

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA INFORMÁTICA
MÁSTER EN INGENIERÍA DEL SOFTWARE E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

IMPLEMENTACIÓN Y ESTUDIO DE UN MODELO DAISYWORLD CON AUTÓMATAS CELULARES

Realizado por
MARÍA JOSÉ CASAS SERRANO

Supervisado por:
DR. JOSÉ DAVID FERNÁNDEZ RODRÍGUEZ
DR. FRANCISCO J. VICO VELA

Departamento:
LENGUAJES Y CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

MÁLAGA, Noviembre de 2013

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA INFORMÁTICA
MÁSTER EN INGENIERÍA DEL SOFTWARE E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Reunido el tribunal examinador el día de la fecha, constituido por:

Presidente/a Dº/Dª. _____

Secretario/a Dº/Dª. _____

Vocal Dº/Dª. _____

para juzgar el trabajo de fin de Máster titulado:

Implementación y estudio de un modelo Daisyworld con autómatas celulares

realizado por María José Casas Serrano

y supervisado por Dº. José David Fernández Rodríguez y Dº. Francisco J. Vico Vela

ACORDÓ POR _____ OTORGAR LA
CALIFICACIÓN DE _____

Y PARA QUE CONSTE, SE EXTIENDE FIRMADA POR LOS COMPARECIENTES
DEL TRIBUNAL, LA PRESENTE DILIGENCIA.

Málaga, 18 de Noviembre de 2013

El Presidente

El Secretario

El Vocal

Fdo: _____ Fdo: _____ Fdo: _____

Índice general

Índice de figuras	5
Índice de tablas	7
1 Introducción	8
2 Contextualización del trabajo	11
3 Fundamentos Teórico y Prácticos	14
4 Aportaciones	17
5 Resultados	18
6 Conclusiones y trabajos futuros	29
Referencias	31

Índice de figuras

1	Simulación número 4 con tasa de mutación 0	20
2	Simulación número 5 con tasa de mutación 0	21
3	Simulación número 1 con tasa de mutación 0.0001	22
4	Simulación número 3 con tasa de mutación 0.0001	24
5	Simulación número 1 con tasa de mutación 0.001	25
6	Simulación número 2 con tasa de mutación 0.001	26
7	Simulación número 4 con tasa de mutación 0.01	27
8	Simulación número 3 con tasa de mutación 0.1	28

Índice de tablas

1	Lista de los valores asignados a los parámetros ajustables en todas las simulaciones.	18
---	---	----

Resumen A 2-dimensional extension of the Lovelock-Watson model with species competition, mutation and germination is presented. In this work, the effects of different mutation rates in the simulation dynamics have been analyzed. The system has been studied from the initial phase when early emergence of daisies occurs, passing later by a symbiosis phase in which several species coexist, until the final stage in which the population is completely extinguished and the surface of the planet is ravaged by incoming solar radiation.

Keywords Daisyworld; Gaia; Mutación;

1. Introducción

En 1969, un científico británico llamado James Lovelock planteó una hipótesis revolucionaria que establece que el planeta Tierra evoluciona como un conjunto compuesto por elementos vivos e inertes y que la interconexión entre ellos hace que pueda considerarse como un sistema auto regulado que tiende al equilibrio. Lovelock la llamó hipótesis de Gaia [11] en honor a la diosa griega de la Tierra y concibió esta idea mientras colaboraba con la NASA en el proyecto Viking que consistía en la búsqueda de vida en Marte.

Esta hipótesis provocó mucha controversia en ese momento porque se consideró un concepto teleológico según el cual, para poder alcanzar la situación de equilibrio hace falta una coordinación de los elementos que componen el planeta Tierra o que algún organismo superior realice un proceso de planificación sobre estos. Además podía ser interpretada de manera contraria a la visión tradicional de la evolución, en la que únicamente la vida se ha ido adecuando a las condiciones del entorno físico-químico.

La segunda razón principal por la que la hipótesis de Gaia fue rechazada la planteó el bioquímico W. Ford Doolittle [5]. La hipótesis o teoría de Gaia había sido expuesta por Lovelock utilizando argumentos termodinámicos y examinando al planeta Tierra desde una escala planetaria. Doolittle en cambio, examinaba la evolución desde una perspectiva celular y por ello resultaba complicado creer que la regulación de la atmósfera pudiera llevarse a cabo por parte de los microorganismos.

Es importante definir en este momento dos conceptos importantes que son biosfera y biota, ya que pueden producir equívocos si se consideran sinónimos de Gaia. La 'biosfera' se define como la parte de la Tierra en la es posible que existan los seres vivos. La 'biota' se define como el conjunto de todos los organismos vivos. Por lo tanto, se ve claramente que la biosfera y la biota componen una parte de Gaia porque esta presenta continuidad en el tiempo que se remonta a los orígenes de la vida y se extiende en el futuro en la medida en que la vida perdure.

Para dar fuerza a la teoría de Gaia, Lovelock junto con Andrew Watson, desarrollaron un modelo matemático, conocido como el 'Mundo de las Margaritas' o 'Daisyworld'. Este mundo consiste en un planeta que orbita alrededor de una estrella muy similar al Sol y cuya temperatura va aumentando progresivamente. El planeta se compone de suelo fértil que cubre toda su corteza y dos variedades diferentes de margaritas, blancas y negras, como únicas formas de vida que irán cubriendo determinadas áreas de su superficie según sea

su evolución. El rango de temperatura del planeta que permitirá la supervivencia de las margaritas irá desde $5^{\circ}C$ hasta $40^{\circ}C$, siendo la temperatura óptima de crecimiento de las margaritas $22,5^{\circ}C$. La temperatura media del planeta vendrá determinada por el albedo, según el cual, si la superficie del planeta toma un color oscuro, el valor del albedo será bajo o lo que es lo mismo, la superficie del planeta absorberá más radiación solar de la que reflejará. Por lo tanto, la temperatura del planeta aumentará. En cambio, si la superficie adquiere un color claro, el valor del albedo será alto porque reflejará más radiación solar de la que reciba y la temperatura del planeta disminuirá.

Para explicar cuál sería el comportamiento del modelo a lo largo del tiempo, supongamos un valor inicial de la temperatura cercano al extremo inferior del intervalo descrito anteriormente y una pequeña población de margaritas negras. Si la temperatura aumentara aunque solo fuera un poco, las margaritas negras podrían perdurar de manera que absorberían radiación solar y contribuirían a un aumento en la temperatura del planeta. Este aumento ayudaría a que las margaritas blancas pudieran crecer y extenderse ocupando poco a poco mayores áreas de la superficie del planeta. Esta mayor extensión en el área ocupada por las margaritas blancas provocaría que el aumento de la temperatura del planeta se llevara a cabo más lentamente o incluso, según la proporción de margaritas blancas y negras alcanzada, podría descender. En cualquier caso se llegaría a alcanzar homeostasis o equilibrio dinámico que perduraría durante la mayor parte de la simulación.

Es importante recordar un aspecto importante descrito en la descripción inicial del mundo de las margaritas y es que la temperatura de la estrella aumenta progresivamente, por lo tanto, es fácil deducir que estando en el estado de equilibrio, la radiación solar que recibiría el planeta también iría en aumento. Esta situación provocaría un descenso en la población de margaritas negras y un aumento en la población de margaritas blancas. Sin embargo, podría ocurrir que la población de margaritas blancas no sería suficiente para conseguir disminuir la temperatura del planeta y alcanzar de nuevo el equilibrio ya que esta podría haber alcanzado un valor muy elevado. En ese caso, la población de margaritas desaparecería y la radiación solar absorbida por el suelo fértil finalmente dispararía el valor de la temperatura, arrasando el planeta en su totalidad.

Si la simulación, en lugar de iniciarla con una temperatura baja y una población pequeña de margaritas negras, se hubiera iniciado sin margaritas, la curva de la temperatura del planeta habría seguido la curva de la temperatura solar. Comparando ambas simulaciones, la temperatura inicial del planeta es menor cuando no hay margaritas. Sin embargo, la temperatura final es menor cuando sí las hay. Esto muestra claramente que las margaritas contribuyen a variar las condiciones climatológicas del sistema en beneficio propio.

Aunque el modelo original de Lovelock se define mediante un sistema de ecuaciones diferenciales, otros investigadores posteriores han llevado a cabo la implementación de sus modelos utilizando autómatas celulares (AC). Un AC es un sistema que evoluciona en pasos discretos y muy adecuado para modelar sistemas naturales compuestos por una colección masiva de elementos que interactúan localmente entre sí. Los elementos que lo componen están distribuidos en una estructura con forma de rejilla donde cada posición toma el nombre de celda o célula. Estas células adquieren distintos estados o valores los cuales pueden ser

alterados según unas reglas de transición local aplicadas en un instante de tiempo concreto. Estas reglas se aplican teniendo en cuenta el estado de la propia célula y el estado de sus células vecinas.

2. Contextualización del trabajo

Cronológicamente se describen algunos trabajos realizados dentro de la comunidad científica sobre el mundo de las margaritas.

Como estudio inicial citamos el modelo de Lovelock-Watson del mundo de las margaritas [11] presentado anteriormente. Este modelo presenta un sistema que tiende a alcanzar un equilibrio dinámico a través de la adaptación evolutiva de las especies de seres vivos que lo componen realizando variaciones en la radiación solar a la que se encuentra expuesto.

Unos años más tarde, von Bloh [10] basándose en el modelo original, desarrolla un modelo utilizando un autómata celular 2D. Le infiere características nuevas como flujo de calor, mutación y competencia y añade el concepto de fragmentación para analizar cómo influye la heterogeneidad del espacio en el sistema.

En 2003, Ackland [2] basa su estudio en el modelo de von Bloh pero en lugar de considerar una superficie plana, añade cierta curvatura a la superficie del planeta. Con esto consigue simular zonas del planeta como los polos y el ecuador y la radiación solar varía en función de la altitud. El albedo de las nuevas margaritas es igual al de las margaritas progenitoras pero con una cierta variación aleatoria, que se identifica como la tasa de mutación. Tras realizar los experimentos cabe pensar que en un sistema como este, para cada valor de la latitud, se encontrará un valor de albedo adaptado perfectamente, sin embargo, estas no son las conclusiones obtenidas. En cualquier punto del planeta se encuentran zonas con margaritas muy claras y muy oscuras que se compensan entre sí. Esto lleva a pensar que el sistema se regula como un todo y no como organismos independientes que se adaptan de manera individual al entorno.

Otro estudio realizado en ese mismo año es el de Napel [9] también basado en un autómata celular pero con la particularidad de ser asíncrono. Esta asincronía está pensada para aportar mayor similitud en el proceso de diseminación de las semillas con el mundo real ya que en la naturaleza, este proceso no se lleva a cabo de manera síncrona. Las margaritas difunden sus semillas en momentos independientes con respecto a otras margaritas aunque se podría decir que germinan síncronamente una vez que se utiliza una escala lo suficientemente grande como para verlo. Las celdas de este autómata celular pueden estar vacías, ocupadas por una margarita o por un compuesto químico. Las semillas comparten las mismas características que sus progenitores salvo que se produzca alguna mutación. Este modelo, también presenta otra diferencia con respecto al modelo original y consiste en que el color de la margarita se refiere a la temperatura preferida en lugar de a la reflexión de la luz. Con esto, el autor pretende tener una visión clara de las posibilidades de supervivencia y reproducción de las margaritas cuando la temperatura local de estas, sea la más cercana a su temperatura preferida. Por lo tanto, no solo existen dos tipos de margaritas sino que pueden existir muchas especies variando la temperatura preferida, velocidad y factor de calentamiento y cantidad inicial de semillas. Dependiendo de su tipo, las margaritas solo pueden consumir un determinado producto químico que deberá estar en una celda vecina y proporcionará a la margarita, la energía necesaria para sobrevivir. Después de consumir el producto químico, la margarita lo transforma en otro distinto y lo deja en una celda vecina elegida al azar. Con este proceso se obtiene una red de reciclaje. Algunas margaritas pueden

presentar un factor de calentamiento negativo, lo que significa que hacen que se enfríen sus celdas circundantes. Las que tengan un valor positivo hacen que la temperatura de su entorno aumente. De manera aleatoria y una por una, son inspeccionadas todas las celdas que componen el autómata celular. Esto conlleva que probablemente algunas celdas se actualicen más de una vez mientras que otras celdas no se actualicen nunca.

De nuevo Ackland [1] recurre al mundo de las margaritas en 2004 para analizar si el estado de Producción de Máxima Entropía (PME) se puede definir con rigor sobre un sistema auto-organizado. Para ello compara un modelo ecológico particular Daisyworld 2D basado en el modelo original de von Bloh, con dos modelos más simples: el modelo original Daisyworld y el mapa logístico discreto.

El modelo 2D se utiliza como banco de pruebas para determinar si cualquier maximización global es aplicable a un sistema gobernado por la dinámica de la selección natural. Se comprueba que el estado PME no es válido aquí, ya sea para calcular la biodiversidad o la entropía térmica. El análisis de los modelos original y 2D sugieren que parecen obedecer a un principio de optimización separada. En el modelo 2D original, se maximiza la vida presente en el sistema mientras que utilizando un mapa logístico, aunque se obtiene un valor superior en la media de la población, es difícil definir cuál debe ser ese valor.

En ese mismo año, Bardeen [3] plantea una extensión sobre el modelo original de Lovelock incluyendo tasas de mortalidad variables como una forma de selección natural. Esta extensión demuestra que se puede aumentar la regulación de la temperatura y la persistencia de los sistemas Daisyworld, incluso con altas tasas de mortalidad generales. Los sistemas con altas tasas de mutación tienen una doble ventaja - una mayor tasa de cambio en respuesta al medio ambiente y una variación más inherente. Tras realizar los experimentos, concluye que para valores altos en la tasa de mutación, mayor es la presión selectiva. Esto hace desaparecer más rápidamente a las margaritas más inadaptadas y permite que los sistemas persistan por más tiempo.

Más adelante en 2007, Sessini [8] elabora un informe técnico en el que compara el modelo matemático del mundo de las margaritas con un autómata celular 2D estocástico. Este modelo desarrolla un mundo de margaritas capaz de tener en cuenta tanto las características espaciales como las estocásticas de un ecosistema natural. Se analizan los efectos, tras realizar cambios en la luminosidad solar y en la tasa de mortalidad. Tras los experimentos se concluye que para tasas bajas de mortalidad, las margaritas se adaptan más lentamente a variaciones en la luminosidad solar pero perduran durante más tiempo cuando la luminosidad solar es extremadamente alta. El modelo se ajusta a los cambios en la luminosidad solar y mantiene una temperatura cercana a la temperatura óptima que permite el crecimiento de las margaritas. Una particularidad que presenta este modelo es que amplía el número de especies posibles de margaritas. Una de las motivaciones para llevar a cabo esta extensión en el modelo, es explorar lo que ocurre cuando el sistema tiene más especies que puede utilizar para alcanzar una temperatura óptima. Se realizan experimentos con cuatro especies de margaritas que presentan valores distintos en su albedo. Sin embargo, esta extensión del modelo, no proporciona ningún beneficio añadido a la sostenibilidad de las condiciones óptimas de

crecimiento del planeta porque las margaritas siguen creciendo cuando su temperatura se encuentra en un intervalo de valores cercanos a $22,5^{\circ}\text{C}$

Por último en 2012, Punitham [7] extiende el modelo original Daisyworld introduciendo dinámica evolutiva compuesta por duplicación, mutación y selección. Estos operadores provocan cambios evolutivos en la población de margaritas que pueden verse afectadas por elementos externos como la temperatura o la biodiversidad. De igual modo, la interacción con el medio ambiente provoca cambios en las margaritas que afectan a su capacidad de adaptación. Además introduce ruido blanco gaussiano en la dinámica de la temperatura de manera que la temperatura local viene definida por la difusión de calor producida en el planeta, el calor irradiado desde la superficie al espacio, la radiación solar recibida del sol y ruido gaussiano que se usa como base para la generación de números aleatorios de calidad. Esta alteración introducida en la dinámica de la temperatura permite analizar si continúa existiendo linealidad en el sistema.

3. Fundamentos Teórico y Prácticos

Esta sección presenta dos partes bien diferenciadas: (1) el desarrollo del modelo original planteado por Lovelock y Watson y (2) el modelo utilizado en los experimentos realizados en este estudio en particular.

3.1. Modelo original

A continuación se presenta el desarrollo teórico original del mundo de las margaritas el cual se basa en ecuaciones diferenciales tomadas de la ecología teórica [4].

La superficie del planeta se caracteriza por tener un albedo $A_0 = 0.5$. La vegetación la componen dos especies con albedos A_1 y A_2 . La temperatura media del planeta se calcula relacionando la radiación que recibe de la estrella similar al Sol con la radiación que emite. Es decir, el equilibrio de temperatura T_0 depende de la insolación S y de la radiación de los cuerpos negros según la ecuación:

$$\sigma_B T_0^4 = S(1 - A_0) \quad (1)$$

donde $\sigma_B = 5.6696 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ es la constante de Stephan-Boltzmann. Las ecuaciones de albedo para las dos especies de margaritas son:

- Especie 1 con albedo $A_1 > A_0$ ("margaritas blancas"), cubre un área a_1 con una temperatura $T_1 < T_0$.
- Especie 2 con albedo $A_2 < A_0$ ("margaritas negras"), cubre un área a_2 con una temperatura $T_2 > T_0$.

La tasa de crecimiento $\beta(T_i)$ de la especie i es una función en el rango $[0, 1]$ con un máximo en el valor $T_{opt} = 22.5^\circ C$ y alcanza el valor mínimo para temperaturas inferiores a $5^\circ C$ o superiores a $40^\circ C$:

$$\beta(T_i) = \begin{cases} \frac{4}{(40-5)^2} (T_i - 5)(40 - T_i) & 5 < T_i < 40 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2)$$

La dinámica de la vegetación viene representada por un sistema de dos ecuaciones diferenciales no lineales cada una describiendo la dinámica poblacional de uno de los dos tipos de margaritas:

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= a_1(\beta(T_1)x - \gamma), \\ \dot{a}_2 &= a_2(\beta(T_2)x - \gamma). \end{aligned} \quad (3)$$

Aquí γ representa la tasa de mortalidad y x el área que no presenta margaritas. Este área se determina mediante la ecuación:

$$x = 1 - a_1 - a_2. \quad (4)$$

3.2. Modelo de von Bloh

El modelo de von Bloh es una extensión del modelo de Lovelock y Watson que incluye procesos físicos (flujo de calor) y procesos biológicos (germinación y mutación).

Para representar este modelo se utiliza un AC bidimensional con frontera periódica. El modelo contempla un número infinito de especies cuyos albedos pertenecerán al intervalo $[0, 1]$. Para almacenar los valores de los albedos de cada una de las celdas del AC se utiliza una matriz de tamaño igual a la rejilla del modelo.

El tiempo transcurre en pasos discretos $t_n = n\Delta t$ donde $n \in N$. Por lo tanto, cualquier variable del sistema se convierte en una función $F(x_i, y_j, t_n)$. La función de crecimiento de una celda (x_i, y_j) viene dada por $c(x_i, y_j, t_n) : N^3 \rightarrow \{0, 1\}$ y tanto su dinámica como la dinámica del albedo vienen determinadas por las siguientes reglas:

- Si la celda (x_i, y_j) presenta vegetación, seguirá teniendo o no vegetación en el siguiente paso de tiempo según el valor dado por la tasa de mortalidad que se interpreta como la probabilidad de que la vegetación muera en cada paso discreto de tiempo. En cuanto a la dinámica del albedo, una celda con vegetación tendrá el mismo valor de albedo si en el siguiente paso de tiempo la mantiene. Si no presenta vegetación, se le asigna el valor de albedo A_0 de la superficie del planeta.
- Si la celda no presenta vegetación, se escoge una de sus celdas vecinas para ver si esta tiene o no vegetación.

Si la celda vecina presenta vegetación, la celda (x_i, y_j) podrá tenerla en el siguiente paso de tiempo según la tasa de crecimiento que depende de la temperatura de la celda vecina, que se interpreta como la probabilidad de que la vegetación se propague a dicha celda en dicho paso discreto de tiempo. El albedo de la nueva margarita es el de la vecina más un valor aleatorio en el rango $[-r, r]$ (donde r es la tasa de mutación), asegurándose de que no sobrepase los límites del rango $[0, 1]$. De esta manera, el albedo queda sujeto a presiones evolutivas.

En cambio, si ninguna celda vecina presenta vegetación, la celda (x_i, y_j) podrá tenerla con una probabilidad λ muy baja, lo que puede considerarse como la ocurrencia ubicua de semillas recalcitrantes. El albedo de estas nuevas celdas pobladas se calcula de manera aleatoria dentro de los límites del rango $[0, 1]$.

La actualización de la temperatura en cada paso de tiempo viene dada por la ecuación de balance de energía [6]:

$$C \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} = D_T \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) T(x, y, t) - \sigma_B T(x, y, t)^4 + S(t) \cdot (1 - A(x, y, t)), \quad (5)$$

Donde C es la capacidad térmica, D_T la *Constante de difusión*, σ_B es la *Constante de Stephen-Boltzmann*, $S(t)$ es la insolación y $A(x, y, t)$ representa la matriz de albedos del AC. Así, la temperatura depende de la difusión de calor producida en el planeta (primer término del lado derecho de la ecuación), el calor irradiado desde la superficie al espacio (segundo término) y la radiación solar neta (descontando el efecto del albedo) recibida del sol (tercer término).

Al traducir la ecuación diferencial (5) a términos discretos para aplicarla en el AC, hay que distinguir cada uno de los tres términos. El segundo (pérdida de calor por difusión radiativa) y el tercero (ganancia de calor por llegada de radiación solar) se pueden traducir de forma literal. Sin embargo, la traducción del primero (difusión del calor entre regiones adyacentes) implica la discretización del operador laplaciano, lo cual se puede conseguir haciendo una convolución circular (es decir, con condición de frontera periódica) entre la matriz \mathbf{T} de temperaturas de las celdas del AC y la matriz \mathbf{D} del operador laplaciano discreto:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{20} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & -20 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

De esta forma, La ecuación diferencial 5 se traduce al dominio discreto como:

$$\mathbf{T}(t_{n+1}) = \mathbf{T}(t_n) + \left((\mathbf{T}(t_n) * \mathbf{D}) - \sigma_B \mathbf{T}(t_n)^4 + S(t_n) \cdot (1 - \mathbf{A}(t_n)) \right) \Delta t \quad (7)$$

Donde $(\mathbf{T}(t_n) * \mathbf{D})$ denota una convolución circular discreta y $\mathbf{T}(t_n)^4$ denota una exponenciación elemento a elemento, en vez de matricial, y $\mathbf{A}(t_n)$ es la matriz de albedos.

4. Aportaciones

Numerosos son los investigadores que han llevado a cabo estudios del mundo de las margaritas de Lovelock y Watson. Se han realizado estudios desde muy diversas perspectivas, como por ejemplo, considerando superficies curvas en lugar de planas [2], añadiendo asincronía al sistema que aporte una mayor similitud en el proceso de diseminación de las semillas como ocurre en el mundo real [9], realizando variaciones en el valor de la tasa de mortalidad [3] o incluso considerando un modelo 2D estocástico en lugar de determinista [8].

En este trabajo se ha analizado la dinámica de crecimiento de las margaritas realizando variaciones en la tasa de mutación. Aunque otros trabajos ya han estudiado previamente la tasa de mutación, lo han hecho solamente en régimen de equilibrio radiativo [10] o anotando sus efectos a grandes rasgos [1]. En este trabajo, se pretende estudiar el efecto de la tasa de mutación en simulaciones en las que la radiación solar va aumentando progresivamente, investigando qué tipo de dinámicas de población aparecen con distintas tasas de mutación. Esto contrasta con el tratamiento relativamente menor que la tasa de mutación ha obtenido hasta este momento.

Otra aportación significativa es la exposición clara y sin ambigüedades del método de discretización del modelo original de Lovelock (que era un modelo adimensional mediante un sistema de ecuaciones diferenciales) al modelo de autómata celular de von Bloh, especialmente en lo que se refiere a las ecuaciones que gobiernan la temperatura del sistema. Lamentablemente, este aspecto del problema suele darse por supuesto, lo que puede resultar confuso y difícil de seguir para parte de la audiencia.

5. Resultados

Sobre el modelo descrito en la sección anterior, hemos llevado a cabo nuestro estudio que ha consistido en analizar cómo afecta la tasa de mutación a la dinámica de crecimiento de las margaritas, desde un estado inicial en el que la temperatura del planeta es de $0^{\circ}C$ hasta que alcanza el estado de equilibrio.

Se han realizado una serie de experimentos en un ordenador personal con procesador Intel® Core™2 Duo CPU E4600 2.40 GHz, con 3GB de memoria RAM y sistema operativo Windows 7 Professional (32bits). La implementación del modelo matemático se ha realizado en código MATLAB.

Todos los experimentos se han llevado sobre un AC bidimensional de tamaño 200×200 con frontera periódica y la tasa de mutación ha tomado los valores $[0 \ 0.1 \ 0.01 \ 0.001 \ 0.0001]$, realizándose 5 simulaciones para cada una de estos valores de la tasa de mutación, manteniéndose fijos todos los demás parámetros.

La siguiente tabla muestra la configuración de parámetros inicial:

Parámetro	Valor
$numDeltas$	$4.7 \cdot 10^3$
$numCyclesPerDelta$	10^2
σ_B	$5.6696 \cdot 10^{-8}$
D_T	500
C	2500
A_0	0.5
γ	0.02
λ	10^{-5}
Δt	1

Tabla 1. Lista de los valores asignados a los parámetros ajustables en todas las simulaciones.

La temperatura planetaria inicial es de $0^{\circ}C$. La radiación solar es inicialmente $S_a = 864$ (equivalente a un 75 % de la radiación que recibimos del Sol en la actualidad, la necesaria para que la temperatura planetaria sea de unos $2^{\circ}C$ en estado de equilibrio radiativo), y aumenta hasta que al final de la simulación toma el valor $S_b = 2592$ (equivalente a un 300 % de la radiación que recibimos del Sol en la actualidad). Tanto estos valores como los de la Tabla 1 están basados en los usados en [10] y [1]. En cada simulación se efectúan $numDeltas \cdot numCyclesPerDelta$ pasos discretos de tiempo, de modo que cada $numCyclesPerDelta$ pasos de tiempo la radiación solar aumenta en un incremento de magnitud $\frac{S_b - S_a}{numDeltas}$ con el fin de que al sistema le dé tiempo de alcanzar el equilibrio tras cada incremento de la radiación solar.

La duración de las simulaciones ha sido suficiente como para que el sistema alcanzase el estado de equilibrio de temperatura y posteriormente, debido al aumento creciente de radiación solar, la temperatura se disparase hasta acabar arrasando la superficie del planeta.

Las figuras que se muestran en esta sección representan algunas de las simulaciones llevadas a cabo. Están compuestas por dos ejes Y y un eje X . El eje izquierdo representa la temperatura en $^{\circ}C$, el eje derecho representa una escala adimensional y el eje X representa el tiempo transcurrido. Estas figuras contienen las gráficas de la temperatura basal¹, la temperatura media (ambas en concordancia con el eje Y izquierdo), y, la insolación y el albedo medio (ambos en concordancia con el eje Y derecho) de cada simulación. La insolación se muestra en las gráficas escalada en el rango $[0.75, 3]$, de modo que se puede interpretar en unidades de insolación que recibe la Tierra en la actualidad.

Todas las simulaciones presentan tres fases bien diferenciadas:

- Fase inicial: Durante esta fase se produce la transición de un planeta helado e inerte hasta el estado de equilibrio de temperatura regulada por la población de margaritas. Esto requiere que crezcan margaritas con albedo cercano a 0 que consigan aumentar la temperatura inicial.
- Fase de simbiosis entre varias especies: Esta fase representa la fase de equilibrio de temperatura en el que normalmente conviven varias especies.
- Fase final: Esta fase representa la transición del estado de equilibrio a un planeta inerte cuya superficie se encuentra arrasada por la radiación solar.

A continuación se presentan, organizados por la tasa de mutación, algunos experimentos que se han llevado a cabo:

- Tasa de mutación 0: En estos escenarios no se producen mutaciones por lo que las margaritas que germinen en zonas con vegetación tendrán el mismo albedo que sus progenitoras, y las margaritas que surjan en zonas despobladas presentarán un albedo elegido aleatoriamente. Las margaritas que surjan a su vez de estas últimas mantendrán el mismo valor de albedo por lo que en estas simulaciones, la variedad de margaritas es muy reducida, pudiendo ser prácticamente de dos valores de albedo.
- Simulación 4: La figura 1 muestra un planeta despoblado en el que comienzan a germinar margaritas oscuras que provocan que la temperatura media se dispare alcanzando prácticamente el valor máximo para el crecimiento de las margaritas. El valor del albedo, sin embargo se reduce. En este paso de tiempo, comienzan a aparecer margaritas claras que compensan poco a poco el valor elevado que presenta la temperatura media. Sin embargo, se observa que la población de margaritas claras no es lo suficientemente grande como para provocar el descenso de la temperatura y esta aumenta de nuevo. De nuevo, el valor del albedo medio desciende. Continúan germinando margaritas claras alcanzando una densidad de población suficiente para llegar a la fase de equilibrio aproximadamente en el paso de tiempo $t = 0.5 \cdot 10^5$. A partir de este momento y hasta el final de la simulación, se mantiene la fase de simbiosis. Esto es así porque

¹ Definimos la temperatura basal como la temperatura en estado de equilibrio radiativo del planeta, correspondiente al nivel de insolación existente en cada momento, si además no hubiera ninguna vegetación. Se calcula suponiendo el equilibrio entre la pérdida de calor al espacio y la ganancia de calor por la insolación: $\sigma_B T(t_n)^4 = S(t_n) \cdot (1 - A_0)$.

Despejando: $T(t_n) = \sqrt[4]{\frac{S(t_n) \cdot (1 - A_0)}{\sigma_B}}$

se trata de una población compuesta por margaritas muy claras (albedo próximo a $A = 1$) y margaritas no muy oscuras que en conjunto se encuentran bien adaptadas a la temperatura media. Ambas variedades de margaritas compiten entre sí pero en conjunto contrarrestan bien el aumento de insolación. Poco a poco las margaritas blancas ocupan una mayor superficie del planeta. Debido a esto, la temperatura media sigue descendiendo y se mantiene en valores menores próximos a la temperatura óptima de crecimiento de las margaritas. La simulación finaliza antes de que la población de margaritas no sea capaz de contrarrestar el progresivo aumento de la radiación solar recibida.

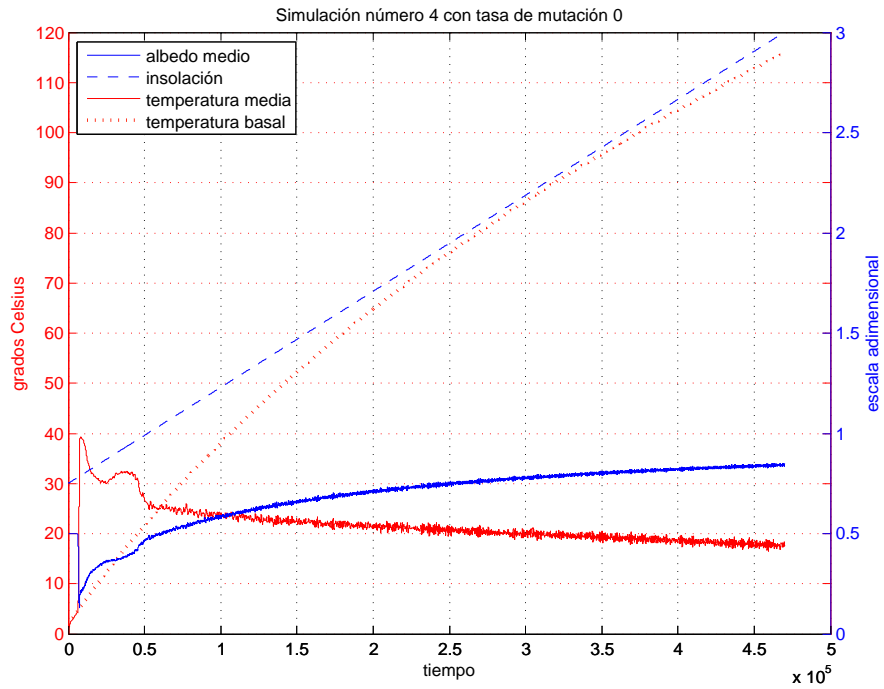


Figura 1. Simulación número 4 con tasa de mutación 0

- Simulación 5: La figura 2 muestra una fase inicial, en la que no hay vegetación pero posteriormente crecen margaritas oscuras que provocan un aumento de la temperatura media del planeta hasta alcanzar casi el extremo superior ($40^{\circ}C$) del rango de temperaturas de supervivencia de las margaritas. Para contrarrestar la elevada temperatura alcanzada, comienzan a germinar nuevas margaritas claras. Esto provoca que el albedo medio aumente y la temperatura media descienda hasta valores cercanos al óptimo de crecimiento de las margaritas, comenzando la fase de equilibrio que se mantiene hasta aproximadamente el paso de tiempo $t = 1.4 \cdot 10^5$. Durante este periodo de tiempo, se puede observar en la figura que se producen numerosas oscilaciones en

la temperatura media, aunque se mantiene en valores muy próximos al valor óptimo, y se debe a que existen dos variedades de margaritas que compiten por sobrevivir. Durante todo este proceso, la temperatura media desciende porque las margaritas claras son cada vez más numerosas. Esto hace aumentar el albedo medio hasta alcanzar el valor $A = 0.75$ en el paso de tiempo $t = 2 \cdot 10^5$. A partir de este momento, a pesar de que la población se compone únicamente de margaritas claras, como la radiación solar continúa aumentando, la superficie del planeta se calienta rápidamente. Las margaritas no son capaces de contrarrestar estos valores elevados de radiación solar y en el paso de tiempo aproximado de $t = 3.25 \cdot 10^5$ en el que la temperatura media alcanza de nuevo el valor máximo ($40^\circ C$), la población de margaritas desaparece por completo y la temperatura media asciende hasta alcanzar los valores de la temperatura basal.

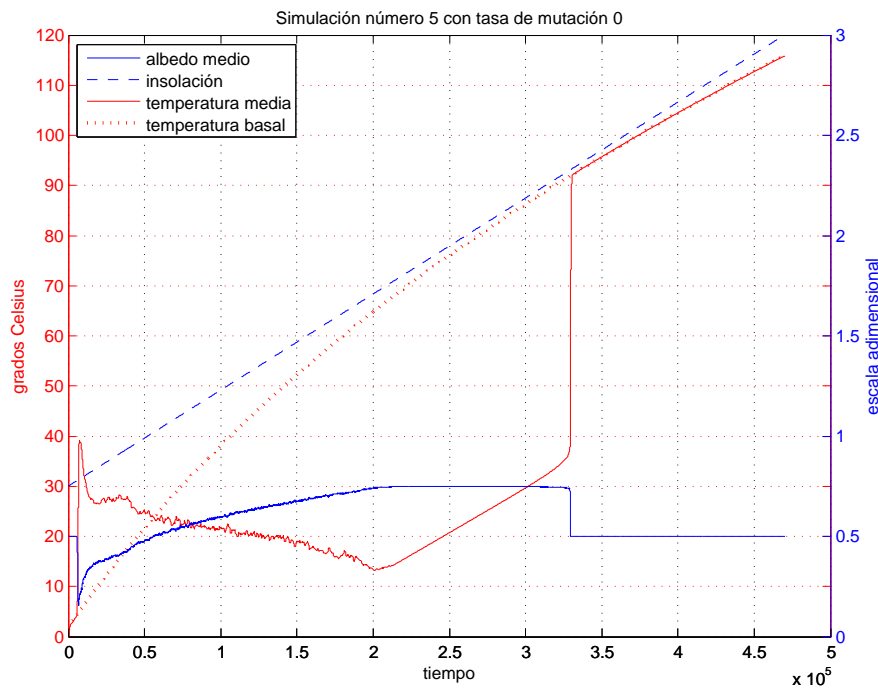


Figura 2. Simulación número 5 con tasa de mutación 0

- Tasa de mutación 0.0001: En estos escenarios la tasa de mutación es muy baja con un valor muy próximo a 0. Por lo tanto aunque cabe la posibilidad de que surjan nuevas variedades de margaritas a partir de las ya existentes en la población, el espectro de color no será muy amplio.
 - Simulación 1: La figura 3 muestra un escenario en el que, aunque inicialmente no existe vegetación, germinan margaritas negras y la temperatura se eleva hasta casi $40^\circ C$. Esto provoca la aparición de margaritas blancas y grises que consiguen disminuir la

temperatura a la mitad sin embargo, la población de margaritas blancas desaparece y perduran únicamente las grises cuyo albedo medio es muy próximo al de la superficie del planeta ($A = 0.5$). Esta población de margaritas no es capaz de contrarrestar el progresivo aumento de la radiación solar, por lo que la temperatura media del planeta comienza a aumentar. Poco después, en el paso de tiempo $t = 0.8 \cdot 10^5$ se produce una pequeña disminución de la temperatura media del planeta. Esto indica que, una variedad de margaritas ya existente, con albedo mayor que el de la variedad dominante, ha aumentado su densidad de población y provoca una disminución de la temperatura media. El albedo medio llega a alcanzar un valor de $A = 0.8$. A partir de aquí, la población perdura hasta el paso de tiempo $t = 1.5 \cdot 10^5$, momento en el que desaparece porque se han alcanzado los $40^\circ C$. La temperatura sigue ascendiendo hasta llegar a la temperatura basal. Se trata por tanto, de una simulación en la que la dinámica de crecimiento de la vegetación ha sido muy breve porque las variedades de margaritas que poblaban la superficie del planeta no han podido controlar el valor de la temperatura media en los niveles adecuados.

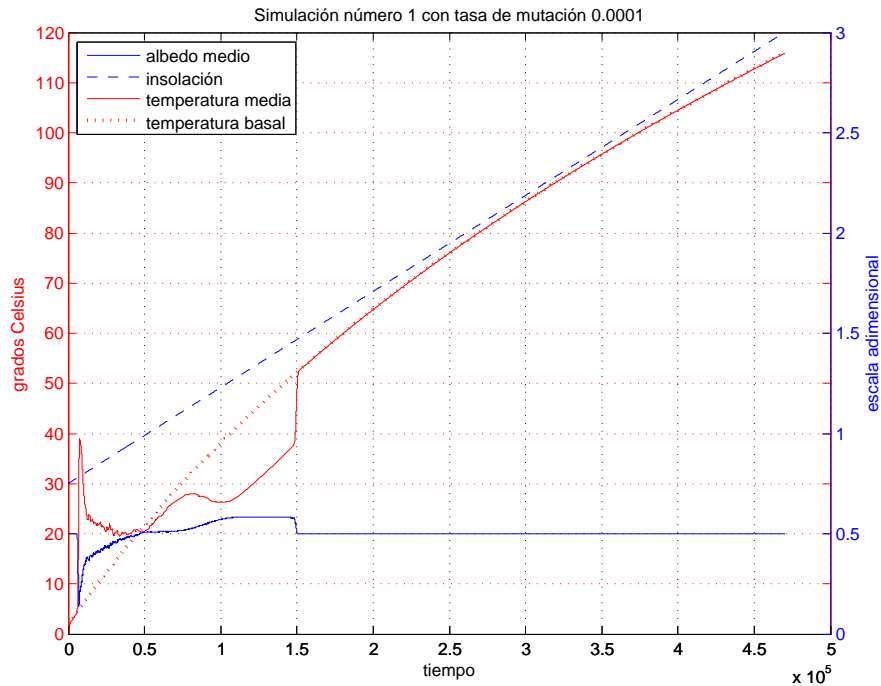


Figura 3. Simulación número 1 con tasa de mutación 0.0001

- Simulación 3: La figura 4 muestra una situación inicial sin vegetación en la que germina una densa población de margaritas negras que provoca un aumento muy acusado de la temperatura media del planeta y por consiguiente, un descenso del valor del

albedo medio. Este aumento de la temperatura desencadena la proliferación de margaritas blancas y estas a su vez provocan un descenso en la temperatura media aunque compitiendo con las margaritas no muy oscuras que también pueblan la superficie del planeta. Rápidamente prevalece una especie de margaritas con un albedo cercano a 0,5, y al quedarse ésta sin competencia en el paso de tiempo $t = 0.5 \cdot 10^5$ se produce un progresivo aumento de la temperatura hasta llegar a alcanzar el valor máximo ($40^\circ C$) del rango de supervivencia de las margaritas en el paso de tiempo $t = 1.2 \cdot 10^5$. Entonces, debido a las altas temperaturas, grandes extensiones de terreno quedan desprovistas de vegetación, con lo que eventualmente, aparecen nuevas y mejor adaptadas variedades de margaritas claras y oscuras y compiten produciendo un descenso gradual de la temperatura hasta llegar a alcanzar un valor aproximado de $14^\circ C$. El valor del albedo medio en ese punto es de $A = 0.80$. A partir de aquí se repite el proceso anterior, la población de margaritas no es capaz de contrarrestar el aumento progresivo de la radiación solar, porque la tasa de mutación es muy baja, y la temperatura media sigue aumentando aunque la población de margaritas perdura durante algún tiempo. Finalmente en el instante $t = 4.4 \cdot 10^5$, la situación se vuelve incontrolable, la población se extingue y la temperatura de dispara hasta alcanzar los niveles de la temperatura basal. En esta ocasión, la temperatura basal es tan elevada que no da ocasión a nuevas especies de margaritas de colonizar nuevamente el planeta, al contrario que en el evento de extinción anterior.

- Tasa de mutación 0.001: En estos escenarios la tasa de mutación sigue siendo baja con un valor próximo a 0, aunque permite una mayor variabilidad en las especies de margaritas con respecto a los experimentos anteriores. Esto provocará variaciones de temperatura durante las simulaciones.
 - Simulación 1: La figura 5 muestra una situación inicial sin vegetación en la que germina una densa población de margaritas negras que provocan un aumento muy acusado de la temperatura media del planeta y por consiguiente, un descenso del valor del albedo medio. Para contrarrestar el aumento de temperatura, proliferan margaritas de albedos altos debido a que la tasa de mutación lo permite, hasta que se alcanza el paso de tiempo $t = 0.6 \cdot 10^5$. Esta dinámica descrita constituye la fase inicial. A partir de este instante, comienza la fase de simbiosis en la que convivirán varias especies de margaritas. Inicialmente las margaritas que pueblan la superficie del planeta presentan albedos comprendidos en el intervalo $(0.4, 0.6)$ aproximadamente y consiguen que la temperatura se mantenga en valores próximos a $20^\circ C$. Esta situación se mantiene hasta el paso de tiempo $t = 0.9 \cdot 10^5$. A partir de este instante, la temperatura comienza a ascender debido a que la radiación solar sigue aumentando y las margaritas existentes no son capaces de mantener la temperatura actual. La temperatura llega a alcanzar valores próximos a $32^\circ C$ y este aumento de temperatura, desencadena que proliferen margaritas de albedos altos que provocarán una disminución de la temperatura hasta aproximadamente $22^\circ C$ en el paso de tiempo $t = 2.1 \cdot 10^5$, la temperatura de nuevo, comienza a ascender. Sin embargo, las margaritas existentes, que poseen valores de albedo cercanos a $A = 0.75$, no consiguen mantener la temperatura constante

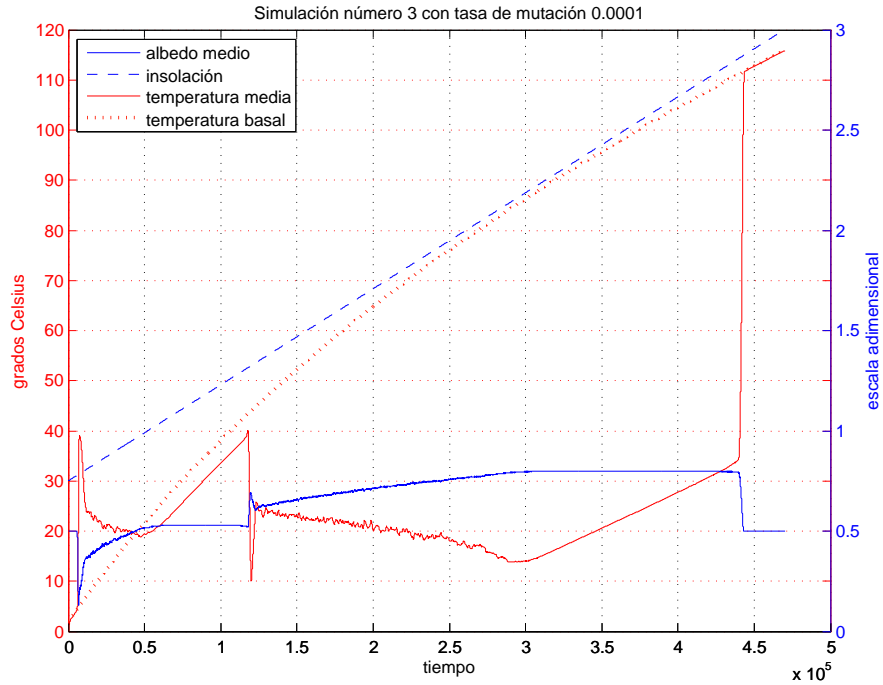


Figura 4. Simulación número 3 con tasa de mutación 0.0001

que continúa ascendiendo hasta el paso de tiempo $t = 3.8 \cdot 10^5$. A partir de aquí, la población de margaritas desaparece por completo y la temperatura se dispara hasta alcanzar el valor de la temperatura basal.

- Simulación 2: La figura 6 muestra una situación inicial sin vegetación en la que surge una población de margaritas cuyos albedos son próximos a $A = 0.1$ y provocan un rápido aumento en la temperatura del planeta que llega a alcanzar los $40^\circ C$. Esta situación desencadena la proliferación de margaritas con albedos elevados que consiguen bajar la temperatura del planeta rápidamente hasta alcanzar valores próximos a $21^\circ C$. Esta nueva variedad de margaritas va ganando poco a poco superficie en el planeta por lo que el albedo sigue aumentando hasta aproximadamente $A = 0.5$. Desde el paso de tiempo $t = 0.5 \cdot 10^5$ hasta el paso de tiempo $t = 1.25 \cdot 10^5$ el albedo se mantiene sin apenas variación, sin embargo la temperatura del planeta se dispara hasta alcanzar de nuevo $40^\circ C$. Esto es así porque las margaritas existentes no son capaces de mantener la temperatura controlada frente al continuo aumento en la radiación solar. En este momento de la simulación, proliferan margaritas con albedos muy elevados que contrarrestan este aumento en la temperatura. Las margaritas de albedos altos, van extendiéndose por la superficie del planeta hasta prácticamente ocupar toda la superficie. Esto hace que la temperatura disminuya progresivamente y esta situación

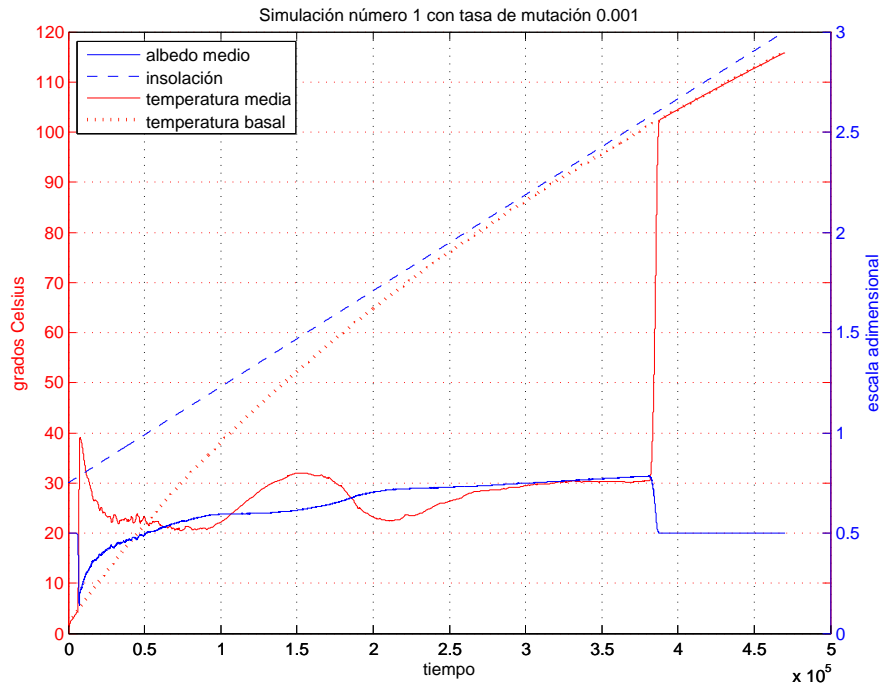


Figura 5. Simulación número 1 con tasa de mutación 0.001

se mantiene hasta el final de la simulación.

- Tasa de mutación 0.01: Para esta tasa de mutación, los resultados obtenidos han sido muy similares entre sí. Por ello, solo se añade la descripción de un experimento. Este valor de la tasa de mutación, permite ampliar la variabilidad de albedos de margaritas aunque se comprueba que la temperatura no alcanza niveles tan bajos como en experimentos con tasas de mutación más próximas a 0.

- Simulación 4: La figura 7 muestra una fase inicial en la que no hay vegetación pero posteriormente surgen margaritas negras que hacen aumentar la temperatura de la superficie hasta alcanzar $40^{\circ}C$. Esta lleva a que proliferen margaritas con albedos elevados y debido a que la tasa de mutación es más alta que en experimentos anteriores, la variedad de margaritas es también más amplia. Por ello, la temperatura es controlada rápidamente aunque no se alcanzan niveles tan bajos como en experimentos anteriores, sino que desciende hasta valores próximos a $25^{\circ}C$ aproximadamente. Aunque en las primeras fases de la simulación se observa una simbiosis entre margaritas con albedos muy distintos, la mayoría son reemplazadas rápidamente por margaritas con un rango de albedos próximo al óptimo, de manera que el histograma de albedos de las margaritas sigue aproximadamente una distribución normal. El valor del albedo medio va adaptándose a valores cada vez mayores, siguiendo de cerca al óptimo en

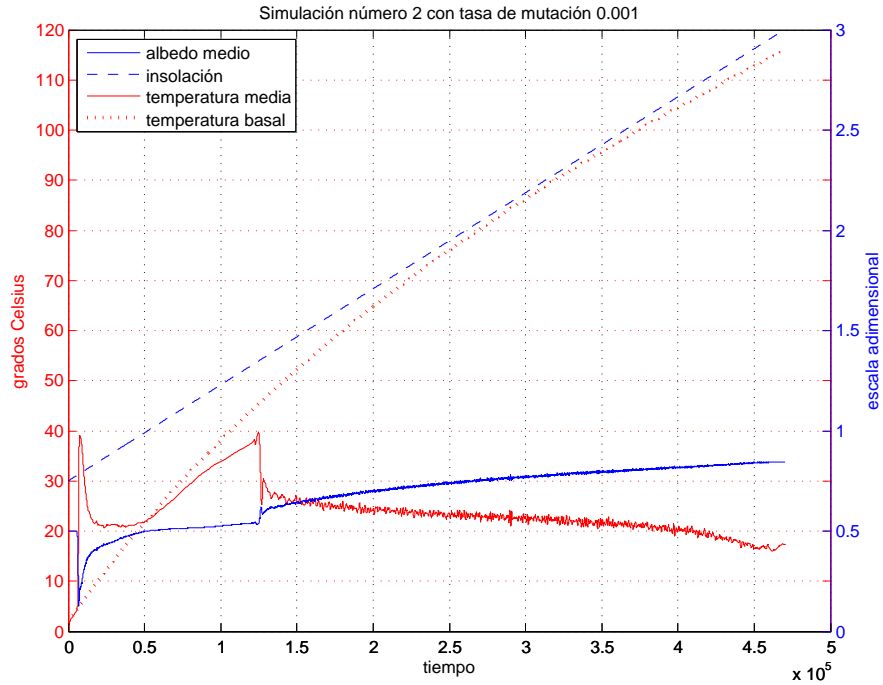


Figura 6. Simulación número 2 con tasa de mutación 0.001

cada momento. Aproximadamente en el paso de tiempo $t = 3.3 \cdot 10^5$, la población de margaritas se extingue por completo, permitiendo la aparición de desiertos y la temperatura se dispara hasta alcanzar la temperatura basal. Por consiguiente, el valor del albedo final es $A = 0.5$.

- Tasa de mutación 0.1: En los experimentos realizados para esta tasa de mutación, ha ocurrido igual que ocurría en experimentos con tasa de mutación 0.01, es decir, los resultados obtenidos han sido muy parecidos entre sí, por lo que solo se muestra un caso como ejemplo.
- Simulación 3: Esta simulación, representada por la figura 8 presenta una fase inicial en la que una extensa población de margaritas negras invade la superficie del planeta. La temperatura se eleva de manera muy acusada hasta alcanzar $40^\circ C$. En este momento y debido a que la tasa de mutación es alta en este tipo de experimentos, surge una población de margaritas que cubre el espectro completo de albedos. Por tanto, la temperatura desciende rápidamente, aunque no alcanza niveles inferiores a $22^\circ C$. Conforme avanza el tiempo, el espectro de albedos varía de forma que en promedio se mantiene el valor óptimo, con lo que la temperatura se mantiene constante. En el paso de tiempo $t = 2.5 \cdot 10^5$, la población de margaritas ha alcanzado un valor de albedo $A = 0.75$ y continúa aumentando progresivamente, aunque esta población no

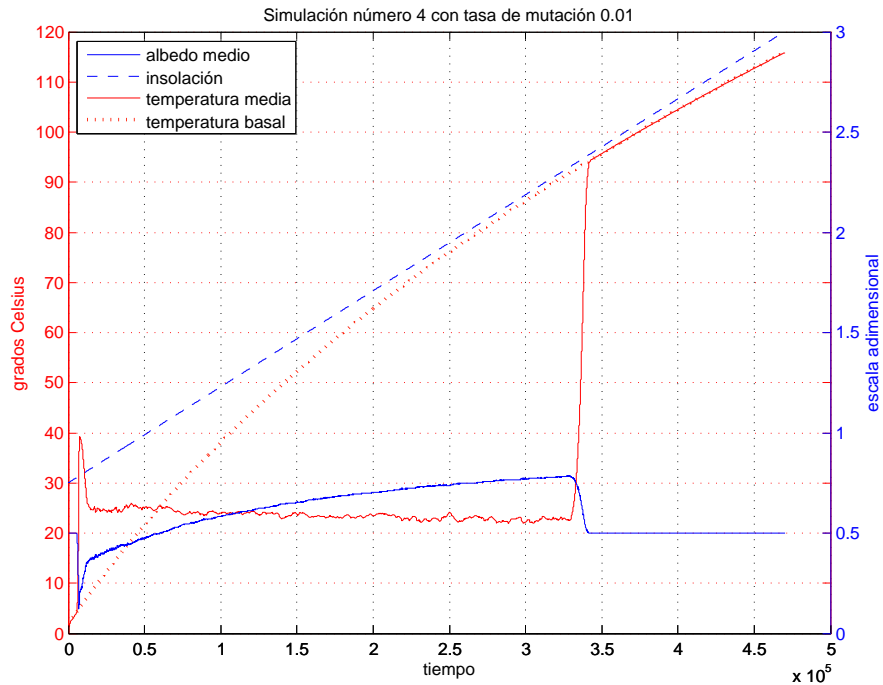


Figura 7. Simulación número 4 con tasa de mutación 0.01

consigue disminuir la temperatura de la superficie del planeta. Finalmente, en el paso de tiempo $t = 3.9 \cdot 10^5$, aparecen desiertos en la superficie porque la población de margaritas desaparece y la temperatura de la superficie aumenta hasta alcanzar la temperatura basal.

En estos experimentos, la temperatura del planeta no alcanza valores inferiores a la temperatura óptima de crecimiento de las margaritas ($22^{\circ}C$) debido a que existe una gran variabilidad en el espectro de albedos de dichas margaritas aunque con tendencia a albedos altos conforme aumenta la radiación solar. Sin embargo, debido a que la alta tasa de mutación introduce una variabilidad local extremadamente alta en los albedos, conforme aumenta la radiación solar llega el momento en que incluso una pequeña proliferación local de margaritas más oscuras induce a la formación de un desierto que termina por expandirse y eliminar a toda la población.

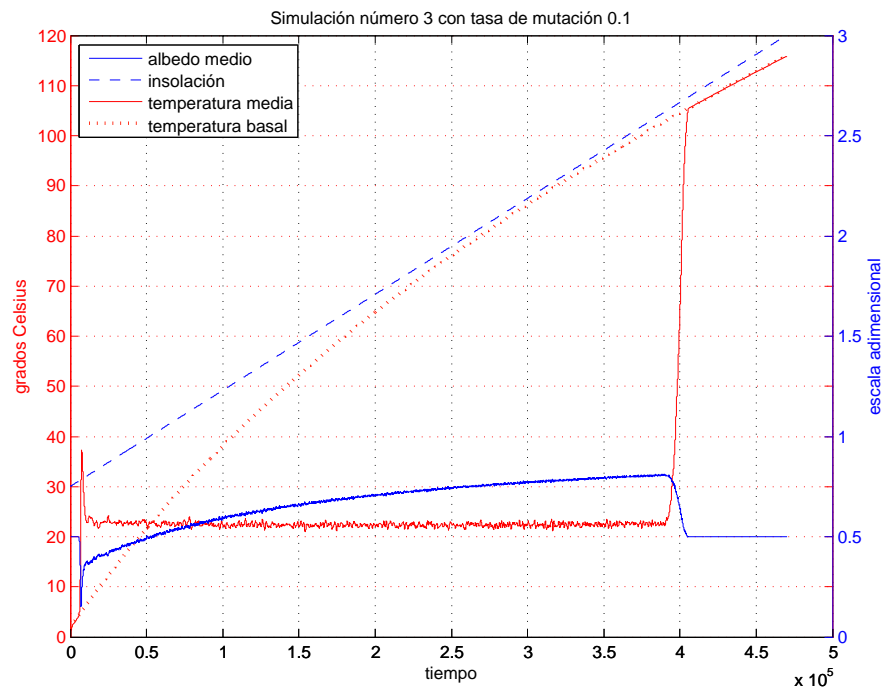


Figura 8. Simulación número 3 con tasa de mutación 0.1

6. Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se ha llevado a cabo una implementación del modelo de von Bloh basado en el mundo de las margaritas de Lovelock y Watson. Se ha desarrollado utilizando un autó-mata celular bidimensional debido a que este sistema resulta ser muy adecuado para modelar sistemas naturales compuestos por una gran cantidad de elementos que interactúan entre sí. Para ello ha sido necesario llevar a cabo una discretización del modelo de Lovelock y Watson porque el modelo original se define como un sistema de ecuaciones diferenciales.

El propósito de este trabajo ha sido analizar la dinámica de crecimiento de las margaritas al variar el valor de la tasa de mutación. Para ello se ha dividido la fase de experimentos en cinco grupos. Cada grupo presentaba un valor de tasa de mutación distinto y a su vez, se han realizado cinco simulaciones para cada uno de los valores de dichas tasas. Una vez obtenidas las simulaciones, se han analizado cada una de ellas, identificando tres fases principales: fase inicial, fase intermedia y fase final. La fase inicial se corresponde con la puesta en marcha del sistema, proliferación de las primeras margaritas y variación de la temperatura inicial de la superficie del planeta. En esta fase inicial, surgen margaritas con albedos muy bajos, que calientan rápidamente la superficie hasta valores cercanos a los $40^{\circ}C$, con lo que disminuyen su eficacia reproductiva hasta el punto de que pueden surgir y extenderse margaritas con albedos más altos. La fase intermedia representa la etapa en la que conviven distintas variedades de margaritas provocando variaciones en la temperatura manteniendo o tendiendo a una temperatura de equilibrio. Por último, la fase final, etapa en la que la temperatura de la superficie comienza a dispararse a pesar de encontrarse el planeta poblado de margaritas con albedos altos pero que no consiguen contrarrestar la creciente radiación solar recibida.

Se pueden observar tres regímenes distintos de comportamientos dinámicos del modelo según la tasa de mutación:

- Para tasas de mutación nulas o muy bajas (0 a 0.001), suelen surgir varias especies con distintos albedos que mantienen una temperatura cercana al óptimo en simbiosis, de forma que las especies con albedo más alto se van haciendo más numerosas conforme aumenta la radiación solar, lo que a su vez implica una disminución muy leve y progresiva de la temperatura media. Si las especies con albedos más bajos terminan por desaparecer o casi desaparecer y sólo queda una especie de albedo más alto, termina la fase de simbiosis y la temperatura comienza a subir de manera aproximadamente lineal debido a la incapacidad de mutar para adaptarse a la radiación solar creciente. En ocasiones este proceso puede verse interrumpido y pueden producirse disminuciones significativas en la temperatura media si especies con albedos altos muy minoritarias comienzan a proliferar cuando la temperatura aumenta demasiado. No obstante, si el proceso continúa hasta que la temperatura termina por hacerse demasiado alta, pueden suceder dos cosas, dependiendo del momento de la simulación en que esto ocurra, que a su vez depende del albedo de la especie dominante en dicho régimen (a mayor albedo, más tarde ocurre). Si sucede lo bastante pronto, la temperatura basal no será demasiado alta, la extinción se producirá progresivamente, y además podrán surgir nuevas especies de margarita con

albedos aún más altos. Si sucede más tarde, la temperatura basal será muy elevada, y en cuanto se forme una región desierta moderadamente grande, se producirá un aumento exponencial de la temperatura y el desierto se agrandará hasta abarcar todo el planeta. Si el albedo es lo bastante alto, esto puede tardar mucho tiempo. En conjunto, se puede decir que hay una gran variabilidad en la dinámica de las simulaciones.

- Para tasas de mutación medias (0.01), la fase de simbiosis es relativamente breve, debido a que las margaritas evolucionan rápidamente y las especies con un albedo aproximadamente óptimo tienden a exterminar a las demás, dejando el espectro de albedos con una distribución aproximadamente normal alrededor del óptimo. Además, la tasa de mutación permite que conforme aumenta la radiación solar, las margaritas vayan modificando su albedo para permanecer cerca del óptimo. En general, hay muchísima menos variabilidad en la dinámica de las simulaciones que en el caso anterior, y prácticamente sólo se diferencian en el momento en el que sobreviene la extinción catastrófica de la población de margaritas. Dicha variabilidad se debe a que conforme aumenta la radiación solar, llega un momento en que las fluctuaciones locales en el albedo pueden inducir a un aumento descontrolado de la temperatura.
- Para tasas de mutación muy altas (0.1), no hay fase de simbiosis, debido a que las margaritas mutan rápidamente hasta cubrir todo el espectro de albedos y en promedio se mantienen muy cerca del óptimo en todo momento. La distribución del espectro de albedos también es aproximadamente normal, pero muchísimo más ancha que en el caso anterior debido a la alta tasa de mutación. También a diferencia del caso anterior, la fase de extinción suele acontecer en momentos más tempranos de la simulación, debido a que la alta tasa de mutación induce una mayor variabilidad local, que a su vez induce mayores fluctuaciones de temperatura, que pueden volverse incontrolables con intensidades menores de radiación solar.

Posibles líneas de investigación futuras sobre este tema, podrían ser, por ejemplo, aquellas que añadieran catástrofes a la dinámica del sistema. Resultaría interesante ver si el sistema es capaz de recuperarse del efecto devastador derivado del impacto de meteoritos.

Otro posible enfoque de investigación, podría ser la presencia inicial o aparición posterior de zonas no fértiles en la superficie del planeta. La causa de la infertilidad podría ser derivada de un agotamiento de la riqueza del suelo o bien, provocada por la presencia de elementos externos.

Referencias

1. G.J. Ackland. Maximization principles and daisyworld. *Journal of theoretical biology*, 227(1):121–128, 2004.
2. G.J. Ackland, M.A. Clark, and T.M. Lenton. Catastrophic desert formation in daisyworld. *Journal of theoretical biology*, 223(1):39–44, 2003.
3. M. Bardeen. The value of death in evolution: A lesson from daisyworld. In *Artificial Life IX: Proceedings of the Ninth International Conference on the Simulation and Synthesis of Living Systems*, pages 292–296, 2004.
4. R.N. Carter and S.D. Prince. Epidemic models used to explain biogeographical distribution limits. *Nature*, 293:661–646, 1981.
5. W.F. Doolittle. Is nature really motherly? (a critique of j.e. lovelock’s gaia: A new look at life on earth). *CoEvolution Quarterly*, 29:58–63, 1981.
6. A. Herderson-Sellers and K. McGuffie. A climate modelling primer. *John Wiley and Sons, Chichester*, 1990.
7. D. Punithan and R.I. McKay. Evolutionary dynamics and ecosystems feedback in two dimensional daisyworld. In *Artificial Life*, volume 13, pages 91–98, 2012.
8. P. Sessini. Modelling the gaia hypothesis: Daisyworld. Technical Report 2007-857-09, Dept. of Computer Science, University of Calgary, 2007.
9. G. ten Napel. Modelling evolution using asynchronous stochastic cellular automata. 2003.
10. W. Von Bloh, A. Block, and H.J. Schellnhuber. Self-stabilization of the biosphere under global change: a tutorial geophysiological approach. *Tellus B*, 49(3):249–262, 1997.
11. A.J. Watson and J.E. Lovelock. Biological homeostasis of the global environment: the parable of daisyworld. *Tellus B*, 35(4):284–289, 1983.