

El taller de hoy estará también centrado en el área de geometría, concretamente en aspectos relativos al plano y al espacio. Como ya sabéis, las actividades que os proponemos están enmarcadas en el contexto del cine.

Algunas indicaciones antes de comenzar el taller:

1. Lo importante en el taller es el proceso que realicéis a la hora de abordar las distintas situaciones que se plantean. Lo importante no es la solución, sino el cómo llegáis a ella.
2. No es necesario que busquéis información en otras fuentes, la idea de este taller es que lo realicéis con el conocimiento que tenéis ahora mismo. Si necesitáis información adicional, os la daremos en el enunciado de la situación u os diremos explícitamente que investiguéis en otras fuentes.
3. Si para alguna de las situaciones planteadas tenéis que hacer algún material adicional o decidís hacerlo con objetos que tengáis a mano, os animamos a que añadáis imágenes para acompañar vuestro razonamiento.
4. Y lo más importante, divertíos.

### Situación 1.

Se os ha ido la cabeza en el cine. La forma de presentar las películas os parece muy de la década pasada, así que estáis buscando formas interactivas de hacerlo. Como vais a reestrenar la película “Planilandia” (Flatland, película que os recomendamos ver y libro que leer), habéis pensado que una forma de promocionar la película es colocar un geoplano gigante en vuestro hall.

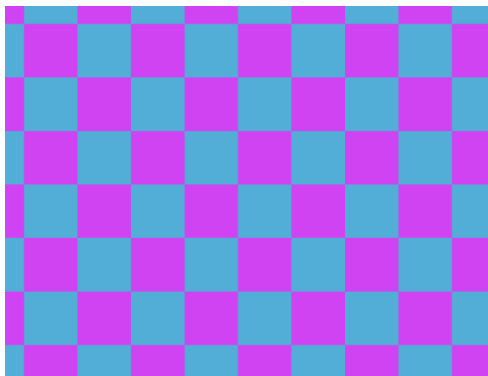
El geoplano es un material didáctico formado por una tabla con una serie de clavos o salientes en los que se pueden enganchar gomas elásticas. Aquí tenéis un applet para poder trabajar con ello: <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>, aunque también tenéis el recurso en físico disponible en el aula. Es recomendable que hagas capturas de pantalla o fotografías, según si trabajáis en digital o en físico, para acompañar las actividades planteadas.

0. Lo primero, como debes hacer en un aula al introducir un material o recurso nuevo, **juega con él y explora sus posibilidades**. Déjate llevar por tu creatividad. Haz esto durante 5-10 min.
1. **Construye** tantos triángulos (polígonos de tres lados) como sea posible, con distintas formas y tamaños, utilizando para cada uno una sola goma elástica. ¿Qué diferencias ves entre ellos? ¿En qué se parecen?
2. **Construye** tantas figuras con cuatro lados como sea posible, de distinta forma y tamaño. Como antes, enumera diferencias y similitudes.
3. **Construye** otros polígonos con distinto número de lados.
  - a. ¿Cuál es el polígono con menor número de lados que puedes hacer?
  - b. ¿Y el polígono con mayor número de lados que puedes hacer en el geoplano?
4. A continuación **se te presentan una serie de figuras que debes construir (o puedes dibujarlos también) siguiendo las propiedades que se indican**.
  - a. Haz varias figuras de seis lados. Haz alguna con uno, dos y tres pares de lados paralelos y alguna sin ningún lado paralelo.

- b. Haz figuras que tengan esquinas rectangulares. ¿Se puede lograr que tengan tres lados? ¿Y con cuatro, cinco, seis, siete u ocho lados?
  - c. ¿Hay algún tipo de figura plana que no puedas construir con el geoplano? ¿Por qué?
5. **Plantea una actividad en la que hagas uso del geoplano para la enseñanza y aprendizaje de las figuras planas.**

### Situación 2.

Después de cambiar tantas cosas en vuestro cine, habéis pensado que el suelo se ha quedado un poco soso, y decidís recurrir a las teselaciones. ¿Qué son las teselaciones? Son recubrimientos con figuras planas de todo el plano (**hasta el infinito**), sin dejar ningún hueco y que sigan un patrón. Por ejemplo, con cuadrados (esto sigue hasta el infinito)



Estas actividades las vamos a realizar utilizando un applet online, aunque también podéis utilizar papel y lápices para dibujar.

Es recomendable que realices capturas de pantalla (y fotos) para acompañar a lo que hagas en la actividad.

1. Vamos a empezar por los polígonos regulares.
  - a. ¿Crees que es posible recubrir el suelo utilizando solo un tipo de polígonos regulares (figuras planas que tienen los lados y ángulos iguales, como el triángulo equilátero o el cuadrado) sin dejar ningún hueco?  
Si crees que alguno no va a ser posible, indícalo y el por qué lo crees.  
Nota: se pueden girar y aparecer en distintas orientaciones, lo importante es que sean iguales.
  - b. Vamos ahora a investigarlo con una herramienta interactiva que se llama “Tessellation Creator”. Aquí tienes el enlace:

<https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Tessellation-Creator/>

**Prueba con cada uno de los polígonos regulares (solo colocando del mismo tipo) y verifica si se han cumplido tus hipótesis anteriores.**

- c. ¿Puedes encontrar alguna razón argumentada de por qué se pueden o no se pueden realizar teselaciones con esas figuras? (No es válida la razón de “porque no encajan”).
2. Quizás al probar con polígonos regulares os ha parecido algo soso, así que decidís investigar sobre otras figuras que puedan teselar el suelo. Por ejemplo, habéis visto estas por ahí:



**Crea tu propia teselación de este tipo, teniendo en cuenta que solo podéis utilizar un tipo de figura y deben encajar sin dejar huecos.**

### Situación 3

Vamos a centrarnos en nuestras dotes de dirección. Vamos a empezar a preparar nuestra película. Una de las ideas que tenemos es la de trabajar con simetrías para crear efectos especiales. Un buen recurso para esto son los espejos.

Vas a necesitar alguna superficie que refleje y que puedas mover con facilidad. En el aula tenemos espejos. En caso de no querer compartir el material, puedes usar por ejemplo tu teléfono móvil con la pantalla apagada o un espejo pequeño que tenga algún lado plano. También te puede servir un cristal con algo oscuro tapando un lado (por ejemplo, sacado de un marco de fotos). A partir de ahora, me voy a referir a dicha superficie como “espejo”.

1. Dibuja una curva cerrada. **Describe qué ocurre al colocar el espejo en distintas posiciones sobre ella.**
2. Dibuja ahora una curva abierta y **describe qué ocurre al colocar el espejo en distintas posiciones sobre ella.**
3. Dibuja un triángulo cualquiera y **explora qué ocurre cuando colocas el espejo en distintas posiciones sobre ella.**
  - a. ¿Puedes colocar el espejo en algún sitio para obtener un triángulo con dos lados iguales? ¿En qué posición tienes que ponerlo?
  - b. ¿Qué figuras de cuatro lados (cuadriláteros) puedes obtener a partir del triángulo?

- c. ¿Puedes obtener alguna de 5 lados (pentágonos)? ¿Y hexágonos (de 6 lados)? ¿Por qué?
4. A continuación tienes cinco dibujos distintos. En cada uno, **señala si se podría colocar el espejo sobre ellas de manera que quede exactamente la misma figura que sin el espejo**. Si se puede colocar en más de un sitio, indícalo. Observa bien que se quede exactamente la misma figura.

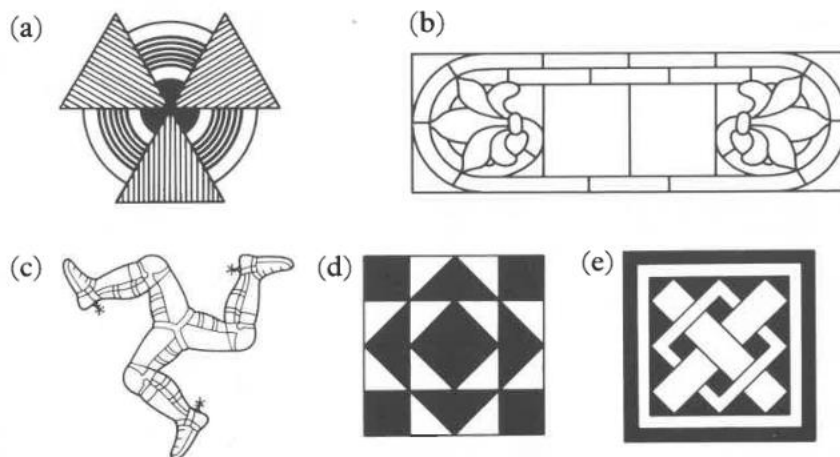
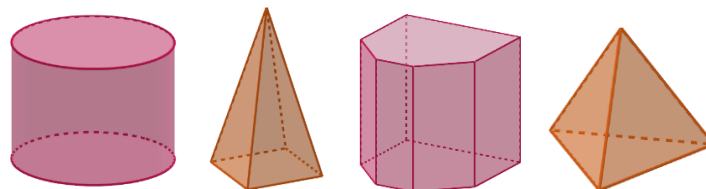


Figura 1. Extraída de Cambridge University Press (1981).

#### Situación 4

Una actividad muy común a la hora de trabajar la geometría en tres dimensiones es la de montar poliedros (las figuras tridimensionales formadas por caras planas) a partir del dibujo de sus caras en un papel, recortándolas, doblándolas y pegándolas. Esa representación en dos dimensiones es lo que llamamos *desarrollo plano* de un poliedro (y ya estáis familiarizadas con ellos con la actividad que hicimos de los cubos).

Estáis investigando distintos formatos para colocar los pósteres publicitarios de las distintas películas de la cartelera. Habéis escogido los siguientes poliedros y cuerpos redondos en tres dimensiones, pero tenéis que realizarlos de cero. **Para ello decidís realizar el desarrollo plano para después montarlos en el cine. ¿Podrías dibujar el desarrollo plano de los siguientes objetos?**



**Comprueba que lo que has hecho es correcto recortando ese desarrollo plano y viendo si genera la figura correspondiente. Ilustra estos procesos con imágenes o fotografías.**

Nota: Podéis encontrar estos elementos entre los materiales del aula por si os resulta de ayuda.

### Situación 5

Como sabéis, la geometría está en todas partes. Y como tenemos que hacer una película con poco presupuesto, vamos a recurrir a los objetos que tenemos a nuestro alrededor.

1. **Busca diferentes objetos tridimensionales a tu alrededor y explica qué características geométricas tienen.**
2. La película en cuestión que vamos a hacer es de terror, así que vamos a jugar con luces y sombras en los planos. Para esos objetos que has escogido, **¿qué ocurre si los iluminas con una fuente de luz desde distintos ángulos (por ejemplo, una linterna) y observas la sombra? ¿Qué figuras planas se forman?**

### ¿Qué hemos trabajado en este taller?

En la situación 1 hemos trabajado la construcción de polígonos, figuras planas con lados rectos. Además, lo hemos hecho con un material didáctico como es el geoplano.

En la situación 2 como hemos dicho en ella, hemos trabajado las teselaciones, los recubrimientos del plano con la misma figura sin dejar huecos en ella. En la primera parte os preguntamos sobre las teselaciones regulares, las que se forman por polígonos regulares, pero hay muchos tipos más, y os hemos propuesto que hagáis alguna “más creativa”.

En la situación 3 entramos en la parte de las transformaciones isométricas, las “putadas” que le hacemos a las figuras y que mantienen las longitudes y los ángulos. Estas eran lo que nos definían la geometría euclídea. En este caso solo hemos incidido en una de estas transformaciones: las simetrías. Para ello hemos utilizado un recurso muy habitual: los espejos. También dentro de las transformaciones isométricas están las rotaciones y las traslaciones.

Por último, las situaciones 4 y 5 se han centrado en la geometría en tres dimensiones. En la primera hemos construido y deconstruido (como en la cocina) distintos poliedros, y en la segunda hemos explorado la relación que podemos establecer entre geometría en tres dimensiones y geometría en dos dimensiones.

### Referencias bibliográficas

Cambridge University Press (1981). *SMP 11-16. Symmetry*. Cambridge Educational, Great Britain.