

Universidad de Málaga

Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación

Programa de Doctorado en Ingeniería

de Telecomunicación



TESIS DOCTORAL

Análisis de Prestaciones en Canales con Desvanecimientos  
de Tipo  $\kappa$ - $\mu$  Shadowed

Autora:

CELIA GARCÍA CORRALES

Directores:


JOSÉ FRANCISCO PARÍS ÁNGEL  
FRANCISCO JAVIER CAÑETE CORRIPIO

MÁLAGA, 2021



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

AUTOR: Celia García Corrales

 <https://orcid.org/0000-0002-2975-3255>

EDITA: Publicaciones y Divulgación Científica. Universidad de Málaga



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode>

Cualquier parte de esta obra se puede reproducir sin autorización pero con el reconocimiento y atribución de los autores.

No se puede hacer uso comercial de la obra y no se puede alterar, transformar o hacer obras derivadas.

Esta Tesis Doctoral está depositada en el Repositorio Institucional de la Universidad de Málaga (RIUMA): [riuma.uma.es](http://riuma.uma.es)





## DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD DE LA TESIS PRESENTADA PARA OBTENER EL TÍTULO DE DOCTOR

D./Dña CELIA GARCÍA CORRALES

Estudiante del programa de doctorado INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN de la Universidad de Málaga, autor/a de la tesis, presentada para la obtención del título de doctor por la Universidad de Málaga, titulada: ANÁLISIS DE PRESTACIONES EN CANALES CON DESVANECIMIENTOS DE TIPO KAPPA-MU SHADOWED

Realizada bajo la tutorización de D. JOSÉ FRANCISCO PARÍS ÁNGEL y dirección de D. JOSÉ FRANCISCO PARÍS ÁNGEL Y D. FRANCISCO JAVIER CAÑETE CORRIPIO (si tuviera varios directores deberá hacer constar el nombre de todos)

DECLARO QUE:

La tesis presentada es una obra original que no infringe los derechos de propiedad intelectual ni los derechos de propiedad industrial u otros, conforme al ordenamiento jurídico vigente (Real Decreto Legislativo 1/1996, de 12 de abril, por el que se aprueba el texto refundido de la Ley de Propiedad Intelectual, regularizando, aclarando y armonizando las disposiciones legales vigentes sobre la materia), modificado por la Ley 2/2019, de 1 de marzo.

Igualmente asumo, ante a la Universidad de Málaga y ante cualquier otra instancia, la responsabilidad que pudiera derivarse en caso de plagio de contenidos en la tesis presentada, conforme al ordenamiento jurídico vigente.

En Málaga, a 14 de MARZO de 2021

Fdo.: CELIA GARCÍA CORRALES



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA



## AUTORIZACIÓN PARA LA LECTURA DE LA TESIS

D. José Francisco Paris Ángel y D. Francisco Javier Cañete Corripio, profesores doctores del Departamento de Ingeniería de Comunicaciones de la Universidad de Málaga,

CERTIFICAN

Que D<sup>a</sup>. Celia García Corrales, Ingeniera de Telecomunicación, ha realizado en el Departamento de Ingeniería de Comunicaciones de la Universidad de Málaga, bajo su dirección el trabajo de investigación correspondiente a su TESIS DOCTORAL titulada:

**“Análisis de Prestaciones en Canales con Desvanecimientos de Tipo  $\kappa$ - $\mu$  Shadowed”**

En este trabajo, se han analizado diversos modelos probabilísticos adecuados para canales de comunicaciones inalámbricos con desvanecimientos, con especial dedicación al modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed. Se han obtenido aportaciones originales en la formulación matemática de medidas de prestaciones de los canales modelados y se han propuesto métricas novedosas para comparar distintos modelos. Estas se han utilizado para caracterizar canales de comunicaciones acústicas submarinas medidos en el mar Mediterráneo y también para evaluar, mediante simulaciones numéricas, la calidad de sistemas celulares radio. Los resultados obtenidos han dado lugar a varias publicaciones científicas, superando el requisito de 1 punto ANECA del programa de doctorado regulado por el Real Decreto 99/2011.

Por todo lo anterior, los directores avalan la calidad de este trabajo, consideran que la tesis es apta para su defensa ante un tribunal y AUTORIZAN su presentación en la Universidad de Málaga. Así mismo, certifican que las publicaciones que respaldan esta tesis no han sido empleadas en otras tesis anteriores.

Málaga, a 10 de Marzo de 2021

Los directores:

Fdo: José Francisco Paris Ángel

Fdo: Francisco Javier Cañete Corripio



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

**UNIVERSIDAD DE MÁLAGA**  
**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE**  
**TELECOMUNICACIÓN**

Reunido el tribunal examinador en el día de la fecha, constituido por:

Presidente: Dr. D. \_\_\_\_\_

Secretario: Dr. D. \_\_\_\_\_

Vocal: Dr. D. \_\_\_\_\_

para juzgar la Tesis Doctoral titulada *Análisis de Prestaciones en Canales con Desvanecimientos de Tipo  $\kappa$ - $\mu$  Shadowed* realizada por D<sup>a</sup>. Celia García Corrales y dirigida por los Dres. D. José Francisco París Ángel y D. Francisco Javier Cañete Corripio, acordó por

\_\_\_\_\_ otorgar la calificación de \_\_\_\_\_ y, para

que conste, se extiende firmada por los componentes del tribunal la presente diligencia.

Málaga, a \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

El/La Presidente:

El/La Secretario/a:

El/La Vocal:

Fdo.: \_\_\_\_\_

Fdo.: \_\_\_\_\_

Fdo.: \_\_\_\_\_



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

A mis padres Joaquín y Matilde,  
en especial a mi padre,  
mi referente.



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

# Agradecimientos

Me gustaría agradecer, en primer lugar, a mis directores de tesis Francis y José por su constante guía y ánimo, así como por su paciencia en este largo camino. Trabajar con ellos ha sido una estupenda oportunidad para aprender tanto aspectos técnicos como formas prácticas de abordar nuevos retos. Además de expertos en la temática de la tesis, son excelentes docentes, por lo que sus enseñanzas y colaboración han resultado fundamentales para completar este trabajo.

En segundo lugar, quiero dar las gracias a Javi López por sus múltiples consejos y el refuerzo positivo que sabe transmitir.

Mención especial en esta sección se merece Arturo, quien más ha sufrido las consecuencias de mi dedicación al trabajo durante estos últimos años. Gracias cariño, tu comprensión y ayuda han contribuido a poder cerrar esta etapa. También incluyo a mis dos soles, Alicia y Jaime, que se han hecho adolescentes por el camino y esperan con ilusión tantos planes pensados para “cuando mamá acabe la tesis”. ¡Ya ha llegado el momento de ponerlos en marcha!

Quiero asimismo aprovechar estas líneas para agradecer a mis padres todo su amor, esfuerzo y dedicación. La familia y los valores que nos habéis transmitido desde pequeños, me han dado la fuerza y el ánimo para trabajar e ir alcanzando metas. Aunque ésta ha llevado más tiempo del esperado, ya puedo decir ¡objetivo conseguido! y sé que os alegráis incluso más que yo.

No puedo olvidar a mis hermanos y a los amigos/compañeros de café y despacho, que salpican los días de momentos entretenidos de desconexión, tan necesarios cuando las tareas desbordan, y que arropan en los momentos difíciles.

Por último, quiero agradecer el soporte que durante la realización de esta tesis me ha proporcionado el Departamento de Ingeniería de Comunicaciones, la Universidad de Málaga y los diferentes organismos públicos que han financiado los proyectos en los que he participado.



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA



## Resumen

Durante los últimos años se ha producido un extenso despliegue de las comunicaciones inalámbricas tanto en entornos terrestres como subacuáticos. Existe una continua demanda de sistemas que permitan alta movilidad de sus usuarios y mayores tasas de datos, por lo que el estudio y caracterización de la propagación no guiada sigue siendo un tema de gran interés. En estos escenarios, los canales son extremadamente variables y la señal recibida fluctúa con el tiempo y con pequeños desplazamientos, lo que se conoce como *fading* o desvanecimientos. El modelado del *fading* constituye un aspecto clave para estimar de forma fiable las prestaciones de un sistema de comunicaciones y, por cuestiones de complejidad, suele seguirse un enfoque estadístico.

Esta tesis se centra en el estudio de parámetros de prestaciones para modelos estadísticos de canal que permiten caracterizar los desvanecimientos en sistemas de comunicaciones inalámbricos SISO, donde se puede asumir comportamiento de banda estrecha, siendo el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed el eje del trabajo de investigación.

Para este modelo se han determinado las expresiones analíticas cerradas de la capacidad ergódica,  $C$ , que establece una medida de la cantidad de información que se puede transmitir por el canal de forma fiable, y del grado de desvanecimiento, AoF, que cuantifica la magnitud de los desvanecimientos. La capacidad ergódica se expresa como una función de Meijer-G de dos variables que no está implementada en los paquetes de software matemático populares como Mathematica o Matlab. Para poder evaluarla, se ha implementado la función  $G_{1,0}^{0,1:1,2:1,1}(\cdot)$  en Mathematica, herramienta elegida para las simulaciones y evaluaciones numéricas de esta tesis. En cuanto al AoF, queda representado por una sencilla expresión y, debido a su relación inversa con  $C$ , se ha corroborado que ayuda a conocer de forma mucho más simple las tendencias de  $C$  con los parámetros de *fading* del modelo.

Con el objetivo de incidir en la flexibilidad del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed para representar los desvanecimientos en diferentes escenarios y sistemas de comunicaciones, se ha aplicado el modelo a un entorno de comunicaciones acústicas subacuáticas (UAC) y a un entorno de comunicaciones radio celulares.

En el primer caso, se han caracterizado, con la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y Rice, un conjunto de canales UAC de frecuencias ultrasónicas en aguas someras, medidos por nuestro Grupo de investigación Ingeniería de Comunicaciones y la empresa Sociedad Anónima de Electrónica Submarina (SAES). El modelo Rice se ha elegido por ser uno de los más usados en comunicaciones UAC de corto alcance y, en la comparativa realizada, los resultados han mostrado que el ajuste conseguido con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed es mejor.

En el segundo caso, se ha profundizado en el estudio teórico de la media espacial de la capacidad ergódica en redes celulares radio,  $\bar{C}_{esp}$ , con alta densidad de estaciones base y se ha hallado una expresión analítica cerrada, bajo ciertas aproximaciones. Se ha empleado la geometría estocástica para representar los fenómenos del canal a gran escala y el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed para los desvanecimientos a pequeña escala. Debido a que en estos escenarios las distancias de los enlaces son más cortas, y es probable que exista una componente dominante que repercuta positivamente en la transmisión, se ha analizado el aumento que esa componente puede representar en  $\bar{C}_{esp}$  según su potencia y ensombrecimiento a pequeña escala. Asimismo, se ha analizado la variación de  $\bar{C}_{esp}$  con los parámetros de *fading* del modelo y la posibilidad de conocer sus tendencias de forma más sencilla a través del comportamiento del AoF.

Continuando con el análisis de los canales con desvanecimientos, se ha investigado el llamado carácter hiper-Rayleigh (HR) asociado al comportamiento de un canal con mayor *fading* del que puede representar la distribución de Rayleigh. Se ha propuesto un nuevo marco para definir esta característica, basado en tres magnitudes: el grado de desvanecimiento, la probabilidad de interrupción asintótica y la capacidad ergódica asintótica, con las que se ha establecido una métrica de tres condiciones. En función del número de condiciones que cumpla el modelo de canal, su característica HR se clasifica con una escala de cuatro niveles, asociados a la mayor o menor adecuación de esa distribución a escenarios que presenten desvanecimientos profundos. Cuando un modelo queda definido por funciones estadísticas que dependen de varios parámetros, puede presentar diferentes niveles HR según el valor de sus parámetros, lo que se relaciona con una mayor aplicabilidad a escenarios con particularidades diversas. En estos casos, para representar de una forma gráfica y visualmente sencilla el nivel HR según los valores de los parámetros, se ha propuesto el denominado “mapa de nivel HR”.

Este marco de clasificación se ha aplicado al modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, que presenta los cuatro niveles HR, lo que incide en su adecuación a escenarios muy variados, a las distribuciones derivadas de él: Gaussiana unilateral, Nakagami- $m$ , Hoyt, Rice, Ricean shadowed,  $\kappa$ - $\mu$  y  $\eta$ - $\mu$ , así como al modelo FTR.

## Abstract

In recent years, there has been extensive deployment of wireless communications in both land and underwater environments. There is a continuous demand for systems that provide high user mobility and data rates, so the research and characterization of unguided propagation continues to be a topic of great interest. In these scenarios, the channels change frequently and the received signal fluctuates with time and with small displacements, process known as fading. Fading modelling is a key aspect to estimate the performance of a communication system and, due to complexity, a statistical approach is often followed.

This thesis focuses on the study of performance parameters for statistical channel models that characterize fading in SISO wireless communication systems, where narrow-band behaviour can be assumed and the  $\kappa$ - $\mu$  shadowed model is the cornerstone of the research work.

For this model, we have found closed analytical expressions for the ergodic Capacity,  $C$ , which measures the information rate that can be reliably transmitted through the channel, and for the Amount of Fading, AoF, which quantifies the magnitude of the fading. The ergodic capacity is expressed as a two-variable Meijer-G function that is not implemented in popular mathematical software packages such as Mathematica or Matlab. In order to evaluate  $C$ , the function  $G_{1,0}^{0,1:1,2:1,1}(\cdot)$  has been implemented in Mathematica, the tool used for simulations and numerical evaluations in this thesis. The AoF is represented by a simple expression and, due to its inverse relationship with  $C$ , it allows to determine in a simple manner the trends of  $C$  with the fading parameters of the model.

In order to highlight the flexibility of the  $\kappa$ - $\mu$  shadowed model to represent fading in different scenarios and communication systems, it has been applied to an underwater acoustic communications (UAC) environment and to a cellular radio communications scenario.

In the first case, a set of UAC channels of ultrasonic frequencies in shallow waters have been characterized by the  $\kappa$ - $\mu$  shadowed and Rice distributions, measured by our Research Group Ingeniería de Comunicaciones and the company Sociedad Anónima de Electrónica Submarina (SAES). The Rice model has been selected as one of the most common in short-range UAC communications. Comparing both approaches, the results show that the fit achieved with the  $\kappa$ - $\mu$  shadowed model is better.

In the second case, we have investigated the spatial average of the spectral efficiency in radio cellular networks,  $\bar{C}_{esp}$ , with a high density of base stations, and we have found a closed analytical expression under certain approximations. A stochastic geometry has been used to represent large-scale channel phenomena combined with the  $\kappa$ - $\mu$  shadowed model for small-scale fading. Due to the fact that, in these scenarios, the links distances are shorter, it is likely that a dominant component exists which has a positive impact on transmission. The increase in  $\bar{C}_{esp}$  by this component have been studied depending on its power and small-scale shadowing. Likewise, the variation of  $\bar{C}_{esp}$  with the fading parameters of the model has been analysed and, also, the possibility of facilitating the knowledge of its trends through the behaviour of the AoF.

Continuing with the research on fading channels, the so-called hyper-Rayleigh (HR) behaviour has been investigated, which is associated with a channel with worse-than Rayleigh fading. A new framework has been proposed to define this characteristic, based on three magnitudes: the amount of fading, the asymptotic outage probability and the asym-

ptotic ergodic capacity, and a metric of three conditions has been established. Depending on the number of conditions that the channel model meets, its HR behaviour is classified on a four-level scale, that corresponds to the greater or lesser suitability of that distribution to scenarios with deep fading. When a model is defined by statistical functions that depend on several parameters, it can present different HR levels according to the value of its parameters. This is related to a greater flexibility of the model to fit to a wide set of scenarios. In such cases, to represent graphically the HR level according to the parameter values, the so-called “HR map” has been proposed.

This classification framework has been applied to the  $\kappa$ - $\mu$  shadowed model, which exhibits the four HR levels, highlighting its suitability to very different scenarios. The HR behaviour has also been studied on the distributions derived from it: one-sided Gaussian, Nakagami-m, Hoyt, Rice, Ricean shadowed,  $\kappa$ - $\mu$  and  $\eta$ - $\mu$ , as well as on the FTR model.

## Notación

$a, A$	Escalares.
$\mathbf{a}$	Vector fila.
$ a $	Módulo de $a$ .
$\bar{a}$	Valor medio de $a$ .
$\binom{A}{a}$	Coficiente binomial.
$j$	Unidad imaginaria $\sqrt{-1}$ .
$\text{Re}\{\cdot\}, \text{Im}\{\cdot\}$	Parte real y parte imaginaria.
$f_A(\cdot)$	PDF de $A$ .
$F_A(\cdot)$	CDF de $A$ .
$\mathcal{M}_A(\cdot)$	MGF de $A$ .
$M(k)$	$k$ -ésimo momento normalizado de $A$ .
$\mathbb{E}[\cdot]$	Operador esperanza.
$\mathbb{V}[\cdot]$	Operador varianza.
$\mathcal{L}^{-1}[\cdot]$	Operador transformada inversa de Laplace.
$\mathbb{R}$	Números reales.
$\mathbb{C}$	Números complejos.
$\mathbb{N}$	Números naturales.
$\mathbb{N}_0$	Números naturales y el 0.
$N_{\mathbb{C}}(a, b)$	Distribución Gaussiana compleja circularmente simétrica, con media $a$ y varianza $b$ .
$I_{\nu}(\cdot)$	Función de Bessel modificada de primera especie de orden $\nu$ .
$E_i(\cdot)$	Función integral exponencial.
$\Gamma(\cdot)$	Función Gamma.
$\bar{\Gamma}(\cdot, \cdot)$	Función Gamma incompleta inferior.
$\Gamma(\cdot, \cdot)$	Función Gamma incompleta superior.
$\Psi(\cdot)$	Función Digamma.
$(a)_n$	Símbolo de Pochhammer.
$L_n^{\alpha}(\cdot)$	Polinomio generalizado de Laguerre.
${}_pF_q(\cdot; \cdot; \cdot)$	Función hipergeométrica generalizada de una variable.
$\Phi_2(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot, \cdot)$	Función hipergeométrica confluyente de dos variables.

$G_{p,q}^{m,n} \left( \cdot \middle| \cdot \right)$  Función Meijer-G de una variable.

$G_{p_1,q_1 : p_2,q_2 : p_3,q_3}^{m_1,n_1 : m_2,n_2 : m_3,n_3} \left( \cdot \middle| \cdot \middle| \cdot \middle| \cdot \right)$  Función Meijer-G de dos variables.

$\triangleq$  Se define como.

$\sim$  Sigue una distribución.

Las unidades de la capacidad se denotan como bit/s o bps.

## Símbolos más utilizados

$\gamma, \bar{\gamma}$	Relación señal a ruido {instantánea, media}.
$C$	Capacidad ergódica.
$\bar{C}_{esp}$	Media espacial de la capacidad ergódica.
$\lambda_c, f_c$	{Longitud de onda, frecuencia} de la señal portadora.
$\kappa, \mu, m$	Parámetros de <i>fading</i> del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed.
$s_t(t), s_r(t)$	Señal {transmitida, recibida}.
$P_t, P_r$	Potencia media de la señal {transmitida, recibida}.
$B_s$	Ancho de banda de la señal transmitida.
$x(t), y(t)$	Equivalente complejo paso bajo de la señal {transmitida, recibida}.
$B_x$	Ancho de banda de $x(t)$ .
$T_s$	Periodo de símbolo.
$G, L$	{Ganancia, pérdida} media en potencia de la propagación a gran escala.
$\eta$	Exponente de pérdidas para la propagación a gran escala.
$h_b(\tau, t)$	Equivalente paso bajo de la respuesta del canal.
$g(t)$	Ganancia compleja del canal.
$\alpha(t)$	Envolvente o amplitud de la ganancia compleja del canal.
$B_c$	Ancho de banda de coherencia en el canal.
$\sigma_\tau$	Dispersión de retardo ( <i>delay spread</i> ) en el canal.
$T_c$	Tiempo de coherencia en el canal.
$B_D$	Ensanchamiento Doppler ( <i>Doppler spread</i> ) en el canal.
$v_p$	Velocidad de propagación de la onda en el medio.
$z(t)$	Componente de ruido e interferencias en el equivalente paso bajo de la señal recibida.
$N_0$	Densidad espectral de potencia del ruido.



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA



## Acrónimos

<b>AoF</b>	<i>Amount of Fading.</i>
<b>aC</b>	<i>Asymptotic ergodic Capacity.</i>
<b>aOP</b>	<i>Asymptotic Outage Probability.</i>
<b><math>\Delta</math>SINR</b>	<i>Average Signal to Interference plus Noise Ratio.</i>
<b><math>\Delta</math>SNR</b>	<i>Average Signal to Noise Ratio.</i>
<b><math>\Delta</math>SIR</b>	<i>Average Signal to Interference Ratio.</i>
<b>AWGN</b>	<i>Additive White Gaussian Noise.</i>
<b>CDF</b>	<i>Cumulative Distribution Function.</i>
<b>D2D</b>	<i>Device to Device.</i>
<b>EB</b>	Estación Base.
<b>EI</b>	Estadísticamente Independiente.
<b>FTR</b>	<i>Fluctuating Two Ray model.</i>
<b>GIC</b>	Grupo de investigación Ingeniería de Comunicaciones.
<b>HR</b>	Hiper-Rayleigh.
<b><math>\iota</math>SINR</b>	<i>Instantaneous Signal to Interference plus Noise Ratio.</i>
<b><math>\iota</math>SNR</b>	<i>Instantaneous Signal to Noise Ratio.</i>
<b><math>\iota</math>SIR</b>	<i>Instantaneous Signal to Interference Ratio.</i>
<b>KMS</b>	Modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed.
<b>LPWAN</b>	<i>Low-Power Wide-Area Network.</i>
<b>LoS</b>	<i>Line of Sight.</i>
<b>MGF</b>	<i>Moment Generating Function.</i>
<b>MIMO</b>	<i>Multiple Input Multiple Output.</i>
<b>MRC</b>	<i>Maximal Ratio Combining.</i>
<b>NB-IoT</b>	<i>NarrowBand Internet of Things.</i>
<b>NLoS</b>	<i>Non Line of Sight.</i>
<b>OFDM</b>	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing.</i>
<b>OP</b>	<i>Outage Probability.</i>
<b>PDF</b>	<i>Probability Density Function.</i>
<b>PPP</b>	<i>Poisson Point Process.</i>
<b>rms</b>	<i>Root mean square.</i>
<b>SAES</b>	Sociedad Anónima de Electrónica Submarina.

<b>SIMO</b>	<i>Single Input Multiple Output.</i>
<b>SISO</b>	<i>Single Input Single Output.</i>
<b>SINR</b>	<i>Signal to Interference plus Noise Ratio.</i>
<b>SIR</b>	<i>Signal to Interference Ratio.</i>
<b>SNR</b>	<i>Signal to Noise Ratio.</i>
<b>TWDP</b>	<i>Two-Wave with Diffuse Power.</i>
<b>UAC</b>	<i>Underwater Acoustic Communications.</i>
<b>VA</b>	Variable Aleatoria.
<b>5G</b>	Quinta Generación de tecnologías de telefonía móvil.

# Índice de tablas

3.1. Parámetros para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed con $\mu$ y $m$ naturales. . . . .	38
3.2. Modelos de canal derivados de la distribución $\kappa$ - $\mu$ shadowed. . . . .	39
4.1. Resumen de las características de los canales medidos. . . . .	64
4.2. Medidas de atenuación, dispersión Doppler ( $B_D$ ) y tiempo de coherencia ( $T_c$ ) de los canales. . . . .	65
4.3. Parámetros de las distribuciones $\kappa$ - $\mu$ shadowed y Rice para los canales UAC medidos ( $C$ en bps/Hz para $\bar{\gamma} = 12.5$ dB). . . . .	68
4.4. Parámetros $s^*$ y $\delta$ para valores del exponente de pérdidas en el estudio $\eta$ [George2017]. . . . .	78
4.5. Parámetros del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed, AoF y media espacial de la capacidad ergódica. . . . .	81



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

# Índice de figuras

2.1. Escenario con desvanecimientos en entorno radio. . . . .	13
2.2. Segmento de una señal con desvanecimientos. . . . .	19
2.3. Escenario de desvanecimientos en entorno subacuático. . . . .	19
3.1. Probabilidad de interrupción (trazo continuo) y su tendencia asintótica para alta SNR (trazo discontinuo). . . . .	40
3.2. Variación de la probabilidad de interrupción respecto a $\mu$ y $m$ para $\kappa = 5$ . . . . .	41
3.3. Variación de AoF con $\kappa$ y $m$ para un único <i>cluster</i> ( $\mu = 1$ ). . . . .	43
3.4. Variación de AoF con $\kappa$ y $m$ para varios <i>clusters</i> ( $\mu = 5$ ). . . . .	43
3.5. Variación de AoF con $m$ y $\mu$ para baja potencia en componentes dominantes ( $\kappa = 0.2$ ). . . . .	44
3.6. Variación de AoF con $m$ y $\mu$ para alta potencia en componentes dominantes ( $\kappa = 5$ ). . . . .	44
3.7. Variación de AoF con $\kappa$ y $\mu$ para alta fluctuación en componentes dominantes ( $m = 1$ ). . . . .	45
3.8. Variación de AoF con $m$ y $\mu$ para muy baja fluctuación en componentes dominantes ( $m = 20$ ). . . . .	45
3.9. Comparativa de AoF de varios escenarios y su variación con $\mu$ . . . . .	46
3.10. Capacidad ergódica para conjuntos de valores de $\kappa$ , $\mu$ y $m$ según ec. (3.14) a (3.16). Las marcas circulares corresponden con resultados obtenidos por simulación numérica. . . . .	49
3.11. Capacidad ergódica y su tendencia asintótica para alta SNR para los casos A, B y C. . . . .	50
3.12. Capacidad ergódica para diferentes valores de $m$ , con $\mu = 3$ y $\kappa = 5$ . Las marcas en cruz corresponden con resultados obtenidos por simulación numérica. . . . .	51
3.13. Capacidad ergódica para diferentes valores de $m$ , con $\mu = 3$ y $\kappa = 1$ . Las marcas en cruz corresponden con resultados obtenidos por simulación numérica. . . . .	51
3.14. Evolución de la pérdida de capacidad ergódica para alta SNR, $L_c$ , cuando $m = 1$ . . . . .	52
3.15. Evolución del grado de desvanecimiento, AoF, cuando $m = 1$ . . . . .	52
4.1. Disposición del sistema de medidas UAC. . . . .	63
4.2. Diagrama de bloques del sistema de medidas UAC. . . . .	63
4.3. Espectro Doppler normalizado respecto a la frecuencia $f_c$ en los canales A6-32, A6-64 y A6-128. . . . .	65
4.4. Función de distribución (CDF) de la ganancia en potencia del canal en ventanas de tiempo consecutivas de 30s. (a) Canal A6-64. (b) Canal C3-64. . . . .	66

4.5.	Función de distribución (CDF) de la ganancia en potencia del canal, estimada a partir de las medidas para la señal acústica con $f_c = 64$ kHz y (a) dos profundidades distintas de los transductores y la misma distancia del enlace ( $d_T = 200$ m); (b) dos distancias distintas del enlace y la misma profundidad de los transductores ( $p_T = 6$ m). . . . .	67
4.6.	Ejemplo de ajuste del canal C9-32 con el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed y el modelo Rice. . . . .	69
4.7.	Evaluación de la capacidad ergódica con el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed para los canales UAC medidos con $d_T = 200$ m y $p_F = 25$ m. . . . .	70
4.8.	Eficiencia espectral vs $r_0$ para los escenarios estudiados. . . . .	76
4.9.	Eficiencia espectral vs $r_0$ para los escenarios $E\kappa 0$ y $E\kappa 10$ con $\eta = 3.5$ y $\eta = 4.2$ . . . . .	77
4.10.	Media espacial de la capacidad ergódica en función de $\eta$ para los escenarios $E\kappa 0$ y $E\kappa 10$ , con las dos aproximaciones para $F_\rho(\cdot)$ . Las marcas corresponden a simulaciones de Monte Carlo. . . . .	79
4.11.	Media espacial de la capacidad ergódica en función de $\eta$ para los escenarios NLoS y con componente dominante fluctuante. Las marcas corresponden a simulaciones de Monte Carlo. . . . .	80
4.12.	Media espacial de la capacidad ergódica en función de $\eta$ para los escenarios NLoS y con componente dominante determinista. Las marcas corresponden a simulaciones de Monte Carlo. . . . .	80
4.13.	Impacto de $\mu$ en la media espacial de la capacidad ergódica ( $\eta = 3.8$ ). . . . .	82
4.14.	Impacto de $m$ en la media espacial de la capacidad ergódica ( $\eta = 3.8$ ). . . . .	83
4.15.	Impacto de $\kappa$ en la media espacial de la capacidad ergódica ( $\eta = 3.8$ ). . . . .	84
4.16.	AoF para los mismos escenarios que en la Fig. 4.15. . . . .	84
5.1.	Cálculo del factor de compensación $\Delta_{PO}$ (dB) a partir de la OP asintótica, en dos situaciones diferentes. El modelo de canal $\mathcal{X}$ presenta comportamiento hiper-Rayleigh en sentido OP, mientras que el modelo de canal $\mathcal{Y}$ no. . . . .	92
5.2.	Cálculo del factor de variación de capacidad $\Delta C_p$ a partir de la capacidad asintótica, en dos situaciones diferentes. El modelo de canal $\mathcal{X}$ presenta comportamiento $HR_C$ , mientras que el modelo de canal $\mathcal{Y}$ no. . . . .	93
5.3.	Evolución de $AoF^{KMS}$ y la frontera $HR_{AoF}$ para (a) muy baja LoS ( $\kappa = 0.1$ ) (b) baja LoS ( $\kappa = 1$ ) (c) alta LoS ( $\kappa = 10$ ). . . . .	96
5.4.	Evolución de $\Delta_{PO}^{KMS}$ y la frontera $HR_{OP}$ cuando $\mu = 1$ . . . . .	98
5.5.	Evolución de $\Delta C^{KMS}$ y la frontera $HR_C$ para (a) muy baja LoS ( $\kappa = 0.1$ ) (b) baja LoS ( $\kappa = 1$ ) (c) alta LoS ( $\kappa = 10$ ). . . . .	99
5.6.	Mapa de característica hiper-Rayleigh para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed en función de $m$ y $\mu$ con (a) $\kappa = 0.1$ (b) $\kappa = 1$ (c) $\kappa = 10$ . . . . .	101
5.7.	Evolución de (a) $AoF^{\kappa-\mu}$ y la frontera $HR_{AoF}$ . (b) $\Delta C^{\kappa-\mu}$ y la frontera $HR_C$ . . . . .	104
5.8.	Evolución de (a) $AoF^{\eta-\mu}$ y la frontera $HR_{AoF}$ . (b) $\Delta C^{\eta-\mu}$ y la frontera $HR_C$ . . . . .	105
5.9.	Evolución de $AoF^{FTR}$ y la frontera $HR_{AoF}$ para (a) baja LoS ( $K = 1$ ) (b) alta LoS ( $K = 10$ ) (c) muy alta LoS ( $K = 100$ ). . . . .	107
5.10.	Evolución del factor $\Delta_{PO}^{FTR}$ (dB) y la frontera $HR_{OP}$ para (a) baja LoS ( $K = 1$ ) (b) alta LoS ( $K = 10$ ) (c) muy alta LoS ( $K = 100$ ). . . . .	108
5.11.	Evolución del factor $\Delta C^{FTR}$ y la frontera $HR_C$ para (a) baja LoS ( $K = 1$ ) (b) alta LoS ( $K = 10$ ) (c) muy alta LoS ( $K = 100$ ). . . . .	109
5.12.	Mapa de característica hiper-Rayleigh para el modelo FTR en función de $\Delta$ y $m$ para muy alta potencia LoS ( $K = 100$ ). . . . .	110



B.1. Posición del primer polo y dirección de aparición del resto en cada función Gamma para la integración en $s$ . . . . .	124
B.2. L1. Contorno de integración para $s$ . . . . .	124
B.3. Posición del primer polo y dirección de aparición del resto en cada función Gamma para la integración en $t$ . . . . .	125
B.4. L2. Contorno de integración para $t$ cuando $\mu - m > 0$ . . . . .	126
B.5. L2. Ejemplo de contorno de integración para $t$ cuando $\mu - m < 0$ . . . . .	126



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA



# Índice general

Resumen . . . . .	I
Abstract . . . . .	III
Notación . . . . .	V
Símbolos más utilizados . . . . .	VII
Acrónimos . . . . .	IX
<b>1. Introducción . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	2
1.2. Objetivos del trabajo de investigación . . . . .	5
1.3. Organización del documento . . . . .	7
1.4. Publicaciones . . . . .	9
<b>2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos . . . . .</b>	<b>11</b>
2.1. Introducción . . . . .	11
2.2. Modelado de la propagación por el canal . . . . .	14
2.2.1. Modelado de los efectos a gran escala para propagación electromagnética . . . . .	15
2.2.2. Modelado de los efectos a gran escala para propagación acústica subacuática . . . . .	17
2.2.3. Modelado de los efectos de propagación de pequeña escala . . . . .	18
2.3. Modelado de los canales con desvanecimiento plano . . . . .	22
2.3.1. Modelos básicos de <i>fading</i> . . . . .	24
2.3.2. Otros modelos de <i>fading</i> . . . . .	25
2.4. Parámetros de prestaciones . . . . .	30
2.4.1. Relación señal a ruido: SNR . . . . .	30
2.4.1.1. Relación señal a ruido más interferencia: SINR . . . . .	31
2.4.1.2. Relación señal a interferencia: SIR . . . . .	31
2.4.2. Probabilidad de interrupción: OP . . . . .	31
2.4.2.1. Probabilidad de interrupción asintótica: aOP . . . . .	32
2.4.3. Grado de desvanecimiento: AoF . . . . .	32
2.4.4. Capacidad ergódica: $C$ . . . . .	33
2.4.4.1. Capacidad ergódica asintótica: $aC$ . . . . .	34
<b>3. Análisis de prestaciones para el modelo <math>\kappa</math>-<math>\mu</math> shadowed . . . . .</b>	<b>35</b>
3.1. Descripción del modelo . . . . .	35
3.1.1. Caracterización estadística del modelo . . . . .	36
3.1.1.1. Caracterización estadística para parámetros reales . . . . .	36
3.1.1.2. Caracterización estadística para $\mu$ y $m$ naturales . . . . .	37
3.1.2. Relación con otros modelos estadísticos de canal . . . . .	38
3.2. Probabilidad de interrupción . . . . .	39
3.3. Grado de desvanecimiento . . . . .	42
3.3.1. Influencia de los parámetros de <i>fading</i> . . . . .	43

3.4. Capacidad ergódica . . . . .	47
3.4.1. Validación numérica . . . . .	49
3.4.2. Influencia de los parámetros de <i>fading</i> . . . . .	50
3.4.3. Desarrollo de la expresión analítica de la capacidad ergódica para parámetros reales . . . . .	52
<b>4. Aplicaciones del modelo <math>\kappa</math>-<math>\mu</math> shadowed a escenarios reales</b> . . . . .	<b>61</b>
4.1. Caracterización de canales ultrasónicos subacuáticos en aguas someras . . . . .	61
4.1.1. Configuraciones y proceso de medida . . . . .	62
4.1.2. Modelado de pequeña escala de los canales UAC . . . . .	67
4.1.3. Parámetros de prestaciones con el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed . . . . .	69
4.2. Eficiencia espectral en redes celulares . . . . .	71
4.2.1. Escenarios para el estudio . . . . .	72
4.2.2. Modelo de la red . . . . .	73
4.2.3. Capacidad ergódica de un usuario . . . . .	74
4.2.4. Media espacial de la capacidad ergódica de la red . . . . .	77
4.2.5. Influencia de la componente dominante sobre $\bar{C}_{esp}$ . . . . .	80
4.2.6. Variación de $\bar{C}_{esp}$ con los parámetros del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed . . . . .	82
4.2.7. Desarrollo de la expresión analítica de $\bar{C}_{esp}$ . . . . .	85
<b>5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos</b> . . . . .	<b>89</b>
5.1. Carácter hiper-Rayleigh para cuantificar los desvanecimientos de un canal . . . . .	90
5.1.1. Métricas para el estudio del comportamiento hiper-Rayleigh . . . . .	91
5.1.2. Escala de carácter hiper-Rayleigh . . . . .	94
5.2. Carácter hiper-Rayleigh del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed . . . . .	94
5.2.1. Condición hiper-Rayleigh en sentido AoF . . . . .	94
5.2.2. Condición hiper-Rayleigh en sentido OP . . . . .	97
5.2.3. Condición hiper-Rayleigh en sentido C . . . . .	98
5.2.4. Nivel de comportamiento hiper-Rayleigh . . . . .	100
5.3. Carácter hiper-Rayleigh de las distribuciones derivadas del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed . . . . .	101
5.4. Carácter hiper-Rayleigh del modelo FTR . . . . .	105
<b>6. Conclusiones y Líneas futuras</b> . . . . .	<b>113</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	113
6.2. Líneas futuras de trabajo . . . . .	115
<b>Apéndice A. Funciones matemáticas especiales</b> . . . . .	<b>117</b>
<b>Apéndice B. Las funciones Meijer-G</b> . . . . .	<b>121</b>
B.1. La función Meijer-G de una variable . . . . .	121
B.2. La función Meijer-G de dos variables . . . . .	122
B.2.1. La función Meijer-G $_{1,0}^{0,1:1,2:1,1}(\cdot)$ . . . . .	122
<b>Bibliografía</b> . . . . .	<b>137</b>

# 1. Introducción

EL extenso despliegue de las comunicaciones no guiadas durante los últimos años, unido a la demanda de tasas de datos cada vez mayores y de sistemas que permitan alta movilidad de sus usuarios, han llevado a que el estudio y caracterización de la propagación inalámbrica siga siendo un tema de gran interés dentro de la comunidad científica [Paris2014a, Ferrand2016, FernandezP2019, Olutayo2020].

La propagación tiene un gran impacto sobre distintos aspectos de las prestaciones del enlace no guiado. Condiciona el nivel y la calidad de la señal recibida y, por tanto, la relación señal-ruido, la capacidad y la probabilidad de error. El modelo de propagación es un aspecto clave en el estudio de las comunicaciones inalámbricas y constituye una de las partes más necesarias y complejas. Con él se busca caracterizar el canal de comunicaciones o algunas de sus propiedades, para poder representar, de la forma más precisa posible, los cambios que experimenta la señal cuando viaja entre el transmisor y el receptor. De este modo, se pueden estimar las prestaciones del sistema de forma fiable y diseñar métodos para compensar las degradaciones en la señal recibida.

A diferencia de los canales guiados, cuyas características son estacionarias y predecibles, los canales inalámbricos son extremadamente variables debido a las alteraciones en la geometría del entorno, los obstáculos con formas irregulares, los diferentes materiales, el movimiento de los elementos, etc. Todo ello afecta a la propagación de la señal, originando que su nivel en recepción fluctúe aleatoriamente con el tiempo y con pequeños desplazamientos del transmisor, del receptor o de elementos del entorno. Este comportamiento se conoce como *fading* o desvanecimientos y constituye uno de los mayores problemas en los sistemas de comunicaciones inalámbricos.

Actualmente, muchos de los sistemas de comunicaciones son de banda ancha ya que consiguen mayor velocidad de transmisión. No obstante, siguen existiendo aplicaciones en las que el ancho de banda transmitido puede considerarse suficientemente pequeño como para asumir que la respuesta en frecuencia del canal es casi plana y, además, distintos sistemas de banda ancha, por ejemplo los basados en OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), pueden estudiarse como un conjunto de canales paralelos de banda estrecha. En banda estrecha, hay ventajas como que se precisa transmitir menor potencia y el ruido e interferencias fuera de la banda útil se pueden suprimir mediante técnicas de filtrado. Asimismo los transmisores y receptores funcionan con menores niveles de energía y pueden ser alimentados por baterías. Tal es el caso de las redes de sensores, que precisan bajas tasas de información al enviar un reducido número de parámetros medidos (temperatura, velocidad, etc.) a intervalos de tiempo espaciados.

## 1. Introducción

Recientemente ha aparecido la tecnología NB-IoT (*Narrowband Internet of Things*)<sup>1</sup> centrada en conectar a Internet, a través de la red móvil, objetos cotidianos que requieren comunicaciones con pequeñas cantidades de datos y requisitos relajados de latencia [Chen2017]. Ejemplos son termostatos, lámparas, electrodomésticos, sensores de temperatura, alarmas o medidores de todo tipo. NB-IoT pertenece a las tecnologías LPWAN (*Low-Power Wide-Area Network*), que presentan como características principales: una amplia cobertura, un bajo consumo de energía, un elevado número de usuarios y una reducida complejidad de los dispositivos. Existen multitud de mercados potenciales, tales como ciudades y edificios inteligentes, monitorización de personas con enfermedades crónicas o de edad avanzada, así como aplicaciones para lograr una agricultura más autónoma y precisa, el seguimiento del ganado o la localización de productos para optimizar la logística. Se espera que NB-IoT tenga una expansión importante en los próximos años.

A continuación, se exponen los fundamentos que han originado el trabajo de investigación desarrollado en esta tesis, centrada en el estudio y aplicación de modelos estadísticos de canal con desvanecimientos para comunicaciones de banda estrecha.

### 1.1. Motivación

En muchos entornos de propagación reales, por cuestiones de complejidad, es recomendable seguir un enfoque estadístico para el modelado del canal de comunicaciones [Simon2005]. Los modelos matemáticos estocásticos estiman de forma razonable la señal esperada en el receptor a partir de la extrapolación estadística de medidas del fenómeno realizadas sobre el terreno. Tienen una implementación más sencilla, una carga computacional más pequeña y una menor dependencia de la geometría del entorno, por lo que pueden aplicarse a más escenarios. No obstante, se requieren campañas de medida para conseguir una completa caracterización del canal y, dado que se tienen en cuenta de forma implícita influencias propias del entorno, la extrapolación a otros escenarios suele depender de la similitud con los medidos.

Para estimar la señal recibida, los modelos estocásticos cubren diferentes conceptos que suelen requerir la combinación de descripciones en distintas escalas de tiempo y espacio. En primer lugar, han de reflejar los cambios en el nivel de señal debidos fundamentalmente a la distancia transmisor-receptor y han de predecir el valor medio para un determinado emplazamiento (pérdidas de trayecto o *path loss*). En segundo lugar, deben considerar las variaciones lentas que puede sufrir la señal en ese punto, debidas a obstrucciones en el camino causadas por el entorno (ensombrecimiento o *shadowing*). Y, por último, han de incorporar las fluctuaciones rápidas relacionadas con la propagación multicamino y el movimiento relativo entre el transmisor y el receptor o de los elementos del entorno. Esta última contribución la proporcionan los llamados modelos de desvanecimientos o *fading*, en los que se centra el trabajo.

Desde los primeros modelos estadísticos de *fading* de Rayleigh y Rice (para entornos sin y con visibilidad directa, respectivamente), han ido apareciendo distintas distribuciones

---

<sup>1</sup> Antes conocida como LTE Cat-NB, es un estándar del 3GPP aprobado en junio de 2016 e incluido dentro de la *release 13* de LTE.

buscando aproximarse mejor al escenario de propagación, sin dejar atrás otros aspectos importantes. Tales aspectos son: la relación con un mecanismo físico que lo justifique, la disponibilidad de expresiones matemáticas cerradas para su caracterización estadística y para sus parámetros de prestaciones, o la aplicabilidad a entornos de diferentes características [Paris2014a].

Aunque las comunicaciones no guiadas tradicionalmente se relacionan con las comunicaciones radio terrestres y espaciales, en los últimos años se han realizado importantes avances en la transmisión de señales en entornos subacuáticos. Se ha intensificado el uso de redes inalámbricas de sensores para aplicaciones de monitorización del medio marino, supervisión de equipos submarinos de compañías de petróleo y gas, mantenimiento de las instalaciones de piscicultura, además de sistemas de comunicaciones submarinas para buzos o misiones de búsqueda y prospección [Esmail2013, Murad2015, Sendra2016, Diamant2018].

Para los entornos subacuáticos se han considerado tres tecnologías: acústica, óptica y electromagnética. Los inconvenientes de las dos últimas, particularmente una atenuación extremadamente alta que limita de forma drástica el alcance de la transmisión (debida, sobre todo, a las pérdidas por dispersión en la propagación y a los errores de apuntamiento), han hecho de las ondas acústicas la opción preferida en la mayoría de las aplicaciones, aún cuando no estén exentas de problemas. En este ámbito, se entiende por frecuencias acústicas no sólo las comprendidas en el espectro audible, sino también las correspondientes a los ultrasonidos (por encima de 20 kHz), que pueden verse como las “microondas acústicas” por su reducida longitud de onda (en el rango de los centímetros) dada la considerable menor velocidad de propagación del sonido en comparación con la velocidad de las ondas electromagnéticas. Con ondas acústicas se pueden conseguir alcances de varios kilómetros dependiendo de las frecuencias utilizadas [Chitre2007, Stojanovic2009, Qarabaqi2013].

Especialmente para las redes de sensores y los equipos de comunicaciones personales, está creciendo el interés en los sistemas diseñados en bandas de frecuencias ultrasónicas, ya que permiten reducir el tamaño y peso de los transmisores y receptores y operar con un menor consumo de energía [Nam2007, Murad2015]. Además, cuanto más alta sea la frecuencia de la portadora, mayores anchos de banda pueden conseguirse y, por tanto, mayor velocidad de transmisión respecto a las bandas bajas tradicionalmente usadas en las comunicaciones acústicas subacuáticas (*Underwater Acoustic Communications*, UAC). Un inconveniente asociado a las frecuencias ultrasónicas es que experimentan mayor absorción, lo que limita la distancia del enlace, pero se han propuesto esquemas celulares y de múltiples repetidores para superarlo y que no sea preciso que cada enlace sea largo [Hicheri2014].

Bajo el concepto de canal inalámbrico, en este trabajo se van a incluir tanto los escenarios de comunicaciones terrestres por ondas radio como los de comunicaciones subacuáticas por ondas acústicas ultrasónicas, que presentan problemáticas generales similares:

- obstáculos que absorben parte de la energía o producen reflexiones o dispersión de la señal transmitida, originando múltiples trayectorias de llegada de energía al receptor, lo que provoca dispersión temporal (mayor en los entornos UAC).
- elementos en movimiento que hacen variables con el tiempo las características del entorno y provocan dispersión en frecuencia.

## 1. Introducción

- otras degradaciones de la señal que son comunes a muchos escenarios de comunicaciones, como son el aumento de las pérdidas con la distancia y la presencia de ruido e interferencias.

Debido a esta similitud en términos globales, resultaría interesante disponer de modelos de *fading* que pudieran adaptarse a ambos tipos de escenarios. Estos modelos deberían ser más versátiles que los de Rayleigh y Rice, cubriendo, no sólo la existencia de señal directa cuando se den condiciones de visibilidad entre transmisor y receptor sino, también, que su amplitud pudiera fluctuar como resultado de las variaciones que experimente en zonas muy cercanas al emplazamiento.

El modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed introducido por J. Paris, uno de los directores de esta tesis, en [Paris2014] cubre estos objetivos y va a constituir el eje del trabajo de investigación realizado. Se trata de un modelo muy general que permite analizar escenarios con existencia o no de componente directa, donde la señal recibida puede considerarse formada por varios *clusters*, cada uno con una componente principal o dominante cuya amplitud puede fluctuar. Se apoya en tres parámetros de *fading*:  $\kappa$ , que representa la relación entre la potencia en las componentes dominantes frente a la potencia en las componentes multicamino,  $\mu$  relacionado con el número de *clusters*, y  $m$  conectado con el nivel de fluctuación de las componentes dominantes.

Este modelo incluye a varias distribuciones muy utilizadas para el modelado estadístico de canal, como Rayleigh, Rice, Nakagami- $m$  o  $\kappa$ - $\mu$ , entre otras, y su aplicación a escenarios de comunicaciones radio y UAC arrojaba buenos resultados desde el artículo de su presentación. Poco tiempo después, en un trabajo independiente, S. L. Cotton presentó en [Cotton2015] una distribución shadowed  $\kappa$ - $\mu$  en el contexto de comunicaciones dispositivo a dispositivo (D2D). Aunque inicialmente se tomaron como distintas al partir de modelos físicos diferentes, más tarde en [MorenoP2017a], se demostró que los resultados presentados correspondían al modelo estadístico subyacente en [Paris2014], es decir, a la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.

El modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed ha sido muy aceptado por la comunidad científica desde el primer momento y se han analizado diversos parámetros de prestaciones y su aplicabilidad a diferentes escenarios. Citando algunos ejemplos, en [Sanchez2014] se utiliza para ajustar un conjunto de medidas de canales acústicos subacuáticos en la banda de los ultrasonidos. En [Kumar2015] se derivan expresiones aproximadas para la probabilidad de interrupción y la capacidad del canal cuando tanto la señal deseada como las interferentes experimentan desvanecimientos  $\kappa$ - $\mu$  shadowed. En [Zhang2015] se determinan expresiones analíticas exactas para la capacidad efectiva y su valor asintótico para una alta relación señal a ruido, y en [Cotton2016] para la tasa de desvanecimientos profundos (*level crossing rate*) y la duración media de los desvanecimientos. En [MorenoP2016] se demuestra que el modelo  $\eta$ - $\mu$  puede expresarse también como un caso particular del  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, por lo que se unifican las distribuciones  $\kappa$ - $\mu$  y  $\eta$ - $\mu$ . Se derivan, asimismo, expresiones sencillas y compactas para la capacidad ergódica asintótica de estos modelos. En [LopezM2017] se describe una simplificación matemática del modelo cuando  $m$  y  $\mu$  son naturales, que conlleva un impacto limitado en el ajuste con las medidas de campo pero facilita mucho la derivación de expresiones de parámetros de prestaciones. Como ejemplo, se halla la capacidad ergódica del canal. En [Parthasarathy2017] se utiliza por primera vez la distribución en redes

celulares modeladas con geometría estocástica y, muy recientemente, en [ElHalawany2020] se aplica sobre un canal descendente de un sistema de acceso múltiple no ortogonal, que se propone como una tecnología prometedora para redes 5G.

No obstante, aunque la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed está teniendo notoriedad, dada la importancia del modelado del *fading* en los canales inalámbricos, a lo largo de los años han ido incorporándose diferentes distribuciones, cada una con sus propias características, por lo que en la actualidad existe un número relevante entre las que elegir para aplicar a un escenario. Especialmente complejos son los entornos con desvanecimientos muy severos, que no todos los modelos pueden representar. Para estos casos, en la bibliografía se ha acuñado el término *hiper-Rayleigh*, como sinónimo de un comportamiento peor que el aproximado con el modelo de Rayleigh [Frolik2008], considerado tradicionalmente como el peor de los escenarios de propagación, en el que sólo existen componentes multicamino. Aunque se han presentado algunos trabajos que investigan este comportamiento desde diferentes perspectivas, todavía no hay un consenso en la comunidad científica para cuantificar este efecto [Frolik2013, Rao2015, RomeroJ2017a].

## 1.2. Objetivos del trabajo de investigación

Uno de los aspectos más relevantes de los modelos de canal es la posibilidad de calcular parámetros de prestaciones de los sistemas de comunicaciones. Por este motivo, el primer objetivo de la investigación será explorar si existen expresiones analíticas exactas cerradas para evaluar los parámetros “grado de desvanecimiento” y “capacidad ergódica” para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.

El grado de desvanecimiento (*Amount of Fading*, AoF) es una figura que evalúa el efecto del *fading* sobre el rendimiento global del sistema [Simon2005, Shankar2012]. La capacidad ergódica o de Shannon está relacionada con la máxima velocidad a la que se puede transmitir información de forma fiable por un canal, con una probabilidad de error arbitrariamente baja [Goldsmith2005]. Cuando existen desvanecimientos, no es representable con una fórmula simple, pero es interesante disponer de una expresión cerrada para estimar su valor o, al menos, una aproximación, ya que constituye un parámetro de suma importancia en los sistemas de comunicaciones. En la comunidad científica, la capacidad ergódica sigue siendo una magnitud muy estudiada, con variadas publicaciones en las que se presentan expresiones para distintos entornos y condiciones de transmisión. Ejemplos recientes son: [Xu2017] donde se estudia para enlaces ópticos en interiores, [Al-Hussaibi2018] que se centra en sistemas MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) multiusuario con canales Rayleigh correlados, o [Yan2020] que analiza un enlace ascendente de una red de satélites basada en acceso múltiple no ortogonal.

Esta tesis se centra en los sistemas SISO<sup>2</sup> (*Single Input Single Output*) de banda estrecha, es decir, sistemas en los que el transmisor y el receptor operan con un único transductor,

---

<sup>2</sup> La ventaja de los sistemas SISO es su simplicidad, pero el canal tiene un rendimiento más limitado, ya que se consiguen menores capacidades y, además, las interferencias y desvanecimientos afectan más que si se utilizara un sistema con más transductores en transmisión y/o recepción junto con algún tipo de diversidad. Por tanto, estudiando este caso, se analiza la situación más desfavorable.

## 1. Introducción

y se asume que el ancho de banda de la señal transmitida es suficientemente estrecho como para poder considerar que el canal es plano en frecuencia y la señal apenas sufre dispersión temporal. En algunas ocasiones se hará referencia a determinados sistemas de banda estrecha SIMO (*Single Input Multiple Output*), que se adaptan a las características de la señal recibida utilizando el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, con objeto de explorar al máximo el potencial de este modelo.

Como segundo objetivo, las magnitudes estudiadas se aplicarán sobre escenarios reales, buscando cubrir tanto entornos de comunicaciones acústicas subacuáticas como de comunicaciones radio, para analizar la versatilidad del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y la utilidad de las expresiones halladas.

Los canales UAC estudiados en esta tesis son de ultrasonidos en aguas someras con enlaces horizontales cortos. Al inicio del trabajo, la investigación de los canales UAC había explorado de forma intensa las transmisiones en la banda de audio [Chitre2004], [Stojanovic2009], [Qarabaqi2013], [Kulhandjian2014], [Kim2015], pero todavía no se habían estudiado al mismo nivel para la banda ultrasónica [Chitre2007], [Hajenko2010] [vanWalree2013], donde las comunicaciones están más expuestas a los desvanecimientos y, por tanto, aumenta la importancia de su modelado. Además, en aguas someras, crecen de forma notable los efectos multicamino debidos a las múltiples reflexiones en la superficie del agua y el fondo marino [Baktash2015]. El interés en estas zonas cercanas a las costas se apoya, también, en que se han convertido en entornos importantes de actividad humana para el transporte, la ingeniería civil, el deporte, el turismo, las piscifactorías o la arqueología, por lo que se ha incrementado la demanda de sistemas de comunicaciones inalámbricos para ellos. En esta parte del trabajo se analizarán canales UAC medidos en la campaña UCEX (*Underwater Communication EXperiments*), perteneciente a un proyecto conjunto de la compañía SAES (Sociedad Anónima de Electrónica Submarina) y el Grupo de investigación Ingeniería de Comunicaciones (GIC) de la Universidad de Málaga [Sanchez2014].

Respecto al escenario radio, se ha elegido aplicar el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed a redes celulares con alta densidad de estaciones base, una de las tendencias de las redes actuales para conseguir mejores prestaciones de los sistemas al disminuir las distancias de los enlaces, reduciendo las áreas de cobertura y aumentando la eficiencia espectral del sistema por el mayor reuso de frecuencias [Alouini1999]. En estos entornos complejos, dada la aleatoriedad espacial de la ubicación de los terminales y las estaciones base, una herramienta cada vez más usada para el modelado a gran escala es el análisis matemático con procesos puntuales de Poisson (PPP). El uso conjunto de esa geometría estocástica y el modelado a pequeña escala  $\kappa$ - $\mu$  shadowed se aplicó por primera vez en [Parthasarathy2017] y, posteriormente, en [Chun2017a] se extendió a redes 5G heterogéneas. Siguiendo esta línea de trabajo, se estudiará la eficiencia espectral de la red para un enlace descendente.

Como tercer objetivo se pretende profundizar en el carácter hiper-Rayleigh de los modelos de *fading*, buscando un marco de trabajo que establezca las magnitudes para cuantificar los desvanecimientos y que, asimismo, permita comparar los modelos para determinar los que mejor se podrían adaptar a un determinado escenario. Las condiciones que se consideren tomarán como referencia los valores de las magnitudes en el modelo de Rayleigh, el más utilizado para los entornos de propagación multicamino sin visibilidad directa. Deberán cubrir, al menos, aspectos relacionados con la capacidad y las tasas de error, además de



ser sencillas desde una perspectiva computacional. Las métricas encontradas se estudiarán para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y otras distribuciones de *fading*.

### 1.3. Organización del documento

Una vez sentadas las bases de esta investigación, en el capítulo 2 se profundiza en el modelado estocástico de la propagación de la señal por el canal de comunicaciones, tanto en escenarios terrestres por ondas radio como en entornos subacuáticos por ondas acústicas. Los efectos de la propagación se engloban en dos tipos de modelos: a gran escala, que determina el valor medio de la señal recibida, y a pequeña escala, relacionado con las variaciones bruscas respecto al valor medio. Se presentan las particularidades del modelado a gran escala de los dos entornos tratados, mientras que para el modelado de pequeña escala se sigue un enfoque común.

Como nuestro interés se centra en los modelos de canal a pequeña escala con desvanecimiento plano, seguidamente se repasan los más empleados: Rayleigh, Rice, Gaussiano unilateral, Nakagami- $m$ , Hoyt, Ricean shadowed,  $\eta$ - $\mu$ ,  $\kappa$ - $\mu$ ,  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y FTR (*Fluctuating Two Ray*). Se finaliza presentando los parámetros de prestaciones utilizados en la tesis: la relación señal a ruido (incluyendo o no interferencias), la probabilidad de interrupción, el grado de desvanecimiento y la capacidad ergódica.

El capítulo 3 está dedicado al modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, eje de este trabajo. Se describe el modelo, sus parámetros ( $\kappa$ ,  $\mu$  y  $m$ ) y su caracterización estadística, tanto si los parámetros toman valores reales como si  $\mu$  y  $m$  son naturales, lo que permite simplificar de forma importante las expresiones. Dada su versatilidad, incluye a muchos de los modelos estadísticos de *fading* más utilizados, por lo que se presentan las relaciones para derivarlos, basadas en imponer determinados valores o tendencias límites en  $\kappa$ ,  $\mu$  y  $m$ .

A continuación, se analizan la probabilidad de interrupción, el grado de desvanecimiento y la capacidad ergódica, estas dos últimas objetivos de la tesis, por lo que se estudian en profundidad. Además, utilizando las relaciones antes comentadas, se corrobora la relativa facilidad para encontrar el AoF y la capacidad para las distribuciones relacionadas una vez se conocen las expresiones para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.

En el caso de la capacidad ergódica con parámetros reales, se expone el detalle del desarrollo matemático seguido para determinar las tres expresiones analíticas cerradas según la relación entre  $\mu$  y  $m$ . Una de ellas, la más general, se escribe como una función Meijer-G de dos variables, que a día de hoy no se incluye en los paquetes software matemáticos populares como Mathematica o Matlab. En esta tesis se ha elegido Mathematica como herramienta de cálculo y se ha desarrollado una rutina para la función  $G_{1,0:2,2:1,2}^{0,1,1,2:1,1}(\cdot)$ , con objeto de poder evaluar la capacidad ergódica estudiada. Esto ha conllevado el estudio de la convergencia y los contornos de integración para dicha función, lo que se encuentra descrito en el Anexo B, junto con el código implementado.

El capítulo 4 se centra en la aplicación del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed a escenario reales, cubriendo el segundo objetivo de la tesis, corroborar la versatilidad del modelo y su buen ajuste a medidas, así como la utilidad de las expresiones halladas para la capacidad ergódica

## 1. Introducción

y el AoF.

En primer lugar, se analizan un conjunto de canales acústicos subacuáticos de ultrasonidos medidos en aguas someras. Se comienza con una breve descripción de las configuraciones y el proceso de medida, presentando los diez canales de comunicación SISO considerados. Para cada uno, se determinan diferentes magnitudes, entre ellas la ganancia en potencia y su función de distribución, a partir de la cual se ajustan los parámetros de los modelos de canal. Se utilizan las distribuciones  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y Rice, esta última elegida por ser muy empleada para la caracterización de canales UAC de corto alcance. Para ambas se estudian el grado de desvanecimiento y la capacidad ergódica.

En segundo lugar, se profundiza en el estudio teórico de la capacidad ergódica en redes celulares radio con alta densidad de estaciones base, así como en el impacto que sobre ella tiene el aumento en la potencia de las componentes dominantes asociado a una menor distancia con la EB transmisora. Para relajar la complejidad en la caracterización del sistema, se separan los fenómenos del canal a gran escala, empleando geometría estocástica, y a pequeña escala, modelados con la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed. Se eligen varios escenarios de estudio que cubren diferentes niveles de potencia y ensombrecimiento a pequeña escala de la señal recibida. Se analiza un enlace descendente con antenas SISO omnidireccionales, caracterizando la relación señal a ruido más interferencia en recepción debido a la existencia de señales de otras estaciones base que degradan la comunicación. Se halla la eficiencia espectral para cada usuario según el escenario, usando la expresión del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed cuando  $m$  y  $\mu$  son naturales. Posteriormente, se determina la expresión analítica de la media espacial de la capacidad ergódica de la red, aplicando ciertas aproximaciones, y se estudia sobre los distintos escenarios. Se finaliza con un análisis de la variación de esta capacidad en función de los parámetros del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.

El capítulo 5 cubre el último objetivo del trabajo, profundizar en el carácter hiper-Rayleigh de los modelos de canal con *fading* y definir un marco de trabajo para cuantificar los desvanecimientos de un canal. En primer lugar, se busca el conjunto de magnitudes de referencia, resultando elegidas el grado de desvanecimiento, la probabilidad de interrupción y la capacidad ergódica, estas dos últimas en su versión asintótica (cuando la relación señal a ruido es suficientemente alta) buscando simplificar las expresiones. Seguidamente, se presentan las tres condiciones para evaluar el carácter hiper-Rayleigh de un modelo, una por cada magnitud, y la escala de clasificación: completo, fuerte, débil y nulo, según el número de condiciones que se cumplan.

A continuación, se analiza en profundidad la característica hiper-Rayleigh para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y, después, para las distribuciones derivadas de él utilizando las relaciones presentadas en el capítulo 2. Se concluye con el estudio hiper-Rayleigh para el modelo FTR.

Las relaciones matemáticas aplicadas para la derivación de las expresiones presentadas en los distintos capítulos de la tesis se recogen en el Anexo A.

## 1.4. Publicaciones

### Revistas internacionales:

- García-Corrales C., Cañete F.J., Paris J.F. “Capacity of  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading channels”, *International Journal of Antennas and Propagation*, 2014. doi:10.1155/2014/975109.
- Cañete F.J., López-Fernández J., García-Corrales C., Sánchez A., Robles E., Rodrigo F.J., Paris J.F., “Measurement and modeling of narrowband channels for ultrasonic underwater communications”, *Sensors*, 2016, no. 2: 256. doi:10.3390/s16020256.
- García-Corrales C., Fernández-Plazaola U., Cañete F.J., Paris J.F., Lopez-Martinez F.J., “Unveiling the hyper-Rayleigh regime of the Fluctuating Two-Ray model”, *IEEE Access*, special section on Advances in Statistical Channel Modeling for Future Wireless Communications Networks, 2019. doi:10.1109/ACCESS.2019.2921632.

### Congresos internacionales:

- García-Corrales C., Martin-Vega F.J., Lopez-Martinez F.J., Cañete F.J., Paris J.F., “Understanding the impact of line-of-sight on the ergodic spectral efficiency of cellular networks”, *IEEE International Workshop on Computer-Aided Modeling, Analysis and Design of Communication Links and Networks (CAMAD)*, Barcelona, Spain, 2018. doi:10.1109/CAMAD.2018.8514965.

### Congresos nacionales:

- García-Corrales C., Cañete F.J., Paris J.F., “Estudio de la severidad del fading para el modelo k-u shadowed”, *Symposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI)*, Cartagena, Spain, 2017.



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

### 2.1. Introducción

HOY en día estamos rodeados por multitud de sistemas de comunicaciones inalámbricos. La mayoría utilizan ondas electromagnéticas para enviar la información a través de la atmósfera, aunque el interés por las transmisiones en entornos subacuáticos ha ido en aumento. En estos últimos, las ondas acústicas son las que mejor se propagan, especialmente las de frecuencias bajas, pero la limitada capacidad que se consigue en estas bandas, ha animado a explorar el rango de frecuencias ultrasónicas. Por encima de los 20 kHz se tienen mayores anchos de banda y una reducción de las dimensiones de los transductores, pero la absorción es mayor y, por consiguiente, la distancia máxima de cada enlace se reduce.

La propagación de las señales entre el transmisor y el receptor en ambos entornos, ondas electromagnéticas por el aire y ondas acústicas por el agua, puede analizarse desde una perspectiva común, con ciertas particularidades, ya que los mecanismos y problemática asociada son similares [Goldsmith2005, Stojanovic2009, Molisch2011]:

- La señal invierte un tiempo en atravesar el medio, proporcional a la distancia recorrida, por lo que llega con un retardo al receptor.
- La amplitud de la señal disminuye a medida que se propaga. Por un lado, la onda se esparce sobre una región mayor del espacio cuando se aleja del transmisor y disminuye la fracción de energía captada por el receptor, aumentando esta pérdida con la distancia y la frecuencia. Por otro lado, pierde potencia cuando intercepta o incluso atraviesa obstáculos existentes en el canal.
- La señal puede encontrar obstáculos en los que se produce reflexión, difracción y/o dispersión. La reflexión se origina cuando la señal incide sobre un obstáculo de superficie plana o con irregularidades de dimensiones mucho mayores que la longitud de onda de la señal<sup>1</sup> ( $\lambda_c$ ), lo que provoca cambios en la dirección de la trayectoria de dicha señal. Se origina una señal refractada, que es transmitida hacia el interior del medio que constituye el obstáculo, y una señal reflejada, que viaja por el medio original pero en sentido contrario a la incidente. La difracción ocurre cuando las dimensiones o los radios de curvatura de los objetos son comparables o menores a  $\lambda_c$ , provocando cambios en la dirección de propagación, como por ejemplo bordear al objeto. Cuando los obstáculos tienen superficies rugosas, se puede hablar de dispersión o *scattering*, ya que conlleva la diseminación de la energía de la señal por

<sup>1</sup> Se entiende por longitud de onda de la señal la de su portadora (*carrier*),  $\lambda_c$ , que se relaciona con la frecuencia,  $f_c$ , como  $\lambda_c = v_p/f_c$ , siendo  $v_p$  la velocidad de propagación de la onda en el medio.

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

reflexión, refracción y/o difracción en un área mayor, resultando en múltiples caminos que alcanzan al receptor desde una localización similar, con ligeras diferencias en los tiempos de llegada.

- Hay que tener en cuenta el movimiento del transmisor, del receptor y de los obstáculos en el medio, que se traducen en desplazamientos en las frecuencias de la señal por efecto Doppler<sup>2</sup>. Serán o no significativos según las velocidades, las frecuencias implicadas y las direcciones relativas de los movimientos.
- Existe un ruido inherente al entorno. Es mayor y más complejo para las comunicaciones acústicas subacuáticas, especialmente en las zonas de aguas someras, debido al oleaje, las turbulencias y las fuentes tanto naturales como artificiales. Además, no hay que olvidar que el medio está compartido por otros transmisores y elementos que generan ondas y, en determinadas situaciones, esas ondas pueden actuar sobre la señal deseada como interferencias que no se pueden despreciar.

Una diferencia fundamental de las ondas acústicas respecto a las ondas electromagnéticas es la considerable menor velocidad de propagación, de unos cinco órdenes de magnitud, lo que conlleva importantes consecuencias. Por un lado, los retardos son mucho mayores en los entornos UAC. Por otro, el efecto Doppler es muy pronunciado a las velocidades típicas de las embarcaciones y existe, incluso cuando el transmisor y el receptor permanecen estáticos, debido a las corrientes marinas, las olas o los movimientos de la fauna acuática. Como consecuencia, el entorno subacuático es muy variable en tiempo y, en general, la señal experimenta alta distorsión lineal. Además, las atenuaciones son significativamente mayores en la propagación acústica subacuática que en la propagación radio aérea para la misma distancia, pues las pérdidas por absorción crecen más rápidamente con la frecuencia, por lo que los enlaces pueden cubrir menores distancias.

Debido a la problemática expuesta, modelar la señal recibida resulta un proceso complicado en ambos entornos, ya que está formada por muchas ondas con diferentes amplitudes, fases y ángulos de llegada, consecuencia de las interacciones con los obstáculos encontrados. La resolución de las ecuaciones de onda con las correspondientes condiciones de contorno es un proceso extremadamente complejo, por lo que el problema se aborda usando aproximaciones al entorno de propagación que arrojen resultados válidos, aunque no exactos, con un esfuerzo significativamente menor.

Estas aproximaciones se corresponden con los llamados *modelos de propagación por el canal* que representan el espacio que atraviesa la señal y la influencia que éste tiene sobre ella. Se basan en expresiones matemáticas para describir la propagación de las ondas en función de la frecuencia, la distancia, las características del espacio, el tipo y número de obstáculos, y otras condiciones propias de cada comunicación. El modelo ayudará a realizar una estimación de la respuesta del canal y su grado de ajuste a la realidad se verificará mediante medidas tomadas para caracterizar dicho entorno.

Cuando la longitud de onda de la señal es pequeña comparada con el tamaño del sistema, el comportamiento de la onda puede aproximarse con modelos macroscópicos geométricos.

---

<sup>2</sup> El desplazamiento Doppler en el receptor originado por una determinada fuente es  $f_D = f_c v/v_p \cos\theta$ , donde  $v$  es la velocidad del receptor hacia la fuente en la dirección del movimiento y  $\theta$  el ángulo de llegada de la onda recibida relativo a la dirección del movimiento. Se tiene  $f_{D_{max}} = f_c v/v_p$  [Goldsmith2005]

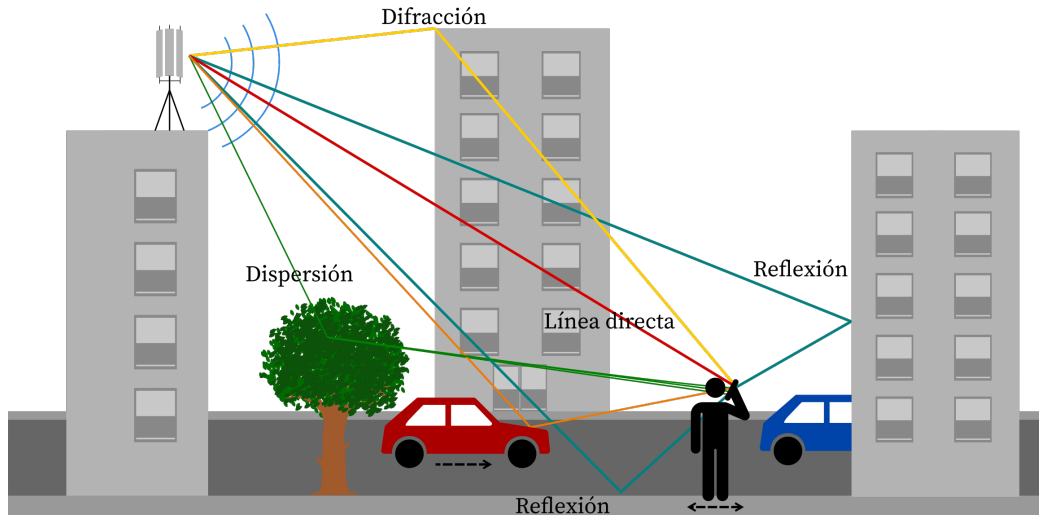


Figura 2.1.: Escenario con desvanecimientos en entorno radio.

El trazado de rayos es una técnica con buena precisión para el estudio de la propagación en alta frecuencia. Esto es válido tanto para el espectro de microondas en las comunicaciones electromagnéticas, como para las frecuencias ultrasónicas en las comunicaciones acústicas subacuáticas [Chitre2007, Baktash2015]. Los frentes de onda se representan como rayos, utilizando los principios de la óptica geométrica, y se analiza el conjunto de ondas que llegan al receptor siguiendo distintas trayectorias según los obstáculos presentes en el entorno. Cuando el número de obstáculos es grande, con diferentes formas y materiales, el cálculo determinista se hace inviable, máxime si existen variaciones temporales en el canal. Además, en la incidencia sobre obstrucciones de pequeñas dimensiones, esta aproximación deja de ser válida. Por tanto, para escenarios reales complejos, es adecuado acudir a modelos estadísticos que representan los distintos fenómenos como variables aleatorias caracterizadas por determinadas funciones de distribución. No obstante, resulta útil visualizar la propagación según distintos rayos que llegan al receptor, como se representa en la Fig. 2.1.

Los modelos de canal deben cubrir la problemática presentada previamente para estimar la señal en el receptor de la forma más realista posible, junto con las variaciones que pueda sufrir. En el caso de los sistemas de banda estrecha, el parámetro de mayor interés para el análisis es la potencia recibida, que determina el comportamiento tanto de los sistemas limitados por ruido como por interferencias [Molisch2011].

Para evaluar la amplitud de la potencia recibida,  $P_r$ , se suele utilizar un modelo que combina tres fenómenos a distintas escalas de espacio y de tiempo: pérdidas de trayecto, ensombrecimiento y desvanecimientos [Rappaport2002, Goldsmith2005, Qarabaqi2011].

- Las pérdidas de trayecto (o *path loss*) tienen en cuenta la diseminación de la potencia radiada por el transmisor y los efectos de la propagación por el trayecto directo transmisor-receptor. Sus variaciones se manifiestan sobre la señal para distancias grandes. Se pueden considerar un valor determinista o, al menos, estable en un tiempo largo.
- El ensombrecimiento (o *shadowing*) está provocado por la presencia en el trayecto de

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

obstáculos de dimensiones grandes (respecto a  $\lambda_c$ ), que atenúan la señal pudiendo, incluso, llegar a bloquearla. Se puede observar como las variaciones que experimenta la potencia recibida, promediada en varias  $\lambda_c$ .

- Los desvanecimientos (o *fading*) están relacionados con la propagación multicamino y el movimiento en el entorno de la comunicación. Al receptor llegan muchas versiones de la señal transmitida como consecuencia de las interacciones con los elementos del entorno. Atraviesan el canal siguiendo distintas trayectorias y experimentan diferentes desplazamientos en frecuencia, de modo que, al combinarse, originan fluctuaciones importantes en la potencia recibida. Estas variaciones se ponen de manifiesto con cambios de distancias del orden de  $\lambda_c$  o con pequeñas variaciones de tiempo, por lo que se suelen denominar **efectos de propagación a pequeña escala**, y se relacionan con las variaciones rápidas (en tiempo corto) de la amplitud respecto al valor medio.

Dado que los cambios en los dos primeros fenómenos se manifiestan para distancias mucho mayores que  $\lambda_c$ , se suelen englobar bajo el término **efectos de propagación a gran escala**, y determinan el nivel medio de potencia recibida.

### 2.2. Modelado de la propagación por el canal

En comunicaciones inalámbricas, la señal transmitida  $s_t(t)$  es una señal paso banda, con ancho de banda  $B_s$  y frecuencia portadora  $f_c$  (o longitud de onda  $\lambda_c$ ). Para comunicaciones de banda estrecha ( $B_s \ll f_c$ ), la señal suele representarse en función de  $x(t)$ , el *equivalente complejo paso bajo* de  $s_t(t)$ , con fines de simplicidad analítica y de implementación práctica [Goldsmith2005]

$$s_t(t) = \text{Re} \left\{ x(t) e^{j2\pi f_c t} \right\}, \quad (2.1)$$

donde  $x(t) = x_F(t) + jx_C(t)$  se escribe en función de sus componentes en fase y cuadratura, tiene ancho de banda  $B_x$ , potencia  $P_x$  y su fase incluye cualquier desplazamiento en fase de la portadora. Con esta definición se puede trabajar con  $x(t)$  independientemente de la frecuencia portadora  $f_c$ , resultando la potencia de la señal transmitida  $P_t = P_x/2$ .

La señal recibida, que denotaremos  $s_r(t)$ , tiene potencia  $P_r$  y se puede escribir de forma similar a 2.1 sumando una componente de ruido y/o interferencias debidos al canal,  $\zeta(t)$ ,

$$s_r(t) = \text{Re} \left\{ y(t) e^{j2\pi f_c t} \right\} + \zeta(t), \quad (2.2)$$

donde el equivalente complejo paso bajo,  $y(t)$ , depende en gran medida de las características del canal.

Para el modelado de la propagación de la señal se va a prescindir inicialmente de  $\zeta(t)$ , puesto que no influye sobre ésta, y se recuperará cuando se defina la relación señal a ruido y otros parámetros de prestaciones del canal.

En primer lugar, se analiza el valor de la potencia media recibida,  $P_r$ . Su relación con la potencia transmitida,  $P_t$ , se escribe en función de la magnitud adimensional  $L$ , que representa las pérdidas medias en potencia debidas a los efectos de propagación a gran



## 2.2. Modelado de la propagación por el canal

escala,

$$L = \frac{P_t}{P_r}, \quad (2.3)$$

o como el inverso,  $G$ , que establece la ganancia media en potencia del canal,

$$G = \frac{1}{L} = \frac{P_r}{P_t}. \quad (2.4)$$

Dado que el canal introduce pérdidas, no se puede hablar de ganancia (ya que  $G < 1$ ), pero se suele expresar la potencia recibida usando (2.4) como

$$P_r = G P_t, \quad (2.5)$$

de forma que el término relacionado con las pérdidas queda como un factor multiplicativo de la potencia transmitida.

Las fluctuaciones rápidas de potencia respecto a  $P_r$  se estudiarán posteriormente con el modelado de pequeña escala.

Como punto de partida se analiza la transmisión de una señal que se propaga en línea recta en un entorno sin obstáculos, que es lo que se conoce como situación con línea de visión directa (*Line of Sight*, LoS), y que se representaría como un rayo directo que une transmisor y receptor llevando una potencia considerable. Usando un concepto ampliado, se podrían incluir también los rayos principales que llegan al receptor con una potencia apreciable tras sufrir alguna reflexión, y que denotaremos componentes dominantes. En contraposición, la situación NLoS (*No Line of Sight*) se corresponde con la llegada de muchas señales de escasa potencia, consecuencia de dispersiones y múltiples reflexiones cuando el camino directo está obstruido. A estas últimas se las denomina componentes dispersas o multicamino.

### 2.2.1. Modelado de los efectos a gran escala para propagación electromagnética

Para las comunicaciones inalámbricas por radio, nuestro interés se centra en las bandas UHF y SHF (300 MHz - 30 GHz), que permiten tamaños reducidos de antenas y velocidades de transmisión elevadas. El mecanismo de propagación fundamental es por onda espacial y se asume que las distancias son suficientemente pequeñas como para que no se vean afectadas por la curvatura de la tierra.

El modelo de partida para las pérdidas de trayecto es el de propagación en espacio libre, con  $v_p = C_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s, que se utiliza para predecir la señal recibida cuando existe visibilidad directa transmisor-receptor. La potencia recibida, según la ecuación de Friis, se determina como [Goldsmith2005, (2.7)]

$$P_r = P_t G_t G_r \left( \frac{\lambda_c}{4\pi d_e} \right)^2, \quad (2.6)$$

donde  $G_t$  es la ganancia de la antena transmisora,  $G_r$  la ganancia de la antena receptora

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

y  $d_e$  la distancia del enlace.

Este modelo sólo es válido para valores de  $d_e$  en campo lejano de la antena transmisora, por lo que se suele utilizar una distancia de referencia,  $d_0$ , para establecer una potencia recibida conocida próxima al transmisor<sup>3</sup>. La potencia recibida en cualquier otro punto  $d_e > d_0$  se puede calcular en función del valor en  $d_0$  como [Rappaport2002, (4.8)]

$$P_r = P_r(d_0) \left( \frac{d_0}{d_e} \right)^2. \quad (2.7)$$

La complejidad de los entornos de propagación hace que el modelo de espacio libre no sea adecuado en la mayoría de las comunicaciones radio. Las pérdidas de trayecto estimadas para la señal son más cercanas a la realidad cuando la dependencia con la distancia se expresa en función de un *exponente de pérdidas*,  $\eta$ , que indica el ritmo al que las pérdidas se incrementan con la distancia y que es función de las particularidades del entorno [Goldsmith2005, (2.39)]

$$P_r = P_t K_a \left( \frac{d_0}{d_e} \right)^\eta, \quad (2.8)$$

donde  $K_a$  es una constante adimensional que depende de las características de las antenas y de la atenuación media en el canal. Los valores de  $K_a$ ,  $d_0$  y  $\eta$  pueden obtenerse por aproximaciones tanto analíticas como empíricas. Para espacio libre se tiene  $\eta = 2$  y, cuando existen obstáculos, valores válidos pueden llegar hasta por encima de 6. En el estudio de los sistemas celulares se suele usar  $\eta = 4$ .

Además de las pérdidas anteriores, la señal experimenta bloqueos, reflexiones, dispersiones, etc. debidas a objetos de dimensiones importantes presentes en el canal, que dan lugar a fluctuaciones en la potencia recibida que se engloban bajo el término ensombrecimiento. La señal recibida, aunque haya recorrido la misma distancia, puede tener valores muy diferentes según las características particulares del entorno de propagación. Este efecto suele representarse junto con las pérdidas de trayecto en un modelo combinado, donde el valor medio de la potencia recibida se corresponde con el modelo de las pérdidas de trayecto, mientras que el ensombrecimiento se caracteriza por una variable aleatoria (VA) log-normal (normal en escala logarítmica)  $X_\sigma$  (dB) con valor medio cero y desviación estandar<sup>4</sup>  $\sigma_{PL}$  [Goldsmith2005, (2.51)]

$$P_r = P_t K_a \left( \frac{d_0}{d_e} \right)^\eta 10^{-\frac{X_\sigma}{10}}. \quad (2.9)$$

Esta expresión se corresponde con el modelo de canal electromagnético a gran escala y, a partir de ella, se obtiene el factor de pérdidas a gran escala,

$$L = \frac{1}{K_a} \left( \frac{d_e}{d_0} \right)^\eta 10^{\frac{X_\sigma}{10}}. \quad (2.10)$$

<sup>3</sup> Se suele utilizar una distancia de 1-10 m para interiores y 10-100 m para exteriores [Goldsmith2005].

<sup>4</sup> Valores típicos son 5-12 dB en macroceldas y 4-13 dB en microceldas.

### 2.2.2. Modelado de los efectos a gran escala para propagación acústica subacuática

En el agua de mar, el entorno más utilizado para las comunicaciones acústicas subacuáticas, la velocidad de propagación del sonido es de aproximadamente 1500 m/s. Esta velocidad no es constante y existen diferentes expresiones matemáticas para determinarla, siendo una de las más utilizadas [Berkhovskikh1982, RuizV2012]

$$v_p = 144.2 + 4.6T - 0.055T^2 + 0.00029T^3 + (1.34 - 0.01T)(S - 35) + 0.016z_p, \quad (2.11)$$

dada en m/s, donde  $T$  es la temperatura del agua en °C (0-35),  $S$  la salinidad en ‰ ( $\leq 45$ ) y  $z_p$  la profundidad en m ( $\leq 1000$ ). Expresiones más exactas, como las de Mackenzie, Del Grosso o Chen y Millero<sup>5</sup>, pueden encontrarse en [NPL].

Además de depender de la temperatura, la salinidad y la profundidad (o, de forma equivalente, de la presión), hay que tener presente la alta variabilidad temporal, especialmente en zonas cercanas a la superficie, por los cambios de temperatura entre el día y la noche y la exposición a la acción de la atmósfera. Para el caso concreto de aguas someras<sup>6</sup>, zona de interés del estudio, la acción de la atmósfera provoca una gran mezcla de la masa de agua debido al oleaje, de manera que los valores de temperatura y salinidad son prácticamente constantes para toda la columna de agua, y la presión no resulta determinante debido a la poca profundidad existente. En este caso, se suele tomar como buena aproximación que la velocidad del sonido es constante en toda la columna de agua [Aparicio2014, Baktash2015]. Así, el canal de aguas someras se considera un medio en el que no hay refracción y las ondas acústicas viajan en línea recta.

La propagación sonora viene determinada, además de por la velocidad del sonido, por la presencia de la superficie del mar y del fondo. La superficie marina es, en general, rugosa, por lo que la reflexión del sonido en ella es un problema complejo y cambiante con el tiempo. El fondo del mar se aproxima a un medio formado por una superposición de capas sedimentarias y roca. Las bajas frecuencias resultan muy afectadas por el tipo de fondo marino, mientras que las altas frecuencias lo son por la superficie del mar y los procesos de dispersión que se producen. En aguas someras, la propagación tiene lugar sobre todo en forma de línea directa y de reflexiones sucesivas en la superficie y en el fondo [RanzG2007].

Las variaciones de los parámetros marinos medioambientales en el plano horizontal son, en general, mucho más pequeñas que las variaciones en el plano vertical, por lo que para los enlaces horizontales de distancias cortas se consideran despreciables.

Las pérdidas a gran escala,  $L$ , en la propagación acústica subacuática dependen básicamente de tres fenómenos [Stojanovic2009, Aparicio2014, Baktash2015]:

- La absorción, ya que parte de la energía de la onda acústica se transfiere al medio marino en forma de calor. Es función de la distancia del enlace,  $d_e$ , y de la frecuencia de la señal,  $f_c$ , siendo mayor para las ondas de frecuencias más altas como las ultrasónicas, puesto que es una función creciente con la frecuencia. La disminución de energía se escribe a través del denominado coeficiente de absorción,  $a(f)$ , que puede

<sup>5</sup> Tomada como estándar por la UNESCO.

<sup>6</sup> Esta zona viene delimitada desde el rompiente de olas hasta una profundidad de unos 30 m [RanzG2007].

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

evaluarse mediante expresiones semiempíricas como la de Thorp (hasta 50 kHz), la de Fisher y Simmons (hasta 467 kHz) o la de François y Garrison (de 0.2 a 1000 kHz) [Aparicio2014].

- La divergencia de energía o radiación, debida a la reducción de la densidad de potencia de la onda acústica a medida que se aleja del transmisor. Depende de la distancia y del tipo de propagación: esférica o cilíndrica. La energía decae a razón de  $d_e^{-k}$ , siendo  $k$  el factor de dispersión. En aguas profundas, se corresponde con propagación esférica,  $k = 2$ , mientras que cuando las ondas no pueden propagarse indefinidamente en la dirección vertical, como en las aguas someras, se considera propagación cilíndrica, con  $k = 1$ , aunque se usan valores intermedios en situaciones prácticas.
- La reflexión en la superficie del agua y el fondo marino, que depende de la frecuencia y la velocidad del sonido. Se representa con el coeficiente global de reflexión  $\Gamma_p$  que acumula el conjunto de todas las reflexiones en ambos límites. Las pérdidas debidas a la reflexión en la superficie tienen poco impacto para frecuencias por debajo de 10 kHz, mientras que sí habrá que considerarlas para frecuencias mayores. Asimismo, las burbujas o pompas de agua que se generan en el rompiente de las olas en la superficie del agua aumentan la atenuación para las ondas de alta frecuencia [RuizV2012]. Las pérdidas en el fondo pueden ser importantes y dependen de parámetros como el tipo de fondo o el ángulo de incidencia.

Con estas consideraciones,  $L$  se puede escribir como [Qarabaqi2011]

$$L = \frac{A_0 d_e^k a(f)^{d_e}}{|\Gamma_p|^2}. \quad (2.12)$$

En cuanto al ruido en el entorno marino de aguas someras para frecuencias ultrasónicas, las principales contribuciones se deben a la acción del viento y el oleaje, la industria, los barcos y las fuentes de origen biológico, todas muy variables, lo que hace que su caracterización sea complicada. Entre 32 kHz y 128 kHz, el ruido presenta un espectro rosa esencialmente de tipo paso bajo [Stojanovic2009], pero como trabajamos con canales de banda estrecha, puede considerarse de espectro constante para la banda de interés.

### 2.2.3. Modelado de los efectos de propagación de pequeña escala

El modelo de pequeña escala se utiliza para describir las fluctuaciones rápidas de amplitud, fase o retardo de la señal recibida en distancias muy próximas a la localización del receptor o en intervalos de tiempo muy cortos. Estas fluctuaciones originan desvanecimientos, es decir, importantes variaciones, más o menos bruscas, en la amplitud de la señal recibida, como se muestra en la Fig. 2.2. Los desvanecimientos se deben a la acción conjunta de dos factores. Por un lado, la propagación multicamino, que origina que en el receptor se combinen varias versiones de la señal transmitida, consecuencia de las interacciones con los obstáculos del entorno, que llegan en instantes de tiempo levemente distintos. Y, por otro lado, el movimiento de los extremos de la comunicación y/o de los obstáculos en el canal, que provocan variaciones aleatorias de frecuencia debidas a los desplazamientos Doppler en las componentes multicamino. En la Fig. 2.3 se muestra un escenario de desvanecimientos

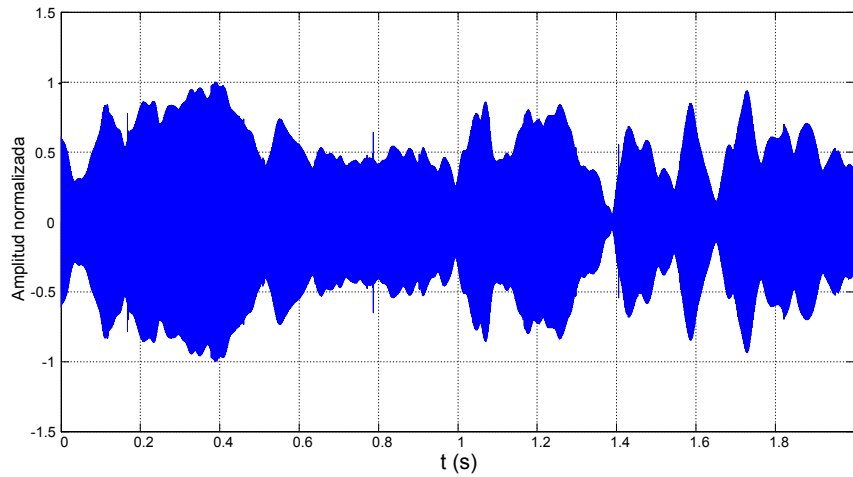


Figura 2.2.: Segmento de una señal con desvanecimientos.

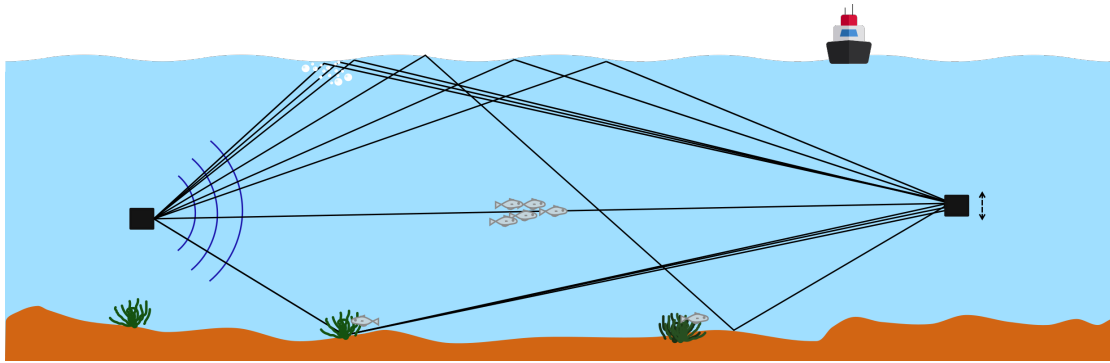


Figura 2.3.: Escenario de desvanecimientos en entorno subacuático.

en el entorno subacuático.

La señal recibida está formada por una serie de réplicas de la señal transmitida atenuadas, retardadas y desplazadas en frecuencia, según la trayectoria seguida en el entorno [Goldsmith2005, (3.2)]

$$s_r(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=0}^{N(t)} \alpha_i(t) x(t - \tau_i(t)) e^{j(2\pi f_c(t - \tau_i(t)) + \phi_{D_i})} \right\}, \quad (2.13)$$

donde  $i = 0$  corresponde a la componente LoS y  $N(t)$  es el número de componentes multicamino resolubles<sup>7</sup>. Cada componente está asociada a un determinado trayecto de longitud  $d_i$ , donde  $\tau_i(t)$  representa su retardo,  $\alpha_i(t)$  su amplitud o ganancia y  $\phi_{D_i}$  su desplazamiento Doppler en fase, siendo todos valores reales. Una componente multicamino resoluble puede corresponder a una onda procedente de alguna reflexión, o bien, a un grupo de ondas originadas en reflectores próximos entre sí o elementos que generan dispersión,

<sup>7</sup> Dos componentes multicamino, con retardo  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , son resolubles si la diferencia entre sus retardos es muy superior al inverso del ancho de banda del receptor:  $|\tau_1 - \tau_2| \gg B^{-1}$ . Si no se cumple el criterio, se combinan en una única componente de retardo  $\tau \approx \tau_1 \approx \tau_2$ , con amplitud y fase correspondiente a la suma de ambas [Goldsmith2005].

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

que llegan con retardos similares y que se combinan en el receptor en una única componente que puede fluctuar de forma importante.

Haciendo en (2.13)

$$\phi_i(t) = 2\pi f_c \tau_i(t) - \phi_{D_i}, \quad (2.14)$$

la expresión de la señal recibida se escribe de forma más compacta como

$$s_r(t) = \text{Re} \left\{ \left[ \sum_{i=0}^{N(t)} \alpha_i(t) e^{-j\phi_i(t)} x(t - \tau_i(t)) \right] e^{j2\pi f_c t} \right\}. \quad (2.15)$$

Dado que los  $\tau_i(t)$ ,  $\alpha_i(t)$  y  $\phi_{D_i}$  asociados a cada componente multicamino resoluble cambian con el tiempo de forma no predecible, se caracterizan como procesos aleatorios que se asumen estacionarios y ergódicos, por lo que la señal recibida también lo será. Además,  $\alpha_i(t)$  es función de las pérdidas de trayecto y el ensombrecimiento (relacionada con  $\sqrt{G}$  (2.4) del modelo a gran escala para el camino  $i$ ) mientras que  $\phi_i(t)$  depende del retardo y el desplazamiento Doppler, por lo que se suele asumir que son procesos aleatorios estadísticamente independientes (EI).

La señal recibida puede verse como la convolución del equivalente paso bajo de la señal transmitida,  $x(t)$ , y el equivalente paso bajo de la respuesta al impulso del canal  $h_b(\tau, t)$ , trasladada a la frecuencia de la portadora,

$$s_r(t) = \text{Re} \left\{ \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h_b(\tau, t) x(t - \tau) d\tau \right] e^{j2\pi f_c t} \right\}. \quad (2.16)$$

El canal se modela así como un filtro lineal con una respuesta al impulso variable en el tiempo, donde  $t$  representa las variaciones en tiempo debidas al movimiento y  $\tau$  el retardo del canal multicamino<sup>8</sup>.

Por tanto,  $h_b(\tau, t)$  representa el equivalente paso bajo de la respuesta del canal en el instante de tiempo  $t$  a un impulso transmitido en  $t - \tau$ , y viene dado por

$$h_b(\tau, t) = \sum_{i=0}^{N(t)} \alpha_i(t) e^{-j\phi_i(t)} \delta(\tau - \tau_i(t)). \quad (2.17)$$

Utilizando (2.16) y (2.2), el equivalente paso bajo de la señal recibida resulta

$$y(t) = \sum_{i=0}^{N(t)} \alpha_i(t) e^{-j\phi_i(t)} x(t - \tau_i(t)). \quad (2.18)$$

Para cuantificar las características del canal se definen una serie de magnitudes, tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia [Goldsmith2005, Rappaport2002, Qarabaqi2009].

Las componentes multicamino están relacionadas con la **dispersión temporal en el canal** (o selectividad en frecuencia), que se caracteriza por el *ensanchamiento del retar-*

<sup>8</sup> También puede verse  $\tau$  como el lapso entre el instante de la excitación y la medida de la respuesta.

do,  $\tau_m$ , que mide la diferencia de tiempo entre las llegadas al receptor de la primera y la última componente multicamino. Como algunas componentes llegan con una potencia sustancialmente menor que otras, para medir el ensanchamiento del retardo asociado con las componentes más significativas se usa una medida estadística: la *dispersión de retardo* (*delay spread*),  $\sigma_\tau$ . El efecto del multicamino también se puede apreciar en el dominio de la frecuencia, mediante el llamado *ancho de banda de coherencia*,  $B_c$ , definido como la región del espectro donde la respuesta en frecuencia del canal es aproximadamente plana, es decir, las componentes espectrales experimentan prácticamente la misma atenuación y fase lineal.  $B_c$  y  $\sigma_\tau$  tienen una relación inversa, si aumenta la dispersión de retardo, se reduce el ancho de banda de coherencia.

Para cuantificar la **dispersión en frecuencia en el canal** (o selectividad temporal) inducida por el movimiento de los elementos, se define el *ensanchamiento Doppler* (*Doppler spread*),  $B_D$ , como el intervalo de frecuencias sobre las que el efecto Doppler recibido es esencialmente no cero. El dual en el dominio del tiempo es el *tiempo de coherencia*,  $T_c$ , que corresponde con el tiempo en el que puede considerarse que las características del canal permanecen constantes, es decir, la respuesta al impulso del canal es esencialmente invariante en el tiempo.  $B_D$  y  $T_c$  tienen una relación inversa, si aumenta el ensanchamiento Doppler, se reduce el tiempo de coherencia.

Los mecanismos que originan la dispersión temporal y la dispersión en frecuencia son independientes y la señal puede experimentar ambas dispersiones o solo una de ellas. Los efectos que produce el canal sobre la señal transmitida dependen de las características del canal y de la propia señal, siendo los parámetros más importantes de la señal en banda base su ancho de banda  $B_x$  y su periodo de símbolo  $T_s$ , que son inversamente proporcionales.

La dispersión en tiempo produce un ensanchamiento temporal en la señal recibida que será importante cuando  $\sigma_\tau$  es mayor que  $T_s$ , produciendo una alta probabilidad de interferencia entre símbolos (ISI), haciendo así que aumente la tasa de error de bit. Cuando  $\sigma_\tau$  es significativamente menor que  $T_s$ , la señal apenas sufre dispersión temporal, lo que se asocia con un canal plano o no selectivo en frecuencia ( $B_x < B_c$ ), que es el caso que se asume en esta tesis.

La dispersión en frecuencia provoca un ensanchamiento en el espectro de la señal transmitida que tendrá consecuencias cuando  $B_D$  es comparable a  $B_x$ , incrementando la posibilidad de interferencia entre canales (ICI) en sistemas de transmisión multiportadora. Cuando  $T_c \rightarrow \infty$ , el canal es invariante en el tiempo y no hay *fading*. Para otros valores de  $T_c$ , el canal es variante o selectivo en tiempo. Cuando  $T_c$  es significativamente mayor que  $T_s$ , el canal presenta desvanecimiento lento (*slow fading*) y su respuesta al impulso cambia a un ritmo mucho menor que la señal banda base transmitida, por lo que se puede asumir el canal estático durante cierto tiempo (intervalo de invarianza), situación que se asume en este trabajo. Cuando no se cumple esta condición, se habla de desvanecimiento rápido (*fast fading*).

### 2.3. Modelado de los canales con desvanecimiento plano

El siguiente análisis es válido para sistemas donde el ancho de banda de transmisión puede considerarse lo suficientemente estrecho como para ser menor que el ancho de banda de coherencia del canal. Esto ocurre en comunicaciones móviles radio terrestres y satelitales y en comunicaciones acústicas subacuáticas ultrasónicas, por ejemplo, para aplicaciones de telemetría, que requieren bajas velocidades de transmisión, tanto en sistemas monoportadora como en sistemas multiportadora, de mayor velocidad de transmisión, donde la separación de las mismas sea menor que  $B_c$ .

Cuando se puede considerar desvanecimiento plano,  $T_s \gg \sigma_\tau$ , la componente LoS y todas las componentes multicamino no son resolubles [Goldsmith2005]. Los retardos asociados con las distintas componentes en la señal recibida cumplen  $\tau_i \leq \sigma_\tau \forall i$ , de modo que  $\delta(t - \tau_i) \approx \delta(t)$  en (2.17), por lo que 2.18 se convierte en

$$y(t) \approx \left( \sum_i \alpha_i(t) e^{-j\phi_i(t)} \right) x(t) = g(t) x(t), \quad (2.19)$$

con

$$g(t) = \sum_i \alpha_i(t) e^{-j\phi_i(t)}. \quad (2.20)$$

Esto representa que el canal es escalar y modifica a la señal multiplicándola por un factor complejo  $g(t)$ , variable en el tiempo, que se denomina *ganancia compleja del canal*, donde  $\alpha(t)$  es la envolvente o amplitud del *fading* y  $\Phi(t)$  su fase.

Cuando la señal recibida experimenta desvanecimientos, tanto su envolvente como su fase fluctúan con el tiempo, pero el comportamiento de la mayoría de los receptores es función de la amplitud de la señal recibida. En las modulaciones coherentes, se asume que los efectos del desvanecimiento en la fase se corrigen perfectamente en el receptor, y para las modulaciones no coherentes, no se necesita la información de fase. Por tanto, se precisa estudiar la distribución de la envolvente de la señal recibida, que es directamente proporcional a la envolvente del *fading*. Para los canales con desvanecimiento lento, los desvanecimientos se pueden considerar constantes al menos para la duración de un símbolo,  $T_s$ , y el proceso aleatorio de la envolvente del *fading* se puede representar por una VA sobre el periodo de símbolo [Simon2005]. Por tanto, el esfuerzo se ha de centrar en conocer los desvanecimientos de la envolvente para cada símbolo<sup>9</sup>.

Así, la ganancia compleja del canal para cada símbolo se puede escribir en función de sus términos en fase ( $g_I$ ) y cuadratura ( $g_Q$ ) como

$$g = \sum_i \alpha_i e^{-j\phi_i} = g_I + j g_Q, \quad (2.21)$$

con

$$g_I = \sum_i \alpha_i \cos \phi_i \quad \text{y} \quad g_Q = - \sum_i \alpha_i \sin \phi_i. \quad (2.22)$$

La fase de cada componente multicamino,  $\phi_i$ , varía rápidamente debido al término  $2\pi f_c \tau_i$

<sup>9</sup>A partir de aquí las expresiones se corresponderán con las asociadas para cada símbolo aunque, por simplicidad, explícitamente no se indique.



### 2.3. Modelado de los canales con desvanecimiento plano

en (2.14), por lo que se asume que  $\Phi$  sigue una distribución uniforme en  $[-\pi, \pi)$ . Para  $N(t)$  grande, se puede invocar el teorema del límite central y como  $\alpha_i$  y  $\phi_i$  son independientes para diferentes componentes,  $g_I$  y  $g_Q$  se pueden modelar como variables aleatorias Gaussianas EI.

Si se define la envolvente del *fading*,  $\alpha$ , en función de  $g_I$  y  $g_Q$ ,

$$\alpha = |g| = \sqrt{g_I^2 + g_Q^2}, \quad (2.23)$$

la envolvente de la señal recibida para cada símbolo se puede determinar como

$$|y| = \alpha |x|, \quad (2.24)$$

y la potencia instantánea recibida mediante

$$|y|^2 = \alpha^2 |x|^2, \quad (2.25)$$

donde  $\alpha^2$  se conoce como la ganancia en potencia del canal, siendo su valor medio  $\Omega \triangleq \mathbb{E}[\alpha^2]$ , relacionado con la ganancia media del canal  $G$  del modelo de gran escala. Así, la potencia media recibida (por símbolo) se escribe

$$P_r = \mathbb{E}[|y|^2] = \frac{E_s}{T_s} \Omega, \quad (2.26)$$

siendo  $E_s$  la energía (por símbolo) de la señal transmitida y  $\frac{E_s}{T_s}$  su potencia.

Según sean las características del entorno de propagación, la envolvente del *fading* tendrá asociada una determinada función densidad de probabilidad (*Probability Density Function*, PDF),  $f_\alpha(\alpha)$ , y un valor cuadrático medio  $\Omega$ .

En recepción se suma a la señal una componente de ruido,  $v$ ,

$$y_r = g x + v. \quad (2.27)$$

que se supone constante en el margen de frecuencias de interés y Gaussiano (*Additive White Gaussian Noise*, AWGN), con densidad espectral de potencia  $N_0$  (W/Hz) y EI de  $\alpha$ .

Es habitual hacer un cambio de variable y, en lugar de trabajar con la envolvente del *fading*, introducir la magnitud “relación señal a ruido” para realizar la caracterización estadística. Esta magnitud es importante para el análisis y diseño de los sistemas de comunicaciones, ya que distintos parámetros de prestaciones están definidos a partir de ella.

Se define la **relación señal a ruido instantánea** (por símbolo),  $\gamma$ , como la relación entre la potencia instantánea recibida frente a la potencia de ruido,

$$\gamma \triangleq \frac{|y|^2}{\mathbb{E}[|v|^2]} = \frac{\frac{E_s}{T_s} \alpha^2}{B N_0} = \frac{E_s \alpha^2}{N_0}, \quad (2.28)$$

donde  $B$  es el ancho de banda del receptor y se asume  $B = 1/T_s$ . La relación señal a ruido

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

media,  $\bar{\gamma}$ , se corresponde con

$$\bar{\gamma} \triangleq \mathbb{E}[\gamma] = \frac{\Omega E_s}{N_0}. \quad (2.29)$$

Dado que  $E_s/N_0$  se considera determinista, la distribución de  $\alpha$  determina la distribución de  $\gamma$  y viceversa. Usando la última relación, (2.28) se puede escribir como

$$\gamma = \frac{\alpha^2}{\Omega} \bar{\gamma} \quad (2.30)$$

y así,  $\alpha = \sqrt{\gamma \frac{\Omega}{\bar{\gamma}}}$ . Por tanto, si se conoce la PDF de la envolvente del *fading*, se puede determinar la PDF de la relación señal a ruido instantánea mediante la transformación de variable aleatoria [Simon2005, (2.3)]

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{f_\alpha\left(\sqrt{\gamma \frac{\Omega}{\bar{\gamma}}}\right)}{2 \sqrt{\gamma \frac{\bar{\gamma}}{\Omega}}}. \quad (2.31)$$

### 2.3.1. Modelos básicos de *fading*

#### Modelo de Rayleigh

El modelo de canal más sencillo se corresponde con un escenario en el que no existe componente LoS y toda la potencia que llega al receptor se encuentra en componentes dispersas o NLoS, lo que se conoce como modelo de canal Rayleigh. Se asume que llegan un gran número de componentes multicamino consecuencia de reflexiones, difracciones y dispersiones que presentan amplitud y fase aleatorias. Las variables  $g_I$  y  $g_Q$  se modelan como VA gaussianas  $X$  e  $Y$  respectivamente<sup>10</sup>, de media cero e igual varianza  $\sigma^2$ , es decir, la potencia asociada a las componentes en fase y cuadratura es la misma. Por tanto,  $\alpha = \sqrt{X^2 + Y^2}$  con  $\Omega = 2\sigma^2$  y su PDF resulta [Simon2005, (2.6)]

$$f_\alpha(\alpha) = \frac{2\alpha}{\Omega} e^{-\frac{\alpha^2}{\Omega}} \quad \alpha \geq 0. \quad (2.32)$$

Es fácil comprobar que, aplicando (2.30) y (2.31), la relación señal a ruido instantánea sigue una distribución exponencial dada por

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}} e^{-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}} \quad \gamma \geq 0. \quad (2.33)$$

Este modelo es el más utilizado para los entornos NLoS gracias a su sencillez (sólo depende de un parámetro, la potencia media recibida) y su buen ajuste a muchos escenarios prácticos. Representa el caso peor en cuanto a condiciones de *fading*, por lo que es interesante como referencia para el diseño de sistemas de comunicaciones robustos [Molisch2011].

<sup>10</sup>  $g = X + jY$  es una VA gaussiana compleja circularmente simétrica de media 0 y varianza  $2\sigma^2$ , que se denota como  $g \sim N_C(0, 2\sigma^2)$ .

### Modelo de Rice

Cuando existe una importante componente LoS además de muchas componentes dispersas, se habla del modelo de canal Rice o Ricean [Rice1948]. Las variables  $g_I$  y  $g_Q$  se modelan como VAs de media no nula, como la superposición de un término de amplitud compleja determinista y constante  $p + jq$ , correspondiente al camino dominante LoS, y un término asociado a las componentes multicamino  $X + jY \sim N_{\mathbb{C}}(0, 2\sigma^2)$ . Así,  $\alpha = \sqrt{(X+p)^2 + (Y+q)^2}$  y  $\Omega = b^2 + 2\sigma^2$ , siendo  $b^2 = p^2 + q^2$  la potencia media en la componente dominante. Esta distribución suele describirse en función del parámetro de fading  $K = \frac{b^2}{2\sigma^2}$ , que representa el cociente entre la potencia de la componente LoS respecto a la potencia de las componentes multicamino. Como puede observarse, cuando  $K \rightarrow 0$  no existe componente LoS y el modelo equivale a Rayleigh, mientras que si  $K \rightarrow \infty$  no habría desvanecimientos y la amplitud de la señal sería constante y determinista.

La envolvente del *fading* queda definida por la distribución de Rice, también denominada Nakagami- $n$ , dada por la siguiente PDF [Simon2005, (2.15)]

$$f_{\alpha}(\alpha) = \frac{2\alpha(1+K)e^{-K}}{\Omega} e^{-\frac{(1+K)\alpha^2}{\Omega}} I_0 \left( 2\alpha \sqrt{\frac{K(1+K)}{\Omega}} \right) \quad \alpha \geq 0, \quad (2.34)$$

donde  $I_0$  es la función de Bessel modificada de primera especie y orden cero (A.1).

La relación señal a ruido instantánea sigue una distribución chi-cuadrado no central dada por la PDF [Simon2005, (2.16)]

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{(1+K)e^{-K}}{\bar{\gamma}} e^{-(1+K)\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}} I_0 \left( 2\sqrt{K(1+K)\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}} \right) \quad \gamma \geq 0, \quad (2.35)$$

El modelo de Rice es el más empleado para los escenarios con componente LoS.

#### 2.3.2. Otros modelos de *fading*

Debido a la gran variedad de escenarios de propagación sujetos a desvanecimientos, existen entornos en los que los modelos de canal Rayleigh o Rice no presentan un buen ajuste con las medidas experimentales. Por este motivo, han ido apareciendo distintos modelos estadísticos que reflejan otras posibles formas de distribución de la amplitud de la señal recibida que, aunque menos sencillos e incluso perdiendo la explicación física, consiguen un mejor encaje. Estos modelos se podría decir que corresponden con casos intermedios entre los extremos que representan las distribuciones de Rayleigh y Rice. Presentan distintas características que, buscando una conexión con el problema físico, se podrían clasificar en:

- Existencia o no de componente LoS.
- Componente LoS/dominante determinista o fluctuante, en cuyo caso la aleatoriedad vendrá descrita por otra función de distribución.
- Posible recepción de varios grupos de ondas o *clusters*, cada uno formado por muchas ondas con fases aleatorias y retardos similares, pero con retardos entre grupos que se pueden considerar suficientemente grandes. Si denominamos  $u$  al parámetro que

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

refleja el número de grupos de ondas recibidos, la interpretación dada tendría sentido físico para un sistema SIMO con  $u$  antenas (o transductores en general) independientes en el que se aplica la técnica de diversidad espacial MRC (*Maximal Ratio Combining*)<sup>11</sup>. Para  $u$  no natural o para un sistema SISO, en los que se centra esta tesis,  $u$  pierde el sentido físico y sería un grado extra de libertad que permite mejorar el ajuste con las medidas empíricas del escenario<sup>12</sup>.

- Consideraciones sobre el reparto de la potencia entre las componentes en fase y en cuadratura de la envolvente del *fading*,  $g_I$  y  $g_Q$  respectivamente (equivalente a si las VAs asociadas son o no circularmente simétricas).

A continuación, se comentan los aspectos más importantes de otros modelos estadísticos de canal inalámbrico muy utilizados, junto con la expresión de su PDF de la relación señal a ruido instantánea,  $f_\gamma(\gamma)$ .

### Modelo Gaussiano unilateral

Puede considerarse como el caso peor de desvanecimiento, en el que se pierde una de las dos componentes de la señal (la componente en fase o en cuadratura) [MorenoP2017, (3.5)].

$$f_\gamma(\gamma) = \sqrt{\frac{1}{2\pi \bar{\gamma} \gamma}} e^{-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}}. \quad (2.36)$$

Se emplea en escenarios NLoS. Puede resultar interesante como límite teórico de peor escenario y ser útil en el diseño de aplicaciones que demandan calidad de servicio muy alta, como las transferencias financieras o los datos seguros.

### Modelo Nakagami- $m$

En el trabajo original donde se presentó [Nakagami1960], no se justificó sobre un modelo físico de propagación, sino que se propuso partiendo de observaciones empíricas de la propagación de señales a través de la ionosfera y la troposfera [Simon2005, (2.21)].

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{m^m \gamma^{m-1}}{\bar{\gamma}^m \Gamma(m)} e^{-m \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}}, \quad (2.37)$$

donde  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma (A.3).

La distribución tiene como parámetro  $m$  ( $\geq 0.5$ ), que equivale a  $u$ . Se utiliza en escenarios NLoS. Incluye como casos particulares al modelo de Rayleigh ( $m = 1$ ) y al Gaussiano unilateral ( $m = 0.5$ ).

<sup>11</sup> Además, es necesario que la separación entre las múltiples antenas del receptor sea suficiente como para que reciban señales poco correlacionadas. La separación mínima se aproxima a la mitad de  $\lambda_c$  [Goldsmith2005, Molisch2011].

<sup>12</sup> En los siguientes modelos de *fading*, cuando corresponda, se indicará el parámetro que equivale a  $u$ .

### Modelo de Hoyt (Nakagami- $q$ )

Esta distribución supone que la potencia en las componentes en fase es diferente a la potencia en las componentes en cuadratura [Hoyt1947]. Es decir, define  $\alpha$  para que las varianzas de su parte real ( $\sigma_x^2$ ) e imaginaria ( $\sigma_y^2$ ) sean distintas [Simon2005, (2.11)].

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{1+q^2}{2q\bar{\gamma}} e^{-\frac{(1+q^2)^2}{4q^2} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}} I_0\left(\frac{(1-q^4)\gamma}{4q^2\bar{\gamma}}\right), \quad (2.38)$$

donde

$$q = \begin{cases} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} & \sigma_x \leq \sigma_y \\ \frac{\sigma_y}{\sigma_x} & \sigma_x > \sigma_y \end{cases}$$

Tiene como parámetro  $q$  ( $0 \leq q \leq 1$ ), que relaciona el desequilibrio entre la potencia en las componentes en fase y cuadratura. Se utiliza en escenarios NLoS donde los desvanecimientos son mayores que en un canal Rayleigh. Incluye como casos particulares al modelo de Rayleigh ( $q = 1$ ) y al Gaussiano unilateral ( $q \rightarrow 0$ ).

### Modelo Rician shadowed

El modelo físico [Abdi2003] se basa en el explicado para Rice, pero la componente dominante (LoS) puede fluctuar siguiendo una distribución Nakagami- $m$  [MorenoP2017, (3.19)].

$$f_\gamma(\gamma) = \left(\frac{m}{m+K}\right)^m \frac{K+1}{\bar{\gamma}} e^{-(K+1)\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}} {}_1F_1\left(m, 1, \frac{K(K+1)\gamma}{m+K}\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad (2.39)$$

donde  ${}_1F_1(\cdot)$  es la función hipergeométrica confluyente (A.13).

Sus parámetros son:  $K$  ( $\geq 0$ ), que representa la relación entre la potencia en la componente dominante frente a la potencia en las componentes multicamino, y  $m$  ( $> 0$ ) relacionado con el grado de fluctuación de la componente directa (cuando  $m \rightarrow \infty$  no hay fluctuación). Se puede utilizar en escenarios LoS y NLoS. Incluye como casos particulares al modelo de Rice ( $m \rightarrow \infty$ ) y de Rayleigh ( $K = 0$  y  $m \rightarrow \infty$ ).

### Modelo $\kappa$ - $\mu$

El modelo físico [Yacoub2007] considera que la señal recibida está compuesta por *clusters*, todos con idéntica potencia en sus componentes difusas y una componente dominante que presenta potencia arbitraria [MorenoP2017, (3.23)].

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu-1}{2}}}{\bar{\gamma}\kappa^{\frac{\mu-1}{2}}e^{\mu\kappa}} \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} e^{-\frac{\mu(\kappa+1)\gamma}{\bar{\gamma}}} I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}}\right), \quad (2.40)$$

donde  $I_\nu(\cdot)$  es la función de Bessel modificada de primera especie de orden  $\nu$  (A.1).

Sus parámetros son:  $\kappa$  ( $\geq 0$ ), que representa la relación entre la potencia en las componentes dominantes frente a la potencia en las componentes multicamino, y  $\mu$  ( $\geq 0.5$ ) que

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

equivale a  $u$ .

Se puede aplicar a escenarios LoS y NLoS. Puede verse como una generalización del modelo de Rice e incluye como casos particulares al Gaussiano unilateral ( $\kappa = 0$  y  $\mu = 0.5$ ), Rayleigh ( $\kappa = 0$  y  $\mu = 1$ ), Nakagami- $m$  ( $\kappa = 0$ ) y Rice ( $\mu = 1$ ).

### Modelo $\eta$ - $\mu$

El modelo físico [Yacoub2007] considera que la señal recibida está compuesta por *clusters* en los que sólo hay componentes difusas, que presentan diferente potencia en sus componentes en fase y en cuadratura, [MorenoP2017, (3.27)].

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{\sqrt{\pi}(1+\eta)^{\mu+\frac{1}{2}}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)\bar{\gamma}\sqrt{\eta}(1-\eta)^{\mu-\frac{1}{2}}}\left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{\mu-\frac{1}{2}}e^{-\frac{\mu(1+\eta)^2\gamma}{2\eta\bar{\gamma}}}I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu(1-\eta^2)\gamma}{2\eta\bar{\gamma}}\right). \quad (2.41)$$

Los parámetros del modelo son:  $\eta (> 0)$ , que indica la relación entre la potencia de las componentes en fase y en cuadratura de cada *cluster*, y  $\mu (\geq 0.5)$  que equivale a  $u$ .

Se emplea en escenarios NLoS. Puede verse como una generalización del modelo de Nakagami- $q$  e incluye como casos particulares al Gaussiano unilateral ( $\mu = 0.5$  y  $\eta \rightarrow 0$  ó  $\eta \rightarrow \infty$ ), Rayleigh ( $\mu = 0.5$  y  $\eta = 1$ ), Nakagami- $m$  ( $\mu = m$  y  $\eta \rightarrow 0$  ó  $\eta \rightarrow \infty$ ) y Hoyt ( $\mu = 0.5$  y  $\eta = q^2$ ).

### Modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

El modelo físico [Paris2014] considera que la señal recibida está compuesta por varios *clusters*, cada uno constituido por componentes multicamino y una componente dominante que puede fluctuar siguiendo una distribución Nakagami- $m$ <sup>13</sup>.

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{\mu^{\mu}m^m(1+\kappa)^{\mu}}{\Gamma(\mu)\bar{\gamma}(\mu\kappa+m)^m}\left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{\mu-1}e^{-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}}_1F_1\left(m; \mu; \frac{\mu^2\kappa(1+\kappa)\gamma}{\mu\kappa+m\bar{\gamma}}\right), \quad (2.42)$$

donde  ${}_1F_1(\cdot)$  es la función hipergeométrica confluyente (A.13) y  $\Gamma(z)$  la función Gamma de parámetro real (A.3).

Los parámetros del modelo son:  $\kappa (\geq 0)$ , que indica la relación entre la potencia en las componentes dominantes frente a las componentes multicamino,  $m (> 0)$ , asociado a la fluctuación de las componentes dominantes y  $\mu (\geq 0.5)$  que equivale a  $u$ .

Se emplea en escenarios LoS y NLoS. Puede verse como una generalización del modelo  $\kappa$ - $\mu$  e incluye a todos los modelos anteriores, como se mostrará en la Tabla 3.2 del siguiente capítulo.

<sup>13</sup> El capítulo 3 está dedicado a esta distribución.

### Modelo FTR (Fluctuating Two-Ray)

El modelo físico [RomeroJ2017] considera que la señal recibida está compuesta por dos componentes especulares<sup>14</sup>, cuyas amplitudes pueden fluctuar, más una componente difusa  $V_d$ ,

$$y = \sqrt{\xi} V_1 e^{j\phi_1} + \sqrt{\xi} V_2 e^{j\phi_2} + V_d, \quad (2.43)$$

donde  $V_1$  y  $V_2$  son el término constante de las amplitudes de las ondas especulares con fase aleatoria,  $\xi$  es una VA Nakagami- $m$  que representa la fluctuación de las componentes especulares y  $V_d \sim N_{\mathbb{C}}(0, 2\sigma^2)$ . Deriva del modelo TWDP (*Two-Wave with Diffuse Power*), en el que las amplitudes de las componentes especulares son deterministas y cuya caracterización estadística es mucho más complicada [Durgin2002].

Tiene tres parámetros:  $K (\geq 0)$ , que representa el cociente entre la potencia media en las componentes especulares respecto a la componente difusa (similar al  $K$  de Rice),  $m (> 0)$ , relacionado con el grado de fluctuación de las componentes especulares, y  $\Delta$  (con  $0 \leq \Delta \leq 1$ ), que expresa la similitud entre las potencias medias de las dos componentes especulares. Cuando las magnitudes de ambas son iguales,  $\Delta = 1$ , mientras que si una de ellas es cero,  $\Delta = 0$ .

$$K = \frac{V_1^2 + V_2^2}{2\sigma^2}, \quad (2.44)$$

$$\Delta = \frac{2V_1^2 V_2^2}{V_1^2 + V_2^2}. \quad (2.45)$$

Cuando  $m$  toma valores naturales, se tiene:

$$\begin{aligned} f_{\gamma}(\gamma) = & \frac{(1+K)m^m}{\bar{\gamma} 2^{m-1} [(m+K)^2 - K^2 \Delta^2]^{m/2}} \sum_{q=0}^{(m-1)/2} (-1)^q C_q^{m-1} \left( \frac{m+K}{\sqrt{(m+K)^2 - K^2 \Delta^2}} \right)^{m-1-2q} \\ & \times \Phi_2 \left( 1 + 2q - m, m - q - \frac{1}{2}, m - q - \frac{1}{2}, 1 - m; 1; \right. \\ & \left. -\frac{m(1+K)\gamma}{m+K} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}, -\frac{m(1+K)}{m+K(1+\Delta)} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}, -\frac{m(1+K)}{m+K(1-\Delta)} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}, -(1+K) \frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \right), \end{aligned} \quad (2.46)$$

donde

$$\begin{aligned} C_q^{m-1} &= \frac{(2m-2-2q)!}{q!(m-1-q)!(m-1-2q)!}, \\ q &= \sqrt{\frac{1+K(1-\Delta)}{1+K(1+\Delta)}}, \end{aligned}$$

y  $\Phi_2(\cdot)$  es la función hipergeométrica confluyente de dos variables (A.15). Para  $m$  real, consultar [RomeroJ2017] y [Zhang2018].

Se puede emplear en escenarios NLoS y LoS. Incluye como casos particulares, dentro de los modelos vistos anteriormente, a los modelos Gaussiano unilateral ( $\Delta = 1$ ,  $K \rightarrow \infty$ ,  $m = 1$ ), Rayleigh ( $\Delta = 0$  y  $K = 0$ ), Nakagami- $m$  ( $\Delta = 0$  y  $K \rightarrow \infty$ ), Hoyt ( $m = 1$ ), Rice ( $\Delta = 0$  y  $m \rightarrow \infty$ ) y Ricean shadowed ( $\Delta = 0$ ).

<sup>14</sup> Una componente especular se corresponde con una única onda, como puede ser la componente LoS o una onda procedente de una reflexión directa.

## 2.4. Parámetros de prestaciones

El entorno en el que se centra este trabajo se corresponde con un canal de comunicaciones inalámbrico con desvanecimiento plano, donde transmisor y receptor disponen de un único transductor (SISO). Se trabaja con el equivalente complejo paso bajo de la señal recibida para cada símbolo,  $y[n]$ , y del ruido más interferencias,  $z[n]$ , aunque en los desarrollos y expresiones se prescinde del índice temporal  $[n]$  por simplicidad.

En los sistemas inalámbricos, los desvanecimientos que experimenta la señal en el canal condicionan en gran medida el nivel recibido. Existen distintos parámetros para medir las prestaciones de estos sistemas, asociados con la capacidad para transportar información, con la probabilidad de error en la comunicación, con la posibilidad de interrupción del servicio o con la frecuencia y duración de los desvanecimientos. A continuación, se describen los parámetros de prestaciones utilizados en esta tesis.

### 2.4.1. Relación señal a ruido: SNR

La relación señal a ruido (*Noise to Signal Ratio*, SNR) media es el parámetro de prestaciones más conocido en un sistema de comunicaciones y una de sus especificaciones más importantes. Representa la relación entre la potencia media de la señal frente a la potencia media de ruido en un punto de referencia del receptor,

$${}_{\text{A}}\text{SNR} \triangleq \frac{\mathbb{E}[|y|^2]}{\mathbb{E}[|v|^2]} = \bar{\gamma}, \quad (2.47)$$

donde  $v$  se asume ruido blanco gaussiano y circularmente simétrico.

La forma más apropiada de determinar este parámetro en un sistema sujeto a desvanecimientos es evaluando su valor medio a partir de la SNR instantánea,  ${}_{\text{I}}\text{SNR}$  o  $\gamma$  definida en (2.28), y su PDF, escribiéndose como

$$\bar{\gamma} = \mathbb{E}[\gamma] = \int_0^{\infty} \gamma f_{\gamma}(\gamma) d\gamma. \quad (2.48)$$

Dada la relación que existe entre la función generadora de momentos (*Moment Generating Function*, MGF) y la PDF,

$$\mathcal{M}_{\gamma}(s) = \int_0^{\infty} f_{\gamma}(\gamma) e^{s\gamma} d\gamma, \quad (2.49)$$

si se toma la primera derivada de (2.49) con respecto a  $s$  y se evalúa el resultado en  $s = 0$ , se comprueba que corresponde con  $\mathbb{E}[\gamma]$ , por lo que la SNR media también se puede escribir

$$\bar{\gamma} = \mathbb{E}[\gamma] = \left. \frac{d\mathcal{M}_{\gamma}(s)}{ds} \right|_{s=0}. \quad (2.50)$$

Si se conoce la MGF de  $\gamma$ , se puede determinar la SNR media de una forma directa y sencilla.



Muchos parámetros de prestaciones utilizan como base la SNR media y algunos, en sus definiciones matemáticas, incluyen el  $k$ -ésimo momento normalizado de la relación SNR instantánea, definido como

$$M(k) \triangleq \frac{\mathbb{E}[\gamma^k]}{\bar{\gamma}^k} = \int_0^\infty \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^k f_\gamma(\gamma) d\gamma. \quad (2.51)$$

#### 2.4.1.1. Relación señal a ruido más interferencia: SINR

Cuando, además del ruido, existen elementos o mecanismos, internos o externos, que generan señales que pueden afectar negativamente a la comunicación, estas señales no deseadas se suman con el ruido como factores que degradan la calidad de la transmisión. Se define la relación señal a ruido más interferencia (*Signal to Interference plus Noise Ratio*, SINR) media como el cociente entre la potencia media de señal deseada en recepción y la suma de las potencias de ruido (térmico y otros) y de señales interferentes no deseadas, medidas todas en un punto de referencia del receptor [DEI]

$${}_A\text{SINR} \triangleq \frac{\mathbb{E}[|y|^2]}{\mathbb{E}[|z|^2]}, \quad (2.52)$$

donde  $z = v + w$ , con  $v$  ruido blanco gaussiano y circularmente simétrico y  $w$  la señal compuesta por todas las interferencias.

Si se conoce la PDF de la SINR instantánea ( ${}_i\text{SINR}$ ), la SINR media se puede determinar de forma equivalente a (2.48).

Cuando existen muchos interferentes, se puede considerar, aplicando el teorema del límite central, que la suma de las potencias recibidas de ellos sigue una distribución gaussiana.

#### 2.4.1.2. Relación señal a interferencia: SIR

Cuando las interferencias son el factor predominante en la degradación de la transmisión, se puede obviar el ruido y definir la relación señal a interferencia (*Signal Interference Ratio*, SIR) media como el cociente entre la potencia media de la señal deseada en recepción y la suma de las potencias de señales interferentes no deseadas medidas todas en un punto de referencia del receptor [DEI]

$${}_A\text{SIR} \triangleq \frac{\mathbb{E}[|y|^2]}{\mathbb{E}[|w|^2]}, \quad (2.53)$$

donde  $w$  es la señal compuesta por todas las interferencias.

Si se conoce la PDF de la SIR instantánea ( ${}_i\text{SIR}$ ), la SIR media se puede determinar de forma equivalente a (2.48).

#### 2.4.2. Probabilidad de interrupción: OP

Para una correcta recepción es habitual establecer tanto un nivel mínimo de potencia de señal como una aceptable relación señal a ruido/interferencia. Cuando esto no se consigue,

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

se produce una interrupción del servicio. La probabilidad de bloqueo o interrupción (*Outage Probability*, OP) caracteriza la probabilidad de pérdida de datos dentro de la zona de cobertura o, de forma equivalente, un desvanecimiento profundo. También se puede interpretar como la probabilidad de que la relación señal a ruido instantánea,  $\gamma$ , esté por debajo de cierto umbral,  $\gamma_{th}$ , que permitiría mantener una tasa de error objetivo (que depende de la velocidad de transmisión, la codificación, la modulación, etc.).

Matemáticamente se define como [Simon2005, (1.4)]

$$OP \triangleq \Pr\{\gamma < \gamma_{th}\} = \int_0^{\gamma_{th}} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma = F_{\gamma}(\gamma_{th}), \quad (2.54)$$

lo que equivale a la función de distribución de  $\gamma$  (*Cumulative Distribution Function*, CDF),  $F_{\gamma}(\gamma)$ , evaluada en  $\gamma = \gamma_{th}$ .

### 2.4.2.1. Probabilidad de interrupción asintótica: aOP

Cuando  $\gamma_{th} \ll \bar{\gamma}$ , la probabilidad de bloqueo puede aproximarse por la probabilidad de bloqueo asintótica, aOP, definida como [Wang2003]

$$aOP \triangleq \Delta_{PO} \left( \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}} \right)^d \approx OP_{\gamma_{th} \ll \bar{\gamma}}, \quad (2.55)$$

donde  $d > 0$  suele denotarse como el orden de diversidad y  $\Delta_{PO} > 0$  es un factor de compensación en potencia. El orden de diversidad cuantifica la pendiente asintótica de la curva de la probabilidad de bloqueo frente a la SNR utilizando escala logarítmica en ambas magnitudes.

### 2.4.3. Grado de desvanecimiento: AoF

El grado de desvanecimiento (*Amount of Fading*, AoF) proporciona una figura cuantitativa de los desvanecimientos en el canal y evalúa el efecto del *fading* sobre el rendimiento global del sistema. Se trata de una medida de la dispersión de la relación señal a ruido instantánea en el receptor [Shankar2012]. Dado que la existencia de un camino directo reduce los desvanecimientos en el canal, también disminuye el AoF. Si AoF = 0, representa que el canal no experimenta desvanecimientos y la señal recibida es determinista. Cuanto mayor sea el AoF, más profundos serán los desvanecimientos.

Matemáticamente se define a partir de los momentos de primer y segundo orden de  $\gamma$

$$AoF \triangleq \frac{\mathbb{V}[\gamma]}{(\mathbb{E}[\gamma])^2} = \frac{\mathbb{E}[\gamma^2] - \bar{\gamma}^2}{\bar{\gamma}^2}. \quad (2.56)$$

Al depender directamente de la varianza de la distribución de  $\gamma$ , está relacionado con la pendiente de la curva de su función de distribución,  $F_{\gamma}(\gamma)$ . Cuanto mayor sea la pendiente de  $F_{\gamma}(\gamma)$ , menor varianza tendrá  $\gamma$  y, por tanto, el AoF será más pequeño.

Usando la relación de  $\gamma$  con la ganancia en potencia del canal (2.30) ( $\gamma = \bar{\gamma} \frac{\alpha^2}{\Omega}$ ), también

se puede escribir como

$$\text{AoF} = \frac{\mathbb{V}[\alpha^2]}{\Omega^2}, \quad (2.57)$$

por lo que es posible conocer el AoF que presenta el canal a partir de medidas de la potencia recibida, promediando en un periodo largo y estimando los momentos.

Cuando el canal se caracteriza con un modelo estadístico, puede expresarse en términos de la MGF de  $\gamma$ ,  $\mathcal{M}_\gamma(s)$ , como [Simon2005, (1.28)]

$$\text{AoF} = \frac{\frac{d^2 \mathcal{M}_\gamma(s)}{ds^2} \Big|_{s=0} - \left( \frac{d \mathcal{M}_\gamma(s)}{ds} \Big|_{s=0} \right)^2}{\left( \frac{d \mathcal{M}_\gamma(s)}{ds} \Big|_{s=0} \right)^2}, \quad (2.58)$$

o, también, usando la definición de (2.51)

$$\text{AoF} = \frac{\mathbb{E}[\gamma^2]}{\bar{\gamma}^2} - 1 = M(2) - 1. \quad (2.59)$$

#### 2.4.4. Capacidad ergódica: $C$

La capacidad de un canal está relacionada con la máxima velocidad a la que se puede transmitir información de forma fiable [Shannon1948]. Cuando existen desvanecimientos no se puede obtener con una sencilla fórmula, dado que depende de lo que se conozca sobre el comportamiento del canal en el transmisor y/o en el receptor. Este trabajo se centra en la capacidad ergódica o capacidad de Shannon, que corresponde a situaciones en las que el transmisor y el receptor conocen la distribución del *fading*,  $f_\gamma(\gamma)$ , y el receptor, además, su envolvente en cualquier instante de tiempo. Esta capacidad determina la máxima velocidad de transmisión por el canal con una probabilidad de error que puede hacerse tan pequeña como se desee.

La expresión para determinar la capacidad ergódica (en bit/s)<sup>15</sup> es un promediado estadístico dado por [Goldsmith2005, (4.4)]

$$C \triangleq \mathbb{E} [B \log_2(1 + \gamma)] = \int_0^\infty B \log_2(1 + \gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma, \quad (2.60)$$

donde  $B$  es el ancho de banda del canal. Esta métrica se corresponde con una velocidad de transmisión constante, es decir, el transmisor no adapta su estrategia de transmisión según el estado del canal. Además, se supone que la transmisión dura un periodo suficientemente largo como para verse afectada por todos los posibles estados del canal.

Por la desigualdad de Jensen [Goldsmith2005, (4.5)]

$$C = \int_0^\infty B \log_2(1 + \gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma \leq B \log_2(1 + \mathbb{E}[\gamma]) = B \log_2[1 + \bar{\gamma}] = C^{\text{AWGN}}, \quad (2.61)$$

se observa que la capacidad ergódica está acotada por la capacidad de una canal con ruido gaussiano,  $C^{\text{AWGN}}$ , que tenga la misma  $\bar{\gamma}$ . Los estados más negativos del canal tienden a

<sup>15</sup> También se utilizará la notación bps para representar bit/s.

## 2. Modelos de canal inalámbrico con desvanecimientos

reducir la capacidad ergódica, ya que la estrategia de transmisión debe tenerlos en cuenta. Generalmente  $C^{\text{AWGN}}$  se considera un límite superior para la velocidad de transmisión que se puede obtener en un sistema real sin tener en cuenta el retardo o la complejidad del codificador y del decodificador.

Si se expresa la capacidad ergódica sin la dependencia con el ancho de banda, se puede hablar de **eficiencia espectral** o **capacidad normalizada** (en bps/Hz), resultando

$$C_e \triangleq \mathbb{E} [\log_2(1 + \gamma)] = \int_0^\infty \log_2(1 + \gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma. \quad (2.62)$$

Con frecuencia en el texto se utilizarán  $C$  y  $C_e$  como sinónimos, pues son equivalentes a diferencia de la constante  $B$  y las unidades, y de forma general se denotará como  $C$ .

### 2.4.4.1. Capacidad ergódica asintótica: $aC$

En muchos de los modelos de canal con *fading*, las expresiones para la capacidad ergódica resultan complicadas y suelen requerir el uso de funciones Meijer-G (véase Anexo B). Cuando  $\bar{\gamma}$  es suficientemente grande ( $\bar{\gamma} \gg 1$ ), la capacidad ergódica se puede aproximar por la capacidad asintótica (en bps/Hz), que representa un límite inferior, definida como [Yilmaz2012]

$$aC \triangleq \log_2(\bar{\gamma}) - L_c \approx C_{\bar{\gamma}\uparrow}, \quad (2.63)$$

que es asintóticamente exacta, y donde  $L_c \geq 0$  es una constante independiente de  $\bar{\gamma}$  dada por

$$L_c \triangleq -\log_2(e) \left. \frac{dM(k)}{dk} \right|_{k=0} = -\log_2(e) M'(0), \quad (2.64)$$

con  $M(k)$  definido según (2.51).

$L_c$  puede interpretarse como una pérdida de capacidad respecto al caso de canal AWGN, dado que la presencia de desvanecimientos hace que  $L_c > 0$ . Cuando no hay desvanecimientos,  $L_c = 0$  y  $aC$  tiende a  $C^{\text{AWGN}}$  si  $\bar{\gamma} \rightarrow \infty$  [MorenoP2016].

## 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

### 3.1. Descripción del modelo

EL modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fue introducido por [Paris2014], y poco tiempo después en un estudio independiente por [Cotton2014], como una generalización del modelo  $\kappa$ - $\mu$  propuesto por [Yacoub2007].

Este modelo considera que la señal transmitida se propaga por el canal como *clusters*, estando cada uno constituido por ondas multicamino, con potencias equivalentes, y una componente dominante con determinada potencia que puede fluctuar. Dentro de cada *cluster*, las ondas tienen fases aleatorias y retardos similares, pero los retardos entre distintos grupos se consideran relativamente grandes. Asumiendo que la potencia total es la suma de las potencias de cada *cluster*, la ganancia en potencia del canal,  $\alpha^2$ , se puede expresar en función de las componentes en fase y cuadratura de  $g$  (2.21) como [Paris2014]

$$\alpha^2 = \sum_{i=1}^n (X_i + \xi p_i)^2 + (Y_i + \xi q_i)^2, \quad (3.1)$$

donde  $n$  es un número natural,  $X_i$  e  $Y_i$  son procesos Gaussianos independientes (con  $\mathbb{E}[X_i] = \mathbb{E}[Y_i] = 0$  y  $\mathbb{E}[X_i^2] = \mathbb{E}[Y_i^2] = \sigma^2$ ),  $p_i$  y  $q_i$  son números reales, y  $\xi$  es una variable aleatoria Nakagami- $m$  que representa la fluctuación de las componentes dominantes, con  $\mathbb{E}[\xi^2] = 1$ .

Cada término de la suma representa un *cluster*, siendo así  $n$  el número de *clusters*. Esta situación físicamente se correspondería con un sistema SIMO con  $n$  transductores<sup>1</sup> independientes en el que se utiliza la técnica de diversidad espacial MRC. Para cada *cluster*,  $X_i + jY_i$  modela a su componente difusa (con potencia  $2\sigma^2$ ), y  $\xi p_i + j\xi q_i$  a su componente dominante (con potencia  $p_i^2 + q_i^2$  dado que  $\xi$  está normalizada en potencia). Todas las componentes dominantes experimentan la misma fluctuación, dada por la VA real  $\xi$ . Ésta se puede considerar una situación natural en distintos escenarios inalámbricos. Cuando los obstáculos están cerca del transmisor o del receptor, estas componentes viajan por entornos similares la mayor parte del trayecto y las fluctuaciones que pudieran existir les afectarán al mismo tiempo. Representa, por ejemplo, el ensombrecimiento del cuerpo de una persona cuando se mueve durante una comunicación móvil, las fluctuaciones que experimenta el rayo directo en un canal UAC debido a las corrientes y turbulencias del agua, o perturbaciones electromagnéticas como el centelleo ionosférico para comunicaciones por satélite [RomeroJ2017].

<sup>1</sup> Antenas o hidrófonos, según el entorno de propagación.

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

Para determinar la potencia recibida, hay que conocer la potencia asociada a las componentes difusas de todos los *clusters*,  $2\sigma^2n$ , y a las componentes dominantes  $b^2 = \sum_{i=1}^n p_i^2 + q_i^2$ , de modo que  $\Omega = E[\alpha^2] = b^2 + 2\sigma^2n$ . Como se justifica en [Paris2014],  $n$  puede sustituirse por la extensión real no negativa  $\mu$  para conseguir una distribución más general y flexible, aunque se pierde la interpretación física. Al caso de  $\mu$  natural lo denominaremos *modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed físico*.

Los parámetros del modelo son:

- $\mu$  ( $\geq 0.5$ ) que, si es natural, representa el número de *clusters* que llegan al receptor para un sistema SIMO con  $\mu$  transductores independientes en el que se aplica la técnica de diversidad espacial MRC. Para  $\mu$  no natural o para un sistema SISO, como es nuestro caso, pierde el sentido físico y es un grado extra de libertad que permite mejorar el ajuste con las medidas empíricas del escenario.
- $\kappa$  ( $\geq 0$ ) que representa el cociente entre la potencia en las componentes dominantes y la potencia en las componentes difusas,  $\kappa = b^2/(2\sigma^2\mu)$ .
- $m$  ( $> 0$ ) asociado al grado de fluctuación de las componentes dominantes<sup>2</sup>. Cuanto mayor es  $m$ , menor variación sufrirán estas componentes. Con  $m \rightarrow \infty$  se convierten en deterministas.

Se trata de un modelo muy flexible que se adapta a condiciones de desvanecimiento tanto muy leves como peores que las asociadas al modelo de Rayleigh, cubriendo escenarios LoS y NLoS. Además, proporciona un buen ajuste para medidas en distintos entornos como comunicaciones D2D (dispositivo a dispositivo) [Cotton2015], comunicaciones móvil-satélite [Paris2014], redes 5G [Chun2017a, ElHalawany2020], o comunicaciones acústicas subacuáticas [Paris2014], [Sanchez2014].

#### 3.1.1. Caracterización estadística del modelo

Una de las ventajas del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed es que las funciones más relevantes para su caracterización estadística presentan expresiones analíticas cerradas. En las expresiones presentadas a continuación, se utiliza como variable la relación señal a ruido instantánea,  $\gamma$ , y los parámetros son:  $\kappa$ ,  $\mu$  y  $m$ , junto con la SNR media  $\bar{\gamma}$ .

##### 3.1.1.1. Caracterización estadística para parámetros reales

Las funciones estadísticas más importantes asociadas con esta distribución, cuando sus parámetros pueden tomar cualquier valor, están detalladas en [Paris2014].

- La función densidad de probabilidad o PDF

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{\mu^{\mu} m^m (1 + \kappa)^{\mu}}{\Gamma(\mu) \bar{\gamma} (\mu\kappa + m)^m} \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{\mu-1} e^{-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}} {}_1F_1\left(m; \mu; \frac{\mu^2\kappa(1+\kappa)\gamma}{\mu\kappa + m} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad (3.2)$$

<sup>2</sup> En rigor, la distribución Nakagami- $m$  se define para  $m \geq 0.5$ . No obstante, para hacer más general el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, se han considerado también valores de  $m \in (0, 0.5)$ . En estos casos, la PDF es válida, existen los momentos, pero no sigue la forma concreta dada por Nakagami- $m$ .

donde  ${}_1F_1(\cdot)$  es la función hipergeométrica confluyente (A.13) y  $\Gamma(z)$  la función Gamma de parámetro real (A.3).

- La función distribución de probabilidad o CDF

$$F_\gamma(\gamma) = \frac{\mu^{\mu-1} m^m (1+\kappa)^\mu}{\Gamma(\mu) (\mu\kappa+m)^m} \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^\mu \Phi_2\left(\mu-m, m; \mu+1; -\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}, -\frac{\mu(1+\kappa)m\gamma}{\mu\kappa+m\bar{\gamma}}\right), \quad (3.3)$$

donde  $\Phi_2(\cdot)$  es la función hipergeométrica confluyente de dos variables (A.15).

- La función generadora de momentos o MGF

$$\mathcal{M}_\gamma(s) \triangleq \mathbb{E}[e^{\gamma s}] = \frac{(-\mu)^\mu m^m (1+\kappa)^\mu}{\bar{\gamma}^\mu (\mu\kappa+m)^m} \frac{\left(s - \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}}\right)^{m-\mu}}{\left(s - \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}} \frac{m}{\mu\kappa+m}\right)^m}. \quad (3.4)$$

### 3.1.1.2. Caracterización estadística para $\mu$ y $m$ naturales

Cuando los parámetros  $\mu$  y  $m$  toman valores naturales, la PDF y la CDF del modelo se pueden expresar en términos de un número finito de funciones elementales, en concreto como una combinación lineal de distribuciones Nakagami- $m$  al cuadrado, como se detalla en [LopezM2017].

Esta representación permite ventajas importantes desde el punto de vista computacional y para la determinación de parámetros de prestaciones como la capacidad o la probabilidad de interrupción, mientras que apenas afecta al ajuste con las medidas, pues el modelo sigue teniendo grados de libertad suficientes.

Una forma compacta y unificada de escribir estas dos funciones es [LopezM2017]

- La función densidad de probabilidad o PDF

$$f_\gamma(\gamma) = \sum_{i=0}^M c_i \frac{\gamma^{m_i-1}}{(m_i-1)!} \frac{1}{\Omega_i^{m_i}} e^{-\frac{\gamma}{\Omega_i}}, \quad (3.5)$$

- La función distribución de probabilidad o CDF

$$F_\gamma(\gamma) = 1 - \sum_{i=0}^M c_i e^{-\frac{\gamma}{\Omega_i}} \sum_{r=0}^{m_i-1} \frac{1}{r!} \left(\frac{\gamma}{\Omega_i}\right)^r, \quad (3.6)$$

donde  $c_i$ ,  $m_i$ ,  $M$  y  $\Omega_i$  se expresan en la Tabla 3.1 en términos de los parámetros del modelo.

Cuando se hable del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed físico, aunque éste sólo requiere que  $\mu$  sea natural, en general se utilizarán las expresiones anteriores.

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

Tabla 3.1.: Parámetros para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed con  $\mu$  y  $m$  naturales.

Caso $\mu > m$	Caso $\mu \leq m$
$M = \mu$	$M = m - \mu$
$c_i = \begin{cases} 0 & i = 0 \\ (-1)^m \binom{m+i-2}{i-1} \times \left[ \frac{m}{\mu\kappa+m} \right]^m \left[ \frac{\mu\kappa}{\mu\kappa+m} \right]^{-m-i+1} & 0 < i \leq \mu - m \\ (-1)^{i-\mu+m-1} \binom{i-2}{i-\mu+m-1} \times \left[ \frac{m}{\mu\kappa+m} \right]^{i-\mu+m-1} \left[ \frac{\mu\kappa}{\mu\kappa+m} \right]^{-i+1} & \mu - m < i \leq \mu \end{cases}$	$c_i = \binom{m-\mu}{i} \left[ \frac{m}{\mu\kappa+m} \right]^i \left[ \frac{\mu\kappa}{\mu\kappa+m} \right]^{m-\mu-i}$
$m_i = \begin{cases} \mu - m - i + 1, & 0 \leq i \leq \mu - m \\ \mu - i + 1 & \mu - m < i \leq \mu \end{cases}$	$m_i = m - i$
$\Omega_i = \begin{cases} \frac{\bar{\gamma}}{\mu(1+\kappa)}, & 0 \leq i \leq \mu - m \\ \frac{\mu\kappa+m}{m} \frac{\bar{\gamma}}{\mu(1+\kappa)} & \mu - m < i \leq \mu \end{cases}$	$\Omega_i = \frac{\mu\kappa+m}{m} \frac{\bar{\gamma}}{\mu(1+\kappa)}$

#### 3.1.2. Relación con otros modelos estadísticos de canal

El modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed incluye a las distribuciones más utilizadas para el modelado estadístico del canal inalámbrico. En [Paris2014] se establece la relación con los modelos de canal Rayleigh, Gaussiano unilateral, Nakagami- $m$ , Rice, Ricean shadowed y  $\kappa$ - $\mu$ . Posteriormente, en [MorenoP2016] se justifica que, usando los parámetros relacionados con el ensombrecimiento de las componentes dominantes para recrear la propagación en condiciones no homogéneas (que originan potencia recibida diferente en las componentes en fase y cuadratura), se conectan las distribuciones  $\kappa$ - $\mu$  y  $\eta$ - $\mu$ . De manera que se establece la conexión del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed con las distribuciones Nakagami- $q$  (Hoyt) y  $\eta$ - $\mu$ .

La versatilidad del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed se pone de manifiesto al comprobar la variedad de situaciones que cubren los modelos que derivan de ella:

- Escenarios LoS (Rice,  $\kappa$ - $\mu$  y Ricean shadowed) y NLoS (resto).
- Componentes LoS con fluctuación (Ricean shadowed) o determinista (Rice,  $\kappa$ - $\mu$ ).
- Contribución a la potencia recibida de varios *clusters* (Nakagami- $m$ ,  $\kappa$ - $\mu$  y  $\eta$ - $\mu$ ) o solo uno (resto).
- Escenarios con condiciones de propagación no homogéneas (Gaussiano unilateral, Hoyt y  $\eta$ - $\mu$ ) y homogéneas (resto).

En la Tabla 3.2 se presentan los valores reales y positivos o tendencias límites que toman los parámetros del modelo  $\kappa$ ,  $\mu$  y  $m$  para adaptarse a cada una de las distribuciones comentadas. Los parámetros subrayados se corresponde con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y el resto con el modelo derivado. Esta conexión resulta muy útil, puesto que al derivar cualquier parámetro de prestaciones del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, se está resolviendo el mismo problema para el resto de distribuciones con un esfuerzo mucho menor [MorenoP2016]:

- Haciendo  $m \rightarrow \infty$  se elimina el ensombrecimiento de la componente dominante de cada *cluster* y se consigue la distribución  $\kappa$ - $\mu$ . Si, además,  $\mu = 1$ , un único *cluster*, se convierte en Rice.



Tabla 3.2.: Modelos de canal derivados de la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.

Modelo de canal	Valor de parámetros del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed
Gaussiano unilateral	a) $\underline{\mu}=0.5, \underline{\kappa}\rightarrow 0$ b) $\underline{\mu}=0.5, \underline{m}=0.5$
Rayleigh	a) $\underline{\mu}=1, \underline{\kappa}\rightarrow 0$ b) $\underline{\mu}=1, \underline{m}=1$
Nakagami- $m$	a) $\underline{\mu}=m, \underline{\kappa}\rightarrow 0$ b) $\underline{\mu}=m, \underline{m}=m$
Nakagami- $q$ (Hoyt)	$\underline{\mu}=1, \underline{\kappa}=\frac{1-q^2}{2q^2}, \underline{m}=0.5$
Rice	$\underline{\mu}=1, \underline{\kappa}=K, \underline{m}\rightarrow\infty$
$\kappa$ - $\mu$	$\underline{\mu}=\mu, \underline{\kappa}=\kappa, \underline{m}\rightarrow\infty$
$\eta$ - $\mu$	$\underline{\mu}=2\mu, \underline{\kappa}=\frac{1-\eta}{2\eta}, \underline{m}=\mu$
Ricean shadowed	$\underline{\mu}=1, \underline{\kappa}=K, \underline{m}=m$

- Haciendo  $\kappa \rightarrow 0$  se eliminan todas las componentes dominantes del modelo, quedando sólo las componentes difusas, todas con la misma potencia, y se consigue la distribución Nakagami- $m$ . Si, además,  $\mu = 1$  deriva a Rayleigh y para  $\mu = 0.5$  a Gaussiano unilateral.
- Con valores concretos de los parámetros se consiguen las demás: Ricean shadowed, Nakagami- $q$  y  $\eta$ - $\mu$ .

### 3.2. Probabilidad de interrupción

La probabilidad de interrupción representa la probabilidad de que no llegue al receptor la potencia mínima para mantener una determinada tasa de error y que, por tanto, se produzca una interrupción del servicio (más detalles en el apartado 2.4.2). Viene dada por (2.54), siendo para el caso de parámetros de *fading* reales

$$\begin{aligned}
 \text{OP} &= F_{\gamma}(\gamma_{th}) = \\
 &= \frac{\mu^{\mu-1} m^m (1+\kappa)^{\mu}}{\Gamma(\mu) (\mu\kappa+m)^m} \left( \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}} \right)^{\mu} \Phi_2 \left( \mu - m, m; \mu + 1; -\frac{\mu(1+\kappa)\gamma_{th}}{\bar{\gamma}}, -\frac{\mu(1+\kappa)m\gamma_{th}}{\mu\kappa+m\bar{\gamma}} \right),
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

donde  $\Phi_2(\cdot)$  es la función hipergeométrica confluyente de dos variables (A.15). Para el modelo físico, se utiliza (3.6) para  $F_{\gamma}(\gamma)$ .

Cuando  $\bar{\gamma} \gg \gamma_{th}$ , en (2.54) la función  $\Phi_2(\cdot) \rightarrow 1$ , resultando la probabilidad de interrupción

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

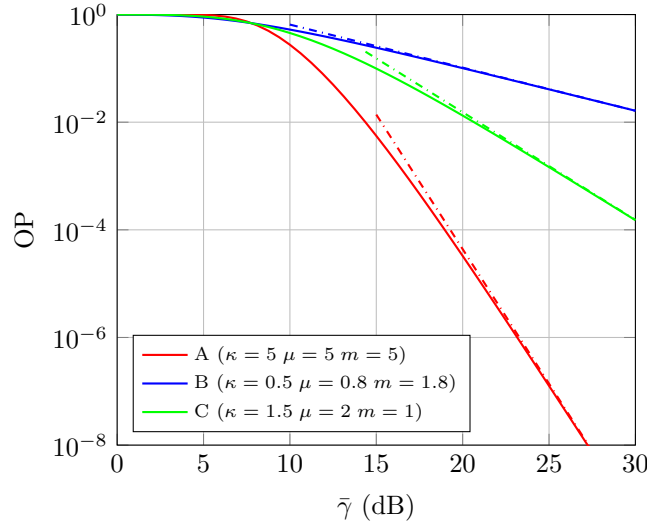


Figura 3.1.: Probabilidad de interrupción (trazo continuo) y su tendencia asintótica para alta SNR (trazo discontinuo).

ción asintótica como [Paris2014]

$$\text{aOP} = \frac{1}{\Gamma(1 + \mu)} \frac{\mu^\mu m^m (1 + \kappa)^\mu}{(\mu\kappa + m)^m} \left( \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}} \right)^\mu. \quad (3.8)$$

Comparando términos con (2.55), se obtiene que el orden de diversidad es  $d = \mu$  y el factor de compensación en potencia

$$\Delta_{\text{PO}} = \frac{1}{\Gamma(1 + \mu)} \frac{\mu^\mu m^m (1 + \kappa)^\mu}{(\mu\kappa + m)^m}. \quad (3.9)$$

En las siguientes figuras se muestra el comportamiento de la OP y aOP del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed. Los valores de los parámetros usados en este capítulo no corresponden a canales reales, sino que se han elegido como ejemplos de distintas situaciones que el modelo puede cubrir.

En la Fig. 3.1 se presenta la variación de la OP con la SNR media para varios conjuntos de valores de los parámetros de *fading* del modelo<sup>3</sup>, suponiendo  $\gamma_{th} = 7$ . El caso A se relaciona con un escenario de alta potencia en las componentes dominantes ( $\kappa = 5$ ), un nivel de fluctuación medio ( $m = 5$ ) y cinco *clusters* ( $\mu = 5$ ). El caso B tiene un nivel muy bajo de potencia en las componentes dominantes ( $\kappa = 0.5$ ), un nivel de fluctuación alto ( $m = 1.8$ ) y un valor no físico para  $\mu$  (0.8). Por último, el caso C presenta un nivel bajo de potencia LoS ( $\kappa = 1.5$ ), una fluctuación mayor ( $m = 1$ ) y dos *clusters* ( $\mu = 2$ ). De forma general, cuanto mayor es la pendiente de la curva de OP, menores serán los desvanecimientos en el canal. Por tanto, según se aprecia en las curvas, el escenario con menos desvanecimientos sería el A y, con más, el B.

<sup>3</sup> La justificación de la elección de los valores para  $\kappa$ ,  $\mu$  y  $m$  se indica en el apartado 3.4. Se ha tomado como umbral una probabilidad de error de bit menor de  $10^{-2}$  suponiendo un modulador coherente BPSK o QPSK sin codificación de canal.

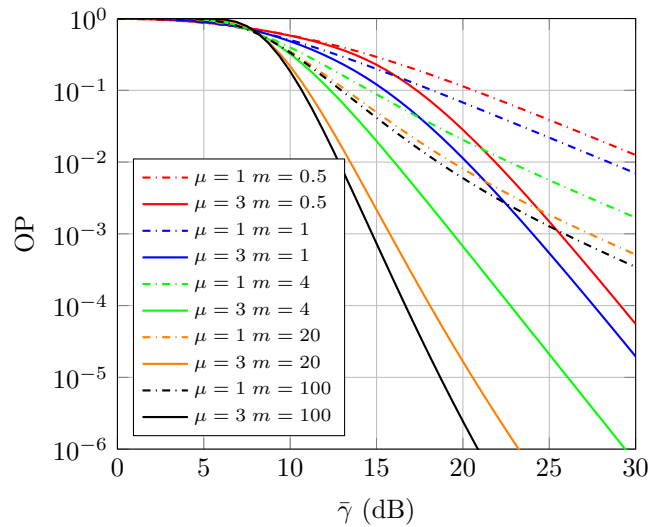


Figura 3.2.: Variación de la probabilidad de interrupción respecto a  $\mu$  y  $m$  para  $\kappa = 5$ .

En la misma Fig. 3.1, se representan las curvas de aOP para cada escenario, poniéndose de manifiesto la exactitud de los valores de aOP y OP cuando  $\bar{\gamma}$  es suficientemente alta. La coincidencia se consigue para valores más bajos de  $\bar{\gamma}$  cuanto menor es la pendiente, lo que equivale a mayores desvanecimientos. En este caso, el escenario B requiere menor  $\bar{\gamma}$ .

Como ejemplo de la influencia de los parámetros del modelo en la OP, la Fig. 3.2 muestra situaciones con una importante proporción de la potencia recibida en las componentes dominantes con diferentes grados de fluctuación. Se ha elegido  $\kappa = 5$  para que sea apreciable el impacto de  $m$ , puesto que en escenarios de bajo LoS,  $m$  apenas tiene transcendencia. Los resultados, como era de esperar, ponen de manifiesto que un menor ensombrecimiento de las componentes dominantes (alta  $m$ ) consigue una disminución del *fading*, lo que se refleja en una mayor pendiente en la curva de la OP (de forma equivalente a lo que ocurriría con la CDF). Las líneas continuas representan situaciones de recepción de tres *clusters* ( $\mu = 3$ ) y las líneas discontinuas de un único *cluster* ( $\mu = 1$ ). Se observa una considerable mayor OP en zona de alta  $\bar{\gamma}$  para  $\mu = 1$ , que corrobora el beneficio de utilizar varios transductores en recepción<sup>4</sup>, en este ejemplo tres pues  $\mu = 3$ . El nivel de fluctuación influye de forma más notable cuando  $\mu > 1$ . Para zona de alta SNR media, por encima de 20 dB, cuando  $\mu = 3$  se aprecia una diferencia de unos cuatro órdenes de magnitud entre situaciones límites de mucha fluctuación ( $m = 0.5$ ) o casi nula ( $m = 100$ ), mientras que para  $\mu = 1$ , es poco más de un orden de magnitud. Otro aspecto reseñable de la Fig. 3.2 es que la representación de muy bajo ensombrecimiento, alto  $m$ , se puede asociar con  $m = 20$ , pues no hay una variación importante respecto a  $m = 100$ , especialmente para  $\mu = 1$  que son los escenarios que se estudiarán en el capítulo 4, mientras que la carga computacional asociada resulta muy relevante.

<sup>4</sup> Antenas o hidrófonos, según el entorno de propagación.

### 3.3. Grado de desvanecimiento

Para determinar la expresión del AoF del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed se utiliza la definición dada en (2.58) junto con la MGF del modelo en (3.4). En un primer paso, se encuentra el estadístico de segundo orden  $\mathbb{E}[\gamma^2]$ ,

$$\mathbb{E}[\gamma^2] = \frac{d^2 \mathcal{M}_\gamma(s)}{ds^2} \Big|_{s=0} = \frac{\bar{\gamma}^2}{m \mu (1 + \kappa)^2} [m(1 + \mu)(1 + 2\kappa) + \mu \kappa^2 (1 + m)], \quad (3.10)$$

y con él la varianza de  $\gamma$ ,

$$\mathbb{V}[\gamma] = \mathbb{E}[\gamma^2] - \mathbb{E}[\gamma]^2 = \mathbb{E}[\gamma^2] - \bar{\gamma}^2 = \bar{\gamma}^2 \frac{m + \mu \kappa^2 + 2m\kappa}{m \mu (1 + \kappa)^2}. \quad (3.11)$$

El AoF es la varianza de la relación señal ruido normalizada a su media al cuadrado, por lo que resulta

$$\text{AoF} = \frac{\mathbb{V}[\gamma]}{\mathbb{E}[\gamma]^2} = \frac{m + \mu \kappa^2 + 2m\kappa}{m \mu (1 + \kappa)^2} = \frac{m(1 + 2\kappa) + \mu \kappa^2}{m \mu (1 + \kappa)^2}. \quad (3.12)$$

Esta expresión, contribución de esta tesis, se puede separar en dos sumandos y reescribir como

$$\text{AoF} = \frac{1}{\mu} \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2} + \frac{1}{m} \frac{\kappa^2}{(1 + \kappa)^2} = \frac{1}{\mu} \left[ 1 - \frac{\kappa^2}{(1 + \kappa)^2} \right] + \frac{1}{m} \frac{\kappa^2}{(1 + \kappa)^2}, \quad (3.13)$$

donde el término  $\frac{\kappa}{(1 + \kappa)}$  representa la relación entre la potencia en las componentes dominantes respecto a la potencia total recibida.

Cuando  $\text{AoF} = 0$ , no existe desvanecimiento en la señal recibida y el canal se comporta como si tuviera ganancia determinista con AWGN. El AoF crece a medida que el desvanecimiento se hace más notable. Como se observa en (3.13), entran en juego los tres parámetros del modelo, pero no hay dependencia con  $\bar{\gamma}$ . De forma general se observa que:

- El primer sumando está relacionado con la proporción de la potencia en las componentes difusas y su aporte al AoF es menor cuanto mayor sea  $\mu$ , es decir, la existencia de varios *clusters* disminuye el AoF. Este término es importante cuando hay predominio en la potencia de las componentes difusas ( $\kappa < 1$ ) y va perdiendo peso a medida que  $\kappa$  aumenta.
- El segundo sumando está relacionado con la potencia en las componentes dominantes y su nivel de fluctuación, de modo que cuanto menor sea la fluctuación (mayor  $m$ ), menor será el AoF. Para que el efecto de  $m$  sea relevante, es necesario un predominio claro de la potencia en las componentes dominantes ( $\kappa$  alto).

El AoF permite comparar canales para conocer cuál presenta mayores desvanecimientos. Siguiendo con los casos A, B y C de la Fig. 3.1 se obtiene  $\text{AoF}_A = 0.2$ ,  $\text{AoF}_B = 1.17$  y  $\text{AoF}_C = 0.68$ , de modo que se puede extraer que el canal con mejores prestaciones será el A y con peores el B, como ya se adelantó utilizando la OP.

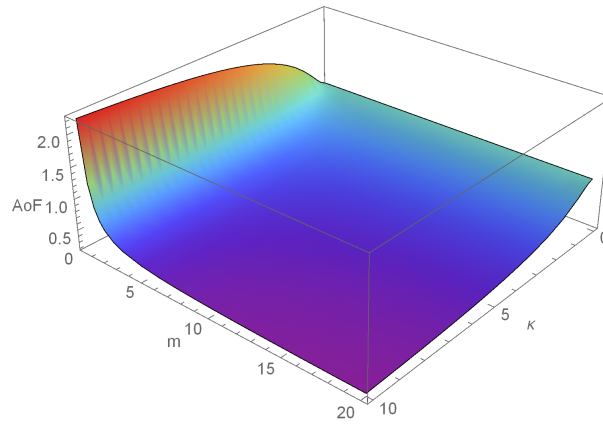


Figura 3.3.: Variación de AoF con  $\kappa$  y  $m$  para un único *cluster* ( $\mu = 1$ ).

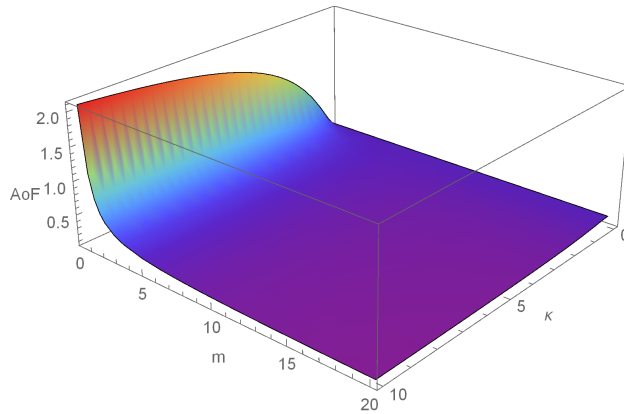


Figura 3.4.: Variación de AoF con  $\kappa$  y  $m$  para varios *clusters* ( $\mu = 5$ ).

El AoF es sencillo de evaluar y está asociado con el nivel de desvanecimiento máximo que un modelo de canal puede representar. Además, como se verá, reporta tendencias con la variación de los parámetros del modelo que pueden ser útiles para indicadores de prestaciones importantes como la capacidad ergódica, cuyo análisis es mucho más complicado. A continuación, se realiza un estudio más detallado de la influencia en el AoF de cada parámetro del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.

### 3.3.1. Influencia de los parámetros de *fading*

#### Influencia de $\mu$ en AoF

El parámetro  $\mu$  está relacionado con el número de *clusters*. La influencia de  $\mu$  se centra en el primer sumando de (3.13), relacionado con la proporción de potencia en las componentes difusas y, según su valor, se observa que:

- Para el valor mínimo  $\mu = 0.5$  y cercanos, se puede conseguir  $\text{AoF} > 2$  para  $m < 0.5$ , valor que sólo algunas distribuciones como Rician shadowed o FTR pueden ajustar. Este hecho se aprecia en la Fig. 3.3, donde  $\mu = 1$ .

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

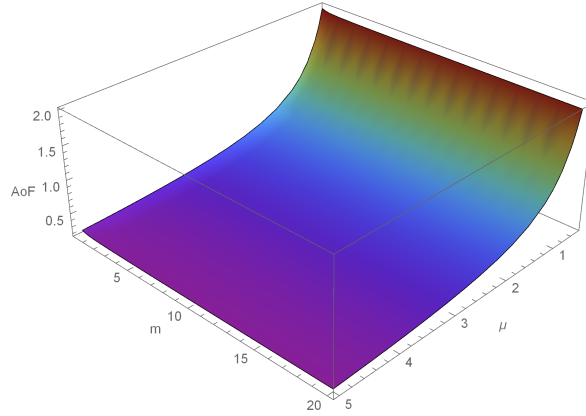


Figura 3.5.: Variación de AoF con  $m$  y  $\mu$  para baja potencia en componentes dominantes ( $\kappa = 0.2$ ).

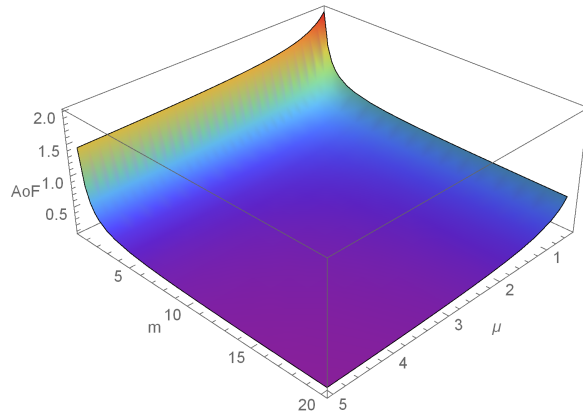


Figura 3.6.: Variación de AoF con  $m$  y  $\mu$  para alta potencia en componentes dominantes ( $\kappa = 5$ ).

- El comportamiento del AoF con  $\mu$  es estrictamente decreciente, como se comprueba al determinar la primera derivada respecto a  $\mu$ :  $\frac{\partial \text{AoF}}{\partial \mu} = -\frac{1}{\mu^2} \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2} < 0 \forall \mu$ . Si llegan más *clusters*, mejora la señal recibida y el AoF es menor, como muestran las Fig. 3.5 a Fig. 3.8. La variación es leve cuando hay mucha potencia en las componentes dominantes según se observa en la Fig. 3.6.
- Cuando  $\mu \rightarrow \infty$ ,  $\text{AoF} \rightarrow \frac{1}{m} \frac{\kappa^2}{(1+\kappa)^2}$ . Si hay muchos *clusters*, el AoF sólo depende de la relación de potencia en las componentes dominantes y su grado de fluctuación. Este hecho se comprueba en la Fig. 3.7, que presenta situaciones con alta fluctuación en las componentes dominantes. Cuando  $\mu \rightarrow 5$ , si  $\kappa$  es pequeño,  $\text{AoF} \rightarrow 0$  porque la potencia llega fundamentalmente en las componentes multicamino y, en esa situación, es beneficioso que haya varios *clusters*. Sin embargo, si  $\kappa$  es alto, la potencia llega sobre las componentes dominantes y, si tienen muy alta fluctuación ( $m = 1$ ),  $\text{AoF} \rightarrow 1/m = 1$ , como en el modelo de Rayleigh, aunque haya varios *clusters*.

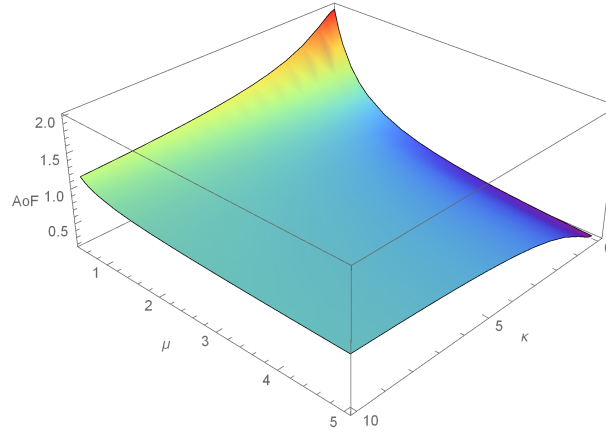


Figura 3.7.: Variación de AoF con  $\kappa$  y  $\mu$  para alta fluctuación en componentes dominantes ( $m = 1$ ).

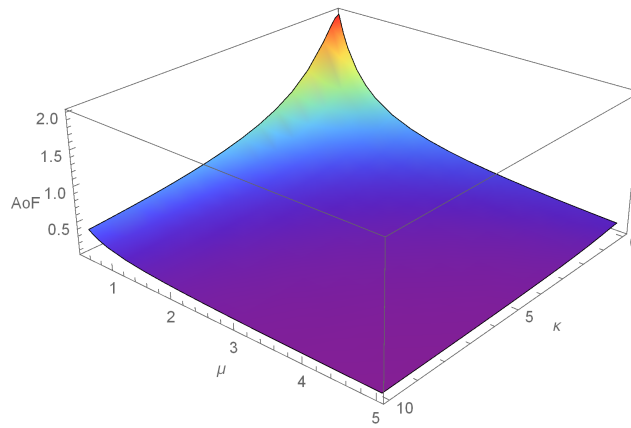


Figura 3.8.: Variación de AoF con  $m$  y  $\mu$  para muy baja fluctuación en componentes dominantes ( $m = 20$ ).

### Influencia de $m$ en AoF

El parámetro  $m$  representa el grado de fluctuación o ensombrecimiento de las componentes dominantes en los distintos *clusters*. Su influencia se centra en el segundo sumando de (3.13), relacionado con la potencia en las componentes dominantes. Según el valor de  $m$ , se observa que:

- Cuando  $m \rightarrow 0$ , el AoF aumenta mucho, representando situaciones de desvanecimientos muy profundos que, como se ha señalado antes, esta distribución también puede ajustar, según se aprecia en las Fig. 3.3 y Fig. 3.4.
- El comportamiento del AoF con  $m$  es estrictamente decreciente, según muestra la primera derivada respecto a  $m$ ,  $\frac{\partial \text{AoF}}{\partial m} = -\frac{1}{m^2} \frac{\kappa^2}{(1 + \kappa)^2} < 0 \forall m$ . Cuanto menor sea la fluctuación en las componentes dominantes (mayor  $m$ ), más potencia sobre ellas llega al receptor, por lo que el AoF decrece. Esto puede observarse en las Fig. 3.3 y Fig. 3.4.

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

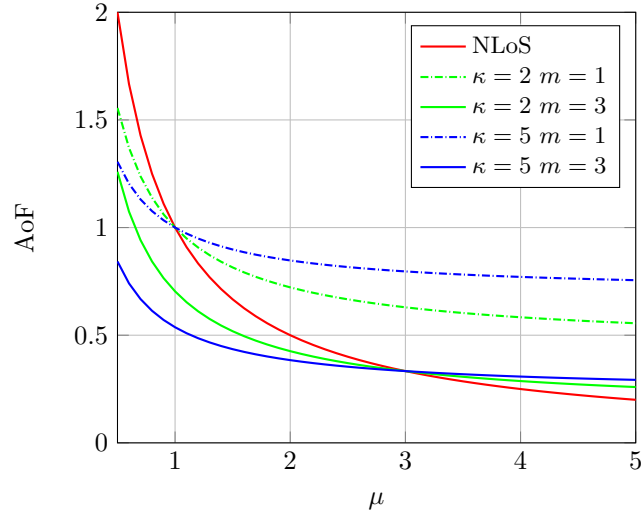


Figura 3.9.: Comparativa de AoF de varios escenarios y su variación con  $\mu$ .

- Cuando  $m \rightarrow \infty$ ,  $\text{AoF} \rightarrow \frac{1}{\mu} \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2}$ . Los componentes dominantes se vuelven deterministas, por lo que el AoF sólo depende de la potencia en las componentes multicamino y el número de *clusters*. En la Fig. 3.8, que corresponde con componentes dominantes casi deterministas, se observa que para  $\mu$  alto,  $\kappa$  prácticamente no interviene, y  $\text{AoF} \rightarrow 0$ , mientras que si  $\mu$  es bajo, la dependencia con  $\kappa$  es muy pronunciada.

### Influencia de $\kappa$ en AoF

El parámetro  $\kappa$  establece la proporción de potencia en las componentes dominantes frente a las componentes difusas. Su influencia afecta a los dos sumandos en (3.13). Dependiendo del valor de  $\kappa$  se observa que:

- Cuando  $\kappa \rightarrow 0$ ,  $\text{AoF} \rightarrow 1/\mu$ . Se corresponde con escenarios NLoS, donde no hay componente directa y toda la potencia recibida está en las componentes multicamino, por lo que sólo influye el número de *clusters*. Este aspecto se aprecia claramente en la Fig. 3.5.
- El comportamiento de AoF con  $\kappa$  no siempre es el mismo, lo que se pone de manifiesto al determinar la primera derivada respecto a  $\kappa$ :  $\frac{\partial \text{AoF}}{\partial \kappa} = \frac{2\kappa}{(1+\kappa)^3} \left( \frac{1}{m} - \frac{1}{\mu} \right)$ . Las posibilidades son:
  - Si  $m > \mu$ ,  $\frac{\partial \text{AoF}}{\partial \kappa} < 0 \forall \kappa$  y el AoF disminuye con  $\kappa$ , según se comprueba en la Fig. 3.3 para valores de  $m > 1$  ya que  $\mu = 1$ .
  - Si  $m = \mu$ ,  $\frac{\partial \text{AoF}}{\partial \kappa} = 0 \forall \kappa$ . El AoF es un valor constante, independiente de  $\kappa$ , y representa un punto de inflexión en la tendencia de la curva. Resulta  $\text{AoF} = 1/m$ , igual al AoF del modelo Nakagami- $m$  que, recordemos, para  $m$  natural puede relacionarse con la recepción de  $m$  *clusters*, todos ellos sólo con componentes



multicamino [MorenoP2016]. Podría describirse como la situación en la que el peso de las componentes dominantes con su fluctuación sería equivalente a que sólo hubiera componentes multicamino con el mismo número de *clusters*. La Fig. 3.9 presenta la variación del AoF con  $\mu$  para un conjunto de escenarios representativos: NLoS, en rojo, y varios LoS con distinta potencia y grado de fluctuación. Para  $\mu < m$ , el AoF de los escenarios LoS es menor que el  $\text{AoF}_{\text{NLoS}}$ . Cuando  $\mu = m$ , las curvas se cortan, y para valores mayores de  $\mu$ , la situación se invierte y el AoF de los escenarios LoS es mayor que el  $\text{AoF}_{\text{NLoS}}$ . Por tanto, el AoF de un escenario, comparado con el  $\text{AoF}_{\text{NLoS}}$  con el mismo número de *clusters*, puede servir como referencia para conocer si la situación LoS es mejor o peor que en un escenario con sólo componentes multicamino.

- Si  $m < \mu$ ,  $\frac{\partial \text{AoF}}{\partial \kappa} > 0 \forall \kappa$  y el AoF aumenta con  $\kappa$ . Se aprecia en la Fig. 3.3, donde  $\mu = 1$ , para valores de  $m < 1$ .
- Cuando  $\kappa \rightarrow \infty$ ,  $\text{AoF} \rightarrow 1/m$ . La potencia llega mayoritariamente en las componentes dominantes, por lo que el AoF sólo depende del grado de fluctuación de éstas. Las Fig. 3.3 y 3.4 muestran esta situación en los valores altos de  $\kappa$ . Para  $m$  altos, las componentes dominantes, que llevan la mayoría de la potencia, son casi deterministas, y el AoF es significativamente menor que cuando esas componentes tienen elevada fluctuación, con independencia del número de *clusters*.

### 3.4. Capacidad ergódica

Como se ha presentado en el apartado 2.4.4, la capacidad ergódica de un canal está relacionada con la máxima velocidad a la que se puede transmitir información con una probabilidad de error arbitrariamente baja. Se calcula como (2.62)

$$C [\text{bps/Hz}] = \int_0^\infty \log_2(1 + \gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma.$$

#### Capacidad ergódica para $\kappa$ , $\mu$ y $m$ reales

Para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed con parámetros reales se utiliza la PDF en (3.2) y, realizando el desarrollo matemático que se expondrá en la sección 3.4.3, se han obtenido tres expresiones para la capacidad ergódica, que son contribuciones de esta tesis, según la relación entre los parámetros  $m$  y  $\mu$ .

- Cuando  $m$  y  $\mu$  toman cualquier valor excepto  $m$  y  $\mu$  iguales ó  $(m - \mu)$  natural<sup>5</sup>,

$$C = \left( \frac{m}{\mu \kappa + m} \right)^{m-\mu} \frac{1}{\Gamma(\mu - m) \ln(2)} \times G_{1,0}^{0,1 : 1,2 : 1,1} \left( \begin{matrix} 1 - \mu \\ - \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 1, 1 \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 1 + m - \mu \\ 0, 1 - \mu \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \bar{\gamma} (\mu \kappa + m) \\ m (1 + \kappa) \mu \end{matrix}, \frac{\mu \kappa}{m} \right), \quad (3.14)$$

<sup>5</sup> También se denotará como  $(m - \mu) \notin \mathbb{N}_0$ .

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

- Cuando  $(m - \mu)$  es natural,

$$C = \left( \frac{m}{\mu \kappa + m} \right)^{m-\mu} \frac{1}{\ln(2)} \times \sum_{k=0}^{m-\mu} \left[ \frac{(- (m - \mu))_k}{\Gamma(\mu + k) k!} \left( -\frac{\mu \kappa}{m} \right)^k G_{3,2}^{1,3} \left( \begin{matrix} 1, 1, 1 - (\mu + k) \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \frac{\bar{\gamma} (\mu \kappa + m)}{m (1 + \kappa) \mu} \right) \right], \quad (3.15)$$

- Cuando  $m$  y  $\mu$  son iguales,

$$C = \frac{1}{\ln(2) \Gamma(m)} G_{3,2}^{1,3} \left( \begin{matrix} 1, 1, 1 - m \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \frac{\bar{\gamma}}{m} \right), \quad (3.16)$$

donde  $G_{1,0:2,2:1,2}^{0,1:1,2:1,1}(\cdot)$  y  $G_{p,q}^{n,m}(\cdot)$  son funciones Meijer-G de dos y una variables respectivamente (véase el Anexo B),  $\Gamma(z)$  la función Gamma de variable real (A.3) y  $(a)_p$  el símbolo de Pochhammer (A.10).

Las funciones Meijer-G de una variable se evalúan con paquetes de software matemático como Matlab o Mathematica, pero en ellas no se proporcionan librerías para las funciones Meijer-G de dos variables, por lo que ha sido preciso implementar la rutina necesaria para poder realizar las evaluaciones con (3.14). El detalle del desarrollo se encuentra en el Anexo B.2.1. A día de hoy, aún no están disponibles estas librerías ni en Matlab ni en Mathematica.

### Capacidad ergódica para $\mu$ y $m$ naturales

Cuando se utiliza el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed físico, la capacidad ergódica se puede expresar como [LopezM2017]

- $\mu \in \mathbb{N}$  y  $m \in \mathbb{N}$ :

$$C = \log_2(e) \sum_{i=0}^M c_i e^{1/\Omega_i} \sum_{k=0}^{m_i-1} \frac{\Gamma(-k, 1/\Omega_i)}{\Omega_i^k}, \quad (3.17)$$

donde  $c_i$ ,  $m_i$ ,  $M$  y  $\Omega_i$  se expresan en la Tabla 3.1 y  $\Gamma(-n, x)$  es la función Gamma incompleta superior (A.6) que, dado que el primer parámetro es un entero negativo, puede calcularse con (A.7).

### Capacidad ergódica asintótica

Cuando  $\bar{\gamma}$  es suficientemente grande, la capacidad ergódica se puede aproximar por la capacidad asintótica 2.63:

$$aC = \log_2(\bar{\gamma}) - L_c \approx C_{\bar{\gamma}\uparrow}, \quad (3.18)$$

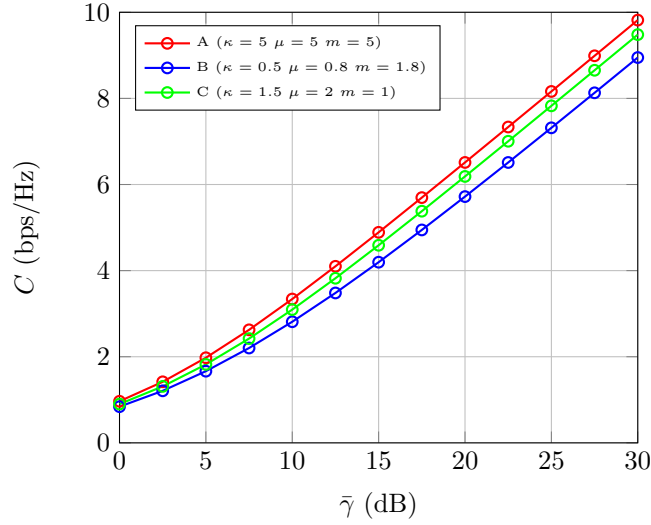


Figura 3.10.: Capacidad ergódica para conjuntos de valores de  $\kappa$ ,  $\mu$  y  $m$  según ec. (3.14) a (3.16). Las marcas circulares corresponden con resultados obtenidos por simulación numérica.

donde, para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, se tiene [MorenoP2016]

$$L_c = -\log_2(e) \psi(\mu) - \log_2 \left( \frac{\mu\kappa + m}{\mu m(1 + \kappa)} \right) + \log_2(e) \frac{\kappa(\mu - m)}{\mu\kappa + m} {}_3F_2 \left( 1, 1, \mu - m + 1; 2, \mu + 1; \frac{\mu\kappa}{\mu\kappa + m} \right), \quad (3.19)$$

independiente de  $\bar{\gamma}$ , con  $\psi(\cdot)$  la función digamma (A.9) y  ${}_3F_2(\cdot)$  una función hipergeométrica generalizada de argumento escalar (A.12).

En [MorenoP2016] se presenta un análisis de la dependencia de la capacidad asíntotica con cada uno de los parámetros del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, así como las expresiones de  $L_c$  para todas las distribuciones relacionadas, que se utilizarán en la sección 5.3.

### 3.4.1. Validación numérica

Para comprobar las expresiones analíticas deducidas, (3.14) a (3.16), se han realizado simulaciones numéricas generando variables aleatorias acordes con el modelo físico y la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed. Sin embargo, el modelo físico no se puede utilizar directamente cuando  $\mu$  no es un número natural. Para esos casos, se ha utilizado una versión muestreada de la CDF (3.3) para el conjunto correspondiente de parámetros del modelo. Para ello, se han generado números aleatorios siguiendo una distribución uniforme y, después, se han mapeado en la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed usando el método de la inversión de la CDF [Devroye1986].

La Fig. 3.10 representa la capacidad ergódica para los tres escenarios utilizados en la Fig. 3.1. Cada escenario cubre una de las tres expresiones de  $C$  calculadas según la relación entre  $m$  y  $\mu$ :

- El caso A ( $\kappa = 5$ ,  $\mu = 5$  y  $m = 5$ ) se asocia con (3.16), cuando  $m$  y  $\mu$  son iguales.

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

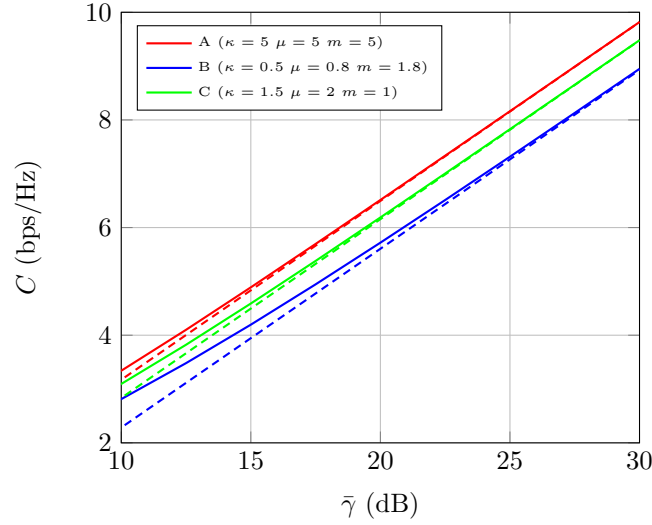


Figura 3.11.: Capacidad ergódica y su tendencia asintótica para alta SNR para los casos A, B y C.

- El caso B ( $\kappa = 0.5$ ,  $\mu = 0.8$  y  $m = 1.8$ ) se asocia con (3.15), cuando  $(m - \mu) \in \mathbb{N}$ .
- El caso C ( $\kappa = 1.5$ ,  $\mu = 2$  y  $m = 1$ ) se asocia con (3.14), cuando  $(m - \mu) \notin \mathbb{N}_0$ .

En todos los casos, las simulaciones y los resultados analíticos se ajustan perfectamente. Como se adelantó con los parámetros OP y AoF, el escenario con mayores desvanecimientos, y por tanto menor capacidad, es el B, mientras que el mejor es el A. Como se observa en la Fig. 3.10, la capacidad presenta un comportamiento casi lineal para  $\bar{\gamma}$  por encima de 15-20 dB, zona en la que se puede aplicar la expresión de la capacidad asintótica (3.18), como se presenta en la Fig. 3.11. Utilizando la expresión de  $L_c$  en (3.19), encontramos  $L_{cA} = 0.10$  bps/Hz,  $L_{cB} = 0.72$  bps/Hz y  $L_{cC} = 0.34$  bps/Hz, lo que consigue unos valores de  $aC$  para  $\bar{\gamma} = 20$  dB de:  $aC_A \approx 6.5$  bps/Hz,  $aC_B \approx 5.9$  bps/Hz y  $aC_C \approx 6.3$  bps/Hz, respectivamente, que son muy acordes con los obtenidos en las simulaciones y evaluaciones numéricas de  $C$ .

#### 3.4.2. Influencia de los parámetros de *fading*

Las Fig. 3.12 - 3.13 analizan la influencia de los parámetros  $m$  y  $\kappa$  en la capacidad del canal, siendo  $\mu = 3$  en todas las gráficas. En la Fig. 3.12 existe una fuerte componente dominante ( $\kappa = 5$ ) y la influencia de  $m$  es muy significativa, creciendo con la SNR media recibida. Para alta  $\bar{\gamma}$  se produce una diferencia constante entre la mínima capacidad (para  $m = 0.5$ ) y la máxima (para  $m = 100$ ) de aproximadamente 0.8 bps/Hz. En la Fig. 3.13, la potencia en las componentes dominantes es equivalente a la potencia en las componentes difusas ( $\kappa = 1$ ) y la variación de  $m$  contribuye de forma menos apreciable, dando una diferencia menor de 0.25 bps/Hz entre la capacidad para el menor y mayor valor de  $m$  analizado. Cuando la potencia de las componentes dominantes es muy baja, el efecto de  $m$  en la capacidad ergódica es casi inexistente, solapándose todas las curvas analizadas.

Como se ha comentado previamente, para alta SNR media se puede utilizar la capacidad asintótica (3.18) para aproximar el valor de  $C$ , definida con una expresión mucho más sencilla.

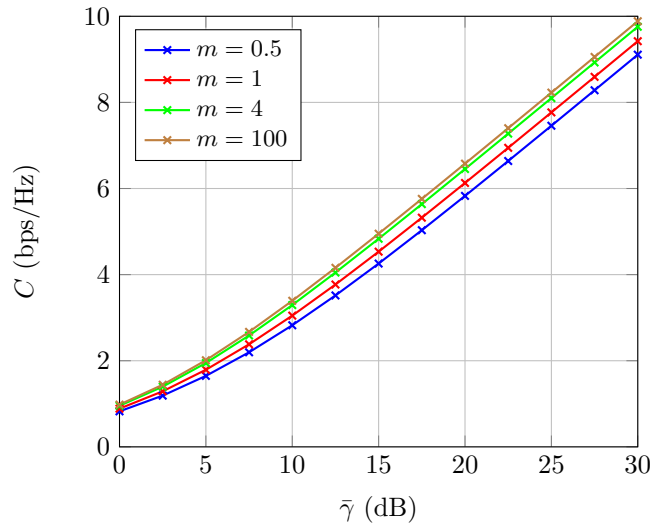


Figura 3.12.: Capacidad ergódica para diferentes valores de  $m$ , con  $\mu = 3$  y  $\kappa = 5$ . Las marcas en cruz corresponden con resultados obtenidos por simulación numérica.

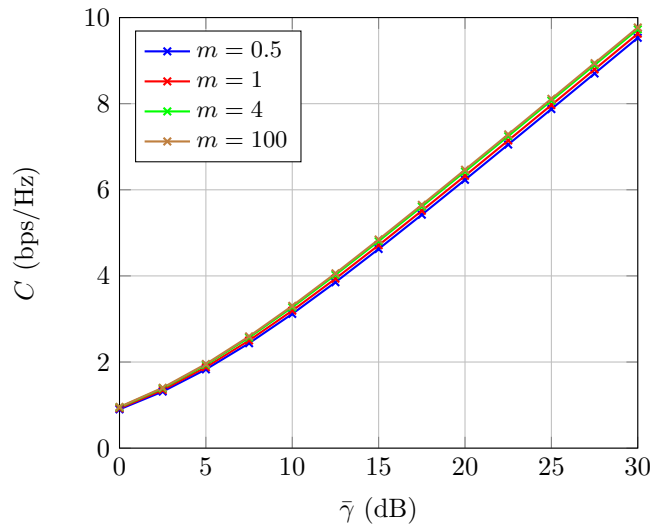


Figura 3.13.: Capacidad ergódica para diferentes valores de  $m$ , con  $\mu = 3$  y  $\kappa = 1$ . Las marcas en cruz corresponden con resultados obtenidos por simulación numérica.

lla que (3.14), aunque tampoco trivial. En la Fig. 3.14, se reproduce [MorenoP2016, Fig. 4] donde se muestra la evolución de la pérdida de capacidad  $L_c$  respecto al parámetro  $\kappa$ , para  $m = 1$  y varios  $\mu$ , y en la Fig. 3.15, se muestra la métrica AoF (3.13) para los mismos parámetros del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed. Se observa que las tendencias del AoF son las mismas que en  $L_c$ . Esto pone de manifiesto que estudiar el AoF permite sacar conclusiones sobre las tendencias de la capacidad ergódica con los parámetros del modelo, usando cálculos mucho más sencillos.

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

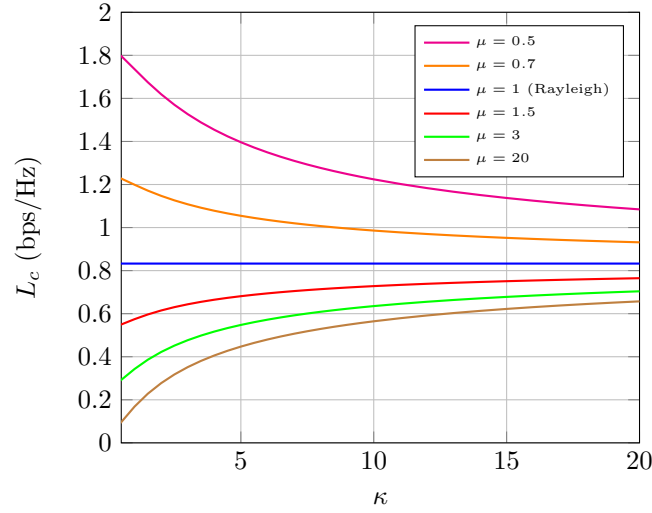


Figura 3.14.: Evolución de la pérdida de capacidad ergódica para alta SNR,  $L_c$ , cuando  $m = 1$ .

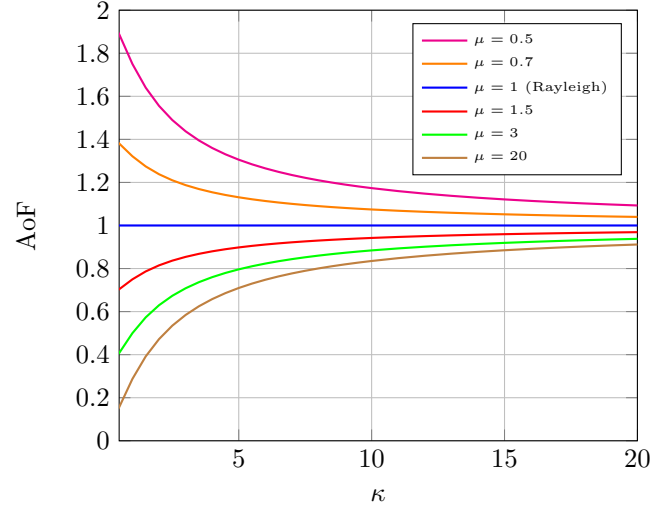


Figura 3.15.: Evolución del grado de desvanecimiento, AoF, cuando  $m = 1$ .

#### 3.4.3. Desarrollo de la expresión analítica de la capacidad ergódica para parámetros reales

En este apartado se presenta el desarrollo matemático para llegar a las expresiones de la capacidad ergódica en (3.14), (3.15) y (3.16). Partiendo de su definición en (2.62) e incluyendo la expresión de la PDF del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed con parámetros reales (3.2), resulta

$$C = \int_0^{\infty} \log_2(1 + \gamma) \frac{\mu^\mu m^m (1 + \kappa)^\mu}{\Gamma(\mu) \bar{\gamma} (\mu\kappa + m)^m} \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{\mu-1} e^{-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}} {}_1F_1\left(m, \mu; \frac{\mu^2 \kappa (1 + \kappa) \gamma}{\mu\kappa + m \bar{\gamma}}\right) d\gamma. \quad (3.20)$$

Para encontrar la solución analítica a esta integral representaremos las funciones especiales que en ella aparecen con la función Meijer-G de una variable, ya que existe una forma

de calcular la integral con esta representación. Para más detalles sobre estas funciones Meijer-G, véase el Anexo B.1.

Expresadas como identidades Meijer-G, las dos funciones elementales: logaritmo y exponencial [G-Function], y la función especial hipergeométrica confluyente [Gradshteyn2007, (9.34.8)], se corresponden con:

$$\ln(1+z) = G_{2,2}^{1,2} \left( \begin{matrix} 1, 1 \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| z \right), \quad (3.21)$$

$$e^{-cz} = G_{0,1}^{1,0} \left( \begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix} \middle| cz \right), \quad (3.22)$$

$${}_pF_q \left( \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \middle| z \right) = \frac{\prod_{i=1}^q \Gamma(b_i)}{\prod_{i=1}^p \Gamma(a_i)} G_{p,q+1}^{1,p} \left( \begin{matrix} 1-a_1, \dots, 1-a_p \\ 0, 1-b_1, \dots, 1-b_q \end{matrix} \middle| -z \right). \quad (3.23)$$

Introduciendo esta notación en (3.20), la capacidad se puede escribir como una integral definida de tres funciones Meijer-G

$$C = K'_1 \int_0^\infty \gamma^{\mu-1} G_{0,1}^{1,0} \left( \begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix} \middle| K_2 \gamma \right) G_{2,2}^{1,2} \left( \begin{matrix} 1, 1 \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \gamma \right) G_{1,2}^{1,1} \left( \begin{matrix} 1-m \\ 0, 1-\mu \end{matrix} \middle| -K_3 \gamma \right) d\gamma \quad (3.24)$$

donde

$$\begin{aligned} K'_1 &= \frac{\mu^\mu m^m (1+\kappa)^\mu}{\Gamma(m) \bar{\gamma}^\mu (\mu\kappa+m)^m \ln 2}, \\ K_2 &= \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}}, \\ K_3 &= \frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa)}{\mu\kappa+m} \frac{1}{\bar{\gamma}}. \end{aligned}$$

Para que la variable de integración  $\gamma$  aparezca positiva en todas las funciones especiales y evitar problemas de convergencia en la integración, se aplica a la función hipergeométrica confluyente la transformación  ${}_1F_1(b-a; b; z) = e^z {}_1F_1(a; b; -z)$  [Wolfram, (07.20.16.0001.01)], quedando

$${}_1F_1 \left( m, \mu; \frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa) \gamma}{\mu\kappa+m} \frac{1}{\bar{\gamma}} \right) = e^{\frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa) \gamma}{\mu\kappa+m} \frac{1}{\bar{\gamma}}} {}_1F_1 \left( \mu-m, \mu, -\frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa) \gamma}{\mu\kappa+m} \frac{1}{\bar{\gamma}} \right). \quad (3.25)$$

Al utilizar la identidad de Meijer-G (3.23) en esta nueva función resulta

$${}_1F_1 \left( \mu-m, \mu; -\frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa) \gamma}{\mu\kappa+m} \frac{1}{\bar{\gamma}} \right) = \frac{\Gamma(\mu)}{\Gamma(\mu-m)} G_{1,2}^{1,1} \left( \begin{matrix} 1-(\mu-m) \\ 0, 1-\mu \end{matrix} \middle| \frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa) \gamma}{\mu\kappa+m} \frac{1}{\bar{\gamma}} \right). \quad (3.26)$$

Esta transformación es válida siempre que las funciones Gamma estén acotadas. La función  $\Gamma(z)$  es singular en los puntos  $z = -n$  para  $n = 0, -1, -2, -3, \dots$ . Dado que los

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

parámetros  $\mu$  y  $m$  son reales y positivos, el problema aparece en  $\Gamma(\mu - m)$ , en concreto cuando  $(\mu - m)$  es un entero negativo ó 0, por corresponder con los polos de  $\Gamma(z)$ . Para estos casos habrá que buscar una forma alternativa de determinar la capacidad ergódica.

Por tanto, a partir de aquí, se presentan dos situaciones diferentes para hallar la capacidad ergódica para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, según sea la relación entre los valores de los parámetros  $m$  y  $\mu$ : el caso general<sup>6</sup> de  $(m - \mu) \notin \mathbb{N}_0$ , que se evaluará siguiendo los pasos comentados, y el caso particular de  $(m - \mu) \in \mathbb{N}_0$ , para el que se buscará una forma alternativa de representar  $f_\gamma(\gamma)$ .

#### a. Caso general: $(m - \mu) \notin \mathbb{N}_0$

En este caso, los parámetros del modelo pueden tomar cualquier valor excepto  $m$  y  $\mu$  iguales o  $(m - \mu)$  natural. Utilizando (3.26) en (3.24), la expresión para evaluar la capacidad ergódica del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed queda

$$C = K_1 \int_0^\infty \gamma^{\mu-1} G_{0,1}^{1,0} \left( \begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix} \middle| K_2 \gamma \right) G_{2,2}^{1,2} \left( \begin{matrix} 1, 1 \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \gamma \right) G_{1,2}^{1,1} \left( \begin{matrix} 1 - (\mu - m) \\ 0, 1 - \mu \end{matrix} \middle| K_3 \gamma \right) d\gamma \quad (3.27)$$

con

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{\mu^\mu m^m (1 + \kappa)^\mu}{\bar{\gamma}^\mu (\mu\kappa + m)^m} \frac{1}{\ln(2)} \frac{\Gamma(\mu)}{\Gamma(m) \Gamma(\mu - m)}, \\ K_2 &= \frac{\mu(1 + \kappa)}{\bar{\gamma}}, \\ K_3 &= \frac{\mu^2 \kappa (1 + \kappa)}{\mu\kappa + m} \frac{1}{\bar{\gamma}}. \end{aligned}$$

Para encontrar la solución, se utiliza el teorema de integración para tres funciones Meijer-G [Wolfram, (07.34.21.0081.01)]

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty t^{\alpha-1} G_{p_1, q_1}^{m_1, n_1} \left( \begin{matrix} \mathbf{a}_{1p_1} \\ \mathbf{b}_{1q_1} \end{matrix} \middle| z t \right) G_{p_2, q_2}^{m_2, n_2} \left( \begin{matrix} \mathbf{a}_{2p_2} \\ \mathbf{b}_{2q_2} \end{matrix} \middle| x t \right) G_{p_3, q_3}^{m_3, n_3} \left( \begin{matrix} \mathbf{a}_{3p_3} \\ \mathbf{b}_{3q_3} \end{matrix} \middle| y t \right) dt = \\ & = z^{-\alpha} G_{q_1, p_1 : p_2, q_2 : p_3, q_3}^{n_1, m_1 : m_2, n_2 : m_3, n_3} \left( \begin{matrix} 1 - \alpha - \mathbf{b}_{1q_1} \\ 1 - \alpha - \mathbf{a}_{1p_1} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \mathbf{a}_{2p_2} \\ \mathbf{b}_{2q_2} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \mathbf{a}_{3p_3} \\ \mathbf{b}_{3q_3} \end{matrix} \middle| \frac{x}{z}, \frac{y}{z} \right), \end{aligned} \quad (3.28)$$

cuyo resultado es la Función Meijer-G de dos variables, de la que aparecen más detalles en el apartado B.2, así como el proceso realizado para evaluarla numéricamente en Mathematica, dado que, como se ha indicado, no se encuentra disponible en sus librerías.

Utilizando en (3.27) el teorema anterior, después de algunas operaciones algebraicas,

<sup>6</sup> Esta notación es equivalente a  $(\mu - m)$  entero negativo ó 0.



resulta la expresión analítica cerrada (3.14)

$$C = \left( \frac{m}{\mu \kappa + m} \right)^{m-\mu} \frac{1}{\Gamma(\mu - m) \ln(2)} \\ \times G_{1,0:2,2:1,1}^{0,1:1,2:1,1} \left( \begin{array}{c|c|c} 1 - \mu & 1, 1 & 1 + m - \mu \\ - & 1, 0 & 0, 1 - \mu \end{array} \middle| \begin{array}{c} \bar{\gamma} (\mu \kappa + m) \\ m(1 + \kappa) \mu, m \end{array} \right).$$

Esta expresión es válida para cualquier conjunto de parámetros del modelo, excepto para relaciones particulares entre  $\mu$  y  $m$  que correspondan a singularidades de la función Gamma. Para estos casos,  $(m - \mu) \in \mathbb{N}_0$ , se debe seguir una aproximación diferente para determinar  $f_\gamma(\gamma)$ , que se presenta en el apartado siguiente.

### b. Caso particular: $(m - \mu) \in \mathbb{N}_0$

Para evitar las singularidades en (3.26) cuando  $\mu$  es igual a  $m$  o  $(m - \mu)$  es un número natural, derivaremos la función densidad de probabilidad del modelo,  $f_\gamma(\gamma)$ , a partir de su función generadora de momentos,  $\mathcal{M}_\gamma(s)$ . Para ello, se emplea la relación que existe entre ambas funciones mediante la transformada inversa de Laplace [Erdelyi1954, (4.23.1)]

$$f_\gamma(\gamma) = \mathcal{L}^{-1}[\mathcal{M}_\gamma(-s); \gamma]. \quad (3.29)$$

#### b.1. Caso $m$ y $\mu$ iguales

Cuando  $m = \mu$ , la MGF del modelo en (3.4) se reduce a

$$\mathcal{M}_\gamma(s) = \frac{(-m)^m}{\bar{\gamma}^m} \frac{1}{\left(s - \frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^m}, \quad (3.30)$$

y, utilizando la relación (3.29) se calcula la PDF resultando

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{m^m}{\bar{\gamma}^m \Gamma(m)} \gamma^{m-1} e^{-\frac{m}{\bar{\gamma}} \gamma}. \quad (3.31)$$

La expresión para encontrar la capacidad ergódica se simplifica ahora a

$$C = \frac{m^m}{\bar{\gamma}^m \Gamma(m) \ln 2} \int_0^\infty \ln(1 + \gamma) \gamma^{\mu-1} e^{-\frac{m}{\bar{\gamma}} \gamma} d\gamma. \quad (3.32)$$

Esta integral, utilizando la notación de identidades Meijer-G para la función exponencial (3.22) y el logaritmo (3.21), queda como

$$C = \frac{m^m}{\bar{\gamma}^m \Gamma(m) \ln(2)} \int_0^\infty \gamma^{\mu-1} G_{0,1}^{1,0} \left( \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \middle| \frac{m}{\bar{\gamma}} \gamma \right) G_{2,2}^{1,2} \left( \begin{array}{c} 1, 1 \\ 1, 0 \end{array} \middle| \gamma \right) d\gamma. \quad (3.33)$$

Para encontrar la solución, se utiliza el teorema de integración para dos funciones Meijer-G

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

de una variable [Wolfram, (07.34.21.0011.01)]

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} G_{u,v}^{s,t} \left( \begin{matrix} c_1, \dots, c_t, c_{t+1}, \dots, c_u \\ d_1, \dots, d_s, d_{s+1}, \dots, d_v \end{matrix} \middle| x t \right) G_{p,q}^{l,n} \left( \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_m, b_{l+1}, \dots, b_q \end{matrix} \middle| y t \right) dt = \\ & = x^{-\alpha} G_{v+p, u+q}^{l+t, n+s} \left( \begin{matrix} a_1, \dots, a_n, 1-\alpha-d_1, \dots, 1-\alpha-d_s, 1-\alpha-d_{s+1}, \dots, 1-\alpha-d_v, a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_m, 1-\alpha-c_1, \dots, 1-\alpha-c_t, 1-\alpha-c_{t+1}, \dots, 1-\alpha-c_u, b_{l+1}, \dots, b_q \end{matrix} \middle| \frac{y}{x} \right), \end{aligned} \quad (3.34)$$

cuyo resultado es otra función Meijer-G de una variable, descrita en B.1.

De este modo, la capacidad ergódica cuando  $m$  y  $\mu$  son iguales se corresponde con (3.16)

$$C = \frac{1}{\ln(2) \Gamma(m)} G_{3,2}^{1,3} \left( \begin{matrix} 1, 1, 1-m \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \frac{\bar{\gamma}}{m} \right).$$

#### b.2. Caso $(m - \mu) \in \mathbb{N}$

Cuando  $(m - \mu)$  es un número natural, se observa en (3.4) que  $\mathcal{M}_\gamma(s)$  tiene la forma  $K_4 \frac{(s-a)^{m-\mu}}{(s-b)^m}$ , donde el exponente de la función en el numerador es, por tanto, un número natural. Por este motivo, puede utilizarse [Erdelyi1954, 5.4(4)] para calcular la transformada inversa de Laplace,

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \Gamma(\nu+1) \frac{(s-\lambda)^n}{(s-\varepsilon)^{\nu+1}} \right] = n! t^{\nu-n} e^{\varepsilon t} L_n^{\nu-n}(-(\varepsilon-\lambda)t), \operatorname{Re}\{\nu\} > n-1 \quad (3.35)$$

donde  $L_n^\alpha(x)$  es el polinomio generalizado de Laguerre (A.11).

Identificando términos entre las ecuaciones (3.35) y (3.4),  $n = m - \mu$  y  $\nu + 1 = m$ , luego  $\nu = m - 1$ . La condición a cumplir  $\operatorname{Re}\{\nu\} > n - 1$ , equivale a  $\operatorname{Re}\{m-1\} > m - \mu - 1 = m - 1 - \mu$ . Como  $\mu \geq 0.5$ , la condición se cumple para cualquier valor de los parámetros del modelo.

Por consiguiente, para estos casos, la PDF del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed se corresponde con

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{\mu^\mu m^m (1+\kappa)^\mu (m-\mu)!}{\Gamma(m) \bar{\gamma} (\mu\kappa+m)^m} \left( \frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \right)^{\mu-1} e^{-\frac{\mu(1+\kappa)m}{\mu\kappa+m} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}} L_{m-\mu}^{\mu-1} \left( \frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa) \gamma}{\mu\kappa+m} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \right), \quad (3.36)$$

donde

$$L_{m-\mu}^{\mu-1} \left( \frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa) \gamma}{\mu\kappa+m} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \right) = \frac{(\mu)_{m-\mu}}{(m-\mu)!} \sum_{k=0}^{m-\mu} \frac{(-m+\mu)_k}{(\mu)_k k!} \left( \frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa) \gamma}{\mu\kappa+m} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \right)^k. \quad (3.37)$$

La integral a evaluar para determinar la capacidad ergódica se escribe

$$C = K_5 \int_0^{\infty} \ln(1+\gamma) \gamma^{\mu-1} e^{-\frac{\mu(1+\kappa)m}{\mu\kappa+m} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}} \sum_{k=0}^{m-\mu} \frac{(-m+\mu)_k}{(\mu)_k k!} \left( \frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa) \gamma}{\mu\kappa+m} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \right)^k d\gamma, \quad (3.38)$$

con

$$K_5 = \frac{\mu^\mu m^m (1 + \kappa)^\mu (\mu)_{m-\mu}}{\bar{\gamma}^\mu (\mu\kappa + m)^m \Gamma(m) \ln(2)} = \frac{\mu^\mu m^m (1 + \kappa)^\mu}{\bar{\gamma}^\mu (\mu\kappa + m)^m \Gamma(\mu) \ln(2)}.$$

Sacando de la integral los términos que no dependen de la variable de integración  $\gamma$ , se puede expresar como

$$C = K_5 \sum_{k=0}^{m-\mu} \frac{(-m + \mu)_k}{(\mu)_k k!} \left( \frac{\mu^2 \kappa (1 + \kappa) 1}{\mu \kappa + m \bar{\gamma}} \right)^k \int_0^\infty \ln(1 + \gamma) \gamma^{\mu-1+k} e^{-\frac{\mu(1+\kappa)m}{\mu\kappa+m} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}} d\gamma. \quad (3.39)$$

Utilizando la notación de identidades Meijer-G para la función exponencial (3.22) y el logaritmo (3.21) en la integral anterior, y resolviéndola con el teorema de integración para dos funciones Meijer-G (3.34), queda

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \gamma^{\mu-k-1} G_{0,1}^{1,0} \left( - \left| \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}} \frac{m}{\mu\kappa+m} \gamma \right. \right) G_{2,2}^{1,2} \left( \begin{matrix} 1, 1 \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \gamma \right) d\gamma = \\ & = \left( \frac{\mu(1+\kappa)m}{\bar{\gamma}(\mu\kappa+m)} \right)^{-(\mu+k)} G_{3,2}^{1,3} \left( \begin{matrix} 1, 1, 1 - (\mu - k) \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \frac{\bar{\gamma}(\mu\kappa+m)}{\mu(1+\kappa)m} \right). \end{aligned} \quad (3.40)$$

Introduciendo este resultado en (3.39), tras algunas manipulaciones algebraicas y usando la relación (A.10), la capacidad ergódica del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed cuando  $(m-\mu)$  es natural se corresponde con 3.15

$$\begin{aligned} C &= \left( \frac{m}{\mu\kappa+m} \right)^{m-\mu} \frac{1}{\ln(2)} \\ & \times \sum_{k=0}^{m-\mu} \left[ \frac{(-(m-\mu))_k}{\Gamma(\mu+k) k!} \left( -\frac{\mu\kappa}{m} \right)^k G_{3,2}^{1,3} \left( \begin{matrix} 1, 1, 1 - (\mu + k) \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \frac{\bar{\gamma}(\mu\kappa+m)}{m(1+\kappa)\mu} \right) \right]. \end{aligned}$$

Como se observa para este caso, la capacidad ergódica depende de la suma ponderada de funciones Meijer-G de una variable, pero su evaluación es más sencilla que la presentada en el caso general, dado que los paquetes software matemáticos populares como Matlab o Mathematica tienen implementadas estas funciones.

### Conexión con la capacidad ergódica de los modelos de canal relacionados

Como se ha comentado en el apartado 3.1.2, utilizando las relaciones de la Tabla 3.2 es posible determinar las métricas de las distribuciones relacionadas con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed a partir de las correspondientes del modelo, aplicando las tendencias o valores de cada parámetro en  $\kappa$ ,  $\mu$  y  $m$ .

Utilizando la expresión de la capacidad ergódica para el caso  $m = \mu$ , dada en (3.16), se pueden derivar las correspondientes a las distribuciones Gaussiana unilateral, Rayleigh y Nakagami- $m$ , puesto que en la condición b) de la Tabla 3.2 se impone esa relación.

### 3. Análisis de prestaciones para el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

La capacidad ergódica del modelo Nakagami- $m$  es directamente (3.16)

$$C^{\text{Nak-}m} = \frac{1}{\ln(2) \Gamma(m)} G_{3,2}^{1,3} \left( \begin{matrix} 1, 1, 1-m \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \frac{\bar{\gamma}}{m} \right). \quad (3.41)$$

Aplicando sobre esta expresión las siguientes propiedades de las funciones de Meijer-G de una variable [Gradshteyn2007, (9.31.2 y 9.31.5)]

$$G_{p,q}^{l,n} \left( \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \middle| z \right) = G_{q,p}^{n,l} \left( \begin{matrix} 1-b_1, \dots, 1-b_q \\ 1-a_1, \dots, 1-a_p \end{matrix} \middle| \frac{1}{z} \right) \quad (3.42)$$

y

$$G_{p,q}^{l,n} \left( \begin{matrix} a_1 + \alpha, \dots, a_p + \alpha \\ b_1 + \alpha, \dots, b_q + \alpha \end{matrix} \middle| z \right) = z^\alpha G_{p,q}^{l,n} \left( \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \middle| z \right), \quad (3.43)$$

se llega a

$$C^{\text{Nak-}m} = \frac{1}{\ln(2) \Gamma(m)} G_{2,3}^{3,1} \left( \begin{matrix} 0, 1 \\ 0, 0, m \end{matrix} \middle| \frac{m}{\bar{\gamma}} \right) = \frac{1}{\ln(2) \Gamma(m)} \left( \frac{m}{\bar{\gamma}} \right)^m G_{2,3}^{3,1} \left( \begin{matrix} -m, 1-m \\ -m, -m, 0 \end{matrix} \middle| \frac{m}{\bar{\gamma}} \right). \quad (3.44)$$

Esta expresión es equivalente a [Shankar2012, (4.207)] o [Sagias2005, (3)], puesto que el orden de los coeficientes  $\mathbf{b}_q$  en  $G_{2,3}^{3,1}(\cdot)$  no afecta al resultado.

Haciendo en (3.41)  $m = 1$ , se consigue la capacidad ergódica del modelo de Rayleigh

$$C^{\text{Ray}} = \frac{1}{\ln(2)} G_{3,2}^{1,3} \left( \begin{matrix} 1, 1, 0 \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \bar{\gamma} \right), \quad (3.45)$$

que, realizando el mismo proceso anterior, coincide con la expresión dada en [Shankar2012, (4.208)].

Para el modelo Gaussiano unilateral se usa  $m = 0.5$ , llegando a

$$C^{\text{G1}} = \frac{1}{\ln(2) \Gamma(0.5)} G_{3,2}^{1,3} \left( \begin{matrix} 1, 1, 0.5 \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| 2\bar{\gamma} \right). \quad (3.46)$$

El modelo  $\kappa$ - $\mu$  se deriva haciendo  $m \rightarrow \infty$ , lo que equivale a que las componentes dominantes se vuelvan deterministas. Si se aplica esta tendencia en (3.15), se puede encontrar su capacidad ergódica como  $C^{\kappa-\mu} = \lim_{m \rightarrow \infty} C$ . Al aplicar las propiedades de los límites en (3.15) se tiene:

- La variable de  $G_{3,2}^{1,3}(\cdot)$  se convierte en  $\frac{\bar{\gamma}}{(1+\kappa)\mu}$ ,
- $\lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ (-m-\mu)_k \left( -\frac{\mu\kappa}{m} \right)^k \right\} =$   
 $= \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ m^k \left( \frac{\mu}{m} - 1 \right) \left( \frac{\mu+1}{m} - 1 \right) \left( \frac{\mu+k-1}{m} - 1 \right) (\mu\kappa)^k \frac{(-1)^k}{m^k} \right\} =$   
 $= (\mu\kappa)^k (-1)^k (-1)^k = (\mu\kappa)^k,$

$$\blacksquare \lim_{m \rightarrow \infty} \left( \frac{m}{\mu \kappa + m} \right)^{m-\mu} = e^{-\mu \kappa},$$

quedando finalmente la capacidad ergódica del modelo  $\kappa$ - $\mu$  como

$$C^{\kappa-\mu} = \frac{e^{-\mu \kappa}}{\ln(2)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\mu \kappa)^k}{\Gamma(\mu + k) k!} G_{3,2}^{1,3} \left( \begin{matrix} 1, 1, 1 - (\mu + k) \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \frac{\bar{\gamma}}{(1 + \kappa) \mu} \right). \quad (3.47)$$

Esta expresión es equivalente a la presentada en [DaCosta2007, (6)], después de aplicar la propiedad (3.42) de las funciones Meijer-G y normalizando al ancho de banda  $B$ .

La capacidad ergódica del modelo de Rice se obtiene haciendo  $\mu = 1$  en (3.47),

$$C^{\text{Rice}} = \frac{e^{-K}}{\ln(2)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{K^k}{\Gamma(1 + k) k!} G_{3,2}^{1,3} \left( \begin{matrix} 1, 1, -k \\ 1, 0 \end{matrix} \middle| \frac{\bar{\gamma}}{(1 + K)} \right). \quad (3.48)$$

Esta expresión coincide con [Shankar2012, (4.210)] o [Sagias2005, (5)], después de aplicar las propiedades (3.43) y (3.42) en la función Meijer-G y (A.4) en la función Gamma, al convertirse su argumento en un número natural.

Para el resto de distribuciones relacionadas, su capacidad ergódica se determina usando (3.14) con las correspondientes tendencias de la Tabla 3.2.



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

## 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

EL modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, como se ha estudiado en el capítulo anterior, considera que la señal recibida está formada por varios *clusters*, pudiendo existir en cada uno una componente principal o dominante cuya amplitud puede fluctuar. Incluye a las distribuciones más utilizadas para el modelado estadístico de canal inalámbrico, lo que permite que sea aplicable a diferentes escenarios. En el artículo de presentación, [Paris2014], se señala el buen ajuste del modelo en entornos de comunicaciones móvil-satélite y acústicas subacuáticas, en concreto con el experimento TREX04 de frecuencias en la banda de audio. Posteriormente, en [Cotton2015] se emplea en comunicaciones D2D y otros autores como [Chun2017a] lo han utilizado para escenarios de redes 5G.

En este punto, para poner de manifiesto tanto la versatilidad del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed como la utilidad de las expresiones de la capacidad ergódica y el AoF determinadas en el capítulo 2, se presenta la aplicación del modelo en canales de comunicaciones SISO en dos entornos muy diferentes. En primer lugar, un escenario real de comunicaciones acústicas subacuáticas con frecuencias ultrasónicas, en el que se expone la campaña de medidas realizadas, el ajuste de los parámetros del modelo y su posterior uso para estimar los parámetros de prestaciones. Y en segundo lugar, un escenario teórico de comunicaciones radio en redes celulares con alta densidad de estaciones base, donde se determina la expresión de la media espacial de la capacidad ergódica de la red y se estudia para distintos escenarios de *fading*. Asimismo se presenta la dependencia de esta capacidad con parámetros del modelo a gran escala y a pequeña escala.

### 4.1. Caracterización de canales ultrasónicos subacuáticos en aguas someras

Las zonas cercanas a las costas se han convertido en entornos importantes de actividad humana tales como transporte, ingeniería civil, deporte, turismo, pesca, piscifactorías o arqueología. Son, en general, áreas de aguas muy poco profundas o someras en las que, como se indicó en el apartado 2.2.2, se puede considerar constante la velocidad de propagación del sonido.

En estas regiones, para algunos sistemas UAC como las redes de sensores o los equipos de comunicaciones personales, resulta interesante disponer de dispositivos transmisores y receptores de tamaño y peso reducidos, pues les permite operar con un menor consumo de energía. Este objetivo es realizable utilizando frecuencias de trabajo más elevadas, pero conlleva unas mayores pérdidas por absorción y una limitación en la longitud de los enlaces.

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

No obstante, este problema se podría superar con esquemas celulares o de saltos múltiples que aumentan la distancia máxima alcanzable, permitiendo que cada enlace individual sea corto [Hicheri2014].

A frecuencias ultrasónicas y en entornos de aguas someras, las comunicaciones están más expuestas a los efectos de los desvanecimientos, por lo que su modelado se vuelve más importante. Como se comentó en el apartado 2.2.3, para caracterizar los efectos de propagación a pequeña escala se estudian tanto la dispersión temporal del canal, a través del ancho de banda de coherencia o la dispersión de retardo, como la dispersión en frecuencia, mediante el tiempo de coherencia o la dispersión Doppler. La dispersión en tiempo y en frecuencia son mucho mayores en UAC que las equivalentes en transmisión radio por aire debido, fundamentalmente, a la baja velocidad de propagación en el medio acuático.

En este estudio nos centraremos en aplicaciones de telemetría, que requieren bajas velocidades de transmisión digital. Por tanto, el ancho de banda de transmisión puede considerarse lo suficientemente estrecho como para asumir un canal plano en frecuencia (no habrá dispersión en tiempo) y sólo habrá que analizar la dispersión en frecuencia.

Para explorar las posibilidades de la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed en estos escenarios, esta sección presenta las medidas UAC de banda estrecha en aguas del Mar Mediterráneo realizadas por el grupo de investigación GIC (TIC-102) de la Universidad de Málaga y la empresa SAES, la caracterización de cada configuración medida mediante este modelo, así como los valores de la capacidad ergódica y el grado de desvanecimiento obtenidos. Para evaluar si el encaje del modelo con los datos experimentales es mejor que con otras distribuciones usadas para la caracterización de canales UAC, también se ajustan las medidas con el modelo de Rice, uno de los más comunes en estos entornos [Hicheri2014, Kim2013, Kulhandjian2014, Qarabaqi2013].

##### 4.1.1. Configuraciones y proceso de medida

Las medidas utilizadas en este trabajo pertenecen a la campaña en comunicaciones subacuáticas UCEX (*Underwater Communication Experiments*), que se realizaron en el mar Mediterráneo, en la Algameca Chica (Cartagena), dentro de una zona de aguas someras con fondos arenosos (profundidad del fondo,  $p_F$ , aproximadamente entre 14 m y 30 m). En concreto, se han usado las medidas registradas el día 13 de noviembre de 2013 con condiciones de mar suave (día nublado con temperatura del aire de 21 °C, código 2 del estado del mar según la Organización Mundial Meteorológica: olas menores de 0.5 m con velocidad del viento de 1-2 m/s) [Sanchez2014].

Se emplearon dos botes anclados, uno para el transmisor y otro para el receptor, siendo las distancias de los enlaces,  $d_T$ , de 50, 100 y 200 m. El proyector y el hidrófono se suspendieron con diferentes longitudes de cable para alcanzar una profundidad,  $p_T$ , de 3, 6 y hasta 9 m, como se muestra en la Fig. 4.1.



#### 4.1. Caracterización de canales ultrasónicos subacuáticos en aguas someras

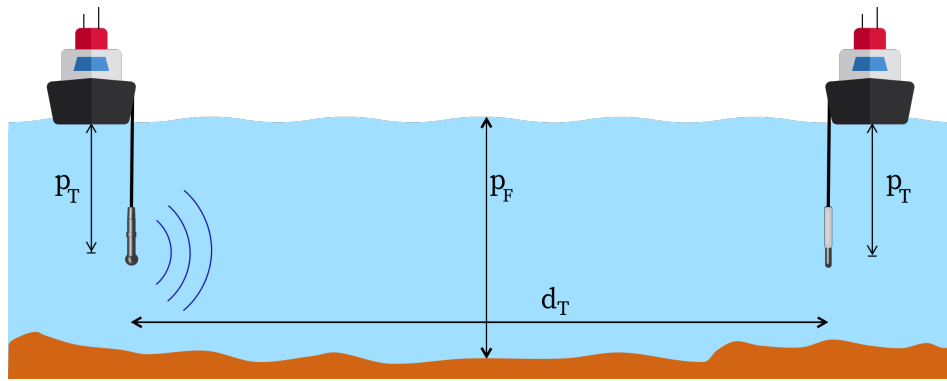


Figura 4.1.: Disposición del sistema de medidas UAC.

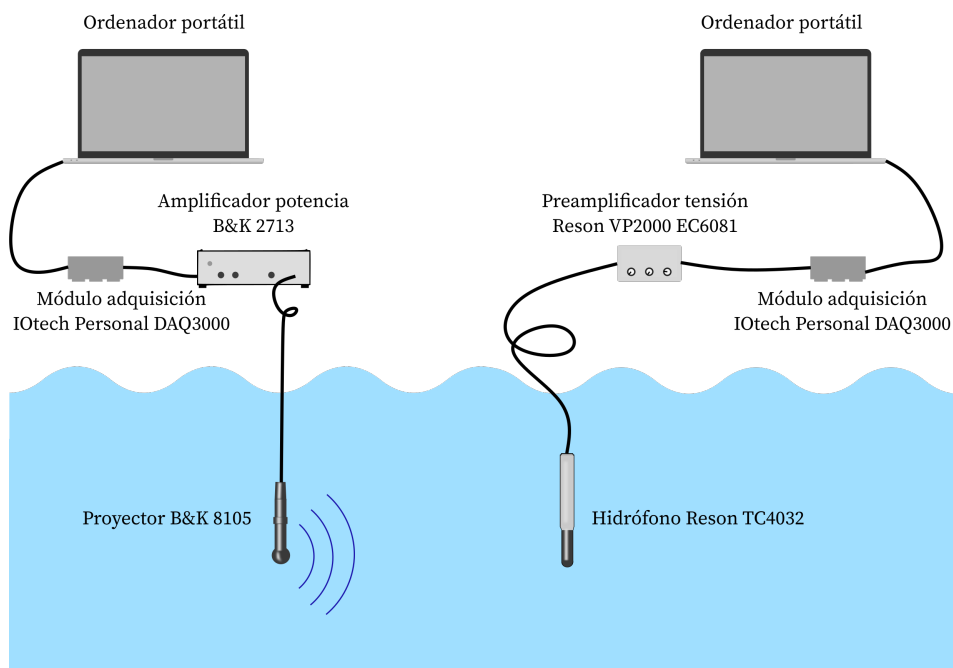


Figura 4.2.: Diagrama de bloques del sistema de medidas UAC.

El equipamiento de medidas UAC, que se presenta en la Fig. 4.2, se componía de:

- Dos ordenadores portátiles, para el control y almacenamiento de las señales de interés y para el procesamiento de otras señales y pilotos con fines de monitorización.
- Dos módulos de adquisición IOtech Personal DAQ3000, con 16 bits de resolución y una frecuencia de muestreo de 1 MHz, que se utilizaron como convertor digital-analógico en el transmisor y como convertor analógico-digital en el receptor.
- En el transmisor, un amplificador de potencia Brüel & Kjaer 2713 y un proyector Brüel & Kjaer 8105.
- En el receptor, un hidrófono Reson TC4032 de bajo ruido seguido de un preamplificador de tensión Reson VP2000 EC6081, con un ancho de banda de 1 MHz.

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

Tabla 4.1.: Resumen de las características de los canales medidos.

Canal UAC	$f_c$ (kHz)	$p_T$ (m)	$d_T$ (m)	$p_F$ (m)
A6-32	32	6	50	16
A6-64	64	6	50	16
A6-128	128	6	50	16
B6-32	32	6	100	20
B6-64	64	6	100	20
B6-128	128	6	100	20
C3-64	64	3	200	25
C9-32	32	9	200	25
C9-64	64	9	200	25
C9-128	128	9	200	25

El equipamiento permite realizar mediciones precisas de canal y ruido en la banda ultrasónica. Las señales acústicas de sondeo fueron sinusoides de amplitud constante y frecuencia  $f_c$  de 32, 64 y 128 kHz<sup>1</sup>, para asegurar comportamiento de canal plano. El conjunto de configuraciones de canales medidos se describe en la Tabla 4.1, donde se incluyen la frecuencia de la señal acústica ( $f_c$ ), la profundidad de los transductores ( $p_T$ ), la separación entre los transductores o distancia del enlace ( $d_T$ ) y la profundidad media del fondo marino ( $p_F$ ). El código de cada canal UAC comienza con una letra: A para  $d_T = 50$  m y  $p_F = 16$  m, B para  $d_T = 100$  m y  $p_F = 20$  m y C para  $d_T = 200$  m y  $p_F = 25$  m, seguida de un número que indica la profundidad de los transductores ( $p_T$ ) y finaliza con la frecuencia en kHz de la señal acústica.

Las señales recibidas se registraron durante una ventana de tiempo de 60 s con una frecuencia de muestreo de 1 MHz. Posteriormente, los registros se procesaron digitalmente en tiempo diferido, aplicando en primer lugar un filtro paso banda de 400 Hz de ancho de banda centrado en la frecuencia de la sinusoide transmitida. La función de este filtro era atenuar la interferencia y el ruido fuera de banda. Su ancho de banda se estableció en un valor mucho mayor que la dispersión Doppler esperada, pero suficientemente pequeño para filtrar el ruido impulsivo y de baja frecuencia de la señal recibida. En segundo lugar, se utilizó un detector de envolvente para obtener la envolvente de la señal recibida, cuyas variaciones, al haberse enviado una señal sinusoidal pura de amplitud constante, eran directamente consecuencia de los efectos del canal y, por tanto, se podían asociar con la envolvente de la ganancia del canal, a la que en el capítulo 2 denominamos envolvente del *fading*,  $\alpha$ . A partir de ella, se determinan las siguientes características para cada canal UAC, recogidas en la Tabla 4.2:

- La atenuación. Este parámetro es una estimación de las pérdidas debidas a los efectos de propagación a gran escala ( $L$  en (2.3)), a partir del promediado del valor cuadrático medio de  $\alpha$ .
- Los parámetros de dispersión en frecuencia. Como se comentó en el apartado 2.2.3, las

<sup>1</sup> Para poder suponer la transmisión en forma de rayos es necesario que se cumpla que  $p_F \gg \lambda_c$ . El caso peor se tiene para  $f_c = 32$  kHz, con  $\lambda_c \approx 46.9$  mm, y la menor profundidad  $p_F = 16$  m, de modo que se cumple.

#### 4.1. Caracterización de canales ultrasónicos subacuáticos en aguas someras

Tabla 4.2.: Medidas de atenuación, dispersión Doppler ( $B_D$ ) y tiempo de coherencia ( $T_c$ ) de los canales.

Canal UAC	Atenuación (dB)	$B_D$ (Hz)	$T_c$ (ms)
A6-32		1.7	116.3
A6-64	30–50	4.0	50.2
A6-128		6.0	33.5
B6-32		2.5	78.9
B6-64	35–65	4.2	47.4
B6-128		6.7	30.0
C3-64		2.8	70.5
C9-32	50–80	1.7	119.6
C9-64		2.6	76.8
C9-128		4.0	50.2

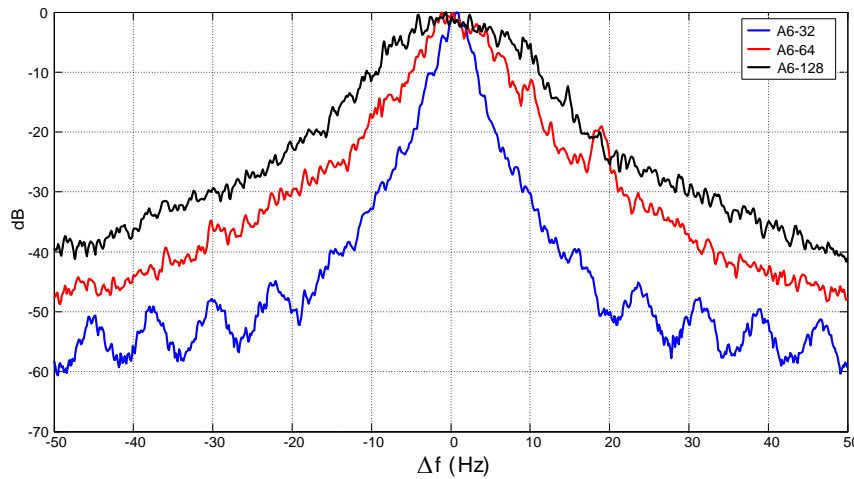


Figura 4.3.: Espectro Doppler normalizado respecto a la frecuencia  $f_c$  en los canales A6-32, A6-64 y A6-128.

variaciones temporales de pequeña escala producen desplazamientos en la frecuencia de la señal recibida debidos al efecto Doppler, que se recogen en el llamado espectro Doppler<sup>2</sup>. A partir de él, se puede extraer la *dispersión Doppler*,  $B_D$ , definida como el valor rms de la anchura del espectro Doppler [Rappaport2002], y de ésta el *tiempo de coherencia*,  $T_c$ , que es inversamente proporcional, e indica el tiempo en el que el canal se puede considerar invariante. Aunque existen diferentes criterios para ajustar la relación, hemos seguido [Rappaport2002] dado por  $T_c = 0.2/B_D$ . En la Fig. 4.3 se presenta el espectro Doppler medido para los canales A6-32, A6-64 y A6-128.

En los valores medidos están incluidos tanto el efecto del movimiento en el canal como el vaivén de las barcas transmisora y receptora de las que se suspendieron el proyector y el hidrófono. Al quedar incluido el movimiento de los transductores en

<sup>2</sup> Espectro de la señal recibida cuando se ha transmitido un tono puro, para observar su ensanchamiento en frecuencia.

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

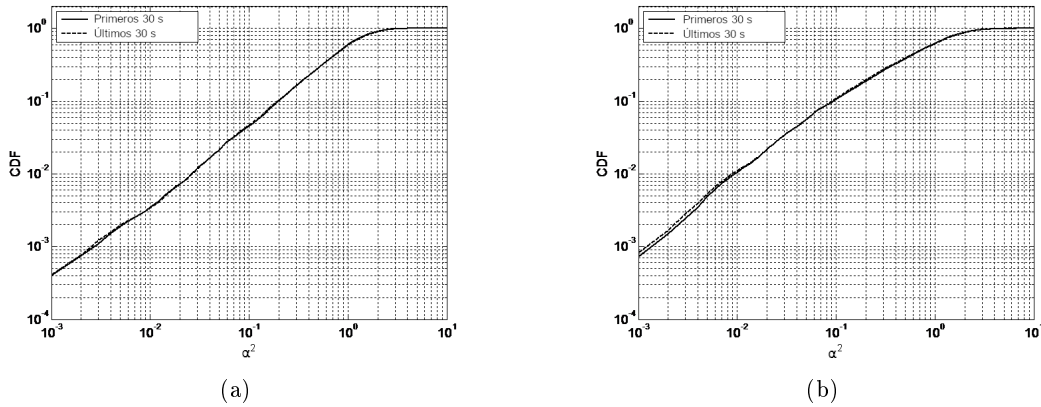


Figura 4.4.: Función de distribución (CDF) de la ganancia en potencia del canal en ventanas de tiempo consecutivas de 30s. (a) Canal A6-64. (b) Canal C3-64.

el modelo de *fading*, podría resultar útil para la simulación y diseño de un sistema donde los transductores estuvieran afectados por el movimiento del mar, al no estar sujetos al fondo o a estructuras submarinas fijas.

Las muestras medidas de la envolvente del *fading*,  $\alpha$ , se suponen aleatorias, estacionarias y ergódicas. Para cada canal UAC, a partir de estos datos, se determina la ganancia en potencia del canal  $\alpha^2$ , se normaliza para que  $\mathbb{E}[\alpha^2] = \Omega = 1$ , y se calcula su CDF,  $F_{\alpha^2}(z) = Pr[\alpha^2 \leq z]$ , que permite caracterizar por completo el desvanecimiento del canal. Para comprobar que el canal era estacionario, se compararon las CDF medidas en dos ventanas consecutivas de 30 s, como muestra la Fig. 4.4, resultando diferencias muy pequeñas entre ambas para todos los canales UAC (del orden de  $10^{-4}$ ), por lo que se pudo asumir, de forma razonable, que era estacionarios.

El procedimiento para estimar el desvanecimiento no evita que se cuele algo de ruido. Sin embargo, el ruido también se registró por sí solo en los emplazamientos de medida. La relación señal a ruido obtenida a la salida de los algoritmos de procesamiento fue mayor de 30 dB en el caso peor (para la frecuencia de 128 kHz y un enlace de 200 m). Por tanto, estos resultados permitieron descartar la influencia del ruido en la CDF estimada.

En la Fig. 4.5 se presentan las CDF medidas para algunos de los canales UAC, en concreto para la señal acústica de  $f_c = 64$  kHz en varias configuraciones. Como muestra la Fig. 4.5(a), la profundidad de los transductores parece tener influencia en los estadísticos, porque la curva de los transductores a menor profundidad presenta menos dispersión en la distribución (pendiente más abrupta). En la Fig. 4.5(b) se relacionan diferentes distancias del enlace y se aprecia que los desvanecimientos crecen con la distancia. De todos modos, esto no tiene por qué ser la situación general, dado que el nivel de desvanecimientos depende no solo de la distancia del enlace, sino también del entorno y la disposición del transmisor y receptor. En general, se observa que la CDF presenta una dependencia con la frecuencia mayor en enlaces cortos [Sanchez2014].

Debido a la normalización realizada,  $\mathbb{E}[\alpha^2] = 1$ , la varianza de las medidas de cada canal es directamente su AoF. De este modo, a partir de la comparación de las pendientes de la CDF de distintos canales UAC, se puede extraer cuál de ellos presenta un mayor nivel

#### 4.1. Caracterización de canales ultrasónicos subacuáticos en aguas someras

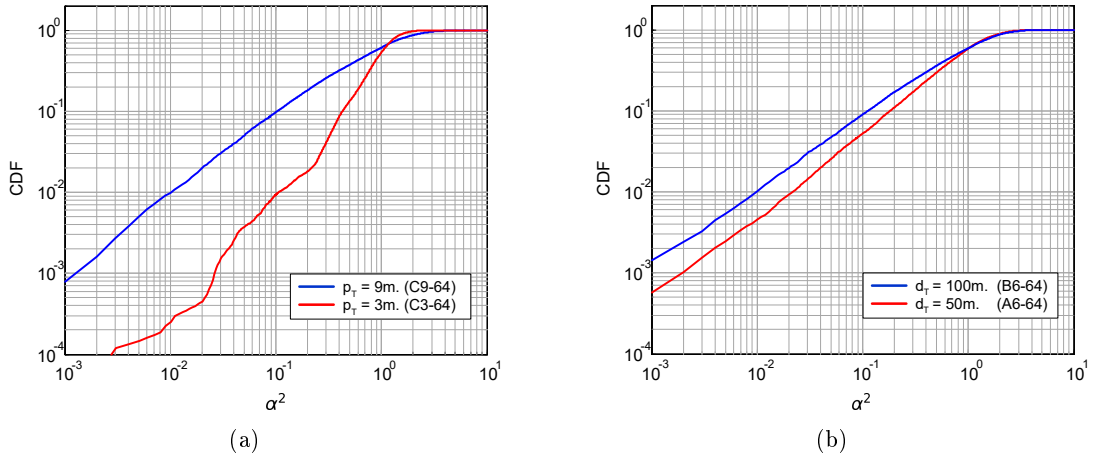


Figura 4.5.: Función de distribución (CDF) de la ganancia en potencia del canal, estimada a partir de las medidas para la señal acústica con  $f_c = 64$  kHz y (a) dos profundidades distintas de los transductores y la misma distancia del enlace ( $d_T = 200$  m); (b) dos distancias distintas del enlace y la misma profundidad de los transductores ( $p_T = 6$  m).

de desvanecimientos, pues será aquel con menor pendiente en su CDF. Como ejemplo, en los canales UAC de la Fig. 4.5 será el B6-64, lo que se puede comprobar en la Tabla 4.3 que incluye los valores de los AoF extraídos de las medidas ( $\text{AoF}_{\text{med}}$ ). Todos los canales presentan AoF menores que los de Rayleigh ( $\text{AoF}^{\text{Ray}} = 1$ ), por lo que se justifica la elección de modelos que permitan incorporar escenarios LoS como  $\kappa$ - $\mu$  shadowed o Rice.

#### 4.1.2. Modelado de pequeña escala de los canales UAC

El siguiente paso, una vez obtenida la CDF de cada canal UAC, es determinar los parámetros del modelo estadístico de canal con el que se quieran ajustar las medidas, en este trabajo, la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y la de Rice. Para ello es preciso realizar un proceso de optimización<sup>3</sup> que busca minimizar el error entre la CDF medida,  $F_{\alpha^2}(\cdot)$ , y la expresión analítica de la CDF del modelo correspondiente<sup>4</sup>,  $\hat{F}_{\alpha^2}(\cdot)$ . En nuestro caso, se ha definido ese error como

$$\epsilon = \max_x \left| \log_{10} \hat{F}_{\alpha^2}(x; \text{parámetros}) - \log_{10} F_{\alpha^2}(x) \right|. \quad (4.1)$$

Este factor de error es una versión modificada del estadístico de Kolmogorov-Smirnov [Corder2009], empleando el logaritmo de la CDF en lugar de la propia CDF para dar más peso en el ajuste a valores cercanos a cero (cuando el desvanecimiento es más severo). Esta región es de interés en los sistemas de comunicaciones, dado que determina algunos parámetros de prestaciones importantes como la probabilidad de interrupción.

Los valores de los parámetros obtenidos en cada caso después del proceso de optimización, así como el factor de error, se recogen en la Tabla 4.3. Además, se incluyen el AoF extraído de las medidas y el calculado con los modelos de canal, así como las capacidades ergódicas calculadas para  $\bar{\gamma} = 12.5$  dB. En todos los casos  $\mu$  es cercano a 1. El canal C3-64 es el

<sup>3</sup> Se ha utilizado el método de Nelder-Mead implementado en Matlab.

<sup>4</sup> En el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, la expresión (3.3) para parámetros reales.

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

Tabla 4.3.: Parámetros de las distribuciones  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y Rice para los canales UAC medidos ( $C$  en bps/Hz para  $\bar{\gamma} = 12.5$  dB).

Canal UAC	AoF <sub>med</sub>	Modelo $\kappa - \mu$ shadowed						Modelo Rice			
		$\kappa$	$\mu$	$m$	$\epsilon$	AoF	$C$	$K$	$\epsilon$	AoF	$C$
A6-32	0.80	2.33	0.92	1.86	0.029	0.82	3.67	0.55	0.068	0.87	3.64
A6-64	0.57	2.90	1.00	3.18	0.061	0.62	3.78	1.71	0.061	0.60	3.79
A6-128	0.51	9.56	1.27	1.67	0.114	0.63	3.81	3.44	0.23	0.40	3.94
B6-32	0.86	3.03	0.91	2.15	0.056	0.74	3.71	0.21	0.085	0.97	3.61
B6-64	0.76	1.89	0.94	1.32	0.049	0.93	3.61	0.00	0.159	1	3.60
B6-128	0.75	1.99	1.01	1.86	0.022	0.79	3.69	1.01	0.028	0.75	3.71
C3-64	0.20	7.66	0.90	18.68	0.192	0.28	4.03	5.67	0.197	0.28	4.03
C9-32	0.60	4.06	1.13	2.45	0.026	0.58	3.83	2.64	0.111	0.47	3.88
C9-64	0.93	0.03	1.02	6.32	0.053	0.98	3.61	0.03	0.104	1	3.60
C9-128	0.82	1.56	1.04	2.39	0.040	0.76	3.71	1.29	0.068	0.68	3.74

medido más cerca de la superficie y el que presenta menor AoF y mayor capacidad. Se corresponde con el valor de  $m$  más elevado, lo que se asocia a una menor fluctuación de la componente dominante que, además, lleva una proporción importante de la potencia recibida ( $\kappa = 7.66$ ). En el modelo de Rice, que sólo depende de un parámetro, este caso es el que presenta mayor  $K$ . Este canal C3-64 sirve para poner de manifiesto cómo el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed deriva en Rice cuando  $\mu = 1$  y  $m \rightarrow \infty$ , que para valores prácticos puede tomarse con  $m \approx 20$ . Se observa en la tabla que, tanto los valores de AoF como  $C$ , calculados con ambos, son iguales.

Otro canal con alta  $\kappa$  es el A6-128, pero con una fluctuación mucho mayor, por lo que existe un nivel de *fading* más elevado. Por su parte, el modelo de Rice lo ajusta con  $K = 3.44$ , el segundo valor más alto. Cabe comentar que ambos escenarios son los que presentan mayor desviación con las medidas. El canal C9-64, en el que sólo cambia la profundidad de los transductores con respecto al C3-64, es cercano a un canal Rayleigh, con  $\kappa$  y  $K$  aproximadamente cero, necesario para conseguir  $\text{AoF}_{\text{med}} \approx 1 = \text{AoF}^{\text{Ray}}$ . Esto podría indicar que la comunicación a más profundidad o a una menor altura desde el fondo del mar incide negativamente en la transmisión, aunque habría que corroborarlo con más medidas. El resto de canales presenta valores intermedios de  $\kappa$  y  $K$ , con elevada fluctuación de la componente dominante ( $m < 3.2$ ) para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.

En la Fig. 4.6 se muestra la CDF medida para la ganancia en potencia del canal C9-32 frente a las CDF de los dos modelos de canal, evaluadas numéricamente. El factor de error para el ajuste de este canal es 0.111 para Rice y 0.026 para  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, considerablemente menor. Como se refleja en la Tabla 4.3, aunque el ajuste con los dos modelos es bueno, es mejor con la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, lo que corrobora que este modelo es preferible para modelar los canales acústicos subacuáticos también en la banda de frecuencias ultrasónicas.

#### 4.1. Caracterización de canales ultrasónicos subacuáticos en aguas someras

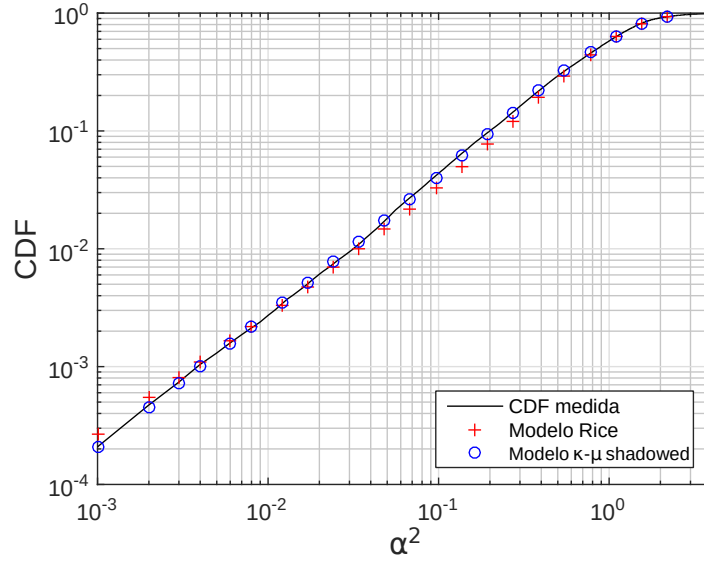


Figura 4.6.: Ejemplo de ajuste del canal C9-32 con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y el modelo Rice.

#### 4.1.3. Parámetros de prestaciones con el modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

Como se ha señalado anteriormente, en la Tabla 4.3 aparecen, entre otros datos, los AoF medidos de los canales UAC. Una vez ajustados los parámetros de los modelos  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y Rice, con ellos se han calculado los AoF correspondientes, usando la expresión (3.13) para el primer caso y  $\text{AoF}^{\text{Rice}} = \frac{1 + 2K}{(1 + K)^2}$  para el segundo (que se puede extraer de (3.13) aplicando las tendencias de la Tabla 3.2), y los resultados se han incluido en la misma tabla. Si se define un error rms del AoF del modelo como

$$\epsilon_{\text{AoF}_{\text{modelo}}} = \frac{\sqrt{\sum_1^N (\text{AoF}_{\text{med}} - \text{AoF}_{\text{modelo}})^2}}{N}, \quad (4.2)$$

siendo  $N$  el número de canales UAC medidos, se comprueba que el ajuste del AoF también es mejor con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed ( $\epsilon_{\text{AoF}}^{\text{KMS}} = 0.027$  frente a  $\epsilon_{\text{AoF}}^{\text{Rice}} = 0.0368$ ). Esto era previsible dado que el ajuste se realiza con (4.1) donde entran en juego las CDF, y el AoF está relacionado con la pendiente de la CDF.

Si se analizan los valores de AoF para cada canal por separado y se define la desviación porcentual para cada modelo como

$$D_{\text{AoF}}(\%) = \frac{\text{AoF}_{\text{modelo}} - \text{AoF}_{\text{med}}}{\text{AoF}_{\text{med}}} \times 100, \quad (4.3)$$

se observa que en los canales con más potencia en la componente LoS, donde el ajuste de la CDF es peor, también se obtienen mayores desviaciones en el AoF, en concreto la peor se da para el canal C3-64, el de menor  $\text{AoF}_{\text{med}}$ , donde ambos modelos consiguen  $\text{AoF} = 0.28$ ,

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

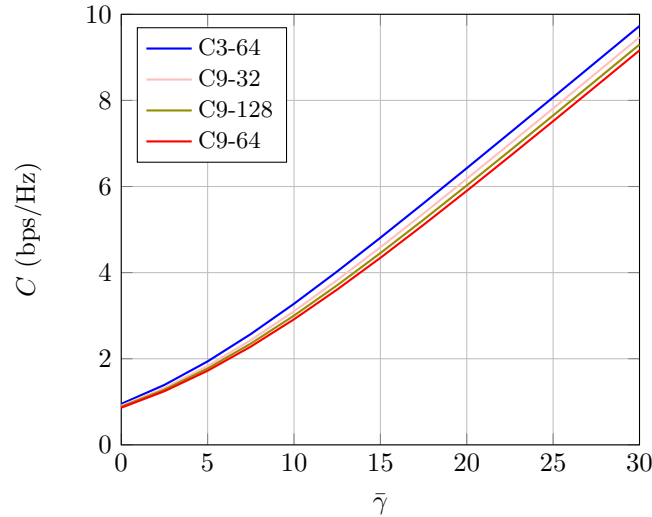


Figura 4.7.: Evaluación de la capacidad ergódica con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed para los canales UAC medidos con  $d_T = 200$  m y  $p_F = 25$  m.

siendo  $D_{\text{AoF}} = 40\%$ . El conjunto de canales C9-x, que corresponden a los enlaces de mayor distancia ( $d = 200$  m) y mayor profundidad de los transductores ( $d_T = 9$  m), se ajustan mejor con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed. En concreto, el C9-32 se desvía un  $-3.3\%$  frente al  $-21.7\%$  de Rice. En los casos donde Rice consigue mejor aproximación, como el B6-128 y A6-64, la desviación con la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed se mantiene baja ( $0\%$  frente a  $5.3\%$  y  $5.3\%$  frente a  $8.8\%$  respectivamente).

También se ha estudiado la capacidad ergódica. Para ello se ha asumido que el ruido en el receptor es aproximadamente Gaussiano (aunque se ha reportado presencia de componentes no Gaussianas a frecuencias ultrasónicas [Chitre2007]) y que la densidad espectral de potencia del ruido es constante en el ancho de banda de interés (lo que se verificó en las medidas). De este modo, los estadísticos de la relación señal a ruido recibida,  $\gamma$ , están esencialmente determinados por los estadísticos de la ganancia en potencia del canal,  $\alpha^2$ . Bajo estas circunstancias, la capacidad ergódica se puede calcular con (2.62), utilizándose para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed la expresión (3.14), dado que los valores extraídos de los parámetros cumplen  $(m - \mu) \notin \mathbb{N}_0$ , y para el modelo de Rice, la expresión (3.48).

En la Tabla 4.3 aparece una columna con la capacidad ergódica para  $\bar{\gamma} = 12.5$  dB y en la Fig. 4.7 se representa la capacidad ergódica para varios de los canales UAC medidos en función de la SNR media. En concreto aparecen el canal C3-64 que consigue la mayor capacidad y el C9-64 que consigue la menor. La capacidad obtenida es conforme con la interpretación física de que cuanto mayores desvanecimientos existan (mayor AoF), menor capacidad.

Conocer el orden de magnitud de la capacidad de los canales subacuáticos es importante para el diseño del enlace de comunicaciones. En los canales UAC medidos está alrededor de 4 bps/Hz para una relación señal a ruido de 12.5 dB, lo que significa que para un ancho de banda del sistema de 1 kHz (en el caso de banda estrecha), teóricamente se podrían transmitir hasta unos 4 kbps de forma fiable.



## 4.2. Eficiencia espectral en redes celulares

Una de las formas para conseguir una mayor capacidad en las redes celulares actuales es aumentar la densidad de estaciones base (EBs), lo que reduce la distancia de los enlaces y redundante en una mejora de las prestaciones del sistema. Pero el desconocimiento sobre dónde están localizados los transmisores y receptores, así como el elevado número de interferentes, complica el estudio del problema.

El análisis matemático utilizando procesos puntuales de Poisson (PPP) es una herramienta potente y precisa para la investigación en este campo [Andrews2011, ElSawy2017, Chun2017a]. Esta aproximación captura la aleatoriedad espacial de las redes celulares y permite incluir otras fuentes de incertidumbre como los desvanecimientos o el ensombrecimiento. En [Keeler2018] se ha demostrado que con independencia de las localizaciones de las EBs, incluso bajo condiciones poco estrictas de homogeneidad, el aumento de la desviación estándar en el ensombrecimiento,  $\sigma_{PL}$  en (2.9), hace que la potencia que un usuario recibe de un conjunto de EBs, se parezca más a lo que se tendría si las EBs estuvieran distribuidas según una red PPP. Por tanto, para las redes celulares con características típicas, se puede trabajar como si fueran redes de Poisson.

Como se ha comentado en el Capítulo 2, en los entornos reales y complicados, los mecanismos de propagación se suelen separar en fenómenos a gran escala y a pequeña escala. Esta división se basa en que, para una determinada localización del receptor y pequeñas variaciones en la distancia<sup>5</sup>, los primeros apenas se ven afectados y sólo se producen cambios importantes en la señal recibida debidos a los segundos. En [George2017] se desarrolla un marco de trabajo con este enfoque para el estudio de la capacidad ergódica en redes celulares, siendo importantes los siguientes aspectos:

- Para relajar la complejidad a la hora de modelar el sistema, se separan las características del canal a gran escala y a pequeña escala, efectuando:
  - un análisis a gran escala, centrado en la geometría estocástica que, además, permite capturar de forma implícita el ensombrecimiento. El tiempo medio de permanencia en una determinada localización de la red es mucho mayor que la duración de una palabra código, de modo que las propiedades del canal a gran escala pueden verse como constantes para cada palabra.
  - un análisis a pequeña escala, suponiendo un modelo de canal de Rayleigh para caracterizar los desvanecimientos. Los resultados así obtenidos se corresponde con entornos donde todas las componentes que llegan al receptor son difusas.
- Se supone ergodicidad en los procesos aleatorios de pequeña escala, lo que encaja con las condiciones de funcionamiento de los sistemas inalámbricos modernos [Lozano2012]. Las palabras código transmitidas son suficientemente largas como para que experimenten muchos estados del canal, de modo que el comportamiento del canal, y la eficiencia espectral como caso particular, puede evaluarse a través de esperanzas matemáticas sobre los desvanecimientos de pequeña escala, manteniendo las características de gran escala fijas.

<sup>5</sup> De decenas a varios cientos de  $\lambda_c$ .

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

- Se admite que cada receptor puede conocer la evolución de su señal deseada, pero no la proveniente del resto de transmisores que actúan como interferentes.

Siguiendo el marco expuesto, en esta sección profundizaremos en la capacidad ergódica de redes celulares con alta densidad de EBs, utilizando el modelo de *fading*  $\kappa$ - $\mu$  shadowed para el análisis a pequeña escala. Dado que el transmisor y el receptor están más próximos, aumenta la posibilidad de visión directa en la comunicación. No obstante, en cuanto la separación del usuario con la EB es superior a varias decenas de metros, la línea directa en entornos densamente poblados, no es una situación habitual, aunque sí se puede considerar probable que llegue una mayor potencia al receptor consecuencia de reflexiones especulares. Pero, en un entorno en movimiento, con el terminal bien en la mano, metido en un bolso o cerca de la cabeza, hay elementos cercanos que pueden contribuir a bloquear o minimizar esa contribución. Por este motivo, estamos interesados en determinar cómo afecta a la capacidad ergódica espacial de la red este aumento de la potencia recibida y el posible ensombrecimiento a pequeña escala. Para ello se estudiarán condiciones de propagación que van desde la situación NLoS, en la que dicha potencia es cero como consecuencia de obstrucciones a pequeña escala, hasta la existencia de una componente dominante con diferentes potencias y estados de fluctuación en su amplitud que, con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, se consigue variando los parámetros  $\kappa$  y  $m$ .

La capacidad ergódica de este modelo para cualquier valor real de sus parámetros, (3.14), es muy compleja puesto que depende de la función Meijer-G de dos variables. Cuando  $m$  y  $\mu$  son naturales, la expresión se simplifica mucho (3.17) sin que esta restricción afecte de forma significativa al encaje con las medidas de campo [LopezM2017]. Por tanto, en esta investigación se utilizará el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed que hemos denominado físico.

##### 4.2.1. Escenarios para el estudio

Los escenarios para el estudio de la capacidad ergódica espacial de la red consideran un único *cluster* ( $\mu = 1$ ). Con esta elección, mediante el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed se podrán analizar canales con desvanecimientos tipo Rayleigh, Rice y Ricean shadowed. Se han buscado escenarios representativos para cubrir diferentes situaciones de la componente dominante: con bloqueo, ensombrecimiento o determinista, suponiendo las variaciones debidas a fenómenos de pequeña escala, como pueden ser las obstrucciones de la cabeza u otras partes del cuerpo de la persona durante el transcurso de la comunicación móvil.

Los escenarios elegidos son:

- **$E\kappa 0$** . Ninguna potencia extra, debido a bloqueos en las cercanías del usuario,  $\kappa = 0$  y  $m \rightarrow \infty$ . Corresponde con el modelo de Rayleigh, que se toma como referencia y es el analizado en [George2017].
- **$E\kappa 1$** . Componente dominante determinista de baja potencia, representando que la componente sufre más reflexiones, pero sin ensombrecimiento,  $\kappa = 1$  y  $m \rightarrow \infty$  (modelo Rice).
- **$E\kappa 3$** . Componente dominante determinista de media potencia, asociado a un menor número de reflexiones sin ensombrecimiento,  $\kappa = 3$  y  $m \rightarrow \infty$  (modelo Rice).

- **Eκ10**. Componente dominante determinista de alta potencia, consecuencia de mínimas reflexiones, sin ensombrecimiento,  $\kappa = 10$  y  $m \rightarrow \infty$  (modelo Rice).
- **Eκ10m5**. Componente dominante de alta potencia y fluctuación media, representa mínimas reflexiones pero con algo de ensombrecimiento,  $\kappa = 10$  y  $m = 5$  (modelo Rician shadowed).
- **Eκ10m2**. Componente dominante de alta potencia y alta fluctuación, asociado a mínimas reflexiones con elevado ensombrecimiento,  $\kappa = 10$  y  $m = 2$  (modelo Rician shadowed).

Cuando se contemple que la componente dominante es determinista, lo que equivale en el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed a  $m \rightarrow \infty$ , para los cálculos se utilizará  $m = 20$  pues resulta un valor suficiente, como se justifica en [LopezM2017] y en los resultados de la sección 3.2.

Para comparar la variación de la capacidad entre dos situaciones, utilizaremos la relación:

$$\text{Impacto}(\%) = \frac{C - C_{\text{ref}}}{C_{\text{ref}}} \times 100, \quad (4.4)$$

donde  $C_{\text{ref}}$  denota la capacidad del escenario usado como referencia para determinar el impacto: una mejora si el impacto es positivo y un empeoramiento si es negativo.

#### 4.2.2. Modelo de la red

Al igual que en [George2017] se asume un modelo de enlace descendente para una red celular, con sistemas SISO con antenas omnidireccionales y en el que cada usuario es servido por una única EB. La señal experimenta pérdidas de trayecto a gran escala, con un exponente de pérdidas  $\eta > 2$ , y ensombrecimiento que queda capturado por la red PPP. En algunos escenarios de comunicaciones móviles,  $\eta$  puede llegar a valores por encima de 6 ó cercanos a 2 [Rappaport2002, Tabla 4.2], pero lo más general es que esté en torno a 4 en zonas urbanas densamente pobladas, por lo que este estudio se centrará en  $\eta \in [3.5, 4.2]$ . Las EBs están distribuidas espacialmente siguiendo un modelo PPP, proceso  $\Phi_b \in \mathbb{R}^2$ , con una densidad media  $\lambda_b$ .

El análisis se realiza sobre un usuario cualquiera, elegido de forma aleatoria. Gracias al teorema de Slivnyak, este usuario puede considerarse localizado en el origen de coordenadas sin pérdida de generalidad [Andrews2011].

Denotamos con  $r_k$  la distancia entre el usuario estudiado y la  $k$ -ésima EB, siendo  $r_0 < \dots < r_k < r_{k+1} < \dots$  con  $k \in \mathbb{N}_0$ . La EB que comunica con el usuario se considera localizada en  $r_0$ , es decir, el usuario se enlaza con la EB más cercana. Se asume que en la red hay un número significativamente mayor de usuarios que de EBs y, como resultado, todas las EBs están activas y transmitiendo, en bandas de frecuencias equivalentes, de modo que el resto de EBs actúan como interferentes. Todos los enlaces se suponen sujetos al mismo exponente de pérdidas,  $\eta$ .

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

La señal recibida<sup>6</sup> por el usuario para el símbolo  $n$  es [George2017]:

$$y[n] = \sqrt{P r_0^{-\eta}} H_0[n] x_0[n] + z[n], \quad (4.5)$$

con

$$z[n] = \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{P r_k^{-\eta}} H_k[n] x_k[n] + v[n], \quad (4.6)$$

donde  $P$  es la potencia medida a 1 m de cada EB,  $x_k \sim N_{\mathbb{C}}(0, 1)$  es la señal transmitida por la  $k$ -ésima EB,  $H_k$  es el coeficiente de *fading* asociado a la propagación desde la  $k$ -ésima EB (siendo todos los  $H_k$  independientes y de potencia unidad) y  $z$  es la suma de las señales interferentes del resto de EB más el ruido térmico,  $v \sim N_{\mathbb{C}}(0, N_0)$ .

Puesto que la señal recibida no sólo se ve afectada por el ruido térmico sino también por las señales procedentes de otras EBs que actúan como interferencias, se trabaja con la SINR (2.52). La SINR instantánea para cada símbolo, condicionada a un valor fijo para los  $\{r_k\}_{k=0}^{\infty}$  desde el punto de vista de pequeña escala, se escribe [George2017]

$$\text{SINR}[n] = \frac{P r_0^{-\eta} |H_0[n]|^2}{P \sum_{k=1}^{\infty} r_k^{-\eta} |H_k[n]|^2 + N_0}. \quad (4.7)$$

#### 4.2.3. Capacidad ergódica de un usuario

En las condiciones supuestas de procesos estacionarios y ergódicos a pequeña escala, la capacidad ergódica (en bps/Hz) cuando el receptor conoce el estado del canal de todos los enlaces interferentes, se calcula como [George2017]

$$C_{ex} = \mathbb{E}_{H_0} \left[ I \left( x_0; \sqrt{P r_0^{-\eta}} H_0 x_0 + z \middle|_{H_0, \{r_k\}_{k=0}^{\infty}} \right) \right], \quad (4.8)$$

siendo  $I$  la información mutua. La evaluación de esta capacidad no admite expresiones cerradas y requiere simulaciones de Monte-Carlo.

Con el objetivo de obtener una expresión cerrada, se hace preciso realizar ciertas simplificaciones. Para el usuario estudiado, en una zona concreta y con una determinada configuración de la red  $\{r_k\}_{k=0}^{\infty}$ , la señal ruido más interferencia  $z$  en (4.6) generalmente no sigue una distribución Gaussiana. Sin embargo, es habitual analizar  $C_{ex}$  mediante la expresión resultante de suponer que todos los  $\{H_k\}_{k=1}^{\infty}$  fueran conocidos en el receptor y

<sup>6</sup> Para cada símbolo, el término  $\sqrt{r_0^{-\eta}} H_0$  se corresponde con  $g$  en (2.27) y  $\sqrt{P} x_0$  con  $x$  donde, además del ruido  $v$ , a la señal recibida  $y$  se le ha añadido una señal interferente  $\omega = \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{P r_k^{-\eta}} H_k x_k$ .

$z$  se modelara como Gaussiano. De este modo (4.8) se convierte en<sup>7</sup>:

$$C_{ub} = \mathbb{E}_{\{H_k\}_{k=0}^{\infty}} \left[ \log_2 \left( 1 + \frac{P r_0^{-\eta} |H_0|^2}{P \sum_{k=1}^{\infty} r_k^{-\eta} |H_k|^2 + N_0} \right) \right] > C_{ex}, \quad (4.9)$$

que representa una cota superior para  $C_{ex}$  debido a la información adicional  $\{H_k\}_{k=1}^{\infty}$  en el receptor.

Aunque esta expresión es más manejable, sigue dependiendo de que el receptor conozca el estado del canal de todos los interferentes. Dado que esto no es lo habitual en situaciones prácticas, se podría dar otro paso en el modelado de  $z$  como Gaussiano y despreciar las variaciones de pequeña escala en su potencia, considerando [George2017]

$$z \sim N_{\mathbb{C}} \left( 0, P \sum_{k=1}^{\infty} r_k^{-\eta} + N_0 \right). \quad (4.10)$$

Introduciendo esta definición de  $z$  en (4.7), la SINR instantánea resulta

$$i\text{SINR} = \frac{P r_0^{-\eta}}{P \sum_{k=1}^{\infty} r_k^{-\eta} + N_0} |H_0|^2 = \rho |H_0|^2, \quad (4.11)$$

con

$$\rho = \frac{P r_0^{-\eta}}{P \sum_{k=1}^{\infty} r_k^{-\eta} + N_0}, \quad (4.12)$$

que representa la SINR media local para el usuario estudiado<sup>8</sup>, constante para cada palabra código, y que está desacoplada de los efectos de pequeña escala, englobados en  $|H_0|^2$ . Esto es válido para una región lo suficientemente pequeña como para considerar que el comportamiento a gran escala, pérdidas de trayecto y ensombrecimiento, no cambian significativamente.

Al utilizar (4.11), la capacidad ergódica aproximada se corresponde con

$$C = \mathbb{E}_{H_0} \left[ \log_2 \left( 1 + \frac{P r_0^{-\eta} |H_0|^2}{P \sum_{k=1}^{\infty} r_k^{-\eta} + N_0} \right) \right] = \mathbb{E}_{H_0} \left[ \log_2 \left( 1 + \rho |H_0|^2 \right) \right], \quad (4.13)$$

que es una cota inferior para  $C_{ex}$ , ya que con símbolos Gaussianos y dada una potencia en  $z$ , la información mutua se minimiza cuando  $z$  es Gaussiano [George2017]. Esta expresión será la utilizada en este trabajo cuando se hable de eficiencia espectral o de capacidad ergódica.

<sup>7</sup> Cuando  $s_0$  y  $z$  son Gaussianos, se cumple  $I(s_0; \sqrt{\gamma}s_0 + z) = \log_2(1 + \gamma)$ .

<sup>8</sup>  $i\text{SINR} = \rho$ , ya que la potencia de  $H_0$  es 1.

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

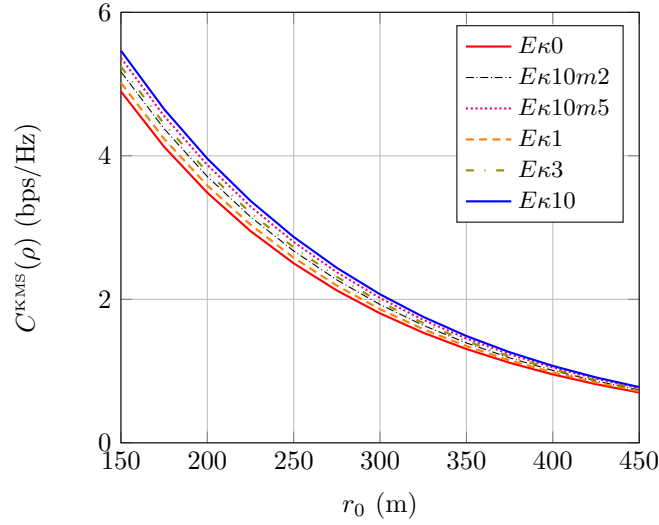


Figura 4.8.: Eficiencia espectral vs  $r_0$  para los escenarios estudiados.

En condiciones limitadas por interferencia ( $N_0/P \rightarrow 0$ ),  $\rho$  representa la SIR media local, siendo

$$\rho = \frac{r_0^{-\eta}}{\sum_{k=1}^{\infty} r_k^{-\eta}}. \quad (4.14)$$

Se trata de una suposición justificada para redes celulares densas, dado que el funcionamiento queda limitado por las interferencias al ser este término muy superior al ruido.

Para el usuario estudiado y unas localizaciones determinadas de las EBs,  $\{r_k\}_{k=0}^{\infty}$ , se determina el valor de  $\rho$ , que al considerarse fijo para los efectos a pequeña escala, hace que la distribución de SINR en (4.11) venga dada directamente por la de  $|H_0|^2$ , que en esta investigación es la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed. Por tanto, la capacidad para el usuario considerado en el origen, (4.13), se determina mediante

$$C(\rho) = \int_0^{\infty} \log_2(1 + \rho\xi) f_{|H_0|^2}(\xi) d\xi, \quad (4.15)$$

que, para el modelo de *fading* tratado, se corresponde con (3.17)

$$C^{\text{KMS}}(\rho) = \log_2(e) \sum_{i=0}^M c_i e^{1/(\rho W_i)} \sum_{k=0}^{m_i-1} \frac{\Gamma(-k, 1/(\rho W_i))}{(\rho W_i)^k}, \quad (4.16)$$

donde  $\Omega_i = \text{SINR } W_i = \rho W_i$ ,  $c_i$ ,  $M$  y  $m_i$  dados en la Tabla 3.1. Más adelante, a través de  $\rho$ , se introducirá la geometría de la red PPP que modela el comportamiento a gran escala, que ha quedado desligada de las variaciones a pequeña escala, y se calculará la media espacial de la capacidad ergódica en la red  $\bar{C}_{esp}$ .

La Fig. 4.8 presenta la eficiencia espectral (en bps/Hz) para el usuario estudiado en función de la distancia a su EB,  $r_0$ , para un escenario limitado en interferencia, donde se han tomado los siguientes valores de parámetros:  $\eta = 3.8$ ,  $\lambda_b = 2 \text{ EB/km}^2$  y 100 EBs interferentes distribuidas según  $r_k = \frac{\Gamma(k+1.5)}{\sqrt{\pi\lambda_b} \Gamma(k+1)}$ . La curva  $E\kappa 0$ , correspondiente al escenario

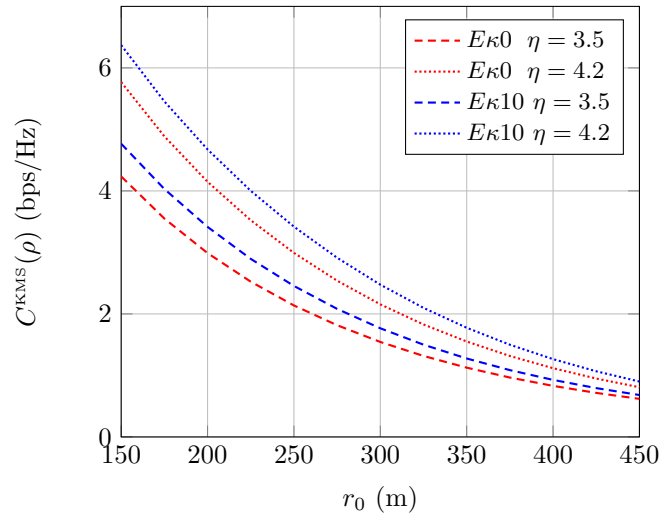


Figura 4.9.: Eficiencia espectral vs  $r_0$  para los escenarios  $E\kappa 0$  y  $E\kappa 10$  con  $\eta = 3.5$  y  $\eta = 4.2$ .

Rayleigh, es la misma expuesta en [George2017, Fig. 1-SISO].

A medida que el usuario se aleja de su EB, la señal recibida es más débil, por lo que la eficiencia espectral disminuye. Como era de esperar, el caso mejor se corresponde con la situación de mayor potencia en la componente dominante,  $E\kappa 10$ , que supone una mejora por encima del 10% a cualquier distancia respecto a la situación  $E\kappa 0$  (por ejemplo, 14.7% a  $r_0 = 300$  m). Le sigue  $E\kappa 10m5$ , con alta componente dominante y fluctuación media, y  $E\kappa 3$ , con componente dominante determinista de potencia media.

El exponente de pérdidas,  $\eta$ , también juega un papel importante. Cuando crece  $\eta$ , aumenta la atenuación en el entorno, por lo que la interferencia agregada disminuye en mayor medida que la señal deseada, mejorando así la eficiencia espectral, como muestra la Fig. 4.9. El incremento relativo entre la eficiencia espectral a  $r_0 = 150$ m desde  $\eta = 3.5$  hasta  $\eta = 4.2$  es de 29.1% para  $E\kappa 0$  y de 32% para  $E\kappa 10$ . La mejora del escenario  $E\kappa 10$  respecto al  $E\kappa 0$  está entre 10%-15% para todas las distancias desde la EB transmisora y el conjunto de  $\eta$  estudiados.

#### 4.2.4. Media espacial de la capacidad ergódica de la red

Los valores presentados están condicionados a una realización concreta de la red, pero suele interesar disponer de un valor que represente la capacidad de la red en su conjunto. Bajo las condiciones de ergodicidad espacial que cumple el PPP, esta cantidad corresponde al promediado de las capacidades de todos los usuarios en cualquier realización de la red, lo que denominaremos **media espacial de la capacidad ergódica**, definida como

$$\bar{C}_{esp} = \mathbb{E}_\rho [C(\rho)] = \int_0^\infty C(\theta) dF_\rho(\theta). \quad (4.17)$$

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

Tabla 4.4.: Parámetros  $s^*$  y  $\delta$  para valores del exponente de pérdidas en el estudio  $\eta$  [George2017].

$\eta$	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4.0	4.1	4.2
$\delta$	0.571	0.556	0.540	0.526	0.513	0.5	0.488	0.476
$s^*$	-0.672	-0.71	-0.747	-0.783	-0.819	-0.854	-0.888	-0.922

Un elemento clave para este cálculo es  $F_\rho(\theta)$ . Para determinar la distribución de  $\rho$ , se libera la condición impuesta de valores fijos para las distancias  $r_k$  y, con esto,  $\rho$  se convierte en una variable aleatoria cuya distribución está relacionada con el proceso  $\Phi_b$ . Seguiremos la caracterización de  $F_\rho(\theta)$  presentada en [George2017] para redes de Poisson en escenarios limitados por interferencia. La distribución  $F_\rho(\theta)$  presenta expresiones exactas para argumentos mayores de 1, o incluso entre 1/2 y 1 con expresiones más complejas, pero para valores por debajo son precisas aproximaciones. Para estos últimos casos, se sigue la propuesta en [Ganti2016], que muestra que  $F_\rho(\theta)$  para  $\theta \rightarrow 0$  satisface

$$\log F_\rho(\theta) = \frac{s^*}{\theta} + o(1), \quad (4.18)$$

con  $s^* < 0$  siendo solución de

$$(s^*)^\delta \bar{\Gamma}(-\delta, s^*) = 0, \quad (4.19)$$

donde  $\bar{\Gamma}(\cdot)$  denota a la función Gamma incompleta inferior (A.5) y  $\delta = 2/\eta$ . Como  $s^*$  sólo depende del exponente de pérdidas, se puede calcular previamente según el entorno, como aparece en la Tabla 4.4 para los valores asociados a los  $\eta$  utilizados, que son típicos de escenarios de comunicaciones celulares.

Con esto, [George2017] propone dos aproximaciones:

- Aproximación 1. Expresión para  $F_\rho(\theta)$  que usa la forma exacta hasta  $\theta \geq 1/2$  y (4.18) para  $\theta < 1/2$ ,

$$\begin{cases} F_\rho(\theta) \simeq e^{(s^*/\theta)} & 0 \leq \theta < \frac{s^*}{\log A_\delta} \\ F_\rho(\theta) \approx A_\delta & \frac{s^*}{\log A_\delta} \leq \theta < 1/2 \\ F_\rho(\theta) = 1 - \theta^{-\delta} \text{sinc}(\delta) + B_\delta \left( \frac{\theta}{1-\theta} \right) & 1/2 \leq \theta < 1 \\ F_\rho(\theta) = 1 - \theta^{-\delta} \text{sinc}(\delta) & \theta \geq 1 \end{cases} \quad (4.20)$$

con

$$A_\delta = 1 - 2^\delta \text{sinc}(\delta) + B_\delta(1), \quad (4.21)$$

y

$$B_\delta(x) = \frac{\delta \text{sinc}^2(\delta) \Gamma^2(\delta + 1) {}_2F_1(1, \delta + 1; 2\delta + 2; -1/x)}{x^{1+2\delta} \Gamma(2\delta + 2)}, \quad (4.22)$$

donde  ${}_2F_1(\cdot)$  es la función hipergeométrica de Gauss (A.14) y  $\Gamma(\cdot)$  la función Gamma (A.3).



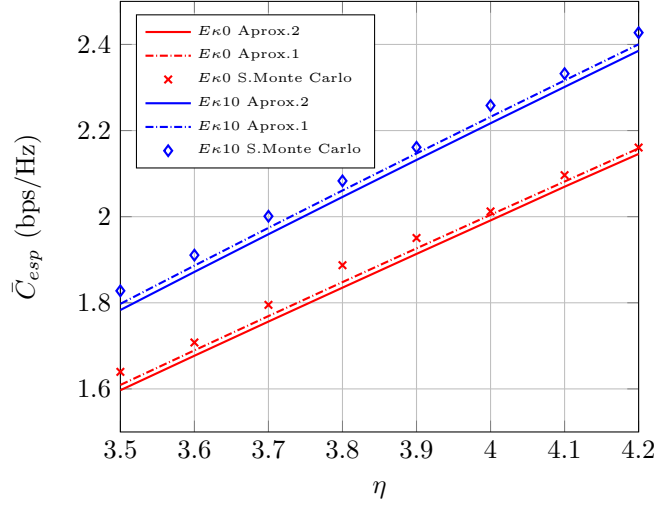


Figura 4.10.: Media espacial de la capacidad ergódica en función de  $\eta$  para los escenarios  $E_{\kappa 0}$  y  $E_{\kappa 10}$ , con las dos aproximaciones para  $F_{\rho}(\cdot)$ . Las marcas corresponden a simulaciones de Monte Carlo.

- Aproximación 2. Expresión para  $F_{\rho}(\theta)$  que usa la forma exacta sólo para  $\theta \geq 1$  y (4.18) para  $\theta < 1$ ,

$$\begin{cases} F_{\rho}(\theta) \simeq e^{(s^*/\theta)} & 0 \leq \theta < \frac{s^*}{\log(1-\text{sinc}(\delta))} \\ F_{\rho}(\theta) \approx 1 - \text{sinc}(\delta) & \frac{s^*}{\log(1-\text{sinc}(\delta))} \leq \theta < 1 \\ F_{\rho}(\theta) = 1 - \theta^{-\delta} \text{sinc}(\delta) & \theta \geq 1 \end{cases} \quad (4.23)$$

En la Fig. 4.10 se muestran los resultados de evaluación numérica obtenidos para la media espacial de la capacidad ergódica con ambas aproximaciones para los escenarios  $E_{\kappa 0}$  (Rayleigh) y  $E_{\kappa 10}$ , junto con simulaciones de Monte Carlo, para el conjunto de  $\eta$  de la Tabla 4.4. Aunque la Aproximación 1 obtiene valores algo más precisos, para el desarrollo de la expresión analítica se seguirá la Aproximación 2, por ser bastante más sencilla y proporcionar información equivalente para realizar el análisis del impacto de la potencia en la componente dominante sobre la capacidad ergódica espacial de la red. Ambas aproximaciones son cotas inferiores y obtienen valores por debajo de los resultados de las simulaciones de Monte Carlo.

El desarrollo matemático para determinar la expresión  $\bar{C}_{esp}$  a partir de la Aproximación 2 se detalla en el apartado 4.2.7, siendo el resultado

$$\begin{aligned} \bar{C}_{esp} = & \log e \sum_{i=0}^M c_i \sum_{k=0}^{m_i-1} \left\{ \frac{-s^* W_i}{(1+s^* W_i)^{k+1}} \left[ -E_i \left( \frac{s^*}{A} \right) + \sum_{n=1}^k \frac{1}{n!} \left( \frac{1+s^* W_i}{s^* W_i} \right)^n \Gamma \left( n, -\frac{s^*}{A} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{k!} E_i \left( -\frac{1}{W_i A} \right) \Gamma \left( k+1, -\frac{1+s^* W_i}{W_i A} \right) \right] + \sum_{r=0}^{k-1} \frac{r!}{k!} \left( \frac{1}{s^* W_i} \right)^{k-r-1} \Gamma \left( k-r, -\frac{s^*}{A} \right) \right\} \\ & + \log e \sum_{i=0}^M c_i \sum_{k=0}^{m_i-1} \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \frac{(-1/W_i)^k}{k!} \left\{ G_{2,2}^{2,3} \left( \frac{1}{W_i} \middle| \begin{matrix} 0, 1-(k+\delta) \\ 0, 0, -(k+\delta) \end{matrix} \right) - \sum_{r=0}^{k-1} \frac{W_i^{r+1} (-1)^r r!}{k+\delta-r-1} \right\}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

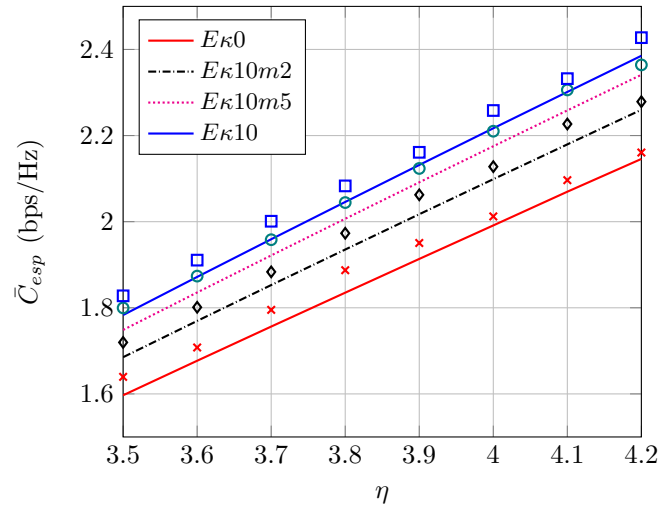


Figura 4.11.: Media espacial de la capacidad ergódica en función de  $\eta$  para los escenarios NLoS y con componente dominante fluctuante. Las marcas corresponden a simulaciones de Monte Carlo.

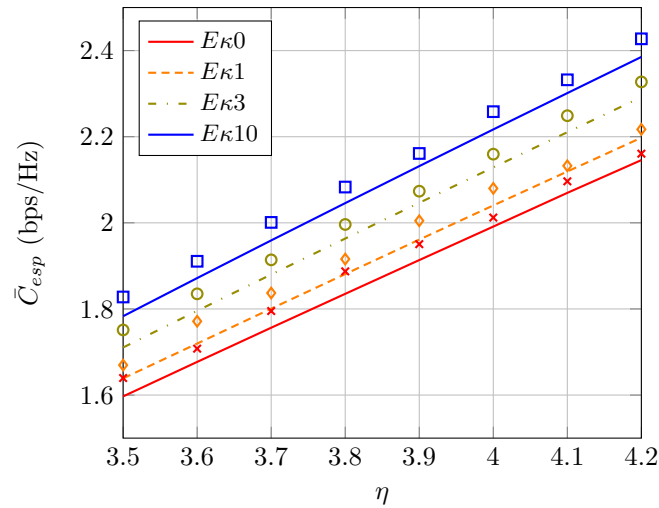


Figura 4.12.: Media espacial de la capacidad ergódica en función de  $\eta$  para los escenarios NLoS y con componente dominante determinista. Las marcas corresponden a simulaciones de Monte Carlo.

Esta expresión ha permitido validar las simulaciones y se ha utilizado en el estudio presentado en el siguiente apartado.

#### 4.2.5. Influencia de la componente dominante sobre $\bar{C}_{esp}$

A continuación se evalúa la media espacial de la capacidad ergódica (o eficiencia espectral media de la red),  $\bar{C}_{esp}$ , para el conjunto de escenarios elegidos en el apartado 4.2.1 con objeto de analizar el impacto de variar la potencia y grado de fluctuación de la componente dominante. Las Fig. 4.11 - 4.12 muestran los resultados para los escenarios con componente dominante con ensombrecimiento y determinista, respectivamente. Como era de esperar, todos los escenarios arrojan resultados dentro del límite inferior marcado por la ausencia de

Tabla 4.5.: Parámetros del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, AoF y media espacial de la capacidad ergódica.

Escenario	$\mu$	$\kappa$	$m$	AoF	$\bar{C}_{esp}^{\eta=3.5}$	$\bar{C}_{esp}^{\eta=4.2}$
NLoS ( $E\kappa 0$ )	1	0	$\infty(20)$	1	1.60	2.15
Extra1	1	10	1	1	1.60	2.15
$E\kappa 1$	1	1	$\infty(20)$	0.76	1.64	2.20
Extra2	1	3	1.74	0.76	1.64	2.20
$E\kappa 10m2$	1	10	2	0.59	1.69	2.26
Extra3	1	2.5	5.09	0.59	1.69	2.26
$E\kappa 3$	1	3	$\infty(20)$	0.47	1.71	2.30
$E\kappa 10m5$	1	10	5	0.34	1.75	2.34
Extra4	1	6.4	8.5	0.34	1.75	2.34
$E\kappa 10$	1	10	$\infty(20)$	0.21	1.78	2.38

potencia en la componente dominante  $E\kappa 0$ , asociado al típico escenario NLoS, y el límite superior dado por la mayor potencia determinista en dicha componente,  $E\kappa 10$ . Como se ha comentado, las simulaciones de Monte Carlo proporcionan valores ligeramente superiores debido a las aproximaciones utilizadas respecto a la expresión 4.8.

Cuando se observan los resultados, es fácil comprobar qué escenario consigue una mayor  $\bar{C}_{esp}$ . Por ejemplo, para  $\eta = 4$ ,  $\bar{C}_{esp}^{E\kappa 10m5} = 2.18$  bps/Hz y  $\bar{C}_{esp}^{E\kappa 3} = 2.13$  bps/Hz, por lo que  $E\kappa 10m5$  es mejor. Sin embargo, sería interesante establecer una relación a priori entre el nivel del desvanecimiento y la degradación asociada de la capacidad.

El sencillo parámetro de prestaciones grado de desvanecimiento, AoF (2.4.3), puede utilizarse para ilustrar esta relación. Cuanto menores son los desvanecimientos, menor es el AoF y mejores son las características del entorno para la transmisión, de modo que se puede conseguir mayor capacidad. Esto se refleja en la Tabla 4.5, en la que aparecen los parámetros del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed para distintos escenarios, con sus correspondientes AoF y capacidades espaciales medias, para los valores de  $\eta$  mínimo y máximo del rango analizado.

En el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, cuando  $m$  y  $\mu$  son naturales como se ha asumido en este estudio, el valor del AoF (3.13) se mueve en el rango  $[0, 1]$ . Por tal motivo, todos los valores en la Tabla 4.5 pertenecen a ese margen. Además de los escenarios elegidos en el apartado 4.2.1, se han incluido cuatro más (Extra1 a 4) que se ha buscado que presentaran el mismo AoF que alguno de los escenarios analizados. Se ha comprobado que la capacidad espacial media de esos casos es equivalente al escenario de igual AoF, de modo que el parámetro AoF permite ordenar a los escenarios según su capacidad con un cálculo mínimo. Se aprecia claramente que, cuanto menor es el AoF, mayor es la capacidad media. Dado que para todas las situaciones se utiliza el mismo exponente de pérdidas,  $\eta$ , cuando su valor es mayor, la interferencia agregada pierde peso respecto a la señal deseada y las capacidades resultan mayores.

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

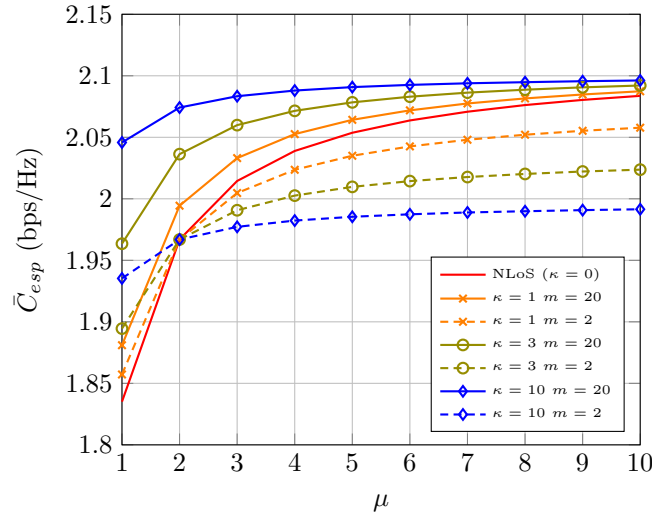


Figura 4.13.: Impacto de  $\mu$  en la media espacial de la capacidad ergódica ( $\eta = 3.8$ ).

#### 4.2.6. Variación de $\bar{C}_{esp}$ con los parámetros del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

En este apartado se profundiza en el impacto de cada uno de los tres parámetros del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed sobre la media espacial de la capacidad ergódica de la red celular. Con el fin de centrar el estudio en estos parámetros y hacerlo más claro, se utiliza siempre  $\eta = 3.8$ , valor intermedio del rango estudiado. El comportamiento para el resto de valores de  $\eta$  será equivalente, según se aprecia en las Fig. 4.11 - 4.12, pero con valores de capacidad por encima, para  $\eta$  mayores, o por debajo, para  $\eta$  menores.

Para explorar al máximo las posibilidades del modelo, también se ha permitido variar<sup>9</sup>  $\mu$ . Cuando  $\mu > 1$ , los canales en cada antena se corresponderían, según los valores de  $\kappa$  y  $m$ , todos con Rayleigh ( $\kappa = 0$ ), Rice ( $\kappa \neq 0$  y  $m \rightarrow \infty$ ) o Rician shadowed ( $\kappa \neq 0$  y  $m \neq 0$ ).

#### Variación con $\mu$

Todos los escenarios elegidos en 4.2.1 presentan  $\mu = 1$ , un único *cluster*. Ahora se analiza el cambio en la capacidad media espacial si se permite aumentar el número de *clusters* hasta 10. Se analiza el escenario NLoS ( $\kappa = 0$  y  $m = 20$ ) y varios escenarios con potencias diferentes en las componentes dominantes,  $\kappa = 1, 3$  y  $10$ , deterministas ( $m = 20$ ) y con alta fluctuación ( $m = 2$ ).

Para todos los casos estudiados,  $\mu$  tiene un impacto positivo en  $\bar{C}_{esp}$ , especialmente cuando se aumenta de 1 a 2, como se observa en la Fig. 4.13. Los escenarios con componente dominante determinista y NLoS tienden al mismo  $\bar{C}_{esp}$  a medida que  $\mu$  aumenta, mientras que si existe ensombrecimiento de pequeña escala, depende del valor de  $\kappa$ . Esto también puede interpretarse atendiendo a la expresión del AoF (3.13), donde el primer término

<sup>9</sup> El sentido físico en los casos con  $\mu$  natural mayor de 1 sería, como se indicó en el punto 3.1, cambiar el sistema SISO por un sistema SIMO con  $\mu$  antenas independientes en recepción, que utilizara la técnica de diversidad MRC.

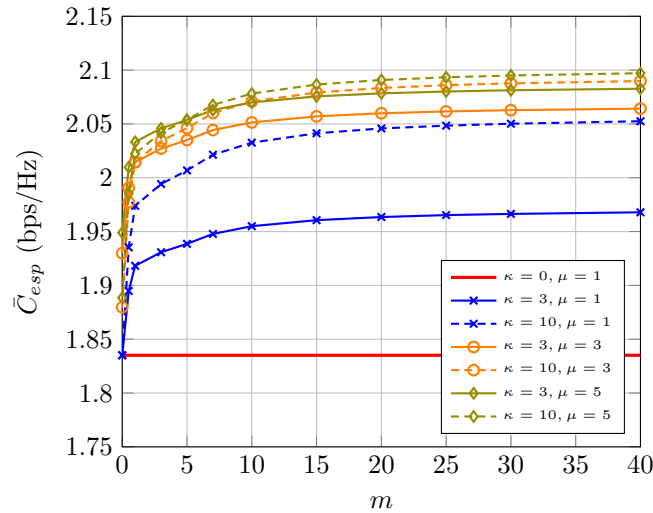


Figura 4.14.: Impacto de  $m$  en la media espacial de la capacidad ergódica ( $\eta = 3.8$ ).

pierde importancia a medida de  $\mu$  crece, mientras que el segundo, que depende inversamente de  $m$ , crece con  $\kappa$ . Los escenarios con ensombrecimiento consiguen menor  $\bar{C}_{esp}$  que los NLoS para  $\mu > 2$ .

### Variación con $m$

Este parámetro solo afecta a los escenarios con  $\kappa \neq 0$ , dado que representa el grado de fluctuación de las componentes dominantes, debido, por ejemplo, al ensombrecimiento a pequeña escala producido por el cuerpo humano durante el transcurso de una comunicación con un dispositivo móvil. La fluctuación es mayor cuando menor es  $m$ .

Se analiza el escenario NLoS ( $\kappa = 0$  y  $\mu = 1$ ) y varios escenarios con componentes dominantes de distinta potencia,  $\kappa = 1, 3$  y  $10$ , y un número de *clusters*  $\mu = 1, 3$  y  $5$ . Como era de esperar, la situación NLoS no se ve afectada por  $m$ . Es sencillo ver que aumentar  $m$  implica mejorar  $\bar{C}_{esp}$ , dado que la fluctuación de las componentes dominantes disminuye. El efecto de  $m$  es más notable cuando la potencia en las componentes dominantes es alta, como se aprecia en la Fig. 4.14, ya que cuanto mayor  $\kappa$ , la cantidad de potencia que llega al receptor en estas componentes es más elevada y, por tanto, cualquier variación en su amplitud tiene un impacto superior. Para  $m < 5$ , la repercusión es considerable, pero para  $m$  mayores, los cambios son leves, especialmente por encima de  $20$ , para los que se pueden considerar despreciables. Esto corrobora el uso de  $m = 20$  para representar situaciones de LoS determinista en el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.

### Variación con $\kappa$

Se investiga ahora la influencia de incrementar la potencia en las componentes dominantes. Partiendo de un escenario NLoS ( $\kappa = 0$ ), al aumentar  $\kappa$ , se consiguen situaciones con mayor potencia recibida.

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

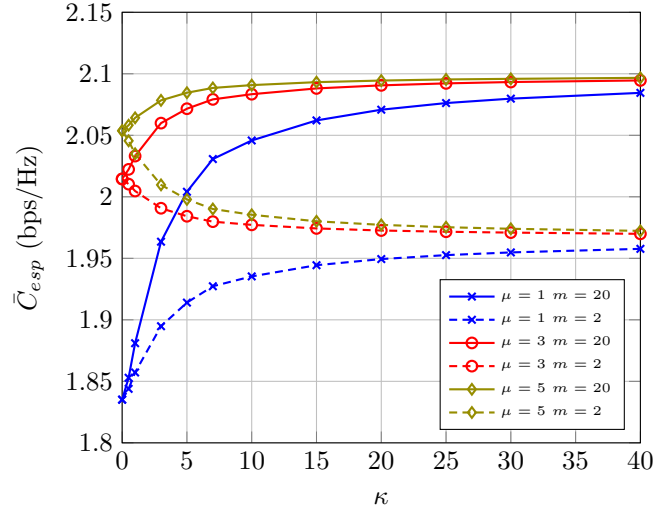


Figura 4.15.: Impacto de  $\kappa$  en la media espacial de la capacidad ergódica ( $\eta = 3.8$ ).

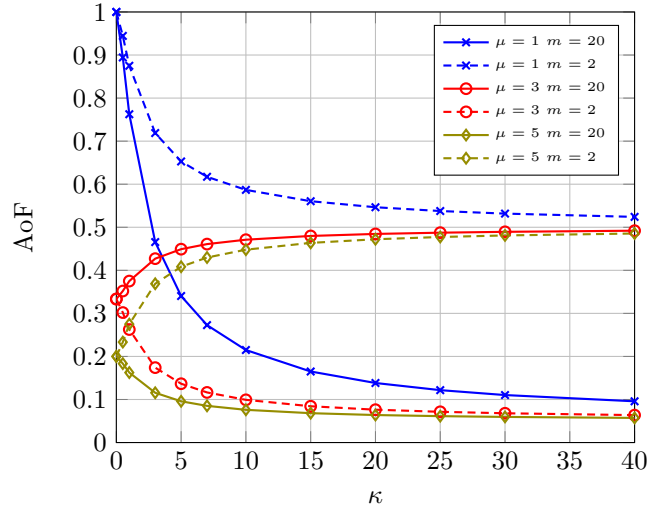


Figura 4.16.: AoF para los mismos escenarios que en la Fig. 4.15.

Se estudia un grado de fluctuación elevado en las componentes dominantes ( $m = 2$ ) y casi cero ( $m = 20$ ), con un número de *clusters* en recepción  $\mu = 1, 3$  y  $5$ .

Para escenarios con un único *cluster* ( $\mu = 1$ ), como los elegidos en 4.2.1, cuanto mayor  $\kappa$  mejor  $\bar{C}_{esp}$ , como se refleja en la Fig. 4.15. Pero para situaciones con varios *clusters*, cuando  $m$  es suficientemente grande,  $\kappa$  tiene un impacto positivo, pero para valores bajos de  $m$ , ocurre justo lo contrario, y  $\bar{C}_{esp}$  decrece con  $\kappa$ . El cambio de tendencia ocurre cuando  $\mu = m$ , como se comenta en [MorenoP2016]. En esta situación, la expresión del AoF (3.13) corresponde con  $1/m$ , que equivale al AoF para un modelo de canal Nakagami- $m$ , que para  $m$  natural puede relacionarse con la recepción de  $m$  *clusters*, todos ellos sólo con componentes multicamino. El mínimo valor de  $\kappa$  para conseguir el máximo  $\bar{C}_{esp}$  disminuye con el número de *clusters*.

Para observar con más claridad cómo el AoF está relacionado con el comportamiento de  $\bar{C}_{esp}$ , en la Fig. 4.16 se presenta los correspondientes valores de AoF para los distintos

escenarios de propagación considerados en la Fig. 4.15. Dado que el AoF es una medida de la severidad de los desvanecimientos, la evolución del AoF y la capacidad son inversamente proporcionales.

Se pone así de manifiesto que, para conocer qué escenario permite alcanzar una capacidad mayor, se puede utilizar el valor de AoF para la comparación. Las tendencias que imponen los parámetros del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed sobre el AoF, son equivalentes a las que se presentarían en la capacidad ergódica, pero en sentido contrario. Por lo que el estudio de las variaciones de la capacidad ergódica, se puede realizar, con una buena aproximación, a través del AoF.

#### 4.2.7. Desarrollo de la expresión analítica de $\bar{C}_{esp}$

A continuación se presenta el desarrollo matemático para determinar la expresión analítica de  $\bar{C}_{esp}$ , que es una parte del trabajo realizado para esta sección. Partimos de (4.17)

$$\bar{C}_{esp} = \mathbb{E}_\rho [C(\rho)] = \int_0^\infty C(\theta) dF_\rho(\theta),$$

donde es necesario conocer  $dF_\rho(\theta)$ , por lo que se calcula para la Aproximación 2 (4.23),

$$\begin{cases} dF_\rho(\theta) \simeq -\frac{s^*}{\theta^2} e^{(s^*/\theta)} d\theta & 0 \leq \theta < A \\ dF_\rho(\theta) \approx 0 & A \leq \theta < 1 \\ dF_\rho(\theta) = \frac{\delta \operatorname{sinc}(\delta)}{\theta^{\delta+1}} d\theta & \theta \geq 1 \end{cases} \quad (4.25)$$

Por sencillez de notación, se ha llamado

$$A = \frac{s^*}{\log(1 - \operatorname{sinc}(\delta))}.$$

El cálculo de la media espacial de la capacidad en (4.17) se realiza en dos integrales,

$$\bar{C}_{esp} = \int_0^A C^{\text{KMS}}(\theta) \left( -\frac{s^*}{\theta^2} e^{\frac{s^*}{\theta}} \right) d\theta + \int_1^\infty C^{\text{KMS}}(\theta) \left( \frac{\delta \operatorname{sinc}(\delta)}{\theta^{\delta+1}} \right) d\theta. \quad (4.26)$$

La expresión de la capacidad ergódica del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed en (4.16), tiene la variable independiente en la forma  $\frac{1}{W_i \theta}$ , de modo que se hace el siguiente cambio de variable en las integrales:

$$x = \frac{1}{W_i \theta}; \quad \theta = \frac{1}{W_i x} \quad \Longrightarrow \quad dx = -\frac{1}{W_i \theta^2} d\theta; \quad d\theta = -\frac{1}{W_i x^2} dx, \quad (4.27)$$

#### 4. Aplicaciones del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed a escenarios reales

quedando al introducir (4.27)

$$\begin{aligned} \bar{C}_{esp} = & \int_{\infty}^{\frac{1}{W_i A}} C^{KMS} \left( \frac{1}{W_i x} \right) \left( (-s^*) (W_i x)^2 e^{s^* W_i x} \left( -\frac{1}{W_i x^2} dx \right) \right) \\ & + \int_{\frac{1}{W_i}}^0 C^{KMS} \left( \frac{1}{W_i x A} \right) \left( \delta \operatorname{sinc}(\delta) (W_i x)^{\delta+1} \left( -\frac{1}{W_i x^2} dx \right) \right). \end{aligned} \quad (4.28)$$

Incluyendo la expresión de  $C^{KMS}(\cdot)$  dada por (4.16) y, tras algunas manipulaciones algebraicas, resulta

$$\begin{aligned} \bar{C}_{esp} = & (-s^* W_i) \log(e) \int_{\frac{1}{W_i A}}^{\infty} \sum_{i=0}^M c_i \sum_{k=0}^{m_i-1} e^x x^k \Gamma(-k, x) e^{s^* W_i x} dx \\ & + \left( \delta \operatorname{sinc}(\delta) W_i^{\delta} \right) \log(e) \int_0^{\frac{1}{W_i}} \sum_{i=0}^M c_i \sum_{k=0}^{m_i-1} e^x x^k \Gamma(-k, x) x^{\delta-1} dx. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Para el desarrollo de las integrales se utiliza (A.7) para  $\Gamma(-n, x)$  y, organizando términos, se llega a

$$\begin{aligned} \bar{C}_{esp} = & -s^* W_i \log(e) \sum_{i=0}^M c_i \sum_{k=0}^{m_i-1} \frac{(-1)^k}{k!} \left\{ \int_{\frac{1}{W_i A}}^{\infty} e^{(1+s^* W_i)x} x^k (-E_i(-x)) dx \right. \\ & \left. - \sum_{r=0}^{k-1} (-1)^r r! \int_{\frac{1}{W_i A}}^{\infty} e^{s^* W_i x} x^{k-r-1} dx \right\} \\ & + \delta \operatorname{sinc}(\delta) W_i^{\delta} \log(e) \sum_{i=0}^M c_i \sum_{k=0}^{m_i-1} \frac{(-1)^k}{k!} \left\{ \int_0^{\frac{1}{W_i}} e^x x^{k+\delta-1} (-E_i(-x)) dx \right. \\ & \left. - \sum_{r=0}^{k-1} (-1)^r r! \int_0^{\frac{1}{W_i}} x^{k+\delta-r-2} dx \right\}, \end{aligned} \quad (4.30)$$

con  $E_i(x)$  la función integral exponencial (A.2).

Es necesario resolver las siguientes cuatro integrales, cuyos resultados también se incluyen a continuación:

$$\begin{aligned} \blacksquare \int_{\frac{1}{W_i A}}^{\infty} e^{(1+s^* W_i)x} x^k (-E_i(-x)) dx = \\ = (-1)^{-k} (1 + s^* W_i)^{-k-1} \left[ -k! \sum_{n=1}^k \frac{1}{n!} (1 + s^* W_i)^n (s^* W_i)^{-n} \Gamma \left( n, -\frac{s^*}{A} \right) \right. \\ \left. - (-k!) E_i \left( \frac{s^*}{A} \right) - E_i \left( -\frac{1}{W_i A} \right) \Gamma \left( k+1, -\frac{1+s^* W_i}{W_i A} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.31)$$

después de aplicar [Wolfram, (06.35.21.0016.01)].



$$\begin{aligned}
\blacksquare \int_{\frac{1}{W_i A}}^{\infty} e^{s^* W_i x} x^{k-r-1} dx &= \\
&= \left( \frac{-1}{s^* W_i} \right)^{k-r} \Gamma \left( k-r, -\frac{s^*}{A} \right), \tag{4.32}
\end{aligned}$$

después de aplicar [Wolfram, (01.03.21.0058.01)].

$$\begin{aligned}
\blacksquare \int_0^{\frac{1}{W_i}} e^x x^{k+\delta-1} (-E_i(-x)) dx &= \\
&= \left( \frac{1}{W_i} \right)^{k+\delta} G_{2,3}^{2,2} \left( \frac{1}{W_i} \middle| 0, 1 - (k+\delta) \right), \tag{4.33}
\end{aligned}$$

después de aplicar [Wolfram, (06.35.21.0021.01)].

$$\begin{aligned}
\blacksquare \int_0^{\frac{1}{W_i}} x^{k+\delta-r-2} dx &= \\
&= \left( \frac{1}{W_i} \right)^{k+\delta-r-1} \frac{1}{k+\delta-r-1}, \tag{4.34}
\end{aligned}$$

que tiene solución sencilla.

Por tanto, utilizando las resoluciones parciales de (4.31), (4.32), (4.33) y (4.34) en (4.30) se llega a la expresión de la media espacial de la capacidad ergódica en (4.24)

$$\begin{aligned}
\bar{C}_{esp} &= \log(e) \sum_{i=0}^M c_i \sum_{k=0}^{m_i-1} \left\{ \frac{-s^* W_i}{(1+s^* W_i)^{k+1}} \left[ -E_i \left( \frac{s^*}{A} \right) + \sum_{n=1}^k \frac{1}{n!} \left( \frac{1+s^* W_i}{s^* W_i} \right)^n \Gamma \left( n, -\frac{s^*}{A} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{k!} E_i \left( -\frac{1}{W_i A} \right) \Gamma \left( k+1, -\frac{1+s^* W_i}{W_i A} \right) \right] + \sum_{r=0}^{k-1} \frac{r!}{k!} \left( \frac{1}{s^* W_i} \right)^{k-r-1} \Gamma \left( k-r, -\frac{s^*}{A} \right) \right\} \\
&+ \log(e) \sum_{i=0}^M c_i \sum_{k=0}^{m_i-1} \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \frac{(-1/W_i)^k}{k!} \left\{ G_{2,3}^{2,2} \left( \frac{1}{W_i} \middle| 0, 1 - (k+\delta) \right) - \sum_{r=0}^{k-1} \frac{W_i^{r+1} (-1)^r r!}{k+\delta-r-1} \right\}.
\end{aligned}$$

Esta expresión se ha utilizado en el análisis y las gráficas presentadas en el apartado 4.2.5, y ha permitido validar las simulaciones numéricas realizadas.



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

COMO se ha visto en capítulos anteriores, los modelos son importantes para entender los canales inalámbricos y, según sus características, se ajustarán mejor o peor a un determinado escenario. Para entornos con clara situación de visibilidad directa, no es aconsejable utilizar distribuciones como Rayleigh o Hoyt que no incluyen componente LoS, pero sí podrían ser válidos Rice,  $\kappa$ - $\mu$ ,  $\kappa$ - $\mu$  shadowed o FTR. Si, además, pueden existir desvanecimientos profundos, no se adaptarían bien con el modelo de Rice, cuyo máximo AoF es 1, y serían más apropiados  $\kappa$ - $\mu$ , con AoF hasta 2, o  $\kappa$ - $\mu$  shadowed o FTR con AoF incluso superiores. Por tanto, las magnitudes estadísticas propias de cada modelo de canal, además de aportar información, permiten compararlos entre sí y adelantar cuál podría acomodarse mejor al escenario estudiado.

Según se ha presentado en el apartado 2.3.1, el modelo de Rayleigh corresponde a un escenario NLoS de transmisión en banda estrecha, en el que se reciben un elevado número de ondas incorreladas, consecuencia de la propagación multicamino, sin una componente dominante asociada al camino de visión directa. Se ha considerado tradicionalmente como el peor de los escenarios de propagación, y es común usarlo como punto de referencia para comparar otros modelos con desvanecimientos.

El término “peor que Rayleigh” se ha acuñado para denotar modelos de canal con desvanecimientos más severos que el de Rayleigh, que conllevan un peor rendimiento del sistema [Matolak2011, Sen2006]. Se asocia comúnmente a escenarios en los que varias ondas dominantes de amplitudes similares pueden cancelarse entre sí o, también, a condiciones de propagación multicamino en las que el número de componentes no es lo suficientemente grande como para aplicar el teorema del límite central. El término **hiper-Rayleigh** a menudo se emplea como sinónimo de este comportamiento peor que Rayleigh [Frolik2007, Frolik2008].

Aunque existen algunos trabajos que investigan el comportamiento hiper-Rayleigh desde diferentes perspectivas, todavía no existe consenso en la comunidad científica para cuantificar este efecto. Por ejemplo, en [Frolik2013] se propone una métrica de profundidad de desvanecimiento del 10 %, derivada de la CDF de la SNR instantánea, para medir condiciones de desvanecimientos severas. En [Rao2015] y [RomeroJ2017a] se discuten otras métricas asociadas a la pérdida de capacidad promedio con respecto a los desvanecimientos de Rayleigh.

En este capítulo se presenta una nueva forma de medida del carácter hiper-Rayleigh para modelos de canal con desvanecimientos, contribución de esta tesis. En primer lugar, se

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

exponen las magnitudes y relaciones respecto al modelo de Rayleigh que establece la nueva métrica. Posteriormente, se analiza la característica hiper-Rayleigh para los modelos  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y sus distribuciones relacionadas, así como para el modelo FTR, como muestras de distribuciones sobre las que la métrica es aplicable.

### 5.1. Carácter hiper-Rayleigh para cuantificar los desvanecimientos de un canal

En la búsqueda de un marco para determinar el carácter hiper-Rayleigh de un modelo de canal con desvanecimientos, el primer paso es elegir las magnitudes de referencia, que seleccionaremos entre las típicas que permiten comparar los modelos de canal: el grado de desvanecimiento, las tasas de error, las probabilidades de interrupción y las asociadas a las tasas de información que se pueden transmitir [Simon2005].

El grado de desvanecimiento, AoF, es la primera elegida, pues se trata de una medida de la cantidad de desvanecimientos sencilla de evaluar. Pero, como se ha visto en el apartado 4.2.6, es posible tener el mismo valor de AoF con diferentes PDFs, por lo que, por sí solo, no proporciona suficiente información. Para conocer mejor la degradación en el canal en términos de su habilidad para transportar información y entregarla al receptor con alta fiabilidad, es necesario comparar también otras magnitudes.

Veamos las tasas de error. Fijada una determinada probabilidad de error objetivo para la comunicación, la SNR media recibida necesaria para mantenerla depende de la velocidad de transmisión, la codificación, la modulación y, por supuesto, del canal, que obliga a aumentar dicha SNR media cuanto mayores sean los desvanecimientos. Ese incremento de SNR adicional para mantener la tasa de error específica proporciona más información cuantitativa sobre los desvanecimientos que el AoF [Shankar2012], sin embargo, está muy ligado al diseño del modem. Otra magnitud relacionada es la probabilidad de interrupción, OP, que aporta una medida de la aptitud para mantener la tasa de error en un valor especificado, pues evalúa la probabilidad de que la relación señal a ruido instantánea esté por debajo de cierto umbral,  $\gamma_{th}$ , para un funcionamiento aceptable. La OP se determina de forma directa si se conoce la CDF del modelo de canal, pues  $OP = F(\gamma_{th})$ , y es independiente del diseño del modem, por lo que ésta será la segunda magnitud elegida.

En relación a las tasas de información alcanzables, la capacidad del canal<sup>1</sup> establece una medida de la cantidad de información que se puede transmitir por el canal de forma fiable. La definición de la capacidad ergódica,  $C$ , se hace en base a la suposición de que el transmisor y el receptor conocen la distribución del *fading* en el canal, y el receptor, además, la ganancia instantánea del canal. Bajo esta situación, la capacidad no depende del diseño del modem y por este motivo, la capacidad ergódica, que se ha estudiado a lo largo de esta tesis, será la magnitud que completa el conjunto para establecer el carácter hiper-Rayleigh de un modelo de canal.

Tanto la OP como la  $C$  generalmente se evalúan con expresiones complicadas y, buscando

---

<sup>1</sup> La capacidad del canal depende de las consideraciones que se establezcan sobre el grado de conocimiento que el transmisor y el receptor tienen sobre el canal de comunicaciones.

## 5.1. Carácter hiper-Rayleigh para cuantificar los desvanecimientos de un canal

simplificar el marco comparativo, trabajaremos con sus tendencias asintóticas cuando  $\bar{\gamma}$  es suficientemente alta.

Por consiguiente, el comportamiento hiper-Rayleigh (HR) de un modelo de canal con desvanecimientos se analizará atendiendo a estas tres magnitudes y a su comparación con las correspondientes del modelo de Rayleigh: el grado de desvanecimiento (AoF, descrito en 2.4.3), la probabilidad de interrupción asintótica (aOP, presentada en 2.4.2.1) y la capacidad ergódica asintótica (aC, explicada en 2.4.4.1).

### 5.1.1. Métricas para el estudio del comportamiento hiper-Rayleigh

Se definen a continuación las métricas de comparación.

#### Condición hiper-Rayleigh en sentido AoF

Si  $\gamma$  es la SNR instantánea en un modelo de canal  $\mathcal{X}$ , la distribución  $\mathcal{X}$  tiene comportamiento hiper-Rayleigh en sentido AoF ( $\text{HR}_{\text{AoF}}$ ) si se cumple la siguiente condición para un conjunto concreto de valores de los parámetros del modelo

$$\text{AoF}^{\mathcal{X}} > \text{AoF}^{\text{Ray}} = 1. \quad (5.1)$$

La definición anterior implica que el modelo  $\mathcal{X}$  es HR si su AoF es mayor que el de Rayleigh,  $\text{AoF}^{\text{Ray}} = 1$ , resultado bien conocido [Simon2005].

#### Condición hiper-Rayleigh en sentido OP

Si  $\gamma$  es la SNR instantánea en un modelo de canal  $\mathcal{X}$ , la distribución  $\mathcal{X}$  tiene comportamiento hiper-Rayleigh en sentido OP ( $\text{HR}_{\text{OP}}$ ) si, a partir de cierto valor de  $\bar{\gamma}_{\mathcal{X}}$ , se cumple la siguiente condición para un conjunto concreto de valores de los parámetros del modelo, independientemente del valor de  $\gamma_{th}$ :

$$\text{aOP}^{\mathcal{X}}(\gamma_{th}) = \text{aOP}^{\text{Ray}}(\gamma_{th}) \implies \bar{\gamma}_{\mathcal{X}} > \bar{\gamma}_{\text{Ray}}. \quad (5.2)$$

Como se vio en el apartado 2.4.2.1,  $\text{aOP} = \Delta_{\text{PO}} \left( \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}} \right)^d$ , que para el modelo de Rayleigh se corresponde con  $d_{\text{Ray}} = 1$  y  $\Delta_{\text{PO}}^{\text{Ray}} = 1$  [Wang2003]. Con estos valores, se puede extraer fácilmente que el comportamiento  $\text{HR}_{\text{OP}}$  está gobernado por el orden de diversidad de la distribución  $\mathcal{X}$  ( $d_{\mathcal{X}}$ ):

- Cuando  $d_{\mathcal{X}} > 1$ , el decaimiento asintótico de la OP es más rápido que en el caso Rayleigh y la condición en (5.2) no se cumple.
- Si  $d_{\mathcal{X}} < 1$ , la OP del modelo  $\mathcal{X}$  decrece más lentamente que para Rayleigh y, por tanto, la distribución  $\mathcal{X}$  puede considerarse  $\text{HR}_{\text{OP}}$ .

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

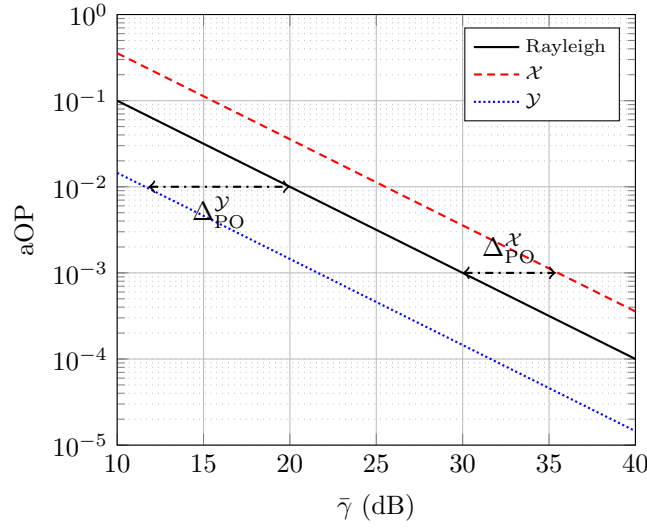


Figura 5.1.: Cálculo del factor de compensación  $\Delta_{\text{PO}}$  (dB) a partir de la OP asintótica, en dos situaciones diferentes. El modelo de canal  $\mathcal{X}$  presenta comportamiento hiper-Rayleigh en sentido OP, mientras que el modelo de canal  $\mathcal{Y}$  no.

- Para el caso  $d_{\mathcal{X}} = d_{\text{Ray}} = 1$ , la condición en (5.2) para las aOP se expresa como

$$\Delta_{\text{PO}}^{\mathcal{X}} \left( \frac{\gamma_{\text{th}}}{\bar{\gamma}_{\mathcal{X}}} \right) = 1 \left( \frac{\gamma_{\text{th}}}{\bar{\gamma}_{\text{Ray}}} \right), \quad (5.3)$$

y añadiendo la condición entre las SNR, resulta que el factor de compensación en potencia del modelo  $\mathcal{X}$  es

$$\Delta_{\text{PO}}^{\mathcal{X}} = \frac{\bar{\gamma}_{\mathcal{X}}}{\bar{\gamma}_{\text{Ray}}} > 1. \quad (5.4)$$

Dado que para la representación gráfica de la probabilidad de interrupción se suelen utilizar escalas logarítmicas, aplicando logaritmos en (5.4) se llega a

$$\Delta_{\text{PO}}^{\mathcal{X}} (\text{dB}) = 10 \log_{10} \left( \frac{\bar{\gamma}_{\mathcal{X}}}{\bar{\gamma}_{\text{Ray}}} \right) = \bar{\gamma}_{\mathcal{X}} (\text{dB}) - \bar{\gamma}_{\text{Ray}} (\text{dB}) > 0. \quad (5.5)$$

El factor de compensación en (5.5) es similar a la métrica empírica del 10 % de profundidad del desvanecimiento definida en [Frolik2013]. El comportamiento  $\text{HR}_{\text{OP}}$  aparece, por tanto, cuando  $\Delta_{\text{PO}}^{\mathcal{X}} (\text{dB}) > 0$ .

La interpretación de (5.5) se muestra en la Fig. 5.1. Se observa que para una OP objetivo, el factor de compensación para el modelo de canal  $\mathcal{X}$  es aproximadamente  $\Delta_{\text{PO}}^{\mathcal{X}} (\text{dB}) \approx 5.1$  dB, lo que implica que para obtener la misma OP que el modelo de Rayleigh, se necesitan 5.1 dB más en la SNR del modelo  $\mathcal{X}$ . Por el contrario, si se considera el modelo de canal  $\mathcal{Y}$ , se observa que  $\Delta_{\text{PO}}^{\mathcal{Y}} (\text{dB}) \approx -8.4$  dB, es decir, se puede obtener la misma OP que en el caso de Rayleigh con una SNR promedio menor. Hay que tener en cuenta que el factor de compensación se define a partir de la OP asintótica y no depende del valor de OP objetivo utilizado en (5.2).

### 5.1. Carácter hiper-Rayleigh para cuantificar los desvanecimientos de un canal

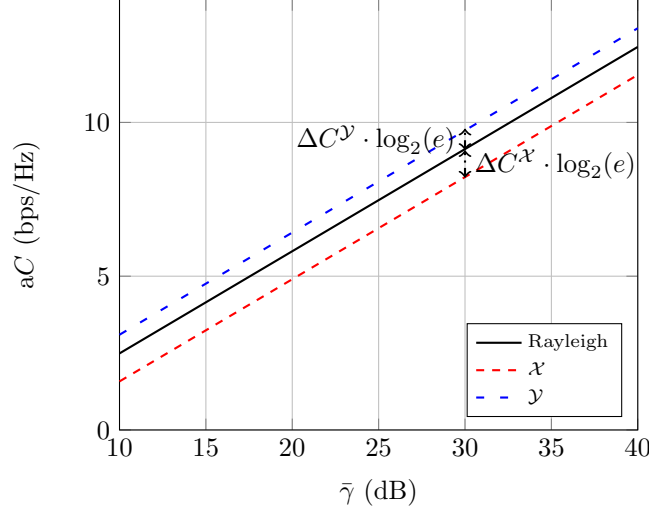


Figura 5.2.: Cálculo del factor de variación de capacidad  $\Delta C_p$  a partir de la capacidad asintótica, en dos situaciones diferentes. El modelo de canal  $\mathcal{X}$  presenta comportamiento  $\text{HR}_C$ , mientras que el modelo de canal  $\mathcal{Y}$  no.

#### Condición hiper-Rayleigh en sentido C

Si  $\gamma$  es la SNR instantánea en un modelo determinado de canal  $\mathcal{X}$ , la distribución  $\mathcal{X}$  tiene comportamiento hiper-Rayleigh en sentido C ( $\text{HR}_C$ ) si, a partir de cierto valor de  $\bar{\gamma}_{\mathcal{X}}$ , se cumple la siguiente condición para un conjunto concreto de valores de los parámetros del modelo:

$$\bar{\gamma}_{\mathcal{X}} = \bar{\gamma}_{\text{Ray}} \implies aC^{\mathcal{X}} < aC^{\text{Ray}}, \quad (5.6)$$

o, de forma equivalente:

$$\bar{\gamma}_{\mathcal{X}} = \bar{\gamma}_{\text{Ray}} \implies aC^{\text{Ray}} - aC^{\mathcal{X}} > 0. \quad (5.7)$$

Es decir, si existen valores de los parámetros del modelo  $\mathcal{X}$  para los cuales la capacidad asintótica es menor que la de Rayleigh, se cumple la condición  $\text{HR}_C$ .

Usando la expresión de la capacidad asintótica (2.63) en (5.7)

$$\log_2(\bar{\gamma}_{\text{Ray}}) - L_c^{\text{Ray}} - [\log_2(\bar{\gamma}_{\mathcal{X}}) - L_c^{\mathcal{X}}] > 0,$$

y como  $\bar{\gamma}_{\mathcal{X}} = \bar{\gamma}_{\text{Ray}}$ , se puede definir la pérdida de capacidad de la distribución  $\mathcal{X}$ ,  $\Delta C_p^{\mathcal{X}}$ , como

$$\Delta C_p^{\mathcal{X}} \triangleq aC^{\text{Ray}} - aC^{\mathcal{X}} = L_c^{\mathcal{X}} - L_c^{\text{Ray}}. \quad (5.8)$$

De modo que cuando  $\Delta C_p^{\mathcal{X}} > 0$ , se cumple  $\text{HR}_C$ .

La capacidad media asintótica para la distribución de Rayleigh se obtiene en [Yilmaz2012] siendo  $L_c^{\text{Ray}} = \log_2(e) \cdot \gamma_e$ , donde  $\gamma_e \approx 0.577215$  es la constante de Euler-Mascheroni. Introduciendo esto en (5.8), junto con la definición (2.64) para  $L_c^{\mathcal{X}}$ , resulta:

$$\Delta C_p^{\mathcal{X}} = \left[ -\log_2(e) \left. \frac{dM^{\mathcal{X}}(k)}{dk} \right|_{k=0} \right] - \log_2(e) \gamma_e = \log_2(e) \Delta C^{\mathcal{X}} > 0,$$

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

donde

$$\Delta C^{\mathcal{X}} \triangleq - \left. \frac{dM^{\mathcal{X}}(k)}{dk} \right|_{k=0} - \gamma_e > 0 \quad (5.9)$$

representa el factor de variación de la capacidad respecto al modelo Rayleigh (que puede ser positivo o negativo), y se determina evaluando la primera derivada de  $M(k)$  respecto a  $k$ , evaluada para  $k = 0$  (con  $M(k) = \mathbb{E}[\gamma^k]/\bar{\gamma}^k$ ). Cuando  $\Delta C^{\mathcal{X}}$  es positivo, el modelo  $\mathcal{X}$  cumple la condición  $\text{HR}_C$ .

La interpretación de (5.9) se muestra en la Fig. 5.2. Si dentro de la zona de alta SNR, la capacidad de un modelo  $\mathcal{X}$  es menor que la capacidad del modelo de Rayleigh, la distribución  $\mathcal{X}$  presenta comportamiento  $\text{HR}_C$ . En tal caso, el factor  $\Delta C^{\mathcal{X}}$  resulta positivo (al representar una pérdida), siendo en el ejemplo  $\Delta C^{\mathcal{X}} \approx 0.63 > 0$ . Si ocurre lo contrario y la capacidad está por encima de la obtenida para el modelo de Rayleigh, el factor es negativo, como para la distribución  $\mathcal{Y}$ , con  $\Delta C^{\mathcal{Y}} \approx -0.42 < 0$ , que no presenta comportamiento  $\text{HR}_C$ .

### 5.1.2. Escala de carácter hiper-Rayleigh

El conjunto de métricas definidas permite caracterizar el comportamiento hiper-Rayleigh de un modelo de canal. Dado que el modelo no tiene por qué cumplir las tres condiciones, se propone una escala de cuatro niveles para cuantificar su característica hiper-Rayleigh:

- Completa, cuando el modelo cumple las tres condiciones:  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ ,  $\text{HR}_{\text{OP}}$  y  $\text{HR}_C$ .
- Fuerte, cuando el modelo cumple dos de las tres condiciones.
- Débil, cuando el modelo sólo cumple una de las condiciones.
- Nula, cuando el modelo no cumple ninguna de las condiciones.

## 5.2. Carácter hiper-Rayleigh del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

En este apartado se utiliza el conjunto de métricas definido en 5.1 para determinar qué nivel de característica HR tiene el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed (KMS). Para ello se investiga el efecto que tienen los tres parámetros del modelo:  $\kappa$ ,  $\mu$  y  $m$ , sobre la severidad de los desvanecimientos<sup>2</sup>. Las expresiones utilizadas se han estudiado en el capítulo 3.

### 5.2.1. Condición hiper-Rayleigh en sentido AoF

La expresión del grado de desvanecimiento es (3.13):

$$\text{AoF}^{\text{KMS}} = \frac{1}{\mu} \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2} + \frac{1}{m} \frac{\kappa^2}{(1+\kappa)^2} = \frac{1}{\mu} \left[ 1 - \frac{\kappa^2}{(1+\kappa)^2} \right] + \frac{1}{m} \frac{\kappa^2}{(1+\kappa)^2}.$$

<sup>2</sup> En este apartado, las componentes dominantes también se denominan componentes LoS en sentido amplio, y existen si  $\kappa > 0$ .



## 5.2. Carácter hiper-Rayleigh del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

Como se analiza en el apartado 3.3, el  $\text{AoF}^{\text{KMS}}$  puede llegar a valores mayores de 1, por lo que el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed presenta comportamiento  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ . De forma general:

- El  $\text{AoF}^{\text{KMS}}$  disminuye al aumentar el número de *clusters* ( $\mu$ ) o al reducirse el ensombrecimiento (mayor  $m$ ), por lo que será más fácil cumplir la condición cuanto menores sean cualquiera de estos parámetros<sup>3</sup>.
- El comportamiento de  $\text{AoF}^{\text{KMS}}$  respecto a la relación de potencia en las componentes dominantes ( $\kappa$ ) depende de la relación entre  $\mu$  y  $m$ :
  - Si  $m > \mu$ , disminuye con  $\kappa$  y será necesario baja potencia en las componentes dominantes para poder cumplir la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ .
  - Si  $m = \mu$ , no depende de  $\kappa$  y se cumple siempre que  $\mu < 1$ .
  - Si  $m < \mu$ , aumenta con  $\kappa$ , por lo que habrá un mínimo de potencia en las componentes dominantes para cumplir la condición.

Dado que la expresión del AoF (3.13) es relativamente sencilla, se pueden determinar analíticamente los valores de los parámetros del modelo que cumplen la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ . Con el objetivo de simplificar las relaciones, para los siguientes cálculos denotaremos

$$D = \frac{\kappa}{1 + \kappa}, \quad (5.10)$$

que representa la relación entre la potencia en las componentes dominantes respecto a la potencia total recibida. Tiene su mínimo en 0, cuando no hay señal LoS, y tiende a 1 cuando la contribución en la potencia de las componentes dominantes es muy superior a la existente en las componentes difusas. La expresión del AoF resulta así para las situaciones buscadas:

$$\text{AoF}^{\text{KMS}} = \frac{1 - D^2}{\mu} + \frac{D^2}{m} > 1. \quad (5.11)$$

La Fig. 5.3 presenta el  $\text{AoF}^{\text{KMS}}$  en función de  $\mu$  y  $m$  para distintas potencias en las componentes LoS ( $\kappa$ ).

- Cuando  $\kappa$  es muy pequeña, la influencia de  $m$  es despreciable. Se cumple la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  siempre que  $\mu < 1$ , como se aprecia en la Fig. 5.3(a), donde la frontera  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  es una línea prácticamente horizontal en  $\mu = 1$ , excepto para valores de  $m$  muy cercanos a cero, donde se curva presentando una asíntota vertical. Cuanto menor sea  $\kappa$ , más se aproxima la frontera  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  a una línea horizontal para cualquier  $m$ , lo que correspondería con un escenario NLoS puro para  $\kappa = 0$ .
- Según se observa en la Fig. 5.3(b), a medida que  $\kappa$  aumenta, la asíntota vertical de la frontera  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  comienza a desplazarse hacia la derecha, es decir, se puede cumplir la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  para un conjunto más amplio de valores de  $\mu$ . Al mismo tiempo, la zona horizontal de la frontera  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  presenta una pendiente negativa con  $m$ , más acentuada cuanto mayor sea  $\kappa$ , por lo que el conjunto de  $\mu$  que cumple la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  disminuye cuando  $m > 1$ .

<sup>3</sup> En las gráficas de este capítulo se utilizan valores  $\mu$  y  $m \leq 3$ , que representan un conjunto suficiente para observar los cambios importantes en las fronteras de comportamiento HR.

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

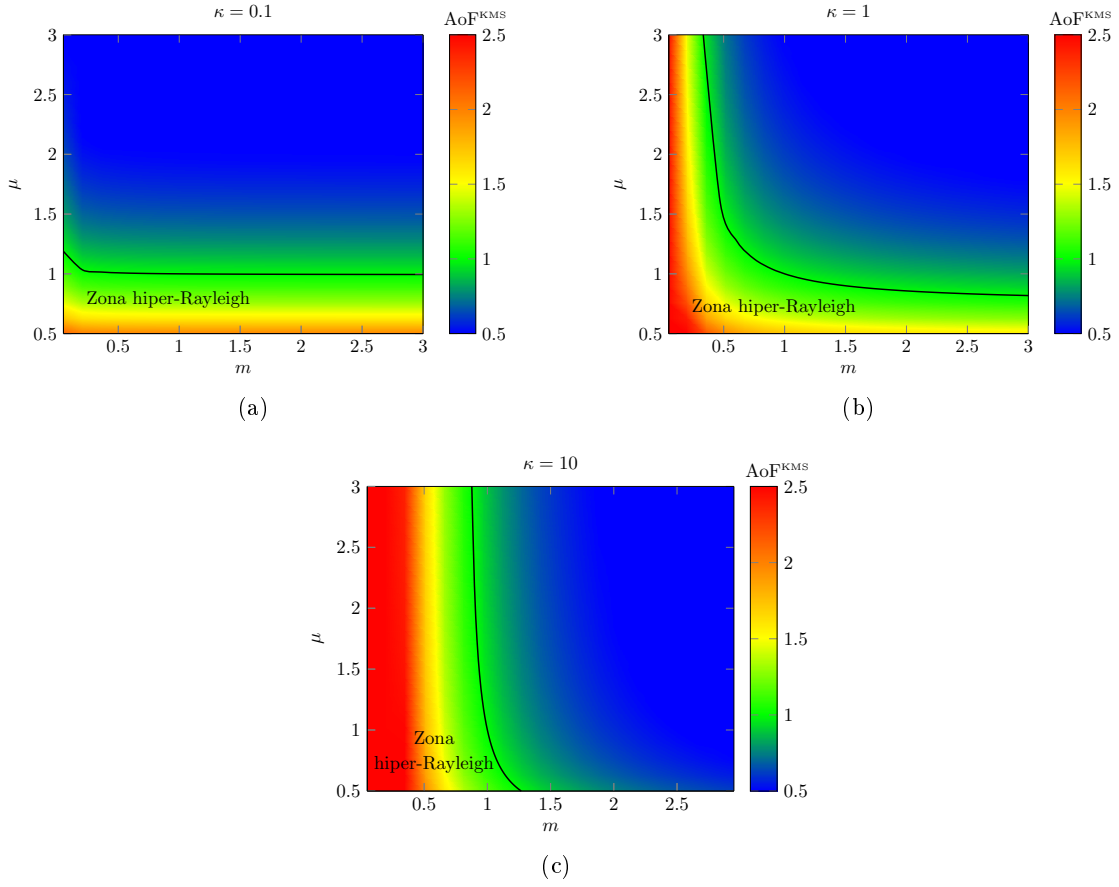


Figura 5.3.: Evolución de  $\text{AoF}^{\text{KMS}}$  y la frontera  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  para (a) muy baja LoS ( $\kappa = 0.1$ ) (b) baja LoS ( $\kappa = 1$ ) (c) alta LoS ( $\kappa = 10$ ).

Analizando la expresión (5.11), se encuentra que:

- Existe un valor  $\mu_x = 1 - D^2$  tal que:
  - si  $\mu < \mu_x$ , cualquier  $m$  cumple la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ .
  - si  $\mu > \mu_x$ , se cumple la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  si  $m < m_{\text{max}} = \frac{\mu D^2}{\mu - 1 + D^2}$ , lo que equivale a que es necesario que las componentes dominantes presenten una fluctuación mínima.

En la Fig. 5.3(b), donde  $\kappa = 1$ , se obtiene  $\mu_x = 0.75$ , que se aprecia en la gráfica, para  $m$  alto, como una línea horizontal en dicho valor. Como ejemplo, para  $\mu = 2 > \mu_x$ , para zona  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  se debe cumplir  $m < m_{\text{max}} = 0.4$ .

- Existe un valor  $m_x = D^2$  tal que:
  - si  $m < m_x$ , cualquier  $\mu$  cumple la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ .
  - si  $m > m_x$ , se cumple la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  si  $\mu < \mu_{\text{max}} = \frac{m(1 - D^2)}{m - D^2}$ .

En la Fig. 5.3(b), donde  $\kappa = 1$ , se obtiene  $m_x = 0.25$ , que se observa en la gráfica como una asíntota vertical en ese valor cuando  $\mu$  es alto. Como ejemplo,

## 5.2. Carácter hiper-Rayleigh del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

para  $m = 3 > m_x$ , para zona HR<sub>AoF</sub> se debe cumplir  $\mu < \mu_{\max} = 0.81$ .

- Para  $\kappa$  más elevado ( $\kappa > 1 + \sqrt{2}$ ) existe un  $m_{\lim} = \frac{D^2}{2D^2 - 1}$ , tal que para  $m > m_{\lim}$  no se cumple la condición HR<sub>AoF</sub> nunca, como muestra la Fig. 5.3(c), donde  $\kappa = 10$  y  $m_{\lim} = 1.27$ . Cuando  $\kappa$  sigue creciendo, la asíntota vertical se desplaza hacia  $m = 1$  y también lo hace  $m_{\lim}$ , de modo que para situaciones LoS deterministas ( $\kappa \rightarrow \infty$ ), la frontera HR<sub>AoF</sub> se corresponde con una línea vertical.

Para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed físico, se cumple la condición HR<sub>AoF</sub> sólo para ensombrecimiento casi completo cuando la potencia LoS es muy baja y, a medida que aumenta dicha potencia, pueden darse con varios *clusters* y un ensombrecimiento algo menor, pero siempre representado por  $m < 1$ .

### 5.2.2. Condición hiper-Rayleigh en sentido OP

La expresión de la probabilidad de bloqueo asíntotica es 3.8:

$$a_{\text{OP}}^{\text{KMS}} = \frac{1}{\Gamma(1 + \mu)} \underbrace{\frac{\mu^\mu m^m (1 + \kappa)^\mu}{(\mu\kappa + m)^m}}_{\Delta_{\text{PO}}^{\text{KMS}}} \left( \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}} \right)^\mu,$$

donde  $d_{\text{KMS}} = \mu$ .

En relación a la característica hiper-Rayleigh en sentido OP definida en 5.1, se tiene que:

- Si  $\mu < 1$ ,  $\forall m, \kappa$ , el modelo cumple la condición HR<sub>OP</sub>.
- Si  $\mu > 1$ ,  $\forall m, \kappa$ , el modelo no cumple la condición.
- Si  $\mu = 1$ , hay que analizar si  $\Delta_{\text{PO}}^{\text{KMS}} > 1$  para algún  $m$  y/o  $\kappa$ , siendo

$$\Delta_{\text{PO}|\mu=1}^{\text{KMS}} = \frac{m^m (1 + \kappa)}{(\kappa + m)^m}. \quad (5.12)$$

En esta expresión no es directo despejar  $m$  o  $\kappa$ , por lo que se analizará su crecimiento y comportamiento asíntotico según ambos parámetros.

Respecto a  $m$ :

- La derivada resulta  $\frac{\partial \Delta_{\text{PO}|\mu=1}^{\text{KMS}}}{\partial m} = \frac{(\kappa + 1) m^m}{(\kappa + m)^{m+1}} \left( (k + m) \ln \left( \frac{m}{\kappa + m} \right) + \kappa \right)$ . Dado que  $(\kappa + m)$  es mayor que  $m$  y  $\kappa$ , la derivada es negativa y  $\Delta_{\text{PO}|\mu=1}^{\text{KMS}}$  decrece con  $m$ . Por tanto, los valores bajos de  $m$ , es decir, elevado ensombrecimiento, serán los que permitan comportamiento HR<sub>OP</sub>.
- El valor  $m = 1$  marca la frontera HR<sub>OP</sub> porque  $\Delta_{\text{PO}|\mu=1}^{\text{KMS}} = 1 \forall \kappa$ . Siempre que el escenario no sea NLOS ( $\kappa > 0$ ), se tiene comportamiento HR<sub>OP</sub> para  $m < 1$  y lo contrario para el resto<sup>4</sup> de  $m$ .

<sup>4</sup>Para  $m \rightarrow 0$ ,  $\Delta_{\text{PO}|\mu=1}^{\text{KMS}} \rightarrow 1 + \kappa$ . Para  $m \rightarrow \infty$ ,  $\Delta_{\text{PO}|\mu=1}^{\text{KMS}} \rightarrow (1 + \kappa) e^{-\kappa}$ .

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

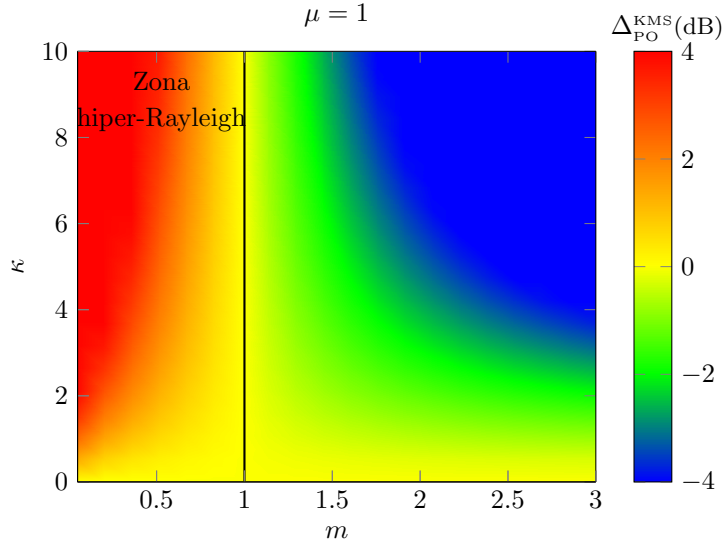


Figura 5.4.: Evolución de  $\Delta_{PO}^{KMS}$  y la frontera  $HR_{OP}$  cuando  $\mu = 1$ .

Respecto a  $\kappa$ :

- La derivada resulta  $\frac{\partial \Delta_{PO|μ=1}^{KMS}}{\partial \kappa} = \frac{m^m \kappa (1 - m)}{(\kappa + m)^{m+1}}$ , que cambia de signo dependiendo de  $m$ . El valor  $m = 1$  marca el punto de inflexión, con  $\Delta_{PO|μ=1}^{KMS} = 1 \forall \kappa$ , siendo la derivada positiva para  $m < 1$  y negativa para  $m > 1$ . Esto implica que  $\Delta_{PO|μ=1}^{KMS}$ , cuando el ensombrecimiento es muy elevado ( $m < 1$ ), crece con el aumento de la potencia en las componentes dominantes ( $\kappa$ ), cumpliéndose la condición  $HR_{OP}$ . Sin embargo, no se cumple cuando el ensombrecimiento va disminuyendo ( $m > 1$ ), decreciendo  $\Delta_{PO|μ=1}^{KMS}$  cuanto mayor sea la potencia en las componentes dominantes.

Según lo explicado, que también se observa en la Fig. 5.4 donde se representa  $\Delta_{PO|μ=1}^{KMS}$  (dB), se cumple la condición  $HR_{OP}$  siempre que  $m < 1$ , independientemente del valor de  $\kappa$ , por lo que la frontera  $HR_{OP}$  en una línea vertical en  $m = 1$ .

Para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed físico, se cumple la condición  $HR_{OP}$  sólo cuando existe un *cluster* y el ensombrecimiento es muy elevado, representado por  $m < 1$ .

### 5.2.3. Condición hiper-Rayleigh en sentido C

La expresión de la capacidad asintótica es (3.18)

$$aC^{KMS} = \log_2(\bar{\gamma}) - L_c^{KMS},$$

con

$$L_c^{KMS} = -\log_2(e) \psi(\mu) - \log_2 \left( \frac{\mu \kappa + m}{\mu m (1 + \kappa)} \right) + \log_2(e) \frac{\kappa(\mu - m)}{\mu \kappa + m} {}_3F_2 \left( 1, 1, \mu - m + 1; 2, \mu + 1; \frac{\mu \kappa}{\mu \kappa + m} \right).$$

## 5.2. Carácter hiper-Rayleigh del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

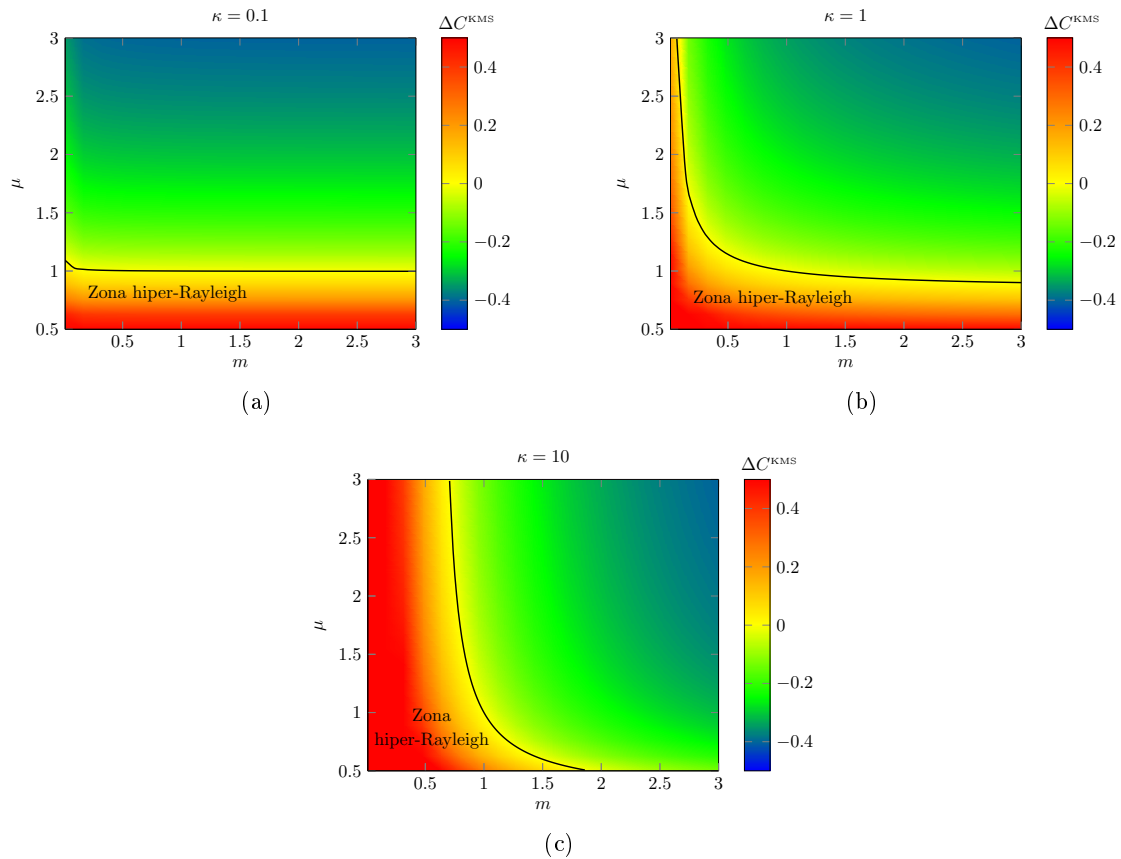


Figura 5.5.: Evolución de  $\Delta C^{\kappa MS}$  y la frontera  $HR_C$  para (a) muy baja LoS ( $\kappa = 0.1$ ) (b) baja LoS ( $\kappa = 1$ ) (c) alta LoS ( $\kappa = 10$ ).

No es sencillo conocer analíticamente el comportamiento de  $aC^{\kappa MS}$  con los parámetros del modelo, por lo que se evaluará numéricamente. Para ello se analizan varias gráficas de  $\Delta C^{\kappa MS}$  (5.9) que reflejan diferentes situaciones de potencia en las componentes dominantes, las mismas antes estudiadas para el AoF: muy baja ( $\kappa = 0.1$ ), equivalente a la potencia en las componentes difusas ( $\kappa = 1$ ) y alta ( $\kappa = 10$ ).

En la Fig. 5.5 se observa que existen conjuntos de valores de los parámetros del modelo que cumplen la condición  $HR_C$ :

- Cuando la potencia en las componentes dominantes ( $\kappa$ ) es baja, para cualquier nivel de ensombrecimiento ( $m$ ), siempre que  $\mu < 1$ . La frontera  $HR_C$  corresponde prácticamente con una línea horizontal en  $\mu = 1$ , excepto ensombrecimientos muy profundos ( $m \rightarrow 0$ ).
- A medida que  $\kappa$  aumenta, la frontera  $HR_C$  se va curvando. Para ensombrecimientos profundos ( $m < 1$ ) cubriendo valores de  $\mu$  mayores y, cuando el nivel de fluctuación decrece ( $m > 1$ ), sucede lo contrario, incrementar la potencia en las componentes dominantes hace que el máximo valor de  $\mu$  para zona  $HR_C$  sea más pequeño.
- Para alta potencia en las componentes dominantes ( $\kappa$ ), existe un ensombrecimiento mínimo (máximo  $m$ ) para cumplir la condición  $HR_C$ , que va acercándose a  $m = 1$

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

cuando crece  $\kappa$ , haciendo que la frontera  $HR_C$  tienda a una línea vertical en  $m = 1$ .

Para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed físico, se cumple la condición  $HR_C$  cuando la potencia LoS es muy baja sólo si existe un *cluster* con un ensombrecimiento casi completo y, a medida que aumenta la potencia LoS, puede conseguirse también con varios *clusters* con un ensombrecimiento algo menor, que tiende a ser menos severo con el aumento de dicha potencia.

Si se comparan las Fig. 5.5 y Fig. 5.3, se observa que las tendencias con los parámetros del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed en la pérdida de capacidad asintótica y el grado de desvanecimiento son equivalentes, hecho comentado con anterioridad respecto a la capacidad ergódica. Aunque los valores de los parámetros en los que se producen las fronteras  $HR_C$  y  $HR_{AoF}$  son similares pero no iguales, el sencillo estudio del AoF puede resultar una aproximación adecuada al análisis mucho más complejo de la capacidad ergódica.

### 5.2.4. Nivel de comportamiento hiper-Rayleigh

Podemos concluir que el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed puede exhibir un comportamiento HR completo para un determinado conjunto de valores de sus parámetros, al menos, siempre que  $\mu \leq 1$  y  $m < 1$ , independiente de  $\kappa$ . Esto significa que con el modelo físico sólo será posible este comportamiento cuando exista un único *cluster* y la fluctuación o ensombrecimiento sea muy elevado, pero no se puede dar para un número de *clusters* mayor. Cuando la potencia LoS es muy baja, el nivel de fluctuación de las componentes dominantes apenas influye, por lo que se puede tener comportamiento HR completo para cualquier  $m$ . A medida que  $\kappa$  aumenta, el conjunto de valores de  $m$  válidos se reduce, es decir, se necesita un nivel cada vez más alto de fluctuación LoS, llegando, cuando la potencia LoS tiende a ser determinista, a precisar que estas componentes estén prácticamente obstruidas.

La Fig. 5.6 representa lo que hemos llamado **mapa hiper-Rayleigh**, donde se muestra el nivel de comportamiento HR en función de los parámetros del modelo. En este mapa se superponen las tres fronteras  $HR_{AoF}$ ,  $HR_{OP}$  y  $HR_C$ , quedando marcadas en diferentes colores las cuatro regiones: completa, fuerte, débil y nula. En concreto, la Fig. 5.6 se corresponde con los tres casos de potencia en las componentes LoS estudiados previamente: muy baja ( $\kappa = 0.1$ ), equivalente a la potencia en las componentes difusas ( $\kappa = 1$ ) y alta ( $\kappa = 10$ ). Se observa, además de lo ya comentado, que para  $\mu > 1$  y  $m > 1$ , independientemente de  $\kappa$ , el modelo presenta característica HR nula. Para  $\mu > 1$  y  $m < 1$ , dependiendo de  $\kappa$  se pueden conseguir niveles fuerte, débil o nulo, mientras que para  $\mu < 1$  y  $m > 1$  también se pueda dar el completo.

### 5.3. Carácter hiper-Rayleigh de las distribuciones derivadas del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

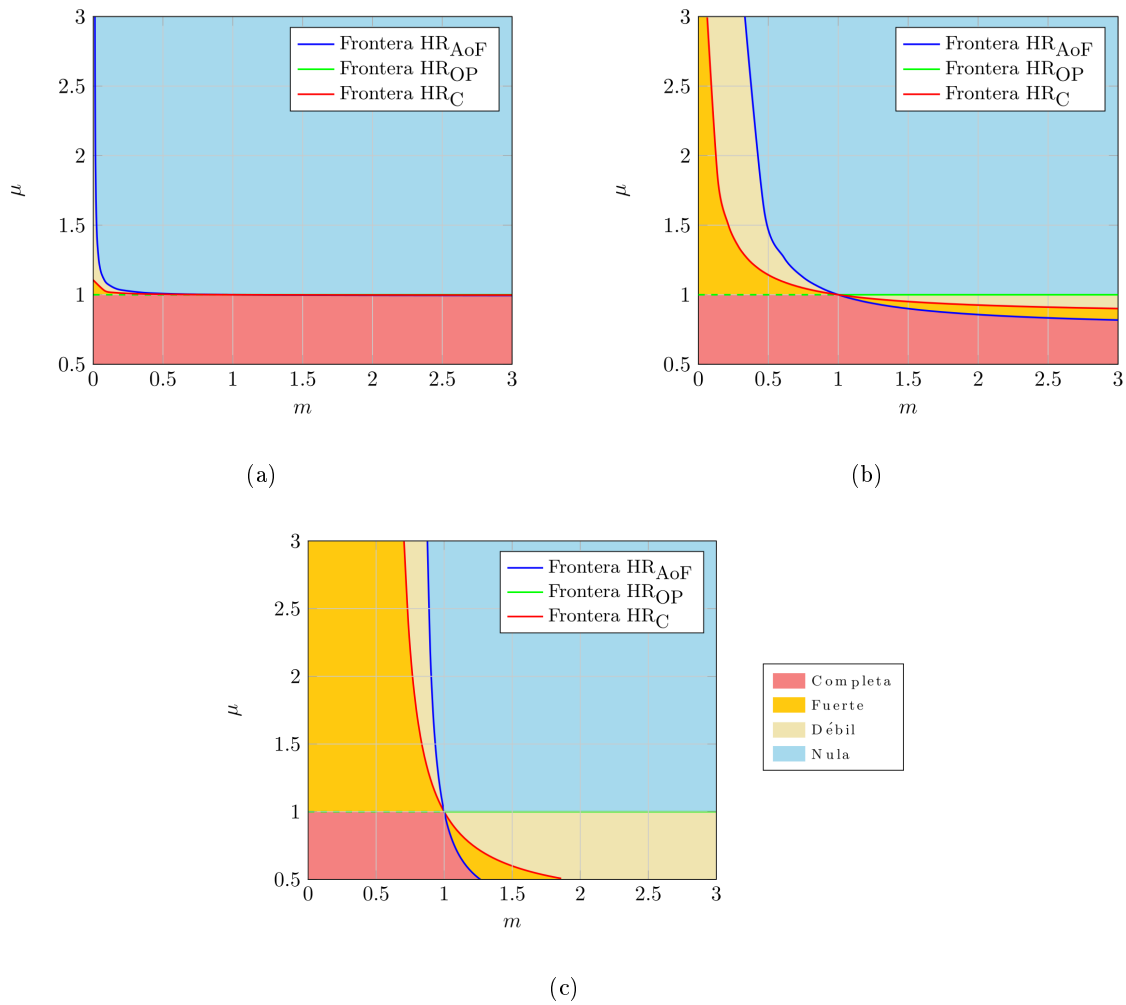


Figura 5.6.: Mapa de característica hiper-Rayleigh para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed en función de  $m$  y  $\mu$  con (a)  $\kappa = 0.1$  (b)  $\kappa = 1$  (c)  $\kappa = 10$ .

### 5.3. Carácter hiper-Rayleigh de las distribuciones derivadas del modelo $\kappa$ - $\mu$ shadowed

A continuación se analiza el carácter hiper-Rayleigh de las distribuciones derivadas del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, presentadas en el apartado 2.3.2, según las relaciones indicadas en la Tabla 3.2. Las expresiones del AoF y aOP de cada distribución se han obtenido directamente de (3.13) y (3.8) respectivamente, y las de aC están recogidas en [MorenoP2016]. Para cada distribución se indican, en caso de existir, sus parámetros y límites de variación, si se cumple o no cada una de las tres condiciones HR dadas en (5.1), (5.2) y (5.6) y, para finalizar, los niveles de carácter hiper-Rayleigh que puede presentar. Cuando las expresiones analíticas sean sencillas, se analizará el comportamiento HR directamente sobre ellas y, para expresiones más complejas, se utilizarán las gráficas obtenidas para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, aplicando las correspondientes relaciones de la Tabla 3.2, o se obtendrán gráficas nuevas.

### Distribución Gaussiana unilateral

- $\text{AoF}^{\text{G1}} = 2$ , por lo que se cumple  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ .
- $\text{aOP}^{\text{G1}} = \frac{1}{\sqrt{2} \Gamma(1.5)} \left( \frac{\gamma_{\text{th}}}{\bar{\gamma}} \right)^{0.5}$ , con  $\Gamma(z)$  la función Gamma (A.3).  
Luego  $d_{\text{G1}} = 0.5 < 1$  y se cumple  $\text{HR}_{\text{OP}}$ .
- $L_c^{\text{G1}} = 1 + \gamma_e \cdot \log_2(e) \approx 1.83$ , por tanto  $\Delta C_p^{\text{G1}} = 1 > 0$  y se cumple  $\text{HR}_C$ .

El modelo Gaussiano unilateral presenta característica hiper-Rayleigh completa.

### Distribución Nakagami- $m$ ( $m \geq 0.5$ )

- $\text{AoF}^{\text{Nak-}m} = \frac{1}{m}$ . Para  $m < 1$ ,  $\text{AoF}^{\text{Nak-}m} > 1$ , cumpliéndose la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ , siendo  $\max\{\text{AoF}^{\text{Nak-}m}\} = 2$  cuando  $m = 0.5$ .
- $\text{aOP}^{\text{Nak-}m} = \frac{1}{\Gamma(1+m)} \left( \frac{\gamma_{\text{th}}}{\bar{\gamma}} \right)^m$ , con  $\Gamma(z)$  la función Gamma (A.3). Así,  $d_{\text{Nak-}m} = m$ , por lo que cuando  $m < 1$  se cumple  $\text{HR}_{\text{OP}}$ .
- $L_c^{\text{Nak-}m} = \log_2(m) - \log_2(e) \psi(m)$ , con  $\psi(z)$  la función digamma (A.9). Aplicando las relaciones  $\underline{\mu} = m$  y  $\underline{\kappa} \rightarrow 0$  de la Tabla 3.2, se puede observar en la gráfica 5.5(a) que se cumple la condición  $\text{HR}_C$  siempre que  $m < 1$ .

El modelo Nakagami- $m$  presenta característica hiper-Rayleigh completa para  $m < 1$  y nula para el resto de  $m$ .

### Distribución Nakagami- $q$ (Hoyt) ( $0 \leq q \leq 1$ )

- $\text{AoF}^{\text{Hoyt}} = \frac{2(1+q^4)}{(q^2+1)^2}$ . Para  $q = 0$  se consigue  $\max\{\text{AoF}^{\text{Hoyt}}\} = 2$ , valor que decrece con  $q$ , llegando a  $\min\{\text{AoF}^{\text{Hoyt}}\} = 1$  para  $q = 1$ . Por tanto, cualquier valor del parámetro  $q < 1$  cumple la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ .
- $\text{aOP}^{\text{Hoyt}} = \frac{q^2+1}{2q} \frac{\gamma_{\text{th}}}{\bar{\gamma}}$ , así que  $d_{\text{Hoyt}} = 1$  y  $\Delta_{\text{PO}}^{\text{Hoyt}} = \frac{q^2+1}{2q}$ .  $\Delta_{\text{PO}}^{\text{Hoyt}}$  es decreciente con  $q$ , siendo su mínimo igual a 1 para  $q = 1$ . De manera que cualquier  $q < 1$  cumple el criterio  $\text{HR}_{\text{OP}}$ .
- $L_c^{\text{Hoyt}} = 1 + \gamma_e \cdot \log_2(e) + \log_2 \left( \frac{1+q^2}{(1+q)^2} \right)$ . Aplicando las relaciones de la Tabla 3.2:  $\underline{\mu} = 1$ ,  $\underline{m} = 0.5$  y  $\underline{\kappa} = \frac{1-q^2}{2q^2}$ , lo que conlleva  $\kappa \in [0, \infty)$ , se puede observar en las gráficas 5.5 que se cumple la condición  $\text{HR}_C$  siempre que  $\kappa \neq 0$ , es decir,  $q < 1$ .

El modelo Nakagami- $q$  o Hoyt presenta característica hiper-Rayleigh completa para  $q < 1$  y nula para  $q = 1$ .



### Distribución Rice ( $K \geq 0$ )

- $\text{AoF}^{\text{Rice}} = \frac{1 + 2K}{(1 + K)^2}$ . Dado que  $\max\{\text{AoF}^{\text{Rice}}\} = 1$  para  $K = 0$ , siendo una función decreciente con  $K$ , no se cumple el criterio  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ .
- $\text{aOP}^{\text{Rice}} = \frac{1 + K}{e^K} \frac{\gamma_{\text{th}}}{\bar{\gamma}}$ , por lo que  $d_{\text{Rice}} = 1$  y  $\Delta_{\text{PO}}^{\text{Rice}} = (1 + K) e^{-K}$ .  $\Delta_{\text{PO}}^{\text{Rice}}$  es decreciente con  $K$ , siendo su valor máximo igual a 1 cuando  $K = 0$ . De modo que no se cumple  $\text{HR}_{\text{OP}}$ .
- $L_c^{\text{Rice}} = \log_2 \left( 1 + \frac{1}{K} \right) - \log_2(e) \Gamma(0, K)$ , con  $\Gamma(z, a)$  la función Gamma incompleta superior (A.6). Aplicando las relaciones de la Tabla 3.2:  $\underline{\mu} = 1$ ,  $\underline{\kappa} = K$  y  $\underline{m} = m$ , se puede observar en las gráficas 5.5 que nunca se cumple la condición  $\text{HR}_C$ .

El modelo Rice presenta característica hiper-Rayleigh nula, como se podía presuponer dado que se basa en un escenario con componente directa determinista, que siempre consigue una condición de transmisión mejor que Rayleigh.

### Distribución Ricean shadowed ( $K \geq 0$ ; $m > 0$ )

- $\text{AoF}^{\text{RiceS}} = \frac{1 + 2K}{(1 + K)^2} + \frac{1}{m} \frac{K^2}{(1 + K)^2}$ . Para  $m < 1$  se cumple la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  para cualquier  $K$ .
- $\text{aOP}^{\text{RiceS}} = \frac{m^m (1 + K)}{(K + m)^m} \frac{\gamma_{\text{th}}}{\bar{\gamma}}$ , por lo que  $d_{\text{RiceS}} = 1$  y  $\Delta_{\text{PO}}^{\text{RiceS}} = \frac{m^m (1 + K)}{(K + m)^m}$ . Esta expresión es la misma que (5.12), de modo que el criterio encontrado en el punto 5.2.2 es directamente aplicable, y se cumple la condición  $\text{HR}_{\text{OP}}$  para  $m < 1$  con cualquier  $K$ .
- $L_c^{\text{RiceS}} = \gamma_e \cdot \log_2(e) - \log_2 \left( \frac{K + m}{m(1 + K)} \right) + \log_2(e) \frac{K(1 - m)}{K + m} {}_3F_2 \left( 1, 1, 2 - m; 2, 2; \frac{K}{K + m} \right)$ , con  ${}_3F_2(\cdot)$  una función hipergeométrica (A.12). Aplicando las relaciones de la Tabla 3.2:  $\underline{\mu} = 1$ ,  $\underline{\kappa} = K$  y  $\underline{m} = m$  y observando las gráficas 5.5, donde se puede representar  $\Delta_C^{\text{RiceS}}$  como una línea horizontal en  $\mu = 1$ , se obtiene que la condición  $\text{HR}_C$  se cumple para  $m < 1$  independiente de  $K$ .

El modelo Ricean shadowed presenta característica hiper-Rayleigh completa para  $m < 1$  y nula para  $m \geq 1$ , independientemente del valor de  $\kappa$ .

### Distribución $\kappa$ - $\mu$ ( $\kappa \geq 0$ ; $\mu \geq 0.5$ )

- $\text{AoF}^{\kappa-\mu} = \frac{1 + 2\kappa}{\mu (1 + \kappa)^2}$ , siendo  $\max\{\text{AoF}^{\kappa-\mu}\} = 2$  para  $\mu = 0.5$  y  $\kappa = 0$ . Se cumple la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  si  $\kappa < 1 + \sqrt{2}$  y  $\mu < \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2}$ , como se aprecia en la Fig. 5.7(a).
- $\text{aOP}^{\kappa-\mu} = \frac{\mu^\mu (1 + \kappa)^\mu}{e^{\mu\kappa} \Gamma(1 + \mu)} \left( \frac{\gamma_{\text{th}}}{\bar{\gamma}} \right)^\mu$ , con  $\Gamma(z)$  la función Gamma (A.3). Se tiene  $d_{\kappa-\mu} = \mu$ ,

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

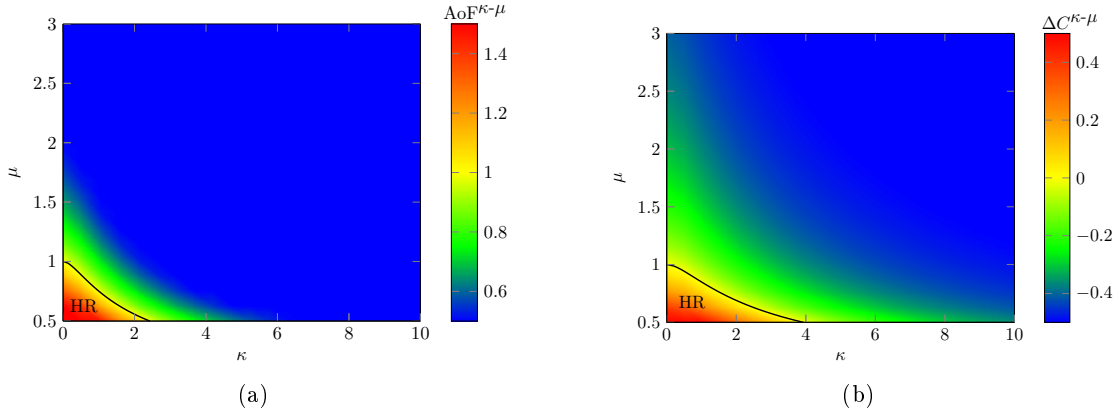


Figura 5.7.: Evolución de (a)  $\text{AoF}^{\kappa-\mu}$  y la frontera  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ . (b)  $\Delta C^{\kappa-\mu}$  y la frontera  $\text{HR}_C$ .

por lo que si  $\mu < 1$ , se cumple la condición  $\text{HR}_{\text{OP}}$  para cualquier  $\kappa$ . Para  $\mu = 1$ ,  $\Delta_{\text{PO}}^{\kappa-\mu} = (1 + \kappa)e^{-\kappa}$ , igual a  $\Delta_{\text{PO}}^{\text{Rice}}$  que, como se ha comentado anteriormente, no cumple la condición.

- $L_c^{\kappa-\mu} = -\log_2(e) \psi(\mu) + \log_2(\mu) + \log_2(1 + \kappa) - \kappa \log_2(e) {}_2F_2(1, 1; 2, \mu + 1; -\mu\kappa)$ , con  $\psi(z)$  la función digamma (A.9) y  ${}_2F_2(\cdot)$  una función hipergeométrica (A.12). Dado que es una expresión compleja, en la Fig. 5.7(b) se representa la pérdida de capacidad del modelo,  $\Delta C^{\kappa-\mu}$ , donde se observa que existe un conjunto de valores de  $\kappa < 4$  y  $\mu < 1$  para los que se cumple  $\text{HR}_C$ .

El modelo  $\kappa$ - $\mu$  presenta característica hiper-Rayleigh nula para  $\mu \geq 1$ , mientras que para  $\mu < 1$ , según el valor de  $\kappa$ , se corresponde con un nivel entre débil y completo, siendo este último para  $\kappa < 1 + \sqrt{2}$  y  $\mu < \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2}$ .

### Distribución $\eta$ - $\mu$ ( $\eta > 0$ ; $\mu \geq 0.5$ )

- $\text{AoF}^{\eta-\mu} = \frac{1 + \eta^2}{\mu(1 + \eta)^2}$ . Para  $\mu < 1$  se puede conseguir  $\text{AoF}^{\eta-\mu} > 1$  y cumplir la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  siempre que  $\mu < \frac{1 + \eta^2}{(1 + \eta)^2}$ , obteniéndose  $\max\{\text{AoF}^{\eta-\mu}\} = 2$  para  $\mu = 0.5$  y  $\eta \rightarrow 0$  ó  $\eta \rightarrow \infty$ , como se pone de manifiesto en la Fig. 5.8(a).
- $\text{aOP}^{\eta-\mu} = \frac{\mu^{2\mu} (1 + \eta)^{2\mu}}{\Gamma(1 + 2\mu) \eta^{3\mu}} \left( \frac{\gamma_{\text{th}}}{\bar{\gamma}} \right)^{2\mu}$ , con  $\Gamma(z)$  la función Gamma (A.3). Se tiene  $d_{\eta-\mu} = 2\mu$  y como  $\mu \geq 0.5$ , resulta  $d_{\eta-\mu} \geq 1$ , de modo que sólo hay que estudiar el caso  $d_{\eta-\mu}|_{\mu=0.5} = 1$  para verificar si se cumple la condición  $\text{HR}_{\text{OP}}$ . En esta situación  $\Delta_{\text{PO}}^{\eta-\mu}|_{\mu=0.5} = \frac{\eta + 1}{2\eta^{\frac{3}{2}}}$  que resulta mayor que 1, cumpliendo  $\text{HR}_{\text{OP}}$  para  $\eta < 1$ .
- $L_c^{\eta-\mu} = -\log_2(e) \psi(2\mu) + \log_2(\mu) + \log_2(1 + \eta) + \log_2(e) \frac{1 - \eta}{2} {}_3F_2(1, 1, \mu + 1; 2, 2\mu + 1; 1 - \eta)$ , con  $\psi(z)$  la función digamma (A.9) y  ${}_3F_2(\cdot)$  una función hipergeométrica (A.12). Dado que es una expresión compleja, en la Fig. 5.8(b) se representa la pérdida de capacidad del modelo,  $\Delta C^{\eta-\mu}$ , donde se aprecia que para  $\mu < 1$ , existen valores de  $\eta$

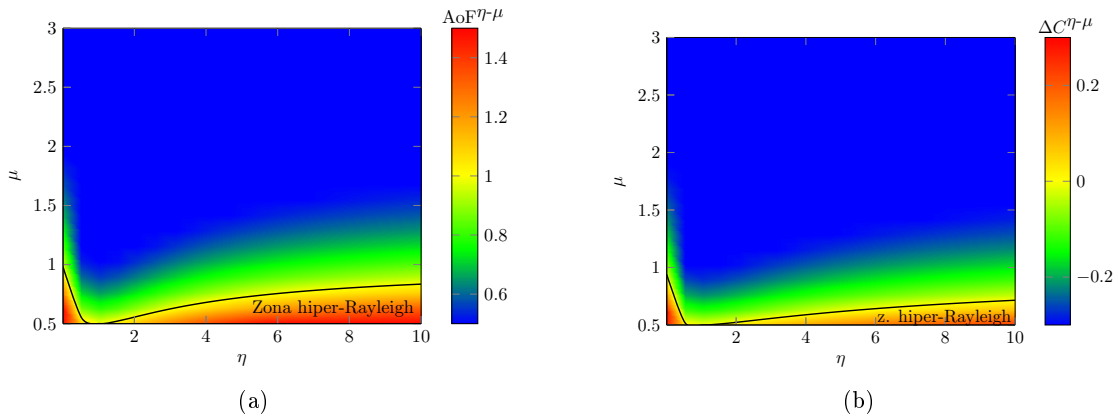


Figura 5.8.: Evolución de (a)  $AoF^{\eta-\mu}$  y la frontera  $HR_{AoF}$ . (b)  $\Delta C^{\eta-\mu}$  y la frontera  $HR_C$ .

que cumplen  $HR_C$ .

El modelo  $\eta$ - $\mu$  presenta característica hiper-Rayleigh completa para  $\mu = 0.5$  y  $\eta < 1$ , y nula para  $\mu \geq \frac{1 + \eta^2}{(1 + \eta)^2}$  (marcada por la frontera  $HR_{AoF}$ ), mientras que para otros valores de  $\mu$  y  $\eta$  puede presentar nivel débil o fuerte.

## 5.4. Carácter hiper-Rayleigh del modelo FTR

Este modelo se ha elegido como ejemplo de aplicación de la métrica hiper-Rayleigh a una distribución no directamente relacionada con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.

El modelo FTR, que fue presentado en el apartado 2.3.2, representa la señal recibida como la suma de dos componentes especulares relacionadas con la línea de visión directa, ambas pudiendo fluctuar, y un término asociado a las componentes difusas. Posee gran versatilidad para representar distintas condiciones de propagación y, por tanto, para caracterizar el rendimiento de sistemas de comunicaciones inalámbricos [Zhang2018, Zhao2018, Zeng2018].

El modelo FTR hereda las características del modelo TWDP (*Two-Wave with Diffuse Power*) del cual se deriva. El modelo TWDP contempla componentes multicamino (o Rayleigh) que se suman a dos componentes LoS deterministas. Estas dos ondas especulares dominantes podrían ser claramente discernibles (atendiendo a términos electromagnéticos como el patrón de radiación de las antenas, el ancho de banda de la señal o la frecuencia de la portadora) sobre otras contribuciones de ondas de amplitudes más pequeñas, debidas a la propagación multicamino en el entorno, que se agrupan en el término difuso. La diferencia en el modelo FTR es que estas componentes LoS pueden fluctuar, debido a obstrucciones que ocurren en escalas de tiempo mucho menores que el ensombrecimiento convencional asociado a grandes obstáculos. Ejemplos de escenarios de propagación donde se utilizan estos modelos cubren comunicaciones móviles en el interior de edificios, comunicaciones entre vehículos, redes de sensores inalámbricos o comunicaciones en banda milimétrica [RomeroJ2017], [Matolak2011], [Frolik2007].

El modelo TWDP, y su caso especial TW (*Two-Wave*), se usan ampliamente como

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

ejemplos de comportamiento peor que Rayleigh [Frolik2007], [Frolik2008], [Rao2015]. Dado que el modelo FTR se deriva del TWDP es lógico pensar que también puede presentar un comportamiento equivalente, asociado a la cancelación parcial de las componentes LoS cuando tienen amplitudes similares y la potencia en las componentes difusas es pequeña, es decir, en casos de fuerte situación LoS.

Estudiamos seguidamente la característica hiper-Rayleigh definida en el apartado 5.1 para el modelo FTR.

### Condición hiper-Rayleigh en sentido AoF

La expresión del AoF se puede escribir como

$$\text{AoF}^{\text{FTR}} = 1 - \underbrace{\left(\frac{K}{1+K}\right)^2}_{p(K)} \left[ 2 - \underbrace{\left(1 + \frac{\Delta^2}{2}\right)}_{q(\Delta)} \underbrace{\left(1 + \frac{1}{m}\right)}_{r(m)} \right]. \quad (5.13)$$

La dependencia del  $\text{AoF}^{\text{FTR}}$  con los parámetros del modelo se representa mediante tres funciones, dependiente cada una de un único parámetro:  $p(K)$ ,  $q(\Delta)$  y  $r(m)$ , siendo todas positivas, lo que facilita el estudio de la influencia de cada parámetro. Evaluando la primera derivada del  $\text{AoF}^{\text{FTR}}$  respecto a cada parámetro, se conoce su comportamiento monótono creciente o decreciente. Estas derivadas resultan:

$$\frac{\partial \text{AoF}^{\text{FTR}}}{\partial K} = -\frac{2K}{(1+K)^3} (2 - q(\Delta)r(m)), \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial \text{AoF}^{\text{FTR}}}{\partial \Delta} = p(K)r(m)\Delta, \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial \text{AoF}^{\text{FTR}}}{\partial m} = -p(K)q(\Delta)\frac{1}{m^2}. \quad (5.16)$$

Se observa que  $\frac{\partial \text{AoF}^{\text{FTR}}}{\partial \Delta} > 0 \forall \Delta$ ; lo que implica que el  $\text{AoF}^{\text{FTR}}$  siempre crece con  $\Delta$ , por lo que se cumple que es mayor que para  $\Delta = 0$ . De forma equivalente, se comprueba que  $\frac{\partial \text{AoF}^{\text{FTR}}}{\partial m} < 0 \forall m$ . El  $\text{AoF}^{\text{FTR}}$  aumenta a medida que  $m$  disminuye, es decir, a medida que la fluctuación de las componentes LoS es mayor. Para comprender el impacto de aumentar  $K$ , es necesario estudiar dos casos dependiendo de si  $q(\Delta)r(m) \leq 2$ . Tras algunas operaciones algebraicas, se llega a que  $\frac{\partial \text{AoF}}{\partial K} > 0$  si  $m < \frac{1+\Delta^2/2}{1-\Delta^2/2}$ . Esto significa que el  $\text{AoF}^{\text{FTR}}$  aumenta con  $K$  para aquellos valores de  $m$  menores que el umbral anterior, que también depende de  $\Delta$ . Para los márgenes de variación de  $\Delta$ , se consigue  $m_{\text{max}} = 3$ , por lo que el comportamiento  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  sólo se produce con  $m < 3$ .

Lo comentado se puede observar en la Fig. 5.9, que representa la variación del  $\text{AoF}^{\text{FTR}}$  y de la frontera  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  para situaciones de potencia en las componentes especulares diferentes: baja ( $K = 1$ ), alta ( $K = 10$ ) y muy alta ( $K = 100$ ). Para  $m > 3$ , independientemente de  $K$  y  $\Delta$ ,  $\text{AoF}^{\text{FTR}} < 1$ , por lo que las gráficas se centran en valores de  $m$  para los que se puede cumplir la condición  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ . Además, se puede observar que el aumento de  $K$

#### 5.4. Carácter hiper-Rayleigh del modelo FTR

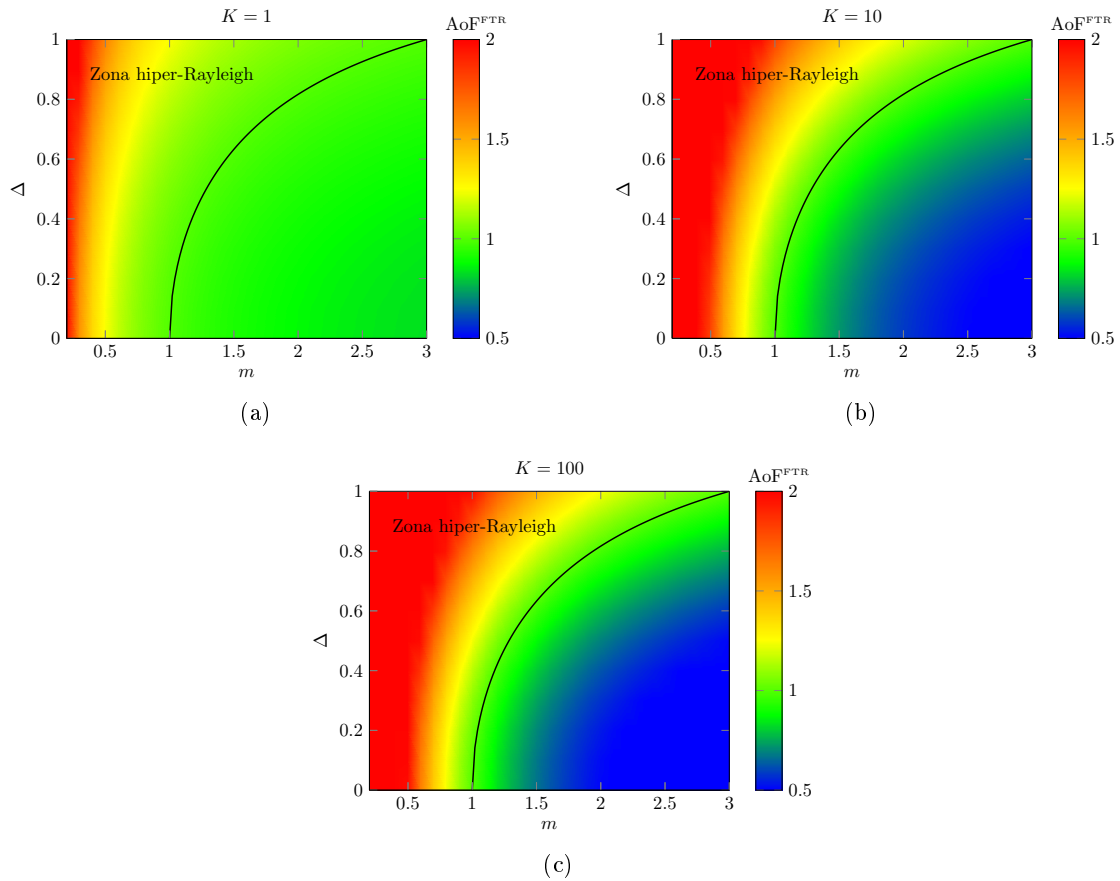


Figura 5.9.: Evolución de  $\text{AoF}^{\text{FTR}}$  y la frontera  $\text{HR}_{\text{AoF}}$  para (a) baja LoS ( $K = 1$ ) (b) alta LoS ( $K = 10$ ) (c) muy alta LoS ( $K = 100$ ).

no tiene influencia en la frontera  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ , definida por  $K$  y  $\Delta$ , aunque sí en la rapidez de variación del  $\text{AoF}^{\text{FTR}}$  a derecha e izquierda de dicha frontera, siendo la variación más brusca cuanto mayor es  $K$ . Por ejemplo, el  $\text{AoF}^{\text{FTR}}$  aumenta con  $K$  si  $m < 1$  y  $\Delta$  es bajo, pero a medida que  $\Delta$  crece y se aproxima a 1 se mantiene esa tendencia hasta  $m < 3$ . En la zona  $\text{HR}_{\text{AoF}}$ , aumentar la potencia en las componentes especulares es perjudicial para el  $\text{AoF}^{\text{FTR}}$ .

#### Condición hiper-Rayleigh en sentido OP

La expresión de la probabilidad de bloqueo asintótica es:

$$\text{aOP}^{\text{FTR}} = \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}} \underbrace{\frac{(1+K)}{(1+\frac{K}{m})^m} {}_2F_1\left(\frac{m}{2}, \frac{1+m}{2}; 1; \frac{\Delta^2}{(\frac{m}{K}+1)^2}\right)}_{\Delta_{\text{PO}}^{\text{FTR}}}, \quad (5.17)$$

donde  ${}_2F_1(\cdot)$  es la función hipergeométrica de Gauss (A.14).

Dado que  $d_{\text{FTR}} = 1$ , hay que analizar si  $\Delta_{\text{PO}}^{\text{FTR}} > 1$  para algún conjunto de valores de  $\Delta$ ,  $K$  y  $m$ . Análiticamente no es posible determinar este conjunto de valores, pero se

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

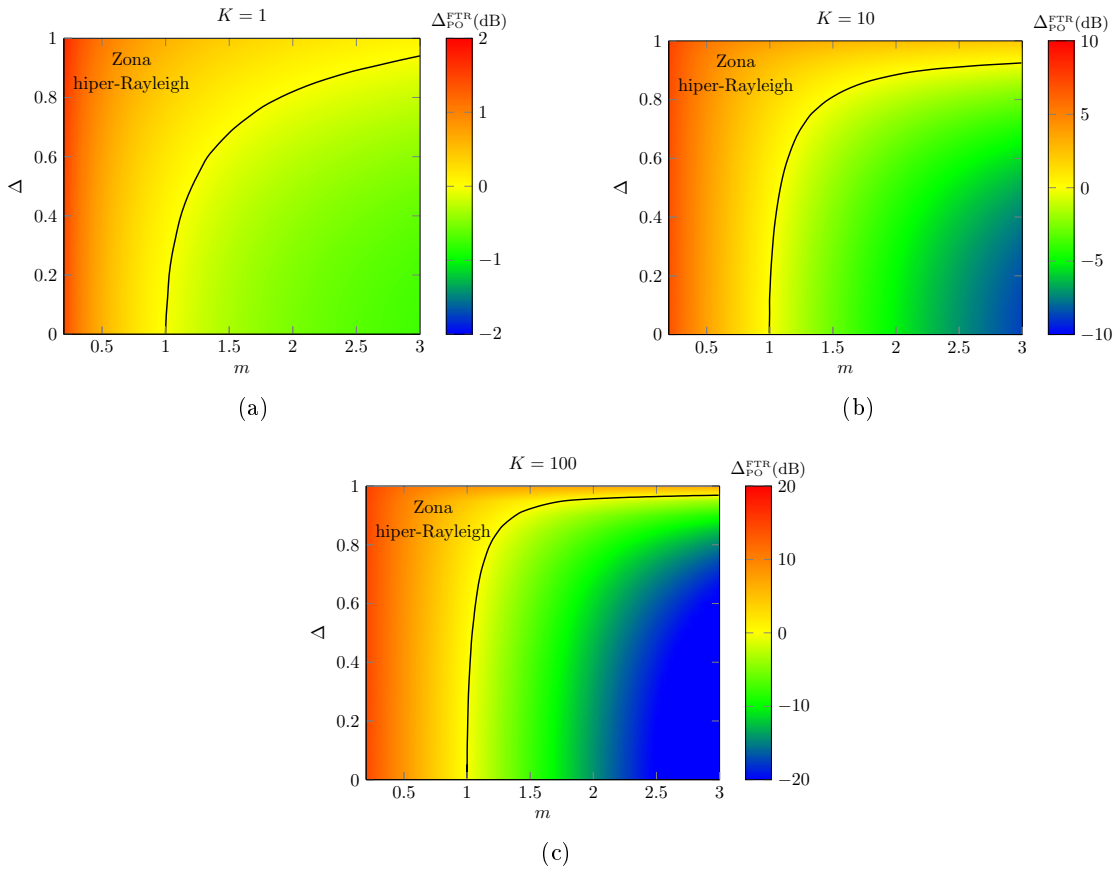


Figura 5.10.: Evolución del factor  $\Delta_{PO}^{FTR}$  (dB) y la frontera  $HR_{OP}$  para (a) baja LoS ( $K = 1$ ) (b) alta LoS ( $K = 10$ ) (c) muy alta LoS ( $K = 100$ ).

puede proceder mediante una evaluación numérica. Para ello se presenta en la Fig. 5.10 la evolución de  $\Delta_{PO}^{FTR}$  (dB) y de la frontera  $HR_{OP}$  para las mismas situaciones de potencia en las componentes especulares que para el AoF: baja ( $K = 1$ ), alta ( $K = 10$ ) y muy alta ( $K = 100$ ).

En estas gráficas se observa que, siempre que  $m < 1$ , se cumple la condición de  $HR_{OP}$ , independientemente de  $K$  y  $\Delta$ . A medida que  $\Delta$  se acerca a 1, crece el conjunto de valores de  $m$  que cumplen la condición, en función del valor de  $K$  que ahora sí influye en la frontera  $HR_{OP}$ . Para valores bajos de  $K$ , existe un  $m_{max}$  para estar en zona  $HR_{OP}$ , como por ejemplo en el escenario de la Fig. 5.10(a) donde se corresponde con<sup>5</sup>  $m_{max} = 4.2$ . A medida que  $K$  aumenta, la frontera  $HR_{OP}$  se va curvando, presentando un codo más abrupto, siendo válidos valores de  $m > 1$  sólo para  $\Delta$  próximos a 1, aunque el conjunto de  $m$  válidos es mucho mayor, pudiendo darse condición  $HR_{OP}$  casi para cualquier  $m$ . Esto significa que cuanto mayor es la potencia LoS, se puede tener un comportamiento  $HR_{OP}$  incluso cuando apenas exista fluctuación, siempre que las potencias medias de cada componente especular sean muy similares.

<sup>5</sup> En la gráfica no aparece representado  $m_{max}$  debido a que, por claridad, se han mantenido en todas las figuras los valores de  $m \in (0, 3]$  correspondientes a la zona  $HR_{AoF}$ , y que son en las que se podría presentar el comportamiento HR completo.

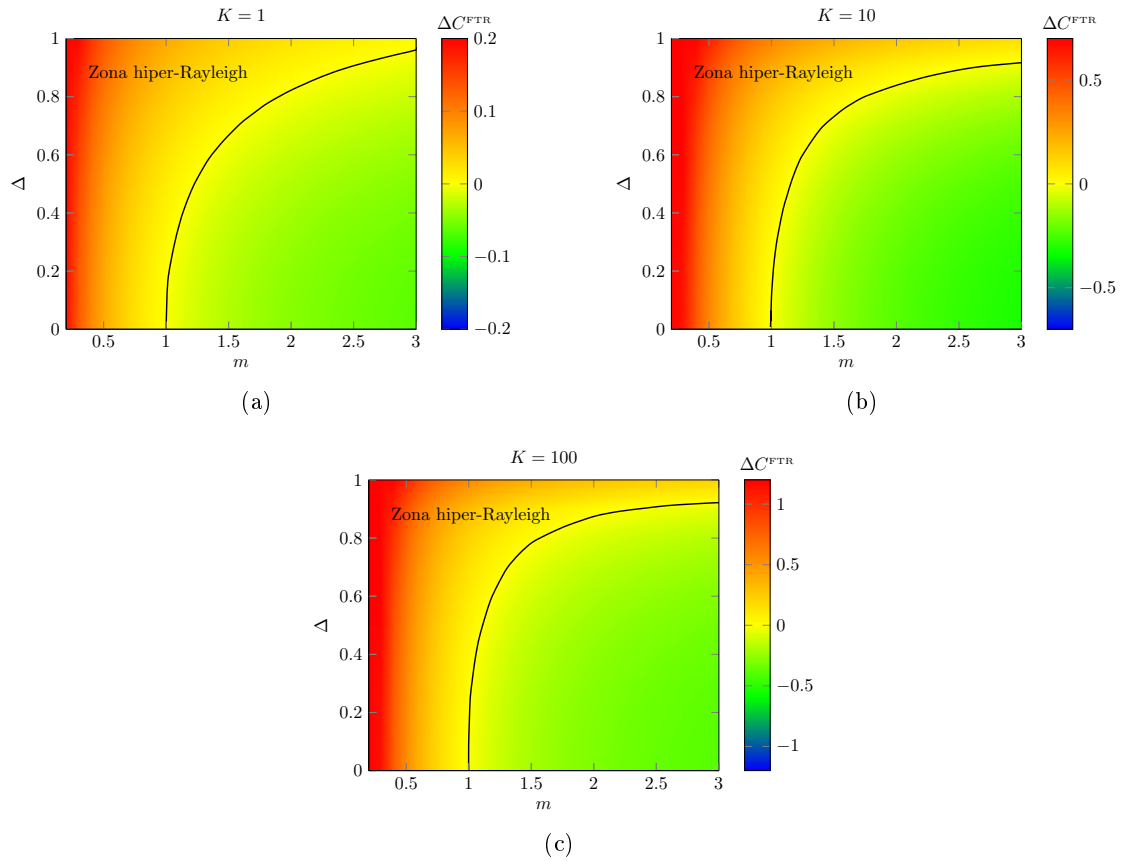


Figura 5.11.: Evolución del factor  $\Delta C^{\text{FTR}}$  y la frontera  $\text{HR}_C$  para (a) baja LoS ( $K = 1$ ) (b) alta LoS ( $K = 10$ ) (c) muy alta LoS ( $K = 100$ ).

## Condición hiper-Rayleigh en sentido C

La expresión de la capacidad asintótica es:

$$aC^{\text{FTR}} = \log_2 \bar{\gamma} - L_c^{\text{FTR}}(K, \Delta, m), \quad (5.18)$$

donde

$$L_c^{\text{FTR}}(K, \Delta, m) = \underbrace{\log_2(e)\gamma_e}_{L_{\text{Ray}}} - \frac{\log_2(e)}{\pi} \int_0^\pi \mathcal{F}(\theta) d\theta, \quad (5.19)$$

con

$$\mathcal{F}(\theta) = \log \left( \frac{K(1 + \Delta \cos \theta) + m}{m(1 + K)} \right) + \frac{K(1 + \Delta \cos \theta)(m - 1)}{K(1 + \Delta \cos \theta) + m} {}_3F_2 \left( 1, 1, 2 - m; 2, 2; \frac{K(1 + \Delta \cos \theta)}{K(1 + \Delta \cos \theta) + m} \right), \quad (5.20)$$

siendo  ${}_3F_2(\cdot)$  una función hipergeométrica (A.12).

## 5. Carácter hiper-Rayleigh. Aplicación a modelos de canal con desvanecimientos

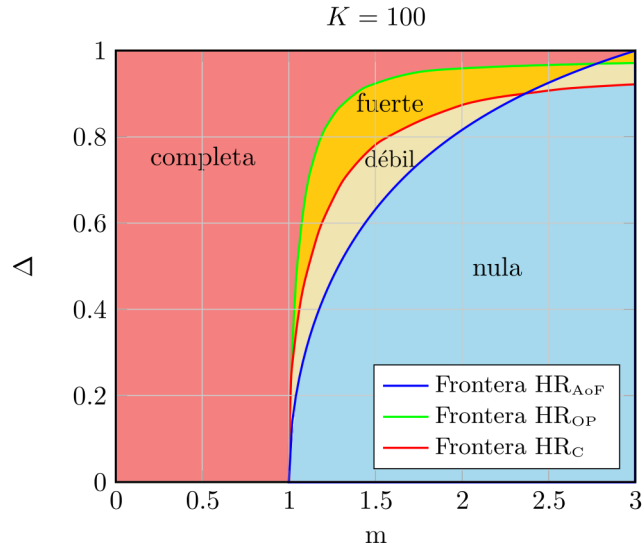


Figura 5.12.: Mapa de característica hiper-Rayleigh para el modelo FTR en función de  $\Delta$  y  $m$  para muy alta potencia LoS ( $K = 100$ ).

Siguiendo la definición dada en (5.7) se tiene:

$$\Delta C^{FTR} = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \mathcal{F}(\theta) d\theta, \quad (5.21)$$

por lo que todo el potencial de comportamiento  $HR_C$  se encuentra encapsulado en un único término, que puede evaluarse numéricamente, aunque no analíticamente. Para ello se presentan en la Fig. 5.11 la evolución de  $\Delta C^{FTR}$  y de la frontera  $HR_C$  para las mismas situaciones de potencia en las componentes especulares antes analizadas: baja ( $K = 1$ ), alta ( $K = 10$ ) y muy alta ( $K = 100$ ).

También ahora se tiene comportamiento  $HR_C$  siempre que  $m < 1$ , independientemente de  $K$  y  $\Delta$ . Para otros valores de  $m$ , la frontera  $HR_C$  cambia con  $\Delta$  y  $K$  de manera similar a la frontera  $HR_{OP}$ . El parámetro  $K$  tiene una influencia importante en el valor máximo de pérdida de capacidad. Esto implica que aumentar la potencia LoS en la zona  $HR_C$  es perjudicial para la capacidad, justo el comportamiento contrario al experimentado en cualquier situación fuera de dicha región. Curiosamente, aumentar la potencia de las componentes especulares ayuda a estar en la región  $HR_C$  para un valor de  $\Delta$  ligeramente más bajo que en el caso de LoS baja, y también con una fluctuación menor. En este caso, se amplían los conjuntos de valores de los parámetros que corresponden a región  $HR_C$ . Esto conforma un área en la que  $AoF^{FTR}$  es menor que  $AoF^{Ray}$ , pero  $aC^{FTR}$  es menor que  $aC^{Ray}$ .

### Nivel de comportamiento hiper-Rayleigh

Podemos concluir que el modelo FTR puede exhibir un comportamiento HR completo para un cierto conjunto de valores de sus parámetros, que se podrían resumir en:

- Siempre que el nivel de ensombrecimiento sea muy elevado ( $m < 1$ ), independiente-



#### 5.4. Carácter hiper-Rayleigh del modelo FTR

mente del resto de parámetros.

- Cuando las magnitudes de las dos componentes especulares son muy similares (alto  $\Delta$ ), incluso para fluctuaciones menores ( $m > 1$ ). Cuanto más próximo es  $\Delta$  a 1, mayor es el rango de valores de  $m$  con los que se cumple el nivel HR completo, siendo el máximo  $m = 3$  marcado por la frontera  $HR_{AoF}$ .
- Con valores bajos de  $K$  (poca potencia en las componentes especulares) es menos flexible la condición para los valores de  $m > 1$  y  $\Delta$ .

Esto se puede observar en la Fig. 5.12 que representa el mapa HR con las tres fronteras  $HR_{AoF}$ ,  $HR_{OP}$  y  $HR_C$  para el caso concreto de  $K = 100$ , muy alta potencia LoS. Se pone de manifiesto que el modelo FTR exhibe también característica HR fuerte, débil y nula para otros conjuntos de valores de  $\Delta$ ,  $K$  y  $m$ .



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

## 6. Conclusiones y Líneas futuras

### 6.1. Conclusiones

EL trabajo de esta tesis se ha centrado en el estudio de parámetros de prestaciones para modelos estadísticos de canal que permiten caracterizar los desvanecimientos en sistemas de comunicaciones inalámbricos SISO, en los que se puede asumir comportamiento de banda estrecha, siendo el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed el eje del trabajo de investigación.

Una de las principales aportaciones ha sido encontrar expresiones analíticas cerradas para dos parámetros de prestaciones del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed: la capacidad ergódica y el grado de desvanecimiento, con los que es posible anticipar y facilitar la evaluación del sistema de comunicaciones.

Se ha realizado un análisis matemático detallado para encontrar la capacidad ergódica  $C$  (bps), o su forma equivalente la eficiencia espectral (bps/Hz), que se ha materializado en tres expresiones, según la relación entre los parámetros de *fading*  $\mu$  y  $m$ . En general, esta magnitud se expresa como una función Meijer-G de una variable para muchos de los modelos de *fading* más utilizados, como Rayleigh, Rice o Nakagami- $m$ . Pero para la distribución  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, entra en juego una función Meijer-G de dos variables que, a día de hoy, no está implementada en los paquetes de software matemático populares como Mathematica o Matlab. Para poder evaluar la capacidad ergódica, ha sido necesario el estudio de la función  $G_{1,0}^{0,1:1,2:1,1}_{1,0:2,2:1,2}(\cdot)$  y, posteriormente, el desarrollo de una rutina en Mathematica, elegida como entorno para las simulaciones y evaluaciones numéricas de esta tesis. Este trabajo se ha presentado en una revista internacional que ha sido referenciada en más de 45 publicaciones [GarciaC2014].

Otro parámetro analizado ha sido el grado de desvanecimiento, AoF, representado para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed por una sencilla expresión que permite obtener una aproximación a la magnitud de los desvanecimientos. Cuanto mayores sean las fluctuaciones en la potencia recibida, peores características presentará el escenario para la transmisión y, en consecuencia, menor será la tasa de información que se podrá enviar. Existe, por tanto, una relación inversa entre el AoF y la capacidad ergódica, y se ha corroborado que la variación de ambas magnitudes con los parámetros del modelo está muy ligada y, además, es posible analizar las tendencias de la capacidad ergódica mediante las tendencias del AoF, de una forma mucho más simple [GarciaC2017, GarciaC2018].

Con el objetivo de incidir en la flexibilidad del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed para representar los desvanecimientos en escenarios y sistemas de comunicaciones con diferentes características, el modelo se ha aplicado a un entorno de comunicaciones acústicas subacuáticas y a un entorno de comunicaciones radio celulares. En ambos se han estudiado los parámetros de

## 6. Conclusiones y Líneas futuras

prestaciones  $C$  y AoF, haciendo uso de las expresiones encontradas.

En el primer caso, se ha explorado el procedimiento de medida y procesado de señal para obtener la envolvente del *fading* de un conjunto de canales UAC medidos por nuestro grupo de investigación GIC y la empresa SAES que, posteriormente, se han caracterizado con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed. También se ha utilizado la distribución de Rice para poder realizar una comparativa con uno de los modelos más usados en comunicaciones UAC de corto alcance. Utilizando las expresiones previamente deducidas, se ha obtenido una estimación del grado de los desvanecimiento y de la velocidad de transmisión alcanzable en estos entornos. Los resultados han puesto de manifiesto el mejor ajuste conseguido con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, así como la correspondencia con los valores dados por el modelo de Rice cuando se dan las condiciones adecuadas,  $\mu \rightarrow 1$  y  $m \rightarrow \infty$  [Canete2016].

En el segundo caso, se ha profundizado en el estudio teórico de la capacidad ergódica espacial en redes celulares radio con alta densidad de EBs. Se ha empleado la geometría estocástica para representar los fenómenos del canal a gran escala y el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed para los desvanecimientos a pequeña escala. Debido a que en estos escenarios las distancias de los enlaces son más cortas, resulta probable que aumente la potencia que llega al receptor consecuencia de un número bajo de reflexiones, y que exista una componente dominante que repercuta positivamente en la transmisión. Se ha hallado una expresión analítica cerrada para la media espacial de la eficiencia espectral de la red, bajo ciertas aproximaciones, y con ella se ha analizado el impacto que puede tener la componente dominante, según su potencia y ensombrecimiento a pequeña escala, por ejemplo, debido a los movimientos de la cabeza durante la comunicación. Asimismo, se ha estudiado la variación de esta capacidad con los parámetros de *fading* del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed y la posibilidad de conocer sus tendencias de forma más sencilla a través del comportamiento del AoF [GarciaC2018].

Se ha continuado con el análisis de los desvanecimientos, ampliando el campo a cualquier modelo de canal, y se ha indagado acerca del llamado “carácter hiper-Rayleigh”, asociado al comportamiento de un canal con mayor *fading* del que puede representar la distribución Rayleigh. Una de las aportaciones de esta tesis ha sido buscar un marco que defina esta característica, eligiendo para ello tres magnitudes: el grado de desvanecimiento (AoF), la probabilidad de interrupción asintótica (aOP) y la capacidad ergódica asintótica (aC), con las que se ha establecido una métrica de tres condiciones. En función del número de condiciones que cumpla el modelo de canal, su característica HR se clasifica como: completa, fuerte, débil o nula, representando así la mayor o menor adecuación de esa distribución a escenarios que presenten desvanecimientos profundos. Si un modelo queda definido por funciones estadísticas que dependan de varios parámetros, podrá presentar diferentes niveles HR según el valor de sus parámetros, lo que se asocia a una mayor aplicabilidad a escenarios con particularidades diversas. En estos casos, para representar de una forma gráfica y visualmente sencilla el nivel HR según los valores de los parámetros, se ha propuesto el denominado “mapa de nivel HR” [GarciaC2019].

Este marco de clasificación se ha aplicado al modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, encontrando que puede presentar los cuatro niveles en función de los valores de  $\kappa$ ,  $\mu$  y  $m$ , lo que incide en su adecuación a escenarios muy variados. También se ha analizado esta característica para las distribuciones derivadas de él: Gaussiana unilateral, Nakagami- $m$ , Hoyt, Rice, Ricean shadowed,  $\kappa$ - $\mu$  y  $\eta$ - $\mu$ , utilizando las relaciones o tendencias correspondientes en los

parámetros del modelo según la Tabla 3.2. Este estudio, además de determinar el nivel HR de cada una, ha constatado la relativa sencillez para encontrar cualquier magnitud de una distribución relacionada, una vez se conoce la expresión correspondiente en el modelo matriz. Para mostrar que esta métrica HR puede aplicarse a cualquier modelo de canal con desvanecimientos, se ha considerado el modelo FTR, que también consigue cubrir los cuatro niveles [GarciaC2019].

## 6.2. Líneas futuras de trabajo

Seguidamente se exponen varias líneas de continuación de este trabajo, algunas de ellas ya emprendidas.

Los modelos estadísticos de canal con desvanecimientos siguen siendo de interés para la comunidad científica, de modo que también lo es la búsqueda de expresiones analíticas de parámetros de prestaciones, tanto generales como específicos para ciertos escenarios.

El estudio realizado se ha centrado en canales  $\kappa$ - $\mu$  shadowed de sistemas SISO y un paso lógico es analizar su extensión a sistemas MIMO, que permiten mitigar las consecuencias del *fading* utilizando múltiples transductores en transmisión y recepción.

La versatilidad del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed para representar escenarios NLoS y LoS, con línea determinista y ensombrecida, lo hace ser un buen candidato para el análisis de prestaciones en sistemas donde se quieran considerar ambas situaciones. El modelado de gran escala debería incluir también esa diferenciación, por ejemplo, asociando distinto valor al exponente de pérdidas según el enlace sea LoS o NLoS (*dual slope path loss model*) [Galiotto2015, Arnau2016]. En nuestra investigación sobre las redes celulares radio, el escenario analizado se ha representado con un único exponente de pérdidas para todos los enlaces (*single slope path loss model*), con  $\eta \in [3.5 - 4.2]$ , que corresponde con entornos NLoS a gran escala [Molisch2011, pg.42]. En el caso de alta densidad de EBs, la posibilidad de línea de visión directa entre usuario y EB también aumenta, de modo que la mejora producida en la media espacial de la capacidad de la red por disminuir la distancia de los enlaces probablemente esté subestimada en nuestro estudio. Para conseguir un valor más realista, habría que dar cabida a enlace LoS, al menos, con la EB que sirve al usuario. Podría procederse de la siguiente forma. Puesto que se han desacoplado los fenómenos de gran escala de los de pequeña escala, el tipo de enlace se trataría de forma independiente en cada escala. El enlace LoS se modelaría con unas pérdidas de trayecto con  $\eta$  más cercano a 2 y, en el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, valores adecuados de  $\kappa$  ( $\gg 1$ ) y  $m$  (según ensombrecimiento), mientras que para el enlace NLoS se seguiría lo expuesto en el estudio. Además, a cada tipo de enlace se le podría asociar una probabilidad que dependiera de la distancia del usuario a la EB, para reflejar la menor posibilidad de enlace LoS a medida que la distancia aumenta.

La métrica hiper-Rayleigh definida podría aplicarse a otros modelos de *fading*, como el recientemente propuesto en [RamirezE2017], FB (*Fluctuating Beckmann*), una generalización del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed junto con el modelo de Beckmann. En él se consideran varios *clusters* con una componente dominante que fluctúa aleatoriamente y donde, tanto esta componente como las difusas, pueden presentar una potencia no equilibrada en los

## 6. Conclusiones y Líneas futuras

términos en fase y cuadratura.

Asimismo, se podría explorar si la métrica HR resulta de ayuda en la elección del modelo de desvanecimientos más sencillo con el que ajustar las medidas de un escenario dado. El AoF se obtiene directamente a partir de las medidas con (2.57), pero no ocurre igual con la aOP y la aC, por lo que podrían analizarse condiciones alternativas buscando ese objetivo.

Otra línea sería continuar con la caracterización de canales de banda estrecha con el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, tanto en entornos radio, de los que apenas se disponen resultados, como en escenarios UAC, medidos con distintas configuraciones del transmisor y receptor, en otras zonas del Mediterráneo o, incluso, en otros mares u océanos. De este modo, se dispondría de más información sobre el comportamiento de las transmisiones según el tipo de fondo marino, la profundidad, u otras características de la zona, que ayudarían a saber qué condiciones son más favorables para la comunicación subacuática y los aspectos que más inciden sobre las prestaciones de los sistemas.

De hecho, el uso de las comunicaciones acústicas subacuáticas sigue creciendo y, de forma anexa, la demanda de enlaces con mayores tasas de datos, especialmente cuando se requieren transmisiones de vídeo de buena calidad, por lo que continúa siendo un campo de investigación con prometedor futuro. Como la capacidad requerida en estos enlaces no es abordable en comunicaciones UAC de banda estrecha, se hace preciso explorar las comunicaciones de banda ancha. El equipo de investigación al que pertenecemos se ha adentrado en este campo con Proyectos de I+D+i, uno nacional de la convocatoria de 2014 “Canales inalámbricos subacuáticos: modelos y técnicas de transmisión MIMO-OFDM” (TEC2014-57901- R) y otro autonómico de la convocatoria de 2018, “Canales inalámbricos subacuáticos: sistemas MIMO-OFDM de alta diversidad con ultrasonidos de banda ancha” (UMA18-FEDERJA-085). En concreto, respecto a medidas UAC de banda ancha, como continuación de las medidas de banda estrecha incluidas en esta tesis, se han llevado a cabo campañas para las que se ha diseñado e implementado equipamiento específico y señales de sondeo, con las que se han caracterizado diferentes canales UAC en la banda 32 a 128 kHz, con un ancho de banda respecto a la frecuencia central del 120 %, estando sus resultados publicados en [LopezF2020].

# A. Funciones matemáticas especiales

Para formas alternativas de representación, casos particulares y propiedades de las funciones especiales que seguidamente se presentan, se recomienda consultar [Abramowitz1995, Gradshteyn2007] o [Wolfram].

## La función de Bessel modificada de primera especie

Las funciones de Bessel modificadas de primera especie y orden  $\nu$  vienen dadas por [Wolfram, (03.02.02.0001.01)]

$$I_\nu(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(k + \nu + 1) k!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2k+\nu}. \quad (\text{A.1})$$

Casos particulares:

- $I_0(z) = 1 + \frac{z^2}{2^2} + \frac{z^4}{2^2 4^2} + \frac{z^6}{2^2 4^2 6^2} + \dots$
- $I_1(z) = \frac{z}{2} + \frac{z^3}{2^2 4} + \frac{z^5}{2^2 4^2 6} + \frac{z^7}{2^2 4^2 6^2 8} \dots$

## La función integral exponencial

La función integral exponencial se define como [Gradshteyn2007, (8.211.1)]

$$E_i(z) = - \int_{-z}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt = \int_{-\infty}^z \frac{e^t}{t} dt \quad \text{con } z < 0. \quad (\text{A.2})$$

## La función Gamma

La función Gamma extiende el concepto de factorial a los números reales y complejos [Abramowitz1995, (6.1.1)]

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad \text{con } \text{Re}(z) > 0. \quad (\text{A.3})$$

La integral converge excepto para  $z = -n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) (polos simples).

Si  $z$  es un entero positivo, puede calcularse como [Abramowitz1995, (6.1.6)]

$$\Gamma(n + 1) = n! \quad (\text{A.4})$$

## La función Gamma Incompleta

La versión incompleta de la integral en (A.3) se conoce como función Gamma incompleta. Hay dos definiciones relacionadas:

- La función Gamma incompleta inferior [Abramowitz1995, (6.5.2)]

$$\bar{\Gamma}(z, b) = \int_0^b t^{z-1} e^{-t} dt \quad \text{con } \operatorname{Re}(z) > 0 \quad b \in \mathbb{R}^+. \quad (\text{A.5})$$

- La función Gamma incompleta superior [Abramowitz1995, (6.5.3)]

$$\Gamma(z, a) = \int_a^\infty t^{z-1} e^{-t} dt \quad \text{con } \operatorname{Re}(z) > 0 \quad a \in \mathbb{R}^+. \quad (\text{A.6})$$

Cuando  $z$  es un entero negativo, puede calcularse como [Gradshteyn2007, (8.352.3)]:

$$\Gamma(-n, a) = \frac{(-1)^n}{n!} \left[ -Ei(-a) - e^{-a} \sum_{r=0}^{n-1} (-1)^r \frac{r!}{a^{r+1}} \right], \quad (\text{A.7})$$

con

$$\Gamma(0, a) = -Ei(-a), \quad (\text{A.8})$$

siendo  $Ei(\cdot)$  la función integral exponencial (A.2).

## La función Digamma

La función Digamma se define en términos de la primera derivada de la función Gamma como [Abramowitz1995, (6.3.1)]

$$\Psi(z) = \frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)} \quad \text{con } \operatorname{Re}(z) > 0. \quad (\text{A.9})$$

La función presenta polos simples en  $z = -n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ).

## El símbolo de Pochhammer

El símbolo de Pochhammer se define en términos de la función Gamma (A.3) como [Abramowitz1995, (6.1.22)]

$$(a)_n = a(a+1) \dots (a+n-1) = \frac{\Gamma(a+n)}{\Gamma(a)}, \quad n \in \mathbb{N}; \quad a \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{Z}_0^-, \quad (\text{A.10})$$

con  $(a)_0 = 1$ .



## El polinomio generalizado de Laguerre

Los polinomios generalizados de Laguerre se definen como [Wolfram, (05.08.02.0001.01)]

$$L_n^\alpha(z) = \frac{\Gamma(\alpha + n + 1)}{n!} \sum_{k=0}^n \frac{(-n)_k}{\Gamma(\alpha + k + 1)} \frac{z^k}{k!} = \frac{(\alpha + 1)_n}{n!} \sum_{k=0}^n \frac{(-n)_k}{(\alpha + 1)_k} \frac{z^k}{k!}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (\text{A.11})$$

donde  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma (A.3) y  $(a)_n$  el símbolo de Pochhammer (A.10).

## La función hipergeométrica generalizada de una variable

La función hipergeométrica generalizada se define como [Nguyen1992, (1.2)]

$${}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{j=1}^p (a_j)_n}{\prod_{j=1}^q (b_j)_n} \frac{z^n}{n!}, \quad (\text{A.12})$$

donde  $(c)_n$  representa el símbolo de Pochhammer A.10. Esta serie es absolutamente convergente para todos los valores de  $z$ , reales y complejos, cuando  $p \leq q$ . Cuando  $p = q + 1$ , la serie converge si  $|z| < 1$  y para ciertas condiciones si  $|z| = 1$ . Pero para  $p > q + 1$  la serie nunca converge (excepto para  $z = 0$ ) [Nguyen1992].

Para determinados valores de  $p$  y  $q$  la función también se nombra como:

- Función hipergeométrica confluyente [Wolfram, (07.20.02.0001.01)]

$${}_1F_1(a; b; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n}{(b)_n} \frac{z^n}{n!}. \quad (\text{A.13})$$

- Función hipergeométrica de Gauss [Wolfram, (07.23.02.0001.01)]

$${}_2F_1(a_1, a_2; b; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_n}{(b)_n} \frac{z^n}{n!}. \quad (\text{A.14})$$

## La función hipergeométrica confluyente de dos variable $\Phi_2$

La función hipergeométrica confluyente de dos variables se define como [Gradshteyn2007, (9.261.2)]

$$\Phi_2(\beta, \beta'; \alpha; x, y) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(\beta)_m (\beta')_m}{(\alpha)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!}. \quad (\text{A.15})$$



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

## B. Las funciones Meijer-G

Las funciones Meijer-G aparecen con frecuencia en el estudio de los sistemas de comunicaciones en magnitudes como las funciones de densidad, probabilidades de interrupción, capacidades, etc. En los siguientes apartados se presentan las funciones Meijer-G de una y dos variables, y para este último caso, se describe el trabajo realizado para la implementación de la rutina necesaria para estudiar la capacidad ergódica del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.

### B.1. La función Meijer-G de una variable

La función Meijer-G (o G de Meijer) de una variable es una función muy general que busca incluir el mayor número posible de funciones especiales como casos particulares. Fue introducida por Cornelis Simon Meijer y se define como [Nguyen1992, (1.3)]:

$$G_{p,q}^{m,n} \left( \begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, b_2, \dots, b_m, b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \middle| z \right) = G_{p,q}^{m,n} \left( \begin{matrix} \mathbf{a}_p \\ \mathbf{b}_q \end{matrix} \middle| z \right) = \frac{1}{2\pi j} \int_L \Psi(s) z^{-s} ds, \quad (\text{B.1})$$

con

$$\Psi(s) = \frac{\prod_{i=1}^m \Gamma(b_i + s) \prod_{k=1}^n \Gamma(1 - a_k - s)}{\prod_{k=n+1}^p \Gamma(a_k + s) \prod_{i=m+1}^q \Gamma(1 - b_i - s)},$$

donde

- $m, n, p$  y  $q$  son números naturales,  $m \leq q$  y  $n \leq p$ . Por razones históricas, el primer subíndice inferior y el segundo superior se refieren al numerador de  $\Psi(s)$ , mientras que el segundo inferior y el primero superior a su denominador.
- $\Gamma(\cdot)$  denota la función Gamma (A.3).
- $L$  es un contorno de integración en el plano complejo  $s$  que separa los polos de  $\Gamma(1 - a_k + s)$ , que crecen hacia la derecha,  $\{a_k + 1, a_k + 2, a_k + 3, \dots\}$ , de los polos de  $\Gamma(b_i + s)$ , que crecen hacia la izquierda  $\{-b_i, -b_i - 1, -b_i - 2, \dots\}$ . Este contorno siempre existe cuando  $a_k - b_i - 1 \notin \mathbb{N}$ . Se pueden considerar tres tipos de contornos [Beals2013]:
  1.  $L = L_I$ : empieza en  $j\infty$  y termina en  $+j\infty$ ;
  2.  $L = L_\infty$ : comienza y termina en  $\infty$ , orientado según las agujas del reloj;
  3.  $L = L_{-\infty}$ : comienza y termina en  $-\infty$ , orientado en sentido contrario a las agujas del reloj.

## B. Las funciones Meijer-G

Una ventaja importante de utilizar funciones Meijer-G de una variable es que la mayoría de funciones especiales y muchos productos de funciones especiales son funciones Meijer-G o pueden expresarse como productos de funciones Meijer-G con funciones elementales [Beals2013].

Como las herramientas de cálculo numérico como Mathematica o Matlab incorporan rutinas que calculan estas funciones, determinar sus valores resulta sencillo.

### B.2. La función Meijer-G de dos variables

Algunas operaciones entre funciones Meijer-G, como la utilizada para determinar la capacidad ergódica del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed cuando  $(m - \mu) \notin \mathbb{N}_0^+$  (3.14), dan como resultado una función Meijer-G de dos variables (llamada *Extended Generalized Bivariate Meijer G-Function* en [Ansari2011]). Esta función se define como [Nguyen1992, (II.13)]

$$G_{p_1, q_1 : p_2, q_2 : p_3, q_3}^{m_1, n_1 : m_2, n_2 : m_3, n_3} \left( \begin{array}{c|c|c} \mathbf{a}_{1p_1} & \mathbf{a}_{2p_2} & \mathbf{a}_{3p_3} \\ \mathbf{b}_{1q_1} & \mathbf{b}_{2q_2} & \mathbf{b}_{3q_3} \end{array} \middle| u, v \right) \quad (\text{B.2})$$

$$= \frac{1}{(2\pi j)^2} \int_{L_2} \int_{L_1} \Psi_1(s+t) \Psi_2(s) \Psi_3(t) u^{-s} v^{-t} ds dt,$$

donde

$$\Psi_k(\tau) = \frac{\prod_{i=1}^{m_k} \Gamma(b_{ki} + \tau) \prod_{i=1}^{n_k} \Gamma(1 - a_{ki} - \tau)}{\prod_{i=n_k+1}^{p_k} \Gamma(a_{ki} + \tau) \prod_{i=m_k+1}^{q_k} \Gamma(1 - b_{ki} - \tau)}, \quad k = 1, 2, 3.$$

- El contorno  $L_1$ , en el plano  $s$ , discurre desde  $f_1 - j\infty$  a  $f_1 + j\infty$  y separa los polos de  $\Gamma(1 - a_{1i} - (s+t))$  ( $i = 1, \dots, n_1$ ),  $\Gamma(1 - a_{2i} - s)$  ( $i = 1, \dots, n_2$ ) de los polos de  $\Gamma(b_{1i} + (s+t))$  ( $i = 1, \dots, m_1$ ),  $\Gamma(b_{2i} + s)$  ( $i = 1, \dots, m_2$ ), cuando  $t \in L_2$ .
- El contorno  $L_2$ , en el plano  $t$ , recorre desde  $f_2 - j\infty$  a  $f_2 + j\infty$  y separa los polos de  $\Gamma(1 - a_{1i} - (s+t))$  ( $i = 1, \dots, n_1$ ),  $\Gamma(1 - a_{3i} - t)$  ( $i = 1, \dots, n_3$ ) de los polos de  $\Gamma(b_{1i} + t)$  ( $i = 1, \dots, m_1$ ),  $\Gamma(b_{3i} + s)$  ( $i = 1, \dots, m_3$ ), cuando  $s \in L_1$ .

#### B.2.1. La función Meijer-G $_{1,0:2,2:1,1}^{0,1:1,2:1,1}(\cdot)$

Como la herramienta Mathematica no tiene implementada la función Meijer-G de dos variables, para poder evaluar la expresión de la capacidad ergódica del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed, ha sido necesario desarrollar una rutina para  $G_{1,0:2,2:1,1}^{0,1:1,2:1,1}(\cdot)$  y, en primer lugar, se ha abordado la convergencia y los contornos de integración de esta función.

### Convergencia de la integral

La integral doble en (B.2) debe satisfacer unos criterios de convergencia [Nguyen1992, sección II.13]. Si se define

$$c_k = m_k + n_k - \frac{p_k + q_k}{2}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (\text{B.3})$$

la integral converge si:

$$\begin{aligned} |\arg(u)| &< \pi (c_1 + c_2), \\ |\arg(v)| &< \pi (c_1 + c_3), \\ |\arg(u) - \arg(v)| &< \pi (c_2 + c_3). \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

En el caso de que alguna de las condiciones no se cumpla, la integral diverge. Como consecuencia, si:

$$\begin{aligned} c_1 + c_2 &> 0, \\ c_1 + c_3 &> 0, \\ c_2 + c_3 &> 0, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

la integral converge para todos los valores reales y positivos de las variables  $u$  e  $v$ .

Para las tres identidades Meijer-G en (3.27), la función Meijer-G de dos variables resultante en (3.28) es

$$G_{1,0:2,2:1,2}^{0,1:1,2:1,1} \left( \begin{array}{c|c|c} 1 - \mu & 1, 1 & 1 + m - \mu \\ - & 1, 0 & 0, 1 - \mu \end{array} \middle| \frac{\bar{\gamma}(\mu\kappa + m)}{m(1 + \kappa)\mu}, \frac{\mu\kappa}{m} \right), \quad (\text{B.6})$$

donde las variables  $u = \frac{\bar{\gamma}(\mu\kappa + m)}{m(1 + \kappa)\mu}$  y  $v = \frac{\mu\kappa}{m}$  son reales y positivas y, por tanto, si se cumplieran los criterios de convergencia, la integral doble podría evaluarse y, así, obtener el valor de la capacidad ergódica.

Si se calculan los  $c_k$  según (B.3) y se evalúan las relaciones según (B.5), se tiene

$$\begin{aligned} c_1 &= m_1 + n_1 - \frac{p_1 + q_1}{2} = 0 + 1 - \frac{1 + 0}{2} = \frac{1}{2}, \\ c_2 &= m_2 + n_2 - \frac{p_2 + q_2}{2} = 1 + 2 - \frac{2 + 2}{2} = 1, \\ c_3 &= m_3 + n_3 - \frac{p_3 + q_3}{2} = 1 + 1 - \frac{1 + 2}{2} = \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} c_1 + c_2 &= 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} > 0, \\ c_1 + c_3 &= 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} > 0, \\ c_2 + c_3 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 > 0, \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

por lo tanto, la integral converge y la capacidad ergódica del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed se puede determinar con una expresión cerrada para cualquier valor real de sus parámetros  $\kappa$ ,  $\mu$  y  $m$ .

## B. Las funciones Meijer-G

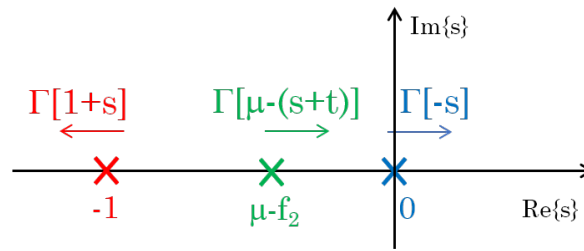


Figura B.1.: Posición del primer polo y dirección de aparición del resto en cada función Gamma para la integración en  $s$ .

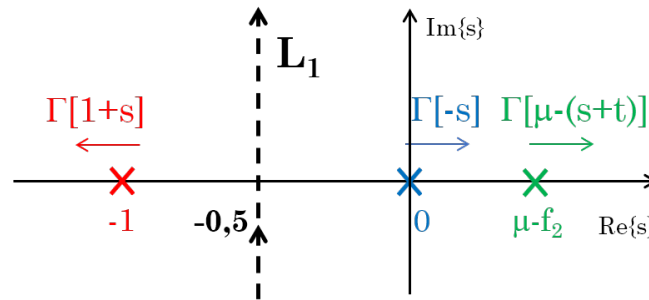


Figura B.2.:  $L_1$ . Contorno de integración para  $s$ .

### Contornos de integración

Una vez se sabe que la integral converge, hay que buscar los contornos de integración  $L_1$  y  $L_2$ . Las funciones  $\Psi(\tau)$  resultantes en (B.2) son:

$$\begin{aligned}\Psi_1(s+t) &= \Gamma(\mu - (s+t)), \\ \Psi_2(s) &= \frac{\Gamma(1+s)\Gamma(-s)\Gamma(-s)}{\Gamma(1-s)}, \\ \Psi_3(t) &= \frac{\Gamma(t)\Gamma(\mu - m - t)}{\Gamma(\mu - t)}.\end{aligned}\tag{B.9}$$

El contorno  $L_1$ , en el plano  $s$ , discurre desde  $f_1 - j\infty$  a  $f_1 + j\infty$  y debe separar los polos de  $\Gamma(\mu - (s+t))$  y  $\Gamma(-s)$  de los de  $\Gamma(1+s)$  cuando  $t \in L_2$ . El contorno  $L_2$ , en el plano  $t$ , recorre desde  $f_2 - j\infty$  a  $f_2 + j\infty$  y separa los polos de  $\Gamma(\mu - (s+t))$  y  $\Gamma(\mu - m - t)$  de los de  $\Gamma(t)$  cuando  $s \in L_1$ .

#### $L_1$ : Contorno en $s$

En primer lugar se presenta la elección del contorno  $L_1$  y, por tanto, de  $f_1$ . En la Fig. B.1 aparece representado el plano  $s$ , con el primer polo de las funciones involucradas y el sentido de aparición del resto de los polos. Es preciso buscar un contorno que separe los polos de  $\Gamma(1+s)$ , que crecen hacia la izquierda, de los polos de las otras dos funciones Gamma, que crecen hacia la derecha. Se intentará que sea una línea vertical. En la figura se constata que la línea debe estar a la derecha de  $-1$  y a la izquierda del menor de los polos de  $\Gamma(\mu - (s+t))$  y  $\Gamma(-s)$ . Dado que para el contorno  $L_1$  los valores de  $t$  deben pertenecer a  $L_2$ , su parte real será  $f_2$ . Si se elige  $f_2$  de modo que

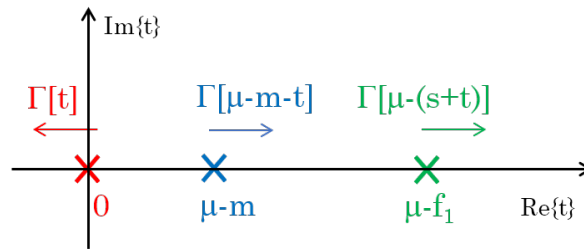


Figura B.3.: Posición del primer polo y dirección de aparición del resto en cada función Gamma para la integración en  $t$ .

$\mu - f_2 \geq 0$ , se consigue que el polo más pequeño de los que crecen hacia la derecha sea 0 y se podría establecer para  $L_1$  una línea vertical con  $f_1 \in (-1, 0)$ . El valor mínimo de  $\mu$  es 0.5 y, por tanto, con el fin de cumplir esa condición para cualquier valor de  $\mu$ , se debe elegir  $f_2 \leq 0.5$ . Después se verá que esta elección no conlleva problemas en  $L_2$ . Para  $f_1$  se va a tomar el punto medio del intervalo,  $f_1 = -0.5$ , aunque sería válido cualquier otro valor de ese rango. Así, el contorno de integración en  $s$ ,  $L_1$ , será una línea vertical de  $-0.5 - j\infty$  a  $-0.5 + j\infty$ , como aparece reflejado en la Fig. B.2.

### $L_2$ : Contorno en $t$

En cuanto a la elección del contorno de integración en  $t$ ,  $L_2$ , se tiene la condición establecida en  $L_1$  de  $f_2 \leq 0.5$ . Los primeros polos de cada función Gamma involucrada, junto con el sentido de aparición del resto, se presentan en la Fig. B.3 sobre el plano complejo  $t$ . Al igual que antes, es preciso buscar un contorno que separe los polos de  $\Gamma(t)$ , que crecen hacia la izquierda, de los polos de las otras dos funciones Gamma, que crecen hacia la derecha, y se intentará que el contorno sea una línea vertical. Con la elección de  $f_1 = -0.5$  y puesto que  $m > 0$ ,  $\mu - f_1$  siempre es mayor que  $\mu - m$ , por lo que el polo más pequeño de los que crecen hacia la derecha es  $\mu - m$ . Además, incluso en el caso peor, con el valor mínimo  $\mu = 0.5$ ,  $\mu - f_1 = 1$ , y el primer polo de  $\Gamma(\mu - (s + t))$  siempre es positivo. Por tanto, el estudio lo centraremos en el valor  $\mu - m$ .

- Cuando  $\mu - m > 0$  es fácil separar los polos de las funciones con una línea vertical desde  $f_2 - j\infty$  a  $f_2 + j\infty$ , con  $f_2 \in (0, \mu - m)$  y  $f_2 \leq 0.5$ . Se fijará  $f_2 = 0.25$ , excepto cuando  $\mu - m < 0.5$ , en cuyo caso se elegirá  $f_2 = \frac{\mu - m}{2}$  para ubicar el contorno en el punto medio entre el primer polo que crece hacia la derecha y el primero que crece hacia la izquierda. Esta situación se refleja en la Fig. B.4.
- Cuando  $\mu - m < 0$  existen polos de  $\Gamma(\mu - m - t)$  que son menores que cero y, por tanto, se mezclan con los polos de  $\Gamma(t)$ , de forma que el contorno se complica. Como se ha comentado, este contorno debe separar los polos que crecen hacia la derecha de los que crecen hacia la izquierda. Para explicar esta situación, se presenta en la Fig. B.5 un caso en el que dos polos de  $\Gamma(\mu - m - t)$  son negativos.  $L_2$  comienza igual que lo indicado para el caso  $\mu - m > 0$ , con un valor  $f_{2\text{Inicial}}$ , pero no podrá continuar siendo una línea vertical única, sino que tendrá que ir avanzando hacia la izquierda sorteando los polos de  $\Gamma(t)$  que sea preciso. La integral deberá evaluarse por partes, siguiendo un recorrido semejante al de la

## B. Las funciones Meijer-G

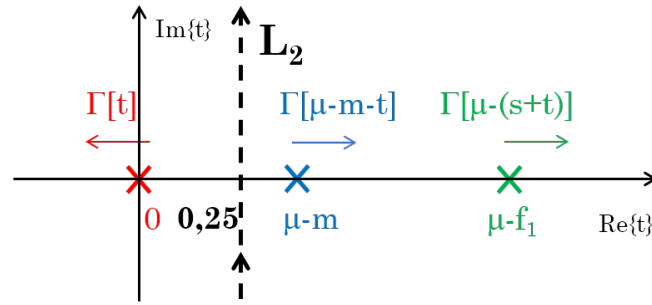


Figura B.4.:  $L_2$ . Contorno de integración para  $t$  cuando  $\mu - m > 0$ .

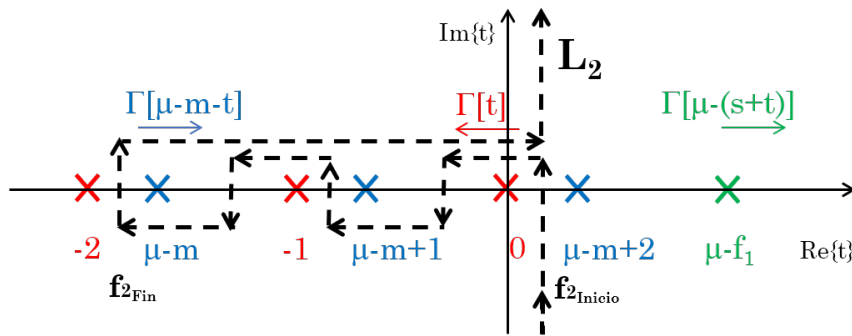


Figura B.5.:  $L_2$ . Ejemplo de contorno de integración para  $t$  cuando  $\mu - m < 0$ .

Fig. B.5, hasta llegar a  $\mu - m$ , el primer polo de  $\Gamma(\mu - m - t)$ . A partir de ahí, volverá a  $f_{2Inicial}$  y después, con un trazado vertical, hacia  $f_{2Inicial} + j\infty$ .

### Implementación en *Mathematica*

Después de estudiar la función  $G_{1,0:2,2:1,2}^{0,1:1,2:1,1}(\cdot)$ , procedimos a implementar una rutina en *Mathematica* para poder evaluarla, y con ello, determinar la capacidad ergódica del modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed según (3.14). Se utilizó como punto de partida la implementación propuesta en [Ansari2011, Table II], válida para los contornos  $L_2$  en  $t$  que puedan ser una línea vertical ( $\mu - m > 0$ ). Se añadió el tratamiento de contornos  $L_2$  complejos y se modificaron algunos aspectos para adaptarla a nuestra función Meijer-G. El resultado es el código que aparece a continuación.

```
(*FUNCIÓN PARA CALCULAR MEIJER-G DE DOS VARIABLES PARA CAPACIDAD  $\kappa$ - $\mu$  SHADOWED)
(* ENTRADAS (notación según [Nguyen1992]*)
(* Cada variable es una matriz de dos filas, excepto zs_ y zt_*)
(* ai = Primera fila coeficientes de 1 a ni. Segunda fila coeficientes de ni+1 a pi*)
(* bi = Primera fila coeficientes de 1 a mi. Segunda fila coeficientes de mi+1 a qi*)
(* a1st_ = Coeficientes a1j (1 a n1 a p1). Correspondientes a los primeros subíndices de G (van en  $\Psi(s+t)$ *)
(* b1st_ = Coeficientes b1j (1 a m1 a q1). Correspondientes a los primeros subíndices de G (van en  $\Psi(s+t)$ *)
(* a2s_ = Coeficientes a2j (1 a n2 a p2). Correspondientes a los segundos subíndices de G (van en  $\Psi(s)$ *)
(* b2s_ = Coeficientes b2j (1 a m2 a q2). Correspondientes a los segundos subíndices de G (van en  $\Psi(s)$ *)
```



## B.2. La función Meijer-G de dos variables

```

(* a3t_ = Coeficientes a3j (1 a n3 a p3). Correspondientes a los terceros subíndices de G (van en Ψ(t))*
(* b3t_ = Coeficientes b3j (1 a m3 a q3). Correspondientes a los terceros subíndices de G (van en Ψ(t))*
(* zs_ = x*)
(* zt_ = y*)
S[a1st_, b1st_, a2s_, b2s_, a3t_, b3t_, μS_, mS_, zs_, zt_] := Module[

  (* Función Ψ1(s+t) *)
  Past = Function[u, Product[Gamma[1 - a1st[[1, n]] - u], n, 1, Length[a1st[[1]]]];
  Qast = Function[u, Product[Gamma[a1st[[2, n]] + u], n, 1, Length[a1st[[2]]]];
  Pbst = Function[u, Product[Gamma[b1st[[1, n]] + u], n, 1, Length[b1st[[1]]]];
  Qbst = Function[u, Product[Gamma[1 - b1st[[2, n]] - u], n, 1, Length[b1st[[2]]]];
  Mst = Function[u, Past[u]*Pbst[u] / (Qast[u] Qbst[u]);

  (* Función Ψ2(s) *)
  Pas = Function[u, Product[Gamma[1 - a2s[[1, n]] - u], n, 1, Length[a2s[[1]]]];
  Qas = Function[u, Product[Gamma[a2s[[2, n]] + u], n, 1, Length[a2s[[2]]]];
  Pbs = Function[u, Product[Gamma[b2s[[1, n]] + u], n, 1, Length[b2s[[1]]]];
  Qbs = Function[u, Product[Gamma[1 - b2s[[2, n]] - u], n, 1, Length[b2s[[2]]]];
  Ms = Function[u, Pas[u]*Pbs[u] / (Qas[u] Qbs[u]);

  (* Función Ψ3(t) *)
  Pat = Function[u, Product[Gamma[1 - a3t[[1, n]] - u], n, 1, Length[a3t[[1]]]];
  Qat = Function[u, Product[Gamma[a3t[[2, n]] + u], n, 1, Length[a3t[[2]]]];
  Pbt = Function[u, Product[Gamma[b3t[[1, n]] + u], n, 1, Length[b3t[[1]]]];
  Qbt = Function[u, Product[Gamma[1 - b3t[[2, n]] - u], n, 1, Length[b3t[[2]]]];
  Mt = Function[u, Pat[u]*Pbt[u] / (Qat[u] Qbt[u]);

  (*Definición de la expresión que incluye a todas las funciones Gamma*)
  MT = Function[u, v, Mst[u + v]*Ms[u]*Mt[v]];

  (*Contorno de integración (Depende de los argumentos de las funciones Gamma) *)
  Zs = zs; (* x *)
  Zt = zt; (* y *)

  W = 50; (*Para el cálculo de las zonas exteriores de la integral, para "s" y para "t"*)
  Wp = 10; (*Para el cálculo de las zonas de la integral por partes, sólo en la variable "t"*)
  Rs = -0.5; (*No se solapan polos en "s", se podría elegir un valor entre -1 y 0 cualquiera*)
  If[(μS - mS) > 0,

    (*NO hay solapamiento de los polos de Γ(μ-m-t) y Γ(t)*)
    Rt = (μS - mS)/2; (*Se elige la mitad del primer polo POSITIVO de Γ(μ-m-t)*)

    (*Evaluación final*)
    value = 1/(2 π I)^2 NIntegrate[MT[s, t] Zs^(-s) Zt^(-t), s, Rs - I*W, Rs + I*W, t, Rt - I*W, Rt + I*W],

    (*Sí hay solapamiento de los polos de Γ(μ-m-t) y Γ(t). La integral se hace de -∞ a ∞ *)
    PoloPosT = Ceiling[Abs[μS - mS]] + (μS - mS); (*Primer polo positivo de Γ(μ-m-t) *)

```

## B. Las funciones Meijer-G

```

PoloNegT = Floor[Abs[μS - mS]] + (μS - mS); (*Primer polo negativo de Γ(μ-m-t) *)

Rt1 = PoloPosT/2; (*Valor intermedio entre 0 y el primer polo POSITIVO de Γ(μ-m-t), coincide
con f2Inicial *)

Rt2 = PoloNegT/2; (*Valor intermedio entre 0 y el primer polo NEGATIVO de Γ(μ-m-t)*)

(*Evaluación final*)

valueIni = 1/(2 π I)^2 NIntegrate[MT[s, t] Zs^(-s) Zt^(-t), s, Rs - I*W, Rs + I*W, t, Rt1 - I*W, Rt1
- I*Wp]; (*De -∞ a Wp sobre Rt1*)

nIter = Abs[Floor[μS - mS]]; (*Número de iteraciones del bucle que realiza la zona de la integral
por partes*)

value1T = Sum[1/(2 π I)^2 NIntegrate[MT[s, t] Zs^(-s) Zt^(-t), s, Rs - I*W, Rs + I*W, t, (Rt1 - n +
1) - I*Wp, (Rt1 - n + 1) + I*Wp], n, 1, nIter];

value2T = Sum[1/(2 π I)^2 NIntegrate[MT[s, t] Zs^(-s) Zt^(-t), s, Rs - I*W, Rs + I*W, t, (Rt1 - n +
1) + I*Wp, (Rt2 - n + 1) + I*Wp], n, 1, nIter];

value3T = Sum[1/(2 π I)^2 NIntegrate[MT[s, t] Zs^(-s) Zt^(-t), s, Rs - I*W, Rs + I*W, t, (Rt2 - n +
1) + I*Wp, (Rt2 - n + 1) - I*Wp], n, 1, nIter];

value4T = Sum[1/(2 π I)^2 NIntegrate[MT[s, t] Zs^(-s) Zt^(-t), s, Rs - I*W, Rs + I*W, t, (Rt2 - n +
1) - I*Wp, (Rt1 - n) - I*Wp], n, 1, nIter];

value5T = 1/(2 π I)^2 NIntegrate[MT[s, t] Zs^(-s) Zt^(-t), s, Rs - I*W, Rs + I*W, t, (Rt1 - nIter) -
I*Wp, (Rt1 - nIter) + I*(Wp+1)]; (*De -Wp a Wp+1*)

value6T = 1/(2 π I)^2 NIntegrate[MT[s, t] Zs^(-s) Zt^(-t), s, Rs - I*W, Rs + I*W, t, (Rt1 - nIter) +
I*(Wp+1), Rt1 + I*(Wp+1)]; (*Volviendo a Rt1 inicial*)

valueFin = 1/(2 π I)^2 NIntegrate[MT[s, t] Zs^(-s) Zt^(-t), s, Rs - I*W, Rs + I*W, t, Rt1 + I*(Wp+1),
Rt1 + I*W]; (*De Wp+1 a ∞ sobre Rt1*)

value = valueIni + valueFin + value1T + value2T + value3T + value4T + value5T + value6T];

Return[value];

]; (*Fin Funcion CKMS*)

```

## Bibliografía

- [Abdi2003] ABDI, A., W. C. LAU, M. S. ALOUINI, y M. KAVEH. «A new simple model for land mobile satellite channels: First- and second-order statistics.» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2, nº 3, (2003), 519–528.
- [Abramowitz1995] ABRAMOWITZ, M., y I. A. STEGUN. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, Inc. New York, 1995.
- [Al-Hussaibi2018] AL-HUSSAIBI, W. A., y F. H. ALI. «A Closed-Form Approximation of Correlated Multiuser MIMO Ergodic Capacity With Antenna Selection and Imperfect Channel Estimation.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 67, nº 6, (2018), 5515–5519.
- [Alouini1999] ALOUINI, M.-., y A. J. GOLDSMITH. «Area spectral efficiency of cellular mobile radio systems.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 48, nº 4, (1999), 1047–1066.
- [Andrews2011] ANDREWS, J. G., F. BACCELLI, y R. K. GANTI. «A tractable approach to coverage and rate in cellular networks.» *IEEE Transactions on communications*, 59, nº 11, (2011), 3122–3134.
- [Ansari2011] ANSARI, I. S., S. AL-AHMADI, F. YILMAZ, M. S. ALOUINI, y H. YANIKOMEROGLU. «A new formula for the BER of binary modulations with dual-branch selection over generalized-composite fading channels.» *IEEE Trans. on Communications*, 59, nº 10, (2011), 2654–2658.
- [Aparicio2014] APARICIO SOSA, J. «Modelado de propagación acústica subacuática y su aplicación en sistemas de posicionamiento.», 2014.
- [Arnau2016] ARNAU, J., I. ATZENI, y M. KOUNTOURIS. «Impact of LOS/NLOS propagation and path loss in ultra-dense cellular networks.» En *Proc. IEEE Int. Conf. Communications (ICC)*. 2016, 1–6.
- [Baktash2015] BAKTASH, E., M. J. DEGHANI, M. R. F. NASAB, y M. KARIMI. «Shallow water acoustic channel modeling based on analytical second order statistics for moving transmitter/receiver.» *IEEE Transactions on Signal Processing*, 63, nº 10, (2015), 2533–2545.
- [Beals2013] BEALS, R., y J. SZMIGIELSKI. «Meijer G-Functions: A gentle introduction.» *Notices of the AMS*, 60, nº 7, (2013), 866–872.
- [Berkhovskikh1982] BERKHOVSKIKH, L., y Y. LYSANOV. *Fundamentals of Ocean Acous-*

- tics*. Springer, 1982.
- [Canete2016] CAÑETE, F. J., J. LÓPEZ-FERNÁNDEZ, C. GARCÍA-CORRALES, A. SÁNCHEZ, E. ROBLES, F. J. RODRIGO, y J. F. PARIS. «Measurement and modeling of narrowband channels for ultrasonic underwater communications.» *Sensors*, 16, n<sup>o</sup> 2, 256.
- [Chen2017] CHEN, M., Y. MIAO, Y. HAO, y K. HWANG. «Narrow Band Internet of Things.» *IEEE Access*, 5, (2017), 20557–20577.
- [Chitre2007] CHITRE, M. «A high-frequency warm shallow water acoustic communications channel model and measurements.» *The Journal of the Acoustical Society of America*, 122, n<sup>o</sup> 5, (2007), 2580–2586.
- [Chitre2004] CHITRE, M., J. POTTER, y O. S. HENG. «Underwater acoustic channel characterisation for medium-range shallow water communications.» En *Proc. Oceans '04 MTS/IEEE Techno-Ocean '04 (IEEE Cat. No.04CH37600)*. 2004, tomo 1, 40–45.
- [Chun2017a] CHUN, Y.J., S.L. COTTON, H.S. DHILLON, F.J. LOPEZ-MARTINEZ, J.F. PARIS, y S.K. YOO. «A comprehensive analysis of 5G heterogeneous cellular systems operating over  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading channels.» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 16, n<sup>o</sup> 11, (2017), 6995–7010.
- [Corder2009] CORDER, G. W., y D. I. FOREMAN. *Nonparametric statistics for non-statisticians: A step-by-step approach*. John Wiley & Sons Inc.: Hoboken, NJ, USA, 2009.
- [Cotton2014] COTTON, S. L. «A statistical model for shadowed body-centric communications channels: Theory and validation.» *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 62, n<sup>o</sup> 3, (2014), 1416–1424.
- [Cotton2015] —. «Human body shadowing in cellular device-to-device communications: Channel modeling using the shadowed  $\kappa$ - $\mu$  fading model.» *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 33, n<sup>o</sup> 1, (2015), 111–119.
- [Cotton2016] —. «Second-order statistics of  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading channels.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65, n<sup>o</sup> 10, (2016), 8715–8720.
- [DaCosta2007] DA COSTA, D. B., y M. D. YACOUB. «Average channel capacity for generalized fading scenarios.» *IEEE Communications Letters*, 11, n<sup>o</sup> 12, (2007), 949–951.
- [Devroye1986] DEVROYE, L. *Non-uniform random variate generation*. New York: Springer-Verlag, 1986.
- [Diamant2018] DIAMANT, R., y L. LAMPE. «Low probability of detection for Underwater Acoustic Communication: A review.» *IEEE Access*, 6, (2018), 19099–19112.

- [DEI] DICCIONARIO ESPAÑOL DE INGENIERÍA. «Real Academia de Ingeniería.» URL <http://diccionario.raing.es/es>.
- [Durgin2002] DURGIN, G. D., T. S. RAPPAPORT, y D. A. DE WOLF. «New analytical models and probability density functions for fading in wireless communications.» *IEEE Transactions on Communications*, 50, nº 6, (2002), 1005–1015.
- [ElHalawany2020] ELHALAWANY, B. M., F. JAMEEL, D. B. DA COSTA, U. S. DIAS, y K. WU. «Performance analysis of downlink NOMA systems over  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading channels.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 69, nº 1, (2020), 1046–1050.
- [ElSawy2017] ELSAWY, H., A. SULTAN-SALEM, M. S. ALOUINI, y M. Z. WIN. «Modeling and analysis of cellular networks using stochastic geometry: A tutorial.» *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 19, nº 1, (2017), 167–203.
- [Erdelyi1954] ERDELYI, A. *Tables of Integral Transforms I*. McGraw Hill, 1954.
- [Esmail2013] ESMAIEL, H., y D. JIANG. «Multicarrier communication for underwater acoustic channel.» *Int. J. Communications, Network and System Sciences*, 6, (2013), 361–376.
- [FernandezP2019] FERNANDEZ-PLAZAOLA, U., J. LOPEZ-FERNANDEZ, J. F. PARIS, y E. MARTOS-NAYA. «A tractable fading channel model with two-sided bimodality.» *IEEE Access*, 7, (2019), 99928–99936.
- [Ferrand2016] FERRAND, P., M. AMARA, S. VALENTIN, y M. GUILLAUD. «Trends and challenges in wireless channel modeling for evolving radio access.» *IEEE Communications Magazine*, 54, nº 7, (2016), 93–99.
- [Frolik2007] FROLIK, J. «A case for considering hyper-Rayleigh fading channels.» *IEEE transactions on wireless communications*, 6, nº 4, (2007), 1235–1239.
- [Frolik2008] —. «On appropriate models for characterizing hyper-Rayleigh fading.» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7, nº 12, (2008), 5202–5207.
- [Frolik2013] —. «A practical metric for fading environments.» *IEEE Wireless Communication Letters*, 2, nº 2, (2013), 195–198.
- [Galiotto2015] GALIOTTO, C., N. K. PRATAS, N. MARCHETTI, y L. DOYLE. «A stochastic geometry framework for LOS/NLOS propagation in dense small cell networks.» En *Proc. International Conference on Communications (ICC)*. 2015, 2851–2856.
- [Ganti2016] GANTI, R. K., y M. HAENGGI. «SIR asymptotics in Poisson cellular networks without fading and with partial fading.» En *Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC)*. IEEE, 2016, 1–5.

## Bibliografía

- [GarciaC2017] GARCÍA-CORRALES, C., F. J. CAÑETE, y J. F. PARIS. «Estudio de la severidad del fading para el modelo  $\kappa$ - $\mu$  shadowed.» En *Proc. Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI)*. 2017, 1–4.
- [GarciaC2019] GARCÍA-CORRALES, C., U. FERNANDEZ-PLAZAOLA, F. J. CAÑETE, J. F. PARIS, y F. J. LOPEZ-MARTINEZ. «Unveiling the hyper-Rayleigh regime of the Fluctuating Two-Ray fading model.» *IEEE Access*, 7, (2019), 75367–75377.
- [GarciaC2018] GARCÍA-CORRALES, C., F. J. MARTIN-VEGA, F. J. LOPEZ-MARTINEZ, F. J. CAÑETE, y J. F. PARIS. «Understanding the impact of Line-of-Sight in the ergodic spectral efficiency of cellular networks.» En *Proc. IEEE Int. Workshop Computer Aided Modeling and Design of Communication Links and Networks (CAMAD)*. 2018, 1–6.
- [GarciaC2014] GARCÍA-CORRALES, C., F. J. CAÑETE, y J. F. PARIS. «Capacity of  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading channels.» *International Journal of Antennas and Propagation*, 2014, (2014), 8. Article ID 975109 <http://dx.doi.org/10.1155/2014/975109>.
- [George2017] GEORGE, G., R. K. MUNGARA, A. LOZANO, y M. HAENGGI. «Ergodic spectral efficiency in MIMO cellular networks.» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 16, n<sup>o</sup> 5, (2017), 2835–2849.
- [Goldsmith2005] GOLDSMITH, A. *Wireless communications*. Cambridge University Press, 2005.
- [Gradshteyn2007] GRADSHTEYN, I. S., y I. M. RYZHIK. *Table of Integrals, Series and Products*. Academic Press Inc., 2007.
- [Hajenko2010] HAJENKO, T. J., y C. R. THE BENSON. «The high frequency underwater acoustic channel.» En *IEEE Oceans Conference, Sydney, Australia*. 2010, 3.
- [Hicheri2014] HICHERI, Rym, Matthias PÄTZOLD, Batool TALHA, y Néji YOUSSEF. «A study on the distribution of the envelope and the capacity of underwater acoustic channels.» En *2014 IEEE International Conference on Communication Systems*. IEEE, 2014, 394–399.
- [Hoyt1947] HOYT, R. S. «Probability functions for the modulus and angle of the normal complex variate.» *The Bell System Technical Journal*, 26, n<sup>o</sup> 2, (1947), 318–359.
- [Keeler2018] KEELER, H. P., N. ROSS, y A. XIA. «When do wireless network signals appear Poisson?» *Bernoulli*, 24, n<sup>o</sup> 3, (2018), 1973–1994.
- [Kim2015] KIM, J., I. KOH, y Y. LEE. «Short-term fading model for signals reflected by ocean surfaces in underwater acoustic communication.» *IET Communications*, 9, n<sup>o</sup> 9, (2015), 1147–1153.
- [Kim2013] KIM, S. M., S. H. BYUN, S. G. KIM, D. J. KIM, S. KIM, y Y. K. LIM.

- «Underwater acoustic channel characterization at 6kHz and 12kHz in a shallow water near Jeju Island.» En *2013 OCEANS-San Diego*. IEEE, 2013, 1–4.
- [Kulhandjian2014] KULHANDJIAN, H., y T. MELODIA. «Modeling underwater acoustic channels in short-range shallow water environments.» En *Proceedings of the International Conference on Underwater Networks & Systems*. 2014, 1–5.
- [Kumar2015] KUMAR, S. «Approximate outage probability and capacity for  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading.» *IEEE Wireless Communications Letters*, 4, nº 3, (2015), 301–304.
- [LopezM2017] LOPEZ-MARTINEZ, F. J., J. F. PARIS, y J. M. ROMERO-JEREZ. «The  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading model with integer fading parameters.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 66, nº 9, (2017), 7653–7662.
- [Lozano2012] LOZANO, A., y N. JINDAL. «Are yesterday-s information-theoretic fading models and performance metrics adequate for the analysis of today’s wireless systems?» *IEEE Communications Magazine*, 50, nº 11, (2012), 210–217.
- [LopezF2020] LÓPEZ-FERNÁNDEZ, J., U. FERNÁNDEZ-PLAZAOLA, J. F. PARIS, L. DÍEZ, y E. MARTOS-NAYA. «Wideband ultrasonic acoustic underwater channels: Measurements and characterization.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 69, nº 4, (2020), 4019–4032.
- [Matolak2011] MATOLAK, D. W., y J. FROLIK. «Worse-than-Rayleigh fading: Experimental results and theoretical models.» *IEEE Communications Magazine*, 49, nº 4, (2011), 140–146.
- [Molisch2011] MOLISCH, A. F. *Wireless Communications*. Wiley-IEEE Press, 2011.
- [MorenoP2017] MORENO POZAS, L. *On the connection between noncircularly-symmetric and noncentral fading models: univariate and multivariate analysis*. Tesis Doctoral, Universidad de Málaga, 2017.
- [MorenoP2017a] MORENO-POZAS, L., F. J. LOPEZ-MARTINEZ, S. L. COTTON, J. F. PARIS, y E. MARTOS-NAYA. «Comments on “Human body shadowing in cellular Device-to-Device communications: Channel modeling using the shadowed  $\kappa$ - $\mu$  fading model”.» *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 35, nº 2, (2017), 517–520.
- [MorenoP2016] MORENO-POZAS, L., F. J. LOPEZ-MARTINEZ, y F. J. PARIS. «The  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading model: Unifying the  $\kappa$ - $\mu$  and  $\eta$ - $\mu$  distributions.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65, nº 12, (2016), 9630–9641.
- [Murad2015] MURAD, M., A. A. SHEIKH, M. A. MANZOOR, E. FELEMBAN, y S. QAISAR. «A survey on current underwater acoustic sensor network applications.» *International Journal of Computer Theory and*

## Bibliografía

- Engineering*, 7, nº 1, (2015), 51–56.
- [Nakagami1960] NAKAGAMI, M. «The m-distribution. A general formula of intensity distribution of rapid fading.» *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, (1960), 3–36.
- [Nam2007] NAM, H., y S. AN. «An ultrasonic sensor based low-power acoustic modem for underwater communication in underwater wireless sensor networks.» En *International Conference on Embedded and Ubiquitous Computing*. Springer, 2007, 494–504.
- [NPL] NATIONAL PHYSICAL LABORATORY (UK'S NATIONAL METROLOGY INSTITUTE). «Technical guides - speed of sound in sea-water.» URL <http://resource.npl.co.uk/acoustics/techguides/soundseawater/content.html>.
- [Nguyen1992] NGUYEN, T. H., y S. B. YAKUBOVICH. *The double Mellin-Barnes type integrals and their applications to convolution theory*. World Scientific, 1992.
- [Olutayo2020] OLUTAYO, A., J. CHENG, y J. F. HOLZMAN. «A new statistical channel model for emerging wireless communication systems.» *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 1, (2020), 916–926.
- [Paris2014a] PARIS, J. F. «Advances in the statistical characterization of fading: From 2005 to present.» *International Journal of Antennas and Propagation*, 2014, (2014), 1–5.
- [Paris2014] —. «Statistical characterization of  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 63, nº 2, (2014), 518–526.
- [Parthasarathy2017] PARTHASARATHY, S., y R. K. GANTI. «Coverage analysis in downlink Poisson cellular network with  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading.» *IEEE Wireless Communications Letters*, 6, nº 1, (2017), 10–13.
- [Qarabaqi2009] QARABAQI, P., y M. STOJANOVIC. «Statistical modeling of a shallow water acoustic communication channel.» En *Proc. Underwater Acoustic Measurement Conference*. 2009, 1341–1350.
- [Qarabaqi2011] —. «Modeling the large scale transmission loss in underwater acoustic channels.» En *Forty-Ninth Annual Allerton Conference*. 2011, 445–452.
- [Qarabaqi2013] —. «Statistical characterization and computationally efficient modeling of a class of underwater acoustic communication channels.» *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 38, nº 4, (2013), 701–717.
- [RamirezE2017] RAMIREZ-ESPINOSA, P., F. J. LOPEZ-MARTINEZ, J. F. PARIS, M. D. YACOB, y E. MARTOS-NAYA. «An extension of the  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading model: Statistical characterization and applications.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 67, nº 5, (2018), 3826–3837.



- [RanzG2007] RANZ GUERRA, C. «Aguas muy poco profundas en acústica submarina. Factores que limitan la propagación de señales.» *Revista de Acústica*, 38, nº 1-2, (2007), 16–27.
- [Rao2015] RAO, M., F. J. LOPEZ-MARTINEZ, M. S. ALOUINI, y A. GOLDSMITH. «MGF approach to the analysis of generalized two-ray fading models.» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 14, nº 5, (2015), 2548–2561.
- [Rappaport2002] RAPPAPORT, T. H. *Wireless communications. Principles and practices*. Prentice Hall, 2002.
- [Rice1948] RICE, S. O. «Statistical properties of a sine wave plus random noise.» *The Bell System Technical Journal*, 27, (1948), 109–157.
- [RomeroJ2017a] ROMERO-JEREZ, J. M., y F. J. LOPEZ-MARTINEZ. «A new framework for the performance analysis of wireless communications under hoyt (Nakagami- $q$ ) fading.» *IEEE Transactions on Information Theory*, 63, nº 3, (2017), 1693–1702.
- [RomeroJ2017] ROMERO-JEREZ, J. M., F. J. LOPEZ-MARTINEZ, J. F. PARIS, y A. J. GOLDSMITH. «The fluctuating Two-Ray fading model: Statistical characterization and performance analysis.» *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 16, nº 7, (2017), 4420–4432.
- [RuizV2012] RUIZ VEGA, F. *Eficiencia y control de potencia en canales de comunicaciones acústicas subacuáticas*. Tesis Doctoral, 2012.
- [Sagias2005] SAGIAS, N. C., G. S. TOMBRAS, y G. K. KARAGIANNIDIS. «New results for the Shannon channel capacity in generalized fading channels.» *IEEE Communications Letters*, 9, nº 2, (2005), 97–99.
- [Sen2006] SEN, I., D. W. MATOLAK, y W. XIONG. «Wireless channels that exhibit "Worse than Rayleigh" fading: Analytical and measurement results.» En *IEEE Military Communications Conference (MILCOM)*. IEEE, 2006, 1–7.
- [Sendra2016] SENDRA, S., J. LLORET, J. M. JIMENEZ, y L. PARRA. «Underwater acoustic modems.» *IEEE Sensors Journal*, 16, nº 11, (2016), 4063–4071.
- [Shankar2012] SHANKAR, P. M. *Fading and shadowing in wireless systems*. Springer, 2012.
- [Shannon1948] SHANNON, C. E. «A mathematical theory of communication.» *The Bell System Technical Journal*, 27, (1948), 379–423 y 623–656.
- [Simon2005] SIMON, M. K., y M. S. ALOUINI. *Digital communication over fading channels*. John Wiley & Sons, 2005.
- [Sanchez2014] SÁNCHEZ, A., E. ROBLES, F. J. RODRIGO, F. RUIZ-VEGA, U. FERNÁNDEZ-PLAZAOLA, y J. F. PARIS. «Measurement and mo-

- deling of fading in ultrasonic underwater channels.» En *International Conference and Exhibition on Underwater Acoustics*. 2014, 1213–1218.
- [Stojanovic2009] STOJANOVIC, M., y J. PREISIG. «Underwater acoustic communication channels: Propagation models and statistical characterization.» *IEEE communications magazine*, 47, n<sup>o</sup> 1, (2009), 84–89.
- [vanWalree2013] VAN WALREE, P. A. «Propagation and scattering effects in underwater acoustic communication channels.» *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 38, n<sup>o</sup> 4, (2013), 614–631.
- [Wang2003] WANG, Z., y G. B. GIANNAKIS. «A simple and general parameterization quantifying performance in fading channels.» *IEEE Transactions on Communications*, 51, n<sup>o</sup> 8, (2003), 1389–1398.
- [Wolfram] WOLFRAM. «The mathematical functions site (2020), Internet (online).» URL <http://functions.wolfram.com/>.
- [G-Function] —. «The mathematical functions site (2020). Meijer G-function, Internet (online).» URL <http://functions.wolfram.com/HypergeometricFunctions/MeijerG/>.
- [Xu2017] XU, K., H. YU, Y. ZHU, y Y. SUN. «On the Ergodic Channel Capacity for Indoor Visible Light Communication Systems.» *IEEE Access*, 5, (2017), 833–841.
- [Yacoub2007] YACOUB, M. D. «The  $\kappa$ - $\mu$  distribution and the  $\eta$ - $\mu$  distribution.» *IEEE Antennas Propagation Magazine*, 49, n<sup>o</sup> 1, (2007), 66–81.
- [Yan2020] YAN, X., H. XIAO, K. AN, G. ZHENG, y S. CHATZINOTAS. «Ergodic capacity of NOMA-based uplink satellite networks with randomly deployed users.» *IEEE Systems Journal*, 14, n<sup>o</sup> 3, (2020), 3343–3350.
- [Yilmaz2012] YILMAZ, F., y M. S. ALOUINI. «Novel asymptotic results on the high-order statistics of the channel capacity over generalized fading channel.» En *IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*. 2012, 389–393.
- [Zeng2018] ZENG, W., J. ZHANG, S. CHEN, K. P. PEPPAS, y B. AI. «Physical layer security over Fluctuating Two-Ray fading channels.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 67, n<sup>o</sup> 9, (2018), 8949–8953.
- [Zhang2015] ZHANG, J., L. DAI, W. H. GERSTACKER, y Z. WANG. «Effective capacity of communication systems over  $\kappa$ - $\mu$  shadowed fading channels.» *Electronics Letters*, 51, n<sup>o</sup> 19, (2015), 1540–1542.
- [Zhang2018] ZHANG, J., W. ZENG, X. LI, Q. SUN, y K. P. PEPPAS. «New results on the Fluctuating Two-Ray model with arbitrary fading parameters and its applications.» *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 67, n<sup>o</sup> 3, (2018), 2766–2770.

- [Zhao2018] ZHAO, H., Z. LIU, y M. S. ALOUINI. «Different power adaption methods on Fluctuating Two-Ray fading channels.» *IEEE Wireless Communications Letters*, 8, nº 2, (2018), 592–595.