

Aplicaciones actuariales de graduación paramétrica de tablas de supervivencia y mortalidad

Antonio Fernández Morales

Departamento de Economía Aplicada (Estadística y Econometría)
Universidad de Málaga, 2023



Esta obra se encuentra bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada.

Puede copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra bajo las condiciones siguientes:

- Reconocimiento: Debe reconocer los créditos de la obra citando al autor.
- No comercial: No puede utilizar esta obra para fines comerciales.
- Sin obras derivadas: No se puede alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

1. Introducción

Uno de los pilares del progreso contemporáneo de la función actuarial en la rama vida se basa en la disponibilidad de tablas de supervivencia y mortalidad adecuadas y representativas. Por este motivo, los desarrollos teóricos y empíricos en el ámbito de la estimación y graduación de tablas de mortalidad han constituido importantes elementos en el avance de las ciencias actuariales, especialmente en lo relativo al análisis de la supervivencia y mortalidad de asegurados, rentistas y pensionistas, [1]. En este sentido, las técnicas de graduación, ya sean paramétricas, [2], [3], [4], o no paramétricas, [5], [6], tienen un papel central desde los comienzos de las primeras aplicaciones actuariales, [7], hasta los desarrollos más recientes.

La evaluación de las graduaciones de tablas de mortalidad pretende aportar evidencias del grado en que los resultados de una graduación reflejan adecuadamente el patrón de mortalidad subyacente, para lo cual se suele acudir a diversos tests estadísticos, que incluyen tests de bondad de ajuste, de aleatoriedad, etc. [7]. En este sentido, las dos características básicas que se persiguen son la suavidad y la bondad del ajuste, siendo la primera de ellas generalmente asumida en el caso de utilizar una graduación de tipo paramétrico.

Adicionalmente, las graduaciones paramétricas permiten realizar extrapolaciones para grupos de edades con escasa información muestral, tal como suele presentarse en edades avanzadas, [8].

Dada la relevancia de las técnicas de graduación paramétrica y sus aplicaciones en la rama vida del ámbito actuarial, en esta obra se ha incluido un conjunto de casos de estudio que afrontan dichas herramientas desde un punto de vista práctico y enfocado al desarrollo de las competencias profesionales demandadas en este mercado [9], [10], [11], [12], [13]. Para ello, no se desea perder de vista la notable multidisciplinariedad presente en las mismas [14], [15], ni los retos que plantean las nuevas herramientas relacionadas con el *big data* [16].

El formato de los casos elaborados está adaptado tanto para su aplicación en el desarrollo de proyectos grupales, [17], como para modelos basados en tareas individuales. Así mismo, se pueden emplear en entornos virtuales, [18], [19], [20], [21], que ya han sido probados con ocasión de las adaptaciones realizadas en la Universidad de Málaga con motivo de la pandemia de la COVID-19 [22], [23], [24].

Los casos incluidos en esta obra forman parte de un conjunto comprensivo más extenso, [25], [26], [27], que se complementa con recursos y actividades interactivas. Estas utilizan diversos recursos digitales que facilitan la simulación y experimentación en tiempo real con tablas de supervivencia dinámicas, [28], [29], [30], varios tipos de procesos estocásticos, [31], [32], [33], [34], [35], y modelos analíticos de supervivencia, [36], [37], [38], [39].

2. Casos de estudio

Caso 1

Seleccione las técnicas o modelos empleados en las graduaciones de mortalidad de los siguientes trabajos.

Graduación de tablas y modelos de mortalidad

A. Las tablas brasileñas *Experiência do Mercado Segurador Brasileiro – BR-EMS* [40] hacen uso de una graduación con:

- Modelos de la familia Gompertz-Makeham, $GM(r, s)$
 - Modelos de Heligman y Pollard
 - Método de Whittaker-Henderson
-

B. Se ha graduado la mortalidad de la población australiana en las *Australian Life Tables 2015-17*, [41], utilizando las técnicas:

- Modelos de Makeham
 - Splines* cúbicos
 - Modelos de Makeham y *splines* cúbicos según grupos de edad
 - Ninguno de los anteriores
-

C. En los trabajos [42] y [43] se realizan graduaciones de la mortalidad en Andalucía con diversos modelos que se pueden clasificar dentro del grupo de:

- Graduación paramétrica
 - Graduación no paramétrica
 - Ninguno de los anteriores
-

D. Las tablas británicas de mortalidad la serie 16: TMNL16, TMSL16, TFNL16 y TFSL16 para población asegurada masculina, femenina, fumadores y no fumadores, [44], utilizan en su graduación:

- Modelos de la familia Gompertz-Makeham, $GM(r, s)$
 - Modelos de Heligman y Pollard
 - Método de Whittaker-Henderson
-

Caso 2

Se desea comprobar si tras diez años de aplicación de una tabla de mortalidad, ésta ha quedado desfasada o por el contrario podríamos emplearla con un rejuvenecimiento de dos años en la edad actuarial, al menos en el intervalo (40,60). Para ello se ha obtenido la información muestral que aparece en la tabla.

- a) Aplicar el test χ^2 para evaluar la bondad del ajuste.
- b) Evaluar la magnitud y distribución de las desviaciones estandarizadas.
- c) Aplicar un test para evaluar la presencia de sesgo.
- d) Usar un test de rachas y analizar su resultado.

Tabla anterior		Datos muestrales	
x	q_x	D_x	E_x
38	0,0015924	40	27762
39	0,0016783	21	21315
40	0,0017671	39	26418
41	0,0018592	42	31731
42	0,0019381	59	35469
43	0,0019929	44	23877
44	0,0020300	63	29400
45	0,0020560	42	23835
46	0,0020775	45	26544
47	0,0021010	41	21336
48	0,0021330	52	25599
49	0,0021801	43	24696
50	0,0022489	59	29337
51	0,0023459	42	22806
52	0,0024776	63	26250
53	0,0026506	82	35364
54	0,0028715	61	25683
55	0,0031467	60	24738
56	0,0034828	105	33327
57	0,0038864	81	32361
58	0,0043640	102	32508
59	0,0047510	126	34944
60	0,0054690	147	31983

Caso 3

Se ha estimado un modelo de Gompertz para ajustar a los datos de defunciones (D_x), expuestos al riesgo (E_x) y probabilidades anuales de fallecimiento (q_x) de la tabla siguiente. Los parámetros del modelo ajustado son $\ln(B) = -10,58257$ y $c = 1,106723$. Empleando los datos intermedios de la tabla, que incluyen las probabilidades de fallecimiento anuales estimadas con el modelo q_x^G y los residuos de Pearson r_x , realice una evaluación de la adecuación de la graduación realizada. Utilice los contrastes de ajuste que considere adecuados.

x	D_x	E_x	q_x	q_x^G	r_x	r_x^2
35	55	67068	0,000820	0,000789	0,288141	0,083025
36	58	67014	0,000865	0,000873	-0,065607	0,004304
37	64	66987	0,000955	0,000966	-0,089040	0,007928
38	74	66960	0,001105	0,001069	0,284978	0,081212
39	78	66906	0,001166	0,001183	-0,130674	0,017076
40	92	66879	0,001376	0,001309	0,473765	0,224454
41	93	66771	0,001393	0,001449	-0,381711	0,145703
42	111	66663	0,001665	0,001604	0,397253	0,157810
43	127	66555	0,001908	0,001775	0,819447	0,671493
44	137	66312	0,002066	0,001964	0,594973	0,353993
45	147	66123	0,002223	0,002173	0,276548	0,076479
46	153	66042	0,002317	0,002405	-0,461615	0,213088
47	179	65880	0,002717	0,002661	0,279419	0,078075
48	199	65772	0,003026	0,002945	0,383646	0,147184
49	223	65637	0,003397	0,003258	0,625728	0,391536
50	243	65394	0,003716	0,003605	0,471638	0,222443
51	269	65205	0,004125	0,003989	0,551115	0,303727
52	298	64962	0,004587	0,004414	0,665415	0,442778
53	330	64665	0,005103	0,004884	0,799010	0,638417
54	367	64287	0,005709	0,005404	1,053997	1,110911
55	353	63747	0,005538	0,005979	-1,445942	2,090750
56	408	62991	0,006477	0,006615	-0,426912	0,182254
57	475	62748	0,007570	0,007318	0,739362	0,546656
58	520	62316	0,008345	0,008096	0,691699	0,478447
59	573	61911	0,009255	0,008956	0,789103	0,622684
60	628	61425	0,010224	0,009908	0,791526	0,626513
61	648	60912	0,010638	0,010959	-0,760464	0,578305
62	703	60372	0,011644	0,012122	-1,071236	1,147548
63	772	59589	0,012955	0,013406	-0,957453	0,916717
64	837	58860	0,014220	0,014827	-1,217365	1,481978
65	986	57888	0,017033	0,016396	1,206790	1,456343
66	998	56889	0,017543	0,018130	-1,049120	1,100652
67	1159	55998	0,020697	0,020045	1,100886	1,211951
68	1269	54999	0,023073	0,022161	1,453894	2,113808
69	1258	53649	0,023449	0,024496	-1,569800	2,464272
70	1471	52137	0,028214	0,027075	1,602555	2,568182
71	1569	50544	0,031042	0,029921	1,479746	2,189647
72	1681	49005	0,034303	0,033061	1,537523	2,363976
73	1671	47358	0,035284	0,036524	-1,437951	2,067702
74	1906	45765	0,041648	0,040342	1,419180	2,014071
75	2048	44145	0,046393	0,044550	1,876028	3,519479
						37,113571

Caso 4

Se ha ajustado un modelo de Gompertz a las cifras de mortalidad de la población española de 2020, hombres, para el rango de edades (50-100). Realice una evaluación de la graduación obtenida de las probabilidades anuales de fallecimiento, q_x^G , aplicando los tests χ^2 , de signos y de rachas. Utilice los datos de los residuos de Pearson, r_x , de la tabla adjunta.

x	q_x	q_x^G	r_x	r_x^2
50	0.002803	0.002540	3.202326	10.254889
51	0.003187	0.002830	4.083983	16.678921
52	0.003699	0.003160	5.860754	34.348433
53	0.004349	0.003510	8.573053	73.497244
54	0.004612	0.003910	6.723141	45.200625
55	0.005218	0.004360	7.767977	60.341469
56	0.005677	0.004850	7.033432	49.469170
57	0.006184	0.005410	6.095327	37.153015
58	0.006903	0.006020	6.479688	41.986355
59	0.007463	0.006700	5.264482	27.714766
60	0.008263	0.007460	5.216316	27.209953
61	0.009311	0.008310	6.069353	36.837044
62	0.010247	0.009240	5.703299	32.527616
63	0.011244	0.010290	4.969807	24.698979
64	0.012374	0.011450	4.445927	19.766270
65	0.013494	0.012740	3.367560	11.340463
66	0.014232	0.014170	0.257756	0.066438
67	0.015708	0.015770	-0.246543	0.060784
68	0.016965	0.017540	-2.098685	4.404477
69	0.018582	0.019500	-3.116880	9.714943
70	0.020504	0.021680	-3.735514	13.954066
71	0.021865	0.024090	-6.821919	46.538575
72	0.024252	0.026770	-7.311047	53.451403
73	0.026633	0.029730	-7.951013	63.218606
74	0.029914	0.033010	-7.641424	58.391358
75	0.032990	0.036640	-8.391046	70.409660

x	q_x	q_x^G	r_x	r_x^2
76	0,036261	0,040660	-9,393370	88,235394
77	0,040881	0,045090	-8,160683	66,596745
78	0,044567	0,049980	-9,035750	81,644781
79	0,049627	0,055370	-9,396317	88,290772
80	0,055479	0,061300	-8,642527	74,693273
81	0,064449	0,067820	-4,229647	17,889913
82	0,071135	0,074990	-4,775870	22,808933
83	0,078631	0,082840	-5,077623	25,782254
84	0,088199	0,091430	-3,660234	13,397316
85	0,100798	0,100810	-0,012205	0,000149
86	0,112447	0,111040	1,333008	1,776911
87	0,124981	0,122170	2,433883	5,923786
88	0,140638	0,134250	4,901188	24,021639
89	0,156809	0,147310	6,482263	42,019730
90	0,173039	0,161420	6,897719	47,578524
91	0,192995	0,176590	8,471360	71,763940
92	0,213821	0,192860	9,170397	84,096187
93	0,228862	0,210250	6,913274	47,793351
94	0,251725	0,228760	7,089807	50,265368
95	0,275158	0,248380	6,926616	47,978009
96	0,295801	0,269110	5,603090	31,394619
97	0,328125	0,290890	6,358930	40,435996
98	0,323326	0,313680	1,275488	1,626871
99	0,349626	0,337410	1,231193	1,515836
100	0,397037	0,361980	2,680295	7,183983
				1853,949802

Caso 5

Se ha ajustado un modelo $GM(0, 5)$ (familia Gompertz-Makeham, [45], [46]) a las cifras de mortalidad de la población española de 2020, mujeres, para el rango de edades (60-90). Realice una evaluación de la graduación obtenida de las probabilidades anuales de fallecimiento, q_x^{GM} , aplicando los tests χ^2 , de signos y de rachas. Utilice los datos de los residuos de Pearson, r_x , de la tabla adjunta.

x	q_x	q_x^{GM}	r_x	r_x^2
60	0,003598	0,003740	-1,314942	1,729073
61	0,004062	0,003960	0,902634	0,814748
62	0,004285	0,004200	0,710145	0,504306
63	0,004618	0,004460	1,253811	1,572042
64	0,004472	0,004760	-2,182346	4,762635
65	0,005239	0,005080	1,150547	1,323759
66	0,005532	0,005460	0,500936	0,250937
67	0,006025	0,005890	0,887117	0,786976
68	0,006138	0,006380	-1,507165	2,271547
69	0,006926	0,006950	-0,139908	0,019574
70	0,007556	0,007620	-0,368684	0,135928
71	0,008221	0,008400	-0,990417	0,980927
72	0,009272	0,009320	-0,234724	0,055095
73	0,010599	0,010410	0,897866	0,806163
74	0,011782	0,011690	0,410004	0,168103
75	0,013289	0,013210	0,324366	0,105213
76	0,015115	0,015010	0,388596	0,151007
77	0,017400	0,017140	0,822847	0,677077
78	0,019194	0,019690	-1,533083	2,350342
79	0,022270	0,022710	-1,231500	1,516592
80	0,026286	0,026300	-0,033265	0,001107
81	0,031050	0,030560	1,128843	1,274288
82	0,036078	0,035600	1,066229	1,136845
83	0,040970	0,041540	-1,181402	1,395710
84	0,049050	0,048510	1,001977	1,003958
85	0,056769	0,056640	0,218520	0,047751
86	0,065540	0,066040	-0,771744	0,595588
87	0,077218	0,076800	0,568166	0,322812
88	0,088142	0,088990	-1,025195	1,051024
89	0,102385	0,102590	-0,217275	0,047208
90	0,118228	0,117540	0,642353	0,412617
				28,270953

Referencias

- [1] Pitacco, E. (2004). From Halley to frailty: a review of survival models for actuarial calculations. *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari* 67, 17-47.
- [2] Yan, H., Peters, G., and Chan, J. (2021). Mortality models incorporating long memory for life table estimation: A comprehensive analysis. *Annals of Actuarial Science*, 15(3), 567-604. 4
- [3] Haberman, S., Renshaw, A. (2011). A comparative study of parametric mortality projection models. *Insurance: Mathematics and Economics* 48(1), 35-55.
- [4] Verrall, R., Haberman, S. (2011). Automated Graduation using Bayesian Trans-dimensional Models. *Annals of Actuarial Science*, 5(2), 231-251.
- [5] Selingerova, I., Katina, S., Horova, I. (2021). Comparison of parametric and semiparametric survival regression models with kernel estimation. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 91(13), 2717-2739.
- [6] Peristera, P., Kostaki, A. (2005). An evaluation of the performance of kernel estimators for graduating mortality data. *Journal of Population Research* 22, 185-197.
- [7] Li, N. (2020). Estimating Complete Life Tables for Populations with Limited Size: From Graduation to Equivalent Construction. *North American Actuarial Journal* 24(1), 22-35.
- [8] Su, K. C., Yue, J. C. (2021). A Synthesis Mortality Model for the Elderly. *North American Actuarial Journal* 25(S1), 457-481.
- [9] Trigo-Martínez, E., Fernández-Morales, A. (2017). Collaborative projects for developing technological and professional competences in Actuarial Science, *EDULEARN17 Proceedings, 9th International Conference on Education and New Learning Technologies*, Valencia: IATED, pp. 2767-2772.
- [10] Fernández-Morales, A., Trigo-Martínez, E., Moreno-Ruiz, R., Gómez-Pérez-Cacho, O. (2019). Involving professionals in curricular activities for developing actuarial skills. *INTED2019 Proceedings*, pp. 9113-9117, 2019. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/inted.2019.2267>
- [11] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2018). Coordination, transversality and professional skills in actuarial education. *11th annual International Conference of Education, Research and Innovation, ICERI2018 Proceedings*, pp. 2714-2719, Sevilla: IATED. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/iceri.2018.1601>

- [12] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A., Moreno-Ruiz, R. (2020). Actions for the contextualization and development of professional competences. *12th Annual International Conference on Education and New Learning Technologies, EDULEARN20 Proceedings*, pp. 5379-5385. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/edulearn.2020.1417>
- [13] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A., Gómez Pérez-Cacho, O., Trigo-Martínez, E., Moreno-Ruiz, R., Cisneros-Martínez, J.D., Lacomba-Arias, B. (2023). Integrating social inclusion, gender perspective and sustainability into the skills development process in higher education. *15th annual International Conference on Education and New Learning Technologies, EDULEARN23 Proceedings*, pp. 5487-5493. doi: <https://doi.org/10.21125/edulearn.2023.1443>
- [14] Fernández-Morales, A., Trigo-Martínez, E., Gómez Pérez-Cacho, O. (2020). Multidisciplinary collaborative projects for a more coordinated Actuarial Education. *12th annual International Conference on Education and New Learning Technologies, EDULEARN20 Proceedings*, pp. 5409-5414. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/edulearn.2020.1424>
- [15] Fernández Morales, A., Mayorga Toledano, M.C. (2013). Developing Creativity and Innovation through Collaborative Projects. *Interdisciplinary Studies Journal* 2(3), 70-82.
- [16] Mayorga Toledano, M. C. (2021). Limitaciones legales de la analítica predictiva y el big data en el ámbito asegurador. *Derecho de seguros: nuevas realidades y nuevos retos*. Marcial Pons, 313-327.
- [17] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A., Trigo-Martínez, E., Gómez Pérez-Cacho, O. (2023) A new model of integrated final master project in Actuarial Science. *15th annual International Conference on Education and New Learning Technologies, EDULEARN23 Proceedings*, pp. 5410-5415. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/edulearn.2023.1422>
- [18] Mayorga-Toledano, M. C., Trigo-Martínez, E., Fernández-Morales, A. (2022). Assessing the students' prospective perceptions of the final master project in Actuarial Science. *15th annual International Conference of Education, Research and Innovation, ICERI2022 Proceedings*. Sevilla: IATED, 2877-2882.
- [19] Mayorga-Toledano, M. C. (2010). Integrating e-learning activities in the teaching and learning of banking and securities market law. *Education and Law Review*, vol. 1, pp. 177-196.

- [20] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2004). Learning tools for java enabled phones. An application for actuarial studies. In *Learning with mobile devices. Research and Development* (J. Attewell, C. Savill-Smith, cords.), London: Learning and Skills Development Agency, pp. 95-98.
- [21] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2010). Using iPhone Web-Apps to Enhance Learning and Teaching in Actuarial Education, In *Mobile Learning: Pilot Projects and Initiatives* (R. Guy, ed.), Santa Rosa: Informing Science Press, pp. 83-104.
- [22] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2020). Assessing the face-to-face to virtual learning adaptation process of the MSc in Actuarial Science at the University of Malaga. *13th International Conference of Education, Research and Innovation, ICERI2020 Proceedings*, pp. 6232-6240.
- [23] Fernández-Morales, A., Mayorga-Toledano, M. C. (2020). Using COVID19 outbreak data to engage students in the learning process. *13th International Conference of Education, Research and Innovation, ICERI2020 Proceedings*, pp. 6205-6211.
- [24] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2021). Students'perceptions of the teaching and learning mode adopted in the MSc in Actuarial Science at the University of Malaga during COVID-19 first wave. *115th International Technology, Education and Development Conference, INTED2021 Proceedings*, pp. 9650-9655.
- [25] Fernández-Morales, A. (2022). Casos de estudio de modelos de supervivencia para Ciencias Actuariales. RIUMA, Universidad de Málaga, <https://hdl.handle.net/10630/25377>.
- [26] Fernández-Morales, A. (2022). Casos de estudio de tablas de mortalidad y supervivencia para Ciencias Actuariales. RIUMA, Universidad de Málaga, <https://hdl.handle.net/10630/25501>.
- [27] Fernández Morales, A. (2022). Casos de estudio de modelos de supervivencia para Ciencias Actuariales. Repositorio Institucional de la Universidad de Málaga (RIUMA), Universidad de Málaga, <https://hdl.handle.net/10630/25377>.
- [28] Fernández-Morales, A. (2021). Tablas actuariales de supervivencia y mortalidad dinámicas con hoja de cálculo. RIUMA, Universidad de Málaga, <https://hdl.handle.net/10630/23265>.
- [29] Fernández-Morales, A. (2016). Tablas de mortalidad dinámicas con hoja de cálculo en la práctica actuarial. RIUMA, Universidad de Málaga, <http://hdl.handle.net/10630/10922>.

- [30] Fernández-Morales, A. (2016). Tutorial para la construcción de tablas de mortalidad dinámicas PERM/F 2000 con hoja de cálculo. RIUMA, Universidad de Málaga, <http://hdl.handle.net/10630/5682>.
- [31] Fernández-Morales, A. (2017). Enriching the statistics learning experience with D3.js interactive animations: Insurance applications of Markov chains. *International Journal of Educational Research and Innovation*, vol. 7, pp. 25-39, 2017. URI: <http://hdl.handle.net/10433/4923>
- [32] Fernández-Morales, A. (2015). Application of a Discrete-time Markov Chain Simulation in Insurance. *International Journal of Recent Contributions from Engineering, Science & IT*, vol.3, no.3, pp. 27-32, 2015. doi: <http://dx.doi.org/10.3991/ijes.v3i3.4929>
- [33] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2019). Enhancing Actuarial education with interactive online resources. *13th International Technology, Education and Development Conference, INTED2019 Proceedings*, pp. 9139-9145, 2019. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/inted.2019.2270>
- [34] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2017). Interactive resources based on serious gaming for Actuarial Education, *EDULEARN17 Proceedings, 9th International Conference on Education and New Learning Technologies*, Valencia: IATED, pp. 3245-3251.
- [35] Fernández-Morales, A., Mayorga-Toledano, M. C. (2018). Using serious games un Higher Education. An Application in actuarial studies. *11th annual International Conference of Education, Research and Innovation, ICERI2018 Proceedings*, pp. 2727-2734, Sevilla: IATED. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/iceri.2018.1603>
- [36] Fernández-Morales, A. (2011). Learning survival models with on-line simulation activities in the Actuarial Science Degree. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, Vol. 6, no. 1, pp. 15-19.
- [37] Fernández-Morales, A. (2017). Simulating lifetimes with actuarial survival models. *9th International Conference on Education and New Learning Technologies, EDULEARN17 Proceedings*, pp. 725-731, Valencia: IATED, 2017. <http://dx.doi.org/10.21125/edulearn.2017.1161>
- [38] Fernández-Morales, A., Mayorga-Toledano, M. C. (2021). Using an on-line interactive graphical simulator to experiment with late-life mortality models. *115th International Technology, Education and Development Conference, INTED2021 Proceedings*, pp. 9656-9662.

- [39] Fernández-Morales, A. (2020). Micro simulación de modelos de supervivencia en edades avanzadas para Ciencias Actuariales. RIUMA, Universidad de Málaga, <https://hdl.handle.net/10630/20543>.
- [40] De Oliveira, M., Frischtak, R., Ramirez, M., Beltrão, K., Pinheiro, S. (2012). *Brazilian mortality and survivorship life tables: insurance market experience 2010*. Fundação Escola Nacional de Seguros – FUNENSEG, Rio de Janeiro, Brasil.
- [41] Australian Government Actuary (2019). *Australian Life Tables 2015-17*. Canberra, NSW: Commonwealth of Australia.
- [42] Fernández-Morales, A. (2008). Métodos de graduación paramétrica de la mortalidad en el ámbito actuarial para la población andaluza. *Cuadernos de Ciencias Económicas y Empresariales. Papeles de trabajo*, 36, 83-100.
- [43] Fernández-Morales, A. (2009). Graduación de la mortalidad en Andalucía con modelos de mortalidad con heterogeneidad inobservable. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles* 15, pp. 23-50.
- [44] Continuous Mortality Investigation (2021). Proposed “16” Series term assurance mortality and accelerated critical illness tables. *Continuous Mortality Investigations, Working Paper* 150. The Institute and Faculty of Actuaries.
- [45] Pitacco, E., Tabakova, D. (2021). *Actuarial Mathematics. Time-Continuous Models for Life Insurance*. Social Science Research Network. doi: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3939389>
- [46] Forfar, D. O., McCutcheon, J. J., and Wilkie, A. D. (1988). On graduation by mathematical formulae. *Journal of the Institute of Actuaries* 115, 11-49.