



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Departamento: Ingeniería Civil de Materiales y Fabricación

Área de conocimiento: Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Diseño y fabricación de un banco de ensayo para el análisis experimental de la torsión en barras prismáticas de diferentes tipologías.

Autor: Eduardo Díaz Pérez

Tutor: D. Germán Castillo López

Co-Tutor: D. Felipe García Sánchez

Agradecimientos

Con este Trabajo de fin de Grado pongo fin a una importante etapa en mi vida. Es un orgullo poder haber acabado la carrera con un proyecto que recoge muchos conocimientos adquiridos a lo largo de estos años, por fin todo el esfuerzo se ve recompensado.

Todo esto no hubiera sido posible sin el apoyo incondicional de mis padres con su esfuerzo, paciencia y fe ciega en mí durante todo este largo camino. Siendo siempre un apoyo para los momentos más difíciles.

A mi pareja con su apoyo incondicional.

A mis amigos que me han acompañado a lo largo de este duro camino. Por todas esas risas, noches de estudio y celebración. Muy buenos momentos para el recuerdo.

A mis tutores Germán Castillo López y Felipe García Sánchez, por permitirme trabajar junto a ellos en este proyecto. Por las pautas, consejos y largas horas de tutoría en las cuales han permitido desarrollar esta idea.

Mención especial a los técnicos del taller de fabricación Manuel J. Herrera Fernández y José B. Beltrán Ramos sin ellos este proyecto hubiese sido imposible. Gracias por toda la ayuda prestada y por permitirme trabajar junto a vosotros.

A todos, gracias.

Resumen

El trabajo de fin de grado tiene como objetivo el desarrollo de un banco de ensayo a torsión que permita el estudio sobre diferentes perfiles, para el laboratorio de Resistencia de Materiales de la Universidad de Málaga.

En primer lugar, se presentan los inconvenientes que tiene la maqueta actual HST22 del laboratorio y las necesidades que debe suplir la futura maqueta.

Seguidamente se desarrolla un estudio teórico con el posterior diseño de la maqueta. Presentando los planos para su correcta fabricación.

Por último, se elabora una guía de prácticas para la maqueta antigua y la nueva fabricada, el cual permita su correcto uso y sirva a los alumnos para elaborar un informe de prácticas.

Palabras clave

Banco de ensayo; Fabricación; Maqueta; Torsión; Perfiles torsionados;

Índice

INDICE DE CONTENIDOS

Agradecimientos	II
Resumen.....	III
Palabras clave.....	IV
Índice.....	V
Índice de figuras	X
Índice de tablas	XIV
1 CAPÍTULO Antecedentes	1
1.1 Antecedentes	1
2 CAPÍTULO Objetivos y planificación	3
2.1 Objetivos	3
2.3 Planificación	4
3 CAPÍTULO Estudio teórico de la torsión de perfiles	5
3.1 Introducción	5
3.2 La torsión en barras circulares	6
3.2.1 Deformaciones debidas al momento torsor	7
3.2.2 Comportamiento del material.....	9
3.2.3 Fórmula de la torsión	12
3.3.4 Rigidez torsional	14
3.3 Empleo de tubos circulares para la torsión.....	15
3.4 Torsión en barras no circulares.	15
3.5 Torsión en perfiles abiertos de pared delgada.....	18
4 CAPÍTULO Aplicación a casos particulares	20
4.1 Introducción	20
4.2.1 Tipología de perfiles elegidos.....	20
4.2.2 Material escogido.....	21
4.2.3 Dimensiones de los perfiles.....	21
4.3 Formulario utilizado.	24
4.3.1 Perfil circular macizo.	25
4.3.2 Perfil cerrado circular hueco de pared delgada.	26

4.3.3	Perfil abierto pared delgada circular hueco.....	27
4.3.4	Perfil cerrado pared delgada sección cuadrada.....	28
5	CAPÍTULO Identificación y selección de las tecnologías de medición.....	29
5.1	Introducción	29
5.1	Tecnologías de medición para giro.	30
5.1.1	Codificador rotatorio Encoder.....	30
5.1.2	Escalas angulares / Goniómetro.....	31
5.1.3	Reloj comparador.....	32
5.1.4	Elección de Tecnologías para medición de giro.	33
5.2	Tecnologías para medición de tensiones.	35
5.2.1	Galgas extensométricas	35
6	CAPÍTULO Diseño de la maqueta	41
6.1	Introducción	41
6.2	Maqueta de torsión: Conjunto.....	42
6.3	Maqueta de torsión: Soporte.....	42
6.4	Maqueta de torsión: Paredes.....	46
6.4.1	Maqueta de torsión: Pared de empotramiento.....	47
6.4.2	Maqueta de torsión: Pared de carga.....	48
6.5	Casquillos.....	49
6.6	Brazo de carga	51
6.7	Reloj Comparador.	52
6.8	Brazo Comparador.	53
7	CAPÍTULO Validación Numérico-Experimental	54
7.1	Introducción	54
7.2	Perfil Circular Macizo	55
7.2.1	Giros	55
7.2.2	Tensiones.....	59
7.3	Perfil circular hueco.....	60
7.3.1	Giros	60
7.3.2	Tensiones.....	64
7.4	Perfil circular abierto.....	65
7.4.1	Giros	65
7.5	Perfil rectangular hueco.....	68
8	CAPÍTULO Presupuesto	69

8.1 Presupuesto	70
8.2 Comparativa con maqueta existente anterior.	71
9 CAPÍTULO Conclusiones y líneas futuras	72
9.1 Conclusiones.....	73
9.2 Líneas futuras	73
Bibliografía	75
I ANEXO Guía de prácticas Maqueta P.A.Hilton Ltd HST22 Versión alumno	76
1.1 Introducción	76
2 Partes maqueta y modo de empleo.	77
2.2 Conectar interfaz HDA200 y reseteo del canal fuerza a cero.	79
3 Enunciados Experimentos	81
3.1 Varilla aluminio macizo.	81
3.2 Varilla acrílica.	82
3.3 Varilla tubular aluminio circular.	83
3.4 Varilla tubular aluminio circular de pared abierta.	84
4 Tratamiento de los resultados.	85
5 Observaciones y Conclusiones:	86
II ANEXO Guía de prácticas Maqueta P.A.Hilton Ltd HST22 Versión profesor.....	87
1 Introducción	87
2 Partes maqueta y modo de empleo.	88
2.2 Conectar interfaz HDA200 y reseteo del canal fuerza a cero.	90
3 Enunciados Experimentos	93
3.1 Varilla aluminio macizo.	93
3.2 Varilla acrílica.	94
3.3 Varilla tubular aluminio circular.	94
3.4 Varilla tubular aluminio circular de pared abierta.	96
4 Tratamiento de los resultados.	97
5 Observaciones y Conclusiones:	97
6 Ejemplos resultados	98
6.1 Varilla aluminio maciza	98
6.2 Varilla acrílica	100
6.3 Varilla circular hueca	103
6.4 Varilla circular hueca perfil abierto	106
III ANEXO Guía de prácticas Maqueta Torsión Versión Alumno	110

1	Objetivos de la práctica	110
3	Descripción de la práctica	116
3.1	Estructura	116
3.2	Perfiles a ensayar	116
3.3	Abrazaderas.....	116
3.4	Dispositivo P3	117
3.5	Reloj Comparador	117
3.6	Pesas y soporte.....	118
3.7	Pared de empotramiento y carga	118
4	Trabajo a realizar.....	119
4.1	Perfil circular macizo.	119
4.2	Perfil circular hueco cerrado	119
4.3	Perfil circular hueco pared abierta.....	119
5	Informe de la práctica	120
IV	ANEXO Guía de prácticas Maqueta Torsión Versión Profesor	121
1	Objetivos de la práctica	121
2	Descripción de los aspectos teóricos	121
3	Descripción de la práctica	126
3.1	Estructura	126
3.2	Perfiles a ensayar	127
3.3	Abrazaderas.....	127
3.4	Dispositivo P3	127
3.5	Reloj Comparador	128
3.6	Pesas y soporte.....	129
3.7	Pared de empotramiento y carga	129
4	Trabajo a realizar.....	130
4.1	Perfil circular macizo.	130
4.2	Perfil circular hueco cerrado	130
4.3	Perfil circular hueco pared abierta.....	130
5	Informe de la práctica	131
5.1	Perfil Circular Macizo	131
5.2.1	Giros	131
5.2.2	Tensiones.....	135
5.2	Perfil circular hueco.....	137

5.2.1 Giros	137
7.3.2 Tensiones.....	140
5.3 Perfil circular abierto.....	141
5.3.1 Giros	141
V ANEXO PLANOS	144

Índice de figuras

Figura 3.1 Torsión pura.....	6
Figura 3.2 Torsión producida por par de fuerzas.	6
Figura 3.3 Representación positiva del momento torsor.....	7
Figura 3.4 Deformación barra circular por torsión pura.	7
Figura 3.5 Deformación elemento de longitud dx por torsión pura.	8
Figura 3.6 Variación de esfuerzos tangenciales en secciones circulares.	10
Figura 3.7 Cubo elemental sometido a torsión.	10
Figura 3.8 Estado tensional cubo elemental de barra sometido a torsión.	10
Figura 3.9 Circulo de Möhr en torsión pura.	11
Figura 3.10 Tensiones y direcciones principales en torsión pura.	11
Figura 3.11 Tensiones tangenciales longitudinales y transversales en una barra circular sometida a torsión.....	12
Figura 3.12 Secciones cilíndricas maciza y hueca.....	13
Figura 3.13 Barra circular libre y sometida a torsión T.	14
Figura 3.14 Barra no circular sometida a torsión con alabeo.	16
Figura 3.15 Sección triangulo equilatero.....	17
Figura 3.16 Sección elipse.	17
Figura 3.17 Sección rectangular maciza.	17
Figura 3.18 Sección rectangular hueca.....	18
Figura 3.19 Perfil circular abierto de pared delgada.	18
Figura 4.1 Sección circular maciza diámetro d y radio r.....	25
Figura 4.2 Sección circular hueca.	26
Figura 4.3 Perfil abierto pared delgada circular hueco.	27
Figura 4.4 Perfil rectangular cerrado pared delgada.....	28
Figura 5.1 Detalle Encoder óptico.	30
Figura 5.2 Partes de Encoder óptico.....	30
Figura 5.3 Goniómetro	31
Figura 5.4 Goniómetro con escala Vernier.....	32
Figura 5.5 Relojes comparadores	33

Figura 5.6 Puente Wheastone.	36
Figura 5.7 Montaje a cuarto de puente con medición a dos hilos.	37
Figura 5.8 Montaje a cuarto de puente con medición a tres hilos.	38
Figura 5.9 Montaje a ½ puente para compensación de temperatura.	39
Figura 5.10 Montaje de dos galgas en ½ puente para incrementar precisión.	39
Figura 5.11 Galga extensométrica	40
Figura 5.12 Tensiones tangenciales en perfiles circulares por momento torsor.	40
Figura 6.1 Perfil aluminio NIKAI.	43
Figura 6.2 Dimensiones perfil aluminio NIKAI.	43
Figura 6.3 6.4 Vista Elemento de unión: Escuadra NIKAI.	44
Figura 6.5 Dimensiones Elemento de unión: Escuadra NIKAI.	44
Figura 6.6 Vista accesorio: Pies NIKAI.	45
Figura 6.7 Dimensiones accesorio: Pies NIKAI.	45
Figura 6.8 Macho de roscado	45
Figura 6.9 Vista accesorio: Tapa perfiles NIKAI.	46
Figura 6.10 Dimensiones accesorio: Tapa perfiles NIKAI.	46
Figura 6.11 Vista delantera pared de empotramiento.	47
Figura 6.12 Vista trasera y detalle orificio de pared de empotramiento.	48
Figura 6.13 Casquillo extremo empotramiento.	50
Figura 6.14 Detalle sección casquillo para entrada en orificio de pared de empotramiento.	50
Figura 6.15 Detalle casquillo hembra para acople con perfil macizo.	51
Figura 6.16 Gancho y discos de carga	51
Figura 6.17 Reloj comparador y unión a barra vertical.	52
Figura 6.18 Unión varilla en perfil NIKAI.	53
Figura I.1 Maqueta HST22.	77
Figura I.2 Interfaz Inicio HDA22.	79
Figura I.3 Interfaz HDA200 Modificación configuración.	79
Figura I.4 Interfaz HDA200 Selección modo.	80
Figura I.5 Interfaz HDA200 Proceso de tara.	80
Figura I.6 Detalle punto de contacto entre célula de carga y brazo.	81
Figura I.7 Detalle mordedura directa sobre perfiles tubulares.	84
Figura II.1 Maqueta HST22.	88

Figura II.2 Varillas de muestra	90
Figura II.3 Interfaz inicio HDA200	90
Figura II.4 Interfaz HDA200 Modificación configuración	91
Figura II.5 Interfaz HDA200 Selección de modo	91
Figura II.6 Interfaz HDA200 Proceso de tara	92
Figura II.7 Detalle punto de contacto entre célula de carga y brazo	92
Figura II.8 Detalle mordedura directa sobre perfiles tubulares	95
Figura III.1 Aplicación de carga F para momento torsor M.....	111
Figura III.2 Giro de sección dx provocada por momento torsor	111
Figura III.3 Cubo elemental sometido a torsión	112
Figura III.4 Estado tensional de cubo elemental sometido a torsión.....	113
Figura III.5 Circulo de Möhr en torsión pura	113
Figura III.6 Tensiones y direcciones principales en torsión pura	114
Figura III.7 Gráfica momento torsor frente giro unitario	114
Figura III.8 Sección rectangular hueca.....	115
Figura III.9 Sección circular abierta	115
Figura III.10 Dispositivo P3	117
Figura III.11 Soporte gancho.....	118
Figura III.12 Discos de carga	118
Figura IV.1 Aplicación de carga F para conseguir momento torsor M.....	122
Figura IV.2 Giro de sección dx provocada por momento torsor	122
Figura IV.3 Cubo elemental sometido a momento torsor	123
Figura IV.4 Estado tensional de un cubo elemental sometido a torsión	124
Figura IV.5 Circulo de Möhr en torsión pura	124
Figura IV.6 Tensiones y direcciones principales en torsión pura	125
Figura IV.7 Gráfica momento torsor frente a giro unitario	125
Figura IV.8 Sección rectangular hueca	126
Figura IV.9 Sección circular abierta hueca.....	126
Figura IV.10 Dispositivo P3	128
Figura IV.11 Soporte gancho	129
Figura IV.12 Discos de carga	129



Índice de tablas

Tabla 3-1 Relación entre lados de un rectángulo.....	17
Tabla 4-1 Resultados teóricos para perfil circular macizo.....	22
Tabla 4-2 Resultados teóricos para perfil circular hueco	23
Tabla 4-3 Resultados teóricos para perfil circular pared abierta	23
Tabla 4-4 Resultados teóricos para perfil rectangular hueco	24
Tabla 5-1 Comparativa de instrumentos para medición de giro.....	34
Tabla 7-1 Parámetros práctica perfil circular macizo.....	55
Tabla 7-2 Datos experimentales Carga-Desplazamiento para perfil circular macizo.	55
Tabla 7-3 Datos experimentales perfil macizo	56
Tabla 7-4 Datos teóricos perfil circular macizo teórico.....	58
Tabla 7-5 Resultados obtenidos por galgas extensométricas para un momento torsor dado y cálculo de tensiones resultantes. Perfil circular macizo.....	60
Tabla 7-6 Resultados teóricos: Tensiones resultante de aplicar un momento torsor.	60
Tabla 7-7 Parámetros práctica perfil circular hueco	60
Tabla 7-8 Datos experimentales carga-desplazamiento perfil circular hueco.....	61
Tabla 7-9 Datos experimentales perfil circular hueco.....	61
Tabla 7-10 Datos teóricos perfil circular hueco.....	63
Tabla 7-11 Resultados obtenidos por galgas extensométricas para un momento torsor dado y cálculo de tensiones resultantes. Perfil circular hueco.	64
Tabla 7-12 Parámetros práctica perfil circular abierto.	65
Tabla 7-13 Datos experimentales carga-desplazamiento perfil circular abierto.....	66
Tabla 7-14 Datos experimentales perfil circular abierto.....	66
Tabla 8-1 Presupuesto de banco de ensayo a torsión	71
Tabla 8-2 Precio maqueta HST22 P.A.Hilton	71
Tabla I-1 Tabla ejemplo 1 para toma de datos.....	82
Tabla I-2 Tabla ejemplo 2 para toma de datos.....	83
Tabla I-3 Tabla ejemplo 3 para toma de datos.....	84
Tabla I-4 Tabla ejemplo 4 para toma de datos.....	85
Tabla II-1 Tabla Ejemplo para toma de datos.....	93

Tabla II-2 Tabla Ejemplo 2 para toma de datos.....	94
Tabla II-3 Tabla Ejemplo 3 para toma de datos.....	96
Tabla II-4 Tabla ejemplo 4 para toma de datos.....	96
Tabla II-5 Datos obtenidos para varilla maciza aluminio.....	98
Tabla II-6 Datos obtenidos para varilla acrilica	101
Tabla II-7 Datos obtenidos para varilla aluminio hueca	104
Tabla II-8 Datos obtenidos para varilla aluminio circular hueca de pared abierta	107
Tabla IV-1 Parámetros práctica perfil circular macizo.....	131
Tabla IV-2 Datos experimentales Carga-Desplazamiento para perfil circular macizo.	132
Tabla IV-3 Datos experimentales perfil macizo.....	132
Tabla IV-4 Datos teóricos perfil circular macizo teórico.	135
Tabla IV-5 Resultados obtenidos por galgas extensométricas para un momento torsor dado y cálculo de tensiones resultantes. Perfil circular macizo.....	136
Tabla IV-6 Resultados teóricos: Tensiones resultante de aplicar un momento torsor.....	136
Tabla IV-7 Parámetros práctica perfil circular hueco	137
Tabla IV-8 Datos experimentales carga-desplazamiento perfil circular hueco.....	137
Tabla IV-9 Datos experimentales perfil circular hueco	138
Tabla IV-10 Datos teóricos perfil circular hueco	139
Tabla IV-11 Resultados obtenidos por galgas extensométricas para un momento torsor dado y cálculo de tensiones resultantes. Perfil circular hueco.....	140
Tabla IV-12 Parámetros práctica perfil circular abierto.	141
Tabla IV-13 Datos experimentales carga-desplazamiento perfil circular abierto.....	142
Tabla IV-14 Datos experimentales perfil circular abierto.	142



1 CAPÍTULO

Antecedentes

1.1 Antecedentes

Dentro de la asignatura de Resistencia de Materiales del Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales uno de los temas abordados es la torsión libre de perfiles. Entre las tipologías de sección analizadas destacar las siguientes: circular maciza, circular hueca, tubular de pared delgada y perfiles abiertos de pared delgada.

Con el objeto de realizar estudios prácticos, en el Laboratorio de Resistencia de Materiales, se dispone de una maqueta comercial que permite estudiar esta tipología de secciones sometidas a torsión. Sin embargo, esta maqueta presenta los siguientes problemas:

- Los perfiles estudiados son de dimensiones reducidas, muy lejanas a perfiles que nos encontramos en aplicaciones reales.
- Dichas secciones no nos permiten analizar estados tensionales mediante galgas extensométricas.
- La utilización de la práctica requiere de la utilización de una electrónica que encarece el precio de la maqueta. Se depende directamente del aparato electrónico HDA200, por lo que, en caso de avería, es preciso sustituirlo con el encarecimiento de la maqueta.

- Se disponen unas escalas angulares para medir giros en diferentes secciones con una precisión de una décima de grado, cuando los giros que buscamos son de esa magnitud, por lo que es inviable debido a los errores de medición.
- Las tolerancias que tiene la interfaz HDA200 para cargas y giros son 0,1 y 0,2 respectivamente, cosa que dificulta obtener datos precisos.
- Existen pequeñas holguras en la máquina y en las varillas que influyen notablemente en la toma de medidas.
- Secciones de las varillas no constantes, al ser las dimensiones reducidas, las pequeñas variaciones de 0,05 mm influyen de manera notable en los resultados.
- Es preciso acompañar los resultados con un estudio de errores.

En el desarrollo de este proyecto se ha procedido al montaje y puesta a punto de la maqueta existente (HST22) y la modificación del cuaderno de prácticas propuesto, incluyendo las mejoras necesarias para la correcta ejecución (Ver ANEXO I: Guía de prácticas HST22). Esas mejoras son:

- Eliminación de escalas angulares para medición de giros.
- Empleo correcto para sujetar varillas y solventar problemas de holgura entre casquillos y varillas.
- Uso de estudio de errores, para validar resultados experimentales obtenidos.
- Solución a la posible holgura de la rueda para aplicación de torsión mediante precarga y posterior tara a cero del canal de fuerza.

Dentro de las mejoras que se desean introducir en la asignatura, está la posibilidad de aumentar el número de puestos de trabajo para de esa manera aumentar la accesibilidad de los alumnos a ellas. Por todo ello, se plantea el diseño y construcción de una maqueta que permita superar los inconvenientes de la actual, para posteriormente replicarla, aumentando el número de puestos, a unos costes asumibles.

2 CAPÍTULO

Objetivos y planificación

2.1 Objetivos

El objetivo del TFG es diseñar, fabricar y poner a punto un sistema estructural que permita estudiar el comportamiento a torsión de diferentes tipologías de perfiles. Dicho sistema será posteriormente utilizado en las prácticas de la asignatura Resistencia de Materiales. El sistema resultante deberá cumplir el siguiente cuaderno de especificaciones:

- Análisis de diferentes tipologías de perfiles.
- Aplicación de cargas fiable y económica.
- Estudio tensional mediante galgas extensométricas.
- Medición fiable de ángulos de torsión.
- Minimizar costes para la posterior replicación.

Así mismo como objetivo implícito, el alumno deberá elaborar un cuaderno de prácticas tanto para el profesor como para el alumno, donde incluya la manipulación y aspectos teóricos a desarrollar en la práctica.

2.3 Planificación

- 1 Realizar un estudio teórico de la torsión de barras.
- 2 Análisis de la maqueta disponible en el Laboratorio de Resistencia de Materiales.
- 3 Estudio y selección de las tecnologías de medición necesarias
- 4 Selección de los materiales y perfiles objeto de estudio.
- 5 Diseño de la maqueta y realización de los planos de fabricación y montaje.
- 6 Colaborar con la fabricación de la maqueta.
- 7 Realizar el montaje y puesta a punto de la maqueta diseñada.
- 8 Elaborar el cuaderno de prácticas tanto para el profesor como para el alumno.
- 9 Elaborar una memoria de TFG que recoja el contenido del trabajo realizado.

3 CAPÍTULO

Estudio teórico de la torsión de perfiles

3.1 Introducción

En este capítulo se pretende definir lo que se entiende por Torsión. Se demuestran las fórmulas que rigen parámetros como la deformación, tensiones cortantes y el giro, entre otros.

La importancia que tiene el estudio de la Torsión a la hora de fabricación, sobretodo en el área automoción para los ejes de transmisión de potencia. Nos centraremos especialmente en los casos de torsión sobre perfiles circulares, tanto macizos o de pared delgada cerradas y abiertas, sometidas a este fenómeno.

3.2 La torsión en barras circulares

La torsión se refiere al torcimiento de una barra recta al ser cargada por momentos que tiendan a producir una rotación alrededor del eje longitudinal de la barra.

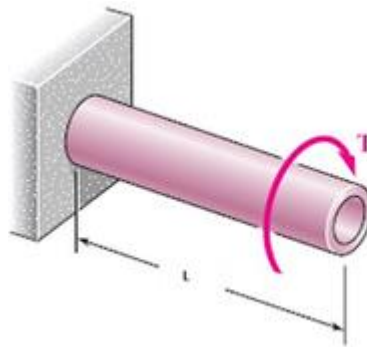


Figura 3.1 Torsión pura.

Para tener un caso de carga torsional, basta con aplicar un par de fuerzas iguales F , pero de sentido opuesto a una distancia d del centro. Cada par de fuerzas forman un par que tiende a torcer la barra respecto al eje longitudinal O . Por medio de la mecánica clásica podemos deducir que el momento de un par es igual al producto de una de las fuerzas por la distancia perpendicular entre las líneas de acción de las fuerzas. Para el caso de la imagen:

$$M_o = F * \frac{d}{2} \quad (1)$$



Figura 3.2 Torsión producida por par de fuerzas.

Para representar el momento torsor, se suele utilizar la una flecha con cabeza doble, positivo hacia fuera y negativo hacia dentro. El sentido del momento se *rige por la regla de la mano derecha* para

los vectores de momentos; si los dedos de la mano derecha se arquean en el sentido del momento torsor, el dedo pulgar indica el sentido del vector torsor.

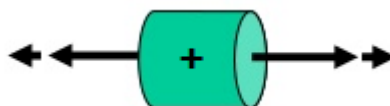


Figura 3.3 Representación positiva del momento torsor.

3.2.1 Deformaciones debidas al momento torsor

Consideremos una barra prismática de sección transversal circular sometida a pares de torsión T que actúan en los extremos (Figura 3.4). Como todas las secciones transversales de la barra son idénticas y cada una está sometida al mismo par interno T , decimos que la barra está en torsión pura.

Las secciones transversales de la barra no cambian de forma al girar alrededor del eje longitudinal, debido a la axisimetría tanto geométrica (sección circular) como de acciones (momento torsor) por lo que todas ellas permanecen circulares y planas.

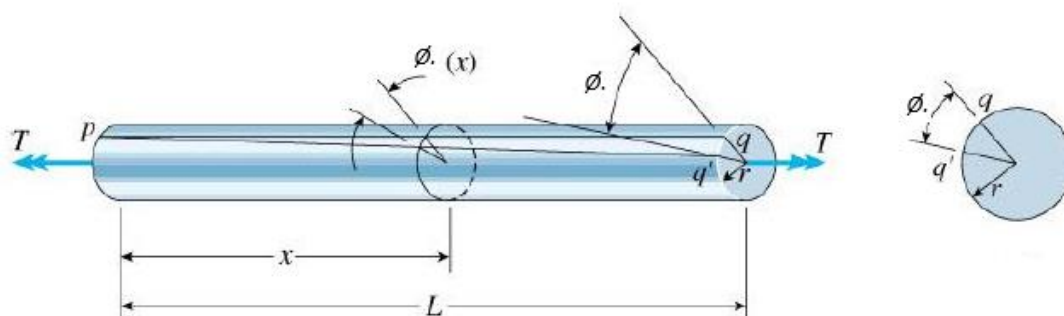


Figura 3.4 Deformación barra circular por torsión pura.

Como en nuestro caso a estudiar, supongamos que un extremo de la barra está empotrado y por lo tanto no puede girar. Debido a la acción del par torsor sobre la barra, el extremo libre girará cierto ángulo ϕ . A este ángulo se lo denomina ángulo de torsión. A causa de este giro ϕ , la línea recta que unía el punto p-q (Figura 3.4) cambiará ya que la posición de q ha variado su posición hacia q'.

El ángulo de torsión ϕ depende de x , siendo cero en el extremo de la barra empotrado y máximo en el extremo libre opuesto. $\phi(x)$ es lineal cuando la barra prismática tiene el mismo radio a lo largo de toda su longitud.

Llamaremos ángulo de torsión por unidad de longitud a la razón de cambio del ángulo de torsión con respecto a la distancia x a lo largo de la longitud de la barra.

$$\theta = \frac{d\phi}{dx} \quad (1)$$

Si nos centramos ahora en un pequeño trozo de longitud dx de la barra anterior, observamos que el elemento superficial formado por los puntos $abcd$ tiene las mismas longitudes en sus lados, después de que el extremo donde se encuentran b y c gire un ángulo de torsión $d\phi$ al someterse a torsión.

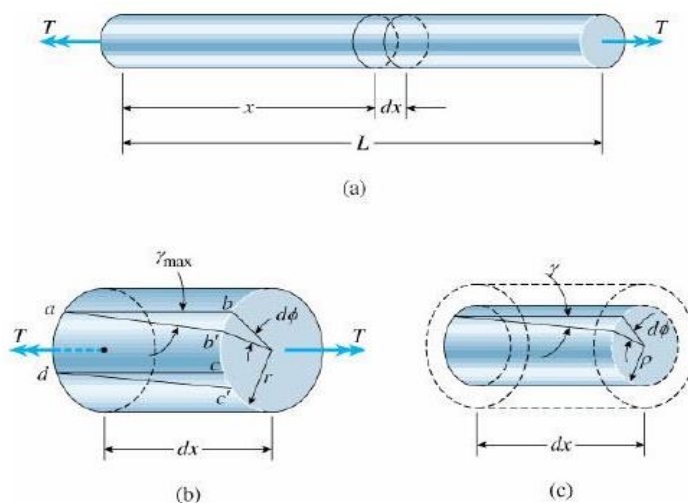


Figura 3.5 Deformación elemento de longitud dx por torsión pura.

$$L_{ab} = L_{cd} = L_{ab'} = L_{c'd} \quad (2)$$

En cambio, los ángulos de las esquinas formados por los puntos abo , siendo o el centro de la sección circular, han dejado de ser ángulos rectos, pasando a ser el ángulo formado por $ab'o$ (Figura 3.5b). Esto se debe al que aparece una deformación angular γ debido a que la barra está sometida a una tensión cortante. En concreto, una barra prismática sometida a torsión pura tiene un estado de cortante puro.

Para calcular el ángulo de deformación máxima en radianes:

$$\gamma_{max} = \frac{bb'}{ab} \quad (3)$$

Podemos expresarla también mediante el ángulo de torsión por unidad de longitud.

$$\gamma_{max} = r\theta \quad (4)$$

En el caso del ejemplo de torsión pura, el ángulo de torsión por unidad de longitud es igual al ángulo total de torsión θ dividido entre la longitud total L , por lo que podemos expresar la deformación tangencial como:

$$\gamma_{max} = r\theta = \frac{r\theta}{L} \quad (5)$$

Lo anterior podemos aplicarlo para conocer la deformación tangencial en el interior de la barra. Para un punto situado a un radio ρ , sometido también a torsión pura, tenemos que:

$$\gamma = \rho\theta = \frac{\rho}{r} \gamma_{max} \quad (6)$$

3.2.2 Comportamiento del material

Las ecuaciones anteriores son aplicables a barra circulares y son válidas para materiales elástico o no elásticos, siempre que los ángulos de torsión y deformaciones angulares sean de pequeña magnitud.

Si el material de la barra es elástico lineal, se puede aplicar la ley de Hooke en un estado de cortante pura.

$$\tau = G\gamma \quad (7)$$

Donde G es el módulo de cizalladura y γ es la deformación angular en radianes.

Al combinar esta ecuación con las ecuaciones para las deformaciones angulares (Ecs. 4,5 y 6), obtenemos:

$$\tau = G\rho\theta = G\frac{\rho}{r} \gamma_{max} \quad (8)$$

$$\tau_{max} = Gr\theta \quad (9)$$

Donde τ_{max} es la tensión tangencial en la superficie exterior de la barra (radio r), y τ es la tensión tangencial en un punto interior (radio ρ). Donde el giro unitario θ está en radianes por unidad de longitud.

Estas ecuaciones muestran que las tensiones tangenciales τ varían linealmente con la distancia desde el centro de la barra (Figura 3.6).

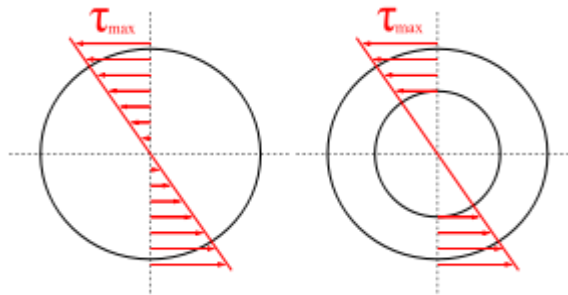


Figura 3.6 Variación de esfuerzos tangenciales en secciones circulares.

Para representar el estado tensional basta con tomar un pequeño trozo de la barra sometido a torsión (Figuras 3.7 y 3.8))

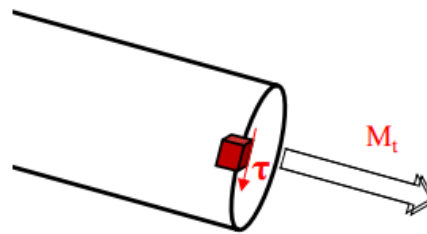


Figura 3.7 Cubo elemental sometido a torsión.

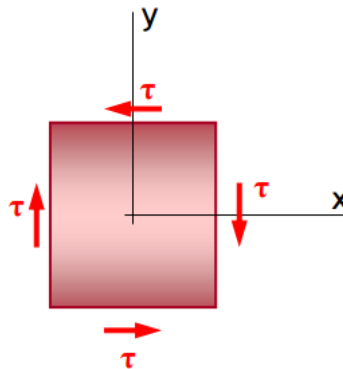


Figura 3.8 Estado tensional cubo elemental de barra sometido a torsión.

Vemos que si representamos su estado tensional en el **círculo de Mohr** (Figura 3.9) ésta tiene su equivalente, en tensiones y direcciones principales, como tracción y compresión con un ángulo de 45° :

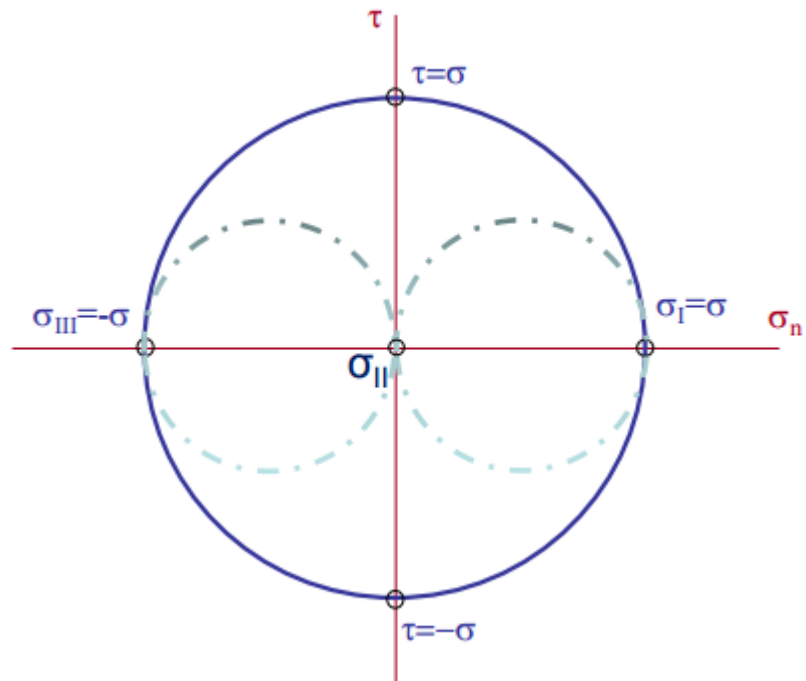


Figura 3.9 Circulo de Mohr en torsión pura.

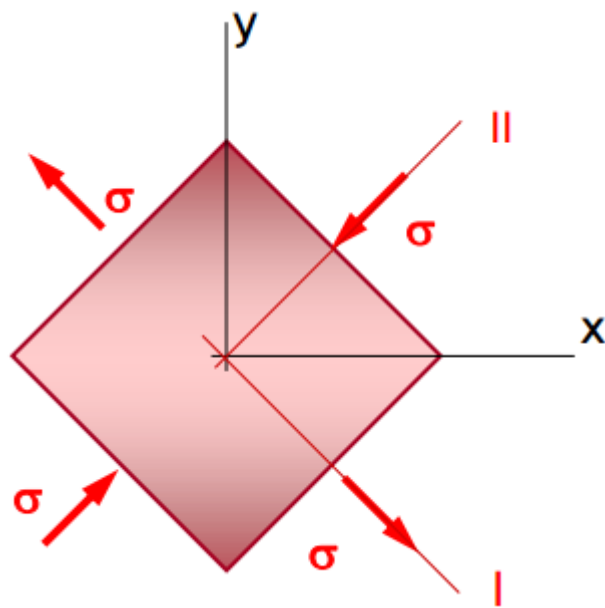


Figura 3.10 Tensiones y direcciones principales en torsión pura.

3.2.3 Fórmula de la torsión

Para poder calcular las tensiones y deformaciones en una barra sometida a un conjunto de pares de torsión, es necesario encontrar la relación entre las tensiones tangenciales y el par de torsión T .

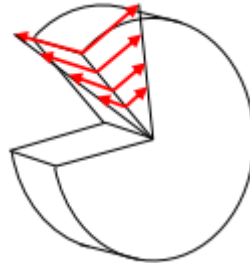


Figura 3.11 Tensiones tangenciales longitudinales y transversales en una barra circular sometida a torsión.

Como la distribución de las tensiones tangenciales (Figura 3.11) actúa de forma continua alrededor de la sección transversal, tienen una resultante en forma de un momento igual al par de torsión T que actúa sobre la barra. Para hallar esta resultante se considerará un elemento de área dA localizado a una distancia ρ del eje de la barra. La fuerza cortante que actúa sobre este elemento es igual a τdA , y el momento de esta fuerza (dM) respecto al eje de la barra es igual a la fuerza por la distancia respecto al centro:

$$dM = \tau \rho dA \quad (10)$$

Si sustituimos τ para tener el módulo de cizalladura, nos queda que:

$$dM = (G\rho)\theta\rho dA \quad (11)$$

Para obtener el momento torsor $M(x)$ resultante, basta con integrar sobre el área.

$$M(x) = G\theta \int_{Area} \rho^2 dA \quad (12)$$

Sabiendo que el momento polar de inercia de la sección transversal circular es:

$$J = \int_{Area} \rho^2 dA \quad (13)$$

Nos queda finalmente:

$$M(x) = G\theta J \quad (14)$$

Por último, si relacionamos τ con $G\theta$, tenemos la fórmula de la torsión, que demuestra que la tensión tangencial es directamente proporcional al momento torsor $M(x)$ e inversamente proporcional al momento polar de inercia J .

$$\tau_{max} = \frac{M(x)r}{J} \quad (15)$$

Donde T se mide en Nm , J en m^4 y r en m . Obteniendo τ en N/m^2

El análisis de la torsión para un perfil tubular es muy parecido al de un cilindro macizo y es posible utilizar las anteriores expresiones para determinar los esfuerzos cortantes. La limitación es para el radio, el cual estará limitado por el radio interior y el exterior. Del mismo modo, para calcular la inercia polar J , los límites de integración serán distintos al de la barra circular maciza, por ser este caso un cilindro hueco.

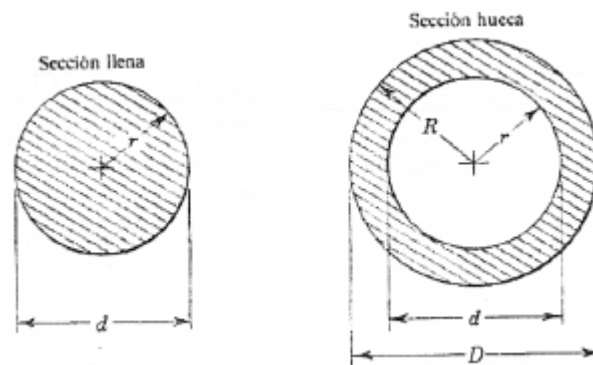


Figura 3.12 Secciones cilíndricas maciza y hueca.

$$J_1 = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} \quad (16)$$

$$J_2 = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{2} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} \quad (17)$$

Sustituyendo esas inercias polares en la fórmula para la τ_{max} , tenemos para secciones macizas y huecas, respectivamente:

$$\tau_{max} = \frac{2M(x)}{\pi r^3} \quad (18)$$

$$\tau_{max} = \frac{2M(x)R}{\pi(R^4 - r^4)} \quad (19)$$

3.3.4 Rigidez torsional

La rigidez torsional en una barra recta de sección uniforme es la relación entre el momento torsor aplicado a uno de sus extremos y el ángulo girado por este extremo, al mantener fijo el extremo opuesto de la barra.

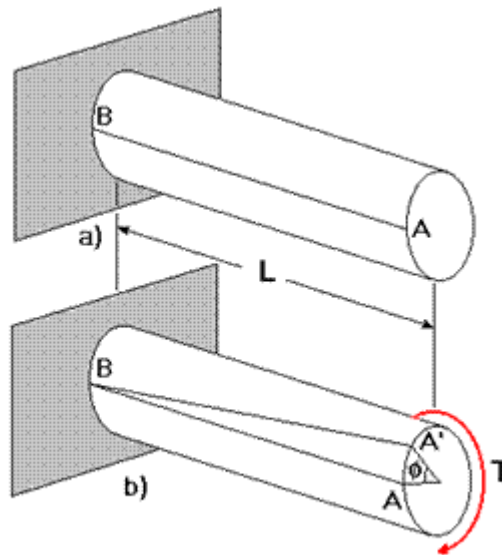


Figura 3.13 Barra circular libre y sometida a torsión T.

Para la imagen 3.13, el giro de la sección A con respecto a la sección B será:

$$\phi_A - \phi_B = \int_B^A \frac{M(x)}{GJ} dx \quad (20)$$

Al producto GJ se le denomina Rigidez torsional. A partir de ahora la llamaremos C .

Si representamos gráficamente el momento torsor frente al ángulo de torsión θ , observaremos dos cosas (siempre que el comportamiento del material sea lineal):

- La primera que la relación entre ambas es lineal.
- La segunda, que el ángulo que forma la recta con el eje θ , es la rigidez torsional.

Para tener la rigidez torsional por unidad bastará con dividir el término anterior por la longitud L de la barra.

$$C_u = \frac{GJ}{L} \quad (21)$$

De la misma manera que lo anterior, podemos introducir un nuevo parámetro: Flexibilidad torsional unitaria, que es inverso a la rigidez torsional unitaria y se define como el ángulo de rotación producido por un par unitario.

$$f_t = \frac{L}{GJ} \quad (22)$$

Para poder calcular en una prueba de torsión, el ángulo de torsión producido por un par T conocido sobre una barra circular (Como en haremos en este proyecto) bastará con aplicar la fórmula:

$$\phi = \frac{M(x)L}{GJ} \quad (23)$$

3.3 Empleo de tubos circulares para la torsión

Un aspecto importante en la ingeniería y en la construcción es la reducción de costes. Para el empleo de barras que van a ser sometidas a esfuerzos de torsión es común el uso de barras tubulares de sección circulares. Esto en una disminución de peso en la estructura y de material, que se traduce a su vez en un ahorro económico.

Todo lo anterior, se fundamenta en que los tubos circulares resisten con más eficiencia cargas de torsión que las barras sólidas. Lo podemos demostrar con lo explicado anteriormente; ya vimos que las tensiones a las que está sometida una barra de sección circular (sólida o tubular) son máximas en el borde exterior de la sección transversal y nula en el centro. (Ver Figura 2.6 Variación esfuerzos tangenciales en secciones circulares).

En el caso de un tubo hueco, la mayor parte del material se concentra del borde exterior de la sección transversal, que es donde residen las tensiones máximas. Por lo que, cuando el ahorro de peso, material y económico son importantes, es común el empleo de este tipo de perfiles, puesto que el material se usa con más eficiencia en una barra hueca que en una maciza.

3.4 Torsión en barras no circulares.

Todo lo anterior se puede aplicar para barras de sección circular. Pero cuando queremos aplicarlo a barras de otra tipología de secciones no podemos utilizar las formulas explicadas en puntos anteriores. La razón es que, para que pudiéramos utilizarlas, tendría que suceder que las secciones de las barras de secciones no circulares, giraran planas, es decir sin alabeo, y las tensiones de cizalladura serían normales al radio y proporcionales a su distancia al CDG.

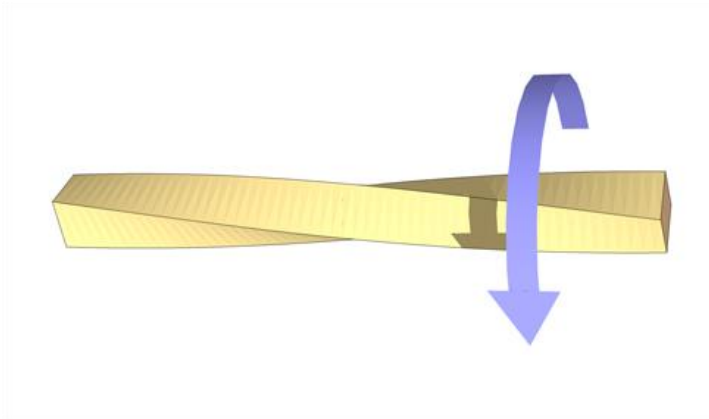


Figura 3.14 Barra no circular sometida a torsión con alabeo.

Como no existe restricción al alabeo, al ser torsión libre, la fórmula explicada anteriormente como:

$$\frac{M(x)}{GJ(x)} = \theta(x) \quad (24)$$

No puede ser utilizada para estos casos de perfiles de sección no circular.

Para poder trabajar sobre estos perfiles, tenemos que volver a la rigidez torsional, donde para cualquier sección, la relación entre el momento torsor y el ángulo de torsión unitario es lineal (cuando el comportamiento del material es lineal)

$$\theta = \frac{M(x)}{C} \quad (25)$$


Donde C es la rigidez torsional.

En ángulo entre dos secciones será:

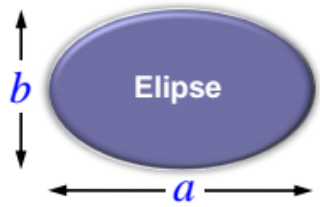
$$\phi = \frac{M(x)L}{C} \quad (26)$$

Para diferentes secciones tendremos diferentes rigideces torsionales, y las ecuaciones de la tensión y ángulo de torsión unitario serán:

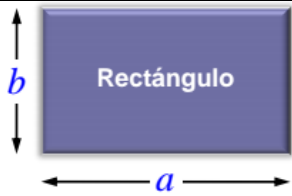
Sección triángulo equilátero:

 <p>Figura 3.15 Sección triángulo equilátero</p>	$\tau_{max} = \frac{20M(x)}{a^3} \quad (27)$ $\theta = \frac{80M(x)}{\sqrt{3}a^4G} \quad (28)$
---	--

Sección Elipse

 <p>Figura 3.16 Sección elipse.</p>	$\tau_{max} = \frac{16M(x)}{\pi ab^2} \quad (29)$ $\theta = \frac{16(a^2 + b^2)M(x)}{\pi a^3 b^3 G} \quad (30)$
---	---

Sección rectangular maciza

 <p>Figura 3.17 Sección rectangular maciza.</p>	$\tau_{max} = \frac{M(x)}{\alpha ab^2} \quad (31)$ $\theta = \frac{M(x)}{\beta ab^3 G} \quad (32)$
--	--

Donde el valor α y β dependen de la relación entre los lados a/b

a/b	1	1.5	2	2.5	3	4	6	10	∞
α	0.208	0.231	0.246	0.256	0.267	0.282	0.299	0.312	0.333
β	0.141	0.196	0.229	0.249	0.263	0.281	0.299	0.312	0.333

Tabla 3-1 Relación entre lados de un rectángulo

Sección rectangular hueca

	$\tau_{max} = \frac{M(x)}{abe} \quad (33)$
<p><i>Figura 3.18 Sección rectangular hueca</i></p>	$\theta = \frac{(a + b)eM(x)}{2a^2b^2e^2G} \quad (34)$

3.5 Torsión en perfiles abiertos de pared delgada

Otro caso de estudio de estudio es aquellos perfiles de sección abierta. Distinguimos entre perfiles abiertos sin ramificar y con ramificaciones. Donde supondremos que el espesor es muy pequeño en comparación con las dimensiones exteriores.

Perfiles de espesor constante en todo su tramo

Para secciones rectangulares tendremos:

$$\tau_{max} = \frac{M(x)}{\alpha ab^2} \quad (35)$$

$$\theta = \frac{M(x)}{\beta ab^3G} \quad (36)$$

Donde en este caso $\frac{a}{b} = \infty$ por lo que $\alpha = \beta = 0.333$

Para el resto de perfiles que cumplen este apartado tendremos:

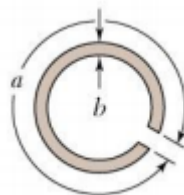


Figura 3.19 Perfil circular abierto de pared delgada.

$$\tau_{max} = \frac{3M(x)}{ab^2} = G\theta b \quad (37)$$

$$\theta = \frac{M(x)}{C} = \frac{M(x)}{\frac{ab^3G}{3}} = \frac{3M(x)}{ab^3G} \quad (38)$$

$$C = \frac{ab^3G}{3} \quad (39)$$

Perfiles de espesor variable en tramos

Para hacer el estudio sobre estos perfiles, se hará dividiéndolo en diferentes tramos de espesor constante. Por lo que el resultado final de las tensiones o ángulos de torsión unitario será el sumatorio de los diferentes tramos.

$$\tau_{max} = G\theta b_i = \frac{M(x)b_i}{\frac{K}{3} \sum a_i b_i} \quad (40)$$

$$C = K \frac{G}{3} \sum a_i b_i^3 \quad (41)$$

$$\theta = \frac{M(x)}{C} \quad (42)$$

Donde

a: Lado largo de cada tramo de espesor b

b: Espesor de cada tramo

K=1 Para perfiles angulares

K=1.1 Para perfiles en **U** y en **T**

K=1.25 Para perfiles en **I**

Por todo lo anterior, las secciones abiertas de pared delgada, resisten muy mal a la torsión y deben ser proscritas si el momento torsor es importante.

4 CAPÍTULO

Aplicación a casos particulares

4.1 Introducción

Para el estudio de la torsión se han elegido 4 diferentes tipologías de perfiles a estudiar. Para poder demostrar de forma experimental, como alguno de ellos son más óptimos que otros para soportar este tipo de esfuerzo.

En este capítulo se agrupan las fórmulas para el estudio de la torsión de barras sobre los diferentes perfiles elegidos.

4.2.1 Tipología de perfiles elegidos.

Con el objetivo de poder abarcar diferentes tipos de perfiles, tanto macizos como huecos, como abiertos y cerrados y explicar la diferencia entre ellos, se ha optado por escoger:

- Perfil circular macizo.
- Perfil circular hueco.
- Perfil circular hueco.
- Perfil cuadrado hueco.

La idea es disponer de los 3 perfiles circulares, de un mismo diámetro, pero diferente tipología para observar de una manera más clara, como afecta la torsión según la sección del perfil. También se ha elegido un perfil cuadrado para ver las diferencias entre el comportamiento a torsión entre perfiles circulares y no circulares.

Al elegir estos 4 perfiles, podremos demostrar que:

- Las secciones abiertas de pared delgada resisten muy mal a la torsión y por tanto deben ser proscritas si el momento torsor es importante.
- Las secciones tubulares son más económicas que las secciones macizas.

Para poder hacerlo, se buscará representar gráficamente el momento torsor aplicado M frente al giro unitario θ . En dicha gráfica podremos ver de forma clara, por comparativa, el comportamiento de los perfiles a torsión. Así mismo, calcular la rigidez torsional, que coincide con la pendiente de la gráfica.

4.2.2 Material escogido.

El material elegido para los perfiles es el Aluminio. Los criterios para seleccionarlo han sido:

- Material que permita obtener unos giros y tensiones medibles, para la cantidad de momento torsor posible de aplicar. El parámetro que influye en esta condición es el módulo de cizalladura G . Para el aluminio $G \approx 26.3$ GPa
- Peso de material razonable para uso práctico. Para prácticas en laboratorio por alumnos, se busca un material que permita tener unos pesos razonables para las dimensiones del perfil utilizado. El parámetro que influye en esta condición es la densidad. Para el aluminio $\rho \approx 2.70 \text{ g/cm}^3$
- Facilidad de mecanizado.

4.2.3 Dimensiones de los perfiles.

Para seleccionar unos perfiles con dimensiones adecuadas, hemos tenido en cuenta dos condiciones: Colocación de galgas extensométricas y obtención de giros/tensiones medibles con los instrumentos de medición seleccionados (Ver Capítulo 5)

- Superficie suficientemente grande para la colocación de las galgas extensométricas. Se necesita una superficie mínima para poder colocar las galgas y que estén midan correctamente la deformación de la superficie del material.
- Sección mínima para obtener giros con reloj comparador (Precisión milesimal) y un brazo de 100 mm (Ver Capítulo 6: Diseño de la maqueta) y tensiones para el momento torsor aplicado. Como se ha demostrado en el capítulo anterior, el giro y la tensión generada,

dependen directamente de las dimensiones de la sección (radio, espesor, longitud). Por lo que, cuanto más grandes sean estos parámetros, se requerirá mayor momento torsor, para obtener giros y tensiones medibles.

Se ha realizado un estudio teórico, basado en el estudio de diferentes medidas de los perfiles con el objetivo de obtener unos resultados que puedan ser medidos experimentalmente mediante los instrumentos de medición seleccionados y cargas posibles de aplicar y que cumplan las dos condiciones anteriores. A partir de ese estudio se han seleccionado las siguientes dimensiones para los cuatro perfiles a estudiar:

- Perfil circular macizo:

Diámetro: 30mm

Longitud: 0,7m

<i>Momento</i> [Nm]	<i>Giro</i> [rd]	<i>Reloj Comparador</i> [mm]	<i>Tensión tangencial Max</i> [N/mm ²]
1,25	0,0004086	0,040869417	0,235785101
2,5	0,0008173	0,081738835	0,471570202
3,75	0,0012260	0,122608252	0,707355303
5	0,0016347	0,16347767	0,943140404
6,25	0,0020436	0,204347087	1,178925504
7,5	0,0024521	0,245216505	1,414710605
8,75	0,0024521	0,286085922	1,650495706

Tabla 4-1 Resultados teóricos para perfil circular macizo

- Perfil circular hueco.

Diámetro exterior: 30mm

Espesor pared: 2mm

Longitud: 0,7m

<i>Momento</i> [Nm]	<i>Giro</i> [rd]	<i>Reloj Comparador</i> [mm]	<i>Tensión tangencial Max</i> [N/mm ²]
1,25	0,00938	0,093773308	0,540999852
2,5	0,001875466	0,187546615	1,081999704

3,75	0,002813199	0,281319923	1,622999556
5	0,003750932	0,375093231	2,163999408
6,25	0,004688665	0,468866538	2,704999259
7,5	0,005626398	0,562639846	3,245999111
8,75	0,006564132	0,656413154	3,786998963

Tabla 4-2 Resultados teóricos para perfil circular hueco

- Perfil circular hueco pared abierta.

Longitud exterior: 93,25 mm

Espesor pared: 2mm

Ranura longitudinal: 1mm

Longitud: 0,5m

Momento [Nm]	Giro [rd]	Reloj Comparador [mm]	Tensión tangencial Max [N/mm ²]
0,2	0,0149	1,49	1,608579088
0,4	0,0299	2,99	3,217158177
0,6	0,0448	4,48	4,825737265
0,8	0,0597	5,97	6,434316354
1	0,0747	7,47	8,042895442
1,2	0,0896	8,96	9,651474531
1,4	0,1045	10,45	11,26005362

Tabla 4-3 Resultados teóricos para perfil circular pared abierta

- Perfil cuadrado hueco.

Longitud lado exterior: 30mm

Espesor: 2mm

Longitud: 0,7m

Momento [Nm]	Giro [rd]	Reloj Comparador [mm]	Tensión tangencial Max [N/mm ²]
1,25	0,0006	0,06	0,347222222

2,5	0,0012	0,12	0,6944444444
3,75	0,0018	0,18	1,041666667
5	0,0024	0,24	1,388888889
6,25	0,0030	0,30	1,736111111
7,5	0,0036	0,36	2,083333333
8,75	0,0042	0,42	2,430555556

Tabla 4-4 Resultados teóricos para perfil rectangular hueco

Las tablas anteriores muestran:

- El momento torsor aplicado en los perfiles. Este momento torsor es conseguido mediante unos discos de carga colgados a una distancia aproximada de 0,2 – 0,25 m del centro de la barra.
- El giro, en radianes, que sufre una sección de la barra situada a una longitud L.
- Desplazamiento vertical del vástago del reloj comparador. A través de una pequeña varilla fijada en el perfil, que gira junto a él y empuja al vástago del reloj comparador, podemos deducir el giro realizado.
- La tensión tangencial máxima. Para no pasarnos del límite elástico, que para el aluminio es aproximadamente 25 N/mm^2].

En vista de los resultados, la longitud de los perfiles será de 100 cm. Esto permitirá, por un lado, la inserción de casquillos necesarios para la colocación en la maqueta (Ver Capítulo 6: Diseño de la maqueta) y colocación de galgas extensométricas y aparato de medida de giro a una distancia que permita obtener unos resultados medibles.

Por otro lado, las dimensiones de las secciones de los perfiles seleccionados permiten la colocación de las galga extensométricas. Perfiles de secciones menores dificultarían la colocación y lectura de estas.

4.3 Formulario utilizado.

A continuación, se expondrán las fórmulas empleadas para el estudio teórico de la torsión. Estas fórmulas han sido desarrolladas en el capítulo 3: Estudio teórico.

4.3.1 Perfil circular macizo.

Las fórmulas que rigen la torsión en este perfil:

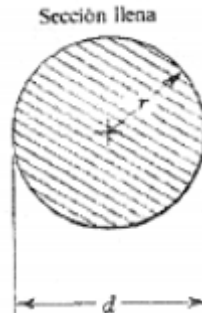


Figura 4.1 Sección circular maciza diámetro d y radio r .

Inercia polar

$$J = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} \quad (43)$$

Módulo de cizalladura:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (44)$$

Giro entre dos secciones A y B:

$$\phi_{A/B} = \frac{M(x)L_{A/B}}{GJ} \quad (45)$$

Tensión tangencial en un punto de la sección a una distancia r del centro:

$$\tau(x, r) = \frac{M(x)r}{J} \quad (46)$$

Tensión tangencial máxima:

$$\tau_{max} = \frac{2M(x)}{\pi r^3} \quad (47)$$

Donde:

$M(x)$: Momento torsor aplicado [Nm]

r : Radio [m]

L : Longitud [m]

E : Modulo Young [N/m^2]

4.3.2 Perfil cerrado circular hueco de pared delgada.

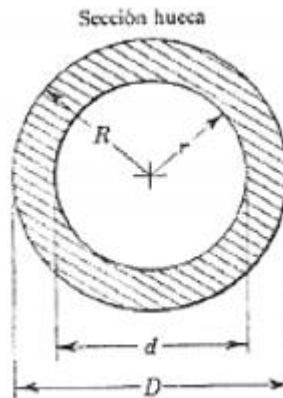


Figura 4.2 Sección circular hueca.

Inercia polar

$$J = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{2} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} \quad (48)$$

Módulo de cizalladura:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (49)$$

Giro entre dos secciones A y B:

$$\phi_{A/B} = \frac{M(x)L_{A/B}}{GJ} \quad (50)$$

Tensión tangencial en un punto de la sección a una distancia r del centro:

$$\tau(x, r) = \frac{M(x)r}{J} = \frac{2M(x)}{\pi d^2 e} \quad (51)$$

Tensión tangencial máxima:

$$\tau_{max} = \frac{32M(x)R}{\pi(D^4 - d^4)} \quad (52)$$

R: Radio exterior [m]

r: Radio interior [m]

D: Diámetro exterior [m]

d: Diámetro interior [m]

e: Espesor [m]

C: Rigidez torsional

4.3.3 Perfil abierto pared delgada circular hueco.

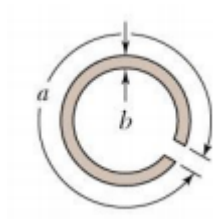


Figura 4.3 Perfil abierto pared delgada circular hueco.

Módulo de cizalladura:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (53)$$

Tensión tangencial máxima:

$$\tau_{max} = \frac{3M(x)}{ab^2} = G\theta b \quad (54)$$

Ángulo de torsión unitario:

$$\theta = \frac{M(x)}{C} = \frac{M(x)}{\frac{ab^3G}{3}} = \frac{3M(x)}{ab^3G} \quad (55)$$

Rigidez torsional:

$$C = \frac{ab^3G}{3} \quad (56)$$

4.3.4 Perfil cerrado pared delgada sección cuadrada.

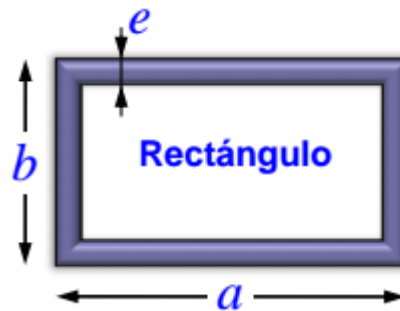


Figura 4.4 Perfil rectangular cerrado pared delgada.

Para nuestro caso, se trata de un perfil cuadrado ($a=b$)

Módulo de cizalladura:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (57)$$

Tensión tangencial máxima:

$$\tau_{max} = \frac{M(x)}{abe} \quad (58)$$

Angulo de torsión unitario:

$$\theta = \frac{(a + b)eM(x)}{2a^2b^2e^2G} \quad (59)$$

Giro entre dos secciones A y B:

$$\phi = \theta L_{A/B} \quad (60)$$

5 CAPÍTULO

Identificación y selección de las tecnologías de medición

5.1 Introducción

El objetivo del proyecto al diseñar la máquina de torsión de barras es poder estudiar el efecto de la torsión en diferentes tipologías de perfiles. Para ellos necesitaremos obtener datos como giro y tensiones a lo largo de la barra.

En este capítulo se definirán diferentes métodos de medición y las razones por las cuales se han elegido.

5.1 Tecnologías de medición para giro.

5.1.1 Codificador rotatorio Encoder

Se trata de un dispositivo de detección que proporciona una respuesta; convierte el movimiento en una señal eléctrica que puede ser leída por algún tipo de dispositivo de control en un sistema de control de movimiento. El encoder manda una señal de respuesta la cual puede ser utilizada para conocer posición, velocidad o dirección de lo que estemos midiendo.

La tecnología que usa un encoder puede ser mecánica, magnética, óptica y de resistencia, siendo la óptica la más común.

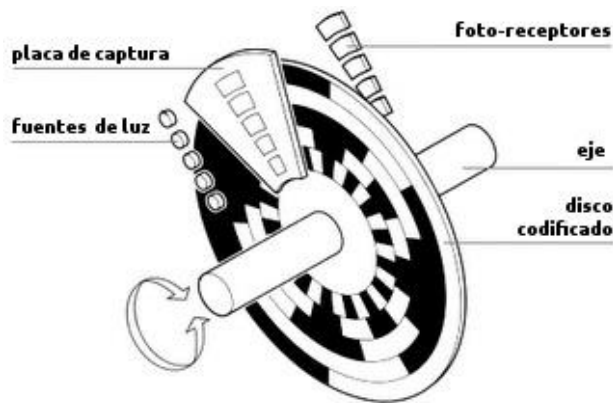


Figura 5.1 Detalle Encoder óptico.

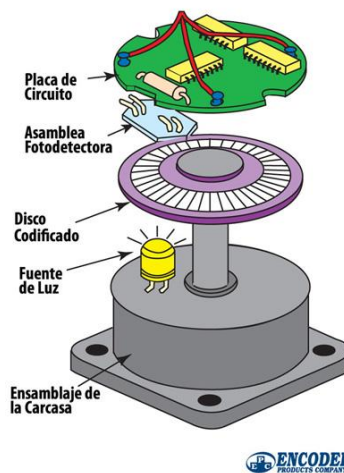


Figura 5.2 Partes de Encoder óptico.

En la imagen 4.1 podemos ver la construcción de un encoder rotativo incremental con tecnología óptica. El funcionamiento de este encoder está basado en la emisión y recepción de un haz de luz. Se dispone de un disco, fabricado en vidrio/plástico el cual tiene diversas zonas que permiten el paso del haz de luz y otras zonas opacas que interrumpen el paso de ésta.

El disco codificado, gira junto con el eje y a su vez, el emisor emite luz, que llega al receptor, el cual se encarga de generar pulsos, ya sea cuando la luz le llega o cuando es bloqueada por alguna zona opaca. La sucesión de pulsos es interpretada y permite la lectura de diversos parámetros como pueden ser, radio de giro, sentido de giro, velocidad de giro.

Existen diversos tipos de encoders; incrementales y absolutos. La diferencia entre ellos reside en que los encoders incrementales emiten señales que no indican la posición específica, tan solo informan que la posición ha cambiado. Por otro lado, los encoders absolutos utilizan señales diferentes para cada posición, lo que se traduce en que informa de que la posición ha cambiado y de la posición específica.

5.1.2 Escalas angulares / Goniómetro

Instrumento mecánico que permite la lectura directa de ángulos. Compuesto de un círculo o semicírculo graduado fijo y un dial giratorio, que gira sobre el eje de simetría y permite leer, por comparativa sobre el círculo graduado, el ángulo.



Figura 5.3 Goniómetro

Existen diferentes tipos de Goniómetro, algunos permiten más precisión que otros.

En el caso de los que incluyen una escala de Vernier, en la figura 4.3 podemos ver que el cuadrante está graduado hasta 90°. La escala Vernier está graduada hacia derecha e izquierda hasta 60 minutos, con intervalos de 5'; Esto permite una lectura con precisión de 1/12 grados.



Figura 5.4 Goniómetro con escala Vernier.

De manera que dejando fijo el círculo graduado y fijando el dial sobre el perfil a torsionar, este girara con él, y por comparativa sobre el círculo graduado, podremos medir el ángulo de torsión.

5.1.3 Reloj comparador.

Se trata de un instrumento de medición mediante la medición indirecta del desplazamiento de una punta de contacto esférica cuando el reloj se encuentra fijo en un soporte.

Existen diferentes tipos de comparadores, ya sea por lectura sobre círculo graduado (Reloj comprador mecánico) o por lectura de pantalla (Reloj comparador digital).

Para el caso de los relojes mecánicos, el movimiento vertical del vástago, se amplifica por medio de engranajes, moviendo la aguja sobre el círculo graduado. Dependiendo de las diferentes partes del reloj (punta, engranajes, círculo graduado) se puede obtener precisiones de milésimas de milímetro. La medición consiste en colocar una pequeña varilla de 100 mm fijada al perfil a torsionar, con lo que esta cual gire con el perfil y empuje con su extremo al vástago del reloj comparador. Como el giro a medir es muy pequeño, podemos suponer que el desplazamiento de la varilla es vertical. El reloj registra este desplazamiento, el cual permite conocer el giro realizado por el perfil ya que conocemos la longitud de la varilla y su desplazamiento.

En el caso del reloj digital, el desplazamiento de los engranajes interiores es interpretado por unos sensores que muestran el valor del desplazamiento del vástago en la pantalla.

Este método nos permite medir el giro en cualquier sección de la barra, ya que bastaría con mover el reloj comparador paralelamente a la barra junto con la varilla.

Algunos tipos de comparadores



Figura 5.5 Relojes comparadores

5.1.4 Elección de Tecnologías para medición de giro.

Existen varias condiciones a la hora de la elección de las diferentes partes de nuestro proyecto:

- Facilidad de uso: Manejo sencillo para alumnos.
- Recambio: Permitir cambio de instrumentación rápida y sin tener que desmontar maqueta en caso de necesitar sustitución de piezas.
- Rapidez en la práctica: Permitir toma de datos de una manera breve
- Posibilidad de medir giros en diferentes secciones: Interés de medir con un solo instrumento, giros en diferentes secciones.
- Fácil instalación: Poca complejidad a la hora de acoplarlo a la maqueta.

	ENCODERS	GONIOMETRO	RELOJ COMPARADOR DIGITAL
Facilidad de uso		x	x
Recambio		x	x
Rapidez	x		x
Medición diferente secciones		x	x
Fácil Instalación		x	x

Tabla 5-1 Comparativa de instrumentos para medición de giro

A la vista de la tabla, vemos que el reloj comparador es la opción más óptima para nuestro caso. Como se puede comprobar en el estudio teórico, cumple las condiciones que buscamos para esta medición:

- **Facilidad de uso:** Basta con ajustar la varilla y el reloj comparador en la posición que queramos y leer la interfaz para conocer el desplazamiento vertical de la varilla.
- **Recambio:** Sólo es necesario cambiar la pila del reloj en caso de que se agote. O sustituir el reloj en caso de que deje de funcionar por otras razones. No es necesario desmontar la máquina.
- **Rapidez:** Al usar reloj digital se simplifica la lectura de datos del reloj y se acorta el tiempo.
- **Medición diferente secciones:** Permite lectura del giro en cualquier posición deseada.
- **Fácil instalación:** Solo consta de una varilla ajustada con un anillo al perfil y un reloj comparador anclado en una base desplazable a lo largo del soporte de la máquina. Todo mecánico

Es por ello por lo que se ha optado por el uso de relojes comparadores digitales para la medición de los ángulos de giro.

5.2 Tecnologías para medición de tensiones.

5.2.1 Galgas extensométricas

Una galga extensométrica es un sensor que emplea el efecto piezorresistivo. Mediante un esfuerzo que deforma la galga se ve traducido en un cambio en su resistencia eléctrica.

El principio de las medidas por galgas extensométricas podemos explicarlo a partir de un hilo metálico de resistencia eléctrica R , sección S y longitud L .

La relación que nos da el valor de la resistencia eléctrica de un hilo en función de sus características geométricas es:

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (61)$$

R = Resistencia en ohmios.

P = Resistividad del metal.

L = Longitud del hilo.

S = Sección del hilo.

Para un hilo cilíndrico podemos escribir

$$R = \rho \frac{L}{\pi r^2} \quad (62)$$

Por derivación logarítmica obtenemos:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - 2 \frac{dr}{r} \quad (63)$$

Donde además:

$$\frac{dr}{r} = -\nu \frac{dL}{L} \quad (64)$$

Donde ν es el coeficiente de Poisson.

Podemos reescribir la relación después de derivar logarítmicamente como:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} + 2\nu \frac{dL}{L} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} (1 + 2\nu) \quad (65)$$

Por otro lado, la variación de resistividad de la ecuación anterior $\frac{d\rho}{\rho}$ es proporcional a la variación relativa de volumen:

$$\frac{d\rho}{\rho} = c \frac{dV}{V} \quad (66)$$

Para $c=\text{cte}$. Bridgman (Obtenida experimentalmente)

Ahora bien:

$$\frac{dV}{V} = \frac{dL}{L} + 2 \frac{dr}{r} = (1 - 2\nu) \frac{dL}{L} \quad (67)$$

Utilizando las ecuaciones (6) y (7) en la ecuación (5), nos queda:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dL}{L} [1 + 2\nu + c(1 - 2\nu)] \quad (68)$$

El término incluido dentro de los corchetes se le conoce como factor de galga o factor K , variable en función de los materiales de la galga extensométrica.

$$\frac{dR}{R} = K \frac{dL}{L} \quad (69)$$

El valor dL/L se expresa como un número adimensional. En general se utiliza una unidad llamada microdeformación ($\mu\varepsilon$) que es igual a 10^{-6} , que corresponde a una variación de $1\mu\text{m}$ de una longitud de 1 m.

$$\varepsilon = \frac{dL}{L} \quad (70)$$

Como nuestro objetivo es el de medir las tensiones que aparecen en el perfil debido a la torsión, tenemos que relacionar la deformación con la tensión.

Para eso haremos uso de la ley de Hooke, la cual nos permite admitir que hasta el límite elástica las deformaciones son proporcionales a los esfuerzos, para un cuerpo homogéneo e isótropo.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (71)$$

Para realizar la medida de la variación relativa de resistencia a través de las galgas extensométricas, se utiliza el puente Wheastone:

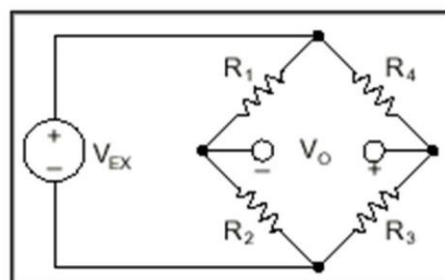


Figura 5.6 Puente Wheastone.

El puente Wheastone es un sistema pasivo formado por cuatro impedancias montadas dos a dos en serie. La tensión de alimentación V_E es aplicada a dos vértices opuestos, y en los dos restantes se hace la medida de la tensión V_o .

El puente está equilibrado cuando no aparece ninguna diferencia de potencial en la diagonal de medida. Para que esto ocurra debe ocurrir:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \quad (72)$$

Si las resistencias varían, siendo los cuatro iguales, la tensión de salida varía tal que:

$$\Delta_e = \frac{E}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad (73)$$

A partir de la ecuación (13) se deduce que las resistencias influyen con distinto signo sobre la tensión de salida, según la rama considerada. Se cumple entonces de que las resistencias situadas en ramas adyacentes influyen en sentido contrario, mientras que la rama opuesta lo hace en el mismo sentido.

La propiedad anterior se utiliza para determinar qué posición deben ocupar las galgas en el puente:

- Para montaje a una galga (Cuarto de puente): Cualquier posición.
- Para montaje a dos galgas (Medio puente): Galgas en brazos adyacentes, los efectos de sus variaciones de resistencia se contrarrestan. Galgas en brazos opuestos, los efectos de sus variaciones de resistencia se suman.
- Para montaje a cuatro galgas (Puente completo): Dependerá de lo que se quiera realizar.

Montaje en cuarto de puente (Dos hilos): Es el más sencillo, consiste en utilizar el esquema siguiente con dos hilos conductores.

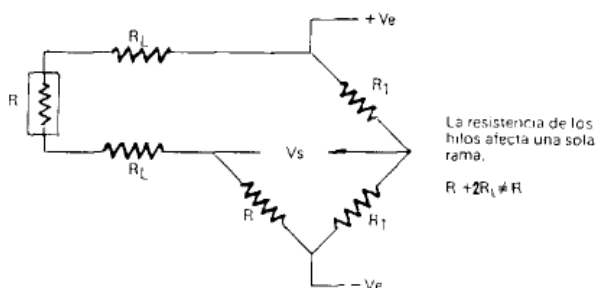


Figura 5.7 Montaje a cuarto de puente con medición a dos hilos.

La galga activa de resistencia R se completa con otras resistencias (o galgas) del mismo valor. La resistencia de los cables de conexión (R_L) está conectada en serie con la rama activa. Siendo la resistencia total de la rama:

$$R_{TOTAL} = R + 2R_L \quad (74)$$

Este tipo de medición aporta poca precisión.

Montaje en cuarto de puente (Tres hilos): Es el más usado en este tipo de montaje:

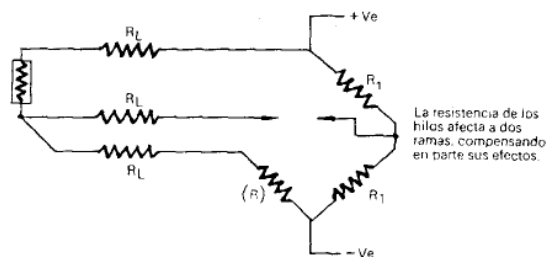


Figura 5.8 Montaje a cuarto de puente con medición a tres hilos.

En este montaje, la resistencia de los conductores está en serie con dos ramas adyacentes del puente, compensando parcialmente en el desequilibrio (si los conductores son idénticos, la compensación es total). La sensibilidad sigue siendo afectada como en el montaje anterior, pero en este caso es menos importante.

Al contrario del montaje a dos hilos, el efecto adverso de la temperatura en los conductores se compensa en su mayor parte.

Montaje en medio puente: Gracias al esquema de este montaje es posible anular en gran medida el efecto adverso de la temperatura. Al estar uno de los extensímetros sometido a deformación y forma la rama activa del puente, mientras que el otro (galga de compensación) se monta cerca del primero (en estrecho contacto térmico) pero no sufre deformación. Por el efecto de la temperatura, los extensímetros sufren pequeñas variaciones en su resistencia, y debido al montaje en ramas adyacentes en el puente de Wheastone, estas deformaciones debidas a la temperatura se anulan, dando una tensión de salida cero.

Por lo que el esfuerzo aplicado únicamente al extensímetro activo es el que produce una salida de señal normal.

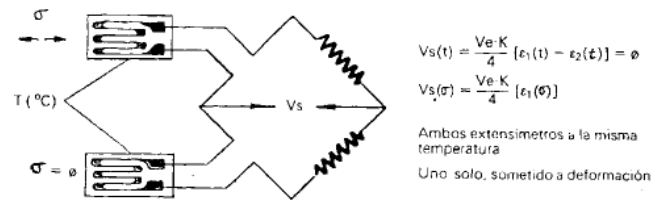


Figura 5.9 Montaje a 1/2 puente para compensación de temperatura.

Este montaje a medio puente permite aumentar la precisión de medida. Montando dos galgas extensométricas, una sobre la dirección principal del esfuerzo y otra en posición transversal.

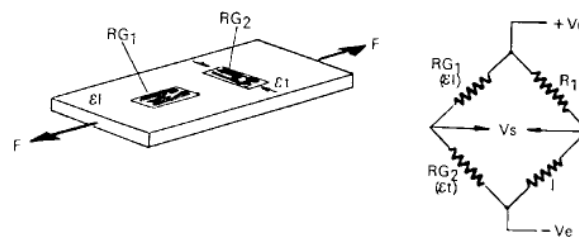


Figura 5.10 Montaje de dos galgas en 1/2 puente para incrementar precisión.

Sabiendo que la relación entre la deformación transversal ϵ_t y la deformación longitudinal ϵ_l es:

$$\epsilon_t = -\nu \epsilon_l \quad (75)$$

Donde ν es el módulo de Poisson.

El efecto antagonista de las ramas adyacentes en el puente permite sumar ambas deformaciones, obteniendo una señal de mayor amplitud (para $\nu = 0.3$ el aumento es de un 30%).

Montaje en puente completo: Se suele utilizar este montaje para la realización de captadores ya que la sensibilidad que se puede obtener es mayor con respecto a las anteriores vistas. La combinación de las cuatro galgas en el puente Wheastone nos permite medir esfuerzos lineales con total independencia de flexión y torsión, etc.

Para su uso, la galga debe colocarse en el perfil a estudiar. Al producirse una deformación en la superficie del material, esta también afectará a la galga, la cual sufrirá una variación en su resistencia eléctrica al paso de corriente, esto se traducirá en la deformación ϵ que se haya producido en ese punto del material.

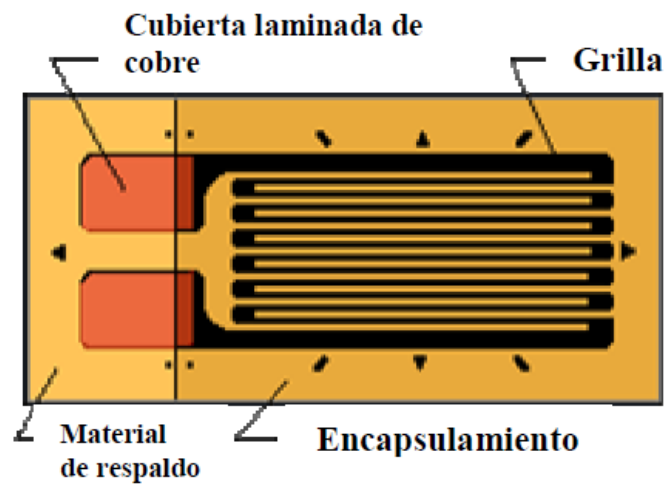


Figura 5.11 Galga extensométrica

Por lo anterior explicado, la galga es la mejor opción para nuestro propósito ya que nos interesa medir en la superficie del perfil, pues es donde aparecen las tensiones máximas, y por tanto las máximas deformaciones.

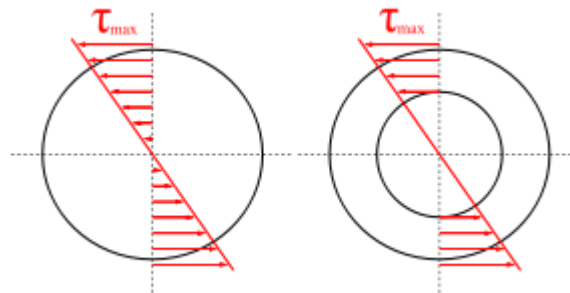


Figura 5.12 Tensiones tangenciales en perfiles circulares por momento torsor.

6 CAPÍTULO

Diseño de la maqueta

6.1 Introducción

Para el diseño se ha tenido siempre en cuenta que se trata de una maqueta para uso por alumnos en laboratorio. Es por tanto que se ha buscado un diseño que fuese fácilmente manipulable, con montaje y desmontaje rápido a través de uniones mecánicas no fijas. En este capítulo se explican todas las partes que forman la maqueta y las razones que hacen que se adecuen para el propósito de la máquina de torsión.

6.2 Maqueta de torsión: Conjunto

El conjunto de la maqueta la componen un total de 6 partes con diferentes funciones (Ver Plano conjunto), las cuales son:

Un soporte de aluminio que sirve como base para el resto del conjunto, compuesto por 5 perfiles unidos entre sí, aportando rigidez, estabilidad y altura a nuestra maqueta.

Sobre este soporte, hay anclados mediante 6 tornillos de cabeza ALLEN M12, dos paredes en las cuales descansan los extremos del perfil a torsionar. El objetivo de las paredes es: por un lado, fijar un extremo de la barra, impidiéndole el giro; el otro es el de sujetar el otro extremo del perfil para que éste quede a una altura constante y permitir el giro que le transmite el brazo de carga.

En los extremos de los perfiles de aluminio, se han colocado unos casquillos de acero. Los casquillos de acero son los que atraviesan las dos paredes. Uno de ellos es mordido directamente por la pared para impedir el giro; el otro tiene acoplado un rodamiento y a su vez tiene el orificio roscado para la barra de carga la cual aplica el momento torsor.

El brazo de carga, el cual consiste en una varilla roscada, a la que se le cuelga unos discos de carga en un extremo, mientras que el otro se rosca dentro del casquillo de acero. Al cargar el peso, la varilla ejerce un momento torsor en el perfil.

El reloj comparador, se encuentra sujeto en una varilla de acero y, ésta a su vez, unida a unos de los perfiles del soporte de aluminio. La unión permite el desplazamiento a lo largo, paralelo a la barra torsionada, para poder medir el giro en cualquier sección.

El brazo medidor es una varilla delgada, que se puede mover y fijar a lo largo de la barra torsionada, y que su extremo está en contacto con el reloj comparador.

6.3 Maqueta de torsión: Soporte

Es la base de la maqueta. Su función es la de aportar rigidez, estabilidad y una altura regulable. Formada por perfiles 5 NIKAI de aluminio de dimensiones 45x45mm. Las dimensiones de estos perfiles son:

2x Perfil NIKAI 45x45L 560mm

2x Perfil NIKAI 45x45L 1200mm

1x Perfil NIKAI 45x45L 185mm

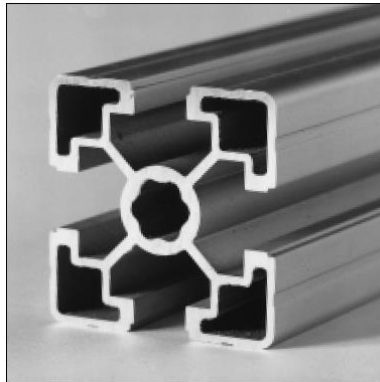


Figura 6.1 Perfil aluminio NIKAI

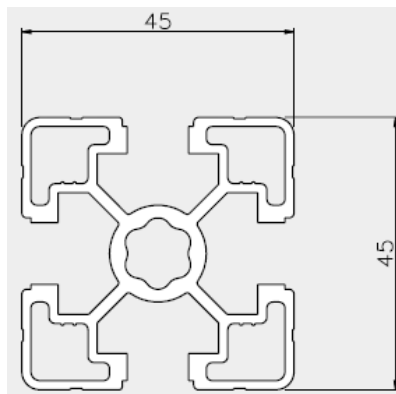


Figura 6.2 Dimensiones perfil aluminio NIKAI

Una de las ventajas de elegir este tipo de perfil es que el material del que están hechos es aluminio, por lo que debido a su densidad de $2,70 \text{ g/cm}^3$, hace que el peso del soporte no impida la posibilidad de mover la maqueta en el caso de que se requiera. También hace que sea fácil el ser mecanizado, ya sea para cortes transversales, taladrado vertical y permite dibujarle sin mucha dificultad roscas interiores para poder introducir en ellos elementos roscados.

Por otro lado, como se observa en la imagen, la sección del perfil, permite que se pueda unir fácilmente, unos perfiles con otros, con elementos de uniones como escuadras y tornillos de cabeza de martillo, para formar la forma del soporte deseado.

La forma asimétrica que se le ha dado al soporte (ver ANEXO: PLANOS) es la de prevenir el riesgo de vuelque de la maqueta. Haciendo que los discos de cargas entren dentro del área abarcada por los perfiles transversales de la estructura, se impide que esta vuelque debido al peso asimétrico en la maqueta. La estructura la forman un total de 5 perfiles de diferentes longitudes, cortados mediante una cortadora.

Los elementos de unión utilizados, son también del catálogo de NIKAI. Esto facilita esta tarea, puesto que los perfiles, como se ha explicado antes, vienen preparados con ranuras, para la inserción de los diferentes elementos de unión. Para nuestro caso, se han utilizado: Escuadras NIKAI (Ref.121300) compuestas por:

- Escuadra.
- 2xTornillo de cabeza de martillo.
- 2x Tuercas.

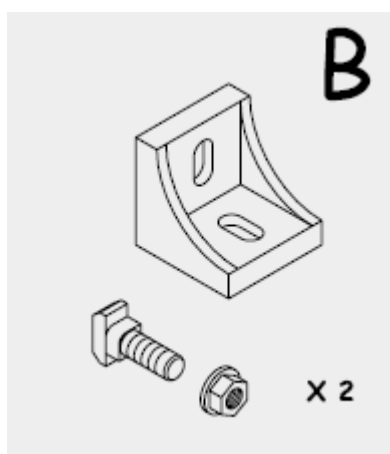


Figura 6.3 6.4Vista Elemento de unión: Escuadra NIKAI.

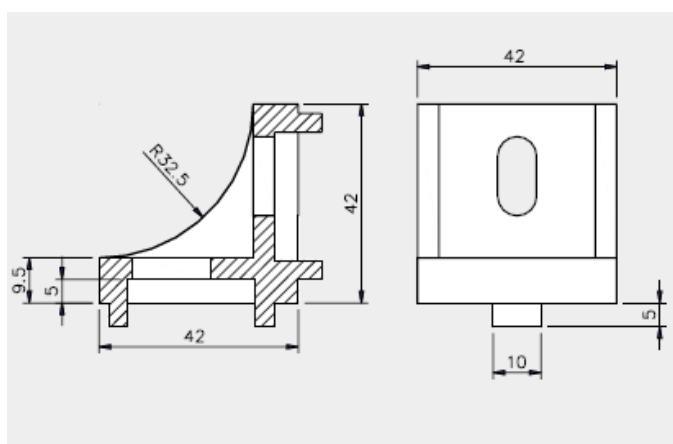


Figura 6.5 Dimensiones Elemento de unión: Escuadra NIKAI.

Por otro lado, dos de los perfiles que forman el soporte, tienen unos Pies NIKAI (Ref.122314). Estos pies están roscados en los extremos del perfil. Para ello se ha taladrado el perfil con un diámetro inferior a la métrica necesaria, para luego, con un macho de rosca (ver figura 6.7), dibujar la rosca para la métrica necesaria.



Figura 6.6 Vista accesorio: Pies NIKAI.

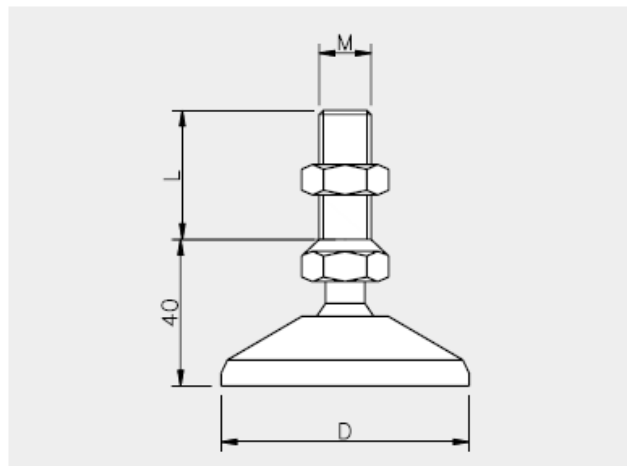


Figura 6.7 Dimensiones accesorio: Pies NIKAI.

Figura 6.5 y 6.6 Vista y dimensiones Elemento de unión: Pies NIKAI.



Figura 6.8 Macho de roscado

Por último, se han acoplado unas tapas para perfiles NIKAI (Ref.122400) a los extremos de los perfiles para evitar daños por roce y posibles cortes.



Figura 6.9 Vista accesorio: Tapa perfiles NIKAI

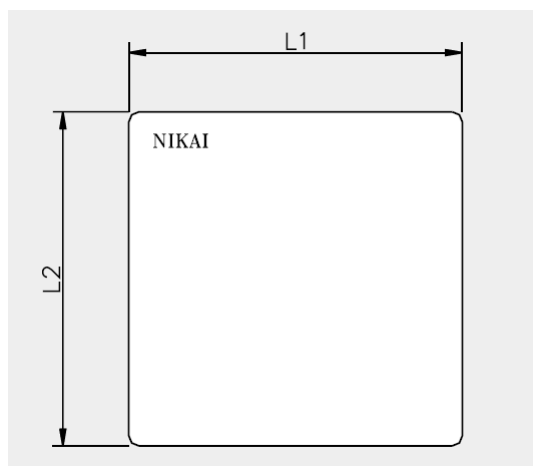


Figura 6.10 Dimensiones accesorio: Tapa perfiles NIKAI

6.4 Maqueta de torsión: Paredes.

Las paredes de carga y empotramiento son dos bloques de aluminio macizo, sobre los que descansa el perfil por sus extremos, y los encargados de mantener un extremo del perfil fijo sin giro, y el otro con libre giro.

Para la fabricación de ambas paredes se ha partido de dos bloques de aluminio macizo de dimensión 200x150x30mm.

6.4.1 Maqueta de torsión: Pared de empotramiento.

La pared de empotramiento tiene como objetivo fijar el perfil y no permitirle el giro impuesto por el momento torsor.

Como se ha argumentado en párrafos anteriores, se busca que sea fácil de utilizar por el alumno; Por ello se ha decidido un diseño el cual permite al alumno, desmontar la pared de empotramiento en dos, mediante un corte longitudinal a la altura del orificio central, para colocar el perfil sobre el trozo inferior de la pared, y luego montar el trozo superior. De tal manera, que, al ejercer presión entre los dos trozos de la pared, por apriete de tornillo y tuerca, el perfil queda encajado y sin posibilidad de giro. Para asegurar este propósito, el dibujo del orificio de la pared y el del macho del perfil que entra en él, no es completamente circular. Sino que se le ha dado un rasurado (Ver Figura 6.11).

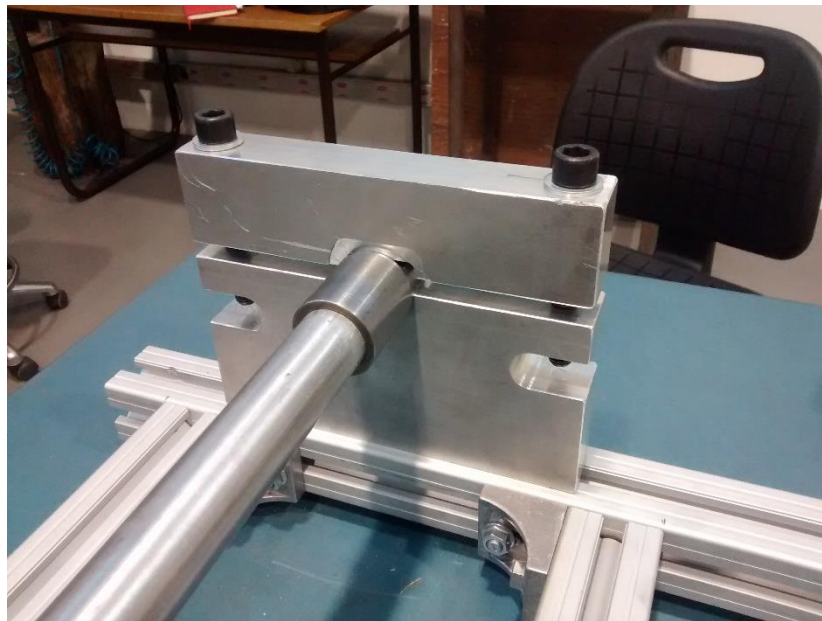


Figura 6.11 Vista delantera pared de empotramiento.

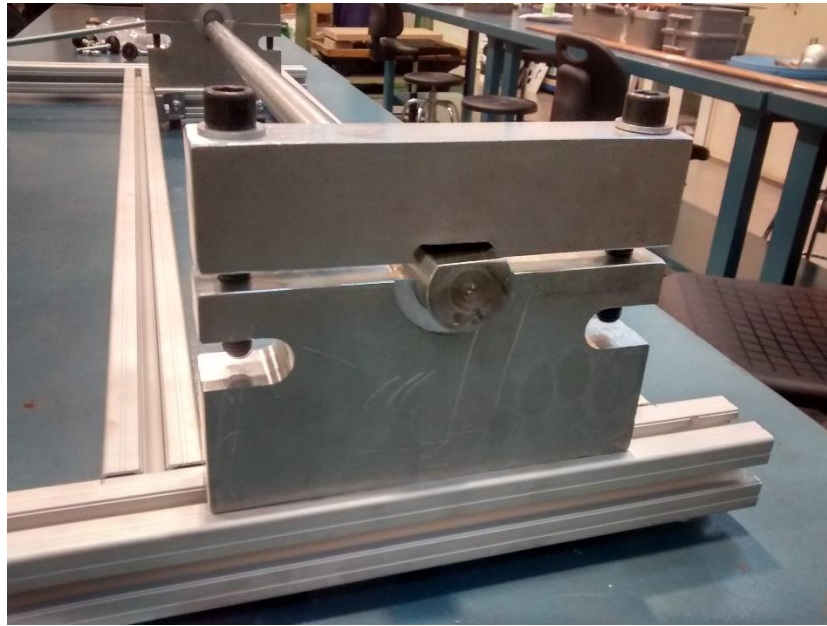


Figura 6.12 Vista trasera y detalle orificio de pared de empotramiento.

Para la fabricación, se ha partido de un bloque macizo de aluminio. Las dimensiones se han tomado en referencia de las dimensiones de los perfiles a estudiar, dándole aproximadamente 5x veces el valor de estos a la pared.

Mediante la fresadora CNC y cortadora se han hechos los cortes necesarios.

Tres orificios roscados M12 en la base, para permitir el anclaje al perfil.

Dos ranuras a los lados permiten la colocación y fácil acceso de las dos tuercas de M12, que junto a los tornillos de cabeza ALLEN que atraviesan la pared, permiten la unión del trozo superior e inferior, y presionan el perfil.

El orificio central del muro (ver figura 6.11) tiene las mismas dimensiones que los casquillos de los perfiles sometidos a estudio. Al no ser completamente circular, sino que tienen la forma de una circunferencia seccionada, impide que la pieza pueda girar, en caso de que la presión ejercida por los dos trozos de la pared, por un mal apriete, fuese insuficiente.

6.4.2 Maqueta de torsión: Pared de carga.

La pared de carga es idéntica a la descrita en el punto anterior, salvo que las dos mitades de ésta no aprietan directamente al casquillo del perfil, sino que en su orificio central (el cual es completamente circular), se coloca el rodamiento acoplado al casquillo del perfil. Permitiendo el giro de ese extremo, a la vez que lo mantiene en la posición y altura deseada.

El orificio central está hecho por dos agujeros. Uno con profundidad de 22mm, del mismo diámetro exterior que el rodamiento (62 mm) y otro pasante de diámetro inferior (30 mm), que permite la salida de un trozo del casquillo de acero, el cual tendrá roscado la varilla de carga, y a su vez sirve de tope para el rodamiento.

6.5 Casquillos.

Los casquillos forman una parte importante de la maqueta, puesto que son el punto de unión entre los perfiles a torsionar y la máquina. Estos se acoplarán en las paredes de carga y empotramiento, y quedaran sujetos por la presión que las paredes ejercen sobre ellos. También llevan un agujero roscado para colocar el brazo de carga. Por ello, deben ser lo bastante resistentes para soportar la presión, el peso y no deformarse. Por esta razón, se ha usado acero para la construcción de los casquillos.

Los casquillos llevan acoplados a presión unos rodamientos, de dimensiones 62x30x16mm. Los rodamientos quedan encajados en la pared de empotramiento, permitiendo el giro al perfil, mientras éste queda sujeto en la posición.

Los casquillos tienen dos partes distinguibles, una es la que une el casquillo con el perfil y la otra que une a la pared de carga o de empotramiento:

La parte que une a la pared de carga, es común para todos los casquillos, como se ha descrito, lleva un rodamiento acoplado a presión y tiene en su extremo, un agujero roscado, en el cual se rosca la varilla a la cual se le colgará el peso para producir la torsión.

La parte que une a la pared de empotramiento, es igual para todos los casquillos, tiene forma de cilindro, al cual se le ha hecho con la fresadora, un corte longitudinal, para que la sección sea la misma que la del orificio central de la pared de empotramiento (ver Figura 6.12).



Figura 6.13 Casquillo extremo empotramiento.



Figura 6.14 Detalle sección casquillo para entrada en orificio de pared de empotramiento.

Los otros extremos de los casquillos, son iguales par a par. Sirven para acoplar por presión el casquillo al perfil. Según sea el perfil, el casquillo tendrá forma de macho o de hembra: En el caso de los perfiles tubulares y cuadrado hueco, el casquillo es un macho con las dimensiones del hueco de estos perfiles. Para el caso del perfil macizo, el casquillo tiene forma de hembra (Figura 6.14) para que el perfil se introduzca en él por presión. Esta unión es reforzada por unos pasadores elásticos.

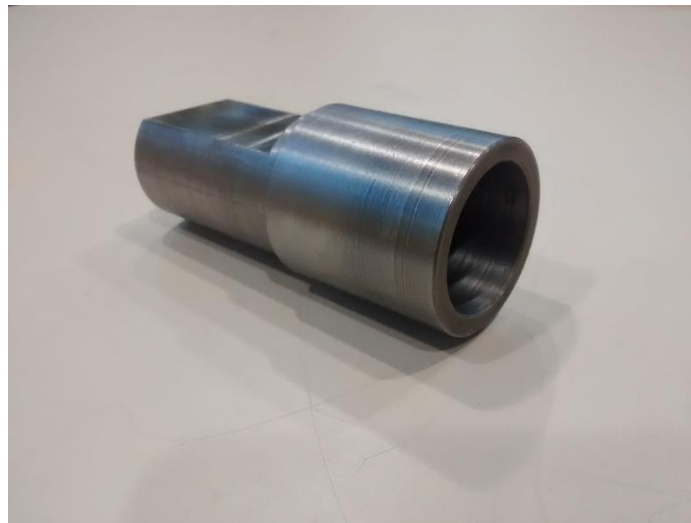


Figura 6.15 Detalle casquillo hembra para acople con perfil macizo.

De esta manera, cada perfil tiene su juego de casquillos, uno para montarlo sobre la pared de empotramiento, y el otro para la pared de carga. Con esto, protegemos los extremos del perfil y no los dañamos, por otro lado, logramos fijar un extremo del perfil, mientras que el otro es sometido al giro de torsión.

6.6 Brazo de carga.

El brazo de carga es el encargado de ejecutar el momento torsor.

Se trata de una varilla roscada M12, roscada por un extremo al casquillo del muro de carga, y por el otro, se le cuelga un gancho con discos de carga. Esto provoca que la varilla, produzca un momento torsor sobre el casquillo, que se aplica a todo el perfil.

Para sujetar y mantener en posición el gancho, se usan dos roscas, que aprisionan el gancho.



Figura 6.16 Gancho y discos de carga

El brazo tiene una longitud de 250mm, según la posición del gancho respecto del extremo opuesto, el momento torsor producido por la carga, variará:

$$M = Fd \quad (76)$$

6.7 Reloj Comparador.

Como ya se ha explicado en el capítulo 5, el reloj comparador, tiene como objetivo medir el desplazamiento vertical del brazo medidor, para así conseguir calcular el giro de la barra.

El reloj comparador va sujeto al soporte de los perfiles NIKAI. Este va fijo sobre una varilla, mediante un juego de anclaje, que le permite orientarse (ver figura 6.17) La varilla sobre la que va el reloj comparador, tiene en su base un tornillo con cabeza de martillo el cual está insertado en la ranura del perfil, permitiendo el movimiento de la varilla a lo largo de todo el perfil (Ver figura 6.18).



Figura 6.17 Reloj comparador y unión a barra vertical

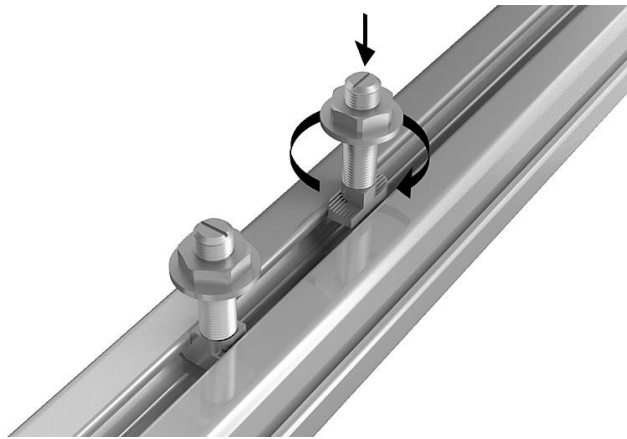


Figura 6.18 Unión varilla en perfil NIKAI

El hecho de que el reloj se pueda desplazar, hace posible medir en cualquier sección de esta. Para hacerlo, simplemente hay que orientar el vástago del reloj comparador, haciendo que coincida con el brazo comparador, quedando este último encima del vástago en vertical. Al aplicar un giro, el brazo comparador presionará sobre el vástago, y la distancia quedará registrada en el reloj.

Para poder obtener el giro, debemos relacionar el desplazamiento del extremo del brazo de carga, con el giro del perfil. Siendo el giro tan pequeño, que supone sólo desplazamiento vertical y al ser la longitud del brazo comparador constante (100m). Dividendo el desplazamiento por la longitud, obtendremos el giro en radianes.

6.8 Brazo Comparador.

Para poder medir el giro que realiza el perfil cuando es sometido a torsión se emplea una varilla que está fijada al perfil por un extremo, mientras que por el otro está en contacto con el vástago del reloj comparador. Al girar el perfil, la varilla produce un desplazamiento del vástago, y este es medido para más adelante poder calcular el giro, como se ha explicado en el punto anterior.

Para fijar la varilla a los perfiles, se ha diseñado unas abrazaderas, una circular para los 3 perfiles de diámetro 30 y otra cuadrada para el perfil rectangular. Estas abrazaderas tienen una pequeña holgura que le permiten desplazarse a lo largo de todo el perfil, y mediante unos prisioneros, se fijan a este. Las abrazaderas tienen un alojamiento roscado en el cual se fija la varilla.

Al ser la punta del vástago muy pequeña es difícil centrar el punto de contacto entre este y la varilla, y por tanto es posible que durante la realización de la práctica uno de ellos se desplace y se pierda el contacto. Para solventar este problema y facilitar el contacto con la punta del vástago del reloj comparador, se ha mecanizado el extremo de la varilla para tener una superficie lisa.

7 CAPÍTULO

Validación Numérico-Experimental

7.1 Introducción

En este apartado se tratarán los resultados obtenidos experimentalmente y se compararán con los datos teóricos.

Para los perfiles circular macizo, circular hueco y rectangular hueco, se hallará el módulo de cizalladura y se comparará con el teórico. Mientras que, para el perfil abierto, se demostrará su mal comportamiento a esfuerzos de torsión por comparación con los anteriores.

Por otro lado, se estudiarán las tensiones experimentales obtenidas a través de las galgas extensométricas y se compararán con las tensiones teóricas.

7.2 Perfil Circular Macizo

7.2.1 Giros

Para el estudio de este perfil se utilizan los siguientes parámetros:

Diámetro exterior	30 mm
Longitud brazo de carga	250 mm
Longitud sección de giro	770 mm
Longitud brazo comparador	105 mm

Tabla 7-1 Parámetros práctica perfil circular macizo.

Donde:

Longitud brazo de carga: Longitud a la que se coloca la carga con respecto al eje de giro.

Longitud sección del giro: Longitud desde el empotramiento hasta la sección en la cual se está midiendo el giro con el reloj comparador.

Longitud brazo comparador: Longitud desde el exterior del perfil hasta el punto de contacto con el reloj comparador.

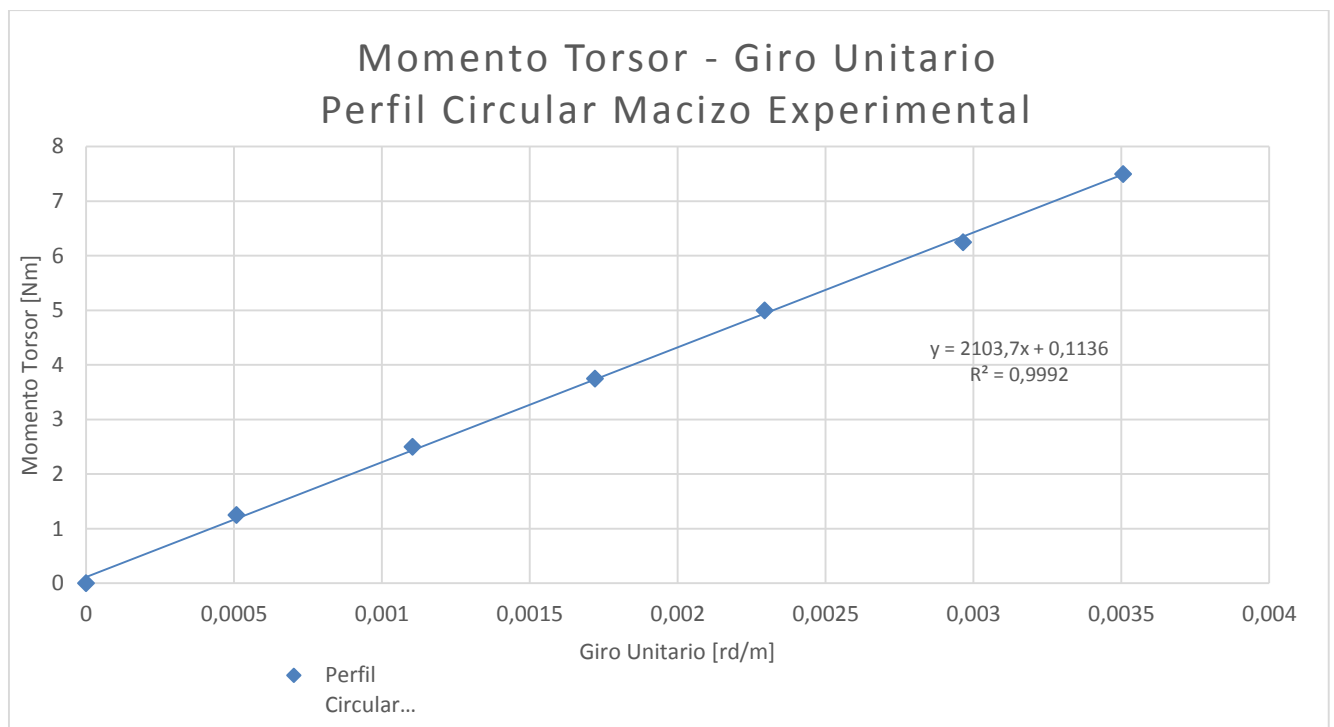
CARGA [N]	DESPLAZAMIENTO [mm]
0	0,000
5	0,047
10	0,102
15	0,159
20	0,212
25	0,274
30	0,324
35	0,379

Tabla 7-2 Datos experimentales Carga-Desplazamiento para perfil circular macizo.

Con los datos obtenidos y los parámetros anteriores, calculamos el momento torsor aplicado y el giro unitario en radianes. Dibujando la gráfica Momento frente a giro unitario, estudiaremos la regresión de la línea de tendencia para saber si los resultados son aceptables.

CARGA [N]	MOMENTO [Nm]	Registro Reloj.C. [mm]	Giro sección [rd]	Giro unitario [rd/m]
0	0	0	0	0
5	1,25	0,047	0,000391667	0,000508658
10	2,5	0,102	0,00085	0,001103896
15	3,75	0,159	0,001325	0,001720779
20	5	0,212	0,001766667	0,002294372
25	6,25	0,274	0,002283333	0,002965368
30	7,5	0,324	0,0027	0,003506494
35	8,75	0,379	0,003158333	0,004101732

Tabla 7-3 Datos experimentales perfil macizo



Obtenemos un valor óptimo de regresión 0,999.

Con esto podemos calcular el valor del módulo de cizalladura experimental, aplicando la fórmula:

$$G = \frac{M}{\theta * I_p} \quad (77)$$

Donde

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} \quad (78)$$

Resultando $G = 26,4$ GPa muy cercano a la $G_{teorica} = 27$ GPa.

Hacemos un estudio de errores en las mediciones para ver el posible error en los resultados:

Partiendo de la ecuación de G, tomamos log en sus términos y obtenemos:

$$\log G = \text{Log} (M * L) - \text{Log}(\Phi * I_p)$$

$$\log G = \text{Log} T + \text{Log} L - \text{Log} - \text{Log} I_p$$

Donde

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$M = m * d$$

$$\Phi = d' / l'$$

Para

D= diámetro del perfil

m= Carga de discos.

d= Longitud del brazo de carga.

d'= Distancia medida por el reloj comparador

l'= Longitud del brazo comparador.

Por lo que al tomar logaritmo de los términos anteriores nos quedará:

$$\text{Log} I_p = 4 * \text{Log} D$$

$$\text{Log} M = \text{Log} m + \text{Log} d$$

$$\text{Log} \Phi = \text{Log} d' - \text{Log} l'$$

Pasamos a las incertidumbres, cogiendo el valor absoluto de los coeficientes:

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d'}{d'} + \frac{\Delta l'}{l'} + \frac{\Delta L}{L} + 4 \frac{\Delta d}{d}$$

Donde las tolerancias en los instrumentos de medición y posibles errores de medición por parte del usuario (Pie de rey, cinta métrica, reloj comparador)

$$\Delta m = 0,05 N$$

$$\Delta d = \Delta L = \Delta l' = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta d' = 0,001 \text{ mm}$$

$$\Delta d = 0,01 \text{ mm}$$

Quedando

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{0,05}{35} + \frac{1}{250} + \frac{0,001}{0,379} + \frac{1}{115} + \frac{1}{770} + 4 \frac{0,01}{30}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = 0,0193948$$

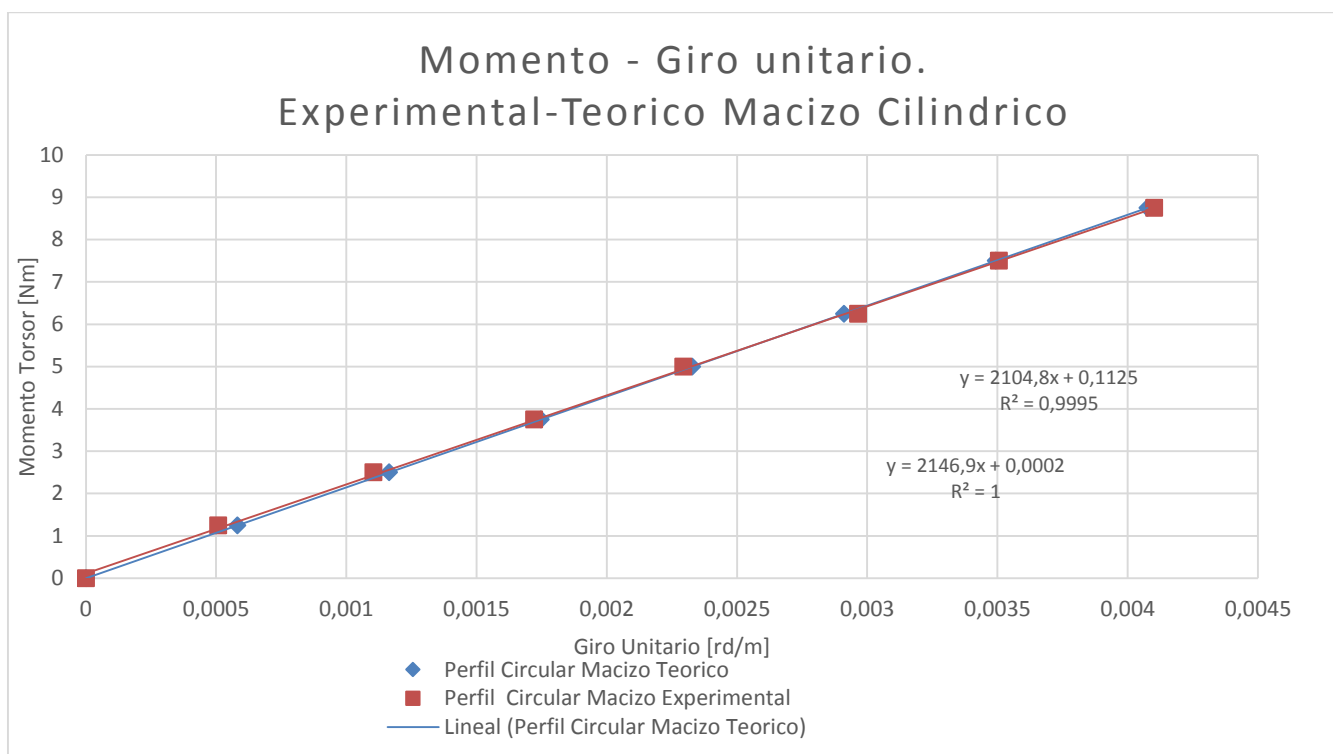
Por lo que $\Delta G = \pm 0,512 \text{ GPa}$

Por lo que el valor experimental medido es: $G = 26,4 \pm 0,512 \text{ GPa}$

Si tomamos como valor teórico del módulo de cizalladura del aluminio $G_{teorica} = 27 \text{ GPa}$ y calculamos y representamos gráficamente los valores teóricos, tenemos que:

CARGA [N]	MOMENTO [Nm]	Registro Reloj.C. [mm]	Giro sección [rd]	Giro unitario [rd/m]
0	0	0	0	0
5	1,25	0,045	0,000448283	0,000582185
10	2,5	0,089	0,000896566	0,001164371
15	3,75	0,134	0,001344848	0,001746556
20	5	0,180	0,001793131	0,002328742
25	6,25	0,224	0,002241414	0,002910927
30	7,5	0,269	0,002648969	0,0034931313
35	8,75	0,314	0,003137979	0,0040759298

Tabla 7-4 Datos teóricos perfil circular macizo teórico.



En la gráfica observamos la coincidencia entre los resultados experimentales y teóricos.

7.2.2 Tensiones

Para este experimento se han colocado dos galgas extensométricas en la superficie del perfil. Las galgas están colocadas a 45° y -45°, montadas a ½ puente para que, en la lectura de estas, obtengamos el valor de la deformación angular máxima γ . Con esto podremos obtener las tensiones resultantes y compararlas con las teóricas.

Haremos uso de la fórmula que relaciona la tensión con la deformación angular máxima:

$$\tau = \gamma G \tag{79}$$

Donde usaremos $G_{teorica} = 27 \text{ GPa}$

Momento Torsor	Deformación (γ)	Tensión resultante
Nm	$\mu\epsilon$	N/mm^2
1,25	8	0,216
2,5	16	0,432
3,75	24	0,648
5	32	0,864

6,25	40	1,080
7,5	48	1,296

Tabla 7-5 Resultados obtenidos por galgas extensométricas para un momento torsor dado y cálculo de tensiones resultantes. Perfil circular macizo.

Estos resultados experimentales los comparamos con los resultados teóricos resultado de aplicar la fórmula:

$$\tau = \frac{M}{I_p} r = \frac{16M}{\pi d^3} \quad (80)$$

Momento Torsor	Tensión resultante
Nm	N/mm ²
1,25	0,235
2,5	0,471
3,75	0,707
5	0,9431
6,25	1,179
7,5	1,414

Tabla 7-6 Resultados teóricos: Tensiones resultante de aplicar un momento torsor.

Vemos que los valores experimentales se acercan a los teóricos, con un error aproximado del 8%.

7.3 Perfil circular hueco

7.3.1 Giros

Para el estudio de este perfil se utilizan los siguientes parámetros:

Diámetro exterior	30 mm
Diámetro interior	26 mm
Longitud brazo de carga	250 mm
Longitud sección de giro	780 mm
Longitud brazo comparador	107 mm

Tabla 7-7 Parámetros práctica perfil circular hueco

CARGA [N]	DESPLAZAMIENTO [mm]
0	0,000
5	0,107

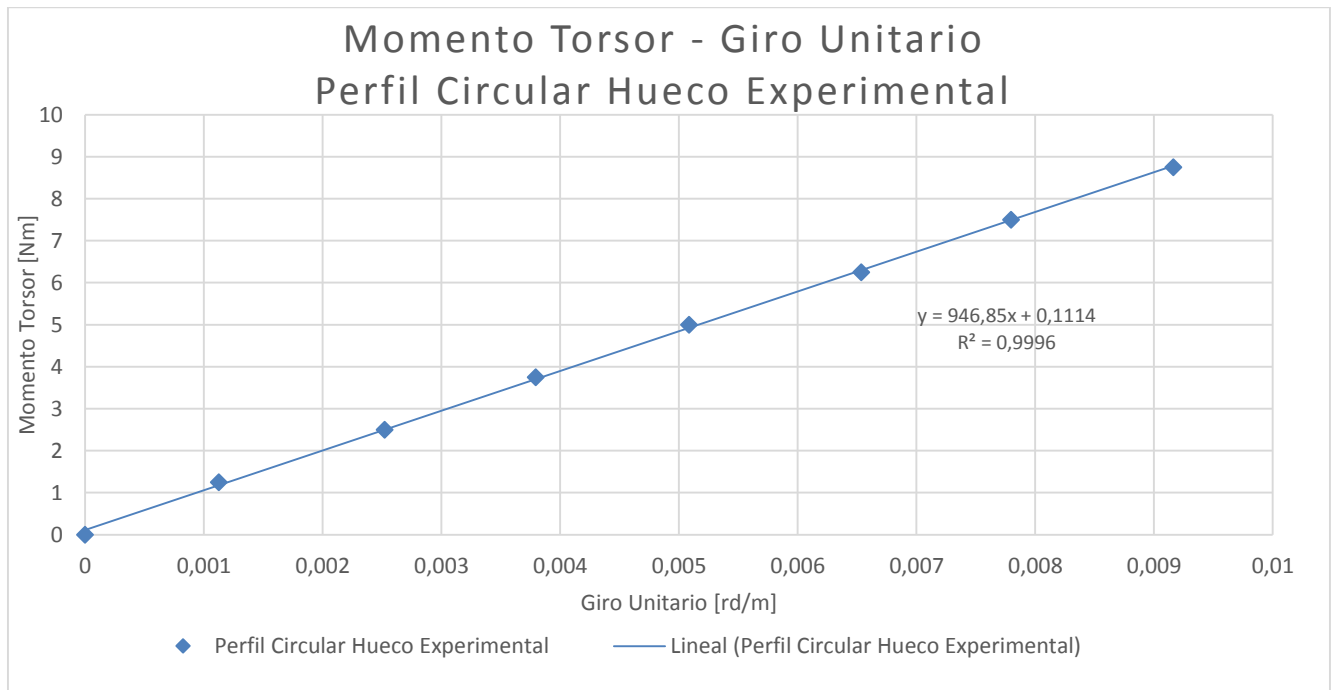
10	0,240
15	0,361
20	0,484
25	0,622
30	0,742
35	0,872

Tabla 7-8 Datos experimentales carga-desplazamiento perfil circular hueco

Con los datos obtenidos y los parámetros anteriores, calculamos el momento torsor aplicado y el giro unitario en radianes. Dibujando la gráfica Momento frente a giro unitario, estudiaremos la regresión de la línea de tendencia para saber si los resultados son aceptables.

CARGA [N]	MOMENTO [Nm]	Registro Reloj.C. [mm]	Giro sección [rd]	Giro unitario [rd/m]
0	0	0	0	0
5	1,25	0,107	0,000877049	0,001124422
10	2,5	0,24	0,001967213	0,002522068
15	3,75	0,361	0,002959016	0,003793611
20	5	0,484	0,003967213	0,005086171
25	6,25	0,622	0,005098361	0,00653636
30	7,5	0,742	0,006081967	0,007797394
35	8,75	0,872	0,007147541	0,009163514

Tabla 7-9 Datos experimentales perfil circular hueco



Obtenemos un valor óptimo de regresión 0,999.

Calculamos el valor experimental de cizalladura usando la fórmula anterior, donde para este caso, tenemos que:

$$I_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} \quad (81)$$

Resultando $G = 27,3$ GPa

Obteniendo un resultado muy cercano al valor teórico de 27 GPa.

De la misma manera que antes, realizamos un estudio de errores, en este caso los valores máximos de los parámetros serán distintos. Así mismo la ecuación que rige la inercia polar es distinta, por lo que:

$$I_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$$

Por lo que al tomar logaritmo en I_p nos quedará:

$$\text{Log } I_p = \text{Log } \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$$

Si derivamos:

$$d I_p = \frac{4\pi}{32} D^3 dD + d I_p = \frac{4\pi}{32} d^3 dd$$

$$d I_p = \frac{\pi}{8} D^3 dD + d I_p = \frac{\pi}{8} d^3 dd$$

Tomamos las incertidumbres:

$$\Delta I_p = \frac{\pi}{8} D^3 \Delta D + \frac{\pi}{8} d^3 \Delta d$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d'}{d'} + \frac{\Delta l'}{l'} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\frac{\pi}{8} D^3 \Delta D + \frac{\pi}{8} d^3 \Delta d}{I_p}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{0,05}{35} + \frac{1}{250} + \frac{0,001}{0,872} + \frac{1}{107} + \frac{1}{780} + \frac{\frac{\pi}{8} 30^3 0,01 + \frac{\pi}{8} 26^3 0,01}{34658}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = 0,02225$$

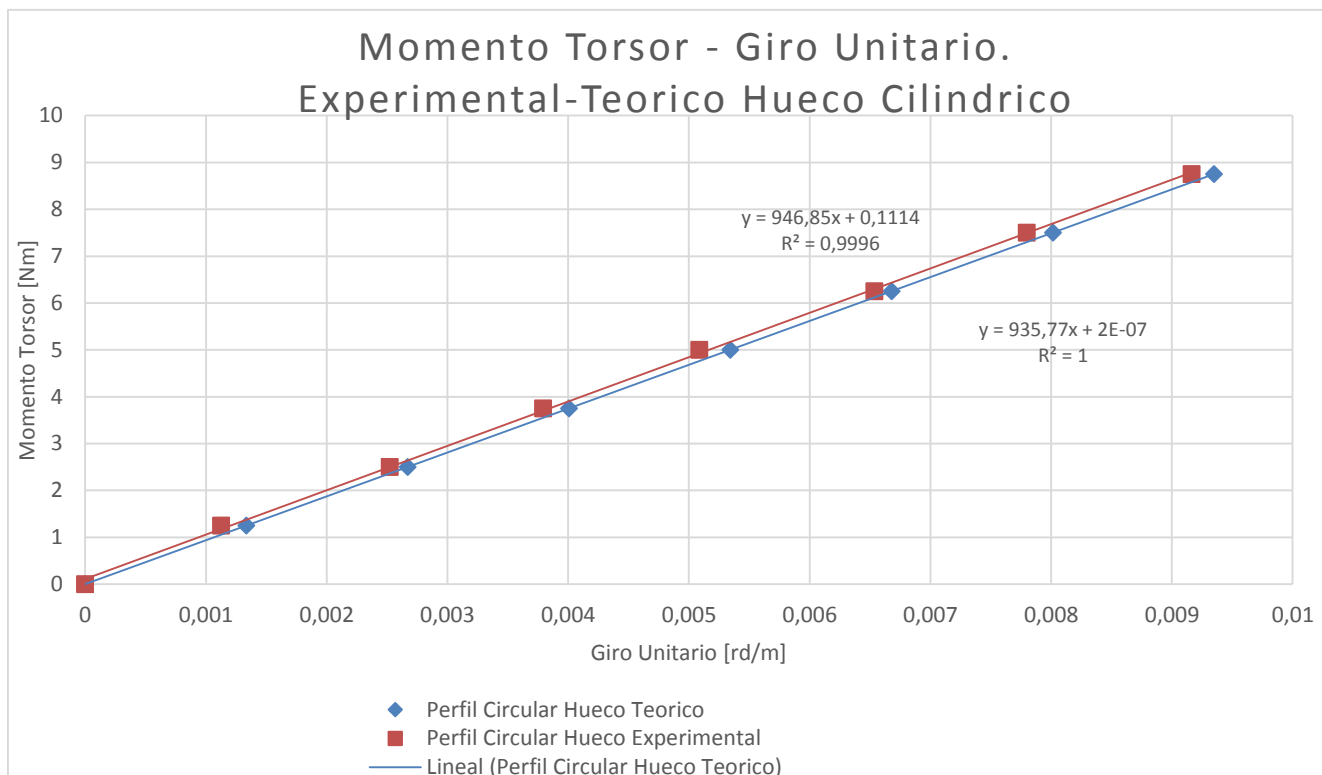
Por lo que $\Delta G = +/ - 0,6075 \text{ GPa}$

Por lo que nuestro valor experimental será $G = 27,3 +/ - 0,6075 \text{ GPa}$

De igual modo que antes, compararemos gráficas entre los resultados experimentales y teóricos.

CARGA [N]	MOMENTO [Nm]	Registro Reloj.C. [mm]	Giro sección [rd]	Giro unitario [rd/m]
0	0	0	0	0
5	1,25	0,127	0,00104196	0,001335802
10	2,5	0,222	0,00208385	0,002671604
15	3,75	0,334	0,00312578	0,004007406
20	5	0,449	0,00416770	0,005343208
25	6,25	0,557	0,00520963	0,006679011
30	7,5	0,669	0,00625155	0,008014813
35	8,75	0,780	0,00729348	0,009350615

Tabla 7-10 Datos teóricos perfil circular hueco



En la gráfica observamos la coincidencia entre los resultados experimentales y teóricos.

7.3.2 Tensiones

Igual que con el perfil anterior, comparamos los resultados teóricos con los experimentales.

Momento Torsor	Deformación (γ)	Tensión resultante
Nm	$\mu\epsilon$	N/mm^2
1,25	18	0,486
2,5	37	0,999
3,75	56	1,512
5	75	2,025
6,25	94	2,538
7,5	113	3,051

Tabla 7-11 Resultados obtenidos por galgas extensométricas para un momento torsor dado y cálculo de tensiones resultantes. Perfil circular hueco.

Lo comparamos con los resultados obtenidos mediante:

$$\tau = \frac{2M}{\pi d^2 e} \quad (82)$$

Momento Torsor	Tensión resultante
Nm	N/mm^2
1,25	0,442
2,5	0,884
3,75	1,326
5	1,768
6,25	2,210
7,5	2,65

Vemos que los valores experimentales se acercan a los teóricos, con un error aproximado del 9-13%.

7.4 Perfil circular abierto

7.4.1 Giros

Para este perfil buscamos demostrar por comparativa con los dos perfiles anteriores, como los perfiles abiertos no trabajan bien en casos de esfuerzo a torsión. Para ellos mostraremos gráficamente el momento torsor frente al giro unitario de los tres perfiles.

Para el estudio de este perfil se utilizan los siguientes parámetros:

Diámetro exterior	30 mm
Espesor	2 mm
Longitud brazo de carga	200 mm
Longitud sección de giro	840 mm
Longitud brazo comparador	107 mm

Tabla 7-12 Parámetros práctica perfil circular abierto.

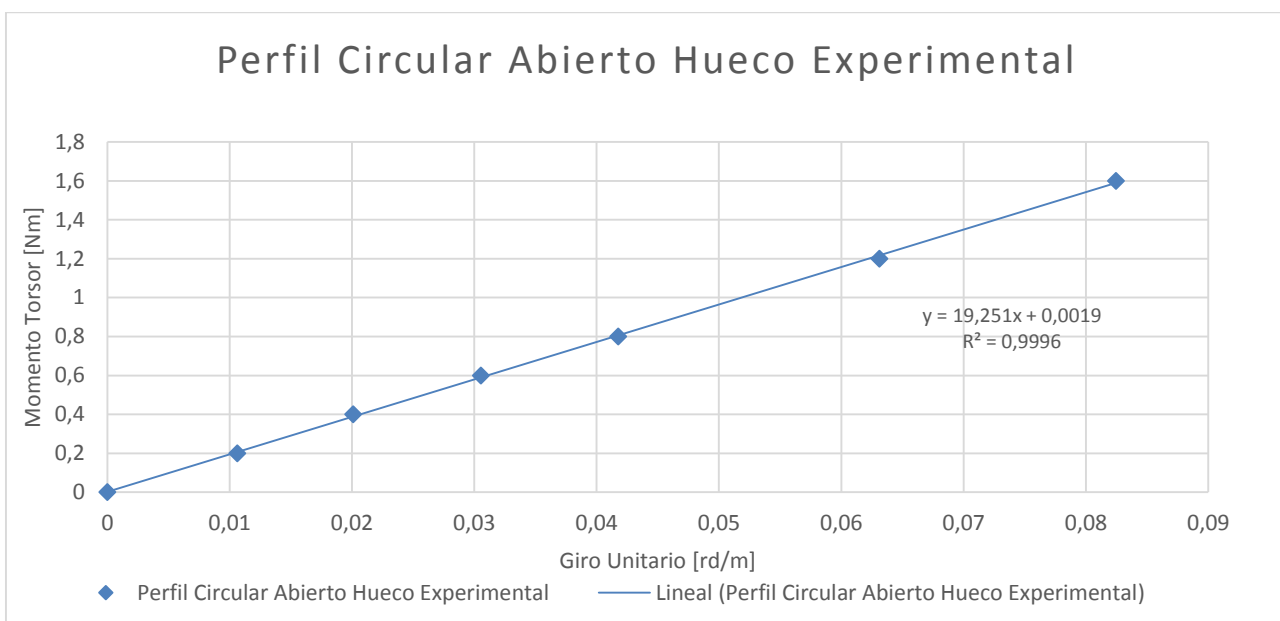
CARGA [N]	DESPLAZAMIENTO [mm]
0	0,000
1	1,09
2	2,06
3	3,13
4	4,28
6	6,47
8	8,45

Tabla 7-13 Datos experimentales carga-desplazamiento perfil circular abierto.

Con los datos obtenidos y los parámetros anteriores, calculamos el momento torsor aplicado y el giro unitario en radianes. Dibujando la gráfica Momento frente a giro unitario, estudiaremos la regresión de la línea de tendencia para saber si los resultados son aceptables.

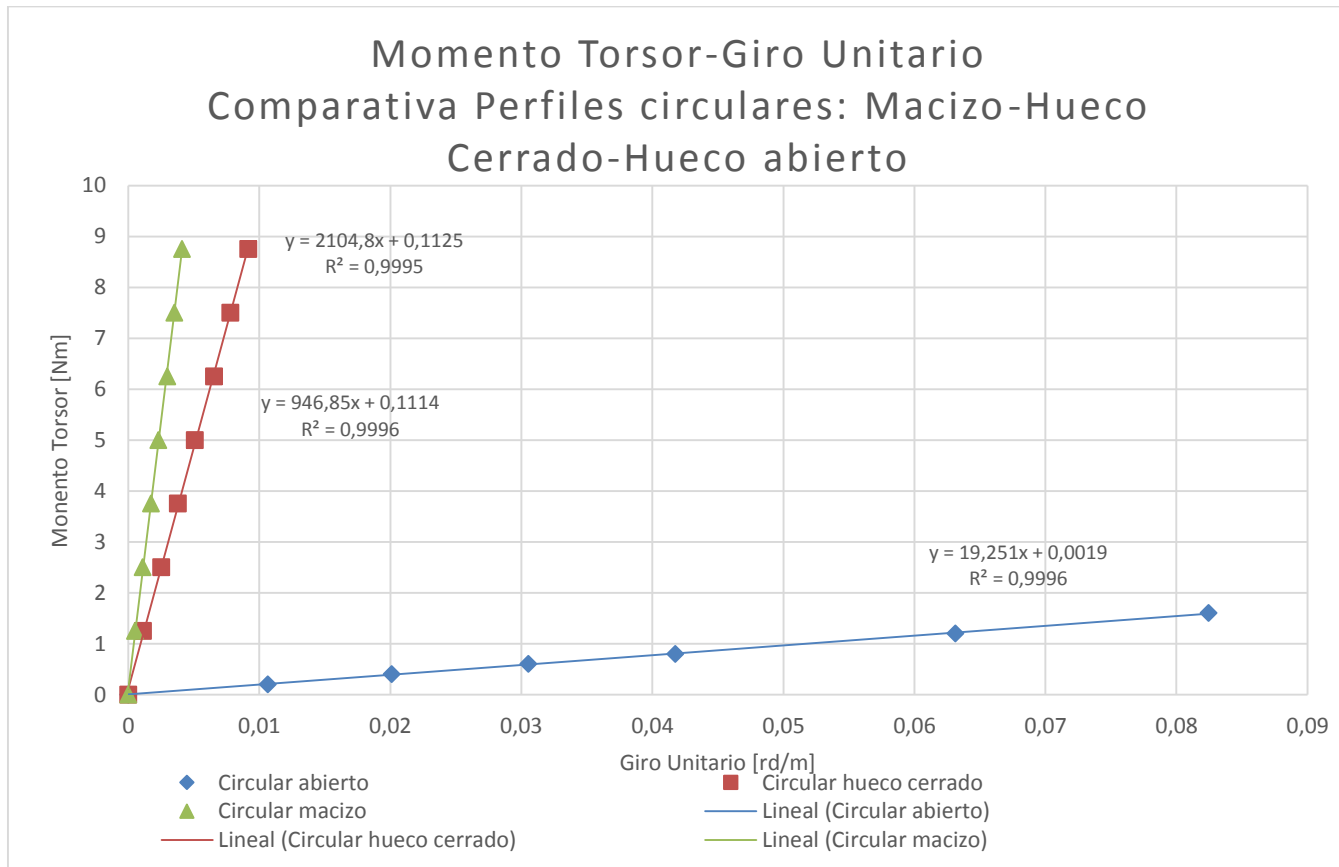
CARGA [N]	MOMENTO [Nm]	Registro Reloj.C. [mm]	Giro sección [rd]	Giro unitario [rd/m]
0	0	0	0	0
1	0,2	1,09	0,008934426	0,010636222
2	0,4	2,06	0,016885246	0,020101483
3	0,6	3,13	0,025655738	0,030542545
4	0,8	4,28	0,035081967	0,041764247
6	1,2	6,47	0,053032787	0,06313427
8	1,6	8,45	0,069262295	0,082455113

Tabla 7-14 Datos experimentales perfil circular abierto.



Obtenemos un valor óptimo de regresión 0,999.

Comparamos la gráfica con las dos anteriores:



Queda reflejado en la gráfica como el comportamiento a torsión del perfil abierto es mucho peor que cualquiera de los otros dos perfiles. Por lo que el experimento demuestra correctamente lo explicado en la teoría.

Si queremos comparar los resultados experimentales con los teóricos del perfil abierto, sería conveniente utilizar dos relojes comparadores para medir el giro relativo entre dos secciones. La idea se basa en que queremos asegurarnos que el trozo que estudiamos tiene un comportamiento como perfil abierto, y no se ve influenciado de ninguna manera por los extremos, en los que se encuentran los casquillos y el empotramiento.

7.5 Perfil rectangular hueco

Debido a ciertos inconvenientes con la fabricación no se ha podido disponer del perfil rectangular hueco.

El estudio de este perfil se realizaría igual que el estudio de los dos primeros perfiles. Comparativa de giros experimentales con teóricos y estudio de tensiones.

8 CAPÍTULO

Presupuesto

8.1 Presupuesto

PRESUPUESTO				
FABRICACIÓN				
<u>Materiales</u>				
DESCRIPCIÓN	CANTIDAD	UNIDAD	PRECIO VENTA €	VALOR NETO €
Bloque Aluminio 200*150*30	2	UNI	5,25	10,50
Redondo Acero	10	KG	1,10	11,22
Redondo Aluminio	6	KG	5,50	33,00
Rodamientos 2z 6206	4	UNI	16,75	67,00
Escuadras NIKAI	6	UNI	1,25	7,50
PIES NIKAI	4	UNI	0,65	2,60
Varilla roscada zinc D.975 M12	1	UNI	3,72	3,72
Barra aluminio hueca	2	Metros	9,15	18,30
Barra aluminio cuadrada hueca	1	Metros	13,95	13,95
Tornillo DIN 912 8.8 M12*70	6	UNI	0,409	2,46
Tornillo DIN 912 8.8 MA12*90	4	UNI	0,659	2,64
Tornillo DIN 912 8.8 M6*70	50	UNI	0,045	2,30
Arandela DIN 9021 12 MM ZN	6	UNI	0,168	1,01
Arandela DIN 125 12 MM ZN	8	UNI	0,048	0,38
Pasador elástico DIN 1481 40	10	UNI	0,074	0,74
Perfil NIKAI 45x45	4	metros	15,50	62,00
Reloj Comparador Milsesimal	1	UNI	320,00	320,00
<u>Mano de obra</u>				
Técnico CNC	8	Hora	18,00	144,00

Técnico Torno	10	Hora	18,00	180,00
Técnico Cortadora	1	Hora	18,00	18,00
<i>Total Fabricación</i>				901,32
DISEÑO				
Diseño planos	15	Hora	20,00	300,00
Estudio teórico	20	Hora	20,00	400,00
<i>Total Diseño</i>				700,00
MONTAJE				
Montaje piezas	1	Hora	13,00	13,00
Puesta a punto	2	Hora	13,00	26,00
<i>Total Montaje</i>				36,00
TOTAL PRESUPUESTO				1637,32 €

Nota: A este presupuesto habría que añadirle el precio de un P3 en el caso de que se desee medir las deformaciones con galgas.

Tabla 8-1 Presupuesto de banco de ensayo a torsión

8.2 Comparativa con maqueta existente anterior.

La maqueta existente: HST22 P.A. Hilton está compuesta por la propia maqueta y por la interfaz electrónica HDA200. El importe de ambas partes:

HST22 P.A. Hilton	4329,38 €
HDA200	1957,78 €
TOTAL	6287,16 €

Tabla 8-2 Precio maqueta HST22 P.A.Hilton

Siendo la maqueta fabricada en el proyecto más barata que la existente.

9 CAPÍTULO

Conclusiones y líneas futuras

9.1 Conclusiones

Con este proyecto se ha conseguido desarrollar un banco para el ensayo de torsión sobre perfiles de diferentes tipologías. De esta manera es posible aplicar los conocimientos teóricos de la torsión de manera práctica y obtener unos resultados satisfactorios.

Por una parte queda demostrada la validez de la maqueta al obtener unos resultados muy próximos a los proporcionados por las fórmulas que rigen el comportamiento a torsión.

A su vez se ha realizado una puesta a punto de la maqueta HST22 y diseñado un guion de prácticas para profesor y alumno para la correcta ejecución de las prácticas.

En relación con lo anterior, se ha conseguido aumentar los puestos de prácticas disponibles para el laboratorio de resistencia de materiales para las prácticas de torsión. Pues ya se disponía de la maqueta HST22, pero no era suficiente para todos los alumnos. El nuevo banco de ensayo va acompañado de un guion de prácticas para alumno y profesor.

Es destacable la diferencia entre el presupuesto entre las dos maquetas disponibles, siendo la que se ha diseñado en este proyecto mucho más económica que la anterior, con mejores resultados experimentales y con la posibilidad de mediciones con galgas extensométricas.

9.2 Líneas futuras

Se pueden destacar dos puntos en las líneas futuras:

- Fabricar una unidad más de brazo comparador y añadir un nuevo reloj comparador, para medir simultáneamente el giro entre dos secciones del perfil. Con esto reduciremos el error y la influencia que pueda tener el empotramiento y los casquillos en los resultados obtenidos.
- Diseñar nuevos juegos de casquillo-perfiles de distinta tipología a los presentados en este proyecto para ampliar el estudio de torsión.

Bibliografía

- [1] CURSO DE ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES; ORTIZ BERROCAL,L; UNIV.POLITÉCNICA DE MADRID; 1985
- [2] ELEMENTOS DE RESISTENCIA DE MATERIALES; TIMOSHENKO, S. & YOUNG, D.H.; LIMUSA; 2004
- [3]Apuntes de la Asignatura “Resistencia de Materiales” de la titulación Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales.
- [4] Manual de la práctica HST22.
- [5] Wikipedia.org
- [6] lbaindustrial.com
- [7] Encoder.com

I ANEXO

Guía de prácticas Maqueta P.A.Hilton

Ltd HST22

Versión alumno

1.1 Introducción

La deformación elástica y el eventual fracaso de vigas en flexión están relacionada con el comportamiento del material de la viga en tracción directa y compresión. Sin embargo, hay otra forma de fracaso que ocurre cuando se produce torsión. El caso más simple es el de una varilla redonda torsionada alrededor de su eje longitudinal de tal manera que no hay flexión o tensión directa involucrada. A esto se llama torsión pura.

La torsión de ejes es muy común en ingeniería mecánica, por la cual la transmisión de energía se lleva a cabo. En la mayoría de los casos, los ejes tienen una sección transversal circular que a veces es hueca con un espesor de pared uniforme. Es evidente, a partir de la teoría de la torsión, que el

material en el centro de una varilla no contribuye mucho a la resistencia de la torsión elástica, por lo que hay un considerable ahorro económico en usar ejes de perfil huecos.

En la torsión ingeniería estructural es la torsión no es un gran problema a menos que exista una condición especial de carga. Los elementos de acero tradicionales utilizados para la construcción tienen de por sí una seguridad inherente contra el fallo por torsión en parte debido al alto valor del módulo de rigidez a la torsión del acero y también debido a la forma en que los edificios se construyen. La sustitución de acero por aluminio trae consigo una posibilidad de fallo por compresión debido a la torsión de la columna sobre su eje. El hecho de utilización de materiales plásticos para estructuras y su muy bajo valor de módulo de rigidez (en comparación con los metales) hace que la deformación por torsión mucho sea un mayor problema. Esto ha llevado a la creciente utilización de secciones rectangulares huecas para proporcionar la máxima rigidez torsional.

2 Partes maqueta y modo de empleo.



Figura I.1 Maqueta HST22

La caja de torsión contiene rodamientos para minimizar la fricción y a su vez está equipada con un mandril de tres mordazas para sujetar las muestras. La caja de torsión dispone en su interior de un tornillo sin fin y una rueda de engranaje que termina en dos pequeños tornillos para ejecutar el giro. La disposición de tornillo sin fin y la rueda proporcionan fuerzas iguales y opuestas sobre la varilla de torsión.

Mediante la rotación de la caja de torsión, las varillas de muestra se pueden hacer girar alrededor de una línea central. Esta disposición proporciona un control preciso de la dirección y magnitud de la torsión de la muestra.

Para anclar el otro extremo las varillas de torsión, se usa un mandril de tres mordazas montado en la caja de carga junto con una célula de carga. De esta caja sale un brazo de carga en ángulo recto desde el extremo del eje de fijación. Este brazo de carga aplica una fuerza a una célula de carga montada en un lado de la caja de carga. La distancia central entre el eje de fijación y el punto de contacto del brazo de palanca sobre la célula de carga es de 65mm.

Como la muestra se hace girar por la caja de torsión, el brazo de palanca que gira junto a la varilla, aplica una fuerza a la célula de carga. Esto genera una señal de la célula de carga, que se conecta directamente en la interfaz de HDA200.

La cantidad de giro de la caja de torsión se mide electrónicamente en la interfaz de la HDA200 también a través de un conector integral en el lado de la caja de torsión.

El conjunto de varillas proporcionado tiene mecanizados planeados a 120º para mejorar el agarre de las mordazas y para reducir el deslizamiento. La lista de las varillas de muestras es:

- Varilla circular de Aluminio sólido.
- Tubo de aluminio.
- Tubo de aluminio con corte longitudinal.
- Varilla acrílica sólida circular.

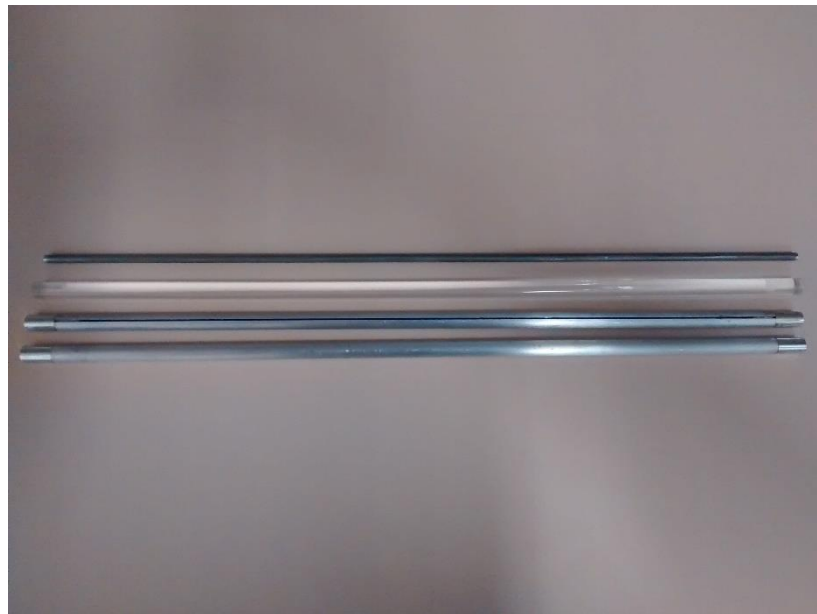


Figura 1.2: Varillas de muestra

La salida de la caja de carga se introduce en la interfaz de HDA200. Esta muestra la fuerza que se aplica a la célula de carga durante la torsión de la varilla. Sabiendo que el brazo de carga en contacto con la célula de carga tiene una distancia de 65 mm desde la célula de carga hasta el centro de la varilla, es posible calcular el par de torsión que se aplica.

Para medir el ángulo de torsión de la muestra, se emplea un método electrónico: se realiza mediante la lectura de la interfaz de la HDA200, que registra el giro directamente desde la caja de torsión.

2.2 Conectar interfaz HDA200 y reseteo del canal fuerza a cero.

Conecte la interfaz HDA200 a la red eléctrica. Cuando lo haga, la pantalla aparecerá como:



Figura 1.2 Interfaz Inicio HDA22

A continuación, le aparecerán dos opciones, presione el botón verde que corresponde a “NO”.



Figura 1.3 Interfaz HDA200 Modificación configuración

A continuación, presione el botón que corresponde a la opción “LOCAL”. Después de hacerlo, aparecerá lo siguiente:

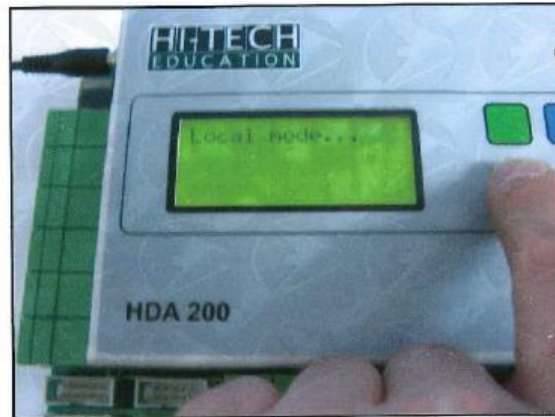


Figura 1.4 Interfaz HDA200 Selección modo

La siguiente pantalla mostrará los dos canales del experimento: "Force" y "Angle". Corresponden a la fuerza en Newton, medido por la célula de carga, y el ángulo en grados, medido por la cabeza de carga.

Es posible que no vea el valor "0" en el canal fuerza, aun no existiendo ninguna fuerza aplicada la célula de carga. Para poner el valor a 0, presione el botón verde superior durante 2-3 segundos, hasta que aparezca el siguiente mensaje en la pantalla.



Figura 1.5 Interfaz HDA200 Proceso de tara

El valor que aparece ahora debería ser cero (Con un error de 0.1N). Si esto no es así, vuelva a repetir el proceso anterior.

Fíjese de que el ángulo leído **no** se volverá 0.

Recuerde hacer este **proceso de reseteo del canal de fuerza**, cada vez que vaya a iniciar un experimento en una varilla. Una vez tenga fijada la varilla entre las dos mordazas, gire hasta que el brazo de carga toque la célula de carga, y se produzca un pequeño cambio en el canal de fuerza. En ese momento, resetee el canal a cero, y comience el proceso de carga.

Asegúrese de que el brazo de carga hace el contacto con la célula de carga a través del pequeño tornillo saliente en el centro de esta. Esta distancia es de 65mm.

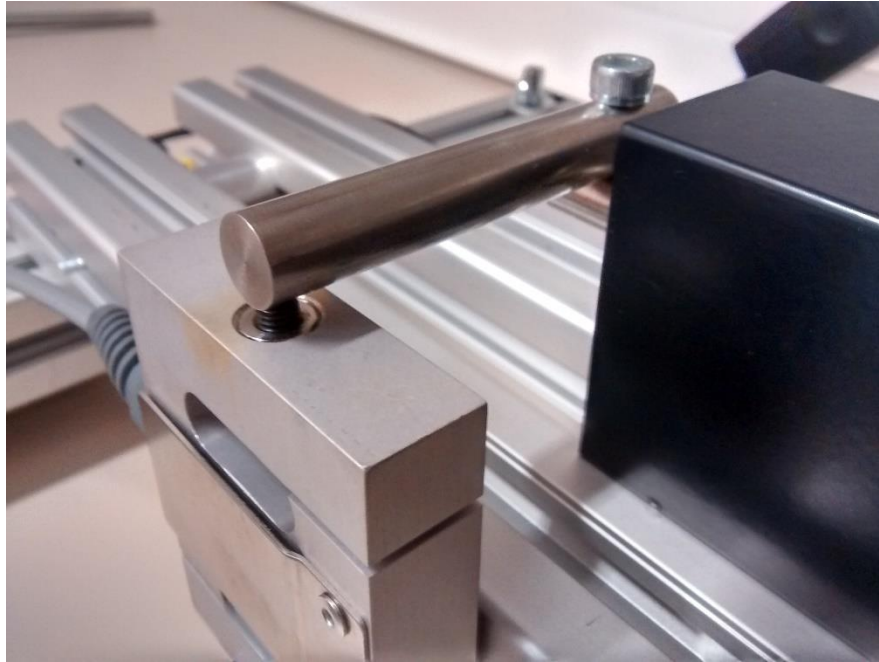


Figura I.6 Detalle punto de contacto entre célula de carga y brazo

Cuando comience la toma de datos, aguarde un mínimo de 10 **segundos** cada vez que aplique una nueva carga con la rueda, para obtener unos resultados más precisos,

3 Enunciados Experimentos

Objetivos:

Investigar la rigidez torsional de las varillas sólidas y huecas circulares.

Comparar la eficiencia torsional de las varillas huecas con y sin ranura longitudinal.

3.1 Varilla aluminio macizo.

Tome la varilla de aluminio y mida su diámetro con el pie de rey. Anote un mínimo de medidas a lo largo de la varilla y calcule la media. Use ese valor de diámetro para la realización de la práctica.

Encaje la varilla de aluminio macizo entre los mandriles de las cajas de carga y torsión. Asegúrese de apretar bien los mandriles para evitar cualquier deslizamiento que pueda interferir en la toma de datos.

Mida la distancia entre los extremos de los mandriles, esa será la longitud efectiva de la varilla.

Gire la rueda de la caja de carga hasta que el brazo de carga descansa sobre la célula de carga. Fíjese, cuando esto suceda, la interfaz de la HDA200 mostrará un cambio en el dato se FUERZA (FORCE) cuando el brazo toque la célula de carga. Gire un poco más, hasta que note cierta tensión en la rueda. Después de esto, resetee a cero el canal de fuerza y anote el valor del ángulo que indica la interfaz para la carga cero.

Gradualmente gire la rueda para incrementar el giro sobre la varilla. Tome incrementos de 1 N aproximadamente, hasta un máximo de 10 N. Anote los ángulos de giro que se corresponden para esos valores de fuerza. Anótelos en la tabla 1.

Recuerde girar siempre la rueda en una dirección, nunca gire en sentido contrario hasta finalizar la toma de datos.

Tabla 1.
Giro/Momento Torsor de una varilla de aluminio.

Longitud: _____ mm

Carga F	M.Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	º	º	Radianes

Tabla I-1 Tabla ejemplo 1 para toma de datos

3.2 Varilla acrílica.

Repita el procedimiento del experimento 1 para la varilla acrílica.

Antes de colocar la varilla, mida un mínimo de tres veces su diámetro con el pie de rey y tome la media de los valores.

Asegúrese de que la varilla está fija en los mandriles, haga coincidir los dientes de los mandriles sobre la superficie planeada de ambos extremos.

ATENCIÓN: NO APRIETE DEMASIADO LOS MANDRILES YA QUE PUEDEN DAÑAR LOS EXTREMOS DEL MATERIAL ACRILICO.

Mida la distancia entre los extremos de los mandriles, esa será la longitud efectiva de la varilla.

Repita el proceso de precarga, tal como se ha explicado en la parte 1: Gire la rueda de la caja de carga hasta que el brazo de carga descansa sobre la célula de carga. Fíjese, cuando esto suceda, la interfaz de la HDA200 mostrará un cambio en el dato se FUERZA (FORCE) cuando el brazo toque la célula de carga. Gire un poco más, hasta que note cierta tensión en la rueda. Después de esto, resetee a cero el canal de fuerza y anote el valor del ángulo que indica la interfaz para la carga cero. En incrementos de 1 N, hasta un máximo aproximado de 10 N, gire la varilla y anote en cada intervalo el valor del ángulo de giro mostrado en la HDA200.

Tabla 2.
Giro/Momento Torsor de una varilla acrílica.

Longitud: ____ mm

Carga F	M.Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	º	º	Radianes

Tabla I-2 Tabla ejemplo 2 para toma de datos

3.3 Varilla tubular aluminio circular.

Retire la varilla acrílica y tome la varilla de aluminio tubular de perfil cerrado.

Antes de colocar la varilla, mida un mínimo de tres veces su diámetro y calcule la media. Para ésta práctica utilice un diámetro interior de 6.3 mm (Ya que no es posible ser medido directamente como el diámetro exterior)

Como observará, esta varilla tiene acoplados en sus extremos unos casquillos para ser agarrado por los mandriles. En nuestro caso, apretaremos directamente sobre el perfil tubular, para evitar posibles deslizamientos entre en casquillo y el perfil. Asegúrese de apretar correctamente antes de empezar la práctica.

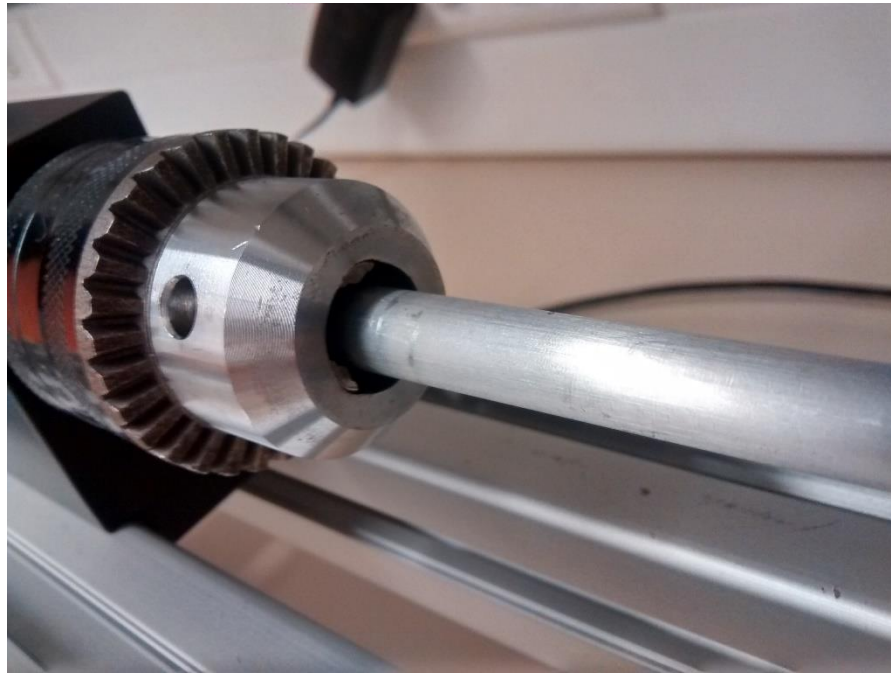


Figura I.7 Detalle mordedura directa sobre perfiles tubulares

Mida la distancia entre los extremos de los mandriles, esa será la longitud efectiva de la varilla.

Realice el proceso de precarga descrito anteriormente.

Aplique la carga, en incrementos de 1 N, hasta un máximo aproximado de 10 N y anote los valores de carga y del ángulo de la interfaz HDA200 en la tabla 3.

Tabla 3.

Giro/Momento Tubo Aluminio.

Longitud: ____ mm

Carga F	M.Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	°	°	Radianes

Tabla I-3 Tabla ejemplo 3 para toma de datos

3.4 Varilla tubular aluminio circular de pared abierta.

Para esta parte use la varilla tubular con ranura longitudinal.

Antes de colocar la varilla, mida un mínimo de tres veces su diámetro y calcule la media. Para ésta práctica utilice un diámetro interior de 6.3 mm (Ya que no es posible ser medido directamente como el diámetro exterior).

Mida la distancia entre los extremos de los mandriles, esa será la longitud efectiva de la varilla.

Realice el proceso de precarga descrito anteriormente

Aplique una carga hasta un máximo de 10 N, en intervalos de 1 N. Anote el valor del ángulo leído por la interfaz HDA200.

Tabla 4.
Giro/Momento Tubo Aluminio perfil abierto.

Longitud: ___ mm

Carga F	M.Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	º	º	Radianes

Tabla I-4 Tabla ejemplo 4 para toma de datos

4 Tratamiento de los resultados.

Recuerde que es necesario usar los ángulos obtenidos en radianes, para trabajar sobre las fórmulas de torsión en los diferentes casos.

Para la parte 1, parte 2 y parte 3 dibuje el giro angular (radianes) frente al par aplicado, para la longitud calibrada de la varilla entre los mandriles. Dibujar la línea que más se adecue a los valores tomados y calcule su pendiente.

Utilizar los resultados para obtener el módulo de rigidez, G, para la varilla de aluminio macizo, para la acrílica con la ecuación 1.

$$G = \frac{TL}{\theta J} \quad (83)$$

Dónde: T/θ Es la pendiente de la gráfica con θ en radianes.

J = Inercia polar $\pi d^4/32$

L = Longitud

Repita lo mismo para la parte 3, varilla tubular de aluminio. Utilice la ecuación 1, donde la inercia polar en este caso:

$$J = \text{Inercia polar} = \pi(D^4 - d^4)/32$$

Para la parte 4, el tubo de aluminio de perfil abierto, dibuje una gráfica de los resultados obtenidos entre el momento y el giro.

Utilice el módulo de valor de la rigidez del aluminio (Aprox. 26.2 GPa), y haciendo uso de la ecuación 1, calcule el valor de J aparente para el tubo de aluminio de perfil abierto. Compare el resultado con el valor teórico determinado por la ecuación:

$$J = \frac{\pi D t^3}{3} \quad (84)$$

Dónde: d = Diámetro exterior del tubo

T= Espesor del tubo

5 Observaciones y Conclusiones:

Con esta práctica, vemos que la torsión elástica representada en las gráficas, debe de ser lineal. Compruebe que sus resultados confirman este hecho.

Los valores del módulo de rigidez (G) son 26200 N/mm² para el aluminio y 1200 N/mm² para el acrílico. Comente los resultados obtenidos experimentalmente para las partes 1-2-3. ¿Coinciden? ¿A qué se puede deber la diferencia entre los valores teóricos y experimentales?

Comente los resultados para la parte 3. ¿Cómo influye las dimensiones del perfil en los resultados? Es importante que debido a las pequeñas dimensiones de los perfiles y a las tolerancias de los equipos de instrumentación, el hacer un estudio de errores. Con ellos, podremos ver como de correctos son nuestros resultados.

II ANEXO

Guía de prácticas Maqueta P.A.Hilton

Ltd HST22

Versión profesor

1 Introducción

La deformación elástica y el eventual fracaso de vigas en flexión están relacionada con el comportamiento del material de la viga en tracción directa y compresión. Sin embargo, hay otra forma de fracaso que ocurre cuando se produce torsión. El caso más simple es el de una varilla redonda torsionada alrededor de su eje longitudinal de tal manera que no hay flexión o tensión directa involucrada. A esto se llama torsión pura.

La torsión de ejes es muy común en ingeniería mecánica, por la cual la transmisión de energía se lleva a cabo. En la mayoría de los casos, los ejes tienen una sección transversal circular que a veces

es hueca con un espesor de pared uniforme. Es evidente, a partir de la teoría de la torsión, que el material en el centro de una varilla no contribuye mucho a la resistencia de la torsión elástica, por lo que hay un considerable ahorro económico en usar ejes de perfil huecos.

En la torsión ingeniería estructural es la torsión no es un gran problema a menos que exista una condición especial de carga. Los elementos de acero tradicionales utilizados para la construcción tienen de por sí una seguridad inherente contra el fallo por torsión en parte debido al alto valor del módulo de rigidez a la torsión del acero y también debido a la forma en que los edificios se construyen. La sustitución de acero por aluminio trae consigo una posibilidad de fallo por compresión debido a la torsión de la columna sobre su eje. El hecho de utilización de materiales plásticos para estructuras y su muy bajo valor de módulo de rigidez (en comparación con los metales) hace que la deformación por torsión mucho sea un mayor problema. Esto ha llevado a la creciente utilización de secciones rectangulares huecas para proporcionar la máxima rigidez torsional.

2 Partes maqueta y modo de empleo.

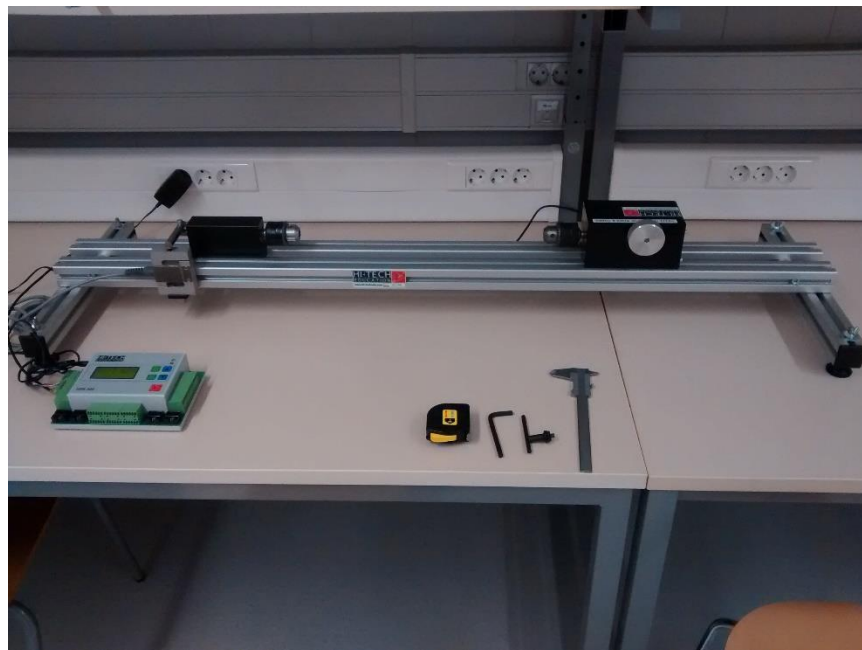


Figura II.1 Maqueta HST22

La caja de torsión contiene rodamientos para minimizar la fricción y a su vez está equipada con un mandril de tres mordazas para sujetar las muestras. La caja de torsión dispone en su interior de un tornillo sin fin y una rueda de engranaje que termina en dos pequeños tornillos para ejecutar el giro.

La disposición de tornillo sin fin y la rueda proporcionan fuerzas iguales y opuestas sobre la varilla de torsión.

Mediante la rotación de la caja de torsión, las varillas de muestra se pueden hacer girar alrededor de una línea central. Esta disposición proporciona un control preciso de la dirección y magnitud de la torsión de la muestra.

Para anclar el otro extremo las varillas de torsión, se usa un mandril de tres mordazas montado en la caja de carga junto con una célula de carga. De esta caja sale un brazo de carga en ángulo recto desde el extremo del eje de fijación. Este brazo de carga aplica una fuerza a una célula de carga montada en un lado de la caja de carga. La distancia central entre el eje de fijación y el punto de contacto del brazo de palanca sobre la célula de carga es de 65mm.

Como la muestra se hace girar por la caja de torsión, el brazo de palanca que gira junto a la varilla, aplica una fuerza a la célula de carga. Esto genera una señal de la célula de carga, que se conecta directamente en la interfaz de HDA200.

La cantidad de giro de la caja de torsión se mide electrónicamente en la interfaz de la HDA200 también a través de un conector integral en el lado de la caja de torsión.

El conjunto de varillas proporcionado tiene mecanizados planeados a 120° para mejorar el agarre de las mordazas y para reducir el deslizamiento. La lista de las varillas de muestras es:

- Varilla circular de Aluminio sólido.
- Tubo de aluminio.
- Tubo de aluminio con corte longitudinal.
- Varilla acrílica sólida circular.

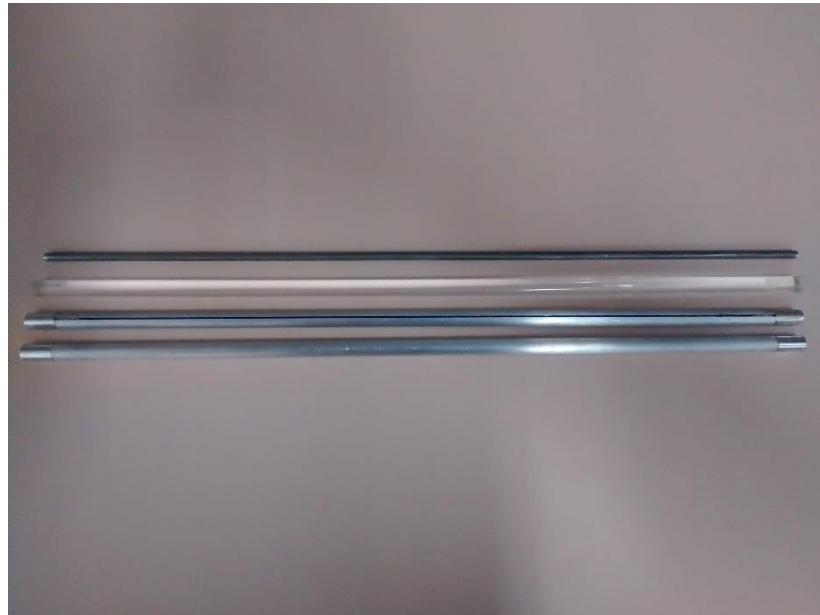


Figura II.2 Varillas de muestra

La salida de la caja de carga se introduce en la interfaz de HDA200. Esta muestra la fuerza que se aplica a la célula de carga durante la torsión de la varilla. Sabiendo que el brazo de carga en contacto con la célula de carga tiene una distancia de 65 mm desde la célula de carga hasta el centro de la varilla, es posible calcular el par de torsión que se aplica.

Para medir el ángulo de torsión de la muestra, se emplea un método electrónico: se realiza mediante la lectura de la interfaz de la HDA200, que registra el giro directamente desde la caja de torsión.

2.2 Conectar interfaz HDA200 y reseteo del canal fuerza a cero.

Conecte la interfaz HDA200 a la red eléctrica. Cuando lo haga, la pantalla aparecerá como:



Figura II.3 Interfaz inicio HDA200

A continuación, le aparecerán dos opciones, presione el botón verde que corresponde a “NO”.



Figura II.4 Interfaz HDA200 Modificación configuración

A continuación, presione el botón que corresponde a la opción “LOCAL”. Después de hacerlo, aparecerá lo siguiente:

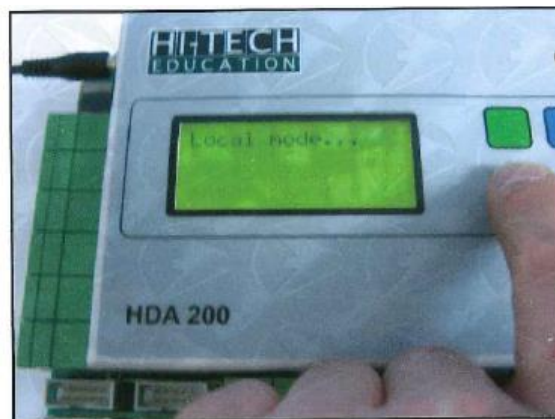


Figura II.5 Interfaz HDA200 Selección de modo

La siguiente pantalla mostrará los dos canales del experimento: “Force” y “Angle”. Corresponden a la fuerza en Newton, medido por la célula de carga, y el ángulo en grados, medido por la cabeza de carga.

Es posible que no vea el valor “0” en el canal fuerza, aun no existiendo ninguna fuerza aplicada la célula de carga. Para poner el valor a 0, presione el botón verde superior durante 2-3 segundos, hasta que aparezca el siguiente mensaje en la pantalla.



Figura II.6 Interfaz HDA200 Proceso de tara

El valor que aparece ahora debería ser cero (Con un error de 0.1N). Si esto no es así, vuelva a repetir el proceso anterior.

Fíjese de que el ángulo leído **no** se volverá 0.

Recuerde hacer este **proceso de reseteo del canal de fuerza**, cada vez que vaya a iniciar un experimento en una varilla. Una vez tenga fijada la varilla entre las dos mordazas, gire hasta que el brazo de carga toque la célula de carga, y se produzca un pequeño cambio en el canal de fuerza. En ese momento, resetee el canal a cero, y comience el proceso de carga.

Asegúrese de que el brazo de carga hace el contacto con la célula de carga a través del pequeño tornillo saliente en el centro de esta. Esta distancia es de 65mm.

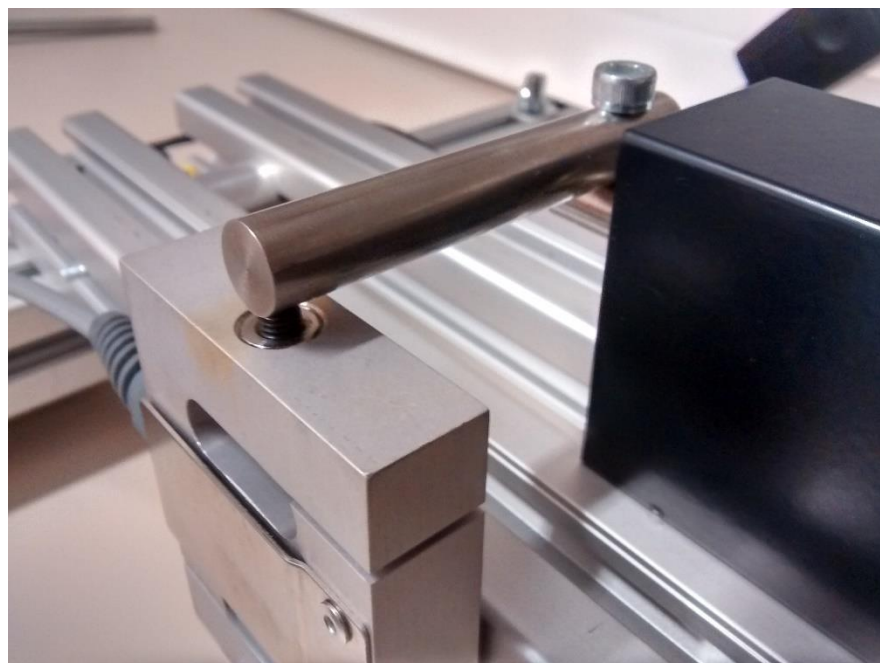


Figura II.7 Detalle punto de contacto entre célula de carga y brazo

Cuando comience la toma de datos, aguarde un mínimo de 10 **segundos** cada vez que aplique una nueva carga con la rueda, para obtener unos resultados más precisos,

3 Enunciados Experimentos

Objetivos:

Investigar la rigidez torsional de las varillas sólidas y huecas circulares.

Comparar la eficiencia torsional de las varillas huecas con y sin ranura longitudinal.

3.1 Varilla aluminio macizo.

Tome la varilla de aluminio y mida su diámetro con el pie de rey. Anote un mínimo de medidas a lo largo de la varilla y calcule la media. Use ese valor de diámetro para la realización de la práctica.

Encaje la varilla de aluminio macizo entre los mandriles de las cajas de carga y torsión. Asegúrese de apretar bien los mandriles para evitar cualquier deslizamiento que pueda interferir en la toma de datos.

Mida la distancia entre los extremos de los mandriles, esa será la longitud efectiva de la varilla.

Gire la rueda de la caja de carga hasta que el brazo de carga descansa sobre la célula de carga. Fíjese, cuando esto suceda, la interfaz de la HDA200 mostrará un cambio en el dato se FUERZA (FORCE) cuando el brazo toque la célula de carga. Gire un poco más, hasta que note cierta tensión en la rueda. Después de esto, resetee a cero el canal de fuerza y anote el valor del ángulo que indica la interfaz para la carga cero.

Gradualmente gire la rueda para incrementar el giro sobre la varilla. Tome incrementos de 1 N aproximadamente, hasta un máximo de 10 N. Anote los ángulos de giro que se corresponden para esos valores de fuerza. Anótelos en la tabla 1.

Recuerde girar siempre la rueda en una dirección, nunca gire en sentido contrario hasta finalizar la toma de datos.

Tabla 1.

Giro/Momento Torsor de una varilla de aluminio.

Longitud: _____ mm

Carga F	M.Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	º	º	Radianes

Tabla II-1 Tabla Ejemplo para toma de datos

3.2 Varilla acrílica.

Repita el procedimiento del experimento 1 para la varilla acrílica.

Antes de colocar la varilla, mida un mínimo de tres veces su diámetro con el pie de rey y tome la media de los valores.

Asegúrese de que la varilla está fija en los mandriles, haga coincidir los dientes de los mandriles sobre la superficie planeada de ambos extremos.

ATENCIÓN: NO APRIETE DEMASIADO LOS MANDRILES YA QUE PUEDEN DAÑAR LOS EXTREMOS DEL MATERIAL ACRILICO.

Mida la distancia entre los extremos de los mandriles, esa será la longitud efectiva de la varilla.

Repita el proceso de precarga, tal como se ha explicado en la parte 1: Gire la rueda de la caja de carga hasta que el brazo de carga descansa sobre la célula de carga. Fíjese, cuando esto suceda, la interfaz de la HDA200 mostrará un cambio en el dato se FUERZA (FORCE) cuando el brazo toque la célula de carga. Gire un poco más, hasta que note cierta tensión en la rueda. Después de esto,

reseteo a cero el canal de fuerza y anote el valor del ángulo que indica la interfaz para la carga cero. En incrementos de 1 N, hasta un máximo aproximado de 10 N, gire la varilla y anote en cada intervalo el valor del ángulo de giro mostrado en la HDA200.

Tabla 2.

Giro/Momento Torsor de una varilla acrílica.

Longitud: ____ mm

Carga F	M.Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	º	º	Radianes

Tabla II-2 Tabla Ejemplo 2 para toma de datos

3.3 Varilla tubular aluminio circular.

Retire la varilla acrílica y tome la varilla de aluminio tubular de perfil cerrado.

Antes de colocar la varilla, mida un mínimo de tres veces su diámetro y calcule la media. Para ésta práctica utilice un diámetro interior de 6.3 mm (Ya que no es posible ser medido directamente como el diámetro exterior)

Como observará, esta varilla tiene acoplados en sus extremos unos casquillos para ser agarrado por los mandriles. En nuestro caso, apretaremos directamente sobre el perfil tubular, para evitar posibles deslizamientos entre en casquillo y el perfil. Asegúrese de apretar correctamente antes de empezar la práctica.

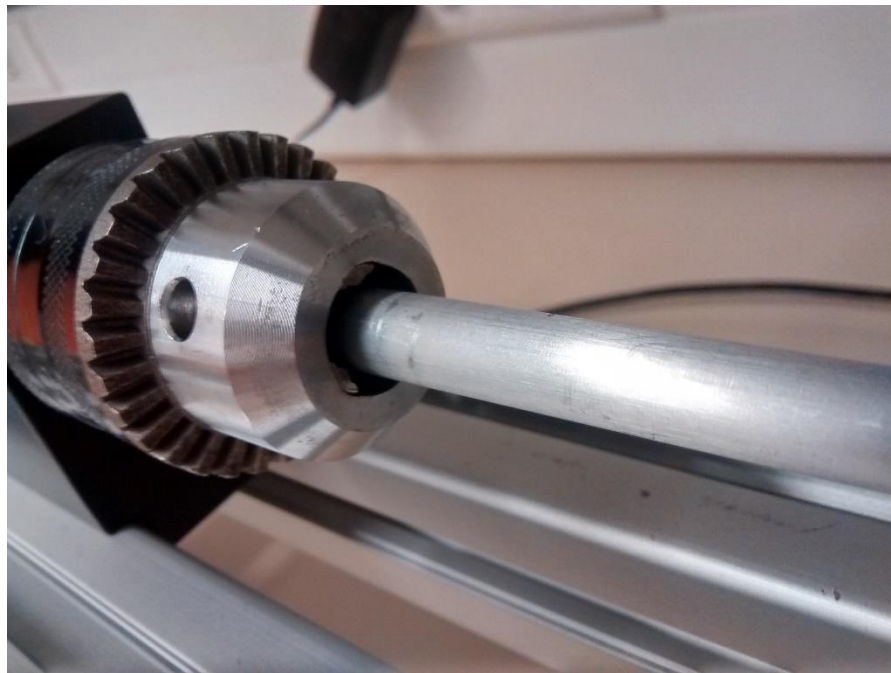


Figura II.8 Detalle mordedura directa sobre perfiles tubulares

Mida la distancia entre los extremos de los mandriles, esa será la longitud efectiva de la varilla.

Realice el proceso de precarga descrito anteriormente.

Aplique la carga, en incrementos de 1 N, hasta un máximo aproximado de 10 N y anote los valores de carga y del ángulo de la interfaz HDA200 en la tabla 3.

Tabla 3.
Giro/Momento Tubo Aluminio.

Longitud: ___ mm

Carga F	M.Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	°	°	Radianes

Tabla II-3 Tabla Ejemplo 3 para toma de datos

3.4 Varilla tubular aluminio circular de pared abierta.

Para esta parte use la varilla tubular con ranura longitudinal.

Antes de colocar la varilla, mida un mínimo de tres veces su diámetro y calcule la media. Para ésta práctica utilice un diámetro interior de 6.3 mm (Ya que no es posible ser medido directamente como el diámetro exterior).

Mida la distancia entre los extremos de los mandriles, esa será la longitud efectiva de la varilla.

Realice el proceso de precarga descrito anteriormente

Aplique una carga hasta un máximo de 10 N, en intervalos de 1 N. Anote el valor del ángulo leído por la interfaz HDA200.

Tabla 4.
Giro/Momento Tubo Aluminio perfil abierto.

Longitud: ___ mm

Carga F	M.Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	°	°	Radianes

Tabla II-4 Tabla ejemplo 4 para toma de datos

4 Tratamiento de los resultados.

Recuerde que es necesario usar los ángulos obtenidos en radianes, para trabajar sobre las fórmulas de torsión en los diferentes casos.

Para la parte 1, parte 2 y parte 3 dibuje el giro angular (radianes) frente al par aplicado, para la longitud calibrada de la varilla entre los mandriles. Dibujar la línea que más se adecue a los valores tomados y calcule su pendiente.

Utilizar los resultados para obtener el módulo de rigidez, G, para la varilla de aluminio macizo, para la acrílica con la ecuación 1.

$$G = \frac{TL}{\theta J} \quad (85)$$

Dónde: T/θ Es la pendiente de la gráfica con θ en radianes.

$J = \text{Inercia polar } \pi d^4 / 32$

$L = \text{Longitud}$

Repita lo mismo para la parte 3, varilla tubular de aluminio. Utilice la ecuación 1, donde la inercia polar en este caso:

$J = \text{Inercia polar} = \pi(D^4 - d^4) / 32$

Para la parte 4, el tubo de aluminio de perfil abierto, dibuje una gráfica de los resultados obtenidos entre el momento y el giro.

Utilice el módulo de valor de la rigidez del aluminio (Aprox. 26,2 GPa), y haciendo uso de la ecuación 1, calcule el valor de J aparente para el tubo de aluminio de perfil abierto. Compare el resultado con el valor teórico determinado por la ecuación:

$$J = \frac{\pi D t^3}{3} \quad (86)$$

Dónde: $d = \text{Diámetro exterior del tubo}$

$T = \text{Espesor del tubo}$

5 Observaciones y Conclusiones:

Con esta práctica, vemos que la torsión elástica representada en las gráficas, debe de ser lineal. Compruebe que sus resultados confirman este hecho.

Los valores del módulo de rigidez (G) son 26200 N/mm² para el aluminio y 1200 N/mm² para el acrílico. Comente los resultados obtenidos experimentalmente para las partes 1-2-3. ¿Coinciden? ¿A qué se puede deber la diferencia entre los valores teóricos y experimentales?

Comente los resultados para la parte 3. ¿Cómo influye las dimensiones del perfil en los resultados? Es importante que debido a las pequeñas dimensiones de los perfiles y a las tolerancias de los equipos de instrumentación, el hacer un estudio de errores. Con ellos, podremos ver como de correctos son nuestros resultados.

6 Ejemplos resultados

6.1 Varilla aluminio maciza

Medimos el diámetro del perfil y obtenemos un valor medio de 4,75mm.

La longitud total entre los mandriles es de 420mm.

Para el diámetro obtenido, la inercia polar resulta $I_p = 47,9 \text{ mm}^4$

Tabla 1.

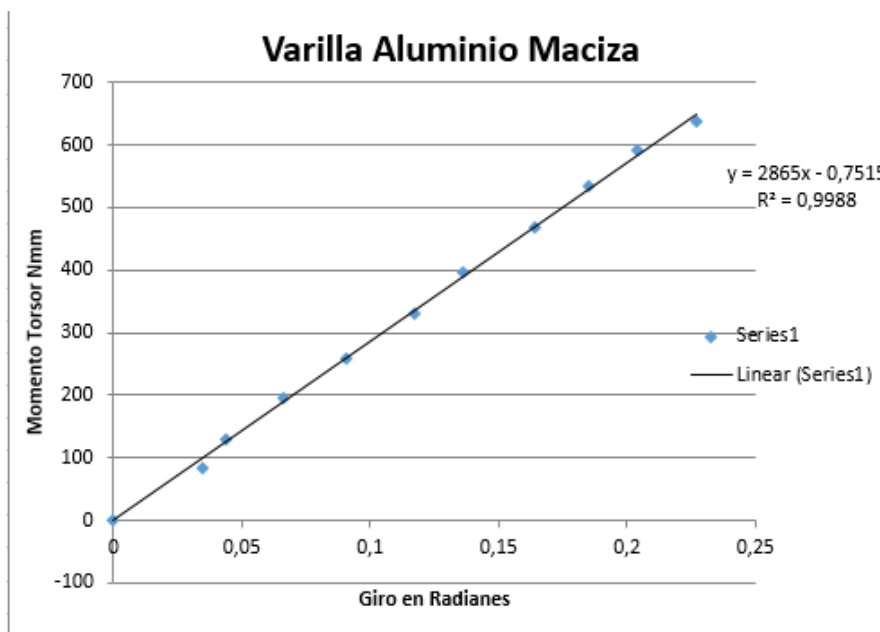
Giro/Momento Torsor de una varilla de aluminio.

Longitud: 420 mm

Carga F	Momento Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	º	º	Radianes
0	0	32,7	0	0
1,3	84,5	30,7	2	0,034905659
2,0	130	30,2	2,5	0,04363323
3,0	195	28,9	3,8	0,06632251
4	260	27,5	5,2	0,09075712
5,1	331,5	26	6,7	0,11693706
6,1	396,5	24,9	7,8	0,13613568
7,2	468	23,3	9,4	0,16406095
8,2	533	22,1	10,6	0,1850049
9,1	591.5	21	11,7	0,20420352
9,8	637	19,7	13	0,2268928

Tabla II-5 Datos obtenidos para varilla maciza aluminio

Representamos gráficamente el momento frente al giro en radianes. Estudiamos la línea de tendencia y observamos que tenemos un buen valor de regresión 0,998



Calculamos la pendiente de la recta, para poder hallar la G mediante la fórmula proporcionada por el cuadernillo de prácticas.

$$\text{Pendiente } \frac{T}{\phi} = 2865$$

Calculamos nuestra G experimental:

$$G = \frac{T * J}{\phi * I_p} = 24694,82 \approx 24,7 \text{ GPa}$$

El resultado experimental se acerca al valor teórico de $G = 26,2 \text{ GPa}$. El hecho de que no sea igual es debido a factores como las tolerancias de los instrumentos de medida. Por lo que es conveniente hacer un estudio de errores para saber si nuestro resultado es válido.

Partiendo de la ecuación de G, tomamos log en sus términos y obtenemos:

$$\begin{aligned} \log G &= \text{Log}(T * L) - \text{Log}(\phi * I_p) \\ \log G &= \text{Log} T + \text{Log} L - \text{Log} \phi - \text{Log} I_p \end{aligned}$$

Donde

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

Por lo que al tomar logaritmo en I_p nos quedará:

$$\text{Log } I_p = 4 * \text{Log } d$$

Pasamos a las incertidumbres, cogiendo el valor absoluto de los coeficientes:

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta \phi}{\phi} + 4 \frac{\Delta d}{d}$$

Donde $\Delta T, \Delta L, \Delta \phi, \Delta d$ son las tolerancias en los instrumentos de medición y posibles errores de medición por parte del usuario (Pie de rey, cinta métrica, interfaz HDA)

$$\Delta T = 0,1 \text{ Nmm}$$

$$\Delta L = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta \phi = 0,2^\circ$$

$$\Delta d = 0,05 \text{ mm}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{0,1}{9,8} + \frac{1}{420} + \frac{0,2}{13} + 4 \frac{0,05}{4,75}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = 0,07$$

Por lo que ΔG será:

$$\Delta G = G * 0,07 = 1730 \text{ N/mm}^2$$

Esto quiere decir que el valor que nosotros obtenemos, tiene una tolerancia de $\pm 1730 \text{ N/mm}^2$. Al ser el valor teórico 26200 N/mm^2 , vemos que ahora nuestro valor experimental 24700 N/mm^2 con un error de 1730 N/mm^2 es un resultado válido.

6.2 Varilla acrílica

Medimos el diámetro del perfil y obtenemos un valor medio de 9,95mm.

La longitud total entre los mandriles es de 435mm.

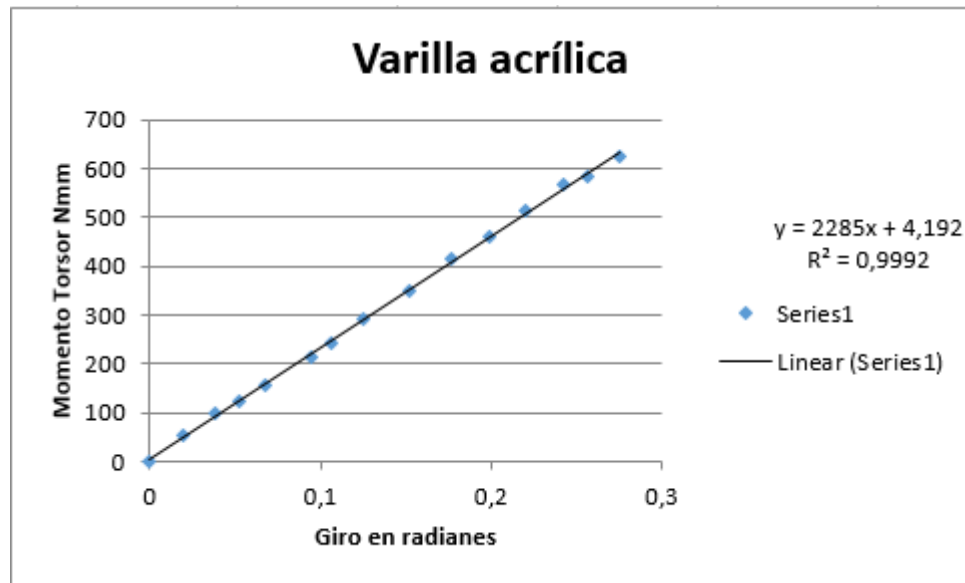
Para el diámetro obtenido, la inercia polar resulta $I_p = 962,26 \text{ mm}^4$

Tabla 2.
Giro/Momento Torsor de una varilla acrílica.
Longitud: 435 mm

Carga F	Momento Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	º	º	Radianes
0	0	186.5	0	0
0.8	52	185.4	1.1	0.019199
1.5	97.5	184.3	2.2	0.038397
1.9	123.5	183.5	3	0.05236
2.4	156	182.6	3.9	0.068068
3.3	214.5	181.1	5.4	0.094248
3.7	240.5	180.4	6.1	0.106465
4.5	292.5	179.3	7.2	0.125664
5.4	351	177.8	8.7	0.151844
6.4	416	176.4	10.1	0.176278
7.1	461.5	175.1	11.4	0.198968
7.9	513.5	173.9	12.6	0.219911
8.7	565.5	172.6	13.9	0.242601
9	585	171.8	14.7	0.256563
9.6	624	170.7	15.8	0.275762

Tabla II-6 Datos obtenidos para varilla acrílica

Representamos gráficamente el momento frente al giro en radianes. Estudiamos la línea de tendencia y observamos que tenemos un buen valor de regresión 0,999



Calculamos la pendiente de la recta, para poder hallar la G mediante la fórmula proporcionada por el cuadernillo de prácticas.

$$\text{Pendiente } \frac{T}{\phi} = 2285$$

Calculamos nuestra G experimental:

$$G = \frac{T * J}{\phi * I_p} = 1033 \text{ N/mm}^2$$

Valor teórico $G = 1200 \text{ N/mm}^2$

El resultado experimental se acerca al valor teórico de $G=1.200 \text{ N/mm}^2$. El hecho de que no sea igual es debido a factores como las tolerancias de los instrumentos de medida. Por lo que es conveniente hacer un estudio de errores para saber si nuestro resultado es válido.

Hacemos el mismo proceso para calcular el error:

Partiendo de la ecuación de G, tomamos log en sus términos y obtenemos:

$$\begin{aligned} \log G &= \text{Log}(T * L) - \text{Log}(\phi * I_p) \\ \log G &= \text{Log } T + \text{Log } L - \text{Log } \phi - \text{Log } I_p \end{aligned}$$

Donde

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

Por lo que al tomar logaritmo en I_p nos quedará:

$$\text{Log } I_p = 4 * \text{Log } d$$

Pasamos a las incertidumbres, cogiendo el valor absoluto de los coeficientes:

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta \phi}{\phi} + 4 \frac{\Delta d}{d}$$

Donde $\Delta T, \Delta L, \Delta \phi, \Delta d$ son las tolerancias en los instrumentos de medición y posibles errores de medición por parte del usuario (Pie de rey, cinta métrica, interfaz HDA)

$$\Delta T = 0,1 \text{ Nmm}$$

$$\Delta L = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta \phi = 0,2^\circ$$

$$\Delta d = 0,05 \text{ mm}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{0,1}{9,6} + \frac{1}{435} + \frac{0,2}{15,8} + 4 \frac{0,05}{9,95}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = 0,0454$$

Por lo que ΔG será:

$$\Delta G = G * 0.0454 = 46.97 \text{ N/mm}^2$$

Esto quiere decir que el valor que nosotros obtenemos, tiene una tolerancia de $\pm 46,97 \text{ N/mm}^2$. Al ser el valor teórico 1200 N/mm^2 , vemos que ahora nuestro valor experimental $1032,95 \text{ N/mm}^2$, con un error de $46,97 \text{ N/mm}^2$ podemos tomarlo como un resultado experimental válido.

6.3 Varilla circular hueca

El diámetro exterior obtenido tras la media de las medidas es de 9,15mm. El diámetro interior que se usará es 6,30mm.

La longitud total entre los mandriles es de 370mm.

Para el diámetro exterior obtenido y el interior dado, la inercia polar resulta

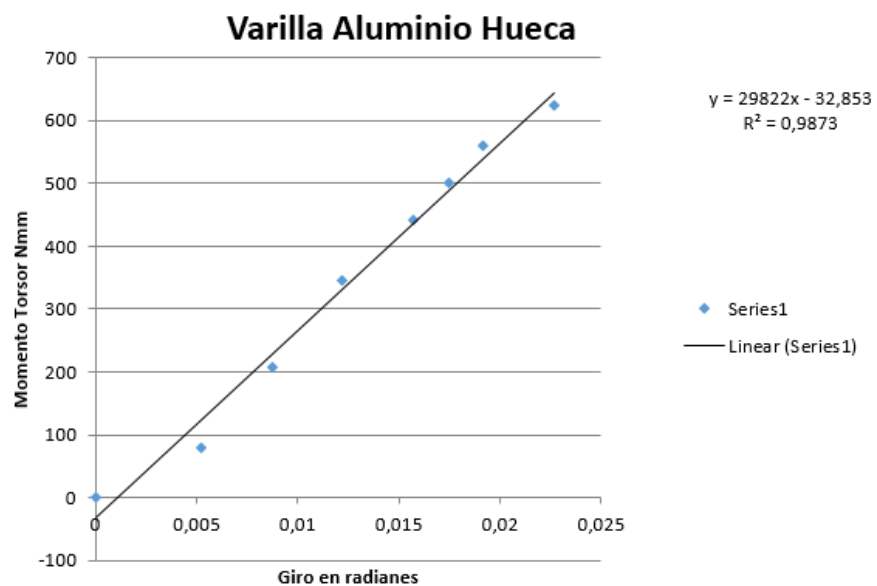
$$I_p = 533,497 \text{ mm}^4$$

Tabla 3.
Giro/Momento Tubo Aluminio.
Longitud: 370 mm

Carga F	Momento Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	º	º	Radianes
0	0	51.4	0	0
1.2	78	51.1	0.3	0.005236
3.2	208	50.9	0.5	0.008727
5.3	344.5	50.7	0.7	0.012217
6.8	442	50.5	0.9	0.015708
7.7	500.5	50.4	1	0.017453
8.6	559	50.3	1.1	0.019199
9.6	624	50.1	1.3	0.022689

Tabla II-7 Datos obtenidos para varilla aluminio hueca

Representamos gráficamente el momento frente al giro en radianes. Estudiamos la línea de tendencia y observamos que tenemos un valor de regresión 0,987



Calculamos la pendiente de la recta, para poder hallar la G mediante la fórmula proporcionada por el cuadernillo de prácticas.

$$\text{Pendiente } \frac{T}{\phi} = 29822$$

Calculamos nuestra G experimental:

$$G = \frac{T * L}{\phi * I_p} = 20682,4533 \frac{N}{mm^2} \approx 20,7 \text{ GPa}$$

Valor teórico $G = 26200N/mm^2$

El resultado experimental obtenido parece que dista del teórico. El hecho de que no sea igual es debido a factores como las tolerancias de los instrumentos de medida y a medidas no constantes como el diámetro interior/exterior de la pieza. El problema del diámetro exterior se puede disminuir mediante la toma de medidas y el cálculo de la media, pero debido a que el diámetro interior no puede ser medido directamente y este puede variar por defectos de fabricación, temperatura, etc. El error que puede introducir es considerable.

Fijémonos en que un simple cambio en el diámetro interior de +/- 0,15mm puede provocar que la G tenga cambios de +/- 700 $\frac{N}{mm^2}$.

Por lo que es conveniente hacer un estudio de errores para saber cómo de válido es nuestro resultado.

Partiendo de la ecuación de G, tomamos log en sus términos y obtenemos:

$$\begin{aligned} \text{Log } G &= \text{Log } (T * L) - \text{Log}(\phi * I_p) \\ \text{Log } G &= \text{Log } T + \text{Log } L - \text{Log}\phi - \text{Log } I_p \end{aligned}$$

Donde

$$I_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$$

Por lo que al tomar logaritmo en I_p nos quedará:

$$\text{Log } I_p = \text{Log } \frac{\pi(D^4 + d^4)}{32}$$

Si derivamos:

$$\begin{aligned} d I_p &= \frac{4\pi}{32} D^3 dD + d I_p = \frac{4\pi}{32} d^3 dd \\ d I_p &= \frac{\pi}{8} D^3 dD + d I_p = \frac{\pi}{8} d^3 dd \end{aligned}$$

Tomamos las incertidumbres:

$$\Delta I_p = \frac{\pi}{8} D^3 \Delta D + \frac{\pi}{8} d^3 \Delta d$$

Pasamos a las incertidumbres, cogiendo el valor absoluto de los coeficientes:

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta \phi}{\phi} + \frac{\frac{\pi}{8} D^3 \Delta D + \frac{\pi}{8} d^3 \Delta d}{I_p}$$

Donde $\Delta T, \Delta L, \Delta \phi, \Delta d$ son las tolerancias en los instrumentos de medición y posibles errores de medición por parte del usuario (Pie de rey, cinta métrica, interfaz HDA)

$$\Delta T = 0,1 \text{ Nmm}$$

$$\Delta L = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta \phi = 0,2^\circ$$

$$\Delta d = \Delta D = 0,05 \text{ mm}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{0,1}{9,6} + \frac{1}{370} + \frac{0,2}{1,6} + \frac{\frac{\pi}{8} 19,15^3 * 0,05 + \frac{\pi}{8} 6,30^3 * 0,05}{533,497}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{0,1}{12,1} + \frac{1}{370} + \frac{0,2}{1,6} + 0,0284$$

$$\frac{\Delta G}{G} = 0,193$$

Por lo que ΔG será:

$$\Delta G = G * 0,193 = 3995 \frac{N}{mm^2}$$

Esto quiere decir que el valor que nosotros obtenemos, tiene una tolerancia de $\pm 3995 \frac{N}{mm^2}$.

Al ser el valor teórico $26,200 \text{ N/mm}^2$, vemos que ahora nuestro valor experimental $20682,45 \text{ N/mm}^2$, con un error de $3995 \frac{N}{mm^2}$ podemos tomarlo como un resultado experimental válido.

6.4 Varilla circular hueca perfil abierto

El diámetro exterior obtenido tras la media de las medidas es de $9,19 \text{ mm}$. El diámetro interior que se usará es $6,3 \text{ mm}$. Por lo que el espesor $t = 1,44 \text{ mm}$

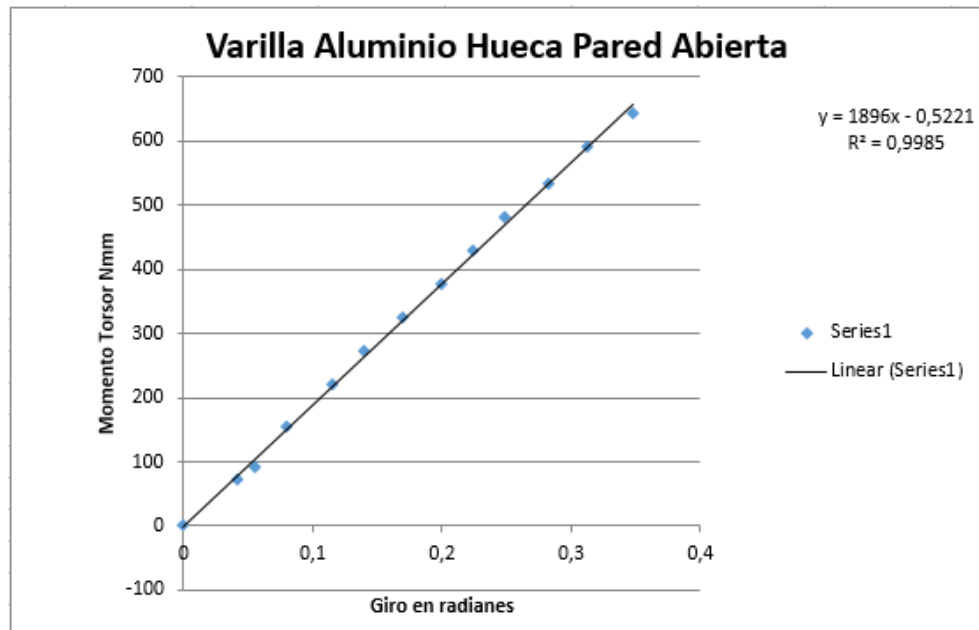
La longitud total entre los mandriles es de 375 mm .

Tabla 4.
Giro/Momento Tubo Aluminio perfil abierto.
Longitud: 375 mm

Carga F	Momento Torsor	Giro HDA200	Giro real	Giro real
N	Nmm	º	º	Radianes
0	0	54.5	0	0
1.1	7105	52.1	2.4	0.0418879
1.4	91	51.3	3.2	0.05585054
2.4	156	49.9	4.6	0.08028515
3.4	221	47.9	6.6	0.11519173
4.2	273	46.5	8	0.13962634
5	325	44.8	9.7	0.1629694
5.8	377	43.1	11.4	0.19896753
6.6	429	41.7	12.8	0.22340214
7.4	481	40.3	14.2	0.24783675
8.2	553	38.3	16.2	0.28274334
9.1	591.5	36.3	18.2	0.31764992
9.9	643.5	34.6	19.9	0.34732052

Tabla II-8 Datos obtenidos para varilla aluminio circular hueca de pared abierta

Representamos gráficamente el momento frente al giro en radianes. Estudiamos la línea de tendencia y observamos que tenemos un valor de regresión 0,998



En este caso debemos obtener el valor de la J y compararla con su valor teórico.

Para el cálculo J usaremos el valor de G teórico 26,2 GPa.

La pendiente $\frac{T}{\phi}$ que obtenemos de la gráfica es 1896.

Empleando la fórmula

$$J = \frac{T L}{\phi G}$$

Obtenemos un resultado de $J_{experimental} = 26,99 \text{ mm}^4$

Comparándola con la $J_{teórica} = 28,73 \text{ mm}^4$

El resultado experimental se acerca al valor teórico de $J_{teórica} = 28,73 \text{ mm}^4$. El hecho de que no sea igual es debido a factores como las tolerancias de los instrumentos de medida y a medidas no constantes como el diámetro interior/exterior de la pieza. El problema del diámetro exterior se puede disminuir mediante la toma de medidas y el cálculo de la media, pero debido a que el diámetro interior no puede ser medido directamente y este puede variar por defectos de fabricación, temperatura, etc. El error que puede introducir es considerable.

Por lo que es conveniente hacer un estudio de errores para saber si nuestro resultado es válido.

Partiendo de la ecuación de J , tomamos log en sus términos y obtenemos:

$$\text{Log } J = \text{Log } (T * L) - \text{Log } (\phi * G)$$

$$\text{Log } J = \text{Log } T + \text{Log } L - \text{Log } \phi - \text{Log } G$$

$$\text{Log } J = \text{Log } T + \text{Log } L + \text{Log } \phi + \text{Log } G$$

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta \phi}{\phi} + \frac{\Delta G}{G}$$

Al haber tomado G teórica, podemos sustituir el término $\frac{\Delta G}{G} = 0$

Quedando:

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{0,1}{9.9} + \frac{1}{375} + \frac{0,2}{19.9} = 0,0228$$

$$\Delta J = 26.99 * 0.0228 = 0,615 \text{ mm}^4$$

Esto quiere decir que el valor que nosotros obtenemos, tiene una tolerancia de $+/- 0,615 \text{ mm}^4$.

Al ser el valor teórico $28,73 \text{ mm}^4$, vemos que ahora nuestro valor experimental $26,99 \text{ mm}^4$, con un error de $0,615 \text{ mm}^4$ podemos tomarlo como un resultado experimental válido.

III ANEXO

Guía de prácticas Maqueta Torsión

Versión Alumno

*Este capítulo está pendiente de incluir resultados del ensayo con la maqueta

1 Objetivos de la práctica

Con esta práctica se busca que el alumno pueda aplicar y demostrar todo lo visto en el capítulo de TORSIÓN de la asignatura Resistencia de Materiales.

La siguiente práctica persigue dos objetivos principales:

- Medición de giro debido a torsión en perfiles circulares y no circulares, a través de reloj comparador.
- Medición de deformaciones producidas por tensiones cortantes a través de galgas extensométricas.

Para esto, se hará uso de diferentes tipologías de perfiles de aluminio a los que se someterá a diferentes cargas de torsión.

2 Descripción de los aspectos teóricos

En términos de ingeniería, la torsión se produce cuando sobre un eje o barra, uno de sus extremos se encuentra fijado mientras que el otro extremo se ve sometido a una fuerza giratoria.

Para nuestro caso conseguiremos una carga torsional, mediante una varilla fijada a la barra, a la que aplicaremos una carga F , mediante discos de carga, a una distancia d del centro de la barra a torsionar. Esto se traduce en un momento torsor sobre la barra respecto al eje longitudinal O .



Figura III.1 Aplicación de carga F para momento torsor M

$$M_o = F * d \quad (87)$$

Para perfiles de sección circular, como hemos estudiado, no se produce alabeo.

Si estudiamos un pequeño trozo de la barra con longitud dx observamos que la torsión provoca un giro tal que $d\phi$ es el ángulo que gira la sección en $x+dx$ con respecto a la sección en x .

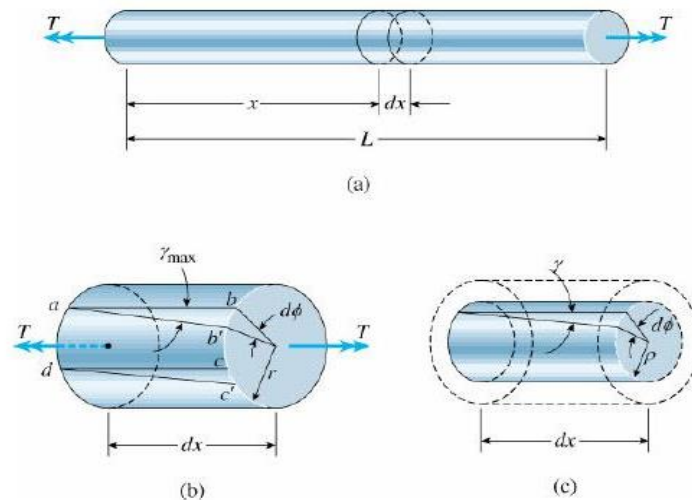


Figura III.2 Giro de sección dx provocada por momento torsor

La deformación angular será entonces:

$$\gamma = \frac{d\phi(x)}{dx} \rho = \rho \theta \quad (88)$$

Siendo θ el ángulo de torsión por unidad de longitud.

Siendo ρ radio de la fibra estudiada. Para ρ el radio máximo r , tendremos:

$$\gamma_{max} = r\theta \quad (89)$$

En nuestro caso, trabajamos sobre un material elástico lineal, por lo que, aplicando la ley de Hooke, tenemos que:

$$\tau = G\gamma = (G\rho)\theta \quad (90)$$

Para poder calcular las tensiones y deformaciones en una barra sometida a un conjunto de pares de torsión, es necesario encontrar la relación entre las tensiones tangenciales y el par de torsión T .

El esfuerzo cortante actúa alrededor de la sección transversal de forma continua. Por ello, poseen una resultante en forma de un momento igual al par de torsión T que actúa sobre la barra. Para hallar esta resultante se considerará un elemento de área dA localizado a una distancia ρ del eje de la barra. La fuerza cortante que actúa sobre este elemento es igual a τdA , y el momento de esta fuerza (dM) respecto al eje de la barra es igual a la fuerza por la distancia respecto al centro:

$$dM = \tau\rho dA \quad (91)$$

Basta con sustituir la ecuación 4 en la ecuación 5 e integrar sobre el área.

$$M(x) = G\theta \int_{Area} \rho^2 dA \quad (92)$$

Donde el término de la integral es lo que se le conoce como Inercia Polar J .

Por último, si relacionamos τ con $G\theta$, tenemos la fórmula de la torsión, que demuestra que la tensión tangencial es directamente proporcional al momento torsor $M(x)$ e inversamente proporcional al momento polar de inercia J .

$$\tau = \frac{M(x)}{J} \rho \quad (93)$$

Si tomamos un pequeño trozo de la barra sometido a torsión, veremos que si representamos su estado tensional en el **círculo de Mohr**:

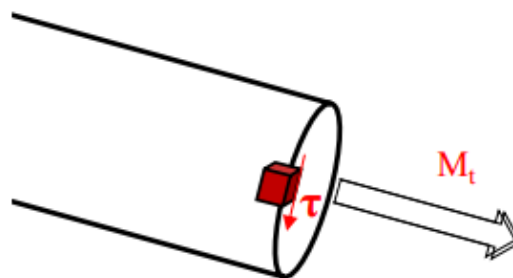


Figura III.3 Cubo elemental sometido a torsión

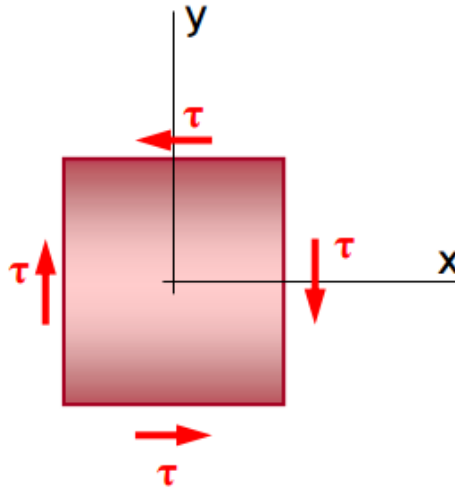


Figura III.4 Estado tensional de cubo elemental sometido a torsión

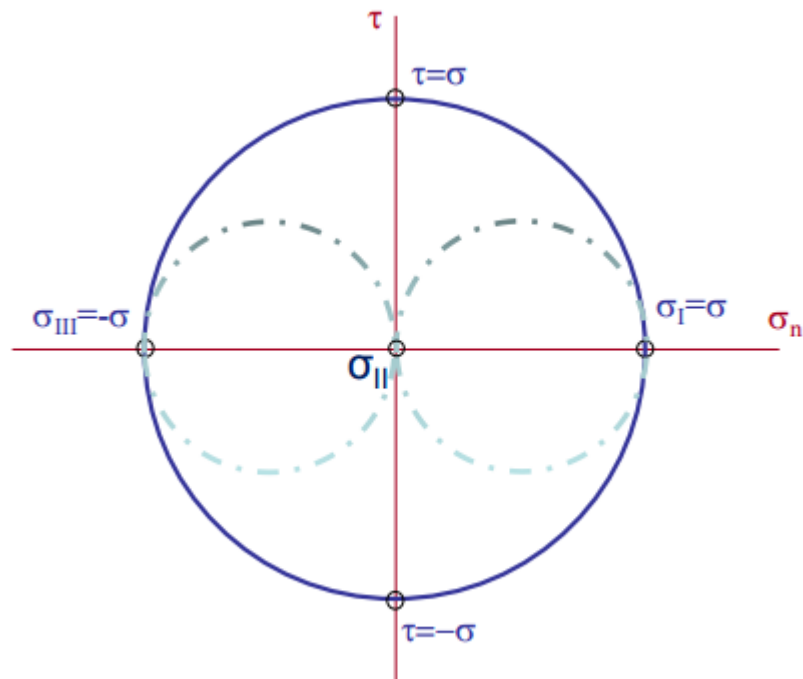


Figura III.5 Circulo de Mohr en torsión pura

Tiene su equivalente, en tensiones y direcciones principales, como tracción y compresión con un ángulo de 45°:

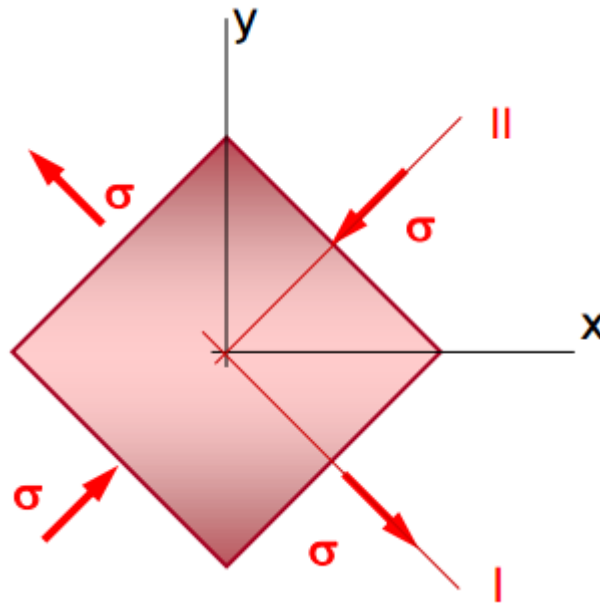


Figura III.6 Tensiones y direcciones principales en torsión pura

Otro concepto a tener en cuenta es la Rigidez Torsional: La rigidez torsional en una barra recta de sección uniforme es la relación entre el momento torsor aplicado a uno de sus extremos y el ángulo girado por este extremo, al mantener fijo el extremo opuesto de la barra.

Basta con representar gráficamente el momento torsor frente al giro unitario θ , y nos daremos cuenta de que la **relación es lineal**, siendo esta la rigidez torsional.

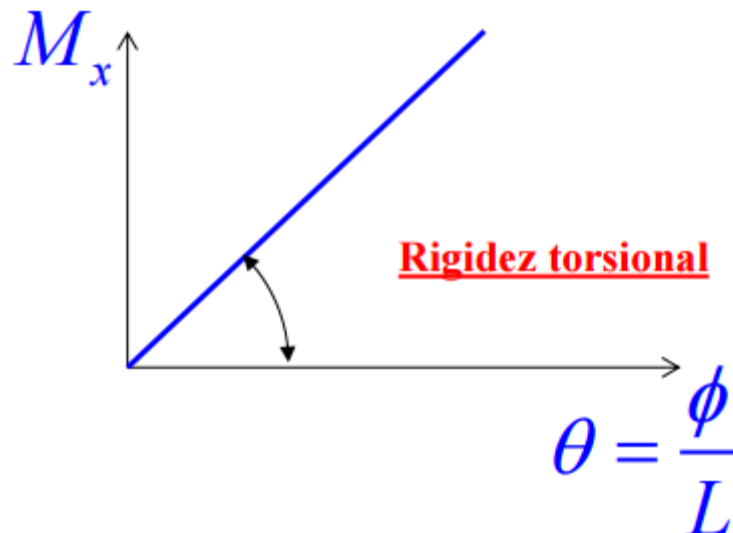


Figura III.7 Gráfica momento torsor frente giro unitario

Para el caso de los perfiles no circulares, en torsión libre, se produce alabeo el cual no está restringido. Debido a esto no se puede hacer uso de la formula descritas ya que esto implicaría que las secciones girarían planas (sin alabeo) y que las tensiones de cizalladura serían perpendiculares al radio y proporcionales a la distancia del centro de gravedad.

Para el perfil no circular que vamos a utilizar, que es un perfil rectangular hueco, tenemos que:

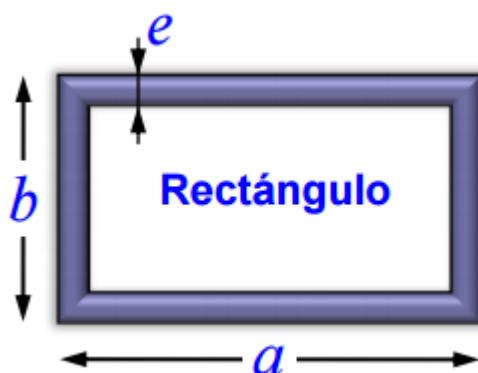


Figura III.8 Sección rectangular hueca

$$\tau_{max} = \frac{M(x)}{abe} \quad (94)$$

$$\theta = \frac{(a+b)eM(x)}{2a^2b^2e^2G} \quad (95)$$

Para el perfil abierto circular que vamos a utilizar, tenemos que:

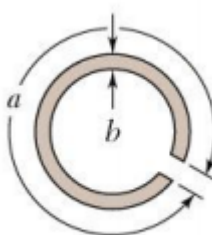


Figura III.9 Sección circular abierta

$$\tau_{max} = \frac{3M(x)}{ab^2} = G\theta b \quad (96)$$

$$\theta = \frac{M(x)}{C} = \frac{M(x)}{\frac{ab^3G}{3}} = \frac{3M(x)}{ab^3G} \quad (97)$$

3 Descripción de la práctica

3.1 Estructura

La estructura que sirve de base para la máquina de torsión, está formada por la unión de 5 perfiles unidos entre sí por escuadras. El perfil más pequeño que se encuentra anclado entre los dos perfiles más largos, y sobre el que descansa la pared de carga, se puede mover con facilidad aflojando los tornillos de las dos escuadras que lo fijan. Con esto podremos reducir o ampliar la distancia entre las dos paredes de la maqueta, según se necesite.

3.2 Perfiles a ensayar

Un total de 4 perfiles:

- Perfil aluminio macizo circular.
- Perfil aluminio circular tubular.
- Perfil aluminio circular tubular de perfil abierto.
- Perfil aluminio sección cuadrada hueca.

Estos perfiles disponen de dos casquillos en sus extremos, para ser fijados en las paredes. El casquillo con el rodamiento debe ir en la pared de carga, pues permitirá el giro de ese extremo, mientras que el extremo con el casquillo libre debe ir, en la posición correcta, sobre la pared de empotramiento. Una vez se coloquen fijen las dos mitades de las paredes, el perfil quedará fijo y no podrá girar. Los perfiles tienen colocados 2 galgas extensométricas cada uno con los que se podrá medir las deformaciones provocadas por las tensiones de corte debidas a la torsión.

3.3 Abrazaderas

Cada perfil tiene un juego de abrazaderas, las cuales serán colocadas en la posición requerida y orientadas de tal manera que el extremo de la varilla que poseen, esté a la misma altura y en contacto con el vástago del reloj comparador, para poder hacer la lectura del desplazamiento. Para fijar las abrazaderas una vez la tengamos en la posición deseada, basta con apretar los prisioneros que tienen sobre el perfil.

3.4 Dispositivo P3

El P3 es un dispositivo diseñado para mostrar y grabar las deformaciones producidas en galgas extensométricas. A él se conectan las galgas en distintas configuraciones, permitiendo una lectura fácil de las medidas a tomar. Use los datos de la siguiente imagen para la configuración del P3.

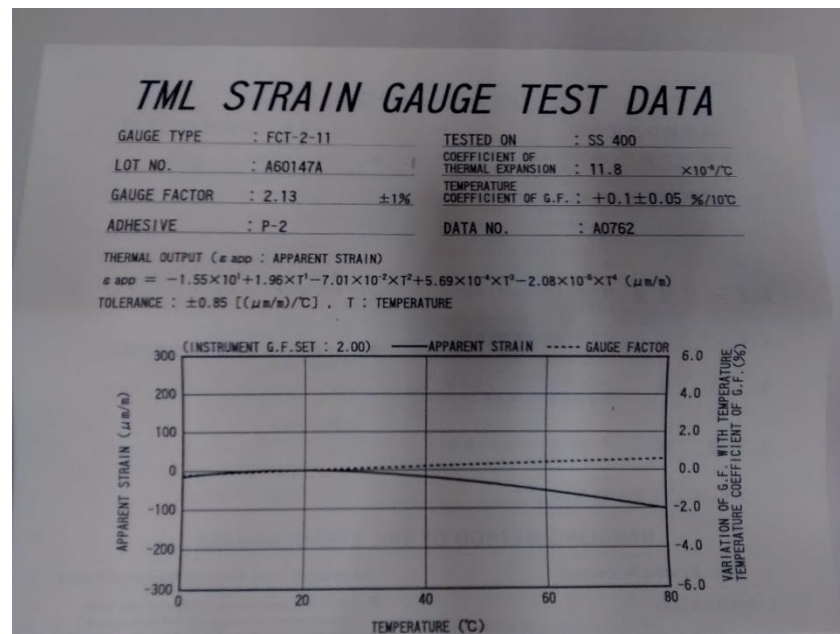


Figura III.10 Dispositivo P3

Para esta práctica se empleará una conexión a $\frac{1}{2}$ puente de galgas.

3.5 Reloj Comparador

Se trata de un dispositivo digital para medir desplazamientos con una precisión de 0,001 mm. Con él mediremos el desplazamiento vertical del brazo comparador fijado a la barra que gira. Al tratar

con ángulos muy pequeños, podemos suponer que el desplazamiento es vertical, ya que el $\cos\theta \gg \sin\theta$.

El reloj comparador está sujeto a una base vertical que se puede mover a lo largo de todo el perfil y fijarse por rosca. El reloj comparador debe coincidir con la varilla de la abrazadera y estar en contacto directo, para poder hacer una lectura precisa.

3.6 Pesas y soporte

Para aplicar el momento torsor, se hará uso de pesas de 1-5-10 N que se colgaran en el brazo de carga a través de un soporte que dispone de un gancho.



Figura III.11 Soporte gancho



Figura III.12 Discos de carga

3.7 Pared de empotramiento y carga

Sobre la estructura descansan 2 paredes, pared de carga y pared de empotramiento. Cuya función es la de sujetar el perfil. Para ellos basta con separar las dos mitades de cada una de ellas, colocar el perfil, y volver a colocar las dos mitades y apretarlas con una llave ALLEN los 4 tornillos y la tuerca, quedando los dos perfiles bien fijados.

Las paredes tienen dos orificios centrales distintos.

- Pared de empotramiento, hay que colocar el extremo del perfil en la posición correcta (parte lisa hacia arriba, parte circular hacia abajo).
- Pared de carga, hay que hacer coincidir el rodamiento del extremo del perfil con su agujero y la continuación del extremo con su otro agujero.

4 Trabajo a realizar

NOTA: Es muy importante, que antes de tomar una medida se compruebe que las pesas no se balancean, ya que un pequeño balanceo puede dar lugar a tomar medidas erróneas. También se debe prestar atención de no mover los cables de conexión de las galgas una vez se ha equilibrado el puente.

Antes de empezar la toma de datos, asegúrese de que ha tomado nota de las longitudes del brazo comparador, longitudes de las secciones de giro y del brazo de carga. También de que ha fijado todo correctamente.

4.1 Perfil circular macizo.

Usando cargas desde 5N hasta 35N a una longitud aproximada de 200mm, registre el giro unitario del perfil macizo y presente una gráfica del momento torsor frente al giro unitario. Calcule el módulo de cizalladura y compárelo con el valor teórico.

Registre a su vez los datos obtenidos por las galgas extensométricas y calcule la tensión experimental y compárela con la obtenida teóricamente.

4.2 Perfil circular hueco cerrado

Usando cargas desde 5N hasta 35N a una longitud aproximada de 200mm, registre el giro unitario del perfil hueco circular y presente una gráfica del momento torsor frente al giro unitario. Calcule el módulo de cizalladura y compárelo con el valor teórico.

Registre a su vez los datos obtenidos por las galgas extensométricas y calcule la tensión experimental y compárela con la obtenida teóricamente.

4.3 Perfil circular hueco pared abierta

Usando cargas desde 1N hasta 8N a una longitud aproximada de 200mm, registre el giro unitario del perfil abierto circular y presente una gráfica del momento torsor frente al giro unitario.

Compare esta gráfica con las dos anteriores y comente los resultados.

5 Informe de la práctica

Para el informe de la práctica, una vez todas las mediciones tomadas se deberán abarcar los siguientes puntos:

1. Descripción y breve resumen de la práctica
2. Explicación de la práctica con los equipos de medición utilizados.
3. Resultados
4. Discusión de los resultados. Breve comentario y justificación de los resultados obtenidos.
5. Conclusiones: En vista de los resultados, comentar el nivel de satisfacción en la consecución de los objetivos inicialmente planteados.

En este apartado se tratarán los resultados obtenidos experimentalmente y se compararán con los datos teóricos.

Para los perfiles circular macizo y circular hueco se hallará el módulo de cizalladura y se comparará con el teórico. Mientras que, para el perfil abierto, se demostrará su mal comportamiento a esfuerzos de torsión por comparación con los anteriores.

Por otro lado, se estudiarán las tensiones experimentales obtenidas a través de las galgas extensométricas y se compararán con las tensiones teóricas.

IV ANEXO

Guía de prácticas Maqueta Torsión

Versión Profesor

*Este capítulo está pendiente de incluir resultados del ensayo con la maqueta

1 Objetivos de la práctica

Con esta práctica se busca que el alumno pueda aplicar y demostrar todo lo visto en el capítulo de TORSIÓN de la asignatura Resistencia de Materiales.

La siguiente práctica persigue dos objetivos principales:

- Medición de giro debido a torsión en perfiles circulares y no circulares, a través de reloj comparador.
- Medición de deformaciones producidas por tensiones cortantes a través de galgas extensométricas.

Para esto, se hará uso de diferentes tipologías de perfiles de aluminio a los que se someterá a diferentes cargas de torsión.

2 Descripción de los aspectos teóricos

En términos de ingeniería, la torsión se produce cuando sobre un eje o barra, uno de sus extremos se encuentra fijado mientras que el otro extremo se ve sometido a una fuerza giratoria.

Para nuestro caso conseguiremos una carga torsional, mediante una varilla fijada a la barra, a la que aplicaremos una carga F , mediante discos de carga, a una distancia d del centro de la barra a torsionar. Esto se traduce en un momento torsor sobre la barra respecto al eje longitudinal O .



Figura IV.1 Aplicación de carga F para conseguir momento torsor M

$$M_o = F * d \tag{98}$$

Para perfiles de sección circular, como hemos estudiado, no se produce alabeo.

Si estudiamos un pequeño trozo de la barra con longitud dx observamos que la torsión provoca un giro tal que $d\phi$ es el ángulo que gira la sección en $x+dx$ con respecto a la sección en x .

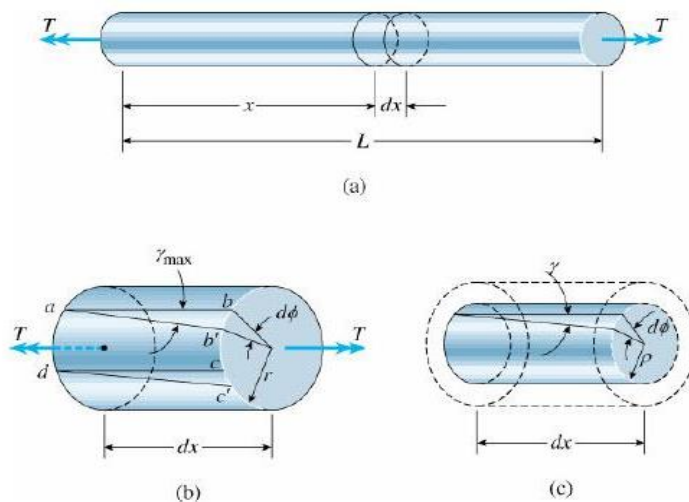


Figura IV.2 Giro de sección dx provocada por momento torsor

La deformación angular será entonces:

$$\gamma = \frac{d\phi(x)}{dx} \rho = \rho \theta \tag{99}$$

Siendo θ el ángulo de torsión por unidad de longitud.

Siendo ρ radio de la fibra estudiada. Para ρ el radio máximo r , tendremos:

$$\gamma_{max} = r\theta \tag{100}$$

En nuestro caso, trabajamos sobre un material elástico lineal, por lo que, aplicando la ley de Hooke, tenemos que:

$$\tau = G\gamma = (G\rho)\theta \quad (101)$$

Para poder calcular las tensiones y deformaciones en una barra sometida a un conjunto de pares de torsión, es necesario encontrar la relación entre las tensiones tangenciales y el par de torsión T .

El esfuerzo cortante actúa alrededor de la sección transversal de forma continua. Por ello, poseen una resultante en forma de un momento igual al par de torsión T que actúa sobre la barra. Para hallar esta resultante se considerará un elemento de área dA localizado a una distancia ρ del eje de la barra. La fuerza cortante que actúa sobre este elemento es igual a τdA , y el momento de esta fuerza (dM) respecto al eje de la barra es igual a la fuerza por la distancia respecto al centro:

$$dM = \tau\rho dA \quad (102)$$

Basta con sustituir la ecuación 4 en la ecuación 5 e integrar sobre el área.

$$M(x) = G\theta \int_{Area} \rho^2 dA \quad (103)$$

Donde el término de la integral es lo que se le conoce como Inercia Polar J .

Por último, si relacionamos τ con $G\theta$, tenemos la fórmula de la torsión, que demuestra que la tensión tangencial es directamente proporcional al momento torsor $M(x)$ e inversamente proporcional al momento polar de inercia J .

$$\tau = \frac{M(x)}{J} \rho \quad (104)$$

Si tomamos un pequeño trozo de la barra sometido a torsión, veremos que si representamos su estado tensional en el **círculo de Mohr**:

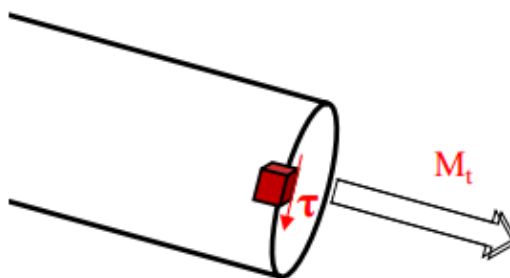


Figura IV.3 Cubo elemental sometido a momento torsor

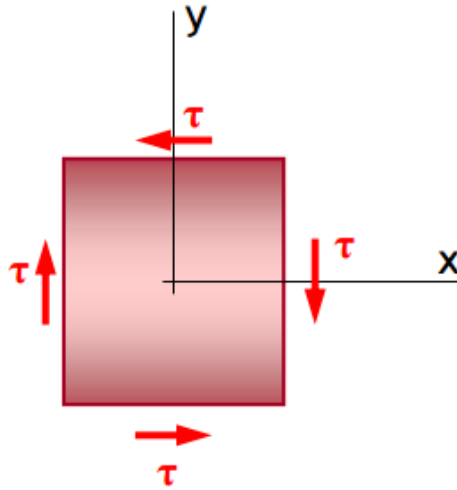


Figura IV.4 Estado tensional de un cubo elemental sometido a torsión

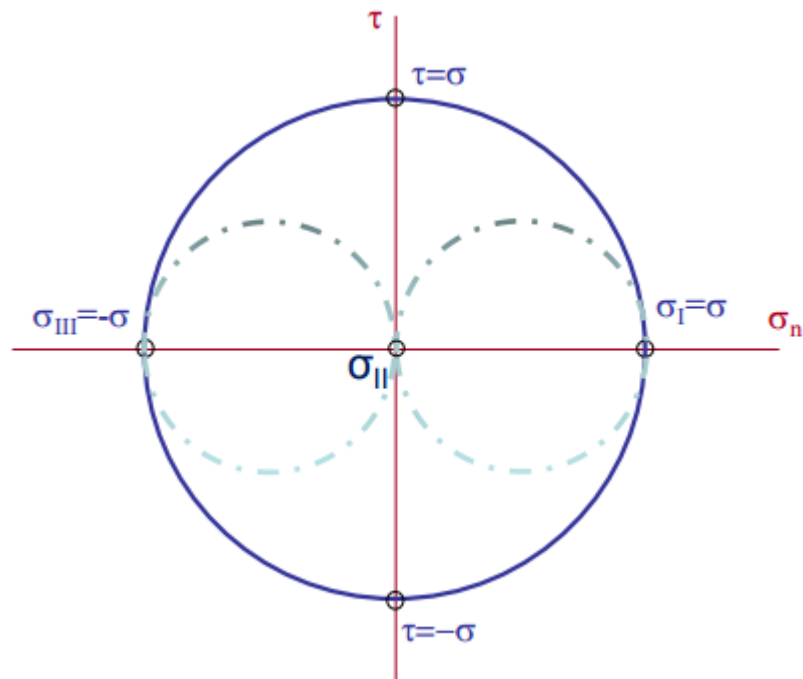


Figura IV.5 Circulo de Möhr en torsión pura

Tiene su equivalente, en tensiones y direcciones principales, como tracción y compresión con un ángulo de 45°:

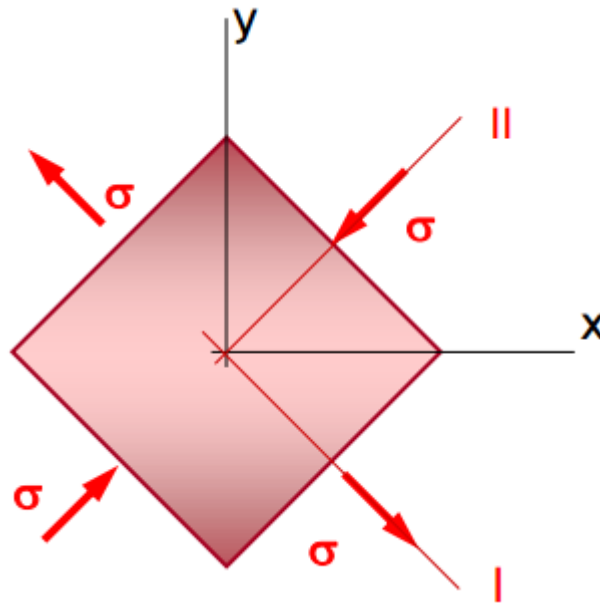


Figura IV.6 Tensiones y direcciones principales en torsión pura

Otro concepto a tener en cuenta es la Rigidez Torsional: La rigidez torsional en una barra recta de sección uniforme es la relación entre el momento torsor aplicado a uno de sus extremos y el ángulo girado por este extremo, al mantener fijo el extremo opuesto de la barra.

Basta con representar gráficamente el momento torsor frente al giro unitario θ , y nos daremos cuenta de que la **relación es lineal**, siendo esta la rigidez torsional.

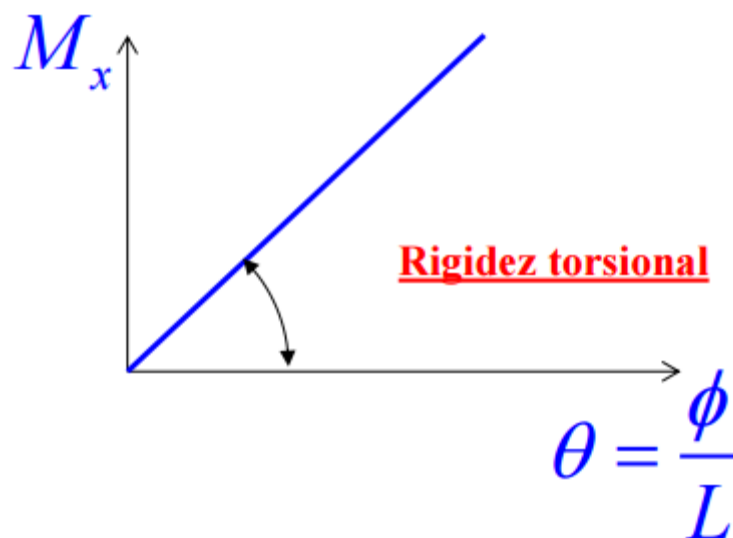


Figura IV.7 Gráfica momento torsor frente a giro unitario

Para el caso de los perfiles no circulares, en torsión libre, se produce alabeo el cual no está restringido. Debido a esto no se puede hacer uso de la formula descritas ya que esto implicaría que las secciones girarían planas (sin alabeo) y que las tensiones de cizalladura serían perpendiculares al radio y proporcionales a la distancia del centro de gravedad.

Para el perfil no circular que vamos a utilizar, que es un perfil rectangular hueco, tenemos que:

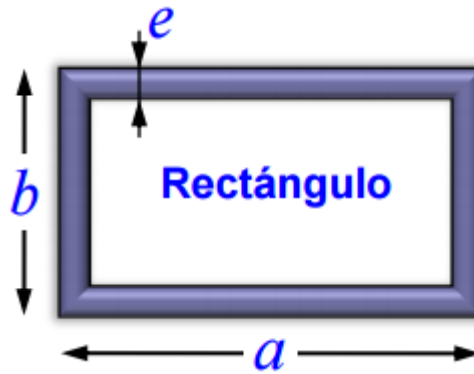


Figura IV.8 Sección rectangular hueca

$$\tau_{max} = \frac{M(x)}{abe} \quad (105)$$

$$\theta = \frac{(a+b)eM(x)}{2a^2b^2e^2G} \quad (106)$$

Para el perfil abierto circular que vamos a utilizar, tenemos que:

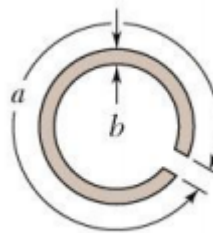


Figura IV.9 Sección circular abierta hueca

$$\tau_{max} = \frac{3M(x)}{ab^2} = G\theta b \quad (107)$$

$$\theta = \frac{M(x)}{C} = \frac{M(x)}{\frac{ab^3G}{3}} = \frac{3M(x)}{ab^3G} \quad (108)$$

3 Descripción de la práctica

3.1 Estructura

La estructura que sirve de base para la máquina de torsión, está formada por la unión de 5 perfiles unidos entre sí por escuadras. El perfil más pequeño que se encuentra anclado entre los dos perfiles

más largos, y sobre el que descansa la pared de carga, se puede mover con facilidad aflojando los tornillos de las dos escuadras que lo fijan. Con esto podremos reducir o ampliar la distancia entre las dos paredes de la maqueta, según se necesite.

3.2 Perfiles a ensayar

Un total de 4 perfiles:

- Perfil aluminio macizo circular.
- Perfil aluminio circular tubular.
- Perfil aluminio circular tubular de perfil abierto.
- Perfil aluminio sección cuadrada hueca.

Estos perfiles disponen de dos casquillos en sus extremos, para ser fijados en las paredes. El casquillo con el rodamiento debe ir en la pared de carga, pues permitirá el giro de ese extremo, mientras que el extremo con el casquillo libre debe ir, en la posición correcta, sobre la pared de empotramiento. Una vez se coloquen fijen las dos mitades de las paredes, el perfil quedará fijo y no podrá girar. Los perfiles tienen colocados 2 galgas extensométricas cada uno con los que se podrá medir las deformaciones provocadas por las tensiones de corte debidas a la torsión

3.3 Abrazaderas

Cada perfil tiene un juego de abrazaderas, las cuales serán colocadas en la posición requerida y orientadas de tal manera que el extremo de la varilla que poseen, esté a la misma altura y en contacto con el vástago del reloj comparador, para poder hacer la lectura del desplazamiento. Para fijar las abrazaderas una vez las tengamos en la posición deseada, basta con apretar los prisioneros que tienen sobre el perfil.

3.4 Dispositivo P3

El P3 es un dispositivo diseñado para mostrar y grabar las deformaciones producidas en galgas extensométricas. A él se conectan las galgas en distintas configuraciones, permitiendo una lectura fácil de las medidas a tomar. Use los datos de la siguiente imagen para la configuración del P3.

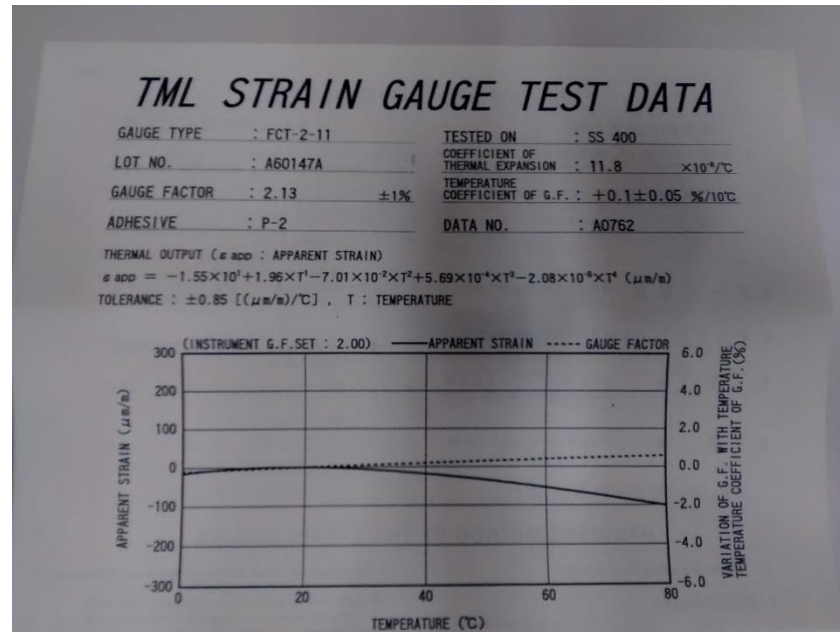


Figura IV.10 Dispositivo P3

Para esta práctica se empleará una conexión a $\frac{1}{2}$ puente de galgas.

3.5 Reloj Comparador

Se trata de un dispositivo digital para medir desplazamientos con una precisión de 0,001 mm. Con el mediremos el desplazamiento vertical del brazo comparador fijado a la barra que gira. Al tratar con ángulos muy pequeños, podemos suponer que el desplazamiento es vertical, ya que el $\cos \theta \gg \sin \theta$.

El reloj comparador está sujeto a una base vertical que se puede mover a lo largo de todo el perfil y fijarse por rosca. El reloj comparador debe coincidir con la varilla de la abrazadera y estar en contacto directo, para poder hacer una lectura precisa.

3.6 Pesas y soporte

Para aplicar el momento torsor, se hará uso de pesas de 1-5-10 N que se colgaran en el brazo de carga a través de un soporte que dispone de un gancho.



Figura IV.11 Soporte gancho



Figura IV.12 Discos de carga

3.7 Pared de empotramiento y carga

Sobre la estructura descansan 2 paredes, pared de carga y pared de empotramiento. Cuya función es la de sujetar el perfil. Para ellos basta con separar las dos mitades de cada una de ellas, colocar el perfil, y volver a colocar las dos mitades y apretarlas con una llave ALLEN los 4 tornillos y la tuerca, quedando los dos perfiles bien fijados.

Las paredes tienen dos orificios centrales distintos.

- Pared de empotramiento, hay que colocar el extremo del perfil en la posición correcta (parte lisa hacia arriba, parte circular hacia abajo).
- Pared de carga, hay que hacer coincidir el rodamiento del extremo del perfil con su agujero y la continuación del extremo con su otro agujero.

4 Trabajo a realizar

NOTA: Es muy importante, que antes de tomar una medida se compruebe que las pesas no se balancean, ya que un pequeño balanceo puede dar lugar a tomar medidas erróneas. También se debe prestar atención de no mover los cables de conexión de las galgas una vez se ha equilibrado el puente.

Antes de empezar la toma de datos, asegúrese de que ha tomado nota de las longitudes del brazo comparador, longitudes de las secciones de giro y del brazo de carga. También de que ha fijado todo correctamente.

4.1 Perfil circular macizo.

Usando cargas desde 5N hasta 35N a una longitud aproximada de 200mm, registre el giro unitario del perfil macizo y presente una gráfica del momento torsor frente al giro unitario. Calcule el módulo de cizalladura y compárelo con el valor teórico.

Registre a su vez los datos obtenidos por las galgas extensométricas y calcule la tensión experimental y compárela con la obtenida teóricamente.

4.2 Perfil circular hueco cerrado

Usando cargas desde 5N hasta 35N a una longitud aproximada de 200mm, registre el giro unitario del perfil hueco circular y presente una gráfica del momento torsor frente al giro unitario. Calcule el módulo de cizalladura y compárelo con el valor teórico.

Registre a su vez los datos obtenidos por las galgas extensométricas y calcule la tensión experimental y compárela con la obtenida teóricamente.

4.3 Perfil circular hueco pared abierta

Usando cargas desde 1N hasta 8N a una longitud aproximada de 200mm, registre el giro unitario del perfil abierto circular y presente una gráfica del momento torsor frente al giro unitario.

Compare esta gráfica con las dos anteriores y comente los resultados.

5 Informe de la práctica

Para el informe de la práctica, una vez todas las mediciones tomadas se deberán abarcar los siguientes puntos:

6. Descripción y breve resumen de la práctica
7. Explicación de la práctica con los equipos de medición utilizados.
8. Resultados
9. Discusión de los resultados. Breve comentario y justificación de los resultados obtenidos.
10. Conclusiones: En vista de los resultados, comentar el nivel de satisfacción en la consecución de los objetivos inicialmente planteados.

En este apartado se tratarán los resultados obtenidos experimentalmente y se compararán con los datos teóricos.

Para los perfiles circular macizo y circular hueco se hallará el módulo de cizalladura y se comparará con el teórico. Mientras que, para el perfil abierto, se demostrará su mal comportamiento a esfuerzos de torsión por comparación con los anteriores.

Por otro lado, se estudiarán las tensiones experimentales obtenidas a través de las galgas extensométricas y se compararán con las tensiones teóricas.

5.1 Perfil Circular Macizo

5.2.1 Giros

Para el estudio de este perfil se utilizan los siguientes parámetros:

Diámetro exterior	30 mm
Longitud brazo de carga	250 mm
Longitud sección de giro	770 mm
Longitud brazo comparador	105 mm

Tabla IV-1 Parámetros práctica perfil circular macizo.

Donde:

Longitud brazo de carga: Longitud a la que se coloca la carga con respecto al eje de giro.

Longitud sección del giro: Longitud desde el empotramiento hasta la sección en la cual se está midiendo el giro con el reloj comparador.

Longitud brazo comparador: Longitud desde el exterior del perfil hasta el punto de contacto con el reloj comparador.

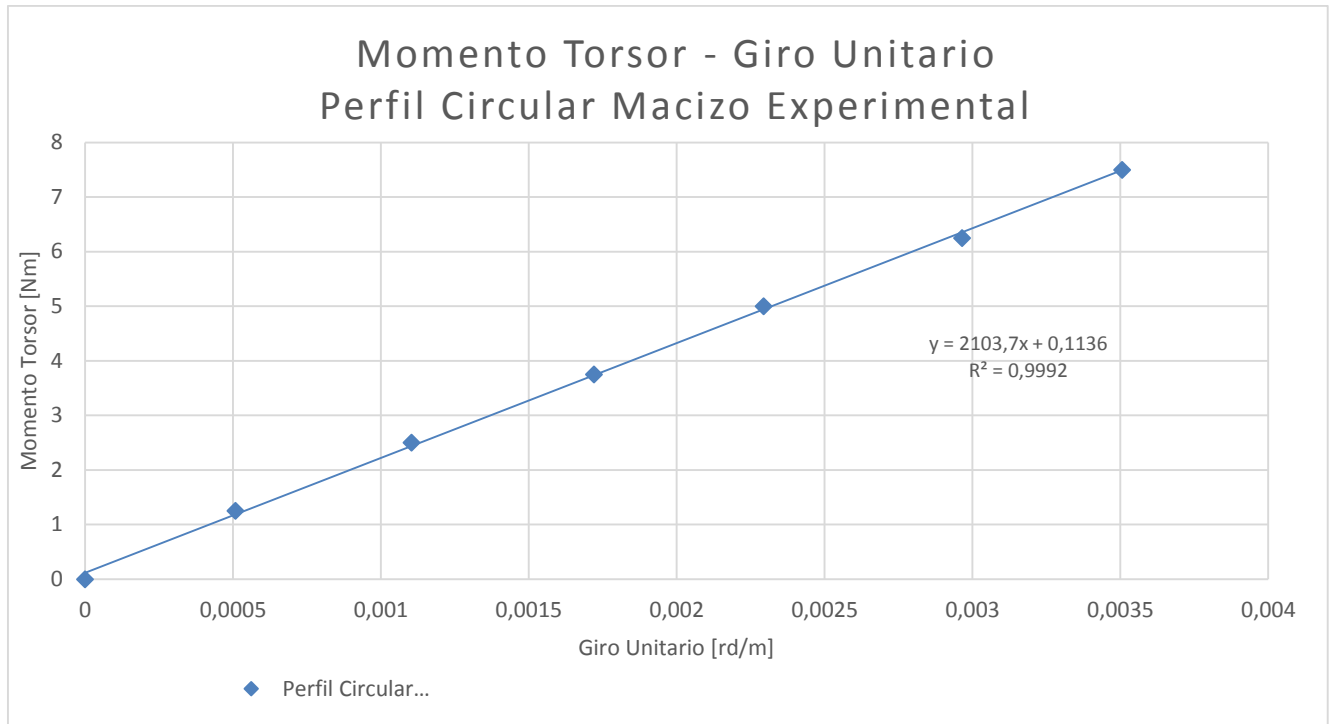
CARGA [N]	DESPLAZAMIENTO [mm]
0	0,000
5	0,047
10	0,102
15	0,159
20	0,212
25	0,274
30	0,324
35	0,379

Tabla IV-2 Datos experimentales Carga-Desplazamiento para perfil circular macizo.

Con los datos obtenidos y los parámetros anteriores, calculamos el momento torsor aplicado y el giro unitario en radianes. Dibujando la gráfica Momento frente a giro unitario, estudiaremos la regresión de la línea de tendencia para saber si los resultados son aceptables.

CARGA [N]	MOMENTO [Nm]	Registro Reloj.C. [mm]	Giro sección [rd]	Giro unitario [rd/m]
0	0	0	0	0
5	1,25	0,047	0,000391667	0,000508658
10	2,5	0,102	0,00085	0,001103896
15	3,75	0,159	0,001325	0,001720779
20	5	0,212	0,001766667	0,002294372
25	6,25	0,274	0,002283333	0,002965368
30	7,5	0,324	0,0027	0,003506494
35	8,75	0,379	0,003158333	0,004101732

Tabla IV-3 Datos experimentales perfil macizo



Obtenemos un valor óptimo de regresión 0,999.

Con esto podemos calcular el valor del módulo de cizalladura experimental, aplicando la fórmula:

$$G = \frac{M}{\theta * Ip} \quad (109)$$

Donde

$$Ip = \frac{\pi D^4}{32} \quad (110)$$

Resultando $G = 26,4$ GPa muy cercano a la $G_{teorica} = 27$ GPa.

Hacemos un estudio de errores en las mediciones para ver el posible error en los resultados:

Partiendo de la ecuación de G, tomamos log en sus términos y obtenemos:

$$\log G = \text{Log} (M * L) - \text{Log}(\phi * Ip)$$

$$\log G = \text{Log} T + \text{Log} L - \text{Log} \phi - \text{Log} Ip$$

Donde

$$Ip = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$M = m * d$$

$$\phi = d' / l'$$

Para

D= diámetro del perfil

m= Carga de discos.

d= Longitud del brazo de carga.

d'= Distancia medida por el reloj comparador

l'= Longitud del brazo comparador.

Por lo que al tomar logaritmo de los términos anteriores nos quedará:

$$\text{Log } I_p = 4 * \text{Log } D$$

$$\text{Log } M = \text{Log } m + \text{Log } d$$

$$\text{Log } \phi = \text{Log } d' - \text{Log } l'$$

Pasamos a las incertidumbres, cogiendo el valor absoluto de los coeficientes:

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d'}{d'} + \frac{\Delta l'}{l'} + \frac{\Delta L}{L} + 4 \frac{\Delta d}{d}$$

Donde las tolerancias en los instrumentos de medición y posibles errores de medición por parte del usuario (Pie de rey, cinta métrica, reloj comparador)

$$\Delta m = 0,05 \text{ N}$$

$$\Delta d = \Delta L = \Delta l' = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta d' = 0,001 \text{ mm}$$

$$\Delta d = 0,01 \text{ mm}$$

Quedando

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{0,05}{35} + \frac{1}{250} + \frac{0,001}{0,379} + \frac{1}{115} + \frac{1}{770} + 4 \frac{0,01}{30}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = 0,0193948$$

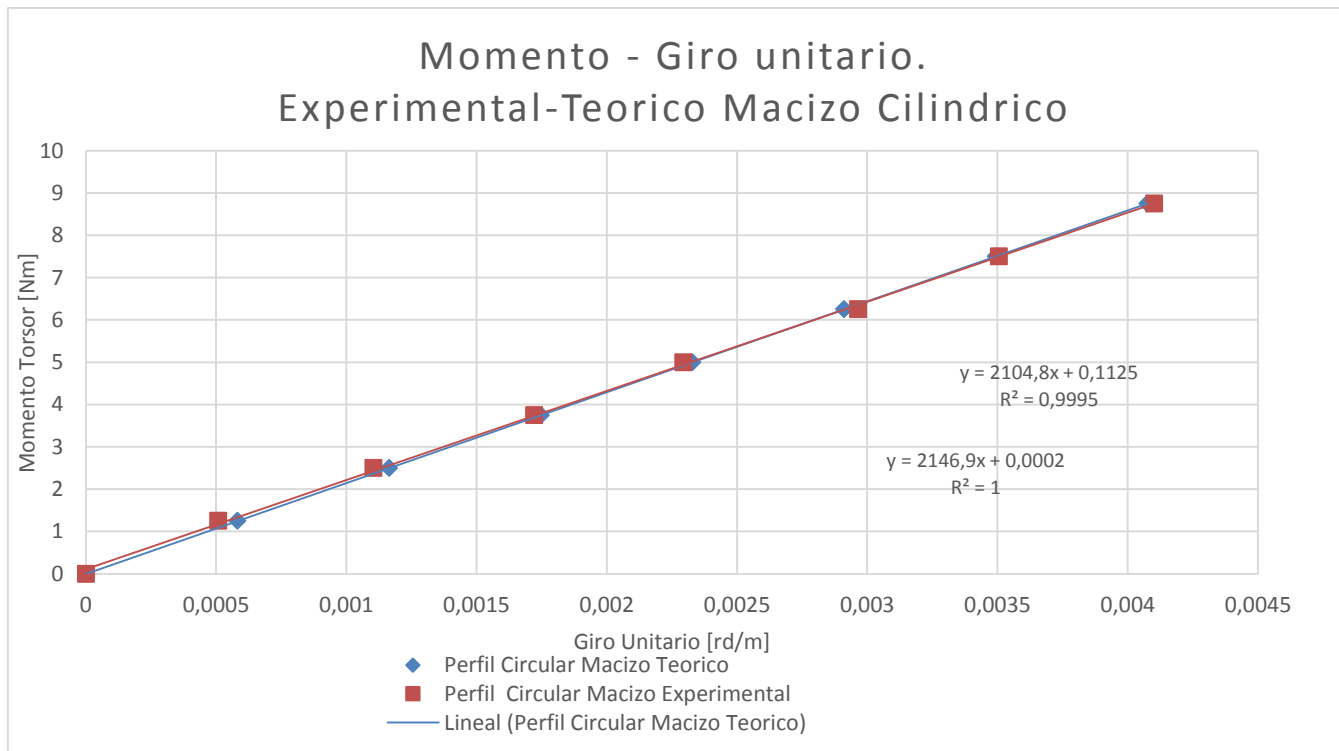
Por lo que $\Delta G = \pm / - 0,512 \text{ GPa}$

Por lo que el valor experimental medido es: $G = 26,4 \pm / - 0,512 \text{ GPa}$

Si tomamos como valor teórico del módulo de cizalladura del aluminio $G_{teorica} = 27 \text{ GPa}$ y calculamos y representamos gráficamente los valores teóricos, tenemos que:

CARGA [N]	MOMENTO [Nm]	Registro Relej.C. [mm]	Giro sección [rd]	Giro unitario [rd/m]
0	0	0	0	0
5	1,25	0,045	0,000448283	0,000582185
10	2,5	0,089	0,000896566	0,001164371
15	3,75	0,134	0,001344848	0,001746556
20	5	0,180	0,001793131	0,002328742
25	6,25	0,224	0,002241414	0,002910927
30	7,5	0,269	0,002648969	0,0034931313
35	8,75	0,314	0,003137979	0,0040759298

Tabla IV-4 Datos teóricos perfil circular macizo teórico.



En la gráfica observamos la coincidencia entre los resultados experimentales y teóricos.

5.2.2 Tensiones

Para este experimento se han colocado dos galgas extensométricas en la superficie del perfil. Las galgas están colocadas a 45° y -45° , montadas a $\frac{1}{2}$ puente para que, en la lectura de estas, obtengamos el valor de la deformación angular máxima γ . Con esto podremos obtener las tensiones resultantes y compararlas con las teóricas.

Haremos uso de la fórmula que relaciona la tensión con la deformación angular máxima:

$$\tau = \gamma G \quad (111)$$

Donde usaremos $G_{teorica} = 27 \text{ GPa}$

Momento Torsor	Deformación (γ)	Tensión resultante
Nm	$\mu\epsilon$	N/mm^2
1,25	8	0,216
2,5	16	0,432
3,75	24	0,648
5	32	0,864
6,25	40	1,080
7,5	48	1,296

Tabla IV-5 Resultados obtenidos por galgas extensométricas para un momento torsor dado y cálculo de tensiones resultantes. Perfil circular macizo.

Estos resultados experimentales los comparamos con los resultados teóricos resultado de aplicar la fórmula:

$$\tau = \frac{M}{I_p} r = \frac{16M}{\pi d^3} \quad (112)$$

Momento Torsor	Tensión resultante
Nm	N/mm^2
1,25	0,235
2,5	0,471
3,75	0,707
5	0,9431
6,25	1,179
7,5	1,414

Tabla IV-6 Resultados teóricos: Tensiones resultante de aplicar un momento torsor.

Vemos que los valores experimentales se acercan a los teóricos, con un error aproximado del 8%.

5.2 Perfil circular hueco

5.2.1 Giros

Para el estudio de este perfil se utilizan los siguientes parámetros:

Diámetro exterior	30 mm
Diámetro interior	26 mm
Longitud brazo de carga	250 mm
Longitud sección de giro	780 mm
Longitud brazo comparador	107 mm

Tabla IV-7 Parámetros práctica perfil circular hueco

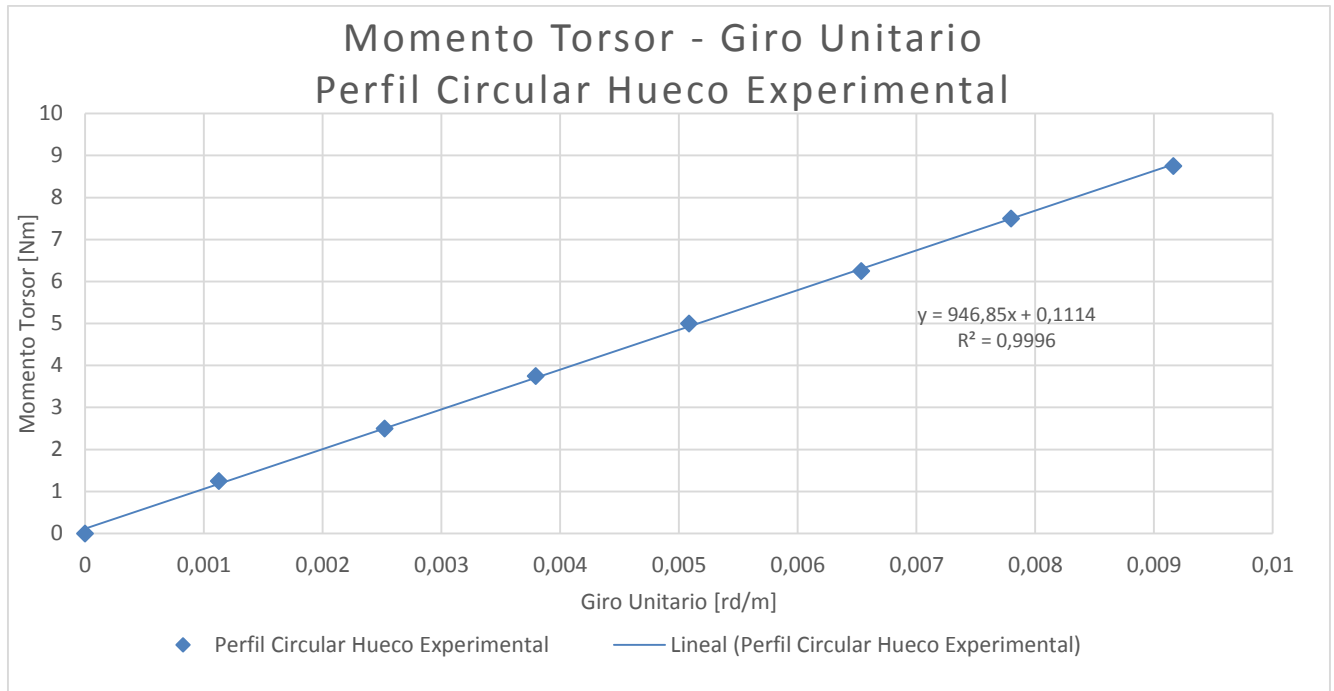
CARGA [N]	DESPLAZAMIENTO [mm]
0	0,000
5	0,107
10	0,240
15	0,361
20	0,484
25	0,622
30	0,742
35	0,872

Tabla IV-8 Datos experimentales carga-desplazamiento perfil circular hueco

Con los datos obtenidos y los parámetros anteriores, calculamos el momento torsor aplicado y el giro unitario en radianes. Dibujando la gráfica Momento frente a giro unitario, estudiaremos la regresión de la línea de tendencia para saber si los resultados son aceptables.

CARGA [N]	MOMENTO [Nm]	Registro Reloj.C. [mm]	Giro sección [rd]	Giro unitario [rd/m]
0	0	0	0	0
5	1,25	0,107	0,000877049	0,001124422
10	2,5	0,24	0,001967213	0,002522068
15	3,75	0,361	0,002959016	0,003793611
20	5	0,484	0,003967213	0,005086171
25	6,25	0,622	0,005098361	0,00653636
30	7,5	0,742	0,006081967	0,007797394
35	8,75	0,872	0,007147541	0,009163514

Tabla IV-9 Datos experimentales perfil circular hueco



Obtenemos un valor óptimo de regresión 0,999.

Calculamos el valor experimental de cizalladura usando la fórmula anterior, donde para este caso, tenemos que:

$$I_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} \quad (113)$$

Resultando $G = 27,3$ GPa

Obteniendo un resultado muy cercano al valor teórico de 27 GPa.

De la misma manera que antes, realizamos un estudio de errores, en este caso los valores máximos de los parámetros serán distintos. Así mismo la ecuación que rige la inercia polar es distinta, por lo que:

$$I_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$$

Por lo que al tomar logaritmo en I_p nos quedará:

$$\text{Log } I_p = \text{Log } \frac{\pi(D^4 + d^4)}{32}$$

Si derivamos:

$$d I_p = \frac{4\pi}{32} D^3 dD + d I_p = \frac{4\pi}{32} d^3 dd$$

$$d I_p = \frac{\pi}{8} D^3 dD + d I_p = \frac{\pi}{8} d^3 dd$$

Tomamos las incertidumbres:

$$\Delta I_p = \frac{\pi}{8} D^3 \Delta D + \frac{\pi}{8} d^3 \Delta d$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d'}{d'} + \frac{\Delta l'}{l'} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\frac{\pi}{8} D^3 \Delta D + \frac{\pi}{8} d^3 \Delta d}{I_p}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{0,05}{35} + \frac{1}{250} + \frac{0,001}{0,872} + \frac{1}{107} + \frac{1}{780} + \frac{\frac{\pi}{8} 30^3 0,01 + \frac{\pi}{8} 26^3 0,01}{34658}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = 0,02225$$

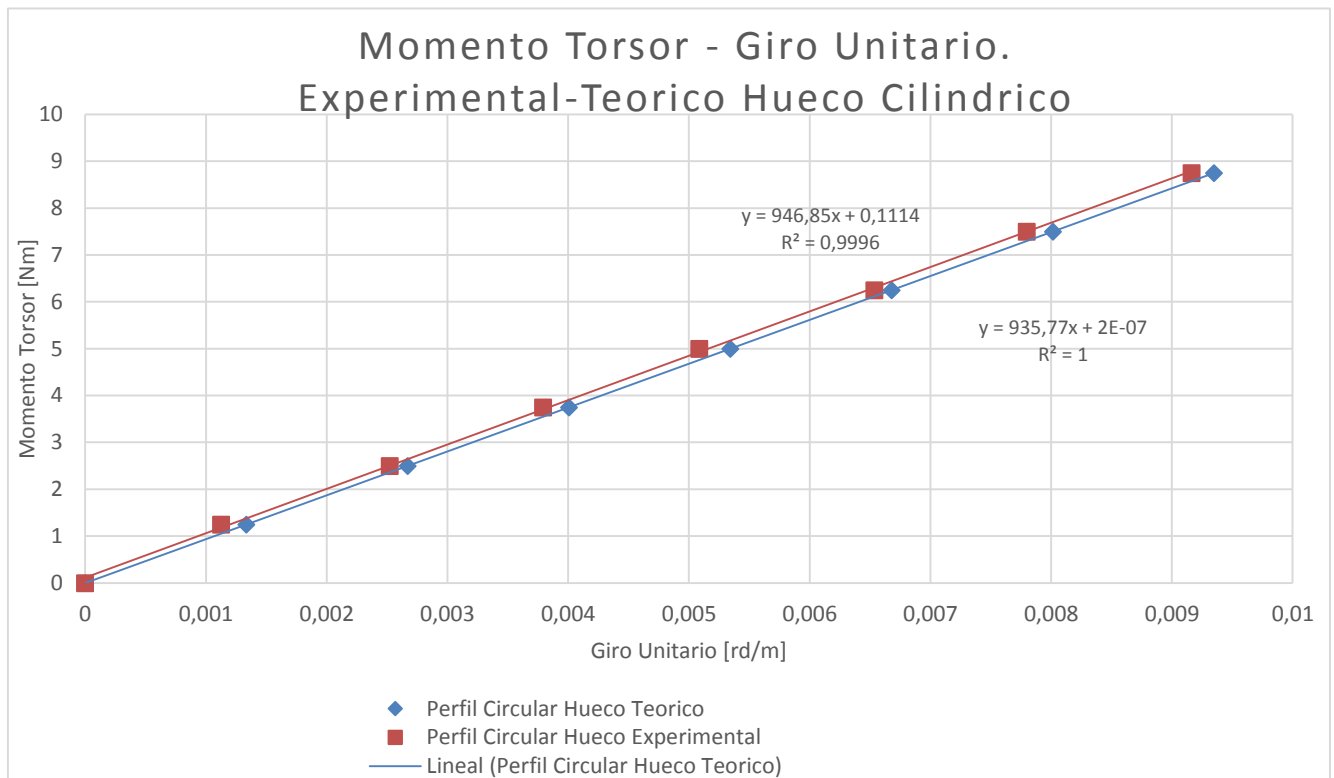
Por lo que $\Delta G = \pm 0,6075 \text{ GPa}$

Por lo que nuestro valor experimental será $G = 27,3 \pm 0,6075 \text{ GPa}$

De igual modo que antes, compararemos gráficas entre los resultados experimentales y teóricos.

CARGA [N]	MOMENTO [Nm]	Registro Reloj.C. [mm]	Giro sección [rd]	Giro unitario [rd/m]
0	0	0	0	0
5	1,25	0,127	0,00104196	0,001335802
10	2,5	0,222	0,00208385	0,002671604
15	3,75	0,334	0,00312578	0,004007406
20	5	0,449	0,00416770	0,005343208
25	6,25	0,557	0,00520963	0,006679011
30	7,5	0,669	0,00625155	0,008014813
35	8,75	0,780	0,00729348	0,009350615

Tabla IV-10 Datos teóricos perfil circular hueco



En la gráfica observamos la coincidencia entre los resultados experimentales y teóricos.

7.3.2 Tensiones

Igual que con el perfil anterior, comparamos los resultados teóricos con los experimentales.

Momento Torsor	Deformación (γ)	Tensión resultante
Nm	$\mu\epsilon$	N/mm^2
1,25	18	0,486
2,5	37	0,999
3,75	56	1,512
5	75	2,025
6,25	94	2,538
7,5	113	3,051

Tabla IV-11 Resultados obtenidos por galgas extensométricas para un momento torsor dado y cálculo de tensiones resultantes. Perfil circular hueco.

Lo comparamos con los resultados obtenidos mediante:

$$\tau = \frac{2M}{\pi d^2 e} \quad (114)$$

Momento Torsor	Tensión resultante
Nm	N/mm^2
1,25	0,442
2,5	0,884
3,75	1,326
5	1,768
6,25	2,210
7,5	2,65

Vemos que los valores experimentales se acercan a los teóricos, con un error aproximado del 9-13%.

5.3 Perfil circular abierto

5.3.1 Giros

Para este perfil buscamos demostrar por comparativa con los dos perfiles anteriores, como los perfiles abiertos no trabajan bien en casos de esfuerzo a torsión. Para ellos mostraremos gráficamente el momento torsor frente al giro unitario de los tres perfiles.

Para el estudio de este perfil se utilizan los siguientes parámetros:

Diámetro exterior	30 mm
Espesor	2 mm
Longitud brazo de carga	200 mm
Longitud sección de giro	840 mm
Longitud brazo comparador	107 mm

Tabla IV-12 Parámetros práctica perfil circular abierto.

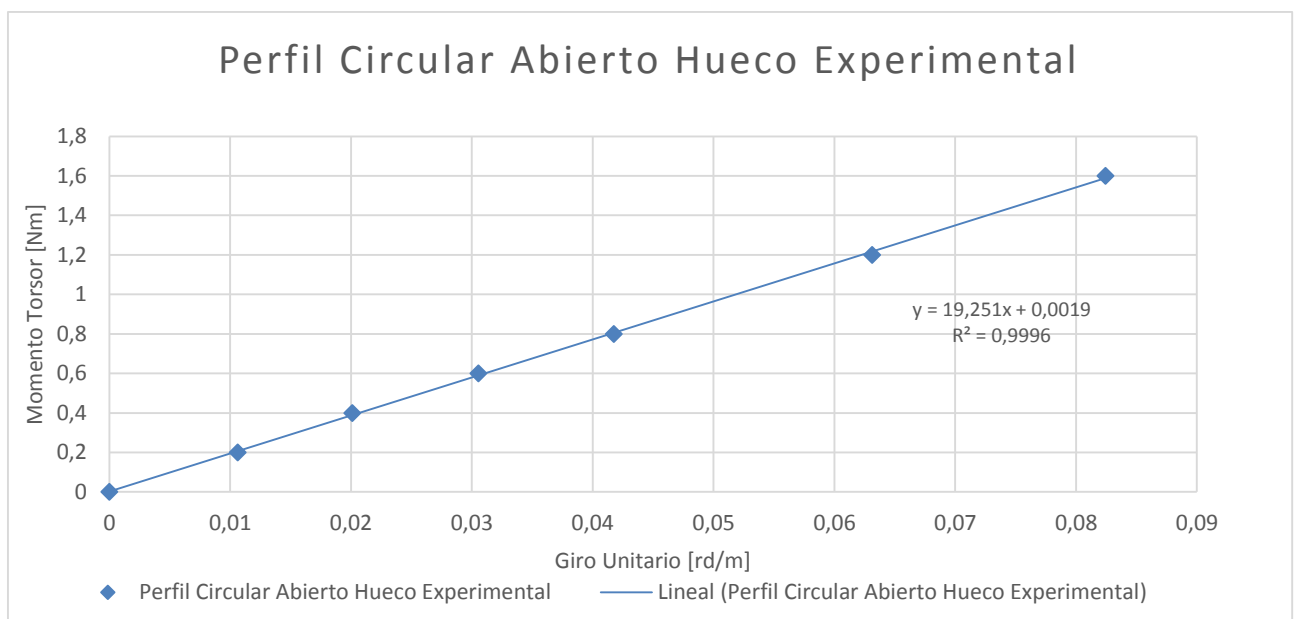
CARGA [N]	DESPLAZAMIENTO [mm]
0	0,000
1	1,09
2	2,06
3	3,13
4	4,28
6	6,47
8	8,45

Tabla IV-13 Datos experimentales carga-desplazamiento perfil circular abierto.

Con los datos obtenidos y los parámetros anteriores, calculamos el momento torsor aplicado y el giro unitario en radianes. Dibujando la gráfica Momento frente a giro unitario, estudiaremos la regresión de la línea de tendencia para saber si los resultados son aceptables.

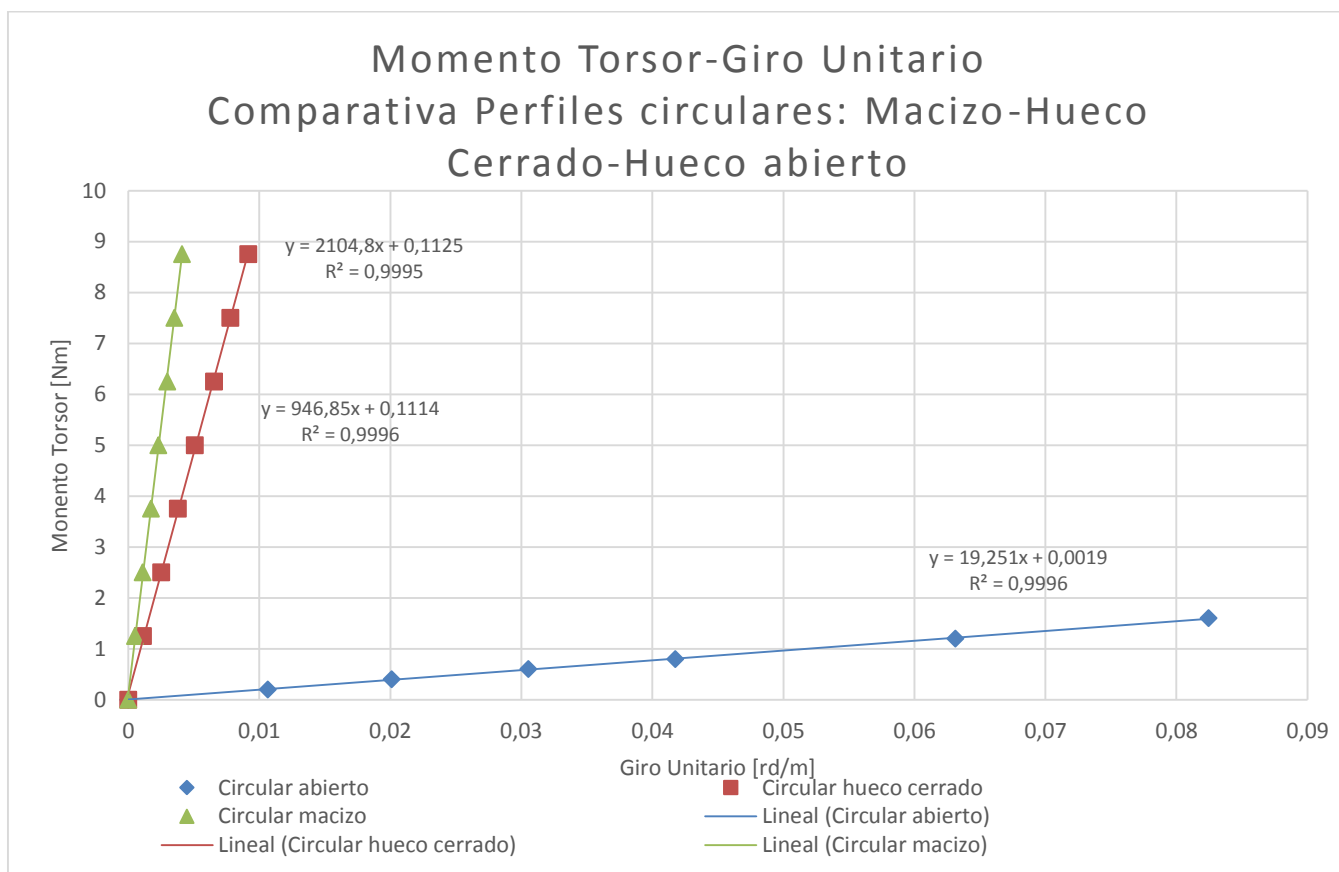
CARGA [N]	MOMENTO [Nm]	Registro Reloj.C. [mm]	Giro sección [rd]	Giro unitario [rd/m]
0	0	0	0	0
1	0,2	1,09	0,008934426	0,010636222
2	0,4	2,06	0,016885246	0,020101483
3	0,6	3,13	0,025655738	0,030542545
4	0,8	4,28	0,035081967	0,041764247
6	1,2	6,47	0,053032787	0,06313427
8	1,6	8,45	0,069262295	0,082455113

Tabla IV-14 Datos experimentales perfil circular abierto.



Obtenemos un valor óptimo de regresión 0,999.

Comparamos la gráfica con las dos anteriores:

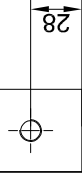
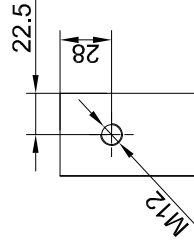
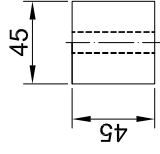
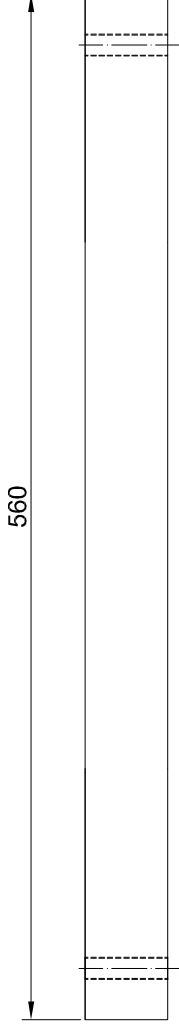


Queda reflejado en la gráfica como el comportamiento a torsión del perfil abierto es mucho peor que cualquiera de los otros dos perfiles. Por lo que el experimento demuestra correctamente lo explicado en la teoría.

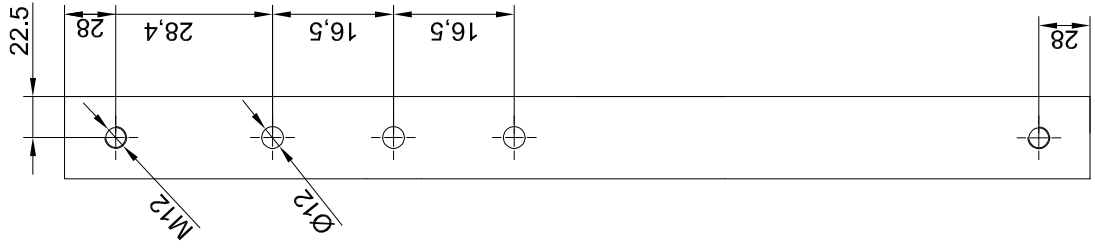
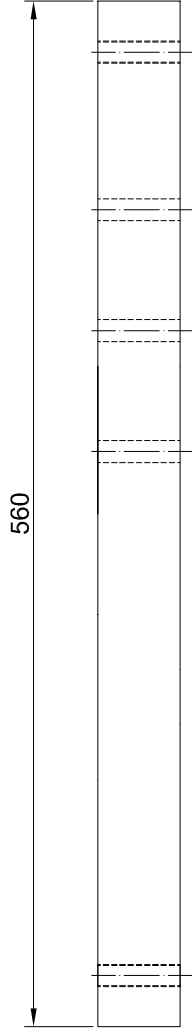
Si queremos comparar los resultados experimentales con los teóricos del perfil abierto, sería conveniente utilizar dos relojes comparadores para medir el giro relativo entre dos secciones. La idea se basa en que queremos asegurarnos que el trozo que estudiamos tiene un comportamiento como perfil abierto, y no se ve influenciado de ninguna manera por los extremos, en los que se encuentran los casquillos y el empotramiento.

V ANEXO

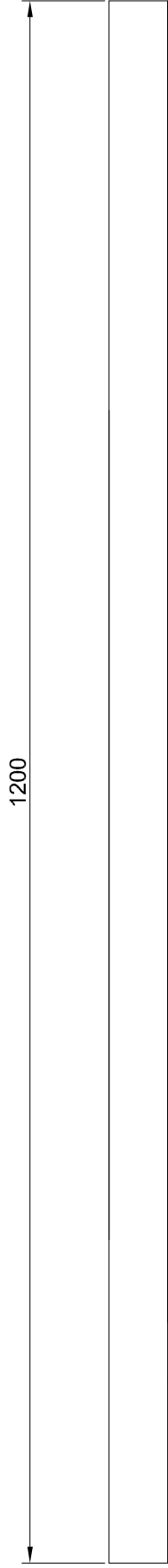
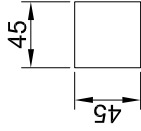
PLANOS



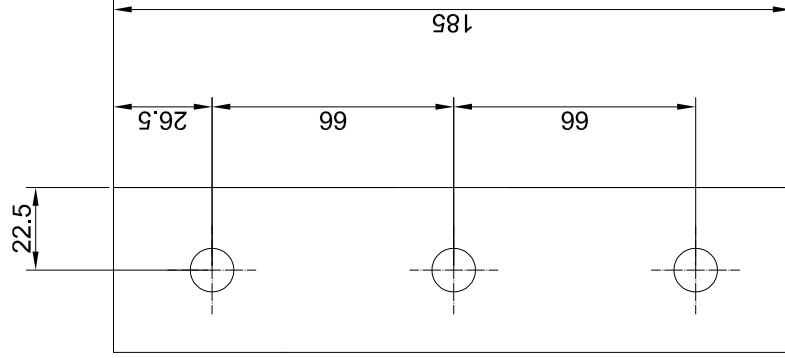
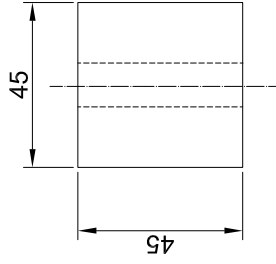
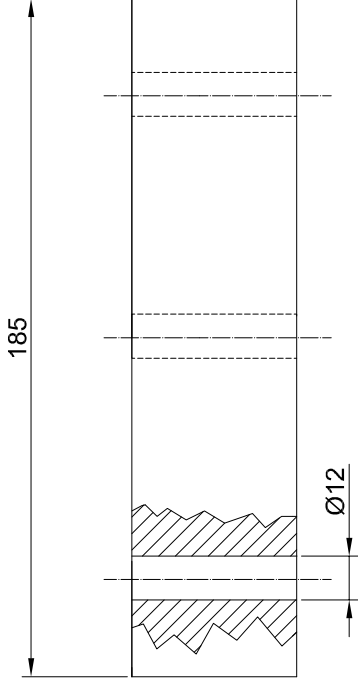
Plano: PERFIL TRANSVERSAL	Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.
Fecha de delineación:	Autor: Eduardo Díaz Pérez
Fecha de supervisión:	Supervisor: Germán Castillo
N°: 1	Escala: 1:4
Trabajo Fin de Grado	



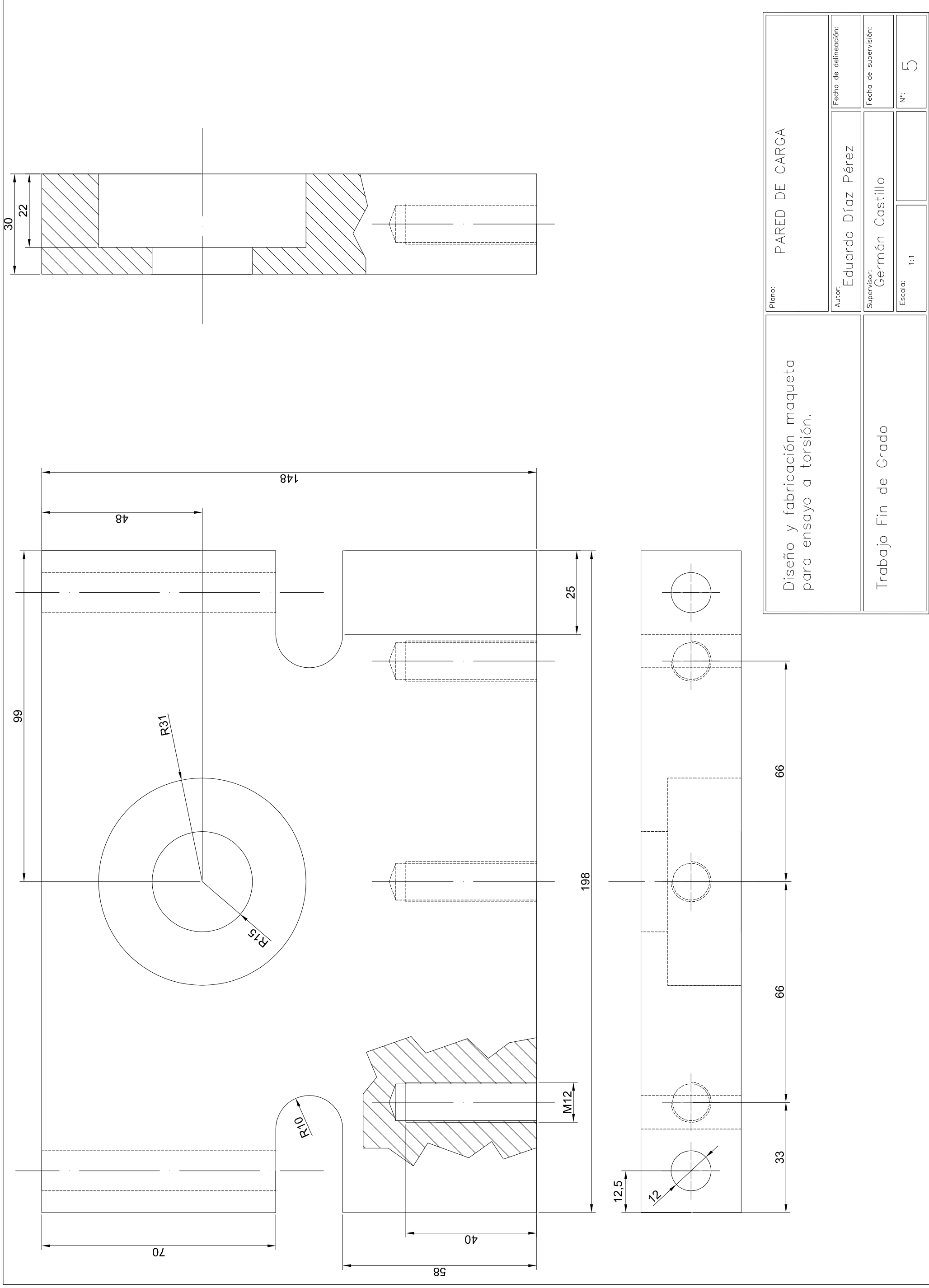
Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.	Plano: PERFIL APOYO 1	
	Autor: Eduardo Díaz Pérez	Fecha de delineación:
Trabajo Fin de Grado	Supervisor: Germán Castillo	Fecha de supervisión:
	Escala: 1:4	N°: 2

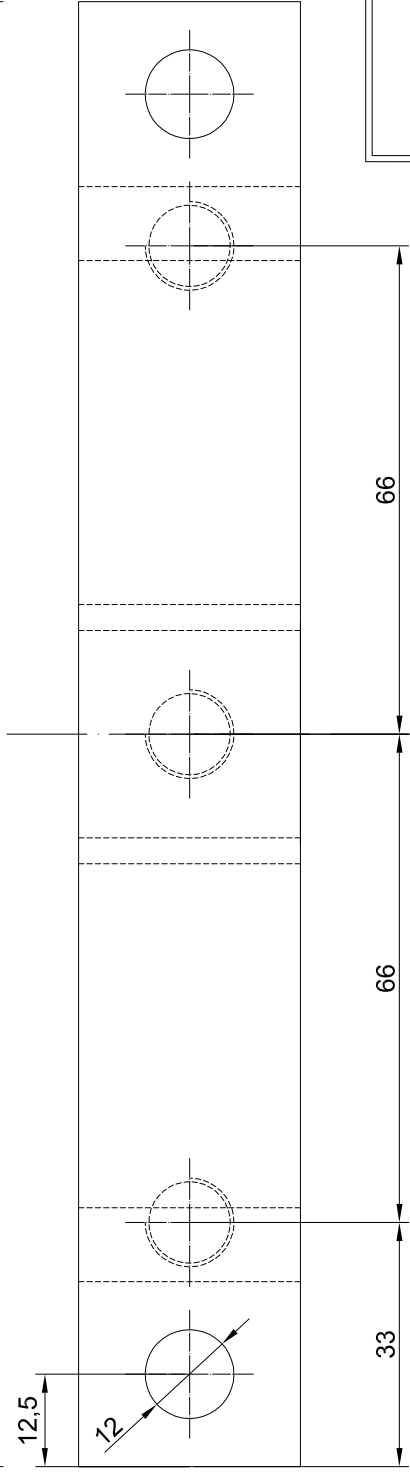
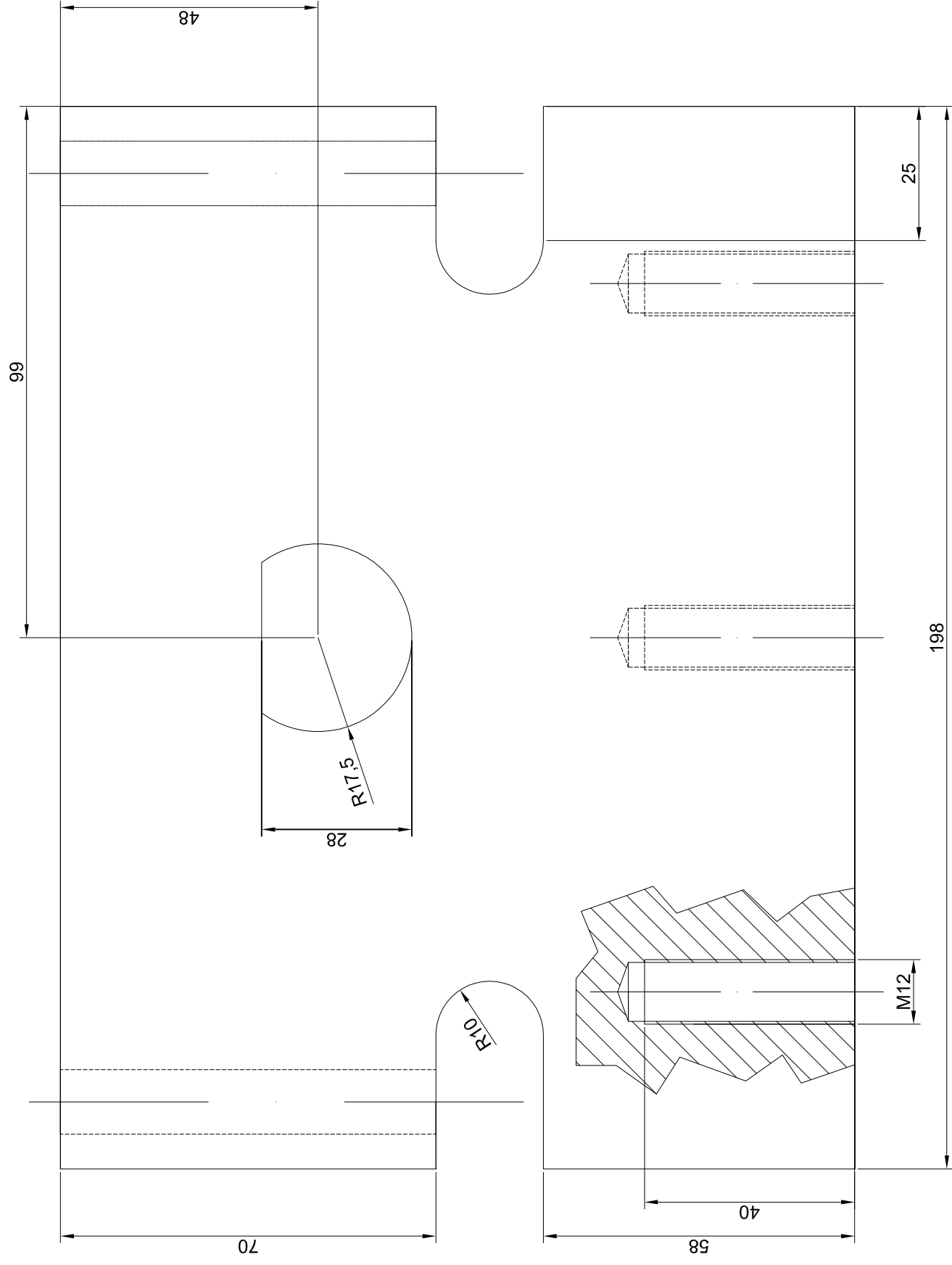
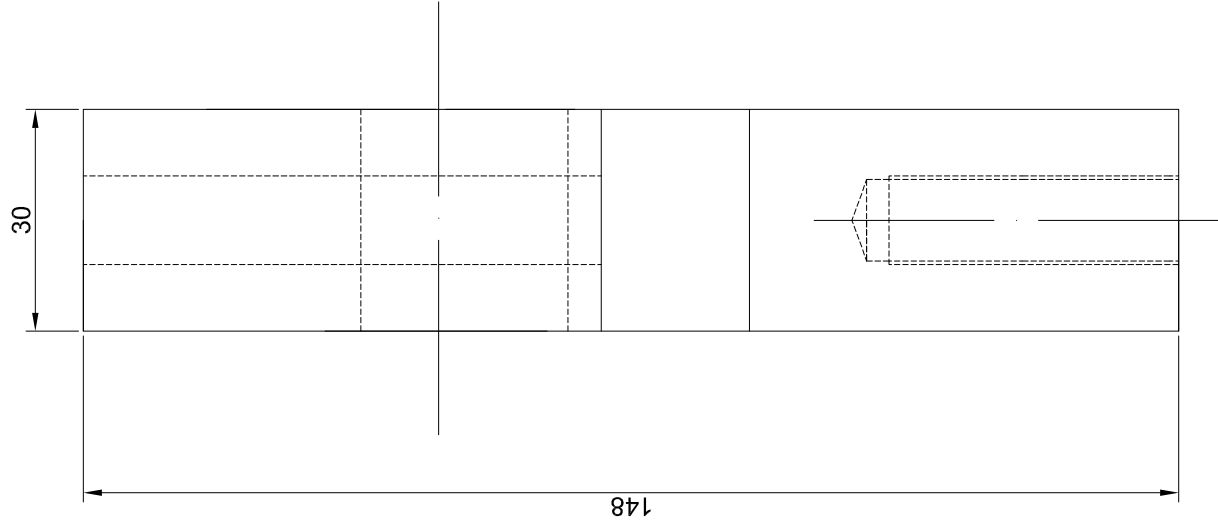


Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.	Plano: PERFIL LONGITUDINAL	
	Autor: Eduardo Díaz Pérez	Fecha de delineación:
Trabajo Fin de Grado	Supervisor: Germán Castillo	Fecha de supervisión:
	Escala: 1:5	N°: 3



Plano: PERFIL APOYO 2	
Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.	
Autor: Eduardo Díaz Pérez	Fecha de delineación:
Supervisor: Germán Castillo	Fecha de supervisión:
Escala: 1:2	N°: 4
Trabajo Fin de Grado	





Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.

Trabajo Fin de Grado

Plano: PARED DE EMPOTRAMIENTO

Autor: Eduardo Díaz Pérez

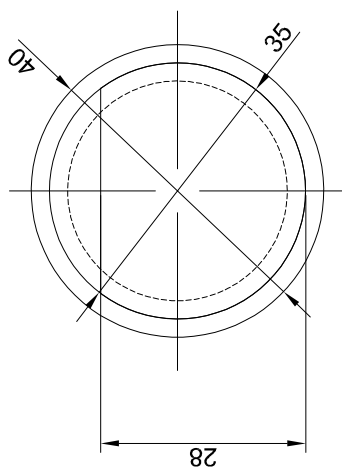
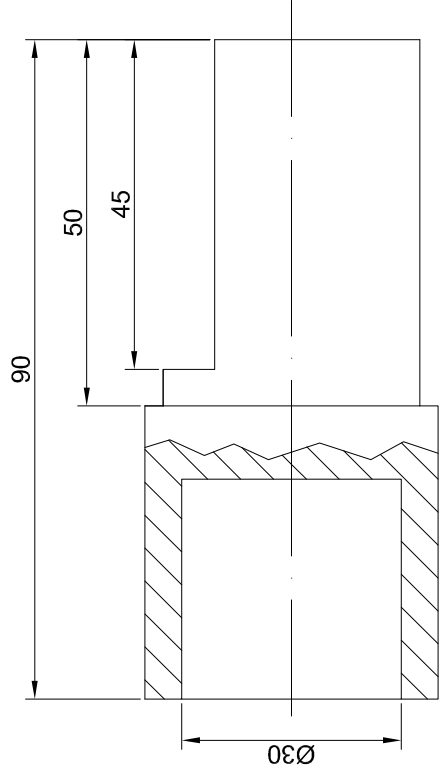
Fecha de delineación:

Supervisor: Germán Castillo

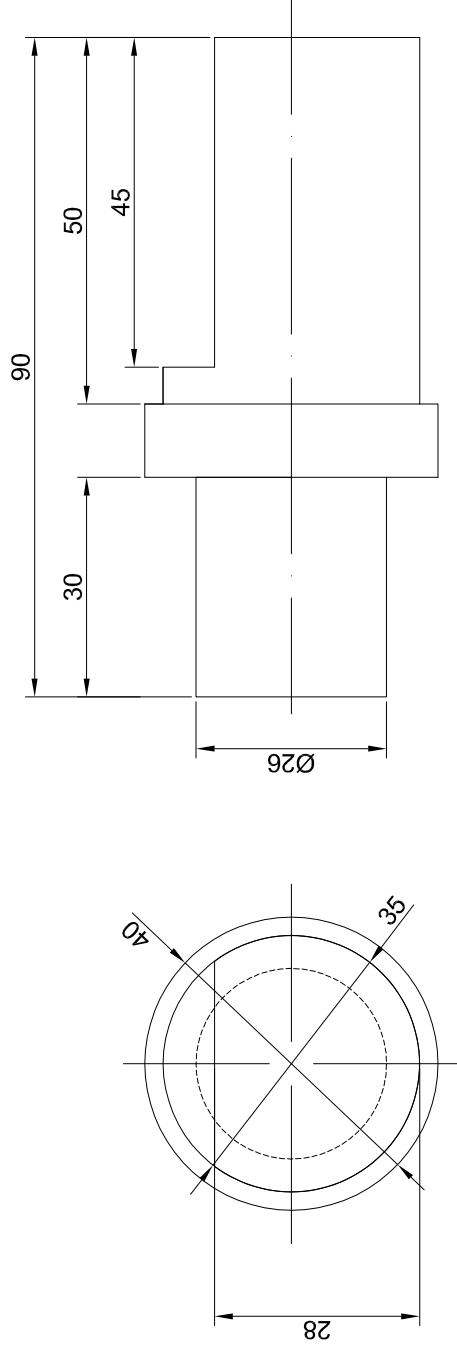
Fecha de supervisión:

Escala: 1:1

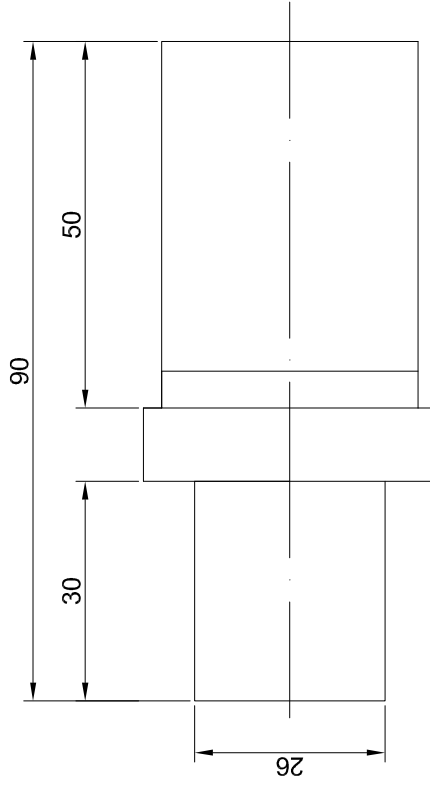
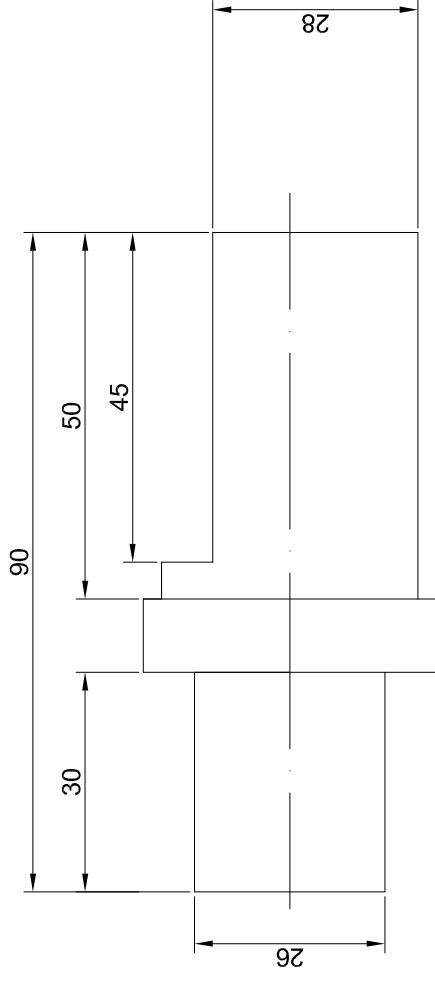
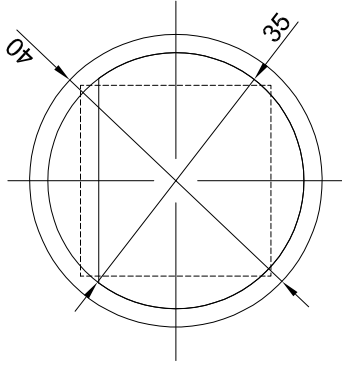
Nº: 6



Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.		Plano: CASQUILLO EMPOTRAMIENTO PERFIL CIRCULAR MACIZO	
Trabajo Fin de Grado		Autor: Eduardo Díaz Pérez	Fecha de delineación:
		Supervisor: Germán Castillo	Fecha de supervisión:
		Escala: 1:1	N°: 7.d



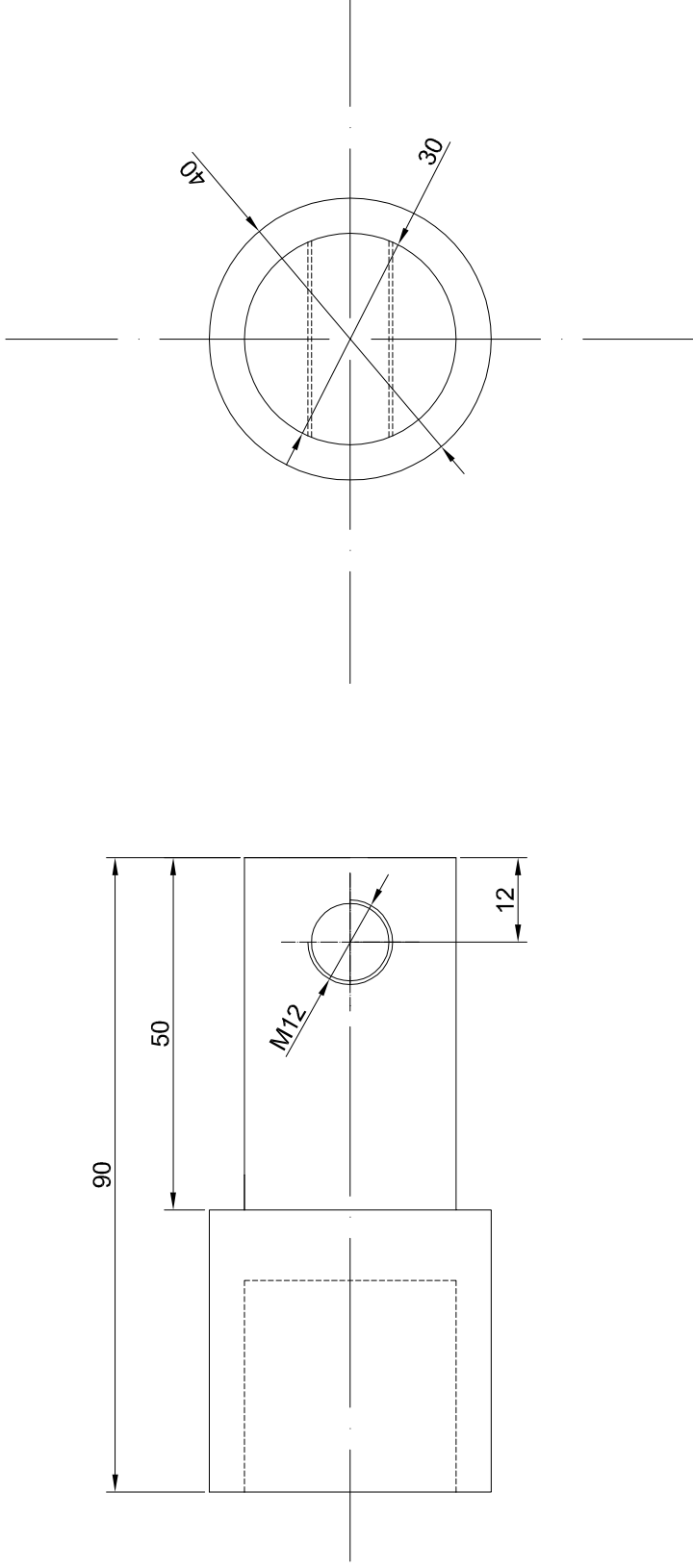
Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.	Plano: CASQUILLO EMPOTRAMIENTO PERFIL CIRCULAR HUECO	
	Autor: Eduardo Díaz Pérez	Fecha de delineación:
Trabajo Fin de Grado	Supervisor: Germán Castillo	Fecha de supervisión:
	Escala: 1:1	Nº: 7.b



Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.

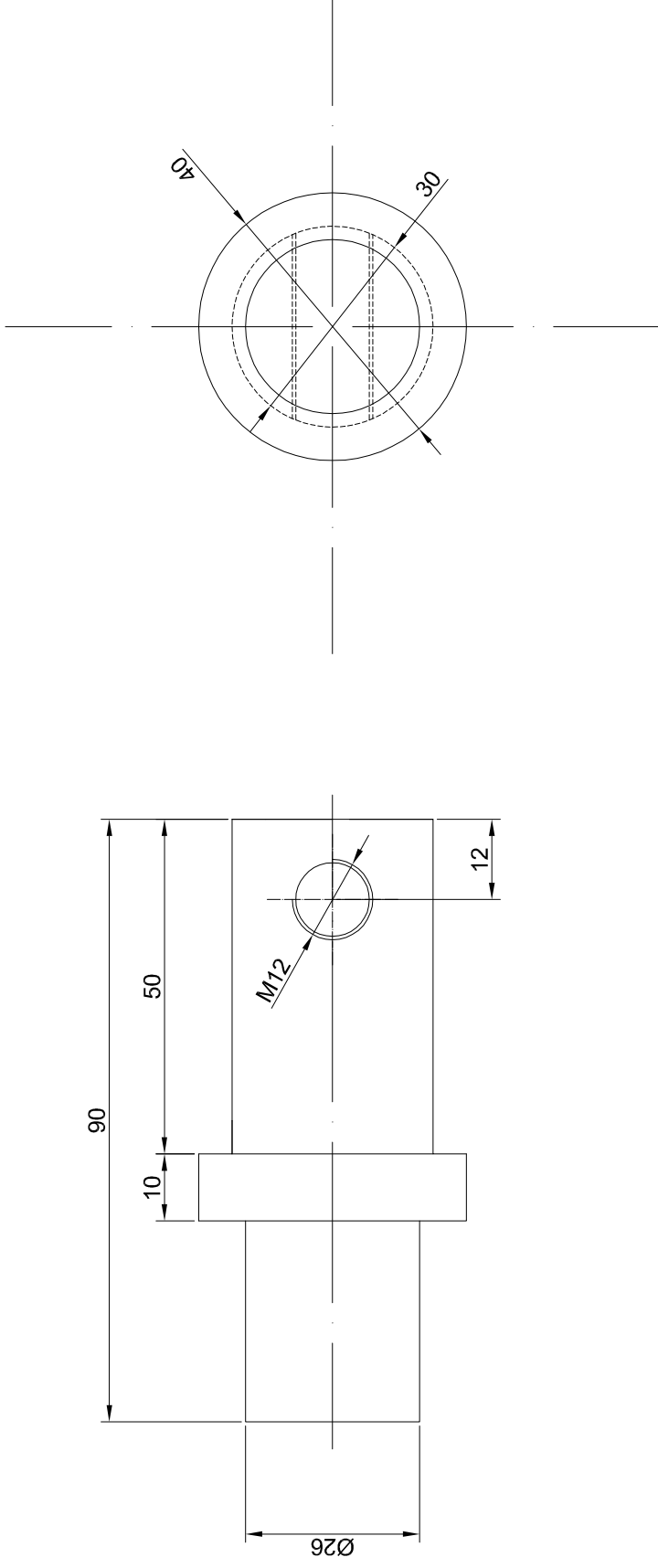
Plano: CASQUILLO EMPOTRAMIENTO PERFIL RECTANGULAR HUECO		Fecha de delineación:
Autor: Eduardo Díaz Pérez		Fecha de supervisión:
Supervisor: Germán Castillo		N°: 7.C
Escala: 1:1		

Trabajo Fin de Grado

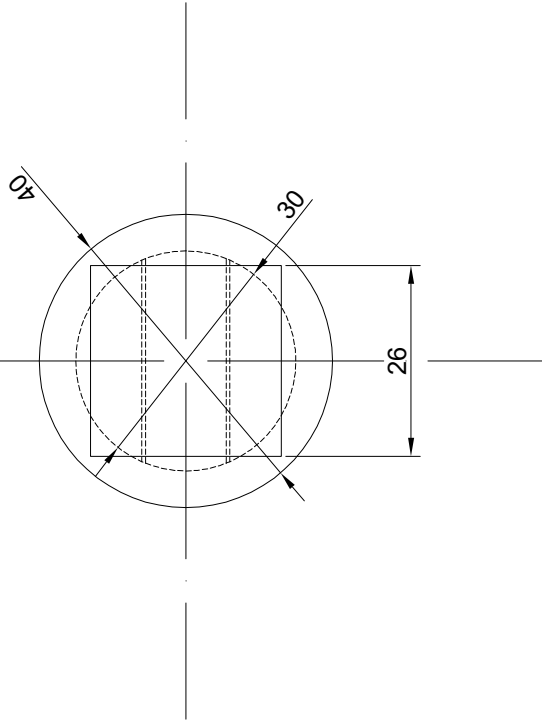
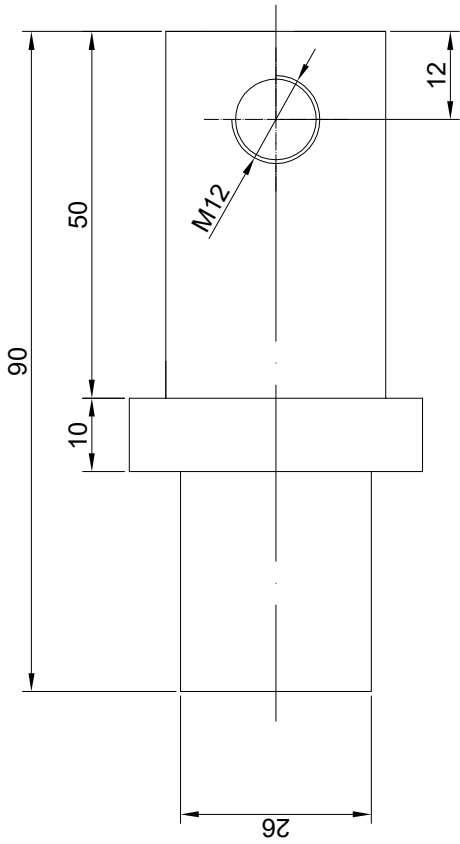


Diseño y fabricación maqueta
para ensayo a torsión.

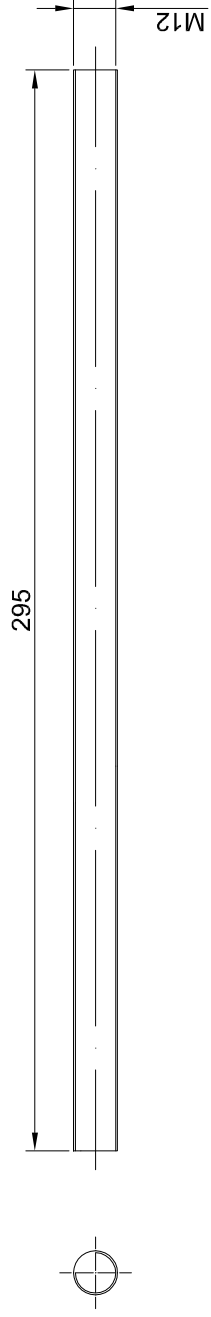
Plano:		CASQUILLO CARGA PERFIL CIRCULAR MACIZO	
Autor:		Eduardo Díaz Pérez	
Supervisor:		Germán Castillo	
Escala:		1:1	N°: 8.d



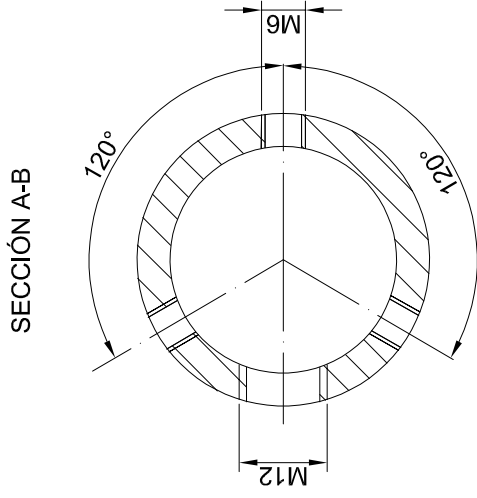
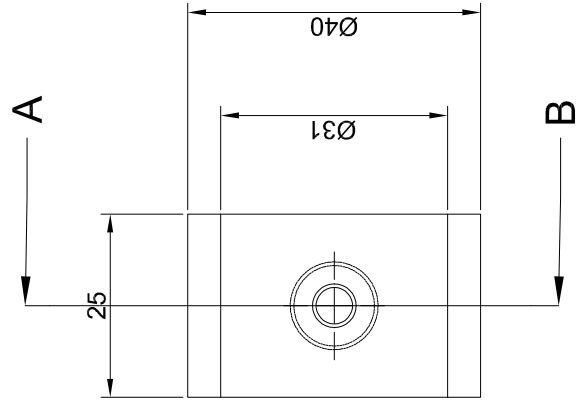
Plano: CASQUILLO CARGA PERFIL CIRCULAR HUECO		Fecha de delineación:
Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.		Autor: Eduardo Díaz Pérez
Trabajo Fin de Grado		Supervisor: Germán Castillo
Escala: 1:1	N°:	8.b



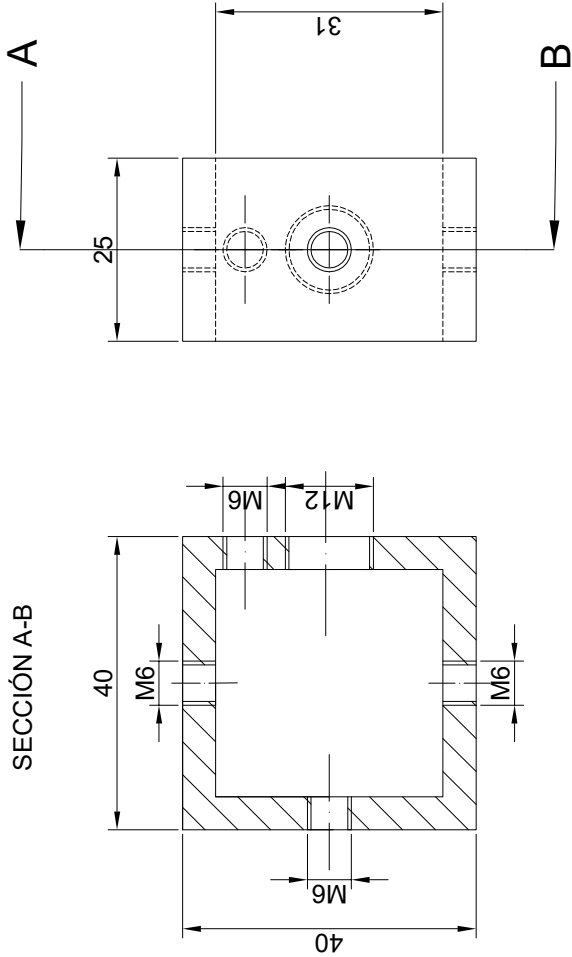
Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.	Plano:	CASQUILLO CARGA PERFIL RECTANGULAR HUECO
	Autor:	Eduardo Díaz Pérez
Trabajo Fin de Grado	Supervisor:	Germán Castillo
	Escala:	1:1
	N°:	8.C



<p>Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.</p>	<p>Plano: BRAZO DE CARGA</p>
<p>Trabajo Fin de Grado</p>	<p>Autor: Eduardo Díaz Pérez</p>
	<p>Supervisor: Germán Castillo</p>
	<p>Fecha de delineaación:</p>
	<p>Fecha de supervisión:</p>
	<p>Escala: 1:2</p>
	<p>N°: 9</p>



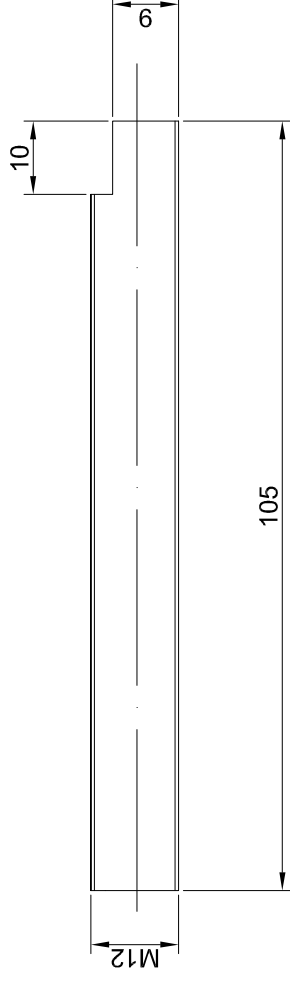
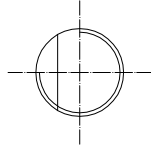
Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.	Plano:	Abrazadera perfil circular
	Autor:	Eduardo Díaz Pérez
Trabajo Fin de Grado	Supervisor:	Germán Castillo
	Escala:	1:1
	Fecha de delineación:	
	Fecha de supervisión:	
	N°:	10.a



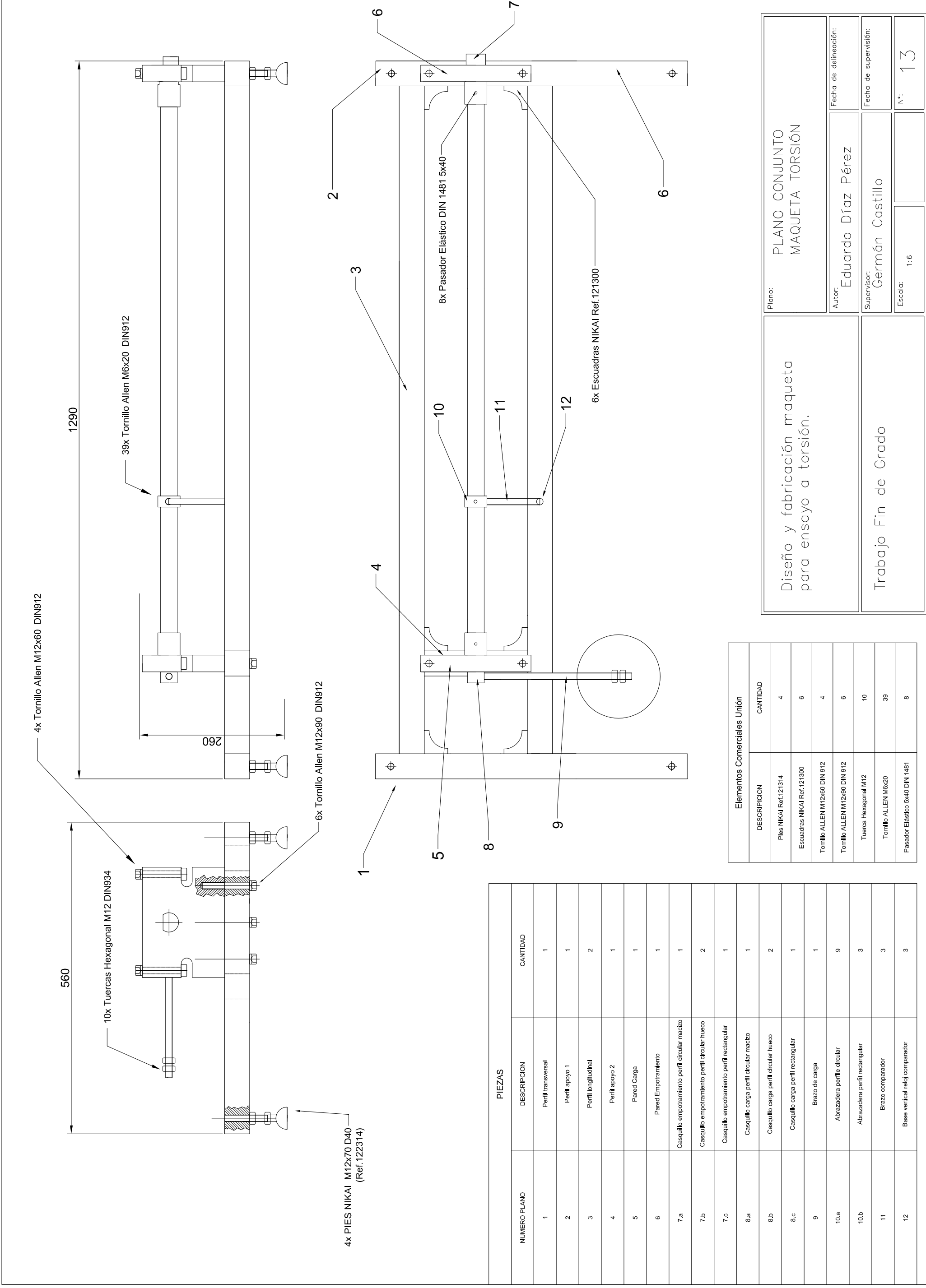
Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.

Trabajo Fin de Grado

Plano:	Abrazadera perfil rectangular	Fecha de delineaación:
Autor:	Eduardo Díaz Pérez	Fecha de supervisión:
Supervisor:	Germán Castillo	N°:
Escala:	1:1	10.b



Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.	Plano:	BRAZO COMPARADOR	
	Autor:	Eduardo Díaz Pérez	Fecha de delineación:
Trabajo Fin de Grado	Supervisor:	Germán Castillo	Fecha de supervisión:
	Escala:	1:1	N°: 11



PIEZAS		
NUMERO PLANO	DESCRIPCION	CANTIDAD
1	Perfil transversal	1
2	Perfil apoyo 1	1
3	Perfil longitudinal	2
4	Perfil apoyo 2	1
5	Pared Carga	1
6	Pared Empotramiento	1
7.a	Casquillo empotramiento perfil circular macizo	1
7.b	Casquillo empotramiento perfil circular hueco	2
7.c	Casquillo empotramiento perfil rectangular	1
8.a	Casquillo carga perfil circular macizo	1
8.b	Casquillo carga perfil circular hueco	2
8.c	Casquillo carga perfil rectangular	1
9	Brazo de carga	1
10.a	Abrazadera perfil circular	9
10.b	Abrazadera perfil rectangular	3
11	Brazo comparador	3
12	Base vertical reloj comparador	3

Elementos Comerciales Unión	
DESCRIPCION	CANTIDAD
Pies NIKAI Ref.121314	4
Escuadras NIKAI Ref.121300	6
Tornillo ALLEN M12x60 DIN 912	4
Tornillo ALLEN M12x90 DIN 912	6
Tuerca Hexagonal M12	10
Tornillo ALLEN M6x20	39
Pasador Elástico 5x40 DIN 1481	8

Diseño y fabricación maqueta para ensayo a torsión.

Trabajo Fin de Grado

Plano: PLANO CONJUNTO MAQUETA TORSIÓN

Autor: Eduardo Díaz Pérez	Fecha de delineación:
Supervisor: Germán Castillo	Fecha de supervisión:
Escala: 1:6	Nº: 13