

Fuentes de error aleatorio en la estimación de la constante de propagación de líneas de transmisión usando medidas de dos puertos

Mario Pérez-Escribano, Enrique Márquez-Segura
{mpe,ems}@ic.uma.es

Telecommunication Research Institute (TELMA), Universidad de Málaga, E.T.S. Ingeniería de Telecomunicación
Boulevard Louis Pasteur, 35, 29010, Málaga (Spain)

Resumen—In this contribution, we study different error sources that affect the estimation of the propagation constant in broadband methods. For this purpose, a study on the state-of-the-art has been made. The behavior of different error sources was examined separately: errors in the vector network analyzer, in the line lengths, in the inhomogeneity of the substrate, and the repeatability of the launchers. It has been shown that, depending on the method used, the behavior of the random errors can be different. In this sense, an excellent strategy to reduce the errors is to increase the number of lines, choosing their length reasonably. On the other hand, it has been seen that both the errors in the length of the lines and in the inhomogeneities of the substrates will work as a bias in the solution of the estimated propagation constant. The bias will depend on the difference between lengths or substrates. Finally, it has been studied how the repeatability of transitions and connectors affects the methods. To improve this problem, it has been demonstrated that always using the same pair of connectors is an efficient way to reduce the uncertainty of the results.

I. INTRODUCCIÓN

La estimación de la constante de propagación de las líneas de transmisión ha sido un tema al cual los investigadores han prestado especial atención a lo largo de los años, ya que es necesaria para el diseño de circuitos de microondas con especificaciones muy exigentes, como acopladores direccionales o filtros de banda ancha. A lo largo de los años se han seguido dos estrategias: métodos resonantes y métodos de banda ancha. Los primeros [1] están basados en estudiar el comportamiento de las estructuras en las resonancias de las mismas. Son muy exactos en los valores de las resonancias, permiten estimar pérdidas con gran precisión, además de mostrar una mayor independencia respecto a las transiciones de la estructura. Por otro lado, los métodos de banda ancha [2] permiten estimar el comportamiento en un número de puntos idealmente infinito (aunque en la práctica esté limitado por la resolución de los analizadores vectoriales). Este tipo de métodos pueden presentar resultados menos exactos en lo que a la estimación de pérdidas se refiere, pero, por el contrario, permiten estimar los valores de las constantes de atenuación y fase en banda ancha.

En cualquier proceso de medida están presentes los errores de la medición. En general, los errores se pueden dividir en sistemáticos y aleatorios. Los primeros son los que se cometen debido al equipamiento utilizado para la medida. Pueden ser corregidos mediante procesos de calibración. En cambio, los segundos son inherentes al propio proceso de medición. En este trabajo se van a realizar un análisis de distintas fuentes

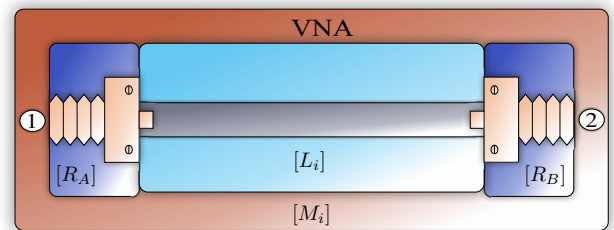


Fig. 1. Diagrama de conexión en cascada de elementos de dos puertos que intervienen en la medición de los parámetros T de una línea de transmisión utilizando un analizador de redes vectorial.

de error aleatorio que pueden producir variaciones en la estimación de la constante de propagación de los métodos de banda ancha. Previamente, en [3] se realizó un análisis de errores, incluyendo errores aleatorios en la magnitud y la fase de los parámetros S, así como errores en la longitud de las líneas, que afectaban a la estimación. Otro problema de este tipo de métodos es que todos se basan en el concepto de invariante [4], que supone que la transición es la misma en todas las mediciones. Sin embargo, esta afirmación no es del todo cierta, ya que la repetibilidad del conector no está del todo asegurada en un entorno real. En este sentido, en [5], se demostró que usar el mismo kit de conectores en todas las mediciones ayuda a mejorar la incertidumbre de las mediciones. En [6] los autores identificaron que las resonancias de media longitud de onda en las calibraciones de las líneas de transmisión (TL) se deben, en parte, a las inconsistencias en los conectores. En [7] se demostró que la no homogeneidad del sustrato también puede ser considerada como una fuente de error que provoque inconsistencias en la solución.

En esta comunicación se estudia la influencia de varias fuentes de error en los métodos de banda ancha para estimar la constante de propagación de líneas de transmisión usando medidas de dos puertos. Para ello, en primer lugar, se describen los métodos para, posteriormente, comentar cómo se ven afectados por las fuentes de error aleatorio propuestas. Finalmente, se presentan las principales conclusiones obtenidas en el estudio.

II. DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS

Los métodos comparados en esta comunicación fueron estudiados en profundidad en [3]. Todos ellos parten de la medida de parámetros S de dos puertos de líneas de transmisión de diferentes longitudes utilizando un analizador de redes vectorial. Para poder utilizar la conexión cascada de las matrices de las transiciones y de la línea se utilizan parámetros T. El esquema de medida es como el mostrado en la Fig. 1. En este esquema, las matrices $[R_A]$ y $[R_B]$ son los parámetros T de las transiciones (transformados a partir de los parámetros S de dichas transiciones), las cuales contienen los efectos entre el conector del VNA y la línea de transmisión a caracterizar. Por otro lado, $[L_i]$ incluye los efectos de cada línea de transmisión. La matriz medida $[M_i]$ puede expresarse como $[M_i] = [R_A][L_i][R_B]$. Todos los métodos considerados suponen que las transiciones y, por tanto, las matrices $[R_A]$ y $[R_B]$ son iguales en cada medición. A partir de la matriz combinada $[M] = [M_1][M_2]^{-1}$, que corresponde al producto de las matrices medidas de dos líneas con distinta longitud, es posible extraer la constante de propagación de dichas líneas a través de varios métodos, como los estudiados en [3]. En este punto es importante destacar que los métodos no requieren de calibración del analizador, ya que se están eliminando la dependencia con las matrices $[R_A]$ y $[R_B]$. Las ecuaciones de cálculo de la constante de propagación son:

1. Método 1:

$$\gamma = \frac{1}{\Delta l} \cosh^{-1} \left(\frac{\text{trace} \left([M_1][M_2]^{-1} \right)}{2} \right). \quad (1)$$

2. Método 2:

$$\gamma = \frac{1}{\Delta l} \ln \left(\frac{1/\lambda_1 + \lambda_2}{2} \right). \quad (2)$$

En esta ecuación λ_1 y λ_2 son los autovalores de $[M]$.

3. Método 3:

$$\gamma = \frac{1}{\Delta l} \cosh^{-1} \left(\frac{\det([M_{1+2}])}{2 \det([M_1])} - 1 \right). \quad (3)$$

En esta ecuación, $[M_{1+2}]$ es la suma de las matrices medidas ($[M_{1+2}] = [M_1] + [M_2]$).

En todos los métodos, Δl representa la diferencia de longitud entre las líneas medidas. Como se puede ver, se siguen tres estrategias distintas, basadas en el cálculo de trazas, autovalores o determinantes.

III. DISTRIBUCIÓN DE ERROR DE LOS PARÁMETROS MEDIDOS

Es importante evaluar la distribución de probabilidad de los parámetros S medidos. Para ello, lo que se propone es realizar un test de Anderson-Darling [8] a 16 mediciones de parámetros S de una misma línea para validar si siguen una distribución gaussiana o no. En [9], los autores concluyeron que el test de Anderson-Darling es más robusto y potente que el test de Kolmogorov-Smirnov para evaluar si un conjunto de datos sigue dicha distribución. Es por ello que este será el test utilizado, el cual valida la hipótesis para la distribución en magnitud y fase de todos los parámetros obtenidos, a un nivel de significación del 5%. Aunque en [10], los autores afirman que la distribución de fase es triangular, mencionan que la

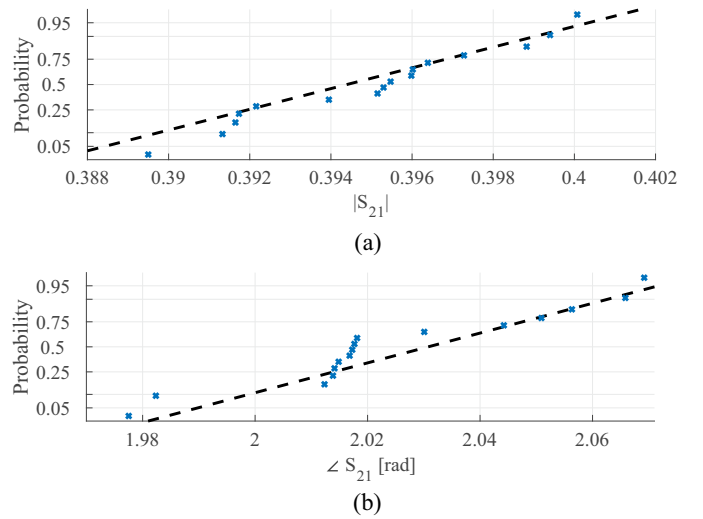


Fig. 2. Gráfico de probabilidad de las transiciones S_{12} en magnitud (a) y fase (b) a 33,5 GHz.

distribución triangular puede aproximarse a una distribución normal. En la Fig. 2 se muestra un gráfico de probabilidad del S_{21} de 16 mediciones, a 33.5 GHz. Como se ve, los datos se ajustan a una distribución normal. Este resultado es significativo para el análisis posterior, asegurando que la distribución de los errores a la entrada es gaussiana. La representación se ha realizado utilizando la transformación a parte real e imaginaria de datos planteada en [11].

IV. FUENTES DE ERROR

En esta sección se van a considerar diferentes fuentes de error que pueden afectar a la medición: errores en el analizador, en la longitud de las líneas, en la no homogeneidad del sustrato y en la repetibilidad de los conectores.

A. Errores en el analizador

La primera consideración a tener en cuenta son los errores del analizador. Para realizar este análisis, en [3] se calculó la sensibilidad de las constantes de atenuación y fase ante los errores en magnitud y fase del analizador. Se pudo ver como, la forma más sencilla de reducir la incertidumbre de los resultados es usar un mayor incremento de longitud entre las líneas. Además, se demostró que los tres métodos se comportan de manera totalmente distinta respecto a este tipo de errores. El primer detalle a tener en cuenta es que el método basado en autovalores (Método 2) tiene un mejor comportamiento, ya que mantiene constante la varianza de la constante de propagación en todo el ancho de banda de medida. Por otro lado, los Métodos 1 y 3 presentan un comportamiento resonante. El Método 1 presenta un mayor número de resonancias, pero el Método 3 tiene resonancias con mayor varianza.

En dicho artículo, se demostró que una forma eficiente de disminuir la varianza de los métodos, así como de eliminar el comportamiento resonante, es utilizar un mayor número de líneas, llegando a la solución a través de un estimador de mínimos cuadrados, que es el estimador de máxima verosimilitud para las distribuciones gaussianas. Para ello, es muy importante escoger de manera acertada las longitudes de las líneas a utilizar. Se debe tener en cuenta que los errores se

minimizan cuando aumenta el incremento de longitud, pero a su vez que hay que considerar el máximo de incrementos distintos posibles. Es por ello que tanto el criterio quasi-lineal ($q=1.2$)

$$l_i = l_0 + \Delta L \left(\frac{i-1}{N-1} \right)^q, i = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

como el logarítmico

$$l_i = l_0 + \Delta L \frac{\log \left(l_0 + \frac{i-1}{N-1} \Delta L \right) - \log(l_0)}{\log(l_N) - \log(l_0)}, i = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

siendo ΔL la variación entre la línea más corta y la más larga, l_0 la longitud de la línea más corta y l_N la longitud de la línea más larga. Con este criterio, se cumple con el propósito de minimizar la varianza de los métodos y eliminar su comportamiento resonante. Estas hipótesis fueron validadas tanto analítica como experimentalmente, además de mediante simulación de Monte Carlo. Además, también se comprobó que la distribución de las constantes de fase y atenuación estimadas seguía siendo gaussiana.

B. Errores en la longitud de las líneas

En [3] también se examinó cómo varía la constante de propagación estimada cuando se comete un error en la longitud de las líneas. En este caso, el estudio de sensibilidades mostró que la varianza aumenta de forma cuadrática con la frecuencia, ya que esta depende de los valores de la constante de atenuación y de fase. En este caso, los resultados de los métodos eran iguales, independientemente del método usado. El error en la longitud se traduciría en una desviación positiva o negativa (*offset*) de la constante de propagación estimada. De nuevo, esta desviación puede ser corregida con el aumento del número de líneas y el uso de un criterio no lineal para la elección de las longitudes.

C. No homogeneidad del sustrato

Estos métodos se pueden utilizar para la caracterización de líneas de transmisión de distinta índole. Por ejemplo, en [7] se utilizaron para estudiar la constante de propagación de una línea stripline realizada mediante fabricación aditiva. El problema es que cuando el proceso de fabricación no es uniforme, los sustratos pueden no ser homogéneos. Esto va a provocar que se produzca un error en la constante de propagación estimada, ya que, al usar dos líneas de distinta longitud, las propias líneas tendrán una constante de propagación distinta debida a la no homogeneidad del material. Se van a estudiar dos posibles casos: errores debidos a la conductividad del material y a la permitividad relativa del sustrato. Para estudiar cómo afecta una diferencia en las constantes de propagación a los métodos estudiados, lo que se propone es que las matrices de dichas líneas tengan dos constantes de propagación distintas. Estas constantes serán llamadas γ y γ' . En este caso, la matriz $[L] = [L_1][L_2]^{-1}$, que incluye los efectos de ambas líneas, se puede reescribir como

$$[L] = \begin{bmatrix} e^{\gamma l_2 - \gamma' l_1} & 0 \\ 0 & e^{\gamma' l_1 - \gamma l_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\gamma \Delta l'} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma \Delta l'} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

siendo $\Delta l'_i = l_2 - \xi l_1$ y $\xi = \gamma'/\gamma$. El factor ξ es el cociente entre las constantes de propagación. Dichas constantes son

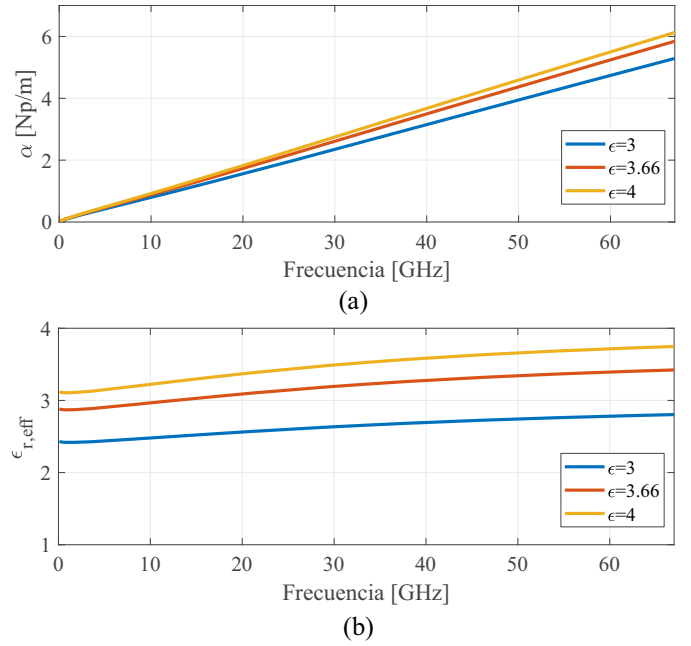


Fig. 3. Constante de propagación simulada para distintas permitividades del sustrato.

números imaginarios cuya fase es muy próxima a $\pi/2$. Por tanto, dicho cociente tenderá a ser un número real.

1. *Error en la conductividad:* Se sabe que γ' será mayor que γ al pertenecer a la línea de menor conductividad. Este hecho hará que, además, el cociente sea mayor que 1. Todo ello implica que la variación de longitud equivalente planteada, $\Delta l'_i$, sea distinta a la original. Como se demostró en [3], un error en la longitud de alguna de las líneas se corresponde con una desviación en la solución. Esta desviación será positiva si la línea de menor longitud es la que tiene menor conductividad, mientras que será negativa en caso contrario.

2. *Error en la permitividad relativa:* Por otro lado, se va a estudiar la variación de la constante de propagación con la permitividad relativa de los sustratos. Este hecho puede ser útil cuando se utilizan, por ejemplo, sustratos construidos utilizando fabricación aditiva, los cuales pueden presentar distintas permitividades. Para ello, se ha realizado una simulación en ANSYS HFSS de la constante de atenuación y fase para distintos valores de permitividad relativa del sustrato. Los resultados se muestran en la Fig. 3. Como se puede ver, la constante de propagación aumenta cuando aumenta la permitividad relativa de los sustratos. Por tanto, el efecto es el contrario que en el caso de la conductividad. Así, la desviación va a ser positiva si la línea de menor longitud es la que tiene mayor permitividad, mientras que será negativa cuando sea la línea corta la que tenga menor permitividad.

Tanto en el caso del error en la conductividad como en el de la permitividad relativa, los tres métodos estudiados funcionan de la misma forma.

D. Errores en la repetibilidad de los conectores

Todos los casos anteriores partían de la suposición de que las transiciones eran iguales para cada medida. En cambio, esta suposición puede no ser del todo cierta, ya que la repetibilidad de los conectores no está garantizada. En este sentido, en [5] se examinó cómo afecta esta repetibilidad a

los resultados del método. Para ello se estudió la varianza de las matrices $[R_A]$ y $[R_B]$, las cuales incluyen los efectos de las transiciones. Estas matrices son las cajas de error que se obtienen al realizar una calibración TRL en la medida de las líneas. Es por ello que se decidió realizar 16 medidas de kits de calibración que podían incluir, o bien 16 conectores iguales, o bien conectores distintos que se iban combinando aleatoriamente en cada una de las medidas. Acto seguido, se procedió a calcular la varianza de estas medidas. Con estas varianzas se generaron dos matrices aleatorias para modelar las transiciones, siendo las matrices de la forma

$$\begin{bmatrix} (\delta + \sigma_{m_{S11}})e^{j\sigma_{p_{S11}}} & (1 + \sigma_{m_{S12}})e^{j\sigma_{p_{S12}}} \\ (1 + \sigma_{m_{S12}})e^{j\sigma_{p_{S12}}} & (\delta + \sigma_{m_{S22}})e^{j\sigma_{p_{S22}}} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

y transformando posteriormente la matriz a parámetros T. El parámetro δ se introduce para garantizar que S_{11} y S_{22} sean términos no nulos en caso de que el error de magnitud sea 0. Para ello, se puede utilizar un valor de $\delta = 0,0001$. En realidad, el valor de los parámetros T de $[R]$ no afectaría si no hubiera errores, ya que todos los métodos eliminan los efectos de las transiciones si estas son iguales en cada medición. Las matrices $[L_i]$ se generaron a partir de una simulación electromagnética con ANSYS HFSS. Posteriormente, se realizó una simulación de Monte Carlo que incluía errores en las matrices de las transiciones. Al igual que el error en la longitud de las líneas, estos errores afectan por igual a todos los métodos. Este hecho puede ser comprobado de manera sencilla si se evalúan las expresiones de cada uno de los métodos considerando dos matrices $[M]$ con transiciones distintas, por ejemplo $[R_A]$ y $[R'_A]$. A partir de este razonamiento se puede deducir, de manera sencilla, que la diferencia entre las transiciones en distintas medidas actuará como un variación de la constante de propagación estimada.

La principal comparación fue llevar a cabo un estudio sobre cómo afecta usar el mismo conector para todas las líneas, el cual se va intercambiando entre cada medida, o usar varios conectores diferentes. En este estudio se pudo ver cómo, cuando se usa el mismo kit de conectores en ambas líneas, disminuye de forma considerable la varianza de la constante de propagación respecto a cuando se usan diferentes conectores en todas las líneas. Esta es una sencilla forma de conseguir resultados más exactos. Los datos fueron comprobados mediante simulación experimental. Además, también se comprobó que las distribuciones de salida del método, tanto obtenidas mediante simulación de Monte Carlo como medidas, continuaban siendo gaussianas.

V. CONCLUSIONES

En esta contribución se han estudiado diferentes fuentes de error que afectan a la estimación de la constante de propagación en métodos de banda ancha a través de la medida de parámetros S de dos puertos. Para ello, se han comparado varios estudios en los que se examinaba el comportamiento de distintas fuentes de error por separado: errores en el analizador de redes vectorial, en la longitud de las líneas, en la no homogeneidad del sustrato o en la repetibilidad de las conexiones. Se ha visto como, dependiendo del método utilizado, el comportamiento de los errores aleatorios puede ser diferente. Estos errores, en general tendrán una distribución gaussiana, la cual también se verá en la constante de propagación

obtenida a través de los métodos estudiados. Para reducir dichos errores, una buena estrategia es aumentar el número de líneas, eligiendo razonadamente su longitud. Por otro lado, se ha visto que tanto los errores en la longitud de las líneas como en las no homogeneidades de los sustratos funcionarán como una desviación en la solución de la constante de propagación estimada. Por último, se ha estudiado cómo la repetibilidad de las transiciones y los conectores afecta a los métodos. En este sentido, se ha demostrado que usar siempre la misma pareja de conectores es una manera eficiente de reducir la incertidumbre de los resultados.

AGRADECIMIENTOS

Este proyecto ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España, con fondos de los proyectos PID2020-116968RB-C31/AEI/10.13039/501100011033 y MCIU/AEI/FEDER (Programa Estatal de I+D+i Orientada a los Retos de la Sociedad), por la Junta de Andalucía, con el proyecto PAIDI2020-PY20_00452, por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España, con la beca FPU16/00246 y por la Universidad de Málaga, con un Contrato Punte del I Plan Propio de Investigación y Transferencia.

REFERENCIAS

- [1] L. Catarinucci, R. Colella, P. Coppola, and L. Tarricone, "Microwave characterisation of polylactic acid for 3d-printed dielectrically controlled substrates," *IET Microwaves, Antennas Propagation*, vol. 11, no. 14, pp. 1970–1976, 2017.
- [2] B. Bianco and M. Parodi, "Measurement of the effective relative permittivities of microstrip," *Electronics Letters*, vol. 11, no. 3, pp. 71–72, February 1975.
- [3] M. Pérez-Escribano and E. Márquez-Segura, "Random errors in broadband characterization of the propagation constant of transmission lines using multiple two-port measurements," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 59 038–59 047, 2021.
- [4] J. van Heuven and T. Rozzi, "The invariance properties of a multivalued n-port in a linear embedding," *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. 19, no. 2, pp. 176–183, 1972.
- [5] M. Pérez-Escribano and E. Márquez-Segura, "End-launcher repeatability in broadband methods for characterization of the propagation constant of transmission lines using two-port measurements," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 04 2022.
- [6] P. M. Buff, J. Nath, and M. B. Steer, "Origin of the half-wavelength errors in microwave measurements using through-line calibrations," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 56, no. 5, pp. 1610–1615, 2007.
- [7] M. Pérez-Escribano, F. J. Martín-Bayona, and E. Márquez-Segura, "Efectos de la conductividad en la estimación de los parámetros de propagación de una línea stripline fabricada mediante impresión de tintas conductoras," in *Actas del XXXVI Simposio Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI)*, vol. 1, 2021.
- [8] T. W. Anderson and D. A. Darling, "A test of goodness of fit," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 49, no. 268, pp. 765–769, 1954. [Online]. Available: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1954.10501232>
- [9] N. Mohd Razali and B. Yap, "Power comparisons of shapiro-wilk, kolmogorov-smirnov, lilliefors and anderson-darling tests," *J. Stat. Model. Analytics*, vol. 2, 01 2011.
- [10] S. S. Agili, A. W. Morales, J. Li, and M. Resso, "Finding the probability distribution functions of ζ -parameters and their monte carlo simulation," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 61, no. 11, pp. 2993–3002, 2012.
- [11] D. F. Williams, C. M. Wang, and U. Arz, "In-phase/quadrature covariance-matrix representation of the uncertainty of vectors and complex numbers," in *2006 68th ARFTG Conference: Microwave Measurement*, 2006, pp. 1–4.