Agregación de min-subgrupos

El uso y tratamiento de datos tipificados en $[0,1]$ es esencial en muchas áreas actuales, como puede ser el procesamiento de imágenes, la toma de decisiones o la inteligencia artificial. En estos campos, las funciones de agregación juegan un papel clave. Estas se definen como operaciones binarias internas no decrecientes en el intervalo unidad que cumplen las condiciones de contorno apropiadas. La media aritmética, el mínimo, el máximo o incluso el producto de elementos son ejemplos que aparecen frecuentemente.

Dado un conjunto X, se define un subconjunto difuso como una aplicación de X a $[0,1]$. Un min-subgrupo μ es un subconjunto difuso de un grupo G que cumple las siguientes condiciones:

$(G1)$ $\mu(e) = 1$, donde e es el elemento neutro del grupo.

$(G2)$ $\mu(x) = \mu(x^{-1})$ para todo $x \in G$.

$(G3)$ $\mu(xy) \geq \min\{\mu(x), \mu(y)\}$ para todo $x, y \in G$.

En particular, todo subgrupo de G puede verse como un min-subgrupo a través de su función característica.

Dado un grupo G, una función de agregación A y dos min-subgrupos μ y η de G, se define $A(\mu,\eta) : G \longrightarrow [0,1]$ puntualmente como

$$A(\mu,\eta)(x) := A(\mu(x), \eta(x)).$$

En este marco, nos preguntamos si la función de agregación preserva la estructura algebraica de min-subgrupo, es decir, si $A(\mu,\eta)$ es min-subgrupo. Como cabe esperar, la respuesta depende de la estructura del grupo, de la función de agregación escogida y de los propios min-subgrupos.