



UNIVERSIDAD DE MALAGA

Tesis doctoral

**MÉTODOS DE PLANO CRÍTICO
PARA EL ANÁLISIS DE FATIGA
MULTIAXIAL EN ACEROS**


Manuel Alejandro Sánchez Cruces

Málaga, Febrero 2019

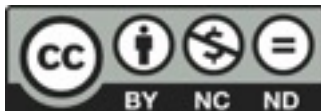


UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

AUTOR: Manuel Alejandro Sánchez Cruces

 <http://orcid.org/0000-0002-7994-6039>

EDITA: Publicaciones y Divulgación Científica. Universidad de Málaga



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode>

Cualquier parte de esta obra se puede reproducir sin autorización pero con el reconocimiento y atribución de los autores.

No se puede hacer uso comercial de la obra y no se puede alterar, transformar o hacer obras derivadas.

Esta Tesis Doctoral está depositada en el Repositorio Institucional de la Universidad de Málaga (RIUMA): riuma.uma.es



UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación

Tesis doctoral

MÉTODOS DE PLANO CRÍTICO PARA EL ANÁLISIS DE FATIGA MULTIAXIAL EN ACEROS

ON THE APPLICATION OF CRITICAL PLANE MODELS
FOR MULTIAXIAL FATIGUE PREDICTIONS ON STEELS

Autor:

MANUEL ALEJANDRO SANCHEZ CRUCES

Ingeniero Industrial por la E.T.S.I.I de Málaga

Director:

D. PABLO LÓPEZ CRESPO

Tesis doctoral presentada en la

ESCUELA DE INGENIERÍA de la UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

para la obtención del Grado de Doctor

Málaga, Febrero 2019





UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

D. Pablo López Crespo, Doctor del Área de Ciencia de Materiales e Ingeniería Metalúrgica, de la Universidad de Málaga, como Director de la Tesis Doctoral.

“MÉTODOS DE PLANO CRÍTICO PARA ANÁLISIS DE FATIGA MULTIAXIAL EN ACEROS”

Presentada por D. Manuel Alejandro Sánchez Cruces en la ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES de la UNIVERSIDAD DE MÁLAGA para la obtención del Grado de Doctor.

Hace constar que dicha tesis queda avalada por el artículo de investigación.

“MULTIAXIAL FATIGUE LIFE PREDICTION ON S355 STRUCTURAL AND OFFSHORE STEEL USING THE SKS CRITICAL PLANE MODEL”

No presentado con anterioridad en otra tesis. Cumpliendo así las condiciones necesarias para su defensa ante el tribunal que designe la Comisión de Doctorado de la Universidad de Málaga.

En Málaga, a X de Diciembre de 2018

Fdo: Pablo López Crespo

Director

Fdo: Belén Moreno Morales

Tutora

A mis padres, Dolores y Ángel

Resumen

En este trabajo se han analizado varios modelos de plano crítico para el análisis de fatiga bajo cargas multiaxiales. Para esto se ha empleado datos experimentales con cargas multiaxiales para dos aceros ampliamente extendidos en la industria como son el acero estructural S355-J2G3 y el acero inoxidable 316. En ambos casos se emplearon probetas tubulares. Los ensayos para el acero S355-J2G3 se realizaron con control de deformación, para deformaciones axiales y angulares, generando cargas de tipo proporcional y no proporcional. Para el caso del 316SS los ensayos se realizaron con control de tensión, controlando las tensiones de dos direcciones ortogonales entre sí, considerándose de tipo proporcional en todos los casos. Para los ensayos del acero inoxidable 316, en casi todos los casos aparecen tensiones medias que llevó a que se produjera ratchetting. Los modelos de plano crítico estudiados han sido Fatemi-Socie, Wang-Brown, Liu I y Liu II en ambos materiales. Adicionalmente, para el acero S355-J2G3 se estudió la capacidad de predicción de un modelo basado en un nuevo parámetro de daño definido por Sandip, Kallmeyer y Smith. Se ha analizado la capacidad de colapsar los datos experimentales mediante el parámetro de daño definido por cada modelo. El mejor resultado fue devuelto por el modelo de Sandip-Kallmeyer-Smith. Se observó que las mejores predicciones de vida a fatiga son devueltas por Fatemi-Socie para el S355-J2G3 y por Liu II para el acero inoxidable 316SS. Respecto a predicción del ángulo de grieta en el acero inoxidable 316, se obtuvo el mejor resultado con el modelo de Liu I. Para los casos de fatiga uniaxial en el acero inoxidable, todos los modelos estudiados devolvieron similares resultados de vida a fatiga y ángulo de crecimiento de grieta.

Abstract

In this work is assessed several critical plane models for multiaxial fatigue analysis. For that purpose were used multiaxial fatigue experimental data for two types of steel widely used in the industry; structural steel S355-J2G3 and stainless steel 316. In both cases tests were used tubular specimens. Tests for steel S355-J2G3 were carried out with strain control, for the shear and the axial strain, producing proportional and non-proportional loadings. Tests for the stainless steel 316 were carried out with stress-control, orthogonal axial and hoop stresses were controlled independently, considering all the tests as proportional. For stainless steel 316 experimental tests, almost all cases appear mean normal stresses that leads to produce ratchetting. Studied critical plane models were Fatemi-Socie, Wang-Brown, Liu I and Liu II for both materials. For steel S355-J2G3 was also assessed the prediction capability of a critical plane model based on a new damage parameter developed by Sandip, Kallmeyer and Smith. The capacity to collapse all the multiaxial load experimental data to a single curve with the damage parameter was evaluated by each model. Better result was obtained by Sandip-Kallmeyer-Smith damage parameter. The better fatigue life prediction for S355-J2G3 was obtained by Fatemi-Socie and for 316 stainless steel by Liu II model. The crack growth angle was also assessed for the stainless steel 316. The better crack growth angle estimations were given by Liu I. For the uniaxial cases, all models give similar results for fatigue life and crack growth prediction.

Agradecimientos

Deseo agradecer primeramente a mi director de Tesis Pablo López Crespo por el apoyo y la confianza que me ha dado durante estos años, por haberme despertado el interés por la investigación y brindarme la oportunidad de poder participar en ella. A Mehdi Mokhtarishirazabad por su paciencia conmigo en el laboratorio así como el resto de técnicos, que de buen grado me han ayudado en todo lo que ha estado en su mano. También deseo agradecerle a Fernando Antunes la ayuda dada durante mi estancia en Coimbra, de donde he podido conocer a muy buenos compañeros. A Sandip Suman de UTC Aerospace Systems por su soporte a la hora de implantar el modelo desarrollado. Por último a Stefano Bressan y al profesor Itoh Takamoto de la Universidad de Ritsumeikan (Japón) por compartir algunos de los datos experimentales que aparecen en el siguiente trabajo.

Índice

Resumen	i
Abstract	ii
Agradecimientos	iii
Índice.....	iv
List of Tables	vi
Lista de Tablas	vi
List of Figures	vii
Lista de Figuras.....	viii
Nomenclature. Nomenclatura.....	ix
Abbreviations. Abreviaturas.....	xi
1 Antecedentes y estructura de la tesis	1
2 Revisión bibliográfica	3
2.1 Cargas proporcionales y no proporcionales.....	7
2.2 Métodos de análisis de fatiga multiaxial	8
3 Métodos de plano crítico.....	10
3.1 Fatemi-Socie.....	11
3.2 Wang-Brown	13
3.3 Liu I y Liu II.....	16
3.4 Sandip, Kallmeyer y Smith (SKS).....	17
3.5 Sandip, Kallmeyer y Smith (SKS) - en.....	19
4 Materials and methods.....	22
4.1 Structural steel S355-J2G3	22
4.2 316 Stainless steel.....	28
4.2.1 Residual stress evaluation.....	36
5 Results and discussion.....	40
5.1 Structural Steel S355-J2G3	40
5.2 316 Stainless steel.....	45
5.2.1 Fatigue life predictions	45



5.2.2	<i>Crack orientation results</i>	47
6	Conclusions	50
7	Conclusiones	51
	References	54

List of Tables

Table 1. Fit experimental data for SKS material parameters.	19
Table 2. Chemical composition of S355 (in wt. %).	22
Table 3. Monotonic properties of S355.	22
Table 4. Uniaxial properties of S355.	23
Table 5. Torsional properties of S355.	23
Table 6. Direction cosines for coordinate transformation to ϕ plane.	24
Table 7. S355 Fatigue experimental data.	25
Table 8. Chemical composition of 316SS (in wt. %).	28
Table 9. Monotonic properties 316SS.	29
Table 10. Cyclic uniaxial properties 316SS.	29
Table 11. Cyclic torsional properties 316SS.	29
Table 12. Test detail of the six different loading paths studied.	30
Table 13. Summary of the relative error between DP_{exp} and DP_{calc} for each model.	41
Table 14. Comparison of crack angles β and α at initiation measured with models predictions.	48

Lista de Tablas

Tabla 1. Ensayos experimentales para ajuste de los parámetros del modelo de SKS.	19
Tabla 2. Composición química del S355 (en peso %).	22
Tabla 3. Propiedades monotónicas del S355.	22
Tabla 4. Propiedades uniaxiales del S355.	23
Tabla 5. Propiedades torsionales del S355.	23
Tabla 6. Cosenos directores para el cambio de coordenadas al plano ϕ	24
Tabla 7. Datos experimentales del S355.	25
Tabla 8. Composición química del 316SS (en peso %)	28
Tabla 9. Propiedades monotónicas del 316SS.	29
Tabla 10. Propiedades cíclicas uniaxiales del 316SS.	29
Tabla 11. Propiedades cíclicas torsionales del 316SS.	29
Tabla 12. Datos de los seis caminos de carga estudiados.	30
Tabla 13. Resumen de los errores relativos entre DP_{exp} y DP_{calc} para cada modelo.	41
Tabla 14. Comparación de los ángulos de grieta β y α medidos al inicio con las predicciones de ángulo de cada modelo.	48

List of Figures

Figure 1. K parameter values as function of fatigue life N_f for S355 and 316SS.	13
Figure 2. S parameter values as function of fatigue life N_f for S355 and 316SS.	15
Figure 3. Geometry of the specimen for S355. All dimensions are in mm.	23
Figure 4. φ plane definition for the three dimensional coordinate system considered.	24
Figure 5. Schematic of the loading path studied and Mohr's circle for stress and strain. In-phase (a) and 90° out-of-phase loading paths (b).	26
Figure 6. Experimental setup and directions adopted in this work.	28
Figure 7. Geometry of the specimen for 316SS. All dimensions are in mm.	29
Figure 8. Schematic of the loading paths studied.	30
Figure 9. Equivalent von Mises strain amplitude. Variables are plotted against number of cycles, N , for each loading path.	32
Figure 10. Equivalent von Mises mean strain. Variables are plotted against number of cycles, N , for each loading path.	32
Figure 11. Shear strain γ_s and γ_p at critical plane define by maximum $\Delta\gamma$ for test 1A (a), 2 (b), 3 (c), 4 (d), 5 (e) and 6A (f).	35
Figure 12. Evolution of the hoop stress along two cycles at the inner and outer surface applying 60MPa inner pressure.	37
Figure 13. Residual hoop stress on inner and outer surface after applying 60MPa inner pressure.	38
Figure 14. Residual stress created by different applied inner pressures in the sample. The residual stress is shown on the inner (dashed line) and outer (solid line) surfaces.	39
Figure 15. Correlation of S355 fatigue experimental data with (a) FS, (b) WB, (c) Liu I, (d) Liu II and (e) SKS damage parameters.	41
Figure 16. Fatigue life predicted by each model, N_{mod} versus experimental fatigue life, N_{exp} , for proportional loading (a) and non-proportional loading (b).	43
Figure 17. Fatigue life deviation for proportional (a) and non-proportional loading (b) for the five different critical plane models under study.	43
Figure 18. Damage parameter and critical plane choose criterion parameter versus angle β for (a) FS, (b) WB, (c) Liu I and II and (d) SKS for test 10.	45
Figure 19. Critical plane model fatigue life prediction for uniaxial (a) and biaxial (b) path loads tests for 316SS.	46
Figure 20. Model fatigue life deviation in each loading case for 316SS.	47
Figure 21. (a) Picture of the central part of the specimen and (b) schematic showing how the angle β ant the normal vector, n , are defined for α angle 90°.	48

Lista de Figuras

Figura 1. Valores del parámetro K en función de la vida a fatiga N_f para el acero S355 y 316SS.....	13
Figura 2. Valores del parámetro S en función de la vida a fatiga N_f para el acero S355 y 316SS.	15
Figura 3. Geometría de la probeta para el S355. Todas las dimensiones en mm.	23
Figura 4. Definición del plano ϕ para el sistema de coordenadas tridimensional considerado.....	24
Figura 5. Esquema de camino de cargas estudiado y círculos de Mohr para tensión y deformación. En fase (a) y 90° fuera de fase (b).	26
Figura 6. Montaje experimental y direcciones adoptadas en el presente trabajo.	28
Figura 7. Geometría de la probeta para el 316SS. Todas las dimensiones en mm.	29
Figura 8. Esquema de caminos de carga estudiados.	30
Figura 9. Amplitud de deformación equivalente según von Mises. Las variables son presentadas respecto al número de ciclos, N , para cada camino de carga.	32
Figura 10. Media de la deformación equivalente de von Mises. Las variables son presentadas frente al número de ciclos, N , para cada camino de carga.	32
Figura 11. Deformación angular γ_s y γ_p en el plano crítico definido por el máximo $\Delta\gamma$ para el ensayo 1A (a), 2 (b), 3 (c), 4 (d), 5 (e) y 6A (f).	35
Figura 12. Evolución de las tensiones periféricas a lo largo de dos ciclos en la superficie interior y exterior aplicando 60MPa de presión interior.	37
Figura 13. Tensión periférica residual en la superficie interior y exterior tras aplicar 60MPa de presión interior.	38
Figura 14. Tensiones residuales generadas por diferentes presiones interiores en la probeta. La tensión residual se muestra en la superficie interior (línea discontinua) y en la superficie exterior (línea continua).	39
Figura 15. Correlación de los datos experimentales a fatiga del S355 con los parámetros de daño de (a) FS, (b) WB, (c) Liu I, (d) Liu II y (e) SKS.	41
Figura 16. Vida a fatiga estimada por cada modelo, N_{mod} frente a la vida a fatiga experimental, N_{exp} , para cargas proporcionales (a) y no-proporcionales (b).	43
Figura 17. Desviación de la vida a fatiga para cargas proporcionales (a) y no-proporcionales (b) para los cinco modelos de plano crítico estudiados.	43
Figura 18. Parámetro de daño y criterio de selección del plano crítico frente a ángulo β para (a) FS, (b) WB, (c) Liu I y II y (d) SKS para el ensayo 10.	45
Figura 19. Vida a fatiga estimada por los modelos de plano crítico estudiados para los caminos de carga uniaxiales (a) y biaxiales (b) para el 316SS.	46
Figura 20. Desviación de vida a fatiga para cada modelo para el 316SS.	47
Figura 21. (a) Imagen de la parte central de la probeta y (b) esquema mostrando como el ángulo β y el vector normal, n , son definidos para un ángulo α de 90°.	48

Nomenclature. Nomenclatura.

α	Angle between radial direction R and directional vector \vec{n} θ R projection
β	Angle between axial direction Z and directional vector \vec{n}
$(\sigma\tau)_{max}$	Maximum shear and normal stress product along load cycle
b	Fatigue strength exponent
b_γ	Fatigue torsional strength exponent
c	Fatigue ductility exponent
c_γ	Fatigue torsional ductility exponent
DP_{calc}	Damage parameter calculated by the model
DP_{exp}	Damage parameter experimental
E	Modulus of elasticity
G	Shear modulus
k	Sandip-Kallmeyer-Smith material parameter 1
K	Fatemi-Socie material parameter
K'	Cyclic strength coefficient
K'_γ	Cyclic torsional strength coefficient
n'	Cyclic hardening exponent
N_{exp}	Experimental fatigue life
N_f	Fatigue life, number of cycles
N_{mod}	Fatigue life calculated by the model
n'_γ	Cyclic torsional hardening exponent
R	Load ratio
r	Radius
r_i	Specimen inner radius
r_o	Specimen outer radius
S	Wang-Brown material parameter
γ'_f	Fatigue torsional ductility coefficient
γ_a	Angular strain amplitude
γ_m	Mean angular strain
ΔW_I	Liu I cyclic work
ΔW_{II}	Liu II cyclic work

$\Delta\gamma$	Shear strain range
$\Delta\varepsilon$	Normal strain range
$\Delta\sigma$	Axial stress range
$\Delta\tau$	Shear stress range
ε_a	Axial strain amplitude
ε_{eq}	Von Mises equivalent strain
ε_{eqa}	Von Mises equivalent strain amplitude
ε_{eqm}	Von Mises equivalent mean strain
ε'_f	Fatigue ductility coefficient
σ_a	Axial stress amplitude
σ_{eq}	Von Mises equivalent stress
σ_{eqa}	Von Mises equivalent stress amplitude
σ_{eqm}	Von Mises equivalent mean stress
σ'_f	Fatigue strength coefficient
σ_n	Axial stress at critical plane
$\sigma_{n,mean}$	Mean axial stress at critical plane
σ_o	Sandip-Kallmeyer-Smith random stress
σ_u	Ultimate tensile stress
σ'_y	Cyclic yield strength
σ_{ys}	Yield strength
σ_z	Axial stress in Z direction
σ_θ	Hoop stress in θ direction
τ_a	Shear stress amplitude
τ'_f	Fatigue strength coefficient
τ_m	Mean Shear stress
τ'_y	Cyclic yield strength
ν_e	Poisson coefficient in elastic deformation
ν_p	Poisson coefficient in plastic deformation
φ^*	Critical plane
w	Sandip-Kallmeyer-Smith material parameter

Abbreviations. Abreviaturas.

316SS	316 stainless steel
ASTM	American Society for Testing and Materials
FS	Fatemi-Socie
LCF	Low Cycle Fatigue
MCF	Medium Cycle Fatigue
HCF	High Cycle Fatigue
SKS	Sandip-Kallmeyer-Smith
S355	S355-J2G3 structural steel
WB	Wang-Brown

1 Antecedentes y estructura de la tesis

El presente trabajo se enmarca dentro de la línea de estudio sobre fatiga multiaxial que se investiga en el Área de Ciencia de los Materiales y Metalurgia de la Universidad de Málaga, gracias a distintos proyectos de investigación de ámbito autonómico y nacional.

En este trabajo se lleva a cabo una investigación detallada de los métodos de plano crítico. Se analizarán la respuesta de modelos muy reconocidos como Fatemi-Socie [1]; Wang-Brown [2]; Liu I y Liu II [3] así como la respuesta de un modelo de plano crítico basado en un nuevo parámetro de daño definido por Sandip, Kallmeyer y Smith [4]. El nuevo parámetro de daño permite tener en cuenta efectos como el endurecimiento del material sometido a cargas no proporcionales, el efecto de las tensiones medias y la interacción entre las tensiones cortantes y normales. El parámetro de daño incluye dos parámetros para ser ajustados al material empleando datos experimentales a fatiga. Los datos experimentales empleados son de origen externo, por un lado se tiene el acero estructural S355-J2G3 y por otro lado el acero inoxidable 316 para la fabricación de tuberías y recipientes a presión.

El siguiente trabajo tratará de realizar un estudio detallado de distintos modelos de plano crítico. Los materiales y condiciones de carga aplicados son totalmente diferentes. En uno de los casos se observa el efecto de endurecimiento del material bajo cargas no proporcionales y en otro el efecto de las tensiones medias que llevan a la generación de elevados niveles de deformación acumulada en el material o ratchetting.

Hasta el momento, los resultados de esta tesis se han publicado en la revista Metals [5]. Otra parte del trabajo se ha enviado a la revista Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures y está en periodo de revisión [6].

Se describe a continuación la estructura de la tesis. En el capítulo 2 se realizará una breve revisión del estado de arte. Previo al estudio de metodologías avanzadas es de capital importancia haber revisado las bases sobre las que se sostienen. En la revisión

se presentan los trabajos más destacados en el estudio de la fatiga, discriminando aquellos que se alejan de la línea de estudio del presente trabajo.

En el capítulo 3 se presenta la base de los métodos de plano crítico. A continuación, se desarrollan los modelos de plano crítico que son analizados en la tesis comentando los resultados obtenidos en los ajustes de sus parámetros.

En el capítulo 4 se presentan los materiales y métodos empleados. Se describen los materiales y presentan las propiedades mecánicas de cada uno. Una descripción de las máquinas de ensayo y el montaje de los ensayos. Se presenta aquí también como han sido calculados los valores de tensiones y deformaciones empleados en los modelos.

En el capítulo 5 se presentan y comentan los resultados obtenidos por los modelos de plano crítico analizados.

En el capítulo 6 se presentan las conclusiones que se han obtenido del trabajo.

2 Revisión bibliográfica

A medida que las capacidades de los materiales se llevan más al límite, es indiscutible que para hacer productos más competitivos se requiera aumentar nuestro conocimiento sobre su comportamiento. Por lo general las condiciones de trabajo reales de los materiales distan mucho de las controladas a las que se puedan estudiar en laboratorios. Sin embargo, en eso consiste un proceso de análisis. Dividir las condiciones de escenarios complejos en partes controladas y aisladas para poder proceder a su estudio. Una vez que estas partes están bien definidas y se conocen, se procede a recomponerlas buscando las relaciones existentes entre ellas. Dependiendo del sector industrial, los materiales están sometidos a condiciones de trabajo concretas. Así pues, las investigaciones de determinados materiales estarán vinculadas a condiciones concretas de trabajo. En lo que respecta al fenómeno de fatiga, que es el tema principal de esta tesis, aparecerá para todos aquellos casos en los que de un modo u otro las tensiones y deformaciones en determinados puntos del material cambien con el tiempo generando grietas que irán creciendo hasta que se produce una fractura final. Este fenómeno es bastante común en la práctica, y en ciertos casos puede ser difícil de prever debido a la cantidad de factores de que depende. Es por ello que para los casos en los que puedan ponerse en peligro vidas humanas se trate con especial atención, incrementado para ello los coeficientes de seguridad en los diseños. Un aumento de los coeficientes de seguridad se puede traducir en una mayor incertidumbre en general, sobre el comportamiento del material ante las condiciones de trabajo, sobre su origen, sobre la variación de las condiciones de trabajo, etc...En algunos casos, dichos puntos suelen ser una incógnita, sabiendo únicamente que podrán moverse entre cierto rango de valores, entrando así el factor probabilístico. El objetivo así pues, será el de intentar reducir dichos niveles de incertidumbre en los casos en que sea posible.

El primer paso antes de realizar el estudio en profundidad de la fatiga multiaxial es entender correctamente los puntos clave de este fenómeno. En la literatura existe un gran número de revisiones históricas bastante exhaustivas [7] así como de fatiga multiaxial [8]. A continuación se presenta un resumen de las principales aportaciones

realizadas a la fatiga desde sus orígenes a principios del siglo XIX con el desarrollo de la industria ferroviaria hasta los avances más destacados recientes y que afectan a la fatiga multiaxial.

El estudio de la fatiga de materiales como tal puede decirse que empieza durante la revolución industrial en el siglo XIX, cuando aparece con fuerza el sector ferroviario. La necesidad de mayores cantidades de combustibles para alimentar los hornos de las fábricas hace que la industria minera y de transporte ferroviario cobre destacada importancia. La primera publicación relativa a la fatiga aparece en 1837 por Wilhem Albert, en esta hace un estudio del fallo de la cadenas que remolcan los vagones cuando son sometidas a cargas cíclicas. En 1860 Wöhler lleva a cabo ensayos de fatiga en ejes de trenes, idea una máquina sobre la que se basarían las actualmente denominadas de probeta rotatoria. Wöhler concluye que: “el material puede llevarse al fallo a partir de muchas repeticiones de tensiones, todas ellas por debajo de su resistencia estática. Mientras mayor sea la tensión máxima, menor será la amplitud de tensiones para llegar al fallo”. Bauschinger en 1886, observa que tras un determinado número de ciclos de tracción compresión en los que el material deforma plásticamente, el límite elástico se reduce al invertir la dirección de la carga respecto al que presentaría en caso de no haber aplicado los ciclos previos. El mecanismo que origina este efecto está relacionado con el cambio de la estructura de dislocaciones y variación de tensiones internas.

A principios del siglo XX, Ewing y Humphrey observan planos de deslizamiento sobre la superficie de probetas ensayadas a flexión rotatoria. Observan como aparecen marcas sobre la superficie en las probetas que se asemejan a la de los ensayos a tracción. En 1910 Basquin presenta los datos obtenidos por Wöhler de amplitud de tensión frente a vida a fatiga en coordenadas logarítmicas. Define una relación lineal entre las variables a dicha escala. Estudios sobre el endurecimiento y ablandamiento en metales sometidos a cargas cíclicas fueron llevados a cabo por Bairstow en 1910. En 1924 Palmer publica un estudio sobre el daño acumulativo a fatiga. Soderberg en 1930 presenta una relación para incluir el efecto de las tensiones medias sobre la vida a fatiga del material. En 1937 Langer estudia el proceso de fatiga bajo cargas de amplitud variable, aquí se analiza ya la interacción entre ciclos y el efecto del registro de cargas previo aplicado al material. La idea de que son las

deformaciones plásticas las que contribuyen al daño por fatiga se presenta por Coffin y Manson en 1954, se desarrolla una relación similar a la de Basquin pero para deformaciones.

El número de datos experimentales de materiales con cargas multiaxiales a día de hoy sigue siendo bastante más pequeño que respecto a fatiga uniaxial. Esto se debe a que estos son bastante más costosos y complejos de llevar a cabo. Entre las primeras investigaciones sobre la fatiga multiaxial se encuentran las de Gough [9,10]. Gough llevo a cabo diferentes ensayos de torsión más flexión en distintos materiales. En 1955 Sines analiza los datos experimentales de Gough con los que evalúa varios criterios de fallo. Sines determina un parámetro para correlacionar los datos experimentales, basado en la amplitud de tensiones cortantes y normales. En 1956 Findley, tras trabajar con los mismo datos experimentales que Sines, presenta un parámetro parecido al de Sines para cuantificar el daño pero observando que su valor se maximiza en determinados planos. Aparece aquí el término de plano crítico, como aquel en el que el daño se maximiza, aunque el concepto de plano crítico como tal fue propuesto por vez primera por Stanfield en 1935. Hasta entonces la mayoría de los estudios se habían realizado controlando las deformaciones y tensiones aplicadas a los materiales, algo que en la mayoría de casos reales no solía encontrarse. Sin embargo, esta era la única manera para comprender mejor los efectos que aparecen en fatiga. A partir de 1960 se empieza a estudiar el fenómeno de fatiga bajo cargas más similares a las de servicio, apareciendo métodos para contabilizar los ciclos, como el rain-flow propuesto por Matsuishi y Endo en 1968. Así como los métodos para analizar los casos de fatiga multiaxial.

En 1970 Smith, Watson and Topper presentan un parámetro de daño para materiales con fallo dominado por el modo I de crecimiento de grietas. En 1972 Mc Diarmid tras revisar los datos disponibles de fatiga multiaxial a altos ciclos presenta un parámetro para cuantificar el daño a altos ciclos basado en tensiones. En 1973 Brown y Miller presentaron una teoría para fatiga multiaxial basada en el origen del crecimiento de las grietas. Las deformaciones angulares serían las causantes de la nucleación y crecimiento de la grieta, mientras que las deformaciones normales las asistirían variando la velocidad de crecimiento de estas. Incluyen también el concepto de grietas tipo A y B para las que definen criterios diferentes de fallo. En

1977 Kanazawa propone un factor de para cuantificar el nivel de no proporcionalidad de los caminos de carga. Este factor se relaciona con la interacción entre los distintos planos de deslizamientos en el material y lleva a un incremento del daño a lo largo del ciclo. Más tarde en 1988 Fatemi y Socie presentan un parámetro de daño basado en el trabajo de Brown y Miller, sustituyen la amplitud deformación normal por el de tensión normal en el parámetro de daño. El argumento para ello fue que de este modo se podría incluir el efecto del endurecimiento bajo cargas no proporcionales, además del efecto de las tensiones medias sobre el plano de crecimiento de grieta. Para obtener los valores de amplitud de deformación angular bajo caminos de carga de mayor complejidad, Papadopoulos en 1987 presenta el método de la circunferencia circunscrita. Dang Van desarrollar en 1989 un criterio de fallo en fatiga multiaxial a escala mesoscópica. En 1993 Liu presenta un modelo de plano crítico basado en la energía de deformación virtual, diferenciando fallos en los que el plano dominante de crecimiento era de Modo I o de máxima tensión normal y aquellos en los que eran en Modo II de máximo cortante. En otros modelos esta distinción suele realizarse directamente mediante algún parámetro ajustable al material.

Cuando un sistema está sometido a cargas multiaxiales, es necesario considerar además del propio estado tensional al que se encuentra, las interacciones entre esas cargas y los efectos que tienen sobre la nucleación y el crecimiento de grietas. Efectos como las tensiones y deformaciones medias en fatiga multiaxial, fueron investigadas por Socie y Kurath [11] para el Inconel 785 y el acero 1045, observando que producían una reducción sensible sobre la vida a fatiga para aquellos casos en las que las tensiones no terminaban relajándose. Por otro lado, en otra investigación realizada por Zhang y Akid [12], se observaba como para el caso del acero 316L, el efecto de las tensiones medias no era tan importante. Aunque es lógico que la respuesta de diferentes materiales ante las mismas cargas no tenga que ser la misma, es interesante recordar esto de cara a entender que los modelos de predicción tenderán a estar más orientados a determinados materiales, o intentarán poder ajustar ciertos parámetros para responder al comportamiento del material basándose en propiedades de estos. Otro efecto importante que suelen incluirse en los modelos de plano crítico es el endurecimiento debido a la aplicación de cargas no proporcionales. En este aspecto hay que destacar el trabajo de Itoh [13] en sus estudios sobre el efecto de los caminos de carga sobre el endurecimiento en el acero inoxidable 304.

Las interacciones entre sub-ciclos de carga han sido también estudiados por Erickson en la aleación de Ti-6Al-4V de cara a desarrollar un parámetro de daño más sofisticado capaz de tener en cuenta este y otros efectos [14]. Rara vez un diseño mecánico no va a tener concentradores de tensión, entorno a los cuales aparecen plastificaciones que generan endurecimientos locales. Para probetas entalladas, Branco [15] realiza estudios de predicción de vida a fatiga y ángulos de crecimiento de grieta con cargas multiaxiales en 34CrNiMo6. Las teorías de fatiga multiaxial tratan de encapsular este tipo de información en un parámetro de daño que describa lo que ocurre y que pueda afectar a la vida a fatiga a lo largo del ciclo de carga. En vez de desarrollar una teoría única para cubrir todos los materiales, configuraciones de carga y factores varios, se presentan teorías específicas con objeto de mejorar las predicciones para escenarios concretos.

Los modelos de plano crítico consideran el daño en cada ciclo con un parámetro, normalmente combinación de varios valores de tensión y deformación, en un plano en el que se observa que las grietas de fatiga nuclean y crecen. Estos modelos han mostrado resultados positivos para determinados materiales y aplicaciones industriales [16–18] y hoy día están implementados en distintos softwares de ingeniería. Por ejemplo, el modelo de Fatemi-Socie y Wang-Brown son incluidos en los softwares de métodos por elementos finitos como MSC Fatigue y Comsol [19,20].

2.1 Cargas proporcionales y no proporcionales

Se entiende por cargas proporcionales aquellas para las que las direcciones de las deformaciones principales no cambian a lo largo del ciclo de cargas. Por el contrario serán consideradas como cargas no proporcionales aquellas que cambien las direcciones de las deformaciones principales a lo largo del ciclo [21]. De este modo, para los casos en los que se aplica una deformación axial y angular, las direcciones de las deformaciones principales cambian si aparece un desfase entre las deformaciones axiales y angulares (ver Figura 5).

Si las deformaciones aplicadas no incluyen deformaciones angulares, el desfase de dichas deformaciones no hace que las deformaciones principales roten [22]. En este trabajo, ambas situaciones se producen. Para el estudio del acero S355-

J2G3 (S355) se produce el endurecimiento del material como consecuencia del desfase de las deformaciones normales y angulares. Para el acero inoxidable 316 (316SS) las direcciones de las deformaciones principales se mantienen fijas, aun estando aplicadas de manera desfasada.

El cambio de la dirección tiene como consecuencia que no aparezcan planos de deslizamiento preferentes [22]. El principal efecto es un endurecimiento debido a la interacción de las dislocaciones en distintas direcciones. Esto lleva a que el material quede más dañado en general cuando es sometido a cargas no proporcionales. Kanazawa [23] presentó un factor de no proporcionalidad basado en el nivel de interacción de los planos de deslizamiento. Este factor es empleado para corregir la curva de tensión-deformación cíclica para tener en cuenta dicho endurecimiento. Los valores máximos del factor aparecen para desfases de 90°.

2.2 Métodos de análisis de fatiga multiaxial

Los métodos de análisis de fatiga multiaxial pueden clasificarse en general como (i) métodos clásicos, (ii) métodos de enfoque global y (iii) métodos de plano crítico [24].

En los métodos clásicos se obtiene un valor uniaxial de tensión o deformación equivalente a las tensiones multiaxiales y a continuación se compara con los datos experimentales de fatiga uniaxial. Los valores equivalentes suelen obtenerse mediante el criterio de energía de distorsión máxima de von Mises Ecuaciones (1) y (2), equivalente a la tensión cortante octaédrica.

$$\sigma_{eq}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (1)$$

$$\gamma_{eq}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu)} \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_x - \epsilon_z)^2 + 6(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{xz}^2)} \quad (2)$$

donde $\sigma_{eq}(t)$ y $\gamma_{eq}(t)$ son la tensión y la deformación equivalente a lo largo del ciclo de cargas respectivamente. Estos valores, que dependen del tiempo, pueden separarse en su componente variable σ_{eqa} y media σ_{eqm} . A continuación, se aplicaría algún criterio de fallo de fatiga uniaxial que relacione los valores de tensión media y

alterna. El criterio de Soderberg sigue la siguiente expresión (3) y está formulado en tensiones:

$$\frac{\sigma_{eqa}}{\sigma_f} + \frac{\sigma_{eqm}}{\sigma_{ys}} = 1 \quad (3)$$

donde σ_f es la resistencia a fatiga definida y σ_{ys} es el límite elástico. Estos métodos tienen la ventaja de ser fáciles de usar, pero la desventaja de no tener en cuenta algunos efectos consecuencia de la interacción de las cargas aplicadas. Esto lleva a que en algunos casos, las estimaciones obtenidas con estos métodos sean no conservadoras. En cualquier caso, para los casos en que las cargas sean aplicadas de manera proporcional, estos métodos muestran buenos resultados [25,26].

Los métodos de enfoque global (Stress based criteria) son aquellos modelos que han definido un parámetro de daño basado en el estado tensional y de coeficientes que dependen del propio material o pieza. Así es el caso del modelo propuesto por Sines [27] para el que relaciona el efecto de la tensión hidrostática media σ_{hm} sobre la amplitud de la tensión cortante octaédrica τ_{octa} basado en las observaciones de datos experimentales Ecuación (4).

$$\frac{\Delta\tau_{oct}}{2} + \alpha(3\sigma_{hm}) = \beta \quad (4)$$

donde τ_{oct} es la tensión cortante octaédrica σ_{hm} es la tensión hidrostática media y α y β son constantes del material. Estos coeficientes se determinan a partir de los resultados de al menos dos ensayos a fatiga uniaxial en los que en al menos uno la tensión hidrostática media no sea nula para así poder calcular α .

Por último, aparecen los métodos de plano crítico, basado en la observación de la nucleación y crecimiento de la grieta. Estos métodos establecen que las grietas aparecen en determinados planos donde un determinado parámetro se maximiza. En el capítulo siguiente se presentan estos métodos de fatiga multiaxial más detalladamente.

3 Métodos de plano crítico

Los modelos de plano crítico están basados en las observaciones de nucleación y crecimiento de grietas durante los fallos por fatiga. El proceso de fallo, puede dividirse en general en cuatro etapas, (i) nucleación de la grieta, (ii) crecimiento de la grieta en el plano de máxima deformación angular, (iii) crecimiento de la grieta en el plano perpendicular a la máxima tensión normal y (iv) fallo. Dependiendo de diferentes factores, la duración en ciclos de cada etapa (exceptuando la etapa (iv) fallo) será mayor o menor, definiéndose así que existe una dominancia de dicha fase sobre el proceso completo de fatiga. De este modo, para materiales dúctiles se tendrá que existe una dominancia de la fase de crecimiento (ii) o Modo II/III en planos de máximos valores de tensión o deformación cortante. Por otro lado, para materiales frágiles se tendrá que la dominancia es la fase de crecimiento (iii) o Modo I en planos perpendiculares a las tensiones normales máximas [8]. La duración del tiempo de nucleación de la grieta además de las propiedades del material, estará influenciada por el acabado superficial, porosidades e inclusiones del material, etc. Por tanto, dependiendo del tipo de material y de las condiciones de servicio, la vida a fatiga será calculada usando parámetros en planos en los que se maximizan valores cortantes, axiales o combinaciones de ambos [8,28]. No existe un modelo de plano crítico universal para todos esos casos, lo que si aparecen son modelos más o menos rígidos, pero que en cualquier caso están orientados a determinados tipos de materiales. El procedimiento general de los modelos de plano crítico consta de los siguientes pasos: (i) búsqueda del plano crítico ϕ^* a lo largo del ciclo; (ii) cuantificación del daño generado mediante el denominado parámetro de daño; y (iii) estimación de la vida a fatiga con la función definida para dicho material. El parámetro de daño puede ser una tensión, una deformación o un valor energético. Del mismo modo que en fatiga uniaxial, los modelos con parámetros de daño basado en tensiones son más apropiados para vidas a fatiga de ciclos altos, donde las deformaciones plásticas son muy pequeñas, por otro lado los parámetros de daño basado en deformaciones responderán mejor para los casos de ciclos de vida a fatiga bajos [21].

Algunos materiales, presentan diferentes dominancias de crecimiento de grieta dependiendo de si se encuentra en régimen alto o bajo de ciclos de fatiga. Así pues, los acero inoxidable 316SS presenta un efecto mayor de las tensiones normales para ciclos elevados que a bajos ciclos de vida a fatiga [12], por otro lado el Inconel 718 sería menos sensible a las tensiones normales en elevados ciclos [21]. Esta situación se soluciona en alguno de los parámetros de daño incluyendo un parámetro que varía en función del número de ciclos. El parámetro así incrementa o disminuye el peso de la tensión que define la dominancia en uno u otro plano.

Se entiende que, al basarse los modelos en las observaciones de nucleación de grietas, el parámetro de daño determina el plano donde el daño es maximizado. Para condiciones de cargas proporcionales, esto puede llevar a que se nucleen grietas en determinadas direcciones concretas, que coinciden con los planos de máximas deformación angular. No obstante, para situaciones en las que aparecen cargas no proporcionales, el plano que define el modelo como crítico puede no coincidir con el que maximiza el parámetro de daño definido. Para estos casos Socie [21] sugiere emplear el parámetro de daño máximo en vez de calcularlo en el plano donde según las observaciones se nuclearía la grieta.

3.1 Fatemi-Socie

El modelo de Fatemi-Socie (FS) [1] Ecuación (5) se basa en el modelo de Brown-Miller [29]. Se trata de un modelo de plano crítico basado en deformaciones. Fatemi y Socie sugieren sustituir la deformación normal por la tensión normal máxima en el plano de máxima deformación angular. Con este cambio, por un lado al combinar tensión y deformación en el parámetro de daño puede incluirse el efecto endurecimiento del material cuando son aplicadas cargas no proporcionales. Por otro lado, incluyendo la tensión normal máxima se tiene en cuenta también el efecto de las tensiones medias en el plano ($\sigma_{n,max} = \sigma_{n,a} + \sigma_{n,mean}$). La base física en la que se basan para incluir las tensiones normales al plano, es la de interacción entre las caras de la grieta. Con cargas a tracción las caras de la grieta tenderán a separarse reduciendo el número de interferencias que podrían aparecer. Por otro lado, si las cargas son a compresión, las superficies pueden entrar en contacto, incrementándose así el nivel de interferencias, aumenta la fricción. Por ello, tensiones positivas o a tracción que tienden a abrir la grieta promueven el crecimiento de la grieta, mientras

que las compresivas las ralentizan. Para mantener el cociente unitario, la tensión normal $\sigma_{n,max}$ se divide por el límite elástico del material σ_y . El plano crítico queda definido en el plano que maximiza el rango de deformación angular $\Delta\gamma$.

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \left(1 + K \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y} \right) = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_\gamma} + \gamma'_f (2N_f)^{c_\gamma} \quad (5)$$

donde $\Delta\gamma_{max}/2$ es la amplitud de deformación angular máxima, $\sigma_{n,max}$ es la tensión normal máxima en el plano de máxima deformación angular, σ_y es el límite elástico del material, τ'_f es el coeficiente de resistencia a fatiga a cortante, G es el modulo cortante del material, b_γ es el exponente de resistencia a fatiga por cortante, γ'_f es el coeficiente de ductilidad a fatiga por cortante, c_γ es el exponente de ductilidad a fatiga por cortante, N_f es la vida a fatiga en ciclos.

El parámetro K define la sensibilidad de la grieta a las tensiones normales, este parámetro va a variar en función de la vida a fatiga N_f según la Ecuación (6) [21]. El parámetro K se define con la relación entre las deformaciones angulares que aparecen en el ensayo de solo torsión (numerador entre corchetes) respecto a las deformaciones máximas angulares que aparecen durante el ensayo de tracción-compresión (denominador entre corchetes).

$$K = \left[\frac{\frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_\gamma} + \gamma'_f (2N_f)^{c_\gamma}}{(1 + \nu_e) \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + (1 + \nu_p) \varepsilon'_f (2N_f)^c} - 1 \right] \frac{\sigma'_y}{\sigma'_f (2N_f)^b} \quad (6)$$

donde ν_e y ν_p son los coeficientes de Poisson en régimen elástico y plástico respectivamente, E es el módulo de Young, σ'_f es el coeficiente de resistencia a fatiga, b es el exponente de resistencia a fatiga, ε'_f es el coeficiente de ductilidad a fatiga, c es el exponente de ductilidad a fatiga y σ'_y es el límite elástico cíclico.

El parámetro K incrementará o reducirá el peso de la componente normal en función del tipo de material y la vida a fatiga N_f . Por tanto, para aquellos casos en el que el material muestre dominancia del crecimiento de grieta en Modo II o III, el parámetro K tendrá un valor reducido, indicando reducida influencia de las tensiones normales. Para los casos en que el valor de K sea elevado, indicará que el efecto de las

tensiones normales es alto tendiendo a una dominancia del crecimiento de grieta en Modo I.

La Figura 1 muestra la evolución del parámetro K para el acero S355 y para el acero 316SS. El peso de la tensión normal se incrementa para ambos aceros a medida que el número de ciclos aumenta, siendo para el 316SS más sutil. Para el 316SS el efecto de las tensiones medias será muy pequeño sobre el parámetro de daño. Este comportamiento se corresponde con el observado en los mapas de daño del acero SAE 1045 estudiados por Socie [30,31]. En el caso del acero 316SS se observa unos valores bastante menores que para el S355, además de mantenerse aproximadamente constantes. Esto puede traducirse en que el efecto de las tensiones medias es menor sobre la vida a fatiga, coincidiendo con lo observado por Zhang [12] con ensayos en el 316SS a diferentes valores de tensión media.

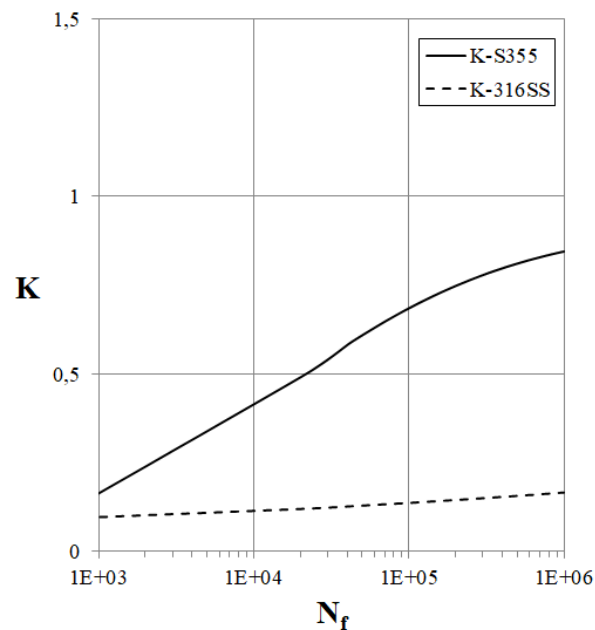


Figure 1. K parameter values as function of fatigue life N_f for S355 and 316SS.

Figura 1. Valores del parámetro K en función de la vida a fatiga N_f para el acero S355 y 316SS.

3.2 Wang-Brown

El modelo de Wang-Brown (WB) [2] Ecuación (7) se basa en el modelo de Kandil et al para grietas tipo A [32]. Se trata pues de un modelo de plano crítico basado en deformaciones. Tanto las deformaciones angulares como normales en el plano crítico se incluyen en el parámetro de daño. Wang y Brown defienden que son

las deformaciones angulares cíclicas las que promueven la nucleación de la grieta y que el crecimiento de esta es debido a las deformaciones normales. El parámetro de daño es definido en el plano φ en el que se encuentra el máximo rango de deformaciones angulares $\Delta\gamma$.

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\Delta\varepsilon_n = A \frac{(\sigma'_f - 2\sigma_{n,mean})}{E} (2N_f)^b + B\varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (7)$$

$$A = [(1 + \nu_e) + S(1 - \nu_e)]$$

$$B = [(1 + \nu_p) + S(1 - \nu_p)]$$

donde $\Delta\gamma_{max}/2$ es la amplitud de deformación angular máxima, $\Delta\varepsilon_n$ es el rango de deformación normal, ν_e y ν_p son los coeficientes de Poisson en régimen elástico y plástico respectivamente, E es el módulo de Young, σ'_f es el coeficiente de resistencia a fatiga, b es el exponente de resistencia a fatiga, ε'_f es el coeficiente de ductilidad a fatiga y c es el exponente de ductilidad a fatiga, $\sigma_{n,mean}$ es la tensión normal media a mitad de vida a fatiga y N_f es la vida a fatiga del material en ciclos.

El parámetro S define la sensibilidad del material a las deformaciones normales en el crecimiento de grieta y puede ser estimado empleando la Ecuación (8). En la Ecuación (8), el numerador muestra la diferencia de deformaciones angulares para el ensayo de solo torsión respecto a las máximas deformaciones angulares que aparecen en el de tracción-compresión. En el denominador aparecen las deformaciones normales en plano de máximas deformaciones angulares durante el ensayo de tracción-compresión. Mediante este parámetro se incrementará o disminuirá el peso de la componente de la deformación normal en el parámetro de daño en función del número de ciclos N_f .

$$S = \frac{\frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_\gamma} + \gamma'_f (2N_f)^{c_\gamma} - \left((1 + \nu_e) \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + (1 + \nu_p) \varepsilon'_f (2N_f)^c \right)}{(1 - \nu_e) \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + (1 - \nu_p) \varepsilon'_f (2N_f)^c} \quad (8)$$

donde G es el módulo cortante, τ'_f es el coeficiente de resistencia cortante a fatiga, b_γ es el exponente de resistencia a fatiga por cortante, γ'_f es el coeficiente de ductilidad por cortantes y c_γ es el exponente de ductilidad a fatiga por cortante.

Por tanto, para aquellos casos en el que el material muestre dominancia del crecimiento de grieta en Modo II o III, el parámetro S tendrá un valor reducido, indicando reducida influencia de las deformaciones normales. Para los casos en que el valor de S sea elevado, indicará que el efecto de las deformaciones normales es alto tendiendo a una dominancia del crecimiento de grieta en Modo I.

La Figura 2 muestra la evolución del parámetro S para el acero S355 y para el acero 316SS. Como se puede observar, para el acero S355 a medida que los ciclos de vida a fatiga aumentan el peso de las deformaciones normales va incrementando, hasta estabilizarse a valores por encima de 10^5 ciclos. La variación del parámetro S es similar a la del parámetro K definido por Fatemi-Socie Figura 1.

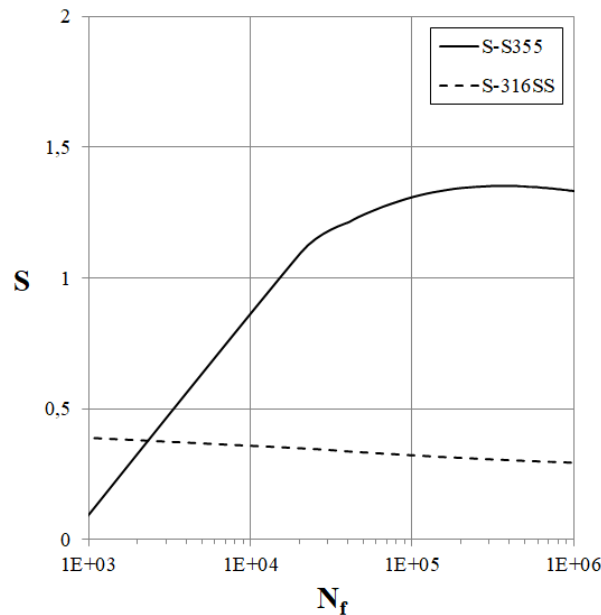


Figure 2. S parameter values as function of fatigue life N_f for S355 and 316SS.

Figura 2. Valores del parámetro S en función de la vida a fatiga N_f para el acero S355 y 316SS.

La ventaja de los modelos basados en deformación como este de Wang-Brown, es la posibilidad de realizar estimaciones de vida empleando únicamente las deformaciones. En la práctica, los valores de deformaciones son más fáciles de obtener y fiables que los de tensión. Los valores de tensión se derivan de los de deformación aplicando las ecuaciones de comportamiento incrementando así los errores de aproximación.

3.3 Liu I y Liu II

Liu presenta un modelo basado en la energía de deformación virtual [33] (VSE por sus siglas en inglés). Distingue entre los casos con modo de fallo por Modo I y por Modo II. Se define para ello un parámetro de daño que maximiza la energía de deformación normal ΔW_I Ecuación (9) y (10) y otro que maximiza la energía de deformación angular ΔW_{II} Ecuación (11) y (12).

$$\Delta W_I = (\Delta\sigma_n \Delta\varepsilon_n)_{max} + (\Delta\tau \Delta\gamma) \quad (9)$$

donde $\Delta\sigma_n$ es el rango de tensiones normales, $\Delta\varepsilon_n$ es el rango de deformaciones normales, $\Delta\tau$ es el rango de tensiones cortantes y $\Delta\gamma$ es el rango de deformaciones angulares.

$$\Delta W_I = 4\sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} + \frac{4\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} \quad (10)$$

donde E es el módulo de Young, σ'_f es el coeficiente de resistencia a fatiga, b es el exponente de resistencia a fatiga, ε'_f es el coeficiente de ductilidad a fatiga, c es el exponente de ductilidad a fatiga y N_f es la vida a fatiga en número de ciclos.

$$\Delta W_{II} = (\Delta\sigma_n \Delta\varepsilon_n) + (\Delta\tau \Delta\gamma)_{max} \quad (11)$$

$$\Delta W_{II} = 4\tau'_f \gamma'_f (2N_f)^{b_\gamma+c_\gamma} + \frac{4\tau_f'^2}{G} (2N_f)^{2b_\gamma} \quad (12)$$

donde τ'_f es el coeficiente de resistencia a fatiga a cortante, G es el modulo cortante del material, b_γ es el exponente de resistencia a fatiga por cortante, γ'_f es el coeficiente de ductilidad a fatiga por cortante, c_γ es el exponente de ductilidad a fatiga por cortante.

A diferencia de los modelos de WB y FS no aparece un parámetro del material para variar el peso de las componentes axiales y angulares a diferentes ciclos de vida a fatiga. Liu considera así un modelo más rígido, definiendo un parámetro distinto para aquellos materiales con mayor dominancia del Modo I o Modo II/III.

3.4 Sandip, Kallmeyer y Smith (SKS)

En 2016 Sandip, Kallmeyer y Smith (SKS) presentan un nuevo parámetro para evaluar el daño bajo cargas multiaxiales [4]. El parámetro de daño propuesto Ecuación (13) es definido en el plano que maximiza el rango de deformación angular $\Delta\gamma$.

$$DP_{\text{exp}} = (G\Delta\gamma)^w \tau_{\text{max}}^{(1-w)} \left(1 + k \frac{(\sigma\tau)_{\text{max}}}{\sigma_o^2} \right) \quad (13)$$

donde G es el modulo cortante, $\Delta\gamma$ es el rango de deformación angular, τ_{max} es la tensión cortante máxima, $(\sigma\tau)_{\text{max}}$ es el producto máximo entre la tensión cortante y normal que se produce a lo largo del ciclo de carga, σ_o es un factor que se emplea para mantener unitario el efecto de interacción entre las tensiones normales y cortantes, w y k son parámetros del material para ajustar.

El endurecimiento por deformación que se produce a regímenes de fatiga de bajos ciclos (LCF) se tiene en cuenta mediante la interacción entre $\Delta\gamma$ y τ_{max} . El efecto de las tensiones cortantes medias a regímenes de fatiga de altos ciclos (HCF) se tiene igualmente en cuenta con la relación $\tau_{\text{min}}/\tau_{\text{max}}$. A regímenes HCF, la deformación plástica es reducida, es por ello que el parámetro de daño podría reajustarse como se muestra en la Ecuación (14). El parámetro w pondera el peso entre los efectos de endurecimiento a regímenes LCF y el efecto de las tensiones cortantes medias. El producto $(\sigma\tau)_{\text{max}}$ introduce el efecto negativo que aparece al aplicarse de manera simultánea los picos de tensiones. El efecto de dicha interacción es controlado por el parámetro k .

$$DP_{\text{exp}} = \left(1 - \frac{\tau_{\text{min}}}{\tau_{\text{max}}} \right)^w \tau_{\text{max}} \left(1 + k \frac{(\sigma\tau)_{\text{max}}}{\sigma_o^2} \right) \quad (14)$$

Aunque algunas investigaciones han mostrado que el efecto de las tensiones cortantes medias tiene un efecto reducido sobre la vida a fatiga para valores de τ_{max} por debajo del límite cortante elástico [34], realmente dependerá del material de estudio [35]. No obstante, su efecto es menor que el que muestra la tensión normal

media. Para aceros dulces como el acero estructural S355 que se estudia, Sines observó un bajo efecto de las tensiones normales medias.

Un parámetro de daño efectivo debería ser capaz de colapsar en una sola curva todos los datos experimentales con la mínima dispersión posible. La Ecuación (15) muestra una ley doble exponencial para relacionar el parámetro de daño con la vida a fatiga N_f [4,14].

$$DP_{\text{calc}} = AN_f^b + CN_f^d \quad (15)$$

donde A , b , C y d son parámetros que dependen del material. Con objeto de analizar la efectividad de este nuevo parámetro de daño, se ha comparado con otros modelos ya establecidos, relacionando los parámetros de daño de todos ellos con la misma curva Ecuación (15), se obtiene así los parámetros para cada modelo para el mejor ajuste. Los parámetros se obtienen empleando un proceso de optimización basado en una minimización del error por mínimos cuadrados [14] Ecuación (16). Los valores iniciales para el ajuste de los parámetros se fijan para que sean aproximadamente iguales a las propiedades del material que se definen en los respectivos modelos. Para DP_{calc} los rangos de valores para los exponentes son definidos para asegurar el crecimiento negativo de la curva.

$$\text{error} = \left[\frac{(DP_{\text{exp}} - DP_{\text{calc}})}{DP_{\text{exp}}} \right]^2 \quad (16)$$

Los parámetros de los materiales para el nuevo parámetro de daño son ajustados usando la información obtenida de diferentes ensayos experimentales Tabla 1 tanto en fase como en desfase para el acero S355. Debido a que se requiere ajustar seis parámetros en el modelo de SKS, se van a requerir un mínimo de seis datos experimentales. El modelo definido así, tiene una capacidad de predicción de la vida a fatiga limitada a condiciones de carga y regímenes de vida a fatiga similares. El objetivo principal del modelo es evaluar como de precisas podrán ser las estimaciones de vida a fatiga para un modelo así definido, sin usar propiedades comunes del material a fatiga, usando solo datos experimentales a fatiga. Los ensayos combinan tres niveles de deformación normal para una misma deformación angular y tres niveles de deformación angular para una misma deformación normal,

las vidas a fatiga de los ensayos se encuentran entre los regímenes HCF y LCF [7]. Se emplea el mismo número de ensayos con cargas proporcionales y no proporcionales con objeto de evitar que el modelo quede polarizado hacia uno de los dos modos de aplicación de la carga. Los parámetros son ajustados para minimizar el error de fatiga N_f en vez del error del parámetro de daño. En cualquier caso, para un número tan pequeño de datos experimentales para ajustar, la diferencia entre el ajuste de una u otra manera tendría que dar prácticamente el mismo resultado.

Los valores obtenidos para el ajuste de los parámetros fueron los siguientes: $w=-0.35$, $k=3.25$, $\sigma_o=500$, $A=193.1$, $b=-0.0687$, $c=205.04$ and $d=-0.0682$. El valor negativo de w incrementa el peso de τ_{max} sobre $\Delta\gamma$. Esto se encuentra en concordancia con el modo de endurecimiento del material, esto es, para una amplitud de tensión cortante fija, los valores de las deformaciones se reducen por otro lado, para una amplitud de deformaciones constantes los valores de tensión cortante aumentan. En ambos casos el parámetro de daño se incrementa. El valor positivo de k produce un efecto negativo sobre la vida a fatiga al ir multiplicando el producto máximo entre la tensión normal y cortante a lo largo del ciclo.

Table 1. Fit experimental data for SKS material parameters.

Tabla 1. Ensayos experimentales para ajuste de los parámetros del modelo de SKS.

Camino	ID	ϵ_a	γ_a	σ_a	τ_a	N_f
a	F-1	0.0015	0.0026	238	148	162119
	F-2	0.0011	0.0026	185	154	662706
	F-3	0.0009	0.0026	152	162	870886
b	F-4	0.0009	0.0032	189	203	65674
	F-5	0.0009	0.0028	190	192	158248
	F-6	0.0009	0.0026	189	182	248540

3.5 Sandip, Kallmeyer y Smith (SKS) - en

The SKS critical plane damage parameter was initially proposed by Suman, Kallmeyer and Smith [4] for fatigue cracks. The SKS damage parameter is defined on the critical plane using the maximum shear strain range $\Delta\gamma$ Equation (13).

$$DP_{exp} = (G\Delta\gamma)^w \tau_{max}^{(1-w)} \left(1 + k \frac{(\sigma\tau)_{max}}{\sigma_o^2} \right) \quad (13)$$

where G is the shear modulus, $\Delta\gamma$ is the shear strain range, τ_{max} is the maximum shear stress, $(\sigma\tau)_{max}$ is the maximum shear and tensile stress product value, σ_o is a factor used to maintain unit consistency, w and k are material fitting parameters.

The strain hardening effect that takes place in the LCF regime is taken into account by $\Delta\gamma$ and τ_{max} . The mean shear stress effect in the HCF regime is also taken into account by the shear ratio τ_{min}/τ_{max} . At HCF regime, plastic strain is reduced, thereby the damage parameter could be rearranged as it is shown in Equation (14). The parameter w weights the hardening and mean shear stress effect. The product $(\sigma\tau)_{max}$ introduces the detrimental effect over fatigue life observed when sub-cycle load peaks are applied simultaneously. The parameter k gauges the interaction effect between the shear and the normal stresses.

$$DP_{exp} = \left(1 - \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}}\right)^w \tau_{max} \left(1 + k \frac{(\sigma\tau)_{max}}{\sigma_0^2}\right) \quad (14)$$

Although some experiments have shown that mean shear stresses have a limited damaging effect for values of τ_{max} below the shear yield stress [34], it really depends on the material under study [35]. Nevertheless, its effect is lower than the effect of mean normal stress. For mild-steels such as the S355 studied in the present work, Sines observed a low effect of the mean shear stress [34].

An effective damage parameter should be able to collapse into a single curve all the experimental data with minimum scatter. The expression shown in Equation (15) used a double exponential law to relate the damage parameter with fatigue life N_f [4,14].

$$DP_{calc} = AN_f^b + CN_f^d \quad (15)$$

where A , b , C , and d are material dependent parameters and N_f is the fatigue life in cycles. In order to analyse the effectiveness of the SKS damage parameter, it is compared to other well-established models, relating them with the same type of curve (Equation (15)), obtaining all the material parameter for the best fitting. The parameters are evaluated with an optimisation process based on a least square error minimisation [14] Equation (16). This reduces the error between the experimental

damage parameter (DP_{exp}), which defines the stress state on the critical plane and the calculated damage parameter (DP_{calc}) based on the mean life curve Equation (15). The initial values for the parameters are set to be close to the material properties defined on each model. For SKS, DP_{calc} exponent parameters b and d , are set to keep the negative exponential curve growth.

$$\text{error} = \left[\frac{(DP_{exp} - DP_{calc})}{DP_{exp}} \right]^2 \quad (16)$$

The SKS damage parameter is assessed based on the fatigue life prediction capacity, by fitting the 6 parameters required to fully define a model with Equation 1 and 3. The model works by predicting the fatigue life based on experimental fatigue data obtained under multiaxial conditions. If the experimental data employed for fitting the variables are not enough and/or have poor quality, the predictions are expected to be poor.

The material parameters are fitted using the information provided by different experiments conducted both in-phase (Table 1.a) and 90° out-of-phase (Table 1.b). Two different loading paths were used and these are illustrated in Figure 5. Since the number of parameters required in the SKS model is six, a total of six multiaxial tests were used to obtain their values. Tests combine three different levels of normal strain for a constant shear strain and three levels of shear strain for a constant normal strain, between LCF and HCF regime [7]. The same number of tests with proportional and non-proportional loadings was used in order to avoid a polarised fit of the model. The parameters are fitted to minimise the fatigue life error rather than the error in the damage parameter.

The following values were obtained for the parameters: $w=-0.35$, $k=3.25$, $\sigma_o=500$, $A=193.1$, $b=-0.0687$, $c=205.04$ and $d=-0.0682$. The negative value of w increases the weight of τ_{max} over $\Delta\gamma$. This is also in accordance with the material hardening behaviour, i.e. for a fixed shear stress amplitude, the shear strains decrease and for a fixed shear strain amplitude, the shear stresses will increase. Both cases will produce an increase in the damage. The positive value for k produces a negative effect over the fatigue life as this product increases and the magnitude is related with the value defined by σ_o .

4 Materials and methods

This thesis includes two sets of experimental data. The first set of data is based on tests with tubular specimens of S355 steel subjected to two different loading paths, for proportional and non-proportional loadings and strain control. The second set of data is based on tubular specimens of 316SS with load control for different loading path, and include considerable ratchetting.

4.1 Structural steel S355-J2G3

The S355 structural steel is a low carbon steel well known in industry for both structural and offshore applications. Among the commercial structural steels, S355 steel is known for its high strength. Its typical chemical composition is shown in Table 2.

Table 2. Chemical composition of S355 (in wt. %).

Tabla 2. Composición química del S355 (en peso %).

C	Mn	Si	P	S	Al	Cr	Ni	Mo
0.17	1.235	0.225	0.01	0.0006	0.032	0.072	0.058	0.016

The monotonic properties of the material are shown in Table 3 and were obtained from experimental testing, including tension, compression and torsion.

Table 3. Monotonic properties of S355.

Tabla 3. Propiedades monotónicas del S355.

Property	Value
Yield strength, σ_y	386 MPa
Ultimate strength, σ_u	639 MPa
Young modulus, E	206 GPa
Shear modulus, G	78 GPa
Elastic Poisson coefficient, ν_e	0.3
Plastic Poisson coefficient, ν_p	0.5

The cyclic uniaxial properties (Table 4 and Table 5) were obtained following the ASTM recommendations [36]; for ϵ -N curves, fifteen samples were tested with five different strain levels (i.e. three samples for each strain level), and for γ -N curves, twelve samples were tested with four different strain levels (i.e., three samples for each strain level). In both series of tests, the criterion to stop the test was a 20% drop from the maximum load.

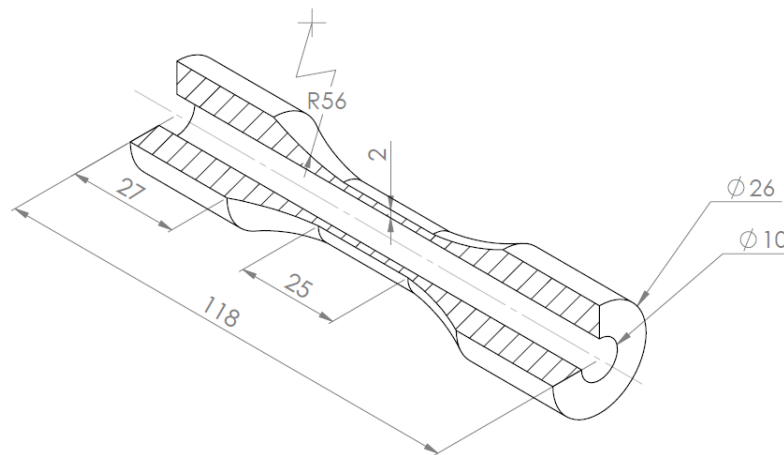
Table 4. Uniaxial properties of S355.**Tabla 4.** Propiedades uniaxiales del S355.

Property	Value
Cyclic strength coefficient, K'	630.6 MPa
Cyclic hardening exponent, n'	0.10850
Cyclic yield strength, σ'_y	321.3 MPa
Fatigue strength coefficient, σ'_f	564.4 MPa
Fatigue strength exponent, b	-0.0576
Fatigue ductility coefficient, ε'_f	0.1554
Fatigue ductility exponent, c	-0.4658

Table 5. Torsional properties of S355.**Tabla 5.** Propiedades torsionales del S355.

Property	Value
Cyclic torsional strength coefficient, K'_γ	593.8 MPa
Cyclic torsional hardening exponent, n'_γ	0.1553
Cyclic torsional yield strength, τ'_γ	594.2 MPa
Fatigue torsional strength coefficient, τ'_f	486.9 MPa
Fatigue torsional strength exponent, b_γ	-0.0668
Fatigue torsional ductility coefficient, γ'_f	0.0662
Fatigue torsional ductility exponent, c_γ	-0.3191

Multiaxial fatigue tests were conducted under strain control with total inversion R_1 with tubular specimens Figure 3 [37]. The use of strain control rather than load control is more appropriate in order to define the stabilised stress-strain hysteresis loop, especially in the LCF regime when yield stress is exceeded and cross section reduction could be important. A way to reduce the test time is to obtain the load stabilised values, and finish the test with load control with a higher frequency [38].

**Figure 3.** Geometry of the specimen for S355. All dimensions are in mm.**Figura 3.** Geometría de la probeta para el S355. Todas las dimensiones en mm.

The coordinate system adopted in this work is shown in Figure 6, where Z defines the longitudinal direction of the specimen, θ defines the hoop direction and R defines the radial direction. Stresses and strains on different planes φ are calculated considering the coordinate system and angles shown in Figure 4. Plane φ is defined by the normal vector \vec{n} , perpendicular to the plane φ . Vector \vec{n} is defined by the angle β between \vec{n} and the axial direction Z, and angle α between \vec{n} R θ projection and the radial direction R. For fully defined the coordinate system at the plane φ , is defined the directional vector \vec{p} parallel to the plane φ intersection with plane R θ and the directional vector \vec{s} orthogonal to both \vec{n} and \vec{p} . Direction cosines for the coordinate transformation to plane φ are shown in Table 6.

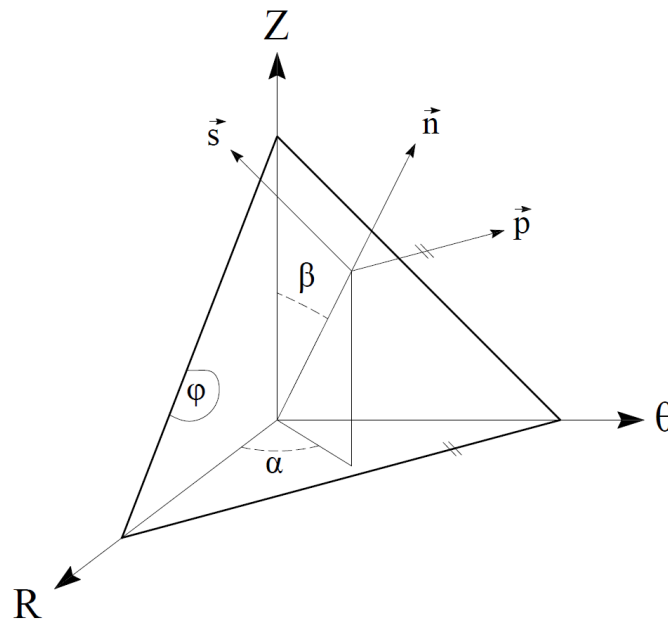


Figure 4. φ plane definition for the three dimensional coordinate system considered.

Figura 4. Definición del plano φ para el sistema de coordenadas tridimensional considerado.

Table 6. Direction cosines for coordinate transformation to φ plane.

Tabla 6. Cosenos directores para el cambio de coordenadas al plano φ .

	R	θ	Z
\vec{n}	$\cos\alpha \sin\beta$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha \cos\beta$
\vec{p}	$\sin\alpha \sin\beta$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha \cos\beta$
\vec{s}	$\cos\beta$	0	$\sin\beta$

The tests are classified into sinusoidal normal-shear strain with total in-phase inversion (Figure 5.a), and 90° out-of-phase (Figure 5.b). Strain amplitudes ε_a and γ_a were chosen based on previous results to obtain a number of cycles to failure in the range 10^4 to 10^6 , so that both LCF and HCF regimes are evaluated. Table 7 includes

the following information of each test: axial ε_{za} and shear $\gamma_{\theta za}$ strain amplitudes; axial σ_{za} and shear $\tau_{\theta za}$ stress amplitudes calculated from the axial and torsion load measured at half-life; and the total life obtained, N_{exp} in number of cycles. A clear hardening effect and a fatigue life reduction can be observed between the tests with the same amplitude strains when the loads are applied out-of-phase (tests 10 to 17).

Table 7. S355 Fatigue experimental data.

Tabla 7. Datos experimentales del S355.

Path	ID	ε_{za}	$\gamma_{\theta za}$	σ_{za}	$\tau_{\theta za}$	N_{exp}
a	1	0.0011	0.0032	180	185	72011
	2	0.0015	0.0028	234	151	103138
	3	0.0015	0.0028	238	151	141938
	4	0.0011	0.0028	183	165	179446
	5	0.0011	0.0032	177	176	179628
	6	0.0009	0.0032	143	183	188219
	7	0.0009	0.0032	146	184	248009
	8	0.0011	0.0028	178	163	268051
	9	0.0009	0.0028	151	172	624521
b	10	0.0015	0.0032	291	200	9838
	11	0.0015	0.0032	305	213	19078
	12	0.0009	0.0032	195	204	38376
	13	0.0011	0.0028	229	196	44319
	14	0.0011	0.0028	229	193	44800
	15	0.0015	0.0026	298	192	46196
	16	0.0015	0.0026	298	193	47996
	17	0.0011	0.0026	226	182	249996

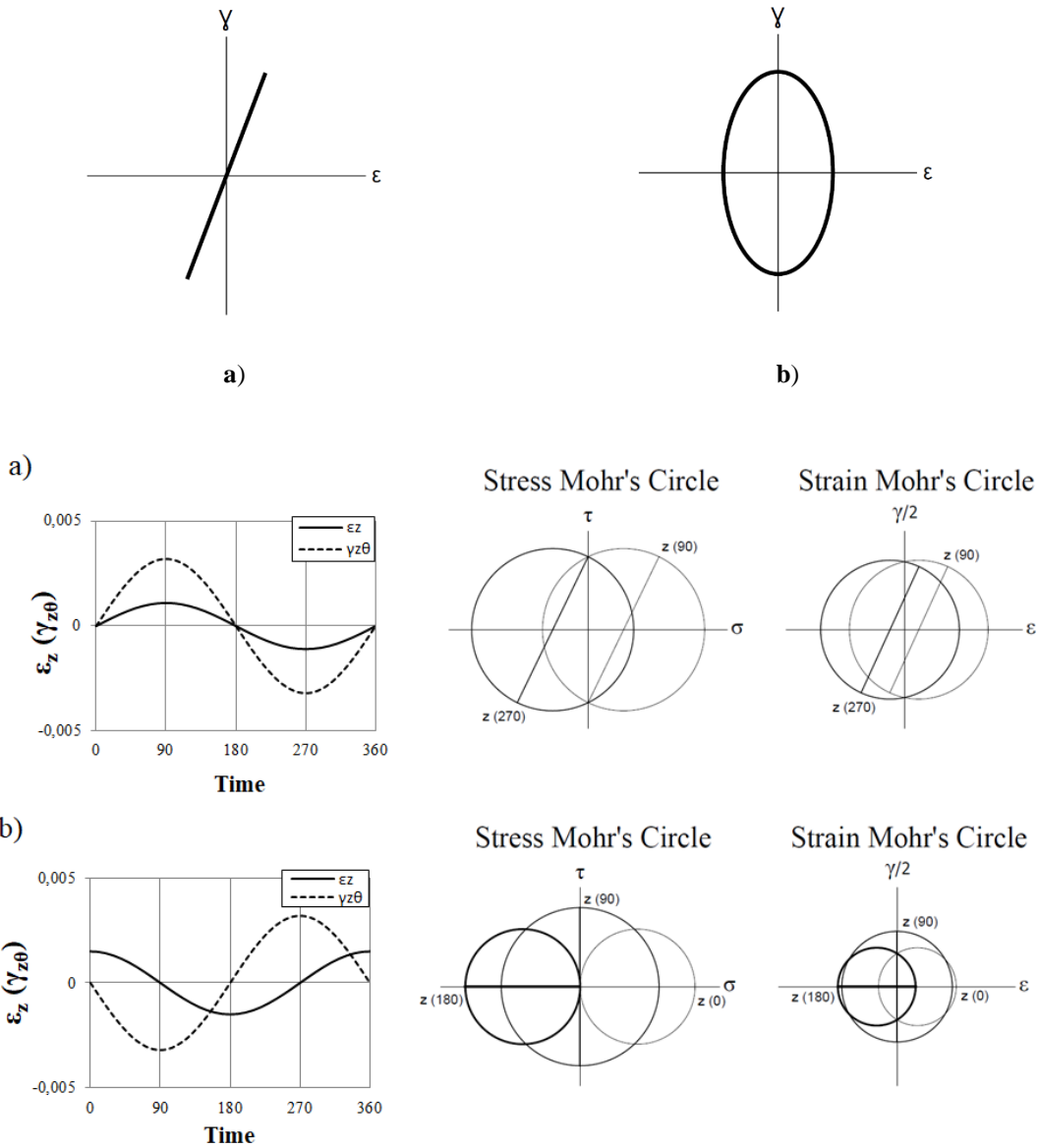


Figure 5. Schematic of the loading path studied and Mohr's circle for stress and strain. In-phase (a) and 90° out-of-phase loading paths (b).

Figura 5. Esquema de camino de cargas estudiado y círculos de Mohr para tensión y deformación. En fase (a) y 90° fuera de fase (b).

The axial stress σ_z and the shear stress $\tau_{\theta z}$ Table 7, are calculated with Equations (17) and (18) respectively. As it can be seen in Equation (18), the higher shear stress appears at the outer surface.

$$\sigma_z = \frac{F}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} \quad (17)$$

$$\tau_{\theta z} = \frac{2rT}{\pi(r_o^4 - r_i^4)} \quad (18)$$

where F is the applied load, T is the applied torque, r_o the outer radius, r_i the inner radius and r is the radius where is defined the shear stress.

Strains and stresses for a point at the outer surface can be defined with Equation (19) and (20) respectively. Projecting the stress and strain vector $\vec{\varepsilon}$ and $\vec{\sigma}$ respectively, to each direction define in Figure 4, \vec{n} , \vec{p} and \vec{s} , it is obtained the scalar values for normal and shear stresses and strains for plane φ ; ε_n , $\gamma_p/2$, $\gamma_s/2$, σ_n , τ_p and τ_s .

$$[\varepsilon] = \begin{pmatrix} \varepsilon_R & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta & \frac{\gamma_{\theta z}}{2} \\ 0 & \frac{\gamma_{\theta z}}{2} & \varepsilon_z \end{pmatrix} \rightarrow \vec{\varepsilon} = [\varepsilon]\vec{n} \quad (19)$$

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\theta z} \\ 0 & \tau_{\theta z} & \sigma_z \end{pmatrix} \rightarrow \vec{\sigma} = [\sigma]\vec{n} \quad (20)$$

where ε_z is the axial strain introduced, $\gamma_{\theta z}$ is the angular strain introduced, σ_z is the axial stress and $\tau_{\theta z}$ is the shear stress. Axial strain in R and θ direction is calculated with Equation (21) which considered the variation of the Poisson coefficient from the elastic value to the fully plastic value Table 3.

$$\varepsilon_R = \varepsilon_\theta = - \left[v_e \frac{\sigma_z}{E} + v_p \left(\varepsilon_z - \frac{\sigma_z}{E} \right) \right] \quad (21)$$

As it can be observed from Equation (19), ε_R defines the second principal strain ε_2 . The maximum and minimum principal strain, ε_1 and ε_3 , are defined on plane $z\theta$ (i.e. $\alpha=90^\circ$). Considering that, maximum values for shear and axial strain are on plane $z\theta$, so maximum damage parameter for the critical plane models assessed are found on planes perpendicular to plane $z\theta$.

4.2 316 Stainless steel

The experiments were conducted on 316SS tubular steel specimens subjected to a quenching heat treatment (1050 °C, WQ). The chemical composition is summarised in Table 8.

Table 8. Chemical composition of 316SS (in wt. %).

Tabla 8. Composición química del 316SS (en peso %)

C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Mo
0.06	1.33	0.46	0.32	0.28	16.97	10.15	2.03

The experimental program was conducted on a three actuator testing machine, to control (i) axial force, (ii) reversed torsion and (iii) introduce pressure into the specimen Figure 6 shows the experimental setup with the directions adopted in this work. Hollow cylindrical dog bone shaped specimens were used. The dimensions of the specimens are shown in Figure 7. The surface finish was improved by polishing the central gauge part of the specimen with 1 μm alumina particles. The inner surface of the specimen was also polished with SiC paper with grade up to #2000. The surface finish in the inner surface of the specimen was not as good as the outer surface due to the machining procedure.

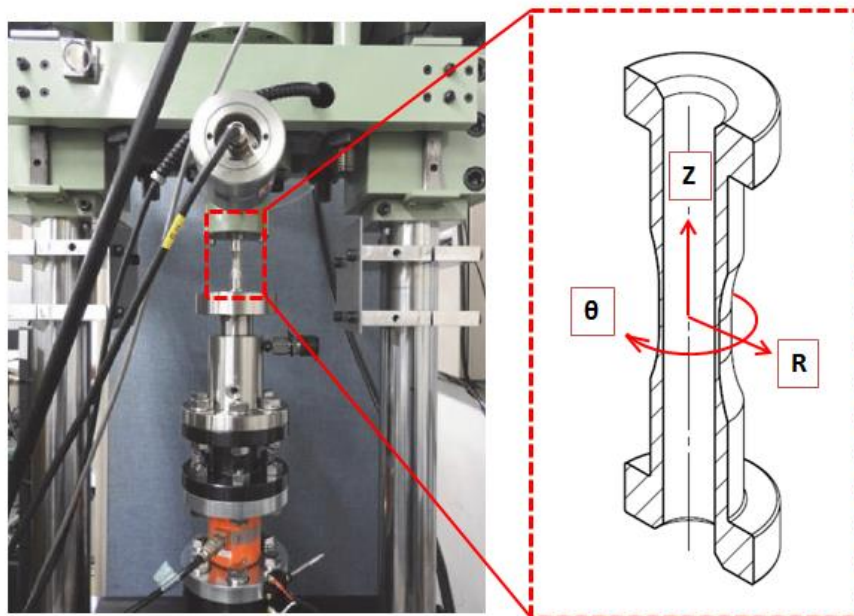


Figure 6. Experimental setup and directions adopted in this work.

Figura 6. Montaje experimental y direcciones adoptadas en el presente trabajo.

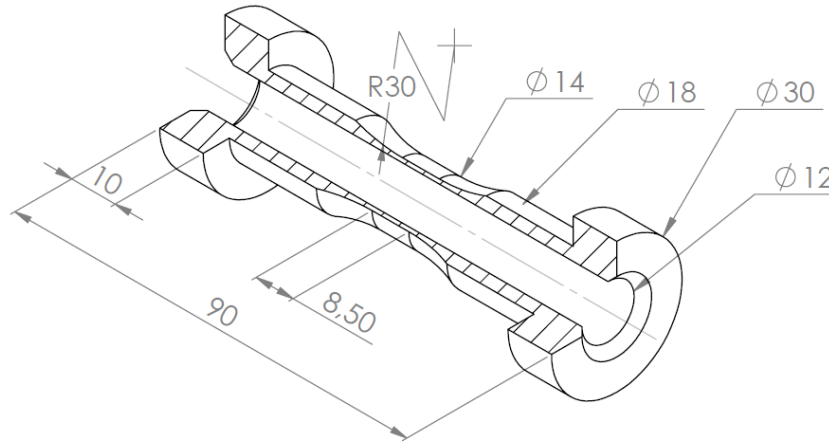


Figure 7. Geometry of the specimen for 316SS. All dimensions are in mm.

Figura 7. Geometría de la probeta para el 316SS. Todas las dimensiones en mm.

The monotonic and cyclic properties are summarised in Table 9 and Table 10 respectively. The cyclic torsional properties were obtained from cyclic uniaxial properties with von Mises equivalence [21] and are summarised in Table 11.

Table 9. Monotonic properties 316SS.

Tabla 9. Propiedades monotónicas del 316SS.

Property	Value
Yield stress, σ_y	240 MPa
Elastic Poisson coefficient, ν_e	0.3
Plastic Poisson coefficient, ν_p	0.5
Young modulus, E	193 GPa
Shear modulus, G	75 GPa

Table 10. Cyclic uniaxial properties 316SS.

Tabla 10. Propiedades cíclicas uniaxiales del 316SS.

Property	Value
Cyclic strength coefficient, K'	899 MPa
Cyclic hardening coefficient, n'	0.1901
Fatigue strength coefficient, σ'_f	663.25 MPa
Fatigue strength exponent, b	-0.0903
Fatigue ductility coefficient, ϵ'_f	0.1895
Fatigue ductility exponent, c	-0.4657

Table 11. Cyclic torsional properties 316SS.

Tabla 11. Propiedades cíclicas torsionales del 316SS.

Property	Value
Fatigue torsional strength coefficient, τ'_f	382.92 MPa
Fatigue torsional strength exponent, b_γ	-0.0903
Fatigue torsional ductility coefficient, γ'_f	0.03282
Fatigue torsional ductility exponent, c_γ	-0.4657

Tests with different loading paths were carried out under force/pressure control while measuring the axial and the hoop strains on the outer surface. All experiments were conducted at room temperature. Table 12 shows the axial, hoop and radial stress amplitude on the outer surface, the mean and amplitude axial and hoop strain at half-life fatigue and total fatigue life for each test. The paths 1 and 6 were repeated with two different loads and are referred to with letter A and B in Table 12. All the loading paths studied were proportional because of the principal directions being constant [21]. The fatigue failure in all the tests was detected by a pressure drop. In order to also detect the failure in loading path 1 and 3, a small inner pressure was also applied in these tests (5th column in Table 12). As the pressure introduced in tests 1 and 3 is much lower than for the other tests, tests authors note that it is possible that the failure criteria defined discriminates the other tests with higher pressures levels [39]. Figure 8 shows a schematic of the six loading paths studied for 316SS.

Table 12. Test detail of the six different loading paths studied.

Tabla 12. Datos de los seis caminos de carga estudiados.

Path	Id	σ_{Za} (MPa)	$\sigma_{\theta a}$ (MPa)	σ_{Ra} (MPa)	ϵ_{Za} (%)	ϵ_{Zm} (%)	$\epsilon_{\theta a}$ (%)	$\epsilon_{\theta m}$ (%)	N_f (cycles)
Pull	1A	256.05	0.88	0.5	0.34	9.38	0.10	-6.5	122000
Pull	1B	227.57	1.024	0.46	0.17	7.62	0.03	-1.6	159600
Inner-pressure	2	16.723	224.81	32.67	0.11	-0.8	0.27	5.1	29300
Push-pull	3	442.9	0.969	0.47	0.8	13.3	0.19	-2.56	785
Square-shape	4	188.08	206.6	30.7	0.22	6.71	0.18	4.33	8400
LT-shape	5	174.65	173.87	28.4	0.20	0.4	0.29	0.34	14486
LC-shape	6A	201.54	225.2	32.77	0.1	-3	0.24	5.31	25770
LC-shape	6B	222.75	255.2	36.22	0.12	-5.7	0.24	6.2	13542

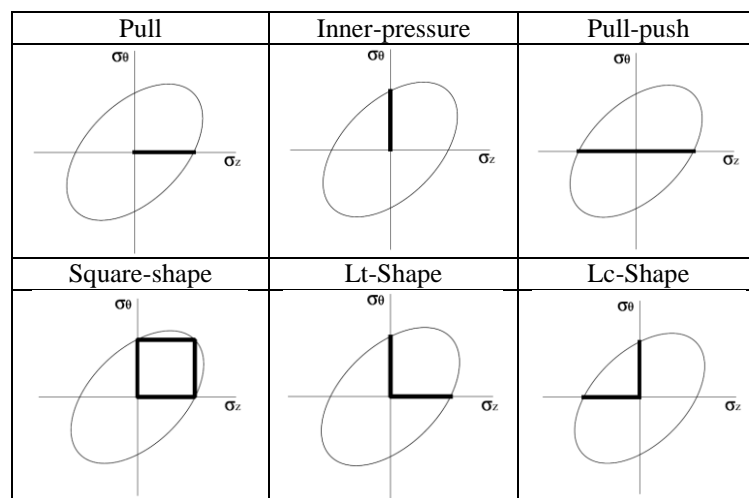


Figure 8. Schematic of the loading paths studied.

Figura 8. Esquema de caminos de carga estudiados.

Figure 9 and Figure 10 show the equivalent von Mises strain amplitude ε_{eqa} and mean strain ε_{eqm} respectively for each test along the test in logarithmic scale. It is observed that loading path cases 3 and 4 fall within LCF regime, cases 5, 6A and 6B fall within MCF regime and cases 1A and 1B are in HCF regime [7]. ε_{eqm} presents a sigmoidal curve with a stable growth for all tests at middle life Figure 10, that is, there is not a stabilised histeresys loop in any test and the material is constantly accumulating plastic strain. Figure 9 shows that for most tests ε_{eqa} initially decrease drastically, which is indicative of cyclic hardening. The initial drop of ε_{eqa} is followed by a very slight increase up to ~ 2000 cycles in most tests. Beyond ~ 2000 cycles, the strain amplitude remains essentially constant, with the exception of tests 4 and 5. The consequent gradual increase in ε_{eqa} is caused by the cycle-dependent creep or ratchetting, whereby the plastic strain accumulates after each cycle. The ratchetting effect can be observed as increasingly value of ε_{eqm} Figure 10, after the initial hardening. Similar behaviour was also found previously on of 316FR material [40]. The ratchetting analysis of uniaxial specimens subjected to different load ratios R under stress-control showed an increment of the strain range $\Delta\varepsilon$ in each cycle.

It is observed that for tests which include inner pressure (tests 2, 4, 5, 6A and 6B in Figure 8), fatigue life is improved as the ε_{eqa} increase. Test 4 shows an additional hardening after the first 10 cycles, with a reduction each cycle up to ~ 3000 cycles. This behaviour is probably caused by additional slip planes activated [41].

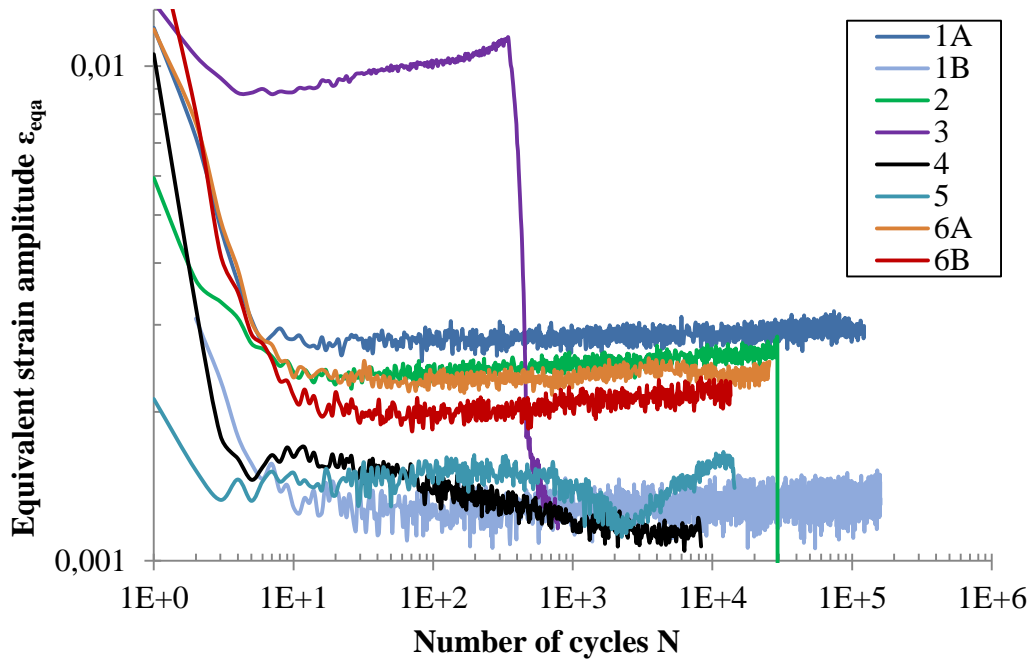


Figure 9. Equivalent von Mises strain amplitude. Variables are plotted against number of cycles, N, for each loading path.

Figura 9. Amplitud de deformación equivalente según von Mises. Las variables son presentadas respecto al número de ciclos, N, para cada camino de carga.

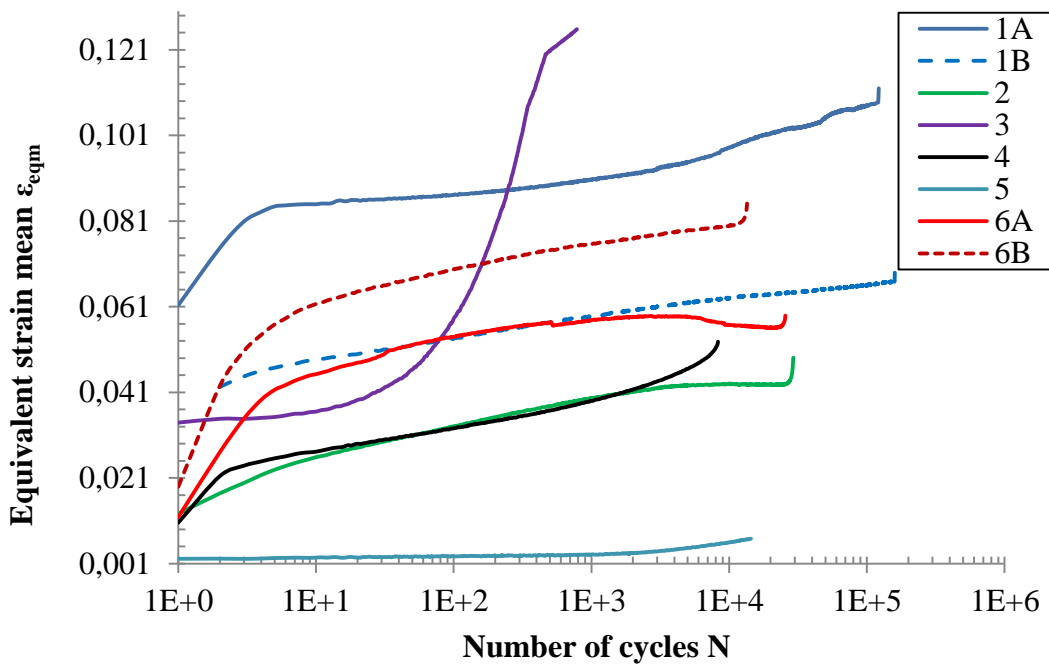


Figure 10. Equivalent von Mises mean strain. Variables are plotted against number of cycles, N, for each loading path.

Figura 10. Media de la deformación equivalente de von Mises. Las variables son presentadas frente al número de ciclos, N, para cada camino de carga.

The axial stress is calculated with Equation (22), the hoop and the radial stresses are calculated using thick walled cylinders, Equations (23) and (24) respectively.

$$\sigma_z = \frac{F}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} + \frac{Pr_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad (22)$$

$$\sigma_\theta = \frac{Pr_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left[1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right] \quad (23)$$

$$\sigma_R = \frac{Pr_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left[1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right] \quad (24)$$

where F is the force applied, P the inner pressure introduced in the specimen, r_o the outer radius, r_i the inner radius and r is the radius where the hoop and the radial stresses are calculated.

Strain and stress tensor for a point at the outer surface can be defined with Equation (25) and (26) respectively.

$$[\epsilon] = \begin{pmatrix} \epsilon_R & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (26)$$

where ϵ_z are the axial strain measured, ϵ_θ is the hoop strain measured, ϵ_R is the radial stress, σ_z is the axial stress introduced and σ_θ is the hoop stress introduced. Axial strain in R direction is calculated with Equation (27) which considered the variation of the Poisson coefficient from the elastic value to the fully plastic value Table 3.

$$\epsilon_R = - \left[v_e \frac{\sigma_z}{E} + v_p \left(\epsilon_z - \frac{\sigma_z}{E} \right) \right] - \left[v_e \frac{\sigma_\theta}{E} + v_p \left(\epsilon_\theta - \frac{\sigma_\theta}{E} \right) \right] \quad (27)$$

Initially is no possible to know the plane with higher levels of shear and normal strain. Damage parameter for each model were calculated for planes from 0° to 90° for β and α values with increments of 10° [22]. Mean and amplitude values for shear

strain and stress were obtained using the circumscribed theory proposed by Papadopoulos [42]. Figure 11 shows the shear strain values for each test (except 1B and 6B) at maximum shear strain amplitude planes. For test 6A (and 6B), maximum shear strain amplitude plane is not orthogonal of any principal strain direction. Also these tests show two sub-cycles, one for the compressive step of load and the other one for the hoop stress generated by the inner pressure. The first sub-cycle produces values for strain much lower than the second one. This way, although it could be considered in the damage accumulation, for this work that sub-cycle was not included.

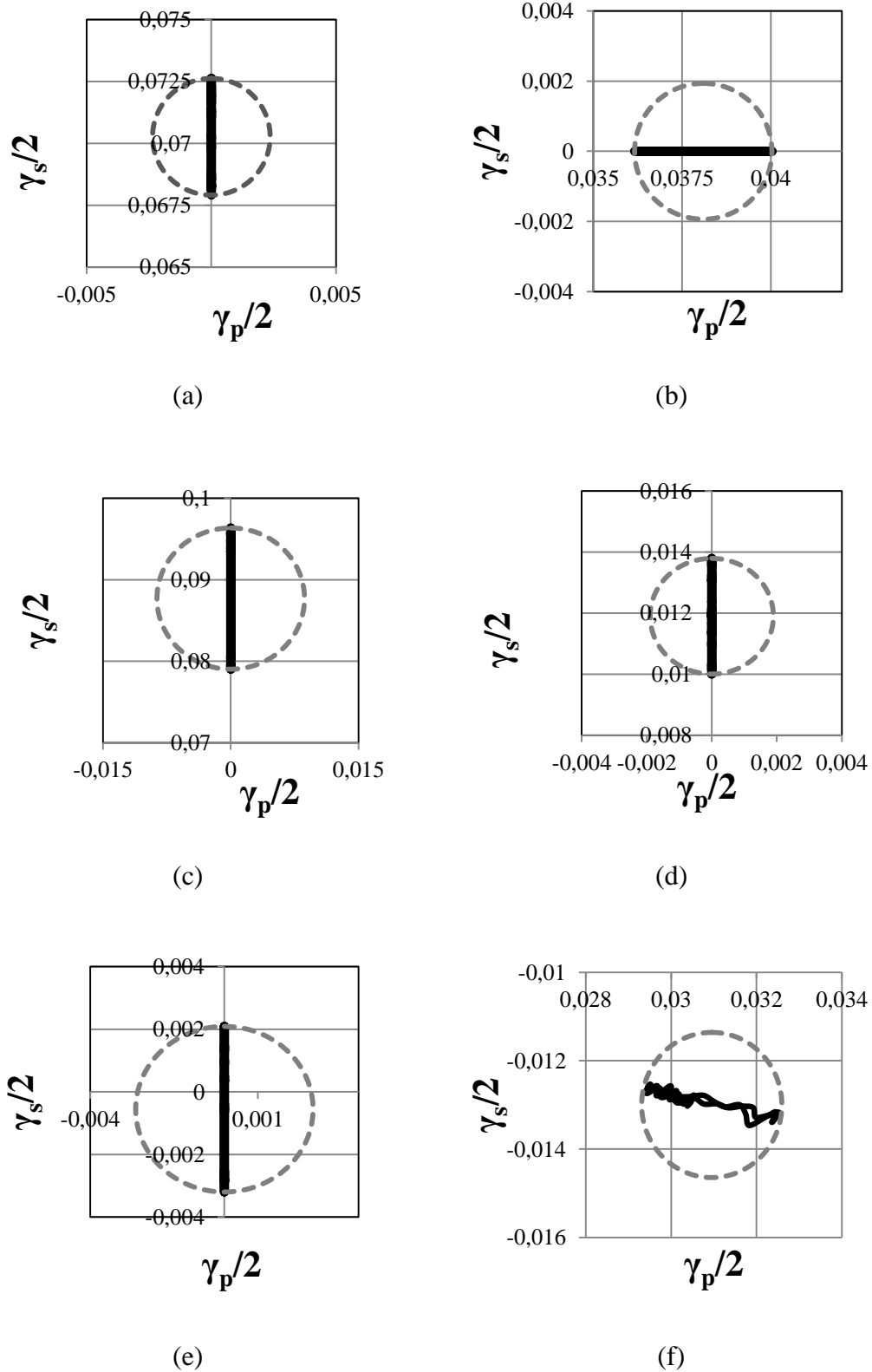


Figure 11. Shear strain γ_s and γ_p at critical plane define by maximum $\Delta\gamma$ for test 1A (a), 2 (b), 3 (c), 4 (d), 5 (e) and 6A (f).

Figura 11. Deformación angular γ_s y γ_p en el plano crítico definido por el máximo $\Delta\gamma$ para el ensayo 1A (a), 2 (b), 3 (c), 4 (d), 5 (e) y 6A (f).

Due to the high level of mean hoop strain, the hoop stresses are corrected with the strain values observed at half-life fatigue $\epsilon_{\theta m}$ (9th column Table 12), so that the change in radius is taken into account. The corrected inner diameter d_i^* and outer diameter d_o^* were calculated with Equations (28) and (29) respectively.

$$d_o^* = d_o(1 + \epsilon_{\theta m}) \quad (28)$$

$$d_i^* = [d_o^2((1 + \epsilon_{\theta m})^2 - 1) + d_i^2]^{0.5} \quad (29)$$

where d_o is the initial outer diameter, d_i the initial inner diameter and $\epsilon_{\theta m}$ the mean hoop strain at half-life fatigue.

Equations (23) and (24) indicate that the highest hoop stress appears at the inner surface of the sample. The stress level decreases through the thickness so that the stress level at the outer surface is minimum. Nevertheless, most experimental techniques for measuring the strains provide information only from the external surface. Experimental systems such as strain gauge, extensometer, replica technique [43–45], digital image correlation [46], Moiré interferometry [47] or electronic speckle pattern interferometry [48] can be used for measuring the strain at certain spot or across an area. Information from the interior of the material can only be measured experimentally in most engineering materials via synchrotron X-ray diffraction [49,50], though access to such facilities is extremely limited (e.g. [51]). That is, even though Equations (23) and (24) indicate that strain levels at the outer surface are lower, fatigue predictions are normally made with those strains [11,41,52], thus being non conservative.

In the next section we provide a numerical estimation of the residual stresses caused by the internal pressure. It will be shown that the residual stress profile tends to decrease the maximum stress at the inner surface and increase the stress at the outer surface once it yields, thereby reducing the difference between both surfaces and compensating the stresses on both sides of the wall.

4.2.1 Residual stress evaluation

The residual stress generated by inner pressure applied was assessed numerically with a finite element model. The simulation was performed with

ANSYS commercial software [53]. It was used the kinematic hardening model of Chaboche [54], plasticity curves to obtain the parameters values were obtain from foreign origin [55]. Due to the symmetry of the sample, one fourth of the cross section was simulated. Quadrilateral elements were used in the model. Plane strain theory was assumed since the strain in the Z direction approached zero (thick wall tubes). Figure 12 shows the evolution of the hoop stress on the external surface (solid line) and on the internal surface (dashed line). Figure 12 shows that the maximum load ($t=180s$) generates a stress larger than the yield stress in all the thickness. Such plastic deformation of the specimen induce a volume mismatch that acts by inducing compressive residual stresses at the inner surface and tensile residual stresses at the outer surface. The resultant residual stress distribution in the hoop direction is shown in Figure 13. Figure 13 shows that the maximum and minimum values are in the same order of magnitude. The stress distribution for the other loading paths studied was similar.

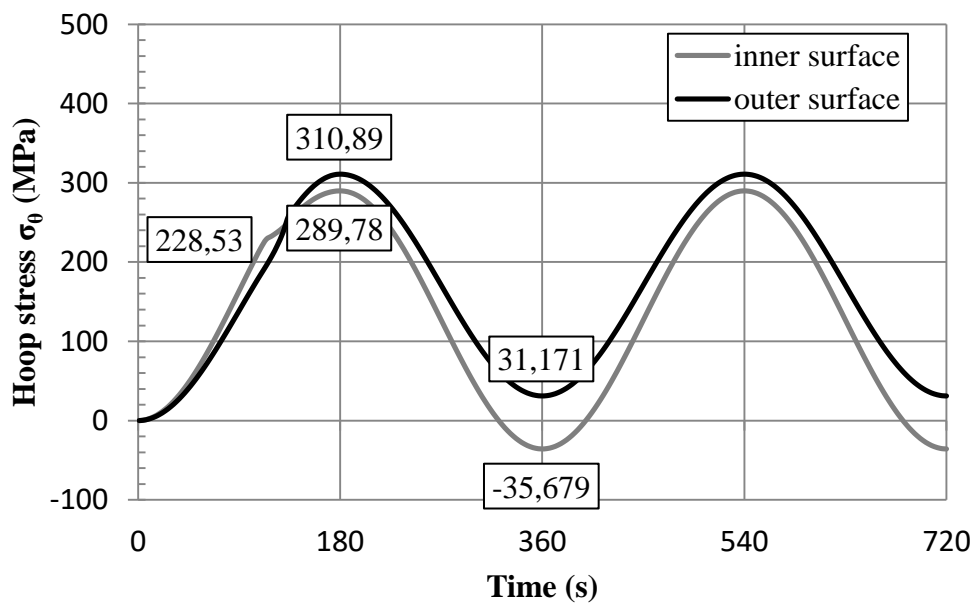


Figure 12. Evolution of the hoop stress along two cycles at the inner and outer surface applying 60MPa inner pressure.

Figura 12. Evolución de las tensiones periféricas a lo largo de dos ciclos en la superficie interior y exterior aplicando 60MPa de presión interior.

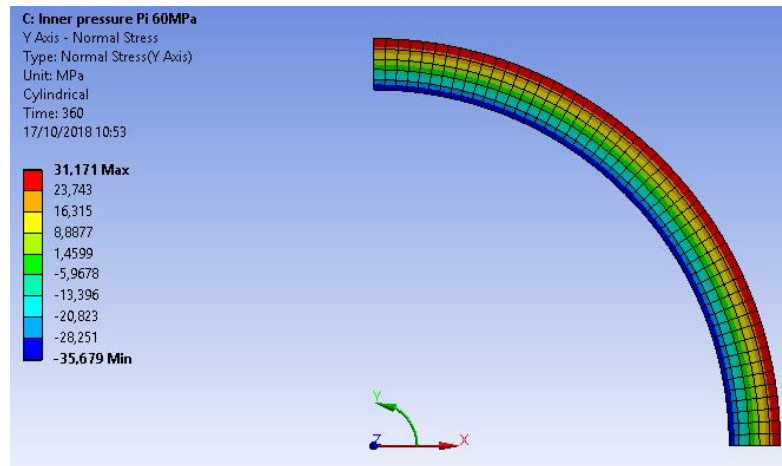


Figure 13. Residual hoop stress on inner and outer surface after applying 60MPa inner pressure.

Figura 13. Tensión periférica residual en la superficie interior y exterior tras aplicar 60MPa de presión interior.

Figure 13 shows the residual stress profile at the inner and outer surfaces once the pressure was removed. When the hoops stress generated by inner pressure exceeds the yield stress, different levels of plastic strain on the radial direction are generated, thus inducing residual stresses. The stress profile once the inner pressure is removed keeps the internal equilibrium in the material. This way, certain zones close to the inner surface are in compression meanwhile outer surface are in tension. If a lower inner pressure is then applied, maximum values of the internal hoop stress will be lower than the ones obtained with Equation (23) because of the residual stresses. This phenomenon is known as autofrettage and is a widely used manufacturing technique to enhance fatigue resistance of vessel and pipes under pressure. It is worth noting that one of the key issues for such industrial procedure is to evaluate the optimum autofrettage pressure to obtain an adequate residual stress at the inner surface [56–58]. For the tests from Table 12 that include cyclic inner pressure loadings, the hoop stress reached make the material yield in all the thickness, this case is denominated fully autofrettage. The plane-strain stress distribution in this case could be also approximated with the Equation (30) and (31) for the hoop and radial stress respectively [59].

$$\sigma'_{\theta} = \frac{2\sigma_{ys}}{\sqrt{3}} \left[1 + \ln \frac{r}{r_o} - \frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right) \ln \frac{r_o}{r_i} \right] \quad (30)$$

$$\sigma'_R = \frac{2\sigma_{ys}}{\sqrt{3}} \left[\ln \frac{r}{r_o} - \frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \ln \frac{r_o}{r_i} \right] \quad (31)$$

where σ_{ys} is the yield stress of the material r is the radius where the stress is calculated, r_o is the outer radius and r_i the inner radius. These residual stresses are considered to obtain the total stress values. Add the residual stress only makes an offset of the stresses, so affect to the extreme values only, the total stress range is the same.

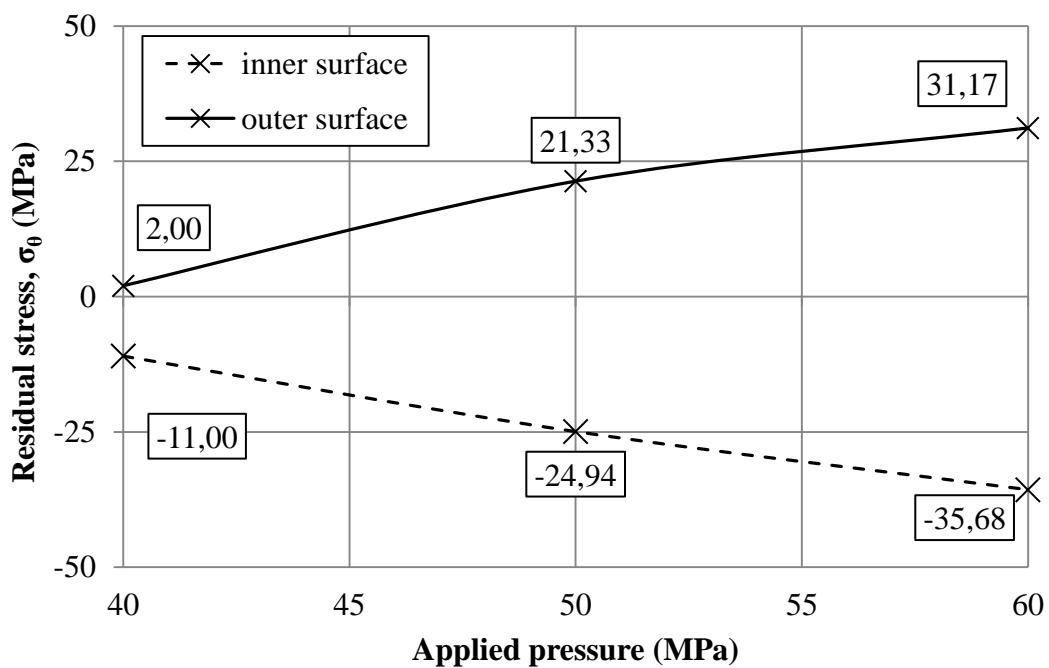


Figure 14. Residual stress created by different applied inner pressures in the sample. The residual stress is shown on the inner (dashed line) and outer (solid line) surfaces.

Figura 14. Tensiones residuales generadas por diferentes presiones interiores en la probeta. La tensión residual se muestra en la superficie interior (línea discontinua) y en la superficie exterior (línea continua).

5 Results and discussion

5.1 Structural Steel S355-J2G3

Seventeen multiaxial tests were used in order to assess the SKS model. The key parameters of these tests are summarised in Table 7, with increasing fatigue life.

Figure 15 shows the correlation obtained for each damage parameter with the curve defined in Equation (15) for DP_{calc} . The experimental data obtained under proportional load appear as green triangles and the data obtained under non-proportional load appear as blue asterisk. Each point is defined with the experimental fatigue life N_{exp} and the experimental damage parameter DP_{exp} obtain from the experimental stresses and strain for each model. The experimental data that fall above the calculated damage parameter curve are considered conservative. The collapse ability is studied with the sum of relative error, Equation (16). Table 13 summarises the relative error obtained for each model. Considering the total error, Table 13 indicates that the best correlation is obtained by SKS and FS models, followed by Liu II. It is worth noting that Liu II damage parameter Equation (11) does not include any material dependent parameter. Figure 15.b shows that one of the non-proportional tests shifts the WB curve upwards, increasing the total error. Finally Liu I Figure 15.c shows the worst result, with a larger deviation in the LFC regime. The better collapse capacity of the SKS damage parameter is probably due to the additional number of material parameters, that improves the model adaptability to different loading conditions. This was also Sandip conclusion after assesses Erickson damage parameter [14] versus Fatemi-Socie and Findley damage parameter with Ti-6Al-4V alloy with different load conditions.

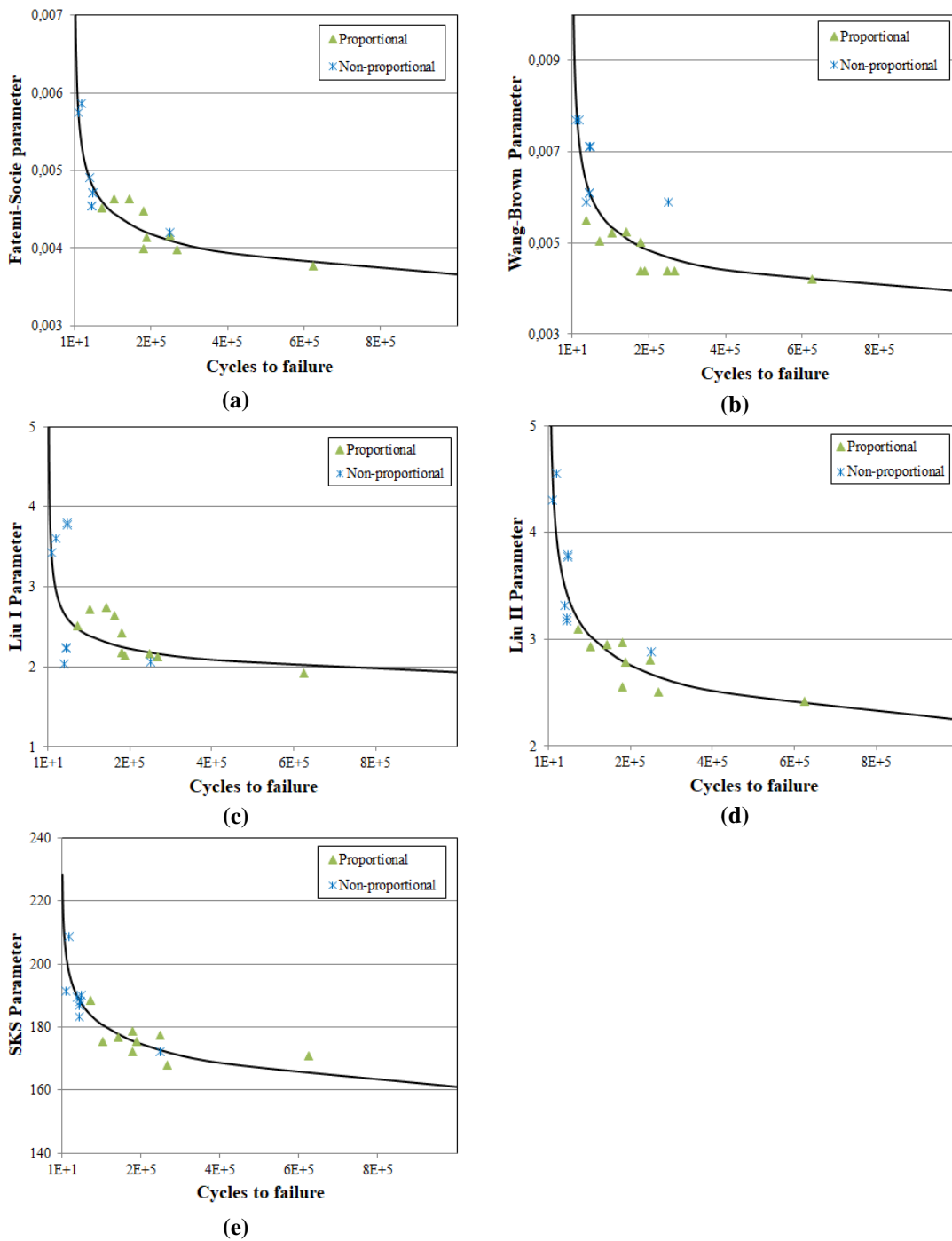


Figure 15. Correlation of S355 fatigue experimental data with (a) FS, (b) WB, (c) Liu I, (d) Liu II and (e) SKS damage parameters.

Figura 15. Correlación de los datos experimentales a fatiga del S355 con los parámetros de daño de (a) FS, (b) WB, (c) Liu I, (d) Liu II y (e) SKS.

Table 13. Summary of the relative error between DP_{exp} and DP_{calc} for each model.

Tabla 13. Resumen de los errores relativos entre DP_{exp} y DP_{calc} para cada modelo.

Model	FS	WB	Liu I	Liu II	SKS
In-phase test error	0.01469	0.05385	0.07246	0.02077	0.00475
Out-of-phase test error	0.01817	0.09774	0.39104	0.06065	0.00824
Total error	0.03287	0.15159	0.46351	0.08142	0.01300

Figure 16 shows the life estimation for each model under proportional (a) and non-proportional (b) loading. The points falling right on the solid line have a perfect coincidence between the experimental fatigue life, N_{exp} , and the calculated fatigue life by each model, N_{mod} . The dashed lines indicate the twice (100%) and half (-50%) deviation from the calculated life with respect to the experimental life. The estimation of SKS is shown with purple triangles, FS with green circles, WB with blue asterisks, Liu I with red squares, and Liu II with black crosses. Figure 17 shows the sum of the relative fatigue life deviation for each model, for proportional (a) and non-proportional (b) loading.

For proportional loading, Figure 16.a, SKS gives a good estimation, with values on the non-conservative side for most tests. This is probably caused by an underestimation of k value, because k parameter controls the shear and normal stress interaction. FS returns better predictions than SKS as it can be seen on the sum of deviation shown on Figure 17.a, with a conservative tendency with increasing fatigue life. Both WB and Liu I show similar results, mostly on the conservative side. Equations (7) and (9) show that WB and Liu I models include and increase the weight of $\Delta\varepsilon$ on the damage parameter respectively.

A comparison between Figure 16.a and Figure 16.b indicates that out-of-phase loading shifts upwards the majority of the predictions given by all the models, thus making the predictions more on the non-conservative side. Figure 17 shows that the deviation results get worst for non-proportional loading Figure 17.b as compared to proportional loading Figure 17.a for all models with the exception of WB. A comparison between Figure 16.a and Figure 16.b shows that the scatter increases for SKS model as a consequence of the non-proportionality of the loads. This is numerically confirmed by the 19% increment in the deviation, from Figure 17.a to Figure 17.b in the SKS values. Nevertheless, this increment is very similar to the increment exhibited by Liu I model (17%), and much smaller than the increment displayed by FS and Liu II models. WB results remain in the conservative side and predicted life present the lower sum of life deviation. Liu I shows a higher scatter with low fatigue life deviation. FS shows a better collapse capacity for some of the results compared to the SKS model (see Table 7, tests 13 to 16). Table 7 shows that small variations are introduced in τ_a , unlike in γ_a . For the SKS fitted parameter, the

compensation of $\Delta\gamma$ effect over the damage parameter is accounted for by $(\sigma\tau)_{max}$ factor only. Taking into account that the 90° shift between torsional and axial loads induces a very high level of hardening [23], if the shift between loads was smaller, the fatigue predictions would most likely improve. Hence, the results show that SKS model could be competitive both for proportional and non-proportional by fitting good quality experimental data. The results also indicate that SKS model produces better estimations under in-phase loading than under out-of-phase loading, where a larger scattering of the data was observed.

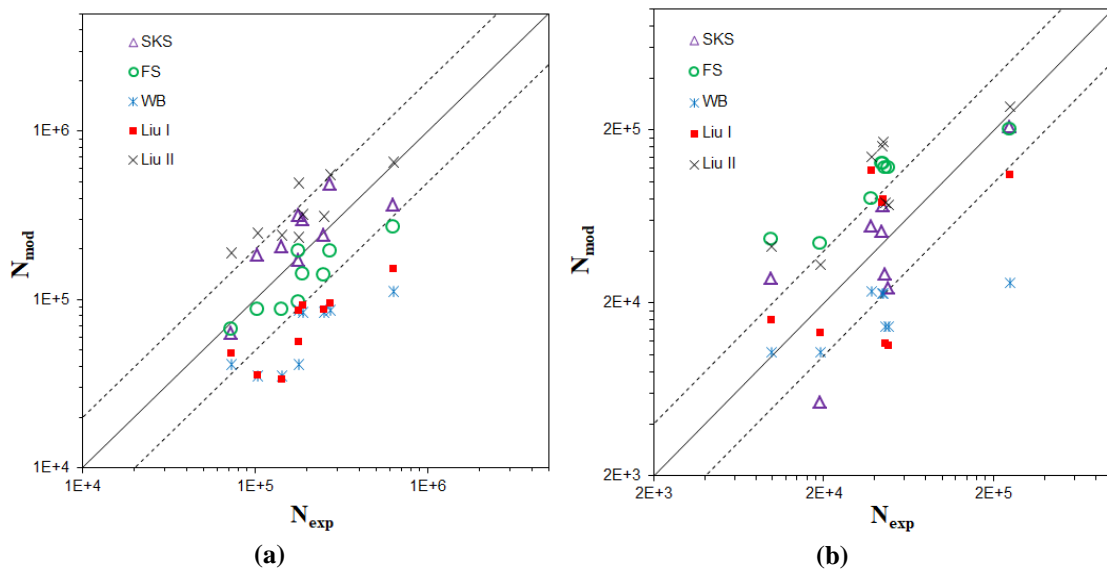


Figure 16. Fatigue life predicted by each model, N_{mod} versus experimental fatigue life, N_{exp} , for proportional loading (a) and non-proportional loading (b).

Figura 16. Vida a fatiga estimada por cada modelo, N_{mod} frente a la vida a fatiga experimental, N_{exp} , para cargas proporcionales (a) y no-proporcionales (b).

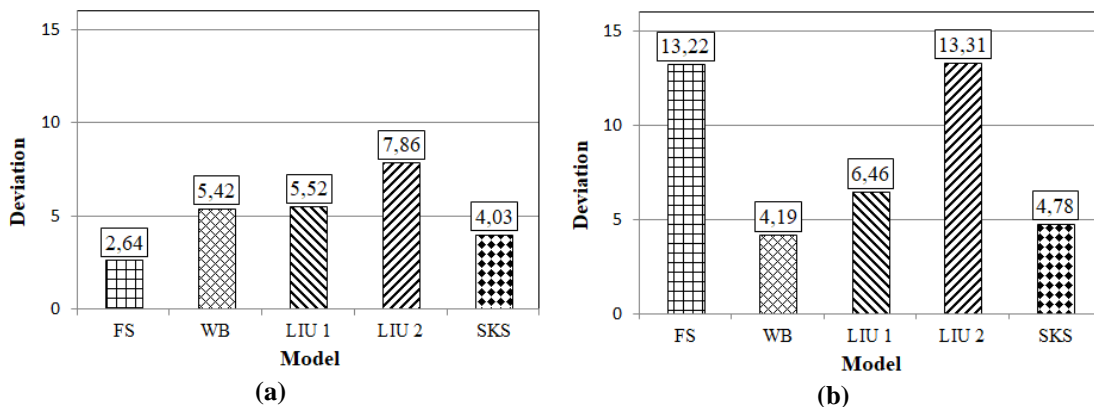


Figure 17. Fatigue life deviation for proportional (a) and non-proportional loading (b) for the five different critical plane models under study.

Figura 17. Desviación de la vida a fatiga para cargas proporcionales (a) y no-proporcionales (b) para los cinco modelos de plano crítico estudiados.

It was found that FS model yields better results by using a constant K value of 1, as recommended by Socie [21] instead of evaluating K according to Equation (6). As it can be seen in Equation (5), that value increases the weight of σ_n and hence the damage parameter. Figure 18 shows the damage parameter for each model for test 10 (Table 7) at different critical plane φ^* defined by angle β ($\alpha=90^\circ$). With dash line is present the value used to define the critical plane; maximum shear strain range $\Delta\gamma$ for FS, WB and SKS and maximum normal work $\Delta\sigma\Delta\varepsilon$ and shear work $\Delta\tau\Delta\gamma$ for Liu I and Liu II respectively. Damage parameter for FS was calculated using the material parameter K defined for the life calculated using the value at maximum shear strain range plane (idem with WB and S parameter). The maximum damage parameter plane coincides with the maximum shear strain and shear work plane only for $\beta=0^\circ$. The difference between both damage parameter peaks is that normal stress and strain are void at $\beta=90^\circ$. Liu II Figure 18.b critical plane coincides with the maximum damage parameter planes, but Liu I does not. Figure 18.a shows FS damage parameter for $K=1$ also (grey line), as it can be seen, the damage parameter increase proportionally the original values (black line) but it do not change the shape. That is because K parameter changes both, normal stress and shear strain amplitude Equation (5). On the other hand, WB damage parameter change values and position of maximum values regarding shear strain range, as S parameter only affects the normal strain range in the damage parameter Equation (7). SKS damage parameter behaves as FS damage parameter; maximum damage parameter is at maximum shear strain range for different k values higher than 0 Equation (13). On the other hand, w parameter can change the position of the maximum damage parameter as this value is allowed to change for positive and negative values.

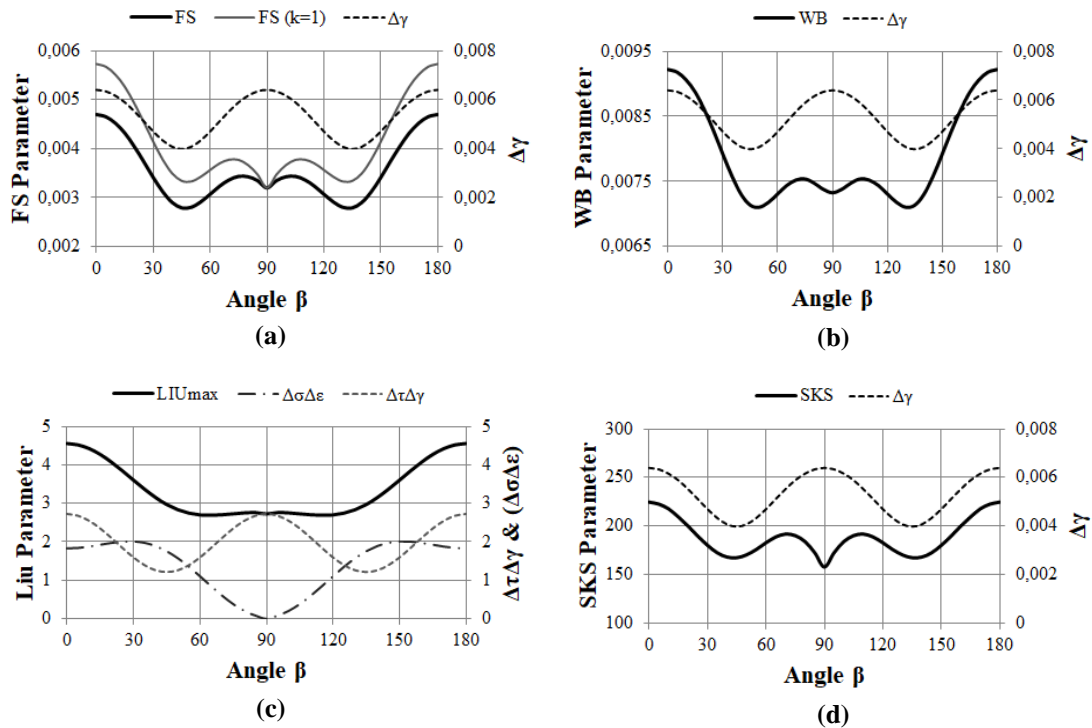


Figure 18. Damage parameter and critical plane choose criterion parameter versus angle β for (a) FS, (b) WB, (c) Liu I and II and (d) SKS for test 10.

Figura 18. Parámetro de daño y criterio de selección del plano crítico frente a ángulo β para (a) FS, (b) WB, (c) Liu I y II y (d) SKS para el ensayo 10.

5.2 316 Stainless steel

5.2.1 Fatigue life predictions

The damage parameter of each model was obtained using half-life fatigue stress and strain values [11]. Figure 19 shows life estimation for each model for different uniaxial (a) and biaxial (b) loading paths. The solid line presents those points with a coincidence between the experimental life N_{exp} and the calculated life by each model N_{mod} . Dashed lines limit the zone with a twice (100%) and half (-50%) deviation of N_{mod} respect to N_{exp} . The ID (Table 12) is also show next to each predicted value. Figure 19 shows that in general the models tend to give conservative estimations for uniaxial tests (a). Figure 19 also shows that WB estimations are the most conservative in general, both under uniaxial loading and biaxial loading. Similar behaviour was previously observed on S355 and also with 1Cr-18Ni-9Ti stainless steel for non-proportional load [60]. On the other hand, it was observed that at LCF regime mean stress effects with ratchetting is low for 316SS [61] but the correction of the mean stress on WB model is double of the Morrow's method [62].

Probably the WB conservative results are consequence of the excessive weight of mean stress on the model. Test 4 and 6B produces less conservative results with all the models. Liu I returns the most non-conservative value meanwhile Liu II results are similar to WB, most conservative. The overall better estimations of Liu II as compared to Liu I indicate that 316SS failure dominant cracking mode is Mode II.

Liu models do not include any additional term to relate mean stresses and/or mean strains. Nevertheless, Liu II returns good life prediction without take into account the mean stresses. The overall good predictions of Liu I and Liu II suggest that the mean stress has little influence on the prediction of the fatigue life on 316SS, as it was observed by Zhang et al [12] with 316L.

Comparison between tests 2 and 6A is useful to understand the sensitivity of the material to the different types of load. Both test 2 and test 6A are subjected to the same inner pressure. However, test 6A is also subjected to compressive loads. Table 12 indicates that the fatigue life for test 6A is slightly smaller than for test 2. This suggests that the influence of compressive loads combined with inner pressure is very little [52].

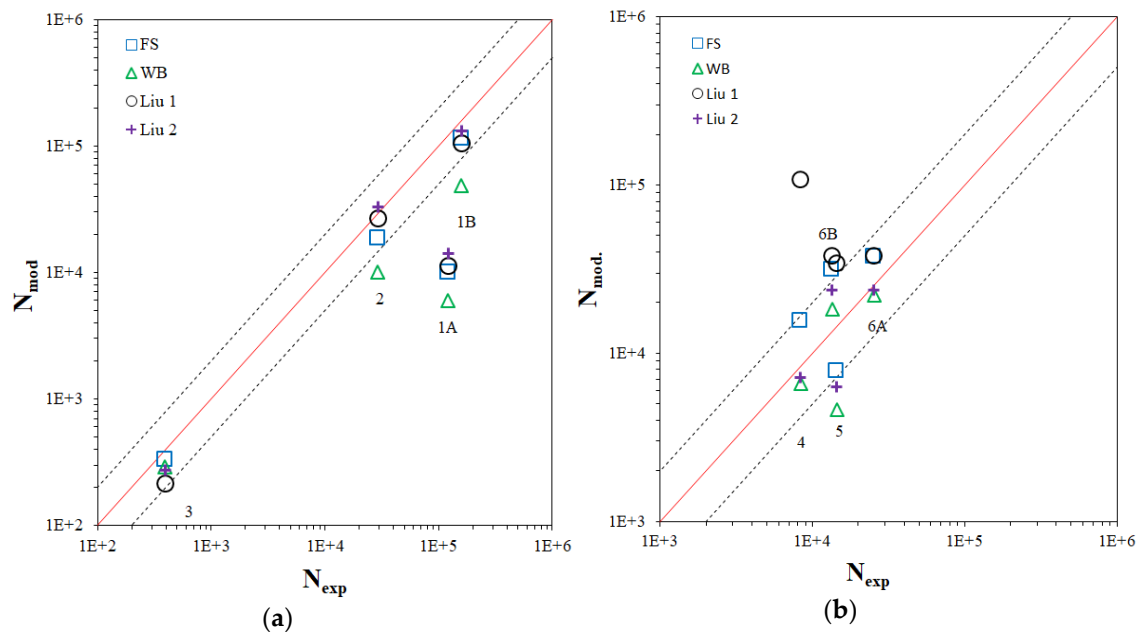


Figure 19. Critical plane model fatigue life prediction for uniaxial (a) and biaxial (b) path loads tests for 316SS.

Figura 19. Vida a fatiga estimada por los modelos de plano critico estudiados para los caminos de carga uniaxiales (a) y biaxiales (b) para el 316SS.

The differences between N_{exp} and N_{mod} are summarised in Figure 20. The differences are shown as a histogram of the life estimation deviation for each test according to the different models. The overall performance of each model can be estimated with the sum of the absolute deviations for all the tests and are as follows: FS – 6.2; WB - 3.45; Liu I – 17.68; and Liu II - 2.87; These values together with Figure 19 indicate that Liu II appears to generate the best predictions overall. Moreover Liu II predictions are mostly on the conservative side. WB model appears to give the best predictions after Liu II, followed by FS model and finally by Liu I. This is in agreement with previous studies conducted by Liu on 316SS subjected to axial-torsion loading [33].

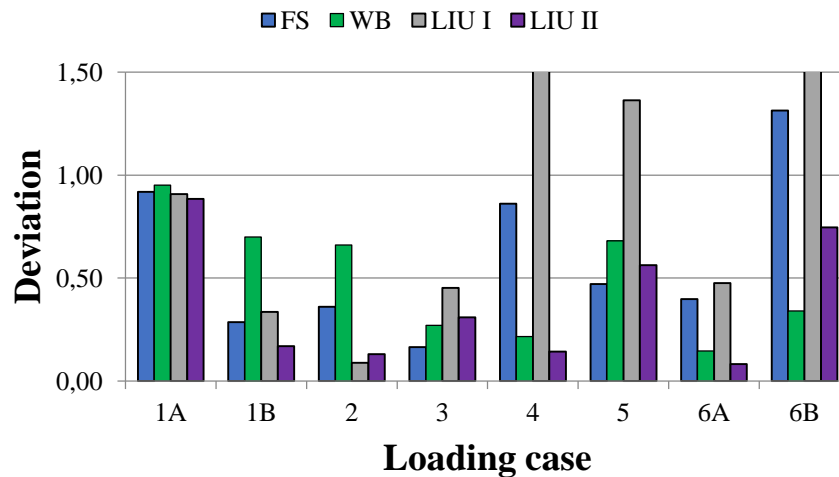


Figure 20. Model fatigue life deviation in each loading case for 316SS.

Figura 20. Desviación de vida a fatiga para cada modelo para el 316SS.

5.2.2 Crack orientation results

Critical plane methods are based on observations of the crack nucleation and growth, defining those planes to obtain the damage parameter. They can estimate the crack angle as well as the fatigue life. As it is known, the crack can change the direction depending on the fatigue phase. It can be considered that cracks grow on the maximum shear stress planes [7] but macroscopically can be observed that they are growing in other directions (i.e. perpendicular to maximum normal stress for stage II in ductile materials). The crack angles using in this work for 316SS are for stage II.

The cracking angle at initiation was measured with respect the longitudinal axis of the specimen Figure 21. The cracking angles at initiation for the different tests are summarised in Table 14. The critical plane φ^* is defined with the vector normal to the cracking plane, \vec{n} , with the angles β and α between the longitudinal and radial axis respectively Figure 21. The crack shown in Figure 21 grows vertically (i.e. angle $\beta=90^\circ$), the angle through the material was not measured.

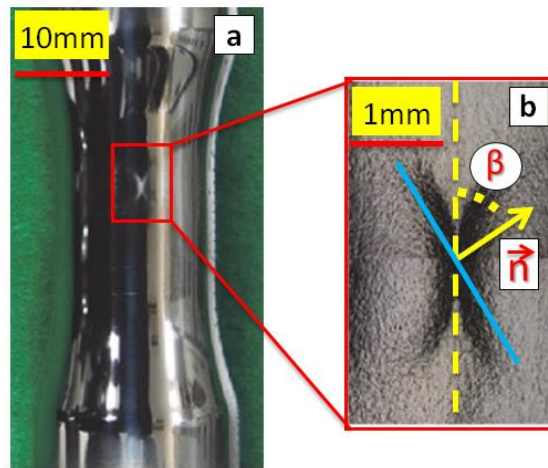


Figure 21. (a) Picture of the central part of the specimen and (b) schematic showing how the angle β and the normal vector, \vec{n} , are defined for α angle 90° .

Figura 21. (a) Imagen de la parte central de la probeta y (b) esquema mostrando como el ángulo β y el vector normal, \vec{n} , son definidos para un ángulo α de 90° .

Table 14. Comparison of crack angles β and α at initiation measured with models predictions.

Tabla 14. Comparación de los ángulos de grieta β y α medidos al inicio con las predicciones de ángulo de cada modelo.

	ID	1A	1B	2	3	4	5	6A	6B
Angle measured	β / α	$-/0^\circ$	$-/0^\circ$	$90^\circ/-$	$-/0^\circ$	$90^\circ/-$	$90^\circ/-$	$90^\circ/-$	$90^\circ/-$
WB	β / α	$45^\circ/0^\circ$	$45^\circ/0^\circ$	$90^\circ/45^\circ$	$45^\circ/0^\circ$	$45^\circ/90^\circ$	$45^\circ/90^\circ$	$75^\circ/45^\circ$	$75^\circ/45^\circ$
FS	β / α	$45^\circ/0^\circ$	$45^\circ/0^\circ$	$90^\circ/45^\circ$	$45^\circ/0^\circ$	$45^\circ/90^\circ$	$45^\circ/90^\circ$	$75^\circ/45^\circ$	$75^\circ/45^\circ$
Liu I	β / α	$0^\circ/0^\circ$	$0^\circ/0^\circ$	$90^\circ/0^\circ$	$0^\circ/0^\circ$	$0^\circ/0^\circ$	$90^\circ/90^\circ$	$90^\circ/90^\circ$	$90^\circ/90^\circ$
Liu II	β / α	$45^\circ/0^\circ$	$45^\circ/0^\circ$	$90^\circ/45^\circ$	$45^\circ/0^\circ$	$45^\circ/90^\circ$	$45^\circ/90^\circ$	$75^\circ/45^\circ$	$75^\circ/45^\circ$

The cracking plane measured by each model is compared to the critical plane predicted by the different models. Table 14 shows the predicted plane angle by the studied models. The critical plane φ^* according to FS and WB is defined as the plane with maximum $\Delta\gamma$, Liu II defines φ^* at the plane where is maximised the shear work ΔW_{II} . On the other hand, Liu I defines φ^* at the plane where is maximised the axial work ΔW_I . Crack orientation was studied by other researchers as the plane where the damage parameter is maximised [37], observing an offset with the critical plane φ^*

defined by each model. This criteria is recommended for non-proportional loadings, where critical plane could be not define on the plane of maximum damage [21]. All the models defined correctly the crack angle for the uniaxial tests. For biaxial tests, Liu I shows better results than the other models, the predicted angle agree with the measure angles. Nevertheless, previous works shown that FS and Liu II give better crack orientations with AISI 303 and 316SS under proportional and non-proportional loadings [33,63].

6 Conclusions

The present work assessed the critical plane methods prediction capacity for fatigue life and crack growth angle under multiaxial loadings for two different metals, namely S355 steel and 316 stainless steel.

A thorough investigation has been conducted on the critical plane model proposed by Sandip, Kallmeyer and Smith (SKS). The SKS critical plane damage parameter has been assessed on a S355 steel for proportional and non-proportional loading conditions. The SKS damage parameter has been compared to other established models, namely Fatemi-Socie, Wang-Brown, Liu I and Liu II. The results indicate that overall the collapse capacity of the SKS damage parameter appears to be better than that of the other models for the cases studied. The SKS damage parameter produces overall good predictions both under proportional and under non-proportional combinations of tension, compression and torsion loads. A new procedure for evaluating the SKS damage parameter has been proposed, based on the fitting of the six variables included in the model based on six experimental data. The experimental data were based on S355 steel experiments obtained on proportional and non-proportional data. Among the different critical plane models evaluated, the model presented with SKS damage parameter produced the second best results for both types of biaxial loads. The SKS model also showed good consistency in being able to adapt to different load scenarios. In a similar way to the other models, the quality of the data used for fitting the model parameters is crucial. One of the strengths of the SKS model is the simplicity of data fitting for evaluating the model parameters. The damage parameter appears to be very versatile and can describe satisfactorily some types of multiaxial loads by fitting different variables. The quality of the fitting can be improved by employing additional sets of experimental data. This can be useful for a number of industries. The predictions of the SKS model are compared to other well established models that are fed with uniaxial fatigue data. These include Fatemi-Socie, Wang-Brown, Liu I and Liu II critical plane methods. These parameters used the relations between the main stresses and strains acting on the critical plane.

This work also describes the characterisation of the fatigue behaviour of 316 stainless steel. The study includes uniaxial stress and biaxial stress scenarios on the LCF, MCF and HCF regimes with high levels of hardening and ratchetting. Both fatigue life and cracking plane at initiation have been studied with Fatemi-Socie, Wang-Brown, Liu I and Liu II critical planes models. Fatigue life estimations were calculated on the outer surface of the sample including residual stresses and mean hoop strains to obtain the external hoop stress. The fatigue life prediction capacity of the different models was assessed using the sum of deviation between experimental and predicted fatigue life of each model. The sum of fatigue life deviations indicated that Liu II provides the best predictions followed by Wang-Brown, Fatemi-Socie and finally Liu I. For tests that include variable inner pressure, predictions are in or near the non-conservative zone, it must be noted that the maximum shear strain values were obtained at the inner surface, so using values at outer surface result are less conservative. Material parameters K and S for Fatemi-Socie and Wang-Brown respectively show a good agreement with the stainless steel 316 behaviour, reducing the weight of normal stress and strains. On the other hand, the best cracking plane predictions were obtained with Liu I model. The three other models (Wang-Brown, Fatemi-Socie and Liu II) predicted the same cracking angle because they are all based on the same critical plane. It was not possible to measure the angle through the bulk in order to determine the second angle to define the critical plane ϕ .

7 Conclusiones

El presente trabajo evalúa la capacidad de predicción de vida a fatiga y del ángulo de crecimiento de grieta de los métodos de plano crítico bajo cargas multiaxiales para dos metales diferentes, denominados acero S355 y acero inoxidable 316.

Se ha llevado a cabo una investigación exhaustiva del modelo de plano crítico propuesto por Sandip, Kallmeyer y Smith (SKS). El parámetro de daño de SKS ha sido evaluado con el acero S355 con condiciones de cargas proporcionales y no proporcionales. El parámetro de daño SKS ha sido comparado con otros modelos ya reconocidos, denominados Fatemi-Socie, Wang-Brown, Liu I y Liu II. Los

resultados indican que en general la capacidad de colapso del parámetro de daño SKS muestra ser mejor que la de los demás modelos estudiados. El parámetro de daño SKS devuelve en general buenas predicciones de vida a fatiga tanto para cargas proporcionales como no proporcionales, siendo estas combinaciones de cargas de tensión, compresión y torsión. Se propone un nuevo procedimiento para evaluar el parámetro de daño de SKS, basado en el ajuste de las seis variables del modelo a partir de seis datos experimentales. Los datos experimentales empleados se basan en los que se obtuvieron para el S355 con cargas proporcionales y no proporcionales. Entre los diferentes métodos de plano crítico evaluados, el modelo presentado con el parámetro de daño SKS ha devuelto el segundo mejor resultado para los dos tipos de cargas biaxiales. El modelo de SKS también mostró buena adaptabilidad para diferentes escenarios de carga. Del mismo modo que los demás modelos, la calidad de los datos experimentales necesarios para ajustar los parámetros es fundamental. Uno de los puntos fuertes del modelo de SKS es que es bastante sencillo de ajustar a los datos experimentales. El parámetro de daño se muestra bastante versátil y con capacidad para colapsar correctamente ambos casos de carga estudiados. La calidad del ajuste de los parámetros del material puede mejorarse empleando un mayor número de datos experimentales. Esto puede ser útil para ciertas industrias. La capacidad de predicción del modelo de SKS es comparado con otros modelos reconocidos que requieren únicamente datos de fatiga uniaxial. Estos son los modelos de plano crítico de Fatemi-Socie, Wang-Brown, Liu I y Liu II.

Este trabajo describe también la caracterización del comportamiento a fatiga del acero inoxidable 316. El estudio incluye escenarios de tensión uniaxial y biaxial para regímenes de vida a fatiga bajos, medios y altos con elevados niveles de endurecimiento y ratchetting. Tanto la vida a fatiga como el ángulo que forma la grieta al durante la etapa de iniciación han sido estudiados con los modelos de plano crítico de Fatemi-Socie, Wang-Brown, Liu I y Liu II. Las estimaciones de vida a fatiga fueron calculadas en la superficie exterior de la muestra incluyendo en estas las tensiones residuales y las deformaciones periféricas medias para obtener la tensión periférica exterior. La capacidad de predicción de vida a fatiga de los diferentes modelos fue evaluada mediante las desviaciones entre la vida experimental y estimada por cada modelo. La suma de las desviaciones de vida a fatiga mostró que el modelo de Liu II devuelve las mejores predicciones, seguido de Wang-Brown,

Fatemi-Socie y finalmente Liu I. Para los ensayos que incluyen presión interior variable, las predicciones están dentro o cerca de la zona no conservadora, se debe apuntar que los rangos de deformación angular máxima se encuentran en la superficie interior, así pues usando los valores de la superficie exterior los resultados son menos conservadores. Los parámetros del material de los modelos de Fatemi-Socie y Wang-Brown K y S , respectivamente, están en acuerdo con el comportamiento del acero inoxidable 316, reduciendo el peso de la tensión y deformación normal a bajos ciclos de vida a fatiga. Por otro lado, la mejor estimación del ángulo de plano crítico fue obtenida con el modelo de Liu I. Los otros tres modelos (Wang-Brown, Fatemi-Socie y Liu II) predicen los mismos ángulos de grieta al estar basados en el mismo plano crítico. No fue posible medir el ángulo a través de la zona interior con objeto de determinar el segundo ángulo que define al plano crítico ϕ .

References

1. Fatemi, A.; Socie, D.F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* **1988**, *11*, 149–165.
2. Wang, H.; Brown, W. A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* **1993**, *16*, 1285–1298.
3. Liu, K.C.; Wang, J.A. An energy method for predicting fatigue life, crack orientation, and crack growth under multiaxial loading conditions. *Int. J. Fatigue* **2001**, *23*, 129–134.
4. Suman, S.; Kallmeyer, A.; Smith, J. Development of a multiaxial fatigue damage parameter and life prediction methodology for non-proportional loading. *Frat. ed Integrita Strutt.* **2016**, *10*, 224–230.
5. Cruces, A.S.; López-Crespo, P.; Moreno, B.; Antunes, F. V Multiaxial Fatigue Life Prediction on S355 Structural and Offshore Steel Using the SKS Critical Plane Model. **2018**.
6. Cruces, A.S.; López-Crespo, P.; Bressan, S.; Itoh, T. Investigation of a multiaxial fatigue behaviour of 316 stainless steel based on critical plane method. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* **2018**.
7. Suresh, S. *Fatigue of Materials*; 2nd ed.; Cambridge University press: Cambridge, 1998;
8. Karolczuk, A.; Macha, E. A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials. *Int. J. Fract.* **2005**, *134*, 267–304.
9. Gough, H.J. The strength of metals under combined alternating stress. *Proc. Inst. Mech. Eng.* **1935**, *131*, 3–103.
10. Gough, H.J. Engineering steels under combined cyclic and static stresses. *J. Appl. Mech.* **1950**, *50*, 113–125.
11. Fatemi, A.; Kurath, P. Multiaxial fatigue life predictions under the influence of mean-stresses. *J. Eng. Mater. Technol.* **1988**, *110*, 380–388.
12. Zhang, W.; Akid, R. Mechanisms and fatigue performance of two steels in cyclic torsion with axial static tension/compression. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* **1997**, *20*, 547–557.
13. Itoh, T.; Sakane, M.; Ohnami, M.; Socie, D.F. Nonproportional low-cycle fatigue criterion for type 304 stainless steel. *J. Eng. Mater. Technol. ASME* **1995**, *117*, 285–292.
14. Erickson, M.; Kallmeyer, A.R.; Van Stone, R.H.; Kurath, P. Development of a multiaxial fatigue damage model for high strength alloys using a critical plane methodology. *J. Eng. Mater. Technol.* **2008**, *130*, 0410081–0410089.
15. Branco, R.; Costa, J.; Antunes, F. Fatigue behaviour and life prediction of

- lateral notched round bars under bending-torsion loading. *Eng. Fract. Mech.* **2014**, *119*, 66–84.
16. Chen, X.; Gao, Q.; Sun, X.F. Damage analysis of low-cycle fatigue under non-proportional loading. *Int. J. Fatigue* **1994**, *16*, 221–225.
 17. Chu, C. Multiaxial fatigue life prediction method in the ground vehicle industry. *Int. J. Fatigue* **1997**, *19*, 325–330.
 18. Kim, K.S.; Park, J.C. Shear strain based multiaxial fatigue parameters applied to variable amplitude loading. *Int. J. Fatigue* **2000**, *21*, 475–483.
 19. MSC Fatigue Available online: <http://www.mssoftware.com/product/msc-fatigue>.
 20. Comsol Available online: <https://www.comsol.com/fatigue-module>.
 21. Socie, D.F.; Marquis, G.B. *Multiaxial fatigue*; Society of Automotive Engineers, Inc.: Warrendale, PA (USA), 2000;
 22. Socie, D.F.; Marquis, G.B. *Multiaxial fatigue*; 1st ed.; 2000;
 23. Kanazawa, K.; Miller, K.J.; Brown, M.W. Cyclic deformation of 1% Cr-Mo-V steel under out-of-phase loads. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* **1979**, *2*, 217–228.
 24. Aviles, R. *Métodos de cálculo de fatiga para ingeniería*; Paraninfo, Ed.; Madrid, 2015;
 25. Papuga, J.; Vargas, M.; Hronek, M. Evaluation of uniaxial fatigue criteria applied to multiaxially loaded unnotched samples. *Eng. Mech.* **2012**, *19*, 99–111.
 26. Takada, Y, Morishita, T, Itoh, T. *Effect of interchange in principal stress and strain directions on multiaxial fatigue strength of type 316 stainless steel*; 2017;
 27. Sines, G.; Ohgi, G. Fatigue Criteria Under Combined Stresses or Strains. *J. Eng. Mater. Technol.* **1981**, *103*, 82.
 28. Ellyin, F.; Golos, K.; Xia, Z. In-phase and out-of-phase multiaxial fatigue. **1991**, *113*, 112–118.
 29. Brown, M.W.; Miller, K.J. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions. *Proc. Inst. Mech. Eng.* **1973**, *187*, 745–755.
 30. Chen, X.; Xu, S.; Huang, D. Critical plane-strain energy density criterion for multiaxial low-cycle fatigue life under non-proportional loading. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* **1999**, *22*, 679–686.
 31. Bannantine, J.; Socie, D.F. Observations of cracking behavior in tension and torsion low cycle fatigue. *ASTM STP 942* **1985**, 899–921.
 32. Kandil, F.A.; Brown, M.W.; Miller, K.J. Biaxial low-cycle fatigue fracture of 316 stainless steel at elevated temperature. In *280*; The Metals Society: London, 1982; pp. 203–210.
 33. Liu, K. A method based on virtual strain energy parameters for multiaxial fatigue life prediction. *ASTM* **1993**, *STP 1191*, 67–84.

34. Sines, G. *Failure of Materials Under Combined Repeated Stresses with Superimposed Static Stresses*; 1955;
35. Findley, W.N. *Combined stress fatigue strength of 76S-T61 aluminum alloy with superimposed mean stresses and corrections for yielding*; Washington, 1953;
36. ASTM E739 Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates 2003.
37. Lopez-Crespo, P.; Moreno, B.; Lopez-Moreno, A.; Zapatero, J. Study of crack orientation and fatigue life prediction in biaxial fatigue with critical plane models. *Eng. Fract. Mech.* **2015**, *136*, 115–130.
38. Roessle, M.L.; Fatemi, A. Strain-controlled fatigue properties of steels and some simple approximations. *Int. J. Fatigue* **2000**, *22*, 495–511.
39. Morishita, T.; Takada, Y.; Ogawa, F.; Hiyoshi, N.; Itoh, T. Multiaxial fatigue properties of stainless steel under seven loading paths consisting of cyclic inner pressure and push-pull loading. *Theor. Appl. Fract. Mech.* **2018**, *96*, 387–397.
40. Mizuno, M.; Mima, Y.; Abdel-Karim, M.; Ohno, N. Uniaxial ratchetting of 316FR steel at room temperature—Part I: experiments. *J. Eng. Mater. Technol.* **2000**, *122*, 29–34.
41. Ellyin, F.; Gołoś, K.; Xia, Z. In phase and out-of-phase multiaxial fatigue. *Trans. ASME* **1991**, *113*, 112–118.
42. Papadopoulos, I. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. *Int. J. Fatigue* **1997**, *19*, 219–235.
43. Window, A.L. *Strain gauge technology*; Springer Netherlands, Ed.; 1992;
44. Gomez, C.; Canales, M.; Calvo, S.; Rivera, R.; Valdes, J.; Nunez, J. High and low cycle fatigue life estimation of welding steel under constant amplitude loading: Analysis of different multiaxial damage models and in-phase and out-of-phase loading effects. *Int. J. Fatigue* **2011**, *33*, 578–587.
45. Scherrer, S.S.; Quinn, J.B.; Quinn, G.D.; Wiskott, H.W.A. Fractographic ceramic failure analysis using the replica technique. *Dent. Mater.* **2007**, *23*, 1397–1404.
46. Mokhtarishirazabad, M.; Lopez-Crespo, P.; Moreno, B.; Lopez-Moreno, A.; Zanganeh, M. Evaluation of crack-tip fields from DIC data: a parametric study. *Int. J. Fatigue* **2016**, *89*, 11–19.
47. Nicoletto, G. Moiré interferometry determination of residual stresses in the presence of gradients. *Exp. Mech.* **1991**, *31*, 252–256.
48. Shterenlikht, A.; Díaz-Garrido, F.A.; Lopez-Crespo, P.; Withers, P.J.; Patterson, E.A. Mixed mode (KI + KII) stress intensity factor measurement by electronic speckle pattern interferometry and image correlation. *Appl. Mech. Mater.* **2004**, *1–2*, 107–112.
49. Lopez-Crespo, P.; Steuwer, A.; Buslaps, T.; Tai, Y.H.; Lopez-Moreno, A.; Yates, J.R.; Withers, P.J. Measuring overload effects during fatigue crack growth in bainitic steel by synchrotron X-ray diffraction. *Int. J. Fatigue* **2015**,

- 71, 11–16.
50. Steuwer, A.; Santisteban, J.R.; Turski, M.; Withers, P.J.; Buslaps, T. High-resolution strain mapping in bulk samples using full-profile analysis of energy dispersive synchrotron X-ray diffraction data. *Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. B Beam Interact. with Mater. Atoms* **2005**, *238*, 200–204.
 51. <http://www.esrf.eu/> Accessed 2 May 2018.
 52. Majumdar, S. *Biaxial creep-fatigue behavior of type 316H stainless steel tube*; Illinois, 1979;
 53. ANSYS Available online: <https://www.ansys.com/>. Accessed 2 Dec 2018.
 54. Chaboche, J.L. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *Int. J. Plast.* **1989**, *5*, 247–302.
 55. Chou, L.H.; Chiou, Y.C.; Wu, C.C.; Huang, Y.J. Predictions of stress-strain curve and fatigue life for AISI 316 stainless steel in cyclic straining. *J. Mar. Sci. Technol.* **2016**, *24*, 426–433.
 56. Malik, M.A.; Khushnood, S. A review of swage – autofrettage process. *Conf. Nucl. Eng.* **2003**, 1–12.
 57. Harvey, J. *Theory and design of pressure vessels*; 1985;
 58. Ayob, A.; Elbasheer, M.K. Optimum autofrettage pressure in thick cylinders. *J. Mek.* **2007**, 1–14.
 59. Hills, R. *The mathematical theory of plasticity*; Oxford University Press, 1950;
 60. Chen, X.; An, K.; Kim, K.S. Low-cycle fatigue of 1Cr-18Ni-9Ti stainless steel and related weld metal under axial, torsional and 90 out-of-phase loading. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* **2004**, *27*, 439–448.
 61. Kamaya, M. Influence of mean strain on fatigue of stainless steel (effect of constant and ratcheting mean strain). In *ASME 2014 Pressure Vessels and Piping Conference*; 2014; pp. 1–8.
 62. Socie, D.F.; Morrow, J. *Review of contemporary approaches to fatigue damage analysis*; Illinois, 1976;
 63. Reis, L.; Freitas, M.J. Crack initiation and growth path under multiaxial fatigue loading in structural steels. *Int. J. Fatigue* **2009**, *31*, 1660–1668.