



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA



ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación

Universidad de Málaga

TRABAJO FIN DE GRADO

**Análisis numérico experimental del comporta-
miento de materiales viscoelásticos procedentes de
neumáticos fuera de uso**

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Autor: D. Juan Manuel Galindo Moreno

Tutores: D. Felipe García Sánchez

D. Joaquín González Vega

MÁLAGA, JUNIO de 2019

Agradecimientos

Quiero agradecer a D. José Bernardo Beltrán Ramos (técnico superior de apoyo a la docencia MMCyTE), D. Manuel Herrera Fernández (técnico superior de apoyo a la docencia IPF) y D. Jesús Cifuentes Melchor (técnico superior de apoyo a la docencia CMeIM) por su buena disposición para realizar aportaciones desinteresadas en este trabajo como la colaboración en el desarrollo de utillajes y preparación de especímenes.

Además, agradecer a D. Víctor Compán Cardiel (Profesor del departamento estructuras de edificación e ingeniería del terreno, Universidad de Sevilla) por facilitarnos las micrografías y tomografías, tanto de los pellets como de los elementos agregados de éstos, realizadas en los servicios centrales de la Universidad de Sevilla que nos ha permitido entender un poco mejor el sistema.

Finalmente, mi especial agradecimiento a D. Felipe García Sánchez, por su motivación, energía y apoyo durante esta fase, a D. Joaquín González Vega por sus consejos y sabias palabras y a D. Germán Castillo López por aceptarme en el equipo y hacerme sentir uno más. Gracias a ellos, por haber sido mi guía y estímulo en la elaboración de este trabajo.

Índice general

DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD	I
AGRADECIMIENTOS.....	III
RESUMEN.....	XI
ABSTRACT.....	XIII

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Objetivos	2
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	5
2.1 Introducción.....	5
2.2 Hiperelasticidad	5
2.3 Viscoelasticidad	7
2.4 Modelos de comportamiento	9
2.4.1 Modelos hiperelásticos	10
2.4.2 Modelos viscoelásticos.....	17
2.4.3 Modelos avanzados	27
3. ENSAYO DE IMPACTO	33
3.1 Espécimen.....	33
3.2 Descripción del ensayo	36
3.4 Resultados experimentales	41
4. SIMULACIÓN NUMÉRICA	47
4.1 El problema dinámico. Dinámica explícita vs implícita.....	47
4.2 Determinación de los parámetros del material.....	49
4.2.1 Técnica empleada	50

4.2.2 Aproximación inicial.....	51
4.2.3 Funciones para medir el error.....	52
4.2.4 Algoritmo de extracción de parámetros	53
4.2.5 Parámetros del modelo	53
4.3 Implementación del modelo en ANSYS® y LS-Dyna®	56
4.3.1 Modelado geométrico y consideraciones previas	56
4.3.2 Cargas, condiciones de iniciales y de contorno	57
4.3.3 Análisis de convergencia de malla.....	58
4.4 Resultados numéricos.....	60
5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	67
5.1 Conclusiones	67
5.2 Trabajos futuros	68
BIBLIOGRAFÍA.....	71

Índice de figuras

Figura 2.1: Curva típica de un material hiperelástico en un ensayo de tracción uniaxial incluyendo la carga y descarga, [5].....	7
Figura 2.2: Curva típica de un material visco-hiperelástico en un ensayo de tracción uniaxial para distintas velocidades de aplicación de la carga, [5].....	8
Figura 2.3: Comparativa entre datos experimentales y predicciones del modelo Neo-Hookean para caucho natural, [6].....	12
Figura 2.4: Comparativa entre datos experimentales y predicciones del modelo Mooney-Rivlin para caucho natural, [6].....	13
Figura 2.5: Comparativa entre datos experimentales y predicciones del modelo Ogden para caucho natural, [6].	14
Figura 2.6: Comparativa entre datos experimentales y predicciones del modelo Yeoh para caucho natural, [6].	15
Figura 2.7: Respuesta en $t = 0$ ante una deformación escalón, [8].	17
Figura 2.8: Respuesta a partir de t_1 ante una deformación escalón, [8].	18
Figura 2.9: Aproximación de una función continua mediante una función de pasos incrementales, [8].	18
Figura 2.10: Representación de la parte elástica (izqda.) y la parte viscosa (dcha.) de un modelo de comportamiento viscoelástico.	21
Figura 2.11: Modelo Maxwell.	22
Figura 2.12: Respuesta de la σ y ε del modelo de Maxwell.	23
Figura 2.13: Modelo Kelvin-Voigt.	23
Figura 2.14: Respuesta de la σ y ε del modelo de Kelvin-Voigt.....	24
Figura 2.15: Modelo Burgers.	25
Figura 2.16: Respuesta de la σ y ε del modelo de Burgers.	26
Figura 2.17: Modelo Maxwell-Wiechert.	26
Figura 2.18: Representación reológica del modelo BB. Fuente [6].....	28

Figura 2.19: Comportamiento de las cadenas menos cargadas al aplicar una carga externa.....	31
Figura 3.1: Muestras en bruto de pellets de caucho semivulcanizado, procedentes del reciclado de neumáticos fuera de uso obtenidos por la empresa Genan.	33
Figura 3.2: Micrografía de un pellet obtenida por gentileza de los servicios centrales de investigación de la Universidad de Sevilla.....	34
Figura 3.3: A la izqda. la pulidora planetaria y a la dcha. el utillaje donde se introducen las muestras a pulir.	34
Figura 3.4: Muestras tratadas para el ensayo.....	35
Figura 3.5: Detalles del proyector de perfiles, pellet enfocado con la lente (izqda.) y proyección aumentada (dcha.).....	36
Figura 3.6: Sistema torre-cámara.	37
Figura 3.7: Base de impacto montada para ensayo (izda.) Detalle del pellet situado sobre la célula de carga (dcha.).....	38
Figura 3.8: Deformación de la muestra durante un impacto.....	39
Figura 3.9: Variación de la velocidad frente al tiempo de los ensayos.....	40
Figura 3.10: Variación de la posición frente al tiempo.....	41
Figura 3.11: Resultados del ensayo a velocidad de 2 m/s (133/s).....	42
Figura 3.12: Resultados del ensayo a velocidad de 3 m/s (200/s).....	43
Figura 3.13: Resultados del ensayo a velocidad de 4 m/s (267/s).....	43
Figura 3.14: Resultados del ensayo a velocidad de 5 m/s (333/s).....	44
Figura 3.15: Resultados del ensayo a velocidad de 6 m/s (400/s).....	45
Figura 4.1: Diagrama de flujo para la extracción de parámetros.	50
Figura 4.2: Predicciones, en azul, y curvas de los ensayos, en rojo, para la calibración 1.....	55
Figura 4.3: Predicciones, en azul, y curvas de los ensayos, en rojo, para la calibración 2.....	55
Figura 4.4: Diseño geométrico en el módulo Design Modeler.....	56

Figura 4.5: Análisis de convergencia de malla: reacción en la base del pellet frente al tiempo para diferentes tamaños de elemento, identificado en la gráfica por ES.	59
Figura 4.6: Impacto mediante simulación en 3D en LS-Dyna®.....	60
Figura 4.7: Resultados numéricos (azul la calibración 1 y en rojo la calibración 2) vs resultados experimentales a $\varepsilon = 133.33 \text{ s}^{-1}$ ($v = 2 \text{ m/s}$).....	61
Figura 4.8: Resultados numéricos (azul la calibración 1 y en rojo la calibración 2) vs resultados experimentales a $\varepsilon = 200 \text{ s}^{-1}$ ($v = 3 \text{ m/s}$).	62
Figura 4.9: Resultados numéricos (azul la calibración 1 y en rojo la calibración 2) vs resultados experimentales a $\varepsilon = 266.67 \text{ s}^{-1}$ ($v = 4 \text{ m/s}$).....	63
Figura 4.10: Resultados numéricos (azul la calibración 1 y en rojo la calibración 2) vs resultados experimentales a $\varepsilon = 333.33 \text{ s}^{-1}$ ($v = 5 \text{ m/s}$).....	64
Figura 4.11: Resultados numéricos (azul la calibración 1 y en rojo la calibración 2) vs resultados experimentales a $\varepsilon = 400 \text{ s}^{-1}$ ($v = 6 \text{ m/s}$).....	65

Índice de tablas

Tabla 1.1: Tratamientos de caucho de NFU tras su vida útil.....	2
Tabla 2.1: Modelos hiperelásticos para materiales isótropos e incompresibles, [5].	16
Tabla 2.2: Parámetros del modelo que dependen del material.....	32
Tabla 4.1: Calibraciones de los parámetros del modelo.....	54
Tabla 4.2: Dimensiones del modelo 2D.....	57

Resumen

Los neumáticos son el único contacto de los automóviles con el pavimento de las carreteras y de él depende el agarre al mismo y la tracción del motor. Son productos de muy alta tecnología con centenares de componentes diferentes que deben cumplir con su misión esencial en condiciones extremas de temperatura, presión, superficies de rodadura con distintas fricciones y resistir la degradación, entre otros factores. En definitiva, el neumático está diseñado para ser indestructible y esta fortaleza lleva asociada una gran debilidad, pues una vez fuera de uso, el neumático es de imposible integración en los ciclos naturales, por lo que constituye un grave problema ambiental.

Como consecuencia, estos residuos acaban en vertederos o acumulados en depósitos al aire libre siendo un reservorio de vectores biológicos como insectos y roedores y, además, al ser combustibles, se corre el riesgo de ser incendiados. Es por ello que, en este trabajo, se persigue estudiar las propiedades mecánicas del principal elemento de estos neumáticos: el caucho. La premisa es implementarlo en soluciones de seguridad vial como guardarraíles gracias a su efecto disipativo. De esta manera, se favorece el reciclaje del material, fomentando la economía circular.

En las próximas páginas se detallará cómo se ha caracterizado este caucho reciclado proporcionado por la empresa danesa Genan. Se trata de un caucho con propiedades renovadas gracias al proceso de reciclado en el que se produce una semivulcanización por el aumento de la temperatura. El objetivo es ensayarlo mediante el impacto de caída libre de dardos, correlacionarlo numéricamente y verificar si sus propiedades satisfacen la finalidad propuesta. ¿Será posible cuantificarse la mejora en la incorporación de este material en sistemas de contención de vehículos?

Palabras clave:

hiperelasticidad · viscoelasticidad · velocidad de deformación · caucho reciclado
· caracterización del material

Abstract

Tyres are the only contact between vehicles and road surfaces and are responsible for the grip and engine traction. They are product of an advanced technology with many different components that must fulfil their purpose in adverse conditions of temperature, pressure and varied types of pavements, as well as resisting deterioration, among other things. In conclusion, tyres are designed to be indestructible and that strength also becomes its biggest weakness, as at the end of their lives, tyres are impossible to integrate into natural cycles, therefore becoming a serious environmental problem.

Consequently, these residues end up in landfills or outdoors, becoming a reservoir of biological life, such as insects or rodents. Also, as they are a combustible material, they run the risk of becoming a fire hazard. Therefore, this project aims to study the mechanical properties of the principal element of tyres: rubber. The objective is to implement it in traffic safety solutions, such as guardrails. In this way, it encourages recycling and a circular economy.

In the next pages, this project will detail how this recycled rubber provided by a Danish company called Genan has been characterized. It is a rubber with renewed properties thanks to the recycling process in which semi-vulcanization occurs due to the temperature increase. The objective is to test the material via a falling dart impact test, correlate it numerically and verify if its properties are suited for the proposed use. Will it be possible to quantify the improvement this material could provide in vehicle containment systems?

Keywords:

hyperelasticity · viscoelasticity · strain rate · recycled rubber · material characterisation

“Si he visto más lejos es porque estoy sentado sobre hombros de gigantes”.

Isaac Newton.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

Los materiales poliméricos, como las gomas, son ampliamente usados en aplicaciones de ingeniería. Un claro ejemplo de estos materiales es el caucho vulcanizado reforzado mediante partículas de carbono o de sílice o mediante fibras de acero que se emplea en la fabricación de neumáticos y en otros campos de la automoción. Los neumáticos constituyen un producto de alta tecnología. Estos son el único contacto entre el vehículo y la carretera y, por nuestra seguridad, cumplen rigurosos estándares de calidad para mantener sus prestaciones durante su vida útil. Por ello, cuando dejan de cumplir ciertas condiciones, de tal forma que se estime que puedan poner en riesgo la estabilidad del vehículo, se desechan.

Sin embargo, los residuos generados por la retirada de los neumáticos de los vehículos al final de su vida útil, conocidos como NFU (acrónimo de neumáticos fuera de uso), supone una importante carga medioambiental a nivel global. Es tanta la cantidad de NFU generados anualmente que, hoy en día, se ha convertido en uno de los residuos que caracteriza la sociedad moderna tan dependiente del automóvil. Tradicionalmente, estos residuos son almacenados en grandes cementerios de neumáticos, con el consiguiente impacto visual y riesgo de incendio. En otras ocasiones, se utilizan como elementos de relleno en grandes movimientos de tierras y, en el mejor de los casos, se utilizan como combustible para la obtención de energía.

En 2013, según la Asociación Europea de Fabricantes de Neumáticos y Caucho [1], conocida como ETRMA por sus siglas en inglés, se alcanzaron 3.6 millones de toneladas de NFU en Europa de las cuales, aproximadamente 2.7 millones, fueron recuperadas y recicladas. De los NFU recuperados, una mitad se destinaron al reciclado y la otra a la recuperación de energía. Cerca del millón de toneladas restante acabaron en cementerios de NFU y en rellenos de tierra. La legislación europea obliga a las empresas productoras de neumáticos a responsabilizarse de ellos al final de su vida útil evitando su deposición en los lugares anteriormente mencionados. Con este objetivo se pretende aumentar el reciclado de NFU, reducir su impacto ambiental y fomentar la economía circular del caucho procedente de NFU.

En España se generan anualmente 300.000 toneladas de NFU. A pesar de la amplia gama de posibilidades de empleo, no se aprovecha todo el potencial que tienen. Las cantidades consumidas en aplicaciones de reutilización, reciclado y recuperación energética son todavía inferiores al volumen generado y, en torno al 50%, acaban en vertidos según un estudio en 2004 de *Signus Ecovalor* [2].

Por estas razones, surge la necesidad de desarrollar alternativas sostenibles. En la actualidad, estas alternativas se enmarcan en dos grandes grupos: reciclado del material y recuperación de energía, tal y como se muestra en la Tabla 1.1.

En base a lo expuesto, este trabajo tratará de caracterizar el caucho reciclado procedente de NFU, evaluar sus propiedades mecánicas y valorar sus posibles aplicaciones.

Tabla 1.1: Tratamientos de caucho de NFU tras su vida útil.

	Aplicación	Ejemplos
Reciclado del material	Ingeniería Civil	Cimientos de carreteras y vías férreas, capas de drenaje, barreras de erosión, elementos de contención de taludes, etc.
	Aplicaciones en productos	Suelos de parque infantil, campos deportivos y pavimentos, material para techos, ruedines, etc.
Recuperación de energía	Plantas de energía de coincineración con otros residuos	
	Hornos de cemento	

1.2 Objetivos

El objetivo de este trabajo es evaluar la capacidad de reutilización del caucho obtenido por reciclado industrial a partir de estos NFU. Para ello, se dispone de caucho reciclado proporcionado por la empresa, de matriz danesa, GENAN. Será necesario caracterizar experimentalmente el comportamiento de este material para, a partir de los resultados obtenidos, configurar modelos numéricos que permitan reproducir su comportamiento.

Es conocido que los cauchos presentan, ante la acción de cargas externas, una respuesta viscoelástica, i.e., su comportamiento es distinto según la velocidad con que se aplican las cargas, lo que los hace especialmente atractivos para aplicaciones en las que se desee disipar energía. Además, presentan un comportamiento

altamente no lineal y prácticamente incompresible debido a su estructura interna en forma de cadenas moleculares.

Para caracterizar dicho material objeto de este trabajo, se hace necesario conocer su comportamiento frente acciones con diferentes velocidades y, para ello, se emplearán técnicas de impacto accesibles actualmente en el área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad de Málaga.

Paralelamente, se analizarán diferentes modelos viscoelásticos mediante elementos finitos con el objetivo de determinar cuál o cuáles de ellos permiten reproducir numéricamente, de forma más fidedigna, los ensayos de impacto realizados.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Introducción

El estudio de ecuaciones de comportamiento constituye una de las áreas fundamentales en la Mecánica de Medios Continuos. Básicamente, una ecuación constitutiva relaciona ciertas variables mecánicas, como por ejemplo el estado tensional existente en cualquier punto del medio continuo, con variables cinemáticas que describen su estado de deformación. Las ecuaciones de comportamiento, unidas a las de compatibilidad y equilibrio forman un sistema de ecuaciones diferenciales a resolver bajo las correspondientes condiciones iniciales y de contorno. En mecánica computacional de sólidos, estas ecuaciones se resuelven empleando técnicas basadas en análisis numérico, como en el método de los elementos finitos [3].

En este capítulo se abordará, en primer lugar, la definición de algunos conceptos claves para definir posteriormente el marco teórico del modelo empleado y la justificación de su elección. Finalmente, se explicará el algoritmo de obtención de los parámetros del modelo a partir de los resultados experimentales.

2.2 Hiperelasticidad

Tal como se explica en [4], un material muestra un comportamiento hiperelástico cuando, frente a una carga solicitante, muestra desplazamientos y deformaciones del mismo orden de magnitud que sus dimensiones características. La teoría de deformaciones infinitesimales, basada en la hipótesis de pequeños desplazamientos, no es aplicable en este caso, por lo que debe extenderse al caso general de deformaciones finitas.

Algunos polímeros han sido, tradicionalmente, los materiales más representativos de este tipo de comportamiento. Estos materiales están formados por largas cadenas de moléculas que, a su vez, pueden presentar ramificaciones y enlaces entre ellas, formando redes tridimensionales muy estables. Las diferentes estructuras que definan cada polímero le proporcionan las propiedades de rigidez y resistencia que lo caracterizan.

En adición a lo anterior, frecuentemente estos materiales soportan deformaciones finitas sin mostrar una variación apreciable de volumen, por lo que se pueden considerar incompresibles.

Este es, por ejemplo, el caso del caucho reciclado que constituye el objeto de este trabajo, en el que se ha llevado a cabo su caracterización experimental y su posterior análisis numérico.

El estado de deformación de un sólido puede representarse mediante un tensor de segundo orden, denotado usualmente por $\boldsymbol{\varepsilon}$, y su estado tensional mediante el tensor de segundo orden, $\boldsymbol{\sigma}$, que depende funcionalmente del primero (2.1). Se dice, que un material es elástico si su estado tensional en cada instante depende únicamente de su estado de deformación en ese instante.

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (2.1)$$

Un material es hiperelástico, o puramente elástico, si en su estado tensional, además, deriva de una función de energía elástica por unidad de volumen, $\mathcal{W}(\boldsymbol{\varepsilon})$, (o energía almacenada, o energía de deformación, depende de la bibliografía utilizada) como se muestra en la ecuación (2.2). Véase [5]

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\partial \mathcal{W}(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.2)$$

Las teorías de elasticidad de Cauchy y de Green describen el comportamiento mecánico de estos materiales. El trabajo mecánico interno desarrollado por las tensiones en un sólido hiperelástico de volumen unidad, al pasar de un estado de deformación $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ a un estado de deformación $\boldsymbol{\varepsilon}_2$, se expresa según (2.3).

$$\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial \mathcal{W}(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} : d\boldsymbol{\varepsilon} = \int_{t_1}^{t_2} d\mathcal{W}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathcal{W}(\boldsymbol{\varepsilon}_1) - \mathcal{W}(\boldsymbol{\varepsilon}_2) \quad (2.3)$$

La expresión (2.3) sólo depende de los estados de deformación t_1 y t_2 , inicial y final, respectivamente, y no del camino seguido entre ellos, es decir, posee una estructura conservativa.

La expresión anterior, se suele tomar como la propia definición del concepto de hiperelasticidad. Este hecho no se puede asegurar en la teoría de elasticidad de Cauchy. De hecho, la conservación de la energía asociada a ecuaciones de tipo (2.1) requiere el cumplimiento de ciertas condiciones de compatibilidad o integrabilidad adicionales.

En la Figura 2.1 se muestra una curva representativa del comportamiento de un sólido hiperelástico en un ensayo cuasiestático de tracción simple. Las deformaciones axiales ε pueden ser finitas (no infinitesimales) y el comportamiento $\sigma(\varepsilon)$ es altamente no lineal. La carga y descarga describen siempre la misma curva debido al carácter conservativo anteriormente mencionado.

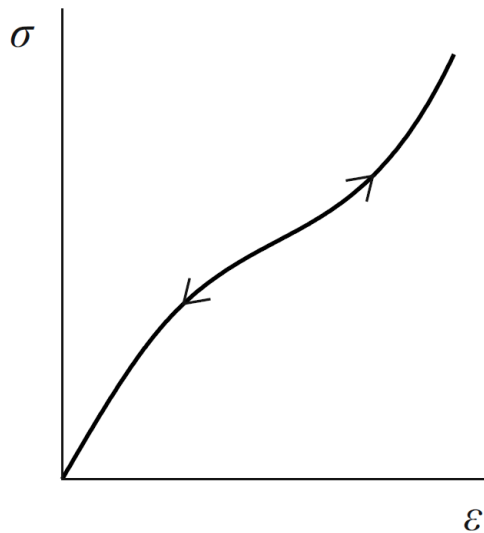


Figura 2.1: Curva típica de un material hiperelástico en un ensayo de tracción uniaxial incluyendo la carga y descarga, [5].

2.3 Viscoelasticidad

Según [5], el estado tensional de un material viscoelástico no sólo depende de su estado de deformación, sino también de la variación de la deformación con respecto al tiempo (o velocidad de deformación) y de los estados de deformación y velocidad de deformación precedentes, (2.4).

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \text{historia}) \quad (2.4)$$

Donde un punto sobre una variable indica su derivada en el tiempo.

Desde un punto de vista termodinámico, la principal diferencia entre los materiales hiperelásticos y visco-hiperelásticos (que sería la forma que habría que denominar a los denominados viscoelásticos) es que los segundos disipan energía mediante mecanismos viscosos, la cual ya no es recuperable mecánicamente. Esto significa que el trabajo interno realizado por las tensiones de un sólido viscoelástico al pasar de un estado de deformación ε_1 a otro estado ε_2 depende tanto del camino seguido como de la velocidad de deformación aplicada. Otra diferencia que separa los materiales elásticos de los viscoelásticos es que, en los últimos, los pasos entre estados de equilibrio no se producen instantáneamente, sino a través de procesos de relajación o fluencia con cierta duración.

En la Figura 2.2 se muestran varias curvas representativas del comportamiento de un material visco-hiperelástico para distintas velocidades de deformación en un ensayo de tracción simple.

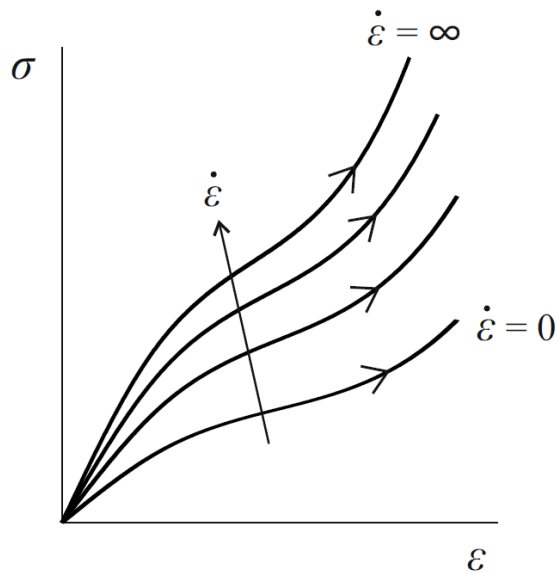


Figura 2.2: Curva típica de un material visco-hiperelástico en un ensayo de tracción uniaxial para distintas velocidades de aplicación de la carga, [5].

En ella, la curva asociada a la velocidad de deformación infinita $\sigma(\varepsilon, \infty)$ se denomina curva de carga instantánea. Por otro lado, la curva a velocidad de deformación nula (carga infinitamente lenta) $\sigma(\varepsilon, 0)$ representa el comportamiento al que tiende el sólido a un estado de equilibrio estático para cada valor fijo de deformación. Cabe destacar que, en este tipo de materiales, las curvas de

carga y descarga no serán coincidentes, debido a los efectos disipativos, mostrando un aspecto de tipo histerético.

2.4 Modelos de comportamiento

En este apartado se abordarán los diferentes modelos que han sido definidos para caracterizar el comportamiento mecánico del caucho. Además de los modelos viscoelásticos, brevemente definidos en el epígrafe anterior y que será tratado en profundidad en el capítulo 3; también se considerarán aquí los modelos hiperelásticos, caracterizados por una relación tensión deformación fuertemente no lineal y por la incompresibilidad del material. El capítulo 3 recogerá, también, un tratamiento más detallado de este tipo de comportamiento. Los cauchos suelen presentar ambas formas de comportamiento y, por ello, las dos aparecen, con frecuencia, conjuntamente en la literatura.

A lo largo de este capítulo se presentan estos modelos ordenados cronológicamente según su fecha de publicación en la literatura y se explicarán en detalle cómo funcionan y de qué manera se obtienen sus parámetros.

El objetivo último de los diferentes modelos es su implementación en códigos de métodos numéricos, por ejemplo, códigos de elementos finitos, para su incorporación en el cálculo de sistemas complejos que incorporen estos materiales con fines prácticos. En esta idea, el presente trabajo forma parte de un objetivo más ambicioso que consiste en la incorporación de estos materiales en sistemas de retención de vehículos, en los que la capacidad disipativa de estos materiales jugaría un papel esencial.

Las propiedades, elásticas e isótropas, de un modelo para un material hipereelástico se describen, usualmente, a través de la función de energía de deformación, \mathcal{W}^* , que se acostumbra a definir a partir de los tres primeros invariantes de cada tensor de deformación de Cauchy-Green, véase [4]. La función de energía de deformación se puede constituir de diferentes maneras, en función de las propiedades

* Para el lector interesado en la formulación de la función de energía de deformación, y su implementación para conocer el estado tensional, se propone el texto de J. Bergstrom, *Mechanics of Solid Polymers*, Elsevier, 2015

y características del material, para que la caracterización de éste sea lo más fiel posible a la realidad.

En cuanto al carácter disipativo del caucho, para modelar el comportamiento viscoso se emplean, como se verá a continuación, analogías mediante elementos mecánicos como muelles y amortiguadores, para reflejar la dependencia de su comportamiento con la velocidad de carga. La confección de estos modelos se realiza por la combinación de estos elementos en serie y paralelo.

2.4.1 Modelos hiperelásticos

Para caracterizar la energía de deformación de los distintos modelos existentes se necesitan las variables I_1 e I_2 que constituyen los dos primeros invariantes principales del tensor métrico de Cauchy-Green*, $\mathbf{C} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$, donde \mathbf{X} es el tensor gradiente de deformaciones [5].

La definición de I_1 e I_2 puede encontrarse en (2.5) y (2.6), respectivamente.

$$I_1 = \text{tr} \mathbf{C} = \mathbf{C} : \mathbf{I} \quad (2.5)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} [(\text{tr} \mathbf{C})^2 - \text{tr}(\mathbf{C}^2)] = \frac{1}{2} ((\mathbf{C} : \mathbf{I})^2 - \mathbf{C} : \mathbf{C}) \quad (2.6)$$

El tercer invariante principal se define como (2.7).

$$I_3 = \det \mathbf{C} = (\det \mathbf{X})^2 = J^2 \quad (2.7)$$

Este último invariante no se incluye en los modelos que se describirán en los siguientes apartados ya que el jacobiano de la deformación toma el valor constante $J = 1$ en materiales puramente incompresibles, por lo que la (2.7) no tiene influencia en los modelos hiperelásticos.

Otros modelos se expresan en términos de alargamientos unitarios λ_1 , λ_2 y λ_3 ; que se definen a partir de las deformaciones ingenieriles en el eje X, Y y Z; ε_{11} , ε_{22} y ε_{33} ; respectivamente, como se muestra en (2.8), (2.9) y (2.10).

* Se utilizan los símbolos en negrita para indicar magnitudes tensoriales y en texto plano para las magnitudes escalares.

$$\lambda_1 = 1 + \varepsilon_{11} \quad (2.8)$$

$$\lambda_2 = 1 + \varepsilon_{22} \quad (2.9)$$

$$\lambda_3 = 1 + \varepsilon_{33} \quad (2.10)$$

En cuanto a la condición de incompresibilidad viene expresada por (2.11).

$$J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (2.11)$$

2.4.1.1 Modelo Neo-Hookean

El modelo Neo-Hookean, formulado en 1944 [6], constituye el modelo más simple basado en dos parámetros de materiales hiperelásticos: el módulo elástico transversal, μ y el módulo de incompresibilidad, K .

Este modelo es aplicable en materiales sólidos que muestran un comportamiento similar al caucho, se puede desarrollar para materiales compresibles e incompresibles [6], pero, por simplicidad, aquí sólo se explicará para éstos últimos.

La función de energía de deformación del modelo Neo-Hookean se define como en (2.12).

$$\mathcal{W}(I_1, J) = \frac{\mu}{2}(I_1 - 3) + \frac{K}{2}(J - 1)^2 \quad (2.12)$$

Si el material fuera incompresible la influencia de K en su comportamiento debería resultar despreciable. Esto es lo que indica (2.12) haciendo $J = 1$, que es lo que caracteriza a este tipo de materiales.

Este modelo presenta una principal limitación: como la parte de \mathcal{W} asociada al primer invariante es lineal, el modelo no podrá obtener con precisión grandes deformaciones de muchos elastómeros no lineales. Además, al no incluir un término asociado al segundo invariante, las tensiones predichas son inferiores a las que sufre el material en la realidad en casos de cargas, principalmente biaxiales. Estas imperfecciones se pueden apreciar en la Figura 2.3, donde se muestra la curva tensión-deformación ingenieril (tensiones y deformaciones definidas a partir de la sección y longitud iniciales) de los ensayos de tensión uniaxial, biaxial y a cortadura.

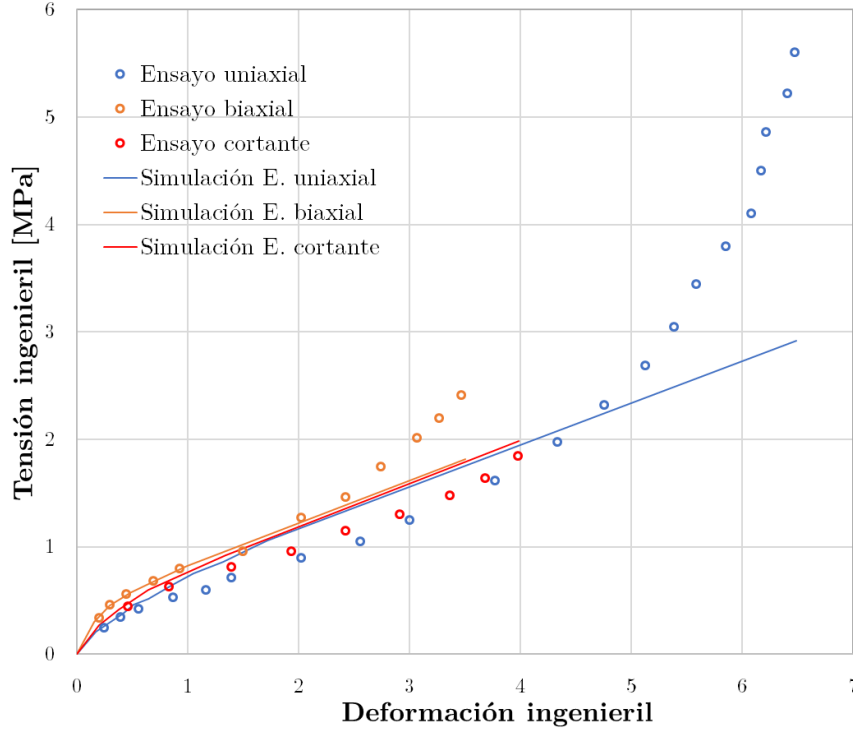


Figura 2.3: Comparativa entre datos experimentales y predicciones del modelo Neo-Hookean para caucho natural, [6].

2.4.1.2 Modelo Mooney-Rivlin

El modelo Mooney-Rivlin se formuló en 1951 y es una extensión del modelo anterior con la que se persigue mejorar la precisión incluyendo en la función de energía de deformación una dependencia del segundo invariante (2.13) véase [6].

$$\mathcal{W}(C_{10}, C_{01}, K) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + \frac{K}{2}(J - 1)^2 \quad (2.13)$$

Como se ilustra en la ecuación (2.13), al igual que en (2.12), para materiales incompresibles $J = 1$, el último término se anula, por lo que serán necesario conocer C_{10} y C_{01} . Estos parámetros son constantes de cortadura y se obtienen a partir de un ajuste de las curvas tensión de formación de ensayos uniaxial, biaxial y cortadura. En la Figura 2.4 se muestra la misma simulación que en la Figura 2.3, pero con el modelo Mooney-Rivlin. En ella se observa una mejora a grandes deformaciones para el ensayo biaxial.

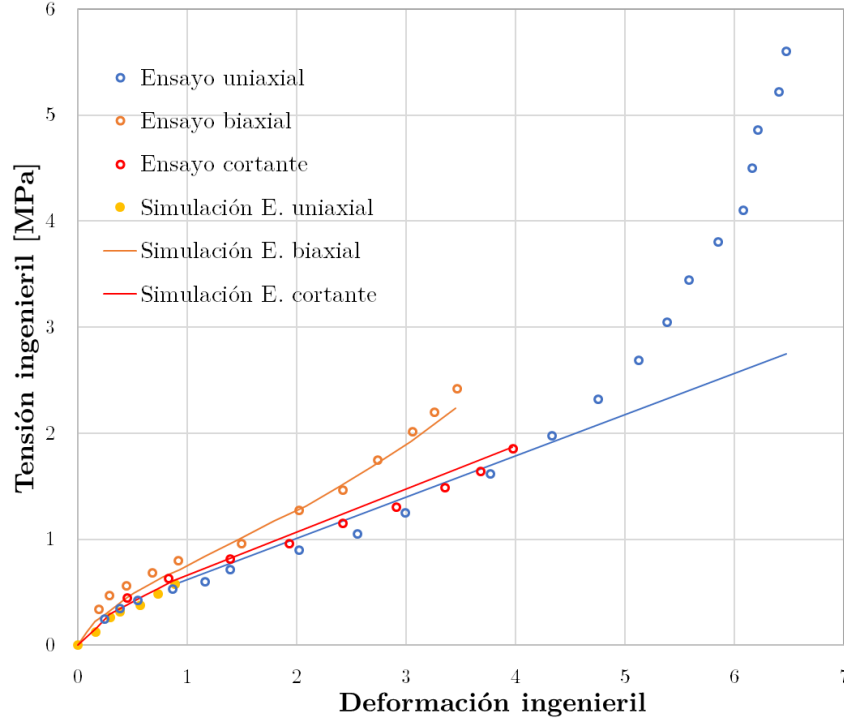


Figura 2.4: Comparativa entre datos experimentales y predicciones del modelo Mooney-Rivlin para caucho natural, [6].

Sin embargo, esta mejora en la predicción acarrea una desventaja: el término C_{01} suele tomar valores negativos y esto genera, en ocasiones, simulaciones inestables de deformación.

2.4.1.3 Modelo Ogden

Postulado en 1972, es un modelo hiperelástico general con una función de energía de deformación expresada en términos de deformaciones en las direcciones principales como se explica en [6]. Una de las expresiones más común de dicha función es la (2.14).

$$\mathcal{W}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{k=1}^N \frac{2\mu_k}{\alpha_k^2} [(\lambda_1)^{\alpha_k} + (\lambda_2)^{\alpha_k} + (\lambda_3)^{\alpha_k} - 3] + \sum_{k=1}^N \frac{1}{D_k} (J - 1)^{2k} \quad (2.14)$$

En la ecuación (2.14) la respuesta volumétrica está expresada en términos de parámetros D_k que son constantes volumétricas calculadas a partir del ensayo volumétrico según [7], en vez de utilizar el módulo de compresibilidad. Dicha expresión hace este modelo más potente que los anteriores, pero complica la elec-

ción de unos parámetros apropiados para perseguir una predicción estable de estados de deformación. Este modelo presenta mejores aproximaciones que los dos modelos anteriores, como se puede observar en la Figura 2.5.

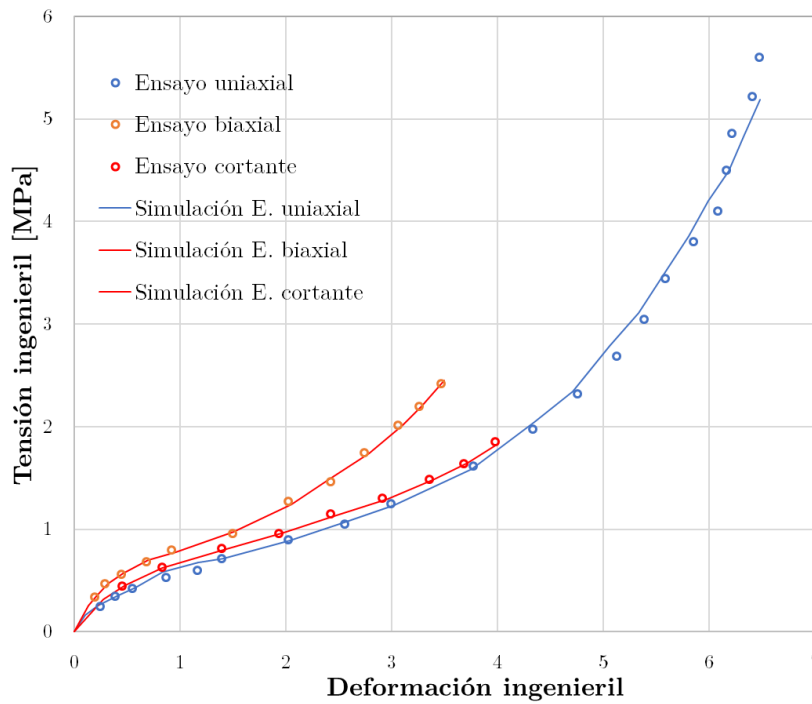


Figura 2.5: Comparativa entre datos experimentales y predicciones del modelo Ogden para caucho natural, [6].

2.4.1.4 Modelo Yeoh

Publicado en 1990, según [6], está basado en la función de energía de deformación con un polinomio de orden tres, expresado solo en términos del primer invariante e independiente del segundo, como se muestra en la expresión (2.15). Con ello, al aumentar el grado de la expresión polinómica también lo hará la precisión respecto al modelo Neo-Hookean y, a su vez, evita las inestabilidades que presenta el modelo Mooney-Rivlin.

$$\mathcal{W}(C_{10}, C_{20}, C_{30}, K) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^2 \frac{K}{2} (J - 1)^2 \quad (2.15)$$

Este modelo requiere de cuatro parámetros del material: C_{10} , C_{20} , C_{30} y K . En la Figura 2.6, se puede ver, al igual que en los otros modelos, la comparativa entre las curvas reales y simuladas. En general, suele mostrar mejores resultados que el modelo Ogden.

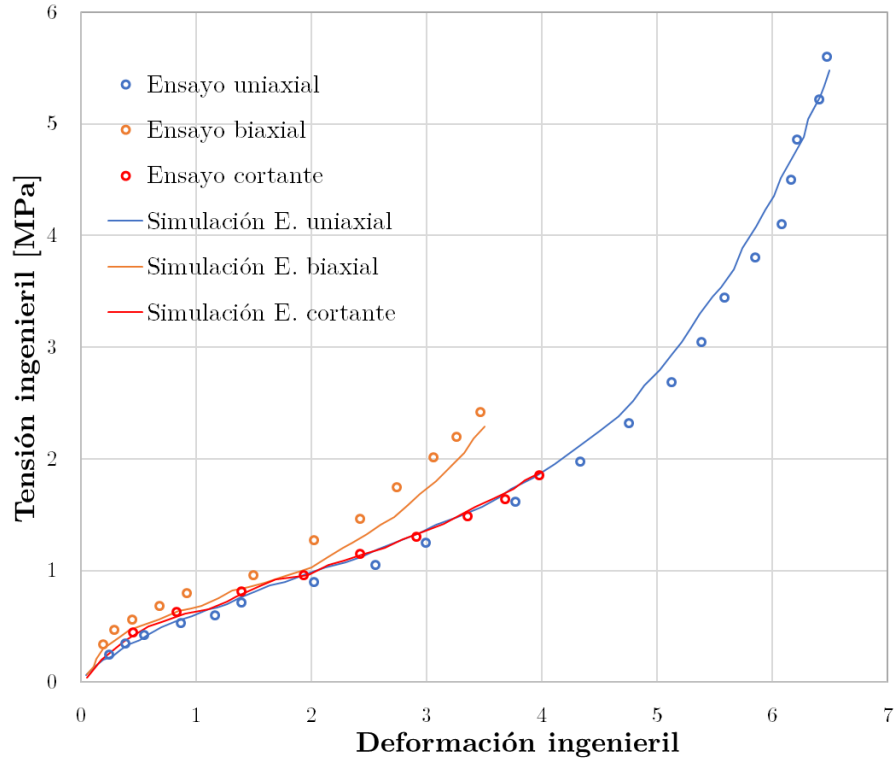


Figura 2.6: Comparativa entre datos experimentales y predicciones del modelo Yeoh para caucho natural, [6].

En la Tabla 2.1 se muestra un resumen de otros modelos que se emplean para el estudio de la no linealidad en el comportamiento tensión-deformación mejorado para otros materiales con una respuesta que difiere a la de los cauchos. Todos estos modelos usan la función de energía de deformación-

Tabla 2.1: Modelos hiperelásticos para materiales isotrópicos e incompresibles, [5].

Año	Modelo	Función de energía elástica
1944	Neo-Hookean	$\mathcal{W} = \frac{\mu}{2} (I_1 - 3)$
1951	Mooney-Rivlin	$\mathcal{W} = \sum_{i+j=1}^3 C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j$
1958	Gent-Thomas	$\mathcal{W} = C_1 (I_1 - 3) + 3C_2 \ln I_2$
1962	Blatz-Ko	$\mathcal{W} = \frac{1}{2}G \left(\frac{I_2}{I_3} + 2\sqrt{I_3} - 5 \right)$
1967	Fung	$\mathcal{W} = \frac{\mu}{2b} [e^{b(I_1-3)} - 1]$
1970	Veronda-Estmann	$\mathcal{W} = C_1 [e^{\alpha(I_1-3)} - 1] - C_2 (I_2 - 3)$
1972	Ogden	$\mathcal{W} = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$
1977	Knowles	$\mathcal{W} = \frac{\mu}{2b} \left[\left(1 + \frac{b(I_1-3)}{n} \right)^n - 1 \right]$
1981	Kilian	$\mathcal{W} = -\mu J_L \left[\ln \left(1 - \sqrt{\frac{I_1-3}{J_L}} \right) + \sqrt{\frac{I_1-3}{J_L}} \right]$
1981	Van der Waals	$\mathcal{W} = \mu \left[-(\lambda_m^2 - 3) (\ln(1 + \eta) + \eta) - \frac{2}{3}a \left(\frac{1}{2}I_1 - \frac{3}{2} \right)^{3/2} \right]$
1986	Edwards-Vilgis	$\mathcal{W} = \frac{\mu}{2} \left[\frac{(J_L+2)(J_L-3)(I_1-3)}{J_L(J_L-I_1+3)} + \ln \left(1 - \frac{I_1-3}{J_L} \right) \right]$
1987	Takamizawa-Hayashi	$\mathcal{W} = -c \ln \left[1 - \left(\frac{I_1-2}{J_L} \right)^2 \right]$
1990	Yeoh	$\mathcal{W} = \sum_{i=1}^N C_{i0} (I_1 - 3)^i$
1993	Arruda-Boyce	$\mathcal{W} = \mu \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{\lambda_i^{2i-2}} (I_1^i - 3^i)$
1993	Yamashita-Kawabata	$\mathcal{W} = C_{10} (I_1 - 3) + \frac{C_3}{N+1} (I_1 - 3)^{N+1}$
1994	Davis-De-Thomas	$\mathcal{W} = \frac{A}{2(1-n/2)} (I_1 - 3 + C^2)^{1-n/2} + k (I_1 - 3)^2$
1996	Gent	$\mathcal{W} = -\frac{\mu}{2} (I_L - 3) \ln \left(1 - \frac{I_1-3}{I_L-3} \right)$
1997	Gregory	$\mathcal{W} = \frac{A}{2(1-n)} (I_1 - 3 + C^2)^{1-n/2} + \frac{B}{2+m} (I_1 - 3 + C^2)^{1+m/2}$
1997	Yeoh-Fleming	$\mathcal{W} = \frac{A}{B} [1 - e^{-B(I_1-3)}] - C_{10} (I_L - 3) \ln \left(1 - \frac{I_1-3}{I_L-3} \right)$
1998	Martins	$\mathcal{W} = C_1 (e^{C_2(I_1-3)} - 1) + C_3 (e^{C_4(\lambda_f-1)^2} - 1)$
1999	3 Parameters Gent	$\mathcal{W} = \frac{\mu}{2} \left[-\alpha (I_L - 3) \ln \left(1 - \frac{I_1-3}{I_L-3} \right) + (1 - \alpha) (I_2 - 3) \right]$
2002	Pucci-Saccomandi	$\mathcal{W} = -\frac{1}{2}\mu J_L \ln \left(1 - \frac{I_1-3}{J_L} \right) + C_2 \ln \frac{1}{3}I_2$
2002	Amin	$\mathcal{W} = C_{10} (I_1 - 3) + \frac{C_3}{N+1} (I_1 - 3)^{N+1} + \frac{C_4}{M+1} (I_1 - 3)^{M+1}$
2004	Horgan-Saccomandi	$\mathcal{W} = -\frac{\mu}{2} J_L \ln \frac{\left(1 - \frac{\lambda_1^2}{J_L} \right) \left(1 - \frac{\lambda_2^2}{J_L} \right) \left(1 - \frac{\lambda_3^2}{J_L} \right)}{\left(1 - \frac{1}{J_L} \right)^3}$
2006	Bechir	$\mathcal{W} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} C_n^r (\lambda_1^{2n} + \lambda_2^{2n} + \lambda_3^{2n} - 3)^r$

2.4.2 Modelos viscoelásticos

El comportamiento viscoelástico de los polímeros se suele modelizar de una de estas dos formas:

- Definiendo la relación entre la tensión y la deformación. En lo que denominaremos, a continuación, *modelos matemáticos*.
- Mediante las ecuaciones diferenciales de un sistema definido a partir de elementos mecánicos discretos (muelles, amortiguadores...). En lo que denominaremos *modelos mecánicos*.

2.4.2.1 Modelos matemáticos

Se basan en el principio de superposición de Boltzmann, según el cual la suma de causas actuando sobre un sistema provocan un efecto igual a la suma de los efectos que cada causa produciría por separado. Como sabemos, para su aplicación es necesaria una respuesta lineal del sistema entre cada causa y cada efecto.

Consideremos el fenómeno de la relajación de los materiales viscoelásticos. Se trata de un conocido fenómeno, según el cual, ante un nivel constante de deformación, el material muestra un nivel de tensión decreciente, asintóticamente, con el tiempo.

La formulación matemática de este fenómeno sería, por ejemplo, para el caso de una carga uniaxial, como sigue: el material viscoelástico es sometido a una deformación ε_0 mantenida, aplicada instantáneamente para un tiempo $t_0 \geq 0$, Figura 2.7 izquierda y, como consecuencia, la tensión varía en el tiempo como se indica en la Figura 2.7 derecha, [8].

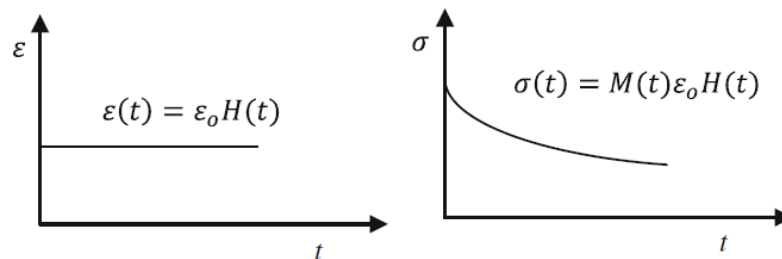


Figura 2.7: Respuesta en $t = 0$ ante una deformación escalón, [8].

En la Figura 2.7 $H(t)$ es la función de Heaviside (o escalón unitario) y $M(t)$ ó $E(t)$ es la que se conoce como función de relajación. Entonces, la expresión de la tensión se define según (2.16).

$$\sigma(t) = M(t) \cdot H(t)\epsilon_0 \tag{2.16}$$

En un caso genérico, en el que la deformación se comienza a aplicar en un instante $t_1 > t_0$, véase Figura 2.8, la tensión se expresa según (2.17).

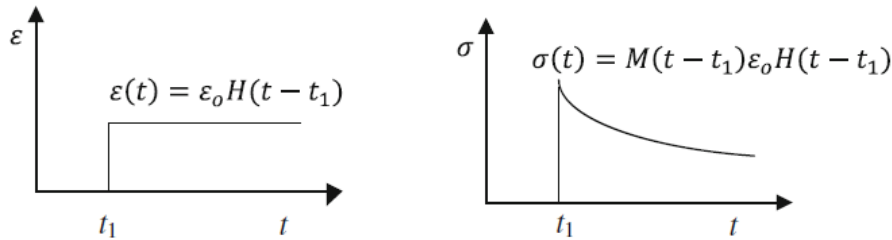


Figura 2.8: Respuesta a partir de t_1 ante una deformación escalón, [8].

$$\sigma(t) = M(t - t_1) \cdot H(t - t_1)\epsilon_0 \tag{2.17}$$

De esta forma, admitiendo relación lineal entre la causa y el efecto, es fácil extender estos resultados a cualquier carga arbitraria, considerando que cualquier función continua en el tiempo se puede expresar como una serie de funciones escalón, véase Figura 2.9.

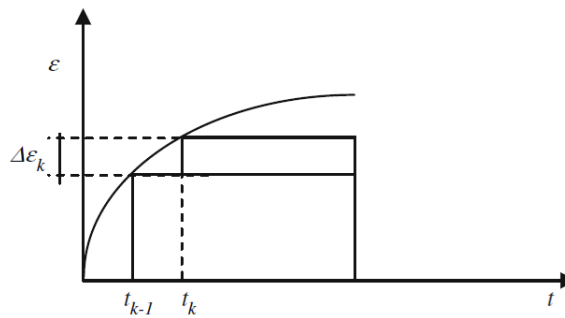


Figura 2.9: Aproximación de una función continua mediante una función de pasos incrementales, [8].

Con estas consideraciones, a cada paso sucesivo se le suma la cantidad incremental del posterior. Aplicando esto a la expresión (2.17) se obtiene la ecuación (2.18).

$$\Delta\sigma_k(t) = M(t - t_k)\Delta\varepsilon_k, t \geq t_k \quad (2.18)$$

De acuerdo con el principio de superposición, asumiendo que la respuesta a cada carga incremental es independiente del resto de cargas incrementales, es decir, de la historia de carga del sistema, la respuesta del historial de cargas corresponde a la suma de las respuestas a cada una de las cargas incrementales individuales. Por tanto, de la expresión (2.18), se obtiene la expresión (2.19).

$$\sigma(t) \approx \sum_{k=1}^N \Delta\sigma_k(t) = \sum_{k=1}^N M(t - t_k)\Delta\varepsilon_k, t \geq t_k \quad (2.19)$$

Dividiendo y multiplicando el miembro de la derecha de la expresión anterior por el intervalo de tiempo $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$ se obtiene la ecuación (2.20).

$$\sigma(t) \approx \sum_{k=1}^N \Delta\sigma_k(t) = \sum_{k=1}^N M(t - t_k) \frac{\Delta\varepsilon_k}{\Delta t_k} \Delta t_k, t \geq t_k \quad (2.20)$$

Según [8], Para N infinitos sumandos y para intervalos de tiempo infinitesimales se obtiene la expresión (2.21).

$$\sigma(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N \Delta\sigma_k(t) = \lim_{N \rightarrow \infty; t_k \rightarrow \tau} \sum_{k=1}^N M(t - t_k) \frac{\Delta\varepsilon_k}{\Delta t_k} \Delta t_k, t \geq t_k \quad (2.21)$$

Convirtiendo la serie anterior a un dominio continuo denotando τ como la variable de tiempo continua, se tiene la ecuación (2.22).

$$\sigma(t) = \int_{0^+}^t d\sigma(t) = \int_{0^+}^t M(t - \tau) \frac{d}{d\tau} \varepsilon(\tau) d\tau \quad (2.22)$$

Para intervalos de tiempo infinitesimales, el número de intervalos tendería a infinito y el sumatorio pasaría a tener la expresión integral (2.22), donde τ denota la variable temporal.

$$\sigma(t) = \int_{0^+}^t d\sigma(t) = \int_{0^+}^t M(t - \tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (2.23)$$

Para permitir que exista deformación en la discontinuidad $t = 0^+$ se añade a la ecuación anterior la ecuación (2.16), formando la ecuación (2.24).

$$\sigma(t) = M(t)\varepsilon(0^+) + \int_{0^+}^t M(t-\tau) \frac{d}{d\tau} \varepsilon(\tau) d\tau \quad (2.24)$$

Introduciendo el primer término en la integral se obtiene la expresión (2.25).

$$\sigma(t) = \int_{0^-}^t M(t-\tau) \frac{d}{d\tau} \varepsilon(\tau) d\tau \quad (2.25)$$

Otro fenómeno igualmente conocido en estos materiales es el de la fluencia. En este caso, la acción consiste en una tensión constante ante la que el material muestra una deformación creciente en el tiempo. En el mejor de los escenarios este crecimiento será asintótico hasta un valor estable, pero en el peor puede provocar el colapso del sistema [8].

La función de deformación, para el caso de una tensión continuada en el tiempo, se obtiene de forma análoga al caso de relajación. La sollicitación se correspondería con una tensión en la forma $\sigma(t) = H(t)\sigma_0$ y la deformación en el tiempo obedecería a la expresión (2.26) en la que $C(t)$ es la conocida como función de *creep* o fluencia.

$$\varepsilon(t) = \int_{0^-}^t C(t-\tau) \frac{d}{d\tau} \sigma(\tau) d\tau \quad (2.26)$$

Las ecuaciones (2.25) y (2.26) son las leyes constitutivas de relajación y fluencia, respectivamente, obtenidas a partir del principio de superposición. Se trata de modelos fenomenológicos, i.e., sin relación directa con la estructura molecular de los materiales que ha de ser ajustados mediante resultados experimentales.

2.4.2.2 Modelos mecánicos

Este tipo de modelización se formula a partir de analogías mecánicas por medio de émbolos y resortes como operadores reológicos, es decir, modelos en los que incorporan el tiempo como una variable más. Se trata de elementos lineales con

interpretación física muy concreta, cada uno de los cuales aporta una característica al modelo viscoelástico.

Los resortes proporcionan rigidez al modelo viscoelástico simulando su parte elástica (ley de Hooke). Establecen una relación lineal entra la tensión y la deformación, (2.27), a través una constante, que denotaremos por E , y que se denomina módulo de elasticidad lineal.

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) \tag{2.27}$$

Por su parte, los émbolos asumen el comportamiento viscoso del modelo viscoelástico, estableciendo relaciones entre tensión y velocidad de deformación, expresión (2.28), mediante una constante denominada coeficiente de viscosidad y que denotaremos por η . Son, por tanto, los encargados de introducir la variable tiempo en el modelo.

$$\sigma(t) = \eta \frac{d}{dt} \varepsilon(t) = \eta \dot{\varepsilon}(t) \tag{2.28}$$

La Figura 2.10 muestra la simbología usual de los componentes indicados.

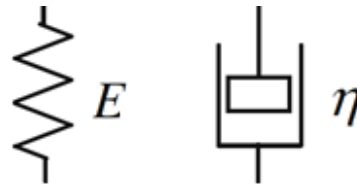


Figura 2.10: Representación de la parte elástica (izqda.) y la parte viscosa (dcha.) de un modelo de comportamiento viscoelástico.

2.4.2.2.1 Modelo Maxwell

Constituye uno de los modelos más sencillos formados por un émbolo y un resorte conectados en serie, tal y como se muestra en la Figura 2.11. Utilizando las ecuaciones (2.27) y (2.28) es fácil llegar a la ecuación diferencial (2.32) que rige el comportamiento del modelo.

(2.29), (2.30) y (2.31) que rigen el comportamiento del sistema.

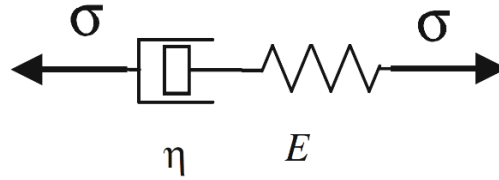


Figura 2.11: Modelo Maxwell.

Denotando por ε es la deformación total (suma de la viscosa y la elástica, al estar los componentes en serie: $\varepsilon = \varepsilon_C + \varepsilon_E$), por σ_E es la tensión elástica, por σ_C es la tensión viscosa y por ε_C la deformación viscosa; podemos escribir para el muelle la ecuación (2.29) y para el amortiguador (2.30).

$$\sigma_E = E \cdot (\varepsilon - \varepsilon_C) \quad (2.29)$$

$$\sigma_C = C \cdot \dot{\varepsilon}_C \quad (2.30)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_C + \varepsilon_E \quad (2.31)$$

Operando, es inmediato obtener la ecuación de comportamiento del modelo de Maxwell, expresión (2.32).

$$\sigma + \frac{C}{E} \dot{\sigma} = C \cdot \dot{\varepsilon} \quad (2.32)$$

Veamos cómo este representa el fenómeno de fluencia.

Considerando que este fenómeno se basa en $\sigma = \text{cte}$, podemos escribir que $d\sigma/dt = 0$. En estas condiciones la integración de (2.32) es inmediata, obteniéndose la expresión (2.33).

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{C} t + E_0 \quad (2.33)$$

Siendo E_0 un coeficiente relacionado con la respuesta inmediata del elemento elástico. En consecuencia, la respuesta en deformación frente al tiempo es lineal según este modelo.

Para analizar el fenómeno de fluencia mediante este modelo se impone $\varepsilon = \text{cte}$, i.e., $d\varepsilon/dt = 0$. Operando se llega a la expresión (2.34).

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E}{c}t} \quad (2.34)$$

Estas expresiones están representadas en la Figura 2.12. Se puede comprobar que para el fenómeno de fluencia no se ajusta a la realidad puesto que existe linealidad de la tensión con el tiempo. Sin embargo, la respuesta durante el fenómeno de relajación se ajusta de una forma adecuada a cómo sería en la realidad.

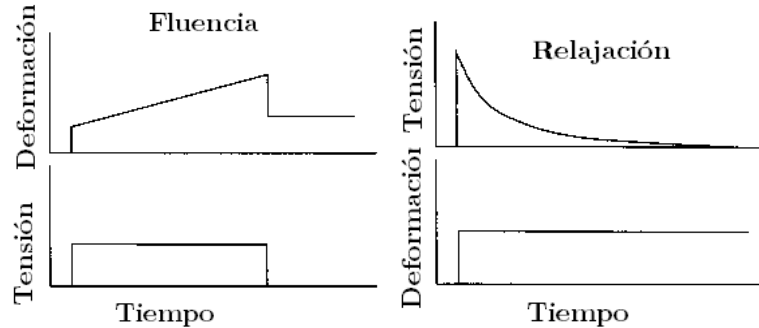


Figura 2.12: Respuesta de la σ y ε del modelo de Maxwell.

El modelo de Maxwell es adecuado para casos en los que solo interese analizar el fenómeno de relajación, pero, en ningún caso, explica correctamente la fluencia.

2.4.2.2.2 Modelo Kelvin-Voigt

A diferencia del modelo anterior, éste enlaza un émbolo y un resorte en paralelo como se muestra en la Figura 2.13.

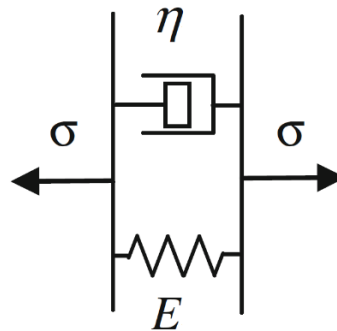


Figura 2.13: Modelo Kelvin-Voigt.

La ecuación de comportamiento del sistema se obtiene operando con las ecuaciones de los componentes (2.35), para el muelle y (2.36) para el amortiguador.

$$\sigma_E = E \cdot \varepsilon \quad (2.35)$$

$$\sigma_C = C \cdot \dot{\varepsilon} \tag{2.36}$$

Teniendo en cuenta que la tensión total del modelo, σ , es la suma de la tensión de cada componente, $\sigma = \sigma_C + \sigma_E$, operando se obtiene la ecuación de comportamiento del modelo de Kelvin-Voigt, expresión (2.37).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon + C \cdot \dot{\varepsilon} \tag{2.37}$$

De igual forma que en el modelo anterior el fenómeno de fluencia, $\sigma = \text{cte}$, da lugar a una expresión exponencial para la deformación, expresión (2.38). Figura 2.14, izquierda.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left[1 - e^{-\frac{E}{C}t} \right] \tag{2.38}$$

Haciendo lo mismo para el fenómeno de relajación, se obtiene la expresión (2.39). Figura 2.14, derecha.

$$\sigma = E\varepsilon \tag{2.39}$$

Las ecuación (2.38) del modelo explicaría, de forma adecuada, el crecimiento de la deformación con el tiempo durante el fenómeno de fluencia. Sin embargo, la tensión constante del modelo en condiciones de deformación constante no da respuesta a los resultados observados en el fenómeno de relajación.

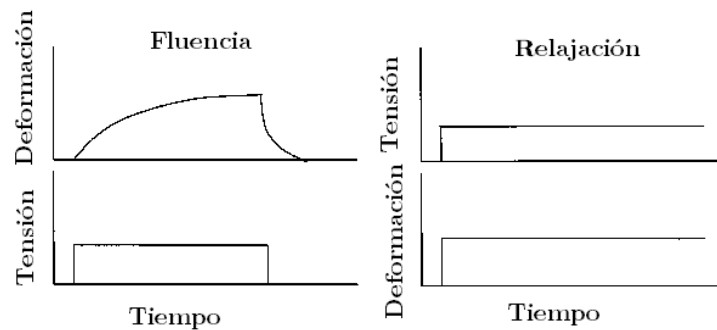


Figura 2.14: Respuesta de la σ y ε del modelo de Kelvin-Voigt.

Este modelo se emplea, al contrario que el modelo de Maxwell cuando se quiere modelizar el fenómeno de fluencia.

2.4.2.2.3 Modelo Burgers

Este modelo surge como combinación de los dos modelos anteriores con el objetivo de estudiar el fenómeno de relajación y fluencia mediante una sola formulación. Se trata de la combinación en serie de los modelos Maxwell y Kelvin-Voigt tal y como se aprecia en la Figura 2.15.

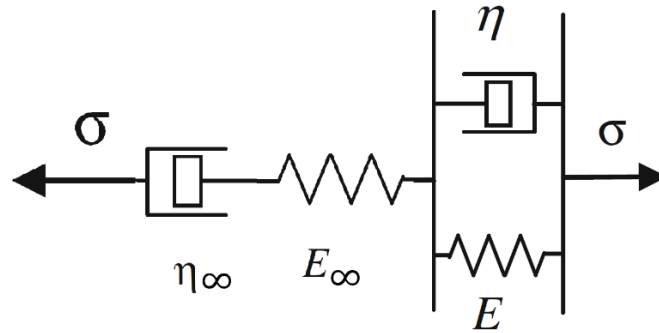


Figura 2.15: Modelo Burgers.

A partir de las ecuaciones descritas para los dos modelos anteriores y resolviendo las ecuaciones diferenciales se llega a las expresiones (2.40) y (2.41) para las respuestas a las condiciones de relajación y fluencia respectivamente.

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E_\infty}{C_\infty}t} + E\varepsilon \quad (2.40)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_\infty} + \frac{\sigma_0 \cdot t}{C_\infty} + \frac{\sigma_0 \cdot t}{C} \cdot \left[1 - e^{-\frac{E}{C}t}\right] \quad (2.41)$$

Este modelo resulta muy adecuado para estudiar la viscoelasticidad puesto que incorpora las dos ventajas de los modelos anteriores. Sin embargo, para la definición de este modelo es necesario hallar el valor de cuatro parámetros. La respuesta de este modelo viene representada en la Figura 2.16.

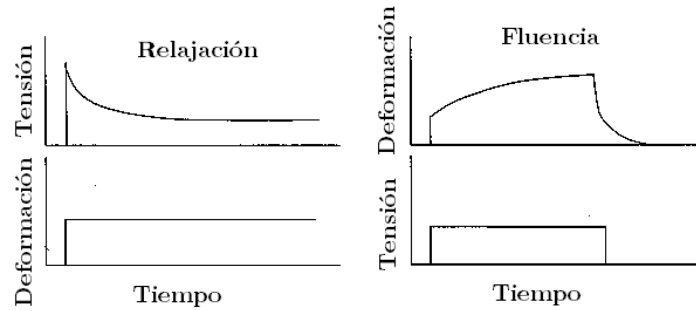


Figura 2.16: Respuesta de la σ y ε del modelo de Burgers.

2.4.2.2.4 Modelo Maxwell–Wiechert

Constituye un modelo generalista en el que la combinación base consta del modelo de Maxwell repetido n veces conectados en paralelo con un resorte al final, como se observa en la Figura 2.17.

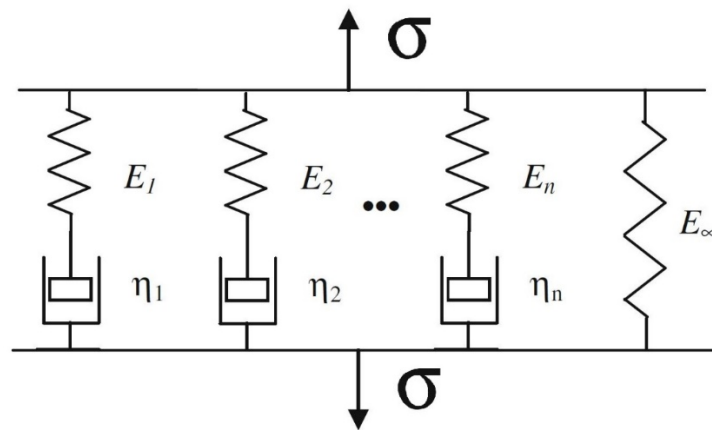


Figura 2.17: Modelo Maxwell-Wiechert.

El interés de emplear este modelo reside en la mayor exactitud a la hora de representar el comportamiento $\sigma - \varepsilon$. Es cierto que, al emplear más elementos resulta más complicado su uso. Para ajustar la curva que reproduce este modelo se emplea las series de Prony. Su uso es atractivo por diferentes razones. En primer lugar, es lo suficientemente flexible como para capturar un amplio rango de comportamiento de materiales. En segundo lugar, los términos del modelo tienen significado físico. Por último, la formulación que se emplea es susceptible de ser incorporada a la simulación numérica mediante técnicas de solución recursiva.

Según el trabajo de Pacheco de 2015, [9], en este modelo la función del módulo de relajación $E(t)$ responde a la expresión (2.42).

$$E(t) \equiv M(t) = E_{\infty} + \sum_{n=1}^{TN} E_n \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}} \quad (2.42)$$

Donde E_{∞} es el módulo elástico de equilibrio, E_n el módulo relativo, τ_n el tiempo de relajación y TN el número de sumandos de la serie que se elige según la magnitud del tiempo de relajación. Los valores de E_n y τ_n se obtienen a partir del ajuste de las curvas experimentales del ensayo de relajación.

Para el instante inicial, $t = 0$, la ecuación (2.42) queda como

$$E(0) = E_0 = E_{\infty} + \sum_{n=1}^{TN} E_n > 0 \quad (2.43)$$

Donde E_0 es el módulo instantáneo de relajación.

Aplicando las expresiones anteriores a la ecuación (2.25), se obtiene la expresión de la tensión de relajación del modelo de Prony, expresión (2.44).

$$\sigma_{Prony}(E_{\infty}, E_n, \dot{\epsilon}, t) = \frac{d\epsilon}{dt} \sum_{n=1}^{TN} \left[\int_0^t e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_n}} d\tau \right] \quad (2.44)$$

Este modelo se puede adaptar para tener en cuenta el efecto de la temperatura, pero este aspecto queda fuera del alcance de este trabajo y, en consecuencia, no se tratará aquí este aspecto.

2.4.3 Modelos avanzados

Pese a la cantidad de modelos expuestos en este capítulo, ninguno es capaz de predecir el comportamiento real del caucho procedente de NFU debido a las propiedades que presenta y a las condiciones de ensayo (velocidades de deformación superiores a 100 s^{-1}).

En primer lugar, los modelos viscoelásticos son para materiales lineales, cuya deformación y velocidad de deformación son infinitesimales, véase [10] y la relación tensión-deformación puede ser expresada mediante una ecuación diferencial ordinaria con coeficientes constantes.

En segundo lugar, los modelos hiperelásticos sí son capaces de responder ante cargas solicitantes cuasiestáticas mediante un comportamiento no lineal, sin embargo, no explican la “rigidización” del material para distintas velocidades de deformación.

En resumen, las cargas rápidas no permiten el uso de modelos hiperelásticos y las grandes deformaciones no permiten el uso de modelos viscoelásticos. Será necesario emplear un modelo que combine estas peculiaridades.

Un modelo adecuado que confeccione la hiperelasticidad y la viscoelasticidad es el modelo de Bergström–Boyce, modelo BB en adelante. Se trata un modelo avanzado para predecir la dependencia del tiempo y las grandes deformaciones de los elastómeros, [11]. Se ha demostrado que el modelo es preciso tanto para cauchos tradicionales empleados en ingeniería como para biomateriales blandos, [6]. El modelo BB es también considerado como una potente generalización de la viscoelasticidad relacionada con las grandes deformaciones.

De forma conceptual, la respuesta de un elastómero, según este modelo, puede ser representada usando dos ramas, denominadas redes macromoleculares A y B, conectadas en paralelo como se muestra en Figura 2.18. La red A es una red hiperelástica que atiende a la respuesta de equilibrio, mientras que la red B muestra la dependencia del tiempo formada por una parte hiperelástica en serie con un elemento no lineal viscoso, véase [6].

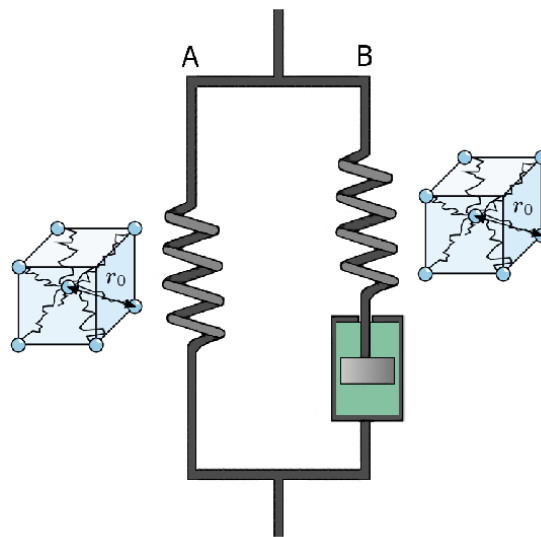


Figura 2.18: Representación reológica del modelo BB. Fuente [6].

En el modelo BB, el gradiente de deformación aplicado está actuando simultáneamente sobre las dos redes macromoleculares entonces, dicho gradiente queda de la siguiente manera: $\mathbf{F} = \mathbf{F}_A = \mathbf{F}_B$. El gradiente de deformación que actúa sobre la red B se puede descomponer en dos componentes: elástica y viscoelástica (2.45), [6].

$$\mathbf{F}_B = \mathbf{F}_B^e \mathbf{F}_B^v \quad (2.45)$$

Donde \mathbf{F}_B es el gradiente de deformación (en principales) de dimensión 3×3 . La respuesta de la red A viene proporcionada por el modelo de las ocho cadenas* (2.46), representado en la Figura 2.18 junto a los resortes.

$$\boldsymbol{\sigma}_A = \frac{\mu}{J \bar{\lambda}^*} \frac{\mathcal{L}^{-1}(\bar{\lambda}^*/\lambda_L)}{\mathcal{L}^{-1}(1/\lambda_L)} \text{dev}[\mathbf{b}^*] + \kappa(J - 1)\mathbf{I} \quad (2.46)$$

Donde μ , $\bar{\lambda}^*$ y κ son parámetros del material; \mathcal{L}^{-1} es la inversa de la función de Langevin; J es el determinante de \mathbf{F} , \mathbf{b}^* es la rama izquierda del tensor de Cauchy–Green y $\text{dev}[\cdot]$ indica el desviador de \mathbf{b}^* , expresado como $\text{dev}[\mathbf{b}^*] = \mathbf{b}^* - \text{tr}(\mathbf{b}^*)/3$. La tensión de la red B es también expresada mediante el modelo de las ocho cadenas, pero con un módulo elástico transversal efectivo (2.47).

$$\boldsymbol{\sigma}_B = \frac{s \mu}{J_B^e \bar{\lambda}_B^{e*}} \frac{\mathcal{L}^{-1}(\bar{\lambda}_B^{e*}/\lambda_L)}{\mathcal{L}^{-1}(1/\lambda_L)} \text{dev}[\mathbf{b}_B^{e*}] + \kappa(J_B^e - 1)\mathbf{I} \quad (2.47)$$

Donde s es un parámetro adimensional que modifica μ en relación con la red A y $\bar{\lambda}_B^{e*}$ el estiramiento de la cadena de la componente elástica de la red B. La expresión completa de la tensión de Cauchy es $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_A + \boldsymbol{\sigma}_B$. (2.45), (2.46) y (2.47) definen el cálculo de la tensión para un estado de deformación dado conocido \mathbf{F}_B^v . Para completar este modelo, es necesario especificar la velocidad de cambio en el estado interno del material a través del flujo viscoelástico, i.e., la cinemática del modelo. El gradiente de velocidad de la red B, $\mathbf{L}_B = \dot{\mathbf{F}}_B \mathbf{F}_B^{-1}$, puede dividirse en una componente elástica y una componente viscosa (2.48), [6], [12].

* Para el lector interesado en el desarrollo completo del modelo de las ocho cadenas consulte el capítulo 5.3 de [6].

$$\begin{aligned}
 \mathbf{L}_B &= \left[\frac{d}{dt} \mathbf{F}_B^e \mathbf{F}_B^v \right] (\mathbf{F}_B^e \mathbf{F}_B^v)^{-1} = [\dot{\mathbf{F}}_B^e \mathbf{F}_B^v + \mathbf{F}_B^e \dot{\mathbf{F}}_B^v] (\mathbf{F}_B^v)^{-1} (\mathbf{F}_B^e)^{-1} = \\
 &= \dot{\mathbf{F}}_B^e (\mathbf{F}_B^e)^{-1} + \mathbf{F}_B^e \dot{\mathbf{F}}_B^v (\mathbf{F}_B^v)^{-1} (\mathbf{F}_B^e)^{-1} = \mathbf{L}_B^e + \mathbf{F}_B^e \mathbf{L}_B^v \mathbf{F}_B^e = \mathbf{L}_B^e + \tilde{\mathbf{L}}_B^v \quad (2.48) \\
 &= \dot{\mathbf{F}}_B^e (\mathbf{F}_B^e)^{-1} + \mathbf{F}_B^e \dot{\mathbf{F}}_B^v (\mathbf{F}_B^v)^{-1} (\mathbf{F}_B^e)^{-1} = \mathbf{L}_B^e + \mathbf{F}_B^e \mathbf{L}_B^v (\mathbf{F}_B^e)^{-1} := \mathbf{L}_B^e + \tilde{\mathbf{L}}_B^v
 \end{aligned}$$

Donde (2.49) y (2.50).

$$\mathbf{L}_B^v = \dot{\mathbf{F}}_B^v (\mathbf{F}_B^v)^{-1} := \mathbf{D}_B^v + \mathbf{W}_B^v \quad (2.49)$$

$$\tilde{\mathbf{L}}_B^v := \tilde{\mathbf{D}}_B^v + \tilde{\mathbf{W}}_B^v \quad (2.50)$$

Donde $\tilde{\mathbf{D}}_B^v$ y $\tilde{\mathbf{W}}_B^v$ son la velocidad de deformación lineal plástica y la deformación angular o spin plástica, respectivamente, véase [13]. $\tilde{\mathbf{W}}_B^v$ suele tomarse con valor nulo y $\tilde{\mathbf{D}}_B^v$ puede expresarse como (2.51).

$$\tilde{\mathbf{D}}_B^v = \dot{\gamma}_B(\boldsymbol{\sigma}_B, \mathbf{b}_B^{e*}) \mathbf{N}_B^v \quad (2.51)$$

Siendo \mathbf{N}_B^v la expresión que aparece en (2.52).

$$\mathbf{N}_B^v = \frac{dev[\boldsymbol{\sigma}_B]}{\tau} = \frac{dev[\boldsymbol{\sigma}_B]}{\|dev[\boldsymbol{\sigma}]_B\|_F} \quad (2.52)$$

\mathbf{N}_B^v proporciona la dirección del flujo viscoelástico y τ es un escalar que representa la tensión efectiva que conduce dicho flujo. Con todo esto, la derivada respecto al tiempo de \mathbf{F}_B^v puede expresarse como (2.53), [6].

$$\dot{\mathbf{F}}_B^v = \dot{\gamma}_B^v (\mathbf{F}_B^e)^{-1} \frac{dev[\boldsymbol{\sigma}_B]}{\|dev[\boldsymbol{\sigma}]_B\|_F} \mathbf{F}_B^e \mathbf{F}_B^v \quad (2.53)$$

En la expresión (2.53) $\|\cdot\|_F$ denota la norma de Frobenius. Esta expresión representa la cinemática del material a través de la función escalar $\dot{\gamma}_B$ que se conoce como función de la velocidad de flujo efectivo y que, para la parte viscosa que aparece en (2.53), $\dot{\gamma}_B^v$, se define como en (2.54).

$$\dot{\gamma}_B^v = \dot{\gamma}_0 (\bar{\lambda}_B^v - 1 + \xi)^c \left[R \left(\frac{\tau}{f_v \tau_{base}} - \hat{\tau}_{cut} \right) \right]^m \quad (2.54)$$

Donde:

- ξ , C , τ_{base} , $\hat{\tau}_{cut}$ y m son parámetros del material.
- $\dot{\gamma}_0 = 1/s$.
- $R(x)$ es la función rampa*.
- f_v es un factor de interacción de la red que depende de $\boldsymbol{\varepsilon} = \ln(\mathbf{v})$ y $\boldsymbol{\varepsilon}_e = \ln(\mathbf{v}_e)$ *
- $\hat{\tau}_{cut}$ es la tensión de corte por debajo de la cual no se producirá flujo viscoso.
- $\bar{\lambda}_B^v$ ó $\varepsilon_{chain} = \sqrt{tr(\mathbf{b}_B^e)/3}$ es el estiramiento viscoelástico de la cadena.
- $\tau = \|dev[\boldsymbol{\sigma}_B]\|_F = \sqrt{tr[\boldsymbol{\sigma}'_B \boldsymbol{\sigma}'_B]}$ es la tensión efectiva que conduce el flujo viscoso.

Este modelo supone que el mecanismo responsable del comportamiento dependiente del tiempo es el deslizamiento de las cadenas “elásticamente inactivas”, i.e., cadenas que están con menos carga y tienen la capacidad de cambiar significativamente su forma durante la aplicación de la carga externa.

De esta manera, si la red se deforma a una velocidad de deformación suficientemente alta, las cadenas libres de carga también se deformarán más o menos a la par con el resto de la red. Por tanto, la entropía de las cadenas libres decrece y éstas contribuyen de forma adicional a la resistencia de deformación, como se puede observar de forma conceptual en la Figura 2.19. Esto explica la “rigidización” del material anteriormente mencionada [6].

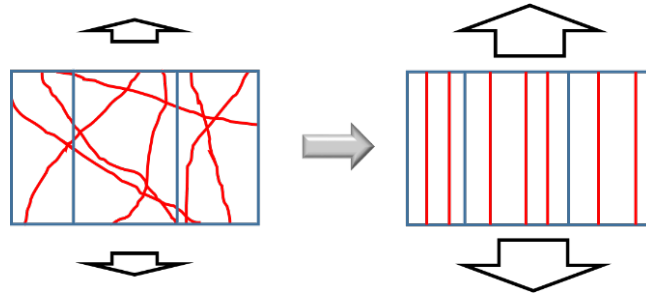


Figura 2.19: Comportamiento de las cadenas menos cargadas al aplicar una carga externa.

* Para el lector interesado en el uso de la función rampa y en la formulación y dependencia de f_v consulte el capítulo 8 de [6].

El desarrollo mostrado del modelo BB se aplica a un caso general en tres dimensiones, de manera que, para casos más simples como el que se estudiará en este trabajo, se aplicará dicha formulación adaptada a un espacio bidimensional axisimétrico, véase [6]. A continuación, la Tabla 2.2 muestra los parámetros del material que, más adelante, se explicará cómo se obtienen.

Tabla 2.2: Parámetros del modelo que dependen del material.

Símbolo	Unidad	Descripción
μ	MPa	Módulo elástico transversal de la red A
λ_L	-	Estiramiento de bloqueo
κ	MPa	Módulo de compresibilidad
s	-	Factor de μ para la red B
ξ	-	Factor de ajuste de deformación
C	-	Exponente de la deformación
τ_{Base}	MPa	Resistencia al flujo
m	-	Exponente de la tensión
$\hat{\tau}_{cut}$	-	Tensión de corte para el flujo viscoso

3. ENSAYO DE IMPACTO

3.1 Espécimen

La empresa Genan suministra al equipo investigador las muestras de caucho de NFU compuestas de base polimérica vulcanizada con caucho natural (NR), caucho estireno-butadieno (SBR), polibutadieno (BR) y caucho Butyl (IIR/XIIR), [14]. Este material es proporcionado en forma de pellet entre 4 y 4.2 mm de diámetro y diferentes longitudes como consecuencia del proceso de reciclado, como se observa en Figura 3.1.



Figura 3.1: Muestras en bruto de pellets de caucho semivulcanizado, procedentes del reciclado de neumáticos fuera de uso obtenidos por la empresa Genan.

Durante el proceso de reciclado se produce una semivulcanización. El caucho es extraído y triturado de los NFU siendo, posteriormente, extrusionados. Como consecuencia, las muestras presentan síntomas de no homogeneidad. Estas irregularidades pueden observarse a simple vista y/o con el microscopio. En la Figura 3.2 se observa las microgrietas del material a través de un microscopio electrónico.



Figura 3.2: Micrografía de un pellet obtenida por gentileza de los servicios centrales de investigación de la Universidad de Sevilla.

Para poder ensayar estas muestras, primero se escogen pellets con una longitud similar. Posteriormente, se procede al refrentado de las caras. Para ello, se ha diseñado un utillaje que permite lijar simultáneamente diez pellets mediante el uso de una pulidora planetaria Struers*, como se muestra en la Figura 3.3.



Figura 3.3: A la izquierda, la pulidora planetaria y a la derecha, el utillaje donde se introducen las muestras a pulir.

* Pulidora perteneciente al área de Ciencia de Materiales e Ingeniería Metalúrgica. El autor agradece desde estas líneas la buena disposición de esta área para desarrollar esta tarea de preparación de las muestras.

Al proceder al lijado de todo el conjunto simultáneamente se disminuye la dispersión en la longitud de las muestras y se consigue que las superficies de las bases queden pulidas y perpendiculares al eje de los pellets. De esta forma, los especímenes se mantendrán erguidos al apoyarlos sobre una de sus caras durante el ensayo de impacto al que se someterán. La Figura 3.4 muestra algunos de estos especímenes preparados para ensayo.



Figura 3.4: Muestras tratadas para el ensayo.

A continuación, los especímenes se caracterizan geoméricamente para comprobar que sus dimensiones cumplen con las tolerancias exigidas y detectar si presentan alguna anomalía. Para ello, se hace uso de un proyector de perfiles* mostrado en la Figura 3.5 con el que se logra una precisión en la medida de milésimas de milímetro.

* Proyector de perfiles perteneciente al área de Ingeniería de los Procesos de Fabricación. El autor agradece desde estas líneas la buena disposición de esta área para desarrollar esta tarea caracterización geométrica de las muestras.

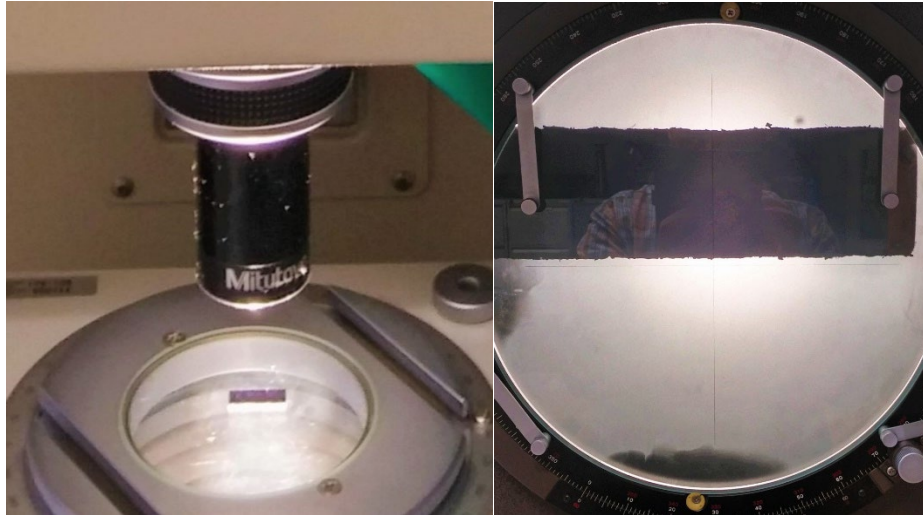


Figura 3.5: Detalles del proyector de perfiles, pellet enfocado con la lente (izqda.) y proyección aumentada (dcha.).

Una vez medidos, los pellets se agrupan en paquetes de diez que servirán para ensayarlos a una misma velocidad.

3.2 Descripción del ensayo

El ensayo está compuesto, principalmente por dos elementos: una torre de caída libre de dardo CEAST 9350 y una cámara PHOTRON Fastcam Mini AX 200 de alta velocidad con una lente Sigma 105 mm f2.8, como se observa en la Figura 3.6.



Figura 3.6: Sistema torre-cámara.

Por un lado, la torre deja en caída libre una masa móvil denominada impactor de 2398 g. La energía y la altura libre se puede calcular conociendo la velocidad a la que se quiere ensayar a partir de la conservación de la energía cinética y potencial (3.1).

$$H = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} \quad (3.1)$$

Donde H es la altura libre, v es la velocidad justo en el primer contacto entre el impactor y el pellet y g es la aceleración de la gravedad.

Por otro lado, la cámara es la responsable de adquirir las imágenes para ver qué está ocurriendo durante el momento del impacto. Además, servirá para medir el desplazamiento del dardo durante el golpe.

El espécimen se coloca en posición vertical sobre la base de la célula de carga como se observa en la Figura 3.7. La base está protegida con una corona de nylon para absorber el exceso de energía del golpe cuando se alcanza un nivel de deformación aproximado del pellet del 50 %. De esta forma, se evita dañar la célula de carga que tiene una capacidad máxima de 2.2 kN.

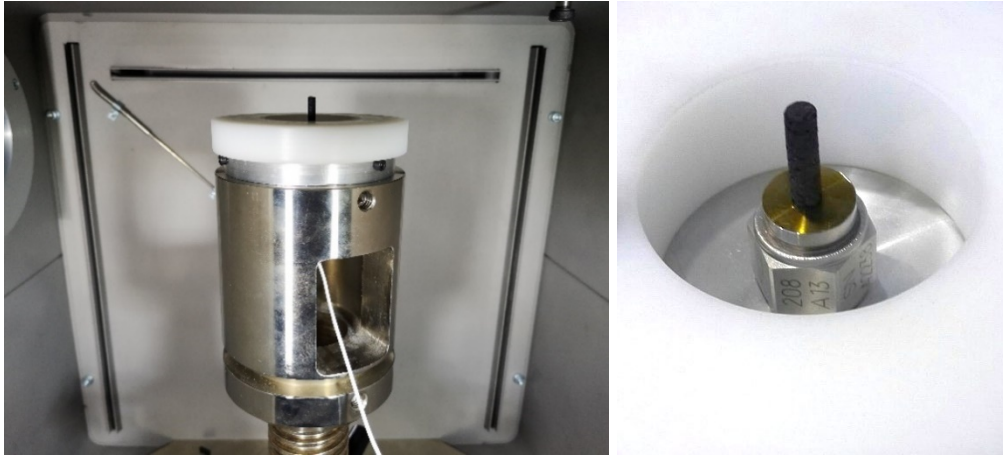


Figura 3.7: Base de impacto montada para ensayo (izda.) Detalle del pellet situado sobre la célula de carga (dcha.).

La cámara de alta velocidad está sincronizada con la torre. La máquina de impactos posee una fotocélula que detecta el paso de la masa móvil. Cuando la masa es detectada, se envía una señal a la cámara para que comience a grabar. El impactor se ajusta una altura tal que, la señal a la cámara se envía un tiempo determinado antes del impacto.

La adquisición de datos también está sincronizada con la cámara y se produce a 50kHz, i.e., se guardará un valor de fuerza por cada 0.2 ms. Por comodidad, la cámara grabará a la misma frecuencia para que cada fotograma coincida con cada valor adquirido. El software de la CEA 9350 no permite adquirir datos justo en el momento en el que la fotocélula detecta el paso del impactor. Es por ello que, mediante la función *pretrigger*, se almacena en la memoria un número determinado de valores antes de que la fotocélula detecte el impactor.

Además, la CEA 9350 permite realizar el ensayo a diferentes temperaturas. Sin embargo, la variable de la temperatura está fuera del alcance de este proyecto, por lo que sólo se estudia el comportamiento del caucho para temperatura ambiente.

Una vez descrita la instrumentación y funcionamiento del ensayo, queda definir qué ocurre durante el mismo. Se trata de un ensayo destructivo en el que una carga móvil a diferentes velocidades impacta sobre el pellet produciendo en él una deformación a lo largo de su longitud, Figura 3.8. En el proceso, se mide el valor

de la fuerza de reacción en la base de la muestra y, mediante técnicas de correlación de imagen de la cámara, el valor del desplazamiento del impactador.

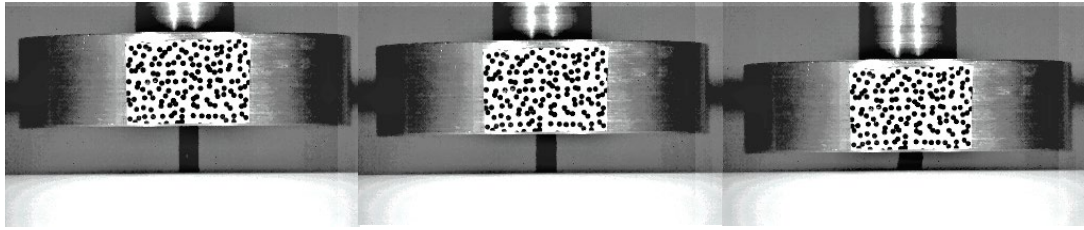


Figura 3.8: Deformación de la muestra durante un impacto.

Resulta de vital importancia conocer la velocidad durante el impacto para poder asegurar que la velocidad de deformación se mantenga constante. Así, se puede conocer las curvas tensión-deformación para distintas velocidades de deformación. Nos aseguraremos de que las inevitables variaciones de velocidad durante el ensayo son suficientemente pequeñas como para considerarlas despreciables.

Con este objetivo, se representa la posición del impactador, obtenida mediante la cámara de alta velocidad, frente al tiempo. La correlación lineal de estas gráficas nos dará la velocidad real media durante el ensayo, véase Figura 3.10

Obteniendo, de la misma forma, la velocidad de para cada posición, puede obtenerse la discrepancia entre la velocidad puntual y la velocidad media, con el resultado mostrado en la Figura 3.9

Las discrepancias, dejando de lado los instantes iniciales, están por debajo el uno por ciento. Los desajustes de los instantes iniciales son típicos en procesos de impacto, por lo que es posible afirmar que, durante el impacto, la velocidad de deformación es constante.

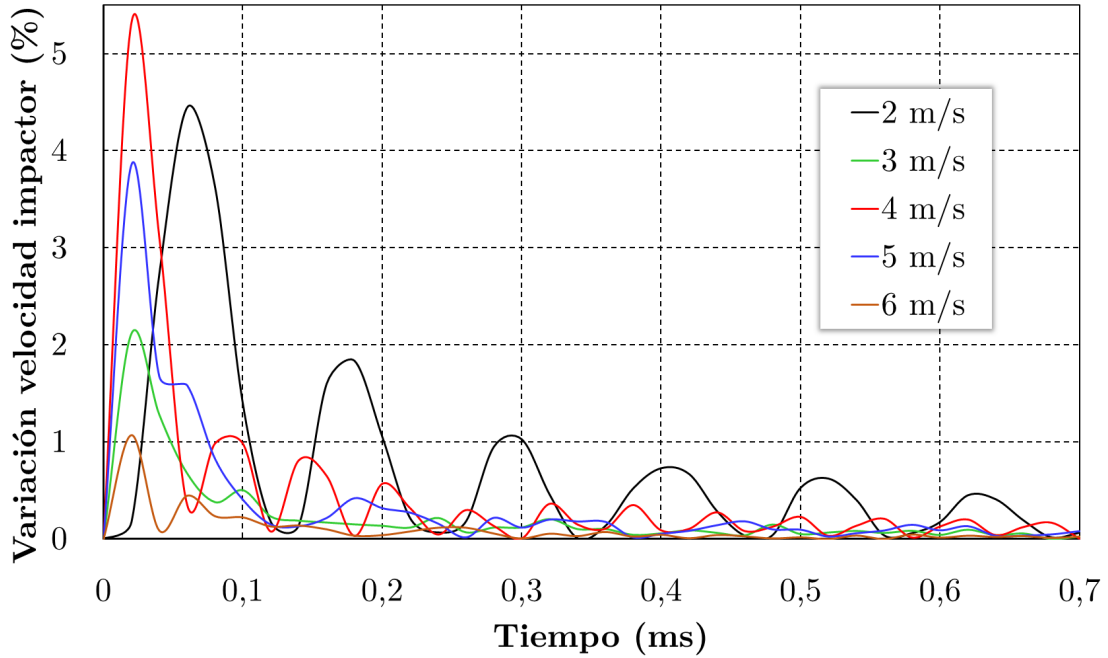


Figura 3.9: Variación de la velocidad frente al tiempo de los ensayos.

Otra forma bastante interesante de medir la variación de la deformación en el tiempo es mediante la velocidad de deformación, (3.2).

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{L(t) - L_0}{L_0} \right) = \frac{1}{L_0} \frac{dL}{dt} (t) = \frac{v(t)}{L_0} \quad (3.2)$$

Donde $\dot{\varepsilon}(t)$ es la velocidad de deformación en el tiempo, $L(t)$ la longitud de la muestra en el tiempo, L_0 la longitud inicial de la muestra y $v(t)$ es la velocidad del impactador en el tiempo. Como la velocidad del impactador se considera constante, la velocidad de deformación también lo será, por lo que no son función del tiempo en este caso concreto.

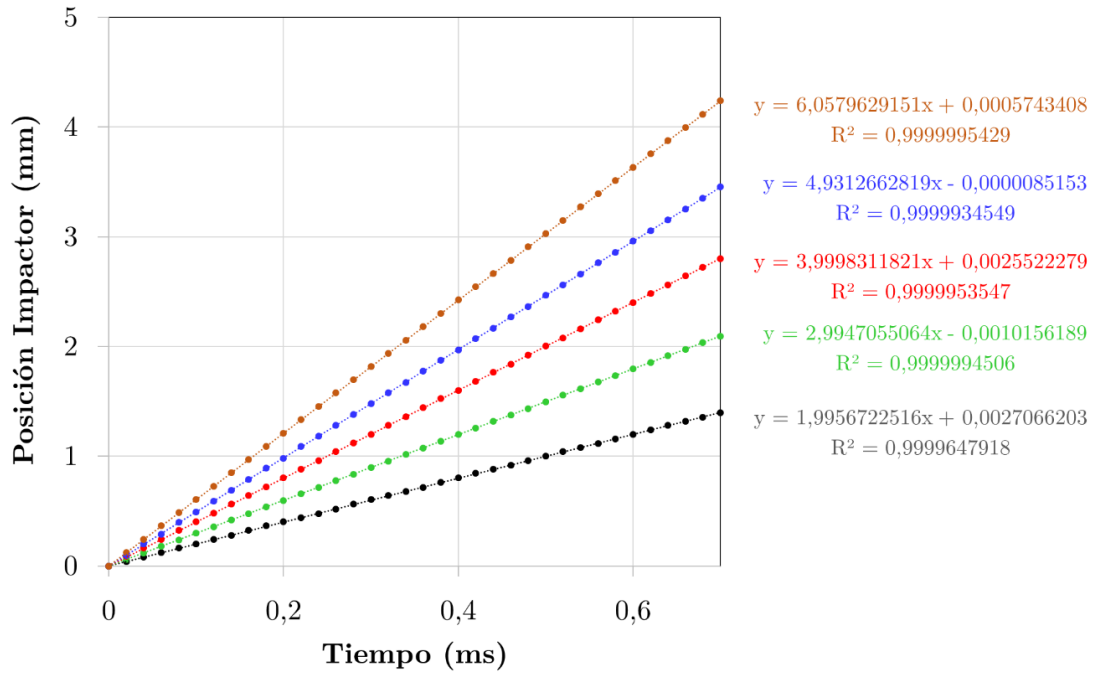


Figura 3.10: Variación de la posición frente al tiempo.

Por último, conociendo la fuerza y el desplazamiento es posible calcular las tensiones y deformaciones, respectivamente, (3.3) y (3.4).

$$s = \frac{F}{S_0} \quad (3.3)$$

$$e = \frac{L}{L_0} \quad (3.4)$$

Donde s es la tensión ingenieril, e la deformación ingenieril para compresión, S_0 la sección inicial del pellet y L_0 la longitud inicial. Las expresiones (3.3) y (3.4) se pueden transformar a tensión, σ , y deformación, ε , reales como (3.5) y (3.6).

$$\sigma = s \cdot (1 + e) \quad (3.5)$$

$$\varepsilon = \ln(1 + e) \quad (3.6)$$

3.4 Resultados experimentales

En las siguientes gráficas se muestran los resultados obtenidos de los ensayos. En ellas, se representan las curvas tensión-deformación ingenieriles calculadas mediante las ecuaciones descritas en el anterior apartado, a partir de las fuerzas y

desplazamientos adquiridos en el ensayo. Cada gráfica corresponde a una velocidad ensayada. Como se puede observar, en cada gráfica se han realizado un máximo de 10 impactos. Las razones técnicas que motivan dicha decisión son las siguientes:

- Asegurar la repetitividad del comportamiento de las muestras.
- Obtener un número suficiente de curvas que permitan conseguir una mayor precisión a la hora de generar los parámetros del modelo.
- Tener la capacidad de desechar resultados anómalos, minimizando la dispersión debida a las irregularidades de los especímenes (de las que ya se ha hablado) sin que afecten al modelo.

A continuación, se exponen los resultados del ensayo.

En la Figura 3.11 se representan los resultados a una velocidad de 2 m/s.

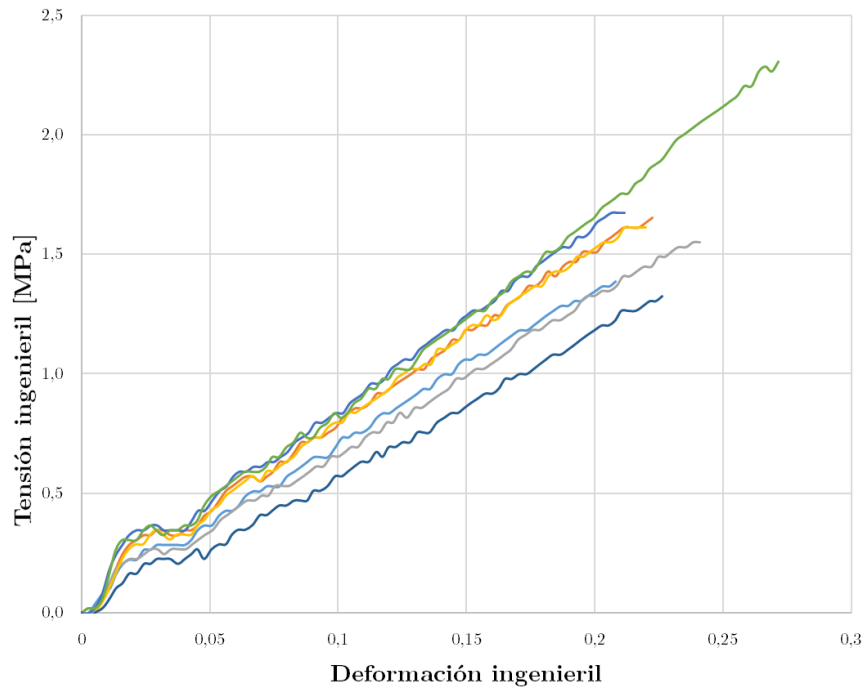


Figura 3.11: Resultados del ensayo a velocidad de 2 m/s (133/s).

En la Figura 3.12 se representan los resultados a una velocidad de 3 m/s.

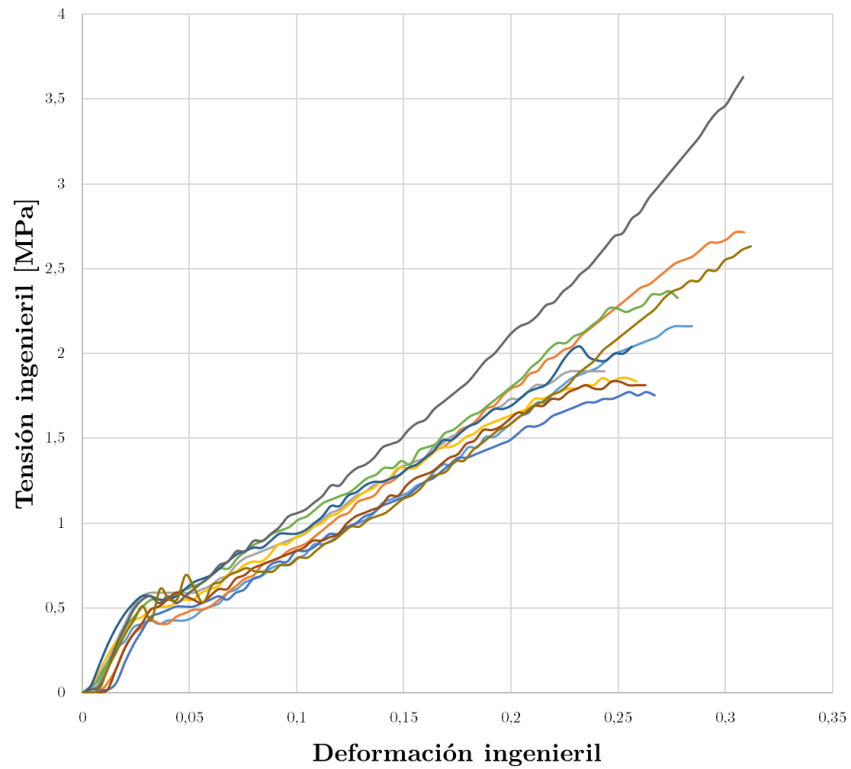


Figura 3.12: Resultados del ensayo a velocidad de 3 m/s (200/s).

En la Figura 3.13 se muestran los resultados a una velocidad de 4 m/s.

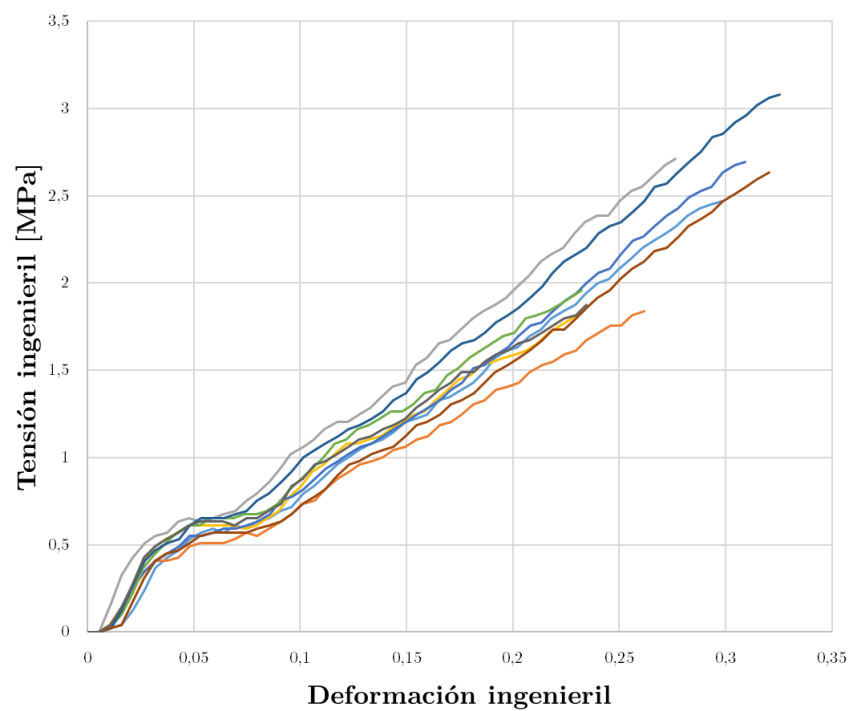


Figura 3.13: Resultados del ensayo a velocidad de 4 m/s (267/s).

En la Figura 3.14, se muestran los resultados a una velocidad de 5 m/s.

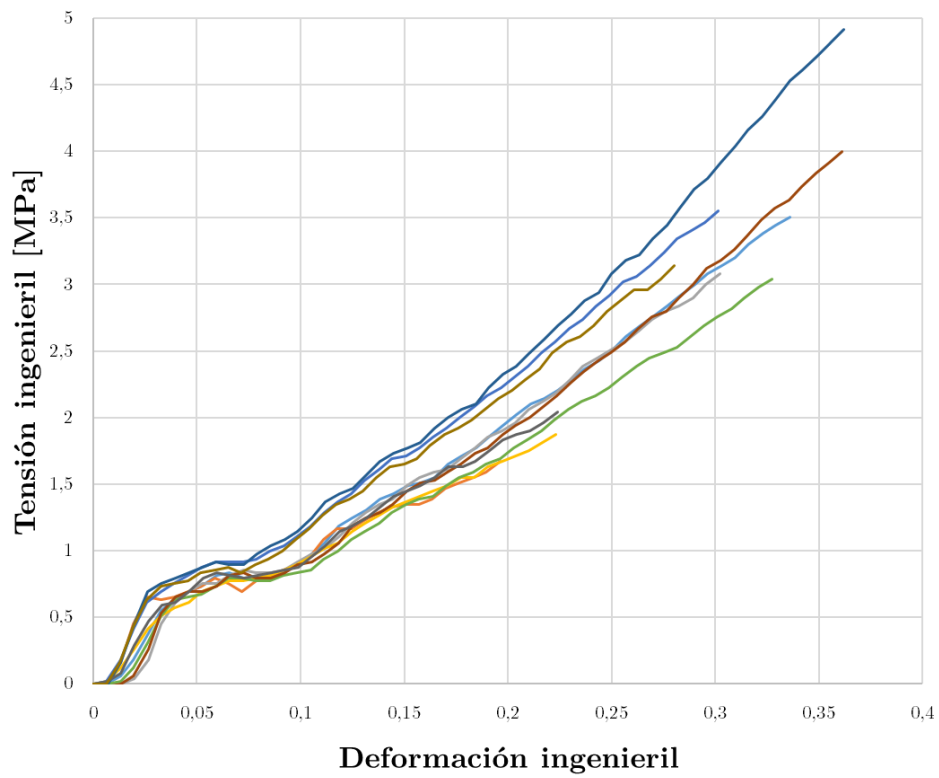


Figura 3.14: Resultados del ensayo a velocidad de 5 m/s (333/s).

En la Figura 3.15 se muestran los resultados a una velocidad de 6 m/s.

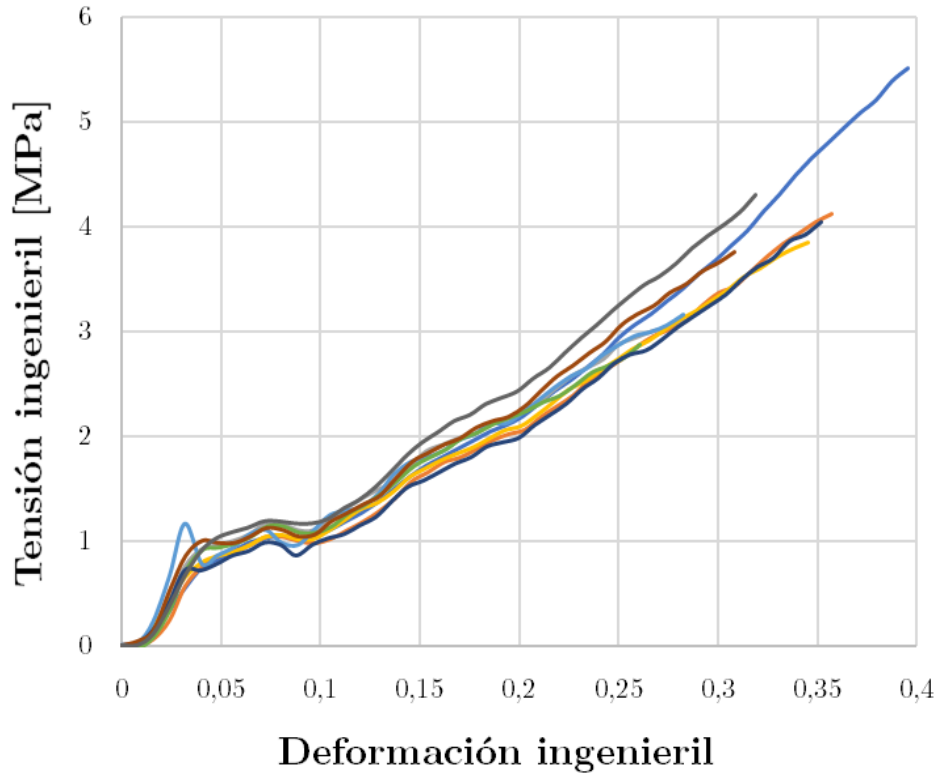


Figura 3.15: Resultados del ensayo a velocidad de 6 m/s (400/s).

Por comodidad, tanto la tensión como la deformación se han representado en valor absoluto, ya que al tratarse de compresiones el valor de la tensión y deformación son negativos.

Por un lado, conforme se aumenta la velocidad del impactor, por tanto, la velocidad de deformación, se manifiesta un incremento de las pendientes como efecto de la “rigidización” del material. Además, cuanto más baja sea la velocidad ensayada más dispersión aparece en los resultados. Este fenómeno es común en ensayos dinámicos.

Por otro lado, es posible observar que, en todos los casos, no se superan deformaciones del 40 %. Realmente, las muestras son capaces de deformarse más, sin embargo, éstas pandean y/o vuelcan, impidiendo que continúen deformándose, debido a las irregularidades del material y a la longitud de los pellets. Por este comportamiento observado, se considera que la capacidad portante de estos elementos, más allá de estos niveles de deformación, es residual y, en consecuencia, carece de interés a los propósitos de este, y posteriores, trabajos.

4. SIMULACIÓN NUMÉRICA

4.1 El problema dinámico. Dinámica explícita vs implícita.

Gracias al modelo BB es posible considerar en el análisis numérico la no linealidad del comportamiento tensión-deformación y la viscoelasticidad del caucho reciclado. Sin embargo, como ya se ha visto en el capítulo 3, las velocidades que se van a ensayar las muestras pueden causar efectos colaterales en el comportamiento del material debido a los efectos dinámicos. Es por ello por lo que en la simulación numérica no es posible prescindir de tal efecto.

Los ensayos de impacto se realizan a velocidades entre 2 y 6 m/s de manera que, además de incorporar la dependencia del tiempo en el comportamiento del material, se hace necesario introducir los efectos de inercia. En la formulación del problema, este efecto se manifiesta en la expresión (4.1), [15].

$$\mathbf{M}(\dot{\epsilon})\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{C}(\dot{\epsilon})\dot{\mathbf{D}} + \mathbf{E}(\dot{\epsilon})\mathbf{D} = \mathbf{F} \quad (4.1)$$

Donde, el punto sobre una variable indica derivada temporal, \mathbf{D} es el vector de desplazamiento de determinados puntos del sistema, denominados nodos, \mathbf{F} es el vector de fuerzas externas aplicadas, \mathbf{M} es la matriz de masas, \mathbf{C} es la matriz de amortiguamiento y \mathbf{E} la matriz de elasticidad. En el caso que nos ocupa, comportamiento viscohiperelástico, consideraremos que las matrices de masa, de amortiguamiento y elasticidad pueden ser dependientes de la velocidad de deformación.

La expresión (4.1) es la ecuación matricial de gobierno de una estructura, incluyendo los efectos dinámicos. Como ya se sabe, se trata de una ecuación de equilibrio entre las fuerzas externas aplicadas, \mathbf{F} , las fuerzas de inercia, $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}}$, las fuerzas de amortiguamiento, $\mathbf{C}\dot{\mathbf{D}}$, y las fuerzas elásticas, $\mathbf{E}\mathbf{D}$. En este sentido, el comportamiento disipativo lo desempeñará la red B del modelo BB, el comportamiento hiperelástico la red A y, en adición al modelo, la aparición de la masa y sus efectos inerciales.

El proceso de cálculo consistirá en establecer un incremento de tiempo para avanzar la solución. El campo de desplazamientos para cualquier punto del sistema, \mathbf{u} , es dependiente del tiempo y se puede expresar, a partir del vector de

desplazamiento en los nodos, \mathbf{D} , mediante el empleo de funciones de interpolación que se conocen por el nombre de funciones de forma (4.2), [15].

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{N}\mathbf{D}(t) \quad (4.2)$$

Donde \mathbf{N} son las mencionadas funciones de forma.

Una vez conocido el campo de desplazamiento, es posible calcular el campo de deformaciones a través de las ecuaciones cinemáticas, y, posteriormente, el campo de tensiones a través de las ecuaciones de comportamiento, que dependen del tipo de material estudiado.

La solución del problema dinámico consiste en resolver la ecuación (4.1), la cual es un sistema de ecuaciones en derivadas parciales espaciotemporales. Es por ello por lo que, para resolverlas mediante técnicas numéricas, se necesita discretizar el sistema en ambos sentidos, esto es, en el espacio y el tiempo. La discretización se puede realizar mediante dos métodos: implícito o explícito*. A continuación, se explica brevemente, las ventajas y desventajas de emplear un método u otro.

El método implícito se le conoce como tal ya que la respuesta estructural en un instante de tiempo, no depende solo de la información anterior a dicho instante, sino que también depende de la información del propio instante. Para resolver las ecuaciones del método se necesita recurrir a un proceso iterativo.

Los pasos temporales que se suelen tomar para este método son del orden de milisegundos; la duración total de las simulaciones, o tiempo de simulación, suele estar entre 0.1 y 10 segundos y se requiere entre cien y diez mil pasos temporales.

El método implícito se suele usar para la mayoría de simulaciones estructurales. No obstante, en casos altamente no lineales suele fallar debido a problemas de convergencia.

* Para el lector interesado en la formulación de los métodos implícito y explícito consulte [13].

El método explícito, en cambio, solamente se requiere conocer la información del paso anterior al tiempo que se está calculando. Es decir, la respuesta estructural en un instante de tiempo se puede calcular de forma explícita, por lo que no se requiere de ningún proceso iterativo. Cada paso temporal, también llamado ciclo, se resuelve de forma eficiente. Una de las características del método explícito es que el paso temporal ha de ser lo suficientemente pequeño para poder obtener una solución estable.

Al inicio de cada ciclo, se conoce tanto el desplazamiento, como la velocidad del mismo, del ciclo anterior. Con esta información se calcula la deformación y la velocidad de deformación de cada elemento. El cambio de volumen de cada elemento se puede calcular acorde a las ecuaciones de estado, actualizando la densidad. Para el cálculo de esfuerzos, se necesita la información volumétrica. Con ello, los esfuerzos de cada elemento se obtienen acorde al modelo constitutivo elegido. Posteriormente, se integran los esfuerzos sobre cada elemento, y se añaden las cargas externas para formar las cargas nodales.

Los pasos temporales típicos del método explícito suelen ser del orden de nano o microsegundos; el tiempo de simulación suele estar entre un milisegundo y un segundo, por lo que se necesitarán miles o millones de ciclos.

Este método es el idóneo para problemas de impacto a alta velocidad o problemas altamente no lineales. Para problemas de baja velocidad, donde el tiempo de simulación puede ser relativamente largo, el uso del método explícito resulta inviable, debido al excesivo coste computacional, [15].

4.2 Determinación de los parámetros del material

Cada modelo de elementos finitos aplicado a materiales hiperelásticos y viscoelásticos requiere un modelo de material calibrado basado en datos experimentales. Cada uno de estos modelos, a su vez, consta de una parte que engloba las leyes que gobiernan el comportamiento del material y un conjunto de parámetros que se incorporan a las leyes constitutivas.

Por ejemplo, un modelo de material hiperelástico requerirá, como mínimo, un ensayo de carga uniaxial para definir los parámetros del modelo. No obstante, no es necesario realizar dicho ensayo a distintas velocidades de carga, ya que esta

clase de modelos solo predice la tensión para una deformación dada independiente de la velocidad a la que se produzca. Por otro lado, para calibrar un modelo viscoelástico, sí que requiere ensayos a distintas velocidades de aplicación de la carga.

Hasta ahora, este trabajo se ha centrado en desarrollar modelos constitutivos adecuados para las características que muestra el caucho reciclado en cuestión. En este capítulo se introducirá brevemente la teoría detrás de la extracción de parámetros del material y se analizarán técnicas de obtención de dichos parámetros para modelos avanzados como el de BB.

4.2.1 Técnica empleada

Para iniciar la extracción de parámetros de un material como el caucho de NFU, las técnicas empleadas requieren de una estimación inicial de los mismos. Esta suposición no suele estar cerca de los valores óptimos, y la estimación de estos valores suelen ser difíciles de conocer. Normalmente se introducen a partir de otros estudios de materiales con propiedades similares. En la Figura 4.1, se muestra un proceso típico de obtención de parámetros de un modelo constitutivo.

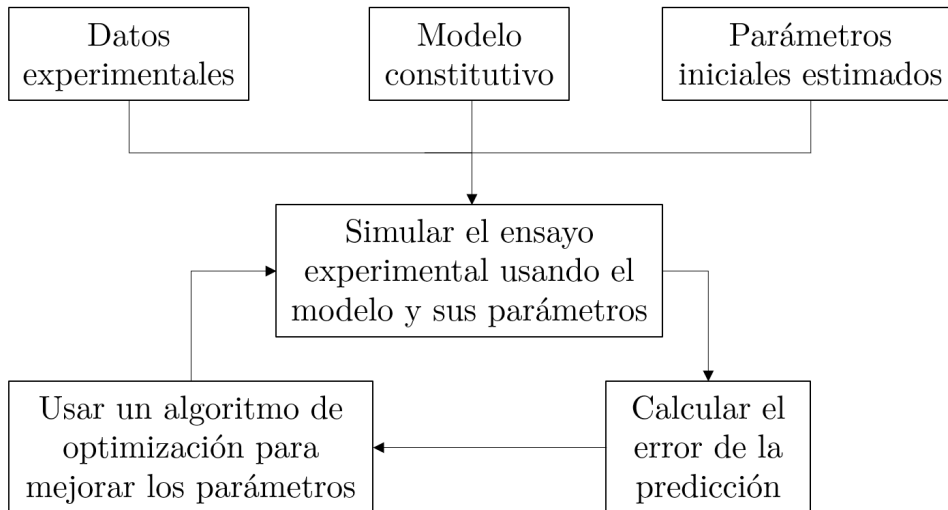


Figura 4.1: Diagrama de flujo para la extracción de parámetros.

Como se observa en la Figura 4.1, las predicciones del modelo se comparan con los resultados experimentales y la diferencia se usa para calcular el valor del error de la predicción. Finalmente, un algoritmo numérico de minimización se

emplea para determinar la nueva estimación de los parámetros y el procedimiento se repite hasta que no es posible encontrar un resultado con menor error. Este procedimiento se puede expresar matemáticamente como (4.3), [6].

$$\min_{\boldsymbol{\xi}} \sum_{i=1}^N f(\mathbf{M}^i(\boldsymbol{\xi}) - \mathbf{E}^i) \quad (4.3)$$

Donde $\boldsymbol{\xi}$ es el vector de los parámetros del material a optimizar, N es el número de ensayos experimentales, $f(\cdot)$ es la función para calcular el valor del error en la predicción, $\mathbf{M}^i(\boldsymbol{\xi})$ es la predicción del modelo y \mathbf{E}^i es el valor de los datos experimentales. Tanto $\mathbf{M}^i(\boldsymbol{\xi})$ como \mathbf{E}^i son vectores de tensión o deformación. Este tipo de formulación es denominada problema de programación no lineal.

Para resolver el problema por medio de esta técnica es necesario:

- Establecer valores adecuados de parámetros iniciales.
- Elegir una función adecuada para medir el error.
- Un algoritmo de optimización de los parámetros.

4.2.2 Aproximación inicial

Encontrar una buena aproximación de los parámetros iniciales es vital para asegurar el correcto funcionamiento de los algoritmos de optimización. Unos parámetros iniciales muy diferentes de los valores óptimos pueden causar que el algoritmo se quede estancado en un indeseable mínimo local de su función y la solución final que ofrece el modelo no convergería a la obtenida experimentalmente. Los dos métodos para obtener primeras aproximaciones de los parámetros son:

- Método de Monte Carlo, basado en la restricción de los valores de los parámetros en un determinado intervalo predefinido. Luego, para cada parámetro, se genera un valor aleatorio en el rango especificado. Este conjunto de parámetros se evalúa usando una función de medición de error y se repite un número determinado de veces guardando el valor de los parámetros que hagan la predicción lo más semejante a los datos experimentales, [16].

- Conocimiento anterior de materiales similares, que resulta la mejor forma de conseguir primeras aproximaciones además de ahorrar coste computacional.

4.2.3 Funciones para medir el error

Una vez empleado el modelo del material para obtener la simulación, el siguiente paso es evaluar la magnitud del error comparando con los datos experimentales. Este error de la predicción se puede expresar en términos de tensión (4.4) o de deformación (4.5), [6].

$$error = f(\boldsymbol{\sigma}^{pred} - \boldsymbol{\sigma}^{exp}) \quad (4.4)$$

$$error = f(\boldsymbol{\varepsilon}^{pred} - \boldsymbol{\varepsilon}^{exp}) \quad (4.5)$$

Donde $\boldsymbol{\sigma}^{pred}$ y $\boldsymbol{\varepsilon}^{pred}$ son el vector tensión y deformación predichos, respectivamente; y $\boldsymbol{\sigma}^{exp}$ y $\boldsymbol{\varepsilon}^{exp}$ el vector tensión y deformación, respectivamente, obtenido experimentalmente. La función $f(\cdot)$, ya mencionada en la expresión (4.3) corresponde a la función para calcular el error. Esta puede tomar diferentes expresiones:

- Diferencia cuadrática media normalizada, (4.6).

$$f(\mathbf{y}^{pred}, \mathbf{y}^{exp}) = \frac{\sqrt{\langle (\mathbf{y}^{pred} - \mathbf{y}^{exp})^2 \rangle}}{\sqrt{\langle (\mathbf{y}^{exp})^2 \rangle}} \quad (4.6)$$

Donde $\langle \cdot \rangle$ representa la media aritmética, \mathbf{y}^{exp} e \mathbf{y}^{pred} son los vectores de deformación o tensión experimentales y predichos, respectivamente, en función de si se quiere controlar el desplazamiento o la carga aplicada.

- Diferencia absoluta media normalizada, (4.7).

$$f(\mathbf{y}^{pred}, \mathbf{y}^{exp}) = \frac{\langle |\mathbf{y}^{pred} - \mathbf{y}^{exp}| \rangle}{\langle |\mathbf{y}^{exp}| \rangle} \quad (4.7)$$

- Coeficiente de determinación, R^2 , (4.8).

$$f(\mathbf{y}^{pred}, \mathbf{y}^{exp}) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\mathbf{y}^{pred} - \mathbf{y}^{exp})^2}{\sum_{i=1}^n (\mathbf{y}^{exp} - \langle \mathbf{y}^{pred} \rangle)^2} \quad (4.8)$$

Este último es el que se va a emplear en el trabajo para determinar el grado de exactitud de la predicción.

4.2.4 Algoritmo de extracción de parámetros

Una vez cuantificado el error cometido en la aproximación, es hora de generar nuevos valores de los parámetros. Existen distintos métodos para lograr una mejor aproximación como algoritmos genéticos o el método Powell, [17]. La opción por la que se ha optado finalmente es la que ofrece el software comercial MCalibration® en el que queda de forma completamente integrada la técnica de obtención de parámetros descrita en este capítulo, véase [18] para la formulación de la calibración.

4.2.5 Parámetros del modelo

La obtención de los parámetros se realiza por medio del software MCalibration®. Para ello, se introducen todos los resultados experimentales en el programa, la densidad del material ($\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$), el módulo de Poisson ($\nu = 0.4999$) y se elige el modelo BB cuyos parámetros se desean optimizar. Aunque se trata de un material incompresible, el valor del módulo de Poisson no es 0.5, ya que el modelo numérico muestra incompatibilidades en el cálculo.

La estrategia que se va a seguir para seleccionar los parámetros adecuados es la siguiente: se calculan los parámetros del modelo con todas las curvas obtenidas de cada ensayo a distintas velocidades, se anotan sus valores y se compara el error de la predicción, es lo que se ha denominado *calibración 1*. A continuación, se repite la operación, esta vez con un resultado experimental representativo de cada ensayo, *calibración 2*.

Este procedimiento permite tener distintas calibraciones del material con los mismos resultados de laboratorio. De esta forma, cuando se calcule la solución del modelo numérico, se podrá comparar con los resultados de los ensayos. Así, se analizarán la precisión de las calibraciones y se descartarán aquellas que difieran del ensayo real. En la Tabla 4.1 se muestran los valores del modelo en los dos casos anteriormente mencionados.

Tabla 4.1: Calibraciones de los parámetros del modelo.

Parámetros	Calibración 1	Calibración 2
μ [MPa]	0.032913	0.241191
N	21*	21.8362
κ [MPa]	5201.12	9341.01
GV	5.77082	3.09873
NV	21*	21.8577
C	-0.260519	-0.533679
γ_0	9.86843	1.00123
m	1.26563	1.98413
$\hat{\tau}_{cut}$	0.043252	0.19269
R^2	0.903	0.827

En la Tabla 4.1, la calibración 1 corresponde a los parámetros evaluando todos los resultados experimentales y, la calibración 2, un resultado por cada velocidad ensayada. Como se observa en la tabla anterior, algunas constantes no son iguales a las que aparecen en el modelo BB, puesto que han sido adaptados a los parámetros de entrada del LS-Dyna para ser exportados.

En la elección de las curvas para la calibración 2 se ha tenido en cuenta aquellas en las que muestran una clara tendencia en conjunto para cada velocidad. De esta manera se descartan los resultados más dispares a la tendencia general.

En las siguientes figuras se muestra una comparativa de los ensayos reales y las predicciones del modelo con los parámetros optimizados. En la Figura 4.2 parece que el programa no ha sido capaz de generar predicciones para determinadas velocidades. Realmente sí lo ha hecho. Lo que ocurre, en realidad, es que hay ensayos que se producen exactamente a la misma velocidad de deformación y el software descarta la predicción de la curva más alejada en relación al resto. Por simplicidad, la Figura 4.2 carece de leyenda para una mejor lectura de los datos representados. En la Figura 4.3 sí que es posible apreciar la disposición de la predicción y el ensayo real debido al menor número de gráficas representadas.

* Se ha modificado estos valores, puesto que en la calibración eran inferiores a 20 y esto causa problemas de convergencia en el modelo 3D, según se explica en el software de MCalibration.

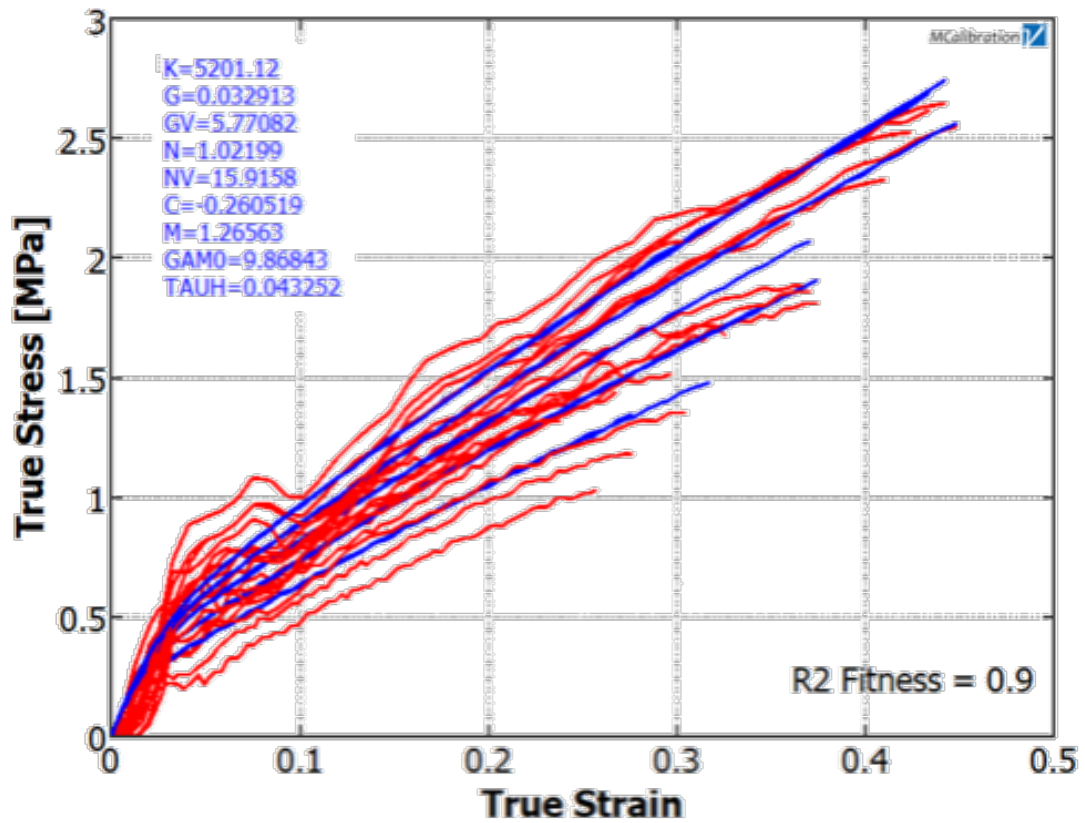


Figura 4.2: Predicciones, en azul, y curvas de los ensayos, en rojo, para la calibración 1.

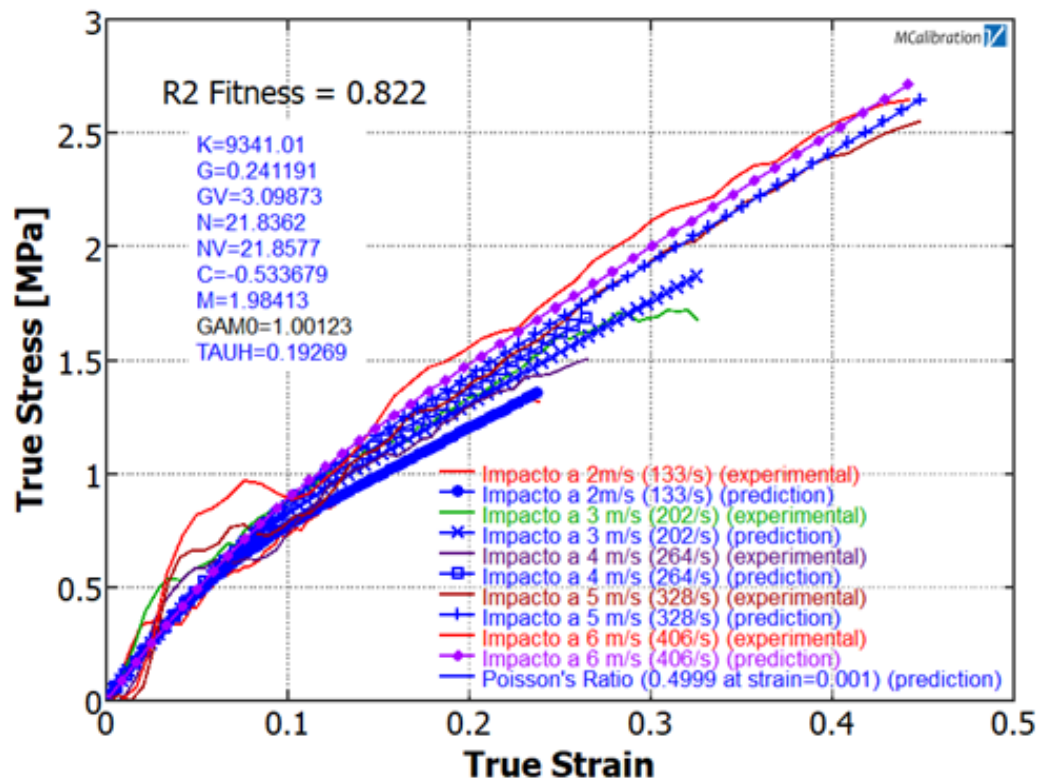


Figura 4.3: Predicciones, en azul, y curvas de los ensayos, en rojo, para la calibración 2.

4.3 Implementación del modelo en ANSYS® y LS-Dyna®

Con los parámetros calculados y optimizados en MCalibration® del modelo BB a partir de los resultados experimentales, se está en disposición de introducirlos en un modelo numérico basado en la dinámica explícita por los motivos expuestos en el apartado 4.1. Para ello, se emplearán dos programas comerciales de elementos finitos: ANSYS® y LS-Dyna®.

Cada programa desempeñará una parte de la simulación. Por un lado, en ANSYS®, se elaborará todo el contenido relacionado con el preprocesador como es el modelado geométrico, el tiempo de simulación, las cargas aplicadas, las condiciones iniciales y las de contorno. Por otro lado, LS-Dyna® se usará como post-procesador para calcular la solución del problema y la extracción de resultados. Este último se apoyará en otro software llamado PolyUMod® que es el encargado de procesar el modelo BB, ya que en el paquete LS-Dyna® no está incluido.

4.3.1 Modelado geométrico y consideraciones previas

Se pretende recrear la geometría real del ensayo a través de ANSYS® *Design Modeler*. La geometría se caracteriza por la simetría de revolución del pellet y del impactor. Esto permite reproducirla en un modelo 2D axisimétrico respecto al eje Y, como se muestra en la Figura 4.4.

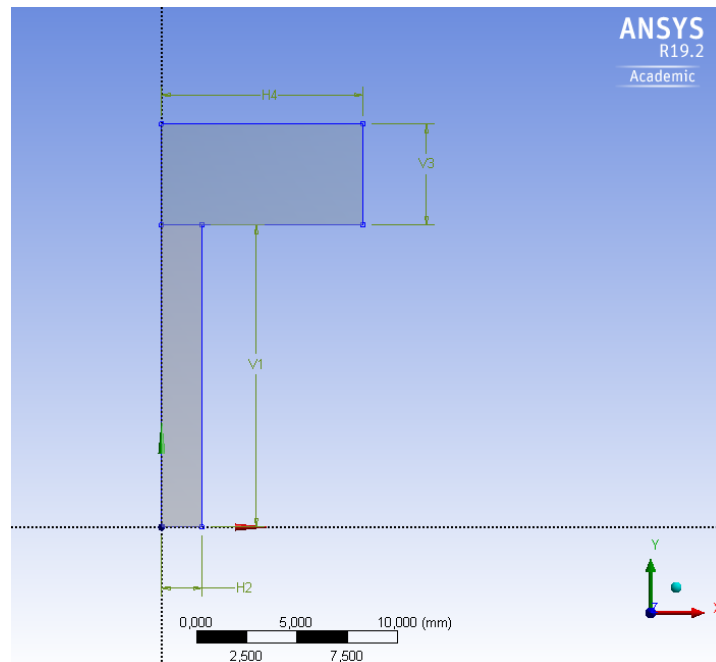


Figura 4.4: Diseño geométrico en el módulo *Design Modeler*.

Gracias a esta simplificación, se podrá ahorrar costes de computación en relación a una geometría tridimensional. Las dimensiones del modelo se encuentran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Dimensiones del modelo 2D.

	Pellet	Impactor
Radio (mm)	2	10
Longitud (mm)	15	5

Otra simplificación observable en la Figura 4.4 es la dimensión del impactor. A diferencia del pellet, el impactor ha sido modificado a un tamaño del mismo orden de magnitud de la muestra de caucho. Con esto se consigue reducir el coste computacional, al contar con menos elementos y, como subproducto, un mejor aspecto visual a la hora de mostrar los resultados.

Modificar la geometría del impactor conlleva el aumento de la densidad del material del que está compuesto para que tenga un comportamiento dinámico equivalente a las dimensiones reales del ensayo. El resto de parámetros del material no son relevantes en este análisis. La densidad se ha modificado conservando la masa de 2398 g y variando el volumen de la pieza, como se muestra en la (4.9).

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\pi r^2 L} = \frac{2.398 \text{ kg}}{\pi \cdot 10^2 \cdot 5 \text{ mm}^3} \frac{1 \text{ mm}^3}{10^{-9} \text{ m}^3} = 1.5266 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (4.9)$$

Con esto ya queda definido el modelo para la simulación numérica.

4.3.2 Cargas, condiciones de iniciales y de contorno

A continuación, se introducen las cargas y restricciones que existen en el ensayo.

En primer lugar, al tratarse de caída libre, se programa la velocidad inicial y la aceleración de la gravedad. La velocidad inicial se aplica al impactor, mientras que la gravedad actúa en todo el sistema pellet-impactor. Dicha velocidad adquirirá el valor que se mide justo antes de producirse el golpe en el ensayo real.

En segundo lugar, la base sobre la que reposa la muestra constituye un movimiento impedido en el eje vertical, por lo que se restringe el movimiento de la superficie inferior del pellet simulando su apoyo.

En último lugar, se establecen las condiciones de las superficies de contacto. Se ha decidido eliminar la fricción entre las caras en contacto del impactor y la muestra. Con esta configuración, la presión normal es igual a cero si se produce la separación. Por tanto, la solución no es lineal porque el área de contacto puede cambiar a medida que se aplica la carga, tal y como ocurre en la realidad. Se supone un coeficiente de fricción cero, lo que permite el deslizamiento libre.

4.3.3 Análisis de convergencia de malla

En este apartado se pretende realizar un estudio de convergencia y sensibilidad de la malla. Al tratarse de un problema dinámico, existen un tamaño espacial y otro temporal. En este caso, se estudiará cómo afecta la variación del tamaño de malla espacial manteniendo un incremento temporal automático.

Para ello, se ha parametrizado el tamaño de malla del espécimen variándola entre 2 y 0.2 mm. Dado que este análisis se ha desarrollado previamente a la obtención de los parámetros del modelo BB, se ha empleado un material hipere-lástico similar al caucho obtenido de la literatura [15]. El modelo usado del material es el hipere-lástico de Ogden cuyo comportamiento se ha explicado en el capítulo 2 dedicado a los fundamentos teóricos.

Teniendo en cuenta la geometría, las condiciones iniciales y de contorno descritas en los dos apartados anteriores, se ha simulado el impacto a 3 m/s hasta alcanzar una deformación del 50 %, superior a la deformación máxima, del 40%, que se da por buena en los ensayos para dejar fuera los efectos que aportan ruido a los resultados, como pandeo y otros, como ya se indicó en el apartado 3.2. A continuación, en la Figura 4.5 se representan los resultados a esa velocidad variando el tamaño de la malla, mostrando la fuerza de reacción en el eje vertical en la base frente al tiempo.

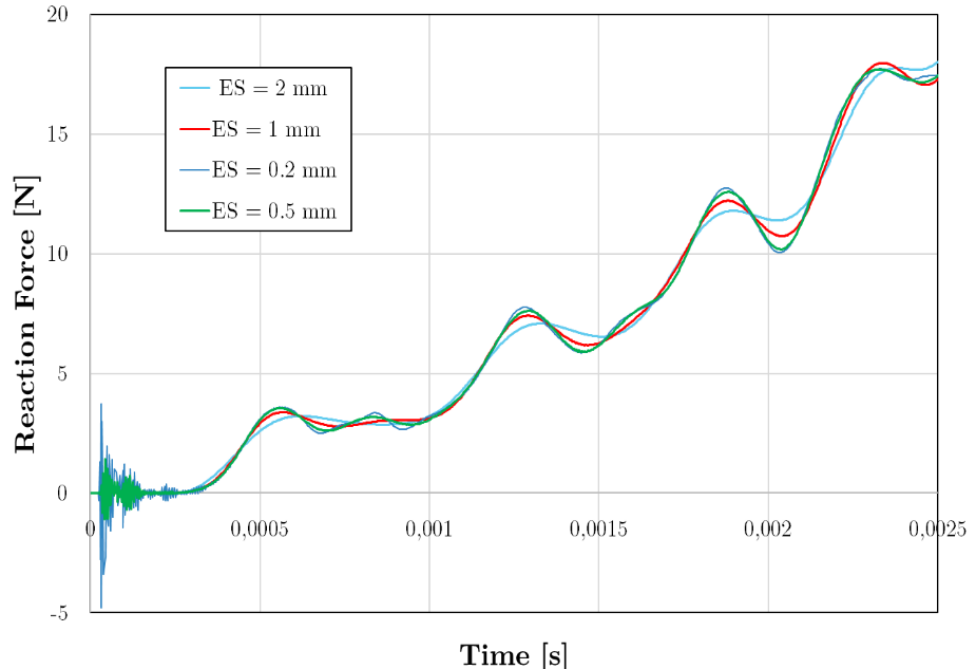


Figura 4.5: Análisis de convergencia de malla: reacción en la base del pellet frente al tiempo para diferentes tamaños de elemento, identificado en la gráfica por ES.

Es posible observar una clara tendencia común para todos los tamaños de malla. Sin embargo, conforme se disminuye este tamaño, se aprecia una respuesta ondulatoria en el contacto inicial. Estas ondulaciones son consecuencia de los efectos dinámicos. Para tamaños de malla mayores, la respuesta de la fuerza de reacción pierde sensibilidad y la curva se suaviza en los picos de fuerza y perdiendo así dicha ondulación inicial.

Esta pérdida de información al principio del impacto no es relevante al tratarse de un fenómeno de muy alta frecuencia que escapa de los medios experimentales disponibles e, incluso, de la gran mayoría de los sistemas de adquisición que ofrece el mercado. Por otra parte, se estima que la energía disipada en esta parte del impacto es despreciable frente a la energía total disipada.

Por lo expuesto, se puede concluir que para un tamaño de malla del orden de 0.1 mm se está adquiriendo resultados lo suficientemente precisos para continuar con el análisis numérico.

Las limitaciones sobrevenidas impuestas por el uso del programa MCalibration®, para la obtención de los parámetros que definen el comportamiento del material, han obligado a usar el programa LS-Dyna® para el análisis del impacto,

en contra de la idea inicial de continuar con el uso de ANSYS® en todo el trabajo. Como consecuencia, se ha tenido que abandonar, igualmente, la idea inicial del analizar el problema haciendo uso de la simetría de revolución, ya que con LS-Dyna® se imponía la definición completa de la geometría lo que ha aumentado los tiempos de computación de una forma considerable, así como los riesgos de inestabilidades numéricas que den lugar a problemas de convergencia, especialmente esperables de un problema tan fuertemente no lineal como el que se está analizando.

No obstante, en base al estudio anterior, se ha decidido mantener el tamaño de malla de la muestra de 0.2 mm y se ha tenido especial cuidado en afinar dicho tamaño en la zona de contacto entre el impactor y pellet. Sería conveniente que, para futuras continuaciones del trabajo, se realizara un estudio de malla con mayor profundidad y analizar cuál sería el tamaño y la forma de la malla más adecuada.

4.4 Resultados numéricos

Para comparar los resultados numéricos con los datos experimentales se opta, como no puede ser de otra manera, por extraer los mismos valores que en el ensayo: la fuerza de reacción producida en la base y el desplazamiento del impactor y representarlos sobre los resultados experimentales.

En la Figura 4.6 se observa cómo se deforma el espécimen durante la simulación del ensayo en 3D en LS-Dyna®.

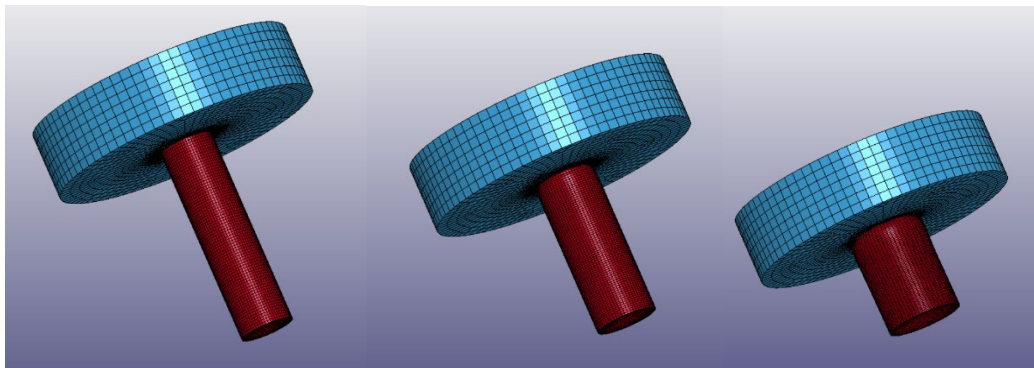


Figura 4.6: Impacto mediante simulación en 3D en LS-Dyna®.

A continuación, se muestra una comparativa de las primeras simulaciones obtenidas para las calibraciones 1 y 2 frente a los resultados experimentales.

En la Figura 4.7 se muestran los resultados obtenidos para una velocidad de deformación de 133.33 s^{-1} ($v = 2 \text{ m/s}$).

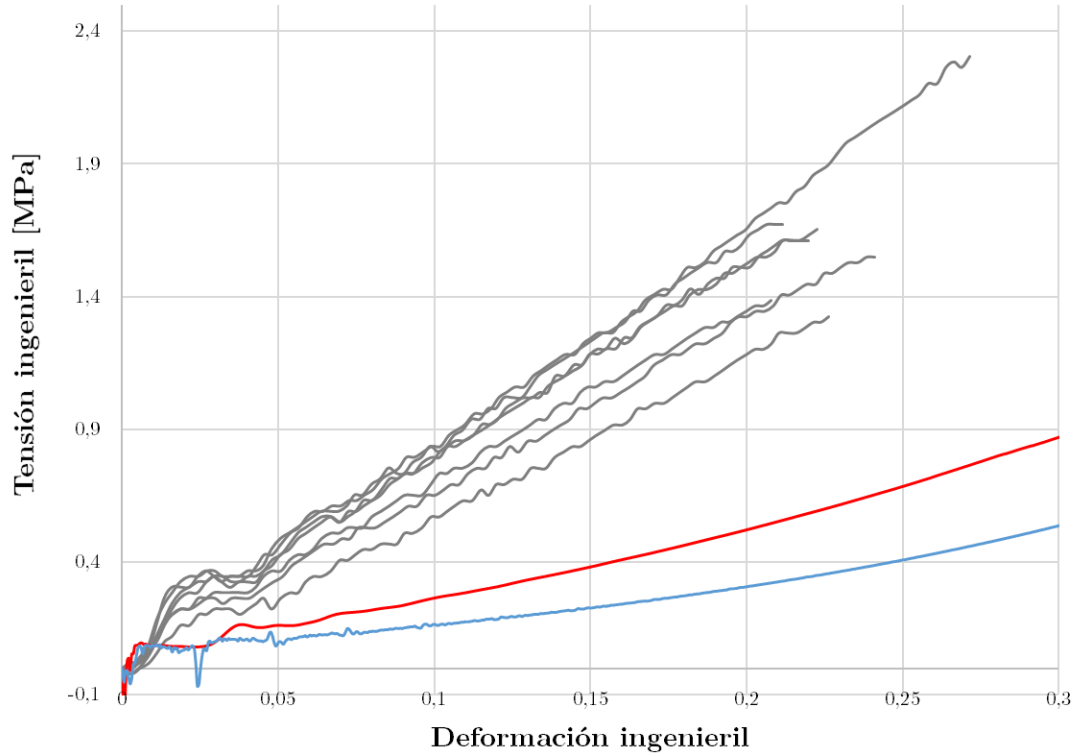


Figura 4.7: Resultados numéricos (azul la calibración 1 y en rojo la calibración 2) vs resultados experimentales a $\dot{\epsilon} = 133.33 \text{ s}^{-1}$ ($v = 2 \text{ m/s}$).

En la Figura 4.8 se muestran los resultados obtenidos para una velocidad de deformación de 200 s^{-1} ($v = 3 \text{ m/s}$).

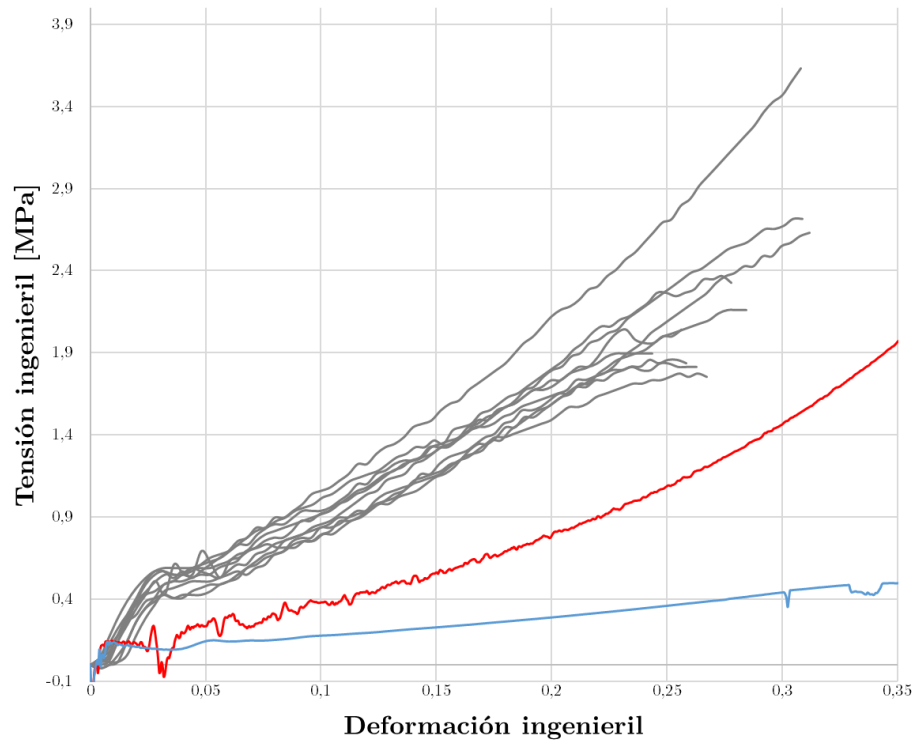


Figura 4.8: Resultados numéricos (azul la calibración 1 y en rojo la calibración 2) vs resultados experimentales a $\dot{\epsilon} = 200 \text{ s}^{-1}$ ($v = 3 \text{ m/s}$).

En la Figura 4.9 se muestran los resultados obtenidos para una velocidad de deformación de 266.67 s^{-1} ($v = 4 \text{ m/s}$).

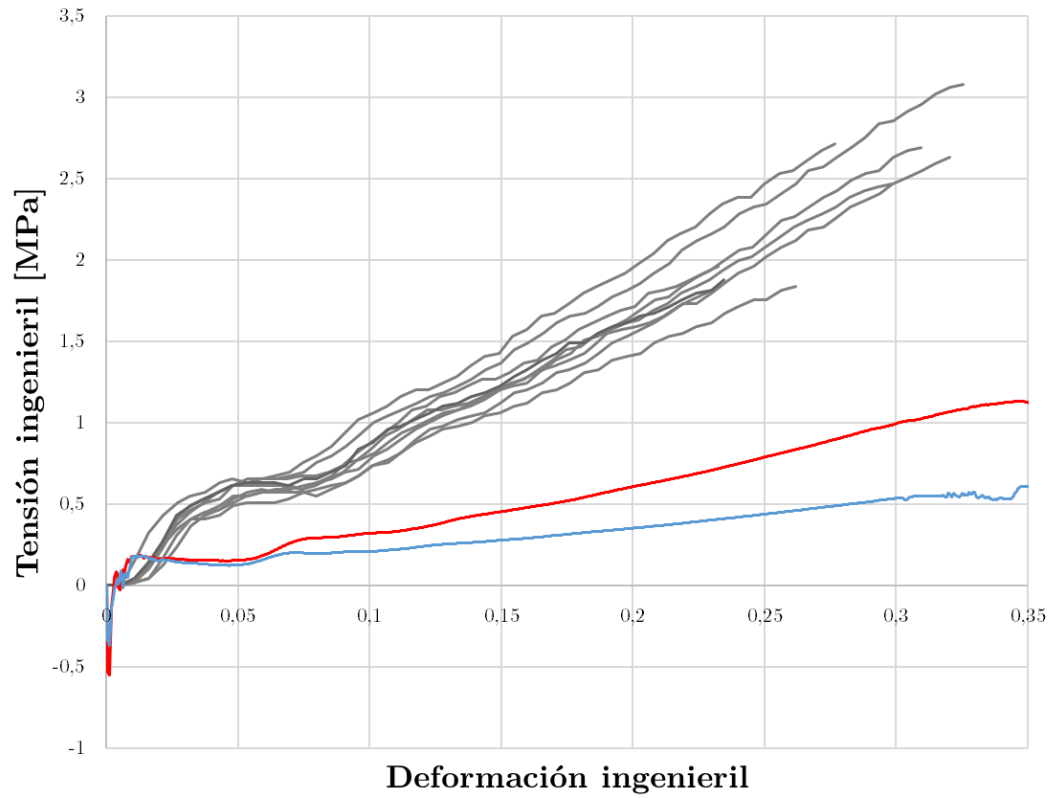


Figura 4.9: Resultados numéricos (azul la calibración 1 y en rojo la calibración 2) vs resultados experimentales a $\dot{\epsilon} = 266.67 \text{ s}^{-1}$ ($v = 4 \text{ m/s}$).

En la Figura 4.10 se muestran los resultados obtenidos para una velocidad de deformación de 333.33 s^{-1} ($v = 5 \text{ m/s}$).

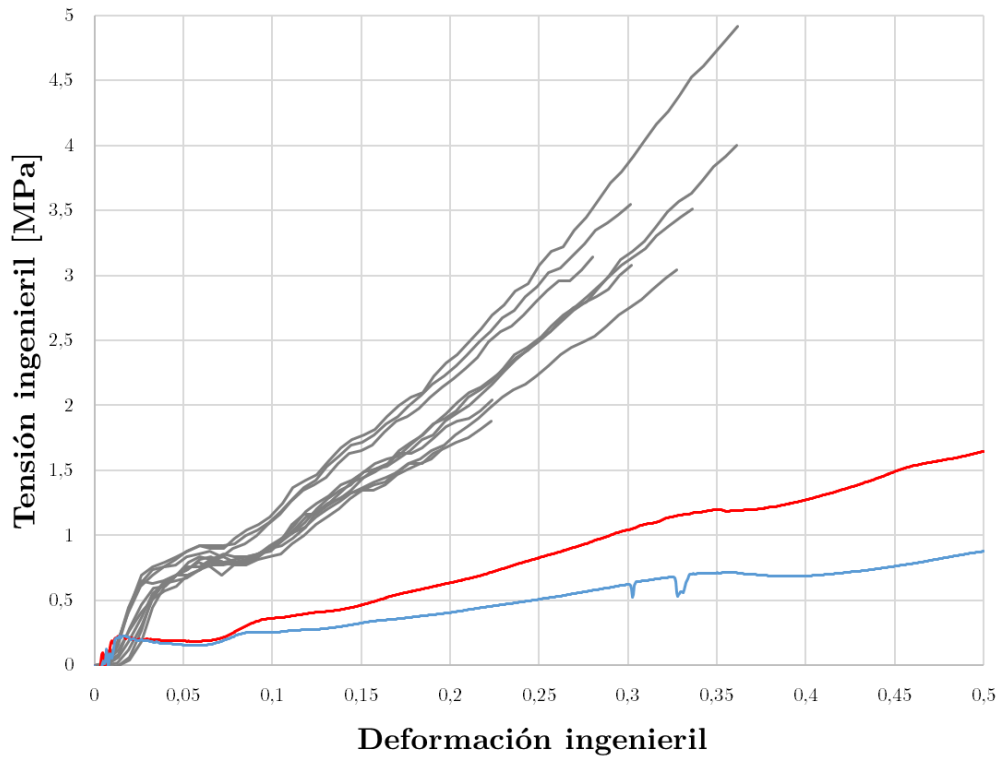


Figura 4.10: Resultados numéricos (azul la calibración 1 y en rojo la calibración 2) vs resultados experimentales a $\dot{\epsilon} = 333.33 \text{ s}^{-1}$ ($v = 5 \text{ m/s}$).

En la Figura 4.11 se muestran los resultados obtenidos para una velocidad de deformación de 400 s^{-1} ($v = 6 \text{ m/s}$).

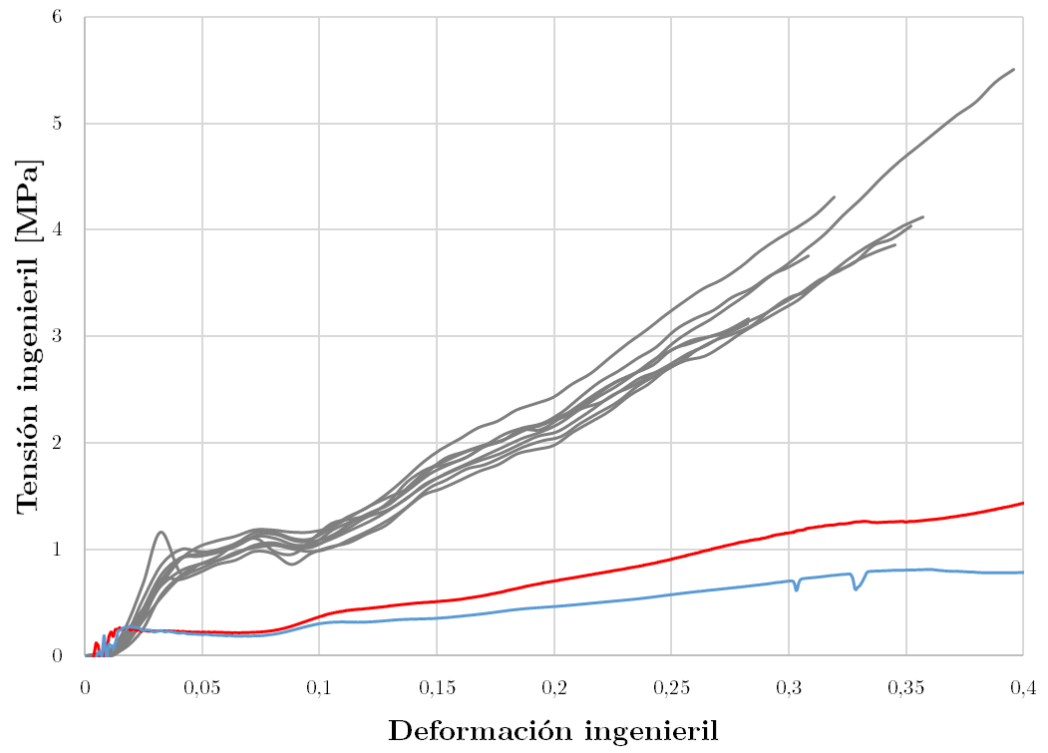


Figura 4.11: Resultados numéricos (azul la calibración 1 y en rojo la calibración 2) vs resultados experimentales a $\dot{\epsilon} = 400 \text{ s}^{-1}$ ($v = 6 \text{ m/s}$).

5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 Conclusiones

A la vista de los resultados obtenidos en el análisis numérico en comparación con los resultados experimentales podemos concluir lo siguiente:

Pese a obtener unos buenos resultados en la calibración de los parámetros de las leyes de comportamiento del material, en base al coeficiente de regresión, la correlación entre la simulación numérica y los resultados experimentales está aún lejos de poder ser considerada aceptable.

No es menos cierto que existen datos que indican que se está trabajando en la dirección adecuada. Así, los resultados de la simulación indican un “rigidización” con la velocidad de deformación que verifica el comportamiento obtenido al variar la velocidad de deformación del ensayo.

La tendencia numérica de las curvas tensión-deformación es semejante a los resultados experimentales. Si bien, se puede apreciar una lectura de tensión sensiblemente inferior a la obtenida experimentalmente.

Como aspecto negativo, en el estado actual de las cosas, se observa que la tendencia rigidizadora del modelo numérico es menos acusada, i.e., más alejada de los resultados experimentales a medida, que aumenta la velocidad del impacto. Lo que sugiere la necesidad de realizar un estudio exhaustivo de la sensibilidad de los resultados numéricos frente a los parámetros del modelo.

Observando la tabla 4.1 en la que se presentan los parámetros del modelo obtenidos a partir de un solo ensayo y de la totalidad de los realizados, se observa como, por ejemplo, el parámetro κ , que para un material con coeficiente de Poisson del orden de 0.5, como es el caso, debería de ser muy grande, es significativamente menor cuando se ha calibrado el material con mayor número de ensayos, que es un comportamiento contrario al que cabría esperar. Esto hace suponer en una calibración errónea del material a partir de los resultados experimentales o, incluso, en la necesidad de replantearse el modelo de material.

El hecho, mostrado en las gráficas experimentales, en las que especímenes sometidos al mismo ensayo dan lugar a resultados significativamente diferentes permite presumir que esta dispersión esté produciendo alguna anomalía en la determinación de alguno de los parámetros del modelo y, con ello resultados alejados de los reales.

5.2 Trabajos futuros

El trabajo reflejado en este documento se ha centrado en poner las bases para la caracterización del modelo del material obtenido, mediante el reciclado de NFU, a partir de un ensayo de impacto a compresión, utilizando diferentes velocidades de impacto.

Establecidas las bases y con el convencimiento de estar en la buena dirección, pero habida cuenta de la obtención de unos resultados poco satisfactorios, se hace necesario establecer la dirección de los trabajos inmediatos, que han de continuar a éste, para conseguir que el modelo numérico sea capaz de reproducir los resultados experimentales.

Se ha indicado que el modelo utilizado con LS-Dyna® se ha implementado desde un modelo inicial de ANSYS®. Dado que los algoritmos de resolución de ambos programas son diferentes cabe plantearse si el propio modelo podrá afectar la solución. Aunque no son de esperar variaciones drásticas al variar parámetros del modelo como tamaño y/o tipo de elemento, no debe dejar de explorarse este camino.

Por razones obvias, más probable es la variación del resultado de la simulación con la variación de los parámetros del modelo. No obstante, estamos ante un modelo con un importante número de parámetros, 8, lo que hace del análisis de sensibilidad un trabajo extenso, especialmente por los tiempos de computación para la resolución de cada caso, y de una dificultad elevada. En cualquier caso, éste parece el camino más inmediato por el que continuar hasta conseguir que la simulación reproduzca el comportamiento observado.

Como se indicaba al principio de este documento, éste establece los primeros pasos, así como los resultados preliminares de un ambicioso proyecto comprometido con el desarrollo sostenible y el medioambiente, dispuesto a disminuir el riesgo de lesiones en accidentes de tráfico.

Una vez que se haya conseguido un modelo numérico capaz de reproducir fielmente los resultados experimentales, será es el momento de ir un paso más lejos: analizar su implementación en guardarraíles. Será necesario realizar simulaciones numéricas más complejas que predigan el comportamiento de un conjunto de pellets dentro de una matriz. Esto conllevará la inclusión de resinas ligantes para mantener la unión de los pellets en dicho guardarraíl, por lo que entrará en juego el estudio de la dualidad caucho-resina. Con ello se perseguirá una simulación más precisa y fiel a la realidad y se estará más cerca de confirmar si existe una mejora respecto a los sistemas de contención de vehículos convencionales.

Con este avance se cerraría el ciclo de la investigación para temperatura ambiente. Posteriormente, se tratará de repetir el mismo procedimiento haciendo variar la temperatura del material y considerar la degradación que sufriría en condiciones climatológicas propias de las carreteras (influencia de la humedad, radiación solar, etc.).

Bibliografía

- [1] ETRMA, «End-of-life Tyre Report,» 2015.
- [2] CEDEX, «Manual de Empleo de Caucho de NFU en Mezclas Bituminosas,» 2007.
- [3] K. J. Bathe, «Finite Element Procedures,» Prentice Hall, 2006.
- [4] R. M. Hackett, *Hyperelasticity Primer*, Mississippi: Springer, 2016.
- [5] M. Latorre Ferrús, Tesis Métodos computacionales para viscohiperelasticidad anisótropa en grandes deformaciones, Madrid, 2015.
- [6] J. Bergstrom, *Mechanics of Solid Polymers*, Elsevier, 2015.
- [7] M. Shahzad, «Mechanical Characterization and FE Modelling of a Hyperelastic Material,» *SciELO*, 2015.
- [8] D. Gutierrez-Lemini, *Engineering Viscoelasticity*, Utah: Springer, 2013.
- [9] J. E. L. Pacheco, «Viscoelastic Relaxation Modulus Characterization Using Prony Series,» *SciELO*, 2015.
- [10] H. F. Brinson, *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity*, Asheville: Springer, 2015.
- [11] Veryst, PolyUMod User Manual v5.1.2.
- [12] J. Bergström, *Large Strain Time-dependent Behavior of Elastomeric Materials.*, Mas.
- [13] M. C. Boyce, «On the kinematics of finite strain plasticity,» *Pergamon Press*, p. 19, 1988.
- [14] «Safety Data Sheet Genan Rubber granulate, pellet and powder V6.0,» GENAN, 2006.
- [15] H.-H. Lee, *Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 19*, SDC, 2018.
- [16] K. R. R.Y., *Simulation and the Monte Carlo Method*, New York: Wiley, 2007.
- [17] B. R.P., *Algorithms for Minimization Without Derivatives*, Prentice-Hall, 1993.

- [18] K. R. Hakan Johansson, Calibration of the Bergström-Boyce model: Explicit expressions, Göteborg, 2005.
- [19] A. N. Gent, Engineering with Rubber, Ohio: Hanser, 2001.