mí me pasaba, claro, vengo de ingeniería, vengo de los cálculos de ingeniería y me ponían algo fácil y no era fácil. Había un trasfondo que como yo no me diese cuenta de ese trasfondo lo tenía mal entero. Entonces, claro, ahora a mí, como persona, me cuesta mucho trabajo ver que las cosas pueden ser simples. Me pasó con Didáctica de la Aritmética, que suspendí la primera vez porque... sí, mis cálculos estaban bien, todo estaba correcto pero mis explicaciones no eran simples, yo daba explicaciones muy técnicas, muy matemáticas. Y me dijo el profesor: “están bien, pero tienes que dar las explicaciones como se las darías a un niño”. O sea, no con tanto tecnicismo, un niño no se entera, entonces me pasa eso. Yo creo que a veces me pasa eso.*
49. Investigadora *Sí, aquí también empezaste a eso... a...*
50. José *Tecnificarlo un poquito [risas suaves].*
51. Investigadora *Estabas intentando buscar alguna manera más compleja. A lo mejor para ti más interesante, ¿no? ¿O no?*
52. José *No lo sé.*
53. Investigadora *O te parece mejor, quizás, o más bonita, más correcta.*
54. José *No lo sé, como me han enseñado a lo largo del tiempo así a machacarme el coco para buscar más allá, para ver más allá, pues yo ya no sé si es correcto, si sería correcto decir más completa o simplemente que me han enseñado así y ya lo busco porque me han enseñado así, por inercia. No lo sé, la verdad.*

55. Investigadora *Vale. Y en medio de ese lío, mira que lo tenías claro ¿eh?, pero ya empezaste a hablar de Pitágoras, “podemos aplicar el teorema de Pitágoras”. Yo no sé si el teorema de Pitágoras te ayude a hallar la superficie, ¿no?*
56. José *[Suspira]. Claro, a ver. Si aquí realmente, es verdad que ahora así... a simple vista no tenemos ninguna medida. Yo el teorema de Pitágoras lo quería aplicar en caso de que hubiese alguna medida, claro. Entonces para hallar el área de los triángulos había que hallar el teorema de Pitágoras ya que al tratarse de un triángulo rectángulo, pues aplicaríamos Pitágoras conociendo dos de sus lados, ya sea cateto y la diagonal, el cateto mayor y la diagonal o a la inversa; pues al final obtendríamos lo que es la superficie del triángulo. Entonces la superficie del triángulo la multiplicaríamos por dos y tendríamos la superficie del cuadradito. Pero claro, yo lo pensaba así en caso de que hubiese una medida.*
57. Investigadora *Y de hecho, decías: “no se puede medir porque no hay medidas.” Pero tú sabías resolver la tarea, tú tenías la respuesta. Tú decías: “esto es uno y empiezo a contar: 1, 2, 3, 4” y ya la tenías.*
58. José *Claro. Entonces aquí la superficie se daría en cuadraditos, ¿no?*
59. Investigadora *¿Cuánto sería?*
60. José *Pues sería, esto sería 1, 2...6. 6 cuadraditos y medio si no me equivoco. Y en la otra, serían 6.*
61. Investigadora *¿Aquí seis?*
62. José *Aquí seis, y esta a ver, 1, 2, 3, estos formarían 2, 4, 5. ¡Ah, no! 5 y medio.*
63. Investigadora *Cinco y medio. Esa era la respuesta. ¿Te liaste?*
64. José *¡Sí!*
65. Investigadora *¿Qué crees que pasó?*
66. José *Me gustan las cosas complicadas [ríe suavemente].*
67. Investigadora *Y no hay respuesta, de hecho, ¿no? No pones ninguna respuesta.*
68. José *Claro, como yo no veía medidas, pues yo no daba respuesta. Yo no estoy acostumbrado a dar una...*
69. Investigadora *Pero sí comentas tu razonamiento, tu procedimiento pero...*
70. José *Pero no di respuesta. Porque, claro, yo no tenía medida tangible y al no tener medida tangible no di respuesta.*
71. Investigadora *De hecho, lo dice: “no se puede medir” y ya está. Te faltaban números, ¿no?*
72. José *Me faltaban números. Correcto.*
73. Investigadora *¿Te siguen faltando?*
74. José *Ya no [risas suaves].*

TERCERA TAREA

75. Investigadora *¿Qué tal con la tercera? ¿Qué sentiste?*
76. José *Eh... en esta... la verdad que bien. Yo la vi, no sé, a mí...la vi*

bien. Porque yo, lo que son objetos tridimensionales, no sé si es porque también he estudiado... me ha gustado mucho el dibujo técnico, me ha gustado mucho diseñar en 3D y la vi bien, vi que cada cuadradito se podía colocar dentro de la caja, una caja 3D con una serie de cuadraditos, entonces yo dije: "esto es colocar cuadraditos dentro de la caja. ¿Cómo voy a llenar la caja?" y yo sabía que metiendo A no se podía llenar completa, porque al ser impar la altura y al ser par la altura de la unidad A; no se podría llenar nunca. Con la unidad B, sí, porque son 3, entonces serían 6 de profundidad y, claro, los 6 de profundidad ya se rellenarían con los tres, porque 3 más 3, seis y el cuadradito de altura pues rellenaría un cuadradito, un cuadradito una altura. Y con C pasa exactamente igual porque como son, eh..., 6 por 4, darían 24 que sería par, entonces nos entraría en lo que son los cuadraditos pares. Un razonamiento un poco abstracto, lo que yo hice, lo que yo digo: "si entran 4, si tengo 6 huecos me entran 6 unidades C y de altura, igual, pues como es 1 y son 3, pues entrarían 1, 1 y 1.

77. Investigadora *Esa era la respuesta. Eso era lo que había que hacer; sin embargo... tú lo viste, lo viste, y lo tenías claro tal como me lo estás contando ahora; pero tampoco estabas satisfecho y empezaste a buscar la fórmula.*
78. José *Sí. Empecé a buscar la fórmula.*
79. Investigadora *La fórmula del volumen. Y decidiste dejar a un lado... a ver, esto es lo que yo interpreto...*
80. José *Sí.*
81. Investigadora *¿Vale? Si me equivoco, tú me corriges. Estamos aquí para eso, ¿vale?*
82. José *Sí.*
83. Investigadora *En tu búsqueda de la perfección o de una cosa más correcta, te olvidaste de ese razonamiento tuyo y lo que hiciste fue coger la unidad, el cubo más pequeño, y dijiste: "hay 72 unidades", ¿no?*
84. José *Sí, correcto.*
85. Investigadora *Y llegaste a esa conclusión, cuando lo que se te estaba pidiendo era lo que ya tenías.*
86. José *Sí, yo ya lo tenía desde el principio. Lo que pasa también es que... aquí me pasó, creo recordar, que Adela también empezó a decir: "sí porque ahora metemos no sé qué, ahora metemos no sé cuántos" y yo ya la idea se me fue, como se me borró, se me barrió de la mente. Entonces, yo ya perdí la idea, pero otra vez lo he vuelto a ver y he dicho: "si esto lo meto aquí, lo meto aquí, lo meto aquí, lo meto aquí." Que también me pasa que cuando trabajo con otra persona como yo no sea afín a esa persona, a mí se me borran las ideas muchas veces, pierdo la seguridad que tengo. Me suele pasar, como yo no trabaje con una persona afín a mí, pierdo la seguridad, no sé porqué.*
87. Investigadora *¿Y cuando trabajas solo?*
88. José *Cuando trabajo solo, suelo funcionar bastante bien.*
89. Investigadora *¿Prefieres trabajar solo?*

90. José *Prefiero trabajar solo. O con una persona que yo sea muy afín a ella.*
91. Investigadora *Vale, entiendo.*
92. José *Pero por lo general he trabajado solo muchos años y ya...no sé si es ya la práctica, si es...no sé, costumbre, no lo sé.*
93. Investigadora *Vale, vale, entiendo. Hasta ahora, vamos por el tercero; yo creo que muy satisfecho no terminabas, ¿verdad?*
94. José *No, porque... vuelvo a lo mismo, digo: “esto es demasiado...” digo, aquí por ejemplo, ya se me barrió esa idea y di otra idea, pero yo decía: “no puede ser así, no puede ser así.” Yo siempre la inseguridad de “no puede ser así”.*
95. Investigadora *De hecho hay un momento en que tú le dices: “aquí tiene que haber truco, yo soy un paranoico.” Porque...*
96. José *Sí, sí, efectivamente [ríe]. Yo soy un paranoico.*
97. Investigadora *¿De dónde sacas eso? ¿Te pasaba antes?*
98. José *Me pasó antes, en ingeniería me pasaba muchas veces. Yo veía las cosas muy fáciles. Yo decía: “¡anda, qué fácil!”, hacía mi ejercicio, después en el examen y cero en el ejercicio. ¿Por qué? “Sí, porque no has visto esto, no has visto esto lo otro, esto...” No sé ahora mismo poner un ejemplo concreto, la verdad. Pero se me escapan detalles y entonces, claro, yo ya con todo el tema de las matemáticas y el cálculo me he vuelto muy “mijita” como digo yo, muy paranoico. Yo digo: “no puede ser tan fácil, tiene que haber algo más.”*
99. Investigadora *Y le das muchas vueltas.*
100. José *Muchas vueltas, muchas vueltas, muchas vueltas y nunca me quedo satisfecho. Lo mismo tengo el ejercicio bien, tengo al lado una clave de ejercicios y me dice que está bien, y yo no me lo creo. Digo: “esto no está bien.”*
101. Investigadora *Es eso lo que yo vi en el vídeo. Te veía dándole muchas vueltas y me llama la atención que nada más ver la tarea, veías la respuesta pero empezabas a dar vueltas y te veía incómodo. No te veía satisfecho, no estabas bien.*
102. José *No, no, no, no. No terminaba de... porque, claro, yo decía: “es que no puede ser así”. Y no terminaba nunca de sentirme cómodo. Pero es que siempre me ha pasado, ya desde hace años que me pasa eso. Yo creo que ingeniería informática fue un paso duro en mí que como persona me hizo bastante daño. Me salí de la carrera porque, eh... cogí una depresión y todo por culpa de la carrera, porque no supe afrontarla no tuve la madurez suficiente y no supe afrontarla, la carrera, y cogí una depresión por culpa de... porque no sacaba resultados.*
103. Investigadora *Pues ahora, quizás podrías evitar complicarte tanto y quedarte con las respuestas simples. Como ves, en este caso, eran las correctas.*
104. José *Sí.*

CUARTA TAREA

105. Investigadora *Sigamos. ¿Qué tal la cuarta? Ésta fue especialmente dura, ¿verdad?*
106. José *Esto es horroroso, esto es horroroso.*
107. Investigadora *¿Qué sentiste?*
108. José *Era: “¿Y ahora cómo hago esto? ¿Cómo hago esto?” Porque claro, yo sé que la espiral, digo: “mido, mido el diámetro porque no me sirve de nada porque la espiral varía, en cada punto ya es un poquito más grande, un poquito más pequeña. Entonces, yo sé que ni midiendo radio, ni midiendo diámetro, ni midiendo nada la puedo sacar.*
109. Investigadora *Y una cosa que, creo, con respecto a las anteriores, es que tú viste ésta y dijiste: “yo nunca he visto algo así.”*
110. José *No lo he visto.*
111. Investigadora *Las otras como que te sonaban. Lo sabías, calcular el volumen, superficie...*
112. José *Sí. Volumen y superficie.*
113. Investigadora *Lo primero que dijiste fue: “esto no me lo han enseñado nunca.”*
114. José *Efectivamente. No me lo han enseñado o me lo han enseñado tan mal que no me acuerdo.*
115. Investigadora *Y te sentías, a lo mejor, sin herramientas, ¿no? No tenías estrategias, estabas...*
116. José *Estaba bloqueado, estaba bloqueado. No sabía qué hacer, no tenía nada con qué resolverla.*
117. Investigadora *¿Y tus sentimientos?*
118. José *Frustración, duda [ríe suavemente]. No sé, rabia porque es que no, no puedo, ¡no puedo! Yo quiero pero no puedo.*
119. Investigadora *Entiendo. Adela te plantea una estrategia.*
120. José *Sí, con una cuerda.*
121. Investigadora *Eso es. Y tú planteaste, lo más parecido que se te ocurrió fue una circunferencia, viste que había más de una circunferencia y empezaste a hablar del radio, ¿no? Pero llegas a la conclusión de que no te ayuda.*
122. José *No.*
123. Investigadora *No te ayuda porque no son circunferencias, es algo que va creciendo, ¿no? Y Adela plantea coger un hilo, tomar la forma de la espiral, estirarlo sobre una regla y medirlo. Al final os quedáis con esa estrategia.*
124. José *Sí, era lo más cercano.*
125. Investigadora *¿Te convenció? ¿Te convence?*
126. José *A mí no me convence. Ahora, era lo más cercano que yo también vi.*
127. Investigadora *¿Qué te convencería?*
128. José *No lo sé.*
129. Investigadora *¿Quizás una fórmula?*
130. José *No lo sé, una fórmula quizás, no lo sé. Es que como me han enseñado a base de fórmulas toda la vida; yo, lo mismo veo una fórmula y me convence la fórmula pero sí que es verdad que el hilo si se mide... si se pone tal cual, al final sobre una*

- regla, sale. Eso es cierto, no es que no me convenza, pero es como que... no sé, como que me han enseñado ...*
131. Investigadora *¿Está incompleto, quizás?*
132. José *Está incompleto, como me han enseñado que las matemáticas tienen que tener fórmula, tienen que tener esas cosas, pues claro, yo para mí es lo mismo, y ya me falta una fórmula. Yo veo un hilo y yo digo: “¿un hilo? ¿Pero, qué me estás diciendo?” Yo necesito la fórmula para comprobarlo. Creo yo que la cosa va por ahí.*
133. Investigadora *Vale, de acuerdo. Yo también lo creo.*
134. José *Creo que va por ahí la cosa.*
135. Investigadora *Sí, sí. La estrategia del hilo era muy práctica, muy sencilla, y a lo mejor no te suena a matemáticas.*
136. José *No me suena a matemáticas.*
137. Investigadora *Porque las matemáticas no son así, ¿verdad?*
138. José *No me han enseñado que sean así [risa tímida]. Es verdad que cada vez me voy dando cuenta de que las matemáticas son más sencillas, más simples de lo que yo me creía; pero no me las han enseñado nunca así.*
139. Investigadora *Claro, debe ser por tus estudios anteriores. Pero, claro esto no es ingeniería.*
140. José *Efectivamente. Pero no es porque no lo sean, al fin y al cabo es lo mismo lo que pasa es la forma de enseñarlo. A mí me han enseñado las matemáticas, como yo digo, a martillazos. Y aquí en la carrera yo estoy viendo un procedimiento, un método que no son los que a mí me han enseñado y yo digo: “lo mismo si a mí me hubiesen enseñado así, hubiese aprendido mucho mejor.”*
141. Investigadora *¿Y tú crees que con estas experiencias nuevas, tu visión está cambiando? ¿O se mantiene?*
142. José *Sí. Yo los tres años que llevo ya aquí, mi visión ha cambiado pero, vamos, de una manera impresionante.*
143. Investigadora *Pero te sigue afectando.*
144. José *Me sigue afectando.*
145. Investigadora *Es decir, va cambiando tu visión pero sigue influyendo. Esa influencia todavía está muy presente.*
146. José *Sí, va cambiando poco a poco, pero todavía está ahí.*

QUINTA TAREA

147. Investigadora *Vamos a la última. La ves y dices: “¡Por Dios!”*
148. José *Sí, “¡por Dios! ¿Y ahora qué hago yo con esto?” ¿Qué hago yo con esto? Y claro lo más parecido que se me ocurrió es buscar una figura geométrica. Buscar lo que, digo: “exacto no lo voy a poder sacar nunca, tal cual no lo voy a poder sacar de ninguna forma”, por lo menos es lo que yo pensaba. Yo lo que tengo opción es buscar una figura geométrica, digo: “tengo que dar una aproximación.” Entonces intenté buscar la figura geométrica más parecida, la más parecida a la figura de la*

mano y me di cuenta y digo: “¡mira, me da un pentágono!” Entonces, claro, digo yo: “se puede sacar lo que es un pentágono y podemos despreciar el resto. Dar una aproximación.”

149. Investigadora *¿Te satisface una aproximación? ¿Aproximar es medir?*
150. José *Aproximar es medir. Yo creo que sí, que es medir.*
151. Investigadora *Entonces, si das una respuesta aproximada, ¿es correcta?*
152. José *Claro. Porque es verdad que aquí, por ejemplo, no es la construcción de un puente que no puede tener una variación de... 5 milímetros; pero, al medir una mano puede dar una aproximación de lo que mide el área de la mano, porque tampoco... es como yo también... se me vino también a la mente, en vez de la mano con un zapato o la forma de hacer un zapato, qué sé yo. Tú coges lo que es un patrón y a partir de ese patrón se hace el zapato. Y si intentas buscar el patrón más “aproximado” a la figura que hace el pie, entonces se me vino a la cabeza, digo: “a ver si buscando una figura aproximada doy una aproximación. Y claro, se da la aproximación y puedes despreciar algo.*
153. Investigadora *Claro. Y aquí, fíjate, trazaste un pentágono, ¿verdad? También hablasteis de simetría... total, que aquí tienes un pentágono y un eje de simetría.*
154. José *Sí, se forman dos cuadriláteros. Si calculo el área de uno de ellos ya sé el área del pentágono.*
155. Investigadora *¿Y no era posible utilizar la misma estrategia que en el segundo?*
156. José *Sí, metiéndolo en una cuadrícula sí. Claro, éste metido en la cuadrícula, contando los cuadraditos... sí. Podría tener la medida. Porque es verdad que aquí sería aproximadamente medio triángulo, aquí... ¡ufff! Claro, es que también hay partes que no tenemos ni uno ni medio. No tengo ni medio ni uno...*
157. Investigadora *¿Y aproximando?*
158. José *Sí. Yo creo que aproximando sí.*
159. Investigadora *¿Qué sentiste al terminar? Cuando dijiste: “se ha acabado.”*
160. José *En parte sentí... que no me había quedado contento del todo, porque... no sé. Como yo siempre había estado acostumbrado a dar medidas exactas, cosas exactas y aquí yo no veía nada exacto; pues, me sentía incompleto. No estaba completo, como que si no hubiese completado el ejercicio.*
161. Investigadora *¿Te sentiste aliviado?*
162. José *Bueno... un poco, digo “por lo menos lo he hecho, por lo menos... estará bien o estará mal pero lo he hecho.” [risas].*
163. Investigadora *Pues, está muy bien. Bueno, ahora que lo hablamos, sí. Pero, si yo me quedara sólo con los papeles, no tanto.*
164. José *Claro.*
165. Investigadora *¿Por qué? Porque has despreciado; esto es lo que yo creo, corrígeme si me equivoco; las soluciones correctas porque te parecían muy sencillas.*
166. José *Claro, es correcto. Totalmente de acuerdo.*
167. Investigadora *Es eso lo que pasó, ¿cierto?*

168. José *Totalmente de acuerdo.*
169. Investigadora *Y también estaremos de acuerdo en que tiene que ver con la influencia de tu formación previa; esas creencias que tienes sobre las matemáticas, lo que significa hacer matemáticas y también tus creencias sobre ti mismo como matemático.*
170. José *Exactamente.*
171. Investigadora *Y lo que se espera de ti, también ¿no?*
172. José *Efectivamente. Estoy acostumbrado a que tenían que ser, a que tiene que ser un resultado exacto o lo más parecido a la exactitud... y no es así. [Risas tímidas]. Pero todavía lo sigo teniendo ahí, es una cosa que... no sé...*
173. Investigadora *Bueno...*
174. José *Yo no sé si algún día lo conseguiré perder...*
175. Investigadora *Pero tú me dices que tu visión está cambiando...*
176. José *Sí.*
177. Investigadora *Lo normal es que esto se modifique, ¿no?*
178. José *Yo, la verdad, es que cada vez ya poco a poco... ya fui capaz de aprobar la asignatura de aritmética. Yo dije en septiembre: "tengo que cambiar la forma de ver las cosas, yo el conocimiento matemático, lo tengo. Lo que tengo que ver es cómo enseñar de verdad ese conocimiento matemático a personas que no lo conocen y hacerlo de la forma más amena posible.*
179. Investigadora *Claro, y piensa que aquí, lo que tú dices, no estamos construyendo puentes. Y la estrategia más sencilla, suele ser la correcta.*
180. José *Exactamente. De acuerdo.*

ANEXO II. EPISODIO 2: ANA BELÉN Y CARMEN N.

A.2.1. INTRODUCCIÓN

El segundo anexo presenta las evidencias y producciones del segundo episodio constituido por las tres fases del estudio de caso de Ana Belén y Carmen N. Están organizados por fases y por protagonista.

A.2.2. TRANSCRIPCIÓN PRIMERA FASE. ENTREVISTA PREVIA CON ANA BELÉN

1. Investigadora *¿Qué has sentido cuando viste las tareas? Sabiendo que tienes que resolverlas.*
2. Ana Belén *Solamente he visto el primer ejercicio y he visto que jugando un poco con los lados del triángulo, son los mismos. Simplemente que cambiando la forma.*
3. Investigadora *Me estás hablando de la solución del ejercicio, ¿no? De cómo lo resolverás. Antes de buscar la solución, al primer contacto con la tarea, ¿qué sentiste?*
4. Ana Belén *Humm... no sé... un poco de inquietud, a lo mejor, porque no sabía cómo resolverlo o por equivocarme, inseguridad... no sé.*
5. Investigadora *¿Habías resuelto tareas similares antes? ¿En el instituto, quizás?*
6. Ana Belén *No. Que me hiciesen pensar no.*
7. Investigadora *¿No resolvías problemas?*
8. Ana Belén *Sí, problemas sí. Pero no de este tipo, no comparando a lo mejor una foto con otra que... me está diciendo lo mismo pero de diferente manera... o eso creo (risas nerviosas)*
9. Investigadora *¿Y cómo te iba?*
10. Ana Belén *Bien. Con matemáticas bien, (risas)*
11. Investigadora *¿Cómo eran tus clases?*
12. Ana Belén *Da la casualidad que las únicas vivencias así que...recuerdo de primaria es con mi profesora de matemáticas que era mi tutora y he tenido la suerte de...me han tocado profesores que han sabido cómo enseñarme las matemáticas de forma divertida o a lo mejor que como a mí me gustaban, pues yo lo veía de esa forma.*
13. Investigadora *Te gustaban, ¿no?*
14. Ana Belén *Sí. Y me gustan.*
15. Investigadora *Entonces te debes sentir muy cómoda haciendo este tipo de actividades, ¿no?*
16. Ana Belén *Sí. De hecho intenté estudiar la carrera de matemáticas, estuve un año entero pero no me fue bien. Porque es otro mundo distinto.*
17. Investigadora *Pero ahora te sientes bien, ¿no?*
18. Ana Belén *Sí, ahora sí.*

A.2.3. TRANSCRIPCIÓN PRIMERA FASE. ENTREVISTA PREVIA CON CARMEN N.

1. Investigadora *¿Qué has sentido cuando viste las tareas?*
2. Carmen *Al principio pensé que sería más difícil porque no había leído el enunciado, pero al leerlo y razonarlo, por lo menos la conclusión a la que hemos llegado las dos es que es más sencillo de lo que esperábamos.*
3. Investigadora *¿Las viste todas o sólo la primera*
4. Carmen *He visto la primera y la parte de atrás que también he hecho más o menos el mismo razonamiento que con la primera actividad.*
5. Investigadora *Es decir que ya tienes pensada una estrategia para resolver esas tareas, ¿no?*
6. Carmen *Sí, como... nada más verlo he pensado como resolverlo.*
7. Investigadora *¿Habías resuelto tareas parecidas antes? ¿En el colegio o el instituto?*
8. Carmen *No, de hecho las matemáticas para mí siempre han sido como algo...porque...ha dado la casualidad que siempre los maestros que he tenido me la han mostrado como si fuese algo muy difícil o muy inalcanzable. Que si lo entendía a la primera bien y si no pues no. Entonces, no he tenido mucho interés en las matemáticas porque lo veía como algo que no era para mí y nunca tampoco lo he intentando.*
9. Investigadora *¿Y sigues pensando igual?*
10. Carmen *No sé, cuando he visto los ejercicios me han parecido fáciles y a lo mejor si eso lo hubiese pensado cuando era más pequeña, me hubiesen dado la oportunidad de pensar, pues a lo mejor se me hubiesen dado mejor de lo que se me dieron.*
11. Investigadora *¿Te sientes cómoda?*
12. Carmen *Sí, la verdad es que sí.*
13. Investigadora *Pensando que tienes que resolver las tareas, ¿no?*
14. Carmen *Sí, porque como nos lo has dado así de forma como que “quiero que hagáis esto pero para ayudarme en una cosa”, ¿no? No es como “tenéis que hacer esto para un examen o va a tener nota”, simplemente es un ejercicio, como si te hacen una pregunta de cualquier cosa. No lo ves como un reto, sino como algo que lo puedes responder si puedes y si no, no.*

A.2.4. TRANSCRIPCIÓN SEGUNDA FASE. INTERACCIÓN ENTRE ANA BELÉN Y CARMEN N.

PRIMERA TAREA

1. Ana *Entonces, en el ejercicio 1..., eso que también le he dicho a ella: lo mismo que le he dicho ella... (refiriéndose a la entrevista previa) lo mismo que jugando un poco con los lados podemos ver exactamente que las cuatro figuras es la misma*
2. Carmen *Claro. Lo que yo he hecho aquí ha sido lo que te he dicho, como*

- subir este triángulo*
3. Ana *Exacto*
4. Carmen *Para que queden todos dibujados así y es como que completas la figura principal... básicamente*
5. Ana *Y con esto más de lo mismo, este lado por ejemplo, se pondría aquí arriba y vas construyendo poco a poco, ¿sabes?*
6. Carmen *Claro, y daría lugar a la ...*
7. Ana *Y aquí más de lo mismo, simplemente que vas añadiendo más cachitos hasta que construir este entero*
8. Carmen *Claro. Yo lo tenía puesto en la conclusión, de que ...*
9. Ana *Que... bueno, yo lo que le he dicho a ella es que el perímetro, o sea, la longitud de los perímetros es el mismo en todos los casos, simplemente que se presenta de distintas longitudes pero jugando con los lados le he puesto lo de la tableta de chocolate.*
10. Carmen *Yo he puesto lo mismo pero con la tarta, que da igual las veces que la divides porque la puedes poner en dos trozos, en cuatro, o en ocho pero al final la tarta sigue siendo lo mismo porque lo que es la longitud total es la misma, sólo que te la presenta en trozos más pequeños o en trozos más grandes.*
11. Ana *En la longitud de los perímetros... yo pensando en chocolate*
12. Carmen *[Risa] y yo en tartas*
13. Ana *Como si coges una tableta de chocolate, y la cortamos en cuadraditos y le vamos cambiando la forma*
14. Carmen *Claro, lo hacemos así si quieres o...*
15. Ana *Como si cogemos un trozo de chocolate...bueno, partimos pero bueno... [escriben]*
16. Carmen *Sí, porque parece que son dos figuras distintas pero en realidad significa lo mismo. Una cosa así.*

SEGUNDA TAREA

17. Ana *Luego en el siguiente ejercicio dice cuánto mide la superficie de la siguiente figura. Esta mide 5 y medio y esta mide 6*
18. Carmen *Pero 5 y medio, ¿por qué? ¿Cómo lo has hecho?*
19. Ana *Pues, a ver... he contado (eeee) la superficie con lo que... yo entiendo la superficie que se va midiendo en este caso por estos rectángulos, entonces este sería uno, este sería otro y este sería otro, tres. Luego, este cacho de aquí rellena este, sería ya cuatro (eee), este cacho de aquí rellena este sería ya aquí cinco y el medio; cinco y medio y con este he hecho lo mismo y serían seis.*
20. Carmen *Mmja [asiente tímidamente, no parece convencida]*
21. Ana *Lo he ido midiendo, no sé, porque aquí está dividido por rectángulos... es que hicimos lo mismo en geometría, ¿te acuerdas? Pero...*
22. Carmen *Sí, pero si te fijas... yo antes cuando lo he mirado me he puesto a pensar que...*
23. Ana *Si son rectángulos y no es lo mismo que hagan así o que hagan así, pero como...*

24. Carmen *No, no; eso no. Es que, por ejemplo, este lo quitamos de aquí y lo pasamos aquí, no? Este lo quitamos y lo ponemos aquí...*
25. Ana *Es lo mismo*
26. Carmen *Sí... vale, vale, vale*
27. Ana *Pero, bueno... no. No. O también otra cosa... bueno, superficie... sí superficie sería esto, vale, es que digo a lo mejor se puede medir de otra forma poniendo primero los lados porque los lados no miden lo mismo que la diagonal*
28. Carmen *Ya. Pero eso ya es mucho más complicado, que estemos ahora intentando...*
29. Ana *Entonces sería a lo mejor uno, dos, tres, cuatro, ¿me entiendes?*
30. Carmen *Sí, sí. No pero lo que yo te quería decir es...*
31. Ana *Tres, cuatro, cuatro serían ahora mismo cuatro, ¿sabes? Cuatro los lados y las diagonales... no me acuerdo ahora mismo cómo se hacía*
32. Carmen *No, pero no me refiero a eso, para comprobar de la diferencia entre este y este, porque tú lo ves así y a simple vista no sabes si uno tiene más superficie que otro porque no...*
33. Ana *Claro, porque yo a simple vista a lo mejor me creía que a lo mejor eran lo mismo pero cambiando la forma por lo que había visto en el primero pero...*
34. Carmen *Claro, va cambiando*
35. Ana *Pero luego, no...*
36. Carmen *Claro, Porque te das cuenta si tú vas completando este triángulo aquí, este aquí, este se te queda suelto entonces ya tienes esto, que tienes como un rectángulo pero te falta un cachito. Sin embargo, este... si lo pones...*
37. Ana *Ahí queda todo conjunto*
38. Carmen *Si pones estos dos aquí, te falta uno que es este*
39. Ana *Claro, este aquí y este aquí ya completas, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis*
40. Carmen *No; pero haces lo que sería el rectángulo entero. De la otra manera no puedes hacerlo, se te queda un trocito, cinco coma cinco, no seis,*
41. Ana *Claro. Ponemos aquí la primera... [escribe su respuesta] a ver qué pongo...*
42. Carmen *No pasa nada, si lo estamos haciendo en común es lógico que tengamos las cosas igual [intenta tranquilizar a su compañera, que se preocupa porque no sea aceptable una respuesta compartida (creencia sobre la enseñanza: trabajo individualizado, copiar es malo, no es compartir)]*
43. Ana *Es que soy de lo que no hay... [quizás intente justificar algo, o demuestre desconfianza en sí misma. No está orgullosa]*
44. Carmen *Yo lo que he hecho, mira...*
45. Ana *Espérate... ya está*
46. Carmen *No. Yo lo que he hecho ha sido formar el mismo rectángulo, ¿sabes? Este de aquí que deja todo un trocito y este que sí está entero, entonces deja... digamos que colocas dos triángulos de manera que forman dos de lo mismo para que se vean que son casi de la misma superficie. Más o menos si tú has bajado esto para acá, esto para acá se te queda otra figura; pero vaya que se entiende*
47. Ana *No pasa nada [intenta quitarle importancia, como un mecanismo de*

- defensa contra su propia frustración]
48. Carmen *Que se entiende*
49. Ana *Yo lo he puesto de manera más abstracta [justificación para aliviar la frustración]*
50. Carmen *[Risas]. Está bien*

TERCERA TAREA

51. Ambas *Calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A,B y C*
52. Ana *Espérate*
53. Carmen *¡Ah! Que primero tienes que hacerlo con la A, luego con la B y luego con la C*
54. Ana *Calcula el volumen de la caja... ah vale, tenemos que poner primero la A, luego la B, luego la C*
55. Carmen *Exacto, entonces... ¡uy, que me marea a mí esto! (risas nerviosas)*
56. Ana *¡Sí! Espérate. Uno, dos, tres y cuatro... ¡osú!*
57. Carmen *Espérate... con este, la base, como de referencia la base sería...*
58. Ana *Uno, dos, tres y cuatro,*
59. Carmen *Cuatro por...*
60. Ana *Cuatro, cinco y seis..., 24*
61. Carmen *Espérate 4 por 3, la base*
62. Ana *Cuatro ¿por qué? Tres ¿por qué?*
63. Carmen *Porque lo de arriba ... la base es lo mismo que el techo*
64. Ana *La base es esta*
65. Carmen *¡Uy, espérate!*
66. Ana *La base es 4 por 6, 24; 24 cuadraditos*
67. Carmen *¡Ay que...! No, es que ... risas [¿confundida?- avergonzada]*
68. Ana *Claro, estabas mirando este ¿no?*
69. Carmen *No sé cómo lo estaba viendo, uy qué raro ¿no?*
70. Ana *A ver, que da igual siempre y cuando cojas siempre las mismas medidas, ¿sabes?..*
71. Carmen *¡No! [vergüenza, intenta explicar su error o buscar una explicación] no, estaba viendo como si éste...*
72. Ana *... da igual cuál sea tu base...o cuál tu...*
73. Carmen *Mira cómo lo veía, este el techo pero no me coincidía con... ¡uy, yo es que! [risas nerviosas, flojas]*
74. Ana *¡Uy, qué complicado! Claro, como si éste lo estuvieses viendo tú desde abajo*
75. Carmen *¡Claro! Me he atacado un montón, vale. Esta es la base*
76. Ana *Escúchame, será... esto se sale de lo normal ¿eh?*
77. Carmen *Sí, yo que soy un poco... espérate*
78. Ana *Mira, la base.*
79. Carmen *Cuatro por; sería dos, tres; 4 por 6. Vale y ahora... es que como me he... ya... voy a hacerlo como*
80. Ana *Así de perfil, ¿no? [risa floja]*
81. Carmen *Que si no, dejo de verla*
82. Ana *Sí, mira...por eso...*
83. Carmen *Vale, entonces*

84. Ana *Es más, por eso está pintada de forma más oscura*
85. Carmen *Y de alto tiene...*
86. Ana *De alto uno, dos, tres. 1, 2, 3, 4, 5 y 6*
87. Carmen *¿Cómo que 6? ¡Ah, de largo!, vale*
88. Ana *Sí, es tres por seis*
89. Carmen *De largo es la misma, claro*
90. Ana *3 por 6*
91. Carmen *Altura...*
92. Ana *Altura 3...*
93. Carmen *...por 6. Vale, entonces si el cuadrado es, o sea si A es 4, 4, 4 y luego, a ver...*
94. Ana *Y luego...*
95. Carmen *¡Hostia!*
96. Ana *¡Hostia!, pero, espérate, tenemos que ver el otro...este de aquí y luego los lados, uno de los lados...*
97. Carmen *Mja. Tú mete esta caja dentro de esta. Entonces si esto es 4 por 4...*
98. Ana *Sí, pero que te falta el otro, nena, este ¿ves que es distinto? ¿que es cuatro por tres?*
99. Carmen *¡Ah, ese lado de ahí! Vale, un lado, ¿no? Vale, vale; sí que no... [risa nerviosa] un lado sería...*
100. Ana *Cuatro por tres*
101. Carmen *¡ah, claro! Porque...*
102. Ana *Sería tres por cuatro*
103. Carmen *Sí, tres por cuatro, vale.*
104. Ana *Tres por cuatro, entonces ¿cuántas cajitas como esa necesitamos para rellenar lo que es esto?*
105. Carmen *Entonces con A. una cajita ocuparía esto... y de dos hasta aquí*
106. Ana *Exacto, eso es. Uno, dos, tres, cuatro, ¡uffff!*
107. Carmen *Entonces sería uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis. Pero luego arriba no cabe, ¿sabes? Porque son...*
108. Ana *Risas*
109. Carmen *Porque son 3 de altura*
110. Ana *Pero se va cambiando la forma si tú la giras...*
111. Carmen *No...*
112. Ana *Ah, no que es un cuadrado*
113. Carmen *Sí, sí, parece un rectángulo pero es un cuadrado*
114. Ana *Sí, sí porque todos sus lados miden cuatro. Todas sus bases miden cuatro*
115. Carmen *Pero no puedo, o sea, falta una parte y no se puede medir con esa...con A*
116. Ana *Calcula el... [vuelve a leer en voz alta el enunciado] ... no hace falta siempre con la A*
117. Carmen *Ah, vale, todas...*
118. Ana *Tienes que ir intercalando...*
119. Carmen *La más grande con la A y las que no puedas con la...*
120. Ana *Exacto*
121. Carmen *Vale, vale, vale*
122. Ana *Por ejemplo, sería aquí, ¡uffff! Espérate*
123. Carmen *La C...*
124. Ana *Espérate. Aquí pero tienes que rellenar lo que es todo, ¿no? O sea*

- este, este, este y este y el de abajo. Tienes que rellenar arriba, abajo, a los lados*
125. Carmen *Esto es una caja...*
126. Ana *Mira, tú imagínate que tienes una caja, ¿no?*
127. Carmen *Tienes que llenar la caja, ya está*
128. Ana *Esto, sí, sí, mientras más la miro más me lío porque vamos a ver...*
129. Carmen *Ya... pero...*
130. Ana *Vamos a ver uno, dos, tres cuatro...*
131. Carmen *Lo que debemos saber: en la caja ¿qué hay que meter? sólo piezas de A, sólo piezas de B, sólo piezas de C, o puedo...*
132. Ana *Mezclarlas entre las tres*
133. Carmen *Es que pone respectivamente*
134. Ana *Ah, respectivamente*
135. Carmen *Claro, respectivamente*
136. Ana *Respectivamente, eeee, o sea primero utilizando esta ¿no? porque si solamente utilizamos esta vamos a tener que utilizar más. Si ponemos entre esta, esta y esta porque si ponemos nada más que esta... no rellenamos la caja porque nos va... porque al poner otra ya se nos sale, ¿sabes? No podemos cerrarla*
137. Carmen *Ya por eso digo, si puedo usar piezas de A y C porque esto mide uno de altura...*
138. Ana *O todos*
139. Carmen *Por eso, la B...*
140. Ana *¿Tú qué dices? ¿Que el A con el B y el A con el C y el B con el C?*
141. Carmen *No, no, no, ¡madre mía! Me refiero a que si se utilizan varias, no sólo una, la A y la C ya puedes porque A es más grande con respecto a B, pero tú me entiendes, es decir al...si yo cojo la referencia de A y lo llevo, o sea esto va de aquí hasta aquí, ¿no? Y queda el techo digamos que no lo puedo, vale, pues son 1, 2, 3, 4, 5, y 6; ¿sabes? O sea hasta ahí llegamos, hasta aquí, quedaría cubierto...*
142. Ana *Uno, dos; uno dos; 3, 4, 5 y 6. O sea que aquí ahora mismo irían tres A y tres A, irían 6A son la base*
143. Carmen *6A irían, encima ...*
144. Ana *6A son la base*
145. Carmen *Claro, por eso...*
146. Ana *Pero espérate, date cuenta que estos son rectángulos y estos son cuadrados*
147. Carmen *No pasa nada, mira coinciden, rectángulo que es la altura y cuadrado que es la base, no te preocupes*
148. Ana *O sea que esto en realidad no es ningún cubo, esto es como un taco*
149. Carmen *Sí, es un taco. Porque también... [risas]*
150. Ana *Me entiendes que antes hemos dicho "que no, es que parece un rectángulo"...*
151. Carmen *Ya, ya, pero bueno...me refiero que nos faltaría este huequito de arriba con todas las piezas de A, con C ya lo tenemos*
152. Ana *Espérate. Sería 1 y dos, estaría hasta aquí*
153. Carmen *Sí. ¿Ves? Sería hasta aquí, sería la altura de esto, vale pues lo que*

- está encima con otras Cs...*
154. Ana *Tenemos esto*
155. Carmen *... ya completariamos esto, o sea para qué queremos B*
156. Ana *Porque con B también se puede*
157. Carmen *Ya, entonces "respectivamente" ¿qué quiere decir? Que las usemos todas o que...*
158. Ana *La caja hasta ahora mismo estaría llena hasta aquí, ¿verdad? poniendo lo que es los tacos así*
159. Carmen *¿Cómo los has puesto?*
160. Ana *Así mira, yo cojo y tal y como está yo pongo esto*
161. Carmen *Has cambiado...*
162. Ana *No, porque tu lado lo has señalado por aquí y yo he hecho la marca ahí. Es lo mismo*
163. Carmen *Ah, vale, vale, entiendo. Me estoy rayando un montón con la figura*
164. Ana *Exacto, eso. No sé porqué lo has hecho súper difícil, tú lo has dibujado para el otro lado, sin tener ninguna marca*
165. Carmen *Ya [risas nerviosas]*
166. Ana *Mira, si lo pones para acá*
167. Carmen *Ya sale justo*
168. Ana *Aquí ya serían seis tacos del A*
169. Carmen *Ahora necesitas 6 tacos del C y ya tienes la figura*
170. Ana *¿Del C?*
171. Carmen *Claro, porque del C son 4 cuadraditos sólo que en vez de dos rectángulos son dos de los que te faltan*
172. Ana *Serían 4 cuadraditos, serían... a ver... 1,2,3,4 [tres veces]*
173. Carmen *Sí*
174. Ana *Igual que el A lo único que es partido por la mitad, serían 6*
175. Carmen *Igual que el C y ya no hace falta B. A no ser que, mira...*
176. Ana *Seis tacos, claro, sí, sí*
177. Carmen *Se pueden poner... A ver, si usamos A y C serían 6 ¿qué pone? [piensan en voz alta mientras escriben]*
178. Ana *Si usamos los taco A y B [piensan en voz alta mientras escriben]... me harían falta colores porque ahora con la raya que he hecho... si usamos A y B [escriben]. Ahora si usamos el A y el C, el A y el B*
179. Carmen *El A ya lo tenemos, serían 6 también*
180. Ana *Ahora el A y el B*
181. Carmen *El B es sólo una carilla que es lo que nos falta también de altura y ahora serían de , sería uno hasta aquí, hasta aquí otro*
182. Ana *Serían 1, 2,8. Serían 8 tacos, pero espérate, no apuntes. Sería luego, a ver... si usamos los tacos A y B necesitamos [escriben]...*
183. Carmen *Todavía nos quedan dos más eh, [risas]
Y ahora tenemos que pensar también B y C, que es lo que nos queda... ¿Y con B y C cuánto serían?*
184. Ana *Espérate, mira, vamos con el B*
185. Carmen *No, con el C que es más grande*
186. Ana *Pero es que luego, bueno, sí, el C. 1, 2 y 3. Necesitamos...*
187. Carmen *Tenemos la altura*
188. Ana *Exacto. Si lo ponemos otra vez serían 12 y 8. 12 del C y o del B*
189. Carmen *¿Te das cuenta que con el C y con el B podemos hacerlo solos? Con el A, no. Eso ponemos en la conclusión...*

190. Ana *El B y el C, ¿no?*
 191. Carmen *Sí. Si usamos B y C serían... 6. escribe*
 192. Ambas *Escriben mientras comentan en voz alta sus conclusiones*
 193. Carmen *Pero que serían también más del B pero vamos a usar la referencia mayor porque aquí hay*
 194. Ana *12 tacos del C y 8 del B*
 195. Carmen *Porque es lo mismo de antes*
 196. Ana *¡Qué rayante! ¡No había pensado tanto en mi vida! Y 8 tacos de B... Ya no sé ni en qué letra estoy*
 197. Carmen *Y ahora tenemos que... si usamos sólo B o si usamos sólo C, ¿vale?*
 198. Ana *Para completar... escriben*
 199. Carmen *Serían 8, 8 y 8 escriben. Porque el B hemos dicho que eran 8, la base*
 200. Ana *Ahora tenemos que ver si ponemos solamente esto o solamente esto, porque con el A no se puede porque se sale*
 201. Carmen *Claro, con el B que eran 8, para la base, por 3 de altura*
 202. Ana *3 por 8, 24. 24 tacos de B. necesitamos 24*
 203. Ambas *Escriben y comentan lo que escriben*
 204. Carmen *Qué hemos dicho, si usamos sólo el taco C... [escriben]*
 205. Ana *El taco C, ¿no? [Escriben]. Serían, llegaríamos hasta aquí, serían 6 por 3, 18*
 206. Carmen *Sí, 18, yo he puesto la multiplicación, vale. Entonces tenemos cinco opciones, ¿no? Cinco opciones [escriben]
Yo no sé si era esto lo que nos pedía pero hemos llegado a una conclusión que*
 207. Ana *Hombre, le hemos dado todos los posibles casos. Da igual, si eran solos o separados lo hemos hecho de las dos formas, hemos hecho doble trabajo. ¡Qué guay está esto!*
 208. Carmen *La verdad es que sí.*

CUARTA TAREA

209. Carmen *A ver... [Lee el enunciado de la tercera tarea]*
 210. Ambas *Risas [fuertes y prolongadas- ¿nervios? ¿Incertidumbre?]*
 211. Carmen *Yo te quería... he llegado a mi límite de pensar*
 212. Ana *[Continúa riendo] No entiendo nada, yo veo ahora mismo un "foskito"*
 213. Carmen *Y yo una caracola [también ríe, pero con menos intensidad, más tímidamente]*
 214. Ana *¿Cuánto mide? [Continúa riendo, con fuerza]. Hombre, en verdad...esto es como un círculo, ¿no?*
 215. Carmen *Sí*
 216. Ana *¡Ah! La longitud, no es lo que es el área*
 217. Carmen *Claro, no es el área es la longitud de todo esto*
 218. Ana *Que cómo lo mido...*
 219. Carmen *No, cuánto...*
 220. Ana *Pues lo estiro. Es como un regaliz*
 221. Carmen *Sí, pero ¿cómo lo estiras? ¿Cómo estiras esto?*
 222. Ana *Pues me lo imagino [risas], no sé*
 223. Carmen *Pero es que hay que poner el resultado [creencia sobre lo que se*

espera que hagan, en consonancia con el enunciado pero ponen el énfasis en “dar buenas respuestas”, es el objetivo, no el proceso. Es una constante en todo el episodio]

224. Ana *Cuánto mide la longitud... espérate*
 225. Carmen *¡Ah, mira! Sí*

QUINTA TAREA

226. Ana [cambia de tarea, pasa a la siguiente] *¿Cuánto mide la superficie de la mano? Este es mejor*
 227. Carmen *Bueno, este es mejor porque...*
 228. Ana *¡Ah, dios! Espérate...*
 229. Carmen *No es una figura...*
 230. Ana *Hay que contar por rectángulos*
 231. Carmen *Sí pero ahora tú no puedes completar con este dedo esto de aquí [risas], te conozco*
 232. Ana *No, ya, pero por ahí tenemos ya cuatro, vamos a ver cómo hacemos... cuatro*
 233. Carmen *Aproximadamente, parece los dos más complicados para el final. A ver ... yo lo veo como...mira...a ver si esto se lleva aquí, lo metemos dentro y este se sale un poquillo pero no pasa nada*
 234. Ana [Risas] *lo echamos para arriba*
 235. Carmen *Se mete entre medias [risas] algo de eso*
 236. Ana *Sí, sí, si eso es un cuadrado si por eso te ha puesto el tope ahí*
 237. Carmen *Entonces... no, pero me refiero, este y este y este. ¿Sabes? Si este sería, 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Y 1, 2, 3, 4, 5 serían 30 cuadraditos. Menos 4 serían 26. Aproximadamente 26 [risas] ...*
 238. Ana *Ufff, pero date cuenta...*
 239. Carmen *...cuadrados. ¡Ah, no! Este se quita también, este también fuera. Pues serían, le quitamos...*
 240. Ana *Pero entonces ...*
 241. Carmen *No, no está bien...*
 242. Ana *Esto es muy raro. Más o menos va por ahí creo la cosa, pero...*
 243. Carmen *Mejor que decir que es todo el cuadrado es [sistema motivacional: objetivo: cumplir con los requerimientos, se esfuerzan por dar una respuesta que cumpla las expectativas del otro]*
 244. Ana *Pero, a ver, el cuadrado no*
 245. Carmen *¿Sabes? Porque no es lo mismo meterlo entero aquí, pero claro, no es lo mismo*
 246. Ana *¡Dios mío! Espérate, espérate. Es que en la vida se podría saber. Hombre, la de antes sí porque eran piezas que encajaban*
 247. Carmen *Vamos a poner que tanto la espiral como esta no se puede saber...*
 248. Ana *No sé...*
 249. Carmen *Estos ejercicios*

CUARTA TAREA

250. Ana *Yo creo que es imaginándote más o menos o puedes calcular con un dedo, por ejemplo, un dedo tuyo es un centímetro ¿vale? Puedes ir haciendo así, tres, cuatro, cinco, seis...*
 251. Carmen *Pues sí*
 252. Ana *7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17. Lo sé porque la otra vez lo medí y mi dedo es justo un centímetro. 18,19, 20, 21, 22; me estoy mareando; 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30,31, 32, 33, 34, 35, 36, 37,*

- 38, 39, 40
253. Carmen 40... 40 ¿dedos? ¿pulgares?
254. Ana Ehhh, no dedos, sino 40 pul... mi índice [risas]
255. Carmen 40 huellas dactilares [risas]... a ver, espérate. Si tomamos como referencia, ¿no?
256. Ana Sí, es que es exacto... si tomamos como... [escriben mientras hablan]
257. Carmen Yo nunca he pensado más

QUINTA TAREA

258. Ana ¿Cuánto mide la superficie de la mano? [Lee el enunciado de la última tarea].
259. Ana ¡Ay, dios mío, mi mano! Voy a llegar a mi casa... [risas] me voy a dibujar yo la mano y me voy a poner yo a...
260. Carmen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,...
261. Ana Es que yo creo que alrededor, más o menos sí pero... es que...
262. Carmen Este sobra un poquillo pero...
263. Ana Con la mano
264. Carmen Con este serían, 5 y 6. 5 por 6 da 30 menos 1, 2, 3, 4, 5 y 6
265. Ana Pero claro, es que este no lo puedes poner
266. Carmen ¡No pasa nada! Es una esquinilla que eso se completa
267. Ana O sea, ¿esta esquinilla la completas con estas dos?
268. Carmen Estas dos...
269. Ana Que han sobrado, vale, pues sí. Mira 1, 2, 3, 4, 5 y 6
270. Carmen Esta esquinilla
271. Ana 30 menos 6, 24. A ver, estas de aquí eran cinco, ¿no? Y esto de aquí es 6, ¿no?, entonces sí. Es 6... ya está
272. Carmen Es que no se me ocurre otra cosa
273. Ana Espérate. Lo hemos puesto todo, ¿no?
274. Carmen No, no sé
275. Ana Todavía queda
276. Carmen Mira 5 por 6 serían 30
277. Ana ¡Son las 8, niña!
278. Carmen ¡Ojú! Pues no veas
279. Ana Y esta tarea es lo único que teníamos que hacer hoy
280. Carmen Pues tendríamos que estar reflexionando. Que 5 por 6 serían 30 cuadraditos y si le quitamos este, este y este porque es como que le sobra mucho pues serían 30 menos 6, 24
281. Ana Pero es que nosotras estamos cogiendo como referencia lo que es los rectángulos cuando podemos coger otros, ¿no?
282. Carmen ¿Qué vas a coger? ¿Triángulos? ¿Y los dedos?
283. Ana No, triángulos no porque como los dedos son redondos
284. Carmen Es que como está la cuadrícula, vamos a usar la cuadrícula
285. Ana En el otro caso era más fácil pero aquí...
286. Carmen Claro,
287. Ana Algo tiene que haber [creencia]
288. Carmen En el primer caso, en este es muy fácil porque lo que te falta aquí lo puedes completar, pero en una mano... ¿sabes? En una mano, ¿sabes? es como... a ver este dedo me sobra aquí y me

289. Ana *cabe aquí, pero... no puede ser, no te cabe ahí*
 ¿Y si le cortamos los dedos?
290. Carmen *¿Cómo que le cortamos los dedos?*
291. Ana *A ver...*
292. Carmen *Si le quitamos los dedos, mira aquí hay partes...*
293. Ana *Mira, si le quitamos esto...*
294. Carmen *Ya le has dejado manco al pobre [risas]*
295. Ana *¿Sabes? Si le quitamos estos dedos*
296. Carmen *Aunque le quitas los dedos, aquí también está sobrando, esto de aquí sobra...*
297. Ana *I... yo diría... A ver... son... ¡Dios mío!, ¡Dios mío!*
298. Carmen *Yo es que no veo otra forma de...*
299. Ana *Le quitamos este, este, este, este...*
300. Carmen *Casi que podíamos quitarle este también pero...*
301. Ana *Cuál...no, ése ya es poca, aunque más o menos este es como ocupando este, bueno o alrededor, no es lo mismo porque el otro hueco es más chico. ¡Ah, mira! Este de aquí ha aparecido lo que te he dicho antes, puede ser este... mira este que va aquí es igual que este, ¿no?*
302. Carmen *[risas] Yo es que no lo veo*
303. Ana *Hum...*
304. Carmen *¡No ve! [risas]*
305. *[llaman a la profesora]*
306. Ana *¿Tiene que ser exacto?*
307. Carmen *No lo puedes saber exacto*
308. Investigadora *¿Qué crees?*
309. Ana *Que hay cosas que no tienen solución [risas]*
310. Carmen *Más o menos a ojo puedes tomar como referencia los cuadrados pero no puedes saber con...tu coges tu mano y no puedes calcular...*
311. Ana *Es que al ser redondo no se puede...*
312. Investigadora *¿Podría ser aproximado?*
313. Carmen *Claro*
314. Ana *Sí, como aquí, pero era más fácil*
315. Carmen *Por los cuadraditos*
316. Ana *Sí, pero... es que al ser redondo no van a encajar*
317. Carmen *¿Te convence o no te convence? Es que quería quitarle los dedos y si le cortamos los dedos ¿qué? No puedes cortarle los dedos...*
318. Investigadora *Si tú crees que no hay una solución exacta, ponla aproximada*
319. Ana *Sí, sí, más o menos, exacto tiene que ...*
320. Investigadora *¿O tú crees que tiene que ser algo exacto?*
321. Ana *Esto tiene truco [creencia sobre las matemáticas]*
322. Carmen *¿Cómo va a tener truco?[risas]*
323. Ana *Bueno, pues vamos a hacerlo alrededor [aproximado] ha dicho que lo pongamos alrededor de cuánto [interpretación sobre la pregunta que le planteó la investigadora]*
324. Carmen *24 cuadraditos*
325. Ana *Pero ...*
326. Carmen *¿Qué? Ya está, ¡24 cuadraditos! ¿Ya has puesto la conclusión?*

327. Ana *Es que no me convence, soy muy cabezona.*
328. Ana *Claro es que es muy... la superficie de la mano... claro es que si tú coges...es que si tú coges estos dedos, si los cierras, ¿vale? Tú imagínate que la mano está así, pero tú mírate la tuya, si tú coges y la cierras esto mide lo mismo que esto.*
329. Carmen *Ajá, sí pero este lado de aquí por mucho que lo cierres va a seguir siendo más grande que*
330. Ana *¿Entiendes? La mano es que está un poco doblada, si tú coges y cierras estos dedos, esto de aquí va a ocupar lo mismo que aquí. O sea que si le cortamos [risas] yo sigo con lo mismo*
331. Carmen *No, pero escúchame, esto de aquí, o sea, y hasta aquí, esto por mucho que cierres la mano sigue midiendo lo mismo, es más ancho, ¿me entiendes?*
332. Ana *No, me refiero plan cortando esto...*
333. Carmen *Ahora...*
334. Ana *Me refiero no cogiendo esta parte de aquí sino cortando sólo el pulgar*
335. Carmen *No, yo prefiero sólo esto de aquí*
336. Ana *Exacto*
337. Carmen *Yo te dije... vale, entonces tú dices que sería como quitar todo esto, porque el dedo meñique entraría con esto, entonces sería meter los cuatro y serían tres*
338. Ana *Exacto, yo creo que por ahí va la cosa, si es que no iba mal encaminada con quitarle...*
339. Carmen *Porque este lo pegas para acá, entonces serían tres*
340. Ana *Entonces si tú cuentas de aquí para abajo lo multiplicas por dos y es lo mismo que lo de arriba, sabes, porque esta mano es plana y hasta amorfa, vamos*
341. Carmen *Entonces sería...*
342. Ana *No, no, no, es que la mía está amorfa, tío, es que esto no mide lo mismo que la palma ¡Ahhh! [sorpresa]*
343. Carmen *Sí, sí, [risas]*
344. Ana *¡He descubierto las Américas!*
345. Carmen *En base a lo que tú has dicho, si... lo que es la mano como está para un lado lo pones aquí dentro, vale, dentro de esto...*
346. Ana *Sería aquí, aquí... mira*
347. Carmen *Pero para qué lo quieres cortar si es que esta altura la tienes. Ya sé que es la mitad pero...*
348. Ana *Sería...vale, serían 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Serían 6 cuadrados metiendo dos dedos en cada fila, ¿no? Ahora mismo aquí serían 6 cuadraditos*
349. Carmen *Mira, yo voy a hacer el rectángulo entero. ¿Vale? Sería este rectángulo entero lo que ocuparía la mano, cerrada completamente con el dedo pulgar*
350. Ana *Exacto*
351. Carmen *Y aquí tienes la mitad porque, o sea, esto ya lo tenemos, esto sí lo ocupa porque cuando el dedo pulgar está cerrado sí lo*

- ocupa, ¿vale? Sería...
352. Ana *Claro, si es que al final has partido*
353. Carmen *No, he partido ahora para hacer lo mismo que tú pero yo no lo estaba partiendo. Entonces ahora tú dices que si aquí tenemos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9... ¿cómo vamos a hacer la mitad si son 9?*
354. Ana *Tú coges 1, 2, 3, 4...*
355. Carmen *Es que este dedo ya estaría metido aquí*
356. Ana *5, 6...6, sería 6, claro, esto sobra, ¿vale? El del dedo pulgar*
357. Carmen *No, no sobra porque sino yo te digo ¿dónde lo metes? Yo he quitado este de aquí porque me vengo a referir el dedo pulgar cuando tú lo cierras se subiría aquí, y yo te digo que esto de la mano que está aquí lo paso aquí, o sea pongo la mano recta entonces entraría dentro de esto, con la mano cerrada y el pulgar, de manera que el pulgar esté pegado al índice y el dedo meñique estaría dentro del rectángulo*
358. Ana *¿Esto así?*
359. Carmen *Exacto. Entonces ya con eso junto, a mí me ocupa todo esto*
360. Ana *Pues este rectángulo...*
361. Carmen *Sería la superficie*
362. Ana *Sería 1, 2, 3; 1, 2, 3, 4, 5 y 6. 3 por 6, 18. Eeeehhh [duda]*
363. Carmen *Yo ya voy a borrar*
364. Ana *A ver espérate. Eeeehhh... vemos como forma un rectángulo [escribe sus conclusiones]... quiero poner que la palma de la mano, ¿sabes? Que la palma de la mano es la mitad de la superficie, ¿sabes?*
365. Carmen *Pues ponlo también, ¿no?*
366. Ana *Sí*
367. Carmen *Claro. La palma es esto... los dedos son...*
368. Ana *La palma de la mano [escribe]*
369. Carmen *Los dedos son...*
370. Ana *...es la mitad de la superficie [escribe mientras organiza sus ideas en voz alta]. Ya se lo podemos contar aunque en verdad no veas la imaginación*
371. Carmen *Así, imaginación ante todo [risas]*
372. Ana *Basándonos en los rectángulos como medida... [escribe] De altura ¿cuánto era? 1, 2, 3, 4, 5, 6. Tenemos de altura 6 y de ancho 3 [escribe] ... rectángulos*
373. Carmen *Yo he puesto cuadrados, da igual*
374. Ana *[Suspira larga y profundamente]*
375. Ana *¡Qué imaginación!*
376. Investigadora *¿Sí?*
377. Ana *Me he imaginado la mano cerrada que forma como un rectángulo y la que es la mitad de la mano exactamente, esto mide lo mismo que esto, entonces he calculado más o menos*
378. Investigadora *¡Qué bien! Estupendo ¿no?*
379. Ana *Es que cortarle los dedos, no iba mal encaminada [risas]*
380. Carmen *Como la mano está un poco girada, la hemos centrado un poco más aquí y más o menos a ojo*
381. Investigadora *De acuerdo*

382. Ana *Y con la espiral, como la yema del dedo mide un centímetro*
 383. Investigadora *¿Sí?*
 384. Ana *Es que me la medí el otro día, no sé por qué, entonces he ido
 midiendo así*
 385. Investigadora *De acuerdo*
 386. Ana *Y mide 40*
 387. Investigadora *¿40?*
 388. Ana *Sí. También me he imaginado un regaliz*
 389. Carmen *De las ruedas esas de regaliz*
 390. Investigadora *Sí, sí*
 391. Ana *Y eso, pues lo estiras pero como aquí no se puede...*
 392. Investigadora *Esa sería otra estrategia, ¿no?*
 393. Carmen *Claro, que si fuese de otro modo...*
 394. Ana *Manipulativo*
 395. Investigadora *Que si fuese esto de alambre, por ejemplo*
 396. Carmen *Claro*
 397. Investigadora *Que si te dan una espiral de alambre*
 398. Carmen *Claro, eso se estira y termina como una línea*
 399. Ana *Y con este [señalando la tarea del cubo] que no sabíamos
 exactamente con lo que se refería a respectivamente y lo hemos
 hecho dando todas las posibles soluciones*
 400. Investigadora *Respectivamente se refiere a cuántas A caben, cuántas B y
 cuántas C*
 401. Carmen *¡Ah, vale!*
 402. Ana *Pues nosotras era para rellenar lo que es la caja entera, eh...
 solamente... o sea, utilizando dos se podía todas las posibles
 soluciones. Pero luego utilizando nada más que una, con el A
 no se puede porque al ponerlo ya aquí arriba nos sobra esta
 parte de aquí*
 403. Investigadora *Entiendo*
 404. Carmen *Hemos dado todas las opciones posibles para completar la
 caja*
 405. Ana *Exacto*
 406. Carmen *Pues nada, sólo con el A no lo podemos rellenar.*
 407. Investigadora *Entiendo*
 408. Ana *¡Ufff! ¡La manita!*

A.2.5. PRODUCCIÓN ESCRITA DE ANA BELÉN



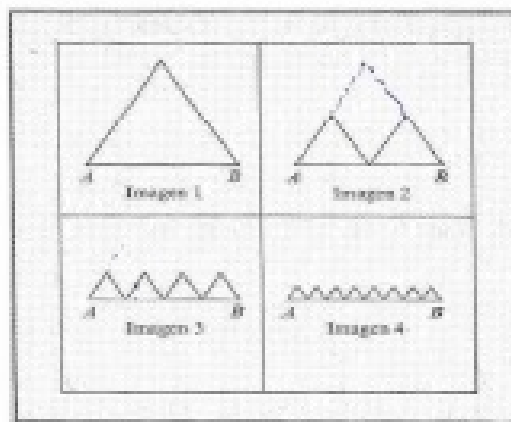
UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

EXPLORANDO LA COMPRENSIÓN DE LA MEDIDA

Nombre: Ana Belén Tejedor Valle

1. ¿Qué puedes decir de la longitud de los perímetros de los triángulos equiláteros de la figura?



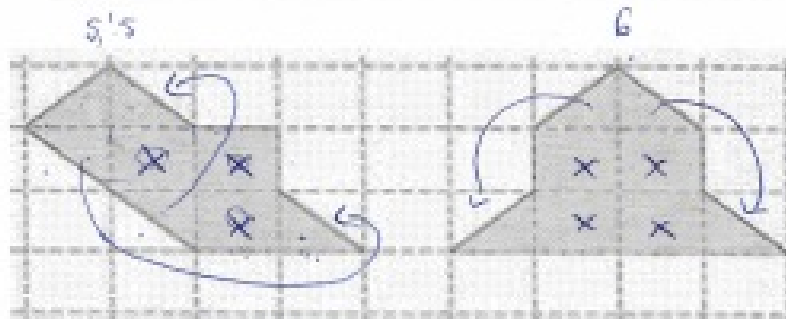
Conclusión:

La longitud de los perímetros es la misma en todos los casos, es como si cogemos una tableta de chocolate, la cortamos en cuadradas y vamos cambiando su forma. La forma cambia, pero su perímetro no.





2. ¿Cuánto mide la superficie de las siguientes figuras?



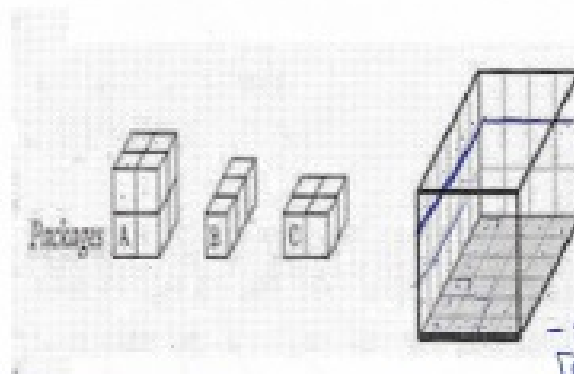
Conclusión:

La primera figura mide 5'5 y la segunda 6. Juntando
con mitades para formar el rectángulo como como
en la primera figura no sobra medio.





3. Calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C, respectivamente.



$$\text{Base} = 4 \cdot 6$$

$$\text{Altura} = 3 \cdot 6$$

$$\text{Un lado} = 3 \cdot 4$$

- si usamos sólo el taco

B necesitamos 24 (8×3)

- si usamos sólo el taco

C necesitamos 18 (6×3)

- si usamos los tacos **A y C**, necesitamos 6 tacos de cada uno para completar la caja.

- si usamos los tacos **A y B** necesitamos 6 tacos del A y 8 tacos del B para completar la caja.

- si usamos los tacos **B y C**, necesitamos 12 tacos del C y 8 tacos del B para completar la caja.

Conclusión:

Tenemos para rellenar la caja 5 soluciones porque con el taco A al ponerse de nuevo, se sale de la caja.

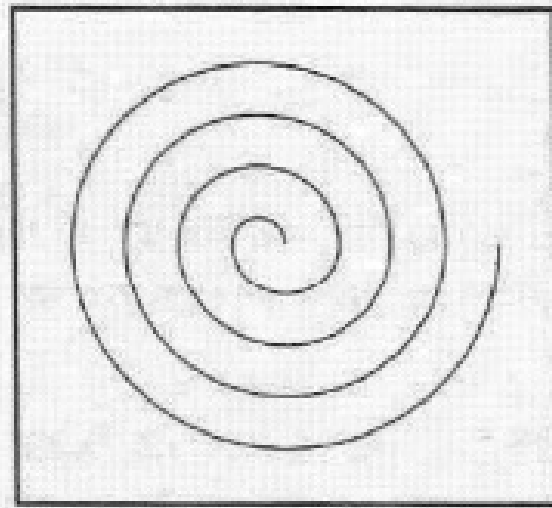




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

4. ¿Cuánto mide la longitud de la espiral?



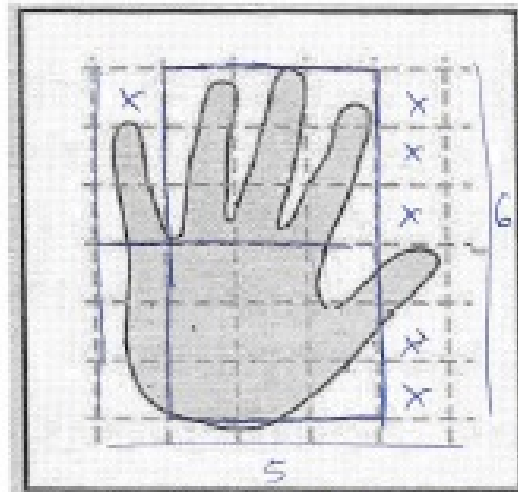
Conclusión:

Si tomamos como referencia la yema del dedo índice que mide ≈ 1 cm, haciendo la espiral, comprobamos que mide alrededor de 40 cm.





5. ¿Cuánto mide la superficie de la mano?



$$6 \times 5 = 30 \text{ cuadrados}$$

$$30 - 6 = 24 \quad \text{''}$$

Conclusión:

Si cerramos la mano vemos como forma un rectángulo donde la palma de la mano es la mitad de la superficie.

Si cogemos como referencia ese rectángulo, basándonos en los rectángulos como medida de superficie, tenemos de altura 6 y de ancho 3, por tanto $6 \times 3 = 18$ rectángulos.

18/30

A.2.6. PRODUCCIÓN ESCRITA DE CARMEN N.



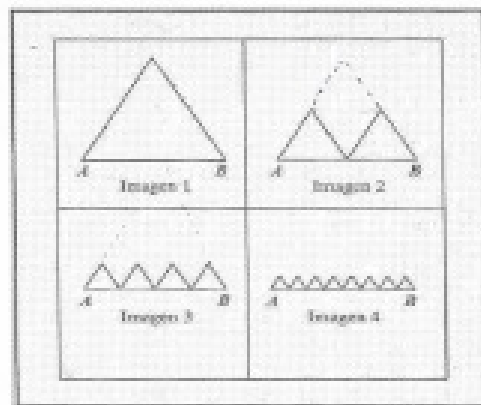
UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

EXPLORANDO LA COMPRESIÓN DE LA MEDIDA

Nombre: ...*CARMEN NEYRA SOTO ARQUILLO*.....

1. ¿Qué puedes decir de la longitud de los perímetros de los triángulos equiláteros de la figura?



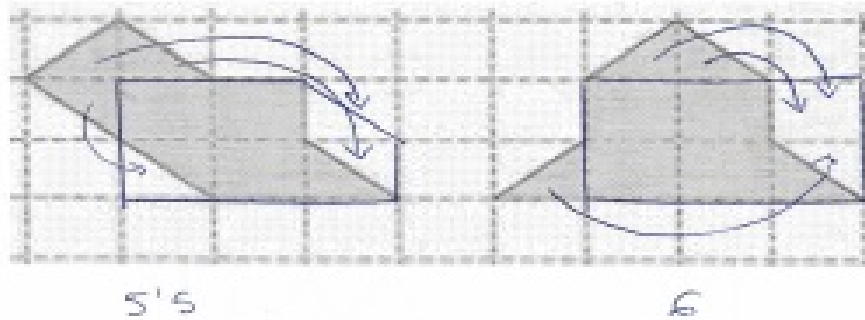
Conclusión:

La longitud de los perímetros es la misma en todos los casos. Es como una tarta; podemos dividirla en dos, cuatro, ocho, pero la tarta seguirá siendo la misma.





2. ¿Cuánto mide la superficie de las siguientes figuras?



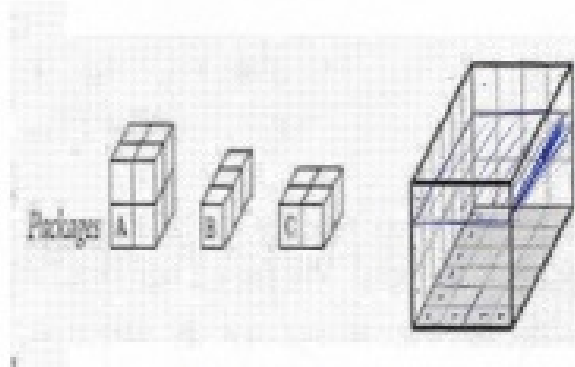
Conclusión: He llegado a esta conclusión juntando los triángulos "sueltos" y usando como medida de referencia los cuadrados.



UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales

3. Calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C, respectivamente.



BASE = ~~12x6~~ 4×6 .

ALTURA = 3×6 .

UN LADO = 3×4

* Si usamos solo usamos packages de B
serian $\frac{24}{(8 \times 3)}$

* Si usamos solo packages de C
serian $\frac{18}{(6 \times 3)}$

* Si usamos A y C = 6 packages de A
6 packages de C.

* Si usamos A y B = 6 packages de A
8 packages de B

* Si usamos B y C = 12 packages de C
8 packages de B.

Conclusión: Tenemos cinco opciones, ya que solo con los packages de A no podemos completar la caja.

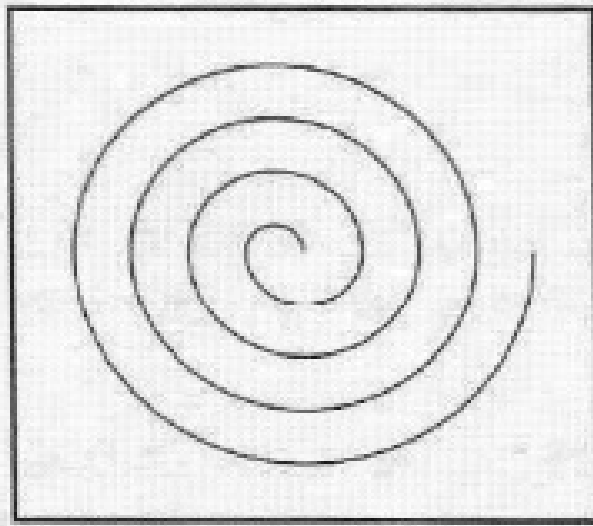




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

4. ¿Cuánto mide la longitud de la espiral?

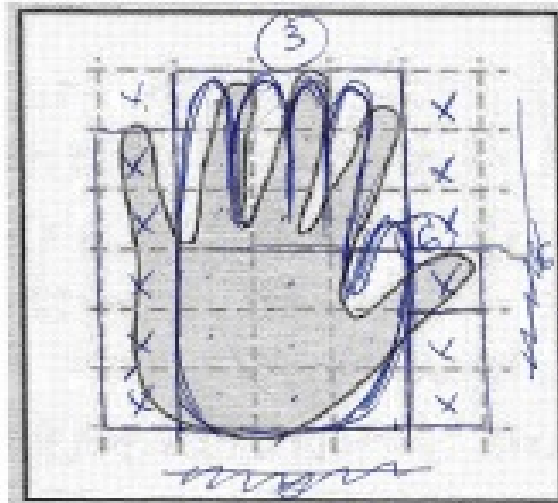


Conclusión: Si tomamos como referencia un dedo índice, serían aproximadamente 40 dedos.
 $1 \text{ dedo} = 1 \text{ cm}$ la longitud sería 40 cm.





5. ¿Cuánto mide la superficie de la mano?



~~6x6 = 36 cuadrados~~

~~3x6 = 18 cuadrados~~

$$3 \times 6 = 18$$

Si cerrásemos la mano ocuparía 18
cuadrados.

Conclusión: No podemos calcular exactamente la superficie, pero aproximadamente son ~~36~~ 18 cuadrados, teniendo en cuenta la mano cerrada (dedos juntos).



A.2.7. TRANSCRIPCIÓN TERCERA FASE. BÚSQUEDA DEL CONSENTIMIENTO CON ANA BELÉN

1. Investigadora *Me comentaste, en la conversación que tuvimos antes de la práctica, que te gustan las matemáticas y que siempre te habían gustado...*
2. Ana Belén *Desde siempre...*
3. Investigadora *Que te iba bien y decidiste estudiar matemáticas. ¿Qué expectativas tenías cuando empezaste la carrera de matemáticas?*
4. Ana Belén *Ufff. Desde el primer día mal [risa suave y floja, nerviosa]*
5. Investigadora *Ya. Pero cuáles eran las expectativas que tenías cuando decidiste estudiar matemáticas.*
6. Ana Belén *¡Ah!, de ser profesora de matemáticas, porque me gustaban y me gustaba también enseñárselas a los niños y hacerles pensar. Pero luego cuando entré en la carrera vi que era totalmente diferente a lo que nos habían enseñado porque siempre nos han dicho “el área de esto es tal y es así porque es así y ya está”, pero nunca nos han dicho el porqué. Cuando llegué a la carrera, era siempre el porqué. Porqué y demuéstramelo, 2 por 2 es 4 pero porqué y no había manera de ver más allá de... a lo mejor porque era a lo que había estado acostumbrada siempre; de esto es así, es mecánico y como todos los ejercicios eran iguales, que es eso también; que nunca me han hecho pensar como aquí, que esto [señalando a la práctica] me lo tomé como un juego, de esto puede ser así no sé qué, pero... las matemáticas a lo largo de mi vida siempre han sido muy mecánico, todo*
7. Investigadora *¿Así? Y tú pensabas que la carrera iba a ser así...*
8. Ana Belén *Sí*
9. Investigadora *Y no fue así*
10. Ana Belén *No, porque no había números por ningún lado, era todo letras...[risas]*
11. Investigadora *Sí, cierto [risas]. Y decidiste dejarlo...*
12. Ana Belén *Sí, bueno, estuve el año entero pero luego en el verano no podía, me estaba agobiando y ya me estaba afectando más allá, y digo mejor me salgo*
13. Investigadora *Ya*
14. Ana Belén *Digo, como lo que me gusta es al fin y al cabo enseñar a los niños, digo pues me meto en magisterio y antes estaba la especialidad de matemáticas pero luego me dijeron que ya no estaba, digo pues inclusión*
15. Investigadora *Entiendo. Bueno, me comentaste también que empezabas la práctica con un poquillo de inseguridad... y decías “no sé, vamos a ver qué pasa”*
16. Ana Belén *Pero yo soy así, siempre*
17. Investigadora *¿Sí? ¿Siempre eres así? ¿Lo dices por costumbre o porque de verdad sentías inseguridad?*
18. Ana Belén *No, de verdad sentía inseguridad porque nunca sé si de verdad lo he hecho bien o no. A lo mejor en el principio puedo decir*

- esto sí, es así pero luego me pongo a pensar, a pensar y a pensar y me lío todavía más y digo es que a lo mejor no es así, es que puede ser de otra forma y es que...*
19. Investigadora *Le das muchas vueltas*
20. Ana Belén *Ajá.*
21. Investigadora *¿Saber que vas a darle muchas vueltas es lo que te produce la inseguridad?*
22. Ana Belén *Sí [ríe suavemente]*
23. Investigadora *[asiente y también ríe]*
24. Ana Belén *Sí, porque creo que ya ninguna respuesta va a estar bien. Es como que al ver los ejercicios a lo mejor la respuesta es tan simple pero a lo largo de mi vida me han enseñado que la matemática es difícil, es complicada entonces cuando me ponen por delante un ejercicio fácil digo “¿en serio es así?”*
25. Investigadora *Dudas, desconfías...*
26. Ana Belén *Digo, ¿no es más difícil? Pero también es por lo que nos han inculcado de...*
27. Investigadora *Y estos años en la carrera, ¿no te han ayudado a cambiar un poco esa visión? ¿No te ayudan las asignaturas de didáctica?*
28. Ana Belén *Sí... pero...*
29. Investigadora *No mucho... ¿Esa inseguridad te acompañó durante toda la práctica? ¿O se fue modificando?*
30. Ana Belén *Al principio fue cambiando, en el primer ejercicio sí estaba segura porque veía que los lados me coincidían y demás igual que en el ejercicio 2, cogí como unidad lo que son los rectángulos y también me fueron coincidiendo porque estaban justo cortados por la mitad, ya si a lo mejor los tamaños hubiesen variado, a lo mejor ya se hubiese complicado más la cosa. Luego ya los demás sí, en los otros dos...*
31. Investigadora *Vale. De esta primera tarea ya hemos hablado, ¿no? Tú lo viste y sabías que eran iguales pero luego intentaste explicarlo, a lo mejor por lo que me comentas, ¿no? Te liaste...*
32. Ana Belén *Sí, ya me lío, me lío...*
33. Investigadora *Te liaste un poquillo...*
34. Ana Belén *Ajá.*
35. Investigadora *Y con la segunda, ¿qué tal? ¿Cómo te sentiste? ¿Cómoda, tranquila? ¿Confiada?*
36. Ana Belén *Sí. Fui encajando las piezas y ya está, fui contando y aquí me sobraba uno y aquí estaba el completo*
37. Investigadora *Vale. Y yo creo que mientras hablaba con Carmen [antes de empezar la práctica] ésta ya la tenías resuelta, ¿no? Porque después de terminar la primera tarea, antes de que empezara con la segunda tú ya sabías lo que había que hacer...*
38. Ana Belén *Y sin leer el enunciado, eso también me pasa mucho... [ríe orgullosa]*
39. Investigadora *Y le dijiste “aquí lo que hay que hacer es esto” y además le dijiste el resultado. “Esto es 5,5 y esto es 6”*

40. Ana Belén *Ríe. También porque en la asignatura del año pasado, de geometría también tuvimos que hacer juegos con piezas así y nada más verlo digo esto tiene que ser así y luego vi la imagen y digo esto es así y luego ya vi el enunciado y digo, pues nada, así será.*
41. Investigadora *Y lo tenías muy claro. Sin embargo, ya sabemos lo que pasa ¿verdad? Que empezaste a dudar, a desconfiar, empezaste a mirarlo y a buscar otra manera de hacerlo. ¿Es por lo que me acabas de comentar? ¿Te parecía muy fácil para considerarla como la solución?*
42. Ana Belén *Sí, porque... bueno, eh, es que en geometría lo hacíamos tomando lo que son los lados, contando los lados pero no me acuerdo exactamente cómo era. Contando algo de los lados pero eso ya era para el área y digo bueno... pero si es la superficie, es el área. No sé ya me lié...*
43. Investigadora *¿Intentabas hacerlo de ese modo?*
44. Ana Belén *Sí, pero luego ya la otra parte ya...*
45. Investigadora *Empezaste a jugar con las longitudes, ¿no? Y a intentar calcularlas...*
46. Carmen *Yo le dije, ya que hemos encontrado un camino vamos a seguir por ahí [ríe] yo soy más de... si encuentras algo, sigue*
47. Ana Belén *Yo no, soy me rayo muchísimo, le doy muchísimas vueltas a las cosas*
48. Investigadora *¿Querías buscar otra forma de hacerlo?*
49. Ana Belén *Sí, pero la que no me encajaba era esta así que dejé esa*
50. Investigadora *Estaba claro para ti, ¿no? Al pasar a la siguiente, ¿te sentías satisfecha con tu resultado y con lo que habías hecho?*
51. Ana Belén *También por la inseguridad y manía que yo tengo al comentarlo con Carmen, pues ella me decía "sí", entonces ya me sentía más segura. Pero si lo hubiera hecho sola, no sé qué opción hubiera puesto.*
52. Investigadora *¿Es posible que te hubieses quedado en la segunda dando vueltas buscando otra forma de hacerlo?*
53. Ana Belén *Sí.*
54. Investigadora *¿Crees que hay otra forma de hacerlo?*
55. Ana Belén *Creo que sí... pero... habrá distintas formas, pero no sé...*
56. Investigadora *Al pasar al siguiente, ¿te sentiste algo satisfecha? O ¿te hubiese gustado seguir buscando? O Carmen te convenció y pasaste al siguiente...*
57. Ana Belén *En estos dos me quedé satisfecha...*
58. Investigadora *¿Contenta?*
59. Ana Belén *En los dos primeros, sí.*
60. Investigadora *¿Qué tal con la tercera tarea?*
61. Ana Belén *Con esta me lié muchísimo con tantos cuadraditos y me imaginé una caja e ir metiendo las piezas de... como la que utilizan mucho los niños de encajar los tacos, pues eso me imaginé entonces fui rellenando los cuadraditos con cada una de ellas y como no sabíamos exactamente lo que nos pedía el enunciado...*
62. Investigadora *¿No estaba muy claro el enunciado?*

63. Ana Belén *Respectivamente... no sabíamos si era con A, con B y con C cada uno por un lado o mezclando lo que es los dos y digo pues vamos a hacer todas las opciones y estábamos de acuerdo las dos en eso y fuimos probando uno por uno. Y con, ¿cuál era? Con uno no... con el A. Con el A no se podía rellenar la caja porque luego al ponerlo a partir de aquí nos sobraba la parte de arriba y no se podía cerrar la caja, con las demás sí.*
64. Investigadora *Vale.*
65. Ana Belén *Se podían todas las opciones... o eso creo.*
66. Investigadora *¿Estás segura o tienes dudas?*
67. Ana Belén *Sí, yo creo que sí. A no ser que me haya equivocado contando los cuadraditos...*
68. Carmen *Siempre piensa que se ha equivocado*
69. Investigadora *¿Y no hay manera de medir utilizando A?*
70. Ana Belén *No sé, no cabe entero... o falta o sobra*
71. Investigadora *¿Podrías partir A?*
72. Ana Belén *Hum . no lo dicen, no lo pone. Si se puede partir, entonces se podría completar sólo con A*
73. Investigadora *En esta tarea, me pareció verte más confundida que en las anteriores... pero, no sé, al terminar, junto con Carmen, dijiste: ¡qué guay!*
74. Ana Belén *Es que ella también al leer la palabra “volumen”...*
75. Carmen *Es que como fue el proceso tan... no largo, pero sí complejo de pensar todo el tiempo*
76. Ana Belén *Cuando yo vi la palabra volumen, digo ¡ufff!, volumen. Digo, ¿qué era eso?, digo bueno... y dejé un poco lo que me pedía lo que es el enunciado y ya fue... me lo tomé como un juego, me imaginaba yo en mi cabeza y metiendo la caja, las piecitas y ya está*
77. Investigadora *Lo tenías claro, pero las dudas volvieron, dudaste otra vez*
78. Ana Belén *Sí, siempre*
79. Investigadora *Te enredaste un poco, pero al terminar ambas decís “qué guay”. ¿Qué querías decir?*
80. Ana Belén *Estaba contenta*
81. Investigadora *¿Terminaste satisfecha?*
82. Ana Belén *Sí, con esta también*
83. Investigadora *Y además te aseguraste, revisaste tu respuesta. ¿Hacías esto siempre que resolvías un problema? ¿O en un examen?*
84. Ana Belén *Sí, lo repaso, lo repaso y más me liaba y al final me tenía que dejar y llevar siempre con la primera opción que tomaba*
85. Investigadora *¿Aquí hiciste eso o te aseguraste?*
86. Ana Belén *Sí. Me aseguré, lo que pasa es que Carmen es más de hacerlo y punto y yo soy más de hacerlo y revisarlo y re-revisarlo otra vez y... pero bien, ése bien.*
87. Investigadora *Vale. Y de este ¿qué? ¿Qué me cuentas del cuarto?*
88. Ana Belén *Ese lo vimos y digo, ¡ufff! ¿Cómo puedo yo medir la longitud de esto? Digo, si es una espiral, con curvas. Digo, no hay*

manera... digo vamos a ver el otro. Cuando vimos el otro, digo, vamos a volver de nuevo al otro ejercicio y se me ocurrió como en la prácticas de infantil tomaban como unidades los pulgares, las manos, del codo a la mano, los pies, también, pues se me ocurrió con los deditos y como en mi piso tuve que medir algo y justamente el pulgar lo que es la yema del dedo me medía un centímetro, pues digo ya está. Y lo hice así, lo fui poniendo así, daba 40 y listo. Pero es aproximadamente, porque la medida exacta sería en dedos

89. Investigadora *Yo vi en el vídeo que el dedo número 40 no cubría totalmente el trozo que te faltaba...*
90. Ana Belén *¿Eso se veía?*
91. Investigadora *Sí. Y tú dices ¡40!*
92. Ana Belén *[Ríe] porque ya al poner el otro se me... a parte que no fue exacto porque se me movían así al ponerlo no me...*
93. Investigadora *Pero tú no pones aproximadamente en tu respuesta, ¿no? Si hubieses puesto aproximadamente, sería más real ¿no crees? Por otro lado, asumes que tu dedo mide un centímetro pero porque lo sabías, estabas segura de ello*
94. Ana Belén *Sí porque lo comprobé en el piso, ahora mismo no me acuerdo con qué pero sí*
95. Investigadora *¿Qué sentiste al terminar esta tarea?*
96. Ana Belén *Bien porque se me ocurriese algo, porque tampoco soy de dejar los ejercicios en blanco, al menos por arriesgarme tampoco voy a perder nada porque no me van a quitar puntos ni...*
97. Investigadora *¿Y si hubiese sido un examen?*
98. Ana Belén *También... si no me dicen si lo tienes mal te quitamos un punto, yo por intentarlo sí. Porque nunca se sabe si a lo mejor lo tienes bien...*
99. Investigadora *Cuando viste este ejercicio, viste la espiral ¿sabes lo que hiciste? ¿Lo recuerdas? Empezaste a reír, te reíste muchísimo*
100. Ana Belén *[Ríe]*
101. Investigadora *Mirabas a Carmen y te reías mucho. ¿Sabes por qué? ¿Estabas nerviosa?*
102. Ana Belén *No me acuerdo porqué me reía, ¿con la espiral? No me acuerdo. Quizás porque me imaginaba como una rueda de churro o un alambre y tiraba de un lado y lo estiraba*
103. Investigadora *Esa era otra estrategia, ¿no? Me la comentaste*
104. Ana Belén *Sí.*
105. Investigadora *Me hablaste del regaliz...*
106. Ana Belén *Es verdad, el regaliz. Pero luego también pensé con plastilina, poniéndolo con plastilina y también en mi piso pensando porque salí súper rayadísima, digo también como si fuera un muelle donde van formando círculos pero abiertos*
107. Investigadora *¿Un muelle es como una espiral?*
108. Ana Belén *No, porque en el muelle todos los círculos miden igual, en este no*
109. Investigadora *¿Círculo o circunferencia?*
110. Ana Belén *Circunferencia [ríe avergonzada]. Pero en el muelle sería hallar lo que es el área, pi por erre al cuadrado, creo que era y*

- multiplicarlo tantas veces como vueltas daba. Pero claro, en el muelle todos los círculos son iguales, digo pero aquí no*
111. Investigadora *Buscabas una solución distinta*
112. Ana Belén *Buscando otra solución diferente a la que había pensado en clase*
113. Investigadora *A la que hiciste, ¿no? Porque en clase tenías dos, la que hiciste midiendo con tu dedo y la del regaliz*
114. Ana Belén *En clase eran el dedo y el regaliz, pero como no tenía nada manipulativo, pues ya está la única forma que me queda es con el dedo*
115. Investigadora *Luego se te ocurre utilizar una fórmula, ¿no? ¿Quizás te gustaba más?*
116. Ana Belén *Sí, pero tampoco se me daba el radio. Era para tener una longitud exacta, algo exacto sí o sí*
117. Investigadora *Pero si no te dan el radio, no te dan datos, ¿sería posible?*
118. Ana Belén *Pues, tomando como referencia el dedo...*
119. Investigadora *Lo que hiciste, ¿no?*
120. Ana Belén *Sí...*
121. Investigadora *¿Cómo te sentiste?*
122. Ana Belén *De acuerdo y por otra parte no, porque yo digo esto tiene que tener algún truco por algún lado. Yo siempre pienso eso. En este ejercicio digo tan difícil no tiene que ser, tiene que ser más fácil de lo que yo creo*
123. Investigadora *Pero también dices: “Eso no se puede hacer” antes de empezar con tu dedo, después de plantear lo del regaliz*
124. Ana Belén *Dije que era imposible porque, claro, al leer directamente lo de mide la longitud, digo, vale. Si tuviese una línea, cojo la regla, la mido y ya está. Pero ahora la espiral ¿Cómo hago yo con la regla para medir? [risas]*
125. Investigadora *¿Era ésa la dificultad?*
126. Ana Belén *Pero con la plastilina, se lo comenté después a Carmen, con la plastilina cada vez la puedes ir haciendo más grande y la vas colocando. Lo mismo que con el regaliz*
127. Investigadora *Claro, es lo mismo*
128. Investigadora *¿Qué tal con la última? ¿Cómo te sentiste?*
129. Ana Belén *Ahí no había manera. Ahí no estaba de acuerdo con Carmen porque ella me decía “mira quitamos los cuadraditos estos que son los que sobran” y también quitaba, por ejemplo quería quitar éste. Digo, pero es que aquí aunque sea también lo cubre un poquito, igual que este, igual que aquí que también decidimos de quitarlo. Yo me miraba mi mano y miraba el papel, digo es que la veo doblada y me miraba otra vez mi mano y en un momento hice así yo sola y digo ¡Anda! Digo “esto es lo mismo que si lo tenemos así” la superficie no va a cambiar y me imaginé un rectángulo quitando, cortando y ella me decía “¡pero cómo vas a cortar el dedo pulgar, pero cómo!” y al final pues...*

130. Investigadora *Al final lo hiciste, ¿no? Lo cortaste y obtuviste un rectángulo ¿no?*
131. Ana Belén *Sí, y aproximadamente, pues pusimos... 18 cuadrados ¿no? ¡Rectángulos!*
132. Investigadora *En este caso, cuando empezaste viste la mano y dijiste “¡Dios mío!”*
133. Ana Belén *Risas*
134. Investigadora *¿Qué significa? ¿En qué situaciones dices esa frase?*
135. Ana Belén *Claro, porque yo al ver la mano digo “¡ah! Mira, es como el primer ejercicio... el segundo ejercicio. Digo, pero claro aquí la superficie es rectángula y los dedos son curvas. Digo, aquí no sirve este trozo lo coloco aquí y esto no sé qué porque no va a... no va a encajar con la superficie que hay. Pero...*
136. Investigadora *Ya, entiendo. Y antes de llevar a la práctica tu estrategia de cerrar la mano, quitarle los dedos, completar rectángulos y tal... me lo acabas de decir; tú decías, cuando Carmen planteaba “quitamos este, quitamos este...” y tú le decías “no me convence porque yo soy muy cabezota”...*
137. Ana Belén *Claro, no me convence porque yo... [risas]. No no me convencía porque quitábamos estos de aquí, pero luego ¿cómo lo dije? Tampoco este es que esté entero relleno, ni este, ni este. Los únicos que están rellenos enteros son estos, entonces... tampoco. Es que no sé, me estoy liando otra vez*
138. Investigadora *No te líes, si está muy bien. Sólo quiero que me aclares algunas cosas, por ejemplo, ¿qué significa que seas cabezota?*
139. Ana Belén *Que le doy muchas vueltas a las cosas. A todo*
140. Investigadora *No te quedas satisfecha al principio y terminas liándote mucho, ¿es eso?*
141. Ana Belén *Sí, cada vez me voy liando más. Pero bueno, al final me convenció la imaginación que tuve que no sé ni cómo me salió esa imaginación, fue mirándome la mano en un momento hice así con los dedos y digo ¡uy! ¡A lo mejor es así!*
142. Investigadora *¿Encontraste la respuesta?*
143. Ana Belén *Sí, me convencía más que la que me decía ella*
144. Investigadora *También dijiste ¡he descubierto las Américas!*
145. Ana Belén *Risas*
146. Investigadora *¿Qué sentías?*
147. Ana Belén *Estaba muy contenta porque es eso que también ha dicho Carmen que siempre nos han dicho “esto tiene que ser así, esto tiene que ser así” o no sé qué pero aquí como que nos dejaba libertad para hacerlo como quisiéramos y entonces... a mí es que esos juegos me encantan*
148. Investigadora *¿Era una expresión de alegría, no? ¿Y orgullo?*
149. Ana Belén *Sí, también [risas]. Me lo pasé súper bien, me lo pasé bien, me quedé con gAna Beléns de hacer más, la verdad...*
150. Carmen *En ningún momento se nos dijo “tenéis que hacerlo bien”, simplemente “haced esto”, como sea. Esa es la diferencia con otras veces que hemos tenido que hacer algún trabajo o pruebas o exámenes en muchos casos era eso*
151. Ana Belén *Desarrollando la creatividad*

152. Investigadora *La presión juega en tu contra, ¿quieres decir eso? Que cuando te sientes presionada no...*
153. Carmen *Claro, es que depende de que el resultado esté bien y no que tú hayas hecho el esfuerzo de hacer algo para resolverlo. Entonces cuando el resultado es lo que importa, al final el proceso sale peor. Es lo que yo he observado*
154. Ana Belén *Sí*
155. Investigadora *¿Y por qué crees que es así? ¿Qué crees que pasa?*
156. Carmen *Pues no sé, es que es como que vivimos en un mundo en el que nos exigen la perfección en todo, tanto en nosotras mismas como en lo que hacemos. Entonces cuando tú te sales de eso ya está mal, que no tendría por qué estar mal pero la sociedad es así, entonces cuando a un niño lo suspenden y es porque a lo mejor un problema ha hecho...*
157. Ana Belén *Sí, el profesor a lo mejor no se pregunta nunca el porqué ha podido suspender ese niño, sino...*
158. Carmen *Siempre va a ser la culpa del niño*
159. Ana Belén *Si no, “¡ah! Ha suspendido porque le falta estudiar. Si quiere sacar más nota, que estudie más*
160. Carmen *Entonces, claro, hemos sido educados en... como si fuésemos máquinas, ¿no? Esa alienación de ese capitalismo que hay y todos somos máquinas, todos tenemos que entrar por el mismo sitio y todos debemos hacer las mismas cosas y hacerlas bien. Cuando no es así pues... qué pasa, que el resultado de eso es pobre porque no es lo mismo cuando tú haces algo por iniciativa propia, porque tú quieres o porque estás motivado o simplemente porque nadie te dice que si no lo haces bien te vaya a pasar algo. No es el mismo resultado. A mí me pasa continuamente, yo ehhh, por ejemplo, leer un libro, no es lo mismo que tú elijas un libro que a lo mejor no te gusta, pero empezar a leértelo porque lo has elegido tú, que cuando te dicen “tienes que leerte esto en esta semana, vas a hacer un examen de este libro”. A lo mejor el libro es una maravilla...*
161. Ana Belén *Claro, la motivación*
162. Carmen *A mí me ha pasado muchas veces de leer un libro y decir “es que no quiero seguir leyendo”*
163. Ana Belén *No es lo mismo hacer algo porque a ti te apetezca que por obligación*
164. Carmen *Todo parte porque, ehhh, como usted nos dijo: “¿Alguien quiere voluntariamente ayudarme con una tarea?” entonces cuando tú levantas la mano...*
165. Ana Belén *Y siendo matemáticas, digo ¡vamos, vamos! ¡Yo quiero, yo quiero! Si hubiese sido otra asignatura, desde luego... a lo mejor yo no salgo de voluntaria, pero de matemáticas... después digo ¡uff! A saber a lo que me tengo que enfrentar, ya luego me creé yo mi propia duda, pero digo ya que he dado el paso, ya me quedo ahí*

166. Investigadora *¿Y qué tal? ¿Terminaste contenta?*
167. Ana Belén *Sí, terminé contenta pero no satisfecha porque sigo teniendo dudas, quiero saber las respuestas. Si tiene respuesta o no*
168. Investigadora *¿Incluso después de esta conversación? ¿No estás más tranquila? Tus procedimientos están muy bien, tus respuestas son correctas*
169. Ana Belén *Sí, pero creo que tiene que haber algo más exacto [risas]*
170. Investigadora *¿Así?*
171. Ana Belén *Sí, no sé...también lo hablé con mi compañera de piso que tiene la carrera de matemáticas y me dijo que sí que lo que yo había puesto tenía sentido, que estaba bien, ella tampoco me dijo ninguna solución exacta*
172. Investigadora *Esa solución exacta que tú estás buscando, a lo mejor no existe. ¿Lo has pensado?*
173. Ana Belén *Sí, ya, por eso ya me quedé más tranquila, si ella me dice que no, le creo más a ella que a mí misma*
174. Investigadora *Tu procedimiento es correcto. Vuestro razonamiento es adecuado...*
175. Ana Belén *Más soluciones sí tiene que haber, pero ya está yo lo vi ya así con la manita cerrada*
176. Investigadora *Procedimientos hay más...*
177. Carmen *Claro, se puede hacer de formas distintas, porque si tú lo haces de una manera u otra te puede dar un resultado distinto, pero...*
178. Investigadora *Dependiendo también de la unidad que tomes, porque si tú tomas como unidad el rectángulo el resultado será distinto que si tomas otra unidad*
179. Ana Belén *Claro, pero como estaba dividido así...*
180. Investigadora *¿Es más fácil?*
181. Ana Belén *Sí*
182. Carmen *Claro*
183. Investigadora *Quédate tranquila que lo has hecho genial*

A.2.8. TRANSCRIPCIÓN TERCERA FASE. BÚSQUEDA DEL CONSENTIMIENTO CON CARMEN N.

1. Investigadora *¿Recuerdas la conversación que tuvimos antes de la práctica? Me comentaste que te mostraron mal las matemáticas, en el instituto eran algo inalcanzable, ¿verdad?*
2. Carmen *Sí*
3. Investigadora *¿Qué sentías cuando tenías que resolver un problema? Teniendo en cuenta esa idea que tenías*
4. Carmen *Me costaba más a priori, ¿no? Porque yo tenía una imagen de que aquello a lo que me iba a enfrentar iba a ser demasiado complicado para lo que yo entendía. Yo lo comparaba, sobre todo en bachillerato, porque yo en cuarto de la ESO, yo tenía una profesora, ahora que estoy estudiando para ser profesora... o sea, ¡fatal! Era una persona que no hacía lo que le gustaba, al menos esa era la imagen que tenía, además nos trataba muy mal y suspendíamos la mayoría de la clase y de*

hecho me tuve que apuntar a una academia para matemáticas porque no ... es que no entendía, suspendía los exámenes pero con un cero y 25, cero y medio. Me apunté a la academia, encontré una profesora que, la verdad, me enseñaba súper bien y conseguí aprobar pero tampoco con unas notas... porque ponía los exámenes muy complicados y sin embargo, pasé a bachillerato y sin academia y sin nada y sacaba sobresalientes teniendo otra profesora distinta y en teoría bachillerato sería un nivel un poco más superior que cuarto de la ESO. Aún así yo no estaba muy confiada todavía, aunque me salía bien matemáticas decidí en segundo quitármelas y tire para historia del arte y tal que me gusta más esas cosas, pero no sé... no es tanto lo difícil que sea algo o un tema o un curso sino como te lo presentan porque yo viví la experiencia esa de que estando en un curso inferior tenía que ir a una academia y luego en un curso superior con contenidos distintos no la necesitaba y sacaba buenas notas

5. Investigadora *¿Cómo te sentías en una y en otra?*
6. Carmen *Pues en cuarto de la ESO era fatal y sin embargo cuando empecé... porque yo hice el primer examen, lo recuerdo de bachillerato como diciendo seguro que voy a suspender o voy a sacar una nota así y cuando vi que saqué creo que fue un 8 y algo o un 9, dije la profesora se ha equivocado o algo y lo vi y digo, jolín pero si lo he hecho bien y lo he hecho yo sin ayuda externa digamos, estudiando y yendo a clase*
7. Investigadora *¿No esperabas esas notas?*
8. Carmen *No, no lo creía. Pero aún así, pese a sacar esas buenas notas no era yo capaz de continuar matemáticas en segundo por si me tocaba otro profesor y ya no iba a ser igual*
9. Investigadora *¿Cómo te sentías cuando tenías que hacer un examen? ¿Y la noche antes del examen? [ambas ríen]*
10. Carmen *Es que, claro, a mí siempre me ha pasado, que como soy más de letras, o en teoría, como que me han inculcado que soy más de letras eh, si yo estudiaba para un examen, como estaba segura de lo que había estudiado, no había aprendido de memoria, estaba segura de ello pero con matemáticas siempre tenía la incertidumbre, por mucho que yo estudie, por mucho que yo sepa hacer todos los ejercicios que hemos hecho en clase, no sé qué me va a caer en el examen, porque si te preguntan... yo qué sé, algo de historia... segunda guerra mundial, tú te has estudiado toda la segunda guerra mundial, te puedes quedar en blanco pero es lo único que te puede pasar. Sin embargo un ejercicio que tú has dado, yo qué sé, fracciones y ahora te... no sabes cómo avanzar, entonces... era un miedo realmente de no saber qué me iba a encontrar en el examen. La verdad que lo pasaba un poquito mal, la verdad es que sí*
11. Investigadora *Y cuando viste los ejercicios de esta práctica, tú me dijiste que*

- te parecían sencillos, ¿no? No te parecieron complejos...*
12. Carmen *La primera página sí [risas] ya conforme fui viendo con Ana, algo más ya dije ¡uy! Ya no era tan sencillo, pero la primera sí*
13. Investigadora *La primera sí, ¿no? Por ese primer vistazo, tú ibas tranquila, te sentías bien, cómoda, ¿verdad? A lo largo de toda la práctica, ¿cómo fue?*
14. Carmen *No sé, nos dio la sensación a Ana y a mí que, como el grado de dificultad conforme pasaban las páginas era mayor, a lo mejor no era tan difícil la solución como el proceso que tenías que hacer para eso. Entonces, el primero lo ves muy fácil porque en realidad es la misma figura pero como que dividida en más partes, pero conforme vas pasando las páginas era como... y ahora ¿qué tengo que hacer aquí? También a lo mejor, estábamos más cansadas ¿no? De tanto pensar y como que al final ya no sabemos qué hacer, pero con... al principio era más fácil, sobre todo la primera actividad era más fácil*
15. Investigadora *¿Tus sentimientos se iban modificando a medida que ibas avanzando?*
16. Carmen *Sí, porque las dos últimas preguntas que era la de la espiral y luego la última que era la de la mano, que las dos teníamos como puntos de vista diferentes para hallar la respuesta y claro, como yo decía una cosa y ella veía otra, yo ya no estaba segura si lo que yo estaba diciendo estaba bien o si lo de ella. Porque claro, no sabíamos la respuesta ni sabíamos si estábamos a lo mejor las dos equivocadas posiblemente. Entonces ya era: dudo de mí, dudo de lo que dice mi compañera, y digo yo no sé esto cómo se hace*
17. Investigadora *Claro*
18. Carmen *Pero sí era como que, creo que me he confiado mucho al principio porque lo veía sencillo pero ya he pecado de confiarme y ya no sé hacer esto*
19. Investigadora *¿Qué te iba pasando? ¿Te sentías más confundida? ¿Tenías más dudas? ¿Menos confianza?*
20. Carmen *Sí, porque cada vez que... un problema y lo hablábamos, que si cerramos la mano, que si la partíamos por la mitad que si quitábamos un cuadrado, entonces ... pero cuando ya al final acepté su modo de verlo porque lo vi mucho más lógico que... bueno más exacto y era como que me quedé más tranquila porque dije mira, lo hemos resuelto, no sé si estará bien pero por lo menos hemos llegado a una conclusión*
21. Investigadora *Ajá. Y al terminar, ¿cómo te sentiste?*
22. Carmen *Contenta, satisfecha. Porque eso me pasa siempre, cuando algo se me quede a medias me pone muy nerviosa, tengo... a lo mejor no está bien lo que he hecho pero... yo por ejemplo no soy nunca de dejar en un examen una pregunta en blanco o en un tipo test. Qué es lo que pasa, que a lo mejor lo pones y digo no tenía que haber contestado porque me han quitado un punto pero es como si ¿y si está bien? Siempre soy de terminar*
23. Investigadora *Vale. La primera estuvo muy bien, ¿verdad? Sin ningún problema. La viste sencilla, fue mirarla y saber qué hacer,*

- ¿verdad? Tú me lo comentaste: el perímetro es el mismo en todos los casos. Es como una tarta, podemos dividirla en dos, cuatro, ocho, pero la tarta seguirá siendo la misma*
24. Carmen *Sí. Yo lo vi así, como si hubiésemos partido una tarta en distintos trozos y los hubiésemos colocado en línea continua*
25. Investigadora *Vale. Pero estamos hablando de los perímetros, ¿no?*
26. Carmen *Risas tímidas*
27. Investigadora *Vamos a aprovechar que también está Ana porque quería comentarles una cosita. Fíjate, vamos a suponer, porque tú hablabas de tarta y tú de chocolate...*
28. Carmen *Teníamos hambre a esa hora [risas]*
29. Investigadora *Bueno...*
30. Ana *Pero ahora no me queda tan claro...*
31. Investigadora *Entonces dices es como si una tableta de chocolate, yo lo veo más fácil que una tarta porque quizás al ser redonda podría ser más complejo, ¿vale? Vamos a suponer que tenemos esta tableta de chocolate y tenemos 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1. ¿Vale? ¿Sí? ¿Qué pasa si yo hago esto?*
32. Ana *Eso es lo que yo hice*
33. Investigadora *Y dices que es lo mismo ¿no? 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. 1, 2, 3, 4, 5, 6...*
34. Ana *Sí, porque...*
35. Investigadora *¿No? ¿Es lo mismo?*
36. Carmen *Claro, es como que lo hemos dividido y lo hemos puesto de otra forma*
37. Investigadora *Estamos hablando del perímetro, ¿qué es el perímetro?*
38. Ana *La suma de los lados*
39. Investigadora *La suma de las longitudes de los lados, vale*
40. Carmen *Ajá, entonces...*
41. Investigadora *¿Es lo mismo?*
42. Ana *Claro, 8 por 1 y 4 por 2 son 8*
43. Investigadora *1, 2,12*
44. Carmen *Aquí hay 24*
45. Investigadora *¿Y aquí hay 24?*
46. Carmen *Bueno, no... no sé*
47. Investigadora *¿Las contamos? 1, 2, ...18*
48. Ana *¡Ah, 18!*
49. Carmen *Yo pensaba que era el doble, claro porque este lado con este lado, se unen*
50. Ana *¡Claro!*
51. Investigadora *Claro, está esto, ¿verdad?*
52. Ana *Sí. Se vuelve a formar otro lado más*
53. Carmen *Claro*
54. Ana *No es el doble*
55. Carmen *claro*
56. Investigadora *Yo creo que hay una confusión con el área*
57. Carmen *¡Claro! Porque el área sí sería la misma, lo de dentro digamos,*

- el chocolate*
58. Investigadora *Exactamente*
59. Carmen *Pero no los lados de la tableta o del chocolate*
60. Investigadora *Eso es, ¿lo ven?*
61. Carmen *Sí. Entonces no era tan fácil [risas]*
62. Investigadora *¿No crees que tu respuesta sea correcta?*
63. Carmen *Si me hubieran pedido el área, sí, pero... claro*
64. Investigadora *¿Tú crees que el área es la misma en estas figuras?*
65. Carmen *Tampoco*
66. Investigadora *A ver, vuestra respuesta es correcta. Es decir, el perímetro es el mismo pero la razón no es la que plantean*
67. Ana *Nosotros lo que hicimos era, por ejemplo, quitar este lado y ponerlo aquí y este lado ponerlo aquí y ya tenemos el primero y con el resto más de lo mismo*
68. Investigadora *Efectivamente, eso es*
69. Ana *Pero ya no sé cómo llegamos ni a la tarta ni al chocolate*
70. Investigadora *Ahí empezó la confusión, ¿no?*
71. Carmen *Claro, porque nosotras dibujamos esto, ¿no? como completar la figura colocando lado con lado entonces no pasaría nada porque no se aumenta la cantidad. Pero intentamos encontrar una respuesta a lo mejor más simple o más visual como una tarta o un chocolate para explicarlo y ahí cambiamos el sentido y la versión*
72. Investigadora *Claro, entiendo, pero vuestro procedimiento y la respuesta son correctos, lo que pasa es que hubo confusión entre área y perímetro y la relación entre ellos*
73. Carmen *Y también intentar simplificarlo. En ese proceso de simplificar algo para ponerlo con un ejemplo ya hemos confundido de perímetro a área*
74. Investigadora *Pero que lo que han hecho está bien. Lo que pasa es que la analogía no era la correcta. Si te parece vamos a seguir, ¿qué tal con la segunda? ¿Cómo te sentiste?*
75. Carmen *Esta también me parecía sencilla porque, bueno... la verdad que si esto lo hubiese hecho a lo mejor en primero o segundo de carrera no... me hubiese quedado bloqueada pero como el año pasado dimos en geometría, dimos el plano y la cuadrícula esa y estuvimos dos horas haciendo cosas y traslaciones y ya como que en mi cabeza eso lo asimiló y cada vez que veo algo así digo bueno pues tengo que completar y por eso llegamos las dos a la misma conclusión porque lo vimos en clase*
76. Investigadora *Salió rápidamente, ¿verdad? Me pareció verte cómoda, segura, tranquila*
77. Carmen *Sí, porque es muy fácil de ver cómo un triángulo... o sea por ejemplo este triángulo de aquí encajaría aquí si lo giras, se veía a simple vista fácil. Además yo lo dibujé encima como que esto quedaría como un rectángulo y le faltaría un trocito por eso el 5 como 5 y este sí sería entero, como para ver las dos figuras que son diferentes que serían iguales más o menos*
78. Investigadora *Tu respuesta es 5 con 5. ¿Cuál era tu unidad?*
79. Carmen *Los rectángulos estos de aquí, ¿o cuadraditos?*

80. Investigadora *Parecen más bien rectángulos, ¿no? Vale.
¿Y la otra?*
81. Carmen *¡Ufffff!*
82. Investigadora *La tercera, ¿qué tal? ¿Por qué dices “ufff”?*
83. Carmen *[risas] porque nos surgían dudas de... como era “respectivamente” pensábamos con A, con B y con C y conforme íbamos haciendo con cada uno, llegamos a la conclusión de que con A no se podía llenar entero porque claro como tiene altura de 2 y este es de 3, si no recuerdo mal, ¡sí! Pues como que la parte de arriba no se podría llenar con esto, entonces...*
84. Investigadora *Ajá, pero esa idea no la has puesto en las conclusiones, ¿no?*
85. Carmen *¿Dónde? Aquí está... si con los de A no podemos completar la caja...*
86. Investigadora *¡Ah, vale!, cierto, aquí está*
87. Carmen *Entonces, eh, como veíamos que con ese no podíamos creo que pusimos eh, ya las combinaciones. Llegamos a pensar si usamos sólo A no podemos completar la caja entonces usamos A con C que sí es pequeñito de altura, entonces sí podemos llenarlo, eso nos llevó a pensar otra vez que con B podríamos también llenarlo porque también tiene la misma altura que C. Y empezaron a surgir combinaciones y dijimos, bueno vamos a probar sólo con B que sí se puede y sólo con C que también, y ya pusimos ahí un caos de cosas que*
88. Investigadora *Pero la resolviste, ¿no?*
89. Carmen *Sí, la resolvimos bien y ... y no sabíamos si era la respuesta que nos pedían porque como a lo mejor se refería sólo con A, con B y con C pero nosotras dijimos todas las posibilidades*
90. Investigadora *¿Para asegurarte?*
91. Carmen *Sí, porque era como que ya que habíamos llegado a ese pensamiento de combinar la A con las otras, porqué no, así...*
92. Investigadora *Para asegurarte...*
93. Carmen *Sí, para completar la caja*
94. Investigadora *¡Ah! Para completarla. Y también; aquí, lo que haces, fíjate. Te dan tres unidades y efectivamente, había que decir cuántas unidades de A caben, cuántas de B y cuántas de C. Pero aquí tú has cogido otra unidad, el cubo chico, ¿no?*
95. Carmen *No. Hicimos... del cubo grande de cuánto es, ¿la base de esto? Serían cuatro por seis*
96. Investigadora *Claro, pero ahí, para dar esa respuesta de cuatro y seis tú estás tomando como unidad un cubito pequeñito, ¿no?*
97. Carmen *Sí [voz muy baja]*
98. Investigadora *Es decir, que aquí tienes hasta cuatro unidades distintas, ¿no?*
99. Carmen *Claro, las unidades de esto y las unidades... sí...*
100. Investigadora *¿Por qué lo hiciste?*
101. Carmen *Porque, como para... lo hicimos entre las dos... para cerciorarnos de que... cuántos cuadraditos había en la caja*

- porque como la visión es un poco.... tiene muchos cuadraditos pues ya para saber que si era 4 por 6, pues con la base de 4 con A pues ocuparía ese espacio*
102. Investigadora *Claro, vale. Cuando ya estaban terminando, tú dijiste “¡qué guay!”*
103. Carmen *Sí, porque... [risas] porque... lo hice totalmente sin darme cuenta, eso porque al grabarlo te das cuenta. No sé, sería la satisfacción de que... la que hemos liado para llegar a una respuesta y que al final nos ha salido bien. Porque muchas veces cuando te lías tanto haciendo algo y salen un montón de posibilidades, es como no llegar a ninguna respuesta y como llegamos a una solución, es como...*
104. Investigadora *¿Estabas contenta?*
105. Carmen *Sí, es como ¡Qué guay! Que no nos hemos perdido*
106. Investigadora *Sí, sí...*
107. Carmen *Pues no lo recuerdo, no recuerdo haberlo dicho, pero es muy típico en mí, sí [risas]*
108. Investigadora *[risas]*
109. Carmen *Siempre digo algo así cuando me siento bien, satisfecha, puede ser [risas]*
110. Investigadora *Genial, estupendo. Y la cuarta... ¿Cómo te sentiste?*
111. Carmen *Yo esta, sinceramente al principio no la vi [risas]. De hecho... se verá en el vídeo, que estábamos las dos en esta página... y dijimos lo típico cuando vemos un examen, ¡uy esta pregunta! La dejo para el final, pasamos a la otra y dijimos ¡uy, mejor volvemos para atrás porque es todavía peor!, [risas], entonces lo estábamos comentando antes de venir. Así que digo vamos a pensar un poquito más que si esta es más fácil que la otra, podremos... entonces ya me dijo ella, que juntando los dedos pues podría completarse, y yo dije pues sí pienso igual porque es que no se me ocurre otra idea. Y no sé, otra cosa que podría hacer si tuviésemos herramientas para hacerlo que no fuese como ahí que teníamos un boli y los dedos, pues con una cinta métrica, de estas de costura como ponerla de alguna forma para que hiciese la espiral y luego ya ponerla como si ya te da... ponerla en línea recta sí se podría medir en centímetros. Pero claro, sin eso pues más o menos a ojo*
112. Investigadora *Pero mediste, ¿no?*
113. Carmen *Eh... sí, suponiendo que nuestros dedos midan un centímetro más o menos, lo que es la yema, pues serían 40 centímetros [risas]*
114. Investigadora *¿Tienes dudas porque es una aproximación? ¿Cuál crees tú que es más exacto? ¿40 centímetros o 40 dedos?*
115. Carmen *Ehhh... hombre, más exacto de... o sea lo que hemos seguido han sido 40 dedos porque es verdad que mide 40 dedos. 40 centímetros es aproximado, igual que aquí que un dedo es un centímetro. Entonces, siendo sincera, serían los 40 dedos, pero claro...tú pones eso en un examen o si alguien te pregunta cuánto mide la ventana no vas a decir mide 5 manos, quedaría feo porque la unidad estándar es la que es*

116. Investigadora *¿Y si no has utilizado una unidad estándar?*
117. Carmen *Entonces ya 40 pues dedos, porque es con lo que yo lo he medido, eso sería lo más real.*
118. Investigadora *Vale. ¿Aquí también pensaste ¡Qué guay!?*
119. Carmen *Guay porque mi compañera me abrió la mente y no tuve que comerme más la cabeza, no lo dije pero lo sentí [risas]*
120. Investigadora *Y lo de la cinta métrica, ¿cuándo se te ocurrió? ¿Antes, durante o después?*
121. Carmen *No, porque lo hemos estado hablando porque hemos estado pensando, a ver algo que... porque intentábamos recordar porque después de semana santa, y... hemos estado pensando y algo que pudiésemos cambiar de lo que hicimos y ya pues hemos estado dándole vueltas y lo he pensado por eso, porque es como cuando mi madre cuando guarda la cinta esa en la caja de costura hace una cosa así, entonces pues se me ha venido a la cabeza*
122. Investigadora *Pero eso ha sido ahora, ¿no?*
123. Carmen *Sí, sí, ha sido totalmente improvisado, hace diez minutos*
124. Investigadora *Entiendo. ¿Y la última?*
125. Carmen *[risas] a la vista está que con tantos tachones... yo ¡odio! Hacer tachones, pero claro cuando no me queda más remedio y... y eso... pues yo al principio lo que había pensado es aplicar un poco lo de la figura anterior de... la segunda, pero claro, aquí se ve sencillo porque o sea son figuras geométricas que son exactas, pero una mano no es exacta porque un dedo... no siempre son iguales*
126. Investigadora *¿Por las curvas?*
127. Carmen *Claro, las curvas ¿no? Y que era muy complicado decir bueno si este hueco que hay entre un dedo lo pongo aquí, entonces dije, bueno así a ojo pues este cuadrado pues como no tiene apenas nada más que ese cachito, pues lo quité, estos dos igual y estos tres así*
128. Investigadora *Vale*
129. Carmen *Pero después dije, es algo, lo escribí todo pero ya cuando ella dijo bueno ¿y si cerramos la mano? Se quedaría... claro todo este espacio desaparecería y dije bueno, pues vale, llevas razón [risas] y ya lo pensamos así y ya lo reducimos por eso aquí, creo que puse 24 cuadrados y al final se quedó en 18*
130. Investigadora *Ajá*
131. Carmen *Y lo que es el total, este de aquí, dije pienso que sería más exacto dentro de lo inexacto que es eso [risas]*
132. Investigadora *¿Cuál era tu unidad?*
133. Carmen *El cuadrado también, pero tomando como referencia que la mano estuviese dentro de este porque sería cerrada en lugar de abierta*
134. Investigadora *Vale. ¿Es una medida aproximada?*
135. Carmen *Sí. Totalmente aproximada*

136. Investigadora *¿Eso es bueno o malo?*
137. Carmen *Ehhh... es que bueno claro, la pregunta pone ¿cuánto mide? Entonces, por lo general, siempre que nos han preguntado de pequeñas tienes que decir la respuesta que es a menos que te digan aproxima, entonces cuando te preguntan algo tienes que decir como la verdad absoluta. Porque si aproximas es como si pierde credibilidad lo que estás diciendo*
138. Investigadora *Vale, vale, entiendo. Tu respuesta es “aproximadamente son 18” y así te curas en salud, ¿no?*
139. Carmen *Sí, es aproximadamente, si me equivoco, he puesto aproximadamente*
140. Investigadora *¿Qué sentiste cuando terminaste?*
141. Carmen *Me sentí aliviada y después mire el móvil, no sé si sale en el vídeo, ¿Qué hora es? ¿Cuánto ha pasado?*
142. Ambas *Risas*
143. Carmen *Porque es como lo hicimos y lo hicimos en una hora o algo así creo, porque tuvimos rato para la otra ficha pero dije ¡uy! Como pensé tanto para lo que estamos acostumbrados a hacer también en la carrera que no nos dejan mucho pensar nada más que trabajo, trabajo, trabajo. Pues era, ¡uy, qué esfuerzo! ¿no? Es como...*
144. Investigadora *¿Estabas cansada?*
145. Carmen *No cansada pero sí es como que notaba que había pensado más de lo que suelo hacer a lo mejor diariamente en clase*
146. Investigadora *Y ¿qué sentimiento te genera esa sensación?*
147. Carmen *Bien, es como que me sentía a gusto y bien en cierto modo porque sirve de algo lo que he hecho ¿no? Y como también es para un trabajo para usted pues, lo que haya hecho esté bien o mal ha servido de algo, por lo menos*
148. Investigadora *Claro que ha servido y mucho, gracias. Todo es muy interesante*
149. Carmen *Interesante... tantas cruces y tantas tachones [risas]. No... pero de hecho llegué a mi casa y lo seguía recordando como ay que ver lo que hemos hecho en clase ¿no? Me parecía curioso porque la verdad es que en la facultad no, como que no... te dicen lo que tienes que hacer y a veces cómo, a veces no y ya está. Pero no tienes como la oportunidad de expresar, aunque te equivoques, tu imaginación, ¿sabes? Usar los dedos, que eso es una tontería aparentemente pero es una forma de resolver algo y eso no te dan la oportunidad, por lo menos nosotras no hemos tenido la suerte de que nos den esa oportunidad nunca, pero...*
150. Investigadora *Entonces, terminaste contenta ¿no?*
151. Carmen *Sí, mucho*
152. Investigadora *Vale. Estupendo y muchas gracias.*

ANEXO III. EPISODIO 3: CARMEN M. Y ORLANDO

A.3.1. INTRODUCCIÓN

El tercer anexo presenta las evidencias y producciones del tercer episodio constituido por las tres fases del estudio de caso de Carmen M. y Orlando. Están organizados por fases y por protagonista.

A.3.2. TRANSCRIPCIÓN PRIMERA FASE. ENTREVISTA PREVIA CON CARMEN M.

1. Investigadora *¿Qué te han parecido las tareas?*
2. Carmen *Fáciles.*
3. Investigadora *¿Cómo te has sentido?*
4. Carmen *Bien. Porque estas cosas en sí, me gustan.*
5. Investigadora *¿Siempre te han gustado las matemáticas?*
6. Carmen *Sí, yo soy de ciencias.*
7. Investigadora *¿Así? No lo sabía...*
8. Carmen *Porque quería magisterio y como para selectividad me contaban las especialidades, lo mismo, cogí ciencias. Me gustaba más.*
9. Investigadora *Entonces, en el instituto se te darían muy bien, ¿no?*
10. Carmen *Sí, siempre.*
11. Investigadora *¿Hubo algo que te costó un poco más o que no se te haya dado tan bien?*
12. Carmen *Me costó mucho la trigonometría, pero cuando le cogí el truco ya lo sacaba del tirón. Pero me costó bastante, me costó tres suspensos largos y varias recuperaciones.*
13. Investigadora *¿Cómo lo superaste?*
14. Carmen *Con una profesora particular y un reloj en la cocina.*
15. Investigadora *¿Un reloj?*
16. Carmen *Me explicó los senos, los cosenos con el reloj, en una tarde. A partir de ahí ya lo entendí, ya lo sacaba todo.*
17. Investigadora *¿Te gustaba ir a clases de matemáticas?*
18. Carmen *Sí.*
19. Investigadora *¿Y ahora en la facultad?*
20. Carmen *Ahora...depende de. Por ejemplo, geometría el año pasado me gustó mucho porque era muy fácil y como trabajábamos con Geogebra yo le entendía todo lo que íbamos haciendo y sacaba las conclusiones y a mis compañeros, por ejemplo, les costaba más. Pero yo lo veía muy claro, todo. Eso siempre lo he visto muy claro y por ejemplo, este verano pasado le di clase a un niño de primero de bachiller de dibujo técnico y... y cosas que yo veía a simple vista como por ejemplo desde un banco sentado, dos edificios que están en paralelo; yo veía pues que las dos rayas se inclinaban hacia abajo conforme avanzaba la*

- superficie y el niño me dibujaba dos prismas completos. Entonces yo sí lo veía muy claro y a él le costaba mucho. Entonces, no sé. Yo siempre... todas esas cosas, el dibujo...*
21. Investigadora *Entiendo, ahora viste estas tareas y te sientes cómoda, ¿no?*
22. Carmen *Sí.*
23. Investigadora *Tú crees que los vas a resolver sin problema.*
24. Carmen *Sí.*

A.3.3. TRANSCRIPCIÓN PRIMERA FASE. ENTREVISTA PREVIA CON ORLANDO

1. Investigadora *¿Qué te ha parecido la práctica? ¿Qué has sentido cuando viste las tareas?*
2. Orlando *Pues que... a simple vista parece un poco complicado y tampoco es que yo tengo mucho conocimiento de esto pero sí es verdad que...me parece un poco relativo, depende de cómo lo enfoques el ejercicio. Pero vaya, a simple vista, muy simple vista.*
3. Investigadora *¿Cómo te has sentido?*
4. Orlando *Ehh...un poco inseguro porque no sabría...a la hora de...si tú ahora en vez de preguntarme esta pregunta me preguntas, “¿cómo resolverías este problema?” Pues, a lo mejor te diría “pues no lo sé”. ¿Sabes? Me crea un sentimiento de inseguridad.*
5. Investigadora *¿Resolviste tareas de este tipo con anterioridad?*
6. Orlando *Ehhh... no... de esta manera, no.*
7. Investigadora *Pero sí resolvías problemas en el instituto, ¿no?*
8. Orlando *Sí, sí. Sí, pero sobre todo enfocados más a las fórmulas. La fórmula del perímetro, del área, de...*
9. Investigadora *¿Cómo te iba con esos problemas?*
10. Orlando *Ehhh... regular... o sea, bien porque al fin y al cabo era estudiarte una fórmula y bueno, a partir de un problema decir la fórmula, transformarla numéricamente y resolverla. Pero, tampoco...depende, conforme van pasando los cursos sí que es verdad que me iba costando un poco más, sobre todo cuando ya se... sobre todo en la ESO, etc. más complicado.*
11. Investigadora *¿Te iba bien?*
12. Orlando *Mmm, uff... regular, mal. Sobre todo en los cursos más superiores sí que me costaba mucho. Es más, siempre intentaba evitar... vaya, las matemáticas en general pero en cuanto al tema de álgebra y geometría también...me ha costado siempre mucho.*
13. Investigadora *¿Sabes por qué te costaba? ¿Tienes una idea del por qué?*
14. Orlando *Porque... porque al fin y al cabo se centra todo un poco en memorizar ciertos patrones y luego desarrollarlos, pero es como que no tiene una base fundamentada real. O sea, no te lo explican de una manera...razonada.*
15. Investigadora *Es decir, ¿tú no sabías por qué hacías lo que hacías? ¿Es lo que me estás planteando?*

16. Orlando *Sí, más o menos, sí. Exactamente, o sea tú...ellos te dicen esto se hace así y se hace así porque se hace así y punto. Igual cuando te explican trigonometría, igual cuando te explican el teorema de Tales, todo eso de... cateto al cuadrado más cateto al cuadrado igual hipotenusa y no sé qué y...tú te quedas igual, ¿sabes? No tiene una razón fundamentada cuando la matemática realmente es...se supone que tiene que trabajar a partir del razonamiento.*
17. Investigadora *¿Cómo te sentías en esa situación? Me refiero a cuando tenías que utilizar algo sin entender el porqué.*
18. Orlando *[Silencio]. Eh, hombre, en ese momento te lo comes y ya está, o sea no es que te pones a pensar, “bueno, yo me siento mal” porque como es la primera vez que te lo dan así y no es sólo un profesor sino todos los profesores te lo dan de la misma manera, al fin y al cabo como que te habitúas y dices bueno, esto es lo normal, esto es así, todos mis compañeros se lo estudian igual y “pa'lante”, ¿sabes? Como... cuadrículado, todo...*
19. Investigadora *¿Aprobabas?*
20. Orlando *No, no, no. Cuando ya termino lo que es la secundaria obligatoria, mi nota de matemáticas era un uno. O sea, siempre he sido...bastante regular en matemática y me han gustado pero viendo tus notas, te dejan de gustar. Y me ha ido bastante mal, la verdad. O sea, en ese sentido.*
21. Investigadora *No ha sido una experiencia agradable para ti.*
22. Orlando *No. La verdad es que no.*
23. Investigadora *¿Qué crees que va a pasar con esta práctica? ¿Crees que podrás resolver estas tareas?*
24. Orlando *Ehhhh...*
25. Investigadora *Por lo poco que has visto*
26. Orlando *Podría intentarlo, la verdad. Pero... tendría que echar la vista atrás bastante para saber si podría resolverlo porque seguramente necesitaré algún tipo de fórmula o algún tipo de conocimiento previo para hacerlo y mi base en matemática y sobre todo en geometría no es muy buena, la verdad.*

A.3.4. TRANSCRIPCIÓN SEGUNDA FASE. INTERACCIÓN ENTRE CARMEN M. Y ORLANDO

PRIMERA TAREA

1. Carmen *¿Tú qué piensas de los perímetros de esta figura?*
2. Orlando *A ver, primero... lo que yo creo que son los perímetros es lo que sería la parte de afuera, ¿no? O sea la línea esta, vale. Ahora ¿qué puedo decir de la medida de los perímetros? [lee el enunciado] Que son iguales, ¿no? No... O sea que es la mitad de la mitad de la mitad de la mitad. O sea...*

3. Carmen *Sí, en cada... Yo creo, ¿vale? Que si esto, por ejemplo es la imagen 1, es uno; la imagen 2 es*
4. Orlando *Es un medio*
5. Carmen *Es un medio*
6. Orlando *Eso mismo*
7. Carmen *La 3 es uno partido cuatro y la cuatro un octavo*
8. Orlando *Sí, sí. Eso es*
9. Carmen *Yo lo veo... vamos, yo lo veo así*
10. Orlando *¿Qué te iba a decir? Que yo estaba mirando y no te dan valor numérico de nada*

SEGUNDA TAREA

11. Carmen *No. Ahora, por ejemplo, el segundo...*
12. Orlando *¿El qué?*
13. Carmen *El segundo, lo hicimos en geometría.*
14. Orlando *Sí, sí, es verdad. Si a... o sea si a un lado de los cuadrados le das un número de...*
15. Carmen *Estamos hablando de superficie ¿eh?*
16. Orlando *¿Cómo?*
17. Carmen *Cada cuadrado*
18. Orlando *Entonces a cada cuadrado le damos el valor de uno, pues a partir de ahí sí puedes sacarlo*
19. Carmen *Por ejemplo, el primero sería 2, 3, 4... 5 y medio*
20. Orlando *Cinco y medio, cinco y medio*
21. Carmen *Y el segundo... 1, 2, 4, 5 y 6*
22. Orlando *Seis*
23. Carmen *Vale*

TERCERA TAREA

24. Carmen *Ahora, este...*
25. Orlando *Aquí yo, yo haría lo mismo. O sea, suponiendo que en A, B y C el cuadrado vale lo mismo; o sea el cubo vale lo mismo, si le das a cada cubo el valor de uno...*
26. Carmen *Sí, pero tú por ejemplo, a A, B y C tú no lo puedes descomponer. O sea, yo lo veo en plan más así... ¿vale? Tú tienes esto, y esto lo tienes dividido aquí en cuatro, ¿vale? Y en tres. Si esto lo tienes dividido en tres y este es*
27. Orlando *Tres también*
28. Carmen *Seis*
29. Orlando *Seis y tres de...*
30. Carmen *Uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis. Si esto es, por ejemplo, así yo lo veo en plan la parte de arriba sería esto. La parte de arriba solamente valdría... solamente de aquí hasta aquí, ¿vale? Esto se puede llenar con esto. En el sentido de que... mira, serían seis: uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis. Y estos son cuatro*
31. Orlando *Son cuatro, sí*
32. Carmen *Tú colocas aquí uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis. O sea cinco, seis, siete y ocho. Ocho B. O sea, imagínate que esto es un cuadrado*
33. Orlando *Pero si aquí sólo hay tres cuadrados*
34. Carmen *Claro, pero colocas aquí una unidad, un B, dos B, tres B*
35. Orlando *¿Y por qué valen tres?*
36. Carmen *Porque aquí está el tres. O sea, solo son tres cubitos, ¿sabes? Entonces*

- la primera fila de arriba ya te la has quitado. Serían seis... serían ocho B. ¿Lo ves?*
37. Orlando *Ehhhh...*
38. Carmen *Tú imagínate*
39. Orlando *No, porque si uno...*
40. Carmen *Sí, es un cuadradito de estos. Tú imagínate esto visto desde arriba ¿vale?*
41. Orlando *Claro, vamos a ver. Un cuadrado de B es un cuadrado del cubo, ¿no?*
42. Carmen *No. Un CUADRADITO de B es un cuadradito del cubo. Un cuadradito solo*
43. Orlando *Sí, vale, vale. Creía que... sí, vale*
44. Carmen *Lo de ahora, en plan como si la parte de arriba fuese así*
45. Orlando *Sí. Pero no entiendo porqué pones 8 B si solo hay uno, dos y tres*
46. Carmen *Claro, pero ¿cuántos de B tienes que utilizar para llenar la parte de arriba?*
47. Orlando *¡Ahhh! ¡Vale!*
48. Carmen *¿Vale?*
49. Orlando *Vale, vale, vale*
50. Carmen *Es como en plan tienes una caja y tienes que ir metiendo piezas*
51. Orlando *Vale, vale, vale*
52. Carmen *¿Vale? Entonces yo veo, que por ejemplo, que la parte de arriba...*
53. Orlando *Sí, sí, es 8 B; ahora sí*
54. Carmen *Se llenaría y ahora nos quedaría abajo... nos quedaría... este estaba partido en... esto estaría partido por la mitad, porque lo de arriba nos lo hemos quitado y estos eran cuatro... estos eran seis, sí, seis*
55. Orlando *Vale*
56. Carmen *Yo esto lo veo en plan o lo llenamos con A o lo llenamos con C*
57. Orlando *Y luego sobra uno. O sea no usaríamos uno ¿no? ¿Entiendes?*
58. Carmen *No, porque, por ejemplo, si este es así... si este es así tú piensa que de aquí*
59. Orlando *Es que se puede llenar entero, se pueden hacer los dos*
60. Carmen *De aquí a aquí ya tenemos uno A, dos A, tres A, cuatro A, cinco A y seis A*
61. Orlando *[Hace el conteo al unísono con su compañera] Ya está hecho*
62. Carmen *Podrían ser 6^a*
63. Orlando *Y 8B*
64. Carmen *O 12 B*
65. Orlando *Claro, porque es el doble*
66. Carmen *Porque es la mitad. 8 B, 12 C. ¿Lo ves?*
67. Orlando *O este o este. Pero hay muchas maneras de hacerlo*
68. Carmen *Ya. Porque el A y el B los puedes combinar todo el rato*
69. Orlando *Claro*

CUARTA TAREA

70. Carmen *Ahora este, yo lo veo*
71. Orlando *Este sí que no tengo ni idea*
72. Carmen *Este yo lo veo en plan así, ¿vale?*
73. Orlando *¡Ah, vale! Sí*

74. Carmen *Entonces lo que tienes son semicírculos, si a este semicírculo tú le das el valor uno, este de aquí vale el doble, este es dos y este de aquí vale tres y este cuatro y este cinco*
75. Orlando *Este ya lo has hecho antes*
76. Carmen *¿Qué?*
77. Orlando *Este ya lo has hecho antes*
78. Carmen *Y este seis, y este siete y este ocho. Al fin y al cabo los sumas y... miento, el doble; uno, dos, cuatro, sería el doble del de arriba*
79. Orlando *Este sería ocho en vez de cuatro*
80. Carmen *Este sería ocho*
81. Orlando *Ocho, dieciséis*
82. Carmen *Dieciséis, el doble de dieciséis...*
83. Orlando *Treinta y dos*
84. Carmen *Sería treinta y dos. De treinta y dos son sesenta y cuatro y de sesenta y cuatro son ciento veintiocho. En total sería uno más dos más cuatro más ocho más dieciséis más treinta y dos más sesenta y cuatro más ciento veintiocho y esto es tres, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, quince...*
85. Orlando *Doscientos cincuenta y cinco*
86. Carmen *Sí*
87. Orlando *Esa sería la longitud*
88. Carmen *La longitud. Yo lo veo en plan así*
89. Orlando *Sí, sí. Sin unidad de medida tiene que ser*
90. Carmen *No, no*

QUINTA TAREA

91. Carmen *El de la mano es el que yo veo más...distinto*
92. Orlando *No sé. A ver, podríamos hacer; creo que tiene que ver algo con contar también el área de fuera y luego la restamos con la de dentro, algo así. O sea la superficie de fuera*
93. Carmen *Sí*
94. Orlando *O sea, cuál es el total y cuánto ocupa cada parte. Es un poco complicado porque aquí tenemos esto...*
95. Carmen *Ya*
96. Orlando *Esto es complicado. Yo lo veo complicado*
97. Carmen *Aquí si te pones a buscar alguno que sea parecido, por ejemplo, este hueco de aquí ¿no? Intentar buscar algún trozo que entre aquí*
98. Orlando *Que sí, que...*
99. Carmen *Que por ejemplo, podría ser este, fácilmente*
100. Orlando *Es que, por ejemplo, mira*
101. Carmen *El dedo, este dedo sí entra aquí*
102. Orlando *Sí, pero eso es lo que te he dicho yo*
103. Carmen *Más o menos, aproximadamente ¿sabes?*
104. Orlando *Pero, por ejemplo, primero contar los cuadrados que hay fuera limpios, ¿sabes? Son uno, dos, tres, cuatro y ahora dentro hay uno, dos, tres, cuatro. ¿Vale?*
105. Carmen *¡No! Hay seis dentro... ¡no! Cuatro*
106. Orlando *¿Sabes lo que te digo?*
107. Carmen *Sí*
108. Orlando *Ya por ahí hay algo... Luego, por ejemplo, mira toda esta parte, de aquí a aquí en teoría tiene que ser la misma*

109. Carmen *¿Cómo que de aquí a aquí?*
110. Orlando *Este cuadrado, estos dos cuadrados tienen que ser exactamente iguales*
111. Carmen *O sea, que sería la mitad, serían un cuadrado completo*
112. Orlando *Sí, o sea, serían*
113. Carmen *La mitad dentro y la mitad fuera*
114. Orlando *Sí, exactamente, sí. Uno y uno, vale. Y ahora, esto es lo que me raya aquí, tío, este*
115. Carmen *Es que eso va ahí. Mira, por ejemplo, esto*
116. Orlando *Esto puede ser igual que este cuadradito, ¿sabes?*
117. Carmen *Sí*
118. Orlando *Tiene pinta*
119. Carmen *Pues lo metemos ahí. Aquí dentro*
120. Orlando *Claro. Mira, esta parte de la mano*
121. Carmen *Sí*
122. Orlando *Esto es uno, o sea, son dos*
123. Carmen *Vale, sí*
124. Orlando *¿Entiendes?*
125. Carmen *Porque aquí también le falta un trocito*
126. Orlando *Claro. Más o menos por ahí se puede sacar eso*
127. Carmen *Esto es dos. Y ahora el dedo...*
128. Orlando *Es que los dedos ya...*
129. Carmen *Mira, el dedo, por ejemplo. Este cuadrado lo puedes llenar con este trocito*
130. Orlando *Sí*
131. Carmen *¿No?*
132. Orlando *Sí. Porque también aquí le falta un poco*
133. Carmen *Por eso*
134. Orlando *Y aquí otro poco. Por eso sería un cuadrado solo*
135. Carmen *Un cuadrado solo, claro*
136. Orlando *Exactamente. Luego el dedo este... el dedo ese*
137. Carmen *Mira, por ejemplo, aquí en este hueco de este cuadrado, este dedo podría entrar. Este trozo de dedo*
138. Orlando *Pero sólo este, ¿no?*
139. Carmen *Esto de aquí*
140. Orlando *Sí*
141. Carmen *Entraría parte de este dedo aquí porque es muy parecido a la forma y el otro trocito aquí*
142. Orlando *Sí pero la... pero el otro trocito, no de este sino del mismo*
143. Carmen *El de aquí arriba*
144. Orlando *Exactamente*
145. Carmen *Ese sería otro uno*
146. Orlando *Entonces sería uno más*
147. Carmen *Después mira, este; este de aquí se parece mucho a este. Fíjate en este y este. Este cuadrado de aquí*
148. Orlando *Con ese podemos llenar el otro cuadrado ¿no?*
149. Carmen *Sí. Este dedo ya lo tendríamos fuera, ahora nos faltaría*
150. Orlando *Mira, por ejemplo con estos tres dedos de arriba; lo que serían las*

- yemas de los tres dedos de arriba
151. Carmen *Sí*
152. Orlando *Los tres cuadrados ¿ves? Se podría rellenar un cuadrado entero*
153. Carmen *Sí*
154. Orlando *¿No? ¿Más o menos?*
155. Carmen *Y ahora nos queda estos dos trozos, estos dos trozos y estos dos que yo creo que con este*
156. Orlando *Yo creo que entre los cuatro suman dos*
157. Carmen *Sí*
158. Orlando *¿No? Te falta la yema del dedo gordo, esa es la que puede ser medio cuadrado*
159. Carmen *Puede ser medio. Entonces en total tendríamos uno...*
160. Orlando *Medio ¿no? Entonces*
161. Carmen *Sí. Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, doce, trece. Trece y medio. Es que otra forma...*
162. Orlando *Trece y medio, ¿no?*
163. Carmen [Llama a la profesora/investigadora]
164. Investigadora *¿Ya habéis terminado?*
165. Orlando *Sí*
166. Investigadora *¡Qué rápido! ¿No?*
167. Orlando *Es que somos muy inteligentes*
168. Investigadora *¿Y las conclusiones?*
169. Carmen *Nos las hemos ido diciendo, ¿las ponemos?*
170. Investigadora *Sí, por favor*
171. Carmen *Vale, el primero es que es...el de este... como se llama*
172. Orlando *Que la imagen... ¿cómo?*
173. Carmen *La mitad de cada imagen*
174. Orlando *Sí, o sea la imagen 1 vale uno, todas las demás son mitades*
175. Carmen *De la anterior [escribe]*
176. Orlando *De la anterior [escribe]*
177. Orlando *He puesto: “suponiendo que cada cuadrado mide uno, rellenamos y sumamos los cuadrados que hay” [haciendo referencia a la segunda tarea]*
178. Carmen *¿Qué estás poniendo en el tres?*
179. Orlando *He puesto que... o lo que quiero poner es que se puede realizar de muchas maneras, ya que cada...podemos rellenar el cubo entero de diferentes maneras. O sea podemos rellenar, por ejemplo, puede ser 6A y 8B o puede ser 8 B y 12C, o puede ser...*
180. Carmen *A parte hay otra forma creo, porque estos son tres, cuatro van aquí por eh... tres por seis. Tres por cuatro son doce*
181. Orlando *Yo también iba a decir eso*
182. Carmen *Doce por seis, ¿cuánto es?*
183. Orlando *¿Doce por seis? Son...*
184. Carmen *Son dos, me llevo una, setenta y dos.*
185. Orlando *Setenta y dos*
186. Carmen *Setenta y dos, se puede dividir entre cuatro, creo*
187. Orlando *Y te da cuántos A serían, ¿no?*
188. Carmen *Setenta y dos se puede dividir entre tres y setenta y dos se puede dividir entre cuatro*
189. Orlando *Entre cuatro no puede ser, entre ocho*

190. Carmen *Entre ocho. Ocho por nueve, setenta y dos. Eh... esto a dos, una, dos, cuatro*
191. Orlando *Sí*
192. Carmen *Y esto es...*
193. Orlando *Uno. Te sobran tres*
194. Carmen *Uno, tres, ocho*
195. Orlando *Treinta y dos. Exactamente*
196. Carmen *Y ahora esto sube, habría que dividirlo entre algo... creo. Se puede dividir... Es que, por ejemplo, Orlando*
197. Orlando *Dime*
198. Carmen *Por ejemplo, se podría rellenar solamente*
199. Orlando *Con A*
200. Carmen *Con A, con B o con C. Con A se rellenaría con 9A, con B serían 24 y con C 18*
201. Orlando *Claro [escribe]*
202. Carmen *[Escribe]*
203. Orlando *Este... [haciendo referencia a la cuarta tarea]*
204. Carmen *Eso es el cuadrado todo el rato. El cuadrado de cada número [haciendo referencia a la cuarta tarea]*
205. Orlando *¿El cuadrado?*
206. Carmen *[Escribe]*
207. Orlando *En este sí que nos hemos rayado un poco*
208. Carmen *En este yo he puesto que no hemos tenido ninguna explicación clara*
209. Orlando *[Escribe]*
210. Carmen *Fin*

A.3.5. PRODUCCIÓN ESCRITA DE CARMEN M.



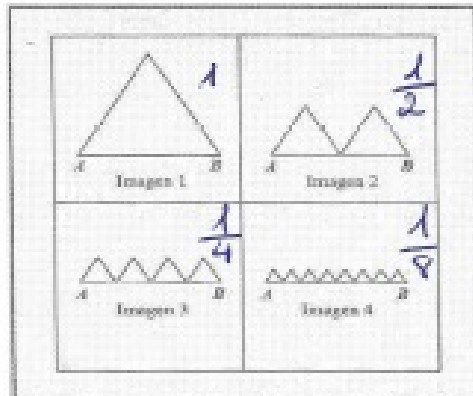
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales

EXPLORANDO LA COMPRESIÓN DE LA MEDIDA

Nombre: Carmen... Martínez... Álvarez.....

1. ¿Qué puedes decir de la longitud de los perímetros de los triángulos equiláteros de la figura?



Conclusión:
Partiendo de que ^{seg de} I_1 es 1 el resto son las unidades respectivamente: $I_2 = \frac{1}{2}$, $I_3 = \frac{1}{4}$, $I_4 = \frac{1}{8}$

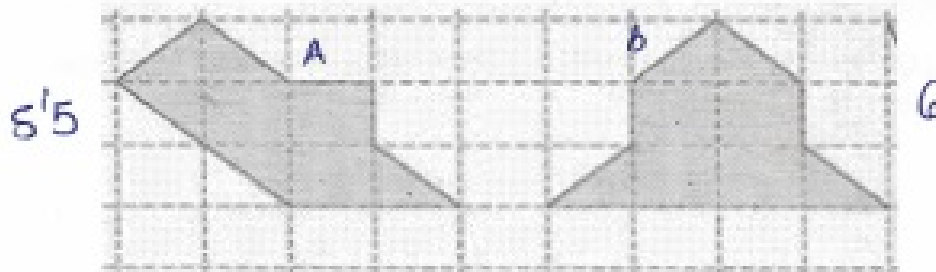




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

2. ¿Cuánto mide la superficie de las siguientes figuras?



Conclusión:

Si cada cuadro representa $1u^2$, rellenamos y contamos los cuadrados. Siendo $A = 5'5u^2$ y $B = 6u^2$





UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

3. Calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C, respectivamente.

Handwritten work showing the calculation of the volume of a box using units A, B, and C. The work includes diagrams of the units and the box, and various calculations.

Units A, B, and C are shown as small rectangular blocks. Unit A is a 2x2x2 cube. Unit B is a 1x1x2 rectangular prism. Unit C is a 2x1x1 rectangular prism.

The box is shown as a 6x3x4 rectangular prism. The student has drawn a grid on the box to show how it can be filled with units A, B, and C.

Calculations shown:

$$4 \times 3 \times 6 = 2 \times 6 = 72$$

Three division problems are shown:

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 9} \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 3} \\ \underline{12} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 4} \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$$

Two more calculations are shown:

$$\frac{8B}{6A} \quad \frac{8B}{12C}$$

Conclusión:

Se puede ~~de~~ rellenar de diferentes formas.
Con A utilizaríamos 9A; con B, 24B y
con C 18C. De forma mixta hemos sacado
que se llena con 8B y 6A o 8B y 12C, aunque
hay más formas.

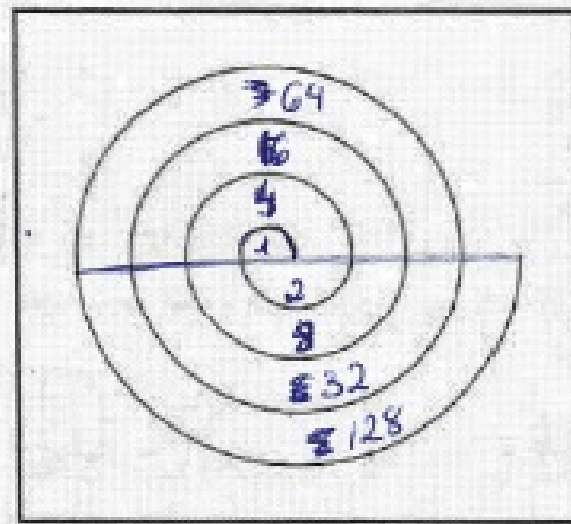




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

4. ¿Cuánto mide la longitud de la espiral?



$$1+2+4+8+16+32+64+128=255$$

Conclusión:

Partiendo de que el semicírculo central mide 1, el resto ira midiendo el cuadrado del anterior siendo el total 255 u.



A.3.6. PRODUCCIÓN ESCRITA DE ORLANDO

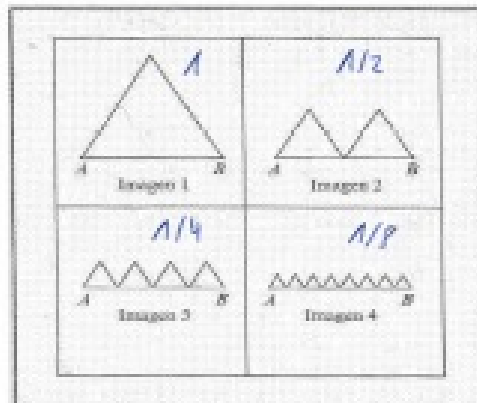


Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

EXPLORANDO LA COMPRESIÓN DE LA MEDIDA

Nombre: Orlando José Ruiz Pastor

1. ¿Qué puedes decir de la longitud de los perímetros de los triángulos equiláteros de la figura?



Conclusión:

Partiendo de la imagen 1, cada imagen es la mitad de la anterior

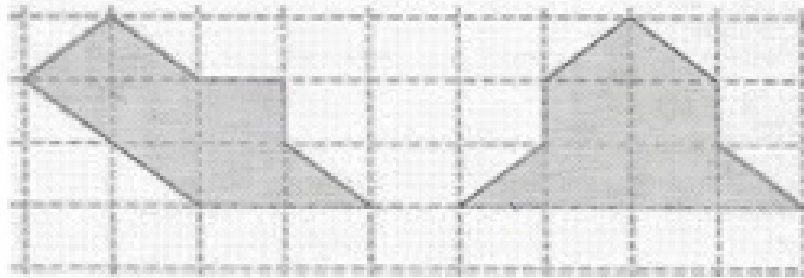




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

2. ¿Cuánto mide la superficie de las siguientes figuras?



$$S = 5,5$$

$$S = 6$$

Conclusión:

Suponiendo que cada cuadrado vale 1, rellenamos y numeramos los cuadrados que hay.

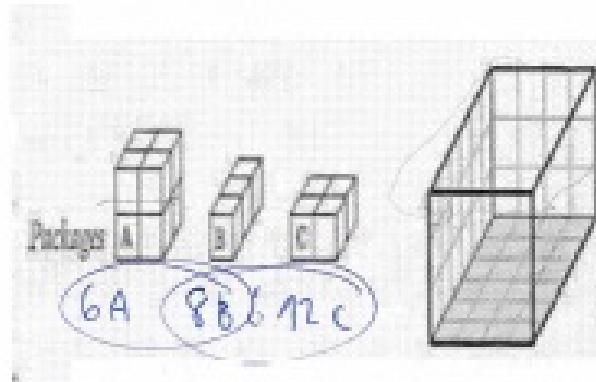




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

3. Calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C, respectivamente.



$$4 \times 3 \times 6 = 72$$

$$72 \overline{) 8} \\ \underline{9} \\ \downarrow$$

$$72 \overline{) 3} \\ \underline{24} \\ \circ$$

$$72 \overline{) 4} \\ \underline{18} \\ \circ$$

Conclusión:

Se puede calcular de muchos maneras, tomando o no unidades de medida (A, B, C), incluso relacionando el cubo con una sola unidad.

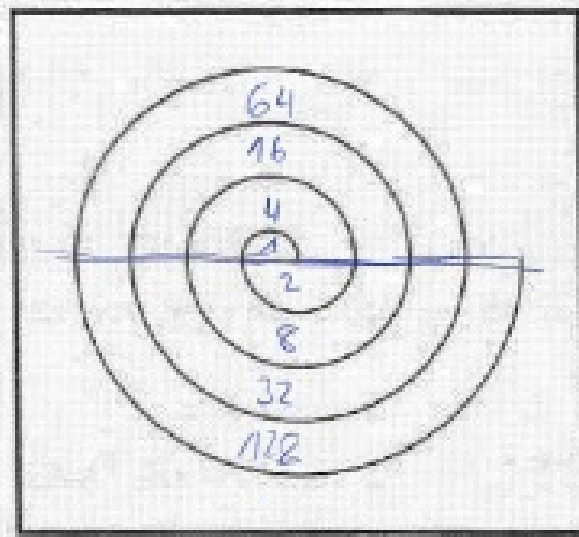




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales

4. ¿Cuánto mide la longitud de la espiral?



$$\begin{array}{r}
 1 \\
 2 \\
 4 \\
 8 \\
 16 \\
 32 \\
 64 \\
 128 \\
 \hline
 255
 \end{array}$$

Conclusión: Tomando como unidad de medida el semicírculo y dándole el valor de 1, podemos deducir que cada semicírculo es el cuadrado del anterior.

Posteriormente se sumaron para obtener la longitud final.

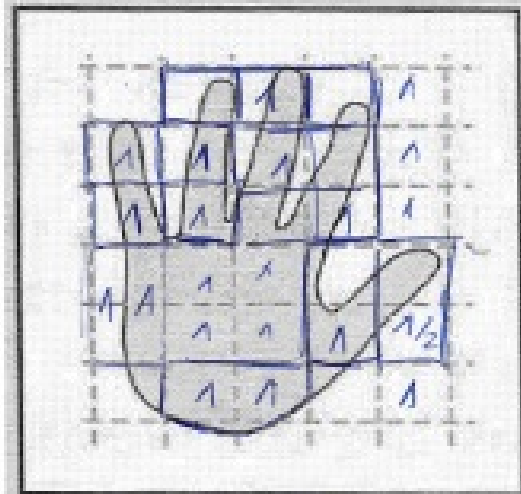




UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática, de
las Ciencias Sociales y de las Ciencias
Experimentales.

5. ¿Cuánto mide la superficie de la mano?



$13 \text{ y } 1/2$

Conclusión: Hemos desarrollado el ejercicio por intuición plástica. Dándole a cada cuadrado pintado, el valor de 1.



A.3.7. TRANSCRIPCIÓN TERCERA FASE. BÚSQUEDA DEL CONSENTIMIENTO CON CARMEN M.

1. Investigadora *Antes de empezar la práctica tú me dijiste que ibas muy confiada, que todo te parecía muy sencillo, ¿cierto?*
2. Carmen *Sí*
3. Investigadora *¿Esa sensación te acompañó durante toda la práctica?*
4. Carmen *Sí*
5. Investigadora *Te sentiste cómoda, segura...*
6. Carmen *Ehhh, la mayoría segura. En una específica no... cómoda si me sentí*

PRIMERA TAREA

7. Investigadora *Cuando viste la figura formada con cuatro imágenes, ¿qué sentiste?*
8. Carmen *Que era la mitad de todo y como todo en la imagen uno. Para mí*
9. Investigadora *Escribes: "partiendo de suponer que la imagen uno..."*
10. Carmen *De que la superficie...*
11. Investigadora *¡Ah!*
12. Carmen *No, de que el perímetro...de la imagen 1 es uno, el resto son las mitades respectivamente*
13. Investigadora *Hablando de superficie, ¿no?*
14. Carmen *Hablando de perímetro, porque nos pedían los perímetros*
15. Investigadora *Vale, ¿entonces me dices que el perímetro de la imagen 2 es la mitad del perímetro de la imagen 1?*
16. Carmen *No. Al revés, la mitad... o sea este perímetro [un triángulo de la imagen 2] es la mitad de este [del triángulo de la imagen 1]*
17. Investigadora *Vale. ¿Cómo llegas a esa conclusión?*
18. Carmen *Pensando que si esto lo dividimos en cuatro triángulos equiláteros, nos salen dos. Pero si lo miro ahora después de haber hecho la actividad del tangram, este trozo sería para arriba y este trozo sería para arriba. Entonces no sería exactamente la mitad, sería... si esto vale uno; este sería uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis. Sería... igual*
19. Investigadora *¿El perímetro?*
20. Carmen *El perímetro sería el mismo, porque lo único que hemos hecho ha sido mover dos trocitos*
21. Investigadora *Vale, ¿y con la imagen 3?*
22. Carmen *Con la imagen 3, igual. Lo mismo porque habríamos movido este trozo y este trozo, para arriba. Y este trozo y este trozo para arriba. O sea, estos tres trocitos y estos tres trocitos, entonces se quedaría igual. Y está dividido en...no, aquí, uno, dos, tres, cuatro; esto debería ser cuatro y esto cuatro. Uno, dos, tres y cuatro. Sí, se quedaría igual*
23. Investigadora *Entonces, el perímetro también sería el mismo ¿no?*
24. Carmen *Sería el mismo*
25. Investigadora *¿Qué pasa con la conclusión que pusiste?*
26. Carmen *Que está mal*
27. Investigadora *¿Qué está mal? Aquí pones, si esto es uno, esto es un medio*
28. Carmen *Claro, porque parece la mitad. Yo creo que lo pensé como la*

- superficie, no como el perímetro*
29. Investigadora *Vale, entiendo. Entonces hubo una confusión entre perímetro y superficie*
30. Carmen *Sí. Al verlo así parece como más lógico pensar que este es la mitad*
31. Investigadora *Claro, pensando en superficie*
32. Carmen *Sí*
33. Investigadora *De acuerdo. Cuando vi el vídeo vi que te esforzaste por trabajar de manera cooperativa con tu compañero*
34. Carmen *Sí*
35. Investigadora *¿Te parecía importante?*
36. Carmen *Yo pienso que si creo que sé una cosa, por ejemplo, yo esto... cuando yo hice la práctica con Orlando yo esto yo lo veía muy claro, entonces yo se lo intento explicar todas las veces que pueda y de todas las maneras que pueda si una persona no lo entiende. También estoy acostumbrada a dar clases de matemáticas a los niños, entonces busco muchas soluciones*
37. Investigadora *Vale. Sin embargo, ahora te estás dando cuenta...*
38. Carmen *Sí, de que está mal*
39. Investigadora *... de que estaba mal y Orlando, él veía claro que se trataba del perímetro y te lo planteó*
40. Carmen *Sí*
41. Investigadora *Pero tú en ese momento no lo viste, ¿cierto?*
42. Carmen *Claro, él me lo planteaba en perímetro, pero... yo lo seguía viendo como... o sea, en mi cabeza estaba lo que es el perímetro pero yo lo seguía viendo como que era la mitad. Porque al estar dividido lo veía como la mitad todo el rato. Yo pienso que... más confusión óptica, en plan que lo ves y dices: "si esto es uno, pues esto es la mitad"*
43. Investigadora *Ajá. ¿Tú crees que tiene algo que ver con que, probablemente, no te haya quedado muy claro lo que se te estaba pidiendo? ¿A lo mejor el enunciado no estaba muy claro?*
44. Carmen *El enunciado en sí... yo le presté atención y lo entendí. Lo que pasa es que a la hora de trabajar lo veía como... la visión que yo tenía era de superficie, aunque estaba hablando en perímetro. Mi visión era superficie porque yo lo veía claro que era la mitad, de la mitad, de la mitad; pero estaba hablando en perímetro*
45. Investigadora *Vale. También me sorprendió un poco, creo que es porque estabas muy segura, que en ningún momento, ni en este ejercicio ni en los siguientes, sentiste la necesidad de revisar si lo habías hecho bien. ¿Crees que si hubieses revisado lo que hiciste te hubieses dado cuenta de tu confusión?*
46. Carmen *Yo creo que no. No. Porque yo lo pienso ahora así, después de haber hecho la actividad del tangram, que fue la semana pasada. A mí, a lo mejor me lo preguntan la semana pasada sin haber hecho el tangram y sigo con las mismas*

47. Investigadora *¿En ningún caso sientes la necesidad de revisar tus respuestas?*
 48. Carmen *Es que lo vi al principio. Cuando nos lo diste, lo vi al principio y dije: “esto es la mitad de la mitad”; y cuando me puse a hacerlo, lo seguí viendo igual y cuando nos dijiste que teníamos que escribir la conclusión, lo seguía viendo igual. Entonces era como que lo había revisado ya dos veces y lo seguía viendo igual*
49. Investigadora *Estabas muy segura y terminaste la tarea contenta*
 50. Carmen *Yo, sí*
 51. Investigadora *Estupendo*

SEGUNDA TAREA

52. Investigadora *¿Qué tal la segunda?*
 53. Carmen *Este, yo pienso que mejor*
 54. Investigadora *También lo tenías claro, sabías qué tenías que hacer*
 55. Carmen *Sí, aquí sí estamos hablando de superficie*
 56. Investigadora *Aquí sí*
 57. Carmen *Y aquí lo veía claro. Porque, si por ejemplo, contamos con que un cuadrado o un rectangulito, yo lo veo más como un cuadrado, pero bueno, más o menos. Una unidad de superficie, pues, simplemente contando y ya está. Y si tenemos cuadrados partidos, pues la suma de dos cuadraditos, o sea dos medios cuadrados pues, nos da uno*
58. Investigadora *Y llegaste a la conclusión de que la figura A mide 5,5 unidades cuadradas*
 59. Carmen *Y la otra, 6 unidades cuadradas*
 60. Investigadora *Y tu unidad era un cuadrado. Terminaste contenta*
 61. Carmen *Sí. También porque estas cosas las dimos en geometría, entonces esta, incluso Orlando también lo veía muy claro*
 62. Investigadora *Sí, lo visteis claro*

TERCERA TAREA

63. Investigadora *¿Qué sentiste con la tercera?*
 64. Carmen *Aquí le dimos muchas vueltas y después pensé, en plan, formas más fáciles de hacerlo. En el sentido de que yo me imaginaba este cubo y lo iba rellenando yo con las figuras. Entonces yo me lo imaginé así y entonces en la primera parte dije: “bueno, si este me ocupa tres unidades, digo voy a rellenar lo de arriba”, que son seis unidades por cuatro, dije voy a rellenar la parte de arriba. Entonces voy a utilizar ocho B, ¿vale? ¿Qué pasa? Que abajo me quedaban dos unidades de alto y seis de ancho, entonces dije: “pues lo puedo rellenar o con C o con A”, hay dos formas posibles. C es la mitad exactamente de A, entonces si con A relleno seis, con C relleno doce. Que también puede hacerse combinando ambas. Eso fue lo primero que pensé, pero después me di cuenta de que contando todos los cuadrados que hay dentro de este cubo, básicamente he multiplicado seis por tres por cuatro, que fue lo que hice aquí, me dio setenta y dos. Entonces lo que hice fue contar cuantos cuadrados había en cada figura y si setenta y dos entre ocho, me daba nueve. O sea, que podía rellenar esto entero con 9A. Después setenta y dos entre tres me daba veinticuatro, lo podía*

- rellenar con veinticuatro B. Y setenta y dos entre cuatro, me daba dieciocho; o sea lo podía rellenar con dieciocho C. Después le di la vuelta a eso y dije: “oye, pues si esto es divisible entre lo que nos ocupa las diferentes figuras, es más fácil hacerlo así; rellenar solamente con una figura”. Pero la forma de rellenarlo es infinita*
65. Investigadora *El enunciado dice: “calcula el volumen de la caja utilizando para ello las unidades A, B y C respectivamente” [lee el enunciado]. Es decir, se refiere a lo que me dijiste, cuántas de A, cuántas de B y cuántas de C*
66. Carmen *Sí, lo que es la división en sí*
67. Investigadora *Tú tienes estas tres unidades, pero tú elegiste utilizar una cuarta, la más pequeña; por eso el volumen que obtuviste es setenta y dos, ¿no crees?*
68. Carmen *Sí*
69. Investigadora *Es decir...*
70. Carmen *Sí, yo comparé cuántos en total había y cuántos tenía aquí en total; entonces, cuántos grupos de ocho puedo hacer dentro de ese cubo*
71. Investigadora *Si asumimos que A, por ejemplo, es la unidad, nos olvidamos de los cubos pequeños. Tú me dices que caben nueve A*
72. Carmen *Sí*
73. Investigadora *¿Puedes meter nueve A?*
74. Carmen *Girándolo, claro*
75. Investigadora *¿Segura? Si lo giras ¿cómo queda? Fíjate, aquí hay dos, dos aquí y dos de alto, ¿cierto?*
76. Carmen *¿Cómo dos?*
77. Investigadora *Ahora sí estoy utilizando como unidad el cubo pequeño. Fíjate, aquí hay dos, aquí dos y aquí dos*
78. Carmen *Vale, de alto tendría dos, de ancho tendría uno y...*
79. Investigadora *¿Uno de ancho?*
80. Carmen *No, en el sentido de que esto de aquí sería uno, esto sería uno y esto sería dos, ¿no? ¿Es a lo que te estás refiriendo?*
81. Investigadora *No*
82. Carmen *¿Entonces?*
83. Investigadora *Si utilizamos, como has hecho tú, un cubito pequeño como unidad, aquí hay dos, aquí hay dos y aquí hay dos, ¿vale?*
84. Carmen *Sí*
85. Investigadora *Y entonces mi pregunta es, si esta es tu unidad, ¿cabén nueve unidades en la caja?*
86. Carmen *Sí*
87. Investigadora *Vamos a comprobarlo. Aquí cabe uno, ¿cierto? Hasta aquí, dos, tres, cuatro, son ocho*
88. Carmen *Ocho. Hasta aquí. Hasta esta parte, aquí no me entrarían más. Dos, dos y si lo paso por aquí son seis los que me entran*
89. Investigadora *¿Solo seis?*
90. Carmen *Sí*

91. Investigadora *Uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis. Vale*
92. Carmen *Ahí me entran seis y después contando la parte de arriba. Que la parte de arriba sería, eh... si es hasta aquí... por ahí y ahora esto estaba dividido en seis, ¿no? Sí, pues sería tumbándolo...*
93. Investigadora *Si lo tumbas, también tiene dos ¿no?*
94. Carmen *No, porque así está en vertical. Aquí serían dos, dos y dos*
95. Investigadora *Es un cubo*
96. Carmen *Sí, es un cubo*
97. Investigadora *Entonces da igual que lo tumbes, sus medidas no varían*
98. Carmen *Claro*
99. Investigadora *Entonces si aquí te falta uno y este tiene dos de alto. ¿Te caben nueve?*
100. Carmen *No*
101. Investigadora *¿Qué ha fallado?*
102. Carmen *La visión que yo tenía del cubo. No lo veía como un cubo, lo veía como un rectángulo... o sea como un prisma*
103. Investigadora *Vale*
104. Carmen *Entonces, yo lo veía que el prisma al girarlo, se podría meter aquí. Y es más, al girarlo cabría porque eran, ¿cuánto era? Eran seis ¿no? Cinco y seis; de este eran cuatro, más o menos. Y aquí, pues... eran cuatro y me falta uno. Cuatro... bueno no, aquí no me hace falta ahora mismo ninguno. Claro, claro no me cabría, no entraría*
105. Investigadora *Si asumes esto como una unidad...*
106. Carmen *No me entraría*
107. Investigadora *No caben nueve ¿verdad?*
108. Carmen *No. En cambio, de esta forma, sí*
109. Investigadora *Así sí, combinando*
110. Carmen *Sí. O incluso, con alguna de estas también. Con esta y con esta sí*
111. Investigadora *Y ¿cómo explicas que aquí te sale nueve?*
112. Carmen *Porque si este lo dividimos sí llenaríamos un cubo completo. Aquí serían seis y aquí nos quedaría, pues... seis por cuatro son veinticuatro entre ocho... ocho por cuatro. Nos quedarían cuatro cubos que cada uno tendría ocho piezas que estarían distribuidas aleatoriamente*
113. Investigadora *¿Aleatoriamente?*
114. Carmen *Bueno, completando lo que es la figura pero sin llegar a formar el cubo este en sí, o sea el cubo completo. Habría que cortarlo*
115. Investigadora *Vale, de acuerdo. ¿Te das cuenta de lo que pasa? ¿Fue buena idea coger un cubito pequeño? ¿O te generó confusiones?*
116. Carmen *Bueno, pero sí me ayuda a relacionarlos. Otra cosa, también la imagen da lugar a confusión*
117. Investigadora *Cierto, tienes razón. No está claro si es un cubo o un prisma, ¿verdad?*
118. Carmen *Eso es*
119. Investigadora *¿Terminaste satisfecha? ¿Convencida?*
120. Carmen *Sí*
121. Investigadora *A lo mejor, esto también te ayudó a asegurarte de que se podía rellenar la caja con las unidades*

122. Carmen *Exacto, que no había que hacerlo en plan probando. Si no de una forma más segura, más precisa*
123. Investigadora *Aunque para hacerlo tuvieras que cambiar la unidad*
124. Carmen *Claro*
125. Investigadora *También me sorprendió un poco que las conclusiones las pusiste al final, incluso con un poco de prisa, ¿no?*
126. Carmen *Es que lo veía muy claro y el último era el que no tenía claro y era el que me estaba comiendo la cabeza y entonces yo quería ir al último, averiguar qué sacaba de ahí [motivación, interés, una tarea como reto. Quitar esto cuando se ponga]*
127. Investigadora *Tenías muchas ganas de ese*
128. Carmen *Yo, esto lo veía como más claro, como más fácil, entonces el último era el que a mí me tenía trastocada*
129. Investigadora *Vale, muy bien*

CUARTA TAREA

130. Investigadora *¿Qué tal con la espiral?*
131. Carmen *¡La espiral está mal!*
132. Investigadora *¿Y eso?*
133. Carmen *Pues porque lo he deducido yo sola*
134. Investigadora *¿Ahora?*
135. Carmen *Sí*
136. Investigadora *¿Cómo te sentiste ese día al resolverlo? No sé si lo recuerdas*
137. Carmen *Bien, yo estaba tranquila*
138. Investigadora *Vale. ¿Qué planteaste?*
139. Carmen *Plantee que si tengo un semicírculo y el siguiente es el doble de grande, pues por consiguiente el siguiente va a ser el doble de grande y así. Pero ahora, viéndolo otra vez, no*
140. Investigadora *¿Qué ves ahora?*
141. Carmen *Pues ahora veo que si el primer semicírculo vale uno, el siguiente el de aquí, vale dos. Pero el siguiente no vale el doble de este, sino tres veces este, tres veces el pequeño*
142. Investigadora *Vale*
143. Carmen *O sea, sería tres uno, por así decirlo y el siguiente no valdría seis sino cinco y el cinco no valdría, ¿qué puse aquí? No valdría... aquí puse ocho, no sería ocho. Aquí sería cinco, claro. Un, dos, tres, cuatro y cinco. Este no sería dieciséis, sería menos*
144. Investigadora *Sobre esta tarea tú dijiste: “es el cuadrado”*
145. Carmen *Sí*
146. Investigadora *Sin embargo, en el papel, no planteas el cuadrado, sino el doble, ¿lo ves?*
147. Carmen *No, pero al fin y al cabo... bueno, el cuadrado de uno es uno que es este; el cuadrado de dos es cuatro; el cuadrado de cuatro es dieciséis...*
148. Investigadora *Pero...*
149. Carmen *No, no. No lo estoy planteando como el cuadrado. Yo lo veía como el cuadrado pero no*

150. Investigadora *Escribes: “partiendo de que el semicírculo central mide uno, el resto irá midiendo el cuadrado”. Pero aquí no figura el cuadrado sino el doble. ¿Fue una confusión de términos?*
151. Carmen *Sí. Es más, yo creo que no es así, en plan... si este es uno, este de aquí es dos, este de aquí es tres, este de aquí es cuatro, este de aquí es cinco. Un, dos, tres, cuatro y cinco. Este de aquí es cinco, este de aquí sería seis, este de aquí, sería siete y este de aquí ocho. Sería uno más dos más tres más cuatro más cinco más seis más siete y más ocho. Que serían diez, veinte, treinta y seis*
152. Investigadora *De acuerdo, vale. Ese día no lo veías así*
153. Carmen *Yo no lo veía así*
154. Investigadora *Tú dijiste: “es el cuadrado” y empezaste a poner, además el doble; fíjate, llegaste hasta ciento veintiocho*
155. Carmen *Sí*
156. Investigadora *Si tú sigues la estrategia que acabas de utilizar de contar, yo creo que a ciento veintiocho no llegas*
157. Carmen *No*
158. Investigadora *En este caso, ¿qué crees que ha pasado?*
159. Carmen *Yo creo que más por... es como en plan... los ejercicios estos llevan a confusión por la ilusión óptica que te hacen. Yo pienso que más por los dibujos, al verlos tú simplemente como comparas el primero con el segundo, ves que es el doble y entonces piensas que el resto ya es igual y como más o menos tienen relación en sí, parece que... pero después no lo es. Es como con el de los cubos, parece que va a entrar pero no entra, no te fijas en el detalle de que tiene dos plantas, es una sola*
160. Investigadora *Vale. Crees que si hubieses ido un poco más despacio, si te hubieses detenido a pensar y revisar lo que hacías y lo que te pedían, ¿te hubieses dado cuenta de estos detalles?*
161. Carmen *No lo sé*
162. Investigadora *Está claro que en ese momento no sentías la necesidad*
163. Carmen *No lo sé*
164. Investigadora *Yo creo que hacías lo que me comentas; encontrabas una relación a un vistazo, “es el cuadrado” y seguías con ello hasta el final; como si fueras con prisa*
165. Carmen *No lo sé si lo habría visto si lo hubiese revisado*
166. Investigadora *¿No lo crees?*
167. Carmen *Yo a veces que soy muy “cerrada”. Sobre todo con las matemáticas*
168. Investigadora *¿O muy confiada? En lugar de cerrada*
169. Carmen *No, muy cerrada, me ha pasado muchas veces. Yo tenía profesora particular, con la trigonometría me llevaba muy mal y suspendí como cuatro o cinco veces hasta que llegó ella, pero porque yo lo veía de una forma y no había manera de verlo de otra forma. Daba igual el tiempo que yo le dedicara*
170. Investigadora *Y en este caso, lo estás viendo ¿no?*
171. Carmen *Ahora, sí*
172. Investigadora *¿Qué ha cambiado?*
173. Carmen *Yo creo que ha sido el tiempo*

174. Investigadora *¿Crees que si hubiésemos hablado al día siguiente hubieses seguido pensando lo mismo?*
175. Carmen *Sí, seguramente. Encima, yo soy “cabezona”, muy cabezona*
176. Investigadora *¿Te ha pasado más veces? Me refiero a revisar algo que tú habías hecho en un momento concreto, después de un tiempo y te dieras cuenta de que habías cometido un error, ¿te ha pasado?*
177. Carmen *¡Sí! Con los exámenes, muchas veces. Con exámenes en sí e incluso de llevarme la sorpresa al revés; de decir: “este ejercicio seguro que lo tengo mal y sé que lo tengo mal porque yo he hecho esto y esto y esto y esto así no era, era de esta forma” y cuando lo he visto en una revisión o algo, digo: “¡toma!”. O de al revés, por ejemplo, yo con geometría el año pasado, yo manejaba muy bien Geogebra y todo lo que eran preguntas y tal que surgían en la clase yo las respondía porque yo estaba segura y sabía, sabía lo que estaba respondiendo. Es más, el profesor me afirmaba casi todo y en el examen yo me quedé sorprendida, saqué un siete y poco. Cuando incluso le di clase en verano a una compañera que sacó cerca de un nueve [risas suaves]*
178. Investigadora *Vaya*
179. Carmen *Entonces cuando yo me...*
180. Investigadora *Y estas experiencias ¿no te ayudaron? Quiero decir, si tú ya sabías que era posible que cometieras un error, quizás por la prisa o porque estabas muy confiada; ¿no has pensado, en alguna situación, que deberías detenerte un poco, revisar qué has hecho? Para no cometer el mismo error*
181. Carmen *Muchas veces cuando me pongo con un problema de matemáticas lo hago de una forma y a lo mejor, si acaso, busco otra posible solución, pero si acaso. Si lo reviso, por ejemplo, en cualquier examen de matemáticas en bachiller y tal, yo he revisado siempre el examen y lo volvía a mirar y tal, pero si yo lo había visto al principio de una forma era muy, muy raro que yo cambiase el problema entero y lo hiciese de otra manera*
182. Investigadora *¿Te has puesto a pensar por qué? ¿Te parece bueno o no?*
183. Carmen *Yo pienso que en plan, cuando yo veo algo, aparte a mí lo que son problemas en sí, de... cualquier tipo de problema no estilo este que es más de mirar más lo que tienes que hacer, lo que son problemas en sí siempre se me han dado muy bien porque siempre los entendía. A mis amigas no les pasaba, ellas no los comprendían, ellas tenían que hacer un montón de problemas, yo con un par de problemas ya sabía lo que tenía que hacer en el siguiente [creencia sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje]. Entonces eso, como más o menos sabía siempre la tónica por la que iba, pues yo iba confiada a hacer los problemas. A mí lo que más me gustaba era hacer los problemas, cuando me ponían integrales y tal, yo decía: “tengo*

que hacer un integral, ¿no hay ningún problema que tengo yo que crear mi integral?”. Me gustaba más, pero también me he llevado sorpresas varias veces, decir: “esto está mal, esto está mal, esto está mal”; porque yo estaba confiada en lo que había hecho que estaba mal y después darme cuenta de que no, que estaba bien

184. Investigadora *Vale, de acuerdo*

QUINTA TAREA

185. Investigadora *Esta es la tarea que tenías ganas de resolver ¿no?*

186. Carmen *Esta, esta no me ha gustado*

187. Investigadora *Esta la viste y querías llegar...*

188. Carmen *Sí y no me gusta, yo pienso que es absurdo*

189. Investigadora *En el vídeo dices: “este es más distinto”. ¿Cuál es la diferencia con los otros?*

190. Carmen *Distinto en sí porque los otros eran más como todo muy simétrico y este no*

191. Investigadora *¿Con esta tarea no sentías lo mismo que con los anteriores? ¿No estabas tan segura o confiada?*

192. Carmen *Es más, lo veo ahora y me quedo igual*

193. Investigadora *¿Qué lo hace tan complejo?*

194. Carmen *Pues que había que averiguar la superficie de esta mano y la sacamos Orlando y yo como nos pareció, básicamente*

195. Investigadora *¿Recuerdas cómo lo hiciste?*

196. Carmen *A ver...*

197. Investigadora *Utilizaste la misma estrategia que en la segunda tarea, de elegir una unidad y contar cuántas caben en la superficie, ¿no?*

198. Carmen *Sí, básicamente, eran... estos cuatro de aquí estaban completos, ahora si juntábamos estos dos, estos de aquí como nos sobraba aquí un cachito, lo podíamos poner aquí y aquí y ya teníamos otros dos cuadrados y con eso al fin del mundo íbamos nosotros. Después aquí y aquí teníamos que había medio y medio, pues uno. Aquí, eh, ¿qué hicimos? Aquí, no me acuerdo bien qué hicimos*

199. Investigadora *Bueno, pero en todo caso, tu estrategia era completar, ¿cierto?*

200. Carmen *Sí*

201. Investigadora *Y al terminar esta tarea ¿te sentiste contenta?*

202. Carmen *No, no lo veía, porque no veía ninguna explicación lógica*

203. Investigadora *¿Qué te hacía falta?*

204. Carmen *Que hubiese alguna forma de saberlo exactamente*

205. Investigadora *Exactamente*

206. Carmen *Sí*

207. Investigadora *En este caso, exactamente no era posible*

208. Carmen *Ya*

209. Investigadora *Y ¿una aproximación es aceptable? ¿Te satisface?*

210. Carmen *Bueno, en sí, no sé, yo creo que llegamos a una aproximación*

211. Investigadora *Aquí pones “a ojo”*

212. Carmen *¡A ojo!, era básicamente “a ojo”*

213. Investigadora *Te hacía falta algo exacto, la exactitud*

214. Carmen *Claro, saber cómo hacerlo*

215. Investigadora *Quizás porque estás acostumbrada a que las respuestas*

- siempre sean exactas*
216. Carmen *Claro. Las matemáticas son una ciencia exacta, o eso dicen*
217. Investigadora *Entiendo, era eso lo que echabas en falta*
218. Carmen *Sí*
219. Investigadora *Al terminar esta tarea, te diste cuenta, o te lo dije, que no habías puesto las conclusiones, volviste atrás y empezaste a escribir las conclusiones. ¿Es importante para ti la rapidez?*
220. Carmen *Depende para qué*
221. Investigadora *En este caso concreto. Viendo el vídeo tuve la sensación de que ibas rápido*
222. Carmen *Es lo que te digo, cuando yo veo una cosa muy clara la hago rápido*
223. Investigadora *Entonces era porque lo veías todo muy claro*
224. Carmen *Por ejemplo, con este tardamos más, no lo veía claro, no veía qué hacer con él*
225. Investigadora *¿Es posible que asumas que si vas más despacio es porque estás más insegura?*
226. Carmen *No insegura en sí, por ejemplo, el primer problema lo podría haber hecho más lento pero es lo que te digo, si al momento de leer un problema lo veo claro, yo voy como los caballos, yo veo esa cosa, a lo mejor le tengo que dar tres vueltas más que alguien me dice si lo miras desde aquí... con lo de trigonometría a mí me lo habían explicado tres maestros hasta que llegó una profesora particular que cogió y me dijo: “vamos a la cocina”*
227. Investigadora *¡Y con el reloj! Sí recuerdo que me lo comentaste*
228. Carmen *Y ahí aprobé*
229. Investigadora *Y tu manera de abordar los problemas, ¿sólo es para las matemáticas o también en tu vida diaria o con otras asignaturas?*
230. Carmen *Con otras asignaturas, en sí, por ejemplo, historia. Historia nunca me ha gustado porque me parece una asignatura absurda, me parece muy bien que debamos saber historia por cultura general porque vamos a ser maestros, vale, todo lo que tú quieras. Pero no de la forma en que nos explican en el colegio, con un libro y te tienes que aprender ahí veinte páginas para el examen*
231. Investigadora *Y entonces...*
232. Carmen *Y como no llego a entender qué finalidad tiene eso, que es una cosa que te vas a aprender más o menos de memoria o vas a tener que aprender trescientos nombres y cuatrocientas fechas, lo veo como innecesario*
233. Investigadora *No te motiva tanto como resolver un problema de matemáticas*
234. Carmen *No. Pero por ejemplo, los documentales de historia, me encantan*
235. Investigadora *Y hablando de resolver problemas en tu vida cotidiana*
236. Carmen *Soy muy cerrada, mucho*

237. Investigadora *¿Actúas de la misma manera?*
 238. Carmen *Sí, mucho. Soy muy cerrada, muy cuadrículada...*

A.3.8. TRANSCRIPCIÓN TERCERA FASE. BÚSQUEDA DEL CONSENTIMIENTO CON ORLANDO

1. Investigadora *Me comentaste que las matemáticas, en general, fueron para ti una experiencia más bien desagradable ¿verdad?*
 2. Orlando *Sí*
 3. Investigadora *¿Qué tendría que cambiar para que disfrutes de la asignatura? ¿Qué echas en falta?*
 4. Orlando *Pues el hecho de comprender lo que estoy haciendo, porque una vez que tú lo comprendes luego te sale solo; es como más fluido, ¿sabes?*
 5. Investigadora *¿Y en algún momento llegaste a disfrutar de algo?*
 6. Orlando *Eh... ¡ufff! Que yo recuerde... eh...la verdad que muy poco, que yo recuerde nunca he tenido la... vamos, así la idea general que recuerde de las matemáticas no es una idea buena, como a lo mejor otro tipo de asignaturas que sí la tenía*
 7. Investigadora *¿Sólo te pasaba con las matemáticas?*
 8. Orlando *Bueno, me ha pasado con otras asignaturas. Pero yo, por ejemplo, también di física que estaba un poco relacionado con el tema de las matemáticas y eso y la verdad que me gustaba porque tenía sentido lo que estaba haciendo, trabajábamos con problemas de distancias reales y al fin y al cabo, no sé, te motiva un poquito más, pero la matemática, por lo menos la que yo di no tenía mucho sentido, en ese sentido*
 9. Investigadora *¿No eran reales?*
 10. Orlando *No*
 11. Investigadora *Entiendo. Al empezar me comentaste que ibas con muchas dudas, que no estabas seguro de que podrías hacerlo. ¿Esas dudas te acompañaron durante toda la práctica o se fueron modificando o aliviando?*
 12. Orlando *Después me resultó mucho más fácil de lo que parecía porque Carmen, no es que me ayudara, sino que me hacía ver cosas que yo no me había dado cuenta y al revés, yo a ella. Entonces era como un poco más fluido y fácil. Y luego, la verdad es que los ejercicios...no me costaron tanto*
 13. Investigadora *No fue tan difícil como tú pensabas ¿no?*
 14. Orlando *No, yo ya no sé si estarán bien pero... [risa tímida]*

PRIMERA TAREA

15. Investigadora *¿Qué sentiste en la primera tarea? Cuando viste la imagen de los triángulos*
 16. Orlando *Pues, nada, veo la imagen, veo la pregunta: “las longitudes de los perímetros” y luego pues intento resolver lo que es el ejercicio y sí que es verdad que con la ayuda de Carmen, más o menos... como no te daba una medida, no te dan un número específico sino solo te dicen adivina la longitud, pues eso sí lo aprendí en matemáticas que tú le das el valor que tú quieras.*

- Entonces a partir del valor que tú quieras, pues se ve claramente que esto es uno, la mitad de uno, un cuarto de uno, un octavo de uno*
17. Investigadora *Aquí vi algo que me llamó la atención, tú viste el ejercicio y lo tenías muy claro*
18. Orlando *Sí*
19. Investigadora *Y dices a Carmen: “aquí todos los perímetros son iguales”, el perímetro de este triángulo es igual al perímetro de esta figura, es igual a este y es igual a este. Lo tenías muy claro, lo viste desde el principio. Y ella te dice: “aquí, lo que ha pasado es que los triángulos se han dividido, si esto es uno, este triángulo es un medio, este otro triángulo es un medio y aquí entre cuatro y aquí entre ocho”*
20. Orlando *Sí*
21. Investigadora *Pero yo creo, que lo que ella vio es cómo se fueron dividiendo la superficie de los triángulos, entonces aquí hay uno, aquí dos, aquí cuatro y aquí ocho. Pero no era eso lo que se te pedía, tenías que hacer lo que tú ya sabías y dijiste*
22. Orlando *El perímetro*
23. Investigadora *Exactamente*
24. Orlando *Sí, claro, yo como lo veo es hay uno, de perímetro uno en la imagen 1 y en la imagen 2 es la mitad de este perímetro*
25. Investigadora *¿Tú crees? Fíjate. Este, hasta aquí más o menos, y aquí. ¿Podrías decir que este lado es igual que este y este otro igual que este de aquí?*
26. Orlando *Hum...*
27. Investigadora *¿Recuerdas que es el perímetro?*
28. Orlando *Es la, dicho de mala manera, la línea que forma el triángulo. Claro, yo creo que sí porque si tú levantas este pico, se forma el triángulo grande*
29. Investigadora *¿Es el mismo perímetro?*
30. Orlando *Sí. Yo sí lo veo así*
31. Investigadora *De acuerdo, pero el decir uno, un medio, un cuarto y un octavo...*
32. Orlando *¡Ah! Vale, vale, no tiene sentido*
33. Investigadora *¿Te das cuenta? ¿Qué se te pide y tú que das?*
34. Orlando *Me piden el perímetro y yo me centré en el área*
35. Investigadora *De acuerdo. Tú lo viste claro, sabías la respuesta, pero es como si hubieses renunciado a tu solución*
36. Orlando *Puede ser, puede ser*
37. Investigadora *Porque esta respuesta también te pareció muy lógica, ¿cierto?*
38. Orlando *Sí, claro*
39. Investigadora *Quizás no identificaste que esta respuesta de uno, un medio, un cuarto y un octavo era la relación de las superficies y no era lo que se te pedía*
40. Orlando *Ya*
41. Investigadora *A pesar de tener la respuesta correcta*

42. Orlando *Sí, sí, sí*
43. Investigadora *¿Qué crees que pasó? ¿Será que no reflexionaste lo suficiente sobre las diferencias entre ambas soluciones?*
44. Orlando *Yo recuerdo que Carmen como que me dijo, es que...ya no me acuerdo bien. Recuerdo que Carmen como que me dijo eso, como que también no estaba de acuerdo con lo que yo... o a lo mejor ella me dijo una cosa, yo le dije que sí entendiendo que ella estaba entendiendo lo que yo estaba entendiendo*
45. Investigadora *Vale, claro*
46. Orlando *Y le dije: “¡vale, vale” y a lo mejor ella estaba hablando de una cosa totalmente distinta y yo estaba hablando de eso, pero...*
47. Investigadora *Yo entiendo que la respuesta que presentas es distinta de tu primer planteamiento. A ver, esta respuesta es correcta, aquí hay un triángulo, aquí dos, aquí cuatro y aquí ocho; pero no es una respuesta al enunciado que te pide encontrar una relación entre los perímetros; sin embargo, lo que tú dices al principio y como hemos comprobado ahora, los perímetros de todas las figuras son iguales*
48. Orlando *¡Ahhh! [Expresión de asombro y alegría, está contento]. Ya pero como aquí te pide, “¿qué puedes decir de la longitud de los perímetros?”, claro, yo qué te puedo decir, que sí que todos son iguales pero que numéricamente expresándolo yo lo veo así [establece una relación entre los perímetros de los triángulos, no de las figuras, de los triángulos, luego quitar esto]*
49. Investigadora *Entiendo, buscabas expresar numéricamente la relación entre los perímetros de cada uno de los triángulos con respecto al grande*
50. Orlando *Sí, esa era mi manera de hacerlo. Partiendo de que esto es uno, pues la mitad, la mitad de la mitad y así*
51. Investigadora *Entiendo, vale, vale. En tu conclusión escribes: “cada imagen es la mitad de la anterior”, aunque es correcta y después de hablar contigo tiene mucho sentido, no responde al enunciado, ¿no crees? Y tu respuesta: “son iguales”, no la pusiste*
52. Orlando *Sí, sí*
53. Investigadora *¿Preferiste poner números?*
54. Orlando *Sí, me convence más*
55. Investigadora *¿Terminaste convencido o tenías alguna duda?*
56. Orlando *Yo pensé que estaba bien hecho*
57. Investigadora *Y está bien, siempre lo tuviste bien*

SEGUNDA TAREA

58. Investigadora *¿Qué tal con esta? Aquí también la cosa estaba bastante clara, ¿verdad?*
59. Orlando *Sí, porque esta el año pasado la hicimos en geometría y más o menos dándole, o sea, ¿cómo lo hicimos? Dándole el valor de uno a cada lado del cuadrado, pues sacas más o menos... ¡no! Mentira, a cada cuadrado le das el valor de uno, exactamente*
60. Investigadora *Y luego contaste, ¿verdad?*
61. Orlando *Sí, uno, dos, tres, cuatro, los medios forman uno. Cinco y medio*

62. Investigadora *Aquí todo fue bien, ¿te sentiste tranquilo?*
 63. Orlando *Sí, ese sí lo sabía. Está bien ¿no?*
 64. Investigadora *Sí, claro, y el primero también. Tu idea original es correcta, por lo tanto lo has hecho muy bien. Y no te preocupes que esto no es un examen ni tampoco voy a juzgarte*
 65. Orlando *No, ya, ya*

TERCERA TAREA

66. Investigadora *¿Qué tal este?*
 67. Orlando *Bueno, este, sí que es verdad que le hice un poco más de caso a lo que me decía mi compañera, pero no me convencía del todo. Lo que pasa es que llegó un momento en el que ya le dije: “vale, lo que tú digas”, más o menos así, mal dicho*
 68. Investigadora *Pero no estabas convencido*
 69. Orlando *O sea, no estaba convencido y estaba convencido, yo creo que había varias maneras de hacerlo y al final yo creo que llegamos a esa conclusión, de que había varias maneras de hacerlo. Porque tú, solo con una placa, por ejemplo esta, la A puedes rellenar todo el cubo, incluso con la B e incluso, creo, que con la C. Porque eran todos divisores de setenta y dos*
 70. Investigadora *De acuerdo, entonces... empecemos por el principio. Tenemos tres unidades y había que averiguar cuántas de cada una caben en la caja*
 71. Orlando *Exactamente*
 72. Investigadora *Y para hacerlo más fácil, ¿no? Cuentas los cubos pequeñitos que hay en la caja y son setenta y dos*
 73. Orlando *Más fácil no, sino para ver cuántos cubos hay y cuántos puedo ir metiendo*
 74. Investigadora *Entiendo. Luego dices: “como aquí hay setenta y dos, este son...”*
 75. Orlando *Ese me da...ocho, aquí hay tres y ahí hay cuatro*
 76. Investigadora *Vale, entonces luego divides*
 77. Orlando *Sí*
 78. Investigadora *¿Fue idea tuya o sugerencia de Carmen?*
 79. Orlando *No lo recuerdo, en todo caso, la idea era esa, seis A...uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis... no entiendo porqué pone 6A si realmente eran ocho...*
 80. Investigadora *¿Crees que ocho cajas A caben en una caja grande?*
 81. Orlando *Ocho no, ¡ah, no! Claro, mentira, vale, vale, vale. Seis cubos, ¿no? Seis cubitos de esos y... lo conté ¿no? Un, dos, tres, cuatro, cinco y seis... luego 8 B y luego 12 C y ahí formas todo*
 82. Investigadora *Vale. Es decir 6A más 8B o 12C*
 83. Orlando *Sí así es como lo hicimos*
 84. Investigadora *¿12C?*
 85. Orlando *Podríamos hacerlo: 6A más 8B o 6A más 8B*
 86. Investigadora *Vale*
 87. Orlando *Pero creo que también se podía hacer ocho B más 12 C y al fin y al cabo creo que se puede hacer incluso con el mismo; lo que*

pasa es que eso yo creo que no lo comprobamos, pero vamos; a ver si está hecho... setenta y dos partido ocho te da nueve, entonces era un poco... o sea la división la sacamos porque era para ver con cuántos cubos... por ejemplo, en este caso, en el caso de B, con cuántos cubos de B puedo rellenar el cubo entero, sacas nueve cubos, nueve es igual a setenta y dos

88. Investigadora *¿Seguro?*
 89. Orlando *Eso fue lo que...*
 90. Investigadora *¿Crees que nueve cubos de estos caben en esta caja?*
 91. Orlando *¿Del A?*
 92. Investigadora *Sí, sólo de A. Esto es lo que dice aquí, ¿no?*
 93. Orlando *No, de A es este...uno, dos, tres, cuatro,... ¡sí! Nueve de A caben aquí*
 94. Investigadora *Vamos a hacerlo*
 95. Orlando *Ehh... ¿esto se puede separar?*
 96. Investigadora *¿Te hace falta?*
 97. Orlando *Sí, lo partiría por la mitad, así me cabe aquí. Esa es otra forma de resolverlo*
 98. Investigadora *Vale, entiendo*
 99. Orlando *Esa era la manera que creo que se puede ¿no? Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis; ya tienes toda la parte de aquí y ahora la mitad de seis que es tres, vamos sería partiendo A porque un cubo entero no cabe*
 100. Investigadora *Vale, de acuerdo. ¿Y B y C?*
 101. Orlando *También se puede, con 24 de B y ...*
 102. Investigadora *Vale. Lo tenías muy claro, ¿no? Ahora me lo cuentas muy bien, con argumentos y con tranquilidad*
 103. Orlando *Sí, sí, sí*
 104. Investigadora *Sin embargo, en ese momento a lo mejor tenías más dudas, ¿no?*
 105. Orlando *Sí, es que también, hay veces en las que me cuesta razonar las cosas, o sea llega un momento en que le pillo ya más o menos la idea, sí la puedo sacar*
 106. Investigadora *Vale, y a lo mejor como esta es la segunda vez que te enfrentas a la tarea, puede que tengas más ideas ¿no?*
 107. Orlando *Sí, también puede ser*

CUARTA TAREA

108. Investigadora *¿Qué tal con la cuarta?*
 109. Orlando *Pues ese... es que Carmen lo vio y dijo: "así, se hace así, pom, pom, pom, pom" y lo sacó ella, eso es así*
 110. Investigadora *Pero entonces tú no lo tenías muy claro*
 111. Orlando *Yo la verdad es que no... la verdad es que me... Es que yo, primero pienso las cosas, vamos que pienso más las cosas que puede que sea más torpe pero bueno... y sí que es verdad que tenía razón. Creo que cuánto mide la longitud de la espiral; pues si le das el valor de uno a la más pequeña, y te das cuenta de que a partir de ahí siempre son el doble. Uno por dos, o sea... son exponenciales de cada número; por ejemplo, si este es dos, de longitud dos, este es de longitud cuatro que sería el doble de dos, por lo tanto este es ocho, dieciséis, treinta y*

- dos y así. Luego sumas las longitudes y te da la longitud completa de la espiral
112. Investigadora *Vale. Una cosa que me llamó la atención es que ibas muy rápido, ¿o fue impresión mía? ¿Es posible que el ritmo lo marcara Carmen?*
113. Orlando *Hum... puede ser, puede ser*
114. Investigadora *Acabas de decirme que te gusta pensar las cosas, eso implica tomarte tu tiempo y a lo mejor tú necesitabas un poco más de tiempo para reflexionar*
115. Orlando *Sí, sí, sí, sí. También creo que con el... con el... entre dos personas era mucho más...no sé, más fácil*
116. Investigadora *¿Te tranquiliza trabajar con otra persona?*
117. Orlando *Sí, hombre, es mejor... te ayudas más, la otra persona siempre ve cosas que tú no ves y tú ves cosas que esa persona no ve, entonces puede ser que me haya ayudado bastante [parece avergonzado, no capta que la rapidez era mala, no se lo dijimos y piensa que Carmen le ayudó a ser más rápido]*
118. Investigadora *Aquí dice: "tomando como unidad de medida el semicírculo y dándole el valor de uno, podemos deducir que cada uno será el cuadrado del anterior". Pero yo no estoy segura de que sea el cuadrado, fíjate: si este es el anterior, el cuadrado sería uno*
119. Orlando *Sí, exactamente*
120. Investigadora *Si este es el anterior, el cuadrado es cuatro. Aquí no hay problema*
121. Orlando *Pero cuatro al cuadrado no es ocho*
122. Investigadora *Exactamente. Entonces no es elevar al cuadrado al anterior...*
123. Orlando *Es el doble, siempre es el doble, sí, sí*
124. Investigadora *El doble*
125. Orlando *El doble del anterior*
126. Investigadora *Más que el cuadrado, ¿no? ¿Te convenció?*
127. Orlando *Sí, sí, no sé si es así pero sí*
128. Investigadora *Podría ser una manera de resolverlo, ¿no? En todo caso, tendríamos que asegurarnos de algún modo que esto es realmente la mitad de esto, ¿no crees?*
129. Orlando *Ehhh...*
130. Investigadora *Parece...*
131. Orlando *Ehhh, es que es muy complicado, sí puede ser que no sea, pero es como el ejercicio de después, el de la mano, que es una aproximación*
132. Investigadora *¿Esta también puede ser una aproximación?*
133. Orlando *Claro*

QUINTA TAREA

134. Investigadora *Vamos a por la última. ¿Cómo te sentiste cuando viste la mano?*
135. Orlando *Pues, intentamos hacerlo como el ejercicio número dos, creo que es, parecido pero, ayudándonos entre los dos, pues sí, pues esta parte puede que se parezca más a esta, esta a esta otra y*

- así*
136. Investigadora *¿Qué diferencia había entre esta tarea y la segunda?*
137. Orlando *En esta, realmente no...no... ¿cómo te lo puedo decir? No sigue una... no sé cómo explicártelo. Que, al ser una mano, o sea no cubre espacios de los cuadrados que a lo mejor son distintos, entonces a la hora de darle un valor uno a un cuadrado para rellenar un cuadrado que por ejemplo, si te fijas en el dedo gordo es muy complicado rellenar ese espacio. ¿Con qué lo rellenas? Pues nosotros decíamos: “pues pues con ese, y este pues con este” y así pues más o menos se saca uno, y luego intentar sacar la mayoría de unos posible para llegar al final que era lo que te pedía: la superficie*
138. Investigadora *Y era trece y medio, ¿verdad?*
139. Orlando *Sí*
140. Investigadora *En este caso, tú tenías una estrategia muy clara. La que me acabas de describir: “vamos a contar los cuadrados y vamos a ir completando lo que falta”*
141. Orlando *Sí, completando a la unidad*
142. Investigadora *Y en esta tarea, a diferencia de las anteriores, te vi más seguro. Insististe en tu estrategia*
143. Orlando *Sí, también... vendría más... como motivado, no sé o como que la cabeza ya... a mí me pasa mucho que me bloqueo, pero cuando me desbloqueo, en cierta manera como que ya empiezo a pensar las cosas de manera más fresca entonces ya con este ejercicio pues intenté hacer lo que habíamos hecho en el anterior, pero bueno, dándole el valor de uno a todos pero intentando rellenar los que... por ejemplo, en este caso, en el dedo con la parte izquierda de la mano*
144. Investigadora *Vale, vale. Las otras serían las de “calentamiento” y aquí llegaste preparado y confiado*
145. Orlando *[Ríe] sí, sí, sí*
146. Investigadora *Y al terminar, escribes trece y medio, y decís: “¡Ya hemos terminado!” me dio la sensación de que había algo de prisa en vuestra conducta*
147. Orlando *Puede ser*
148. Investigadora *Y cuando me acerqué, nos percatamos de que no habíais escrito las conclusiones*
149. Orlando *No*
150. Investigadora *Otra cosa que me llamó la atención, no sé si solo te pasó en esta práctica, no te detenías a revisar tus respuestas. Es decir, no te asegurabas de estar dando aquello que se te pedía*
151. Orlando *No sabría decirte. En este caso es verdad que no lo hice, pero no sé... si es verdad que la estábamos haciendo con mucha prisa, ahora no sé porqué, la verdad*
152. Investigadora *Si la hubieses resuelto tú solo, ¿hubieses tenido la misma prisa?*
153. Orlando *No lo sé, quizás no. Pero a lo mejor al ser dos, pues nos costó un poco menos también. Ella por lo que sé, sabe algo más de matemáticas y le gusta y eso... yo...siempre he intentado evitarlas. Pero no me cuestan tanto, incluso me gustan cuando*

- tienen algún sentido, cuando pierden el sentido me cuesta mucho. Entonces...*
154. Investigadora *Esta práctica las hecho muy bien, pero me sorprende que teniendo estrategias muy válidas, en algunos casos incluso las soluciones al primer vistazo; no hayas insistido en ellas, sino que en algunos casos te dejaste llevar por una solución o estrategia menos acertada*
155. Orlando *Sí, sí, sí*
156. Investigadora *¿Es posible que no estuvieras muy seguro de tus planteamientos?*
157. Orlando *Puede ser*
158. Investigadora *Es posible que también te hubiese ayudar volver a revisar lo que hiciste, lo que se te pedía. Quizás al identificar el error o el desajuste hubieses recuperado tus planteamientos iniciales*
159. Orlando *Por ejemplo, me suele pasar en los campos en los que yo sé que no me desenvuelvo tan bien, por ejemplo si estamos hablando de otro tipo de cosas que yo sé que sí me desenvuelvo mejor, pues a lo mejor sí que le echas más cabeza. Pero en este tema, pues me dejo guiar un poco por lo que dice uno, un poco por mi intuición propia también, pero bueno, como tampoco estoy seguro verdaderamente de lo que estoy haciendo, digo: “pues, será así, si tú lo ves así y tal”. Y ya está*
160. Investigadora *Esto puede jugar en tu contra, ¿lo sabes no?*
161. Orlando *Sí, sí, totalmente*