



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA



## **ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES**

**Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación.**

**Área de conocimiento: Mecánica de Medios Continuos y Teoría  
de Estructuras.**

# **TRABAJO FIN DE GRADO**

**APLICACIÓN DE SOFTWARE DLUBAL A CÁLCULO DE  
INESTABILIDADES EN ESTRUCTURAS METÁLICAS CON FINES  
DOCENTES.**

**APPLICATION OF DLUBAL SOFTWARE TO CALCULATION OF  
BUCKLING OF STEEL STRUCTURES FOR TEACHING PURPOSES.**

Grado en

Ingeniería Mecánica

Autor: Sergio Torralvo Repullo

Tutor: José Sandino Egea

MÁLAGA, enero de 2.023

## Resumen

El presente documento se hace con la finalidad didáctica, para poder enseñar a cualquier persona de unos conocimientos básicos sobre asignaturas ingenieriles como pueden ser Resistencia de Materiales, Teoría de Estructuras y Construcciones Industriales, Estructuras Metálicas (siendo esta última sobre la que se centra y desarrolla el presente proyecto) a poder manejar el presente programa y usarlo en la vida laboral.

La elección de RFEM de la compañía Dlubal ha sido mayormente por la gran capacidad que está teniendo dicho programa en el cálculo de estructuras de compleja magnitud y su facilidad a la hora de programar cualquier estructura. RFEM está teniendo un gran auge en el cálculo de grandes estructuras que realmente son inviables con otros programas.

El tema escogido ha sido los fenómenos de inestabilidades producidos en barras que debido a la normativa y avances que se están produciendo en los métodos de cálculo, con más frecuencia está resultando inviable calcular a mano dichos fenómenos como por ejemplo puede ser los fenómenos de segundo orden producidos en las barras ante pandeo por flexión o pandeo lateral.

Se ha querido también demostrar que los programas de modelado como es el presente RFEM, emplean formulación vista en las asignaturas que se imparten en la Escuela de Ingenierías Industriales de Málaga y romper las creencias de que dichos programas arrojan resultados sin veracidad ninguna. Se ha querido demostrar el proceso de cálculo que sigue RFEM y que es el mismo proceso que se emplea en la clase de Estructuras Metálicas para resolver los ejercicios, con la pequeña contra de que se basa solo y exclusivamente en la formulación que impone la normativa.

También, se busca que RFEM sea un apoyo para todos y cada uno de los alumnos de Estructuras Metálicas a la hora de resolver ejercicios, sean del nivel que sean, implementando ejercicios caídos en años anteriores en los exámenes de dicha asignatura. Con esto último se busca que el alumno no se asuste por que el ejercicio sea de “examen”, es decir, demostrar que los ejercicios que se presentan en exámenes son realmente que lo que se hace en clase, solo que con un punto más de dificultad.

## Palabras Clave

Algunas de las palabras clave que se utilizan en el proyecto son:

- RFEM
- Dlubal
- Barra
- Prontuario
- Pandeo
- Inestabilidad
- Pandeo Lateral
- Pandeo por Flexión

## Abstract

This document is made with the didactic purpose, to be able to teach anyone with basic knowledge of engineering subjects such as Resistance of Materials, Theory of Structures and Industrial Constructions, Steel Structures (the latter being the one on which this project is focused and developed) to be able to handle this program and use it in working life. pandeo por flexion The choice of RFEM of the company Dlubal has been mainly due to the great capacity of this program in the design of structures of complex magnitude and its ease of programming any structure. RFEM is having a great boom in the design of large structures that are really unfeasible with other programs.

The chosen topic has been the instabilities phenomena produced in members that, due to regulations and advances in design methods, are becoming more and more often unfeasible to calculate by hand such phenomena as for example the second-order phenomena produced in members in case of buckling by bending or lateral torsional buckling.

It was also intended to demonstrate that modeling programs such as the present RFEM, use the formulation seen in the subjects taught at the School of Industrial Engineering of Malaga and to break the belief that these programs give unreliable results. We wanted to demonstrate the calculation process that RFEM follows and that it is the same process that is used in the Steel Structures class to solve the exercises, with the small difference that it is based only and exclusively on the formulation imposed by the standards.

Also, RFEM is intended to be a support for each and every one of the students of Steel Structures when solving exercises, no matter what level they are, by implementing exercises dropped in previous years in the exams of this subject. With the latter, the aim is that the student does not get scared because the exercise is an “exam”, that is, to show that the exercises that are presented in exams are really what is done in class, only with a point of difficulty.

## Key Words

Some of the key words used in the project are:

- RFEM
- Dlubal
- Bar
- Handbook
- Buckling
- Instability
- Lateral Buckling
- Buckling by Bending

## Definiciones y abreviaturas

- N: Newton.
- m: Metro
- KN: KiloNewton
- Cortante: Esfuerzo interno o resultante de las tensiones paralelas a la sección transversal de un prisma mecánico como por ejemplo una viga o un pilar.
- Momento flector: Momento de fuerza resultante de una distribución de tensiones sobre una sección transversal de un prisma mecánico flexionado o una placa que es perpendicular al eje longitudinal a lo largo del que se produce la flexión.
- Clicar: Pulsar botón derecho del ratón para acceder virtualmente a otra sección.
- Scroll: Hecho de girar la “rueda” que tiene el ratón en la parte central superior.
- Pandeo: cambio repentino en la forma de un componente estructural bajo carga, como el arqueamiento de una columna bajo compresión o el arrugamiento de una placa bajo corte.
- Dlubal: Compañía desarrolladora de varios softwares entre ellos RFEM basado en el cálculo estructural.
- RFEM: Programa desarrollado por la compañía Dlubal basado en el análisis por elementos finitos.

# Índice

<b>1. Agradecimientos</b>	<b>1</b>
<b>2. Objetivos</b>	<b>2</b>
<b>3. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>4. Metodología y plan de trabajo</b>	<b>4</b>
<b>5. Descripción de RFEM</b>	<b>5</b>
<b>6. Modelado</b>	<b>7</b>
6.1. Modelado común . . . . .	7
6.2. Configuración y uso del módulo RF-STABILITY . . . . .	14
6.3. Configuración y uso del módulo RF-STEEL EC3 . . . . .	17
<b>7. Pandeo por Flexión</b>	<b>26</b>
7.1. Teoría . . . . .	26
7.2. Ejercicio 1 . . . . .	32
7.3. Ejercicio 2 . . . . .	48
<b>8. Pandeo lateral</b>	<b>80</b>
8.1. Teoría . . . . .	80
8.2. Ejercicio 3 . . . . .	83
<b>9. Conclusiones</b>	<b>119</b>





# 1. Agradecimientos

En esta peculiar sección, me complace gratamente agradecer a cada uno de los que ha estado apoyandome en estos años que han sido de una elevada dureza, pero, que con constancia, se puede afrontar y vencer.

Quiero agradecer en primer lugar a mi familia, por el apoyo indescriptible que me ha brindado en estos años de sucesivos “palos” y alegrías, por aguantarme en todas mis peores rachas y animarme siempre que lo he necesitado. Y como no, por haberme dado la posibilidad de estudiar y el gasto que ello conlleva a pesar de los malos tiempos que corren. Mi enorme agradecimiento a ellos, mi Familia.

Como no, quiero también agradecer enormemente la ayuda que me ha brindado mi tutor y excelente profesor José Sandino Egea a la hora de desarrollar el presente proyecto y la gran paciencia que ha tenido para echarme una mano siempre que se lo he pedido.

También, agradecer a cada uno de los componentes del Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación por la enseñanza que me han dado estos años.

En último lugar, quiero agradecer enormemente y dar mi más sincera enhorabuena al Soporte Técnico de RFEM, por ayudarme en cada una de las dudas que me han surgido sobre el software en el desarrollo del TFG.

## 2. Objetivos

El presente proyecto tiene como fin hacer una guía donde el usuario pueda realizar un autoaprendizaje sobre como modelizar y calcular estructuras metálicas, y de igual forma, corroborar los resultados mediante cálculos hechos a mano.

Para ello se ha introducido ejercicios hechos en clase de Estructuras Metálicas y propuestos en exámenes de la citada asignatura con el fin de quitar el miedo que existe entre el alumnado de no poder representar los ejercicios caídos en exámenes por su grado de dificultad. Mediante los citados ejercicios se quiere hacer entender al usuario de como trabaja el programa y de como poder utilizarlo para demás fines laborales. La corroboración a mano de los cálculos basada en el Eurocódigo 3 ayudará a subsanar cualquier duda que halla en el procedimiento del resultado final.

### 3. Introducción

En el presente Trabajo de Fin de Grado se va a hacer un estudio en el software RFEM de la compañía Dlubal sobre los fenómenos de inestabilidades en barras. Se ha querido adherir a dicho trabajo la mejor capacidad didáctica posible sobre el lector para que dicho proyecto sirva como referente hacia la enseñanza de los fenómenos de inestabilidades en barras y su representación en un software de avanzado carácter en el campo de las inestabilidades.

Hoy en día, se puede observar que los programas de cálculo están dando resultados de una gran fiabilidad y, en muchas ocasiones, necesarios para poder obtener resultados a tiempo que sin ellos sería indispensable poder hacerlo. También se está dando con gran frecuencia el empleo de materiales nuevos de características muy diferentes a lo que se venía usando, haciendo que en muchos de los casos el proyectista esté en buen marrón debido al desconocimiento de como afrontar dicho material en la obra.

También las obras de hoy en día cada vez son de mejor calidad y con mayor seguridad que antiguamente, que traducido de otra forma, se basa en el empleo de métodos de cálculo que engloban cada vez más fenómenos anormales que puedan surgir en la estructura.

Debido a factores como el cambio climático se está viendo en la necesidad de incluir hipótesis de cálculo que antaño no eran apenas ni objeto de estudio. Por ejemplo, cada vez más se están incluyendo aislantes sísmicos en los cimientos de las estructuras dada la elevada repetición con la que se vienen dando los fenómenos sísmicos entre otros problemas que afectan a las estructuras.

Por todos y cada uno de los motivos que anteriormente se han citado, se ve una oportunidad perfecta de mejorar las capacidades de todos y cada uno de los lectores de este proyecto, para que en un futuro no muy lejano puedan tener una visión cada vez más amplia sobre los sistemas de cálculo que se están empleando y que son indispensables para nuestra profesión.

## 4. Metodología y plan de trabajo

La metodología que se va a seguir será la de explicar el ejercicio mediante el software RFEM y después hacerlo a mano. Se explicará todo el proceso que hay que seguir para llegar al resultado final del ejercicio y sin dejar pasos atrás en la modelización de la estructura. Se basará en hacer los ejercicios mediante el software y después corroborarlos a mano mediante los métodos de cálculo que previamente han sido vistos en la asignatura de Estructuras Metálicas.

Dicha guía viene a ser también un complemento para aquellos alumnos que no terminen de entender los ejercicios, de forma que puedan hacerlos mediante software y después puedan hacerlos a mano mediante una guía que explica todo el proceso hasta el resultado final.

## 5. Descripción de RFEM

Desde el soporte RFEM definen el software como:

*“El programa de análisis de estructuras RFEM 5 proporciona a los ingenieros y consultores de estructuras un programa de análisis por elementos finitos en 3D que cumple con todos los requisitos de la ingeniería de la construcción moderna. La entrada de datos eficiente y el manejo intuitivo facilitan el modelado de estructuras simples y complejas. El software de análisis de estructuras RFEM es la base de un sistema de software modular.*

*El programa básico RFEM se usa para definir estructuras, materiales y cargas para sistemas estructurales planos y espaciales compuestos de placas, muros, láminas y barras. El programa también le permite crear estructuras mixtas, así como modelar elementos sólidos y de contacto. RFEM calcula deformaciones, esfuerzos internos, tensiones, reacciones en los apoyos y tensiones de contacto con el suelo.*

*Los módulos adicionales facilitan la entrada de datos mediante la creación automática de estructuras y uniones, o se pueden usar para realizar análisis y diseños adicionales según varias normas.*

*El concepto de software modular permite combinar un paquete de programas adaptado a sus necesidades individuales. Es posible actualizar el programa en cualquier momento.”*

Algo importante a destacar de cara a este TFG y en consonancia con la descripción de RFEM sería como calcula RFEM el momento crítico para pandeo lateral. Dicho problema se originó en la explicación del “Ejercicio 3” cuando me dispuse a calcular dicho momento para comprobarlo con el que RFEM había arrojado y ví una cierta discordancia. A partir de este momento, hablé con el tutor y me sugirió que me pusiera en contacto con el soporte técnico de RFEM para comentarle el problema que estaba teniendo.

Al ponerme en contacto con el soporte técnico me explicaron que RFEM no estaba siguiendo en el cálculo de dicho momento la normativa impuesta, donde es una formulación que de forma aproximada y mediante coeficientes se ajusta al modelo requerido, sino que lo estaba calculando de una forma exacta mediante modelos matemáticos implementados y desarrollados por

ellos.

Dichos modelos matemáticos se me comentó que se basaban en un análisis de estabilidad local, es decir, de “Linear Buckling” aplicado a la barra o conjunto de barras con una formulación de modelo 1D con siete grados de libertad (incluyendo el alabeo) y efectos geométricos (segundo orden), de forma que el usuario solamente tiene que definir dónde está aplicada la carga y si esta está aplicada en la parte superior o inferior de la sección en la alineación del centro de esfuerzos cortantes. De forma que en cada caso de carga en función de su ley de esfuerzos de RFEM5, estos se convierten en carga y estudia el factor de pandeo, se coge el mayor momento y se escala para obtener el  $M_{cr}$ .

Dicho programa se basa en el cálculo por elementos finitos y que en primer lugar el cálculo que realiza el software no está sujeto a ninguna normativa, sino que se basa en cálculo matemático. A diferencia de otros softwares, RFEM tiene un cálculo modular, es decir, no te dice directamente si cumple o no cumple o dimensiona en primer lugar, sino que este programa lo primero que te da es el cálculo de esfuerzos y deformaciones. Una vez te arroja el resultado de los esfuerzos y deformaciones, el usuario tiene que usar el módulo correspondiente a la normativa sobre la que se quiere hacer ese dimensionado siendo ejemplo el módulo RF-STEEL EC3 ó RF-STABILITY. Dichos módulos son los que el propio usuario tiene que ir empleando para buscar su resultado final.

## 6. Modelado

### 6.1. Modelado común

El objeto de este apartado dentro del proyecto es hacer una breve descripción del modelado típico que se va a emplear en el software RFEM. Dicho software tiene una forma de modelado bastante sencilla para cualquier persona que haya cursado un mínimo de asignaturas con base estructural, como puede ser por ejemplo “Resistencia de Materiales” o “Teoría de Estructuras”.

La base de modelado que emplea Dlubal es bastante parecida a la que utilizan otros sistemas de modelado como es “AutoCad” o “Cype”. Aún así, se hará un enfoque especial en los puntos que sean propensos a producir dudas en su interpretación.

Primeramente, se abre RFEM y se forma un archivo nuevo en el que trabajaremos -*Figura 1*-. Le añadimos un nombre de referencia y guardamos en una carpeta. También hay que añadirle la norma, pero en los casos que se detallarán no es necesario debido a que no se harán introducciones de cargas de viento, ni se buscará el cumplimiento de normativa. En el apartado de norma, se dejará la casilla de “No”, indicando que no habrá normativa a seguir. Este archivo será sobre el que se trabajará a lo largo de la resolución del ejercicio.

Una vez el archivo está guardado, se procede a añadir el material de la barra (RFEM por defecto añade dos materiales -*Figura 2*- los cuales se deben eliminar para poner los nuevos).

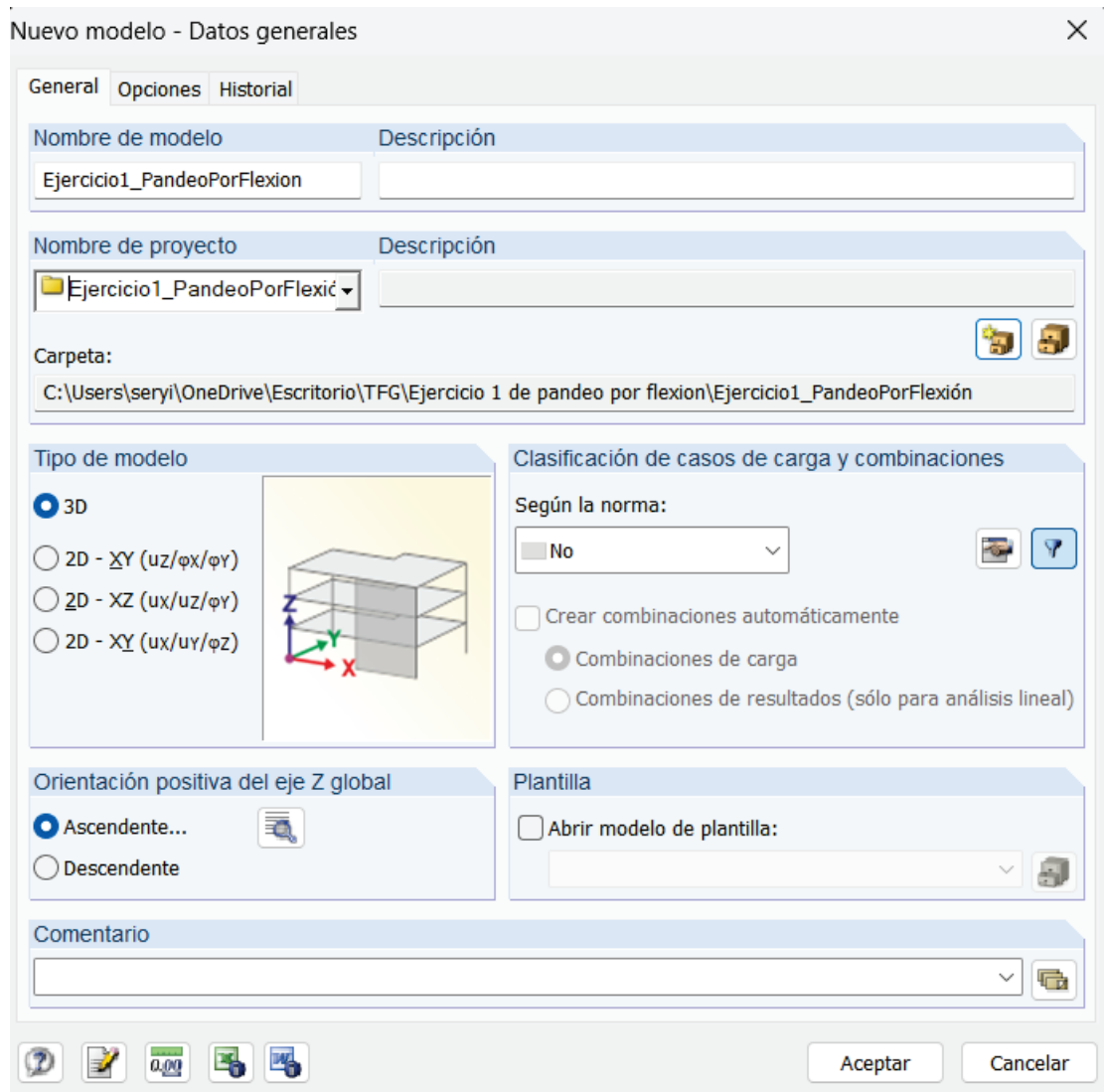


Figura 1: Nuevo modelo de Dlubal y guardado del mismo



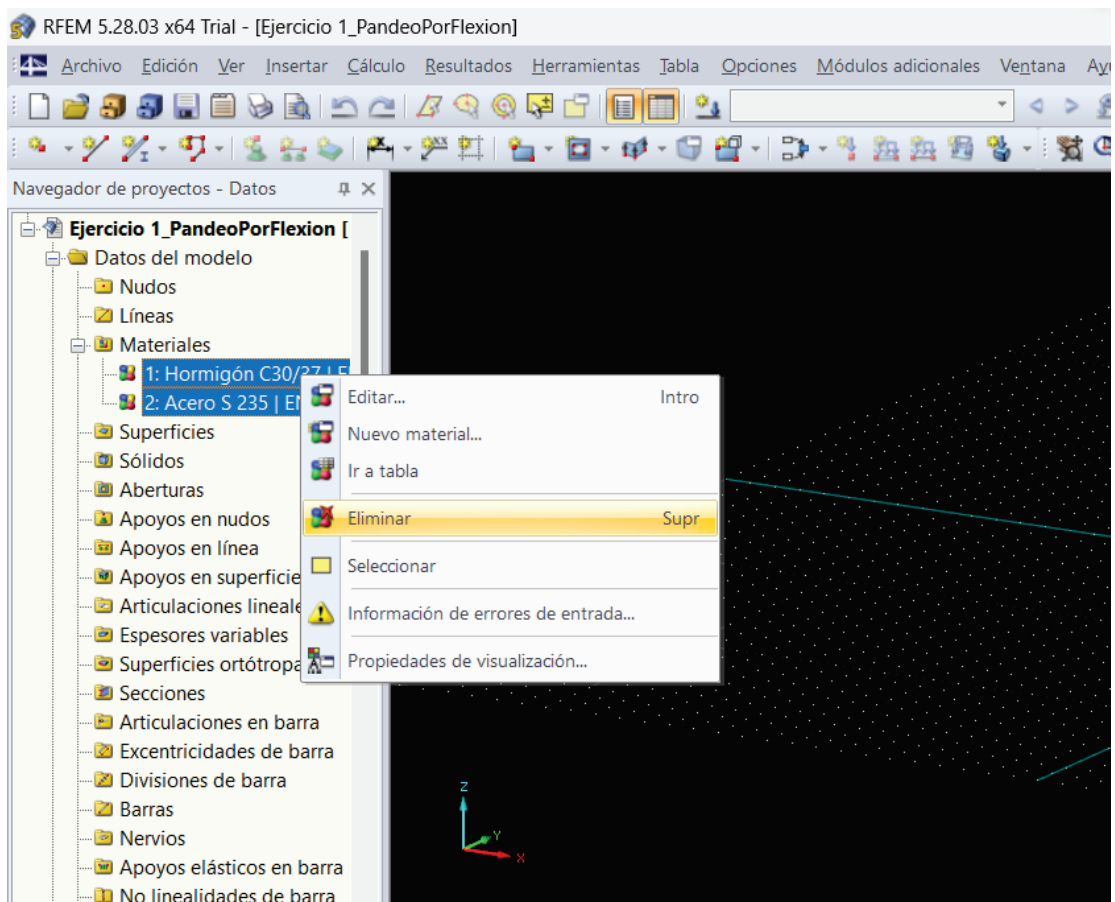


Figura 2: Eliminación de los materiales por defecto

Una vez se ha eliminado los materiales por defecto, se configura el material de la barra propuesto en el ejercicio. Para este paso se pinchará en la casilla de “Materiales” y mediante boton derecho en el ratón se clicla en la casilla de “Nuevo material...”. Dentro de la pestaña de materiales, se entra en la librería de materiales y mediante los diferentes filtros que aparecen en la parte izquierda como van a ser el tipo de material, la categoría del material y el grupo de normas, se selecciona el deseado. Hecho esto se acepta y se guarda el documento (para evitar molestas perdidas). De una forma gráfica se puede observar en la -Figura 3-.

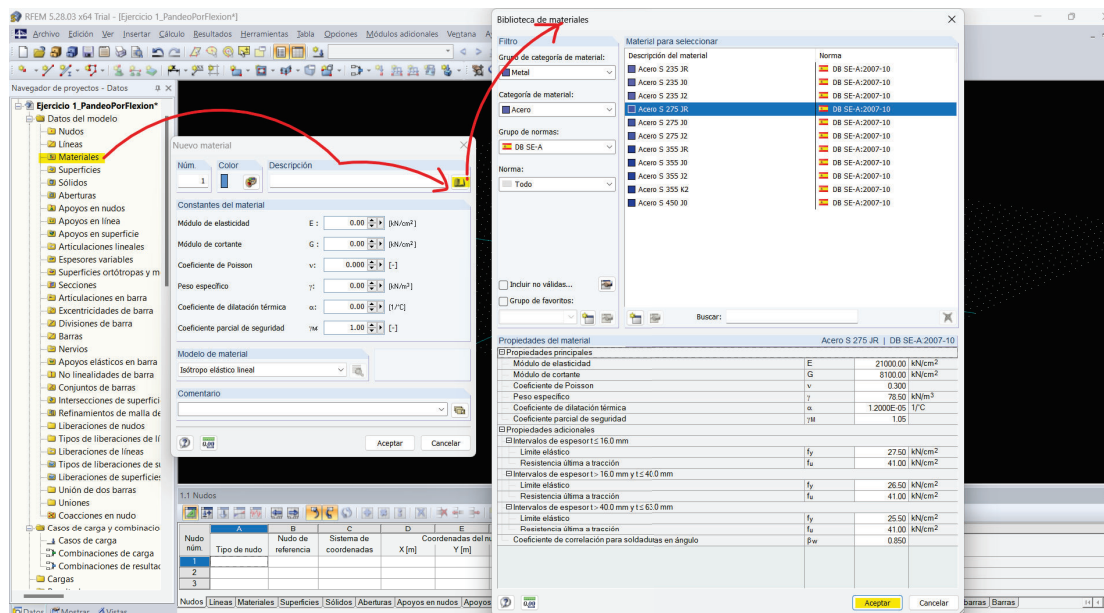


Figura 3: Asignación del material deseado a la barra del ejercicio

Definidos los materiales, se procede a crear el caso de nuestro ejercicio en RFEM. Para poder hacer la representación en el espacio RFEM clicaremos la casilla de “Nueva barra individual”. Seguidamente saldrá una ventana en la que se tendrá que añadir el tipo de barra que se hará constar en el ejercicio -Figura 4-. Mediante las librerías que proporciona RFEM se accede al repertorio de perfiles disponibles y es ahí donde se podrá escoger el deseado.

Otra de las opciones que proporciona RFEM es la consideración que va a tener el perfil, es decir, si el perfil va a ser un viga-pilar, un nervio, una

cercha, etc. En los casos que se detallarán a continuación se empleará el tipo viga.

Apoyándose en la rejilla que proporciona el programa de fondo se dibuja la barra de una longitud deseada. Para mantener un orden en los planos de trabajo que ofrece RFEM, se dibujará siempre en el plano XZ y la coordenada Y en dirección saliente de la pantalla. Para poder hacer la barra en su debida posición se hará mediante los cambios de plano que nos ofrece el programa (marcados en amarillo en la -Figura 5-)

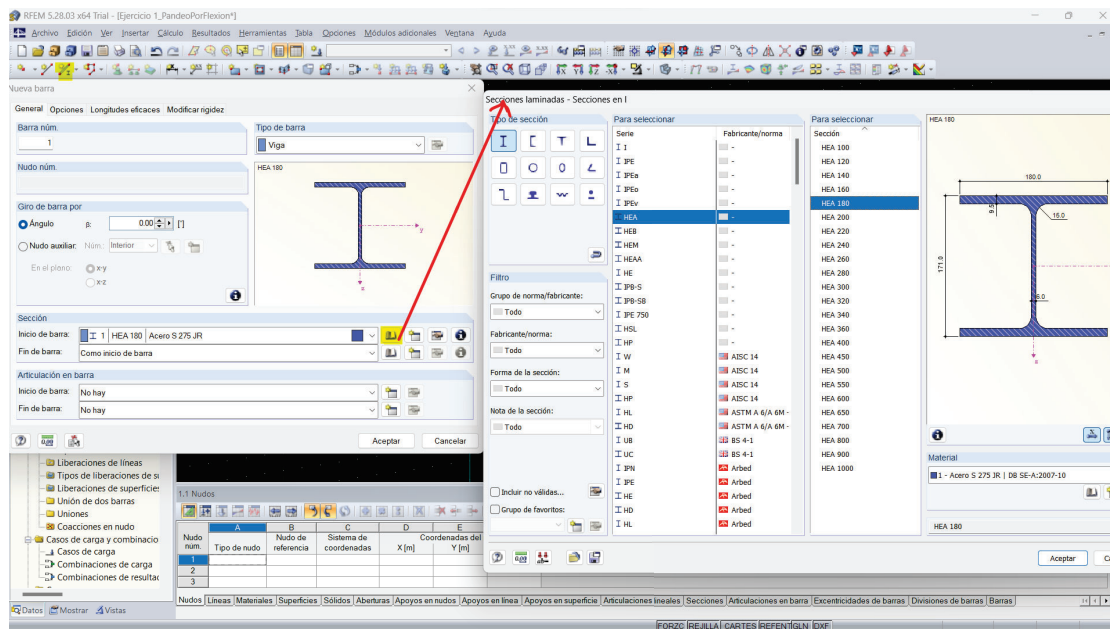


Figura 4: Selección del perfil mediante la librería

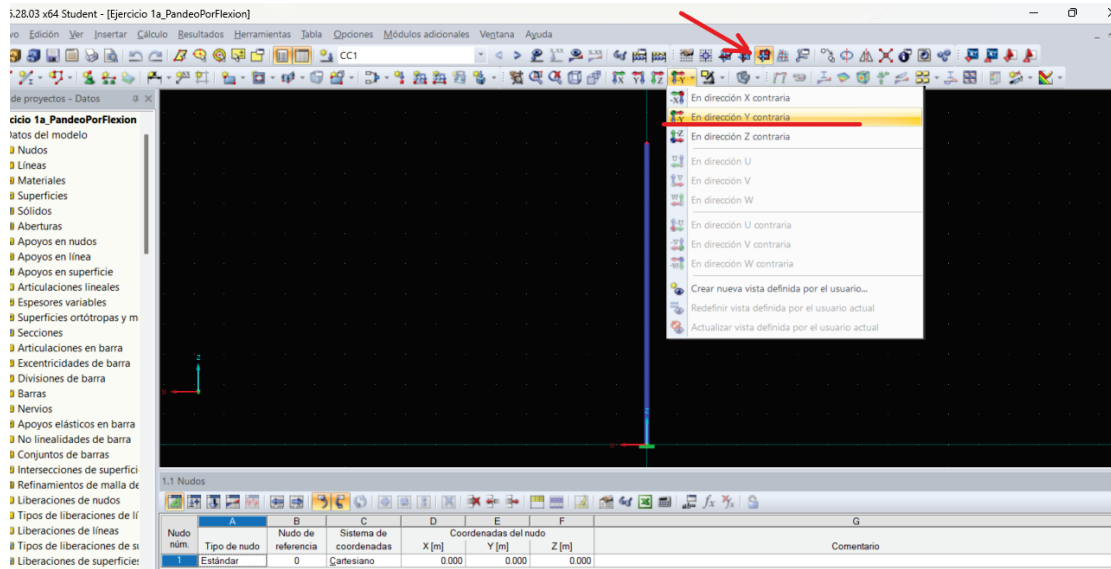


Figura 5: Trazado del pilar en posición vertical haciendo uso del cambio de plano

Siguiendo con el modelado del caso, lo siguiente que se tendría que hacer es ponerle un apoyo sobre el que descansa la barra y la sujete ante cargas externas. Mediante el icono del apoyo en el programa, se introduce el tipo de apoyo que mencione el ejercicio, por ejemplo el apoyo tipo empotramiento. Mediante el icono que se indica en amarillo en la siguiente imagen -Figura 6-.

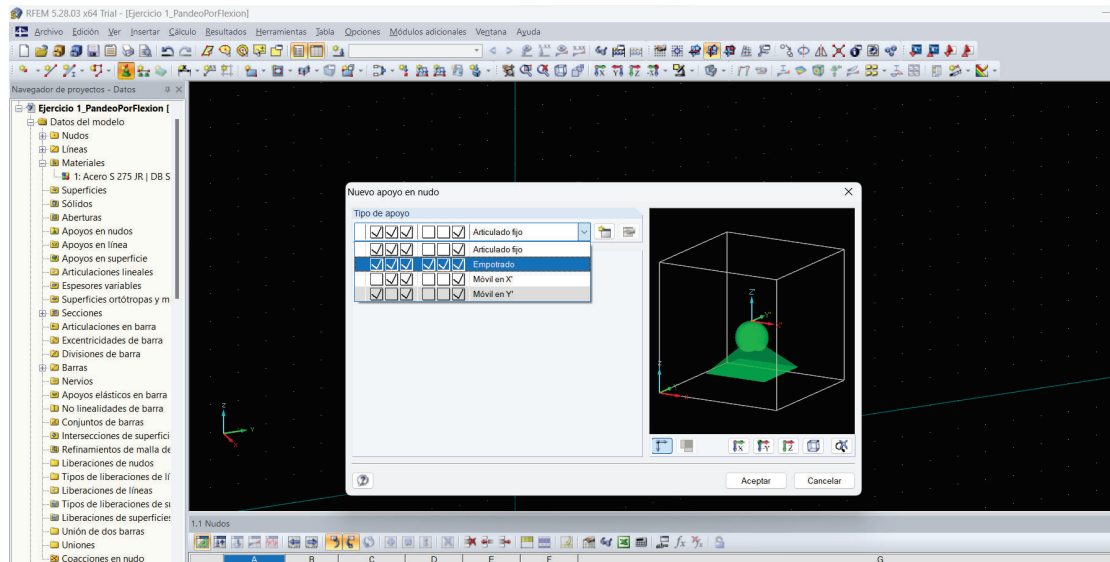


Figura 6: Asignación del apoyo tipo empotramiento

Una vez elegido el apoyo, lo siguiente sería introducirlo en el lugar deseado mediante el cursor, clicando en los puntos.

## 6.2. Configuración y uso del módulo RF-STABILITY

Dicho módulo se empleará una vez esté la estructura a resolver calculada. Este módulo calculará todos los fenómenos de inestabilidades que se producirán en la estructura y las cargas máximas que admite para evitar el pandeo (entre otras funciones).

Para conocer un poco más el módulo, a continuación se detallarán algunas de las funciones que ofrece dicho módulo en referencia al cálculo estructural:

- Cálculo de modelos compuestos por elementos, carcasa y elementos sólidos.
- Importación de fuerzas axiales de un caso de carga o combinación.
- Análisis de estabilidad no lineal.
- Consideración opcional de las fuerzas axiales del pretensado inicial.
- Cuatro solucionadores de ecuaciones para el cálculo efectivo de varios modelos estructurales.
- Consideración opcional de modificaciones de rigidez en RFEM.
- Cálculo de modos de pandeo de modelos inestables.
- Determinación del modo de estabilidad mayor que el factor de incremento de carga definido por el usuario (método de desplazamiento).
- Determinación opcional de las formas de los modelos inestables (para reconocer la causa de la inestabilidad).
- Visualización del modo de estabilidad.
- Bases para el análisis utilizando estructuras equivalentes imperfectas en RF-IMP.

Aportada esta información adicional sobre el uso y manejo del módulo “RF-STABILITY”, se procede a emplear dicho módulo mediante un ejemplo.

Para poder acceder a dicho módulo entramos en la pestaña de “Módulos adicionales”, seguidamente se clicla en la pestaña “Estabilidad” y ahí estará el “RF-STABILITY” (-Figura 7-). Se accede a dicho módulo mediante un click, y mediante una ventana emergente el programa pedirá la configuración del módulo para poder calcular las inestabilidades.

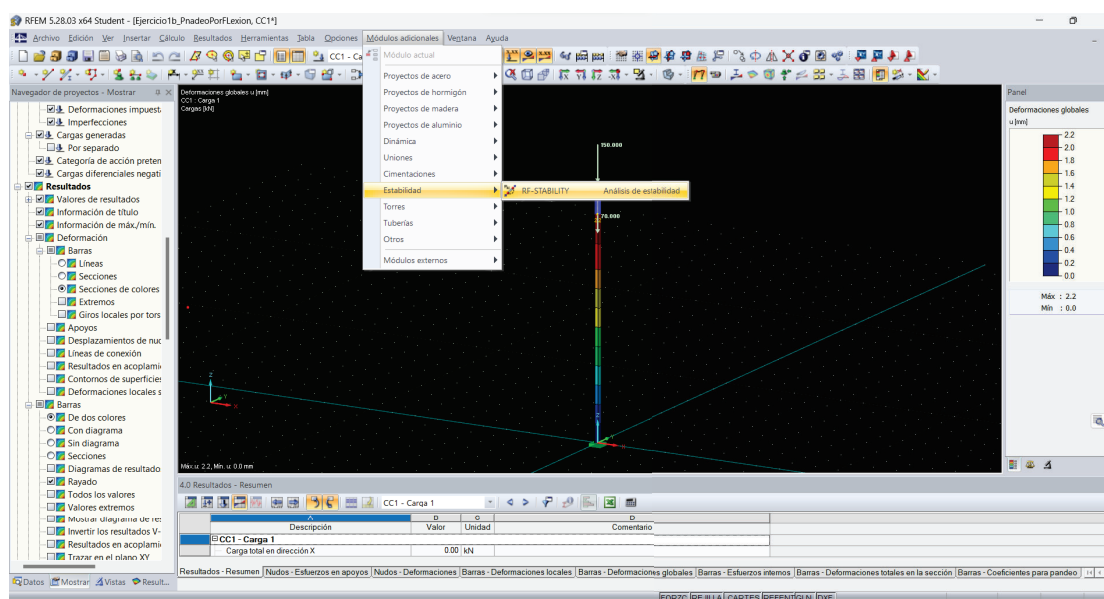


Figura 7: Activación del módulo RF-STABILITY

Una vez aparezca la ventana emergente, dentro de ella se procederá a cambiar el “Número de valores propios inferiores (vectores propios para pandeo) para calcular” que por defecto aparece en 4, se aumentará al valor de 20. Este valor lo que mostrará por pantalla será las posibles combinaciones de pandeo dentro de las cuales se cogerá la que más se adapte a el ejercicio. También, se cambiará el “Método de valores propios”, que se cambiará por “Raíces para el polinomio característico”, este será el método de cálculo que utilice para resolver el modelo. Por otro lado, en el ejemplo solo se produce un sistema de carga por lo que ese será el único que cogerá el módulo, pero si hubiese más combinaciones de carga se tendría que escoger la combinación de carga deseada para calcularle la inestabilidad. Todo esto se puede observar en la -Figura 8-. Finalmente, se cliclará en la casilla “Cálculo” y mostrará en pantalla los resultados.

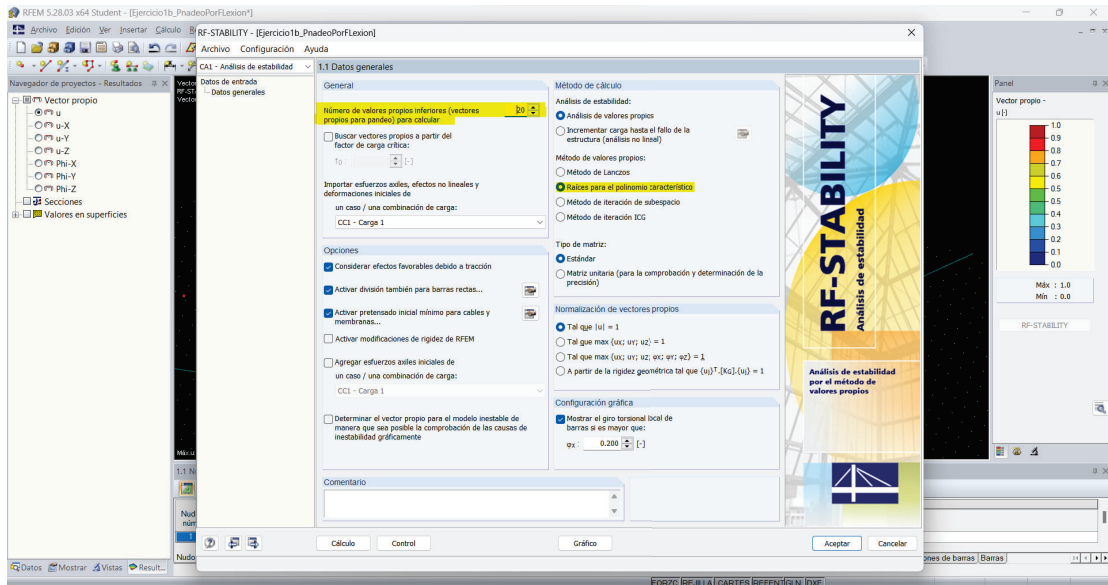


Figura 8: Configuración del módulo RF-STABILITY

Una vez se haya terminado de configurar el módulo, se procederá a calcular el modelo mediante el módulo RF-STABILITY. Una vez este haya calculado el modelo, proporcionará por pantalla una ventana con los resultados en los que podremos elegir entre los diferentes resultados que ofrece.

En los ejercicios siguientes, se explicará el tipo de resultado que se deberá escoger para buscar la solución a dicho ejercicio.



### 6.3. Configuración y uso del módulo RF-STEEL EC3

El módulo RF-STEEL EC3 es un módulo que suministra RFEM para el cálculo de estructuras de acero mediante el Eurocódigo 3. Este realiza todos los cálculos característicos de los estados límite últimos, así como también los análisis de estabilidad y deformaciones.

Algunas de las funciones que dicho módulo hace son:

- Cálculo automático para todos los coeficientes necesarios para el valor de cálculo de la resistencia al pandeo por flexión  $N_{b,Rd}$ .
- Determinación automática del momento crítico elástico ideal  $M_{cr}$  para cada barra o conjunto de barras en cada ubicación en x según el método de valores propios o al comparar diagramas de momentos. Sólo tiene que definir los apoyos laterales intermedios.
- Cálculo de barras de sección variable, secciones asimétricas o conjuntos de barras según el método general descrito en EN 1993-1-1, cap. 6.3.4.
- En el caso del método general según el capítulo 6.3.4, la aplicación opcional de la "curva de pandeo europea" según Naumes, Strohmann, Ungermann, Sedlacek (Stahlbau 77 (2008), p. 748-761).
- Se pueden tener en cuenta las coacciones al giro (láminas trapezoidales y correas).
- Consideración opcional de paneles a cortante (por ejemplo, láminas trapezoidales y arriostramientos).
- La ampliación del módulo RF-/STEEL Warping Torsion (necesita la licencia) para el análisis de estabilidad según la teoría de segundo orden, como análisis de tensiones, incluida la consideración del 7° grado de libertad (alabeo).
- La ampliación del módulo RF-/STEEL Plasticity (necesita la licencia) para el análisis plástico de secciones según el método de los esfuerzos internos parciales (PIFM) y el método Simplex para secciones generales (en relación con la ampliación del módulo RF-/STEEL Warping Torsion, se puede realizar el cálculo plástico según el análisis de segundo orden).

- El módulo de ampliación RF-/STEEL Cold-Formed Sections (necesita la licencia) para cálculos del estado límite último y de servicio para barras de acero conformadas en frío según las normas EN 1993-1-3 y EN 1993-1-5.
- Cálculo del ELU: selección de las situaciones de proyecto fundamentales o accidentales para cada caso de carga, combinación de cargas o de resultados.
- Cálculo del ELS: selección de situaciones de proyecto características, frecuentes o cuasipermanentes para cada caso de carga, combinación de cargas o combinación de resultados.
- Análisis de tracción con áreas de sección netas para el inicio y final de la barra.
- Cálculo de soldaduras de secciones soldadas.
- Cálculo opcional del muelle de alabeo para apoyos en nudo en conjuntos de barras.
- Gráfico de las razones de tensiones en una sección y en un modelo RFEM/RSTAB.
- Determinación de los esfuerzos internos determinantes.
- Opciones de filtro para los resultados gráficos en RFEM/RSTAB.
- Representación de las razones de tensiones y clases de secciones en la vista renderizada.
- Escalas de color en las ventanas de resultados.
- Optimización automática de la sección.
- Transferencia de las secciones optimizadas a RFEM/RSTAB.
- Lista de partes con estudio de las cantidades.
- Exportación directa de datos a MS Excel.
- Informe verificable.

- Posibilidad de incluir la curva de temperatura en el informe.

Para poder usar dicho módulo, se deberá introducir todas las cargas y calcular el modelo. Una vez el módulo está con las cargas definidas y seguidamente calculado, lo que se hará es ir a la pestaña de “Módulos Adicionales”, una vez se abra el desplegable, se clicará en la casilla de “Proyectos de acero”. Una vez se llegue ahí, en la parte derecha se observará una lista de módulos disponibles para el acero. Entre dichos módulos, se buscará el módulo “RF-STEEL EC3”. De forma gráfica se puede ver -Figura 9-.

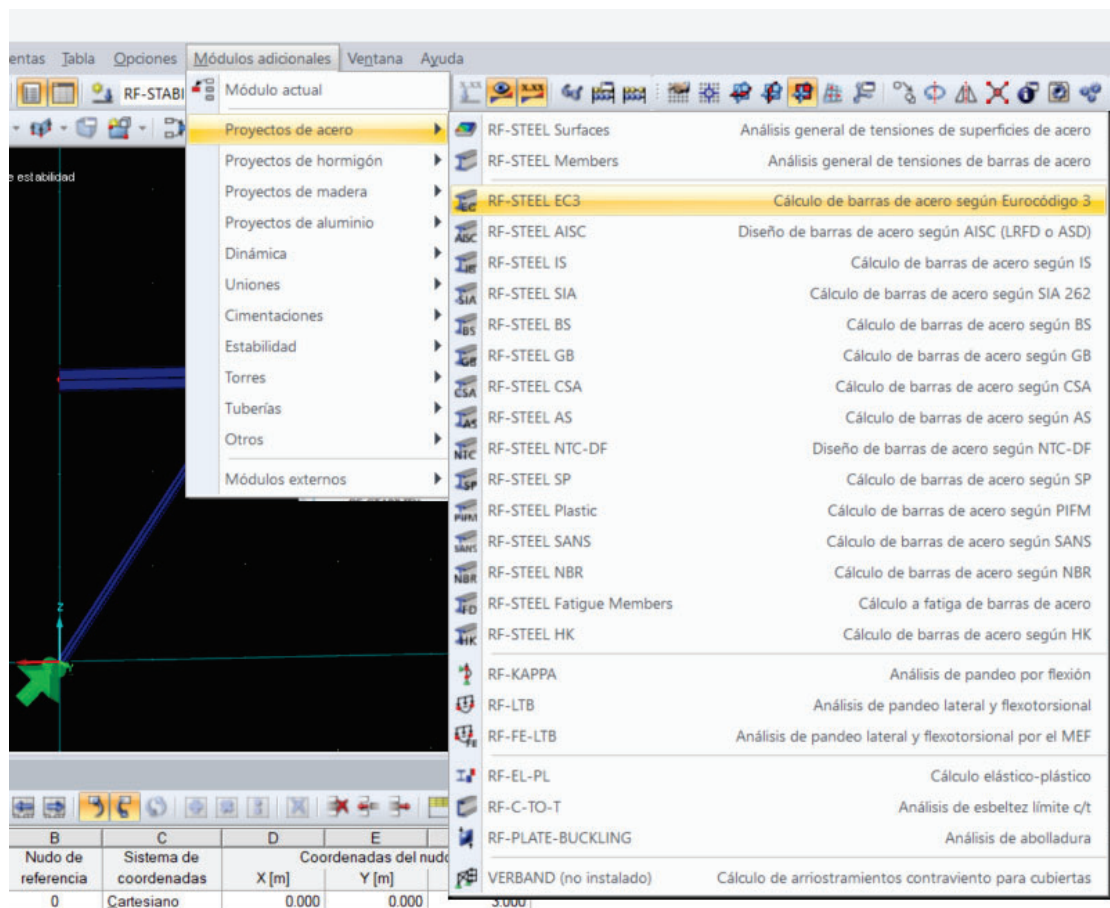


Figura 9: Selección del módulo RF-STEEL EC3

Una vez se ha encontrado el módulo, se procede a clicar en él y se abrirá una ventana de configuración. Dentro de dicha ventana se pedirá entre otras las barras que se quieren introducir en el cálculo. Para introducir las barras, se puede definir de forma escrita, es decir, en el recuadro de escritura sería tan sencillo como introducir el número con el que se designa la barra o bien seleccionandolas con la casilla que aparece a la derecha del recuadro mencionado. Otra forma sería clicar en la casilla de “Todas” si se requiere del cálculo de todas las barras en el módulo, se puede observar en la -Figura 10-.

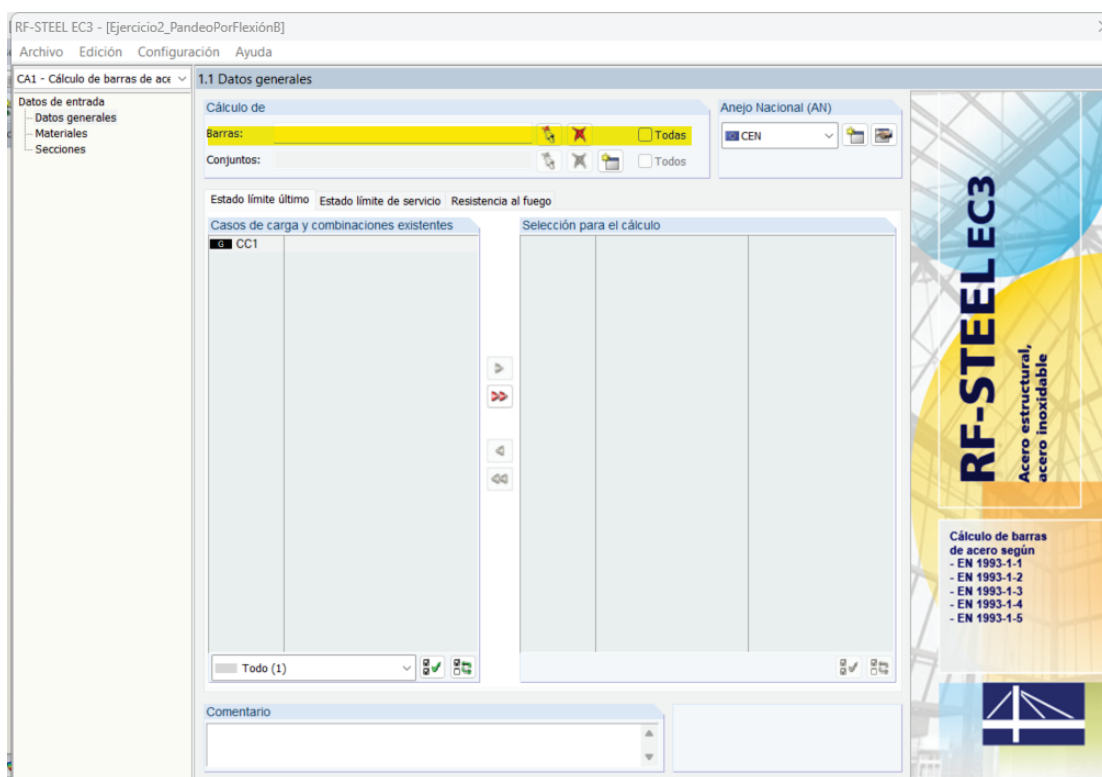


Figura 10: Selección de barras a estudiar

Seleccionadas las barras que se introducirán en el modelo, lo siguiente será seleccionar las cargas que se introducirán en el estudio de la estructura. En la casos que se detallarán solo habrá un caso de carga, pero, en la realidad cuando se estudian naves y demás estructuras que se van a poner en obra se obtienen gran cantidad de casos de carga en los que se involucra el viento, el sismo, el fuego, el frío, etc. Mediante esta opción, -Figura 11-, se hará incapié

en los casos de carga y combinaciones que el usuario quiere que se calculen.

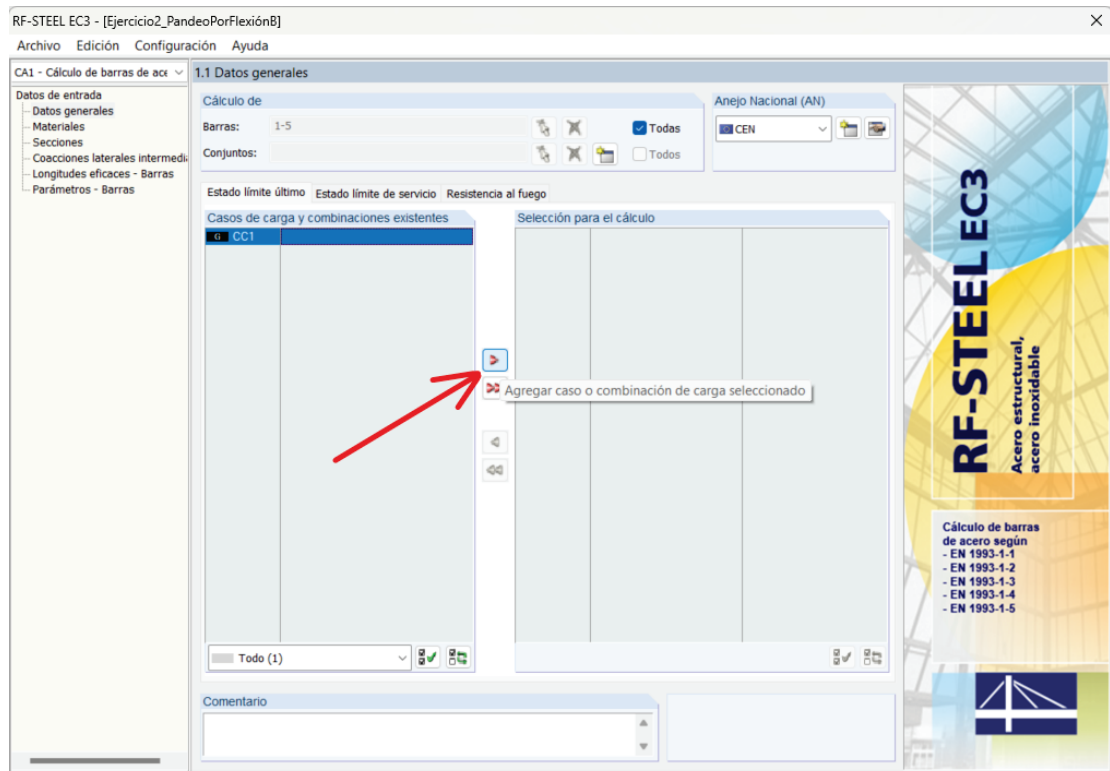


Figura 11: Selección de cargas a calcular en el módulo

Para coincidir con los coeficientes que se usan en clase, debido a la normativa que sigue RFEM se deberá cambiar los coeficientes de seguridad para determinar la resistencia. Aprovechando la gran posibilidad que ofrece dicho software de poder modificar al gran mayoría de parámetros de cálculo se modificarán estos para hacerlos coincidir con los usados en clase de Estructuras Metálicas. Los usados en clase se rigen por la normativa impuesta en el Código Técnico de la Edificación, concretamente en el Documento Básico SE-A Acero en el punto 2.3.3. En la siguiente enumeración se muestra los coeficientes que ofrece el CTE,-Figura 12- :

### 2.3.3 Coeficientes parciales de seguridad para determinar la resistencia

- 1 Para los coeficientes parciales para la resistencia se adoptarán, normalmente, los siguientes valores:
  - a)  $\gamma_{M0} = 1,05$  coeficiente parcial de seguridad relativo a la plastificación del material
  - b)  $\gamma_{M1} = 1,05$  coeficiente parcial de seguridad relativo a los fenómenos de inestabilidad
  - c)  $\gamma_{M2} = 1,25$  coeficiente parcial de seguridad relativo a la resistencia última del material o sección, y a la resistencia de los medios de unión
  - d)  $\gamma_{M3} = 1,1$  coeficiente parcial para la resistencia al deslizamiento de uniones con tornillos pretensados en Estado Límite de Servicio.  
 $\gamma_{M3} = 1,25$  coeficiente parcial para la resistencia al deslizamiento de uniones con tornillos pretensados en Estado Límite de Último.  
 $\gamma_{M3} = 1,4$  coeficiente parcial para la resistencia al deslizamiento de uniones con tornillos pretensados y agujeros rasgados o con sobremedida.
- 2 Los coeficientes parciales para la resistencia frente a la fatiga están definidos en el Anejo C.

Figura 12: Coeficientes parciales de seguridad para determinar la resistencia

Una vez se conocen los coeficientes, para poder modificarlos se deberá ir a la casilla que se nombre “Anejo Nac. ...” en la parte central inferior de la ventana de configuración del módulo RF-STEEL EC3, -*Figura 13*-. Una vez se acceda al módulo, se abrirá una ventana en la que mostrará los coeficientes que se deben tocar en la parte izquierda superior. Dichos coeficientes se denominan como antes se indicó “Coeficientes parciales de seguridad” y habría que modificar los coeficientes  $\gamma_{M0}$  (referido a la plastificación del material) y  $\gamma_{M1}$  (referido a fenómenos de inestabilidad) por 1,05 debido a que RFEM tiene configurado por defecto 1,00 en ambos siguiendo el Eurocódigo 3, -*Figura 14*-.

Una vez se hallan cambiado los coeficientes, se le dará a “Aceptar” para que RFEM guarde la configuración que se le ha hecho.

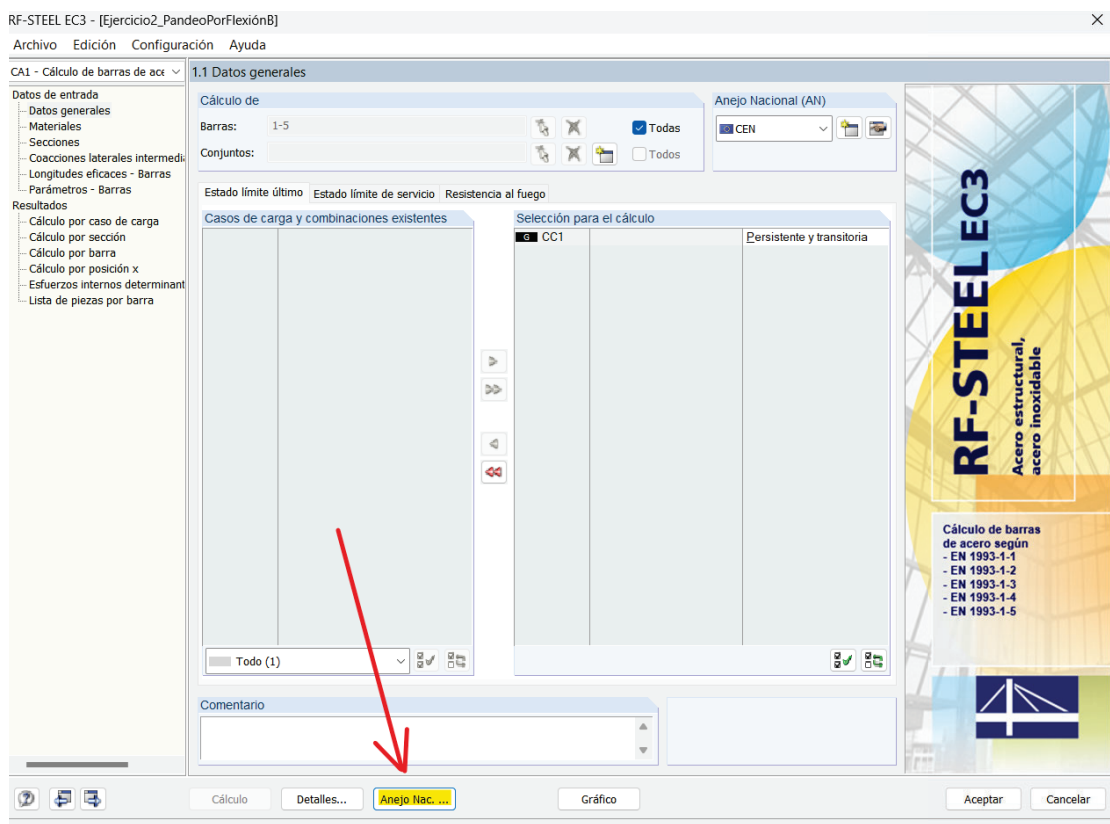


Figura 13: Casilla para acceder a la modificación de los coeficientes

Parámetros del Anejo Nacional - CEN

Base: Acero inoxidable (EN 1993-1-4) Conformación en frío (EN 1993-1-3)

**Coefficientes parciales según 6.1, nota 2B**

Para la resistencia de secciones  $\gamma_{M0}$  : 1.050

Para la resistencia de barras al fallo de estabilidad (cálculo de barras), así como la resistencia de la sección al fallo de estabilidad (cálculo de la sección según la teoría de 2º orden)  $\gamma_{M1}$  : 1.050

Para la resistencia de las secciones a rotura por tracción  $\gamma_{M2}$  : 1.250

**Límites en servicio (flechas) según 7.2**

Combinación de acciones (tabla A1.4 UNE EN 1990):

Característica	L /	L <sub>c</sub> /	Voladizos
Frecuente	200	100	100
Cuasipermanente	200	100	100

**Configuración de cálculo frente al fuego**

Factor parcial para la situación de incendio  $\gamma_{M,fi}$  : 1.000

**Cortante según 6.2.6(3) y abolladura según UNE EN 1993-1-5**

Factor  $\eta$  : 1.200

**Parámetros para pandeo lateral**

Coefficientes de imperfección de curvas de pandeo lateral según la tabla 6.3:

**Coefficiente de imperfección  $\alpha_{LT}$**

Curva de pandeo

a : 0.210

b : 0.340

c : 0.490

d : 0.760

**Parámetros para  $\Phi_{LT}$  según 6.3.2.3(1):**

	Secciones I laminadas	Secciones I soldadas
$\lambda_{LT,0}$	0.400	0.400
$\beta$	0.750	0.750

Usar el factor f para modificar  $\lambda_{LT}$  según 6.3.2.3(2)

**Determinar las curvas de pandeo lateral para 6.3.2 y 6.3.3:**

Siempre según la ec. (6.56) Caso general (conservador)

Siempre según la ec. (6.57) Secciones laminadas o uniformemente equivalentes

Si es posible, según la ec. (6.57), de lo contrario según la ec. (6.56)

**Determinar factores de interacción para 6.3.3(4) según el método:**

1 según anexo A

2 según anexo B

**Método general según 6.3.4**

Habilitar también para secciones que no sean en

Siempre usar el método general para análisis de estabilidad según 6.3.4 (no aplicable si existe flexión respecto al eje z)

Usar la curva europea de pandeo lateral según [3]

[3] Naumes, J., Strohmann, I., Unger mann, D., Sedlacek, G.: Die neuen Stabilitätsnachweise im Stahlbau nach Eurocode 3. Stahlbau 77 (2008), S. 748-761

Usar método adaptado según [4] (habilitar flexión doble)

[4] Naumes, J., Feldmann, M., Sedlacek, G.: Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stäben und Stabsystemen auf einheitlicher Grundlage. Stahlbau 70 (2010)

Usar interpolación según la ec. (6.66)

Aceptar Cancelar

Figura 14: Ventana de modificación de coeficientes parciales de seguridad



Seleccionadas las cargas y modificados los coeficientes parciales de seguridad, lo siguiente será clicar en la casilla de calcular. Se deberá comprobar de que el módulo ha cogido bien las cargas que se introducirán en el cálculo. Otra de las opciones que muestra el módulo es la normativa a aplicar, en estos casos se trata el ejercicio de un modo didáctico y sin necesidad de seguir una normativa al pie de la letra, pero si se estudiaran casos que se sacarán a obra, en todo momento se debería aplicar la normativa existente. Se puede observar en la -Figura 15-.

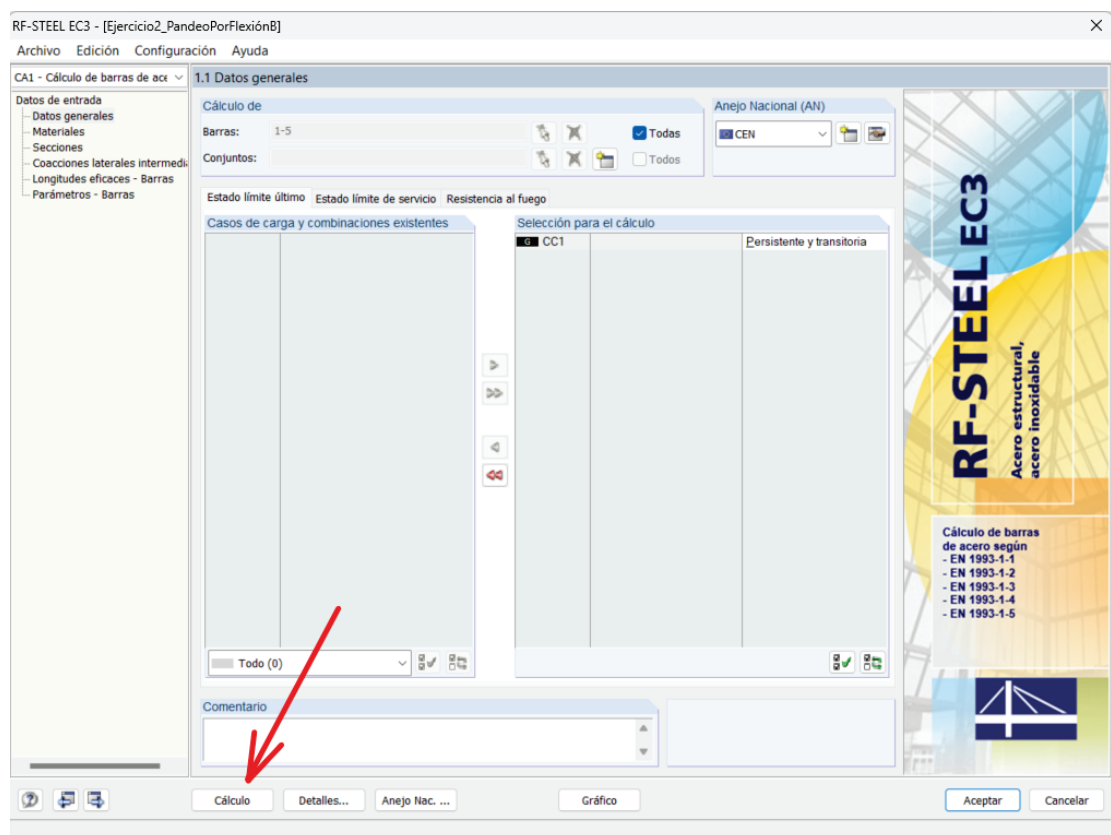


Figura 15: Comprobación de cargas y cálculo del modelo

## 7. Pandeo por Flexión

### 7.1. Teoría

En una breve introducción teórica hacia lo que es el pandeo, se puede considerar el pandeo por flexión como aquel fenómeno que se produce debido a las cargas de compresión en un elemento sometido a dicho esfuerzo. Dicho fenómeno se manifiesta por la aparición de desplazamientos importantes transversales a la dirección de compresión. En la *-Figura 16-* se puede apreciar el desplazamiento que se produce al superar la carga límite de pandeo.

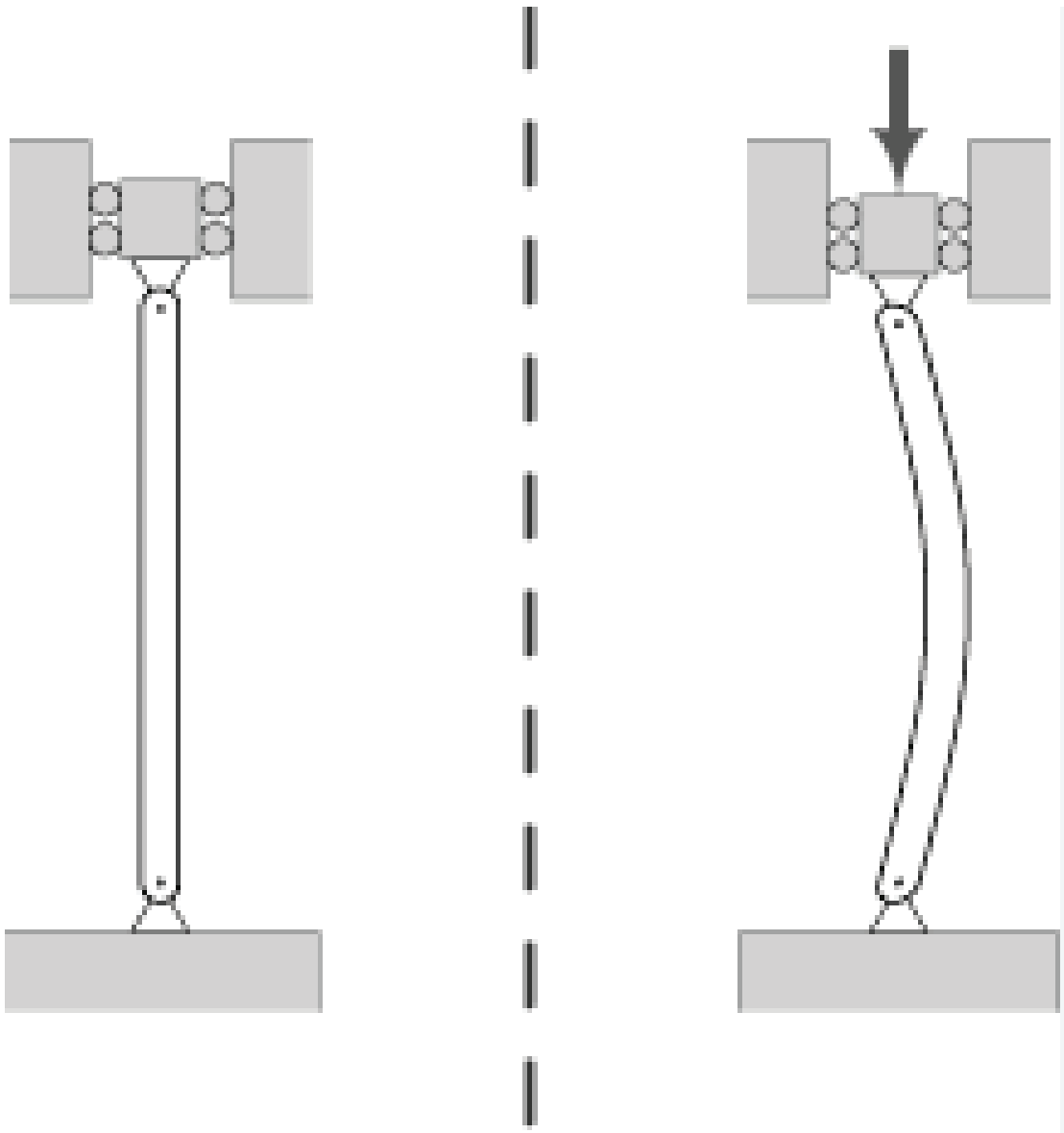


Figura 16: Desplazamiento transversal producido por el pandeo por flexión

Dicho fenómeno de pandeo resulta muy peligroso debido a la fuerza con que hace moverse a la estructura y el cambio de sentido en el desplazamiento, haciendo en la mayoría de los casos que el elemento entre el colapso.

Dicho fenómeno de pandeo se alcanza en el momento en el que el elemento supera la carga crítica de pandeo o carga crítica de Euler, la cual depende de la longitud de la pieza, material, sección transversal y como no, las condiciones de unión de los extremos. La carga crítica de Euler indica la carga a partir de la cual la estructura o elemento pierde el equilibrio y no es estable, apareciendo desplazamientos, tensiones y deformaciones no contempladas en ningún cálculo previo.

En mención a Leonhard Euler, cabe destacar que fué un matemático y físico suizo del siglo XVII. Fué conocido por sus aportaciones en el campo de la mecánica, óptica y astronomía. Entre otras de las aportaciones que hizo Euler fué el desarrollo de la curva elástica, que posteriormente se convertiría en uno de los pilares fundamentales de la ingeniería.

Este fenómeno ha producido varias de las catástrofes a nivel mundial como puede ser por ejemplo:

- Puente de Broughton: Fué una estructura de tipo colgante de 144m de luz sobre el río Irwel, en Manchester, Inglaterra. En 1831 colpasó cuando unos 74 soldados en paso de marcha cruzaron el puente marcando el paso. Afortunadamente no hubo muertes. Este fallo estructural se produjo por la entrada en resonancia de la estructura al producirse el golpeo simultáneo de los 74 soldados encima del puente. Desde este momento, los ejércitos rompen el paso en la entrada a los puentes.
- World Trade Center (Torres Gemelas) : El derrumbe del World Trade Center se originó debido a los atentados del 11 de Septiembre cuando un avión embistió una de la torres gemelas produciendo la pérdida de varios pilares de la estructura. Esto produjo que el peso se tuviera que repartir sobre los demás pilares intactos, pero debido al incendio que se originó, esto provocó dilataciones en las vigas que a su vez produjo tensiones extras y excentricidades de la carga sobre los pilares. Juntando esto descrito y la pérdida de resistencia de las columnas, las altas tensiones a las que estaban sometidos los pilares producen que entre en pandeo y finalmente colapse la estructura debido a dicho fenómeno.



Figura 17: Puente de Broughton



Figura 18: World Trade Center

Cabe destacar la complejidad que se tiene en el cálculo al introducir el fenómeno de pandeo en las estructuras. Esto provoca que se lleve a la implementación de software de cálculo para poder hacerlo de modo fiable. Cada vez más, se está implementando el cálculo de segundo orden que no es más que el cálculo del pandeo basándose en las excentricidades que aparece en la carga al moverse transversalmente el elemento. A diferencia de como se viene haciendo, mediante el uso del cálculo de primer orden que se basa en la hipótesis de que la estructura no se mueve en el fenómeno de pandeo (cosa que no es cierta).

A continuación, se detallarán dos ejercicios para observar el método de cálculo empleado en el cálculo del pandeo por flexión. Dichos ejercicios se resolverán mediante el software que se está implementando en la guía y a continuación se resolverán de modo manual.

Se aplicará la normativa impuesta en el Eurocódigo 3, sobre el que se apoya el software RFEM. Este Eurocódigo es un conjunto de normas europeas que recoge las reglas y principios para el cálculo de estructuras de acero. Dicho Eurocódigo 3 ha sido sustituido recientemente por el Código Estructural aprobado el 29 de junio en el Real Decreto 470/2021. Dichos cambios que produce el Código Estructural se están implementando progresivamente en los softwares de cálculo.

## 7.2. Ejercicio 1

Determinar longitud eficaz de pandeo en eje Z en los siguientes casos, sabiendo que el material es un acero S 275 JR y las barras son perfil HEA-180. Desprecie el peso propio de los perfiles metálicos.

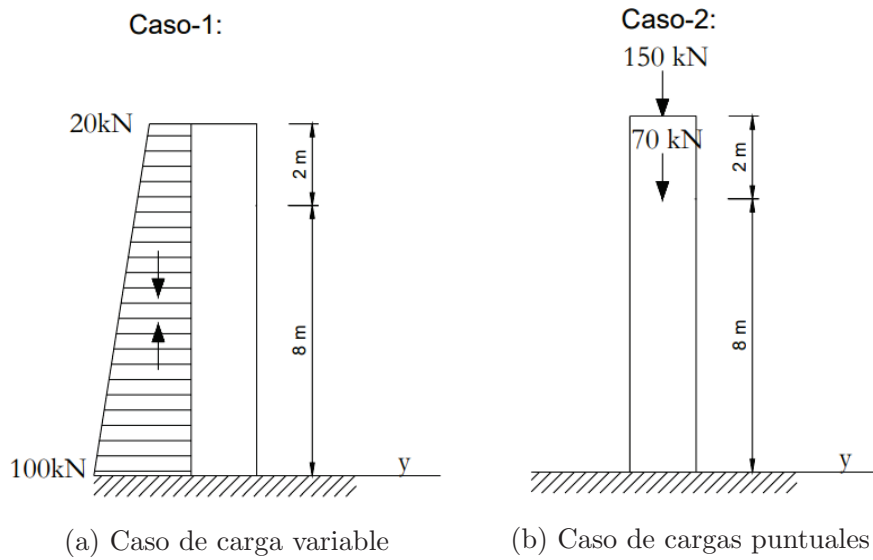


Figura 19: Casos de carga en ejercicio 1



- **Caso 1:** En el primer caso se tiene una barra continua de 10m de largo, con la base empotrada a la que se le va a añadir una carga variable en forma trapezoidal.

Una vez hecho el modelado del ejercicio, lo siguiente que se debería de hacer es la introducción de cargas en el modelo de RFEM. De igual forma que otros softwares de modelado de estructuras, RFEM permite la introducción de cargas en el modelo de una forma bastante rápida mediante la pestaña que aparece arriba a la izquierda denominada “Insertar”, una vez ahí se selecciona la casilla de “Cargas por último”, “Cargas en barras”, pudiendose observar en la *-Figura 20-*. Una vez se ha completado este procedimiento, se procede a asignar las cargas al modelo.

En esta ventana, se debe escoger la distribución de cargas que se asemeje al ejercicio. En el caso del ejercicio será la distribución de cargas, de tipo Fuerza y en distribución de 20 a 100 de forma trapezoidal, debido a que empieza y termina en un valor diferente de 0 (*-Figura 21-*).

Aparte de escoger la distribución de cargas, se debe indicar el sentido de la carga, dependiendo del sistema de coordenadas que se tenga, así se pondrá la carga para asemejarla al ejercicio.

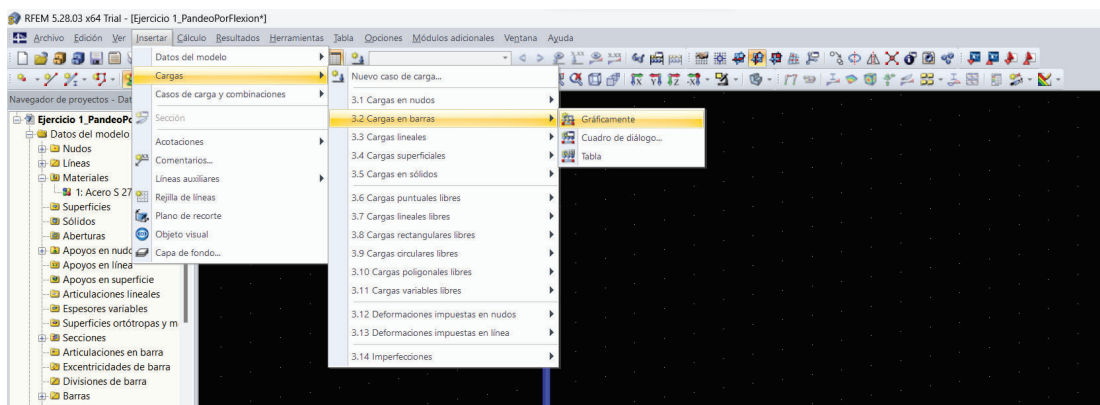


Figura 20: Ventana de selección de cargas

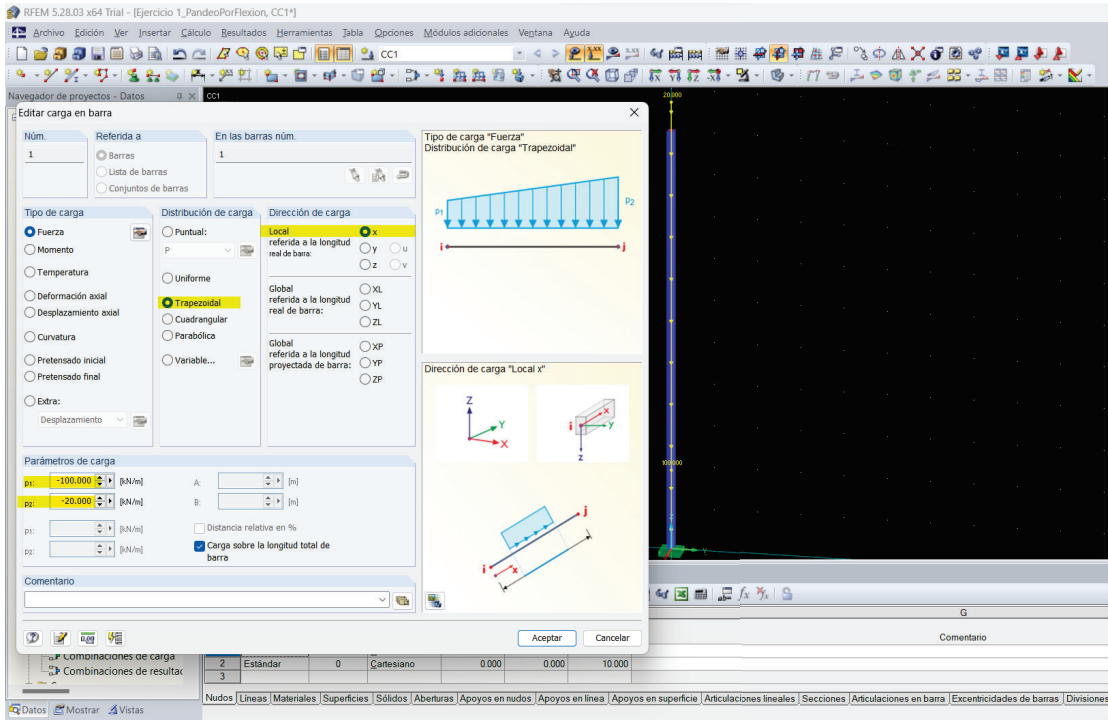


Figura 21: Modelado de las cargas a aplicar

Modelado el ejercicio en el software, lo siguiente que se haría es calcular el modelo. Para calcular el modelo, entre otros caminos, uno de ellos sería clicar en la casilla “con un ojo y un diagrama” que aparece en la parte superior central de la pantalla. En la -Figura 22- se puede observar la casilla que se debe pinchar para acceder al cálculo del modelo.

Una vez el modelo está calculado se puede ver las deformaciones que existen en él yendo a la pestaña de mostrar, en el lado inferior izquierdo de la pantalla. Dentro de esta pestaña se debe hacer visible la casilla de “Deformaciones”, y dentro de ella, la subcasilla de “Secciones de colores” de la subpestaña “Barras”. De modo gráfico se puede observar en la -Figura 22-.

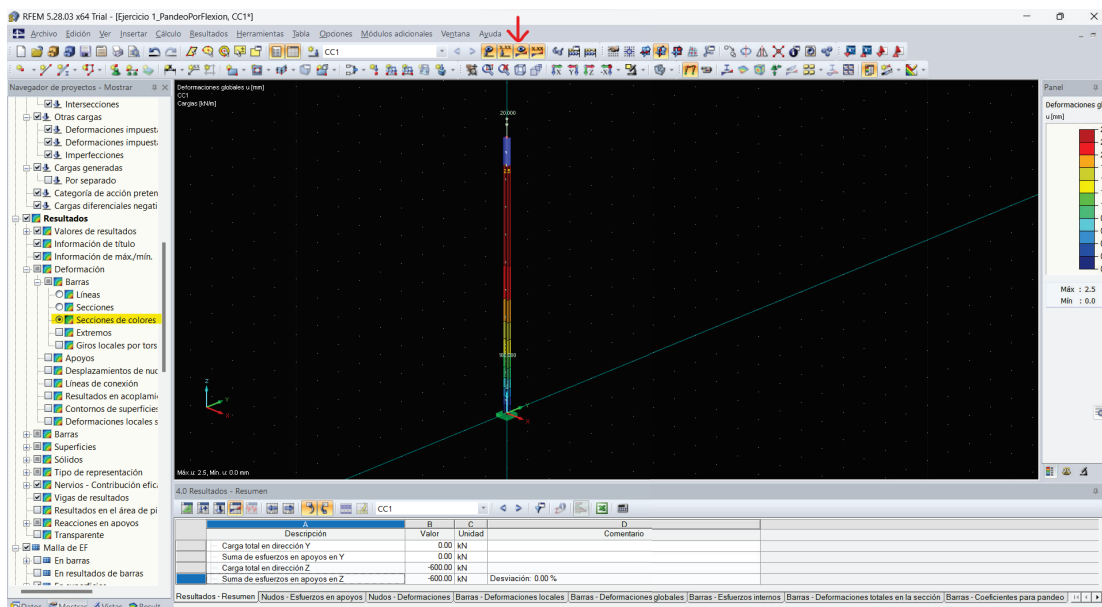


Figura 22: Cálculo del modelo y representación de las deformaciones

Calculado el modelo, se procede a hacer uso del módulo RF-STABILITY en el ejercicio propuesto. Mediante la guía expuesta anteriormente, calculamos la estructura ante los fenómenos de inestabilidad.

Una vez se ha configurado el módulo y se ha calculado, se puede observar mediante la pestaña de “Longitudes eficaces y cargas críticas”. En dicha

pestaña se observará una lista (al igual que en la ventana que abre por defecto el módulo) numerada de lo que el programa considera como posibles formas de pandeo en la barra que se le ha introducido. En dicha pestaña el programa mostrará la longitud de la barra, las longitudes eficaces (se corresponde a la longitud de pandeo  $-L_{cr}$  que se llamaría en la asignatura), el factor de longitud eficaz (se corresponde al factor  $-\beta$  de pandeo), y por último, la carga crítica (se corresponde al  $-N_{cr}$ ). En la columna que se denomina “Longitud eficaz [m]” ( -Figura 23-) se puede ver las longitudes de pandeo para cada tipo de pandeo que ha sugerido el programa.

En este caso, nos quedaremos con el primer tipo de pandeo. Se tendrá que mirar la longitud de pandeo en el eje Z (es la que pide el ejercicio), que sería una longitud eficaz de pandeo en el eje Z de 14,556m.

Barra num.	Nudo inicio	Nudo fin	Longitud L [m]	Vector pr. num.	Longitud eficaz [m] Le <sub>zy</sub>	Longitud eficaz [m] Le <sub>z</sub>	Factor de longitud eficaz [1] Ke <sub>zy</sub>	Factor de longitud eficaz [1] Ke <sub>z</sub>	Carga crítica N <sub>cr</sub> [kN]
1	2	10.000	1	23.984	14.556	2.398	1.456	90.441	
2			2	14.578	8.848	1.458	0.885	244.786	
3			3	9.316	5.654	0.932	0.565	399.417	
4			4	5.725	3.505	0.577	0.360	1559.930	
5			5	5.725	3.475	0.573	0.347	1587.050	
6			6	4.192	2.544	0.419	0.254	2960.280	
7			7	3.621	2.198	0.362	0.220	3967.010	
8			8	3.287	2.001	0.330	0.200	4785.229	
9			9	2.722	1.652	0.272	0.165	7019.440	
10			10	2.703	1.641	0.270	0.164	7120.510	
11			11	2.322	1.409	0.232	0.141	9649.900	
12			12	2.200	1.335	0.220	0.133	10752.900	
13			13	2.027	1.230	0.203	0.123	12665.800	
14			14	1.889	1.146	0.189	0.115	14583.300	
15			15	1.800	1.093	0.180	0.109	16051.700	
16			16	1.685	1.023	0.168	0.102	18227.900	
17			17	1.623	0.985	0.162	0.098	19753.400	
18			18	1.554	0.943	0.155	0.094	21547.700	
19			19	1.485	0.901	0.149	0.090	23581.500	
20			20	1.466	0.890	0.147	0.089	24192.700	

Figura 23: Solución del modelo

Una vez se ha obtenido el resultado mediante RFEM, se procede a comprobarlo mediante la resolución numérica ( “a mano”) del ejercicio.

Para hallar la longitud de pandeo de modo numérico, se debe hallar el  $\beta$  de pandeo, que se va a calcular mediante la tabla EAE 70.3 de los apuntes de

Estructuras Metálicas. Dicha tabla está referida a las longitudes de pandeo en barras de sección constante con axil variable. Para entrar a la tabla se debe tener la relación entre la carga máxima y la mínima de la carga variable a la que está sometida la estructura y, la consideración que tiene la barra respecto a sus apoyos. En este caso, la barra estaría empotrada-libre.

$$\frac{N}{N'} = \frac{20}{100} = 0,2 \quad (1)$$

Una vez se ha obtenido la relación de cargas, junto con la tabla mencionada -Figura 24- anteriormente (EAE 70.3), se obtiene el *beta* de pandeo de la estructura:

EAE 70.3: Se asimilan a una pieza con un axil constante igual al máximo y una longitud eficaz calculada de acuerdo a las tablas siguientes:

Coeficiente $\beta = \sqrt{1 + CN'/N/K}$ según el caso					
C	0,880	0,510	1,650	0,930	2,180
K	1,880	3,090	5,420	7,720	0,800
$\frac{N'}{N}$					
0,0	0,729	0,569	0,429	0,359	1,122
0,1	0,761	0,582	0,462	0,376	1,238
0,2	0,792	0,596	0,495	0,392	1,346
0,3	0,818	0,610	0,524	0,407	1,440
0,4	0,846	0,623	0,553	0,421	1,532
0,5	0,875	0,636	0,579	0,434	1,620
0,6	0,901	0,648	0,505	0,449	1,704
0,7	0,927	0,663	0,629	0,462	1,784
0,8	0,950	0,675	0,654	0,474	1,856
0,9	0,975	0,687	0,676	0,488	1,928
1,0	1,000	0,700	0,700	0,500	2,000

Figura 24: Tabla EAE 70.3

Mediante la columna de la viga empotrada-libre y la relación de cargas igual a 0,2, se obtiene un *beta* de pandeo de 1,346. Si este valor se multiplica por la longitud de la barra se obtiene la longitud eficaz de pandeo de la barra del ejercicio propuesto:

$$L_{cr} = \beta \cdot L_{barras} = 1,346 \cdot 10 = 13,46m \quad (2)$$

Como se puede observar, el valor obtenido es muy parecido al que se obtuvo mediante la resolución de RFEM, existiendo una variación de:

$$\text{Error Cálculo} = \frac{\text{Valor RFEM} - \text{Valor Calculado}}{\text{Valor RFEM}} \cdot 100 = \frac{14,56 - 13,46}{14,556} \cdot 100 = 7,55\% \quad (3)$$

Se puede ver que el error de cálculo tiene una pequeña variación debido a que las fórmulas hacen un cálculo aproximado de lo que hace RFEM en sus cálculos, que lo hacen de una forma mucho más exacta a la que se está mostrando.

- **Caso 2:** En el segundo caso se tiene una barra de igual longitud que se tenía en el primer caso pero con diferente disposición de carga que en el primer caso. En este caso se tiene dos cargas puntuales dispuestas una al final de la barra en dirección del eje Z y otra carga en la misma disposición pero dos metros más abajo que la primera carga.

Estas cargas van a producir un pandeo por flexión en la barra como bien sabemos de Estructuras Metálicas, por lo que procedemos de igual forma que en el caso 1.

Una vez está modelado el ejercicio, se procede a añadirle las cargas al modelo. De igual forma que se procedió en el primer caso de carga, se clic en la pesta que aparece arriba a la izquierda que se denomina “Insertar”, una vez dentro de ahí se busca la casilla de “Cargas”. En el ejercicio que se propone, existe la dificultad de poner cargas desfasadas, para poder hacer esto se debe acudir a la disposición de cargas puntuales con la ayuda de nudos que previamente se deben haber puesto en el modelo.

Se añaden los nudos al modelo en el lugar que se va a añadir la carga al modelo. Para poder introducir los nudos hay que ir a la casilla que aparece arriba a la izquierda, mostrada en la *-Figura 25-* subrayada con color amarillo. Una vez dentro de dicha casilla, se va a hacer uso de la entrada de nudos a partir de coordenadas. Observando el modelo en el espacio 3D de nuestra plataforma RFEM, comprobamos la dirección y sentido de los ejes, así como si está la viga en otro punto diferente al origen de coordenadas.

Suponiendo que la viga está en el origen de coordenadas, solo habría que añadir las cotas de ambos nudos en sus casillas correspondientes, siendo en el caso que se muestra en la *-Figura 25-* para el nudo 1 las coordenadas (0,0,10)m y para el nudo 2 las coordenadas (0,0,8)m.

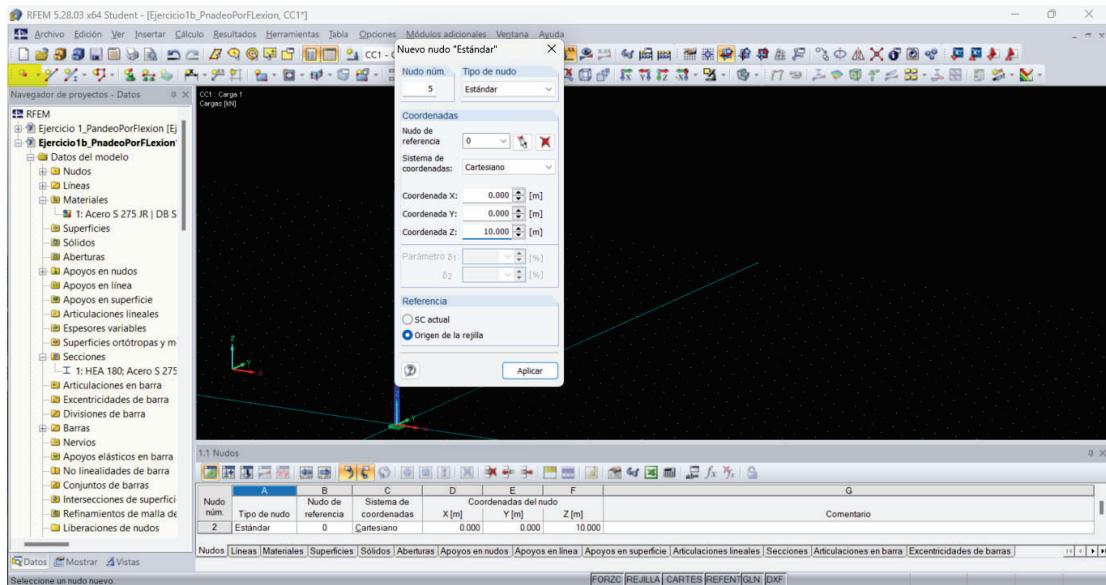


Figura 25: Incorporación de nudos en los puntos de cargas puntuales

Modelados los nudos que van a servir de apoyo para la introducción de las cargas puntuales, seguidamente se introducen las cargas puntuales de igual forma que se introdujo la carga trapezoidal en el primer caso. Para poder añadir esta carga, entre otras formas, hay que ir a la casilla que aparece en la parte de arriba central, *-Figura 26-* (subrayado de amarillo), una vez ahí se clica y aparecerá una ventana para dar nombre a la carga que se va a introducir para poder guardarla de forma correcta. Nombrada la carga, lo siguiente que se haría es incorporar las cargas en los nudos que previamente se han definido. En acorde hacia el sistema de referencia que se está siguiendo para el modelado del ejercicio, damos sentido a las cargas.

Las cargas en el caso que se muestra en la *-Figura 26-*, se tendrán que introducir con valor negativo para poder reproducir la dirección de la carga que muestra el ejercicio. Debido a que existen dos cargas puntuales, procedemos con ambas igual, siendo el valor de cada una de ellas de 150KN y de 70KN. Una vez es definido el valor y el sentido de la carga puntual, se procede a aceptar las características de la carga y a situarla en el nudo deseado, que mediante el cursor se incorpora en su lugar.



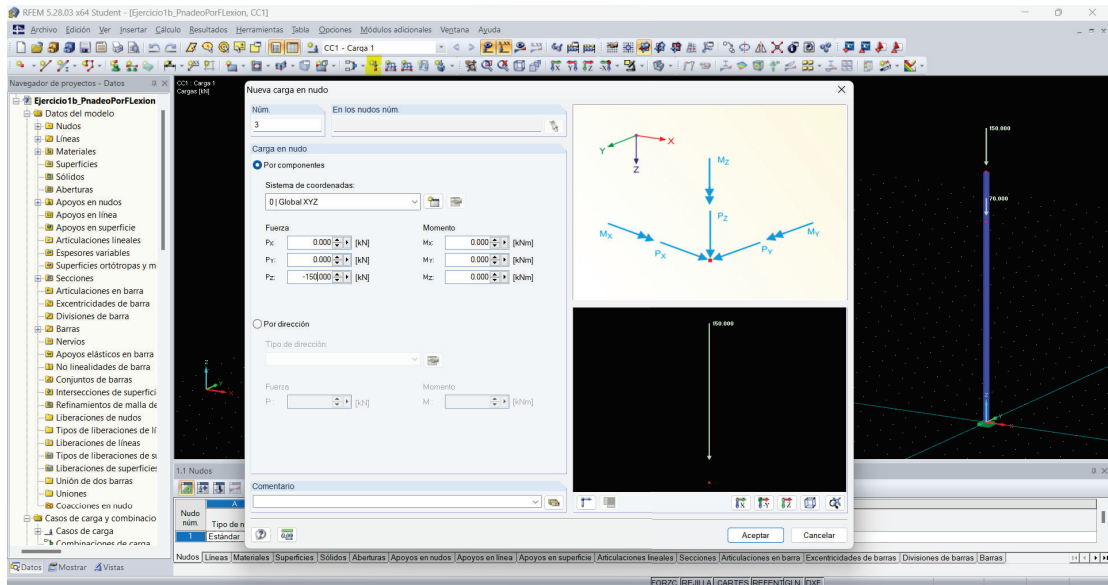


Figura 26: Introducción de los valores de carga

Introducidas las cargas en el modelo, seguidamente se procede a calcular el modelo en base al pandeo, ya que como se ha visto en teoría, las cargas a compresión pueden generar pandeos que deben estudiarse debidamente antes de proceder en obra a su construcción. El pandeo es uno de los fenómenos más peligrosos que existen en las estructuras metálicas debido a su comportamiento impredecible que causa deformaciones excesivas y, pudiendo llegar al colapso de la estructura en situaciones extremas.

Para poder calcular el modelo se clicla en la casilla de “Mostrar resultados”, subrayada de amarillo en la *-Figura 27-*. Calculados los resultados de la barra, para poder ver las deformaciones que se ocasionan en la barra en 3D, se debera activar las deformaciones que se harán de igual forma que en el primer caso de carga trapezoidal. Se procede a clicar en la pestaña de abajo a la izquierda que se nombra “Mostrar”, una vez se ha cliclado ahí aparecerá una ventana a la izquierda con varias secciones, en la que se buscará la sección de “Resultados”. Una vez dentro de la sección, se tendrá que ir a la subsección llamada “Deformaciones”, y ahí buscar la pestaña de “Barras”, y finalmente activar la casilla de “Secciones de colores”.

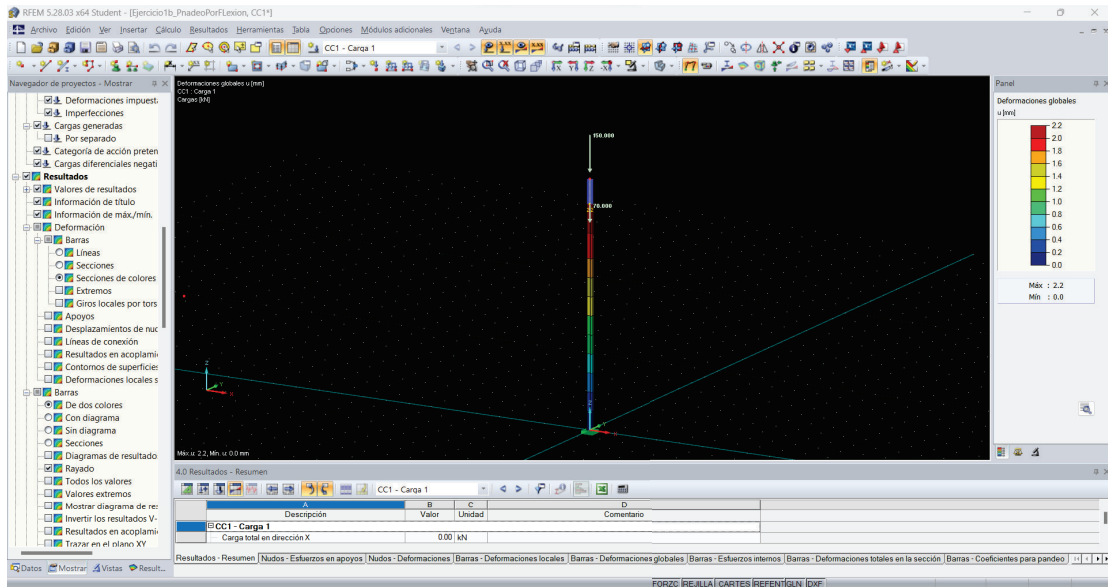


Figura 27: Cálculo de las deformaciones y activación de las deformaciones en barra

Ya se han obtenido las deformaciones que se ocasionan en la barra, pero no se tiene conocimiento del posible pandeo que se pueda generar en la barra por lo que mediante el módulo adicional que proporciona RFEM llamado “RF-STABILITY” se obtendrá todos los datos referidos a los fenómenos de inestabilidad que puedan aparecer en dicha barra.

Mediante la guía proporcionada al inicio del documento, se configura RF-STABILITY para seguidamente hacer uso de él.

Calculado el modelo, se obtendrá una ventana en la que se deberá ir a la pestaña que aparece en la izquierda y que se denomina “Longitudes eficaces y cargas críticas”. En dicha pestaña el programa mostrará la longitud de la barra, las longitudes eficaces (se corresponde a la longitud de pandeo  $-L_{cr}$ - que se llamaría en la asignatura), el factor de longitud eficaz (se corresponde al factor  $-\beta$ - de pandeo), y por último, la carga crítica (se corresponde al  $-N_{cr}$ -).

En dicha ventana, se deberá ir a la pestaña “Longitudes eficaces y cargas críticas” donde aparecerá la longitud que se pide en el ejercicio. Dicha longitud se denomina  $L_{cr,z}$  (se pide la longitud de pandeo en el

eje Z). Se puede observar en la -Figura 28- la longitud que muestra RFEM en el proceso de cálculo, donde de la lista existente se tomará la fila primera que proporciona RFEM. Dicha longitud tiene el valor de 19,326m.

Barra num.	Nudo num. Inicio	Nudo num. Fin	Longitud L [m]	Vector propio num.	Longitud eficaz [m] L <sub>crz</sub>	Factor de longitud eficaz [-] K <sub>crz</sub>	Carga crítica N <sub>cr</sub> [kN]
1	1	2	10.000	1	19.326	1.933	51.307
				2	19.342	1.934	139.052
				3	10.719	1.072	452.751
				4	6.553	0.655	1211.430
				5	6.536	0.654	1217.890
				6	4.731	0.473	2324.280
				7	4.044	0.404	3180.500
				8	3.696	0.370	3808.620
				9	3.020	0.302	5702.880
				10	2.979	0.298	5862.230
				11	2.553	0.255	7979.330
				12	2.379	0.238	9190.130
				13	2.219	0.222	10562.800
				14	1.995	0.199	13071.200
				15	1.972	0.197	13376.300
				16	1.779	0.178	16444.300
				17	1.734	0.173	17299.100
				18	1.617	0.162	19894.800
				19	1.551	0.155	21628.400
				20	1.479	0.148	23783.500

Figura 28: Solución del modelo

De igual forma que en el caso 1, se procede a comprobar dicho ejercicio a mano, aplicando lo aprendido en la asignatura Estructuras Metálicas. En este caso se hará uso de la tabla EAE 70.4, denominada “Longitudes de pandeo en barras de sección constante con cargas puntuales según su directriz”. Este caso tiene la particularidad de que tiene dos cargas puntuales, aplicadas en su directriz pero desplazadas una distancia de 2m entre el punto de aplicación de una y de otra.

Para hallar el  $\beta$  de pandeo de la estructura se necesitará calcular por separado ambas cargas respecto al total que producen, es decir, la suma de ambas cargas.

De igual forma que en el caso anterior, se calcula la relación de carga que existe en cada carga puntual y el tipo de sujeción que existe en la barra. Empezando por la primera carga que se aplica, 150KN, se obtiene lo siguiente:

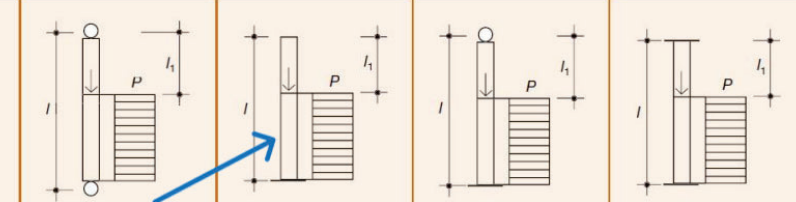
$$\alpha_1 = \frac{P_1}{P_{total}} = \frac{150}{150 + 70} = 0,681 \quad (4)$$

Mediante el valor de 0,681 y el tipo de apoyo que tiene la barra entramos en la tabla EAE 70.4 de la *-Figura 29-*. La barra del ejercicio, como se puede ver en la base está empotrada y en el extremo que hace voladizo está libre, por lo tanto el tipo de apoyo será empotrada-libre.

A diferencia del caso anterior, en este se deberá hallar el desfase entre cargas que existe, pero como se está calculando la primera carga el desfase que existe respecto al final de la barra. En el caso de la primera carga, 150KN, el desfase existente es 0 por lo tanto, con este valor y la condición de apoyo empotrada-libre entramos a la tabla:

EAE 70.4:

Valores del coeficiente  $\beta$  y de  $\beta^2$  para soportes sometidos a cargas puntuales



$\frac{l_1}{l}$	Pieza biarticulada		Pieza libre y empotrada		Pieza empotrada y apoyada		Pieza biempotrada	
	$\beta$	$\beta^2$	$\beta$	$\beta^2$	$\beta$	$\beta^2$	$\beta$	$\beta^2$
0.0	1,000	1,000	2,000	4,000	0,699	0,4896	0,500	0,2500
0.1	0,898	0,806	1,800	3,240	0,605	0,3662	0,494	0,2446
0.2	0,805	0,649	1,600	2,560	0,533	0,2850	0,471	0,2219
0.3	0,741	0,549	1,400	1,960	0,481	0,2319	0,430	0,1851
0.4	0,711	0,506	1,200	1,440	0,458	0,2101	0,387	0,1502
0.5	0,707	0,500	1,000	1,000	0,456	0,2085	0,364	0,1326
0.6	0,703	0,494	0,800	0,640	0,440	0,1942	0,362	0,1311
0.7	0,671	0,451	0,600	0,360	0,392	0,1543	0,340	0,1159
0.8	0,592	0,351	0,400	0,160	0,306	0,0938	0,279	0,0781
0.9	0,440	0,194	0,200	0,040	0,173	0,0310	0,168	0,0285
1.0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	0,000	0,0000

Figura 29: Tabla EAE 70.4

Para la primera carga se va a tener un  $\beta = 2$ .

Para el segundo caso de carga, 70KN, se va a obtener un  $\beta$  diferente al obtenido en el primer caso de carga debido a que este si tiene un desfase entre el punto de aplicación y el final de la barra por tanto se tendrá que calcular el desfase:

$$\text{Desfase} = \frac{L_1}{L_{total}} = \frac{2}{10} = 0,2 \quad (5)$$

Se halla también el grado de carga que produce la segunda carga respecto al total:

$$\alpha_2 = \frac{P_2}{P_{total}} = \frac{70}{150 + 70} = 0,318 \quad (6)$$

Mediante el desfase, el  $\alpha_2$  y el tipo de apoyo empotrado-libre, se entra a la tabla de la *-Figura 29-*. De esta tabla se obtendrá el  $\beta$  de pandeo del caso de carga 2, que es 1,6.

Como existen dos  $\beta$  de pandeo, lo que se va a hacer es hacer una media dependiendo consigo del grado de carga que lleva cada  $\beta$  de pandeo. Mediante la ecuación que a continuación se detalla, se va a obtener el  $\beta$  de pandeo global de la estructura:

$$\beta_{total} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \beta_i^2} = \sqrt{\left(\frac{150}{220} \cdot 2^2\right) + \frac{70}{220} \cdot 1,6^2} = 1,882 \quad (7)$$

Una vez se tiene el  $\beta$  de pandeo, lo siguiente que se haría es calcular la longitud de pandeo que sería la multiplicación de dicho valor anteriormente expuesto por la longitud de la barra:

$$L_{cr} = \beta \cdot L_{barra} = 1,882 \cdot 10 = 18,82m \quad (8)$$

Se observa que el valor que ha salido mediante la resolución numérica a mano es muy parecida al valor que ha salido mediante la resolución por métodos de cálculo propios de RFEM. A continuación, se va a exponer el error o discrepancia que existe entre ambos valores hallados:

$$\text{Error Cálculo} = \frac{\text{Valor RFEM} - \text{Valor Calculado}}{\text{Valor RFEM}} \cdot 100 = \frac{19,326 - 18,82}{19,326} \cdot 100 = 2,62\% \quad (9)$$

Se puede apreciar que el error o desvío entre el valor calculado a mano y el valor proporcionado a RFEM es bastante pequeño. Este error se debe como se comentó en el primer caso a que las fórmulas empleadas realmente lo que hacen es una aproximación de lo que hace RFEM en sus cálculos, los cuales son mucho más complejos y con una densidad de parámetros que permite un ajuste mejor del resultado al modelo.

### 7.3. Ejercicio 2

(Examen Ordinario 13/09/2019-Estructuras Metálicas-Grado en Ingeniería Mecánica)

Realice la comprobación de pandeo por flexión del pilar inclinado izquierdo sabiendo que las barras inclinadas son perfiles laminados HEB-140 y la barra horizontal que recibe las cargas es un perfil laminado IPE-270. El acero de las barras es un S275JR. La unión de las barras inclinadas con la barra horizontal se realiza mediante una articulación. Desprecie el peso propio de los perfiles metálicos. Considere las cargas puntuales como acciones variables (sobrecarga), en valor característico y por tanto sin mayorar. Ambos perfiles HEB-140 son clase 1.

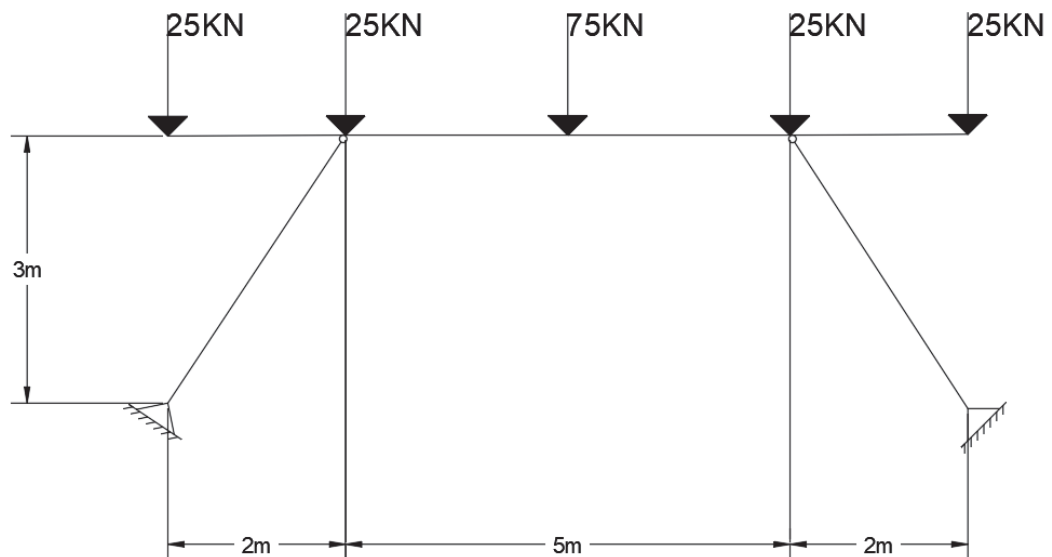
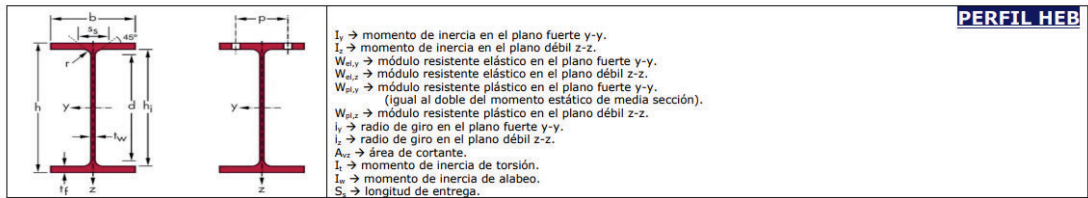


Figura 30: Dimensiones y esquema de la estructura





**PERFIL HEB**

Perfil	Peso G (kg/m)	Dimensiones					Área A (mm <sup>2</sup> )	Área de la sección		Propiedades de la sección											
		h (mm)	b (mm)	t <sub>w</sub> (mm)	t <sub>f</sub> (mm)	r (mm)		A <sub>L</sub> (m <sup>2</sup> /m)	A <sub>G</sub> (m <sup>2</sup> /t)	eje fuerte y-y						eje débil z-z					
										I <sub>y</sub> *10 <sup>4</sup> (mm <sup>4</sup> )	W <sub>el,y</sub> *10 <sup>3</sup> (mm <sup>3</sup> )	W <sub>pl,y</sub> *10 <sup>3</sup> (mm <sup>3</sup> )	i <sub>y</sub> (mm)	A <sub>wz</sub> *10 <sup>2</sup> (mm <sup>2</sup> )	I <sub>z</sub> *10 <sup>4</sup> (mm <sup>4</sup> )	W <sub>el,z</sub> *10 <sup>3</sup> (mm <sup>3</sup> )	W <sub>pl,z</sub> *10 <sup>3</sup> (mm <sup>3</sup> )	i <sub>z</sub> (mm)	S <sub>s</sub> (mm)	I <sub>w</sub> *10 <sup>4</sup> (mm <sup>4</sup> )	I <sub>w</sub> *10 <sup>6</sup> (mm <sup>6</sup> )
HE 100 B	20,4	100	100	6	10	12	2.603,84	0,57	27,76	449,54	89,91	104,21	41,55	903,84	167,27	33,45	51,42	25,35	40,06	9,25	3,38
HE 120 B	26,7	120	120	6,5	11	12	3.400,84	0,69	25,71	864,37	144,06	165,21	50,41	1.096,34	317,52	52,92	80,97	30,56	42,56	13,84	9,41
HE 140 B	33,7	140	140	7	12	12	4.295,84	0,81	23,88	1.509,23	215,60	245,43	59,27	1.307,84	549,67	78,52	119,78	35,77	45,06	20,06	22,48
HE 160 B	42,6	160	160	8	13	15	5.425,50	0,92	21,56	2.492,00	311,50	353,97	67,77	1.759,50	889,23	111,15	169,96	40,48	51,57	31,24	47,94
HE 180 B	51,2	180	180	8,5	14	15	6.525,50	1,04	20,25	3.831,13	425,68	481,45	76,62	2.024,50	1.362,85	151,43	231,01	45,70	54,07	42,16	93,75
HE 200 B	61,3	200	200	9	15	18	7.808,64	1,15	18,78	5.696,17	569,62	642,55	85,41	2.483,64	2.003,37	200,34	305,81	50,65	60,09	59,28	171,13
HE 220 B	71,5	220	220	9,5	16	18	9.104,64	1,27	17,77	8.090,96	735,54	827,05	94,27	2.792,64	2.843,26	258,48	393,88	55,88	62,59	76,57	295,42
HE 240 B	83,2	240	240	10	17	21	10.599,26	1,38	16,63	11.259,29	938,27	1.053,15	103,07	3.323,26	3.922,66	326,89	498,42	60,83	68,60	102,69	486,95
HE 260 B	93	260	260	10	17,5	24	11.845,36	1,50	16,12	14.919,41	1.147,65	1.282,91	112,23	3.760,36	5.134,51	394,96	602,25	65,84	73,12	123,78	753,65
HE 280 B	103	280	280	10,5	18	24	13.137,36	1,62	15,69	19.270,25	1.376,45	1.534,43	121,11	4.110,36	6.594,52	471,04	717,57	70,85	74,62	143,72	1.130,15
HE 300 B	117	300	300	11	19	27	14.908,94	1,73	14,80	25.165,65	1.677,71	1.868,67	129,92	4.743,94	8.562,82	570,85	870,14	75,79	80,63	185,05	1.687,79
HE 320 B	127	320	300	11,5	20,5	27	16.135,44	1,77	13,98	30.823,51	1.926,47	2.149,24	138,21	5.178,19	9.238,82	615,92	939,10	75,67	84,13	225,07	2.068,71
HE 340 B	134	340	300	12	21,5	27	17.090,94	1,81	13,49	36.656,36	2.156,26	2.408,11	146,45	5.609,94	9.689,93	646,00	985,72	75,30	86,63	257,20	2.453,63
HE 360 B	142	360	300	12,5	22,5	27	18.064,44	1,85	13,04	43.193,42	2.399,63	2.682,99	154,63	6.050,69	10.141,16	676,08	1.032,49	74,93	89,13	292,45	2.883,25
HE 400 B	155	400	300	13,5	24	27	19.778,94	1,93	12,41	57.680,48	2.884,02	3.231,74	170,77	6.998,94	10.819,03	721,27	1.104,04	73,96	93,13	355,75	3.817,15
HE 450 B	171	450	300	14	26	27	21.798,94	2,03	11,84	79.887,52	3.550,56	3.982,37	191,44	7.966,94	11.721,32	781,42	1.197,66	73,33	97,63	440,48	5.258,45
HE 500 B	187	500	300	14,5	28	27	23.864,94	2,12	11,34	107.175,73	4.287,03	4.814,57	211,92	8.982,94	12.623,91	841,59	1.291,65	72,73	102,13	538,44	7.017,70
HE 550 B	199	550	300	15	29	27	25.406,94	2,22	11,15	136.690,81	4.970,57	5.590,61	231,95	10.007,94	13.076,89	871,79	1.341,14	71,74	104,63	600,33	8.855,76
HE 600 B	212	600	300	15,5	30	27	26.996,94	2,32	10,96	171.041,04	5.701,37	6.425,14	251,71	11.081,94	13.530,24	902,02	1.391,06	70,79	107,13	667,18	10.965,38

Figura 31: Prontuario perfiles HEB

Para empezar, primeramente se modelará el ejercicio en la plataforma RFEM mediante la guía que se proporcionó al inicio del proyecto. A diferencia de la guía, en este caso se tendrán que girar ambos apoyos debido a que RFEM sitúa los apoyos con un ángulo por defecto de cero grados. Para poder girar ambos apoyos, se tendrá que poner ambos por separado para que RFEM entienda que cada apoyo tiene un giro respecto su posición inicial diferente al otro.

En primer lugar, se añade el apoyo como se observó en la guía de modelización. Una vez añadido el apoyo lo siguiente que se haría es clicar en él con el botón derecho para que salgan las opciones, se puede observar en la *-Figura 32-*. En opciones, buscaremos la opción “Editar apoyo en nudo...”, será la primera que salga. Una vez dentro de las opciones se buscará el icono que hace referencia a una mano con el dedo indicando (subrayado en amarillo en la *-Figura 33-*), se clicará en él y aparecerá una ventana con las opciones para modificar el apoyo.

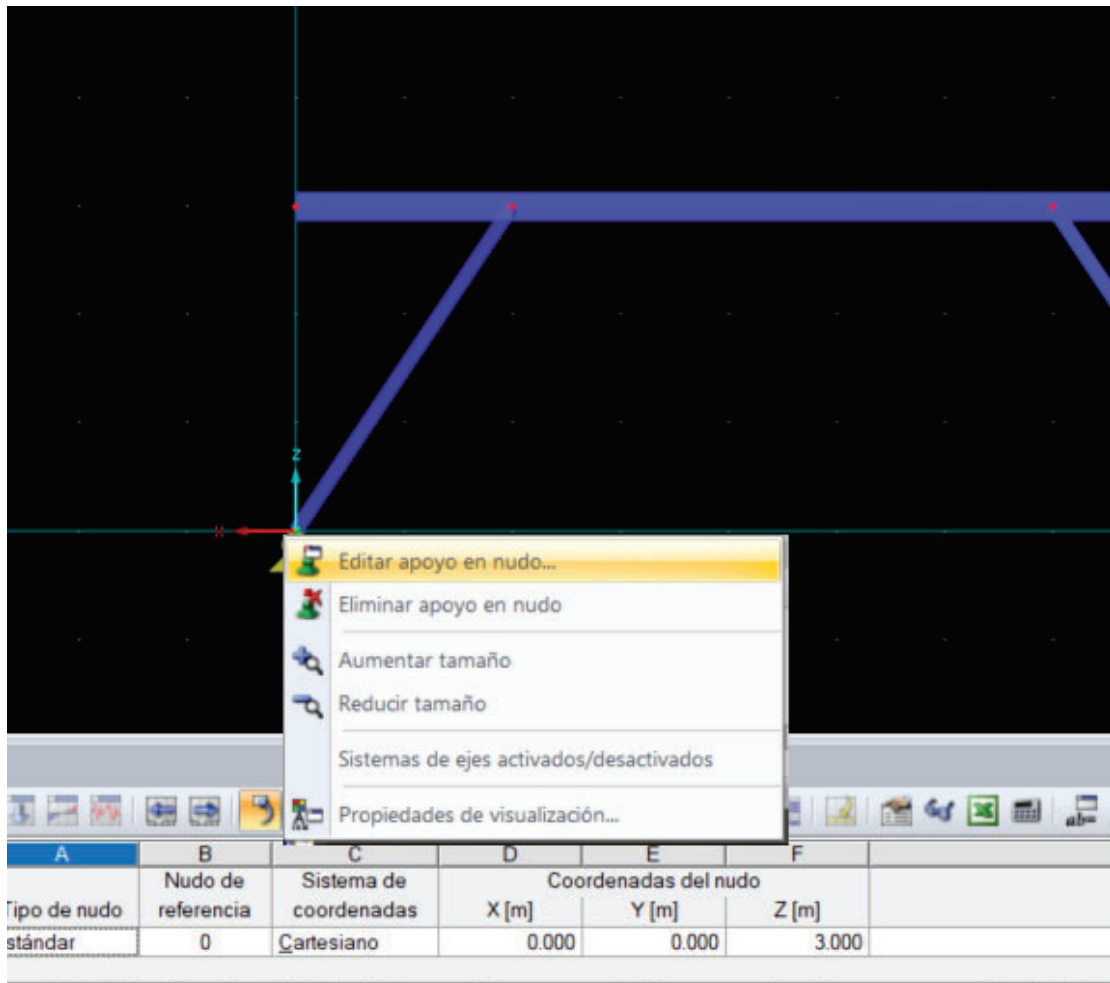


Figura 32: Opciones de edición en apoyo

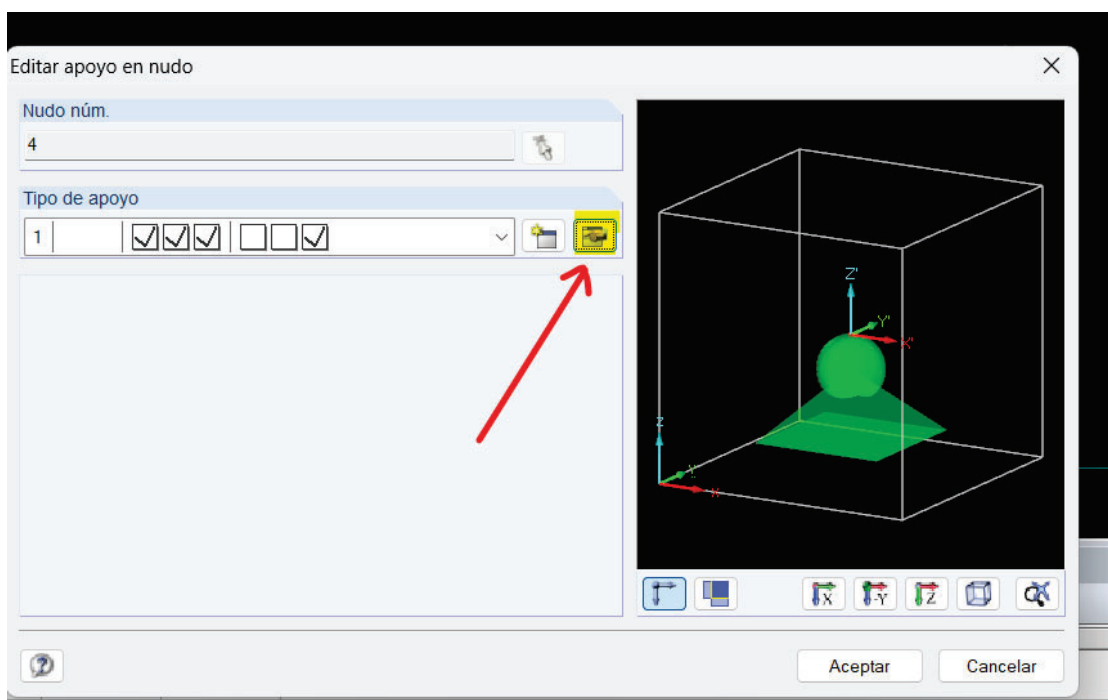


Figura 33: Ícono para acceder a la configuración del apoyo

A dicho apoyo que se ha introducido se le tendrá que eliminar la imposición de giro en X debido a que dicha estructura es plana y no debe tener desplazamiento en el plano perpendicular al de trabajo. También, a dicho apoyo en acorde con el sistema de referencia impuesto habrá que liberarle (quiere decir desmarcar la casilla que se nombra para que RFEM entienda que ese movimiento estará libre, salvo que se le introduzca una resistencia finita de tipo muelle o otro tipo) el giro en eje Z y en eje Y. Los desplazamientos, al ser apoyo fijo, los deberá tener todos impedidos. Todo esto se puede observar en la *-Figura 34-*.

Dentro de la ventana de las opciones avanzadas sobre el apoyo, buscaremos la sección de “Sistema de ejes del apoyo”, donde se tendrá que activar la configuración de rotación del apoyo mediante la casilla “Revolución”. Una vez seleccionada la casilla, se tendrá que ir de nuevo al icono que antes se describió (subrayado en amarillo) para configurar los ángulos de rotación en el apoyo *-Figura 34-*. Dentro de la configuración para la rotación en el apoyo, se tendrá que ver la forma en la que girar el apoyo para que se quede a  $45^{\circ}$ , es decir, para que se quede perpendicular la base del apoyo respecto a la barra que sostiene. Pero, no solo es girar los  $45^{\circ}$  del apoyo, sino que habría que ponerle un sentido sobre el que se va a girar el apoyo, que en este caso será en sentido horario por lo que se tendrá que añadir el signo - al valor.

El eje sobre el que se girará se podrá ver en el display que aparecerá en la parte derecha inferior de la ventana. En el caso que se muestra, la rotación se hará en torno al eje Y y en sentido horario respecto al sistema de coordenadas que proporciona RFEM, se puede ver en la *-Figura 35-*.

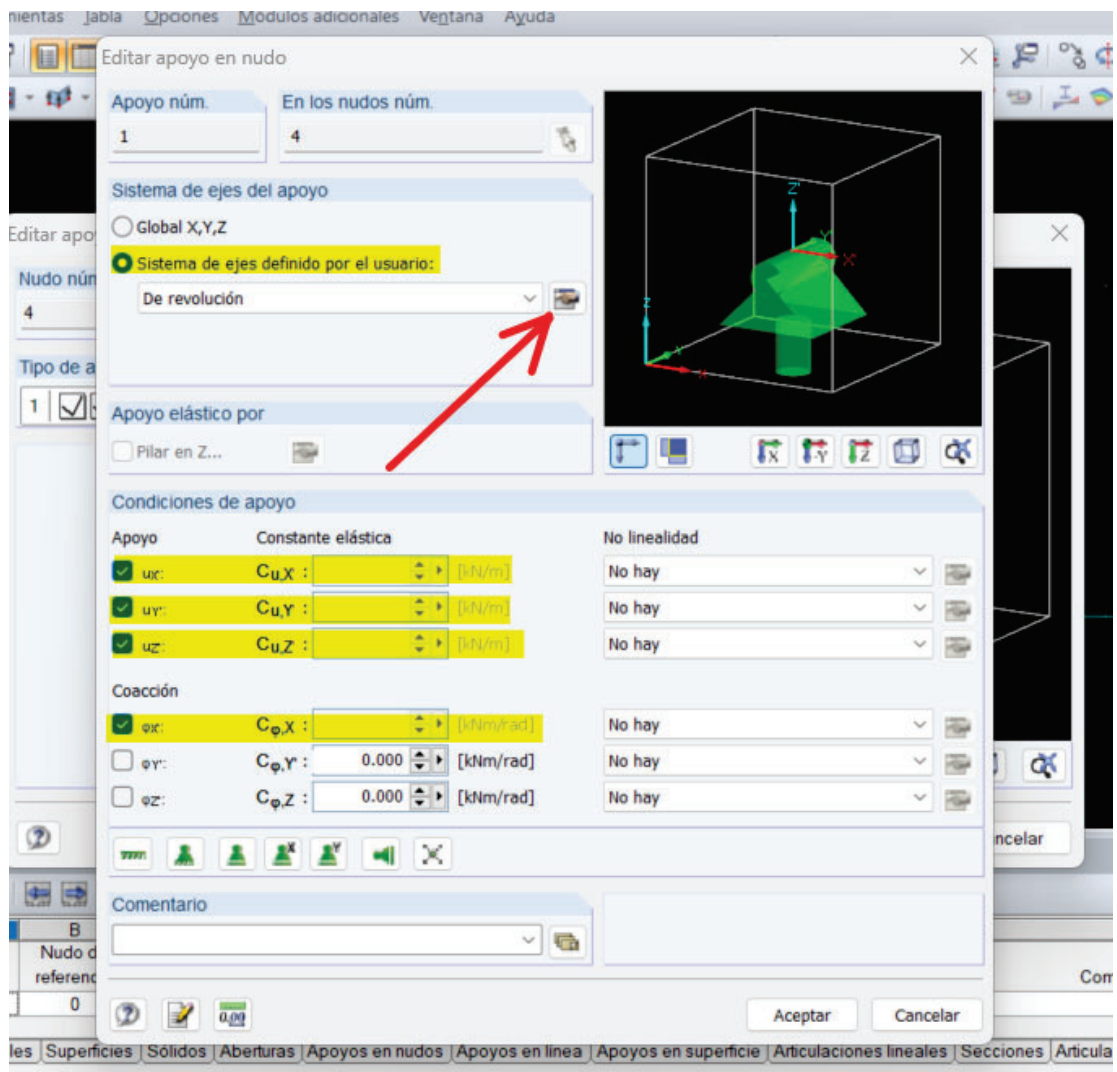


Figura 34: Activación de la revolución en el apoyo

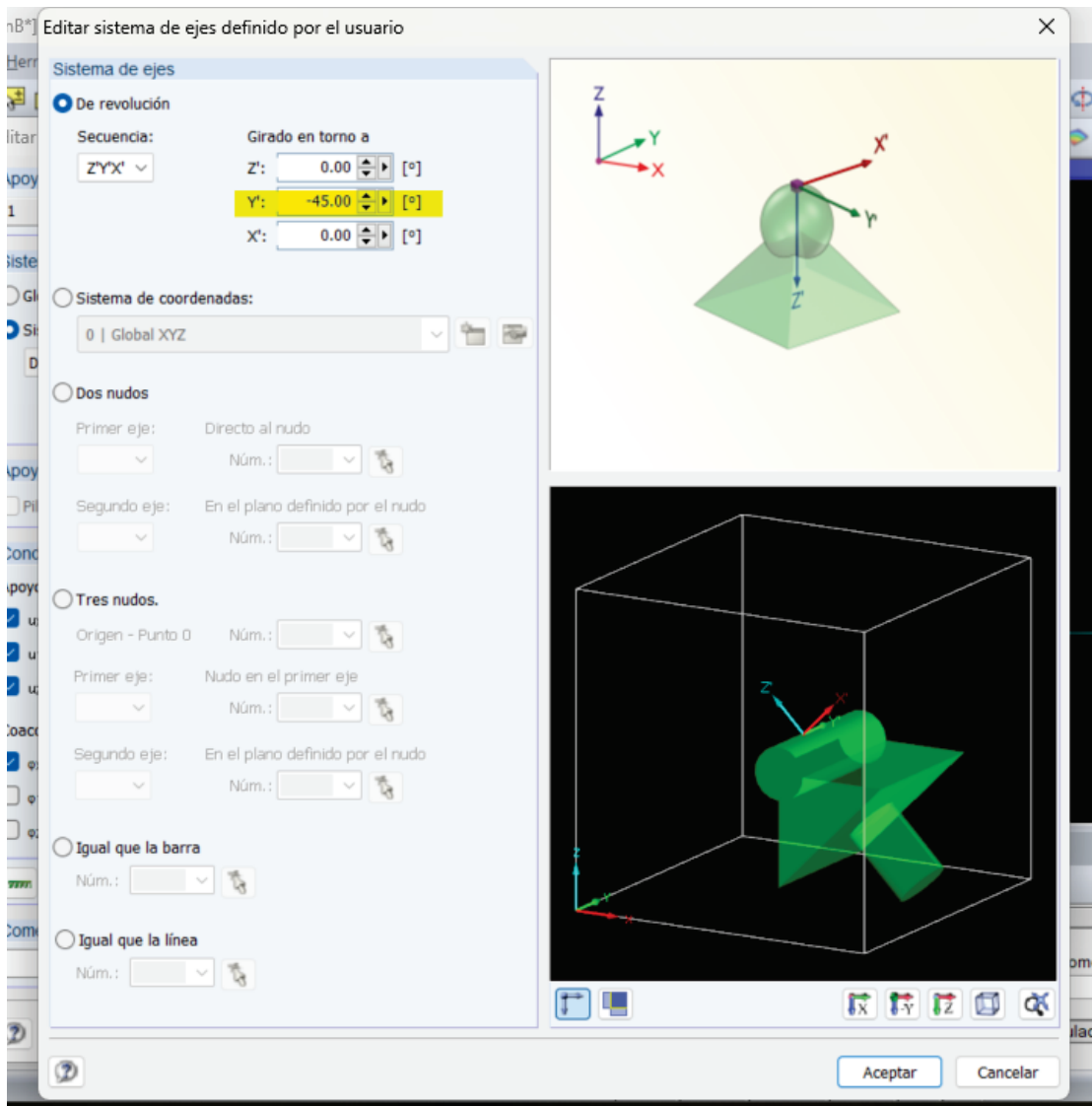


Figura 35: Giro del apoyo respecto al eje indicado

Una vez se ha configurado el giro del apoyo solo bastaría con pulsar la casilla de “Aceptar” y regresar a la pantalla principal. De igual forma que se ha procedido en dicho apoyo se haría en el apoyo de la derecha, salvo que este habría que girarlo en  $45^{\circ}$  pero en sentido antihorario (positivo) para que la base de dicho apoyo se quede perpendicular a la barra inclinada. La estructura quedará de la siguiente forma una vez se hayan dispuesto los apoyos en sus correspondientes posiciones, -Figura 36-.

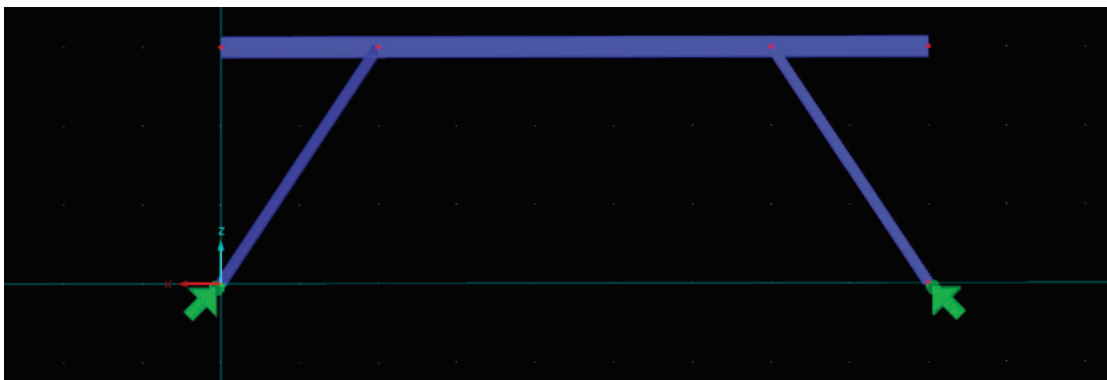


Figura 36: Estructura con apoyos

Apoyada la estructura, lo siguiente que se debería hacer es articular las barras inclinadas que llegan al dintel (barra horizontal). Para poder articular las barras, primeramente deberemos observar la dirección en la que fue creada la barra para después saber si se quiere articular en el principio o en el final de la barra. En la -Figura 37- se puede apreciar la flecha que nos indica que el inicio, en el caso que se muestra, sería desde la parte pegada al dintel hacia el apoyo.



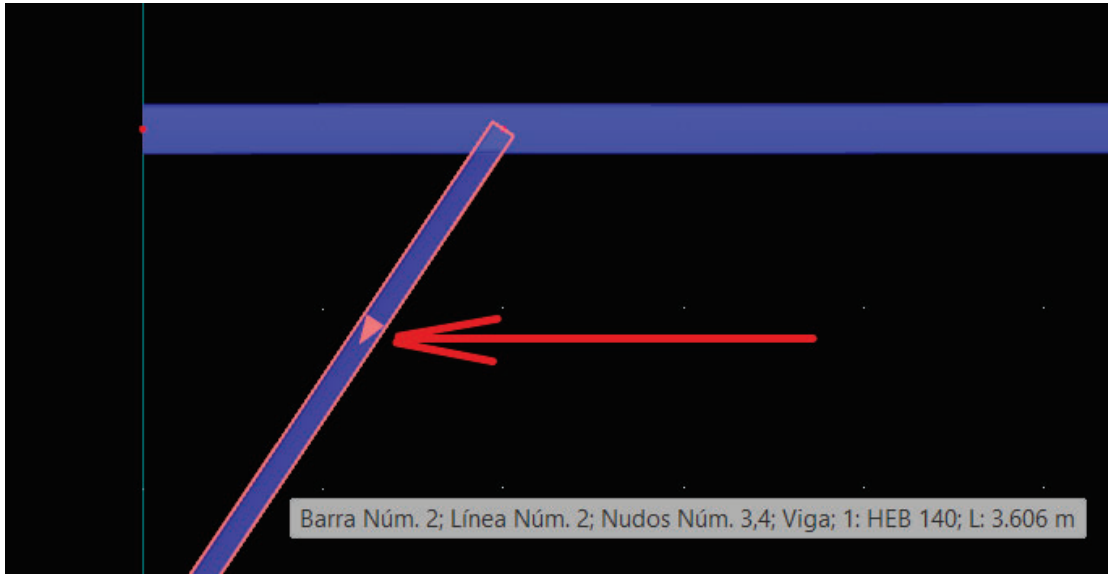


Figura 37: Dirección de la barra

Visto el sentido que adquirió la barra, lo siguiente que se hará es clicar en la barra con el botón derecho del ratón para acceder a las opciones de la barra mediante la pestaña que indica “Editar barra...”, -Figura 38-.

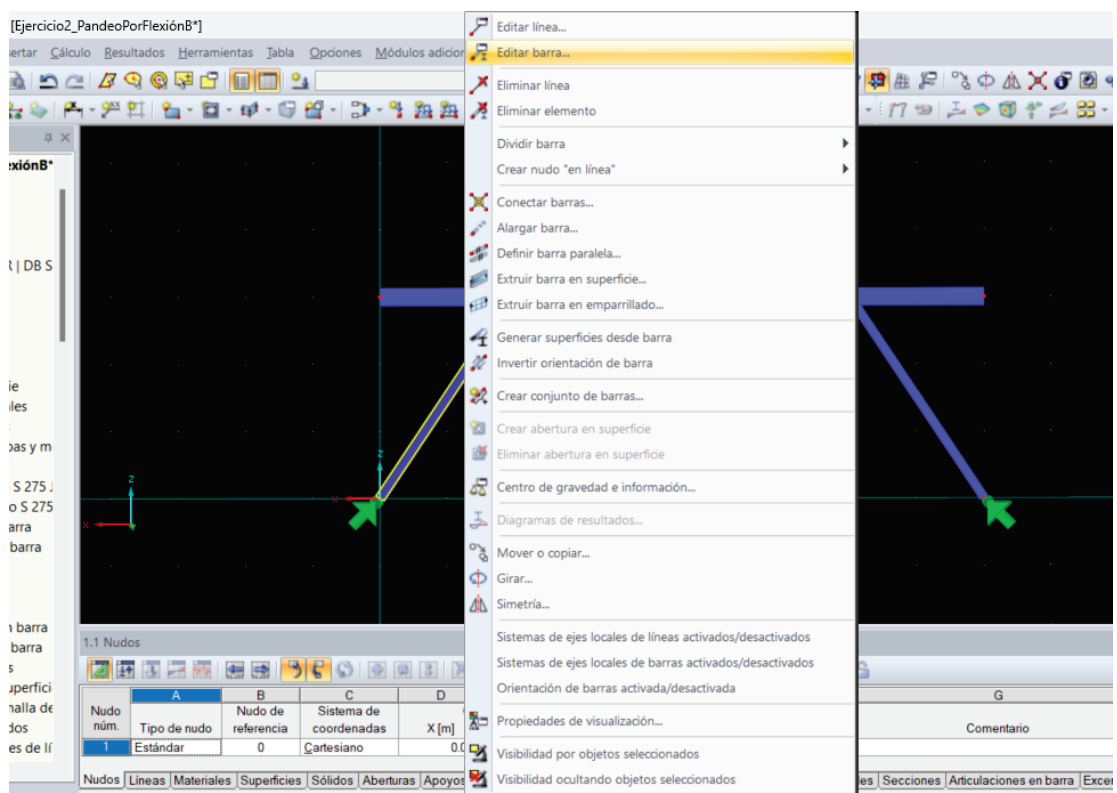


Figura 38: Pestaña de editar barra mediante click derecho

Accedido a las opciones de la barra, se procederá a ir a parte que se nombre “Sección”. En dicho lugar, se obligará a la barra a tener un comportamiento definido en el lugar de la barra que se desee. En este caso, la articulación se definirá en el inicio de la barra como se comentó anteriormente. Clicando en la parte de opciones, a la derecha de la casilla de “Inicio de barra” (subrayado en amarillo) se accederá a las articulaciones en barra. Dentro de esta ventana, se deberá cambiar el sistema de referencia a “Global X,Y,Z” a diferencia de como viene por defecto en “Ejes locales x,y,z de barra”. Esto se hará para que el software interprete el sistema de referencia global y no el específico de la barra.

Escogido el sistema de referencia, lo siguiente que se hará es definir el giro que admitirá la articulación. El movimiento que permitirá será en sentido Y, por lo que se activará el giro, y se desactivará el giro en el eje X y el eje Z. Todo esto se puede ver subrayado en amarillo en la -Figura 39-.

De igual forma que se ha hecho en una barra se haría en la otra barra.

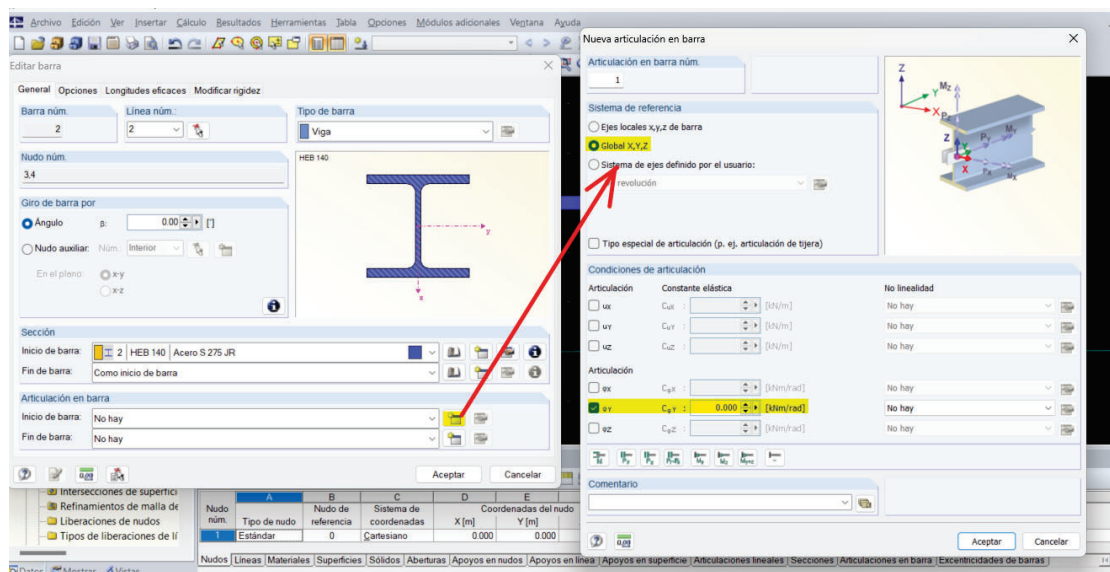


Figura 39: Activación del giro en eje Y

Debido a que se está trabajando en espacio 3D, habrá que impedir que la estructura sea capaz de moverse en el eje Y al ser cargada. Este fenómeno puede ser producido por ejemplo al pandear las barras que actúan como pilares, la carga se desestabilice y empiece a tener componentes en dirección Y que no estaban contempladas en el estudio. Debido a este fenómeno descrito, se deberán situar unos apoyos en ambas articulaciones (barra inclinada con barra horizontal) para obligar a que la estructura no pueda moverse en sentido Y, -Figura 40-. Estos apoyos sí permitirán el movimiento de la estructura en las diferentes direcciones.

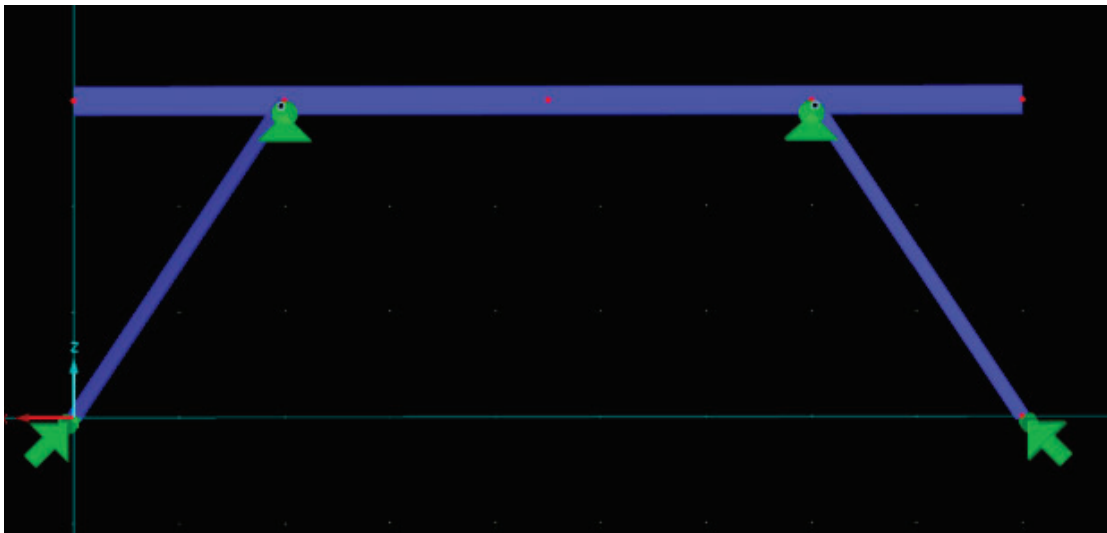


Figura 40: Introducción de apoyos en articulaciones críticas de movimiento

Introducidos los apoyos, se configurarán de igual forma que se vió anteriormente, se les desactivarán y activarán los siguientes movimientos y giros:

- Desactivar: Movimientos en X y en Z; Giros en X, Y, Z.
- Activar: Movimiento en Y.

De forma gráfica se puede observar en la -Figura 41-.

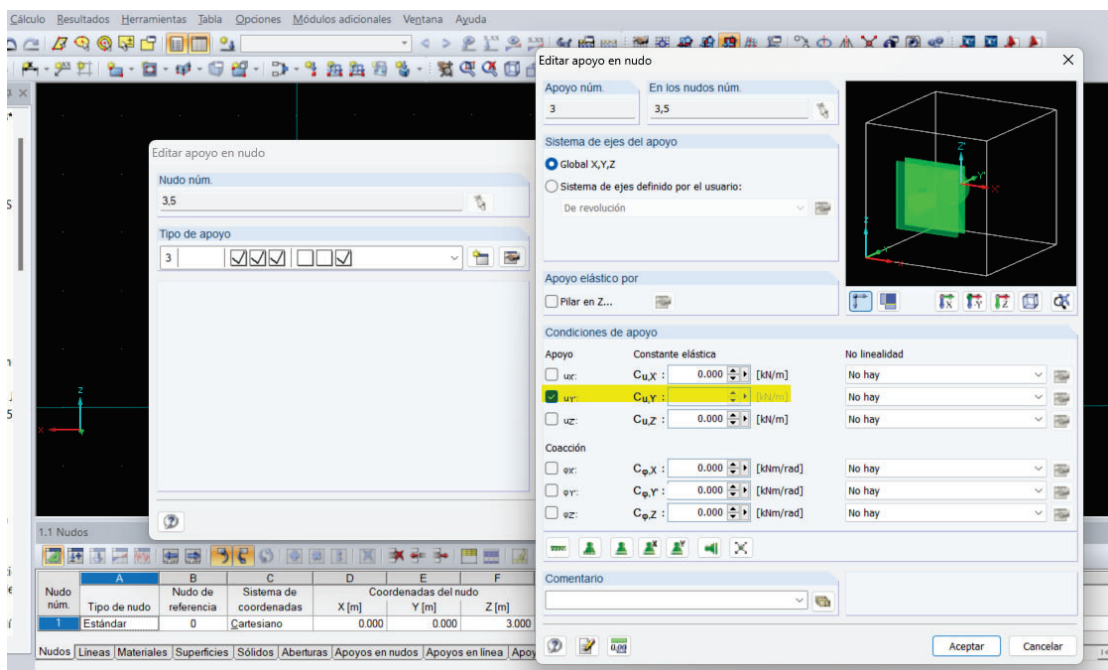


Figura 41: Activación de movimiento en Y

Una vez se tiene la estructura articulada en las barras inclinadas, lo siguiente sería introducirle las cargas a las que está sometida. Para introducirle las cargas, como se vió en ejercicios anteriores, se introducirán como cargas puntuales en cada uno de los nodos que se introduzcan en la estructura. Los nodos se introducirán en los puntos que se vaya a aplicar la carga, como bien se puede ver en la -Figura 42-.

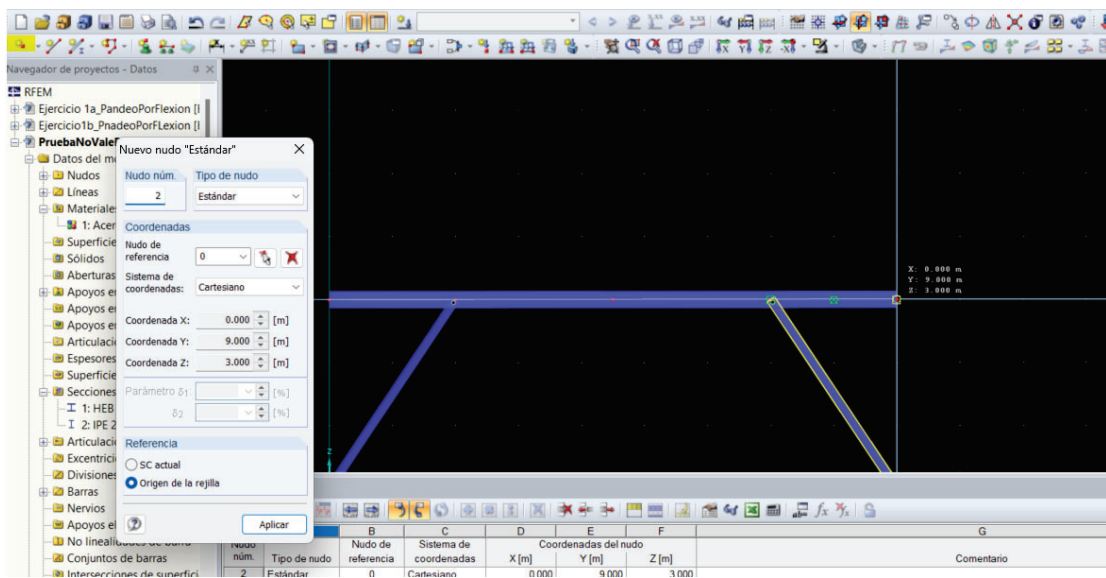


Figura 42: Introducción de nodos en las posiciones de carga

Para introducir el valor de las cargas, hay que tener en cuenta que las acciones que se le van a introducir al modelo deben ser mayoradas como indica la norma. Estas cargas deben ser mayoradas debido a que se consideran sobrecarga de uso, y como el enunciado indica que es de caracter variable y en situación desfavorable, el coeficiente que nos proporciona la tabla del CTE DB SE (Código Técnico de la Edificación en el sección de Seguridad Estructural), -Figura 43-.

Colocados los nodos, se añaden las cargas puntuales con su valor y sentido correspondiente. De igual modo que se introdujeron en la guía de modelización las cargas se añadirán estas. En primer lugar clicaremos en la casilla de “Nueva carga en nudo”. Una vez ahí se le dará nombre a la carga y se desactivará el peso propio (en caso de que esté activado). Nombrada la carga se le añadirá el valor y sentido correspondiente en cada uno de los nodos previamente formados. Todo esto se puede ver de forma gráfica en la -Figura 44-.

**Tabla 4.1 Coeficientes parciales de seguridad ( $\gamma$ ) para las acciones**

Tipo de verificación <sup>(1)</sup>	Tipo de acción	Situación persistente o transitoria	
		desfavorable	favorable
<b>Resistencia</b>	Permanente		
	Peso propio, peso del terreno	1,35	0,80
	Empuje del terreno	1,35	0,70
	Presión del agua	1,20	0,90
	Variable	1,50	0
<b>Estabilidad</b>		<b>desestabilizadora</b>	<b>estabilizadora</b>
	Permanente		
	Peso propio, peso del terreno	1,10	0,90
	Empuje del terreno	1,35	0,80
	Presión del agua	1,05	0,95
	Variable	1,50	0

<sup>(1)</sup> Los coeficientes correspondientes a la verificación de la resistencia del terreno se establecen en el DB-SE-C

Figura 43: Tabla de mayoraciones sobre las acciones del CTE DB SE

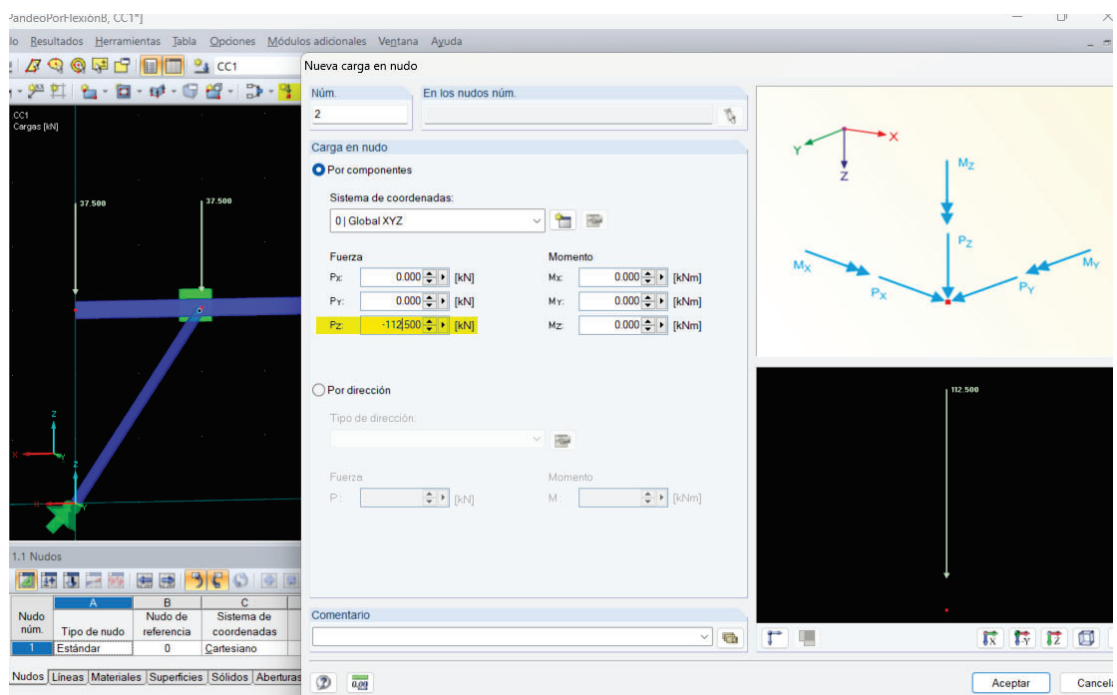


Figura 44: Cargas puntuales aplicadas en cada uno de los nodos introducidos



La resultante de cargas quedará de la siguiente forma -*Figura 45*-:

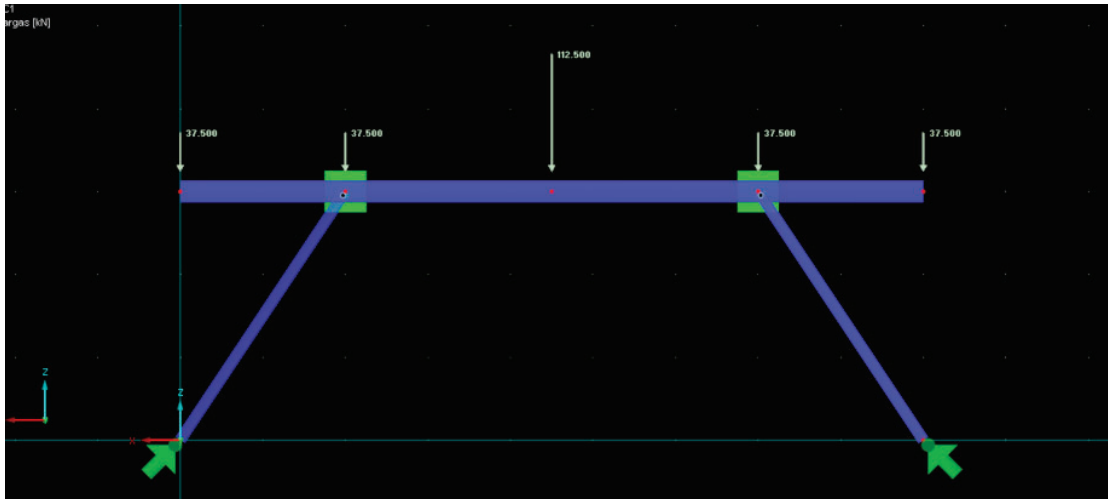


Figura 45: Resultante de cargas aplicadas al modelo

Modelizada la estructura, lo siguiente sería calcularla mediante la casilla de “Mostrar resultados”. Una vez se ha calculado, lo siguiente sería activar las “Secciones de colores”, como bien se ha visto en otros ejercicios. Los resultados de la deformada quedarán de la siguiente forma -Figura 46-:

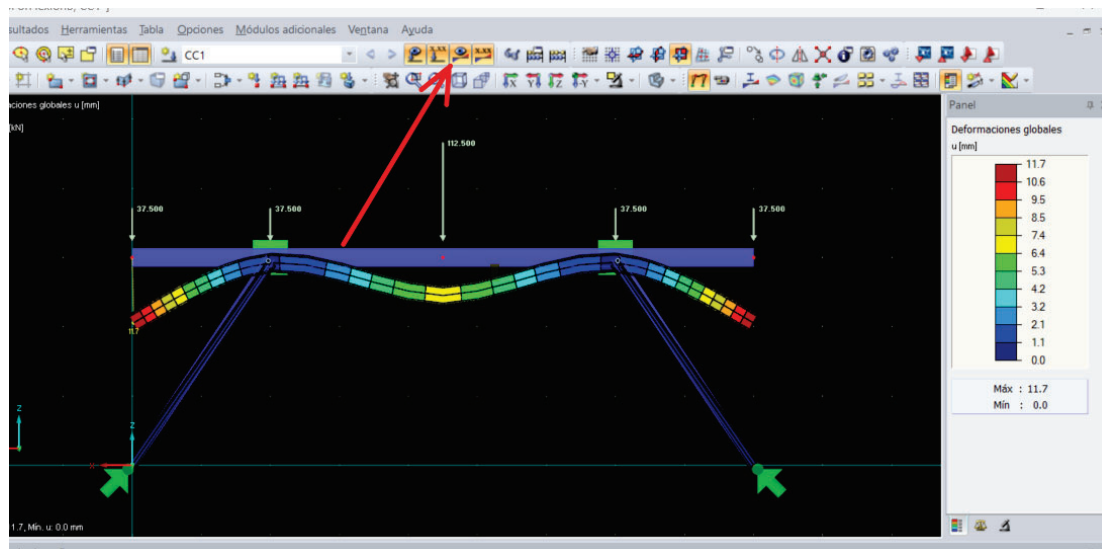


Figura 46: Solución de la deformada del modelo

Calculado el modelo, el enunciado pide estudiar si la estructura llegará a pandear por flexión en los puntos críticos, que serán aquellas barras que se encuentren a compresión. Para comprobar esto, se hará uso del módulo RF-STEEL EC3. Para llegar a ejecutar dicho módulo, se hará de igual forma que se explicó en la guía de RF-STEEL EC3.

Una vez calculado el modelo en RF-STEEL EC3 aparecerá la siguiente razón de tensiones de la estructura. Mediante la casilla llamada de igual nombre (en el lado izquierdo central de la pantalla) que el módulo se accede a los resultados totales que ha calculado el módulo. En la siguiente imagen se puede observar como acceder a los resultados,-Figura 47- :

Una vez se accede a los resultados, aparecerá una ventana en la que se deberá ir a la pestaña que aparece en la parte central izquierda llamada “Cálculo por barra”, -Figura 48- . Ahí será donde se puedan ver las comprobaciones que hace RFEM para cada barra. RFEM para cada barra indica

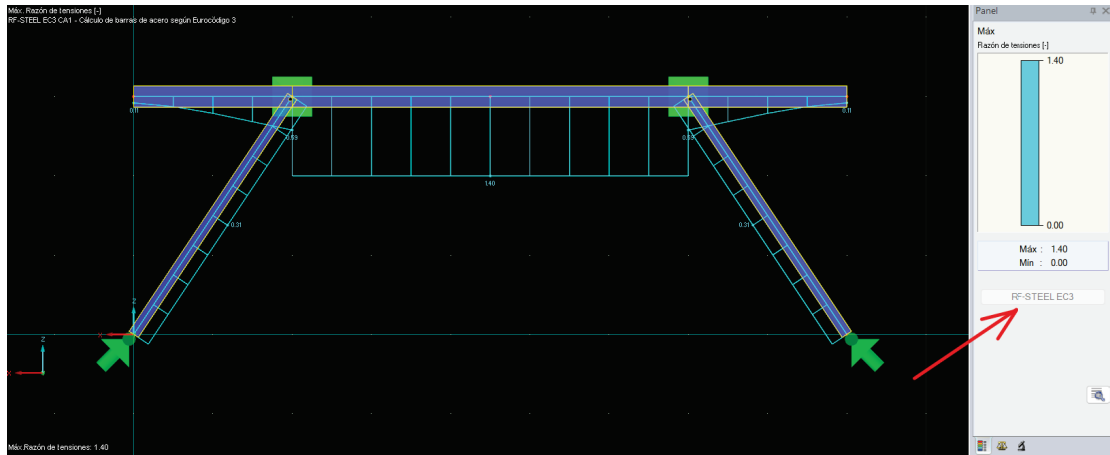


Figura 47: Acceso a resultados módulo RF-STEEL EC3

todas las comprobaciones que hace y si alguna comprobación no cumple lo muestra por pantalla.

RF-STEEL EC3 - [Ejercicio2\_PandeoPorFlexiónB]

Archivo Edición Configuración Ayuda

CA1 - Cálculo de barras de ac...

2.4 Cálculo por barra

Datos de entrada

- Datos generales
- Materiales
- Secciones
- Coacciones laterales intermedias
- Longitudes eficaces - Barras
- Parámetros - Barras
- Resultados
- Cálculo por caso de carga
- Cálculo por sección
- Cálculo por barra**
- Cálculo por posición x
- Esfuerzos internos determinantes
- Lista de piezas por barra

Barra núm.	A Posición x [m]	B Carga	C Tensiones Razón	D	E
Cálculo según fórmula					
1	Sección núm. 1 - IPE 270				
	2.000	CC1	0.59	≤ 1	CS111) Comprobación de la sección - Flexión respecto al eje y, según 6.2.5 - Clase 1 ó 2
	0.000	CC1	0.11	≤ 1	CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2.6
	0.000	CC1	0.00	≤ 1	CS126) Comprobación de la sección - Abolladura según 6.2.6(6)
	2.000	CC1	0.59	≤ 1	CS141) Comprobación de la sección - Flexión y esfuerzo cortante según 6.2.5 y 6.2.8
	2.000	CC1	0.59	≤ 1	ST331) Análisis de estabilidad - Pandeo lateral según 6.3.2.1 y 6.3.2.3 - Sección en I
2	Sección núm. 2 - HEB 140				
	0.000	CC1	0.14	≤ 1	CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4
	0.000	CC1	0.18	≤ 1	ST302) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje y, según 6.3.1.1 y 6.3.1.2

Máx.: 1.40 > 1

Detalles - Barra 2 - x: 0.000 m - CC1

- Propiedades del material - Acero S 275 JR | DB SE-A:2007-10
- Propiedades de la sección - HEB 140
- Esfuerzos internos de cálculo
- Clasificación de la sección - Clase 1
- Razón de tensiones

Módulo de elasticidad	E	21000.00	kN/cm <sup>2</sup>	
Momento de inercia	I <sub>y</sub>	1509.00	cm <sup>4</sup>	
Longitud eficaz de la barra	L <sub>cr,y</sub>	3.606	m	
Fuerza elástica de pandeo por flexión	N <sub>cr,y</sub>	2405.83	kN	
Área de la sección	A	42.96	cm <sup>2</sup>	
Límite elástico	f <sub>y</sub>	27.50	kN/cm <sup>2</sup>	3.2.1
Esbeltez	λ <sub>y</sub>	0.701		> 0.2 6.3.1.2(4)
Esfuerzo axial (compresión)	N <sub>Ed</sub>	157.74	kN	
Criterio N <sub>Ed</sub> / N <sub>cr,y</sub>	ηN <sub>cr</sub>	0.066		> 0.04 6.3.1.2(4)
Curva de pandeo	BC <sub>y</sub>	b		Tab. 6.2
Coefficiente de imperfección	α <sub>y</sub>	0.340		Tab. 6.1
Coefficiente auxiliar	Φ <sub>y</sub>	0.831		6.3.1.2(1)
Coefficiente de reducción	χ <sub>y</sub>	0.783		Ec. (6.49)
Coefficiente parcial	γ <sub>M1</sub>	1.050		6.1
Resistencia a pandeo por flexión	N <sub>b,y,Rd</sub>	881.31	kN	Ec. (6.47)
Razón de tensiones	η	0.18		≤ 1 (6.46)

Fórmula de cálculo

$N_{Ed} / N_{b,y,Rd} = 0.18 \leq 1$  (6.46)

2 - HEB 140

140.0

12.0

12.0

7.0

140.0

[mm]

Cálculo Detalles... Anejo Nac. ... Gráfico Aceptar Cancelar

Figura 48: Acceso a Cálculos por barra

Dentro de la dicha pestaña, lo siguiente que se debe hacer es buscar la barra que se quiere comprobar mediante la lista que aparece en la parte central superior. Si se sitúa el ratón sobre ella y mediante el “Scroll” del ratón o bien con la barra de desplazamiento vertical de la derecha se podrá ver las diferentes barras que hay en la estructura. En cada barra aparecerá las comprobaciones que RFEM ha hecho, y si se clicla en dicha comprobación aparecerá una lista de resultados en la parte inferior que dará todos los resultados del procedimiento de cálculo que ha empleado RFEM para llegar a la conclusión. En el caso del enunciado la barra que se pide estudiar es la barra número 2 (esto se puede identificar yendo a las opciones de la barra deseada), se puede ver en la *-Figura 49-*.

Una vez se está en la barra deseada, se buscará en la lista la comprobación que hace referencia al pandeo por flexión en el eje débil debido a que al no tener impedido el pandeo en ninguno de los ejes será el más propenso a desarrollar un pandeo por flexión. Dicha comprobación que se viene detallando se llama “Análisis de estabilidad- Pandeo por flexión respecto al eje Z según 6.3.1.1 y 6.3.1.2”. Para saber realmente cual es el eje débil se deberá mirar el sistema de ejes que RFEM introduce en el perfil que aparece en un display en la parte central derecha.

Otra de las curiosidades que indica RFEM es cuando informa que ha calculado el pandeo a flexión respecto al eje Z según “6.3.1.1 y 6.3.1.2”, estos números se refieren a los apartados del Eurocódigo 3 sobre el que se basan los calculos del módulo RF-STEEL EC3.

En la *-Figura 49-* se puede ver el axil al que está sometido la barra,  $N_{Ed}$ , y el axil que resistiría antes de pandear,  $N_{b,z,Rd}$ . Tambien se observa la razón de tensiones a la que está sometido la barra que no es superior a **0,31**, es decir, está lejos de 1 que quedaría decir que está soportando la máxima carga antes de llegar a pandear, por lo que se puede concretar que la barra está lejos del agotamiento en pandeo por flexión y es fiable de no llegar a pandear (mientras esté esa carga y en esa disposición).

RF-STEEL EC3 - [Ejercicio2\_PandeoPorFlexiónB]

Archivo Edición Configuración Ayuda

CA1 - Cálculo de barras de acc

2.4 Cálculo por barra

Barra num.	A	B	C	D	E
	Posición x [m]	Carga	Tensiones Razón		Cálculo según fórmula
2	Sección num. 2 - HEB 140				
	0.000	CC1	0.14	≤ 1	CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4
	0.000	CC1	0.18	≤ 1	ST302) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje y, según 6.3.1.1 y 6.3.1.2
	0.000	CC1	0.31	≤ 1	ST312) Análisis de estabilidad - Pandeo por flexión respecto al eje z según 6.3.1.1 y 6.3.1.2
0.000	CC1	0.17	≤ 1	ST321) Análisis de estabilidad - Pandeo torsional según 6.3.1.4 y 6.3.1.2(4)	
3	Sección num. 1 - IPE 270				
	0.000	CC1	0.07	≤ 1	CS102) Comprobación de la sección - Compresión según 6.2.4
	0.000	CC1	0.17	≤ 1	CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2.6

Máx.: 1.40 > 1

Detalles - Barra 2 - x 0.000 m - CC1

- Propiedades del material - Acero S 275 JR | DB SE-A.2007-10
- Propiedades de la sección - HEB 140
- Esfuerzos internos de cálculo
- Clasificación de la sección - Clase 1
- Razón de tensiones

Módulo de elasticidad	E	21000.00	kN/cm <sup>2</sup>	
Momento de inercia	I <sub>z</sub>	549.70	cm <sup>4</sup>	
Longitud eficaz de la barra	L <sub>cr,z</sub>	3.606	m	
Fuerza elástica de pandeo por flexión	N <sub>cr,z</sub>	876.40	kN	
Área de la sección	A	42.96	cm <sup>2</sup>	
Límite elástico	f <sub>y</sub>	27.50	kN/cm <sup>2</sup>	3.2.1
Esbeltez	λ <sub>z</sub>	1.161		> 0.2 6.3.1.2(4)
Esfuerzo axial (compresión)	N <sub>Ed</sub>	157.74	kN	
Criterio N <sub>Ed</sub> / N <sub>cr,z</sub>	ηN <sub>cr,z</sub>	0.180		> 0.04 6.3.1.2(4)
Curva de pandeo	BC <sub>z</sub>	c		Tab. 6.2
Coefficiente de imperfección	α <sub>z</sub>	0.490		Tab. 6.1
Coefficiente auxiliar	Φ <sub>z</sub>	1.409		6.3.1.2(1)
Coefficiente de reducción	χ <sub>z</sub>	0.453		Ec. (6.49)
Coefficiente parcial	γ <sub>M1</sub>	1.050		6.1
Resistencia a pandeo por flexión	N <sub>b,z,Rd</sub>	509.44	kN	Ec. (6.47)
Razón de tensiones	η	0.31		≤ 1 (6.46)

Fórmula de cálculo

$N_{Ed} / N_{b,z,Rd} = 0.31 \leq 1$  (6.46)

2 - HEB 140

140.0

140.0

7.0

12.0

12.0

y

z

[mm]

Cálculo Detalles... Anejo Nec. ... Gráfico Aceptar Cancelar

Figura 49: Resultado del cálculo a pandeo por flexión en eje débil

***Todas las fórmulas expuestas a continuación han sido obtenidas del Eurocódigo 3 para demostrar que el cálculo que emplea RFEM está basado en dicha norma***

Resuelto el modelo mediante RFEM, lo siguiente que se haría es comprobar la resolución del software. El enunciado del ejercicio pide comprobar el pandeo por flexión del pilar inclinado izquierdo HEB-140. Debido a que la estructura es simétrica en cargas y en longitudes, ambas cargas soportarán mismas cargas y tendrán límites de pandeo iguales por lo que en la comprobación de una barra realmente se comprobarán ambas barras (esto se puede ver también en los resultados que RF-STEEL EC3 arrojó pero en la barra inclinada de la derecha).

Para saber las cargas que soporta cada barra se puede hacer una descomposición de la barra horizontal, simulando que las articulaciones sobre las que descansa la barra horizontal son apoyos. Se calcula la barra horizontal con las cargas que recibe como si fuera una barra biapoyada (cálculo básico de asignaturas previas como es Resistencia de Materiales o Teoría de Máquinas).

Una vez se han calculado los esfuerzos que reciben los apoyos, que serán iguales debido a la simetría de la barra, se sabrá que dichos esfuerzos recaerán sobre ambas barras inclinadas y que ese esfuerzo de compresión será el culpable de que pueda o no pandear a flexión ambas barras. Para saber los esfuerzos que se darán en los apoyos se muestra el siguiente diagrama de cortantes, *-Figura 50-*, donde se podrá sacar los esfuerzos que recaen en las articulaciones y, que por consiguiente, los recibirá la barra que se estudia.

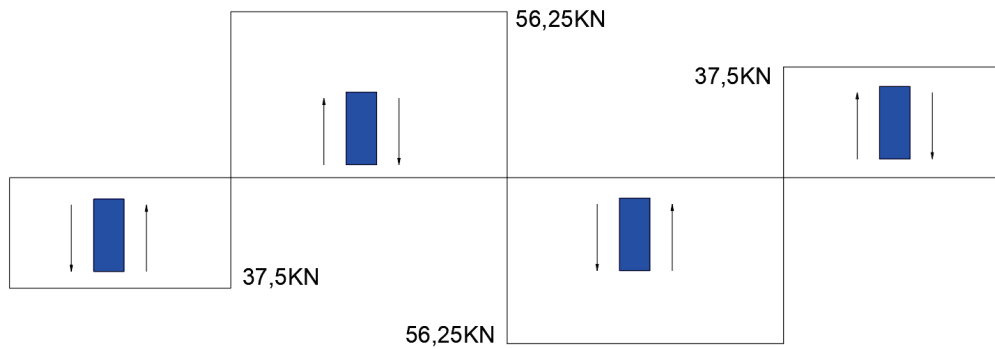


Figura 50: Diagrama de cortantes de la barra IPE-270 en disposición horizontal

Mediante el diagrama de cortantes se puede hallar el esfuerzo que recae en la articulación mediante la suma del salto de cortante a la distancia de 2m sumado a la fuerza que recae directamente en la articulación, que se va directamente a la barra y no aparece en el diagrama de cortantes. Dicha suma quedaría:

$$F_y = -37,5 - 56,25 - 37,5 = -131,25KN \quad (10)$$

Este esfuerzo sería en dirección vertical por lo que habría que descomponerlo debido a que la componente que interesa en el estudio del pandeo por flexión es la componente de compresión. Mediante el teorema de Pitágoras, se calcula la hipotenusa del triángulo de fuerzas que se obtiene,-Figura 51-:



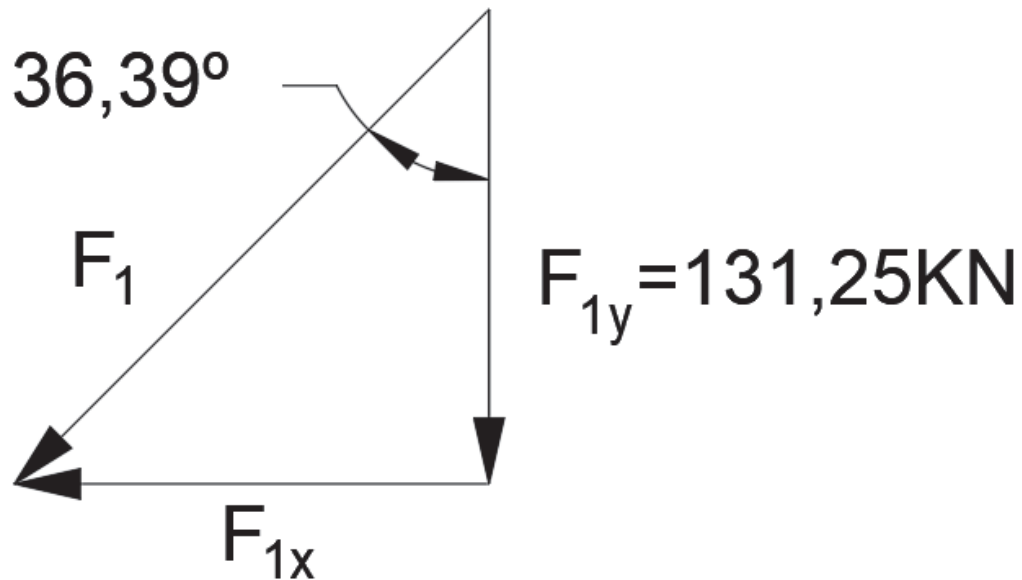


Figura 51: Triángulo de esfuerzos en la articulación

$$\cos(33,69) = \frac{131,25KN}{R_1} \rightarrow R_1 = \frac{131,25KN}{\cos(33,69)} = 157,7427KN \quad (11)$$

El axil de compresión que actuará sobre la barra del ejercicio será 157,7427KN. Una vez se sabe el axil de diseño,  $N_{Ed}$ , se puede comprobar con respecto al axil resistente a pandeo de la sección.

Antes de calcular el axil de pandeo es necesario hallar la curva de pandeo de dicha barra. Para calcular la curva de pandeo se debe de tener las dimensiones del perfil HEB-140, que mediante el prontuario se obtiene lo siguiente:

- $h=140\text{mm}$
- $b=140\text{mm}$
- $t_f=12\text{mm}$

- $i_z=35,77\text{mm}$
- $L=3605,54\text{mm}$
- $A=4295,84 \text{ mm}^2$

Mediante las dimensiones del perfil y el conocimiento que es un perfil laminado en disposición “I”, se accede a la siguiente tabla, -Figura 52- y -Figura 53-. Para conseguir la curva de pandeo se necesita saber las relación de altura y ancho del perfil empleado. Una vez se sabe la curva de pandeo, se puede hallar el valor de  $\alpha$ , es decir, el coeficiente de imperfección elástica que es función de las tensiones residuales de la sección.

$$\frac{h}{b} \rightarrow \frac{140\text{mm}}{140\text{mm}} = 1 \rightarrow 1 \leq 1,2 \rightarrow \text{Curva de pandeo} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} \leq 1,2 \\ t_f \leq 100\text{mm} \end{array} \right\} \text{Curva c} \rightarrow \alpha_z = 0,49$$

(12)

Tabla 6.2 Curva de pandeo en función de la sección transversal

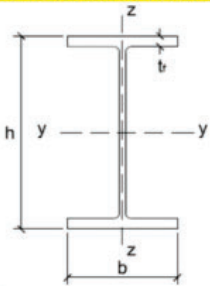
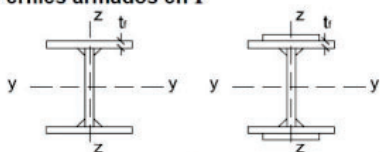

Tipo de sección	Tipo de acero	S235 a S355		S450		
		Eje de pandeo <sup>(1)</sup>		y	z	y
<b>Perfiles laminados en I</b> 	$h/b > 1,2$	$t \leq 40$ mm	a	b	$a_0$	$a_0$
		$40$ mm $< t \leq 100$ mm	b	c	a	a
	$h/b \leq 1,2$	$t \leq 100$ mm	b	c	a	a
	$t > 100$ mm	d	d	c	c	
<b>Perfiles armados en I</b> 	$t \leq 40$ mm	b	c	b	c	
	$t > 40$ mm	c	d	c	d	
<b>Agrupación de perfiles laminados soldados</b> 			c	c	c	c

Figura 52: Tabla para la elección de la curva de pandeo

$\alpha$  Coeficiente de imperfección elástica. Función de las tensiones residuales de la sección.

Curva de Pandeo	$a_0$	a	b	c	d
$\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Figura 53: Valores de  $\alpha$

Una vez se sabe la curva de pandeo, se puede hallar la esbeltez reducida de la sección en el eje débil, es decir, eje Z. Como el enunciado indica la clase de la sección (clase 1), se hará uso de la siguiente fórmula, empleada en las secciones de clase 1, 2, 3. Dicha fórmula como se comentó anteriormente está sacada del Eurocódigo, concretamente del apartado 6.3.1.2(4). Dicho apartado también lo indica RFEM en la tabla de resultados.

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\beta_z \cdot L}{93,91 \cdot i_z \cdot \epsilon} \quad (13)$$

Donde:

- $\lambda_z$  : Esbeltez reducida de la sección.
- $\beta_z$  :  $\beta$  de pandeo dependiente de las coacciones en los extremos de la barra, corresponde a 1, -Figura 54-.
- $L$  : Longitud de la barra (mediante Pitágoras o proporcionado por RFEM)(mm).
- $i_z$  : Radio de giro de la sección (mm).
- $\epsilon$  :  $\sqrt{\frac{235}{f_y}}$ , donde  $f_y$  es el límite elástico de la barra ( $\frac{N}{mm^2}$ )

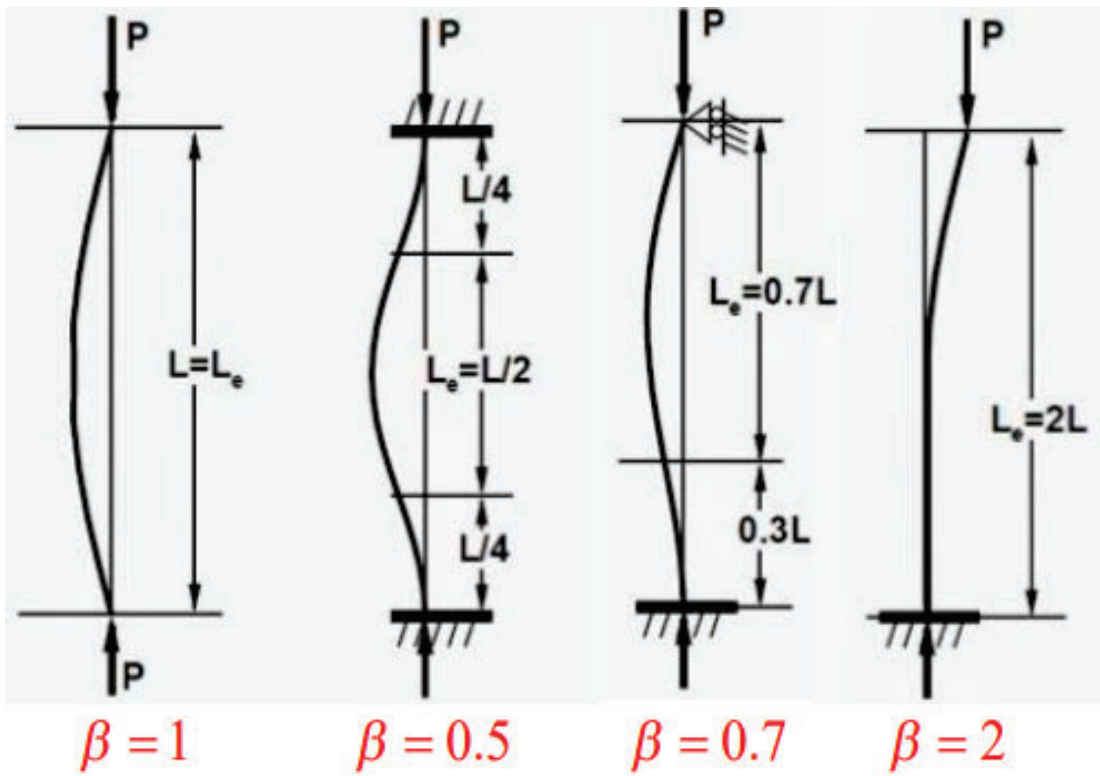


Figura 54: Valores de  $\beta$  de pandeo

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\frac{\beta_z \cdot L}{i_z}}{93,91 \cdot \epsilon} = \frac{\frac{1 \cdot 3605,54}{35,77}}{93,91 \cdot \sqrt{\frac{235}{275}}} = 1,161 \quad (14)$$

Una vez se conoce la esbeltez reducida se puede calcular el coeficiente  $\Phi$ . Para dicho coeficiente será necesario hacer uso de anteriores resultados. A continuación se detalla dicha fórmula:

$$\Phi_z = 0,5 \cdot [1 + \alpha_z \cdot (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2] \quad (15)$$

Donde todos los coeficientes de dicha fórmula ya han sido explicados y calculados, por lo que lo siguiente sería proceder al cálculo del coeficiente  $\Phi_z$ .

$$\Phi_z = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (1,161 - 0,2) + 1,161^2] = 1,409 \quad (16)$$

Calculado el coeficiente  $\Phi_z$  ya se podría calcular el coeficiente de reducción por pandeo  $\chi_z$ . Dicho coeficiente será necesario para calcular el axil resistente de la sección que será comparado con el axil de diseño, es decir, al que está sometido la sección.

$$\chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} \quad (17)$$

Donde igual que sucedió en el cálculo del coeficiente  $\Phi_z$ , todos los factores han sido calculados previamente y explicados por lo que se procede al cálculo de  $\chi_z$  (coeficiente reductor de pandeo) directamente:

$$\chi_z = \frac{1}{1,409 + \sqrt{1,409^2 - 1,161^2}} = 0,4530 \quad (18)$$

Una vez se han calculado todos los coeficientes necesarios para hallar el axil resistente de la sección se procede a hallarlo. Debido a que la sección es de Clase 1, la fórmula a emplear será la siguiente:

$$N_{ed} \leq N_{z,Rd} = \chi_z \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \rightarrow \text{Clases 1, 2, 3} \quad (19)$$

Donde:

- $N_{Ed}$  : Axil soportado en la barra.
- $N_{z,Rd}$  : Axil resistente de la sección ante pandeo por flexión.
- $\chi_z$  : Coeficiente reductor de pandeo.
- $A$  : Área de la sección en  $mm^2$ .
- $f_y$  : Límite elástico de la sección.
- $\gamma_{M1}$  : Coeficiente parcial para la resistencia de la sección neta, publicado en el Anexo Nacional= 1,05

$$N_{ed} \leq N_{z,Rd} = 0,4530 \cdot 4295,84 \cdot \frac{275}{1,05} \rightarrow 157,74KN \leq 509670,731N \rightarrow 157,74KN \leq 509,670KN \quad (20)$$

Procediendo a hallar el porcentaje de agotamiento del perfil se obtendrá la razón de tensiones a la que está sometido el perfil:

$$\eta = \frac{N_{ed}}{N_{z,Rd}} = \frac{157,74KN}{509,670KN} = 0,309 \approx 0,31 \quad (21)$$

Se puede observar que ha salido el valor exacto que arroja RFEM y que no hay apenas variación entre ambos valores. Se puede concretar que el cálculo de RFEM es bastante preciso y fiable.

## 8. Pandeo lateral

### 8.1. Teoría

En una breve introducción teórica hacia lo que es el pandeo lateral-torsional, se puede considerar como aquel fenómeno o modo de falla en el cual la viga sometida a flexión tiende a alabearse fuera del plano de cargas debido a la compresión en sus fibras superiores y a la falta de contención lateral (arriostramiento). En la *-Figura 55-* se puede apreciar el giro torsional que se produce en la sección ante el pandeo lateral:

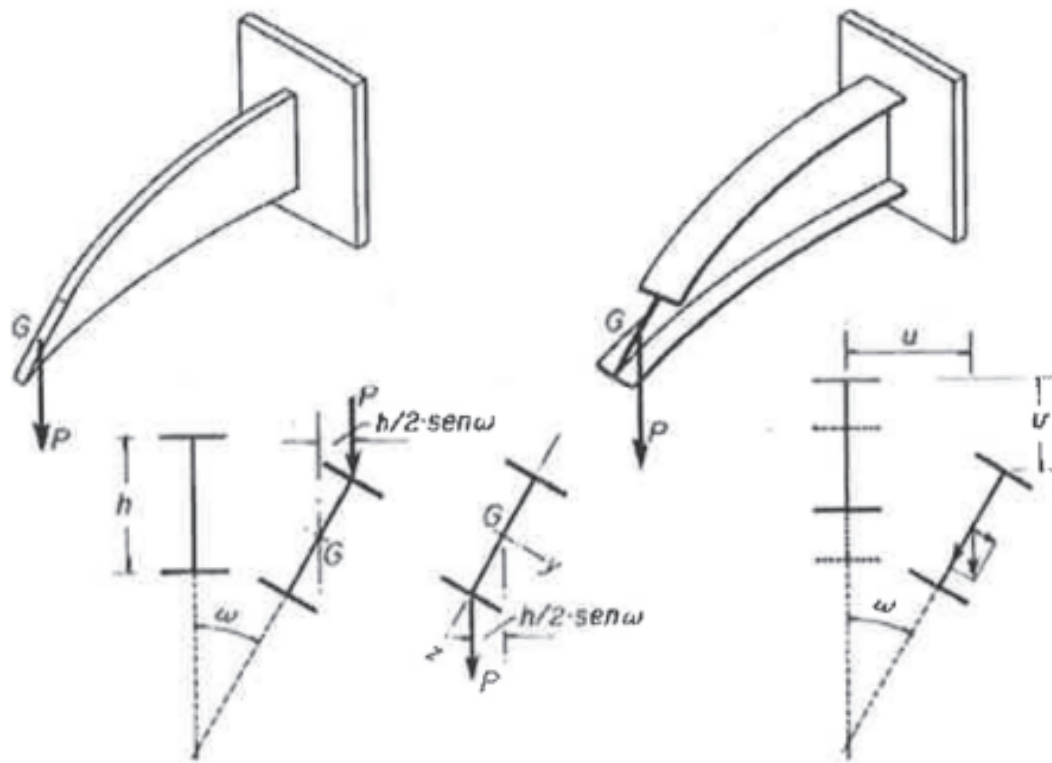


Figura 55: Efectos de pandeo lateral sobre una sección metálica



Algunas de las causas que producen el pandeo lateral son:

- Ante una flexión en su eje fuerte la barra puede presentar una inestabilidad de pandeo lateral en su eje débil.
- Ante una flexión en su eje débil no aparecerá pandeo lateral en su eje fuerte si la relación de inercias entre ambos es muy significativa.
- Si las inercias son similares no será determinante el pandeo lateral en ninguno de los ejes principales, tipo perfiles cuadrados.
- Debe aparecer una cierta longitud de pandeo para que se produzca el fenómeno.

Para evitar el pandeo lateral se hace uso del cálculo del momento crítico de pandeo lateral que se basa en el valor de momento para el que la posición de la viga deja de ser estable originándose un vuelco lateral (flexión acompañada de torsión). Dicho momento depende de el tipo de coacciones en los extremos, la carga a la que está sometida la viga y la rigidez a la flexión y a la torsión. Dicha ecuación que se empleará se muestra a continuación:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi}{K_\phi \cdot L} \cdot \sqrt{E \cdot G \cdot I_z \cdot I_t} \cdot \left[ \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{K^2} \cdot (1 + C_2^2)} \pm C_2 \cdot \frac{\pi}{K} \right] \quad (22)$$

Algunos de los factores con influencia sobre el pandeo lateral son:

- Alabeo en el perfil : En perfiles con inercias de alabeo no despreciables se incrementa el momento crítico (en perfiles de doble T es significativo).
- Flexión no constante : Su influencia se considera mediante un factor a continuación explicado en el ejercicio que depende de la forma de la ley de flectores y que multiplica al citado momento crítico. El coeficiente será  $C_1$ .
- Longitud de vuelco lateral : Puede considerarse el efecto de las condiciones de contorno distintas a la del modelo patrón analizando la barra equivalente que nos ofrezca un comportamiento similar frente a los extremos. El factor que multiplica a la longitud de la barra es  $K_\phi$ .

- Posición de la carga : La posición de la carga puede tener un efecto estabilizador del vuelco (si se sitúa en la parte inferior) o desestabilizador (si se sitúa en la zona superior). Se introducirá en la ecuación del momento crítico mediante el coeficiente  $C_2$ .

A continuación, se detallará un ejercicio para observar el método de cálculo empleado en el cálculo del pandeo lateral. Dichos ejercicio se resolverá mediante el software que se está implementando en la guía y a continuación se resolverá de modo manual.

Se aplicará la normativa impuesta en el Eurocódigo 3, sobre el que se apoya el software RFEM. Este Eurocódigo es un conjunto de normas europeas que recoge las reglas y principios para el cálculo de estructuras de acero. Dicho Eurocódigo 3 ha sido sustituido recientemente por el Código Estructural aprobado el 29 de junio en el Real Decreto 470/2021. Dichos cambios que produce el Código Estructural se están implementando progresivamente en los softwares de cálculo.

## 8.2. Ejercicio 3

*(Examen Ordinario 24/06/2021-Estructuras Metálicas-Grado en Ingeniería Mecánica)*

Se desea ampliar el Caminito del Rey mediante la instalación de una nueva pasarela según las dimensiones de la *-Figura 56-*.

Las vigas metálicas son perfileles IPE-300 que se empotrarán en uno de los extremos, trabajando como voladizos. Sobre ellos se colocará una losa de 10 cm de espesor de hormigón armado ( $\gamma = 25kN/m^3$ ), las cargas muertas se estiman en  $1,5kN/m^2$  y la sobrecarga de uso en  $5kN/m^2$ . Se considera que la losa de hormigón arriostra eficazmente a efectos de inestabilidad el ala superior de los perfiles IPE. El peso propio de los perfiles es despreciable y el acero empleado en los perfiles es S-275JR. Los perfiles son IPE-300 de clase 1. Se desea realizar la verificación a pandeo lateral de la pieza.  $E = 210000MPa$   
 $G = 80769,23MPa$

A continuación se exponen las medidas del mismo:

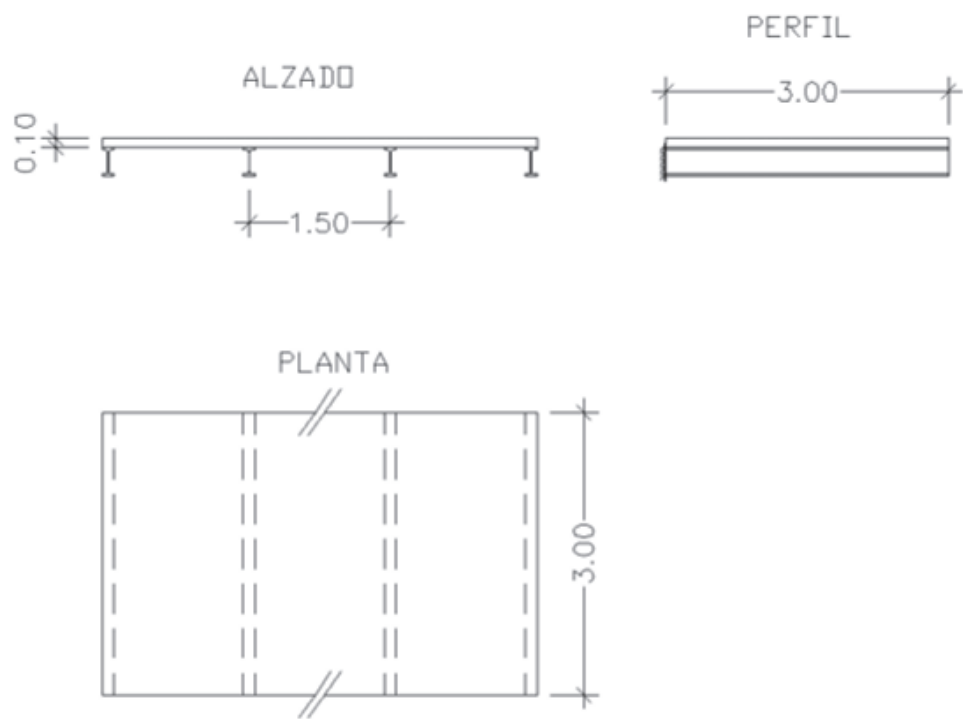
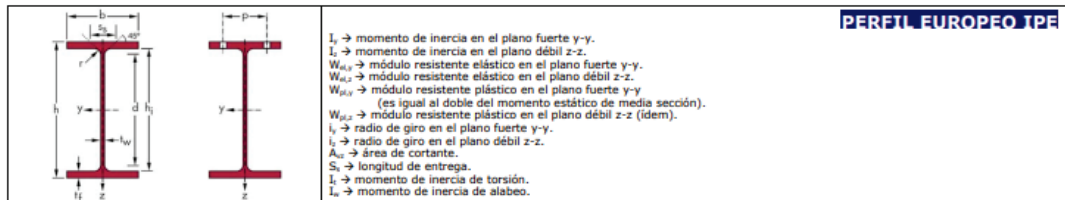


Figura 56: Ejercicio 3 de pandeo lateral



Perfil	Peso G (kg/m)	Dimensiones					Área A (mm <sup>2</sup> )	Propiedades de la sección											
		h (mm)	b (mm)	t <sub>w</sub> (mm)	t <sub>f</sub> (mm)	R (mm)		eje fuerte y-y					eje débil z-z						
								$I_y \cdot 10^4$ (mm <sup>4</sup> )	$W_{el,y} \cdot 10^3$ (mm <sup>3</sup> )	$W_{pl,y} \cdot 10^3$ (mm <sup>3</sup> )	$i_y$ (mm)	$A_w$ (mm <sup>2</sup> )	$I_z \cdot 10^4$ (mm <sup>4</sup> )	$W_{el,z} \cdot 10^3$ (mm <sup>3</sup> )	$W_{pl,z} \cdot 10^3$ (mm <sup>3</sup> )	$i_z$ (mm)	$s_x$ (mm)	$L \cdot 10^4$ (mm <sup>4</sup> )	$I_w \cdot 10^9$ (mm <sup>4</sup> )
IPE 80	6,00	80	46	3,8	5,2	5	764,38	80,14	20,03	23,22	32,38	357,74	8,49	3,69	5,82	10,54	20,06	0,70	0,12
IPE 100	8,10	100	55	4,1	5,7	7	1.032,40	171,01	34,20	39,41	40,70	508,57	15,92	5,79	9,15	12,42	23,70	1,20	0,35
IPE 120	10,37	120	64	4,4	6,3	7	1.321,10	317,75	52,96	60,73	49,04	630,62	27,67	8,65	13,58	14,47	25,20	1,74	0,89
IPE 140	12,90	140	73	4,7	6,9	7	1.642,68	541,22	77,32	88,34	57,40	764,31	44,92	12,31	19,25	16,54	26,70	2,45	1,98
IPE 160	15,77	160	82	5	7,4	9	2.009,26	869,29	108,66	123,86	65,78	965,86	68,31	16,66	26,10	18,44	30,34	3,60	3,96
IPE 180	18,80	180	91	5,3	8	9	2.394,86	1.316,96	146,33	166,41	74,16	1.125,26	100,85	22,16	34,60	20,52	31,84	4,75	7,43
IPE 200	22,36	200	100	5,6	8,5	12	2.848,64	1.943,17	194,32	220,64	82,59	1.400,24	142,37	28,47	44,61	22,36	36,66	6,98	12,99
IPE 220	26,20	220	110	5,9	9,2	12	3.337,28	2.771,84	251,99	285,41	91,14	1.688,36	204,89	37,25	58,11	24,78	38,36	9,07	22,67
IPE 240	30,71	240	120	6,2	9,8	15	3.911,98	3.891,62	324,30	386,65	99,74	1.914,74	283,63	47,27	73,92	26,93	43,37	12,88	37,39
IPE 270	36,07	270	135	6,6	10,2	15	4.594,86	5.789,78	428,87	484,00	112,25	2.214,18	419,87	62,20	96,95	30,23	44,57	15,94	70,58
IPE 300	42,25	300	150	7,1	10,7	15	5.381,56	8.356,10	557,07	628,36	124,61	2.568,53	603,78	80,50	125,22	33,50	46,07	20,12	125,93
IPE 330	49,15	330	160	7,5	11,5	18	6.261,14	11.786,89	713,15	804,33	137,09	3.081,39	788,14	98,52	153,68	35,48	51,59	28,15	199,10
IPE 360	57,10	360	170	8	12,7	18	7.273,44	16.265,62	903,65	1.019,15	149,54	3.514,24	1.043,45	122,76	191,10	37,88	54,49	37,32	313,58
IPE 400	66,31	400	180	8,6	13,5	21	8.447,06	23.128,35	1.156,42	1.307,15	165,47	4.270,16	1.317,82	146,42	229,00	39,50	60,20	51,06	490,05
IPE 450	77,58	450	190	9,4	14,6	21	9.882,78	33.742,91	1.499,69	1.701,79	184,78	5.085,22	1.675,86	176,41	276,38	41,18	63,20	66,87	791,01
IPE 500	90,69	500	200	10,2	16	21	11.552,86	48.198,60	1.927,94	2.194,12	204,25	5.988,06	2.141,68	214,17	335,88	43,06	66,80	89,29	1.249,37
IPE 550	105,52	550	210	11,1	17,2	24	13.442,52	67.116,46	2.440,60	2.787,01	223,45	7.235,04	2.667,58	254,06	400,54	44,55	73,62	123,24	1.884,10
IPE 600	122,45	600	220	12	19	24	15.959,36	92.083,40	3.069,45	3.512,40	242,96	8.379,36	3.387,34	307,94	485,65	46,60	78,12	165,42	2.845,53

Figura 57: Prontuario perfiles de acero

Lo primero que se debe hacer es modelar el sistema de igual forma que se ha hecho en otros ejercicios y se explicó en la guía de modelización. Dado que la estructura es idéntica a la que se explicó en la guía, se procederá directamente a añadir las cargas.

Para poder introducir las cargas, se debe pasar la cargas volumétricas y las cargas superficiales a lineales. Para empezar, se empezará por pasar la carga volumétrica y seguidamente las superficiales. Finalmente, se hará un sumatorio de todas las cargas lineales para tener el sumatorio de cargas que recaen sobre la viga. Todas las cargas habrá que mayorarlas.

- Losa Hormigón: Dicha losa de hormigón es una carga volumétrica de caracter permanente. Para pasar dicha carga de volumétrica a lineal primeramente habrá que multiplicar la carga de la losa cuya unidad es  $kN/m^3$  por el espesor, que sería 0,10 m. De esta forma se pasará la carga a superficial.

$$Q_{SUPERF.} = 25kN/m^3 \cdot espesor(m) = 25kN/m^3 \cdot 0,10m = 2,5kN/m^2 \quad (23)$$

Una vez se ha pasado de carga volumétrica a superficial, se pasa de superficial a lineal. Para pasar de superficial a lineal se multiplicará por el ancho de losa de hormigón que carga cada viga. Cada viga cargará la mitad de la losa de hormigón que haya entre una viga y otra, es decir, media losa cargará una viga y la otra media losa la cargará otra viga, por lo tanto, cada viga salvo las de los extremos cargarán 1,5m de losa debido a que 0,75m de losa de la parte derecha mas 0,75m de la losa de la parte izquierda resulta 1,5m de losa de hormigón en total.

$$Q = 2,5kN/m^2 \cdot ancho(m) = 2,5kN/m^2 \cdot 1,5m = 3,75kN/m \quad (24)$$

Hallada la carga lineal, lo siguiente sería mayorarla según los coeficientes. En este caso debido a que la carga lineal es de tipo permanente ya que la losa de hormigón es una carga que constantemente va a tener que ser soportada por la estructura, se coge el coeficiente de peso propio en situación desfavorable del CTE DB SE, sería el valor de 1,35. A continuación se muestra una tabla con los diferentes coeficientes existentes, -Figura 58-.

**Tabla 4.1 Coeficientes parciales de seguridad ( $\gamma$ ) para las acciones**

Tipo de verificación <sup>(1)</sup>	Tipo de acción	Situación persistente o transitoria	
		desfavorable	favorable
<b>Resistencia</b>	Permanente		
	Peso propio, peso del terreno	1,35	0,80
	Empuje del terreno	1,35	0,70
	Presión del agua	1,20	0,90
	Variable	1,50	0
<b>Estabilidad</b>		<b>desestabilizadora</b>	<b>estabilizadora</b>
	Permanente		
	Peso propio, peso del terreno	1,10	0,90
	Empuje del terreno	1,35	0,80
	Presión del agua	1,05	0,95
	Variable	1,50	0

<sup>(1)</sup> Los coeficientes correspondientes a la verificación de la resistencia del terreno se establecen en el DB-SE-C

Figura 58: Coeficientes de mayoración de cargas instruido por el CTE DB SE

Mayorando la carga lineal, quedaría la resultante de:

$$Q_{MAYORADA} = Q \cdot \text{Coeficiente Mayoración} = 3,75 \cdot 1,35 = 5,06 \text{ kN/m} \quad (25)$$

Finalmente esta sería la carga que recogería por la plancha de hormigón para el cálculo.

- **Carga Muerta:** De igual forma que en la losa de hormigón, este tipo de carga es una carga de carácter permanente por lo que siempre estará ejerciendo presión sobre la estructura. Procediendo de igual forma que se procedió en la losa de hormigón, lo primero sería hallar la carga lineal que tiene debido a que dicha carga viene dada en  $\text{kN/m}^2$  por lo que habría que pasarla a  $\text{kN/m}$ . A diferencia de la losa de hormigón, dicha tiene unidades superficiales, por lo que solo habría que multiplicar por el ancho de la parte de peso que recoge la viga que se calcula (explicado en el apartado anterior). De esta forma se quedaría la carga en forma lineal, dependiendo de la longitud de dicha viga.

$$CM = 1,5 \text{ kN/m}^2 \cdot \text{ancho}(m) = 1,5 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,5 \text{ m} = 2,25 \text{ kN/m} \quad (26)$$

Una vez se tiene la carga lineal, lo siguiente sería mayorarla para cumplir lo definido en el CTE DB SE. En este caso, de igual forma que el anterior, la carga es de caracter permanente y de tipo desfavorable el coeficiente será el mismo que se empleó en la losa de hormigón. El coeficiente a emplear será 1,35, que se puede ver de nuevo en la *-Figura 58-*.

$$CM_{MAYORADA} = CM \cdot \gamma = 2,25kN/m \cdot 1,35 = 3,04kN/m \quad (27)$$

Finalmente esta sería la carga que recogería por la carga muerta para el cálculo.

- Sobrecarga de Uso: A diferencia de las anteriores cargas, dicha carga es de diferente índole por lo tanto tanto el caracter como su coeficiente serán diferentes. En este caso, dicha carga pertenece a las cargas de tipo variable ya que son cargas que no se encuentran aplicadas permanentemente sobre la estructura. Dichas cargas son más peligrosas debido a que como su nombre indica son sobrecargas que deben estar contempladas para no superar los estados límite.

Dicha sobrecarga de uso será de caracter variable y de tipo desfavorable ya que va en contra de la estabilidad de la estructura. Debido a las premisas expuestas el coeficiente que predominará será de valor 1,5 como bien se puede ver en la tabla de la *-Figura 58-*. Procediendo de igual forma que en anteriores y debido al caracter superficial que tiene la sobrecarga de uso se tendrá que modificar para pasarla a carga lineal. Multiplicando por el ancho que carga la viga se tendrá el siguiente valor:

$$SU = 5kN/m^2 \cdot ancho(m) = 5kN/m^2 \cdot 1,5m = 7,5kN/m \quad (28)$$

Sabido la carga lineal, lo siguiente sería mayorarla:

$$SU_{MAYORADA} = SU \cdot \gamma = 7,5kN/m \cdot 1,5 = 11,25kN/m \quad (29)$$

Finalmente esta sería la carga que recogería por la sobrecarga de uso para el cálculo.



Calculadas y mayoradas todas las cargas que recibirá la viga del ejercicio, lo siguiente sería sumarlas todas para obtener la carga final que se introducirá en el software para calcular la viga ejemplo del modelo de estructura que proporciona el ejercicio.

$$Q_{TOTAL} = Q_{MAYORADA}(kN/m) + CM_{MAYORADA}(kN/m) + SU_{MAYORADA}(kN/m) = \quad (30)$$

$$5,06 + 3,04 + 11,25 = 19,35kN/m \quad (31)$$

Una vez se tiene constancia de la carga mayorada sobre la que se va a calcular el ejercicio, se procede a introducir dichas cargas en el modelo de RFEM.

A diferencia del ejercicio 1, en este ejercicio la carga es constante en todo el tramo por lo que se procede de igual forma que en dicho ejercicio salvo que la carga habría que ponerla en carácter lineal en vez de trapezoidal.

Modelada la estructura, se procede a ir a la casilla de carga lineal, situada en la parte central superior. Una vez se clique en ella saldrá una ventana para nombrar la carga y para desactivar el peso propio del perfil que lo considera despreciable el enunciado, -*Figura 59*. Una vez se pase esta ventana común en la introducción de cualquier tipo de carga, lo siguiente será definir la carga en la ventana que se abrirá.

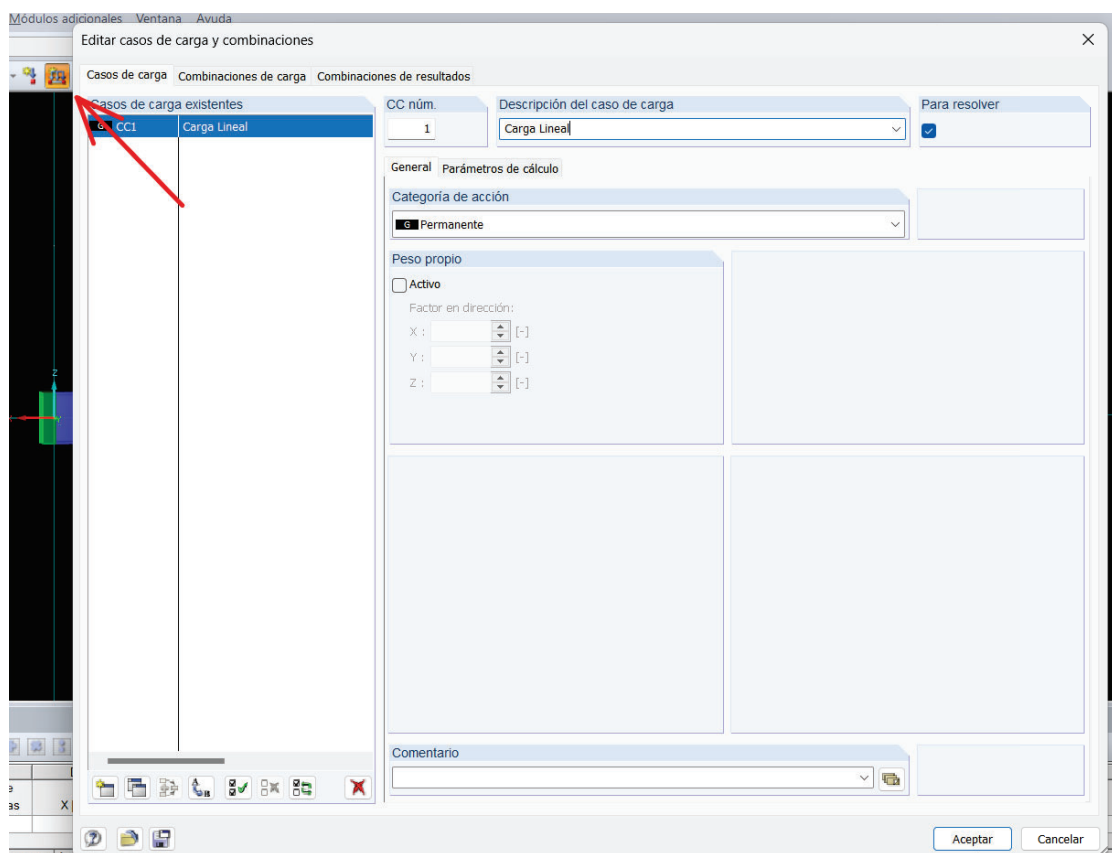


Figura 59: Ventana de nombrado de carga y desactivación del peso propio del perfil

En dicha ventana se introducirá el valor y sentido de la carga, concretamente en este caso será  $-19,35 \text{ kN/m}$  en concordancia con el sistema de ejes definido por el sistema. Se puede apreciar en la *-Figura 60-*.

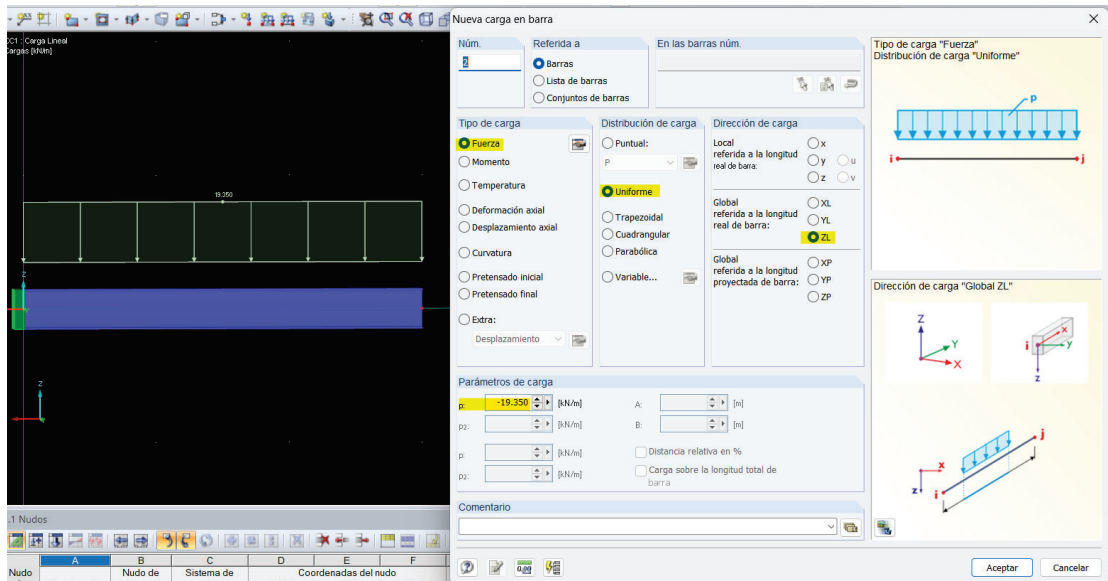


Figura 60: Asignación de valor y sentido de la carga lineal

Modelizado la estructura, lo siguiente sería calcularla mediante la casilla de “Mostrar resultados”. Una vez se ha calculado, lo siguiente sería activar las “Secciones de colores”, como bien se ha visto en otros ejercicios. Los resultados de la deformada quedarán de la siguiente forma *-Figura 61-*:

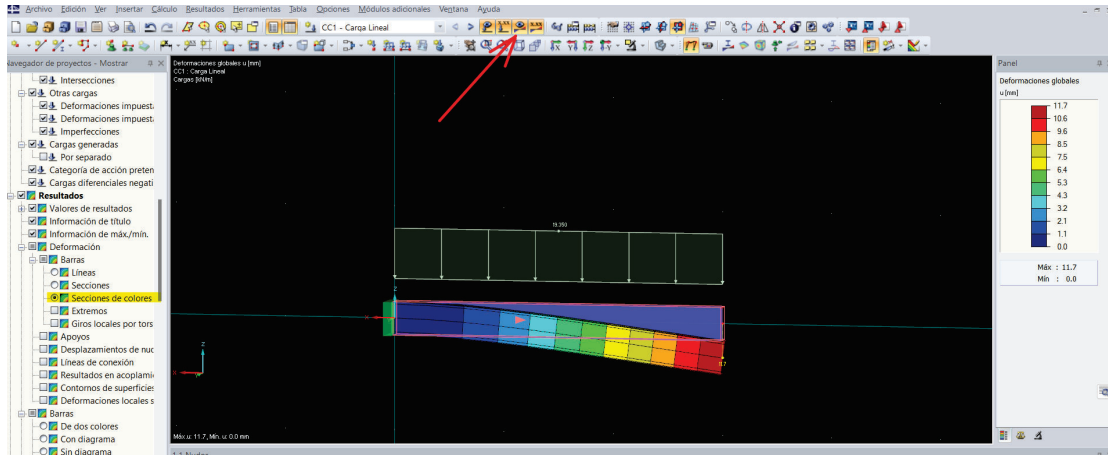


Figura 61: Solución de la deformada del modelo

Calculado el modelo, el enunciado pide estudiar si la estructura llegará a pandear lateralmente en los puntos críticos, que serán las zonas de la viga sometidas a esfuerzos de compresión, es decir, el perfil no pandeará lateralmente en el ala del perfil que está traccionada, pandeará lateralmente en el ala que está comprimida. El enunciado también dice que el ala superior donde descansa la carga hace un efecto de arriostramiento impidiendo fenómenos de inestabilidad. Aún así, el ala superior no va a ser susceptible a pandear debido a ser el ala traccionada. Al estar el ala inferior sin arriostramientos y en estado de compresión si puede ser susceptible a pandear lateralmente.

Para comprobar esto, se hará uso del módulo RF-STEEL EC3. Para llegar a ejecutar dicho módulo, se hará de igual forma que se explicó en la guía de RF-STEEL EC3. Una vez en el módulo, se explicará como presentar un arriostramiento eficaz en el ala superior de la viga gracias a la versatilidad del software RFEM se puede simular una amplia variedad de estructuras.

Una vez calculado el modelo en RF-STEEL EC3 aparecerá la siguiente razón de tensiones de la estructura. Mediante la casilla llamada de igual nombre (en el lado izquierdo central de la pantalla) que el módulo se accede a los resultados totales que ha calculado el módulo. En la siguiente imagen se puede observar como acceder a los resultados,-Figura 62- :

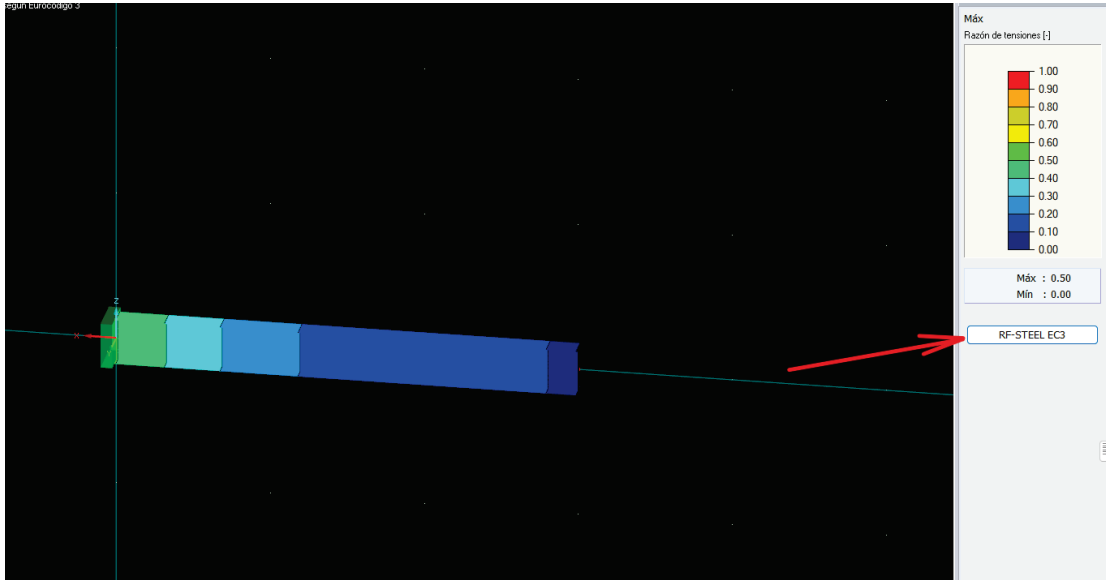


Figura 62: Acceso a resultados módulo RF-STEEL EC3

A diferencia de otros ejercicios expuestos, este ejercicio en concreto dice que el ala superior del voladizo está arriostrada eficazmente a efectos de inestabilidad. Esto quiere decir que ante fenómenos de pandeo el ala superior permanecerá inmovilizada por la losa de hormigón impidiendo su movilidad hacia cualquier dirección. Para poder realizar dicho arriostramiento mediante RFEM, entre otras de las posibles opciones que ofrece RFEM una de ellas y la más sencilla a nivel conceptual sería la pestaña que aparece dentro de la ventana de cálculos del módulo RF-STEEL EC3 en la parte izquierda superior. Dicha ventana se denomina “Coacciones laterales intermedias”, dentro de la sección de “Datos de entrada”, se puede apreciar en la *-Figura 63-*.

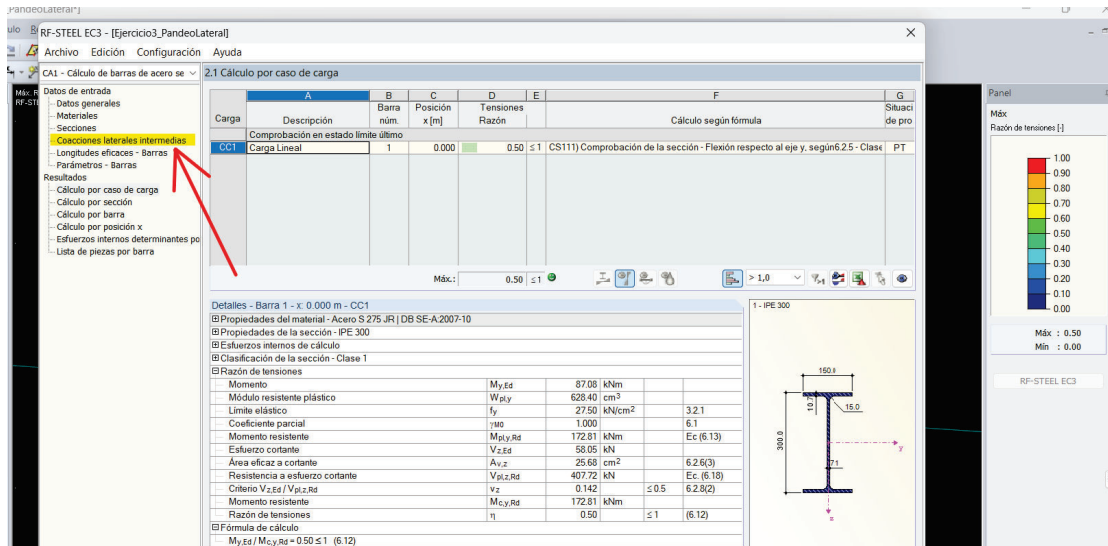


Figura 63: Acceso a coacciones laterales intermedias

Una vez dentro de la ventana, se mostrará una tabla donde las coacciones laterales aparecerán desactivadas. Estas coacciones laterales habrá que activarlas en la casilla para marcar que hay en la parte izquierda central. Una vez se active dicha casilla, aparecerá justo a la derecha de la casilla un desplegable que muestra las diferentes coacciones que se le pueden añadir a la estructura, en cada barra de forma individual y sin afectar a toda la estructura. En dicho desplegable se podrá marcar la opción que se busca en el ejercicio, es decir, inmovilizar el ala superior. En este ejercicio concretamente al haber solo una barra solo aparece una fila de la tabla pero si hubiese más barras se podría personalizar cada una de ellas. Todo esto se puede observar en la -Figura 64-.

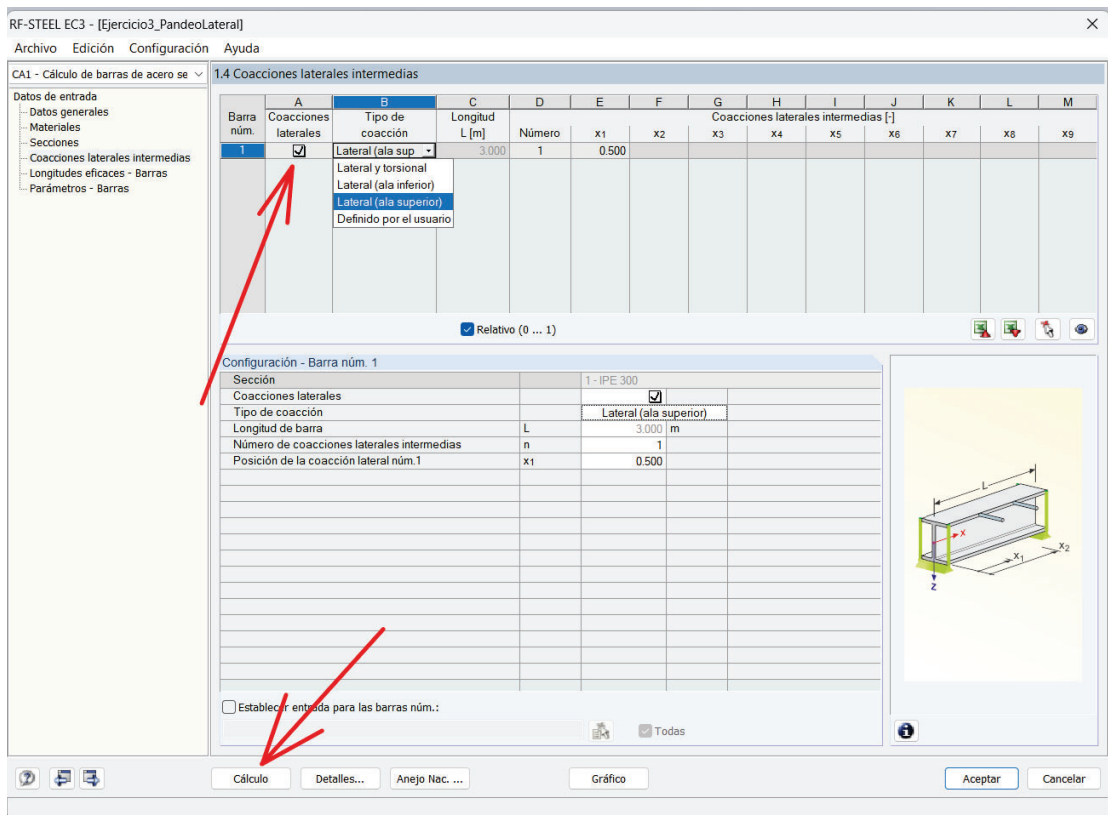


Figura 64: Introducción de coacciones laterales intermedias al perfil

Una vez se ha introducido el efecto de arriostramiento en dicho perfil, lo siguiente será clicar en la casilla de “Calcular” debido a que se han cambiado las sujeciones del perfil por lo que debe de volver a comprobar si con dicho arriostramiento se producirán efectos de pandeo. Aún así, debido a la forma en que lo impone el ejercicio, aunque se arriestre dicha ala el perfil podrá pandear lateralmente ya que es el ala comprimida el que se queda libre de arriostramientos y la que es susceptible a pandear lateralmente.

Una vez se han introducido los arriostramientos y se ha pulsado en “Calcular”, aparecerá una ventana en la que se deberá ir a la pestaña que aparece en la parte central izquierda llamada “Cálculo por barra”, -*Figura 65*- . Ahí será donde se puedan ver las comprobaciones que hace RFEM para cada barra. RFEM para cada barra indica todas las comprobaciones que hace y si alguna comprobación no cumple lo muestra por pantalla.





Dentro de la dicha pestaña, lo siguiente que se debe hacer es buscar la barra que se quiere comprobar mediante la lista que aparece en la parte central superior. Si se sitúa el ratón sobre ella y mediante el “Scroll” del ratón o bien con la barra de desplazamiento vertical de la derecha se podrá ver las diferentes barras que hay en la estructura. En cada barra aparecerá las comprobaciones que RFEM ha hecho, y si se clica en dicha comprobación aparecerá una lista de resultados en la parte inferior que dará todos los resultados del procedimiento de cálculo que ha empleado RFEM para llegar a la conclusión. En el caso del ejercicio al solo haber una barra es la única que saldrá y por debajo del nombramiento de la barra las comprobaciones que hace, se puede ver en la *-Figura 66-*.

Una vez se está en la barra deseada, se buscará en la lista la comprobación que hace referencia al pandeo lateral. Se puede observar una curiosidad, y es que al no tener acciones de compresión no hará análisis de pandeo por flexión.

Dicha comprobación que se viene detallando se denomina “Análisis de estabilidad- Pandeo lateral según 6.3.2.1 y 6.3.2.3”.

Otra de las curiosidades que indica RFEM es cuando informa que ha calculado el pandeo lateral según “6.3.2.1 y 6.3.2.2”, estos números se refieren a los apartados del Eurocódigo 3 sobre el que se basan los calculos del módulo RF-STEEL EC3.

Se puede observar que como la razón de tensiones de 0,61 se puede verificar que no pandeará lateralmente.

RF-STEEL EC3 - [Ejercicio3\_PandeoLateral]

Archivo Edición Configuración Ayuda

CA1 - Cálculo de barras de acc 2.4 Cálculo por barra

Datos de entrada  
 Datos generales  
 Materiales  
 Secciones  
 Coacciones laterales intermedias  
 Longitudes eficaces - Barras  
 Parámetros - Barras  
 Resultados  
 Cálculo por caso de carga  
 Cálculo por sección  
 Cálculo por barra  
 Cálculo por posición x  
 Esfuerzos internos determinantes  
 Lista de piezas por barra

Barra núm.	A Posición x [m]	B Carga	C Tensiones Razón	D	E
1	Sección núm. 1 - IPE 300				Cálculo según fórmula
	3.000	CC1	0.00	≤ 1	CS100) Esfuerzos internos insignificantes
	0.000	CC1	0.53	≤ 1	CS111) Comprobación de la sección - Flexión respecto al eje y, según 6.2.5 - Clase 1 ó 2
	0.000	CC1	0.15	≤ 1	CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2.6
	0.000	CC1	0.00	≤ 1	CS126) Comprobación de la sección - Abolladura según 6.2.6(6)
	0.000	CC1	0.53	≤ 1	CS141) Comprobación de la sección - Flexión y esfuerzo cortante según 6.2.5 y 6.2.8
	0.000	CC1	0.61	≤ 1	ST331) Análisis de estabilidad - Pandeo lateral según 6.3.2.1 y 6.3.2.3 - Sección en I

Máx.: 0.61 ≤ 1

Detalles - Barra 1 - x: 0.000 m - CC1

Clasificación de la sección - Clase 1

Razón de tensiones

Canto de la sección	h	300.0	mm		
Ancho de la sección	b	150.0	mm		
Criterio	h/b	2.00		≤ 2	Tab. 6.5
Curva de pandeo	BC <sub>LT</sub>	b			Tab. 6.5
Coefficiente de imperfección	α <sub>LT</sub>	0.340			Tab. 6.3
Momento crítico elástico para pandeo lateral	M <sub>cr</sub>	185.29	kNm		
Módulo resistente	W <sub>y</sub>	628.40	cm <sup>3</sup>		
Límite elástico	f <sub>y</sub>	27.50	kN/cm <sup>2</sup>		3.2.1
Esbeltez	λ <sub>LT</sub>	0.966			6.3.2.2(1)
Parámetro	λ <sub>LT,0</sub>	0.400			6.3.2.3(1)
Parámetro	β	0.750			6.3.2.3(1)
Coefficiente auxiliar	Φ <sub>LT</sub>	0.946			6.3.2.3(1)
Coefficiente de reducción	χ <sub>LT</sub>	0.721			Ec. (6.57)
Coefficiente de corrección	k <sub>c</sub>	0.632			6.3.2.3(2)
Factor de modificación	f	0.826			6.3.2.3(2)
Coefficiente de reducción	χ <sub>LT,mod</sub>	0.872			Ec. (6.58)
Coefficiente parcial	γ <sub>M1</sub>	1.050			6.1
Momento resistente de cálculo a pandeo lateral	M <sub>b,Rd</sub>	143.51	kNm		Ec. (6.55)
Momento	M <sub>y,Ed</sub>	87.08	kNm		
Razón de tensiones	η	0.61		≤ 1	(6.54)

Fórmula de cálculo

1 - IPE 300

Botones: Cálculo, Detalles..., Anejo Nac. ..., Gráfico, Aceptar, Cancelar

Figura 66: Resultado del cálculo a pandeo lateral

***Todas las fórmulas expuestas a continuación han sido obtenidas del Eurocódigo 3 para demostrar que el cálculo que emplea RFEM está basado en dicha norma.***

Para proceder al cálculo manual de dicho perfil y demostrar el cálculo que hace RFEM será necesario obtener algunos datos que se utilizarán en las fórmulas que a continuación se detallarán.

Debido a la condición de arriostramientos en el lado traccionado del perfil, este se considerará como un elemento sin arriostramiento lateral sometido a flexión. Para poder hallar si pandeará o no, lo que se hará es calcular el momento que resistiría la sección ante fenómeno de pandeo lateral frente al momento que tiene aplicado.

Para no perder de vista y que se demuestre con fundamento, la fórmula que utiliza RFEM para poder hallar el resultado, es decir, la razón de tensiones, sería la ecuación 6.54 del Eurocódigo 3 en la parte de “Proyecto de estructuras de acero”, en el apartado 6.3.2.1 (indicado en RFEM en la ventana de resultados de RF-STEEL EC3). Siendo la ecuación:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (32)$$

Donde:

- $M_{Ed}$  : Valor de cálculo del momento, es decir, el momento aplicado al perfil.
- $M_{b,Rd}$  : Resistencia de cálculo a flexión frente a pandeo lateral.

Para poder hallar ambos, se hará individualmente en las que se detallará su proceso de cálculo:

- $M_{Ed}$  : Para poder hallar el valor de cálculo del momento aplicado al perfil se deberá saber en que punto de la sección el momento es máximo. Aplicando los conocimientos obtenidos en asignaturas previas, se puede intuir el diagrama de momentos de un perfil empotrado con carga lineal

aplicada. Aún así, debido a la facilidad que asisten los prontuarios, se podrá utilizar cualquier prontuario de deformadas, siempre que se esté seguro de que la información que existe en dicho documento está constratada.

En la siguiente imagen, -Figura 67-, se puede observar la fórmula y el diagrama de momentos que sigue una viga en voladizo con extremo empotrado y con carga lineal:

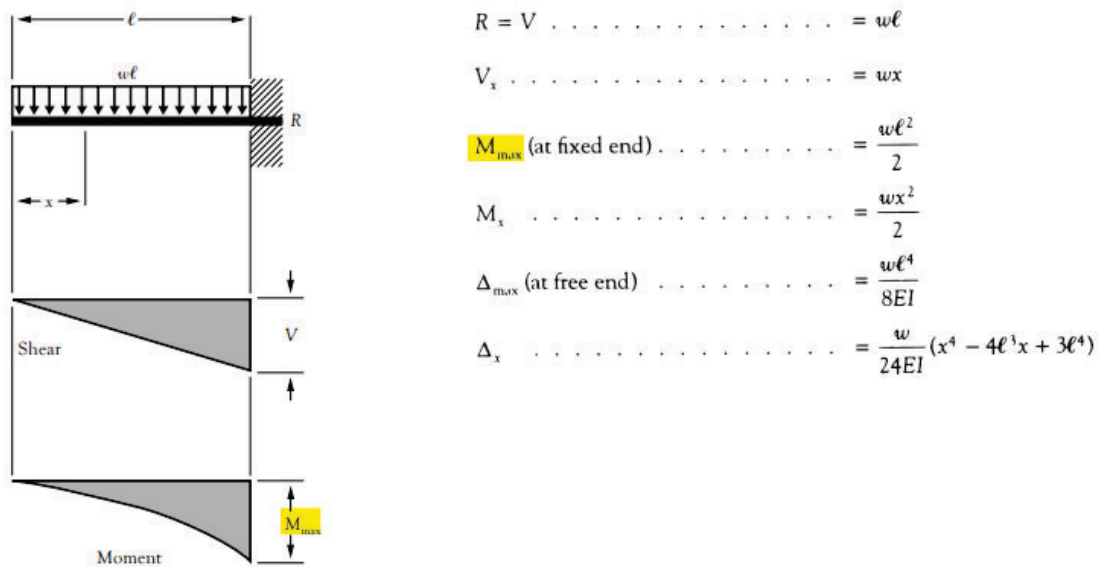


Figura 67: Distribución de momentos en perfil empotrado con carga lineal

Una vez se conoce la ecuación o bien se deduce, lo siguiente será hallar la carga lineal que recae sobre el perfil. Dicha carga se calculó al principio de dicho ejercicio y ya fué mayorada por lo que solo se necesitará acudir a dicha carga para emplearla en la ecuación que muestra el prontuario y así obtener el momento máximo. Cabe destacar que se buscan las condiciones más desfavorables del perfil para asegurar la seguridad de dicha pieza. El momento máximo estará en el empotramiento.

$$M_{max} = M_{cd} = \frac{q \cdot L^2}{2} = \frac{19,35kN/m \cdot 3^2}{2} = 87,08kN \cdot m \quad (33)$$

Por tanto, el momento de diseño sobre el que se estudiará el pandeo lateral es de  $87,08kN \cdot m$

- $M_{b,Rd}$ : Para hallar la resistencia de cálculo a flexión frente a pandeo lateral, se obtendrá con la siguiente ecuación obtenida del Eurocódigo 3:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (34)$$

Donde:

- $\chi_{LT}$ : Coeficiente de reducción para pandeo lateral.
- $W_y$ : Módulo resistente para la sección donde:
  - $W_y = W_{pl,y}$  para secciones transversales de Clases 1 y 2.
  - $W_y = W_{el,y}$  para secciones transversales de Clase 3.
  - $W_y = W_{eff,y}$  para secciones transversales de Clase 4.
- $f_y$ : límite elástico de la barra ( $\frac{N}{mm^2}$ ).
- $\gamma_{M1}$ : Coeficiente parcial para la resistencia de la sección neta, publicado en el Anexo Nacional = 1,05

Para poder hallar el  $M_{b,Rd}$  se deberá hallar varios coeficientes expuestos anteriormente por lo que se empezará por hallar coeficiente  $\lambda_{LT}$  de esbeltez reducida.

La ecuación de la esbeltez reducida sería:

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} \rightarrow \text{Clase 1: } [W_y = W_{pl,y}] \rightarrow \sqrt{\frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad (35)$$

Donde:

- $W_{pl,y}$  : Obtenido de prontuario =  $628,40 \cdot 10^3 mm^3$
- $f_y$  :  $275 N/mm^2$
- $M_{cr}$  : Momento crítico elástico de pandeo lateral. Se obtiene considerando las características de la sección transversal bruta y teniendo en cuenta las condiciones de carga, la distribución real

de momentos flectores y los arriostramientos laterales. Debido a la privacidad que RFEM tiene, se hace imposible saber cómo se calcula dicho momento para que salga igual que RFEM en sus cálculos. Debido a esto y añadiéndole la pésima explicación que hace el Eurocódigo 3 de como calcular el  $M_{cr}$  se calculará de igual forma que calcula en la asignatura de Estructuras Metálicas para perfiles en doble T simétricos. A continuación se expone dicha ecuación:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi}{K_\phi \cdot L} \cdot \sqrt{E \cdot G \cdot I_z \cdot I_t} \cdot \left[ \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{K^2} \cdot (1 + C_2^2)} \pm C_2 \cdot \frac{\pi}{K} \right] \quad (36)$$

Donde:

- $L$ : Distancia entre inmovilizaciones a desplazamientos transversales y a giro torsional = 3000mm
- $K_\phi$ : Coacción al giro en extremos en el plano perpendicular al de flexión {
 

$K_\phi = 1 \rightarrow$ Apoyos que permiten giro	}	$K_\phi = 2 \rightarrow$ Empotrado-libre (Voladizo)
$K_\phi = 0,5 \rightarrow$ Imposibilitado en extremos		
$K_\phi = 0,7 \rightarrow$ Uno libre y otro imposible		
$K_\phi = 2 \rightarrow$ Empotrado-libre (Voladizo)		
- $I_z$ : Inercia respecto al eje débil =  $603,78 \cdot 10^4 mm^4$
- $I_t$ : Módulo de torsión =  $20,12 \cdot 10^4 mm^4$
- $I_w$ : Módulo de alabeo =  $125,93 \cdot 10^9 mm^6$
- $K$ :

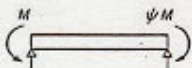









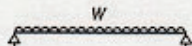

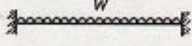



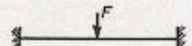


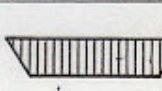
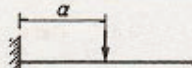

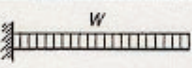

$$K = k_\phi \cdot L \cdot \sqrt{\frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_w}} \rightarrow K = 2 \cdot 3000 \cdot \sqrt{\frac{80769,23 \cdot 20,12 \cdot 10^4}{210000 \cdot 125,93 \cdot 10^9}} = 4,7034 \quad (37)$$

- $C_1$ : Coeficiente dependiente de condiciones de contorno y carga. Si únicamente existen  $M_f$  en extremos y  $K_\phi = 1$  se haría con la siguiente ecuación:

$$C_1 = 1,88 - 1,40 \cdot \psi + 0,52 \cdot \psi^2 \neq 2,7 \quad (38)$$

Debido a que el caso del ejercicio no tiene ninguna de las condiciones anteriormente expuestas, lo siguiente que se deberá hacer es mirar en la tabla que aparece en la siguiente *-Figura 68-*:



Tipo de carga y condiciones de apoyo	Diagrama de momentos flectores	Valor de $k_\phi$	Valores de coeficientes		
			$c_1$	$c_2$	$c_3$
	$\psi = +1$ 	1,0 0,7 0,5	1,000 1,000 1,000	-	1,000 1,113 1,114
	$\psi = +3/4$ 	1,0 0,7 0,5	1,141 1,270 1,305	-	0,998 1,565 2,283
	$\psi = +1/2$ 	1,0 0,7 0,5	1,323 1,473 1,514	-	0,992 1,556 2,271
	$\psi = +1/4$ 	1,0 0,7 0,5	1,563 1,739 1,788	-	0,977 1,531 2,235
	$\psi = 0$ 	1,0 0,7 0,5	1,879 2,092 2,150	-	0,939 1,473 2,150
	$\psi = -1/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,281 2,538 2,609	-	0,855 1,340 1,957
	$\psi = -1/2$ 	1,0 0,7 0,5	2,704 3,009 3,093	-	0,676 1,059 1,546
	$\psi = -3/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,927 3,009 3,093	-	0,366 0,575 0,837
	$\psi = -1$ 	1,0 0,7 0,5	2,752 3,063 3,149	-	0,000 0,000 0,000
		1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304	0,525 0,980
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652	0,753 1,070
		1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432	1,730 3,050
		1,0 0,5	1,565 0,938	1,257 0,715	2,540 4,800
		1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410	1,120 1,890
		1,0 $k_w=2$	$1,28/\alpha$	0,64	
		1,0 $k_w=2$	2,05		

105

Valores de los coeficientes  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  correspondientes a los valores del factor  $k_\phi$  con  $k_w=1$

Figura 68: Tabla para seleccionar el coeficiente  $C_1$

- Como anteriormente se subraya en amarillo, atendiendo a la distribución de apoyos ( $K_\phi$ ) y de carga (carga lineal) que se tiene en el ejercicio, el coeficiente  $C_1$  adoptará el valor de 2,05.
- o  $C_2$ : Coeficiente dependiente del punto o zona de aplicación de carga en la sección, también varía según contorno y tipo de carga. Si la carga se aplica en el baricentro o no existe carga transversal, el coeficiente  $C_2$  adopta el valor de 0. Coincidiendo dichas premisas con las que se obtienen en el ejercicio por lo que dicho coeficiente adoptará el valor de 0.

Descritos todos los coeficientes empleados en dicha ecuación, lo siguiente será sustituir en ella para obtener el resultado del  $M_{cr}$ :

$$M_{cr} = 2,05 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 3000} \cdot \sqrt{210000 \cdot 80769,23 \cdot 603,78 \cdot 10^4 \cdot 20,12 \cdot 10^4}. \quad (39)$$

$$\cdot \left[ \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4,7034^2} \cdot (1 + 0^2)} \pm 0 \cdot \frac{\pi}{4,7034} \right] = 185286746,9 N \cdot mm \rightarrow 185,286 KN \cdot m \quad (40)$$

Debido a que se ha tenido que cambiar el resultado del momento crítico elástico debido a la imposibilidad de hacer a mano el cálculo de dicho momento y, aprovechando las amplias posibilidades que ofrece RFEM de cambiar, modificar y simular cualquier parámetro de cálculo, se va a cambiar el momento crítico que calculó RFEM por el que se ha calculado a mano para que RFEM haga el cálculo y se pueda corroborar a mano.

Antes de empezar a cambiarlo, se deberá cambiar la configuración interna de RFEM para que proceda a hacer otro método de cálculo. Esto se hará mediante la casilla de “Detalles...” en la parte inferior de la ventana de resultados de RFEM (justo al lado de calcular). Dentro de ahí se deberá ir a la pestaña de “Estabilidad” en la parte superior. Una vez se abra dicha ventana, se cambiará la “Determinación del momento crítico elástico para pandeo lateral”. Dentro de aquí, el método seleccionado automáticamente será el método de valores propios el cual no deja cambiar nada. Para poder cambiar dicho valor se deberá seleccionar el método

de “Selección manual en la ventana 1.5”, se puede observar en -Figura 69-:

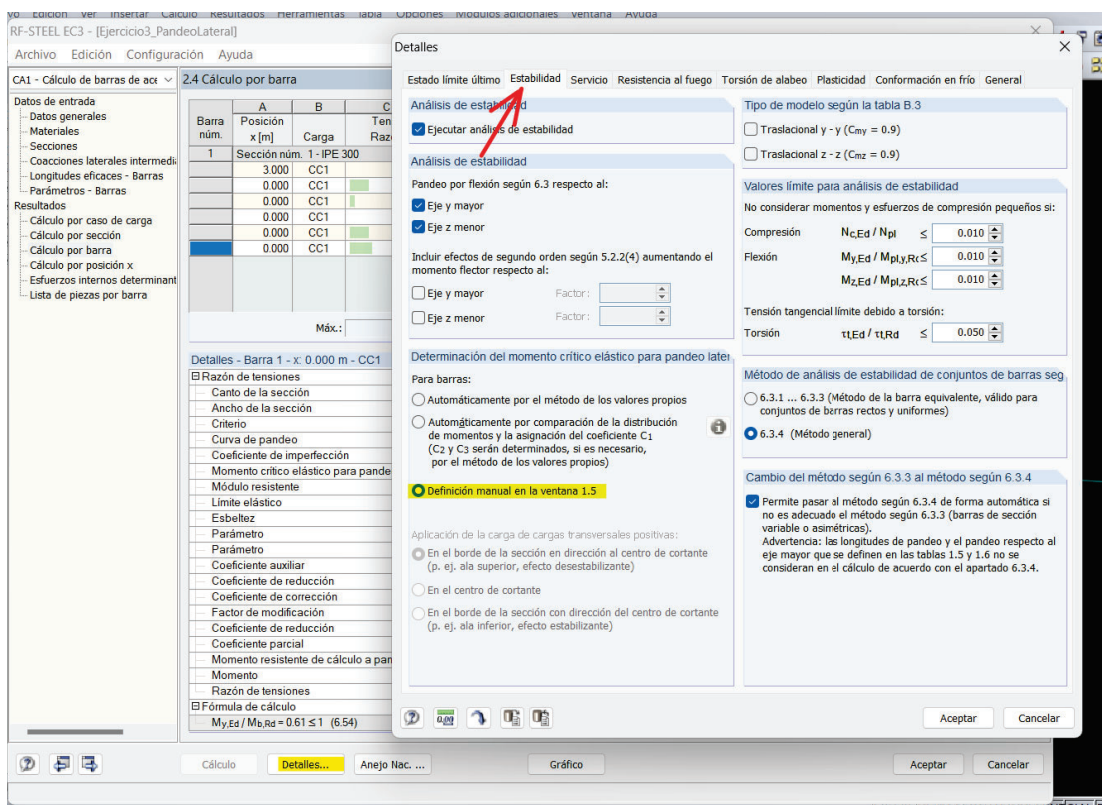


Figura 69: Cambio de método de cálculo

Para poder cambiar el  $M_{cr}$  se deberá ir a la pestaña que aparece en el lado izquierdo de la ventana de resultados de RF-STEEL EC3 llamada “Longitudes eficaces - Barras”. Una vez se pulse en dicha pestaña se cambiará la ventana de resultados por otra donde se podrá modificar varias características de las barras de la estructura. Una vez aparezca dicha ventana, como la estructura del ejercicio solo consta de 1 barra solo aparecerá una línea en la tabla. Buscando en las columnas de dicha tabla aparecerá un recuadro que indica “Pandeo lateral y pandeo flexotorsional”, dentro de dicho recuadro aparecerán varias columnas nombradas y en una de ellas aparecerá el nombre de “ $M_{cr} [kNm]$ ”. Se puede ver de

forma gráfica en la -Figura 70-:

RF-STEEL EC3 - [Ejercicio3\_PandeoLateral]

Archivo Edición Configuración Ayuda

CA1 - Cálculo de barras de acr

### 1.5 Longitudes eficaces - Barras

Barra núm.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
	Pandeo posible	Pandeo respecto al eje y Posible	$k_{cr,y}$	$L_{cr,y}$ [m]	Pandeo respecto al eje z Posible	$k_{cr,z}$	$L_{cr,z}$ [m]	Pandeo	Pandeo lateral y pandeo flexotorsional	$k_z$	$M_{cr}$ [kNm]	$L_w$ [m]	$L_T$ [m]	Comentario
1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1.000	3.000	<input checked="" type="checkbox"/>	1.000	3.000	<input checked="" type="checkbox"/>		1.0	185.29	3.000	3.000	

Datos de entrada

- Datos generales
- Materiales
- Secciones
- Coacciones laterales intermedias
- Parámetros - Barras
- Resultados
  - Cálculo por caso de carga
  - Cálculo por sección
  - Cálculo por barra
  - Cálculo por posición x
  - Esfuerzos internos determinantes
  - Lista de piezas por barra

Configuración - Barra núm. 1

Sección	1 - IPE 300		
Longitud	L	3.000	m
<input type="checkbox"/> Pandeo posible		<input checked="" type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/> Pandeo respecto al eje y posible		<input checked="" type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/> Factor de longitud eficaz	$k_{cr,y}$	1.000	
<input type="checkbox"/> Longitud eficaz	$L_{cr,y}$	3.000	m
<input type="checkbox"/> Pandeo respecto al eje z posible		<input checked="" type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/> Factor de longitud eficaz	$k_{cr,z}$	1.000	
<input type="checkbox"/> Longitud eficaz	$L_{cr,z}$	3.000	m
<input type="checkbox"/> Pandeo lateral posible		<input checked="" type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/> Factor de longitud eficaz (tipo de coacción)	$k_z$	1.0	
<input type="checkbox"/> Momento	$M_{cr}$	185.29	kNm
<input type="checkbox"/> Longitud de pandeo lateral	$L_w$	3.000	m
<input type="checkbox"/> Longitud torsional	$L_T$	3.000	m
Comentario			

Establecer entrada para las barras núm.:  Todas

[mm]

Cálculo Detalles... Anejo Nac. ... Gráfico Aceptar Cancelar

Figura 70: Ventana para cambio de  $M_{cr}$

Encontrada la casilla de  $M_{cr}$  y siguiendo la fila de la barra, se pulsará en el recuadro del valor con doble click. Hecho esto aparecerá una línea perpendicular indicando que ya está disponible para ser cambiado. Introducido el valor anteriormente expuesto, se volverá a calcular de igual forma que se ha procedido antes. Es necesario volver a calcular ya que se está obligando a RFEM a que deje atrás el valor que tiene programado para sustituir en dicho lugar el valor que el usuario le introduce. En la -Figura 71- se puede ver como se cambia el valor y seguidamente se calcula:

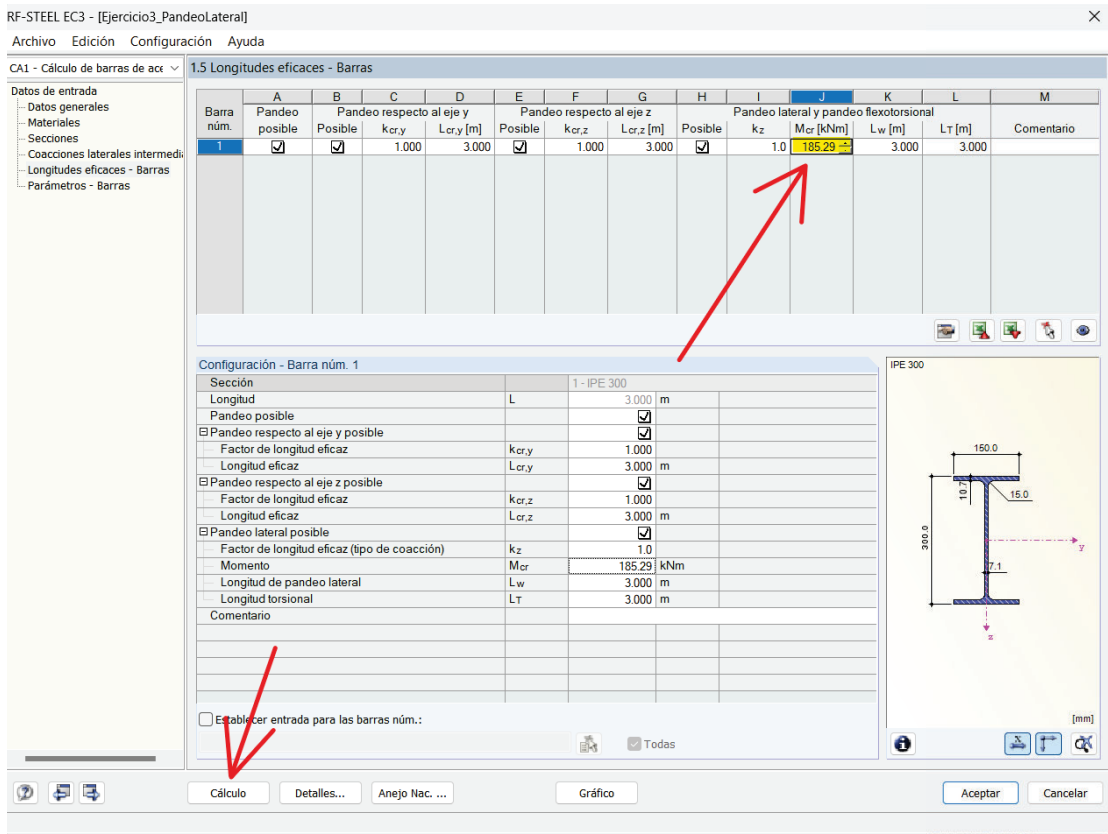


Figura 71: Cambio de  $M_{cr}$  por valor calculado manualmente

Calculado el ejercicio, se podrá ir a la ventana de resultados como se ha explicado en varias ocasiones y empezar a corroborar cálculos con RFEM. Los nuevos cálculos se indican en la -Figura 72-:

RF-STEEL EC3 - [Ejercicio3\_PandeoLateral]

Archivo Edición Configuración Ayuda

CA1 - Cálculo de barras de ac... 2.4 Cálculo por barra

Datos de entrada

- Datos generales
- Materiales
- Secciones
- Coacciones laterales intermed...
- Longitudes eficaces - Barras
- Parámetros - Barras

Resultados

- Cálculo por caso de carga
- Cálculo por sección
- Cálculo por barra
- Cálculo por posición x
- Esfuerzos internos determinant...
- Lista de piezas por barra

Barra num.	A	B	C	D	E
	Posición x [m]	Carga	Tensiones Razón		Cálculo según fórmula
1	Sección num. 1 - IPE 300				
	3.000	CC1	0.00	≤ 1	CS100) Esfuerzos internos insignificantes
	0.000	CC1	0.53	≤ 1	CS111) Comprobación de la sección - Flexión respecto al eje y, según 6.2.5 - Clase 1 ó 2
	0.000	CC1	0.15	≤ 1	CS121) Comprobación de la sección - Esfuerzo cortante en el eje z según 6.2.6
	0.000	CC1	0.00	≤ 1	CS126) Comprobación de la sección - Abolladura según 6.2.6(6)
	0.000	CC1	0.53	≤ 1	CS141) Comprobación de la sección - Flexión y esfuerzo cortante según 6.2.5 y 6.2.8
	0.000	CC1	0.61	≤ 1	ST331) Análisis de estabilidad - Pandeo lateral según 6.3.2.1 y 6.3.2.3 - Sección en I

Máx.: 0.61 ≤ 1

Detalles - Barra 1 - x: 0.000 m - CC1

Razón de tensiones

Canto de la sección	h	300.0	mm	
Ancho de la sección	b	150.0	mm	
Criterio	h/b	2.00		≤ 2 Tab. 6.5
Curva de pandeo	BC <sub>LT</sub>	b		Tab. 6.5
Coefficiente de imperfección	α <sub>LT</sub>	0.340		Tab. 6.3
<b>Momento crítico elástico para pandeo lateral</b>	<b>M<sub>cr</sub></b>	<b>185.29</b>	<b>kNm</b>	
Módulo resistente	W <sub>y</sub>	628.40	cm <sup>3</sup>	
Límite elástico	f <sub>y</sub>	27.50	kN/cm <sup>2</sup>	3.2.1
Esbeltez	λ <sub>LT</sub>	0.966		6.3.2.2(1)
Parámetro	λ <sub>LT,0</sub>	0.400		6.3.2.3(1)
Parámetro	β	0.750		6.3.2.3(1)
Coefficiente auxiliar	Φ <sub>LT</sub>	0.946		6.3.2.3(1)
Coefficiente de reducción	χ <sub>LT</sub>	0.721		Ec. (6.57)
Coefficiente de corrección	k <sub>c</sub>	0.632		6.3.2.3(2)
Factor de modificación	f	0.826		6.3.2.3(2)
Coefficiente de reducción	χ <sub>LT,mod</sub>	0.872		Ec. (6.58)
Coefficiente parcial	γ <sub>M1</sub>	1.050		6.1
Momento resistente de cálculo a pandeo lateral	M <sub>b,Rd</sub>	143.51	kNm	Ec. (6.55)
Momento	M <sub>y,Ed</sub>	87.08	kNm	
Razón de tensiones	η	0.61		≤ 1 (6.54)

Fórmula de cálculo

$M_{y,Ed} / M_{b,Rd} = 0.61 \leq 1$  (6.54)

1 - IPE 300

Cálculo Detalles... Anejo Nac. ... Gráfico Aceptar Cancelar

Figura 72: Resultados obtenidos con  $M_{cr}$  modificado

Si se sustituye numéricamente quedaría:

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{628,40 \cdot 10^3 \cdot 275}{185,286 \cdot 10^6}} = 0,9657 \quad (41)$$

Una vez se tiene el factor  $\lambda_{LT}$  se puede proceder a calcular la curva de pandeo denominada  $\alpha_{LT}$ . Para hallar la curva de pandeo será necesario calcular la relación de altura partido ancho del perfil empleado junto con el tipo de perfil que se está utilizando. Basándose en la tabla 6.5 del Eurocódigo 3, -Figura 73-:

**Tabla 6.5 – Recomendaciones para la elección de la curva de pandeo lateral para secciones transversales utilizando la ecuación (6.57)**

Sección transversal	Límites	Curva de pandeo
Secciones en I laminadas	$h/b \leq 2$	<b>b</b>
	$h/b > 2$	<b>c</b>
Secciones en I soldadas	$h/b \leq 2$	<b>c</b>
	$h/b > 2$	<b>d</b>

Figura 73: Tabla para seleccionar la curva de pandeo adecuada al perfil

Por lo tanto, quedará la curva de pandeo tal que:

$$\text{Curva de pandeo} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} \leq 2 = \frac{300}{150} = 2 \\ \text{Perfil laminado en I} \end{array} \right\} \text{Curva b} \rightarrow \alpha_{LT} = 0,34$$

Para hallar el valor de la curva de pandeo tipo b se ha empleado la tabla 6.3 el Eurocódigo 3. Se puede ver en la -Figura 74-:

**Tabla 6.3 – Valores recomendados para el coeficiente de imperfección para las curvas de pandeo lateral**

Curva de pandeo	a	b	c	d
Coefficiente de imperfección $\alpha_{LT}$	0,21	0,34	0,49	0,76

Figura 74: Valores de  $\alpha_{LT}$

Una vez se conoce el valor de la curva de pandeo  $\alpha_{LT}$ , lo siguiente sería hallar el coeficiente  $\phi_{LT}$  que se hallaría de la siguiente forma:

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT} \cdot (\overline{\lambda_{LT}} - \overline{\lambda_{LT,0}}) + \beta \cdot \overline{\lambda_{LT}}^2] \quad (42)$$

Donde todos los valores son conocidos menos los término  $\overline{\lambda_{LT,0}}$  y  $\beta$ , que atendiendo a la normativa impuesta por el Eurocódigo 3 se adopta el valor de 0,4 para  $\overline{\lambda_{LT,0}}$  y el valor de 0,75 para  $\beta$ . Dicho valor se considera el máximo y se puede comprobar como RFEM ha sido programado para coger dicho valor también. Una vez se conoce dicho valor, se tendría el conocimiento de todos los valores por lo que solo habría que introducirlos en la ecuación y calcular el valor de  $\phi_{LT}$ :

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,9657 - 0,4) + 0,75 \cdot 0,9657^2] = 0,946 \quad (43)$$

Calculado el  $\phi_{LT}$ , lo siguiente sería calcular el coeficiente de reducción por pandeo lateral :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \overline{\lambda_{LT}}^2}} \text{siendo} \rightarrow \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\overline{\lambda_{LT}}^2} \end{cases} \quad (44)$$

Sustituyendo, quedaría:



$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,946 + \sqrt{0,946^2 - 0,75 \cdot 0,9657^2}} = 0,721 \rightarrow \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq 1,0722 \end{cases} \quad (45)$$

Debido a que se deben tener en cuenta la distribución de momentos flectores entre arriostramientos laterales de los elementos, el coeficiente de reducción  $\chi_{LT}$  puede modificarse de la siguiente forma:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \text{ siendo } \rightarrow \begin{cases} \chi_{LT,mod} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\lambda_{LT}^2} \end{cases} \quad (46)$$

Donde:

- $f$ : Puede definirse en el anexo nacional. Se recomienda el siguiente valor mínimo que se puede calcular de la siguiente forma:

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - k_c) \cdot [1 - 2,0(\overline{\lambda_{LT}} - 0,8)^2] \quad (47)$$

Donde a su vez, todos los términos son conocidos menos el término  $K_c$  que se calculará según la tabla 6.6 del Eurocódigo 3 que se denomina “Coeficientes de corrección  $K_c$ ”. A dicha tabla se le entrara mediante el diagrama de momentos que se asemeje al del ejercicio. En el caso del ejercicio, el diagrama que más se le asemeja es el segundo diagrama, seleccionado mediante un recuadro, se puede ver en la *-Figura 75-*:

**Tabla 6.6 – Coeficientes de corrección  $k_c$**


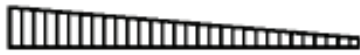





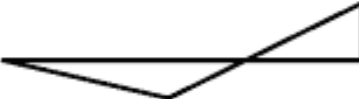
Distribución de momentos	$k_c$
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82

Figura 75: Valores de  $K_c$

Debido a la curva que sigue el momento, habrá que calcular la relación de momentos entre el momento máximo y donde sitúa RFEM por defecto la coacción lateral para inmovilizar el ala superior. Este dato se puede ver en la pestaña donde se añadió las coacciones laterales, por supuesto en la ventana de RF-STEEL EC3, en la pestaña de “Coacciones laterales intermedias”. Dentro de ahí se podrá ver la posición a la que RFEM ha puesto el inmovilizador por defecto y se hará una relación entre el momento máximo (que aparece en el empotramiento) y el momento a esa distancia del empotramiento. Dicha distancia se puede observar subrayada en amarillo en la *-Figura 76-*:

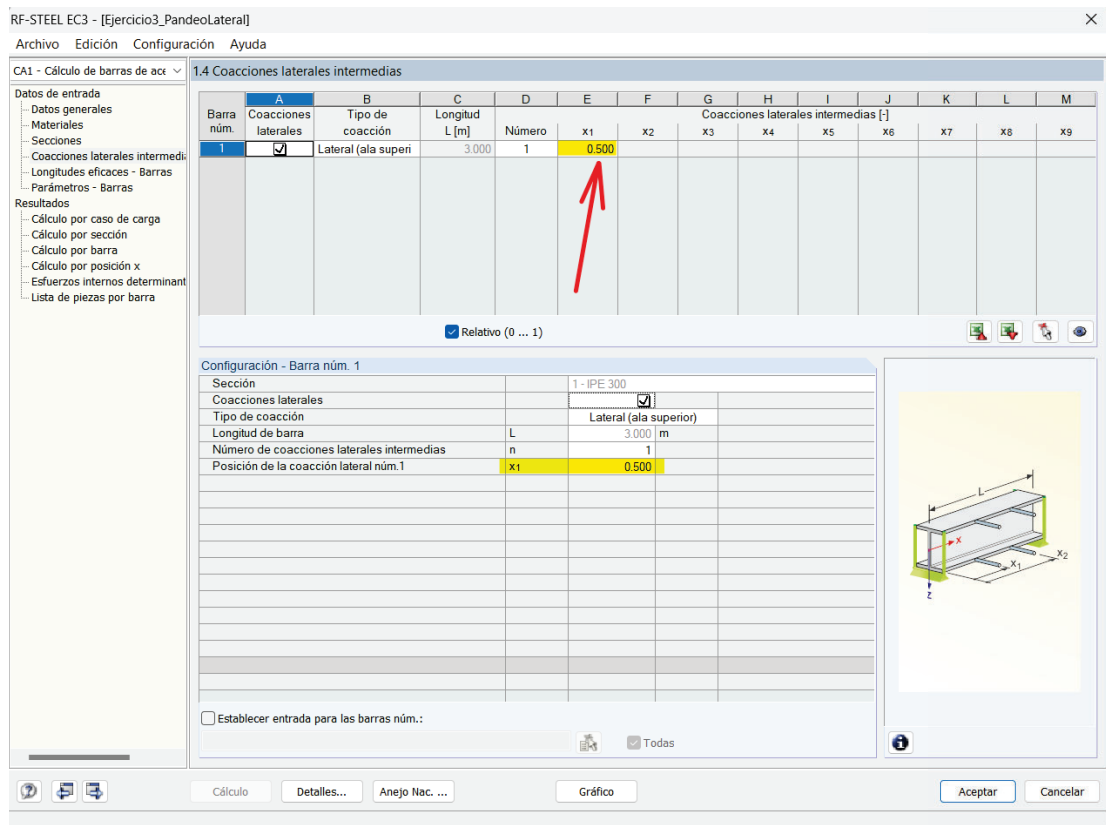


Figura 76: Posición del inmovilizador del ala superior

Una vez se sabe la posición, lo siguiente será hallar el momento que

hay en el empotramiento y en la posición del inmovilizador. Para hacer la guía mas completa y no tan manual, se va a mirar dicho resultado mediante RFEM ya que mediante cálculo a mano sería tan sencillo como introducir valores en la fórmula del prontuario. Para mirar dicho valor se deberá ir a la situación de carga que se hizo primeramente y después clicar botón derecho sobre el perfil para que aparezcan las opciones. Se buscará la opción que indica “Diagramas de resultados” y se clicará para acceder a ellos, se puede ver en -Figura 77-:

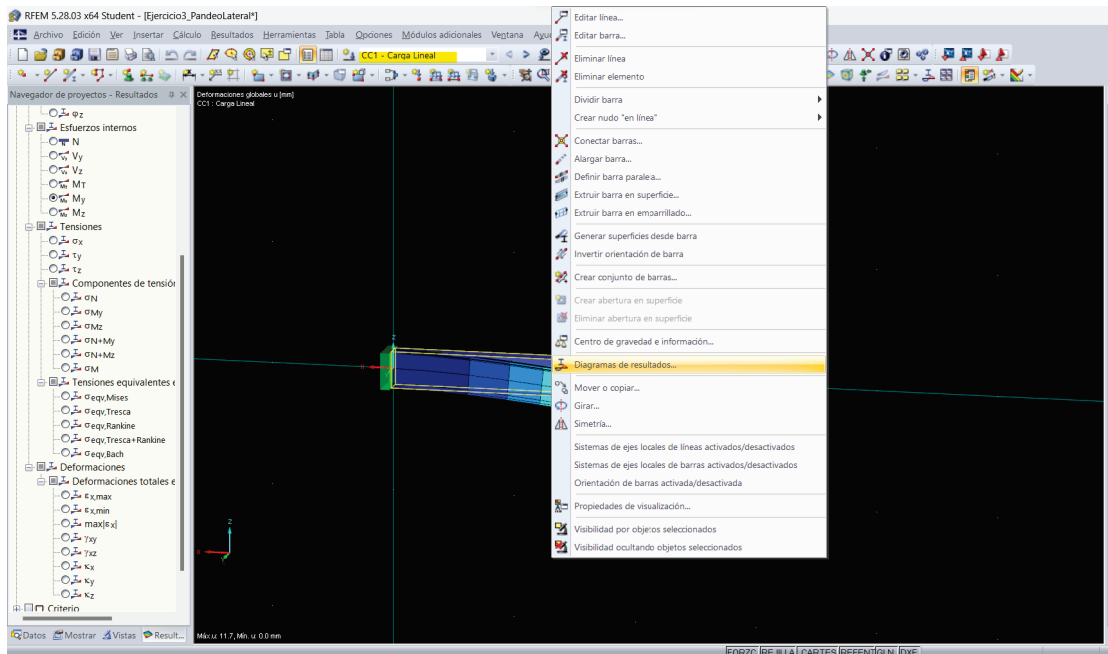


Figura 77: Acceso a diagramas de resultados

Mediante la ventana de resultados que aparecerá tras clicar en ello se podrá ver los resultados del momento desplazando el cursor sobre el diagrama. Se ayudará de la escala numerada que está en la parte superior para saber la posición en la que se encuentra el usuario o bien introduciendo el valor en la casilla que existe a la derecha de la escala numerada, *Figura 78-*:

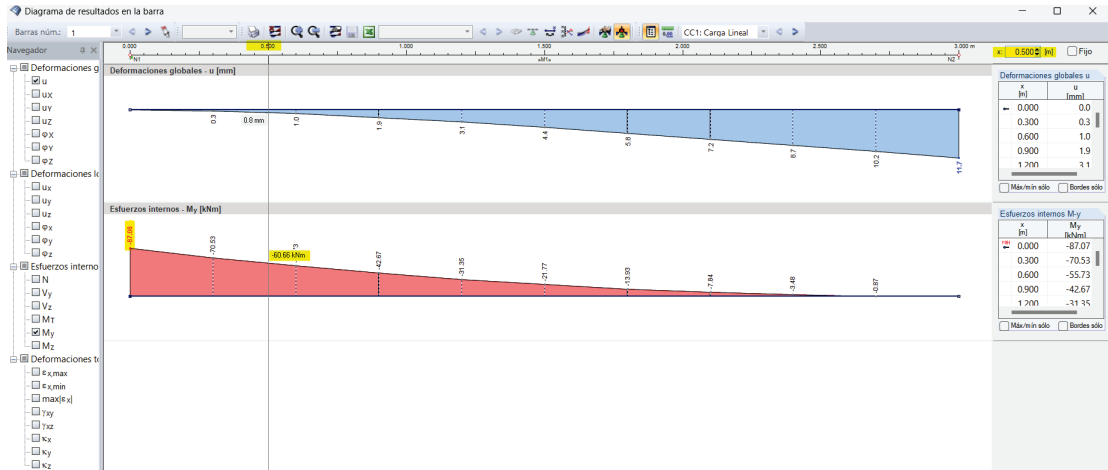


Figura 78: Valor del momento a la distancia del inmovilizador

Conocidos los momentos, lo único restante sería hallar la relación entre momentos  $\psi$  y seguidamente calcular el  $K_c$ :

$$\psi = -\frac{M_{\text{pequeño}}}{M_{\text{grande}}} = -\frac{-60,66 \text{ kN/m}}{-87,08 \text{ kN/m}} = -0,72 \rightarrow \quad (48)$$

$$\rightarrow K_c = \frac{1}{1,33 - 0,33 \cdot \psi} = \frac{1}{1,33 - 0,33 \cdot -0,72} = 0,632 \quad (49)$$

Hallado el  $K_c$  lo siguiente sería hallar la  $f$  que solo habría que sustituir en la siguiente ecuación :

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - k_c) \cdot [1 - 2,0(\overline{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \rightarrow \quad (50)$$

$$\rightarrow f = 1 - 0,5 \cdot (1 - 0,632) \cdot [1 - 2,0(0,9657 - 0,8)^2] = 0,826 \quad (51)$$

Ya se podría calcular el  $\chi_{LT,mod}$ :

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} = \frac{0,721}{0,826} = 0,8728 \rightarrow \begin{cases} \chi_{LT,mod} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq 1,0722 \end{cases} \quad (52)$$

Se tendrían todos los valores por lo que se puede proceder a calcular la resistencia de cálculo a flexión frente a pandeo lateral, obtenido mediante la ecuación anteriormente expuesta:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,8728 \cdot 628,40 \cdot 10^3 mm^3 \cdot \frac{275 MPa}{1,05} \Rightarrow \quad (53)$$

$$\rightarrow M_{b,Rd} = 143646255,2 N \cdot mm = 143,654 KN \cdot m \quad (54)$$

Hallando la razón de tensiones para dar la solución del ejercicio:

$$\eta = \frac{M_{ed}}{M_{b,Rd}} \rightarrow \eta = \frac{87,08}{143,654} = 0,6061 \approx 0,61 \quad (55)$$

Esto querría decir que el fenómeno de pandeo lateral está lejos del límite y por lo tanto, la estructura no pandeará lateralmente.

Se puede observar que el valor que sale mediante el cálculo a mano es exactamente igual que el valor calculado por RFEM aunque se tuvo que cambiar el  $M_{cr}$  por otro (que es más conservador porque el resultado final sale bastante menor que proporcionaba RFEM). Por lo tanto se puede concluir que los valores expuestos en RFEM son verídicos y de fiabilidad.

## 9. Conclusiones

En resumidas cuentas el presente TFG me ha hecho mejorar en la gran mayoría de los ámbitos que me servirán en mi vida laboral, empezando desde enseñarme a aprender por cuenta propia, es decir, a ser autodidacta hasta contactar con el soporte técnico de un programa para solucionar dudas. Algunos de los puntos más relevantes que he desarrollado internamente son:

- Aprendizaje de un software profesional de primer nivel, con esto quiero decir que he sido capaz por métodos propios de ser capaz de manejar un programa de avanzado nivel a fuerza de preguntar y comprendiendo en todo momento como trabaja el programa y el resultado de cada paso que doy. He de decir que RFEM no es un software tan trivial como puede llegar a serlo CYPE o otros programas estructurales, con esto no quiero decir que sean inferiores ni nada por el estilo, solo que RFEM te muestra muchas soluciones pero el usuario tiene que saber lo que está buscando y escoger esa solución concreta.
- Ampliar conocimientos de inestabilidades, mediante bibliografía tan potente como el Argüelles, he tenido la oportunidad de agrandar y afianzar mis conocimientos sobre las inestabilidades, concretamente lo referido al pandeo por flexión y pandeo lateral que es lo que se desarrolla en el TFG. He de decir que los fenómenos de pandeo son de una complejidad bastante alta, y junto con los cálculos de segundo orden que ya están implementando los softwares, en muchas ocasiones casi inviable calcularlos a mano.
- Creación de material docente, que como bien se explicó en el resumen, el presente TFG se centra en ser un material de caracter didáctico para mejorar la enseñanza en diversas asignaturas de la Escuela de Ingenierías Industriales sobre las que se pone a disposición este material. He de decir que la redacción de el material didáctico es francamente complicada, porque se intenta que el usuario y alumno no le quede la más mínima duda por entender a la hora de comprender el documento.
- Aplicación del material docente sobre otras asignaturas de la Escuela de Ingenierías Industriales, es decir, con esto quiero referir que el material que se expone se ha basado en la asignatura Estructuras Metálicas de

el grado de Ingeniería Mecánica de la mencionada escuela, pero, que de igual forma servirá para asignaturas de otros grados como puede ser Diseño y Análisis Estructural Asistido del grado de Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo del Producto entre otras más.

- Desarrollo de una metodología que puede ampliarse con sucesivos TFGs, es decir, siguiendo el método que se ha empleado en este TFG se pueden seguir haciendo TFGs para seguir complementando la asignatura en sus diferentes partes y añadiendo más ejercicios.
- Manejo de otros softwares de redacción como es Latex, dicho software en el momento de la redacción fué la primera vez que yo me enfrentaba a este software sin conocer ni la más remota existencia de él. Con mucha paciencia me dí cuenta de que Latex era un potentísimo redactor matemático, y a mi gusto, mucho más sencillo de trabajar con él que el famoso Microsoft Word. Con esto no quiero despreciar ningún software pero he de decir que la potencia de desarrollo matemático para mi gusto quedó por encima en Latex. También quiero resaltar que la enseñanza en Latex es muchísimo más compleja que en Word ya que este no es tan trivial, se basa en la escritura en código.



## 10. Bibliografía

- Apuntes de la asignatura Estructuras Metálicas del grado Ingeniería Mecánica impartido en la Escuela de Ingeniería Industriales de la Universidad de Málaga.
- EAE Instrucción de acero estructural. Ministerio de Fomento.
- Real Decreto 470/2021 por el que se aprueba el Código Estructural (<https://www.mitma.gob.es/organos-colegiados/comision-permanente-de-estructuras-de-acero/cpa/codigo-estructural>).
- Argüelles, R. / Arriaga, F. / Atienza J.R. Estructuras de acero: Uniones y sistemas estructurales (II). BELLISCO Ediciones Técnicas y Científicas. Madrid, 2000.
- UNE-EN 1993-1-3:2012 Eurocódigo 3 (Proyecto de Estructuras de Acero).
- Documentación facilitada por el Soporte Técnico RFEM (concretamente Ing. Manuel Ballesta-Customer Support).
- <https://www.dlubal.com/>
- <https://manualdelatex.com/>